

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**TEREZA CRISTINA FRAIZ GONÇALVES**

**O JOGO DA VIDA COMO FERRAMENTA PARA DESENVOLVIMENTO DO  
PENSAMENTO MATEMÁTICO E COMPUTACIONAL NO ENSINO MÉDIO**

**CORNÉLIO PROCÓPIO**

**2026**

**TEREZA CRISTINA FRAIZ GONÇALVES**

**O JOGO DA VIDA COMO FERRAMENTA PARA DESENVOLVIMENTO DO  
PENSAMENTO MATEMÁTICO E COMPUTACIONAL NO ENSINO MÉDIO**

**The Game of Life as a Tool for Developing Mathematical and Computational  
Thinking in High School**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.  
Orientador(a): Douglas Azevedo Sant'Anna.

Coorientador(a): Thiago Pinguelo de Andrade.

**CORNÉLIO PROCÓPIO**

**2026**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação**  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
**Campus Cornélio Procópio**



TEREZA CRISTINA FRAIZ GONCALVES

**O JOGO DA VIDA COMO FERRAMENTA PARA DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO E COMPUTACIONAL NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).  
Área de concentração: Matemática Na Educação Básica.

Data de aprovação: 02 de Fevereiro de 2026

Dr. Douglas Azevedo Sant Anna, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Tiago Henrique Dos Reis, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Wendhel Raffa Coimbra, Doutorado - Universidade Federal da Paraíba (Ufpb)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 02/02/2026.

Dedico este trabalho a minha mãe, In  
Memorian, pois sem ela este trabalho e muitos  
dos meus sonhos não se realizariam.

## **AGRADECIMENTOS**

- A Deus, pois Ele foi fundamental em cada etapa , guiando-me e inspirando-me a alcançar meus objetivos.
- Aos Professores Douglas e Thiago, pelos ensinamentos, orientação e coorientação, tendo ambos grande desprendimento em ajudar-me .
- Ao meu filho Luiz Otávio que sempre me incentivou na realização e conclusão deste trabalho.
- Ao meu marido, Carlos por sua paciência e cumplicidade, por segurar a minha mão e me manter firme em minha meta e me lembrar todos os dias que eu sou capaz.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

A matemática é o alfabeto com o qual Deus  
escreveu o universo.(Galileu Galilei)

## RESUMO

O Jogo da Vida, embora não se configure propriamente como um jogo, foi criado por John Conway em 1970 e constitui um dos exemplos mais conhecidos de autômato celular. Sua principal característica reside no fato de que, a partir de um conjunto de regras relativamente simples, os padrões gerados para uma dada configuração inicial, ao longo das iterações, podem conduzir a comportamentos variados e altamente complexos em uma grade bidimensional, na qual toda a dinâmica se desenvolve.

Motivados pelas possíveis aplicações do Jogo da Vida no desenvolvimento do pensamento matemático e computacional e na análise heurística de sistemas sensíveis a pequenas perturbações - aspectos que apresentam relevante impacto nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática -, neste trabalho realiza-se uma introdução ao Jogo da Vida, com a apresentação de alguns de seus padrões mais notáveis. O objetivo é subsidiar a formulação de uma proposta de sequência didática que envolva o uso do Jogo da Vida e das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDICs) como ferramentas pedagógicas no Ensino Médio.

Palavras-chave: jogo da vida de conway; pensamento computacional; sensibilidade a condições iniciais; ensino de matemática; aprendizagem ativa.

## **ABSTRACT**

The Game of Life, although not properly characterized as a game, was created by John Conway in 1970 and is one of the most well-known examples of a cellular automaton. Its main characteristic lies in the fact that, starting from a relatively simple set of rules, the patterns generated from a given initial configuration, through successive iterations, can lead to diverse and highly complex behaviors on a two-dimensional grid in which the entire dynamics unfold.

Motivated by the potential applications of the Game of Life in the development of mathematical and computational thinking and in the heuristic analysis of systems sensitive to small perturbations - aspects that have a significant impact on the teaching and learning processes of Mathematics - , this work presents an introduction to the Game of Life, highlighting some of its most notable patterns. The objective is to support the formulation of a didactic sequence proposal that incorporates the Game of Life and Digital Information and Communication Technologies (DICTs) as pedagogical tools in secondary education.

**Keywords:** conway's game of life; computational thinking; sensitivity to initial conditions; active learning.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Vizinhança de células mortas (quadrados brancos) de uma célula viva (quadrado preto).....	11
Figura 2 – Gerações 1, 2 e 3 da configuração inicial. ....	12
Figura 3 – A evolução de uma entrada formada por quatro células em linha. Após a segunda evolução, obtemos um padrão estático. ....	12
Figura 4 – Exemplos de vidas estáveis no Jogo da Vida.....	17
Figura 5 – Exemplos de osciladores <i>Blinker</i> com período 2 no Jogo da Vida.....	17
Figura 6 – Exemplo de <i>Toad</i> .....	18
Figura 7 – Exemplo do oscilador <i>Beacon</i> e suas duas fases possíveis. ....	18
Figura 8 – Exemplo de um oscilador " <i>Cis-block on cuphook</i> " de três fases. ....	18
Figura 9 – Exemplo do planador no Jogo da Vida.....	19
Figura 10 – Exemplo do planador no Jogo da Vida. ....	19
Figura 11 – Espaçonaves no Jogo da Vida. ....	20
Figura 12 – <i>Gosper Glider Gun</i> (Fase 1).....	20
Figura 13 – <i>Gosper Glider Gun</i> (Fase 120).....	21
Figura 14 – Padrão <i>Callahan</i> . ....	22
Figura 15 – Padrão linha $n = 4$ .....	26
Figura 16 – Para o padrão linha $n = 4$ , após 2 evoluções, obtemos o padrão estável <i>Beehive</i> . ....	26
Figura 17 – Padrão linha $n = 5$ .....	26
Figura 18 – Para o padrão linha $n = 5$ , após 6 gerações, obtemos o padrão periódico, com período 2. ....	27
Figura 19 – Para o padrão linha $n = 5$ , após 7 gerações, obtemos o padrão periódico, com período 2. ....	27
Figura 20 – Padrão linha $n = 7$ .....	27
Figura 21 – Para o padrão linha $n = 7$ , após 14 evoluções, obtemos o padrão estável <i>Honey Farm</i> . ....	28

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	11
2	O JOGO DA VIDA DE JOHN CONWAY .....	16
2.1	Formas de vida .....	16
2.2	Vidas que se movem.....	17
2.3	Velocidade .....	20
2.4	Vidas que crescem indefinidamente.....	21
3	O USO DO JOGO DA VIDA COMO UMA TDICS NO ESTUDO DE SISTEMAS DINÂMICOS E RECONHECIMENTO DE PADRÕES .....	23
3.1	TDICs .....	23
3.2	O Jogo da Vida e sistemas dinâmicos: Sensibilidade a condições iniciais	25
3.3	Identificação de padrões e pensamento computacional.....	28
4	UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS USANDO O JOGO DA VIDA	30
4.1	Sequências didáticas no ensino de Matemática e a BNCC.....	30
4.2	Estruturação da sequência didática aplicada em sala de aula: o Jogo da Vida objetivando o estímulo ao desenvolvimento do pensamento computacional .....	31
4.3	Relato da experiência da aplicação da proposta de sequência didática....	35
5	CONCLUSÃO .....	39
	REFERÊNCIAS.....	40
	APÊNDICE A – Produto Educacional: Sequência Didática - Jogo da Vida de Conway.....	43

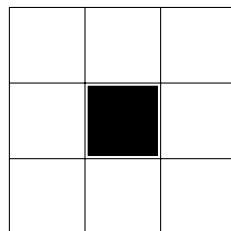
## 1 INTRODUÇÃO

Os autômatos celulares são modelos discretos de computação e foram introduzidos nos anos 1950 pelo matemático John von Neumann, numa tentativa de modelar processos naturais de autorreprodução. Buscava-se, na época a criação de uma máquina capaz de interagir consigo mesma e de se reproduzir a partir de comandos básicos. Aplicações envolvendo os autômatos celulares tem sido obtidas, por exemplo, na modelagem de epidemias (PEIXOTO; BARROS, 2004), sistemas presa-predador (VILCARROMERO; JAFELICE; BARROS, 2010), modelagem de queimadas (LOUZADA; FERREIRA, 2008), modelos para crescimento de tumores cancerígenos (MONTEAGUDO; SANTOS, 2015), entre outros.

O *Jogo da Vida* (JV) - que como veremos não é bem um jogo - , criado por John Conway em 1970, é um exemplo clássico, e o mais conhecido, de um autômato celular. A partir de regras simples sobre uma dada entrada, as iterações levam a comportamentos diversos e altamente complexos. O jogo consiste em uma grade de células que podem estar "vivas" (células pretas) ou "mortas" (células brancas), seguindo regras específicas de sobrevivência, morte e reprodução com base no número de vizinhos vivos.

As regras do jogo são simples e descrevem a evolução da grade, aplicadas a cada célula viva, considerando sua vizinhança, conforme descrito abaixo:

**Figura 1 – Vizinhança de células mortas (quadrados brancos) de uma célula viva (quadrado preto).**



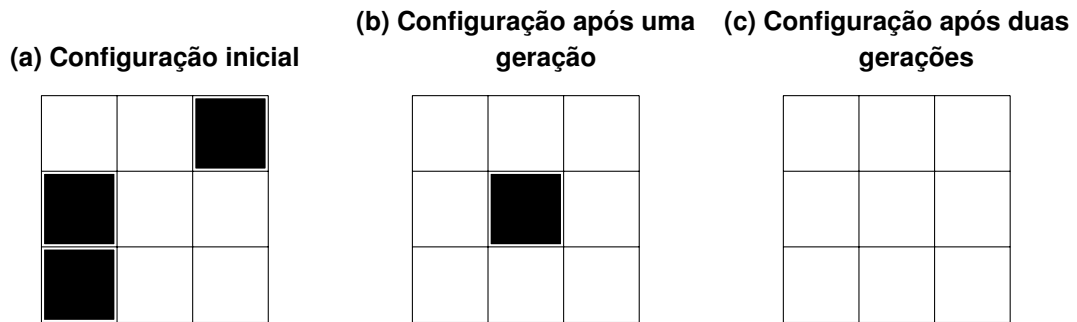
**Fonte: Gerado pelos autores usando o Tikzpicture.**

- **Nascimento:** uma célula que está morta no tempo  $t$  estará viva no tempo  $t + 1$  se exatamente 3 de seus oito vizinhos estiverem vivos no tempo  $t$ .
- **Morte:** uma célula pode morrer por:
  - Superpopulação: se uma célula está viva no tempo  $t$  e 4 ou mais de seus vizinhos também estão vivos no tempo  $t$ , a célula estará morta no tempo  $t + 1$ .
  - Exposição: se uma célula viva no tempo  $t$  tem apenas 1 vizinho vivo ou nenhum vizinho vivo, ela estará morta no tempo  $t + 1$ .
- **Sobrevivência:** uma célula sobrevive do tempo  $t$  ao tempo  $t + 1$  se e somente se 2 ou 3 de seus vizinhos estiverem vivos no tempo  $t$ .

Para exemplificar, vamos aplicar as regras a seguinte entrada dada na Figura 2. Importante ressaltar que devemos aplicar as regras a cada uma das células, seja viva (preta) ou

morta (branca), entendendo a vizinhança de cada célula conforme descrito na Figura 1. A partir

**Figura 2 – Gerações 1, 2 e 3 da configuração inicial.**

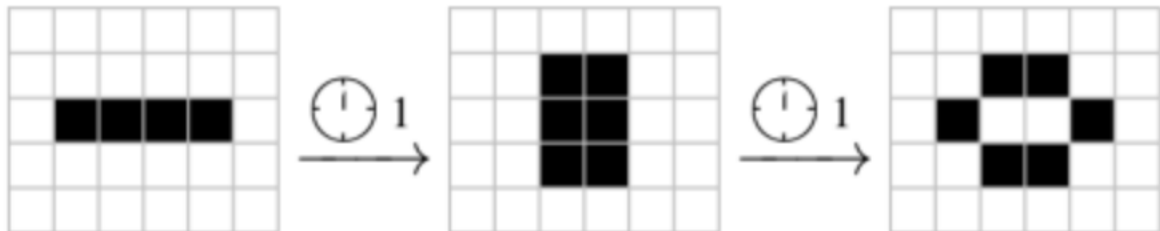


Fonte: Gerado pelos autores usando o Tikzpicture.

da configuração inicial, essas regras são aplicadas e o tabuleiro do jogo evolui, jogando por si mesmo.

Na Figura 4.3 vemos um outro exemplo. Ao aplicar as regras definidas e utilizar a noção de vizinhança apresentada na Figura 1, bem como as regras de nascimento, sobrevivência e morte para cada célula viva e morta, podemos observar a transformação do padrão ao longo do tempo.

**Figura 3 – A evolução de uma entrada formada por quatro células em linha. Após a segunda evolução, obtemos um padrão estático.**



Fonte: (JOHNSTON; GREENE, 2022).

Existem várias ferramentas disponíveis para se analisar a dinâmica do JV. Em particular, sugerimos o uso da disponível no site <https://conwaylife.com/> ou <https://playgameoflife.com/>. Sugerimos fortemente que a leitura desse trabalho seja acompanhada com uma dessas ferramentas indicadas acima.

Analisando os exemplos acima, fazendo alguns testes nos sites sugeridos ou olhando em mais detalhes o capítulo 2 e a seção 3.2, o leitor poderá constatar que no JV, a partir de um estado inicial e regras básicas, tem-se início a um sistema de evolução no tempo (sistema dinâmico), donde padrões complexos podem surgir. Este tipo de sistema tem similaridades com sistemas da vida real, como de reprodução celular, sistemas biológicos, teoria de jogos, mercado financeiro, entre outros. Para mais detalhes sobre aplicações de autômatos celulares sugerimos as referências (SARKAR, 2000), (WOLFRAM, 1986).

Na verdade, o JV constitui uma ferramenta heurística notável para a introdução de conceitos fundamentais da teoria dos sistemas dinâmicos e do caos, em especial, a sensibilidade às condições iniciais toma o centro da presente abordagem.

Embora se trate de um autômato celular discreto, suas propriedades reproduzem aspectos essenciais desses sistemas, como a evolução temporal determinística (uma mesma configuração inicial sempre produz a mesma trajetória evolutiva), a dependência sensível das condições iniciais e o surgimento de padrões complexos a partir de regras simples. Essas características o torna especialmente valioso no contexto educacional, por permitir a exploração intuitiva e fortemente visual de noções abstratas de dinâmica e imprevisibilidade sem recorrer a formalismos matemáticos avançados. Em resumo, entendemos que o JV pode ser visto como uma ferramenta didática apropriada para a exploração introdutória da evolução. Discutiremos em mais detalhes a relação do JV com os sistemas dinâmicos na seção 3.2.

Historicamente, os sistemas dinâmicos não tem sido um conteúdo presente no currículo da educação básica no Brasil, pois estudar o mesmo até então sempre envolveu conteúdos matemáticos avançados, como por exemplo equações e sistemas de equações diferenciais. Entretanto, com o apoio de computadores e softwares, sistemas dinâmicos podem se tornar um assunto mais acessível uma vez que a abordagem seja apropriada. Em particular, presente em parâmetros curriculares nacionais, conforme podemos constatar que BRASIL (2002) destaca o uso do computador:

“[...] Nesse contexto, as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais ao mesmo tempo que o aluno pode ter a oportunidade de se familiarizar com as máquinas e os softwares. Este tema estruturador permite o desenvolvimento de várias competências relativas à contextualização sócio-cultural, como a análise de situações reais presentes no mundo contemporâneo e a articulação de diferentes áreas do conhecimento. Contribui também para a compreensão e o uso de representações gráficas, identificação de regularidades, interpretação e uso de modelos matemáticos e conhecimento de formas específicas de raciocinar em Matemática. (BRASIL, 2002, p. 127)”.

Seguindo esta mesma linha alguns estudos tem explorado a inserção de conteúdos relacionados a sistemas dinâmicos e caos no Ensino Médio. Por exemplo, Mello (2021) aborda sistemas dinâmicos discretos e mapas logísticos, utilizando softwares como *GeoGebra*, *Maxima* e *Excel* em atividades escolares. De forma similar, Coelho (2010) propõem sequências de ensino de fractais e sistemas dinâmicos não lineares, mas tais abordagens frequentemente demandam formalizações matemáticas complexas, representando um desafio ao aprendizado do estudante médio.

Nesse contexto, o JV destaca-se como uma alternativa acessível e visualmente atraente para explorar conceitos fundamentais de sistemas dinâmicos discretos e comportamento caótico (sensibilidade à pequenas perturbações).

Em paralelo, o JV tem conexão direta com as noções de identificação de padrões e, a relação entre padrões e matemática por sua vez é amplamente documentada na literatura, sendo a identificação e a análise de padrões um indicador fundamental de competência matemática. Estudos como (BAUMANNNS *et al.*, 2024) analisaram estratégias de reconhecimento de

padrões em alunos do primeiro ano por meio de rastreamento ocular, identificando diferenças entre estudantes com e sem risco de dificuldades matemáticas.

Em (GIFFORD, 2019), destaca-se a importância do trabalho com padrões na Educação Matemática precoce, com atividades práticas que aprofundam a compreensão infantil. De forma complementar, (TEIXEIRA, 2020) apresenta uma revisão sobre a relevância dos padrões na Matemática escolar, enquanto (VALE *et al.*, 2011) destaca o papel da identificação de padrões no desenvolvimento da abstração e do pensamento algébrico, ressaltando a conexão entre generalização de padrões e o aprofundamento dessas habilidades. Já no âmbito do ensino médio, indicamos os trabalhos (NASCIMENTO, 2024) e (HACKBART; CAVALHEIRO; FOSS, 2024), e referências lá citadas, pois fazem uma leitura abrangente do tema e outros de interesse correlato.

Em âmbito internacional, o PISA (OECD, 2022) identifica o reconhecimento de padrões como uma competência-chave para o sucesso em matemática. No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) enfatiza a importância dos padrões no desenvolvimento do raciocínio lógico, destacando-os como habilidades essenciais para formular conjecturas e validar propriedades matemáticas por meio da observação, experimentação e uso de tecnologias:

“Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas” (BRASIL, 2017, p. 523).

Em resumo, considerando a possibilidade de usar o JV para introduzir os sistemas dinâmicos e abordar reconhecimento de padrões, temos como objetivo nessa dissertação explorar o JV e seu potencial pedagógico através de atividades em sala de aula. Pretendemos utilizar essa ferramenta como uma TDICs para introduzir a noção introdutória de sistemas dinâmicos (de maneira empírica e heurística), promover a compreensão e identificação de padrões e estimular a lógica matemática e o pensamento computacional.

Mais especificamente, pretendemos:

- Elaborar e propor uma sequência didática que utilize o *Jogo da Vida* e recursos computacionais para estimular o raciocínio lógico, a análise de padrões e o pensamento crítico;
- Integrar atividades visuais e iterativas do *Jogo da Vida* como recurso motivador para facilitar a aprendizagem de conceitos matemáticos e computacionais;
- Desenvolver estratégias avaliativas diagnósticas e métricas que permitam observar o progresso dos alunos na identificação de padrões e na compreensão de comportamentos dinâmicos discretos;

- Conectar a proposta pedagógica às diretrizes da BNCC, enfatizando o reconhecimento de regularidades e a construção de conhecimento significativo em Matemática.

Esperamos que nossa proposta de Sequência Didática desenvolva competências como o pensamento computacional, a análise e identificação de padrões, promovendo a autonomia intelectual e estimulando processos metacognitivos. Esperamos ainda que a atividade incentive a exploração ativa e a investigação, alinhando-se a metodologias ativas que destacam o protagonismo dos alunos e facilitam a compreensão intuitiva de conceitos relacionados a sistemas dinâmicos.

Por fim, considerando a escassez de trabalhos que abordem sistemas dinâmicos em contextos de ensino médio de forma visual e interativa, esperamos ter em mãos uma proposta didática estruturada que permita a exploração empírica e heurística desses conceitos. Gostaríamos de propiciar um produto educacional que permita aos alunos formular conjecturas, analisar comportamentos emergentes e reconhecer regularidades sem a necessidade de formalizações matemáticas avançadas, mas ainda assim desenvolvendo competências cognitivas de alto nível.

Organizaremos esta dissertação da seguinte maneira: No capítulo 2 apresentamos a fundamentação teórica sobre o JV. Discutiremos formas de vida, osciladores, vidas que se movem como “Gliders” e “Espaçonaves” e velocidades de padrões que se movem.

No capítulo 3 discutimos as TDICs, seus impactos e como o JV pode ser uma ferramenta de TDICs voltada a desenvolver habilidades de reconhecimento de padrão e pensamento computacional. Veremos também um pouco sobre como o JV se relaciona com os sistemas dinâmicos, com reconhecimento de padrões e pensamento computacional.

No capítulo 4 apresentamos uma revisão sobre sequências didáticas no ensino de Matemática e sua relação com a BNCC, destacando o papel de tecnologias digitais como ferramentas mediadoras, tendo o Jogo da Vida como instrumento pedagógico central. Apresentaremos também a estruturação da sequência didática aplicada em sala de aula e os resultados que obtivemos ao aplicá-la a uma turma do segundo ano do ensino médio (processo de ética número CAAE: 83944124.0.0000.5547).

Por fim, no capítulo 5, apresentamos nossas conclusões finais e perspectivas futuras.

## 2 O JOGO DA VIDA DE JOHN CONWAY

Neste capítulo fazemos uma introdução ao JV, apresentando alguns exemplos que ilustram os aspectos mais intrigantes. Exploraremos diferentes tipos de “formas de vida” que podem emergir desse sistema e analisaremos algumas de suas propriedades complexas. Em particular, discutimos a questão da decidibilidade do jogo, isto é, se é possível determinar, para uma dada configuração inicial, se a evolução do sistema permanecerá indefinidamente ativa.

### 2.1 Formas de vida

Na grade onde ocorre o JV, podemos selecionar livremente uma quantidade arbitrária de células vivas (representadas por quadrados pretos) como ponto de partida. A partir desse estado inicial, aplicamos as regras do jogo para determinar a evolução do sistema. As regras são aplicadas a todas as células, vivas (pretas) ou mortas (brancas). Esse processo desencadeia a dinâmica do jogo, que, a partir de uma determinada configuração inicial, pode levar à formação de padrões complexos e fascinantes.

Usando as regras simples deste jogo, podemos criar muitos tipos diferentes de “formas de vida”. Vamos explorar algumas delas a seguir.

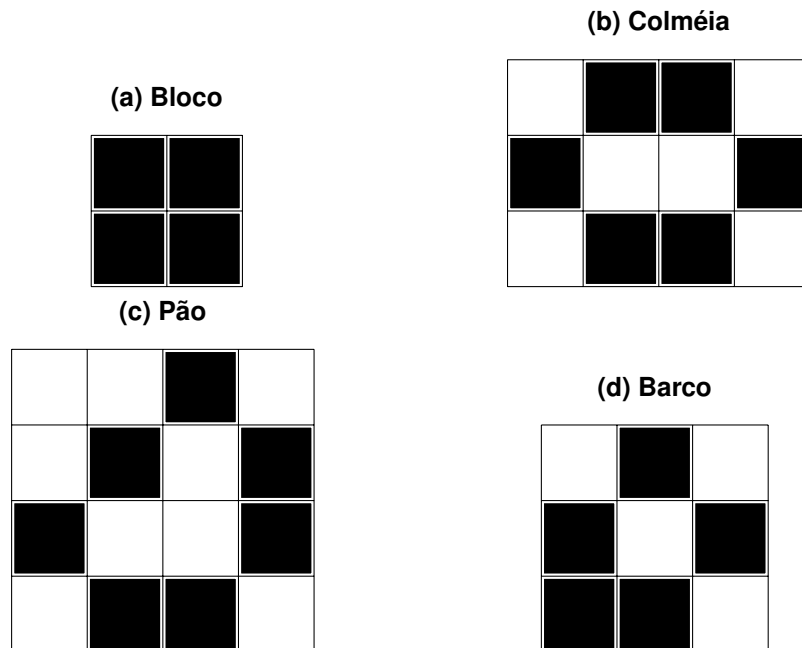
**Vida Estável:** Um padrão estável no contexto do Jogo da Vida é uma configuração de células que não muda de uma geração para a seguinte. Em outras palavras, uma vez que um padrão estável é atingido, ele permanece o mesmo indefinidamente, a menos que seja perturbado por células externas. Esses padrões são também conhecidos como “fixos” ou “*still lifes*”. Exemplos comuns de padrões estáveis incluem o bloco, o pão, o barco e a colméia (Figura 4).

Esses padrões são importantes porque representam configurações que, uma vez formadas, não evoluem mais, destacando a diversidade de comportamento possível no Jogo da Vida, desde padrões fixos até aqueles que oscilam ou se movem.

**Osciladores/ Formas periódicas:** Um oscilador é um padrão que retorna ao seu estado inicial após um número fixo de gerações. Esses padrões são classificados de acordo com seu período, que é o número de gerações necessárias para que o padrão se repita. Por exemplo, um oscilador de período 2, como o “*Blinker*”, o “*Toad*” ou o “*Beacon*”, alterna entre duas configurações a cada geração. Já um oscilador de período 3, como o “*Cis-block on cuphook*”, passa por três configurações diferentes antes de retornar à sua forma original.

A diversidade dos osciladores no Jogo da Vida é verdadeiramente impressionante (Veja (Conway Life Wiki, 2025c)). Existem centenas de milhares de padrões conhecidos, cada um com suas próprias características e comportamentos únicos. Alguns osciladores são simples e pequenos, consistindo de apenas algumas células, enquanto outros são grandes e complexos, abrangendo grandes áreas da grade e envolvendo iterações intrincadas entre células.

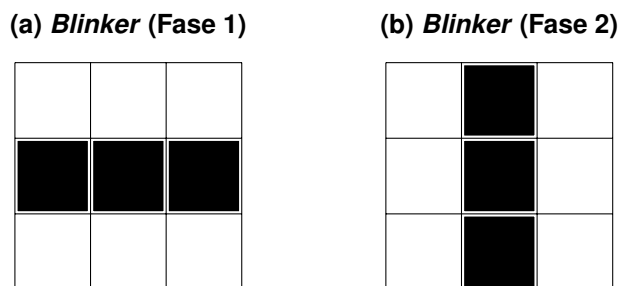
Figura 4 – Exemplos de vidas estáveis no Jogo da Vida



Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

Recentemente, em um pré-print, (BROWN *et al.*, 2023) foi anunciada a descoberta que o Jogo da Vida é "omniperiódico", ou seja, para qualquer número inteiro positivo, existe um padrão que se repete após esse número de passos.

Figura 5 – Exemplos de osciladores *Blinker* com período 2 no Jogo da Vida

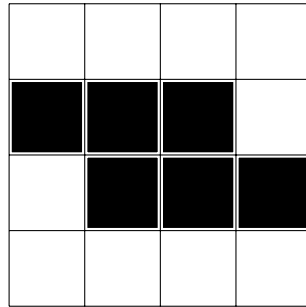
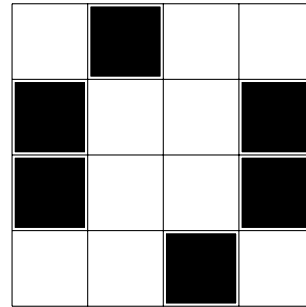


Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

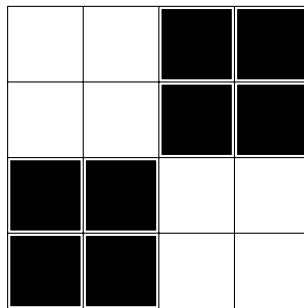
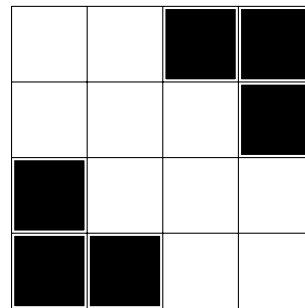
A seguir, apresentamos um oscilador de período 3 um padrão que alterna entre as três configurações indicadas na Figura 8. Veja mais exemplos em <https://conwaylife.com/wiki/>.

## 2.2 Vidas que se movem

No JV, não são apenas os padrões estáticos que fascinam, mas também aqueles que exibem movimento dinâmico através das gerações. Esses padrões em movimento são um reflexo da complexidade emergente das simples regras do jogo, onde células vivas interagem de maneiras que resultam em deslocamentos, oscilações e até mesmo na criação de "espaçona-

Figura 6 – Exemplo de *Toad*(a) *Toad* (Fase 1)(b) *Toad* (Fase 2)

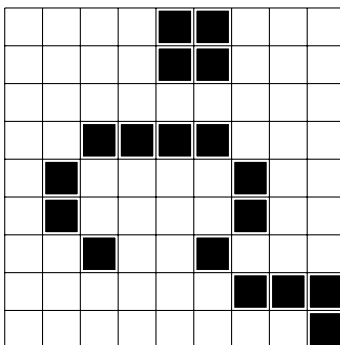
Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

Figura 7 – Exemplo do oscilador *Beacon* e suas duas fases possíveis.(a) *Beacon* (Fase 1)(b) *Beacon* (Fase 2)

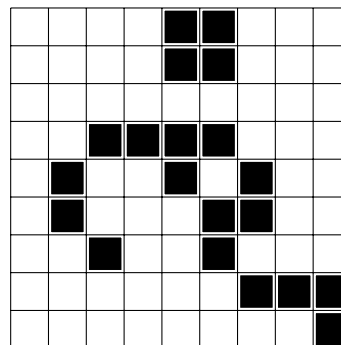
Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

Figura 8 – Exemplo de um oscilador "*Cis-block on cuphook*" de três fases.

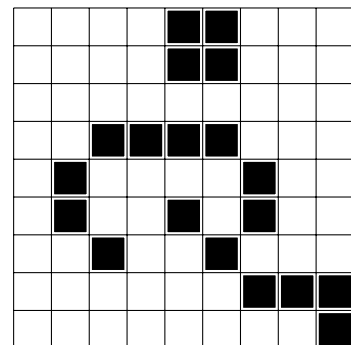
(a) Fase 1



(b) Fase 2



(c) Fase 3

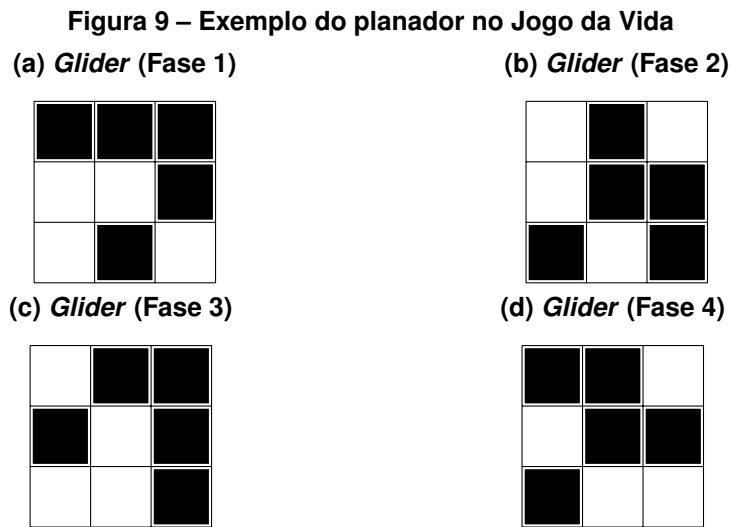


Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

ves" que percorrem a grade celular. Explorar esses padrões não só desafia nossa compreensão intuitiva de sistemas dinâmicos, mas também revela a riqueza de comportamentos que podem surgir de iterações simples entre células vivas e mortas. Nesta seção, examinaremos alguns dos padrões mais notáveis que demonstram movimento no Jogo da Vida, destacando sua importância e fascínio matemático e computacional.

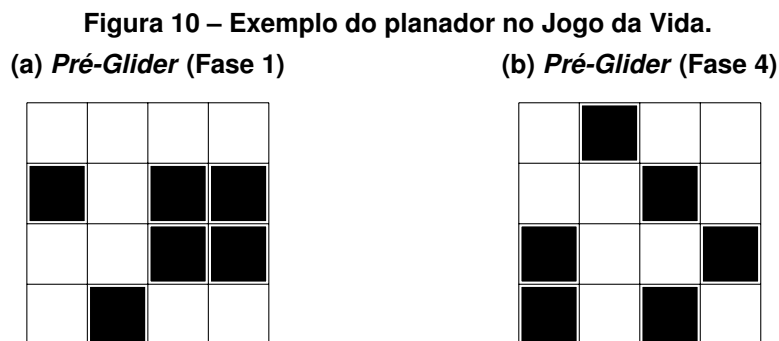
**Glider:** Um *Glider* é um padrão simples de 5 células que se repete a cada 4 gerações, mas é deslocado diagonalmente por uma célula. É a menor e mais comum "nave espacial".

O *Glider* é extremamente importante em diversas aplicações do Jogo da Vida. Diz-se que o planador viaja com velocidade  $c/4$ .



Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

Em particular, através de nossas investigações e experimentações obtivemos "*pré-Gliders*". Em particular, padrões que antecede, os *Gliders* (fase 1 e fase 4) como indicado na figura acima. Tais padrões são mostrados na Figura 10.



Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

### ***Spaceships***

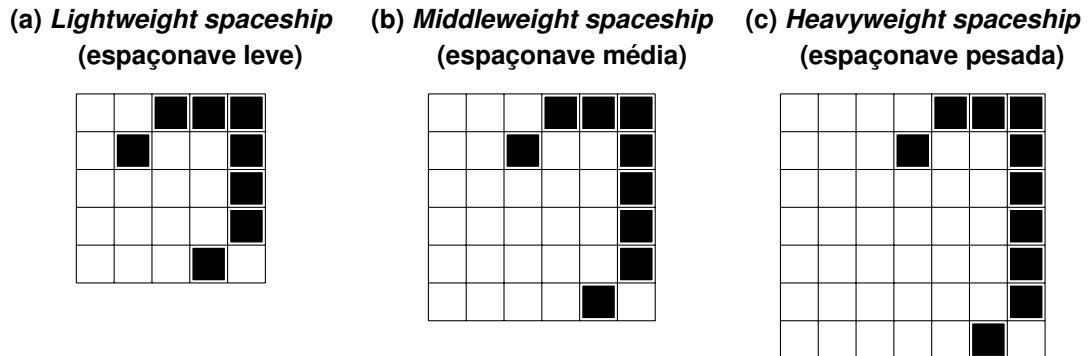
No Jogo da Vida, temos as *Spaceships*, ou seja, objetos que "flutuam" pela grade com determinada velocidade. Como exemplo, temos as seguintes.

#### **Disparadores (*Guns*)**

Os disparadores, ou *guns*, são padrões do Jogo da Vida capazes de produzir repetidamente outros padrões móveis, como os *gliders*. Enquanto os osciladores retornam sempre à mesma forma após certo número de gerações, os *guns* mantêm uma estrutura estável que, a cada ciclo, "dispara" novos objetos em movimento pelo tabuleiro.

Além de seu interesse computacional e matemático, os *guns* também apresentam grande atratividade visual, o que desperta a curiosidade e o engajamento dos estudantes. A observação desses padrões em ação costuma causar fascínio, pois permite perceber como regras simples podem gerar comportamentos complexos e contínuos.

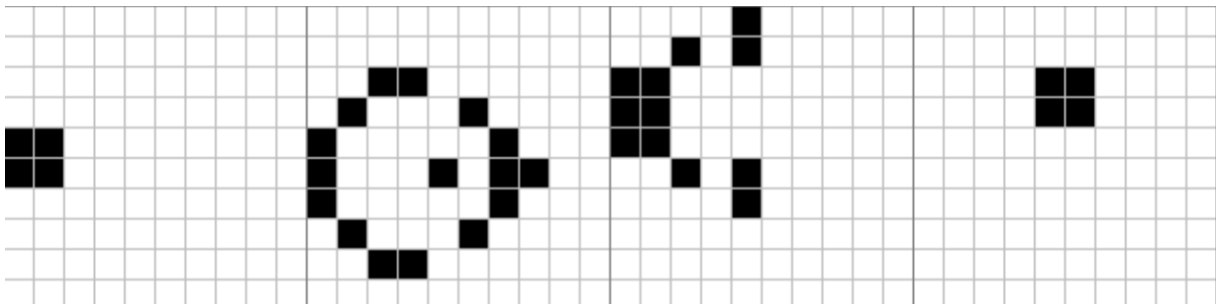
Figura 11 – Espaçonaves no Jogo da Vida.



Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

Esses padrões ajudam a compreender ideias importantes da Matemática e da Computação, como regularidade, periodicidade, propagação e reprodução de estruturas, conceitos relacionados ao estudo de sistemas dinâmicos. Assim, ao explorar os disparadores, professores e alunos podem associar a beleza visual do Jogo da Vida ao raciocínio lógico e à modelagem de fenômenos dinâmicos, estimulando a análise, a experimentação e a reflexão crítica em sala de aula.

Figura 12 – *Gosper Glider Gun* (Fase 1)



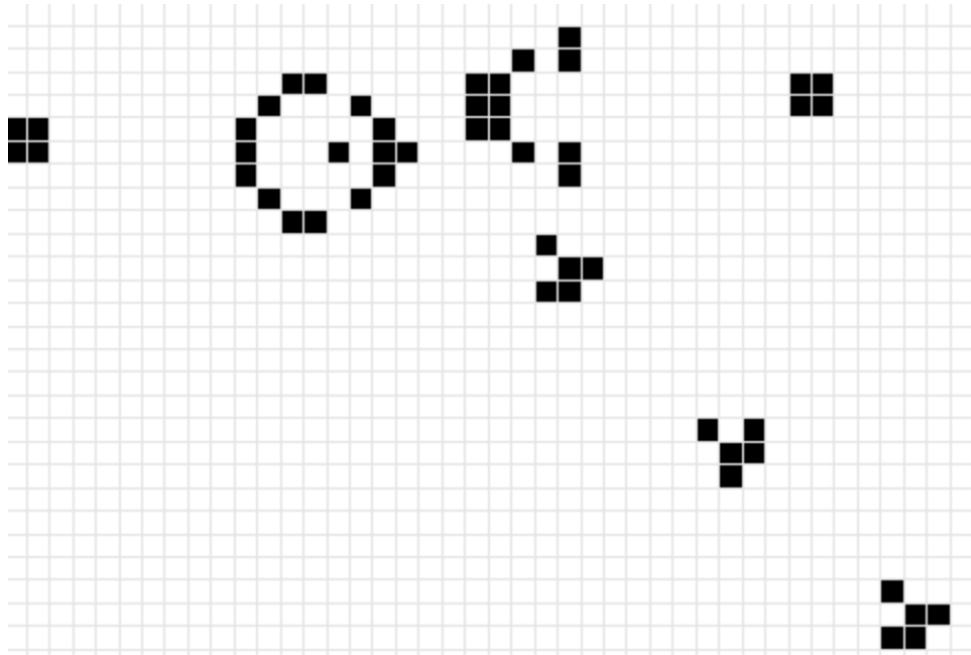
Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

### 2.3 Velocidade

No Jogo da Vida, podemos definir a "velocidade da luz" ( $c$ , assim como na física) como a velocidade máxima alcançável por qualquer objeto em movimento, uma taxa de propagação de um passo (horizontalmente, verticalmente ou diagonalmente) por geração. Esta é tanto a taxa máxima na qual a informação pode viajar quanto o limite superior da velocidade de qualquer padrão. Podemos encontrar a velocidade de dois padrões que já vimos: o "*Glider*" e a espaçonave leve. O "*Glider*" leva 4 gerações para mover-se uma célula na diagonal, tendo uma velocidade de  $c/4$ . A espaçonave leve move-se uma célula ortogonalmente a cada duas gerações, com uma velocidade de  $c/2$ .

Embora a velocidade da luz seja definida como uma célula por geração, a velocidade máxima alcançável por qualquer objeto em movimento no JV é  $c/4$  na diagonal ou  $c/2$  ortogonalmente. Nenhuma espaçonave pode se mover mais rápido do que o "*Glider*" ou a espaçonave

Figura 13 – *Gosper Glider Gun* (Fase 120)



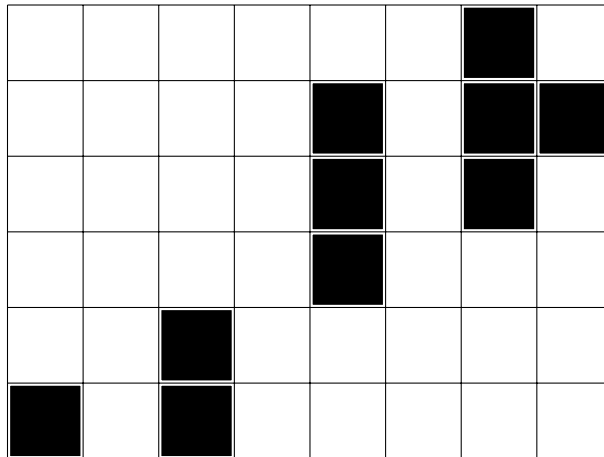
Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

leve. Tais resultados foram provados pelo próprio Conway logo após a criação do Jogo da Vida. Veja (JOHNSTON; GREENE, 2022) para mais informações.

## 2.4 Vidas que crescem indefinidamente

Não é imediatamente óbvio se um padrão inicial do Jogo da Vida pode crescer indefinidamente ou se algum padrão pode fazer isso. Conway ofereceu um prêmio de \$ 50,00 para quem conseguisse resolver essa questão. Em 1970, um grupo do MIT liderado por R.W. Gosper ganhou o prêmio ao encontrar a "*Glider gun*" que emite um novo "*Glider*" a cada 30 gerações, as veja Figuras 12 e 13 . Como os "*Gliders*" não são destruídos e a arma produz um novo "*Glider*" a cada 30 gerações indefinidamente, o padrão cresce para sempre, provando que podem existir padrões iniciais no Jogo da Vida que crescem infinitamente. (SILVER, Retrieved March 4, 2019) Existem diversos outros padrões que crescem indefinidamente, em particular, o menor padrão que cresce indefinidamente (Conway Life Wiki, 2025a) foi obtido por Paul Callahan e tem 10 células vivas. Veja Figura (14).

Figura 14 – Padrão *Callahan*.



Fonte: Gerado pelos autores usando o *Tikzpicture*.

### **3 O USO DO JOGO DA VIDA COMO UMA TDICS NO ESTUDO DE SISTEMAS DINÂMICOS E RECONHECIMENTO DE PADRÕES**

Neste capítulo discutiremos do ponto de vista pedagógico o uso do JV como uma TDICs (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.) para introduzir conceitos de sistemas dinâmicos, reconhecimento de padrões, raciocínio lógico e pensamento computacional.

#### **3.1 TDICs**

A Matemática, enquanto componente curricular, é frequentemente associada a alta complexidade e reduzida atratividade, gerando, em muitos estudantes, desmotivação e dificuldades de aprendizagem, sobretudo em conteúdos que envolvem raciocínio lógico e processos algorítmicos. Por isso, torna-se essencial que o docente adote metodologias ativas e estratégias didático-pedagógicas inovadoras, incorporando recursos tecnológicos que dialoguem com a cultura digital e promovam aprendizagem significativa.

O uso de TDICs no ensino de Matemática potencializa a mediação do conhecimento e estimula a contextualização e a construção colaborativa do saber. Como salientam Oliveira e Lavor (2025) e referências lá indicadas, a gamificação pode ser entendida como o uso de elementos e estruturas típicas dos jogos, como técnicas de design e regras, aplicados como estratégias de aprendizagem. No contexto educacional, essa abordagem favorece a interação, a motivação e a participação ativa dos estudantes, podendo ser implementada por meio de jogos virtuais ou não, a partir da criação de cenários, desafios e problemas pedagógicos. Em particular, Carneiro (2020, p.66) aponta que, inclusive, a gamificação de instrumentos de avaliação, potencializa novas formas de avaliar e contribui com engajamento e motivação, e permite criar um espaço onde o processo avaliativo seja voltado para mensurar e diagnosticar a aprendizagem de forma contínua e com feedbacks rápidos de acertos e erros para elaborar as intervenções e ajustes de estratégias.

Portanto, no presente contexto deste trabalho, a gamificação e o uso de ambientes interativos configuram abordagens eficazes para estimular o engajamento discente, transformando conceitos abstratos em experiências concretas. Ao integrar práticas pedagógicas baseadas em experimentação, simulação e resolução de problemas, favorece-se o desenvolvimento de habilidades de pensamento computacional, análise sistêmica e modelagem matemática, ampliando a compreensão dos fenômenos dinâmicos e de suas inter-relações.

As TDICs aplicadas em atividades estruturadas possibilita, ainda, a construção colaborativa do saber e o engajamento dos estudantes, alinhando-se às práticas recomendadas para o ensino de Matemática e à preparação para desafios contemporâneos, nos quais habilidades de análise e interpretação de dados são cada vez mais valorizadas. Nessa direção, sugerimos as referências (SILVA; RICHETTO; FERREIRA, 2025) e (ARAÚJO; ALMEIDA; MOURA, 2024) que abordam a temática de oportunidades formativas que articulam saberes teóricos, metodologias participativas e recursos tecnológicos.

As TDICs também ampliam o repertório pedagógico, mobilizando recursos diversos que enriquecem a atuação docente. Nas últimas décadas, a educação incorporou progressivamente internet e dispositivos móveis, bem como computadores, projetores multimídia, lousas digitais, mesas digitalizadoras e softwares educativos. O uso dessas tecnologias permite aulas mais dinâmicas, interativas e colaborativas, nas quais professores e estudantes constroem conjuntamente o conhecimento matemático. Nessa direção, (SCHUARTZ; SARMENTO, 2020) e referências lá indicadas, apontam reflexões sobre o impacto que as inovações tecnológicas trazem à vida social, profissional e acadêmica, especialmente no que tange à formação de professores frente às TDIC. Os autores entendem que os professores se encontram passivos frente a tais mudanças e à incorporação de artefatos tecnológicos em sala de aula. Imputam tal comportamento à ausência de um fomento que os instigue a tal apropriação durante a sua formação, e à falta de um suporte técnico e pedagógico nos espaços educacionais. Mas há, também, outro fator nesta questão: o próprio interesse por parte do professor. E esse, como agente mediador no processo de formação de um cidadão apto para atuar nessa sociedade de constantes inovações, tem como desafios incorporar as ferramentas tecnológicas no processo de ensino e aprendizagem, buscando formação continuada, bem como mecanismos de troca e parcerias quanto à utilização destas.

Nesse cenário, o docente desempenha papel central, devendo mediar a aprendizagem e adaptar-se às exigências tecnológicas de forma intencional e reflexiva. Cabe ainda à instituição escolar fornecer condições materiais e formativas para uso efetivo desses recursos.

Tais demandas dialogam com a política curricular do Ensino Médio, especialmente após a Lei nº 14.945/2024 (BRASIL, 2024) e a Resolução CNE/CEB nº 2/2024 (BRASIL. Conselho Nacional de Educação, 2024). Em particular, de acordo com a Resolução CNE/CEB nº 2, de 13 de novembro de 2024, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM),

Na estruturação de suas propostas curriculares, os sistemas de ensino deverão assegurar os direitos de aprendizagem por meio da progressão adequada das competências e habilidades das diferentes áreas do conhecimento e garantir que sejam observadas: I – a adoção de metodologias de ensino e tecnologias pedagógicas promotoras do protagonismo e o papel ativo dos educandos no processo de ensino e aprendizagem; II – a mobilização, orientação e apoio aos estudantes nos processos de reflexão individual e compartilhada a respeito da estruturação permanente e dinâmica de seus Projetos de Vida, socialmente referenciados e orientados para a construção e consolidação de sua autonomia e de sua emancipação; III – o tratamento interdisciplinar, mediante composição e articulação de conteúdos das diferentes áreas do conhecimento, dos temas relativos à cultura, às linguagens e à cidadania digital, ao pensamento computacional e aos processos de inovação econômica e sociocultural mediados pelas tecnologias da informação e comunicação.

(BRASIL. Conselho Nacional de Educação, 2024)

Nesse contexto, o JV configura-se como uma ferramenta adequada, pois combina regras simples e apelo visual, permitindo aos alunos explorar conceitos complexos de maneira intuitiva. Além disso, favorece a experimentação e o desenvolvimento do pensamento matemático, algorítmico e computacional, estimulando a análise de padrões e a elaboração de estratégias para a resolução de problemas, promovendo tais capacidades de forma integrada. Dessa forma, incentiva-se a observação, a formulação de hipóteses e o raciocínio lógico.

Assim, a integração entre TDICs e Ensino de Matemática, exemplificada pelo JV, possibilita alinhar práticas pedagógicas às exigências da sociedade contemporânea, estimulando o pensamento abstrato, criativo e computacional dos estudantes.

### 3.2 O Jogo da Vida e sistemas dinâmicos: Sensibilidade a condições iniciais

A relação entre sistemas dinâmicos e caos constitui um tema central na Matemática contemporânea, pois permite compreender como pequenas variações nas condições iniciais podem conduzir a comportamentos profundamente distintos e, em certos casos, a caos. Em simples termos, em Matemática, caos refere-se ao comportamento de certos sistemas determinísticos que, apesar de serem regidos por leis bem definidas, apresentam evolução altamente sensível às condições iniciais, de modo que pequenas variações no estado inicial produzem diferenças significativas nos estados futuros do sistema.

O JV ilustra tais princípios ao evidenciar a transição entre estados organizados e comportamentos caóticos, apesar de se ter previsibilidade dos sistemas.

De modo geral, sistemas dinâmicos são modelos matemáticos que descrevem a evolução de um estado ao longo do tempo a partir de uma regra bem definida. Nos sistemas discretos, essa evolução é descrita por uma função de recorrência da forma

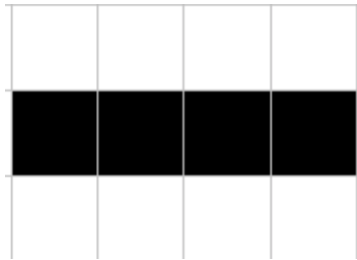
$$x_{t+1} = f(x_t),$$

em que  $x_t$  representa o estado do sistema no instante  $t$  e  $f$  é a função que determina a transição para o próximo estado (BACCIOTTI, 2022). Dependendo das características dessa função e das condições iniciais, os sistemas podem apresentar comportamentos previsíveis, periódicos ou caóticos. O caos, nesse contexto, manifesta-se pela sensibilidade extrema às condições iniciais, pela imprevisibilidade a longo prazo e pela emergência de estruturas complexas a partir de regras determinísticas (STROGATZ, 2015, p.2).

No JV tais propriedades são observadas de forma intuitiva e visual. Pequenas variações na configuração inicial, como a ativação ou desativação de uma única célula, podem gerar trajetórias evolutivas completamente distintas, variando desde a extinção imediata até a formação de padrões estáveis, osciladores periódicos ou estruturas expansivas. Embora o jogo não se enquadre estritamente na definição formal de um sistema caótico contínuo, ele compartilha com esses sistemas características fundamentais como, em especial, a sensibilidade às condições iniciais. Essas dinâmicas podem ser observadas experimentalmente por meio

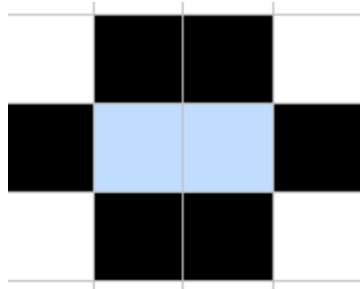
da análise de configurações iniciais simples. Por exemplo, ao considerar segmentos lineares compostos por  $n$  células vivas consecutivas, verifica-se que pequenas variações em  $n$  produzem resultados profundamente diferentes: configurações pequenas tendem à extinção imediata ( $n = 1, 2, 6, 14, 15, 18, 19$ ), enquanto outras originam estruturas estáveis ou oscilatórias, como o *Blinker* ( $n = 3$ ), o *Beehive* ( $n = 4$ ), veja Figura 16.

**Figura 15 – Padrão linha  $n = 4$ .**



Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

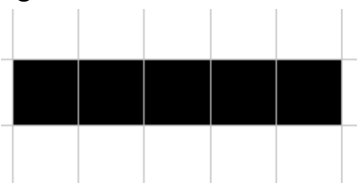
**Figura 16 – Para o padrão linha  $n = 4$ , após 2 evoluções, obtemos o padrão estável *Beehive*.**



Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

Para uma “pequena” perturbação no  $n = 4$ , ou seja,  $n = 5$ , obtém-se uma evolução totalmente distinta. Veja as Figuras 17, 18 e 19 a seguir.

**Figura 17 – Padrão linha  $n = 5$ .**



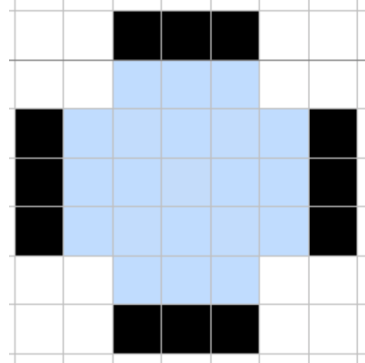
Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

Já o caso  $n = 7$  forma uma configuração temporariamente simétrica antes de evoluir para uma *Honey Farm*, composta por quatro *Beehives* dispostos simetricamente. Veja Figura 21.

O caso  $n = 10$  resulta em um *Pentadecathlon*, um oscilador com período 15, enquanto  $n = 16$  e  $n = 17$  estabilizam-se em quatro blocos.

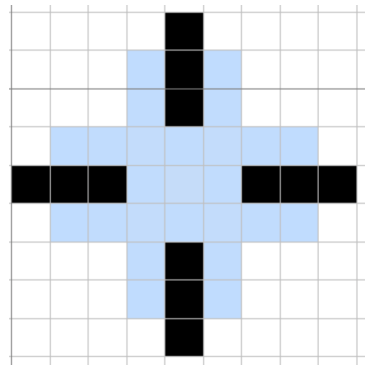
Esses padrões ilustram de maneira muito interessante e particular como “pequenas” variações na configuração inicial podem resultar em dinâmicas drasticamente diferentes, desde

**Figura 18 – Para o padrão linha  $n = 5$ , após 6 gerações, obtemos o padrão periódico, com período 2.**



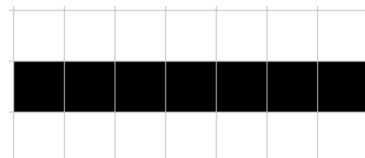
Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

**Figura 19 – Para o padrão linha  $n = 5$ , após 7 gerações, obtemos o padrão periódico, com período 2.**



Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

**Figura 20 – Padrão linha  $n = 7$ .**



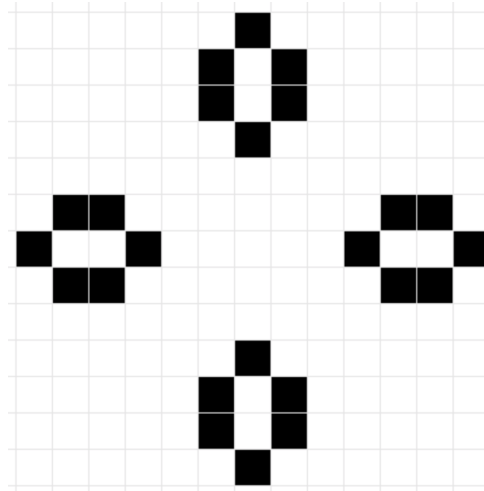
Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

extinções rápidas até a formação de estruturas estáveis e complexas, ressaltando o caráter imprevisível e emergente do JV.

Do ponto de vista pedagógico, o JV constitui um ambiente privilegiado para a aprendizagem exploratória de conceitos de sistemas dinâmicos, estabilidade e caos. Através da experimentação e da observação direta, estudantes podem compreender como pequenas perturbações em sistemas determinísticos conduzem a comportamentos imprevisíveis, estabelecendo conexões entre modelos matemáticos e fenômenos naturais complexos.

A diversidade e a complexidade dos padrões observados evidenciam a riqueza do JV como um modelo simplificado, porém profundo, de sistemas dinâmicos. Para uma exploração mais detalhada desses e de outros tipos de padrões, recomenda-se a consulta ao *Conway's Game of Life Wiki* (Conway Life Wiki, 2025b), uma plataforma mantida por entusiastas e pesquisadores dedicada ao estudo e à catalogação de fenômenos relacionados ao Jogo da Vida.

**Figura 21 – Para o padrão linha  $n = 7$ , após 14 evoluções, obtemos o padrão estável *Honey Farm*.**



Fonte: Gerado pelos autores em <https://conwaylife.com/>.

Essas características tornam o JV uma ferramenta valiosa para a introdução e investigação de conceitos de complexidade em sistemas dinâmicos. Além disso, na perspectiva que vai da modelagem de porções da realidade até a ousada conjectura filosófica de alguns cientistas, o Jogo da Vida (e, de maneira geral, Autômatos Celulares) pode ser compreendido como um modelo computacional que representa aspectos da realidade, aproximando-se da ideia segundo a qual o próprio mundo físico pode ser entendido, em nível fundamental, como um autômato discreto e digital. (BERTO; TAGLIABUE, 2023).

### 3.3 Identificação de padrões e pensamento computacional

Da perspectiva do identificação de padrões e do pensamento computacional, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em seu complemento específico para Computação, estabelece que tais processos constituem elementos estruturantes para o desenvolvimento das competências gerais da educação básica. O Parecer CNE/CEB nº 2/2022 define o pensamento computacional como a capacidade de “compreender, analisar, modelar e resolver problemas por meio da criação e adaptação de algoritmos”, enfatizando pilares como decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e elaboração de procedimentos (BRASIL, 2022, p.12). De forma complementar, materiais orientadores do próprio Ministério da Educação destacam que a identificação de regularidades, sequências e estruturas recorrentes constitui habilidade essencial no processo de formação do estudante (BRASIL, 2020). Nesse sentido, temos um ambiente particularmente fecundo para o desenvolvimento dessas competências, oferecendo situações investigativas que permitem tanto abordagens introdutórias quanto aprofundamentos conceituais. Como sistema dinâmico baseado em regras simples, o jogo possibilita que os estudantes explorem e analisem comportamentos emergentes, formulem hipóteses, testem previsões, observem regularidades e construam generalizações, práticas diretamente alinhadas ao pensamento computacional preconizado pela BNCC.

Padrões clássicos do JV ilustram esse potencial pedagógico. O *glider*, por exemplo, permite observar trajetórias regulares, deslocamentos espaciais recorrentes e periodicidade. Estruturas como os *eaters*, que “consomem” gliders de maneira previsível, favorecem a análise de padrões e o estudo de estabilidade. Osciladores como o *blinker* e o *toad* possibilitam examinar ciclos e periodicidade, enquanto padrões estáveis, como blocos e colmeias, promovem discussões sobre invariância. Padrões de maior complexidade, como os *guns* ampliam a investigação para temas como propagação e produção contínua de informação no sistema.

Assim, o JV pode ser entendido como um laboratório conceitual para o desenvolvimento de competências previstas na BNCC, permitindo a articulação entre observação de padrões, formulação de abstrações, construção de algoritmos e modelagem de comportamentos complexos a partir de regras simples, conforme as orientações presentes nos documentos oficiais do Ministério da Educação.

## 4 UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS USANDO O JOGO DA VIDA

Neste capítulo abordaremos o uso de sequências de didáticas no ensino de matemática e apresentaremos uma proposta de sequência didática envolvendo o jogo da vida para introduzir a estudantes do ensino médio conceitos de sistemas dinâmicos e pensamento computacional.

### 4.1 Sequências didáticas no ensino de Matemática e a BNCC

Segundo (PERETTI; COSTA, 2013, p. 6), a sequência didática é um conjunto de atividades ligadas entre si, planejadas para ensinar um conteúdo, etapa por etapa, organizadas de acordo com os objetivos que o professor quer alcançar para aprendizagem de seus alunos e envolvendo atividades de avaliação que pode levar dias, semanas ou durante o ano. É uma maneira de encaixar os conteúdos a um tema e por sua vez a outro tornando o conhecimento lógico ao trabalho pedagógico desenvolvido. Em (CARDOSO; COSTA; MORAES, 2018, p. 8), fundamentado pelo teórico Antoni Zabala, e outras referências lá indicadas, é apontado que sequência didática é um conjunto de assuntos relacionados entre si, em que o professor organiza e se planeja com base em certo material didático buscando, construir questões e trabalhar problemáticas das interações em aula.

Nesse contexto entendemos que a sequência didática é uma abordagem pedagógica fundamental no campo da Educação e, em particular no Ensino de Matemática, pois representa um conjunto estruturado de atividades planejadas, interligadas e desenvolvidas de forma sequencial. Seu principal propósito é proporcionar aos professores uma metodologia sólida para ensinar conteúdos de maneira eficaz, dividindo o processo de aprendizagem em etapas bem definidas.

A BNCC (BRASIL, 2018), para o Ensino Médio, indica entre as competências específicas e suas tecnologias:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando recursos e estratégias como observação de padrões, experimentações e tecnologias digitais, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 532)

A sequência didática proposta neste trabalho utiliza o JV como ferramenta mediadora para introdução intuitiva de conceitos relacionados a observação e identificação de padrões, sistemas dinâmicos e sensibilidade a condições iniciais, favorecendo visualização de propriedades emergentes e compreensão heurística. Em particular, sendo o um dos focos principais desse trabalho, o JV permite explorar iterativamente temas como sensibilidade às condições iniciais, evolução temporal e formação de padrões. Essa perspectiva está diretamente alinhado com "identificação de padrões", que é item comum em diferentes habilidades apontadas na BNCC (BRASIL, 2018). Em especial, as habilidades no escopo da EM13MAT505: Resolver pro-

blemas sobre ladrilhamentos do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados, generalizando padrões observados.

#### **4.2 Estruturação da sequência didática aplicada em sala de aula: o Jogo da Vida objetivando o estímulo ao desenvolvimento do pensamento computacional**

Discutimos aqui as diretrizes gerais que fundamentaram a estrutura da proposta de sequência didática aplicada em sala de aula.

A sequência didática que propomos visa trabalhar o tema “ O Jogo da Vida de John Conway e Reconhecimento de Padrões” em 12 aulas (aproximadamente 9 horas de trabalho) com o 2º ano do Ensino Médio, alinhada às habilidades da BNCC relacionadas ao pensamento computacional, algoritmos e reconhecimento de padrões.

A sequência segue os princípios metodológicos de Cardoso (CARDOSO, 2024, p. 15), contemplando tema, objetivos, metodologia, recursos e avaliação. A identificação de conhecimentos prévios dos estudantes, recomendada por Cardoso, Costa e Moraes (CARDOSO; COSTA; MORAES, 2018), foi incorporada como etapa inicial.

Nossa abordagem central é a Exploração Híbrida e Guiada, que combina atividades manuais (desplugadas) com o uso de recursos digitais, garantindo a resiliência do plano de aula diante da instabilidade da conexão de internet.

A sequência é organizada em três blocos temáticos, cada um com foco em um aspecto progressivo do aprendizado:

- **Bloco 1 - Fundamentos e Simulação Manual**

Foco Principal: Compreensão das regras do Jogo da Vida e identificação de padrões básicos (still lifes e osciladores) por meio de simulação em papel quadriculado.

Habilidades BNCC: Compreensão de algoritmos (regras) e identificação de padrões, em particular focando na habilidade EM13MAT507: Identificar e associar sequências numéricas (PA) a funções afins de domínios discretos para análise de propriedades, incluindo dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

- **Bloco 2 - Exploração Digital e Padrões Complexos**

Foco Principal: Transição para o uso de simuladores digitais (offline) para explorar padrões móveis (spaceships) e resolver desafios de criação de configurações iniciais.

Habilidades BNCC: Uso de diferentes registros de representação (análogo para digital) e pensamento computacional.

- **Bloco 3 - Socialização, Avaliação e Conexões**

Foco Principal: Apresentação dos mini-projetos de investigação, avaliação individual dos conceitos aprendidos e discussão sobre as conexões do Jogo da Vida com outras áreas do conhecimento.

Habilidade BNCC: Comunicação, argumentação e consolidação do aprendizado.

Os objetivos gerais da sequência didática são:

- Desenvolver o raciocínio lógico, investigativo e preditivo dos estudantes;
- Promover a compreensão de padrões e regularidades, identificando e associando sequências às suas leis de formação;
- Desenvolver o pensamento algorítmico e a lógica de programação.

Os conceitos abordados incluem:

- Sensibilidade às condições iniciais;
- Formação e evolução de padrões;
- Interpretação de sistemas com regras simples e comportamentos complexos.

Estes elementos estão alinhados à BNCC, que enfatiza o reconhecimento de padrões como eixo estruturante da Matemática escolar.

Os blocos temáticos acima serão desenvolvidos através de atividades envolvendo o JV, conforme apresentamos abaixo.

### 1. Introdução ao Jogo da Vida:

- **Objetivo:** Familiarizar os alunos com as regras básicas e a dinâmica do Jogo da Vida.
- **Atividades:**
  - Apresentação teórica sobre o Jogo da Vida.
  - Demonstração de padrões simples (blocos, piscadores, gliders) utilizando simuladores online, como <https://conwaylife.com/>.

### 2. Exploração Inicial:

- **Objetivo:** Permitir que os alunos experimentem diferentes configurações iniciais.
- **Atividades:**
  - Divisão dos alunos em pequenos grupos.

- Realização das primeiras gerações de alguns padrões mais conhecidos, em malha quadriculada.
- Utilização de simuladores para explorar e documentar o comportamento das células ao longo de várias gerações.
- Discussão em grupo sobre as observações feitas.

### 3. Identificação de Padrões:

- **Objetivo:** Classificar e compreender os diferentes tipos de padrões.
- **Atividades:**
  - Identificação e classificação de padrões estáveis, osciladores e espaçonaves.
  - Discussões sobre as razões pelas quais certos padrões permanecem estáveis ou se repetem.

### 4. Projeto de Pesquisa:

- **Objetivo:** Investigar padrões específicos mais detalhadamente.
- **Atividades:**
  - Cada grupo escolhe um padrão específico para investigar.
  - Teste de variações e documentação de como essas mudanças afetam o comportamento do padrão.
  - Elaboração de relatórios detalhados sobre os achados.

### 5. Apresentação dos Resultados:

- **Objetivo:** Compartilhar e discutir as descobertas com a turma.
- **Atividades:**
  - Apresentação dos resultados de cada grupo para a turma.
  - Discussão sobre as implicações dos padrões encontrados e sua relação com conceitos matemáticos e pedagógicos.

Com relação a metodologia, inicialmente, o JV será apresentado aos estudantes, destacando suas regras básicas, a dinâmica de funcionamento e alguns padrões elementares, como blocos, piscadores e gliders. Em seguida, os alunos serão convidados a realizar uma exploração livre do ambiente a partir de atividades na malha quadriculada.

Depois organizados em pequenos grupos, eles deverão experimentar diferentes configurações iniciais no computador e registrar o comportamento das células ao longo das gerações. Posteriormente, solicitar-se-á que classifiquem os tipos de padrões observados e participem de uma discussão sobre os fatores que explicam por que certos padrões permanecem estáveis ou entram em ciclos de repetição.

Em seguida, cada grupo conduzirá uma investigação mais aprofundada sobre um padrão específico, testando variações, documentando os efeitos produzidos, debatendo com os colegas e elaborando um relatório detalhado com suas conclusões.

Por fim, os grupos apresentarão seus resultados à turma, culminando em uma discussão coletiva sobre os padrões identificados e suas relações com conceitos matemáticos e implicações pedagógicas.

Estabelecemos um total de 12 aulas de 50 minutos para a sequência didática. Em cada aula propomos o seguinte desenvolvimento:

- Participar de uma avaliação diagnóstica sobre a capacidade de reconhecer regularidades. (uma aula de 50 minutos);
- Discussão e feedback da avaliação (uma aula de 50 minutos);
- Aula sobre o funcionamento do Jogo da Vida de Jonh Conway (uma aula de 50 minutos);
- Interagir e testar padrões livremente com o Jogo da Vida, visando a familiarização com a ferramenta (uma aula de 50 minutos);
- Aula sobre o funcionamento do simulador (uma aula de 50 minutos);
- Interagir com o Jogo e identificar os diferentes padrões (uma aula de 50 minutos);
- Discutir em grupo possíveis razões para os padrões que se repetem ou permanecem estáveis (uma aula de 50 Minutos);
- Investigar em duplas padrões específicos (uma aula de 50 minutos);
- Apresentar aos demais colegas descobertas e conclusões da investigação (uma aula de 50 minutos).
- Participar de uma avaliação final sobre o entendimento do Jogo da Vida. (uma aula de 50 minutos);
- Discussão e feedback da avaliação (uma aula de 50 minutos);

Com o objetivo de analisar a efetividade do JV na aprendizagem dos estudantes, propomos duas avaliações complementares: uma avaliação diagnóstica inicial, destinada a identificar conhecimentos prévios e iniciais, e uma avaliação métrica final, voltada à medir os avanços obtidos (ver documentos no apêndice). A estratégia de avaliação proposta é a seguinte:

- **Avaliação Diagnóstica Inicial:** Antes de trabalhar com o *Jogo da Vida*, propõem-se exercícios que envolvam análise de padrões simples e sequências, permitindo avaliar a capacidade dos alunos de reconhecer regularidades e formular hipóteses. Estas atividades fornecem subsídios para avaliar o grau de familiaridade dos estudantes com padrões numéricos, geométricos e simbólicos, preparando-os para a análise de padrões mais complexos no *Jogo da Vida*. A avaliação diagnóstica se encontra no apêndice A.

- **Avaliação Métrica Final:** Após uma série de atividades práticas, que incluem a exploração de padrões conhecidos e a criação de padrões próprios utilizando papel quadriculado e ferramentas online, será aplicada uma avaliação métrica final. Esta avaliação não apenas revisitará as atividades apresentadas na avaliação diagnóstica inicial, mas também incluirá padrões apresentados durante as aulas e padrões inéditos. Os alunos serão desafiados a aplicar os conceitos aprendidos para prever a evolução de configurações mais complexas e inéditas. A avaliação métrica final servirá para medir o progresso dos alunos, verificando a capacidade deles de aplicar os conceitos de maneira mais abrangente e profunda. A avaliação final busca consolidar os conhecimentos adquiridos, relacionando as regras do *Jogo da Vida* às noções de padrões, previsibilidade e sensibilidade às condições iniciais. Com questões de completamento de sequências numéricas e simbólicas; exercícios gráficos aplicando as regras do Jogo da Vida (nascimento, morte e sobrevivência); desenho das próximas gerações de padrões apresentado e reflexão escrita sobre sensibilidade às condições iniciais e padrões emergentes. A avaliação métrica se encontra no apêndice A.
- **Coleta e Análise dos Dados:** Os dados coletados das avaliações diagnóstica e métrica serão analisados quantitativa e qualitativamente. Na análise quantitativa, serão comparados os desempenhos individuais e coletivos nas duas avaliações para verificar o progresso. Na análise qualitativa, serão observados os tipos de erros mais comuns e as estratégias de solução adotadas pelos alunos, buscando identificar possíveis dificuldades e áreas que necessitam de reforço.
- **Feedback e Ajustes:** Com base na análise dos dados, serão fornecidos feedbacks individualizados aos alunos, destacando os pontos fortes e sugerindo áreas de melhoria. Além disso, as atividades futuras poderão ser ajustadas para melhor atender às necessidades identificadas durante o processo de avaliação, garantindo um aprendizado mais eficaz e personalizado para cada aluno. Esta metodologia permitirá uma compreensão clara do impacto das atividades propostas sobre o aprendizado dos alunos, fornecendo insights valiosos para o aprimoramento contínuo do ensino do Jogo da Vida de Conway.

Os detalhes específicos sobre os objetivos de cada aula, a minutagem exata, os recursos necessários (incluindo a sugestão de software offline como o Golly) e os critérios de avaliação estão descritos na íntegra no apêndice A. Nele foram acrescentadas algumas aulas a fim de sanar obstáculos que encontramos durante a aplicação da sequência didática. Sendo também possível ao professor que fizer uso dela adaptá-la à sua própria realidade."

### 4.3 Relato da experiência da aplicação da proposta de sequência didática

A aplicação da proposta de sequência didática sobre o JV, seguiu procedimentos aprovados em Comitê de Ética. Todos os detalhes podem ser consultados no processo número CAAE: 83944124.0.0000.5547.

A primeira conclusão ao aplicarmos a sequência didática é que o tempo proposto foi insuficiente, visto que o elevado engajamento dos alunos com a dinâmica do Jogo da Vida — tanto no papel quadriculado quanto no simulador — demandou um período superior ao previsto. Para viabilizar a conclusão da etapa de avaliação final e do respectivo feedback, optou-se pela supressão das apresentações em duplas, postergando-as para um projeto futuro

Ao aplicar a sequência didática, percebemos que ela pode ser uma estratégia robusta e eficaz para o contexto de uma escola pública com recursos digitais disponíveis, mas com conectividade instável. O sucesso reside na sua capacidade de mitigar o risco da falha tecnológica ao intercalar atividades desplugadas com a exploração digital.

A transição do manual (desplugado) para o digital foi crucial. A simulação manual garantiu que todos os alunos, independentemente de sua familiaridade com a tecnologia, compreendessem as regras fundamentais do J.V. A fase digital, por sua vez, permitiu a exploração de padrões mais complexos, o que seria inviável manualmente, alinhando-se diretamente às habilidades de pensamento computacional da BNCC.

*Como pontos positivos da aplicação destacamos os seguintes:*

- **Engajamento e Motivação:** O caráter lúdico e visual do Jogo da Vida, combinado com o uso de computadores, resultou em um alto nível de engajamento, especialmente nas aulas de exploração digital e resolução de desafios .
- **Resiliência Pedagógica:** A estratégia híbrida funcionou como um "plano B" embutido. Nos momentos de instabilidade da internet, o foco pôde ser redirecionado para o papel quadriculado e discussão sobre as gerações encontradas sem paralisar o processo de aprendizagem.
- **Desenvolvimento do Pensamento Computacional:** A compreensão das regras como um algoritmo (Habilidade EM13MAT405) foi facilitada. Os alunos internalizaram os conceitos de estado, iteração e condição lógica de forma intuitiva, focando puramente na análise do comportamento lógico do jogo.
- **Inclusão na Heterogeneidade:** O trabalho em duplas, aliado à diversidade de atividades (manual, digital, oral), permitiu que alunos com diferentes ritmos de aprendizagem se apoiassem mutuamente, com os mais familiarizados com a tecnologia auxiliando os demais.

*Já os pontos negativos que constatamos foram:*

- **Variação na Proficiência Digital:** Observou-se uma disparidade no domínio das ferramentas digitais entre os alunos. A necessidade de suporte individualizado para a superação das dificuldades iniciais, evidenciou a importância de considerar o tempo de apropriação tecnológica no planejamento pedagógico.

- **Gestão de Tempo e Engajamento:** Em determinados momentos, o elevado engajamento dos alunos nas atividades práticas, tanto no papel quadriculado quanto na exploração do simulador, demandou um tempo superior ao previsto. Essa imersão nas etapas de experimentação impossibilitou a realização das apresentações em duplas, evidenciando que o interesse discente pelas etapas manipulativas pode exigir flexibilização do cronograma original.
- **Limitações da Interface de Exibição:** O uso do Educatron, embora tenha provido o suporte necessário, apresentou limitações quanto à área de exibição para a visualização simultânea de múltiplos padrões. Essa restrição técnica dificultou a análise comparativa direta entre diferentes configurações, exigindo um esforço adicional de abstração por parte dos alunos.

*Como sugestões de melhorias e adaptações futuras, destacamos:*

- **Capacitação Instrumental Prévia:** Para otimizar o tempo didático, sugere-se a realização de um treinamento introdutório obrigatório sobre o uso do simulador. Essa aula extra de nivelamento técnico reduziria a necessidade de intervenções individuais durante as atividades práticas, permitindo que o foco dos alunos permaneça na análise dos padrões e algoritmos.
- **Ampliação da Carga Horária Prática:** Sugere-se a expansão do cronograma dedicado às atividades de experimentação e simulação. O aumento do número de aulas práticas, reduziria a pressão sobre o tempo, possibilitando que as etapas de socialização, como as apresentações das duplas fossem realizadas e integradas ao processo de aprendizagem.

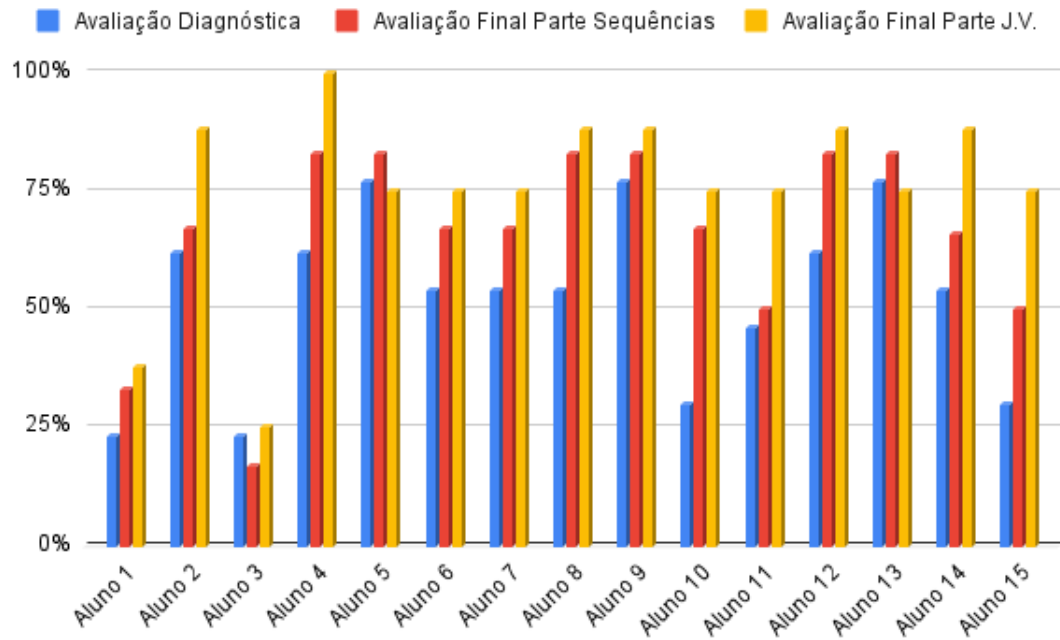
Como conclusão e reflexão da sequência didática, destacamos que ela atingiu seu objetivo principal de integrar o tema do Jogo da Vida de John Conway com as competências e habilidades da BNCC, especialmente aquelas ligadas ao pensamento computacional.

Além disso, percebemos que o maior desafio reside na gestão da heterogeneidade digital e na necessidade de equilibrar o tempo dedicado à ferramenta com o tempo dedicado ao conceito. No entanto, o alto engajamento pelos grupos demonstram que o Jogo da Vida é um recurso pedagógico de grande valor, capaz de transformar conceitos abstratos de Matemática e Ciência da Computação em uma experiência de aprendizado concreta e instigante.

Essa experiência reforça a ideia de que a tecnologia, mesmo com limitações de infraestrutura, pode ser uma poderosa aliada quando utilizada de forma estratégica e complementar a métodos analógicos.

Após a análise dos dados das duas avaliações (avaliação diagnóstica e avaliação final, sendo esta analisada em duas partes: parte sequências e parte J.V.), percebe-se que os alunos que participaram efetivamente de todas as aulas realizaram com maior facilidade as atividades da avaliação final. Ressalta-se que alguns estudantes não puderam comparecer em todas as aulas por motivos pessoais e profissionais. Entre os participantes assíduos, observou-se um bom desempenho nas atividades relacionadas ao Jogo da Vida. Destaca-se o caso de

uma aluna que, apesar de apresentar dificuldades prévias em Matemática, demonstrou uma evolução significativa em seu raciocínio lógico, relatando, ao final do processo, que a experiência despertou o desejo de ingressar em um curso superior que envolva essa área.



Depoimento de uma das alunas: “Sou aluna do Colégio Cristo Rei no segundo ano A. Participei do projeto da professora Tereza, onde era sobre o Jogo da Vida, achei que ele estimula o raciocínio lógico, o pensamento e a resolução de problemas, foi um momento muito interessante, aprendemos muito em conjunto. Foi algo muito divertido.”

## 5 CONCLUSÃO

O desenvolvimento desta dissertação permitiu compreender como o Jogo da Vida de Conway, um autômato celular de regras simples e comportamento surpreendentemente complexo, pode se constituir em um recurso didático relevante para o ensino de Matemática no Ensino Médio. A partir da análise de suas propriedades e da elaboração de atividades exploratórias, evidenciou-se que o jogo oferece um ambiente fértil para o desenvolvimento de habilidades como identificações de padrões, regularidades e estabilidade, conceitos centrais para a compreensão de fenômenos matemáticos e científicos.

O trabalho também propõe uma sequência didática para o Ensino Médio, estruturada para promover a observação, a experimentação e a formulação de hipóteses a partir do Jogo da Vida. Essa proposta visa favorecer o reconhecimento de padrões e introduzir, de forma acessível, noções introdutórias, mas fundamentais, de sistemas dinâmicos, como, por exemplo, sensibilidade às condições iniciais. Ao propor atividades que estimulam a análise de configurações, a previsão de resultados e a reflexão sobre as regras do sistema, a sequência busca aproximar os estudantes de um modo de pensar investigativo e de uma visão mais ampla sobre a natureza dinâmica da Matemática.

O uso de tecnologias digitais e ambientes computacionais mostrou-se essencial nesse processo. O Jogo da Vida, ao ser explorado por meio de simuladores e plataformas interativas, visualmente estimulantes, cria oportunidades para o desenvolvimento do pensamento computacional e do raciocínio lógico, além de favorecer a aprendizagem ativa e a autonomia dos estudantes. Nesse sentido, o trabalho dialoga com a perspectiva de que as tecnologias educacionais, quando integradas de forma intencional e significativa, potencializam o processo de ensino-aprendizagem.

Do ponto de vista pedagógico, o Jogo da Vida revelou-se um instrumento promissor para a construção de práticas que valorizam a curiosidade, a experimentação e a criatividade. A introdução de conceitos de sistemas dinâmicos no contexto do Ensino Médio, mediada por um ambiente visualmente atrativo e tecnologicamente acessível, contribui para a formação de estudantes mais críticos e reflexivos, capazes de reconhecer a Matemática como uma ciência viva, dinâmica e em constante diálogo com o mundo.

Por fim, esta dissertação reafirma a importância de incorporar, ao ensino de Matemática, experiências que envolvam exploração, simulação e análise de padrões. O Jogo da Vida, ao representar de maneira simples e visual o surgimento de comportamentos complexos a partir de regras elementares, mostra-se não apenas um recurso didático interessante, mas também uma oportunidade de aproximar os estudantes do fazer matemático e científico.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, C. de; ALMEIDA, J. J. P. de; MOURA, T. E. D. de. Práticas pedagógicas na educação matemática: Metodologias ativas e tecnologias digitais no ensino de geometria espacial. **Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, p. 1–15, 2024.
- BACCIOTTI, A. Discrete dynamical systems. In: **Discrete Dynamics. Mathematical Engineering**. Cham: Springer, 2022. p. 1–18. Acesso: 18 Março 2025.
- BAUMANN, L. *et al.* Pattern-recognition processes of first-grade students: An explorative eye-tracking study. **International Journal of Science and Mathematics Education**, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10763-024-10441-x>.
- BERTO, F.; TAGLIABUE, J. **Cellular Automata**. 2023. Winter 2023 Edition. Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/win2023/entries/cellular-automata/>. Acesso em: 17 mar. 2025.
- BRASIL. **Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2002. <https://gedh-uerj.pro.br/documentos/parametros-curriculares-nacionais-ensino-medio-orientacoes-educacionais-complementares-aos-parametros-curriculares-nacionais-ciencias-da-natureza-matematica-e-suas-tecnologias/>. Acesso em: 18 jan. 2026.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/#medio/a-area-de-matematica-e-suas-tecnologias>. Acesso em: 12 jun. 2024.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio**. 2018. [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC\\_EnsinoMedio\\_embaixa\\_site\\_110518.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/historico/BNCC_EnsinoMedio_embaixa_site_110518.pdf). Acesso em: 18 mar. 2025.
- BRASIL. **Caderno Metodológico de Pensamento Computacional**. Brasília, 2020. <https://www.gov.br/mec>. Secretaria de Educação Básica. Acesso em: 19 nov. 2025.
- BRASIL. **Parecer CNE/CEB nº 2/2022**: Diretrizes e complemento de computação à base nacional comum curricular. [Brasília, DF], 2022. Disponível em: [https://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=235511-pceb002-22&category\\_slug=fevereiro-2022-pdf&Itemid=30192](https://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=235511-pceb002-22&category_slug=fevereiro-2022-pdf&Itemid=30192). Acesso em: 19 nov. 2025.
- BRASIL. **Lei nº 14.945, de 31 de julho de 2024. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996 (LDB), para dispor sobre a estrutura e a organização do Ensino Médio**. 2024. <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/2024/lei-14945-31-julho-2024-796017-publicacaooriginal-172512-pl.html>. Acesso em: 24 out. 2025.
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CEB nº 2, de 13 de novembro de 2024**: Institui as diretrizes curriculares nacionais para o ensino médio (dcnem). 2024. <https://abmes.org.br/legislacoes/detalhe/4968/resolucao-cne-ceb-n-2>. Acesso em: 24 out. 2025.
- BROWN, N. *et al.* Conway's game of life is omniperiodic. **arXiv preprint**, 2023. ArXiv:2312.02799. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/2312.02799>.
- CARDOSO, L. S.; COSTA, D. E.; MORAES, M. S. F. de. O ensino de fração por meio do tangram: uma proposta de sequência didática. **Revista Prática Docente**, v. 3, n. 1, p. 91–106,

2018. Acesso em: 18 mar. 2025. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/163/56>.

CARDOSO, M. B. **Sequências didáticas: orientações para iniciantes na pesquisa em educação matemática**. Iguatu, CE: Quipá Editora, 2024. 50 p. Acesso: 18 Março 2025. ISBN 978-65-5376-287-9. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/742078/2/SEQUENCIAS%20DIDATICAS.pdf>.

CARNEIRO, J. **O uso do Kahoot! e do ensino híbrido como ferramentas de ensino e de aprendizagem em matemática**. 2020. Tese (Dissertação (Mestrado)) — Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2020. Acesso em: 14 fev. 2025. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/3257/1/Ja%c3%adne%20Carneiro.pdf>.

COELHO, P. S. **Fractais e sistemas dinâmicos não-lineares no Ensino Médio**. 2010. Tese (Dissertação (Mestrado)) — Universidade de São Paulo, 2010.

Conway Life Wiki. **Crescimento infinito**. 2025. Disponível em: [https://conwaylife.com/wiki/Infinite\\_growth](https://conwaylife.com/wiki/Infinite_growth). Acesso em: 08 fev. 2025.

Conway Life Wiki. **LifeWiki: The Conway's Game of Life Community**. 2025. Acesso em: 14 mar. 2025. Disponível em: <https://conwaylife.com/wiki/>.

Conway Life Wiki. **Osciladores**. 2025. Disponível em: <https://conwaylife.com/wiki/Oscillator>. Acesso em: 08 fev. 2025.

GIFFORD, S. **Developing Pattern Awareness with Young Children**. 2019. Disponível em: <https://nrich.maths.org/13362>.

HACKBART, Y.; CAVALHEIRO, S. A. d. C.; FOSS, L. Reconhecimento de padrões na educação em computação: uma revisão sistemática das práticas no Brasil. **Revista Novas Tecnologias na Educação (RENOTE)**, v. 22, n. 3, 2024. Disponível em: <http://penta3.ufrgs.br/RENOTE/RENOTE-2024-3/Artigos/246269.pdf>.

JOHNSTON, N.; GREENE, D. **Conway's Game of Life: Mathematics and Construction**. Self-published, 2022. ISBN 9781794816961. Disponível em: <https://conwaylife.com/book>.

LOUZADA, V. H. P.; FERREIRA, W. Incêndios florestais em autômatos celulares, simples e grandes queimadas. **Biomatemática-Unicamp**, v. 18, p. 15–26, 2008. Disponível em: [http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio18\\_art2.pdf](http://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio18_art2.pdf).

MELLO, C. K. C. d. **Sistemas dinâmicos e caos: análise de mapas discretos e possibilidades de aplicação no ensino médio**. 2021. Tese (Dissertação (Mestrado)) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2021.

MONTEAGUDO, A.; SANTOS, J. Treatment analysis in a cancer stem cell context using a tumor growth model based on cellular automata. **PloS one**, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 10, n. 7, p. e0132306, 2015. Disponível em: <https://journals.plos.org/plosone/article?id=10.1371/journal.pone.0132306>.

NASCIMENTO, W. C. d. **Os palitos de fósforo: uma sequência didática sobre padrões e regularidades para o estudo da Álgebra no Ensino Médio**. 2024. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática)) — Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2024. Disponível em: <https://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/5264>.

OECD. **PISA 2022 Mathematics Framework**. [S.l.], 2022. Disponível em: <https://pisa2022-maths.oecd.org/pt/index.html#Contexts>. Acesso em: 12 jun. 2024.

OLIVEIRA, C. J. A. de; LAVOR, O. P. Sequência didática para o ensino de matriz com o kahoot. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, v. 14, n. 1, 2025. Acesso em: 14 mar. 2025. Disponível em: <https://doi.org/10.23925/2238-8044.2025v14i1.57404>.

PEIXOTO, M.; BARROS, L. Um estudo de autômatos celulares para o espalhamento geográfico de epidemias com parâmetro fuzzy. **Trends in Computational and Applied Mathematics**, v. 5, n. 1, p. 125–133, 2004. Disponível em: <https://tcam.sbmac.org.br/tema/article/view/347>.

PERETTI, L.; COSTA, G. M. T. da. Sequência didática na matemática. **Revista de Educação do Ideau**, v. 8, n. 17, 2013. Acesso: 13 Março 2025. Disponível em: [https://www.caxias.ideau.com.br/wp-content/files\\_mf/8879e1ae8b4fdf5e694b9e6c23ec4d5d31\\_1.pdf](https://www.caxias.ideau.com.br/wp-content/files_mf/8879e1ae8b4fdf5e694b9e6c23ec4d5d31_1.pdf).

SARKAR, P. A brief history of cellular automata. **Acm computing surveys (csur)**, ACM New York, NY, USA, v. 32, n. 1, p. 80–107, 2000.

SCHUARTZ, A. S.; SARMENTO, H. B. d. M. Tecnologias digitais de informação e comunicação (tdic) e processo de ensino. **Revista Katálysis**, v. 23, n. 3, p. 429–, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1982-02592020v23n3p429>.

SILVA, V. C. da; RICETTO, K. C. da S.; FERREIRA, W. J. Aprendizagem colaborativa no ensino de funções: reflexões pedagógicas para equidade na matemática. **Revista de Estudos Aplicados em Educação**, v. 10, p. e20259794–e20259794, 2025.

SILVER, S. A. Gosper glider gun. **The Life Lexicon**, Retrieved March 4, 2019. Disponível em: [https://conwaylife.com/ref/lexicon/lex\\_g.htm#gosperglidergun](https://conwaylife.com/ref/lexicon/lex_g.htm#gosperglidergun).

STROGATZ, S. H. **Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering**. Boca Raton, FL: CRC Press, 2015. Disponível em: [https://www.biodyn.ro/course/literatura/Nonlinear\\_Dynamics\\_and\\_Chaos\\_2018\\_Steven\\_H.\\_Strogatz.pdf](https://www.biodyn.ro/course/literatura/Nonlinear_Dynamics_and_Chaos_2018_Steven_H._Strogatz.pdf). Acesso em: 08 fev. 2025.

TEIXEIRA, M. S. G. **Os Padrões como base fundamental do ensino e aprendizagem da Matemática**: Uma proposta de intervenção na educação pré-escolar e no ensino do 1.º ciclo do ensino básico. 2020. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro, 2020. Disponível em: <https://repositorio.utad.pt/server/api/core/bitstreams/9968decc-1c63-475e-9d33-f7bdfd06afa6/content>.

VALE, I. *et al.* **Padrões em Matemática**: Uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico. Portugal, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10174/5285>.

VILCARROMERO, Â. C.; JAFELICE, R. S.; BARROS, L. C. **Autômato Celular no Estudo de um Modelo Presa-Predador**. Biomatemática, 2010. Disponível em: [https://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio20\\_art14.pdf](https://www.ime.unicamp.br/~biomat/bio20_art14.pdf).

WOLFRAM, S. Theory and applications of cellular automata. **World Scientific**, 1986.

**APÊNDICE A – Produto Educacional: Sequência Didática - Jogo da Vida de Conway**



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

# Uma abordagem pedagógica do Jogo da Vida de Conway

Padrões e introdução à sensibilidade das condições  
iniciais em sistemas dinâmicos

**Autores:** Tereza Cristina Fraiz

**Orientador:** Prof. Dr. Douglas Azevedo

**Co-orientador:** Prof. Dr. Thiago Pinguelo

*Este material está licenciado com uma licença  
Creative Commons -  
Atribuição-NãoComercial-CompartilhaIgual 4.0  
Internacional (CC BY-NC-SA 4.0).*

[https:  
//creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

## Conteúdo

<b>1</b>	<b>Apresentação</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Resumo do Projeto</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Avaliação Diagnóstica: Raciocínio lógico e Reconhecimento de padrões</b>	<b>21</b>
<b>4</b>	<b>Avaliação Final</b>	<b>24</b>
<b>5</b>	<b>Referências</b>	<b>28</b>

# 1 Apresentação

Este produto educacional apresenta uma sequência didática voltada ao Ensino Médio que utiliza o Jogo da Vida de John Conway como ferramenta pedagógica para o desenvolvimento do reconhecimento de padrões e para a introdução a noções fundamentais de sistemas dinâmicos. A proposta busca integrar aspectos do Pensamento Computacional (PC) ao ensino de Matemática, oferecendo uma abordagem investigativa que estimula a observação, a experimentação e a formulação de hipóteses sobre o comportamento de sistemas regidos por regras simples.

O pensamento computacional pode ser compreendido como uma forma de pensar e agir orientada à resolução eficiente de problemas, fundamentada em princípios conceituais independentes do uso direto de computadores. Esse modo de pensamento favorece a construção de soluções generalizáveis e adaptáveis a diferentes contextos, contribuindo para o desenvolvimento de estratégias analíticas e criativas (Shute, Sun e Asbell-Clarke (2017)).

Nesse contexto, o Jogo da Vida se destaca como um ambiente propício para o ensino de Matemática e Computação, pois permite que os estudantes explorem visualmente a emergência de padrões e comportamentos complexos a partir de regras elementares. Essa característica o torna especialmente adequado para a promoção do raciocínio lógico e da compreensão de fenômenos dinâmicos,

aproximando a abstração matemática de uma experiência prática e intuitiva em sala de aula.

Assim, o trabalho propõe uma sequência didática estruturada que alia atividades desplugadas e digitais, de modo a promover o engajamento dos alunos e facilitar a compreensão conceitual dos temas abordados, articulando tecnologia, experimentação e pensamento matemático.

Serão abordadas ideias como:

- Sensibilidade às condições iniciais;
- Padrões emergentes;
- Representações algorítmicas e visuais;
- Raciocínio lógico .

A proposta visa favorecer o desenvolvimento de habilidades cognitivas e investigativas, promovendo uma aprendizagem ativa e significativa.

## 2 Resumo do Projeto

O projeto propõe uma abordagem que combina atividades desplugadas com o uso de recursos digitais para o ensino e exploração do *Jogo da Vida* de Conway. Inicialmente, os alunos aprendem as regras de forma manual, utilizando materiais concretos, como papel quadriculado e o quadro negro.

Nessa primeira etapa, a investigação de padrões - como blocos, naves e osciladores - é realizada por meio de desenhos, registros fotográficos e discussões em grupo, sem depender de tecnologia digital. Em seguida, os estudantes utilizam simuladores digitais do *Jogo da Vida* em computadores, a fim de explorar padrões mais complexos, testar hipóteses e criar configurações iniciais. Todo o trabalho é estruturado em roteiros de investigação, promovendo autonomia e reflexão sobre as regularidades e transformações observadas.

### **Alinhamento à BNCC**

A proposta está alinhada à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), abrangendo um conjunto diversificado de habilidades. Em particular, na área de Matemática e suas Tecnologias, os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados,

selecionar modelos matemáticos e desenvolver o pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área. Em particular, habilidades como (EM13MAT507) e (EM13MAT508), sobre identificação de PAs e PGs, envolvem a aplicação de identificação de padrões numéricos e o reconhecimento de regularidades.

## **Considerações sobre essa proposta**

A principal vantagem dessa abordagem está no equilíbrio entre atividades concretas e o uso de tecnologias digitais, o que possibilita continuidade mesmo em contextos com limitações de conectividade. Além disso, promove um alto grau de diferenciação pedagógica, permitindo que alunos mais avançados explorem simuladores e desenvolvam investigações complexas, enquanto outros consolidam o aprendizado por meio de representações manuais e discussões orientadas.

Essa integração entre o analógico (uso de papel quadriculado e caneta colorida) e o digital (uso de softwares) amplia o engajamento dos estudantes, favorece o desenvolvimento de competências matemáticas e computacionais e estimula uma aprendizagem ativa e investigativa.

# Sequência Didática: O Jogo da Vida de John Conway

## Objetivos Gerais

- Compreender o funcionamento do autômato celular conhecido como *Jogo da Vida*.
- Desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de prever comportamentos de sistemas dinâmicos.
- Incentivar o pensamento computacional e a interdisciplinaridade.

## Aula 1

- **Objetivos:** Avaliar o grau de familiaridade dos estudantes com padrões numéricos, geométricos e simbólicos, preparando-os para a análise de padrões mais complexos no *Jogo da Vida*.
- **Atividades:**
  - 15 min: Breve explicação sobre o funcionamento das próximas aulas.
  - 35 min: Aplicação da avaliação diagnóstica individual.
- **Recursos:** Quadro negro, giz, folhas com as questões
- **Avaliação:** Desempenho individual e análise dos registros em papel.

## Aula 2

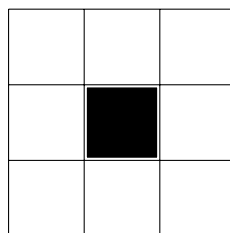
- **Mostrar** claramente ao aluno o que ele já domina e o que ainda precisa ser desenvolvido.
- **Atividades:**
  - 15 min: Devolução das avaliações diagnósticas para a observação individualizada.
  - 35 min: Discussão coletiva sobre acertos e erros na avaliação.
- **Recursos:** Quadro negro, giz, folhas com as questões
- **Avaliação:** Qualidade de participação na discussão

## Bloco 1: Fundamentos e Simulação Manual (Aulas 3–5)

### Aula 3

- **Objetivos:** Apresentar o matemático John Conway e compreender o contexto de criação do *Jogo da Vida*; explicar as três regras fundamentais do jogo (nascimento, sobrevivência e morte).

Figura 1: Vizinhança de células mortas (quadrados brancos) de uma célula viva (quadrado preto)



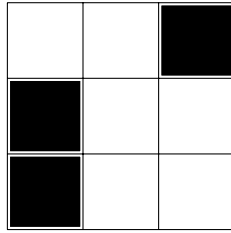
- Nascimento: uma célula que está morta no tempo  $t$  estará viva no tempo  $t + 1$  se exatamente 3 de seus oito vizinhos estiverem vivos no tempo  $t$ .
- Morte: uma célula pode morrer por:
  - \* Superpopulação: se uma célula está viva no tempo  $t$  e 4 ou mais de seus vizinhos também estão vivos no tempo  $t$ , a célula estará morta no tempo  $t + 1$ .
  - \* Exposição: se uma célula viva no tempo  $t$  tem apenas 1 vizinho vivo ou nenhum vizinho vivo, ela estará morta no tempo  $t + 1$ .
- Sobrevivência: uma célula sobrevive do tempo  $t$  ao tempo  $t + 1$  se e somente se 2 ou 3 de seus vizinhos estiverem vivos no tempo  $t$ .

Por exemplo, vamos aplicar as regras a seguinte entrada dada na Figura 2. Importante ressaltar que devemos aplicar as regras a cada uma das células, seja viva (preta) ou morta (branca), entendendo a vizinhança de cada célula conforme descrito na Figura 1. A partir da configuração inicial, essas regras são aplicadas e o tabuleiro do jogo evolui, jogando por si mesmo. Isso pode parecer um jogo bastante monótono à primeira vista, mas existem muitos fatos notáveis sobre este jogo.

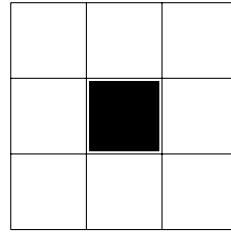
- **Atividades:**

Figura 2: Gerações 1, 2 e 3 da configuração inicial.

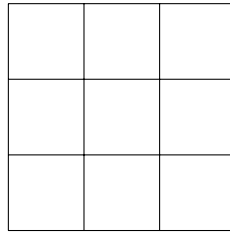
(a) Configuração inicial



(b) Configuração após uma geração



(c) Configuração após duas gerações



- 25 min: Exposição com apoio do Educatron (vídeos/imagens curtos sobre Conway e o jogo).
- 25 min: Demonstração das regras no quadro negro com exemplos simples.

- **Recursos:** Educatron, quadro negro, giz.
- **Avaliação:** Perguntas orais para verificar a compreensão inicial das regras e observação do engajamento dos alunos.

## Aula 4

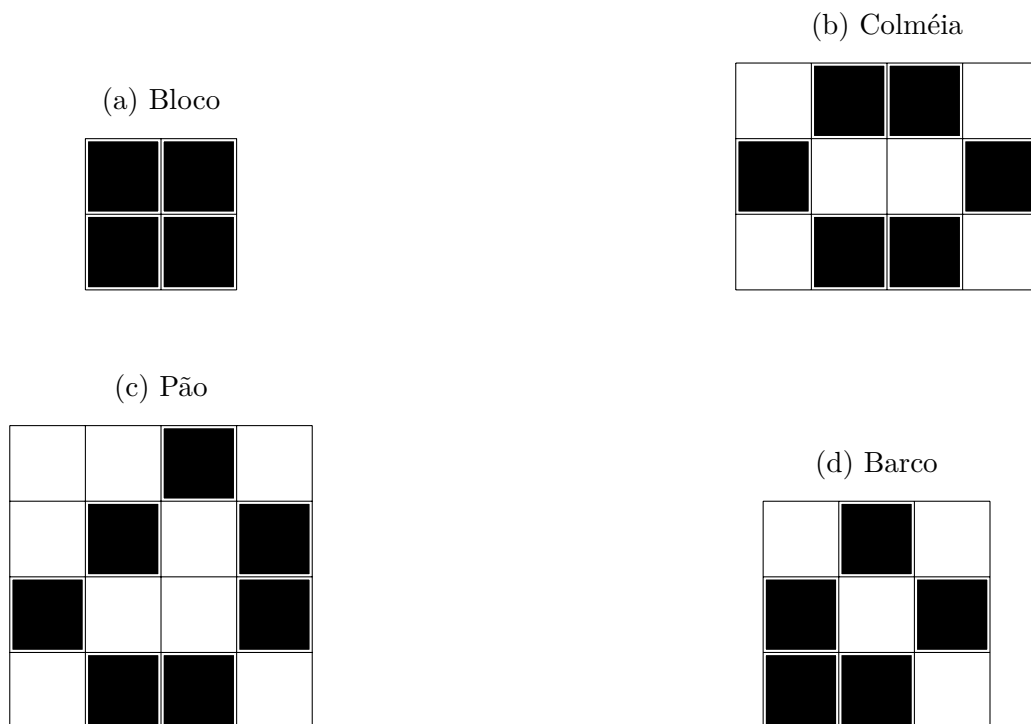
- **Objetivos:** Aplicar as regras para simular a evolução de uma configuração inicial; introduzir os conceitos de geração e estado (viva/morta); realizar simulações em papel quadriculado.
- **Atividades:**

- 15 min: Revisão das regras e demonstração de uma simulação passo a passo no quadro.
- 35 min: Simulação em duplas de configurações iniciais fornecidas pelo professor.
- **Recursos:** Quadro negro, giz, papel quadriculado, lápis.
- **Avaliação:** Acompanhamento das duplas e análise dos registros em papel.

## Aula 5

- **Objetivos:** Identificar os primeiros padrões estáveis (*still lifes*); Descobrir e classificar padrões periódicos

Figura 3: Exemplos de vidas estáveis no Jogo da Vida

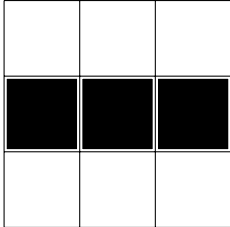


conhecidos (*osciladores*); registrar e nomear os pa-

drões encontrados. Por exemplo, veja as Figuras 4, 5, 6, 7.

Figura 4: Exemplos de osciladores blinker com período 2 no Jogo da Vida

(a) Blinker (Fase 1)



(b) Blinker (Fase 2)

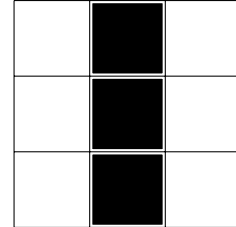
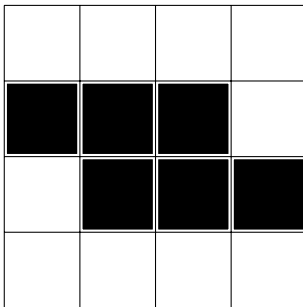


Figura 5: Exemplo de oscilador com período 2: Toad (Sapo)

(a) Toad (Fase 1)



(b) Toad (Fase 2)

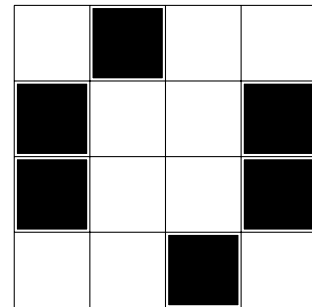
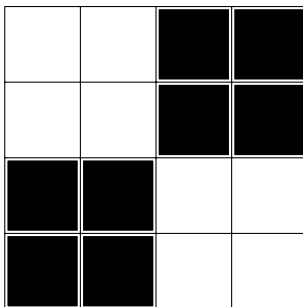
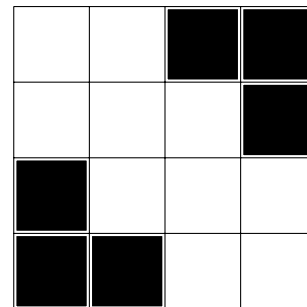


Figura 6: Exemplo do oscilador Beacon e suas duas fases possíveis.

(a) Beacon (Fase 1)



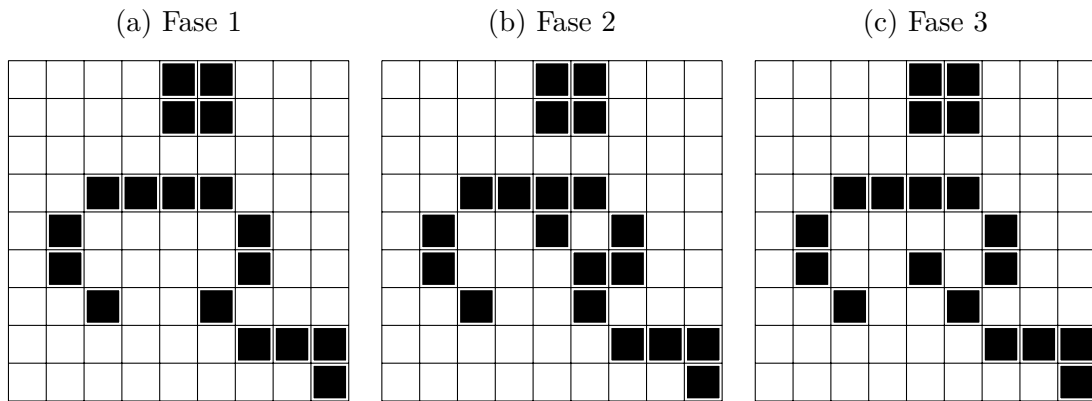
(b) Beacon (Fase 2)



## • Atividades:

- 10 min: Apresentação do conceito de padrão.
- 40 min: Atividade investigativa em grupos para

Figura 7: Exemplo de um oscilador “Cis-block on cuphook” de três fases.



encontrar e catalogar padrões estáticos ou periódicos.

- **Recursos:** Papel quadriculado, quadro negro para socialização dos achados.
- **Avaliação:** Análise dos padrões catalogados e capacidade de classificação dos alunos.

## Bloco 2: Exploração Digital e Padrões Complexos (Aulas 6–9)

### Aula 6

- **Objetivos:** Aprender a operar um simulador digital do *Jogo da Vida*;
- **Atividades:**
  - 15 min: Demonstração do simulador no Educatron.
  - 35 min: Exploração prática pelos alunos com roteiro de tarefas básicas.

- **Recursos:** Educatron, computadores com simulador (ex.: *Golly*, que é offline ou <https://conwaylife.com/> ).
- **Avaliação:** Observação da proficiência no uso do software e reprodução correta dos padrões básicos.

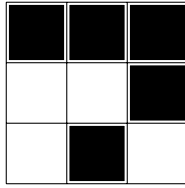
## Aula 7

- **Objetivos:** Reforçar o aprendizado no uso do simulador
- **Atividades:**
  - 15 min: Retomada do uso do simulador no computador.
  - 35 min: Reproduzir os padrões descobertos manualmente; comparar a velocidade e precisão das simulações digital e manual.
- **Recursos:** Computadores com simulador (ex.: *Golly*, que é offline ou <https://conwaylife.com/> ).
- **Avaliação:** Observação da proficiência no uso do software e reprodução correta dos padrões.

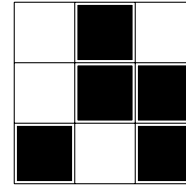
## Aula 8

- **Objetivos:** Investigar padrões móveis (*naves* ou *spaceships*), como o planador (*glider*); explorar padrões mais complexos; formular hipóteses sobre o comportamento de configurações desconhecidas.

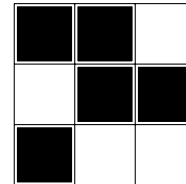
(a) Glider (Fase 1)



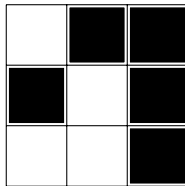
(b) Glider (Fase 2)



(d) Exemplo do planador no Jogo da Vida



(c) Glider (Fase 3)



(e) Glider (Fase 4)

- **Atividades:**

- 15 min: Introdução ao conceito de nave e apresentação do planador.
- 35 min: Exploração guiada de padrões e naves no simulador.

- **Recursos:** Computadores com simulador e biblioteca de padrões (offline ou online).

- **Avaliação:** Registro das hipóteses dos alunos e análise de suas trajetórias no simulador.

## Aula 9

- **Objetivos:** Refletir sobre a ideia de “regras simples gerando comportamentos complexos” e a noção aplicada de sensibilidade às condições iniciais. Trabalhando os padrões “em linha”.

- **Atividades:**

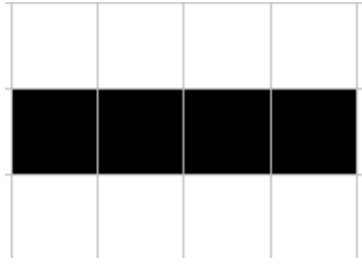


Figura 9: Para o padrão linha  $n = 4$

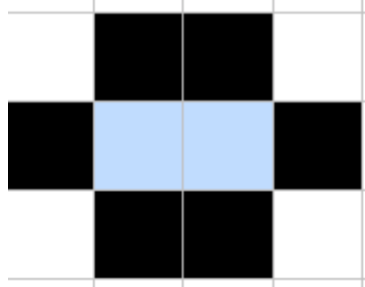


Figura 10: Para o padrão linha  $n = 4$ , após 2 evoluções, obtemos o padrão estável *Beehive*.



Figura 11: Para o padrão linha  $n = 5$

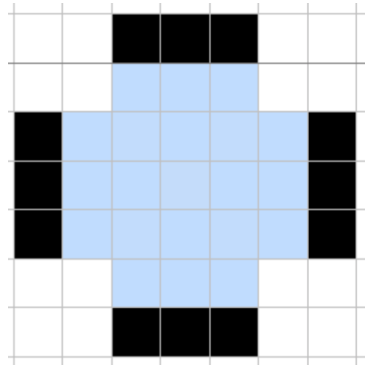


Figura 12: Para o padrão linha  $n = 5$ , após 6 gerações, obtemos o padrão periódico, com período 2. .

- 25 min: Apresentar os padrões “em linha”. Isto é, padrões compostos por  $n$  células vivas consecutivas, verifica-se que pequenas variações em  $n$  produzem resultados profundamente diferentes.

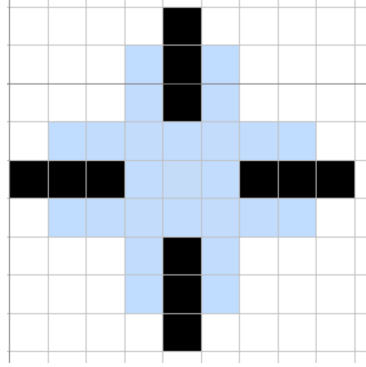


Figura 13: Para o padrão linha  $n = 5$ , após 7 gerações, obtemos o padrão periódico, com período 2.

- 25 min: Simular os padrões “em linha”. Configurações pequenas tendem à extinção imediata ( $n = 1, 2, 6, 14, 15, 18, 19$ ), enquanto outras originam estruturas estáveis ou oscilatórias, como o *Blinker* ( $n = 3$ ), o *Beehive* ( $n = 4$ ).
- **Recursos:** Computadores com simulador .
- **Avaliação:** Participação individual na simulação dos padrões.

## Bloco 3: Socialização, Avaliação e Conexões (Aulas 10-14)

### Aula 10

- **Objetivos:** Criar configurações iniciais para atingir um objetivo proposto; resolver desafios (ex.: “crie uma configuração que desaparece em cinco gerações”); compartilhar e discutir soluções.
- **Atividades:**

- 10 min: Apresentação dos desafios.
- 40 min: Trabalho em duplas para resolver e socializar os resultados.
- **Recursos:** Computadores com simulador, Educatron.
- **Avaliação:** Criatividade, lógica e persistência na resolução dos desafios.

## Aula 11

- **Objetivos:** Interagir e apoiar um ao outro na aprendizagem.
- **Atividades:**
  - 5 min: Separação dos alunos em duplas para o início da realização dos mini-projetos.
  - 45 min: Atividades no laboratório, enquanto um aluno manipula os parâmetros do simulador, observa padrões e anota resultados, invertendo os papéis em seguida para que ambos desenvolvam as competências técnicas e analíticas.
- **Recursos:** Computador com simulador, papel e caneta para anotações.
- **Avaliação:** Participação efetiva na simulação e anotação das observações realizadas pela dupla.

## Aula 12

- **Objetivos:** Apresentar os resultados dos mini-projetos; exercitar a comunicação oral e a argumentação baseada em dados; debater as diferentes conclusões dos grupos.
- **Atividades:**
  - 50 min: Apresentações (5–7 minutos por grupo) utilizando o Educatron.
- **Recursos:** Educatron, arquivos dos projetos.
- **Avaliação:** Clareza, uso adequado dos dados e participação no debate.

## Aula 13

- **Objetivos:** Consolidar os conhecimentos adquiridos, relacionando as regras do *Jogo da Vida* às noções de padrões, previsibilidade e sensibilidade às condições iniciais.
- **Atividades:**
  - 30 min: Resolução de questões objetivas e abertas.
  - 20 min: Discussão coletiva sobre conexões com o mundo real.
- **Recursos:** Folhas com questões, quadro negro.
- **Avaliação:** Desempenho individual e qualidade da participação na discussão.

## Aula 14

- **Objetivos:** Realizar revisão geral e feedback; Consolidar o aprendizado.
- **Atividades:**
  - 50 min: Revisão dos principais conceitos e feedback coletivo.
- **Recursos:** Educatron, computadores com simulador.
- **Avaliação:** Autoavaliação e observação do engajamento dos alunos.

### 3 Avaliação Diagnóstica: Raciocínio lógico e Reconhecimento de padrões

Antecedendo a etapa da apresentação e desenvolvimento de atividades com o Jogo da Vida, propomos uma atividade diagnóstica voltada à investigação dos conhecimentos prévios dos estudantes no que se refere ao identificação de padrões. Tal avaliação é concebida como etapa inicial da sequência didática, antecedendo a introdução e o desenvolvimento das atividades baseadas no Jogo da Vida. O objetivo é poder fazer comparações com o objetivo de analisar progresso no desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos após o desenvolvimento das atividades relacionadas ao Jogo da Vida.

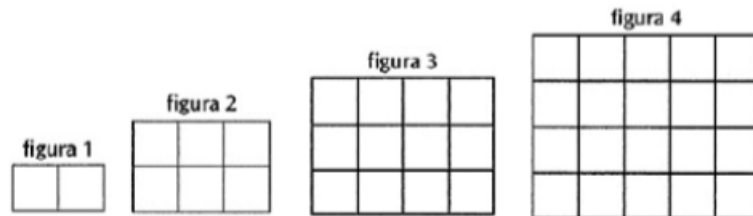
1. Qual é o próximo termo na sequência: A, C, E, G, ?
2. Complete a sequência numérica: 2, 4, 8, 16, ?
3. Observe o padrão e complete:  

$$\bigcirc \quad \square \quad \wedge \quad \bigcirc \quad \square \quad ?$$
4. Qual é o próximo número na sequência: 1, 4, 9, 16, ?
5. Complete a sequência de letras: B, D, F, H, ?
6. Observe o padrão e complete:  

$$\wedge \quad \bigcirc \quad \wedge \quad \bigcirc \quad ?$$
7. Qual é o próximo termo na sequência: 3, 6, 12, 24, ?
8. Complete a sequência: AB, CD, EF, ?
9. Observe o padrão e complete:  

$$\square \quad \bigcirc \quad \square \quad \square \quad ?$$
10. Considere a sequência: 3; 7; 11; 15; 19; 23; ... ; n; ...  
 O número que vem imediatamente depois de n pode ser representado por:
  - (A)  $n + 1$
  - (B)  $n + 4$
  - (C) 24
  - (D)  $4n$

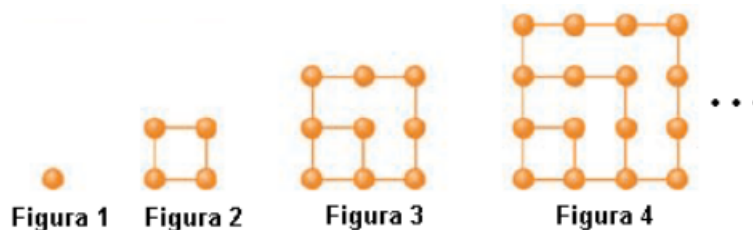
11. Observe a sequência de figuras formada por quadradinhos idênticos. Observe que o número de quadradinhos em cada figura é formado pela multiplicação de dois números naturais.



Qual seria uma fórmula para generalizar o número de quadradinhos em cada figura?

- (A)  $n + 1$
- (B)  $n^2 + 1$
- (C)  $n \cdot (n + 1)$
- (D)  $2n + 1$

12. Observe a sequência de figura a seguir:



Qual das expressões seguintes pode representar a lei geradora da sequência do número de bolinhas (B)?

- (A)  $B = 2n$
- (B)  $B = 2n + 1$
- (C)  $B = n^2$
- (D)  $B = 2n^2$

## 4 Avaliação Final

A avaliação a posteriori em uma sequência didática assume função essencial no ensino de Matemática, pois permite ao docente verificar, de modo sistemático e reflexivo, se os objetivos de aprendizagem planejados foram efetivamente alcançados, bem como identificar a trajetória, os avanços e as lacunas no entendimento dos estudantes. Tal prática avaliativa favorece não apenas a mensuração dos resultados, mas, sobretudo, o ajuste curricular, promovendo a regulação do processo de ensino-aprendizagem e sustentando intervenções pedagógicas baseadas em evidências e mais, esperar que a avaliação, nos processos de ensino e aprendizagem, tenha o objetivo legítimo de contribuir para o crescimento do aluno, no que concerne ao desenvolvimento de habilidades e competências em matemática, nos permite cooptá-la ao sentido essencial que o professor atribui ao ato de ensinar (Buranello e Júnior, 2022).

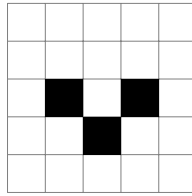
1. Complete a sequência numérica: 2, 4, 8, 16, ?
2. Complete a sequência: AAB, ABB, BAA, ?
3. Qual é o próximo número na sequência: 1, 1, 2, 3, 5, 8, ?
4. Observe o padrão e complete:



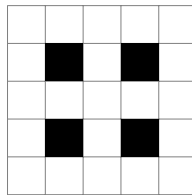


7. Regra de Nascimento: Uma célula que está morta ficará viva se exatamente 3 de seus oito vizinhos estiverem vivos no tempo atual.

a) Considerando a regra de nascimento, em qual(is) célula(s) morta(s) nascerá uma nova célula viva na próxima geração?



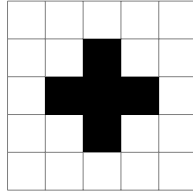
b) Quantas células nascerão na próxima geração considerando o padrão abaixo?



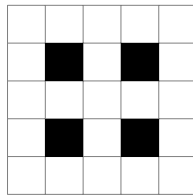
8. Regras de Morte:

- Superpopulação: Se uma célula está viva e 4 ou mais de seus vizinhos também estão vivos, a célula morre.
- Exposição: Se uma célula viva tem apenas 1 vizinho vivo ou nenhum vizinho vivo, ela morre.

a) Considerando as regras de morte, qual(is) célula(s) viva(s) morrerá(ão) na próxima geração?

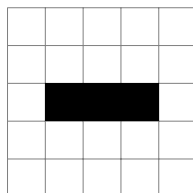


b) Quantas células morrerão na próxima geração considerando o padrão abaixo?



9. Regra de Sobrevivência: Uma célula sobrevive do tempo  $t$  ao tempo  $t+1$  se e somente se 2 ou 3 de seus vizinhos estiverem vivos no tempo  $t$ .

Considerando todas as regras apresentadas, dado o padrão inicial abaixo, desenhe as próximas 3 gerações:



10. O que você entende por “sensibilidade à condições iniciais” ?
11. No Jogo da Vida, existe a sensibilidade às condições iniciais? Pequenas perturbações implicam em dinâmicas muito distintas?

## 5 Referências

- BURANELLO, L. V. A.; JÚNIOR, J. L. *Avaliação formativa e as sequências didáticas: uma possibilidade para o ensino e a aprendizagem de função afim no 1º ano do ensino médio*. Educação Matemática em Revista, 2022.
- CONWAY, John H. *The Game of Life*. Scientific American, 1970.
- NAVARRO, Eloisa Rosotti. *O desenvolvimento do conceito de Pensamento Computacional na Educação Matemática segundo contribuições da Teoria Histórico-Cultural*. Tese de Doutorado – Universidade Federal de São Carlos, 2021.
- SHUTE, Valerie J.; SUN, Chen; ASBELL-CLARKE, Jodi. *Demystifying computational thinking*. Educational Research Review, v. 22, p. 142–158, nov. 2020.