

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE FÍSICA  
CAMPUS MEDIANEIRA**

**GUILHERME GUTERRES VOGT**

**E=MC<sup>2</sup> DESMISTIFICADA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA  
PARA O ENSINO DE FÍSICA MODERNA COM ENFOQUE EM SUAS  
APLICAÇÕES**

**MEDIANEIRA  
2018**



**E=MC<sup>2</sup> DESMISTIFICADA: UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA  
PARA O ENSINO DE FÍSICA MODERNA COM ENFOQUE EM SUAS  
APLICAÇÕES**

Guilherme Guterres Vogt

Produto educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Medianeira no Curso de Mestrado Nacional Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador:  
Prof. Dr. Fabrício Tronco Dalmolin

MEDIANEIRA  
AGOSTO/2018

*“Lembre-se que as pessoas podem tirar tudo de você, menos o seu conhecimento.”*

*(Albert Einstein)*

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| <b>Figura 1</b> -Tatuagem com o tema $E=mc^2$ .....  | 4  |
| <b>Figura 2</b> - Caixa de Acrílico e as Ratoeiras. Experimento sobre reação em cadeia.....                    | 8  |
| <b>Figura 3</b> - Espalhamento de Rutherford .....   | 10 |
| <b>Figura 4</b> - Simulador de Fissão Nuclear .....  | 13 |
| <b>Figura 5</b> -Esquema de funcionamento de um reator nuclear.....  | 14 |
| <b>Figura 6</b> - Ilustração sobre o processo de fusão nuclear. ....   | 14 |
| <b>Figura 7</b> -Esquema do ciclo próton-próton responsável pela produção de energia no 17                     |    |
| <b>Figura 8</b> - Representação do sistema logo após a emissão dos fótons em dois referenciais diferentes..... | 20 |
| <b>Figura 9</b> - Gráfico comparativo entre as funções apresentadas $vxf$ .....                                | 27 |
| <b>Figura 10</b> -Mapa Conceitual sobre Física Nuclear40   |    |
| <b>Figura 11</b> -Mapa conceitual sobre Física Nuclear e suas implicações .....                                | 40 |

## LISTA DE TABELAS

|  |   |
|--|---|
| <b>Tabela 1-</b> Etapas do desenvolvimento da sequência didática ..... | 1 |
|--|---|

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| 1 O Produto Educacional .....   | 1  |
| 1.1 Uma proposta de sequência didática para o ensino de física moderna com enfoque nas aplicações de $E=mc^2$ . ..... | 1  |
| 1.2 Aula 1: Popularização da Expressão $E=mc^2$ . .....   | 3  |
| 2 Aula 2: Fissão e Fusão na geração de energia. ....  | 5  |
| 3 Aula 3: Conceitos de Fissão e Fusão .....   | 7  |
| 3.1 Experimento 1: A Ratoeira .....   | 7  |
| 3.2 Experimento 2: Força Nuclear Forte .....  | 8  |
| 4 Fundamentação Teórica: As Interações Nucleares .....  | 9  |
| 4.2 Fissão Nuclear .....  | 12 |
| 4.4 Fusão Nuclear .....   | 14 |
| 5 Aula 4: Núcleo Atômico.....   | 16 |
| 5.1 O Dêuteron.....   | 16 |
| 5.2 Energia de Ligação Nuclear .....  | 17 |
| 6 Aula 5: Obtenção do $E=mc^2$ .....  | 19 |
| 6.1 Obtenção de $E = mc^2$ (Einstein, 1946) .....   | 20 |
| 6.2 Obtenção desenvolvida pelos autores .....   | 25 |
| 7 Aula 6: Cálculo da Energia de Ligação do Dêuteron .....   | 28 |
| Apêndice A- Notícias para a “Aula 2” .....  | 31 |
| Apêndice B – Exemplos de Mapas Conceituais .....  | 40 |
| Apêndice C – Exercícios sobre Energia de Ligação e Relatividade .....   | 41 |

## 1 O Produto Educacional

### 1.1 Uma proposta de sequência didática para o ensino de física moderna com enfoque nas aplicações de $E=mc^2$ .

Após definido o tema deste produto, o desafio a ser vencido é o de como apresentá-lo de maneira acessível aos estudantes e ao mesmo tempo flexível ao professor que irá utilizá-lo. Sendo assim, a escolha de uma sequência didática se apresenta a melhor maneira de organizar o trabalho em etapas que se complementem. Porém, apesar de trazer ordem aparente às aulas, a tentativa sempre foi a de criar um produto que pudesse ser utilizado em sua totalidade ou com partes suprimidas, de acordo com o planejamento de cada professor.

Desta forma, elencamos tópicos principais e definimos estratégias para abordá-los em sala de aula. Cada aula fora organizada de maneira a conter em sua elaboração a teoria necessária, sem a necessidade de se recorrer ao restante da dissertação. O resultado é a tabela abaixo:

**Tabela 1-** Etapas do desenvolvimento da sequência didática

| <b>Momentos da Sequência Didática</b>                              |  |  |
|--|--|--|
| <b>Aulas</b>   | <b>Conteúdos e Etapas</b>  | <b>Metodologias e Ferramentas</b>  |
| <b>Popularização da Expressão <math>E=mc^2</math></b><br>(2 aulas) | 1) Proposição do tema através de imagens, vídeos, textos;<br><br>2) Análise das pré-concepções do alunos em relação ao tema;<br><br>3) Discussão das ideias estabelecidas em grupos pré e pós mediação do professor;<br><br>4) Discussão coletiva a respeito dos tópicos encontrados nos grupos; | ✓ Aula dialogada e captação de conhecimentos prévios;<br><br>✓ Uso de mídias: imagens e vídeos de curta e média duração; |
| <b>Outras aplicações:</b>  | 1) Proposição de um novo problema (existiria outras finalidades?);   | ✓ Uso de textos jornalísticos;   |

|  |  |   |
|--|--|---|
| <p><b>Discussões através do uso de notícias de jornal.</b><br/>(2 aulas)</p> | <p>2) Construção individual de explicações e comparação destas;</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Criação de debates;</li> <li>✓ Uso de mídias: imagens e vídeos.</li> </ul>   |
| <p><b>Fissão e Fusão Nuclear</b><br/>(2 aulas)</p>                           | <p>1) Exposição e compreensão dos conceitos de Fissão e Fusão;</p> <p>2) Identificar estes processos na geração de energia.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Aulas expositiva e dialogada;</li> <li>✓ Uso de simuladores computacionais;</li> <li>✓ Construção de mapas conceituais;</li> <li>✓ Construção e realização de experimentos.</li> </ul> |
| <p><b>Núcleo Atômico: o dêuteron como caso simples.</b><br/>(2 aulas)</p>    | <p>1) Retomada de conceitos sobre o núcleo de átomos e em principal do dêuteron;</p> <p>2) Como calcular a energia de ligação nuclear;</p> <p>3) Produção de síntese das três primeiras atividades.</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Aula expositiva e dialogada;</li> <li>✓ Resolução de Exercícios</li> </ul>   |
| <p><b>Obtenção do <math>E=mc^2</math></b><br/>(2 a 3 aulas)</p>              | <p>1) Discussão coletiva: energia cinética clássica;</p> <p>2) Utilização de ferramentas matemáticas conhecidas por eles para uma dedução alternativa para a fórmula <math>E=mc^2</math>;</p> <p>3) Utilização da álgebra e uma introdução ao princípio da incerteza a fim de descobrir a ordem de grandeza da velocidade dos núcleons;</p> <p>4) Discussão coletiva: dificuldades encontradas e análise dos resultados obtidos.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Aula expositiva e dialogada;</li> <li>✓ Resolução de exercícios;</li> <li>✓ Desenvolvimento de hipóteses;</li> <li>✓ Uso de softwares gráficos gratuitos (geogebra)</li> </ul>         |
| <p><b>Cálculo da Energia de Ligação do Dêuteron</b></p>                      | <p>1) Expressar a energia de ligação do dêuteron (próton-nêutron) e</p>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Aula expositiva e dialogada;</li> </ul>  |

|           |  |   |
|-----------|--|---|
| (2 aulas) | <p>comparar com a massa do mesmo (par ligado) e com as massas do próton e nêutron separadas;</p> <p>2) Discussão a respeito do resultado encontrado: era o esperado? Como se relacionam as leis de conservação da Energia e da Massa?</p> <p>3) Relatório final dos alunos apontando tópicos aprendidos.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Resolução de exercícios;</li> <li>✓ Uso de mídias: imagens e vídeos de curta e média duração;</li> <li>✓ Confeção de síntese e avaliação final das aulas.</li> </ul> |
|-----------|--|---|

Fonte: os autores.

## 1.2 Aula 1: Popularização da Expressão $E=mc^2$ .

Nesta aula inaugural buscaremos despertar a curiosidade do nosso aluno no que diz respeito a expressão famosa  $E = mc^2$ . Sem citar (ainda) sua aplicação, queremos pesquisar os conhecimentos já adquiridos pelos alunos durante sua vida escolar e cotidiana, questionando-os:

- (1) Em algum momento já visualizou/ouviu sobre esta equação?
- (2) Se sim, o que você sabe sobre ela?
- (3) Acredita que ela está no seu dia a dia? De que forma?
- (4) Por que ela parece ser tão famosa?

Com esta conversa inicial queremos aproximar o aluno do mundo da física e em especial dos conceitos que envolvam essa “mística” equação para que possam se sentir motivado a aprender no decorrer das aulas. Um slide contendo imagens com a equação será apresentado aos alunos. Exemplo:

**Figura 1-**Tatuagem com o tema  $E=mc^2$ .

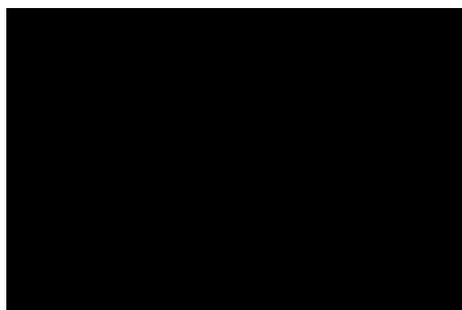


Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/326722147949609082/>

### **Atividade 1:**

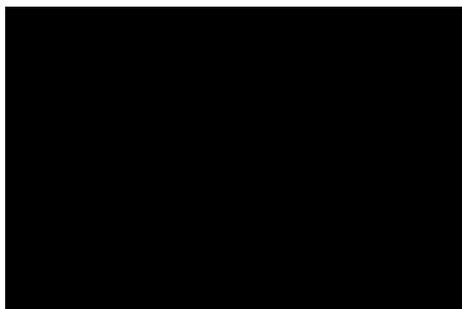
Nesta primeira atividade será apresentado aos alunos alguns vídeos que abordem utilidades da Física Nuclear:

- Vídeo 1: Animação mostra a evolução das bombas nucleares e uma demonstração dos seus efeitos em escala.



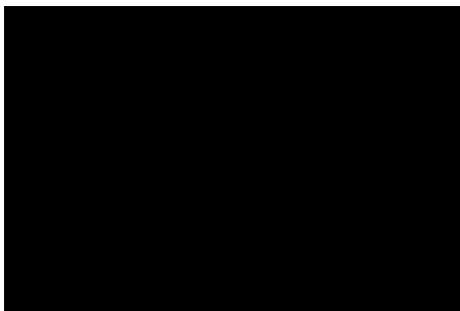
Acesso em: <https://youtu.be/xLRSmzGRLUk>

- Vídeo 2: **Energia nuclear em 2 minutos.** Vídeo introdutório dos assuntos a serem abordados na sequência didática:



Acesso em: <https://youtu.be/OzxiQdmTD58>

OBS: Como sugestão, apresente o documentário da BBC "Albert Einstein e a equação da vida e da morte" ou o filme "Einstein: A grande ideia":



Acesso em: <https://youtu.be/4mQFeeScAXM>

Após os vídeos abra um debate a respeito dos assuntos abordados:

(1) Imaginavam a existência dessa quantidade de armas nucleares apresentada no vídeo?

(2) Qual o impacto social destas ações?

(3) Com base em seu conhecimento, a energia nuclear é benéfica? O que já ouviu falar?

São exemplos de perguntas a serem propostas juntamente com a discussão dos tópicos levantados nos grupos.

**Fechamento da aula:** Auto avaliação e recolhimento de depoimentos.

## ***2 Aula 2: Fissão e Fusão na geração de energia.***

Iniciaremos o segundo encontro indagando os alunos sobre outras finalidades da energia nuclear. Para tal traremos notícias/reportagens que abordem o tema.

O uso de noticiário pode ser uma excelente ferramenta no ensino da Física. Com um mundo interconectado, o acesso a informação se tornou algo simples e rápido. No que tange a notícias sobre ciências, mostra-se um mundo vasto e curioso que poderá atrair o estudante desmotivado. Como aborda Machado (2007), as notícias e jornais tratam-se de formas de explorar o

cotidiano dos alunos e familiares no ambiente escolar, melhorando a compreensão dos conceitos físicos no decorrer de atividades práticas.

Por outro lado é importante citar a necessidade de um caráter não tendencioso na hora de escolher um artigo de forma a não reforçar um misticismo por trás dos temas da Física. Escolhemos para nosso trabalho jornais online como maneira mais simples de acesso pelo professor e alunos.

No que se refere ao papel significativo que esta abordagem trará ao ensino e aprendizagem o autor complementa dizendo que:

Uma das formas de alavancar o objetivo de uma aprendizagem realmente significativa é levar a realidade ao ambiente escolar, podendo ser facilitado pelo uso do jornal, isso porque tiramos importantes contribuições através da leitura de assuntos referentes às descobertas e avanços científicos, mostrando utilizações cotidianas dos conceitos da ciência, valendo-se de um olhar crítico sobre o papel da ciência em nossa sociedade, além de ser um veículo de divulgação e informação de fácil acesso pelos estudantes (MACHADO, 2007, p.16).

O que nos chama a atenção nessa perspectiva de conhecimento é oportunizar ao aluno o contato com assuntos que por motivos sociais (ou outros) não são primeiras opções na hora do acesso à internet. Esperamos que a leitura destes noticiários, assim como a mediação do professor, transforme o processo do aprendizado do aluno e também do docente, uma vez que o ambiente sala de aula estará inserido em questionamentos diversos acerca da ciência.

### **Reflexão da Atividade:**

Neste momento o professor irá esquematizar as informações encontradas nas notícias, apontar os conceitos físicos apresentados e debatê-los com os alunos.

No âmbito social e tecnológico os alunos serão incentivados ao questionamento e pensamento crítico no qual levantarão problematizações e possíveis ideias de projeto. Como sugestão, dividir a sala em quatro grupos e testá-los a defender perante a turma o assunto em questão se utilizando de pré-conceitos.

### **3 Aula 3: Conceitos de Fissão e Fusão**

Neste momento da aula traremos os conceitos de Fissão e Fusão nuclear no contexto da geração de energia. Para tal iremos realizar aula expositiva, recursos de mídias, experimentos e simuladores. Esse ponto de nosso produto tem como fundamentação inspiradora o trabalho de Ramos (2015).

A fim de motivar os alunos apresentaremos inicialmente dois experimentos retirados do trabalho de Ramos: O experimento da “Ratoeira” e de ação da força nuclear forte, (dos Imãs).

#### **3.1 Experimento 1: A Ratoeira**

##### **Materiais Necessários:**

- 1) 1 caixa acrílica, dimensões: 80cm comprimento, 40 cm de largura e 25 cm de profundidade;
- 2) 10 ratoeiras de tamanho padrão;
- 3) 10 bolas de pingue pongue.

##### **Procedimentos**

O experimento da Ratoeira consiste na confecção de uma caixa de acrílico com as dimensões de 40 cm de largura por 80cm de comprimento e 25 cm de profundidade, e prendemos bolas de pingue-pongue (tênis de mesa) nas ratoeiras. Esta caixa possui uma tampa através da qual lançamos outra bola com diâmetro aproximadamente igual ao das bolas de pingue-pongue, mas, preferencialmente, de massa maior. Nesta simulação a bola a ser lançada representa o nêutron e as ratoeiras com as bolas de pingue-pongue representam os núcleos de Urânio a serem fissurados, quando a bola lançada atinge a primeira ratoeira e desprende a primeira bola de pingue-pongue, que representa o nêutron liberado provoca a reação em cadeia. (Ramos, 2017, p.11).

**Figura 2-** Caixa de Acrílico e as Ratoeiras. Experimento sobre reação em cadeia.



Fonte: Ramos (2017, p,12)

Esperamos com esta atividade uma melhor compreensão do processo de Fissão Nuclear com uma demonstração de um processo de reação em cadeia. A energia cinética é algo que poderá ser explorado pelo professor mediador assim como a aleatoriedade no "disparo" das ratoeiras e altura na qual a bolinha (nêutron) é solta.

### **3.2 Experimento 2:** Força Nuclear Forte

#### **Preparação**

*1 – Colamos sobre uma capa de guardar documentos um lado de um feixe velcro;*

*2 – Deixamos a outra face sem o velcro;*

*3 – Colocamos em cada um destes “saquinhos” um ímã razoavelmente forte;*

#### **Realização do experimento:**

“Ao aproximarmos os “saquinhos” com os lados contrários dos ímãs diretamente direcionados, verificamos que eles se repelem. Nesta

situação, a força magnética está representando a força elétrica, repulsão coulombiana. Os “saquinhos”, evidentemente, representam os prótons. Ao realizar esta etapa coloque o lado do porta documentos para baixo a fim de minimizar o efeito do atrito. É conveniente também que o professor providencie uma placa de vidro para servir de base para os “saquinhos” pelo mesmo motivo descrito acima. Prendemos os “saquinhos” através do velcro, que se manterão unidos. Neste caso a força de união entre as partes do velcro representa a força nuclear forte, que só age a pequenas distâncias. Neste experimento, que poderá ser realizada em grupos de alunos, o professor naturalmente fará as comparações de ordem de grandeza entre as distâncias envolvidas”. (RAMOS, 2017, p.13)

## 4 Fundamentação Teórica: As Interações Nucleares

A fundamentação teórica que julgamos necessária para o professor que irá utilizar este material será baseada nos livros HALLIDAY e RESNICK , 8ª ed, volume 4 e TIPLER e MOSCA, 6ª ed, volume 4.

No início do século XX a única coisa praticamente conhecida a respeito da estrutura dos átomos era que continham elétrons (descoberto por J.J Thomson-1897) mas com massa desconhecida. Não poderiam os cientistas nem afirmar a quantidade de elétrons, porém convencionaram que estes eram negativamente carregados, por convenção. Do fato de conhecerem que os átomos eram eletricamente neutros, deveriam existir partículas que possuíssem carga positiva.

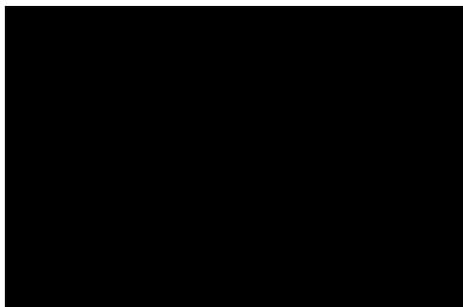
Em 1911 Ernest Rutherford sugere que a carga positiva estaria concentrada no centro do átomo, formando um núcleo, e que nesta região se concentraria a maior parte da massa desse átomo. Essa sugestão surge após o desenvolvimento de um experimento utilizando gás radônio, que já era conhecido por ser radioativo e assim emitir partículas durante o processo de transformação. Estas partículas foram nomeadas de  $\alpha$  (*alfa*) com energia de aproximadamente 5,5 MeV.

### 4.1 Simulador 1: Espalhamento de Rutherford

Para trazer maior ludicidade e visualização por parte dos alunos dos conceitos abordados nesta aula, sugerimos a utilização do simulador intitulado

“Espalhamento de Rutherford” do site PHET da Universidade do Colorado, disponível no link:

**Figura 3-** Espalhamento de Rutherford



**Fonte:** <https://phet.colorado.edu/en/simulation/rutherford-scattering>

A ideia de Rutherford era incidir partículas alfa em uma fina lâmina de ouro e medir o desvio das trajetórias ao passarem pelo material. A surpresa ocorreu quando para algumas partículas o ângulo de espalhamento era extremamente grande, próximo a  $180^\circ$ . Pelo conhecimento da época, esperava-se que o ângulo não superasse  $1^\circ$  e que os elétrons distribuídos de maneira uniforme pelo modelo de “pudim de passas” acabassem se espalhando como se fosse uma nuvem de mosquitos atingida por uma pedra.

Ocorreu que, o elétrons do átomo pouco influenciavam ou eram influenciados pela partícula e assim Rutherford conclui que para que ocorresse um ângulo de espalhamento superior a  $90^\circ$  uma carga positiva deveria estar concentrada no núcleo desse átomo.

(HALLIDAY E RESNICK, 2009, P.304)

Ao considerarmos o núcleo atômico, devemos considerar que nele existem apenas dois tipos de partículas, prótons e nêutrons, das quais possuem praticamente a mesma massa. Consideramos o nêutron como não tendo carga elétrica e o próton sendo indicado por uma carga positiva ( $+e$ ).

O número atômico do átomo é indicado pelo número de prótons,  $Z$ , que também será equivalente ao número de elétrons deste átomo. Em relação a quantidade de nêutrons, esta será aproximadamente igual a  $Z$  no caso de núcleos leves. Para núcleos pesados esta quantidade é crescente maior que o

número de prótons. Definimos o número total de nucleóons ou número de massa como  $A=N+Z$ .

A força atrativa entre dois nucleóons é chamada de força nuclear forte e é muito mais forte que a força eletrostática de repulsão que ocorre entre prótons e mais forte ainda em relação as forças gravitacionais entre núcleos, sendo esta desprezível comparativamente.

(TIPLER E MOSCA, P-181,182)

O raio nuclear por sua vez é medido em *femtômetro (fm)* que equivale a  $10^{-15}m$  e comumente esta unidade também poderá ser chamada de *fermi*. Para descobrirmos a respeito do tamanho e estrutura de um átomo devemos atingí-lo com elétrons de alta energia. Experimentos de espalhamento permitem definir um raio efetivo dado por:

$$r = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}$$

Onde A é o número de massa e  $r_0 = 1,2 \text{ fm}$ .

No que diz respeito a massa atômica e massa dos núcleos temos algumas consideração a apontar: atualmente massas atômicas podem ser calculadas com precisão, diferente da massa nuclear que torna-se complicada devido a dificuldade de se retirar todos os elétrons de um átomo. Massas atômicas em geral são expressas em unidades de massa atômica ( $u$ ):

$$1u = 1,66053886 \times 10^{-27}$$

Como em geral precisamos apenas de valores aproximados para a massa nuclear nos utilizamos dos valores de massa atômica.

(HALLIDAY E RESNICK, 2009, P.308 e 309)

## 4.2 Fissão Nuclear

Após a descoberta do nêutron em 1933 pelo inglês James Chadwick foi a vez de Enrico Fermi, em Roma, descobrir que quando alguns elementos são bombardeados com nêutrons, novos elementos são produzidos. Mesmo nêutrons térmicos, que são nêutrons que se movem lentamente por conta de estarem em equilíbrio com o meio que os rodeiam podem induzir reações nucleares.

Em 1930 os pesquisadores Lise Meitner (física), Otto Hahn e Fritz Strassmann (químicos) questionaram-se como a reação do Urânio ( $Z=92$ )- considerado portanto de núcleo pesado e identificado como radioativo- com um nêutron pudesse produzir um elemento de massa moderada, o Bário ( $Z=52$ ). O enigma se estendeu por mais algumas semanas até que Meitner juntamente com seu sobrinho Otto Frish, justificaram que um núcleo de urânio depois de absorver um nêutron térmico se dividia liberando energia em dois fragmentos praticamente iguais, sendo um deles o bário. Frish deu o nome deste processo de **Fissão**.

Núcleos muito pesados com  $Z$  maior que 92, podem sofrer fissão espontânea, onde eles se dividem em dois núcleos, sem necessariamente serem perturbados por um nêutron. Porém isto pode ser induzido e controlado nos casos do urânio e plutônio em uma reação por captura de nêutrons. No urânio por exemplo o que ocorre é que o núcleo se divide em outros dois e emite diversos outros nêutrons. Este fato fez com que os pesquisadores questionassem a possibilidade de induzir fissões sucessivas (reação em cadeia).

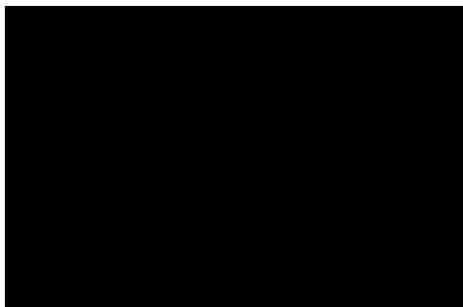
Para que ocorra, portanto, uma grande liberação de energia, é necessário que um processo de fissão desencadeie tantos outros. A reação resultante poderá ser explosiva (bomba atômica) ou controlada (reatores nucleares).

Para melhor visualização e entendimento, o professor poderá lançar uso neste momento da aula de outro simulador:

### 4.3 Simulador 2: Fissão nuclear

Disponível em:

**Figura 4-** Simulador de Fissão Nuclear



Fonte: [https://phet.colorado.edu/pt\\_BR/simulation/legacy/nuclear-fission](https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulation/legacy/nuclear-fission)

Neste simulador o professor poderá:

- Descrever como um nêutron pode dar energia a um núcleo e provocar sua cisão (fissão).
- Explicar os subprodutos de um evento de fissão.
- Explicar como funciona uma reação em cadeia, e descrever os requisitos para sustentar uma reação em cadeia grande o suficiente para fazer uma bomba.
- Explicar como funciona um reator nuclear e como barras de controle podem ser usadas para retardar a reação.

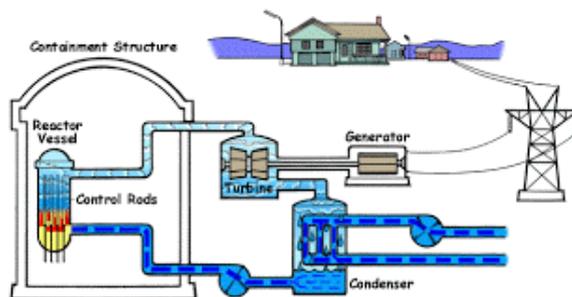
**Fonte: Phet**

Para ilustração dos procedimentos de um reator nuclear, sugerimos a utilização de gif's, imagens e/ou vídeos. Trata-se de aguçar a curiosidade dos alunos e apresentar o conteúdo de modo mais atrativo:

Para maiores detalhes sobre o assunto, complementar a aula através do material compartilhado abaixo:

## Funcionamento de um reator nuclear, disponível em:

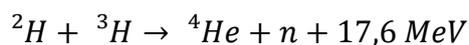
**Figura 5-**Esquema de funcionamento de um reator nuclear



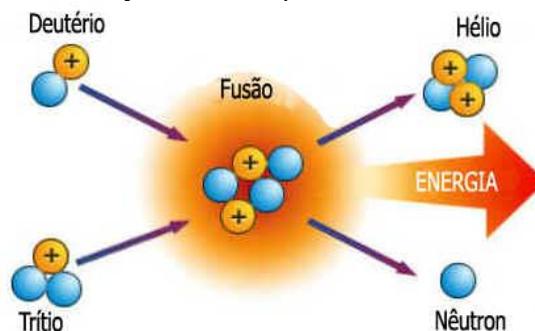
Fonte: <http://felipizil.blogspot.com.br/2011/04/tipos-de-reactores-nucleares.html>

### 4.4 Fusão Nuclear

O processo de Fusão Nuclear consiste em “juntar” dois núcleos leves, e um mais pesado. Um exemplo de reação típica é dada por:



**Figura 6-** Ilustração sobre o processo de fusão nuclear.



Fonte: <http://cdn.portalsaofrancisco.com.br/wp-content/uploads/2016/07/fissao-e-fusao-nuclear-017.jpg>

Onde temos a fusão de um deutério ( ${}^2\text{H}$ ) e um trítio ( ${}^3\text{H}$ ) que dão origem ao núcleo de Hélio, um nêutron e uma quantidade de energia equivalente a 3,5 vezes maior do que a energia de 1 MeV por núcleon no processo de fissão. Por conta da relativa abundância de combustível e maior segurança no processo, a fusão nuclear mostra-se bastante promissora no processo de geração de energia. O que impede ainda o processo é a necessidade de uma grande aceleração destes núcleos, de forma a superar a repulsão Coulombiana e deixá-

los suficientemente próximos para que a força nuclear forte atue e una os dois. Em geral, estas partículas são submetidas a aceleradas em altíssimas temperaturas de modo que a fusão ocorra devido a colisões aleatórias. Esse processo porém ainda, requer maior fornecimento de energia do que ganho do resultado das fusões.

Onde isso acontece naturalmente? Estamos falando do nosso sol!

O processo de fusão que ocorre no sol, consiste em diversas transformações onde o hidrogênio se converte em hélio através do ciclo próton-próton que será explicado na próxima aula. Estima-se que a queima de hidrogênio esteja ocorrendo a mais de 5 bilhões de anos e que possa durar por pelo menos mais 5 bilhões. Após esse período, o sol se encolheria por conta de sua própria gravidade e causaria aumento da temperatura, expandindo suas camadas exteriores para o espaço. Caso a temperatura de seu núcleo retorne a aproximadamente  $10^8 K$ , o processo de fusão recomeçaria, com a transformação de Hélio em Carbono.

Acredita-se que caso o decaimento continue, este cessará no momento onde núcleos mais pesados, como ferro e níquel, não poderiam ser gerados pelo processo de fusão, decretando o fim do sol. Cientistas suspeitam que estes elementos podem ser gerados a partir de explosões de chamadas *supernovas*, que ejetam sua camada externa para o espaço sideral e em contato com outros resíduos de explosões, condensam e formam outras estrelas com a ajuda da gravidade.

Neste momento o professor poderá trazer vídeos/documentários sobre as pesquisas de momento em torno do tema. Como exemplo sugerimos a reportagem da BBC sobre a construção de um reator de fusão nuclear com parceria da União Européia:

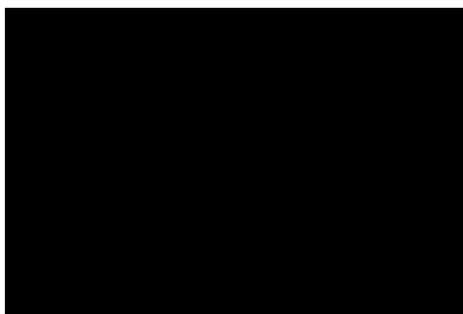
### **Vídeo 3: Reator de Fusão Nuclear**



Acesso em: <https://youtu.be/yWFhI5n9BMc>

Outra alternativa seria um documentário sobre o nosso sol:

#### **Vídeo 4: Dentro do Sol**



Acesso em: <https://youtu.be/WoJe4keitKg>

#### **Avaliação**

Como maneira de avaliação dos alunos e da prática, poderá ser aplicado um questionário a respeito dos conceitos abordados, assim como se utilizar da construção de mapas conceituais (exemplos no apêndice).

### **5 Aula 4: Núcleo Atômico**

Neste terceiro encontro faremos uma retomada dos conceitos de núcleo atômico e tomaremos como protagonista o dêuteron como produto de estudo. Iniciaremos uma aula teórica dando continuidade às discussões de fissão e fusão do encontro anterior. Neste momento algumas ferramentas matemáticas se farão necessárias e deverão ser trabalhadas de maneira acessível aos alunos.

#### **5.1 O Dêuteron**

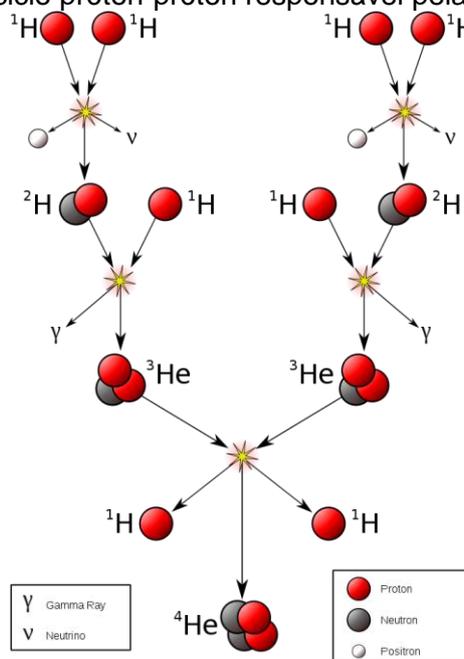
A origem de nosso protagonista é o deutério ( $H_1^2$ ), um isótopo de hidrogênio com um único par elétron-próton. Pelas pesquisas atuais no que se refere a produção de energia através da fusão nuclear, este, juntamente com o trítio ( $H_1^3$ ) mostram-se mais possíveis de obtenção de sucesso.

Segundo SERWAY (1992) apud RAMOS (2015) o deutério é relativamente fácil de ser extraído a baixo custo já que é proveniente da água e

com aproximadamente quatro (4) litros é possível extrair 0,12g. O deutério foi descoberto em 1932 por Harold Clayton Urey e seus colaboradores enquanto separavam hidrogênio por dilatação fracionada.

Como vimos anteriormente, o sol é um exemplo claro de fusão nuclear. Esse processo ocorre em várias etapas com o hidrogênio se transformando em hélio. Esse processo começa quando dois prótons colidem formando o dêuteron e criando simultaneamente um pósitron e um neutrino. Com o encontro desse pósitron com um elétron livre há uma aniquilação imediata que resulta na liberação de dois raios gama, oriundos da energia de repouso dessas partículas. Esse processo é raro, porém há tantos prótons no sol que esse fenômeno na formação de dêuterons ocorre na razão de  $10^{12}$  *kg/s*. (Halliday e Resnick, 2016)

**Figura 7**-Esquema do ciclo próton-próton responsável pela produção de energia no



Fonte: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Cadeia\\_pr%C3%B3ton-pr%C3%B3ton#/media/File:FusionintheSun.svg](https://pt.wikipedia.org/wiki/Cadeia_pr%C3%B3ton-pr%C3%B3ton#/media/File:FusionintheSun.svg)

## 5.2 Energia de Ligação Nuclear

Ao considerarmos a massa  $M$  de um núcleo podemos afirmar que ela será menor que a somatória das massas das partículas que o compõe. Desta forma, a energia de repouso  $Mc^2$  será menor que a energia de repouso total  $\sum(mc^2)$  dos

prótons e neutrons que constituem esse núcleo. A diferença entre elas é chamada de energia de ligação, assim:

$$\Delta E = \sum (mc^2) - Mc^2$$

Um detalhe importante é que essa energia não existe no núcleo e sim representa apenas uma diferença entre as energias de repouso do núcleo formado e da soma das energias de repouso das partículas que o constitui. A constante  $c^2$  é a relação entre a massa do nuclídeo<sup>1</sup> em unidades de massa atômica e a energia em MeV, onde:

$$c^2 = 931,494013 \text{ MeV}/u$$

Outra maneira mais precisa seria medir essa energia por núcleon<sup>2</sup>. Isso é feito dividindo-se a energia de ligação do núcleo pelo número total  $A$  de núcleons dentro dele:

$$\Delta E_n = \frac{\Delta E}{A}$$

Podemos assim garantir que quanto maior a energia de ligação por núcleon, maior será a estabilidade deste núcleo.

(HALLIDAY E RESNICK, 2009, P.309)

Neste ponto da aula, a fim de introduzir cálculos sobre o tema o professor poderá sugerir alguns exercícios que envolvam a energia de ligação e o ciclo próton-próton (**ver apêndice C**).

---

<sup>1</sup> Espécie de átomo caracterizado pelo número de nêutrons em seu núcleo atômico e pelo número atômico.

<sup>2</sup>Nucleón é o termo utilizado para referir-se aos prótons e/ou nêutrons e não deve ser confundido com o núcleo, região central do átomo onde orbitam as partículas.

## 6 Aula 5: Obtenção do $E=mc^2$

É notório que quando o físico alemão Albert Einstein é citado em sala de aula, os alunos automaticamente recordam-se de sua famosa foto com língua de fora ou de sua equação  $E = mc^2$ . Mesmo que sem entender de maneira completa sobre o que estão se referindo, é curioso perceber que é o primeiro contato (e às vezes o único) que os alunos possuem com a teoria da relatividade.

Em 2004 VIEIRA, et al questionaram: “Será possível encontrar uma apresentação da equação  $E = mc^2$  que seja mais facilmente compreensível, tanto do ponto de vista conceitual como matemático? Que seja acessível até para um estudante do Ensino Médio?” Percebemos aqui, que a preocupação é de outrora e analisando o trabalho dos autores encontramos um comparativo entre quatro deduções (três delas do próprio Einstein) das quais os autores consideram que estas são possíveis de serem aplicadas no ensino médio.

Baseados nas experiências obtidas até aqui com o referido nível de ensino acreditamos que uma formulação mais adequada ainda precisa ser feita, tendo em vista a dificuldade com a matemática básica que os alunos possuem, e além do mais, somente a obtenção alternativa equação não se mostrará atrativa aos alunos. Outro ponto que contribui para a não informação sobre o tema recai sobre a forma como qual surge nos livros didáticos:

Ao citar a equação, os autores apenas apresentam que esta unificou as leis de Conservação da Massa e a lei da Conservação da Energia em um único postulado. Porém, não há menção ao contexto histórico que propiciou o desenvolvimento dessa teoria. Apenas menciona uma de suas aplicações, a bomba atômica que explodiu em Hiroshima (Japão) (DOMINGUINI, 2011, p.19).

Em seu trabalho de 2004, VIEIRA (et al) apontam quatro deduções para a equação, e faz uma comparação entre elas, afirmando que apenas uma delas tem características enraizadas nos tópicos de Física Moderna do ensino superior, “por outro lado, as outras deduções (aquelas feitas por Einstein) são simples e elegantes, usam conceitos físicos básicos e ferramental matemático elementar”. (VIEIRA et al, 2004, p.98)

Desta forma, analisamos as quatro deduções e escolhemos trabalhar com a realizada por Einstein em 1946, acreditando ser esta uma alternativa de

obtenção mais adequada ao ensino médio. Reiteramos aqui, a necessidade de um trabalho revisional de conceitos de Física e Matemática, demonstrando novamente o caráter interdisciplinar do produto.

### 6.1 Obtenção de $E = mc^2$ (Einstein, 1946)

Atacaremos inicialmente o problema, considerando a emissão de dois fótons em sentidos opostos. A intenção neste ponto é verificar a equivalência entre massa e energia através da conservação do momento e dos postulados da Relatividade Restrita. Porém:

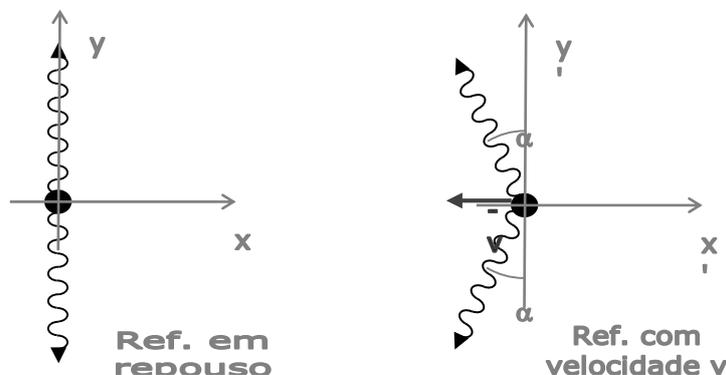
“Vale lembrar que a radiação eletromagnética não possui massa, mas nem por isso deixa de ter momento linear, ou seja, ela causa impacto e respeita as leis de conservação de momento. Maxwell através de suas equações deduzidas classicamente, já previa a existência deste momento, mas experimentalmente isso só foi verificado pela primeira vez em 1901” (NÚCLEO DE PESQUISA EM INOVAÇÕES CURRICULARES (NPIC)-FEUSP, 2000, p.2)

Considere o momento associado a uma onda eletromagnética como:

$$Q_y = \frac{E}{c}$$

Onde E é a energia da onda e c a velocidade da luz. Por considerar dois fótons idênticos emitidos simultaneamente, iremos considerar que a energia total está dividida entre os dois.

**Figura 8-** Representação do sistema logo após a emissão dos fótons em dois referenciais diferentes.



Fonte: Núcleo de Pesquisa em Inovações Curriculares (NPIC)-FEUSP, p.2

Ao considerarmos a conservação do momento linear no referencial onde a partícula está em repouso, ambos os fótons sendo emitidos simultaneamente resultarão em momento nulo, antes e depois dessa emissão. Abaixo temos as equações:

### Referencial em Repouso

$$\text{Eixo } x: \left\{ \begin{array}{l} Q_{xi} = mv_{xi} = m \cdot 0 = 0 \\ Q_{xf} = mv_{xi} = m \cdot 0 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{Eixo } y: \left\{ \begin{array}{l} Q_{yi} = mv_{yi} = m \cdot 0 = 0 \\ Q_{yf} = mv_{fi} + \frac{E_{fóton}}{2c} - \frac{E_{fóton}}{2c} = m \cdot 0 + 0 = 0 \end{array} \right\}$$

$$\text{Onde: } \left\{ \begin{array}{l} m = \text{massa} \\ v = \text{velocidade} \\ i = \text{inicial} \\ f = \text{final} \\ E = \text{energia} \\ Q = \text{momento} \end{array} \right\}$$

Concluimos, portanto:

$$Q_i = Q_f$$

É importante enfatizar as simetrias esperadas. O valor do momento na horizontal e na vertical não devem mudar por conta da troca de referencial. Outra questão é o segundo postulado de Einstein:

*“Qualquer raio de luz se move num sistema de coordenadas estacionário (referencial inercial) com determinada velocidade  $c$ , seja o raio emitido por um corpo estacionário ou em movimento.” (Einstein 1905-tradução do NPIC, p.3)*

O postulado em questão explicita a importância da constância da velocidade da luz, nas relações tanto para referenciais inerciais como não

inerciais. Cabe ao professor neste ponto do produto, evidenciar isso com os alunos. Do mesmo modo, a base desta dedução estão no primeiro postulado:

*“As leis que provocam mudança nos estados dos sistemas físicos não são afetadas, independentemente se essas mudanças de estado estão referidas a um ou outro de dois sistemas de coordenadas que transladam em movimento uniforme.” (Einstein 1905-tradução do NPIC, p.3)*

### Referencial em movimento

Analisando agora o problema, a partir de um referencial em movimento em relação a partícula para a direita e velocidade “v”. É como se o sistema estivesse indo para a esquerda com velocidade “-v”.

A partir da figura 10, podemos analisar que as componentes verticais se anulam, enquanto que para as componentes horizontais, considerando que cada fóton possui a metade da energia eletromagnética emitida, podemos escrever:

$$Q' = \frac{E_{\text{fóton}}}{2c}$$

E portanto, as componentes serão escritas assim:

$$\text{Eixo } x': \left\{ \begin{array}{l} Q'_{xi} = mv'_{xi} \\ Q'_{xf} = mv'_{xf} + \frac{E_{\text{fóton}}}{c} \text{sen } \alpha \end{array} \right\}$$

Considerando que  $v'_{xi} = -v$ , já que trata-se da velocidade do sistema, falta-nos determinar o valor de  $\text{sen } \alpha$ : Como a velocidade da luz é constante e igual a “c” para qualquer referencial inercial perceberemos que a componente da velocidade da luz é igual a velocidade da partícula e teremos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{-v}{c}$$

Ao trocar este valor no sistema de equações, algo interessante aparecerá e caberá ao professor neste momento, questionar seus alunos sobre o caráter relativístico nesse processo. Note que:

$$Q'_{xi} = Q'_{xf}$$

Então:

$$mv'_{xi} = mv'_{xf} + \frac{E_{fóton}}{c} \cdot \frac{-v}{c}$$

Considerando que as velocidades iniciais são constantes e iguais a  $-v$ , poderemos escrever:

$$-mv = -mv - \frac{E_{fóton}}{c^2} v$$

Se resolvermos diretamente esta equação, algumas resultados incorretos poderão surgir, exemplo:

1) Concluiríamos que  $E_{fóton} = 0$ . Um problema, já que os fótons podem ser detectados e apresentam energia não nula;

2) Seria o equivalente a dizer que  $v = 0$ , e significaria que existiria apenas um referencial no universo. O que evidentemente é incorreto;

3) Em uma outra conclusão, as equações mostrariam que o experimento é impossível de ocorrência. Porém, a aniquilação de um par elétron-pósitron é um fenômeno semelhante ao problema utilizado: no nosso caso levamos em consideração somente a emissão da radiação eletromagnética.

Assim, as hipóteses lançadas acima precisam ser vencidas e cabe aqui, uma nova análise sobre um dos conceitos ainda não analisados: a massa. A interpretação que segue é que a massa da partícula deve ser diferente após a emissão da radiação. Portanto,

$$\begin{aligned} -m_f v &= -m_i v - \frac{E_{fóton}}{c^2} v \\ \Rightarrow -m_f v - m_i v &= -m_i v \frac{E_{fóton}}{c^2} v \\ \Rightarrow m_f v - m_i v &= \frac{E_{fóton}}{c^2} v \\ \Rightarrow (m_f - m_i) v &= \frac{E_{fóton}}{c^2} v \end{aligned}$$

$$(m_f - m_i) = \frac{E_{fóton}}{c^2} \Rightarrow (m_f - m_i) c^2 = E_{fóton}$$

Sendo assim, observamos que a energia do fóton, não possuidor de massa, será dada pela variação da massa (final e inicial) multiplicada pela velocidade da luz (ao quadrado). O fato mostra, que uma parte da massa efetivamente se transformou em energia eletromagnética.

Generalizando,  $m_f - m_i = \Delta m$  como massa transformada, ou com potencial de transformação, teremos em fim:

$$E = mc^2$$

Onde, vale salientar, “m” é indicada como a massa da partícula que se transformou em energia (E).

### Considerações

Algumas situações devem ser conhecidas pelo professor e devem servir como embasamento para as intervenções. Citamos porém, que outros conceitos mais complexos a respeito do tema estão intrínsecos à obtenção da equação e estes podem passar despercebido pelos alunos:

- 1) Fóton é uma partícula e isso se estuda em Física Quântica, por exemplo. Todas as partículas possuem momento, mas nem sempre possuem massa;
- 2) Não utilizamos a equação clássica  $P = mv$ , pois o fóton não possui massa. Seu momento é chamado  $Q = \frac{E}{c}$ ;
- 3) É importante estar ciente que esta obtenção é válida para velocidades muito menores que a velocidade da luz ( $v \ll c$ );
- 4) Para  $v \sim c$ , entraremos nas transformações de Lorentz e falaríamos de momento relativístico, onde:

$$Q = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Com  $m_0$  sendo a massa relativística. Porém este não é um assunto que pretendemos abordar em nosso trabalho de maneira direta.

Como outra alternativa para o ensino desta equação, os realizadores do trabalho, sugerem uma obtenção alternativa para a equação desenvolvida pelos mesmos a partir da energia cinética clássica.

## **6.2 Obtenção desenvolvida pelos autores**

Considerando a energia cinética clássica:

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

Onde  $m$  é a massa da partícula e  $v$  a velocidade da mesma em algum referencial inercial. Podemos reescrevê-la convenientemente como segue:

$$T = m\left(\frac{v^2}{2}\right)$$

Ou ainda

$$T = mc^2\left(\frac{v^2}{2c^2}\right)$$

Podemos convenientemente adicionar e subtrair um número, de forma a buscar a característica da série de potências.

$$T = mc^2\left(1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1\right)$$

Surge nesse ponto uma característica de série de potências que nosso aluno não precisa ter domínio mas para nossa finalidade é importante que o professor saiba. Baseado nisso, utilizaremos um artifício gráfico, comparando com o fator de Lorentz. Diversos softwares gráficos podem ser aplicados pelo professor, sugerimos porém, o geogebra dada sua plataforma de fácil manipulação e gratuidade.

Veja, o professor terá como objetivo encontrar a equação  $E=mc^2$  e por isso os gráficos não surgirão do nada. Neste momento da aula o professor se utilizará de conceitos da física que provavelmente não são conhecidos pelos estudantes, vale a pena comentar e exemplificar estes detalhes, em principal o “princípio da incerteza”.

### Princípio de Heisemberg

O princípio da incerteza diz que não podemos medir a posição ( $x$ ) e o momento ( $p$ ) de uma partícula com precisão absoluta. Quanto mais precisamente conhecemos um desses valores, menos sabemos exatamente o outro. Multiplicando os erros nas medições destes valores (os erros são representados pelo símbolo do triângulo na frente de cada propriedade, a letra grega delta) tem que dar um número maior ou igual à metade de uma constante chamada “h-cortado”. Isto é, igual à constante de Planck (normalmente escrito como  $h$ ) dividido por  $2\pi$ . A constante de Planck é um número importante na teoria quântica, uma forma de medir a granularidade do mundo em suas menores escalas e tem o valor  $6.626 \times 10^{-34}$  joule segundos.

A relação de incerteza é dada por:

$$\Delta_x \Delta_p \geq \frac{\hbar}{2}$$

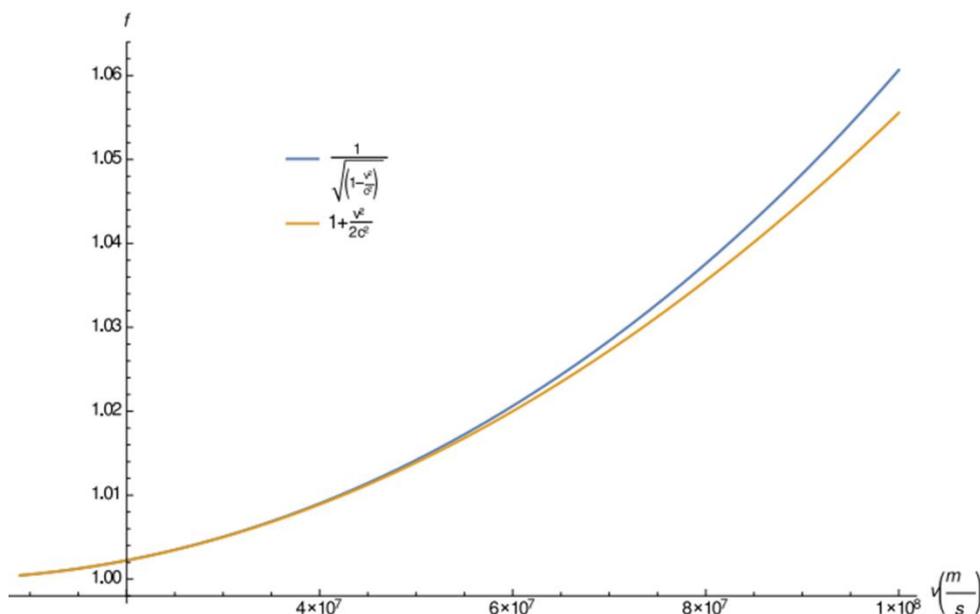
Onde,  $\Delta_x$  será a variação da posição indicada pelo raio atômico, e  $\Delta_p = m_p \cdot v_p$  é a variação do momento.

Considerando o raio nuclear na ordem de  $1,2 \cdot 10^{-15}$  m e a massa do próton  $m_p = 1,27 \cdot 10^{-27}$  kg. Assim:

$$v_p \geq \frac{\hbar}{2 \times 1,27 \cdot 1,2 \cdot 10^{-15}} \geq 3,4 \times 10^7 \text{ m/s}$$

Esse fato é importantíssimo para nossa apresentação. Neste ponto, lançamos mão da análise de gráficos para a devida substituição:

**Figura 9-** Gráfico comparativo entre as funções apresentadas  $v \ll c$ .



Fonte: Os autores.

Utilizando o fato de  $v_p \geq 3,4 \cdot 10^7$  m/s, percebemos através do gráfico que nesta zona de interesse os gráficos são idênticos, e portanto podemos fazer uma substituição conveniente:

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-1/2} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

A segunda expressão surge da característica de série de potências que não faz parte do currículo do ensino médio, porém o professor que irá aplicar o produto deve conhecer a ferramenta matemática por trás da expressão. A primeira trata-se do fator de Lorentz. Sendo assim utilizamos de apelo gráfico para justificativa da substituição.

Considerando a equação da energia cinética com a identidade obtida:

$$T = mc^2 \left[ \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

Que reescrita de forma compacta:

$$T = \gamma mc^2 - mc^2$$

Que representa a energia cinética relativística da partícula de massa  $m$  e  $\gamma$  sendo o fator de Lorentz. É usual definir a energia total relativística em termos da energia cinética relativística e para isso basta escrever:

$$\gamma mc^2 \equiv E = T + E_0$$

E por fim comparando estas duas últimas, podemos definir:

$$E_0 = mc^2$$

Que representa a energia de repouso da partícula (note que se  $v = 0 \Rightarrow E = E_0$ ). A quantidade  $E$  representa a energia total relativística e é definida pela soma entre as energias cinética clássica e a energia de repouso.

### **Considerações sobre a prática**

Neste ponto do produto é necessária a revisão de conceitos de Matemática e Física. Professor, discuta com os estudantes cada passo desenvolvido, justificando-os conceitualmente ou por matemática.

É importante enfatizar o detalhe da possibilidade de se calcular a velocidade de um núcleon se utilizando de outro ramo da Física e como este se encaixa na análise gráfica. O foco desta passagem não está na teoria da relatividade existente (que o professor deve conhecer) mas sim em tentar aproximar esses procedimentos dos estudantes.

## ***7 Aula 6: Cálculo da Energia de Ligação do Déuteron***

Nesta aula, iremos trazer o significado da equação  $E=mc^2$ , utilizando comparativos entre as massas do par nêutron+ próton ligados e separados.

Algumas informações importantes:

O dêuteron, ou deuterão é um deutério que foi privado de seu único elétron e portanto é constituído de um simples núcleo com um próton e um

nêutron. Experimentalmente é possível medir que a ligação do par é energizada por aproximadamente 2,2MeV. Considerando que:

- Massa do próton: 1.007825 u.
- Massa do nêutron:1.008665 u
- Equivalência da unidade de massa atômica em energia:  
931.5 MeV

Ao somar as massas separadamente teríamos:

$$m_p + m_n = 2.016490 \text{ u}$$

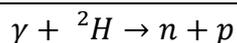
Porém ao analisar a massa do dêuteron temos:

$$m_d = 2.014102 \text{ u}$$

Onde percebemos uma diferença de:

$$(m_p + m_n) - m_d = 2.016155 \text{ u} - 2.014102 \text{ u} = \mathbf{0.002388 \text{ u}}$$

Experimentalmente, para que ocorra fissão do núcleo de um dêuteron é necessário fornecer aproximadamente **2.22MeV**, ou seja:



Do que foi estudado até o momento, sabemos que a energia de repouso é dada por:

$$E_0 = mc^2$$

Logo, verificando:

$$E_0 = 0.002388 \text{ u} \times 931.5 \frac{\text{MeV}}{\text{u}} \approx \mathbf{2.22 \text{ MeV}}$$

Podemos perceber, portanto, que  $E_0 = mc^2$  nos fornece exatamente a quantidade de energia necessária para a quebra de núcleos de átomos.

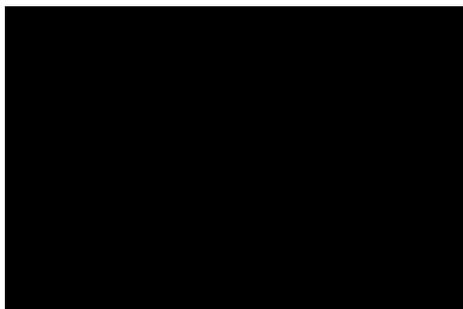
Após confrontar os alunos com o resultado encontrado, indagá-los sobre o impacto do resultado observado e como isto auxiliaria no processo de geração de energia:

- (1) A fórmula retrata a transformação de matéria em energia?
- (2) Qual a relevância dessa equação para o desenvolvimento da Física?
- (3) Quais concepções você possuía e quais passou a ter sobre o tema?
- (4) Qual impacto para o desenvolvimento de reatores de fusão nuclear e geração de energia?

São exemplos de perguntas que poderão ser empregadas pelo professor regente a fim de auxiliar na confecção de um relatório geral com os conhecimentos adquiridos pelos alunos e uma auto-avaliação da sequência aplicada.

Como apoio, o professor poderá utilizar o vídeo abaixo como curiosidade:

**Video 5:  $E=mc^2$**



**Acesso em:** <https://youtu.be/FRX63cCdFeU>

## **Apêndice A- Notícias para a “Aula 2”**

### **Leitura 1: Atividade nuclear no Irã gera divergências entre EU e EUA.**

23/11/2017

## **UE defende atividades nucleares do Irã e rejeita renegociação de acordo**

A União Europeia (UE) defendeu nesta terça-feira as atividades nucleares pacíficas do Irã e se mostrou contrária à renegociação do acordo nuclear, assinado em julho de 2015 entre Teerã e o G5+1 (EUA, Reino Unido, China, França e Rússia, mais Alemanha), como querem os Estados Unidos.

A secretária-geral do Serviço Europeu de Ação Externa (SEAE), Helga Schmid, ressaltou em um seminário na cidade de Isfahan que "uma renegociação do acordo nuclear é impossível", segundo as declarações difundidas pela agência oficial iraniana "Irna".

O acordo nuclear limita o programa atômico do Irã em troca da suspensão das sanções econômicas internacionais.

Schmid defendeu a cooperação com o Irã, assim como o diretor-geral de Energia da Comissão Europeia, Dominique Rostori, que afirmou que a UE apoiará as atividades nucleares pacíficas do Irã.

Rostori acrescentou que a UE está decidida a "melhorar a cooperação em matéria de energia nuclear" com o Irã, país ao qual está tentando transferir suas experiências sobre o tema.

Os dois responsáveis europeus participaram hoje de um seminário sobre cooperação nuclear em Isfahan, depois de terem realizado ontem em Teerã a terceira rodada de diálogo político de alto nível entre o Irã e a UE.

Nesse seminário, o porta-voz da Organização de Energia Atômica do Irã (AEOI, na sigla em inglês), Behrouz Kamalvandi, advertiu que Teerã monitora de perto o Congresso americano e que qualquer medida contra o pacto nuclear deixará "os EUA isolados".

No dia 13 de outubro, o presidente americano, Donald Trump, ameaçou abandonar o acordo se seus "defeitos" não forem corrigidos através de uma negociação internacional ou de uma lei do Congresso de seu país.

A alta representante da União Europeia para a Política Externa, Federica Mogherini, se reuniu no início deste mês em Washington com congressistas e com o vice-presidente americano, Mike Pence, para tentar convencer os EUA a seguirem no pacto.

A Agência Internacional de Energia Atômica (AIEA) confirmou em nove ocasiões que o Irã está cumprindo com os compromissos estabelecidos pelo acordo nuclear.

**Disponível em:** <https://noticias.uol.com.br/ultimas-noticias/efe/2017/11/21/ue-defende-atividades-nucleares-do-ira-e-rejeita-renegociacao-de-acordo.htm>

**Leitura 2: Uma proposta inovadora para o uso da energia nuclear em um questão de saúde pública.**

15/02/2016

## **Projeto testa controle do *Aedes aegypti* usando energia nuclear**

Por: Fabíola Tavares (Fiocruz Pernambuco)

O uso da energia nuclear numa técnica de controle do *Aedes aegypti* está em teste pela Fiocruz Pernambuco e Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), em Fernando de Noronha. A área escolhida foi a Vila da Praia da Conceição, onde mosquitos machos, esterilizados com radiação gama, estão sendo liberados no ambiente, para competir com os selvagens no acasalamento. Ao vencerem essa disputa, eles passam espermatozoides inviáveis, que são utilizados pelas fêmeas durante todo o seu processo de postura dos ovos, sem gerar novas larvas do inseto. Como a fêmea do mosquito costuma ficar disponível para acasalar apenas uma vez ao longo de sua vida, o cruzamento com machos estéreis acaba impedindo sua reprodução. A partir do uso dessa tecnologia, é esperada uma diminuição da densidade populacional do *Aedes*.

Desenvolvido em colaboração com o Grupo de Estudos em Radioproteção e Radio ecologia (Gerar) do Departamento de Energia Nuclear da Universidade Federal de Pernambuco (DEN/UFPE), os mosquitos são produzidos em massa no insetário da Fiocruz PE e, ainda na fase de pupa (a última antes da fase adulta/alada), são esterilizados no Irradiador Gammacel, do DEN/UFPE, cuja fonte radioativa é o Cobalto 60. A iniciativa utiliza uma subpopulação de mosquitos da própria ilha, buscando preservar suas características genéticas, que já estão adaptadas às condições ambientais do local.

Outra instituição parceira é a Secretaria de Saúde do Distrito de Fernando de Noronha. Iniciado em 2013, o projeto já tem como produtos a formação de recursos humanos a nível de mestrado (já finalizado) e doutorado (em andamento). A primeira fase da pesquisa já determinou que a dose de irradiação necessária para tornar os machos inférteis fica entre 40 e 50 Gy, sem comprometer outros aspectos importantes para a sua sobrevivência e para os objetivos do projeto, como a longevidade e o bom desempenho no acasalamento. Os testes, realizados no insetário do Departamento de Entomologia da Fiocruz PE, simularam a situação de campo, colocando machos estéreis com machos selvagens e fêmeas em grandes gaiolas, tanto para observar se os machos irradiados mantiveram suas qualidades competitivas, como para determinar a quantidade de mosquitos a ser liberada no ambiente. A busca foi por obter uma quantidade mínima ideal, que não se mostrasse excessiva nem insuficiente. A melhor proporção observada foi de 10 mosquitos estéreis para cada selvagem (10:1).

A escolha de um ambiente de ilha para esse experimento não se deu por acaso. Além das características geográficas de isolamento que favorecem o estudo, existe uma ampla base de dados, gerada pelo sistema de monitoramento do vetor que já está consolidado no local - o SMCP-Aedes, desenvolvido pela Fiocruz PE e o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe). Com 103 ovitrampas instaladas, o sistema mapeou, nos últimos três anos, os locais e os períodos do ano de maior infestação, entre outras informações que serão utilizadas nessa nova intervenção.

A etapa atual está centrada na liberação dos mosquitos em quatro pontos da Vila da Praia da Conceição. De dezembro até a primeira quinzena de fevereiro foram feitas nove liberações, cada uma com três mil machos estéreis. Por outro lado, o número de ovitrampas para a coleta de ovos de Aedes foi ampliado e cada imóvel situado nessa área (em torno de 25) conta com uma armadilha. A coordenadora do projeto, a pesquisadora da Fiocruz PE Alice Varjal, explica que o impacto da medida será avaliado pela quantidade de ovos inviáveis que serão

coletados. Será medida a fecundidade (quantidade de ovos colocados) e a fertilidade (viabilidade dos ovos). As avaliações começam a ser realizadas a partir do final de fevereiro, para verificar se a redução de cerca de 70% da viabilidade dos ovos, observada em laboratório, também se confirmará em campo.

A pesquisadora destaca uma característica do *Aedes* que é estratégica para sua sobrevivência e que dificulta a obtenção de resultados mais rápidos no controle do vetor. É a existência, em paralelo à população ativa de mosquitos - que está visível e se multiplicando regularmente -, de uma população inativa, representada pelos ovos dormentes (em um estado conhecido como quiescência), com potencial para produzir larvas. Eles aguardam apenas que os criadouros onde foram depositados, que estão temporariamente secos, voltem a receber a água. "A técnica vai interferir nessa população inativa, mas não de uma forma imediata. Só vamos observar o impacto de controle da densidade populacional do mosquito ao longo do tempo e com a continuidade da soltura dos machos estéreis", declara Alice.

**Disponível em:** <https://portal.fiocruz.br/pt-br/content/projeto-avalia-controle-do-aedes-aegypti-usando-energia-nuclear>

### **Leitura 3: Situação brasileira para a energia nuclear.**

## **Poucos países têm as tecnologias do Brasil, diz almirante sobre programa nuclear.**

**RICARDO BONALUME NETO**

DE SÃO PAULO

07/11/2017 12h10

"Energia nuclear" é algo que mete medo em muita gente, nem precisa ser um ambientalista fanático. Afinal, duas bombas atômicas foram lançadas contra o Japão em 1945 –que terminaram com a Segunda Guerra Mundial. Houve o desastre com o césio radiativo em Goiânia em 1987, o acidente na usina de Chernobyl, na Ucrânia, em 1986.

Porém, a mesma energia provê boa parte da eletricidade em vários países e também ajuda no diagnóstico e tratamento de doenças como câncer.

E também serve para a propulsão de navios guerra, notadamente os enormes porta-aviões nucleares americanos de 100 mil toneladas de deslocamento, e

uma grande frota de submarinos criada por cinco países –EUA, Rússia, França, Reino Unido e China.

O Brasil quis fazer parte do clube nuclear desde a década de 1950. Um dos principais pioneiros, talvez o mais importante, foi um almirante Álvaro Alberto, cujo nome foi escolhido para batizar o primeiro SN-BR (submarino nuclear brasileiro), que a Marinha espera lançar ao mar em 2029.

O almirante de esquadra Bento Costa Lima Leite de Albuquerque Junior, diretor-geral do Desenvolvimento Nuclear e Tecnológico da Marinha, deu mais detalhes do andamento do projeto. Como ele resume, "poucos países no mundo tiveram condições de conquistar, até hoje, essas tecnologias".

**Folha - O programa nuclear da Marinha existe desde a década de 1970. Não há dúvida de que houve progressos desde então, por exemplo no enriquecimento de urânio, mas o país ainda está longe de ter um submarino nuclear –algo que os americanos obtiveram nos anos 1950. Que garantia tem o país de que, desta vez, o programa está no rumo certo? O primeiro submarino convencional, Riachuelo, ficará pronto no tempo previsto?**

**Bento Costa Lima Leite de Albuquerque Junior** - O Programa Nuclear da Marinha (PNM) sempre esteve no rumo certo, sem sombra de dúvidas. O que ocorre é que ele é um programa de Estado, de longo prazo, como todos os programas desta magnitude e complexidade.

Outro aspecto importante a se levar em conta é o fato de a tecnologia nuclear não ser transferida por nenhum país. Ou seja: tivemos que desenvolvê-la de forma autônoma.

É preciso lembrar, também, que o Programa Nuclear da Marinha, iniciado em 1979, compreendia dois grandes projetos: o domínio do ciclo do combustível nuclear; e a construção do Laboratório de Geração Nucleoelétrica (Labgene).

O primeiro foi concluído em 1987, quando a Marinha divulgou, oficialmente, o domínio do difícil processo do enriquecimento de urânio por ultracentrifugação, tecnologia de alto valor agregado.

A partir dessa tecnologia, a Marinha passou a colaborar com as Indústrias Nucleares do Brasil (INB) e, desde 2000, fornece ultracentrífugas para sua planta industrial em Resende (RJ), onde é produzido o combustível nuclear para as Usinas de Angra, um bom exemplo do uso dual dessa tecnologia.

Quanto ao segundo projeto, estamos vendo nossos objetivos iniciais se tornarem realidade, com a proximidade do comissionamento do Labgene, a primeira instalação de energia nucleoelétrica totalmente projetada no país, que será, em terra, o protótipo da planta de propulsão do nosso submarino nuclear. Poucos países no mundo tiveram condições de conquistar, até hoje, essas tecnologias.

No que diz respeito ao primeiro submarino convencional, o "Riachuelo", parte do nosso Programa de Desenvolvimento de Submarinos (Prosub), ele será lançado

ao mar no ano que vem, cumprindo o que está previsto no cronograma do programa atualmente em vigor.

**A simples expressão "energia nuclear" gera medo em muitas pessoas. Que outros objetivos têm o programa para a sociedade brasileira?**

É compreensível que haja certo receio em relação à energia nuclear, mas ele se deve, fundamentalmente, a muita desinformação e preconceito. As tecnologias desenvolvidas pelo Programa Nuclear da Marinha geram inúmeros benefícios para a sociedade brasileira.

O fato de termos o domínio do ciclo do combustível e a tecnologia de construção de plantas nucleares, por exemplo, é garantia de que podemos ampliar nossa matriz energética com geração limpa de eletricidade.

Outro exemplo concreto desses benefícios é o projeto do Reator Multipropósito Brasileiro (RMB). Trata-se de um empreendimento da Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN), de grande alcance social e arrasto tecnológico, que se beneficiará do esforço e do investimento realizados pelo Programa Nuclear da Marinha.

Com ele, vamos ser menos dependentes e mais eficientes na produção de radiofármacos, para emprego na medicina nuclear e fundamental no diagnóstico de diversas enfermidades e no tratamento de vários tipos de câncer.

Hoje, para termos uma ideia, o uso per capita de procedimentos de medicina nuclear no Brasil é duas vezes e meia menor que na Argentina e seis vezes menor que nos Estados Unidos.

Outros impactos positivos do investimento em energia nuclear são a nacionalização de processos e equipamentos industriais, as inovações decorrentes das parcerias do programa com universidades e institutos de pesquisa e a geração de empregos diretos e indiretos, sem contar os reflexos diretos do programa na conquista de nossa independência em tecnologias sensíveis e no desenvolvimento da indústria nacional de defesa.

**A Marinha tem investido muito em instalações em Iperó e Itaguaí para produzir um submarino nuclear. Mas, como se costuma dizer, quem tem só um, não tem nenhum –pois o navio tem que ficar parte do tempo em trânsito, ou na sua base. Há planos para produzir mais submarinos?**

O Programa de Desenvolvimento de Submarinos (Prosub), decorrente do Acordo Estratégico com a França, assinado em 2008, compreende a construção de quatro submarinos convencionais (S-BR), um com propulsão nuclear (SN-BR) e a construção de uma infraestrutura industrial e de apoio para construção, operação e manutenção dos submarinos.

Também envolve a transferência de tecnologia e, fruto dessa transferência, em janeiro deste ano foi concluído, com sucesso, por engenheiros e técnicos brasileiros, o projeto do SN-BR.

Cabe lembrar, contudo, que a Estratégia Nacional de Defesa estabelece que "o Brasil contará com uma força naval submarina de envergadura, composta de submarinos convencionais e de submarinos de propulsão nuclear. O Brasil manterá e desenvolverá sua capacidade de projetar e de fabricar tanto submarinos de propulsão convencional, como de propulsão nuclear."

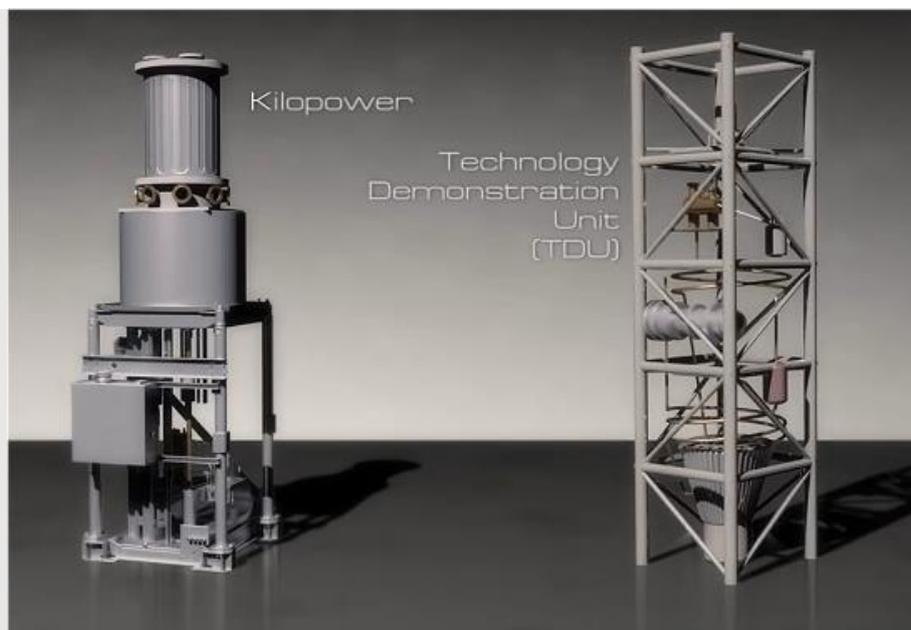
Seguindo essa orientação, já estão em andamento os estudos que avaliam as possibilidades de ampliação do programa no futuro, utilizando as instalações de que dispomos.

**Disponível em:** <http://www1.folha.uol.com.br/poder/2017/11/1933445-poucos-paises-tem-as-tecnologias-do-brasil-diz-almirante-sobre-programa-nuclear.shtml>

#### **Leitura 4: A energia nuclear para o sustento da vida humana fora da Terra.**

### **NASA testa usina nuclear para bases lunares e marcianas**

Com informações do CORDIS - 27/10/2017



Cada gerador tem capacidade de 10 quilowatts e pode funcionar por vários anos. [Imagem: NASA]

#### **Reator nuclear espacial**

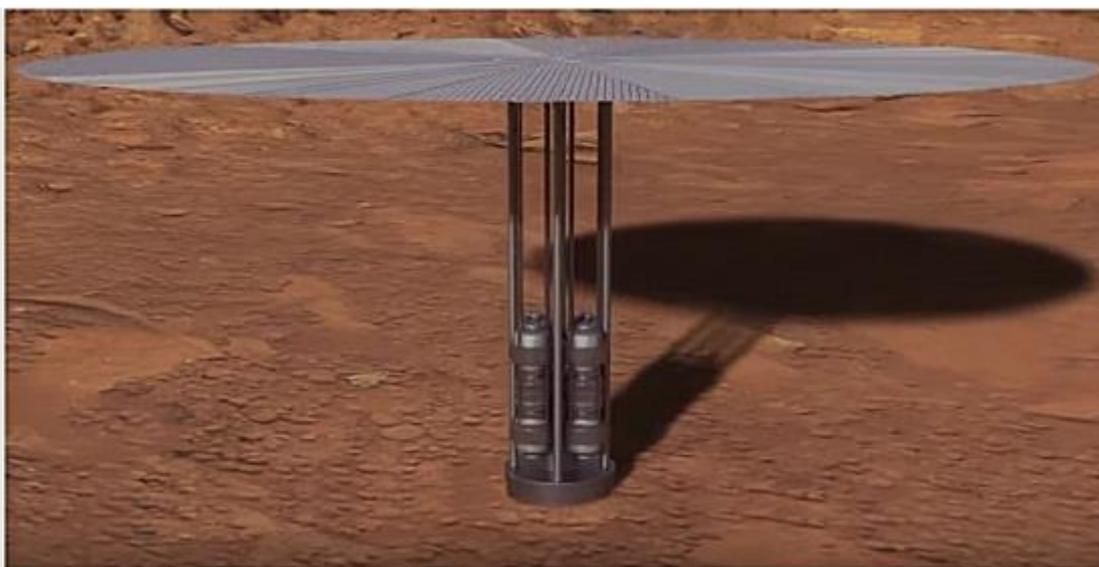
Seja para instalar bases na Lua ou em Marte, será necessário levar geradores de energia.

Para enfrentar o desafio, a NASA começou uma rodada de testes com reatores de dois metros de altura, alimentados por um tipo especial de energia nuclear.

Embora os engenheiros chamem o equipamento de "reator nuclear espacial", os geradores de energia alimentados por radioisótopos são diferentes dos reatores nucleares convencionais, já que estes aceleram artificialmente as reações nucleares para produzir mais calor. Os geradores de radioisótopos são uma espécie de usina nuclear mais calma, que deixa as coisas acontecerem normalmente. Isso produz menos energia, mas requer um equipamento mais simples e mais confiável.

"Esta é realmente a primeira vez [desde a década de 1960] que a NASA desenvolveu seriamente um reator para aplicações espaciais," disse Lee Mason, coordenador do projeto *Kilopower*, do Centro de Pesquisas Glenn.

O último reator de fissão testado pela NASA foi o SNAP (*Systems for Nuclear Auxiliary Power*), durante a década de 1960. Seu sistema de geradores termoelétricos de radioisótopos alimentou dezenas de sondas espaciais, incluindo o robô Curiosity.



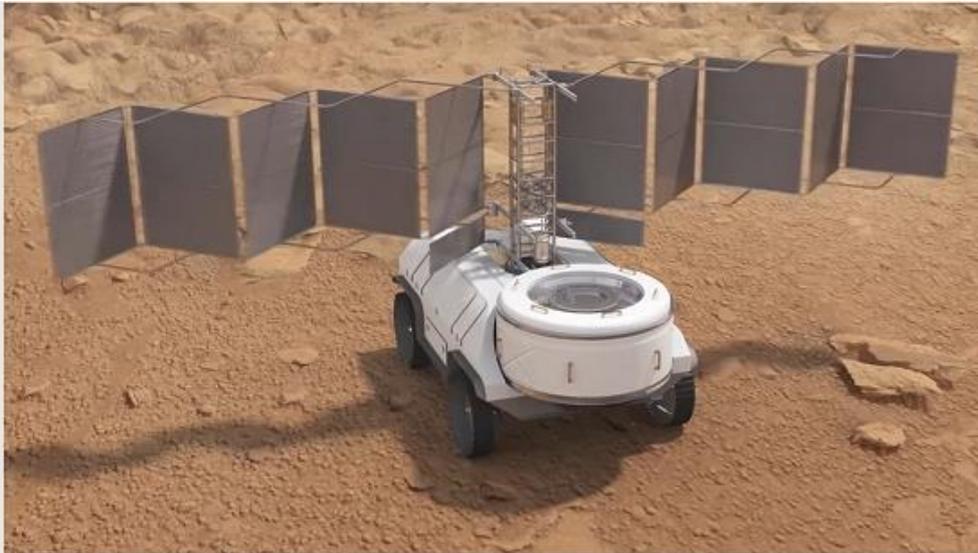
Visualização artística de uma usina híbrida solar-nuclear. [Imagem: NASA]

### **Energia para exploração espacial**

Se as miniusinas forem aprovadas nos testes de desempenho e durabilidade, a NASA afirma que pretende testá-las em Marte - mas provavelmente as testará na Lua primeiro.

A exploração humana desses e de quaisquer outros mundos pressupõe a existência de energia para gerar combustível, ar e água para os exploradores espaciais, bem como recarregar as baterias dos veículos, robôs e outros equipamentos.

Um relatório da agência estabelece que são necessários 40 quilowatts de eletricidade para uma expedição humana a Marte, onde a temperatura cai fácil a  $-125^{\circ}\text{C}$ . Os reatores em desenvolvimento podem gerar 10 quilowatts, de modo que serão necessários quatro deles para uma vila espacial marciana - ou lunar.



Sendo compacto, o gerador também poderá ser usado em robôs, veículos de exploração e mesmo em naves. [Imagem: NASA]

### **Nuclear versus solar**

Lee Mason conta que as usinas nucleares espaciais seriam lançadas "frias", ou seja, desligadas. "Os reatores também têm um inventário radiológico muito baixo no lançamento - menos de 5 curies - de forma que são benignos. Não há produtos de fissão até o reator estar ligado, e é aí que haverá alguma radiação," explica ele.

Isso é importante porque uma eventual falha no lançamento, com um foguete explodindo, poderia ser catastrófica se espalhasse elementos radioativos pela atmosfera.

A energia solar é outra opção para as futuras vilas espaciais, mas isso restringiria a geração de energia a regiões expostas à luz solar.

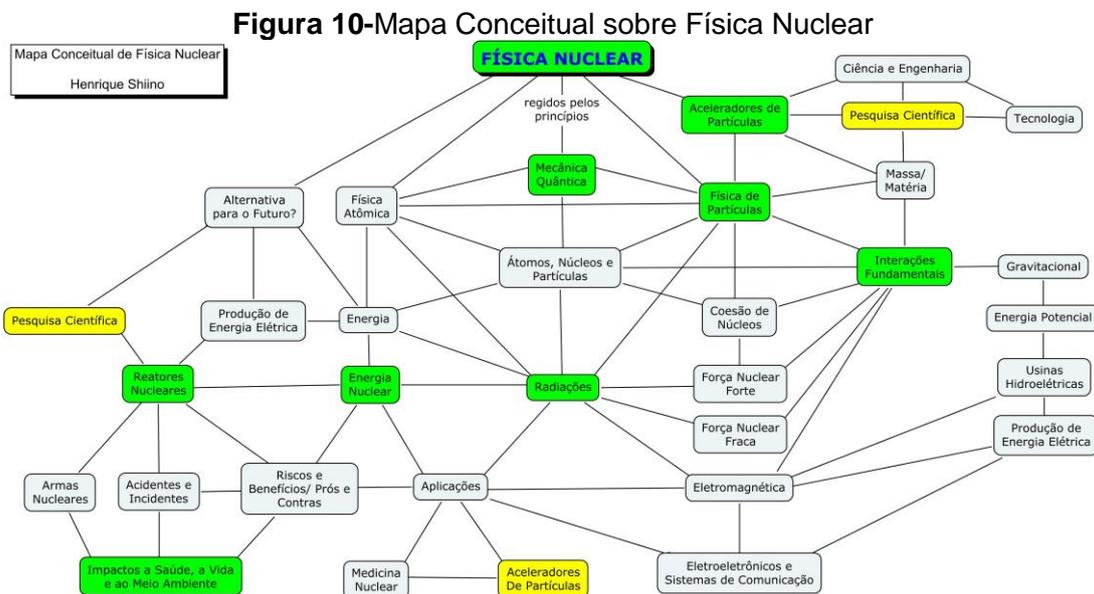
A Cratera Shackleton, da Lua, por exemplo, um dos principais candidatos para a instalação de uma base lunar devido aos potenciais recursos hídricos, é completamente escura. E os pontos mais ensolarados de Marte recebem apenas cerca de um terço da quantidade de luz solar que a Terra recebe.

### **Disponível em:**

<http://www.inovacaotecnologica.com.br/noticias/noticia.php?artigo=nasa-testa-usina-nuclear-bases-lunares-marcianas&id=010130171027#.WhZY90qnHIU>

## Apêndice B – Exemplos de Mapas Conceituais

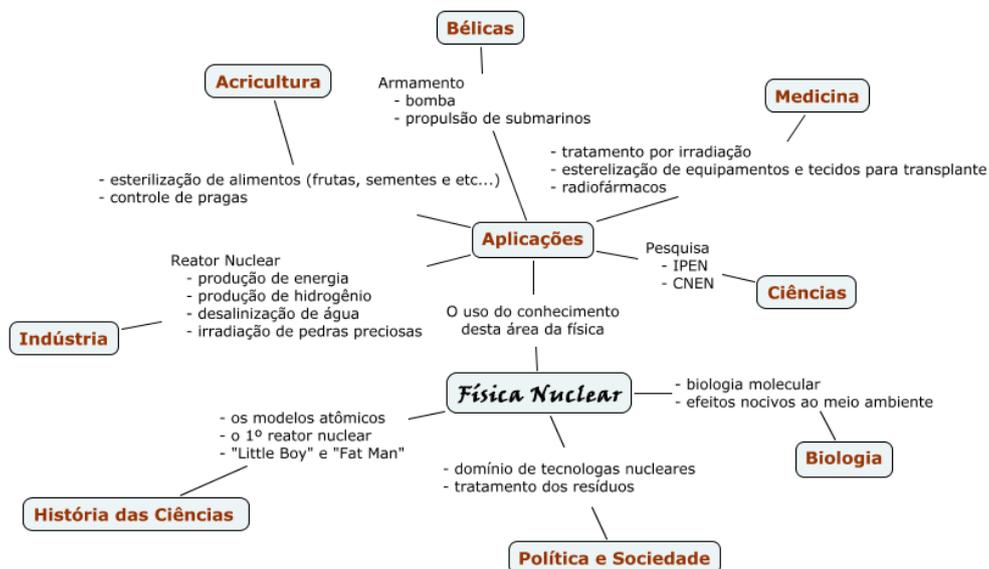
### Exemplo 1:



Fonte: <https://goo.gl/images/Zp7aEL>

### Exemplo 2:

**Figura 11-Mapa conceitual sobre Física Nuclear e suas implicações**



Fonte: <http://www2.fisicaemrede.com/course/view.php?id=10&section=3>

## Apêndice C – Exercícios sobre Energia de Ligação e Relatividade

Fonte: os autores.

1. (Fgv 2017) A nave “New Horizons”, cuja foto é apresentada a seguir, partiu do Cabo Canaveral em janeiro de 2006 e chegou bem perto de Plutão em julho de 2015. Foram mais de 9 anos no espaço, voando a 21km/s. É uma velocidade muito alta para nossos padrões aqui na Terra, mas muito baixa se comparada aos 300.000 km/s da velocidade da luz no vácuo.



(<http://goo.gl/oeSWn>)

Considere uma nave que possa voar a uma velocidade igual a 80% da velocidade da luz e cuja viagem dure 9 anos para nós, observadores localizados na Terra.

Para um astronauta no interior dessa nave, tal viagem duraria cerca de

- a) 4,1 anos.
- b) 5,4 anos.
- c) 6,5 anos.
- d) 15 anos.
- e) 20,5 anos.

### TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Nas questões com respostas numéricas, considere o módulo da aceleração da gravidade como  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ , o módulo da carga do elétron como  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ , o módulo da velocidade da luz como  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$  e utilize  $\pi = 3$ .

2. (Upe-ssa 3 2017) A sonda caçadora de exoplanetas Kepler encontrou aquele que talvez seja o corpo celeste mais parecido com a Terra. A Nasa anunciou, nesta quinta-feira (23), a descoberta de Kepler-452b, um exoplaneta encontrado dentro de uma zona habitável de seu sistema solar, ou seja, uma região onde é possível que exista água no estado líquido. A semelhança com nosso planeta é tão grande que os pesquisadores chamaram o Kepler-452b de Terra 2.0. O Kepler-452b é cerca de 60% maior que a Terra e precisa de 385 dias para completar uma órbita ao redor de sua estrela, a Kepler 452. E essa estrela hospedeira é muito parecida com nosso Sol: tem quase o mesmo tamanho, temperatura e emite apenas 20% mais luz. Localizado na constelação Cygnus, o sistema solar da Terra 2.0 está a 1.400 anos-luz distante do nosso.

**Fonte:** <http://exame.abril.com.br/tecnologia/noticias/terra-2-0-nasa-anuncia-descoberta-historica-de-planeta-quase-identico-ao-nosso>, acessado em: 14 de julho de 2016.

Supondo-se que, a fim de investigar mais de perto o Kepler-452b, uma sonda tenha sido enviada da Terra por uma equipe da Nasa, com uma velocidade igual a  $(3)^{1/2}c/2$ . Quando o relógio instalado na sonda marcar 28 anos de viagem, quanto tempo terá se passado para a equipe na Terra?

- a) 7 anos
- b) 14 anos
- c) 21 anos
- d) 42 anos
- e) 56 anos

**3. (Fuvest 2016)** O elétron e sua antipartícula, o pósitron, possuem massas iguais e cargas opostas. Em uma reação em que o elétron e o pósitron, em repouso, se aniquilam, dois fótons de mesma energia são emitidos em sentidos opostos.

A energia de cada fóton produzido é, em MeV, aproximadamente,

Note e adote:

Relação de Einstein entre energia (E) e massa (m):  $E = mc^2$

Massa do elétron =  $9 \times 10^{-31}$  kg

Velocidade da luz  $c = 3,0 \times 10^8$  m/s

1 eV =  $1,6 \times 10^{-19}$  J

1 MeV =  $10^6$  eV

No processo de aniquilação, toda a massa das partículas é transformada em energia dos fótons.

- a) 0,3
- b) 0,5
- c) 0,8
- d) 1,6
- e) 3,2

**4. (Ufjf-pism 3 2016)** Em um reator nuclear, átomos radioativos são quebrados pelo processo de fissão nuclear, liberando energia e átomos de menor massa atômica. Esta energia é convertida em energia elétrica com um aproveitamento de aproximadamente 30%. A teoria da relatividade de Einstein torna possível calcular a quantidade de energia liberada no processo de fissão nuclear. Nessa teoria, a energia de uma partícula é calculada pela expressão  $E = mc^2$ , onde  $m = m_0 / \sqrt{1 + (v/c)^2}$ . Em uma residência comum, se consome, em média,

200 kWatt – hora por mês. Neste caso, **CALCULE** qual deveria ser a massa, em quilogramas, necessária para se manter essa residência por um ano, considerando que a transformação de massa em energia ocorra no repouso.

Dado:  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

- a)  $3,6 \times 10^{-8} \text{ kg}$
- b)  $6,3 \times 10^{-5} \text{ kg}$
- c)  $3,2 \times 10^{-7} \text{ kg}$
- d)  $9,6 \times 10^{-8} \text{ kg}$
- e)  $5,3 \times 10^{-5} \text{ kg}$

**5. (Udesc 2015)** A proposição e a consolidação da Teoria da Relatividade e da Mecânica Quântica, componentes teóricos do que se caracteriza atualmente como Física Moderna, romperam com vários paradigmas da Física Clássica. Baseando-se especificamente em uma das teorias da Física Moderna, a Relatividade Restrita, analise as proposições.

- I. A massa de um corpo varia com a velocidade e tenderá ao infinito quando a sua velocidade se aproximar da velocidade da luz no vácuo.
- II. A Teoria da Relatividade Restrita é complexa e abrangente, pois, descreve tanto movimentos retilíneos e uniformes quanto movimentos acelerados.
- III. A Teoria da Relatividade Restrita superou a visão clássica da ocupação espacial dos corpos, ao provar que dois corpos, com massa pequena e velocidade igual à velocidade da luz no vácuo, podem ocupar o mesmo espaço ao mesmo tempo.

Assinale a alternativa **correta**.

- a) Somente a afirmativa I é verdadeira.
- b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- c) Somente a afirmativa II é verdadeira.
- d) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- e) Todas afirmativas são verdadeiras.

**6. (Unisc 2015)** Em uma explosão de uma mina de carvão foram utilizadas 1.000 toneladas de explosivo trinitrotolueno (TNT), o que equivale a  $1,0 \times 10^{12}$  calorias. Qual foi, aproximadamente, a quantidade de massa convertida em energia equivalente a essa explosão? (1 caloria = 4,18J e  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ )

- a)  $4,6 \times 10^{-5} \text{ kg}$
- b)  $4,6 \times 10^{-8} \text{ kg}$
- c)  $1,1 \times 10^{-5} \text{ kg}$
- d)  $1,1 \times 10^{-8} \text{ kg}$
- e)  $1,1 \times 10^{-13} \text{ kg}$

**7. (Ufg 2014)** A teoria da relatividade elaborada por Albert Einstein (1879-1950), no início do século XX, abalou profundamente os alicerces da Física clássica,

que já estava bem estabelecida e testada. Por questionar os conceitos canônicos da ciência e do senso comum até então, ela tornou-se uma das teorias científicas mais populares de todos os tempos.

Que situação física, prevista pela relatividade restrita de Einstein, também está em conformidade com a Física clássica?

- a) A invariância do tempo em referenciais inerciais.
- b) A contração do espaço.
- c) A invariância da velocidade da luz.
- d) A diferença entre massa inercial e gravitacional.
- e) A conservação da quantidade de movimento.

**8. (Ufrgs 2014)** Os múons cósmicos são partículas de altas energias, criadas na alta atmosfera terrestre. A velocidade de alguns desses múons ( $v$ ) é próxima da velocidade da luz ( $c$ ), tal que  $v^2 = 0,998c^2$ , e seu tempo de vida em um referencial em repouso é aproximadamente  $t_0 = 2 \times 10^{-6}$  s. Pelas leis da mecânica clássica, com esse tempo de vida tão curto, nenhum múon poderia chegar ao solo, no entanto eles são detectados na Terra. Pelos postulados da relatividade restrita, o tempo de vida do múon em um referencial terrestre ( $t$ ) e o tempo  $t_0$  são relacionados pelo fator relativístico

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Para um observador terrestre a distância que o múon pode percorrer antes de se desintegrar é, aproximadamente,

- a)  $6,0 \times 10^2$  m.
- b)  $6,0 \times 10^3$  m.
- c)  $13,5 \times 10^3$  m.
- d)  $17,5 \times 10^3$  m.
- e)  $27,0 \times 10^3$  m.

**9. (Unicamp 2013)** O prêmio Nobel de Física de 2011 foi concedido a três astrônomos que verificaram a expansão acelerada do universo a partir da observação de supernovas distantes. A velocidade da luz é  $c = 3 \times 10^8$  m/s.

- a) Observações anteriores sobre a expansão do universo mostraram uma relação direta entre a velocidade  $v$  de afastamento de uma galáxia e a distância  $r$  em que ela se encontra da Terra, dada por  $v = H r$ , em que  $H = 2,3 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$  é a constante de Hubble. Em muitos casos, a velocidade  $v$  da galáxia pode ser obtida pela expressão  $v = \frac{c \Delta\lambda}{\lambda_0}$ , em que  $\lambda_0$  é o comprimento de onda da luz emitida e  $\Delta\lambda$  é o deslocamento Doppler da luz. Considerando

ambas as expressões acima, calcule a que distância da Terra se encontra uma galáxia, se  $\Delta\lambda = 0,092 \lambda_0$ .

- b) Uma supernova, ao explodir, libera para o espaço massa em forma de energia, de acordo com a expressão  $E = mc^2$ . Numa explosão de supernova foram liberados  $3,24 \times 10^{48}$  J, de forma que sua massa foi reduzida para  $m_{\text{final}} = 4,0 \times 10^{30}$  kg. Qual era a massa da estrela antes da explosão?

**10. (Ufg 2013)** Em 1964, o físico britânico Peter Higgs propôs a existência de um campo, o qual, ao interagir com uma partícula, conferia a ela a sua massa. A unidade básica desse campo foi chamada de bóson de Higgs. Em julho de 2012, os cientistas do CERN (Centro Europeu de Pesquisas Nucleares) anunciaram terem identificado o bóson de Higgs, com uma massa de 125 GeV (gigaelétronvolt). O valor dessa massa, em kg, é de:

**Dados:**  $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ ;  $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

- a)  $4,50 \times 10^{+24}$
- b)  $6,66 \times 10^{-18}$
- c)  $2,22 \times 10^{-25}$
- d)  $6,66 \times 10^{-27}$
- e)  $2,22 \times 10^{-34}$

**11. (Ita 2013)** Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística  $m = m_0 \gamma$ , o momentum relativístico  $p = m_0 \gamma v$  e a energia relativística  $E = m_0 \gamma c^2$ , em que  $m_0$  é a massa de repouso da partícula e  $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$  é o fator de Lorentz. Demonstre que  $E^2 - p^2 c^2 = (m_0 c^2)^2$  e, com base nessa relação, discuta a afirmação: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz  $c$ ".

**Gabarito:**

**Resposta da questão 1: [B]**

Para calcular o tempo próprio para o astronauta dentro da nave, consideramos a Teoria da Relatividade em que trata de um tema muito pitoresco que é o paradoxo dos gêmeos. Este paradoxo fala que ao se separar os gêmeos, fazendo um viajar numa espaçonave a velocidades próximas a da luz enquanto o outro fica na Terra, quando encerrar a viagem e eles se encontrarem novamente, o tempo para quem ficou na Terra sofreu uma dilatação sentida pela idade aparente dos dois gêmeos. Esse paradoxo é conhecido como a Dilatação do Tempo.

O cálculo baseia-se na equação:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Onde,

$\Delta t$  = é o intervalo de tempo no referencial da Terra

$\Delta t'$  = é o intervalo de tempo para o astronauta

$v$  = é a velocidade da nave em relação a velocidade da luz

$c$  = é a velocidade da luz

Então substituindo os valores fornecidos no problema, temos:

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \Rightarrow 9 = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-(0,8c)^2/c^2}} \therefore \Delta t' = 9\sqrt{0,36} = 5,4 \text{ anos}$$

### Resposta da questão 2: [E]

Usando a Teoria da Relatividade para o tempo, podemos determinar a dilatação no tempo com a equação:

$$\Delta t_{\text{relativ}} = \gamma \cdot \Delta t_{\text{próprio}}, \text{ onde } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}, \text{ a constante de Lorentz.}$$

Cálculo da constante  $\gamma$  de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot c}{c}\right)^2}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0,75}} \therefore \gamma = 2$$

Com isso o tempo relativístico passado na Terra será o dobro que o tempo próprio:

$$\Delta t_{\text{relativ}} = 2 \cdot 28 \text{ anos} \therefore \Delta t_{\text{relativ}} = 56 \text{ anos}$$

### Resposta da questão 3: [B]

Substituindo os dados na expressão dada:

$$E = mc^2 = 9 \times 10^{-31} (3 \times 10^8)^2 = 8,1 \times 10^{-14} \text{ J.}$$

Convertendo para elétron-volt:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ eV} \rightarrow 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} \\ E \rightarrow 8,1 \times 10^{-14} \text{ J} \end{array} \right\} \Rightarrow E = 5,0625 \times 10^5 \text{ eV} \cong 0,5 \times 10^6 \text{ eV} \Rightarrow \boxed{E = 0,5 \text{ MeV.}}$$

### Resposta da questão 4: [C]

A energia útil consumida pela residência em 1 ano (12 meses) é:

$$E_U = 200 \text{ kW} \cdot h \times 12 = 2400 \text{ kW} \cdot h = (2400 \times 10^3 \text{ W}) \times (3,6 \times 10^3 \text{ s}) = 8,64 \times 10^9 \text{ W} \cdot \text{s} \Rightarrow$$

$$E_U = 8,64 \times 10^9 \text{ J.}$$

Considerando o rendimento de 30%, a energia total produzida pela fissão é:

$$\eta = \frac{E_U}{E_T} \Rightarrow E_T = \frac{E_U}{\eta} = \frac{8,64 \times 10^9}{0,3} \Rightarrow \underline{E_T = 2,88 \times 10^{10} \text{ J}}$$

Usando a relação massa-energia:

$$E_T = m_0 c^2 \Rightarrow m_0 = \frac{E_T}{c^2} = \frac{2,88 \times 10^{10}}{9 \times 10^{16}} \Rightarrow \boxed{m_0 = 3,2 \times 10^{-7} \text{ kg}}$$

### Resposta da questão 5: [A]

[I] CORRETA. Pela teoria da massa relativística, tem-se que:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Se a velocidade do corpo ( $v$ ) aproximar-se da velocidade da luz ( $c$ ), pode-se observar que a massa relativística tenderá ao infinito.

[II] INCORRETA. A Teoria da Relatividade Restrita não é abrangente, pois quando a velocidade do corpo é muito menor que a velocidade da luz, as equações da mecânica newtoniana são suficientes para representar os movimentos.

[III] INCORRETA. O Princípio da Impenetrabilidade diz que dois corpos distintos não podem ocupar o mesmo lugar no espaço ao mesmo tempo.

### Resposta da questão 6: [A]

Esta questão nos traz uma consequência da teoria da relatividade, que implica na mais famosa equação da Física de todos os tempos, a relação universal entre massa e energia de Albert Einstein.

$$E = m \cdot c^2$$

Essa equação nos diz que a massa também é uma forma de energia e vice-versa. Neste caso, uma parte da massa do explosivo utilizado deve ser responsável pela energia da explosão.

Isolando a massa, substituindo os valores e transformando calorias para joule, temos:

$$m = \frac{E}{c^2} \Rightarrow m = \frac{1 \cdot 10^{12} \text{ cal} \cdot 4,18 \frac{\text{J}}{\text{cal}}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = \frac{4,18 \cdot 10^{12} \text{ J}}{9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$m = 4,64 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

### Resposta da questão 7: [E]

A conservação da Quantidade de Movimento ou do Momento Linear é considerada um dos alicerces fundamentais da Física pois se aplica tanto a Física Clássica quanto à Física Moderna.

**Resposta da questão 8: [C]**

Dados:  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ;  $t_0 = 2 \times 10^{-6}$  s;  $v^2 = 0,998c^2$ .

Fazendo a correção para o tempo:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow t = \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{1 - \frac{0,998 c^2}{c^2}}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{\sqrt{20 \times 10^{-4}}} = \frac{2 \times 10^{-6}}{2\sqrt{5} \times 10^{-2}} = \frac{\sqrt{5} \times 10^{-4}}{5} \Rightarrow$$

$$t = 4,5 \times 10^{-5} \text{ s.}$$

A distância (D) percorrida pelo múon é:

$$D = v t \cong 3 \times 10^8 \times 4,5 \times 10^{-5} \Rightarrow \boxed{D = 13,5 \times 10^3 \text{ m.}}$$

**Resposta da questão 9:**

a) Dados:  $c = 3 \times 10^8$  m/s;  $H = 2,3 \times 10^{-18}$  s<sup>-1</sup>;  $\Delta\lambda = 0,092 \lambda_0$ .

Combinando as duas expressões dadas:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = H r \\ v = \frac{c \Delta\lambda}{\lambda_0} \end{array} \right\} \Rightarrow H r = \frac{c \Delta\lambda}{\lambda_0} \Rightarrow r = \frac{c \Delta\lambda}{H \lambda_0} = \frac{3 \times 10^8 \cdot 0,092 \lambda_0}{2,3 \times 10^{-18} \cdot \lambda_0} \Rightarrow$$

$$r = 1,2 \times 10^{25} \text{ m.}$$

b) Dados:  $E = 3,24 \times 10^{48}$  J;  $m_{\text{final}} = 4 \times 10^{30}$  kg.

Calculando a massa consumida para produzir essa energia:

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{3,24 \times 10^{48}}{(3 \times 10^8)^2} = \frac{3,24 \times 10^{48}}{9 \times 10^{16}} \Rightarrow m = 3,6 \times 10^{31} \text{ kg.}$$

$$m_{\text{inicial}} = m_{\text{final}} + m \Rightarrow m_{\text{inicial}} = 4 \times 10^{30} + 3,6 \times 10^{31} = 4 \times 10^{30} + 36 \times 10^{30} \Rightarrow$$

$$m_{\text{inicial}} = 4 \times 10^{31} \text{ kg.}$$

**Resposta da questão 10: [C]**

Transformando a energia do bóson de Higgs para joule:

$$E = 125 \text{ GeV} = 125 \times 10^9 \times 1,6 \times 10^{-19} \Rightarrow E = 2 \times 10^{-8} \text{ J.}$$

Da relação massa-energia de Einstein:

$$E = m c^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2} = \frac{2 \times 10^{-8}}{(3 \times 10^8)^2} = \frac{2 \times 10^{-8}}{9 \times 10^{16}} \Rightarrow$$

$$m = 2,22 \times 10^{-25} \text{ kg.}$$

**Resposta da questão 12:** Analisando o fator de Lorentz:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \rightarrow \gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{V^2}{c^2}} \rightarrow \gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - V^2} \text{ (o que será utilizado em toda a resolução)}$$

Da energia relativística:

$$E = m_0 \cdot \gamma \cdot c^2 \rightarrow E^2 = m_0^2 \cdot \gamma^2 \cdot c^4 \rightarrow E^2 = m_0^2 \cdot \frac{c^2}{c^2 - V^2} \cdot c^4 \rightarrow E^2 = \frac{m_0^2 \cdot c^6}{c^2 - V^2} \text{ (eq.1)}$$

Do momentum relativístico:

$$p = m_0 \cdot \gamma \cdot V \rightarrow p^2 = m_0^2 \cdot \gamma^2 \cdot V^2 \rightarrow p^2 = m_0^2 \cdot \frac{c^2}{c^2 - V^2} \cdot V^2 \rightarrow p^2 \cdot c^2 = \frac{m_0^2 \cdot c^4 \cdot V^2}{c^2 - V^2} \text{ (eq.2)}$$

Subtraindo a **eq.1** da **eq.2**:

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = \frac{m_0^2 \cdot c^6}{c^2 - V^2} - \frac{m_0^2 \cdot c^4 \cdot V^2}{c^2 - V^2} \rightarrow E^2 - p^2 \cdot c^2 = \frac{m_0^2 \cdot c^4}{c^2 - V^2} \cdot (c^2 - V^2) \rightarrow E^2 - p^2 \cdot c^2 = m_0^2 \cdot c^4$$

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = (m_0 \cdot c^2)^2$$

Prova da afirmação: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz  $c$ ".

$$E^2 - p^2 \cdot c^2 = (m_0 \cdot c^2)^2$$

$$m_0 = 0 \rightarrow E^2 - p^2 \cdot c^2 = 0 \rightarrow E^2 = p^2 \cdot c^2 \rightarrow E = p \cdot c$$

$$E = m_0 \cdot \gamma \cdot c^2$$

$$p = m_0 \cdot \gamma \cdot V$$

$$E = p \cdot c \rightarrow m_0 \cdot \gamma \cdot c^2 = m_0 \cdot \gamma \cdot V \cdot c$$

$$V = c$$