

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA
CAMPUS MEDIANEIRA**

GUILHERME GUTERRES VOGT

**E=MC² DESMISTIFICADA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA
PARA O ENSINO DE FÍSICA MODERNA COM ENFOQUE EM SUAS
APLICAÇÕES**

**MEDIANEIRA
2018**



**E=MC² DESMISTIFICADA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA
PARA O ENSINO DE FÍSICA MODERNA COM ENFOQUE EM SUAS
APLICAÇÕES**

Guilherme Guterres Vogt

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Medianeira no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:
Prof. Dr. Fabrício Tronco Dalmolin

MEDIANEIRA
AGOSTO/2018

FICHA CATALOGRÁFICA

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

V886e

Vogt, Guilherme Guterres

E=MC² desmistificada: uma proposta de sequência didática para o ensino de física moderna com enfoque em suas aplicações / Guilherme Guterres Vogt – 2018.

91 f. : il. ; 30 cm.

Texto em português com resumo em inglês

Orientador: Fabrício Tronco Dalmolin.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, Medianeira, 2018.

Inclui bibliografias.

1. Lei da conservação (Física). 2. Física - Experiências. 3. Energia - Conservação. 4. Ensino de Física - Dissertações. I. Dalmolin, Fabrício Tronco, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física. III. Título.

CDD: 530.07

Biblioteca Câmpus Medianeira
Marci Lucia Nicodem Fischborn 9/1219



TERMO DE APROVAÇÃO

E=MC² DESMISTIFICADA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE FÍSICA MODERNA COM ENFOQUE EM SUAS APLICAÇÕES

Por

GUILHERME GUTERRES VOGT

Essa dissertação foi apresentada às dezenove horas, do dia treze de agosto de dois mil e dezoito, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Física, Linha de Pesquisa Física no Ensino Médio, no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O(A) candidato(a) foi arguido(a) pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.¹

Prof. Dr. Fabrício Tronco Dalmolin (Orientador – PPGEF)

Profa. Dr. Fábio Longen (Membro Interno – UTFPR)

Prof. Dr. Luiz Ferrão (Membro Externo – ITA)

¹ A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física.

Com todo o meu amor e carinho, dedico este trabalho à minha esposa Josiane, por ser integrante fundamental neste trabalho e na minha vida.

AGRADECIMENTOS

De antemão, desculpo-me por eventual nome esquecido nas poucas palavras de agradecimento que escreverei, porém sintam-se abraçados todos aqueles que contribuíram em meu desenvolvimento pessoal e acadêmico.

De todo meu coração agradeço:

A Deus, pela oportunidade de viver e permitir estar estudando todos os dias, com saúde e vivacidade.

A minha esposa Josiane Nava, sempre presente nos bons e maus momentos. De maneira fundamental, apoiou-me integralmente em minhas atividades e fora compreensível em todos os instantes em que estive ausente. De coração, te amo por tudo.

Aos meus pais, Regina e Valdir, pela vida e pelo apoio. Mesmo distantes, sempre me confortaram e me inspiraram a continuar firme pelos caminhos escolhidos.

Aos meus melhores amigos e companheiros, Debora e Evandro, parceiros de quase dez anos, pelos incentivos, trocas de conhecimentos, experiências vividas e principalmente a amizade. Também amo vocês.

Ao meu orientador, Dr. Fabrício Tronco Dalmolin, por aceitar meu convite e por seus encaminhamentos preciosos. Obrigado por me permitir ser seu aluno.

Aos meus queridos professores do programa de Mestrado Profissional em Ensino de Física da UTFPR-MD, por todo o conhecimento aprendido e conselhos fundamentais na elaboração deste trabalho e de meu crescimento pessoal e profissional ao longo desses dois anos.

Aos meus MESTRES colegas, por todas as conversas descontraídas, listas compartilhadas e experiências trocadas. Em especial, gostaria de lembrar de: Anderson Squissatto, pela parceria na organização deste trabalho. O “grandessíssimo” Emanuel Oliveira, por todo o companheirismo na elaboração de trabalhos em grupo. Gilsemar, Adelino e Júlio, amigos de estrada e de vida.

Por fim, a todos que contribuíram para a finalização dessa etapa, meu eterno agradecimento.

“Lembre-se que as pessoas podem tirar tudo de você, menos o seu conhecimento.”

(Albert Einstein)

RESUMO

No decorrer de nossa experiência profissional percebemos que a Física Moderna é matéria de grande interesse de nossos estudantes. Bombardeados diariamente com notícias que destacam avanços tecnológicos que podem mudar os hábitos e costumes de nossa sociedade, a curiosidade a respeito do tema é sem dúvida, natural. Trabalhar estes assuntos também em sala de aula, deverá aproximar os estudantes do conhecimento científico e abrir caminhos para um ensino de física mais acessível. O trabalho apresentado é o resultado de uma pesquisa de dois anos, com foco principal na equação de equivalência entre massa e energia $E=mc^2$, originando um produto educacional composto por uma sequência didática, que busca em suma, organizar o ambiente em torno desta equação e encaminhar o aluno ao resultado esperado que será o entendimento dos conceitos apresentados, assim como o significado e as aplicações do tema. Este trabalho é organizado dando-se fundamentação teórica aos contextos da Física e da área de Ensino. Iniciamos estruturando os conceitos de Energia e Massa e posteriormente a concepção e importância da velocidade da luz, através do que chamamos de "Origens da Equação". É foco também, apontar resultados de pesquisadores que identificaram no tema grande potencial para o enfoque Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS) e da Aprendizagem Significativa, áreas do ensino nas quais acreditamos que nosso trabalho está inserido e aliada a elas a potencialidade interdisciplinar que o produto traz ao poder ser explorado conjuntamente pelos professores das áreas de Física, Matemática e Química. Conclui-se, que este trabalho final mostrou-se uma importante ferramenta para o Ensino de Física, despertando grande interesse e curiosidade nos estudantes, e além disso, a organização deste conteúdo resultou em tópicos que não necessariamente precisam ser trabalhados na ordem estabelecida e poderão sim, ser usados separadamente como complementação teórica em aulas específicas.

Palavras-chave: Ensino de Física, Física Moderna, CTS, Equivalência Massa-Energia .

ABSTRACT

E=MC² DEMISED IN MIDDLE SCHOOL CLASSROOMS

Throughout our professional experience we realize that Modern Physics is a matter of great interest to our students. Bombarded daily with news that highlight technological advances can change the habits and customs of our society, the curiosity about the subject is without doubt, natural. Working these subjects in the classroom should also bring students closer to scientific knowledge and make physics teaching more accessible. This essay is the result of a two-year research, focusing mainly on the equation of mass and energy $E = mc^2$, giving rise to an educational product composed of a didactic sequence, which seeks to organize the environment around this equation and to direct the student to the expected result that will be the understanding of the presented concepts, as well as the meaning and the applications of the theme. It is organized giving theoretical foundation to the contexts of Physics and the Teaching area. We begin by structuring the concepts of Energy and Mass and later the conception and importance of the speed of light through what we call "Origins of the Equation". Also, to point out the results of researchers who identified in the theme great potential for Science, Technology and Society (CTS) and Significant Learning approach, areas of teaching in which we believe our work is inserted and allied to them the interdisciplinary potentiality that the product can be exploited jointly by teachers in the areas of Physics, Mathematics and Chemistry. Finally, it is an important tool for Physics Teaching, arousing great interest and curiosity in students, and in addition, the organization of this content resulted in topics that do not necessarily need to be worked in the established order and may rather, be used separately as theoretical complementation in specific classes.

Keywords: Physics education, Modern Physics, CTS, Mass-Energy Equivalence.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Tatuagem com o tema $E=mc^2$	34
Figura 2- Caixa de Acrílico e as Ratoeiras. Experimento sobre reação em cadeia.....	37
Figura 3- Espalhamento de Rutherford	40
Figura 4- Simulador de Fissão Nuclear	43
Figura 5- Esquema de funcionamento de um reator nuclear.....	44
Figura 6- Ilustração sobre o processo de fusão nuclear.	44
Figura 7- Esquema do ciclo próton-próton responsável pela produção de energia no 47	
Figura 8- Representação do sistema logo após a emissão dos fótons em dois referenciais diferentes.	50
Figura 9- Gráfico comparativo entre as funções apresentadas $v_x f$	57
Figura 10- Mapa Conceitual sobre Física Nuclear70	
Figura 11- Mapa conceitual sobre Física Nuclear e suas implicações	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Aspectos da abordagem de CTS..... 17

Tabela 2- Etapas do desenvolvimento da sequência didática 31

SUMÁRIO

1	Introdução	1
2	Origens da Equação $E=mc^2$	4
2.1	E de Energia	5
2.2	M de Massa	9
2.3	“c” de Celeritas	11
3	A Abordagem Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS).....	13
3.1	Curriculo com enfoque CTS	15
4	Metodologia.....	18
4.1	Procedimentos Metodológicos	18
4.2	Referencial teórico-metodológico	19
4.3	David Ausubel: uma abordagem cognitivista	21
4.4	Sequência Didática: Uma Possibilidade para o Ensino de Física	22
5.	Aplicação do Produto Educacional.....	24
6	Considerações Finais	27
	Referências Bibliográficas	29
7	Apêndices.....	31
	Apêndice A- O Produto Educacional	31
	Apêndice B- Notícias para a “Aula 2”	61
	Apêndice C – Exemplos de Mapas Conceituais	70
	Apêndice D – Exercícios sobre Energia de Ligação e Relatividade	71

1 Introdução

Ao escolhermos trabalhar com os estudos pertencentes a chamada Física Moderna e Contemporânea (FMC), queremos chamar a atenção para a necessidade e importância de se abordar com nossos estudantes os assuntos inerentes à essa área. Trabalhos indicam a inserção destes temas nos currículos de Ensino de Física no decorrer dos anos. Em 1998 por exemplo, Valadares e Moreira já apontavam a importância de o aluno conhecer o contexto da tecnologia atual, considerando que esta atua em sua vida e será responsável pela sua formação social e profissional.

Sendo assim, compartilhamos com a proposta destes autores, entre outros, no que se refere à necessidade de resgatar o interesse dos alunos em estudar Física para que possuam, ao menos, conceitos básicos da natureza dos fenômenos presentes em seu cotidiano, que poderão “além de desenvolver nos estudantes uma série de habilidades, também dar vazão à sua criatividade, proporcionar prazer, alegria e desafios” (Valadares e Moreira, 1998, p.360).

Para ilustrar essa ideia, optamos pela escolha particular da equação de *equivalência entre massa e energia*. A proposta é tratar deste tema dentro dos planejamentos de Física de maneira a buscar alternativas para que conceitos, nem sempre apresentados, possam ser discutidos e compreendidos nas salas de aula do ensino médio. A equação é resultado importante de uma série de concepções sobre “Teoria da Relatividade”. Como afirma Vieira, *et al*, baseados no trabalho de Einstein e Infeld (1980): “Com base nela podemos compreender uma vasta gama de fenômenos tais como processos atômicos e a produção de energia nas estrelas através da fusão nuclear”. (VIEIRA et al, 2004, p.93)

Nossa ambição, é conhecer melhor os conceitos e aplicações desta equação e desenvolver assim, práticas que possam ser acessíveis aos estudantes e leva-los a oportunidade de trabalhar com “uma equação com implicações tão profundas, que pode parecer, à primeira vista, um tópico indecifrável, e acessível para poucos privilegiados”. (Vieira et al, 2004, p.93).

Nesse sentido, inspirados pelo questionamento presente no trabalho dos autores citados acima, chegamos ao seguinte problema norteador: “Será possível encontrar uma alternativa de obtenção da equação de $E = mc^2$, tanto do

ponto de vista conceitual como matemático? Que seja acessível também aos estudantes do Ensino Médio?”

O problema apontado, revelou-se desafiador. A construção de um planejamento para obtenção da equação mostrou-se insuficiente sem a inclusão de abordagens prévias e considerações após sua apresentação. Nesse sentido, este trabalho é o resultado, até aqui, de uma pesquisa acerca de práticas de ensino que se apresentaram interligadas, estabelecendo um produto educacional, interdisciplinar e de apelo também social.

Quanto a prática pedagógica, optamos pela elaboração de uma sequência didática embasada no trabalho de Antoni Zabala (1998 e 2014). Para o autor o ensino é mais do que um conjunto de técnicas e saberes, mas possui também função social e deve ser formador integral. Para ele, essa é a principal funcionalidade do ensino onde o “objetivo é o desenvolvimento de todas as capacidades da pessoa e não apenas as cognitivas...” (Zabala, 1998, p.197).

No que tange às sequências didáticas (SD), esta metodologia nos chama a atenção devido ao seu caráter organizacional dos conteúdos e da sua potencialidade de ensino, já que diversas estratégias podem ser utilizadas. Zabala (1998), indica que estas são “estruturas de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professor, como pelo alunos”. (p.18)

Além do mais, essa sequência se identifica interdisciplinar e traz à tona as discussões a respeito de aprendizagem significativa. Nos embasamos neste momento na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, dissertada por Moreira (2012) que justifica que esta aprendizagem é aquela onde “as ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe”. (p.6)

Em suma, nossa intenção em organizar o trabalho desta maneira, reflete uma tentativa de aliar diferentes estratégias de ensino na apresentação de um conteúdo corriqueiramente teórico.

Quanto à estrutura da dissertação, buscamos organizar o capítulo “Origens da Equação” de forma trazer luz aos conceitos envolvidos na equação e apresentar informações teóricas e históricas a respeito do tema. Inspirados

pelo livro de BODANIS (2004), construímos um capítulo que pode ser (ou não) apoio ao professor no momento de suas intervenções pedagógicas.

No capítulo seguinte, usamos a abordagem Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS) como visão pedagógica a ser tomada nas práticas em sala de aula. Devido a postura crítica que as atividades poderão despertar nos alunos, é de grande valia a fundamentação teórica em linhas de pensamento que convirjam para ideias sociais.

O capítulo quatro discorre a respeito das metodologias e referenciais teóricos utilizados nesta pesquisa. Sem a intenção de esgotar o assunto apontamos como as ideias da Teoria da Aprendizagem Significativa e a metodologia das sequências didáticas contribuem com o nosso trabalho. Relatamos também como ocorreram as práticas e quais resultados foram identificados.

Escolhemos o último capítulo para tratar do corpo do produto educacional. O objetivo de sua organização no contexto apresentado é torná-lo independente do restante da dissertação. Sendo assim, em cada uma de suas partes procuramos equilibrar a teoria e prática suficientes para aplicação em sala de aula sem a necessidade de recorrência direta ao restante do material. O leitor observará, que durante o material, diversas alternativas de ensino são utilizadas para as diferentes aulas.

Deste modo, pretende-se contribuir com o desenvolvimento do Ensino de Física através de uma sequência didática que relaciona conteúdos de Física Moderna e Contemporânea em torno do objetivo principal de apresentar de maneira conceitual e matemática uma das equações "...mais conhecidas da Física, e talvez da própria Ciência". (Vieira et al, 2004, p.93)

2 Origens da Equação $E=mc^2$

Chamada também de equivalência massa-energia a equação $E = mc^2$ “é o resultado geral mais importante da teoria da relatividade especial” (EINSTEIN, 1919) e caracteriza-se por uma das mais importantes fases da Física Moderna. Segundo a teoria da relatividade, a energia cinética de um ponto material de massa m não é mais dada pela conhecida fórmula:

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Mas pela fórmula:

$$T = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Onde essa expressão se torna infinita quando a velocidade v se aproxima da velocidade da luz c . Assim podemos concluir que a velocidade deve sempre manter-se menor que c , por mais energia que se empregue na aceleração. Se expandirmos a expressão da energia cinética em séries de potências, obtemos:

$$mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \dots$$

O segundo termo desta série é o último considerando pela mecânica clássica e o terceiro termo será muito pequeno quando o quociente v^2/c^2 for muito menor que 1. Por sua vez o primeiro termo independe da velocidade e poderá ser desconsiderado mesmo sendo de suma importância, como mostraremos da dedução alternativa. O que surge de interessante aqui é que a física pré relatividade considerava duas leis de conservação fundamentais, a lei da conservação da energia e da conservação da massa que seriam aparentemente independentes uma da outra e a relatividade as funde.

Em seu artigo de 2010, o professor Francisco Fernflores traz mais explicações e significados para a equação. Baseados em seu trabalho que discutiremos os trechos abaixo:

Iremos considerar que E representa a energia total de um sistema física S . O símbolo m representará a massa relativística de S , medida por um observador O que se move com uma velocidade constante v em relação a S . Quando O e S estão num estado de repouso relativo, a massa medida é

chamada “massa de repouso” e designada por m_0 . Essa massa de repouso é medida de inércia de S, ou seja, da tendência de S resistir às mudanças na velocidade. A massa de repouso está relacionada com a massa relativística pela equação:

$$m = m_0\gamma(v)$$

Onde

$$\gamma(v) = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}$$

Conhecido como fator de Lorentz (no trabalho final colocaremos um apêndice com a dedução deste fator). Comumente essa Energia calculada é chamada de Energia de Repouso e designada por E_0 . Ao substituirmos a massa de repouso na equação $E = mc^2$, tem-se:

$$E = m_0\gamma(v)c^2$$

Quando S e O estão em repouso relativo, o fator de Lorentz vale 1, já que a velocidade é zero e assim chegaremos em:

$$E_0 = m_0c^2$$

Ainda segundo Fernflores (2010) um dos equívocos mais comuns no que diz respeito a conclusão da equação é que, a matéria pode ser convertida em energia. O autor ainda traz que tanto na física relativística como na clássica, “massa e energia são tidas como propriedades de sistemas físicos ou propriedades dos constituintes de sistemas físicos. Existe uma distinção sutil entre matéria e massa na Física Moderna fazendo que qualquer conversão faça sentido no que se refere a massa em energia e não entre matéria e energia.

Com os supostos teóricos expostos acima damos uma introdução do conteúdo envolvido nesta equação. Iremos na sequência abordar com mais detalhes, os termos que envolvem este resultado. Quem sabe sejam, Energia, Massa e Velocidade da Luz e as suas inter-relações o que há de mais importante neste tema.

2.1 E de Energia

Segundo estudos de David Bodanis (2004), a palavra Energia é relativamente nova, tendo suas primeiras aparições por volta do ano de 1800. Em geral, apesar disso, podemos dizer que as pessoas já possuíam conhecimento sobre alguns “poderes” que surgiam em seu dia a dia – estalidos de energia estática e rajadas de vento por exemplo- porém, acreditando que estes eventos seriam dissociados.

Um dos primeiros a modificar essa visão fora um ótimo aprendiz de encadernador, que tinha grande admiração e interesse pela física, chamado Michael Faraday. Este recebera convites para assistir uma série de palestras na Instituição Real, ministradas por Sir Humphry Davy ²cujo assunto era eletricidade e as possíveis energias ocultas em nosso universo.

Notas bem encadernadas a respeito das explicações de Davy, foram a porta de entrada à pesquisa científica para Faraday. Concomitante ao início das suas pesquisas em busca de uma conexão entre eletricidade e magnetismo, um conferencista em Copenhague (Oersted) acabava de descobrir o efeito de uma corrente elétrica sob uma agulha de uma bússola. Segundo Bodanis (2004):

“Eletricidade era coisa que estalava e sibilava e se originava nas pilhas. Magnetismo era diferente: uma força invisível que fazia as agulhas dos navegadores serem empurradas para frente, ou fazia pedaços de ferro grudarem em magnetita. Magnetismo não era algo que você imaginava como parte das pilhas e circuitos” (BODANIS, 2004, p.23)

Foi de Faraday, aos vinte e nove anos, a imaginação para a criação do que chamamos hoje de “linhas de campo” e dele a caracterização delas em linhas circulares, “como se formassem um furacão rodopiando um ímã”, para justificar o movimento do agulha. Sendo correta essa ideia, um fio frouxamente suspenso, poderia ser arrastado, capturado “como se fosse um barco apanhado em um redemoinho de água”. (BODANIS, 2004)

Imediatamente, Faraday havia feita a descoberta do século:

“O que Faraday tinha inventado, no seu laboratório no porão, foi a base do motor elétrico. Um simples fio pendente, girando continuamente, não parece muito. Mas Faraday tinha apenas um pequeno ímã e o estava alimentado com uma potência bem pequena. Aumente sua

² **Sir Humphry Davy** fora considerado um dos maiores químicos e inventores da Grã-Bretanha. Ele é considerado um dos fundadores da Eletroquímica. Disponível em: <https://www.portalsaofrancisco.com.br/biografias/humphry-davy> (Acesso em: 12.03.18)

rotação e esse fio em rodopio ainda seguirá obstinadamente os padrões circulares que tinha mapeado no ar aparentemente vazio” (BODANIS, 2004, p.26).

Nesse momento, o conceito integral de “Energia” começava a ser formado ao mostrar que estas áreas da Física, antes consideradas totalmente distintas, estavam ligadas. O conceito de energia passou a ter vida própria após os trabalhos de Faraday, deixando a comunidade científica mais confiante no caminho de demonstrar a unificação de todos os tipos de energia.

Além disso, o que se chegou foi à conservação dessas energias:

“...como se Deus tivesse colocado uma quantidade X de energia neste universo...e mesmo que as pessoas testemunhem os tipos de energia se alterando, a quantidade total de energia permanecerá a mesma. Isso veio a ser conhecido como a Lei da Conservação da Energia” (BODANIS, 2004, p.29).

Em suma, anos depois, Albert Einstein, não complacente com apenas estas informações a respeito de energia, entra em um caminho para mostrar que existe muito mais que apenas a “energia deixada por Deus”. Na verdade existe muito mais e seus estudos contribuíram para corroborar toda a concepção atual de energia, muito devido ao fato da fama que sua personalidade e descobertas causaram.

Atualmente a palavra Energia é utilizada para explicar diversas situações cotidianas, sendo de extrema importância seu estudo para a sociedade moderna. É comum lermos e /ou escutarmos notícias sobre novas fontes de energias renováveis, construções de hidrelétricas e riscos da energia nuclear, por exemplo. Portanto, esse conceito faz parte do senso comum e devemos abordá-lo com nossos alunos de maneira a apresentar-lhes uma explicação física acessível. Segundo o dicionário³, energia é acompanhada de alguns significados:

- 1- *Força física ou moral; vigor, ânimo.*
- 2- *[Figurado] Firmeza no modo de agir; rigor, determinação: agir com energia.*

³ Disponível em: <https://www.dicio.com.br/energia/> (Acesso em 14:04.2018)

- 3- *[Física] Faculdade que possui um sistema de corpos para fornecer trabalho mecânico ou seu equivalente; força, potência.*
- 4- *[Filosofia] Força física ou metafísica que, para filosofia aristotélica, é capaz de atualizar uma potencialidade.*

Do exposto acima percebemos que o conceito físico de energia é acompanhado de diversas adjetivações do termo e de conhecimentos praticados em determinada cultura. Como afirma Bucussi (2006), a definição de energia não é clara e está atrelada com o que é chamado de “concepções alternativas”:

Estas concepções alternativas caracterizam-se por serem superficiais e coerentes com o ponto de vista do estudante, explicando, equivocadamente, situações do dia-a-dia ou questões colocadas pela educação formal. Também são resistentes à mudança, manifestando-se mesmo após o ensino formal, revelando-se como estruturas conceituais que não estão isoladas e que podem estar explícitas ou implícitas para os estudantes (BUCUSSI, 2006, p.18).

O autor corrobora, considerando que a concepção de energia sendo um conceito original "resultado de um processo de evolução da leitura de mundo feita pelas teorias científicas, e de uso bastante disseminado na sociedade atual", e que assim os estudantes construirão suas concepções alternativas não só por contato com as manifestações de Energia no mundo físico, mas também através das heranças culturais da linguagem difundida pelos meios de comunicação.

Acreditamos, portanto, que tentar modificar por completo estas concepções alternativas seria um trabalho demasiadamente complicado. Para Mortimer (2001) *apud* Bucussi (2006), "... parece inútil o esforço em mudar concepções que têm raízes profundas nas nossas formas cotidianas de falar sobre o mundo e que são compartilhadas pelos indivíduos de uma mesma cultura."

Sendo assim, concordamos com a observação de Moreira (1994) no que diz respeito a convivência entre as concepções cientificamente aceitas e aquelas alternativas criadas pelos estudantes. Ao invés de tentarmos destruir o que o estudante já adquiriu, devemos desenvolver estratégias que enriqueçam as pré-concepções de forma que eles possam diferenciar gradualmente os significados.

Sendo assim, a respeito da natureza epistemológica de Energia, apoiados em Bucussi (2006):

O conceito de energia é muito abstrato e como já se disse, bastante difícil de se definir com precisão, a ponto de alguns autores preferirem não defini-lo, a não ser matematicamente, de forma bastante operacional, apreendendo-o através do estudo e quantificação de suas diversas manifestações. Porém, se não temos muita facilidade em afirmar o que é a energia, por outro lado temos boas condições de esclarecer aquilo que a energia não é (BUCUSSI, 2006, p.19).

No que tange à transposição didática deste tema apontamos algumas alternativas de abordagem a serem feitas na construção de um currículo de Física que aponte Energia como tema de estudo:

1. A energia pode ser vista como uma propriedade que expressa as alterações ocorridas nos sistemas devido aos processos de transferência e transformação realizados através de interações;
2. Energia com uma grandeza sistêmica e relativa;
3. A energia e seu relacionamento com os conceitos de calor e trabalho;

Os itens acima mencionados, estão indicados no trabalho de Bucussi (2006) e o autor se apoiou nos trabalhos de Solbes e Tarín(1998); Doménech et. al., (2003) ; Hierrezuelo e Montero (1998) e Moreira (1999).

2.2 M de Massa

De acordo com o livro de Bodanis (2006) por muito tempo o conceito de “massa” era tido como igual ao conceito de energia (antes de Faraday). Muito do que se entende hoje por massa teve seu início nos anos 1600, com Isaac Newton, ao descrever os astros como peças ligadas entre si como se fosse “uma máquina de Deus”. O trabalho de Newton levantou a suspeita de que partículas de materiais diferentes poderiam ter algo em comum e que o que se estudava nos céus também tinha significado nos objetos terrestres.

Ainda segundo o autor, coube a Antoine Laurent Lavoisier um olhar mais cuidadoso para encontrar o elo entre os diferentes materiais. Lavoisier e sua esposa, construíram um aparelho inteiramente fechado para realização de experimentos:

“Eles colocavam várias substâncias em seu aparelho da sala de estar, lacravam-no rigidamente e aplicavam e aplicavam calor ou iniciavam uma chama real para acelerar a oxidação. Depois que tudo tivesse se esfriado, eles retiravam o metal mutilado, enferrujado ou submetido ao fogo e o pesavam, medindo também cuidadosamente quanto ao poderia ter sido perdido” (BODANIS, 2004, p.39-40).

O que o experimento de Lavoisier apontou, foi que o material após oxidado “pesava mais”. Esse fato contra intuitivo foi importante para a construção de um novo pensamento a respeito do tema. A conclusão era que “alguns gases fluíram até o metal e aderiram a ele” (BODANIS, 2004, p.40).

Através de sua máquina extremamente precisa, Lavoisier mostrava ao mundo que a matéria poderia mudar de forma sem deixar de existir. Seu trabalho corroborou com os ensinamento de Isaac Newton, que indicava “massa” como um propriedade dos objetos físicos que afeta sua maneira de se movimentar.

Exemplificado isso, Rodrigo de Abreu (ano), apresenta em seu artigo as ideias emergentes a respeito de massa:

“A noção de massa emerge associada a duas experiências que estão intimamente relacionadas, mas que podem parecer ser distintas: a de peso de um objeto e a dificuldade em empurrar, puxar, ou travar um corpo. Podemos relacionar estas duas ideias. Notemos desde já, que ao peso está associada a ideia de que existe uma direção distinta das outras, a direção que designamos por vertical. E se empurrarmos numa direção horizontal a dificuldade em empurrar é independente da direção horizontal que se considere. Esta dificuldade não depende da direção escolhida, desprezado que seja o atrito com a superfície onde deslize o corpo”. (ABREU, ANO, p.2-3).

Ao considerarmos o próprio trabalho de Newton apud Valadares (1993), a ideia de massa estaria ligada a quantidade de matéria de um corpo, definindo a massa do corpo pelo “produto do seu volume pela densidade da substância que o constitui” (1993, p.110). Ainda segundo o autor, isso se torna um ciclo vicioso já que densidade se defini a partir da própria massa do objeto.

O dicionário⁴ nos traz o seguinte significado para massa:

⁴ Disponível em: <https://www.dicio.com.br/massa/> (Acesso em: 15.04.2018)

- 1- *Qualquer porção de conteúdo pastoso ou sólido: massa de barro. Concentração do que forma um conjunto homogêneo: massa capilar;*
- 2- *[Física] Quantidade da matéria de um corpo, mensurada em gramas; representada pelo símbolo: "m";*

Onde podemos analisar a presença da definição Newtoniana. E esta definição fora bastante aceita e difundida. Valadares (1993) analisa em seu artigo os trabalhos de Lorentz e Henri Poincaré, que criticaram a teoria de Isaac Newton, e sintetiza as questões da mecânica clássica:

“Em primeiro lugar, que na Física Clássica surgiram várias massas, todas elas procurando traduzir a inércia dos corpos. Em segundo lugar, que a ideia de massa inercial variável com velocidade surgiu antes de Einstein, no quadro conceitual da Mecânica Clássica e com base em teorias que referiam alterações estruturais dos corpos. E finalmente, a legendária equação $E=mc^2$, também foi introduzida antes de Einstein com um significado limitativo (VALADARES, 1993, p.112).

Com isso, a maioria dos cientistas acreditavam nesta época, que energia e massa tratavam-se de dois “reinos” distintos e não conectáveis. Porém, anos depois Einstein, demonstraria que ambas estavam completamente ligadas e estudando algo, aparentemente distante: a velocidade da luz. (BODANIS, 2004, p. 46)

2.3 “c” de Celeritas

Talvez seja uma das três partes (energia, massa e velocidade da luz) mais curiosas que envolvem nossa equação. Diferente das duas anteriores abordadas, “c” não refere-se a uma concepção, porém trata-se de um processo físico. Sobre isso, podemos apontar um exemplo:

“Se digo que -273 (273 negativos) é o menor número que existe, você poderia responder corretamente que estou errado, que -274 é menor, e que -275 é menor ainda, e que você poderia continuar assim para todo sempre. Mas suponhamos que estivéssemos lidando com temperaturas. A temperatura de uma substância é uma leitura de o quanto suas partes internas estão se movendo e, em algum ponto, elas irão parar de vibrar inteiramente. Isso acontece em -273 graus na escala centigrada e é por isso que é chamado de zero absoluto quando

se fala em temperatura. Os números puros podem descer ainda mais, porém as objetos físicos não: eles não podem vibrar menos, quando não estão vibrando nada” (BODANIS, 2004, p.60).

Segundo Bodanis (2004), o uso dessa letra para representar a velocidade da luz se deve, muito provavelmente, em respeito ao período que a ciência concentrava-se na Itália e o latim era a língua escolhida. *Celeritas* é a palavra latina que significa “ligeireza”.

Desta forma, abordaremos agora, sem intenção de esgotar o tema, a importância desse valor, e porque este valor aparece, na equação $E=mc^2$, uma vez que o processo começou em definir que esta velocidade é finita e mensurável.

3 A Abordagem Ciência, Tecnologia e Sociedade (CTS)

A utilização das ciências no mundo cotidiano se mostra cada dia mais presente com os avanços tecnológicos. Não é incomum afirmações sobre determinados produtos feitas a partir de dados garantidos pelas pesquisas “científicas”. O termo anterior, encontra-se em destaque, por conta do misticismo que eventualmente é traduzido em muitos destes depoimentos. Como afirma Bazzo (2011), a sociedade, mais do que nunca, vive sob o domínio das ciências e tecnologias e tende em muitas ocasiões a adotá-las como uma espécie de divindade.

Esse processo ocorre em nossa sociedade de tal forma que se faz necessário o tratamento dessas informações por parte das ciências a fim de evitar a disseminação de informações incorretas e do que chama Bazzo, “vulgarização científica”. O autor salienta sua preocupação em retirar as ciências e tecnologias do pedestal em que foram colocadas e analisar os resultados de maneira séria, avaliando os atuais e futuros efeitos que o seu uso ocasionarão em nossas vidas. O autor corrobora:

A propaganda que se faz da ciência e da tecnologia, provavelmente com vistas a melhores resultados das questões de ordem econômica, é tão intensa que uma parcela significativa das pessoas acredita que elas, em quaisquer circunstâncias, podem sempre ser tidas como amigas leais, que arrastam consigo apenas benesses para a sociedade (BAZZO, 2011, p.).

É um comportamento habitual de parte da sociedade, a sensação da melhoria real de vida por conta dos avanços das ciências e das tecnologias independentemente do grau de conhecimento de cada um sobre o tema e/ou as condições desses avanços. Sendo assim, o autor enfatiza a importância de se criar alternativas para se ensinar de maneira didática os conteúdos que envolvam “Ciência, Tecnologia e Sociedade” já que o tema é curiosidade comum dos nossos estudantes.

Todavia, o objetivo deve ser o de levar responsabilidade ao ensino, retirando incoerências do “senso comum”, geradas segundo o autor pelos

“bombardeamentos” de informações diárias que a sociedade está exposta. É comum:

...a consideração da ciência e da tecnologia como libertadoras em si mesmas. Somada a isso, existe a visão linear de progresso científico-tecnológico não só como um avanço do conhecimento, mas sim como uma melhoria real, inexorável e efetiva em todos os aspectos da vida humana. Desta forma, a ciência e os avanços tecnológicos fariam felizes os homens, independentemente das condições de suas aplicações (BAZZO, 2011, p.).

Nesse sentido, nas décadas de 60 e 70 por conta da crescente preocupação com os impactos, principalmente do uso de armas nucleares e químicas bem como nos efeitos ambientais, sociais, tecnológicos e científicos oriundos deste movimento é que houve início os estudos em CTS. Os resultados motivaram o início de novas pesquisas e uma mudança de paradigmas.

Santos e Mortimer (2001), indicam que o movimento CTS, contrapõe o pressuposto cientifista, que valorizava apenas a ciência em si, onde esta era vista como atividade neutra, seleta a apenas um grupo de especialistas, despreocupados com as consequências dos conhecimentos disseminados.

As novas pesquisas, advindas do novo movimento que surgia, apontaram críticas a essa pensamento de ciência e deixaram evidentes limitações e responsabilidades:

A ciência não é uma atividade neutra e o seu desenvolvimento está diretamente imbricado com os aspectos sociais, políticos, econômicos, culturais e ambientais. Portanto a atividade científica não diz respeito exclusivamente aos cientistas e possui fortes implicações para a sociedade. Sendo assim, ela precisa ter um controle social que, em uma perspectiva democrática, implica em envolver uma parcela cada vez maior da população nas tomadas de decisão sobre C&T (SANTOS E MORTIMER, 2001, p.2).

Desta maneira, os objetivos do ensino de ciências, segundo o autor, passaram a ser o de dar ênfase na formação de alunos cidadãos conscientes no controle social da ciência. Este processo se iniciou na Europa e posteriormente

atingiu os países da América do Norte, alterando diversos projetos curriculares de ensino médio.

3.1 Currículo com enfoque CTS

Um dos pilares do enfoque CTS é aproximar o conteúdo científico e tecnológico, aos contextos de diferentes estudantes para que se formem cidadãos capazes de analisar e avaliar estas informações de maneira eficaz, podendo assim, “assumir uma postura questionadora e crítica num futuro próximo” (PINHEIROS, MATOS E BAZZO, 2007, p. 15).

É de outrora a necessidade de mudanças no processo de ensino e aprendizagem de ciências, sendo a Física como protagonista neste trabalho em questão. Além de contribuir em uma educação mais democrática aos estudantes, o enfoque CTS traz novas estratégias ao ensino.

Roberts (1991) *apud* Santos e Mortimer (2002) indica que ênfases curriculares em CTS são aquelas que interligam relações entre o que é uma explicação científica, planejamento tecnológico e solução de problemas, e tomadas de decisões sobre temas de âmbito social. Neste contexto, esses currículos trazem concepções:

ciência como atividade humana que tenta controlar o ambiente e a nós mesmos, e que é intimamente relacionada à tecnologia e às questões sociais; (ii) *sociedade* que busca desenvolver, no público em geral e também nos cientistas, uma visão operacional sofisticada de como são tomadas decisões sobre problemas sociais relacionados à ciência e tecnologia; (iii) *aluno* como alguém que seja preparado para tomar decisões inteligentes e que compreenda a base científica da tecnologia e a base prática das decisões; e (iv) *professor* como aquele que desenvolve o conhecimento e o comprometimento com as inter-relações complexas entre ciência, tecnologia e decisões. (SANTOS E MORTIMER, 2001, p. 3)

Autores como Roehrig e Camargo (2014) destacam que ensinar ciências deve divergir do currículo tradicional onde ciência e tecnologia são tratadas como assuntos isolados e destacam que um currículo em CTS traz estes temas de maneira integrada ao cotidiano do aluno, sempre buscando fazer com que o “aluno associe a compreensão pessoal de seu ambiente social, tecnológico e

natural, passando a encontrar sentido na ciência em suas experiências diárias” (Roehrig e Camargo, 2014, p.874).

Dessa forma, Roehrig e Camargo, baseados no trabalho de AIKENHEAD (1994), reafirmam que ensinar fenômenos naturais, deve ser feita de maneira a integrar ciência ao ambiente social e tecnológico de cada aluno. Nesse sentido, no momento de se elaborar um currículo CTS, o contexto do aluno deve ser eleito fator central do trabalho.

Neste processo, SANTOS E MONTIMER (2002) apontam alguns (entre outros) conteúdos que poderiam ser explorados em sala de aula como:

- (i) exploração mineral e desenvolvimento tecnológico, científico e social. Onde questões que envolvam empresas multinacionais que existem por aqui, como a Vale e Petrobrás poderiam ser tratadas;
- (ii) ocupação humana e poluição ambiental: os problemas de superpopulações nas metrópoles brasileiras até chegar em problemas de saneamento básico , saúde pública, etc;
- (iii) fontes de energia: questões ambientais e políticas.

Esses apontamentos nos fazem concluir sobre o caráter multidisciplinar que um currículo com enfoque CTS traz para o ambiente educacional e sobre as possibilidades de melhor compreensão da ciência e tecnologia, uma vez que estudar as ciências sem analisar suas dimensões sociais, pode trazer uma falsa impressão de aprendizagem. Como afirmam os autores:

Esse tipo de abordagem pode gerar uma visão deturpada sobre a natureza desses conhecimentos, como se estivessem inteiramente a serviço do bem da humanidade, escondendo e defendendo, mesmo que sem intenção, os interesses econômicos daqueles que desejam manter o status quo. (SANTOS E MORTIMER, 2002, p.12)

No que tange aos efeitos que as inter-relações entre ciência, tecnologia e sociedade refletem nos diferentes contextos, McKAVANAGH e MAHER (1982) apud SANTOS E MONTIMER (2002, p.11), elaboram o quadro que apresentamos abaixo:

Tabela 1- Aspectos da abordagem de CTS

Aspectos de CTS	Esclarecimentos
1. Efeito da Ciência sobre a Tecnologia	A produção de novos conhecimentos tem estimulado mudanças tecnológicas.
2. Efeito da Tecnologia sobre a Sociedade	A tecnologia disponível a um grupo humano influencia sobremaneira o estilo de vida desse grupo.
3. Efeito da Sociedade sobre a Ciência	Por meio de investimentos e outras pressões, a sociedade influencia a direção da pesquisa científica.
4. Efeito da Ciência sobre a Sociedade	O desenvolvimento de teorias científicas podem influenciar a maneira como as pessoas pensam sobre si próprias e sobre problemas e soluções.
5. Efeito da Sociedade sobre a Tecnologia	Pressões públicas e privadas podem influenciar a direção em que os problemas são resolvidos e, em consequência, promover mudanças tecnológicas
6. Efeito da Tecnologia sobre a Ciência	A disponibilidade dos recursos tecnológicos limitará ou ampliará os progressos científicos.

Fonte: McKAVANAGH e MAHER, 1982. p.72.

4 Metodologia

Nesse capítulo, abordaremos as questões metodológicas do trabalho, respectivamente, acerca dos procedimentos metodológicos empregados em sala de aula, referencial teórico-metodológico, a teoria de David Ausubel e a organização de uma sequência didática para explorar os pontos acima mencionados.

4.1 Procedimentos Metodológicos

Quanto aos participantes, o nível de ensino escolhido para aplicação do projeto fora o 2º e 3º anos do ensino médio, porém o projeto também teve uma parte aplicada em um curso técnico-superior da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, no campus de Medianeira. A escolha desta última, surgiu após uma conversa entre os organizadores deste trabalho e docentes da instituição que lecionam nessa turma, onde a conclusão era que a bagagem de Matemática e Física destes alunos eram compatível com o ensino médio, já que estavam no primeiro ano de seu curso.

Quanto ao ensino médio, o projeto fora trabalhado em uma escola privada da cidade de Foz do Iguaçu no período do contraturno escolar já que é política da escola a elaboração de projetos extracurriculares para os estudantes.

A escolha dos alunos aconteceu através de convite àqueles interessados em realizar de um projeto que ficou conhecido no colégio como “Tópicos de Física Moderna: Einstein e seu $E=mc^2$ ”. A predominância de participantes ocorrera principalmente por alunos que fazem parte do ensino integral da escola.

A aplicação dos conteúdos foi feita a partir da elaboração de uma sequência didática, cujos temas tratados envolveram Física Moderna, Fissão e Fusão Nuclear, Energia Nuclear, Energia de Ligação entre outros assuntos que surgiram durante as conversas. Na escola foram organizados seis (6) encontros semanais de uma a três aulas (50min/aula). Ao longo das aulas, buscamos introduzir diferentes abordagens de ensino ao explorar a utilização de vídeos, imagens e textos para a contextualização e discussão dos temas.

Em relação à aplicação do produto no curso técnico superior, escolhemos a aula cinco da sequência didática para uma aplicação e captação de resultados prévios, uma vez que tínhamos uma hora e trinta minutos disponíveis.

No que tange à avaliação do processo, ela foi contínua. Foram disponibilizadas diversas atividades ao longo das aulas para que os alunos pudessem aplicar, revisar ou formular ideias e conceitos sobre os temas discutidos.

4.2 Referencial teórico-metodológico

A escola, de acordo com Mário Sérgio Cortella (2014), em seu livro *Educação, Escola e Docência*, aborda as transformações sofridas na própria instituição escolar e na sociedade como um todo e a partir disso, o papel da docência e da família no processo de ensino e aprendizagem. Alerta para a constante reflexão tão necessária acerca do processo acima mencionado e afirma:

Alguém que entre em estado de atenção no trabalho pedagógico está demonstrando inteligência. Porque o número de variáveis que passaram a fazer parte do nosso circuito hoje é tamanho, que a escolarização não corre mais dentro de um veio tão escorrito como já o foi em tempos anteriores. Aquilo que está no entorno mudou tanto que a Escola mudou também. Embora menos do que o seu entorno. E como as pessoas não vivem na Escola, mas no entorno, trazem para dentro do espaço escolar essas características de volatilidade, de pressa no cotidiano, de uma multiplicidade de tecnologias que fizeram com que houvesse um emagrecimento da Escola como fonte de conhecimento letrado. Isto é, não só ela ficou menos interessante, com o também perdeu parte da tarefa que carregava antes como maior valor (CORTELLA, 2014, p. 29).

Ao observar esse princípio - da atuação social dentro e fora dos muros escolares - há que se prestar atenção na bagagem de conhecimento que o aluno traz consigo para dentro da sala de aula, ou seja, não considerar o educando como uma *tábula rasa*, conforme pensava John Locke e sim, percebê-lo enquanto um ser social, dotado de inúmeros conhecimentos. À escola cabe, portanto, contribuir para que esses conhecimentos baseados, geralmente, no senso comum sejam transformados em conhecimento científico.

O ensino de uma matéria pedagógica, em nosso trabalho trataremos do ensino de Física, prescinde de aliar o que o aluno já sabe, em outras palavras, aquilo que ele vivencia diariamente e fazê-lo notar que a Física está em toda a parte e não, apenas em um livro repleto de fórmulas e conceitos, sendo esses últimos os contribuintes para que possamos compreender o “como” a Física se realiza, acontece, se apresenta no nosso cotidiano.

Jorge Megid Neto e Décio Pacheco (2001) retomam historicamente o ensino de Física no Brasil, cuja introdução ocorreu em 1837, com a Fundação do Colégio Pedro II no Rio de Janeiro. Salientam que desde àquela época, o ensino se manteve quase inalterado, “um ensino que apresenta a Física como uma ciência compartimentada, segmentada, pronta, acabada, imutável” (MEGID-NEDO; PACHECO, 2001, p. 17).

Os mesmos autores previnem que, embora houveram avanços na identificação dos problemas que implicam o ensino de Física, eles “não ampliam as discussões para o campo interdisciplinar ou para um entendimento mais amplo das múltiplas relações entre escola e sociedade [...]” (MEGID-NETO; PACHECO, 2001, p. 28).

A formação do professor de física, especificamente, demonstra uma série de desafios de acordo com Claudio Pires de Mendonça (2011) e entre eles está a organização dos próprios currículos do curso de Física, estruturado no modelo 3 anos de disciplinas específicas da área de exatas e 1 ano de matérias pedagógicas. Conforme o mesmo autor “em linhas gerais, não há uma articulação entre os conteúdos específicos e as disciplinas pedagógicas”, ele complementa afirmando a necessidade de repensar a formação dos professores formadores, cujo foco não está na formação dos professores, mas na pesquisa de uma área específica.

Diante desse panorama, faz-se necessário pensar acerca das diferentes teorias de ensino a fim de que elas possam lançar uma luz e contribuir para encontrar possíveis caminhos que estabeleçam um elo entre as disciplinas específicas e as matérias pedagógicas inerentes ao trabalho do professor em sala de aula, bem como contribuir para que os formadores de professores possam propor diálogos que fomentem essa prática conjunta. O professor Marco Antonio Moreira (1999) distingue três diferentes filosofias de ensino: a comportamentalista (behaviorista); a cognitivista e a humanista.

Conhecer essas teorias permite ao professor escolher àquela com a qual mais se identifica. Cada uma delas, a seu modo, proporciona um caminho pelo qual educador e educando podem percorrer a fim de aumentar o interesse pelo estudo da física, tornar as aulas mais atrativas e promover o desenvolvimento científico de modo efetivo.

O papel ocupado pelo professor e pelos alunos tem sido variado ao longo do tempo, ora o professor é o centro do processo de ensino-aprendizagem, atuando enquanto “fonte de saber” a qual os alunos devem recorrer para sanar as dúvidas, em outras palavras é uma aprendizagem passiva para os educandos. Há também, uma abordagem em que os alunos são as peças centrais do processo, sendo o professor um mediador do caminho a ser percorrido.

Essa última abordagem está presente na teoria de David Ausubel, cuja teoria considera o aluno como peça importante para o desenvolvimento do trabalho do professor, a exemplo disso, ele propõe a exploração – no primeiro momento – daquilo que o educando sabe, para em um segundo momento inserir novos dados, ou seja, conhecer o quanto os seus alunos sabem é primordial para dar sequência no trabalho. Isso justifica a escolha por essa teoria para guiar o passo a passo da sequência didática construída.

4.3 David Ausubel: uma abordagem cognitivista

Inicialmente, faz-se necessário saber quem foi David Paul Ausubel. Ele nasceu em Nova Iorque, Estados Unidos, em 1918 e faleceu em 2008. Formou-se em Medicina Psiquiátrica e dedicou uma parte de sua vida ao estudo da Psicologia Educacional, este último tópico, de acordo com a professora Rosália Maria Ribeiro de Aragão, em entrevista à Revista Nova Escola, ocorreu a partir das dificuldades enfrentadas por ele nas escolas norte-americanas, devido ao fato de ser filho de imigrantes judeus e não ter sido compreendido nesse aspecto.

De acordo com a teoria de Ausubel, o indivíduo precisa ter um conhecimento prévio, assim poderá acionar o mecanismo - a engrenagem - que permitirá que ele faça sentido ao educando e possa ser transformado pelo próprio aprendiz. De acordo com Moreira (2003):

O conceito básico da teoria de Ausubel é o de aprendizagem significativa. A aprendizagem é dita significativa quando uma nova informação (conceito, ideia, proposição) adquire significados para o aprendiz através de uma espécie de ancoragem em aspectos relevantes da estrutura cognitiva preexistente do indivíduo, isto é, em conceitos, ideias, proposições já existentes em sua estrutura de conhecimentos (ou de significados) com determinado grau de clareza, estabilidade e diferenciação (MOREIRA, 2013, p. 45).

Em suma, a teoria de Ausubel é resumida por Moreira “O processo é dinâmico; o conhecimento vai sendo construído” (2013, p. 45). Esse processo de construção é, certamente, um dos caminhos para transformar o ensino de Física, mas não apenas de Física, a fim de despertar o interesse do educando pela pesquisa e aquisição de novos conhecimentos.

4.4 Sequência Didática: Uma Possibilidade para o Ensino de Física

Ensinar Física, bem como, ensinar outras disciplinas constituem-se em tarefas árduas, pois exigem não apenas o conhecimento do profissional, mas a disposição dele por meio de planejamento no qual conste o conteúdo a ser ensinado, os materiais que serão utilizados, a metodologia, os objetivos e também, os resultados que se espera alcançar. A partir do planejamento, se vislumbra a prática e ela é um momento fluído, que em diversos momentos requer mudanças no modo de conduzir a aula. Sendo assim, existem ferramentas, como por exemplo a sequência didática, que contribuem para que o processo de planejamento conduza à prática que, nas palavras de Antoni Zabala (2014) assim se configura:

A estrutura da prática obedece a múltiplos determinantes, tem sua justificação em parâmetros institucionais, organizativos, tradições metodológicas, possibilidades reais dos professores, dos meios e condições físicas existentes, etc. Mas, a prática é algo fluído, fugidio, difícil de limitar com coordenadas simples e, além do mais, complexa, já que nela se expressam múltiplos fatores, ideias, valores, hábitos pedagógicos, etc. (ZABALA, 2014, p. 16).

A prática, em sua complexidade, permite diversos modos de realização. Em comum, esses modelos de aplicação são um conjunto de atividades, cuja

diferença está na organização e articulação sequencial. Dentre eles, elegemos a sequência didática para nortear o nosso produto educacional:

As sequências de atividades de ensino/ aprendizagem, ou sequências didáticas, são uma maneira de encadear e articular as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática. Assim, pois, poderemos analisar as diferentes formas de intervenção segundo as atividades que se realizam e, principalmente pelo sentido que adquirem quanto a uma sequência orientada para a realização de determinados objetivos educativos. As sequências podem indicar a função que tem cada uma das atividades na construção do conhecimento ou da aprendizagem de diferentes conteúdos e, portanto, avaliar a pertinência ou não de cada uma delas, a falta de outras ou a ênfase que devemos lhes atribuir (ZABALA, 2014, p. 20).

A sequência didática, portanto, atende aos objetivos de nosso produto educacional, pautado na teoria de David Ausubel, na qual pudemos organizar as atividades desde as menos complexas e, pautados também no conhecimento prévio dos alunos, construir atividades mais complexas com a colaboração dos educandos.

5. Aplicação do Produto Educacional

O momento da aplicação do produto é envolto em uma grande expectativa. Após diversas conversas a respeito do produto, sem dúvida a parte mais difícil se deu em sua aplicação. Isso não ocorreu por conta do produto em si, mas sim pelas situações profissionais que aconteceram em sequência com o orientado em questão. Diversas mudanças de trabalho dificultaram a manutenção de turmas para a aplicação do projeto. Contudo, foi possível e os resultados se mostraram satisfatórios.

A primeira oportunidade de trabalharmos o tema ocorreu em uma quinta feira (noite) nas dependências da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, em Medianeira, Paraná. A partir das 21:00h tivemos a oportunidade de apresentar nossas ideias em uma turma do curso técnico-superior. A aula durou 1h e 30 min e escolhemos (devido ao tempo) trabalhar o quinto momento estabelecido na sequência didática. A apresentação e construção do caminho que leva a obtenção da equação $E=mc^2$ é para nós, um dos pontos de maior expectativa do trabalho.

Os recursos disponíveis eram os canetões e a lousa, e durante a maior parte do tempo os vinte e cinco (25) alunos presentes, eram ouvintes passivos, mas que porém, mostraram-se interessados principalmente ao perguntar o significado das variáveis e a motivação do problema inicial que geraria a equação da equivalência entre massa e energia. Esse momento nos reafirmou a importância em dar atenção às passagens matemáticas e explicações conceituais físicas.

Após a obtenção da equação, o momento de maior participação, e até, empolgação, se deu na aplicação do resultado na fusão nuclear e as transformações tecnológicas e sociais que impactariam o cotidiano deles. Concluímos portanto, que a metodologia empregada pode sim, trabalhada de maneira detalhada e progressiva, ser acessível aos estudantes.

Em relação ao projeto aplicado no colégio, a média de participantes girou em aproximadamente vinte alunos que eram principalmente da 2ª e 3ª séries do ensino médio. O projeto fora organizado em seis encontros que ocorreram no

período de março a maio de 2018. Nesta oportunidade foram utilizados todos os momentos da sequência didática elaborada e serviram também para mudanças neste texto final.

As atividades dialogadas se mostraram produtivas e importantes, sendo que foram os momentos de maior necessidade de intervenção, muito por conta das pré-concepções herdadas pelos alunos que se misturavam aos novos conceitos apresentados pelo professor mediador.

Os momentos que mais prenderam a atenção dos alunos foram sem dúvida nas discussões a respeito das consequências na indústria bélica e políticas. Os vídeos comparativos das bombas nucleares e informações sobre o Sol causaram grande impacto. Devido ao tempo disponível, os documentários de longa duração foram sugeridos como estudo de casa e cobrados em forma de discussão, no início de cada aula subsequente.

Depois de aguçar a curiosidade dos alunos, entramos no desenvolvimento da parte matemática do produto. A bagagem matemática da maioria não estava bem desenvolvida e foi necessário um maior tempo de explicação em cada passagem. Contudo, após a finalização do processo, o relato dos alunos foi que “ficou mais claro” pois “eu achei que vinha do além”.

Percebemos portanto, que apesar de levar um tempo para o amadurecimento dessas novas concepções, em um primeiro momento a metodologia abordada pareceu satisfatória.

Com este resultado, observamos também algumas dificuldades no processo:

- 1) O projeto tomou proporções maiores do que o tempo estipulado. Muito por conta das discussões que se estenderam pela curiosidade dos alunos e das dificuldades de entendimento do processo;

- 2) Algumas atividades foram prejudicadas devido a falta de acesso a internet e/ou equipamentos de informática. Quando não possível no dia, estas atividades foram adiadas para a aula seguinte.

- 3) A lista de exercícios não foi trabalhada em sua totalidade e algumas questões abordam temas que mereciam maior tempo de aula.

- 4) A aplicação do produto evidenciou a não conexão entre as disciplinas de Matemática, Física e Química na carreira escolar dos estudantes. Em muitos

momentos, conteúdos que já deveriam ter sido aprendidos eram novidades para os alunos.

Em suma, estes problemas encontrados serviram para atualização de parte do trabalho e ratificaram a potencialidade da sequência didática. Os alunos relataram terem aprendido uma gama de conteúdos novos e se sentido inseridos no “mundo da Física”.

6 Considerações Finais

Com os atuais avanços tecnológicos não é incomum os professores de Física se depararem com alunos curiosos. Por conta da melhoria da qualidade de vida garantida com a ajuda da Física Moderna e percebida por eles torna-se importante assim uma boa formação dos professores com o apoio de um livro didático que traga informações fidedignas e ao alcance destes alunos.

Dominguini (2011) estudou livros didáticos fornecidos pelo *PNLEM* e trabalhados no ensino médio de 2008 a 2011 e identifica a existência de melhorias, porém salienta a forma a - histórica que ainda é abordada a Física Moderna, que apela apenas para biografias dos cientistas, e contrapõe afirmando que é fundamental a contextualização da evolução dos conceitos físicos para que o aluno compreenda que a Física é uma ciência dinâmica e passível de transformação. Outro fator que contribui para a defasagem no ensino é a pouca cobrança em concursos e vestibulares e quando cobradas são de aplicação direta de fórmulas. Um vestibulando experiente selecionaria os trechos principais e acabaria por ignorar o contexto do processo, que de fato torna-se obsoleto na busca da resposta correta.

Pretendemos portanto com este trabalho, trazer uma nova abordagem para o ensino da Física Moderna, trazendo um viés de aprendizado ao que tange o ensino da energia nuclear e conceitos referentes ao uso da energia de ligação nuclear. No que se refere ao ensino interdisciplinar, devido ao caráter que o trabalho demonstrou, sugerimos que o produto possa ser desenvolvido em conjunto aos professores do colégio, para que possam compartilhar juntos das informações e transmitir aos alunos conexões entre as matérias. Além de Matemática, Física e Química, este tema tem apelo para as disciplinas de Geografia, História, Sociologia, Filosofia...

Sem a intenção de esgotar o tema, queremos contribuir às pesquisas relativas a este assunto pouco abordado nas salas de aula brasileiras. Durante a elaboração do trabalho, nos deparamos com a escassez de pesquisas na área (principalmente em português) e sendo assim, um dos objetivos finais será a publicação do arquivo digital do produto educacional em outras plataformas de

ensino. Devido a isso, que em diversas páginas há hiperlinks para reportagens, vídeos, imagens e materiais de estudo.

Referências Bibliográficas

ABREU, R. **O conceito de massa como grandeza derivada do movimento**. Disponível em: <<http://www.vixra.org/pdf/1505.0094v1.pdf>>. Acesso em: 12 dez 2017.

CORTELLA, M. S. **Educação, escola e docência: novos tempos, novas atitudes**. Cortez Editora, 2016.

BAZZO, W. A. **Ciência, tecnologia e sociedade e o contexto da educação tecnológica**. 3. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2011.

BODANIS, D. **E = mc²: uma biografia da equação mais famosa do mundo e o que ela significa**. Tradução Vera de Paula Assis. Rio de Janeiro: Ediouro, 2001. 327p.

BRAYNER, C. *et al.* **Fundamentos de Física Atômica e Nuclear**. Departamento de Energia Nuclear – UFPE, 2003.

BUCUSSI, A. A. **Introdução ao conceito de energia** / Alessandro A. Bucussi. – Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física, 2007. 32p.: il. (Textos de apoio ao professor de física / Marco Antonio Moreira, Eliane Angela Veit, ISSN 1807-2763; v. 17, n. 3)

DOMINGUINI, L. **Questões históricas da evolução da física moderna nos livros didáticos de física do PNLEM**. VIDYA, v. 31, n. 2, p. 16, 2011.

EINSTEIN, A, 1879-1955. **A teoria da relatividade: sobre a teoria da relatividade especial e geral (para leigos)** /Albert Einstein; tradução de Silvio Levy. - Porto Alegre, RS: L&PM,2013. 192 p.: il; 21 cm.

FERNANDES, E. **David Ausubel e a aprendizagem significativa**. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/262/david-ausubel-e-a-aprendizagem-significativa>>. Acesso em: 15 mar. 2018.

FERNFLORES, F. **The equivalence of mass and energy**. **Stanford Encyclopedia of Philosophy**, 2010.

HALLIDAY, RESNICK, WALKER. **Fundamentos de Física**. Vol. 4. 8 ed. Editora LTC, 2009.

LE MOS, N A. **E=mc²: Origem e Significado**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 23, n. 1, 2001.

MACHADO, E. T. S. **Utilização do jornal no ensino de Física**. UNIVERSIDADE CATÓLICA DE BRASÍLIA. Disponível em: <http://www.ucb.br/sites/100/118/TCC/1%C2%BA2007/UTILIZACAODOJORNALNOENSINODEFISICA.pdf> (Acesso em: 22/08/17).

MENDONÇA, C. P. **A formação dos professores de física na visão de formandos e recém-formados: um estudo na Universidade Federal de Juiz de Fora.** Presidente Prudente: [s.n], 2011. (dissertação).

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa, organizadores prévios, mapas conceituais, diagramas V e unidades de ensino potencialmente significativas.** Porto Alegre: UFRGS, 2013.

MOREIRA, M. A. **Cambio conceptual: critica a modelos actuales y una propuesta a la luz de la teoría del aprendizaje significativo.** In: INTERNATIONAL CONFERENCE SCIENCE AND MATHEMATICS EDUCATION FOR THE THE 21ST CENTURY: towards innovatory approaches, 1994, Concepcion, Chile. Proceedings of the ... [Concepcion]: Universidad de Concepcion, 1994. p. 81-92.

NAKONIECNI, G. R. C. **O jornal escolar como mediador nas aulas de Física / Glauca Rege Campos Nakoniecni.** -- 2016 141 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Ciências Exatas e da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física em Rede Nacional - PROFIS - Mestrado, Pontal do Araguaia, 2016.

RAMOS, S. J. M. **"Alfabetização científica no ensino de fissão e fusão nuclear para o Ensino Médio."** Dissertação (mestrado) - Universidade Federal Fluminense, Instituto de Ciências Exatas, Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física, Volta Redonda-RJ, 2017

SANTOS, W. L. P; MORTIMER, E. F. **Tomada de decisão para a ação social responsável no ensino de ciências.** Ciência & Educação, v.7, n.1, p.95-111, 2001

SANTOS, W. L. P; MORTIMER, E. F. **Uma análise de pressupostos teóricos da abordagem CTS (Ciência-Tecnologia-Sociedade) no contexto da educação brasileira.** Ensaio Pesquisa em educação em ciências, v. 2, n. 2, 2000.

TIPLER, P.A. MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros vol. 4 Física Moderna: Mecânica Quântica, Relatividade e Estrutura da Matéria.** Tradução: Márcia Russman Gallas. 6ª ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTD. 2009. 304p

VALADARES, J. A. **O Conceito de Massa. II. Análise do Conceito.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 15, p. 118, 1993.

VIEIRA, S., BARROS, A., ARAÚJO, I., OLIVEIRA, J.C.T., **Uma comparação entre deduções da equação $E=mc^2$,** Revista Brasileira do Ensino de Física, v.26, n.2, p.93-98, (2004).

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar.** Trad. Ernani F. da Rosa – Porto Alegre: ArtMed, 1998.

7 Apêndices

Apêndice A- O Produto Educacional

Uma proposta de sequência didática para o ensino de física moderna com enfoque nas aplicações de $E=mc^2$.

Após definido o tema deste produto, o desafio a ser vencido é o de como apresentá-lo de maneira acessível aos estudantes e ao mesmo tempo flexível ao professor que irá utilizá-lo. Sendo assim, a escolha de uma sequência didática se apresenta a melhor maneira de organizar o trabalho em etapas que se complementem. Porém, apesar de trazer ordem aparente às aulas, a tentativa sempre foi a de criar um produto que pudesse ser utilizado em sua totalidade ou com partes suprimidas, de acordo com o planejamento de cada professor.

Desta forma, elencamos tópicos principais e definimos estratégias para abordá-los em sala de aula. Cada aula fora organizada de maneira a conter em sua elaboração a teoria necessária, sem a necessidade de se recorrer ao restante da dissertação. O resultado é a tabela abaixo:

Tabela 2- Etapas do desenvolvimento da sequência didática

Momentos da Sequência Didática		
Aulas	Conteúdos e Etapas	Metodologias e Ferramentas
<p>Popularização da Expressão $E=mc^2$ (2 aulas)</p>	<p>1) Proposição do tema através de imagens, vídeos, textos;</p> <p>2) Análise das pré-concepções do alunos em relação ao tema;</p> <p>3) Discussão das ideias estabelecidas em grupos pré e pós mediação do professor;</p> <p>4) Discussão coletiva a respeito dos tópicos encontrados nos grupos;</p>	<p>✓ Aula dialogada e captação de conhecimentos prévios;</p> <p>✓ Uso de mídias: imagens e vídeos de curta e média duração;</p>

<p>Outras aplicações: Discussões através do uso de notícias de jornal. (2 aulas)</p>	<p>1) Proposição de um novo problema (existiria outras finalidades?);</p> <p>2) Construção individual de explicações e comparação destas;</p>	<p>✓ Uso de textos jornalísticos;</p> <p>✓ Criação de debates;</p> <p>✓ Uso de mídias: imagens e vídeos.</p>
<p>Fissão e Fusão Nuclear (2 aulas)</p>	<p>1) Exposição e compreensão dos conceitos de Fissão e Fusão;</p> <p>2) Identificar estes processos na geração de energia.</p>	<p>✓ Aulas expositiva e dialogada;</p> <p>✓ Uso de simuladores computacionais;</p> <p>✓ Construção de mapas conceituais;</p> <p>✓ Construção e realização de experimentos.</p>
<p>Núcleo Atômico: o dêuteron como caso simples. (2 aulas)</p>	<p>1) Retomada de conceitos sobre o núcleo de átomos e em principal do dêuteron;</p> <p>2) Como calcular a energia de ligação nuclear;</p> <p>3) Produção de síntese da três primeiras atividades.</p>	<p>✓ Aula expositiva e dialogada;</p> <p>✓ Resolução de Exercícios</p>
<p>Obtenção do $E=mc^2$ (2 a 3 aulas)</p>	<p>1) Discussão coletiva: energia cinética clássica;</p> <p>2) Utilização de ferramentas matemáticas conhecidas por eles para uma dedução alternativa para a fórmula $E=mc^2$;</p> <p>3) Utilização da álgebra e uma introdução ao princípio da incerteza a fim de descobrir a ordem de grandeza da velocidade dos núcleons;</p> <p>4) Discussão coletiva: dificuldades encontradas e análise dos resultados obtidos.</p>	<p>✓ Aula expositiva e dialogada;</p> <p>✓ Resolução de exercícios;</p> <p>✓ Desenvolvimento de hipóteses;</p> <p>✓ Uso de softwares gráficos gratuitos (geogebra)</p>

<p>Cálculo da Energia de Ligação do Dêuteron (2 aulas)</p>	<p>1) Expressar a energia de ligação do dêuteron (próton-nêutron) e comparar com a massa do mesmo (par ligado) e com as massas do próton e nêutron separadas;</p> <p>2) Discussão a respeito do resultado encontrado: era o esperado? Como se relacionam as leis de conservação da Energia e da Massa?</p> <p>3) Relatório final dos alunos apontando tópicos aprendidos.</p>	<p>✓ Aula expositiva e dialogada;</p> <p>✓ Resolução de exercícios;</p> <p>✓ Uso de mídias: imagens e vídeos de curta e média duração;</p> <p>✓ Confeção de síntese e avaliação final das aulas.</p>
---	---	--

Fonte: os autores.

Aula 1: Popularização da Expressão $E=mc^2$.

Nesta aula inaugural buscaremos despertar a curiosidade do nosso aluno no que diz respeito a expressão famosa $E = mc^2$. Sem citar (ainda) sua aplicação, queremos pesquisar os conhecimentos já adquiridos pelos alunos durante sua vida escolar e cotidiana, questionando-os:

- (1) Em algum momento já visualizou/ouviu sobre esta equação?
- (2) Se sim, o que você sabe sobre ela?
- (3) Acredita que ela está no seu dia a dia? De que forma?
- (4) Por que ela parece ser tão famosa?

Com esta conversa inicial queremos aproximar o aluno do mundo da física e em especial dos conceitos que envolvam essa “mística” equação para que possam se sentir motivado a aprender no decorrer das aulas. Um slide contendo imagens com a equação será apresentado aos alunos. Exemplo:

Figura 1-Tatuagem com o tema $E=mc^2$.

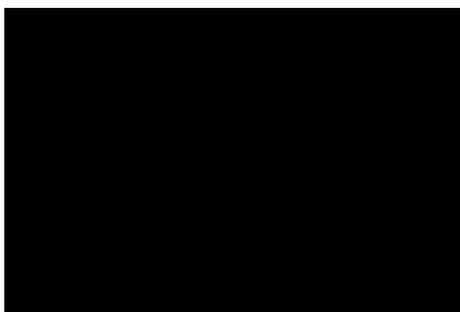


Fonte:<https://br.pinterest.com/pin/326722147949609082/>

Atividade 1:

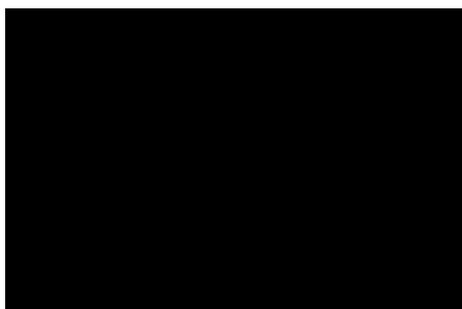
Nesta primeira atividade será apresentado aos alunos alguns vídeos que abordem utilidades da Física Nuclear:

- Vídeo 1: Animação mostra a evolução das bombas nucleares e uma demonstração dos seus efeitos em escala.



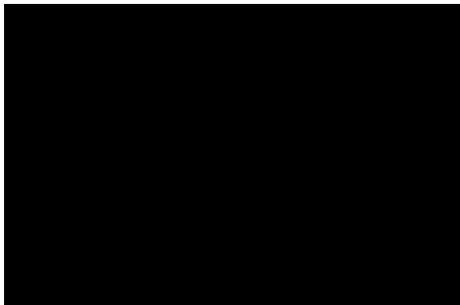
Acesso em: <https://youtu.be/xLRSmzGRLUk>

- Vídeo 2: **Energia nuclear em 2 minutos.** Vídeo introdutório dos assuntos a serem abordados na sequência didática:



Acesso em: <https://youtu.be/OzxiQdmTD58>

OBS: Como sugestão, apresente o documentário da BBC "Albert Einstein e a equação da vida e da morte" ou o filme "Einstein: A grande ideia":



Acesso em: <https://youtu.be/4mQFeeScAXM>

Após os vídeos abra um debate a respeito dos assuntos abordados:

- (1) Imaginavam a existência dessa quantidade de armas nucleares apresentada no vídeo?
- (2) Qual o impacto social destas ações?
- (3) Com base em seu conhecimento, a energia nuclear é benéfica? O que já ouviu falar?

São exemplos de perguntas a serem propostas juntamente com a discussão dos tópicos levantados nos grupos.

Fechamento da aula: Auto avaliação e recolhimento de depoimentos.

Aula 2: Fissão e Fusão na geração de energia.

Iniciaremos o segundo encontro indagando os alunos sobre outras finalidades da energia nuclear. Para tal traremos notícias/reportagens que abordem o tema.

O uso de noticiário pode ser uma excelente ferramenta no ensino da Física. Com um mundo interconectado, o acesso a informação se tornou algo simples e rápido. No que tange a notícias sobre ciências, mostra-se um mundo vasto e curioso que poderá atrair o estudante desmotivado. Como aborda Machado (2007), as notícias e jornais tratam-se de formas de explorar o

cotidiano dos alunos e familiares no ambiente escolar, melhorando a compreensão dos conceitos físicos no decorrer de atividades práticas.

Por outro lado é importante citar a necessidade de um caráter não tendencioso na hora de escolher um artigo de forma a não reforçar um misticismo por trás dos temas da Física. Escolhemos para nosso trabalho jornais online como maneira mais simples de acesso pelo professor e alunos.

No que se refere ao papel significativo que esta abordagem trará ao ensino e aprendizagem o autor complementa dizendo que:

Uma das formas de alavancar o objetivo de uma aprendizagem realmente significativa é levar a realidade ao ambiente escolar, podendo ser facilitado pelo uso do jornal, isso porque tiramos importantes contribuições através da leitura de assuntos referentes às descobertas e avanços científicos, mostrando utilizações cotidianas dos conceitos da ciência, valendo-se de um olhar crítico sobre o papel da ciência em nossa sociedade, além de ser um veículo de divulgação e informação de fácil acesso pelos estudantes (MACHADO, 2007, p.16).

O que nos chama a atenção nessa perspectiva de conhecimento é oportunizar ao aluno o contato com assuntos que por motivos sociais (ou outros) não são primeiras opções na hora do acesso à internet. Esperamos que a leitura destes noticiários, assim como a mediação do professor, transforme o processo do aprendizado do aluno e também do docente, uma vez que o ambiente sala de aula estará inserido em questionamentos diversos acerca da ciência.

Reflexão da Atividade:

Neste momento o professor irá esquematizar as informações encontradas nas notícias, apontar os conceitos físicos apresentados e debatê-los com os alunos.

No âmbito social e tecnológico os alunos serão incentivados ao questionamento e pensamento crítico no qual levantarão problematizações e possíveis ideias de projeto. Como sugestão, dividir a sala em quatro grupos e testá-los a defender perante a turma o assunto em questão se utilizando de pré-conceitos.

Aula 3: Conceitos de Fissão e Fusão

Neste momento da aula traremos os conceitos de Fissão e Fusão nuclear no contexto da geração de energia. Para tal iremos realizar aula expositiva, recursos de mídias, experimentos e simuladores. Esse ponto de nosso produto tem como fundamentação inspiradora o trabalho de Ramos (2015).

A fim de motivar os alunos apresentaremos inicialmente dois experimentos retirados do trabalho de Ramos: O experimento da “Ratoeira” e de ação da força nuclear forte, (dos Irmãos).

Experimento 1: A Ratoeira

Materiais Necessários:

- 1) 1 caixa acrílica, dimensões: 80cm comprimento, 40 cm de largura e 25 cm de profundidade;
- 2) 10 ratoeiras de tamanho padrão;
- 3) 10 bolas de pingue pongue.

Procedimentos

O experimento da Ratoeira consiste na confecção de uma caixa de acrílico com as dimensões de 40 cm de largura por 80cm de comprimento e 25 cm de profundidade, e prendemos bolas de pingue-pongue (tênis de mesa) nas ratoeiras. Esta caixa possui uma tampa através da qual lançamos outra bola com diâmetro aproximadamente igual ao das bolas de pingue-pongue, mas, preferencialmente, de massa maior. Nesta simulação a bola a ser lançada representa o nêutron e as ratoeiras com as bolas de pingue-pongue representam os núcleos de Urânio a serem fissurados, quando a bola lançada atinge a primeira ratoeira e desprende a primeira bola de pingue-pongue, que representa o nêutron liberado provoca a reação em cadeia. (Ramos, 2017, p.11).

Figura 2- Caixa de Acrílico e as Ratoeiras. Experimento sobre reação em cadeia.



Fonte: Ramos (2017, p,12)

Esperamos com esta atividade uma melhor compreensão do processo de Fissão Nuclear com uma demonstração de um processo de reação em cadeia. A energia cinética é algo que poderá ser explorado pelo professor mediador assim como a aleatoriedade no "disparo" das ratoeiras e altura na qual a bolinha (nêutron) é solta.

Experimento 2: Força Nuclear Forte

Preparação

- 1 – Colamos sobre uma capa de guardar documentos um lado de um feixe velcro;*
- 2 – Deixamos a outra face sem o velcro;*
- 3 – Colocamos em cada um destes “saquinhos” um imã razoavelmente forte;*

Realização do experimento:

“Ao aproximarmos os “saquinhos” com os lados contrários dos imãs diretamente direcionados, verificamos que eles se repelem. Nesta situação, a força magnética está representando a força elétrica, repulsão coulombiana. Os “saquinhos”, evidentemente, representam

os prótons. Ao realizar esta etapa coloque o lado do porta documentos para baixo a fim de minimizar o efeito do atrito. É conveniente também que o professor providencie uma placa de vidro para servir de base para os “saquinhos” pelo mesmo motivo descrito acima. Prendemos os “saquinhos” através do velcro, que se manterão unidos. Neste caso a força de união entre as partes do velcro representa a força nuclear forte, que só age a pequenas distâncias. Neste experimento, que poderá ser realizada em grupos de alunos, o professor naturalmente fará as comparações de ordem de grandeza entre as distâncias envolvidas”. (RAMOS, 2017, p.13)

Fundamentação Teórica: As Interações Nucleares

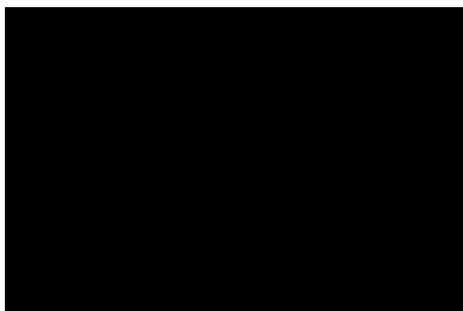
A fundamentação teórica que julgamos necessária para o professor que irá utilizar este material será baseada nos livros HALLIDAY e RESNICK , 8ª ed, volume 4 e TIPLER e MOSCA, 6ª ed, volume 4.

No início do século XX a única coisa praticamente conhecida a respeito da estrutura dos átomos era que continham elétrons (descoberto por J.J Thomson-1897) mas com massa desconhecida. Não poderiam os cientistas nem afirmar a quantidade de elétrons, porém convencionaram que estes eram negativamente carregados, por convenção. Do fato de conhecerem que os átomos eram eletricamente neutros, deveriam existir partículas que possuíssem carga positiva.

Em 1911 Ernest Rutherford sugere que a carga positiva estaria concentrada no centro do átomo, formando um núcleo, e que nesta região se concentraria a maior parte da massa desse átomo. Essa sugestão surge após o desenvolvimento de um experimento utilizando gás radônio, que já era conhecido por ser radioativo e assim emitir partículas durante o processo de transformação. Estas partículas foram nomeadas de α (*alfa*) com energia de aproximadamente 5,5 MeV.

Simulador 1: Espalhamento de Rutherford

Para trazer maior ludicidade e visualização por parte dos alunos dos conceitos abordados nesta aula, sugerimos a utilização do simulador intitulado “Espalhamento de Rutherford” do site PHET da Universidade do Colorado, disponível no link:

Figura 3- Espalhamento de Rutherford

Fonte: <https://phet.colorado.edu/en/simulation/rutherford-scattering>

A ideia de Rutherford era incidir partículas alfa em uma fina lâmina de ouro e medir o desvio das trajetórias ao passarem pelo material. A surpresa ocorreu quando para algumas partículas o ângulo de espalhamento era extremamente grande, próximo a 180° . Pelo conhecimento da época, esperava-se que o ângulo não superasse 1° e que os elétrons distribuídos de maneira uniforme pelo modelo de “pudim de passas” acabassem se espalhando como se fosse uma nuvem de mosquitos atingida por uma pedra.

Ocorreu que, o elétrons do átomo pouco influenciavam ou eram influenciados pela partícula e assim Rutherford conclui que para que ocorresse um ângulo de espalhamento superior a 90° uma carga positiva deveria estar concentrada no núcleo desse átomo.

(HALLIDAY E RESNICK, 2009, P.304)

Ao considerarmos o núcleo atômico, devemos considerar que nele existem apenas dois tipos de partículas, prótons e nêutrons, das quais possuem praticamente a mesma massa. Consideramos o nêutron como não tendo carga elétrica e o próton sendo indicado por uma carga positiva (+e).

O número atômico do átomo é indicado pelo número de prótons, Z , que também será equivalente ao número de elétrons deste átomo. Em relação a quantidade de nêutrons, esta será aproximadamente igual a Z no caso de núcleos leves. Para núcleos pesados esta quantidade é crescente maior que o número de prótons. Definimos o número total de nucleóns ou número de massa como $A=N+Z$.

A força atrativa entre dois nucleóons é chamada de força nuclear forte e é muito mais forte que a força eletrostática de repulsão que ocorre entre prótons e mais forte ainda em relação as forças gravitacionais entre núcleos, sendo esta desprezível comparativamente.

(TIPLER E MOSCA, P-181,182)

O raio nuclear por sua vez é medido em *femtômetro (fm)* que equivale a $10^{-15}m$ e comumente esta unidade também poderá ser chamada de *fermi*. Para descobrirmos a respeito do tamanho e estrutura de um átomo devemos atingí-lo com elétrons de alta energia. Experimentos de espalhamento permitem definir um raio efetivo dado por:

$$r = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}$$

Onde A é o número de massa e $r_0 = 1,2 \text{ fm}$.

No que diz respeito a massa atômica e massa dos núcleos temos algumas consideração a apontar: atualmente massas atômicas podem ser calculadas com precisão, diferente da massa nuclear que torna-se complicada devido a dificuldade de se retirar todos os elétrons de um átomo. Massas atômicas em geral são expressas em unidades de massa atômica (u):

$$1u = 1,66053886 \times 10^{-27}$$

Como em geral precisamos apenas de valores aproximados para a massa nuclear nos utilizamos dos valores de massa atômica.

(HALLIDAY E RESNICK, 2009, P.308 e 309)

Fissão Nuclear

Após a descoberta do nêutron em 1933 pelo inglês James Chadwick foi a vez de Enrico Fermi, em Roma, descobrir que quando alguns elementos são bombardeados com nêutrons, novos elementos são produzidos. Mesmo nêutrons térmicos, que são nêutrons que se movem lentamente por conta de estarem em equilíbrio com o meio que os rodeiam podem induzir reações nucleares.

Em 1930 os pesquisadores Lise Meitner (física), Otto Hahn e Fritz Strassmann (químicos) questionaram-se como a reação do Urânio ($Z=92$)- considerado portanto de núcleo pesado e identificado como radioativo- com um nêutron pudesse produzir um elemento de massa moderada, o Bário ($Z=52$). O enigma se estendeu por mais algumas semanas até que Meitner juntamente com seu sobrinho Otto Frish, justificaram que um núcleo de urânio depois de absorver um nêutron térmico se dividia liberando energia em dois fragmentos praticamente iguais, sendo um deles o bário. Frish deu o nome deste processo de **Fissão**.

Núcleos muito pesados com Z maior que 92, podem sofrer fissão espontânea, onde eles se dividem em dois núcleos, sem necessariamente serem perturbados por um nêutron. Porém isto pode ser induzido e controlado nos casos do urânio e plutônio em uma reação por captura de nêutrons. No urânio por exemplo o que ocorre é que o núcleo se divide em outros dois e emite diversos outros nêutrons. Este fato fez com que os pesquisadores questionassem a possibilidade de induzir fissões sucessivas (reação em cadeia).

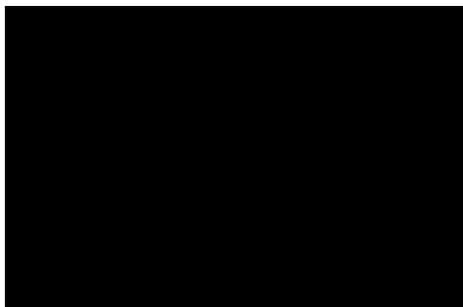
Para que ocorra, portanto, uma grande liberação de energia, é necessário que um processo de fissão desencadeie tantos outros. A reação resultante poderá ser explosiva (bomba atômica) ou controlada (reatores nucleares).

Para melhor visualização e entendimento, o professor poderá lançar uso neste momento da aula de outro simulador:

Simulador 2: Fissão nuclear

Disponível em:

Figura 4- Simulador de Fissão Nuclear



Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/nuclear-fission

Neste simulador o professor poderá:

- Descrever como um nêutron pode dar energia a um núcleo e provocar sua cisão (fissão).
- Explicar os subprodutos de um evento de fissão.
- Explicar como funciona uma reação em cadeia, e descrever os requisitos para sustentar uma reação em cadeia grande o suficiente para fazer uma bomba.
- Explicar como funciona um reator nuclear e como barras de controle podem ser usadas para retardar a reação.

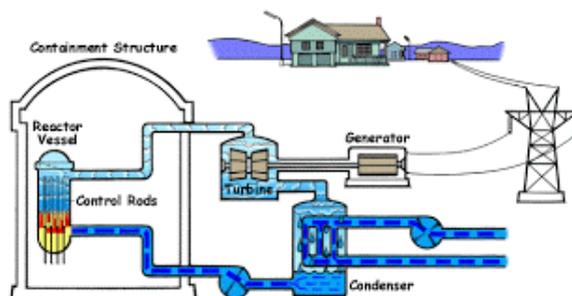
Fonte: Phet

Para ilustração dos procedimentos de um reator nuclear, sugerimos a utilização de gif's, imagens e/ou vídeos. Trata-se de aguçar a curiosidade dos alunos e apresentar o conteúdo de modo mais atrativo:

Para maiores detalhes sobre o assunto, complementar a aula através do material compartilhado abaixo:

Funcionamento de um reator nuclear, disponível em:

Figura 5-Esquema de funcionamento de um reator nuclear



Fonte: <http://felipizil.blogspot.com.br/2011/04/tipos-de-reatores-nucleares.html>

Fusão Nuclear

O processo de Fusão Nuclear consiste em “juntar” dois núcleos leves, e um mais pesado. Um exemplo de reação típica é dada por:

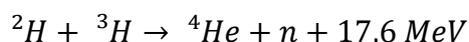
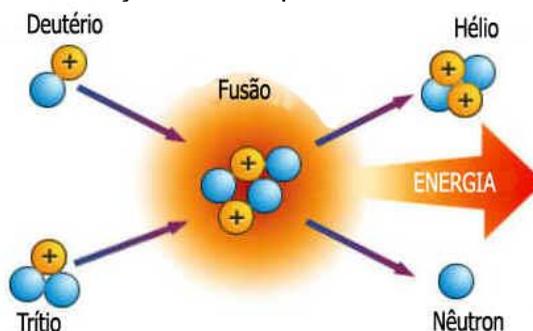


Figura 6- Ilustração sobre o processo de fusão nuclear.



Fonte: <http://cdn.portalsaofrancisco.com.br/wp-content/uploads/2016/07/fissao-e-fusao-nuclear-017.jpg>

Onde temos a fusão de um deutério (${}^2\text{H}$) e um trítio (${}^3\text{H}$) que dão origem ao núcleo de Hélio, um nêutron e uma quantidade de energia equivalente a 3,5 vezes maior do que a energia de 1 MeV por núcleon no processo de fissão. Por conta da relativa abundância de combustível e maior segurança no processo, a fusão nuclear mostra-se bastante promissora no processo de geração de

energia. O que impede ainda o processo é a necessidade de uma grande aceleração destes núcleos, de forma a superar a repulsão Coulombiana e deixá-los suficientemente próximos para que a força nuclear forte atue e una os dois. Em geral, estas partículas são submetidas a aceleradas em altíssimas temperaturas de modo que a fusão ocorra devido a colisões aleatórias. Esse processo porém ainda, requer maior fornecimento de energia do que o ganho do resultado das fusões.

Onde isso acontece naturalmente? Estamos falando do nosso sol!

O processo de fusão que ocorre no sol, consiste em diversas transformações onde o hidrogênio se converte em hélio através do ciclo próton-próton que será explicado na próxima aula. Estima-se que a queima de hidrogênio esteja ocorrendo a mais de 5 bilhões de anos e que possa durar por pelo menos mais 5 bilhões. Após esse período, o sol se encolheria por conta de sua própria gravidade e causaria aumento da temperatura, expandindo suas camadas exteriores para o espaço. Caso a temperatura de seu núcleo retorne a aproximadamente $10^8 K$, o processo de fusão recomeçaria, com a transformação de Hélio em Carbono.

Acredita-se que caso o decaimento continue, este cessará no momento onde núcleos mais pesados, como ferro e níquel, não poderiam ser gerados pelo processo de fusão, decretando o fim do sol. Cientistas suspeitam que estes elementos podem ser gerados a partir de explosões de chamadas *supernovas*, que ejetam sua camada externa para o espaço sideral e em contato com outros resíduos de explosões, condensam e formam outras estrelas com a ajuda da gravidade.

Neste momento o professor poderá trazer vídeos/documentários sobre as pesquisas de momento em torno do tema. Como exemplo sugerimos a reportagem da BBC sobre a construção de um reator de fusão nuclear com parceria da União Européia:

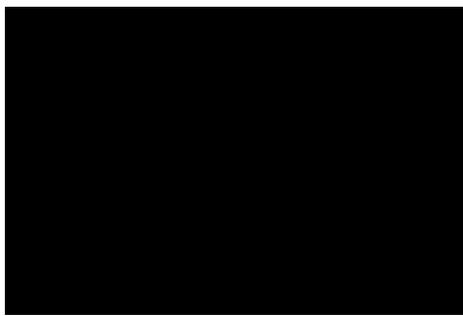
Vídeo 3: Reator de Fusão Nuclear



Acesso em: <https://youtu.be/yWFhI5n9BMc>

Outra alternativa seria um documentário sobre o nosso sol:

Vídeo 4: Dentro do Sol



Acesso em: <https://youtu.be/WoJe4keitKg>

Avaliação

Como maneira de avaliação dos alunos e da prática, poderá ser aplicado um questionário a respeito dos conceitos abordados, assim como se utilizar da construção de mapas conceituais (exemplos no apêndice).

Aula 4: Núcleo Atômico

Neste terceiro encontro faremos uma retomada dos conceitos de núcleo atômico e tomaremos como protagonista o dêuteron como produto de estudo. Iniciaremos uma aula teórica dando continuidade às discussões de fissão e fusão do encontro anterior. Neste momento algumas ferramentas matemáticas se farão necessárias e deverão ser trabalhadas de maneira acessível aos alunos.

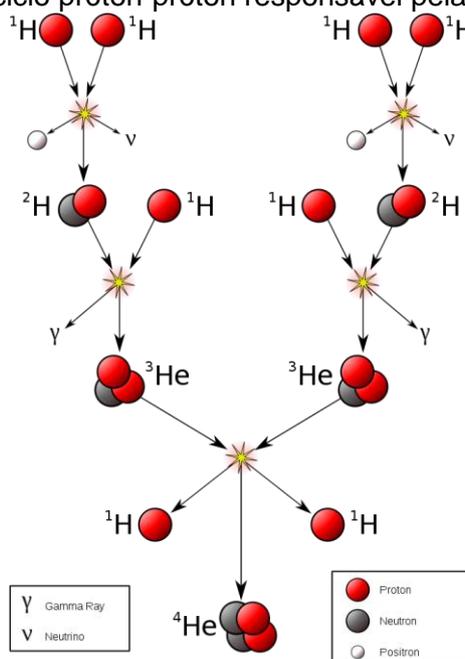
O Dêuteron

A origem de nosso protagonista é o deutério (H_1^2), um isótopo de hidrogênio com um único par elétron-próton. Pelas pesquisas atuais no que se refere a produção de energia através da fusão nuclear, este, juntamente com o trítio (H_1^3) mostram-se mais possíveis de obtenção de sucesso.

Segundo SERWAY (1992) apud RAMOS (2015) o deutério é relativamente fácil de ser extraído a baixo custo já que é proveniente da água e com aproximadamente quatro (4) litros é possível extrair 0,12g. O deutério fora descoberto em 1932 por Harold Clayton Urey e seus colaboradores enquanto separavam hidrogênio por dilatação fracionada.

Como vimos anteriormente, o sol é um exemplo claro de fusão nuclear. Esse processo ocorre em várias etapas com o hidrogênio se transformando em hélio. Esse processo começa quando dois prótons colidem formando o dêuteron e criando simultaneamente um pósitron e um neutrino. Com o encontro desse pósitron com um elétron livre há uma aniquilação imediata que resulta na liberação de dois raios gama, oriundos da energia de repouso dessas partículas. Esse processo é raro, porém há tantos prótons no sol que esse fenômeno na formação de dêuterons ocorre na razão de 10^{12} kg/s. (Halliday e Resnick, 2016)

Figura 7-Esquema do ciclo próton-próton responsável pela produção de energia no



Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Cadeia_pr%C3%B3ton-pr%C3%B3ton#/media/File:FusionintheSun.svg

Energia de Ligação Nuclear

Ao considerarmos a massa M de um núcleo podemos afirmar que ela será menor que a somatória das massas das partículas que o compõe. Desta forma, a energia de repouso Mc^2 será menor que a energia de repouso total $\sum(mc^2)$ dos prótons e neutrons que constituem esse núcleo. A diferença entre elas é chamada de energia de ligação, assim:

$$\Delta E = \sum (mc^2) - Mc^2$$

Um detalhe importante é que essa energia não existe no núcleo e sim representa apenas uma diferença entre as energias de repouso do núcleo formado e da soma das energias de repouso das partículas que o constitui. A constante c^2 é a relação entre a massa do nuclídeo⁵ em unidades de massa atômica e a energia em MeV, onde:

$$c^2 = 931,494013 \text{ MeV}/u$$

Outra maneira mais precisa seria medir essa energia por núcleon⁶. Isso é feito dividindo-se a energia de ligação do núcleo pelo número total A de núcleons dentro dele:

$$\Delta E_n = \frac{\Delta E}{A}$$

Podemos assim garantir que quanto maior a energia de ligação por núcleon, maior será a estabilidade deste núcleo.

⁵ Espécie de átomo caracterizado pelo número de nêutrons em seu núcleo atômico e pelo número atômico.

⁶ Nucleón é o termo utilizado para referir-se aos prótons e/ou nêutrons e não deve ser confundido com o núcleo, região central do átomo onde orbitam as partículas.

(HALLIDAY E RESNICK, 2009, P.309)

Neste ponto da aula, a fim de introduzir cálculos sobre o tema o professor poderá sugerir alguns exercícios que envolvam a energia de ligação e o ciclo próton-próton (**ver apêndice D**).

Aula 5: Obtenção do $E=mc^2$

É notório que quando o físico alemão Albert Einstein é citado em sala de aula, os alunos automaticamente recordam-se de sua famosa foto com língua de fora ou de sua equação $E = mc^2$. Mesmo que sem entender de maneira completa sobre o que estão se referindo, é curioso perceber que é o primeiro contato (e às vezes o único) que os alunos possuem com a teoria da relatividade.

Em 2004 VIEIRA, et al questionaram: “Será possível encontrar uma apresentação da equação $E = mc^2$ que seja mais facilmente compreensível, tanto do ponto de vista conceitual como matemático? Que seja acessível até para um estudante do Ensino Médio?” Percebemos aqui, que a preocupação é de outrora e analisando o trabalho dos autores encontramos um comparativo entre quatro deduções (três delas do próprio Einstein) das quais os autores consideram que estas são possíveis de serem aplicadas no ensino médio.

Baseados nas experiências obtidas até aqui com o referido nível de ensino acreditamos que uma formulação mais adequada ainda precisa ser feita, tendo em vista a dificuldade com a matemática básica que os alunos possuem, e além do mais, somente a obtenção alternativa equação não se mostrará atrativa aos alunos. Outro ponto que contribui para a não informação sobre o tema recai sobre a forma como qual surge nos livros didáticos:

Ao citar a equação, os autores apenas apresentam que esta unificou as leis de Conservação da Massa e a lei da Conservação da Energia em um único postulado. Porém, não há menção ao contexto histórico que propiciou o desenvolvimento dessa teoria. Apenas menciona uma de suas aplicações, a bomba atômica que explodiu em Hiroshima (Japão) (DOMINGUINI, 2011, p.19).

Em seu trabalho de 2004, VIEIRA (et al) apontam quatro deduções para a equação, e faz uma comparação entre elas, afirmando que apenas uma delas

tem características enraizadas nos tópicos de Física Moderna do ensino superior, “por outro lado, as outras deduções (aquelas feitas por Einstein) são simples e elegantes, usam conceitos físicos básicos e ferramental matemático elementar”. (VIEIRA et al, 2004, p.98)

Desta forma, analisamos as quatro deduções e escolhemos trabalhar com a realizada por Einstein em 1946, acreditando ser esta uma alternativa de obtenção mais adequada ao ensino médio. Reiteramos aqui, a necessidade de um trabalho revisional de conceitos de Física e Matemática, demonstrando novamente o caráter interdisciplinar do produto.

Obtenção de $E = mc^2$ (Einstein, 1946)

Atacaremos inicialmente o problema, considerando a emissão de dois fótons em sentidos opostos. A intenção neste ponto é verificar a equivalência entre massa e energia através da conservação do momento e dos postulados da Relatividade Restrita. Porém:

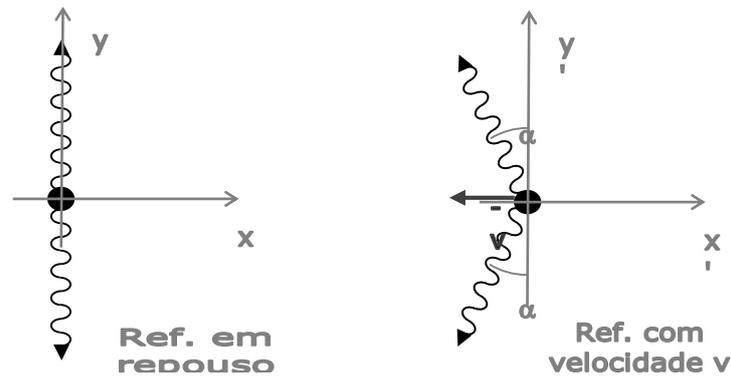
“Vale lembrar que a radiação eletromagnética não possui massa, mas nem por isso deixa de ter momento linear, ou seja, ela causa impacto e respeita as leis de conservação de momento. Maxwell através de suas equações deduzidas classicamente, já previa a existência deste momento, mas experimentalmente isso só foi verificado pela primeira vez em 1901” (NÚCLEO DE PESQUISA EM INOVAÇÕES CURRICULARES (NPIC)-FEUSP, 2000, p.2)

Considere o momento associado a uma onda eletromagnética como:

$$Q_y = \frac{E}{c}$$

Onde E é a energia da onda e c a velocidade da luz. Por considerar dois fótons idênticos emitidos simultaneamente, iremos considerar que a energia total está dividida entre os dois.

Figura 8- Representação do sistema logo após a emissão dos fótons em dois referenciais diferentes.



Fonte: Núcleo de Pesquisa em Inovações Curriculares (NPIC)-FEUSP, p.2

Ao considerarmos a conservação do momento linear no referencial onde a partícula está em repouso, ambos os fótons sendo emitidos simultaneamente resultarão em momento nulo, antes e depois dessa emissão. Abaixo temos as equações:

Referencial em Repouso

$$\text{Eixo } x: \left\{ \begin{array}{l} Q_{xi} = mv_{xi} = m \cdot 0 = 0 \\ Q_{xf} = mv_{xi} = m \cdot 0 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{Eixo } y: \left\{ \begin{array}{l} Q_{yi} = mv_{yi} = m \cdot 0 = 0 \\ Q_{yf} = mv_{fi} + \frac{E_{fóton}}{2c} - \frac{E_{fóton}}{2c} = m \cdot 0 + 0 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{Onde: } \left\{ \begin{array}{l} m = \text{massa} \\ v = \text{velocidade} \\ i = \text{inicial} \\ f = \text{final} \\ E = \text{energia} \\ Q = \text{momento} \end{array} \right\}$$

Concluimos, portanto:

$$Q_i = Q_f$$

É importante enfatizar as simetrias esperadas. O valor do momento na horizontal e na vertical não devem mudar por conta da troca de referencial. Outra questão é o segundo postulado de Einstein:

“Qualquer raio de luz se move num sistema de coordenadas estacionário (referencial inercial) com determinada velocidade c , seja o raio emitido por um corpo estacionário ou em movimento.” (Einstein 1905-tradução do NPIC, p.3)

O postulado em questão explicita a importância da constância da velocidade da luz, nas relações tanto para referenciais inerciais como não inerciais. Cabe ao professor neste ponto do produto, evidenciar isso com os alunos. Do mesmo modo, a base desta dedução estão no primeiro postulado:

“As leis que provocam mudança nos estados dos sistemas físicos não são afetadas, independentemente se essas mudanças de estado estão referidas a um ou outro de dois sistemas de coordenadas que transladam em movimento uniforme.” (Einstein 1905-tradução do NPIC, p.3)

Referencial em movimento

Analisando agora o problema, a partir de um referencial em movimento em relação a partícula para a direita e velocidade “ v ”. É como se o sistema estivesse indo para a esquerda com velocidade “ $-v$ ”.

A partir da figura 10, podemos analisar que as componentes verticais se anulam, enquanto que para as componentes horizontais, considerando que cada fóton possui a metade da energia eletromagnética emitida, podemos escrever:

$$Q' = \frac{E_{\text{fóton}}}{2c}$$

E portanto, as componentes serão escritas assim:

$$\text{Eixo } x': \left\{ \begin{array}{l} Q'_{xi} = mv'_{xi} \\ Q'_{xf} = mv'_{xf} + \frac{E_{\text{fóton}}}{c} \text{sen } \alpha \end{array} \right\}$$

Considerando que $v'_{xi} = -v$, já que trata-se da velocidade do sistema, falta-nos determinar o valor de $\text{sen } \alpha$: Como a velocidade da luz é constante e igual a “c” para qualquer referencial inercial perceberemos que a componente da velocidade da luz é igual a velocidade da partícula e teremos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{-v}{c}$$

Ao trocar este valor no sistema de equações, algo interessante aparecerá e caberá ao professor neste momento, questionar seus alunos sobre o caráter relativístico nesse processo. Note que:

$$Q'_{xi} = Q'_{xf}$$

Então:

$$mv'_{xi} = mv'_{xf} + \frac{E_{fóton}}{c} \cdot \frac{-v}{c}$$

Considerando que as velocidades iniciais são constantes e iguais a $-v$, poderemos escrever:

$$-mv = -mv - \frac{E_{fóton}}{c^2} v$$

Se resolvermos diretamente esta equação, algumas resultados incorretos poderão surgir, exemplo:

- 1) Concluiríamos que $E_{fóton} = 0$. Um problema, já que os fótons podem ser detectados e apresentam energia não nula;
- 2) Seria o equivalente a dizer que $v = 0$, e significaria que existiria apenas um referencial no universo. O que evidentemente é incorreto;
- 3) Em uma outra conclusão, as equações mostrariam que o experimento é impossível de ocorrência. Porém, a aniquilação de um par elétron-pósitron é um fenômeno semelhante ao problema utilizado: no nosso caso levamos em consideração somente a emissão da radiação eletromagnética.

Assim, as hipóteses lançadas acima precisam ser vencidas e cabe aqui, uma nova análise sobre um dos conceitos ainda não analisados: a massa. A interpretação que segue é que a massa da partícula deve ser diferente após a emissão da radiação. Portanto,

$$\begin{aligned}
 -m_f v &= -m_i v - \frac{E_{f\acute{o}ton}}{c^2} v \\
 \Rightarrow -m_f v - m_i v &= -m_i v \frac{E_{f\acute{o}ton}}{c^2} v \\
 \Rightarrow m_f v - m_i v &= \frac{E_{f\acute{o}ton}}{c^2} v \\
 \Rightarrow (m_f - m_i)v &= \frac{E_{f\acute{o}ton}}{c^2} v
 \end{aligned}$$

$$(m_f - m_i) = \frac{E_{f\acute{o}ton}}{c^2} \Rightarrow (m_f - m_i)c^2 = E_{f\acute{o}ton}$$

Sendo assim, observamos que a energia do fóton, não possuidor de massa, será dada pela variação da massa (final e inicial) multiplicada pela velocidade da luz (ao quadrado). O fato mostra, que uma parte da massa efetivamente se transformou em energia eletromagnética.

Generalizando, $m_f - m_i = \Delta m$ como massa transformada, ou com potencial de transformação, teremos em fim:

$$E = mc^2$$

Onde, vale salientar, “m” é indicada como a massa da partícula que se transformou em energia (E).

Considerações

Algumas situações devem ser conhecidas pelo professor e devem servir como embasamento para as intervenções. Citamos porém, que outros conceitos mais complexos a respeito do tema estão intrínsecos à obtenção da equação e estes podem passar despercebido pelos alunos:

1) Fóton é uma partícula e isso se estuda em Física Quântica, por exemplo. Todas as partículas possuem momento, mas nem sempre possuem massa;

2) Não utilizamos a equação clássica $P = mv$, pois o fóton não possui massa. Seu momento é chamado $Q = \frac{E}{c}$;

3) É importante estar ciente que esta obtenção é válida para velocidades muito menores que a velocidade da luz ($v \ll c$);

4) Para $v \sim c$, entraremos nas transformações de Lorentz e falaríamos de momento relativístico, onde:

$$Q = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Com m_0 sendo a massa relativística. Porém este não é um assunto que pretendemos abordar em nosso trabalho de maneira direta.

Como outra alternativa para o ensino desta equação, os realizadores do trabalho, sugerem uma obtenção alternativa para a equação desenvolvida pelos mesmos a partir da energia cinética clássica.

Obtenção desenvolvida pelos autores

Considerando a energia cinética clássica:

$$T = \frac{1}{2} m v^2$$

Onde m é a massa da partícula e v a velocidade da mesma em algum referencial inercial. Podemos reescrevê-la convenientemente como segue:

$$T = m \left(\frac{v^2}{2} \right)$$

Ou ainda

$$T = m c^2 \left(\frac{v^2}{2 c^2} \right)$$

Podemos convenientemente adicionar e subtrair um número, de forma a buscar a característica da série de potências.

$$T = mc^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right)$$

Surge nesse ponto uma característica de série de potências que nosso aluno não precisa ter domínio mas para nossa finalidade é importante que o professor saiba. Baseado nisso, utilizaremos um artifício gráfico, comparando com o fator de Lorentz. Diversos softwares gráficos podem ser aplicados pelo professor, sugerimos porém, o geogebra dada sua plataforma de fácil manipulação e gratuidade.

Veja, o professor terá como objetivo encontrar a equação $E=mc^2$ e por isso os gráficos não surgirão do nada. Neste momento da aula o professor se utilizará de conceitos da física que provavelmente não são conhecidos pelos estudantes, vale a pena comentar e exemplificar estes detalhes, em principal o “princípio da incerteza”.

Princípio de Heisemberg

O princípio da incerteza diz que não podemos medir a posição (x) e o momento (p) de uma partícula com precisão absoluta. Quanto mais precisamente conhecemos um desses valores, menos sabemos exatamente o outro. Multiplicando os erros nas medições destes valores (os erros são representados pelo símbolo do triângulo na frente de cada propriedade, a letra grega delta) tem que dar um número maior ou igual à metade de uma constante chamada “h-cortado”. Isto é, igual à constante de Planck (normalmente escrito como h) dividido por 2π . A constante de Planck é um número importante na teoria quântica, uma forma de medir a granularidade do mundo em suas menores escalas e tem o valor 6.626×10^{-34} joule segundos.

A relação de incerteza é dada por:

$$\Delta_x \Delta_p \geq \frac{\hbar}{2}$$

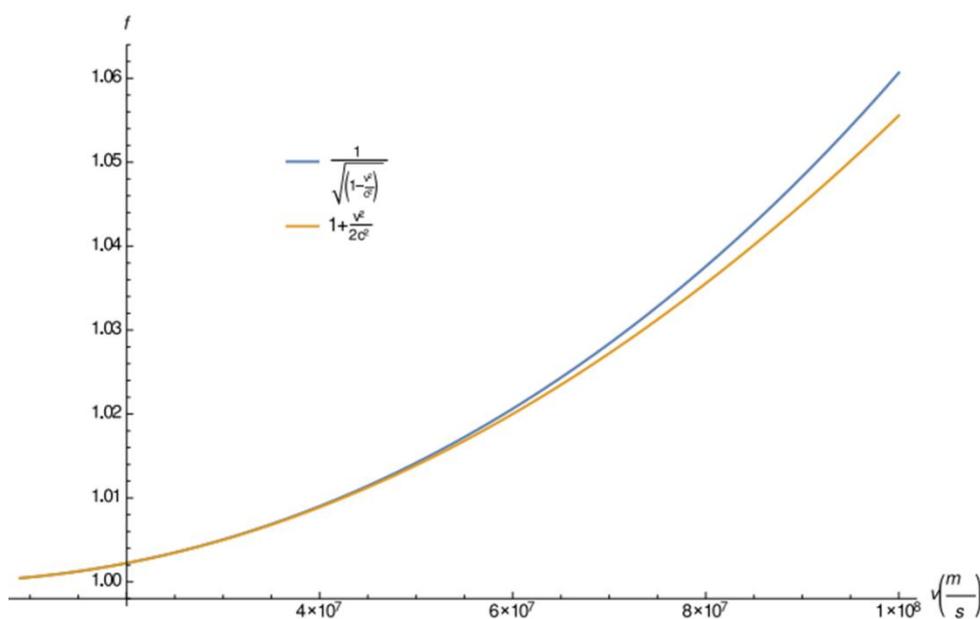
Onde, Δ_x será a variação da posição indicada pelo raio atômico, e $\Delta_p = m_p \cdot v_p$ é a variação do momento.

Considerando o raio nuclear na ordem de $1,2 \cdot 10^{-15} \text{m}$ e a massa do próton $m_p = 1,27 \cdot 10^{-27} \text{kg}$. Assim:

$$v_p \geq \frac{\hbar}{2 \times 1,27 \cdot 1,2 \cdot 10^{-15}} \geq 3,4 \times 10^7 \text{m/s}$$

Esse fato é importantíssimo para nossa apresentação. Neste ponto, lançamos mão da análise de gráficos para a devida substituição:

Figura 9- Gráfico comparativo entre as funções apresentadas $v \times f$.



Fonte: Os autores.

Utilizando o fato de $v_p \geq 3,4 \cdot 10^7 \text{m/s}$, percebemos através do gráfico que nesta zona de interesse os gráficos são idênticos, e portanto podemos fazer uma substituição conveniente:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

A segunda expressão surge da característica de série de potências que não faz parte do currículo do ensino médio, porém o professor que irá aplicar o produto deve conhecer a ferramenta matemática por trás da expressão. A primeira trata-se do fator de Lorentz. Sendo assim utilizamos de apelo gráfico para justificativa da substituição.

Considerando a equação da energia cinética com a identidade obtida:

$$T = mc^2 \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

Que reescrita de forma compacta:

$$T = \gamma mc^2 - mc^2$$

Que representa a energia cinética relativística da partícula de massa m e γ sendo o fator de Lorentz. É usual definir a energia total relativística em termos da energia cinética relativística e para isso basta escrever:

$$\gamma mc^2 \equiv E = T + E_0$$

E por fim comparando estas duas últimas, podemos definir:

$$E_0 = mc^2$$

Que representa a energia de repouso da partícula (note que se $v = 0 \Rightarrow E = E_0$). A quantidade E representa a energia total relativística e é definida pela soma entre as energias cinética clássica e a energia de repouso.

Considerações sobre a prática

Neste ponto do produto é necessária a revisão de conceitos de Matemática e Física. Professor, discuta com os estudantes cada passo desenvolvido, justificando-os conceitualmente ou por matemática.

É importante enfatizar o detalhe da possibilidade de se calcular a velocidade de um núcleon se utilizando de outro ramo da Física e como este se encaixa na análise gráfica. O foco desta passagem não está na teoria da relatividade existente (que o professor deve conhecer) mas sim em tentar aproximar esses procedimentos dos estudantes.

Aula 6: Cálculo da Energia de Ligação do Dêuteron

Nesta aula, iremos trazer o significado da equação $E=mc^2$, utilizando comparativos entre as massas do par nêutron+ próton ligados e separados.

Algumas informações importantes:

O dêuteron, ou deuterão é um deutério que foi privado de seu único elétron e portanto é constituído de um simples núcleo com um próton e um nêutron. Experimentalmente é possível medir que a ligação do par é energizada por aproximadamente 2,2MeV. Considerando que:

- Massa do próton: 1.007825 u.
- Massa do nêutron:1.008665 u
- Equivalência da unidade de massa atômica em energia:

931.5 MeV

Ao somar as massas separadamente teríamos:

$$m_p + m_n = 2.016490 \text{ u}$$

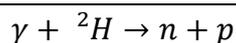
Porém ao analisar a massa do dêuteron temos:

$$m_d = 2.014102 \text{ u}$$

Onde percebemos uma diferença de:

$$(m_p + m_n) - m_d = 2.016155 \text{ u} - 2.014102 \text{ u} = \mathbf{0.002388 \text{ u}}$$

Experimentalmente, para que ocorra fissão do núcleo de um dêuteron é necessário fornecer aproximadamente **2.22MeV**, ou seja:



Do que foi estudado até o momento, sabemos que a energia de repouso é dada por:

$$E_0 = mc^2$$

Logo, verificando:

$$E_0 = 0.002388 \text{ u} \times 931.5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}} \approx 2.22 \text{ MeV}$$

Podemos perceber, portanto, que $E_0 = mc^2$ nos fornece exatamente a quantidade de energia necessária para a quebra de núcleos de átomos.

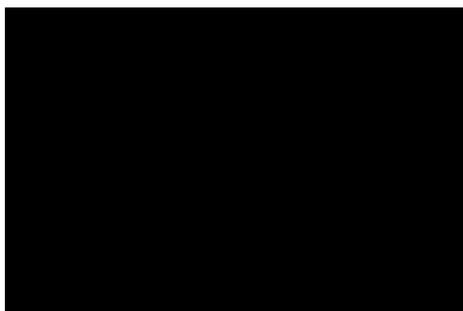
Após confrontar os alunos com o resultado encontrado, indagá-los sobre o impacto do resultado observado e como isto auxiliaria no processo de geração de energia:

- (1) A fórmula retrata a transformação de matéria em energia?
- (2) Qual a relevância dessa equação para o desenvolvimento da Física?
- (3) Quais concepções você possuía e quais passou a ter sobre o tema?
- (4) Qual impacto para o desenvolvimento de reatores de fusão nuclear e geração de energia?

São exemplos de perguntas que poderão ser empregadas pelo professor regente a fim de auxiliar na confecção de um relatório geral com os conhecimentos adquiridos pelos alunos e uma auto-avaliação da sequência aplicada.

Como apoio, o professor poderá utilizar o vídeo abaixo como curiosidade:

Video 5: $E=mc^2$



Acesso em: <https://youtu.be/FRX63cCdFeU>

Apêndice B- Notícias para a “Aula 2”

Leitura 1: Atividade nuclear no Irã gera divergências entre EU e EUA.

23/11/2017

UE defende atividades nucleares do Irã e rejeita renegociação de acordo

A União Europeia (UE) defendeu nesta terça-feira as atividades nucleares pacíficas do Irã e se mostrou contrária à renegociação do acordo nuclear, assinado em julho de 2015 entre Teerã e o G5+1 (EUA, Reino Unido, China, França e Rússia, mais Alemanha), como querem os Estados Unidos.

A secretária-geral do Serviço Europeu de Ação Externa (SEAE), Helga Schmid, ressaltou em um seminário na cidade de Isfahan que "uma renegociação do acordo nuclear é impossível", segundo as declarações difundidas pela agência oficial iraniana "Irna".

O acordo nuclear limita o programa atômico do Irã em troca da suspensão das sanções econômicas internacionais.

Schmid defendeu a cooperação com o Irã, assim como o diretor-geral de Energia da Comissão Europeia, Dominique Ristori, que afirmou que a UE apoiará as atividades nucleares pacíficas do Irã.

Ristori acrescentou que a UE está decidida a "melhorar a cooperação em matéria de energia nuclear" com o Irã, país ao qual está tentando transferir suas experiências sobre o tema.

Os dois responsáveis europeus participaram hoje de um seminário sobre cooperação nuclear em Isfahan, depois de terem realizado ontem em Teerã a terceira rodada de diálogo político de alto nível entre o Irã e a UE.

Nesse seminário, o porta-voz da Organização de Energia Atômica do Irã (AEOI, na sigla em inglês), Behrouz Kamalvandi, advertiu que Teerã monitora de perto o Congresso americano e que qualquer medida contra o pacto nuclear deixará "os EUA isolados".

No dia 13 de outubro, o presidente americano, Donald Trump, ameaçou abandonar o acordo se seus "defeitos" não forem corrigidos através de uma negociação internacional ou de uma lei do Congresso de seu país.

A alta representante da União Europeia para a Política Externa, Federica Mogherini, se reuniu no início deste mês em Washington com congressistas e com o vice-presidente americano, Mike Pence, para tentar convencer os EUA a seguirem no pacto.

A Agência Internacional de Energia Atômica (AIEA) confirmou em nove ocasiões que o Irã está cumprindo com os compromissos estabelecidos pelo acordo nuclear.

Disponível em: <https://noticias.uol.com.br/ultimas-noticias/efe/2017/11/21/ue-defende-atividades-nucleares-do-ira-e-rejeita-renegociacao-de-acordo.htm>

Leitura 2: Uma proposta inovadora para o uso da energia nuclear em um questão de saúde pública.

15/02/2016

Projeto testa controle do *Aedes aegypti* usando energia nuclear

Por: Fabíola Tavares (Fiocruz Pernambuco)

O uso da energia nuclear numa técnica de controle do *Aedes aegypti* está em teste pela Fiocruz Pernambuco e Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), em Fernando de Noronha. A área escolhida foi a Vila da Praia da Conceição, onde mosquitos machos, esterilizados com radiação gama, estão sendo liberados no ambiente, para competir com os selvagens no acasalamento. Ao vencerem essa disputa, eles passam espermatozoides inviáveis, que são utilizados pelas fêmeas durante todo o seu processo de postura dos ovos, sem gerar novas larvas do inseto. Como a fêmea do mosquito costuma ficar disponível para acasalar apenas uma vez ao longo de sua vida, o cruzamento com machos estéreis acaba impedindo sua reprodução. A partir do uso dessa tecnologia, é esperada uma diminuição da densidade populacional do *Aedes*.

Desenvolvido em colaboração com o Grupo de Estudos em Radioproteção e Radio ecologia (Gerar) do Departamento de Energia Nuclear da Universidade Federal de Pernambuco (DEN/UFPE), os mosquitos são produzidos em massa no insetário da Fiocruz PE e, ainda na fase de pupa (a última antes da fase adulta/alada), são esterilizados no Irradiador Gammacel, do DEN/UFPE, cuja fonte radioativa é o Cobalto 60. A iniciativa utiliza uma subpopulação de mosquitos da própria ilha, buscando preservar suas características genéticas, que já estão adaptadas às condições ambientais do local.

Outra instituição parceira é a Secretaria de Saúde do Distrito de Fernando de Noronha. Iniciado em 2013, o projeto já tem como produtos a formação de recursos humanos a nível de mestrado (já finalizado) e doutorado (em andamento). A primeira fase da pesquisa já determinou que a dose de irradiação necessária para tornar os machos inférteis fica entre 40 e 50 Gy, sem comprometer outros aspectos importantes para a sua sobrevivência e para os objetivos do projeto, como a longevidade e o bom desempenho no acasalamento. Os testes, realizados no insetário do Departamento de Entomologia da Fiocruz PE, simularam a situação de campo, colocando machos estéreis com machos selvagens e fêmeas em grandes gaiolas, tanto para observar se os machos irradiados mantiveram suas qualidades competitivas, como para determinar a quantidade de mosquitos a ser liberada no ambiente. A busca foi por obter uma quantidade mínima ideal, que não se mostrasse excessiva nem insuficiente. A melhor proporção observada foi de 10 mosquitos estéreis para cada selvagem (10:1).

A escolha de um ambiente de ilha para esse experimento não se deu por acaso. Além das características geográficas de isolamento que favorecem o estudo, existe uma ampla base de dados, gerada pelo sistema de monitoramento do vetor que já está consolidado no local - o SMCP-Aedes, desenvolvido pela Fiocruz PE e o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe). Com 103 ovitrampas instaladas, o sistema mapeou, nos últimos três anos, os locais e os períodos do ano de maior infestação, entre outras informações que serão utilizadas nessa nova intervenção.

A etapa atual está centrada na liberação dos mosquitos em quatro pontos da Vila da Praia da Conceição. De dezembro até a primeira quinzena de fevereiro foram feitas nove liberações, cada uma com três mil machos estéreis. Por outro lado, o número de ovitrampas para a coleta de ovos de Aedes foi ampliado e cada imóvel situado nessa área (em torno de 25) conta com uma armadilha. A coordenadora do projeto, a pesquisadora da Fiocruz PE Alice Varjal, explica que o impacto da medida será avaliado pela quantidade de ovos inviáveis que serão

coletados. Será medida a fecundidade (quantidade de ovos colocados) e a fertilidade (viabilidade dos ovos). As avaliações começam a ser realizadas a partir do final de fevereiro, para verificar se a redução de cerca de 70% da viabilidade dos ovos, observada em laboratório, também se confirmará em campo.

A pesquisadora destaca uma característica do *Aedes* que é estratégica para sua sobrevivência e que dificulta a obtenção de resultados mais rápidos no controle do vetor. É a existência, em paralelo à população ativa de mosquitos - que está visível e se multiplicando regularmente -, de uma população inativa, representada pelos ovos dormentes (em um estado conhecido como quiescência), com potencial para produzir larvas. Eles aguardam apenas que os criadouros onde foram depositados, que estão temporariamente secos, voltem a receber a água. "A técnica vai interferir nessa população inativa, mas não de uma forma imediata. Só vamos observar o impacto de controle da densidade populacional do mosquito ao longo do tempo e com a continuidade da soltura dos machos estéreis", declara Alice.

Disponível em: <https://portal.fiocruz.br/pt-br/content/projeto-avalia-controle-do-aedes-aegypti-usando-energia-nuclear>

Leitura 3: Situação brasileira para a energia nuclear.

Poucos países têm as tecnologias do Brasil, diz almirante sobre programa nuclear.

RICARDO BONALUME NETO

DE SÃO PAULO

07/11/2017 12h10

"Energia nuclear" é algo que mete medo em muita gente, nem precisa ser um ambientalista fanático. Afinal, duas bombas atômicas foram lançadas contra o Japão em 1945 –que terminaram com a Segunda Guerra Mundial. Houve o desastre com o césio radiativo em Goiânia em 1987, o acidente na usina de Chernobyl, na Ucrânia, em 1986.

Porém, a mesma energia provê boa parte da eletricidade em vários países e também ajuda no diagnóstico e tratamento de doenças como câncer.

E também serve para a propulsão de navios guerra, notadamente os enormes porta-aviões nucleares americanos de 100 mil toneladas de deslocamento, e

uma grande frota de submarinos criada por cinco países –EUA, Rússia, França, Reino Unido e China.

O Brasil quis fazer parte do clube nuclear desde a década de 1950. Um dos principais pioneiros, talvez o mais importante, foi um almirante Álvaro Alberto, cujo nome foi escolhido para batizar o primeiro SN-BR (submarino nuclear brasileiro), que a Marinha espera lançar ao mar em 2029.

O almirante de esquadra Bento Costa Lima Leite de Albuquerque Junior, diretor-geral do Desenvolvimento Nuclear e Tecnológico da Marinha, deu mais detalhes do andamento do projeto. Como ele resume, "poucos países no mundo tiveram condições de conquistar, até hoje, essas tecnologias".

Folha - O programa nuclear da Marinha existe desde a década de 1970. Não há dúvida de que houve progressos desde então, por exemplo no enriquecimento de urânio, mas o país ainda está longe de ter um submarino nuclear –algo que os americanos obtiveram nos anos 1950. Que garantia tem o país de que, desta vez, o programa está no rumo certo? O primeiro submarino convencional, Riachuelo, ficará pronto no tempo previsto?

Bento Costa Lima Leite de Albuquerque Junior - O Programa Nuclear da Marinha (PNM) sempre esteve no rumo certo, sem sombra de dúvidas. O que ocorre é que ele é um programa de Estado, de longo prazo, como todos os programas desta magnitude e complexidade.

Outro aspecto importante a se levar em conta é o fato de a tecnologia nuclear não ser transferida por nenhum país. Ou seja: tivemos que desenvolvê-la de forma autônoma.

É preciso lembrar, também, que o Programa Nuclear da Marinha, iniciado em 1979, compreendia dois grandes projetos: o domínio do ciclo do combustível nuclear; e a construção do Laboratório de Geração Nucleoelétrica (Labgene).

O primeiro foi concluído em 1987, quando a Marinha divulgou, oficialmente, o domínio do difícil processo do enriquecimento de urânio por ultracentrifugação, tecnologia de alto valor agregado.

A partir dessa tecnologia, a Marinha passou a colaborar com as Indústrias Nucleares do Brasil (INB) e, desde 2000, fornece ultracentrífugas para sua planta industrial em Resende (RJ), onde é produzido o combustível nuclear para as Usinas de Angra, um bom exemplo do uso dual dessa tecnologia.

Quanto ao segundo projeto, estamos vendo nossos objetivos iniciais se tornarem realidade, com a proximidade do comissionamento do Labgene, a primeira instalação de energia nucleoelétrica totalmente projetada no país, que será, em terra, o protótipo da planta de propulsão do nosso submarino nuclear. Poucos países no mundo tiveram condições de conquistar, até hoje, essas tecnologias.

No que diz respeito ao primeiro submarino convencional, o "Riachuelo", parte do nosso Programa de Desenvolvimento de Submarinos (Prosub), ele será lançado

ao mar no ano que vem, cumprindo o que está previsto no cronograma do programa atualmente em vigor.

A simples expressão "energia nuclear" gera medo em muitas pessoas. Que outros objetivos têm o programa para a sociedade brasileira?

É compreensível que haja certo receio em relação à energia nuclear, mas ele se deve, fundamentalmente, a muita desinformação e preconceito. As tecnologias desenvolvidas pelo Programa Nuclear da Marinha geram inúmeros benefícios para a sociedade brasileira.

O fato de termos o domínio do ciclo do combustível e a tecnologia de construção de plantas nucleares, por exemplo, é garantia de que podemos ampliar nossa matriz energética com geração limpa de eletricidade.

Outro exemplo concreto desses benefícios é o projeto do Reator Multipropósito Brasileiro (RMB). Trata-se de um empreendimento da Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN), de grande alcance social e arrasto tecnológico, que se beneficiará do esforço e do investimento realizados pelo Programa Nuclear da Marinha.

Com ele, vamos ser menos dependentes e mais eficientes na produção de radiofármacos, para emprego na medicina nuclear e fundamental no diagnóstico de diversas enfermidades e no tratamento de vários tipos de câncer.

Hoje, para termos uma ideia, o uso per capita de procedimentos de medicina nuclear no Brasil é duas vezes e meia menor que na Argentina e seis vezes menor que nos Estados Unidos.

Outros impactos positivos do investimento em energia nuclear são a nacionalização de processos e equipamentos industriais, as inovações decorrentes das parcerias do programa com universidades e institutos de pesquisa e a geração de empregos diretos e indiretos, sem contar os reflexos diretos do programa na conquista de nossa independência em tecnologias sensíveis e no desenvolvimento da indústria nacional de defesa.

A Marinha tem investido muito em instalações em Iperó e Itaguaí para produzir um submarino nuclear. Mas, como se costuma dizer, quem tem só um, não tem nenhum –pois o navio tem que ficar parte do tempo em trânsito, ou na sua base. Há planos para produzir mais submarinos?

O Programa de Desenvolvimento de Submarinos (Prosub), decorrente do Acordo Estratégico com a França, assinado em 2008, compreende a construção de quatro submarinos convencionais (S-BR), um com propulsão nuclear (SN-BR) e a construção de uma infraestrutura industrial e de apoio para construção, operação e manutenção dos submarinos.

Também envolve a transferência de tecnologia e, fruto dessa transferência, em janeiro deste ano foi concluído, com sucesso, por engenheiros e técnicos brasileiros, o projeto do SN-BR.

Cabe lembrar, contudo, que a Estratégia Nacional de Defesa estabelece que "o Brasil contará com uma força naval submarina de envergadura, composta de submarinos convencionais e de submarinos de propulsão nuclear. O Brasil manterá e desenvolverá sua capacidade de projetar e de fabricar tanto submarinos de propulsão convencional, como de propulsão nuclear."

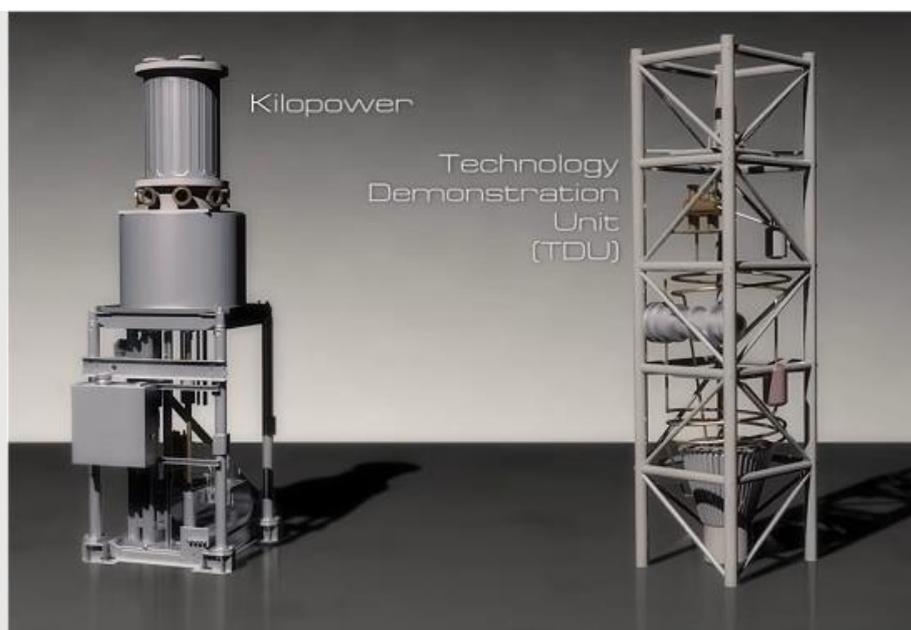
Seguindo essa orientação, já estão em andamento os estudos que avaliam as possibilidades de ampliação do programa no futuro, utilizando as instalações de que dispomos.

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br/poder/2017/11/1933445-poucos-paises-tem-as-tecnologias-do-brasil-diz-almirante-sobre-programa-nuclear.shtml>

Leitura 4: A energia nuclear para o sustento da vida humana fora da Terra.

NASA testa usina nuclear para bases lunares e marcianas

Com informações do CORDIS - 27/10/2017



Cada gerador tem capacidade de 10 quilowatts e pode funcionar por vários anos. [Imagem: NASA]

Reator nuclear espacial

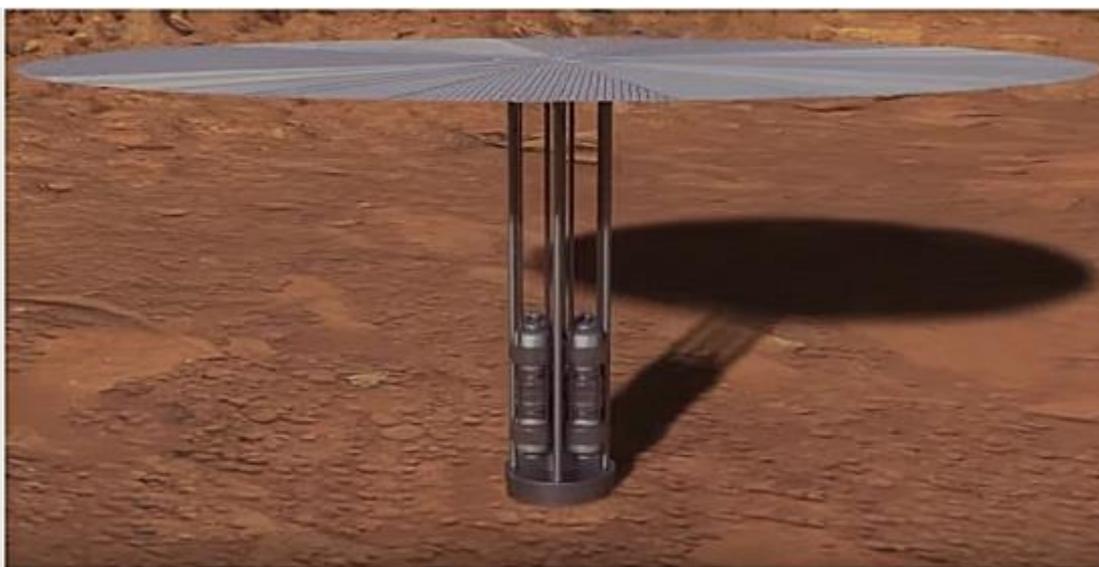
Seja para instalar bases na Lua ou em Marte, será necessário levar geradores de energia.

Para enfrentar o desafio, a NASA começou uma rodada de testes com reatores de dois metros de altura, alimentados por um tipo especial de energia nuclear.

Embora os engenheiros chamem o equipamento de "reator nuclear espacial", os geradores de energia alimentados por radioisótopos são diferentes dos reatores nucleares convencionais, já que estes aceleram artificialmente as reações nucleares para produzir mais calor. Os geradores de radioisótopos são uma espécie de usina nuclear mais calma, que deixa as coisas acontecerem normalmente. Isso produz menos energia, mas requer um equipamento mais simples e mais confiável.

"Esta é realmente a primeira vez [desde a década de 1960] que a NASA desenvolveu seriamente um reator para aplicações espaciais," disse Lee Mason, coordenador do projeto *Kilopower*, do Centro de Pesquisas Glenn.

O último reator de fissão testado pela NASA foi o SNAP (*Systems for Nuclear Auxiliary Power*), durante a década de 1960. Seu sistema de geradores termoelétricos de radioisótopos alimentou dezenas de sondas espaciais, incluindo o robô Curiosity.



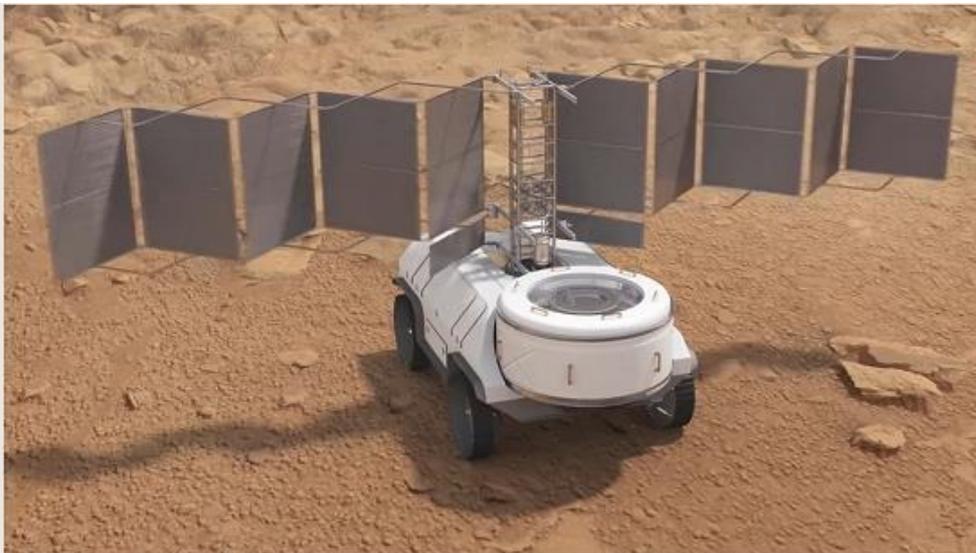
Visualização artística de uma usina híbrida solar-nuclear. [Imagem: NASA]

Energia para exploração espacial

Se as miniusinas forem aprovadas nos testes de desempenho e durabilidade, a NASA afirma que pretende testá-las em Marte - mas provavelmente as testará na Lua primeiro.

A exploração humana desses e de quaisquer outros mundos pressupõe a existência de energia para gerar combustível, ar e água para os exploradores espaciais, bem como recarregar as baterias dos veículos, robôs e outros equipamentos.

Um relatório da agência estabelece que são necessários 40 quilowatts de eletricidade para uma expedição humana a Marte, onde a temperatura cai fácil a -125°C . Os reatores em desenvolvimento podem gerar 10 quilowatts, de modo que serão necessários quatro deles para uma vila espacial marciana - ou lunar.



Sendo compacto, o gerador também poderá ser usado em robôs, veículos de exploração e mesmo em naves. [Imagem: NASA]

Nuclear versus solar

Lee Mason conta que as usinas nucleares espaciais seriam lançadas "frias", ou seja, desligadas. "Os reatores também têm um inventário radiológico muito baixo no lançamento - menos de 5 curies - de forma que são benignos. Não há produtos de fissão até o reator estar ligado, e é aí que haverá alguma radiação," explica ele.

Isso é importante porque uma eventual falha no lançamento, com um foguete explodindo, poderia ser catastrófica se espalhasse elementos radioativos pela atmosfera.

A energia solar é outra opção para as futuras vilas espaciais, mas isso restringiria a geração de energia a regiões expostas à luz solar.

A Cratera Shackleton, da Lua, por exemplo, um dos principais candidatos para a instalação de uma base lunar devido aos potenciais recursos hídricos, é completamente escura. E os pontos mais ensolarados de Marte recebem apenas cerca de um terço da quantidade de luz solar que a Terra recebe.

Disponível em:

<http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=nasa-testa-usina-nuclear-bases-lunares-marcianas&id=010130171027#.WhZY90qnHIU>

Apêndice D – Exercícios sobre Energia de Ligação e Relatividade

Fonte: os autores.

1. (Fgv 2017) A nave “New Horizons”, cuja foto é apresentada a seguir, partiu do Cabo Canaveral em janeiro de 2006 e chegou bem perto de Plutão em julho de 2015. Foram mais de 9 anos no espaço, voando a 21km/s. É uma velocidade muito alta para nossos padrões aqui na Terra, mas muito baixa se comparada aos 300.000 km/s da velocidade da luz no vácuo.



(<http://goo.gl/oeSWn>)

Considere uma nave que possa voar a uma velocidade igual a 80% da velocidade da luz e cuja viagem dure 9 anos para nós, observadores localizados na Terra.

Para um astronauta no interior dessa nave, tal viagem duraria cerca de

- a) 4,1 anos.
- b) 5,4 anos.
- c) 6,5 anos.
- d) 15 anos.
- e) 20,5 anos.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Nas questões com respostas numéricas, considere o módulo da aceleração da gravidade como $g = 10,0 \text{ m/s}^2$, o módulo da carga do elétron como $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, o módulo da velocidade da luz como $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ e utilize $\pi = 3$.

2. (Upe-ssa 3 2017) A sonda caçadora de exoplanetas Kepler encontrou aquele que talvez seja o corpo celeste mais parecido com a Terra. A Nasa anunciou, nesta quinta-feira (23), a descoberta de Kepler-452b, um exoplaneta encontrado dentro de uma zona habitável de seu sistema solar, ou seja, uma região onde é possível que exista água no estado líquido. A semelhança com nosso planeta é tão grande que os pesquisadores chamaram o Kepler-452b de Terra 2.0. O Kepler-452b é cerca de 60% maior que a Terra e precisa de 385 dias para completar uma órbita ao redor de sua estrela, a Kepler 452. E essa estrela hospedeira é muito parecida com nosso Sol: tem quase o mesmo tamanho, temperatura e emite apenas 20% mais luz. Localizado na constelação Cygnus, o sistema solar da Terra 2.0 está a 1.400 anos-luz distante do nosso.

Fonte: <http://exame.abril.com.br/tecnologia/noticias/terra-2-0-nasa-anuncia-descoberta-historica-de-planeta-quase-identico-ao-nosso>, acessado em: 14 de julho de 2016.

Supondo-se que, a fim de investigar mais de perto o Kepler-452b, uma sonda tenha sido enviada da Terra por uma equipe da Nasa, com uma velocidade igual a $(3)^{1/2}c/2$. Quando o relógio instalado na sonda marcar 28 anos de viagem, quanto tempo terá se passado para a equipe na Terra?

- a) 7 anos
- b) 14 anos
- c) 21 anos
- d) 42 anos
- e) 56 anos

3. (Fuvest 2016) O elétron e sua antipartícula, o pósitron, possuem massas iguais e cargas opostas. Em uma reação em que o elétron e o pósitron, em repouso, se aniquilam, dois fótons de mesma energia são emitidos em sentidos opostos.

A energia de cada fóton produzido é, em MeV, aproximadamente,

Note e adote:

Relação de Einstein entre energia (E) e massa (m): $E = mc^2$

Massa do elétron = 9×10^{-31} kg

Velocidade da luz $c = 3,0 \times 10^8$ m/s

1 eV = $1,6 \times 10^{-19}$ J

1 MeV = 10^6 eV

No processo de aniquilação, toda a massa das partículas é transformada em energia dos fótons.

- a) 0,3
- b) 0,5
- c) 0,8
- d) 1,6
- e) 3,2

4. (Ufjf-pism 3 2016) Em um reator nuclear, átomos radioativos são quebrados pelo processo de fissão nuclear, liberando energia e átomos de menor massa atômica. Esta energia é convertida em energia elétrica com um aproveitamento de aproximadamente 30%. A teoria da relatividade de Einstein torna possível calcular a quantidade de energia liberada no processo de fissão nuclear. Nessa teoria, a energia de uma partícula é calculada pela expressão $E = mc^2$, onde $m = m_0 / \sqrt{1 + (v/c)^2}$. Em uma residência comum, se consome, em média,

200 kWatt – hora por mês. Neste caso, **CALCULE** qual deveria ser a massa, em quilogramas, necessária para se manter essa residência por um ano, considerando que a transformação de massa em energia ocorra no repouso.

Dado: $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

- a) $3,6 \times 10^{-8} \text{ kg}$
- b) $6,3 \times 10^{-5} \text{ kg}$
- c) $3,2 \times 10^{-7} \text{ kg}$
- d) $9,6 \times 10^{-8} \text{ kg}$
- e) $5,3 \times 10^{-5} \text{ kg}$

5. (Udesc 2015) A proposição e a consolidação da Teoria da Relatividade e da Mecânica Quântica, componentes teóricos do que se caracteriza atualmente como Física Moderna, romperam com vários paradigmas da Física Clássica. Baseando-se especificamente em uma das teorias da Física Moderna, a Relatividade Restrita, analise as proposições.

- I. A massa de um corpo varia com a velocidade e tenderá ao infinito quando a sua velocidade se aproximar da velocidade da luz no vácuo.
- II. A Teoria da Relatividade Restrita é complexa e abrangente, pois, descreve tanto movimentos retilíneos e uniformes quanto movimentos acelerados.
- III. A Teoria da Relatividade Restrita superou a visão clássica da ocupação espacial dos corpos, ao provar que dois corpos, com massa pequena e velocidade igual à velocidade da luz no vácuo, podem ocupar o mesmo espaço ao mesmo tempo.

Assinale a alternativa **correta**.

- a) Somente a afirmativa I é verdadeira.
- b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- c) Somente a afirmativa II é verdadeira.
- d) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- e) Todas afirmativas são verdadeiras.

6. (Unisc 2015) Em uma explosão de uma mina de carvão foram utilizadas 1.000 toneladas de explosivo trinitrotolueno (TNT), o que equivale a $1,0 \times 10^{12}$ calorias. Qual foi, aproximadamente, a quantidade de massa convertida em energia equivalente a essa explosão? (1 caloria = 4,18J e $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$)

- a) $4,6 \times 10^{-5} \text{ kg}$
- b) $4,6 \times 10^{-8} \text{ kg}$
- c) $1,1 \times 10^{-5} \text{ kg}$
- d) $1,1 \times 10^{-8} \text{ kg}$
- e) $1,1 \times 10^{-13} \text{ kg}$

7. (Ufg 2014) A teoria da relatividade elaborada por Albert Einstein (1879-1950), no início do século XX, abalou profundamente os alicerces da Física clássica,

que já estava bem estabelecida e testada. Por questionar os conceitos canônicos da ciência e do senso comum até então, ela tornou-se uma das teorias científicas mais populares de todos os tempos.

Que situação física, prevista pela relatividade restrita de Einstein, também está em conformidade com a Física clássica?

- a) A invariância do tempo em referenciais inerciais.
- b) A contração do espaço.
- c) A invariância da velocidade da luz.
- d) A diferença entre massa inercial e gravitacional.
- e) A conservação da quantidade de movimento.

8. (Ufrgs 2014) Os múons cósmicos são partículas de altas energias, criadas na alta atmosfera terrestre. A velocidade de alguns desses múons (v) é próxima da velocidade da luz (c), tal que $v^2 = 0,998c^2$, e seu tempo de vida em um referencial em repouso é aproximadamente $t_0 = 2 \times 10^{-6}$ s. Pelas leis da mecânica clássica, com esse tempo de vida tão curto, nenhum múon poderia chegar ao solo, no entanto eles são detectados na Terra. Pelos postulados da relatividade restrita, o tempo de vida do múon em um referencial terrestre (t) e o tempo t_0 são relacionados pelo fator relativístico

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Para um observador terrestre a distância que o múon pode percorrer antes de se desintegrar é, aproximadamente,

- a) $6,0 \times 10^2$ m.
- b) $6,0 \times 10^3$ m.
- c) $13,5 \times 10^3$ m.
- d) $17,5 \times 10^3$ m.
- e) $27,0 \times 10^3$ m.

9. (Unicamp 2013) O prêmio Nobel de Física de 2011 foi concedido a três astrônomos que verificaram a expansão acelerada do universo a partir da observação de supernovas distantes. A velocidade da luz é $c = 3 \times 10^8$ m/s.

- a) Observações anteriores sobre a expansão do universo mostraram uma relação direta entre a velocidade v de afastamento de uma galáxia e a distância r em que ela se encontra da Terra, dada por $v = H r$, em que $H = 2,3 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ é a constante de Hubble. Em muitos casos, a velocidade v da galáxia pode ser obtida pela expressão $v = \frac{c \Delta\lambda}{\lambda_0}$, em que λ_0 é o comprimento de onda da luz emitida e $\Delta\lambda$ é o deslocamento Doppler da luz. Considerando

ambas as expressões acima, calcule a que distância da Terra se encontra uma galáxia, se $\Delta\lambda = 0,092 \lambda_0$.

- b) Uma supernova, ao explodir, libera para o espaço massa em forma de energia, de acordo com a expressão $E = mc^2$. Numa explosão de supernova foram liberados $3,24 \times 10^{48}$ J, de forma que sua massa foi reduzida para $m_{\text{final}} = 4,0 \times 10^{30}$ kg. Qual era a massa da estrela antes da explosão?

10. (Ufg 2013) Em 1964, o físico britânico Peter Higgs propôs a existência de um campo, o qual, ao interagir com uma partícula, conferia a ela a sua massa. A unidade básica desse campo foi chamada de bóson de Higgs. Em julho de 2012, os cientistas do CERN (Centro Europeu de Pesquisas Nucleares) anunciaram terem identificado o bóson de Higgs, com uma massa de 125 GeV (gigaelétronvolt). O valor dessa massa, em kg, é de:

Dados: $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$; $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$.

- a) $4,50 \times 10^{+24}$
- b) $6,66 \times 10^{-18}$
- c) $2,22 \times 10^{-25}$
- d) $6,66 \times 10^{-27}$
- e) $2,22 \times 10^{-34}$

11. (Ita 2013) Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística $m = m_0 \gamma$, o momentum relativístico $p = m_0 \gamma v$ e a energia relativística $E = m_0 \gamma c^2$, em que m_0 é a massa de repouso da partícula e $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ é o fator de Lorentz. Demonstre que $E^2 - p^2 c^2 = (m_0 c^2)^2$ e, com base nessa relação, discuta a afirmação: “Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz c ”.

Gabarito:

Resposta da questão 1: [B]

Para calcular o tempo próprio para o astronauta dentro da nave, consideramos a Teoria da Relatividade em que trata de um tema muito pitoresco que é o paradoxo dos gêmeos. Este paradoxo fala que ao se separar os gêmeos, fazendo um viajar numa espaçonave a velocidades próximas a da luz enquanto o outro fica na Terra, quando encerrar a viagem e eles se encontrarem novamente, o tempo para quem ficou na Terra sofreu uma dilatação sentida pela idade aparente dos dois gêmeos. Esse paradoxo é conhecido como a Dilatação do Tempo.

O cálculo baseia-se na equação:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Onde,

Δt = é o intervalo de tempo no referencial da Terra

$\Delta t'$ = é o intervalo de tempo para o astronauta

v = é a velocidade da nave em relação a velocidade da luz

c = é a velocidade da luz

Então substituindo os valores fornecidos no problema, temos:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow 9 = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(0,8c)^2/c^2}} \therefore \Delta t' = 9\sqrt{0,36} = 5,4 \text{ anos}$$

Resposta da questão 2: [E]

Usando a Teoria da Relatividade para o tempo, podemos determinar a dilatação no tempo com a equação:

$$\Delta t_{\text{relativ}} = \gamma \cdot \Delta t_{\text{próprio}}, \text{ onde } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \text{ a constante de Lorentz.}$$

Cálculo da constante γ de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0,75}} \therefore \gamma = 2$$

Com isso o tempo relativístico passado na Terra será o dobro que o tempo próprio:

$$\Delta t_{\text{relativ}} = 2 \cdot 28 \text{ anos} \therefore \Delta t_{\text{relativ}} = 56 \text{ anos}$$

Resposta da questão 3: [B]

Substituindo os dados na expressão dada:

$$E = mc^2 = 9 \times 10^{-31} (3 \times 10^8)^2 = 8,1 \times 10^{-14} \text{ J.}$$

Convertendo para elétron-volt:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ eV} \rightarrow 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} \\ E \rightarrow 8,1 \times 10^{-14} \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow E = 5,0625 \times 10^5 \text{ eV} \cong 0,5 \times 10^6 \text{ eV} \Rightarrow \boxed{E = 0,5 \text{ MeV.}}$$

Resposta da questão 4: [C]

A energia útil consumida pela residência em 1 ano (12 meses) é:

$$E_U = 200 \text{ kW} \cdot h \times 12 = 2400 \text{ kW} \cdot h = (2400 \times 10^3 \text{ W}) \times (3,6 \times 10^3 \text{ s}) = 8,64 \times 10^9 \text{ W} \cdot \text{s} \Rightarrow$$

$$E_U = 8,64 \times 10^9 \text{ J.}$$

Considerando o rendimento de 30%, a energia total produzida pela fissão é:

$$\eta = \frac{E_U}{E_T} \Rightarrow E_T = \frac{E_U}{\eta} = \frac{8,64 \times 10^9}{0,3} \Rightarrow \underline{E_T = 2,88 \times 10^{10} \text{ J}}$$

Usando a relação massa-energia:

$$E_T = m_0 c^2 \Rightarrow m_0 = \frac{E_T}{c^2} = \frac{2,88 \times 10^{10}}{9 \times 10^{16}} \Rightarrow \boxed{m_0 = 3,2 \times 10^{-7} \text{ kg}}$$

Resposta da questão 5: [A]

[I] CORRETA. Pela teoria da massa relativística, tem-se que:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Se a velocidade do corpo (v) aproximar-se da velocidade da luz (c), pode-se observar que a massa relativística tenderá ao infinito.

[II] INCORRETA. A Teoria da Relatividade Restrita não é abrangente, pois quando a velocidade do corpo é muito menor que a velocidade da luz, as equações da mecânica newtoniana são suficientes para representar os movimentos.

[III] INCORRETA. O Princípio da Impenetrabilidade diz que dois corpos distintos não podem ocupar o mesmo lugar no espaço ao mesmo tempo.

Resposta da questão 6: [A]

Esta questão nos traz uma consequência da teoria da relatividade, que implica na mais famosa equação da Física de todos os tempos, a relação universal entre massa e energia de Albert Einstein.

$$E = m \cdot c^2$$

Essa equação nos diz que a massa também é uma forma de energia e vice-versa. Neste caso, uma parte da massa do explosivo utilizado deve ser responsável pela energia da explosão.

Isolando a massa, substituindo os valores e transformando calorias para joule, temos:

$$m = \frac{E}{c^2} \Rightarrow m = \frac{1 \cdot 10^{12} \text{ cal} \cdot 4,18 \frac{\text{J}}{\text{cal}}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = \frac{4,18 \cdot 10^{12} \text{ J}}{9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$m = 4,64 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

Resposta da questão 7: [E]

A conservação da Quantidade de Movimento ou do Momento Linear é considerada um dos alicerces fundamentais da Física pois se aplica tanto a Física Clássica quanto à Física Moderna.

Resposta da questão 8: [C]

Dados: $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$; $t_0 = 2 \times 10^{-6}$ s; $v^2 = 0,998c^2$.

Fazendo a correção para o tempo:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow t = \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - \frac{0,998 c^2}{c^2}}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{20 \times 10^{-4}}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{2\sqrt{5} \times 10^{-2}} = \frac{\sqrt{5} \times 10^{-4}}{5} \Rightarrow$$

$$t = 4,5 \times 10^{-5} \text{ s.}$$

A distância **(D)** percorrida pelo múon é:

$$D = v t \cong 3 \times 10^8 \times 4,5 \times 10^{-5} \Rightarrow \boxed{D = 13,5 \times 10^3 \text{ m.}}$$

Resposta da questão 9:

a) Dados: $c = 3 \times 10^8$ m/s; $H = 2,3 \times 10^{-18}$ s⁻¹; $\Delta\lambda = 0,092 \lambda_0$.

Combinando as duas expressões dadas:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = H r \\ v = \frac{c \Delta\lambda}{\lambda_0} \end{array} \right\} \Rightarrow H r = \frac{c \Delta\lambda}{\lambda_0} \Rightarrow r = \frac{c \Delta\lambda}{H \lambda_0} = \frac{3 \times 10^8 \cdot 0,092 \lambda_0}{2,3 \times 10^{-18} \cdot \lambda_0} \Rightarrow$$

$$r = 1,2 \times 10^{25} \text{ m.}$$

b) Dados: $E = 3,24 \times 10^{48}$ J; $m_{\text{final}} = 4 \times 10^{30}$ kg.

Calculando a massa consumida para produzir essa energia:

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{3,24 \times 10^{48}}{(3 \times 10^8)^2} = \frac{3,24 \times 10^{48}}{9 \times 10^{16}} \Rightarrow m = 3,6 \times 10^{31} \text{ kg.}$$

$$m_{\text{inicial}} = m_{\text{final}} + m \Rightarrow m_{\text{inicial}} = 4 \times 10^{30} + 3,6 \times 10^{31} = 4 \times 10^{30} + 36 \times 10^{30} \Rightarrow$$

$$m_{\text{inicial}} = 4 \times 10^{31} \text{ kg.}$$

Resposta da questão 10: [C]

Transformando a energia do bóson de Higgs para joule:

$$E = 125 \text{ GeV} = 125 \times 10^9 \times 1,6 \times 10^{-19} \Rightarrow E = 2 \times 10^{-8} \text{ J.}$$

Da relação massa-energia de Einstein:

$$E = m c^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{2 \times 10^{-8}}{(3 \times 10^8)^2} = \frac{2 \times 10^{-8}}{9 \times 10^{16}} \Rightarrow$$

$$m = 2,22 \times 10^{-25} \text{ kg.}$$

Resposta da questão 12: Analisando o fator de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \rightarrow \gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \rightarrow \gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - V^2} \text{ (o que será utilizado em toda a resolução)}$$

Da energia relativística:

$$E = m_0 \cdot \gamma \cdot c^2 \rightarrow E^2 = m_0^2 \cdot \gamma^2 \cdot c^4 \rightarrow E^2 = m_0^2 \cdot \frac{c^2}{c^2 - V^2} \cdot c^4 \rightarrow E^2 = \frac{m_0^2 \cdot c^6}{c^2 - V^2} \text{ (eq.1)}$$

Do momentum relativístico:

$$p = m_0 \cdot \gamma \cdot V \rightarrow p^2 = m_0^2 \cdot \gamma^2 \cdot V^2 \rightarrow p^2 = m_0^2 \cdot \frac{c^2}{c^2 - V^2} \cdot V^2 \rightarrow p^2 \cdot c^2 = \frac{m_0^2 \cdot c^4 \cdot V^2}{c^2 - V^2} \text{ (eq.2)}$$

Subtraindo a **eq.1** da **eq.2**:

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = \frac{m_0^2 \cdot c^6}{c^2 - V^2} - \frac{m_0^2 \cdot c^4 \cdot V^2}{c^2 - V^2} \rightarrow E^2 - p^2 \cdot c^2 = \frac{m_0^2 \cdot c^4}{c^2 - V^2} \cdot (c^2 - V^2) \rightarrow E^2 - p^2 \cdot c^2 = m_0^2 \cdot c^4$$

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = (m_0 \cdot c^2)^2$$

Prova da afirmação: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz c ".

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = (m_0 \cdot c^2)^2$$

$$m_0 = 0 \rightarrow E^2 - p^2 \cdot c^2 = 0 \rightarrow E^2 = p^2 \cdot c^2 \rightarrow E = p \cdot c$$

$$E = m_0 \cdot \gamma \cdot c^2$$

$$p = m_0 \cdot \gamma \cdot V$$

$$E = p \cdot c \rightarrow m_0 \cdot \gamma \cdot c^2 = m_0 \cdot \gamma \cdot V \cdot c$$

$$V = c$$