

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**DANIEL MARTINS**

**APLICABILIDADE DE UM DISPOSITIVO COMERCIAL DE CONTROLE DE  
TEMPERATURA EM ATIVIDADES DE ENSINO NA ÁREA DE SISTEMAS  
DINÂMICOS E CONTROLE**

**MEDIANEIRA**

**2025**

**DANIEL MARTINS**

**APLICABILIDADE DE UM DISPOSITIVO COMERCIAL DE CONTROLE DE  
TEMPERATURA EM ATIVIDADES DE ENSINO NA ÁREA DE SISTEMAS  
DINÂMICOS E CONTROLE**

**Applicability of a commercial temperature control device in teaching activities  
in the area of dynamic systems and control**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
apresentada como requisito para obtenção do título  
de Bacharel em Engenharia Elétrica da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Diogo Marujo.

**MEDIANEIRA**

**2025**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**DANIEL MARTINS**

**APLICABILIDADE DE UM DISPOSITIVO DE CONTROLE DE TEMPERATURA EM  
ATIVIDADES DE ENSINO NA ÁREA DE SISTEMAS DINÂMICOS E CONTROLE**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
apresentado como requisito para obtenção do título  
de Bacharel em Engenharia Elétrica da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 13/junho /2025

---

Diogo Marujo  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Ismael Burgardt  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Leandro Antonio Pasa  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**MEDIANEIRA**

**2025**

## AGRADECIMENTOS

Este trabalho é o resultado de uma caminhada que contou com o apoio e a contribuição de muitas pessoas especiais. Embora não seja possível nomear a todos, deixo aqui minha mais sincera gratidão, sabendo que, mesmo não citados, cada um ocupa um lugar especial em meu coração e pensamento.

Agradeço, primeiramente, aos meus pais, Luiz e Nilza, e ao meu irmão, Douglas, por seu carinho, incentivo e apoio incondicional em todos os momentos da minha vida. Sua compreensão diante das minhas ausências em feriados e encontros familiares, causadas pelas demandas acadêmicas, foi fundamental para que eu pudesse chegar até aqui.

Aos amigos, que trilharam comigo os mesmos desafios e entendem como ninguém o que é superar as dificuldades do curso, deixo meu muito obrigado por cada momento de parceria e aprendizado mútuo.

À minha namorada, Júlia, minha gratidão pelo apoio moral, emocional, teórico e prático. Sua companhia nas noites de estudo e trabalho foi um pilar essencial ao longo dessa jornada.

Aos professores e colegas, que compartilharam comigo o conhecimento necessário e forneceram as ferramentas que tornaram este projeto e as etapas do curso possíveis, sou profundamente grato.

Ao meu orientador, Diogo Marujo, agradeço por sua orientação, por me mostrar o caminho certo a seguir e por confiar no meu potencial durante todo o processo.

Por fim, meu reconhecimento a todos que, de alguma forma, contribuíram para a concretização deste trabalho e para minha formação acadêmica. A cada um de vocês, minha mais sincera gratidão.

## RESUMO

Considerando a importância dos experimentos laboratoriais no processo de ensino em Sistemas Dinâmicos e Controle, torna-se relevante a busca por soluções didáticas que possibilitem a experimentação prática desses conceitos. Nesse contexto, este trabalho propõe a avaliação da aplicabilidade do sistema térmico Temperature Control Lab (TCLab) como ferramenta auxiliar no ensino, destacando seu potencial como recurso de baixo custo, acessível e capaz de aproximar a teoria da prática. O Temperature Control Lab (TCLab), baseado na plataforma Arduino, permite a implementação e a análise de estratégias de controle de temperatura, proporcionando aos estudantes a interação com um sistema físico real, o que favorece o entendimento dos fundamentos teóricos. A metodologia desenvolvida compreende a análise dos componentes e funcionalidades do hardware, a identificação de modelos matemáticos que representam o comportamento dinâmico do sistema e a realização de simulações computacionais no ambiente Visual Studio Code com a linguagem Python. Posteriormente, são conduzidos experimentos práticos no Temperature Control Lab (TCLab), com o intuito de validar os modelos desenvolvidos e analisar o desempenho do sistema sob diferentes estratégias de controle. Dessa forma, busca-se promover uma aprendizagem mais efetiva e integrada, além de contribuir para a disseminação de ferramentas experimentais acessíveis no ensino de Engenharia.

**Palavras-chave:** calor; engenharia - estudo e ensino; linguagem de programação (computadores); simulação (computadores).

## ABSTRACT

Considering the importance of laboratory experiments in the teaching process of Dynamic Systems and Control, the search for didactic solutions that enable practical experimentation of these concepts becomes relevant. In this context, this work proposes an evaluation of the applicability of the Temperature Control Lab (TCLab) thermal system as a supporting tool for teaching, highlighting its potential as a low-cost, accessible resource capable of bridging the gap between theory and practice. The Temperature Control Lab (TCLab), based on the Arduino platform, allows for the implementation and analysis of temperature control strategies, providing students with interaction with a real physical system, which facilitates the understanding of theoretical foundations. The developed methodology includes the analysis of the hardware components and functionalities, the identification of mathematical models representing the system's dynamic behavior, and the execution of computer simulations using Visual Studio Code and the Python programming language. Subsequently, practical experiments are conducted on the Temperature Control Lab (TCLab) in order to validate the developed models and analyze the system's performance under different control strategies. Thus, the goal is to promote more effective and integrated learning, as well as to contribute to the dissemination of accessible experimental tools in Engineering education.

**Keywords:** computer simulation; engineering - study and teaching; heat; programming languages (electronic computers).

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 – Processo a ser controlado.....  | 16 |
| Figura 2 – Sistema de controle em malha aberta.....  | 16 |
| Figura 3 – Sistema de controle em malha fechada .....  | 17 |
| Figura 4 – Quanser Qube-Servo 3 .....  | 28 |
| Figura 5 – Quanser Ball and Beam .....   | 29 |
| Figura 6 – Fluxograma metodológico .....   | 30 |
| Figura 7 – Diagrama de conexão do Temperature Control Lab (TCLab) .....                            | 31 |
| Figura 8 – Esquema de alimentação e comunicação.....   | 32 |
| Figura 9 – Resposta ao degrau em malha aberta .....  | 40 |
| Figura 10 – Fluxograma dos controladores .....   | 43 |
| Figura 11 – Sistema em malha fechada.....  | 43 |
| Figura 12 – Resposta térmica do sistema em malha aberta .....                                      | 50 |
| Figura 13 – Resposta do sistema com reta tangente no ponto de inflexão.....                        | 51 |
| Figura 14 – Validação do modelo não linear .....   | 55 |
| Figura 15 – Validação do modelo não linear ajustado.....   | 57 |
| Figura 16 – Comparação dos modelos linear e não linear ajustado.....                               | 58 |
| Figura 17 – Comparação com atraso de transporte dos modelos linear e não li-<br>near ajustado..... | 59 |
| Figura 18 – Validação do modelo de Ziegler Nichols .....   | 60 |
| Figura 19 – Validação do modelo de Hägglund.....   | 61 |
| Figura 20 – Validação do modelo de Smith.....  | 62 |
| Figura 21 – Validação do modelo de Sundaresan e Krishnaswamy .....                                 | 63 |
| Figura 22 – Comparação entre os modelos em malha aberta .....                                      | 64 |
| Figura 23 – Comparação em malha aberta com entrada de 90 .....                                     | 65 |
| Figura 24 – Comparação entre os modelos em malha fechada.....                                      | 67 |
| Figura 25 – Comparação com controlador P ( $K_p = 5$ ).....  | 68 |
| Figura 26 – Comparação com controlador P ( $K_p = 10$ ).....                                       | 70 |
| Figura 27 – Comparação com controlador P ( $K_p = 20$ ).....                                       | 71 |
| Figura 28 – Comparação com controlador PI ( $K_p = 20$ $T_i = 10$ ).....                           | 73 |
| Figura 29 – Comparação com controlador PI ( $K_p = 20$ $T_i = 50$ ).....                           | 74 |
| Figura 30 – Comparação com controlador PID .....   | 77 |
| Figura 31 – Sintonia do PID de Ziegler Nichols.....  | 79 |
| Figura 32 – Componentes do PID .....   | 80 |
| Figura 33 – Comparação com sintonia do PID de Ziegler Nichols .....                                | 82 |
| Figura 34 – Comparação com controlador On/Off.....   | 84 |

## LISTA DE QUADROS

|   |    |
|---|----|
| Quadro 1 – Informações do dispositivo .....   | 38 |
| Quadro 2 – Regra de sintonia de Ziegler Nichols .....                                 | 45 |
| Quadro 3 – Comparação dos parâmetros dos modelos lineares .....                       | 54 |
| Quadro 4 – Erro médio dos modelos em malha aberta .....                               | 64 |
| Quadro 5 – Erro médio dos modelos em malha aberta com entrada de 90 .....             | 66 |
| Quadro 6 – Erro médio dos modelos em malha fechada .....                              | 67 |
| Quadro 7 – Erro médio dos modelos com controlador P ( $K_p = 5$ ) .....               | 69 |
| Quadro 8 – Erro médio dos modelos com controlador P ( $K_p = 10$ ) .....              | 70 |
| Quadro 9 – Erro médio dos modelos com controlador P ( $K_p = 20$ ) .....              | 72 |
| Quadro 10 – Erro médio dos modelos com controlador PI ( $K_p = 20$ $T_i = 10$ ) ..... | 73 |
| Quadro 11 – Erro médio dos modelos com controlador PI ( $K_p = 20$ $T_i = 50$ ) ..... | 75 |
| Quadro 12 – Erro médio dos modelos com controlador PID .....                          | 77 |
| Quadro 13 – Erro médio dos modelos com sintonia do PID .....                          | 82 |
| Quadro 14 – Erro médio dos modelos com controlador On/Off .....                       | 84 |

## SUMÁRIO

|                |  |           |
|----------------|--|-----------|
| <b>1</b>       | <b>INTRODUÇÃO .....</b>  | <b>13</b> |
| <b>2</b>       | <b>REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>                                      | <b>15</b> |
| <b>2.1</b>     | <b>Sistemas Dinâmicos.....</b>                                       | <b>15</b> |
| <b>2.2</b>     | <b>Equações diferenciais de sistemas físicos .....</b>               | <b>17</b> |
| 2.2.1          | Equilíbrio de Energia .....  | 18        |
| 2.2.2          | Lei de newton da convecção .....                                     | 19        |
| 2.2.3          | Lei de Stefan Boltmann .....   | 20        |
| <b>2.3</b>     | <b>Modelagem Matemática de Sistemas Físicos .....</b>                | <b>21</b> |
| 2.3.1          | Como Modelar Sistemas Físicos por Leis de Conservação .....          | 21        |
| 2.3.2          | Transformada de Laplace e Obtenção da Função de Transferência.....   | 21        |
| 2.3.3          | Retorno ao Domínio do Tempo com Transformada Inversa.....            | 22        |
| <b>2.4</b>     | <b>Linearização de Sistemas .....</b>                                | <b>22</b> |
| <b>2.5</b>     | <b>Identificação de Sistemas.....</b>                                | <b>22</b> |
| <b>2.6</b>     | <b>Técnicas de Controle .....</b>                                    | <b>23</b> |
| 2.6.1          | Controlador PID.....   | 24        |
| <u>2.6.1.1</u> | <u>Sintonia de controladores PID .....</u>                           | <u>25</u> |
| 2.6.2          | Controlador ON/OFF .....   | 26        |
| <b>2.7</b>     | <b>Apresentação de kits didáticos comerciais .....</b>               | <b>26</b> |
| 2.7.1          | Quanser Qube-Servo 3 .....   | 27        |
| 2.7.2          | Quanser Ball and Beam .....  | 28        |
| <b>3</b>       | <b>METODOLOGIA .....</b>   | <b>30</b> |
| <b>3.1</b>     | <b>Descrição do Hardware Utilizado.....</b>                          | <b>31</b> |
| <b>3.2</b>     | <b>Ambiente de Desenvolvimento .....</b>                             | <b>33</b> |
| <b>3.3</b>     | <b>Modelagem Matemática do Sistema .....</b>                         | <b>34</b> |
| <b>3.4</b>     | <b>Linearização e Função de Transferência .....</b>                  | <b>38</b> |
| <b>3.5</b>     | <b>Identificação Experimental de Modelos de Primeira Ordem .....</b> | <b>40</b> |
| <b>3.6</b>     | <b>Implementação de Controladores.....</b>                           | <b>42</b> |
| <b>4</b>       | <b>RESULTADOS.....</b>   | <b>47</b> |
| <b>4.1</b>     | <b>Equações Matemáticas dos Modelos Dinâmicos .....</b>              | <b>47</b> |
| <b>4.2</b>     | <b>Validação dos Modelos Dinâmicos.....</b>                          | <b>55</b> |
| 4.2.1          | Modelos experimentais.....   | 60        |
| <b>4.3</b>     | <b>Análise dos Controladores.....</b>                                | <b>66</b> |
| 4.3.1          | Controlador P .....  | 68        |

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| 4.3.2      | Controlador PI .....                                       | 72        |
| 4.3.3      | Controlador PID.....                                       | 76        |
| 4.3.4      | Sintonia de Ziegler-Nichols.....                           | 78        |
| 4.3.5      | Controlador ON/OFF .....                                   | 83        |
| <b>5</b>   | <b>CONCLUSÃO .....</b>                                     | <b>86</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Limitações do Estudo e Desafios Experimentais .....</b> | <b>87</b> |
| <b>5.2</b> | <b>Trabalhos Futuros .....</b>                             | <b>87</b> |
|            | <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                    | <b>89</b> |
|            | <b>APÊNDICE A - VSCode .....</b>                           | <b>91</b> |
|            | <b>APÊNDICE B - MATLAB .....</b>                           | <b>96</b> |
|            | <b>APÊNDICE C - Atualização de firmware .....</b>          | <b>98</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Sistemas de controle são fundamentais para o desenvolvimento tecnológico e estão presentes em diversos setores da sociedade moderna, como na indústria, na automação predial, nos veículos e em equipamentos eletrônicos (OGATA, 2010; NISE, 2015). Esses sistemas têm como objetivo garantir que variáveis de processo permaneçam dentro de parâmetros desejados, proporcionando segurança, desempenho e estabilidade.

Na área da Engenharia Elétrica, o estudo de Sistemas Dinâmicos e Controle é essencial, pois oferece as bases teóricas e práticas para a modelagem, análise e projeto de sistemas capazes de responder adequadamente a perturbações ou alterações nas condições operacionais (DORF; BISHOP, 2016).

Apesar de sua importância, observa-se que o ensino de controle muitas vezes é limitado a abordagens teóricas e simulações computacionais, com baixa oferta de atividades práticas que permitam aos alunos visualizar e validar o comportamento real de sistemas físicos. Isso ocorre, em grande parte, pela falta de plantas experimentais acessíveis, devido ao alto custo de aquisição e manutenção de bancadas laboratoriais (OLIVEIRA; HEDENGREN, 2019).

Nesse cenário, ferramentas como o Temperature Control Lab (TCLab) surgem como soluções viáveis, permitindo a experimentação de conceitos de controle de forma acessível, segura e eficiente, possibilitando a implementação de modelos matemáticos, identificação de sistemas e testes de controladores em uma planta real de aquecimento.

O domínio prático de técnicas de controle é indispensável na formação de engenheiros, especialmente na área elétrica, onde sistemas de automação, controle industrial e eletrônica de potência exigem profissionais capacitados tanto teoricamente quanto experimentalmente (NISE, 2012; OGATA, 2010).

No entanto, a ausência de recursos experimentais nos ambientes acadêmicos compromete a consolidação do conhecimento. Essa lacuna impacta diretamente na compreensão de fenômenos reais, na validação de modelos matemáticos e no desenvolvimento de habilidades práticas essenciais à atuação profissional (DORF; BISHOP, 2001).

Diante disso, torna-se relevante a utilização de ferramentas didáticas como o TCLab, que oferece uma planta física acessível, permitindo que alunos e

pesquisadores apliquem conceitos de modelagem, simulação e controle, além de promover a aproximação entre a teoria e a prática (OLIVEIRA; HEDENGREN; ROSSITER, 2020).

Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo realizar o estudo de um sistema de controle de temperatura utilizando o kit didático comercial Temperature Control Lab (TCLab).

De forma específica, este trabalho visa:

- definir o dispositivo e os softwares que serão utilizados como planta experimental;
- aplicar métodos de modelagem de processos baseados nos parâmetros físicos e experimentais de primeira ordem;
- validar os modelos extraídos com o comportamento real do sistema;
- implementar métodos de controle em malha fechada.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

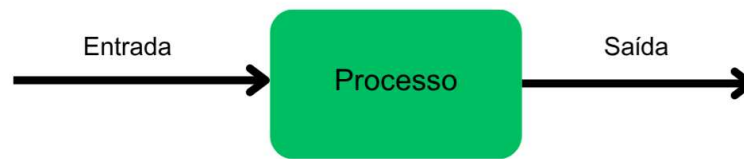
Nesta seção são apresentados os principais conceitos e fundamentos teóricos que sustentam o desenvolvimento deste trabalho. O objetivo é fornecer uma base sólida para a compreensão das etapas envolvidas na modelagem matemática de sistemas térmicos, nos métodos de identificação de modelos e nas estratégias de controle utilizadas. Serão abordados temas como sistemas dinâmicos, modelagem e linearização de sistemas, identificação de modelos de primeira ordem e técnicas de controle aplicadas ao controle térmico de temperatura.

### **2.1 Sistemas Dinâmicos**

O conceito de sistema pode ser interpretado de diversas maneiras. No contexto do controle de processos, ele é geralmente definido como um objeto, ou um conjunto de objetos, que executa uma determinada função ou finalidade, sendo suas características e comportamentos de interesse para análise, modelagem e controle (COELHO, 2004).

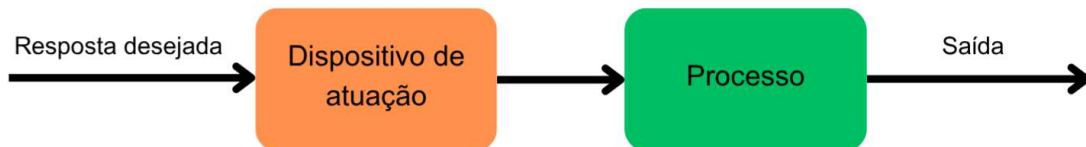
Um sistema de controle é a interconexão de componentes formando uma configuração que gera uma resposta desejada do sistema. A base para a análise de um sistema está nos fundamentos fornecidos pela teoria dos sistemas lineares, que considera uma relação de causa e efeito entre os componentes do sistema (DORF; BISHOP, 2001).

Além disso, um componente ou processo a ser controlado pode ser representado por um bloco, como mostrado na Figura 1, indicando a relação entre um sinal de entrada e um sinal de saída, geralmente envolvendo amplificação de potência (DORF; BISHOP, 2001).

**Figura 1 – Processo a ser controlado**

**Fonte: Autoria própria (2025)**

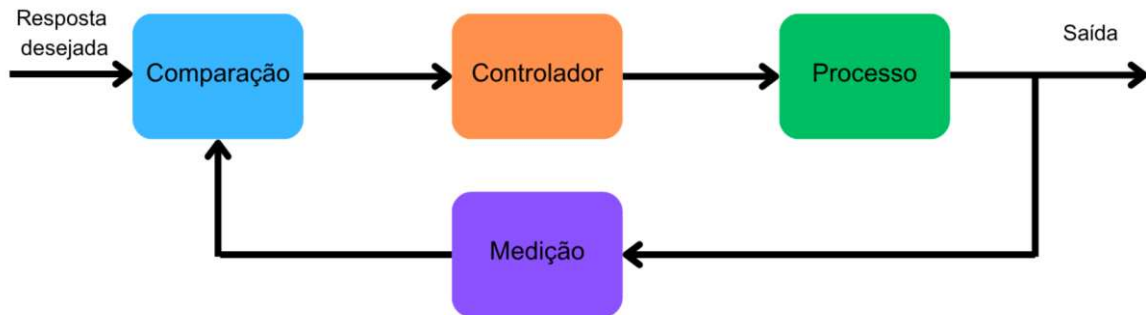
Um sistema de controle em malha aberta utiliza um controlador ou atuador para obter a resposta desejada, conforme ilustrado na Figura 2. Esse tipo de sistema não possui retroalimentação (DORF; BISHOP, 2001).

**Figura 2 – Sistema de controle em malha aberta**

**Fonte: Autoria própria (2025)**

Um sistema de controle com retroação utiliza, frequentemente, uma função baseada em uma relação preestabelecida entre a saída e a entrada para controlar o processo. Geralmente, a diferença entre a saída do processo sob controle e a referência de entrada é amplificada e empregada para ajustar o processo de modo que essa diferença seja continuamente reduzida. O conceito de retroação tem sido o alicerce para a análise e o projeto dos sistemas de controle. A Figura 3 apresenta um sistema de controle em malha fechada, ou seja, com retroação.

**Figura 3 – Sistema de controle em malha fechada**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

Em sistemas de controle, a distinção entre malha aberta e malha fechada é fundamental para a compreensão da forma como um sistema responde às entradas e às perturbações externas. Um sistema de malha aberta é aquele em que o sinal de controle é determinado exclusivamente pela entrada de referência, sem qualquer correção baseada na saída real (OGATA, 2010). Isso implica que tais sistemas não conseguem compensar variações ou distúrbios, tornando-se dependentes da precisão do modelo matemático do processo. Um exemplo clássico é o sistema de controle de irrigação por temporizador, onde o tempo de funcionamento é definido, mas a umidade real do solo não é medida, o que pode levar a erros significativos em ambientes dinâmicos (NISE, 2012).

Por outro lado, sistemas de controle em malha fechada operam com realimentação, ajustando continuamente o sinal de controle com base no erro entre a saída desejada e a real. Esse tipo de sistema é mais robusto e confiável, pois consegue corrigir desvios automaticamente, oferecendo melhor desempenho mesmo diante de incertezas e perturbações. Contudo, essa maior precisão vem acompanhada de maior complexidade no projeto e implementação (DORF; BISHOP, 2001).

## **2.2 Equações diferenciais de sistemas físicos**

A formulação matemática que expressa o comportamento dinâmico de sistemas físicos fundamenta-se nas leis fundamentais da física, abrangendo fenômenos de natureza mecânica, elétrica, térmica ou de escoamento de fluidos. Conforme apontam Dorf e Bishop (2001, p. 35), a modelagem desses sistemas utiliza, como principal ferramenta, as equações diferenciais, as quais permitem descrever

com precisão a evolução temporal das variáveis envolvidas. Esse processo de modelagem não apenas traduz as transformações internas dos sistemas, como também revela suas interações e dependências estruturais.

Essa visão é corroborada por Coelho (2004, p. 15), ao enfatizar que a construção de um modelo eficiente requer o conhecimento aprofundado da estrutura interna e das propriedades físicas do sistema.

Ogata (2010, p. 36) reforça essa abordagem ao afirmar que a dinâmica de qualquer sistema físico, seja mecânico, elétrico, térmico ou de escoamento de fluidos, é invariavelmente representada por equações diferenciais extraídas diretamente das leis fundamentais que regem o fenômeno em questão. Tais leis não apenas fornecem a base para a descrição matemática, mas também garantem que o modelo represente fielmente os princípios de conservação de massa, quantidade de movimento e energia.

No contexto térmico, por exemplo, a análise do equilíbrio de energia é fundamental para a modelagem de sistemas que envolvem transferência de calor. O equilíbrio de energia considera todas as formas de entrada e saída de calor em um sistema, como condução, convecção e radiação.

As equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico de um sistema físico são obtidas por meio das leis físicas que regem o processo. Essa abordagem é igualmente aplicável a sistemas mecânicos, elétricos, fluidos e termodinâmicos (DORF; BISHOP, 2001).

Segundo Ogata (2010, p. 36), a dinâmica de qualquer sistema físico, seja mecânico, elétrico, térmico ou de escoamento de fluidos é formalizada por meio de equações diferenciais, as quais são diretamente extraídas das leis fundamentais que regem cada fenômeno e permitem capturar com precisão a evolução temporal das variáveis de estado.

### 2.2.1 Equilíbrio de Energia

De acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica, o aumento da energia armazenada em um volume de controle deve ser igual à quantidade de energia que adentra esse volume, subtraída da quantidade de energia que o deixa. Em termos mais específicos, a taxa de variação da energia térmica e mecânica acumulada em um volume de controle corresponde à taxa com que essas formas de energia entram no sistema, menos a taxa com que saem, acrescida da taxa de geração interna de

energia térmica dentro do próprio volume de controle (INCROPERA *et al.*, 2008). Isto pode ser observado na Equação 1.

$$\Delta E_{acu} = E_{ent} - E_{sai} + E_g \quad (1)$$

O princípio do equilíbrio de energia estabelece que a energia em um sistema deve ser conservada. Isso significa que toda energia que entra, sai ou é armazenada em um sistema pode ser quantificada por meio de balanços energéticos. Essa é a base para a análise de qualquer sistema térmico, seja em regime permanente ou transiente. O conceito é amplamente utilizado na termodinâmica e na transferência de calor (INCROPERA *et al.*, 2008).

### 2.2.2 Lei de Newton da convecção

A convecção térmica envolve a transferência de calor entre uma superfície sólida e um fluido em movimento, e pode ser descrita por uma expressão conhecida como lei de Newton do resfriamento. Segundo essa relação, a taxa de calor trocada entre a superfície e o fluido é proporcional à diferença de temperatura entre eles (INCROPERA *et al.*, 2008). A fórmula que representa esse processo é representada pela Equação 2.

$$q = h(T_s - T_\infty) \quad (2)$$

O fluxo de calor por convecção, representado por  $q$  e expresso em  $W/m^2$ , é diretamente proporcional à diferença entre a temperatura da superfície ( $T_s$ ) e a temperatura do fluido circundante ( $T_\infty$ ). Nesse contexto, o coeficiente de transferência de calor por convecção, denotado por  $h$ , é um parâmetro fundamental que depende de diversos fatores, tais como o tipo de fluido, a velocidade do escoamento, o regime de fluxo, além da geometria e da orientação da superfície exposta. Tal expressão possui fundamentação experimental e constitui uma estimativa prática para o cálculo da quantidade de energia transferida por meio da convecção térmica (INCROPERA *et al.*, 2008).

### 2.2.3 Lei de Stefan Boltmann

A quantidade de energia emitida por um corpo ideal sob a forma de radiação térmica, conhecido como corpo negro, apresenta alta sensibilidade à temperatura, sendo proporcional à quarta potência da temperatura absoluta. Esse comportamento é descrito pela Lei de Stefan-Boltzmann, que estabelece a relação entre a temperatura e a emissão de energia térmica (INCROPERA *et al.*, 2008).

A radiação térmica corresponde à energia emitida por qualquer matéria que se encontre a uma temperatura acima do zero absoluto, independentemente de sua forma física. Essa emissão resulta de transições nas configurações eletrônicas dos átomos ou moléculas que compõem a substância. A energia associada à radiação é transportada por meio de ondas eletromagnéticas e, portanto, não necessita de um meio material para se propagar (INCROPERA *et al.*, 2008).

A radiação emitida por uma superfície tem origem na energia térmica contida na matéria que a delimita. A taxa com que essa energia é transferida por radiação é conhecida como potência emissiva, representada pela letra  $E$ , sendo determinada pela equação de Stefan-Boltzmann. A equação 3, que representa a potência emissiva, aplica-se exclusivamente a corpos ideais, ou seja, corpos negros, que são emissores perfeitos de radiação (INCROPERA *et al.*, 2008).

$$E_b = \sigma T^4 \quad (3)$$

Onde:

$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4$  é a constante de Stefan-Boltzmann.

Entretanto, materiais reais não são emissores ideais. Para considerar suas limitações na emissão de radiação, introduz-se o fator  $\varepsilon$  (emissividade), que ajusta o modelo para a realidade física, conforme Equação 4.

$$E = \sigma \varepsilon T^4 \quad (4)$$

Essa formulação é essencial para estudar a transferência de calor por radiação entre superfícies, especialmente em aplicações de engenharia térmica onde há grandes variações de temperatura ou ausência de meios materiais, como no vácuo (INCROPERA *et al.*, 2008).

## 2.3 Modelagem Matemática de Sistemas Físicos

A modelagem matemática de sistemas físicos consiste em representar, por meio de equações matemáticas, o comportamento dinâmico de processos reais. Essa representação baseia-se nas leis fundamentais da física, como as de conservação da massa, da energia e do momento. De acordo com Dorf e Bishop (2011, p. 61–68), essa abordagem permite descrever como as variáveis internas de um sistema evoluem ao longo do tempo, capturando suas interações por meio de equações diferenciais. A modelagem é essencial para projetar sistemas de controle e prever respostas a diferentes condições de operação. Ogata (2010, p. 67–70) reforça que esse tipo de modelagem é aplicável a diversas áreas da engenharia, incluindo sistemas mecânicos, elétricos, térmicos e hidráulicos, frequentemente utilizando analogias físicas entre domínios para unificar a análise.

### 2.3.1 Como Modelar Sistemas Físicos por Leis de Conservação

A construção de modelos por leis de conservação envolve o uso de princípios como o balanço de energia, que afirma que a variação da energia armazenada em um sistema é igual à diferença entre a energia que entra e a que sai. Por exemplo, em um sistema térmico, essa ideia resulta em uma equação diferencial que relaciona a temperatura com o calor fornecido e dissipado. Segundo Coelho (2004, p. 46–51), esse método é amplamente utilizado para representar sistemas térmicos e elétricos, onde os modelos podem ser obtidos diretamente a partir das leis físicas envolvidas.

### 2.3.2 Transformada de Laplace e Obtenção da Função de Transferência

A Transformada de Laplace é uma ferramenta matemática essencial para a análise de sistemas lineares e invariantes no tempo. Ela permite converter equações diferenciais no domínio do tempo em equações algébricas no domínio da frequência ( $s$ ), simplificando a obtenção da função de transferência. Conforme apresentado por Ogata (2010, p. 137–150), essa função representa a relação entre a saída e a entrada de um sistema com condições iniciais nulas, sendo fundamental para o estudo da estabilidade, resposta em frequência e projeto de controladores.

### 2.3.3 Retorno ao Domínio do Tempo com Transformada Inversa

Após a análise no domínio de Laplace, é necessário retornar ao domínio do tempo para obter a resposta temporal do sistema, como sua reação a entradas do tipo degrau, rampa ou impulso. Isso é feito por meio da Transformada Inversa de Laplace, que reconstrói a função original a partir de sua representação algébrica. Segundo Ogata (2010, p. 153–165), esse retorno pode ser realizado manualmente utilizando técnicas como frações parciais ou tabelas de transformadas inversas, ou ainda de forma computacional, com ferramentas como MATLAB. Coelho (2004, p. 65–70) destaca que o domínio do tempo é fundamental para compreender o comportamento real do sistema e validar seu desempenho. Essa etapa completa o ciclo da modelagem matemática, ligando o modelo simbólico à resposta física que ele representa.

## 2.4 Linearização de Sistemas

A abordagem tradicional utilizada no controle de processos fundamenta-se em representações matemáticas lineares, como equações diferenciais ordinárias lineares e funções de transferência. Por essa razão, ao lidar com sistemas que apresentam comportamento não linear, torna-se indispensável aplicar técnicas de linearização aos modelos envolvidos, a fim de possibilitar a utilização dos métodos clássicos de controle. Essa linearização, em geral, é realizada por meio da expansão do modelo original em série de Taylor. Em processos contínuos, essa aproximação linear é obtida considerando-se uma condição de operação em estado estacionário nominal (SEBORG *et al.*, 2016).

Quando o modelo original do processo é obtido a partir de leis físicas fundamentais, como os balanços de massa, energia ou quantidade de movimento, torna-se possível aplicar técnicas de linearização para simplificar a análise e o projeto de controladores (SEBORG *et al.*, 2016).

## 2.5 Identificação de Sistemas

A utilização de dados experimentais na obtenção de modelos de sistemas dinâmicos é fundamental em diversas situações. Mesmo os modelos teóricos mais avançados, desenvolvidos a partir de princípios físicos, representam apenas aproximações da realidade. Em muitos casos, especialmente em processos industriais complexos, esses modelos não conseguem captar todas as variabilidades

e dinâmicas envolvidas. Nessas circunstâncias, os dados experimentais tornam-se essenciais tanto para validar os modelos teóricos quanto para desenvolver modelos mais precisos, especialmente quando há dificuldade em descrever matematicamente o processo. Além disso, variações nas condições operacionais ao longo do tempo exigem atualizações nos controladores, sendo que, para isso, a identificação baseada em dados experimentais muitas vezes oferece a alternativa mais eficiente e confiável (FRANKLIN; POWELL; NAEINI, 2013).

Para obter um modelo a partir de dados transitórios, assumimos que a resposta ao degrau está disponível.

No modelo de primeira ordem com atraso de transporte, o tempo morto, também chamado de atraso de transporte, representa o intervalo entre a aplicação de uma alteração na variável de entrada e o momento em que a resposta da saída começa a se manifestar. Esse atraso é comum em processos industriais onde há transporte de material, energia ou informação, e pode dificultar a ação de sistemas de controle, especialmente quando seu valor é significativo em relação à constante de tempo do processo. Esse parâmetro é normalmente representado pela letra (L), sendo uma das três variáveis principais do modelo, junto com o ganho (K) e a constante de tempo ( $\tau$ ) (SEBORG *et al.*, 2016).

A constante de tempo representa o intervalo necessário para que a resposta de um sistema de primeira ordem atinja aproximadamente 63% de seu valor final, após a aplicação de um sinal em degrau. Esse parâmetro é amplamente utilizado como uma medida da resposta transitória, pois está diretamente relacionado à rapidez com que o sistema reage a variações em sua entrada (NISE, 2012).

## 2.6 Técnicas de Controle

Dentre as diversas estratégias de controle, destaca-se a técnica PID, que combina as ações proporcional, integral e derivativa para melhorar a resposta do sistema, reduzindo os erros resultantes das diferenças entre o comportamento real e o desejado. Além do método PID, existem outras técnicas, como o controle *On/Off*, reconhecido pela sua simplicidade de implementação. Também há métodos mais avançados, como os controladores adaptativos e os sistemas baseados em inteligência artificial, incluindo os controladores fuzzy e redes neurais, os quais demonstram eficiência no tratamento de sistemas com dinâmicas não lineares e na

adaptação a variações significativas nos parâmetros do processo (OGATA, 2010; (Nise, 2012)).

Duas das principais medidas de desempenho de um sistema são a resposta transitória e o erro em regime permanente. O erro em regime permanente é definido como a diferença entre a entrada e a saída do sistema após o desaparecimento dos efeitos transitórios. Ou seja, corresponde à diferença entre a entrada de referência e a saída do sistema quando o tempo tende ao infinito (NISE, 2012).

De acordo com Seborg et al. (2010, p. 210) e Montgomery e Runger (2018, p. 298), a avaliação da acurácia de modelos pode ser realizada por meio de diferentes métodos matemáticos, como o Erro Médio Absoluto (MAE), Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE), Erro Quadrático Médio (MSE), Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE), bem como por métricas de desempenho dinâmico baseadas em integrais, como a Integral do Erro Absoluto (IAE) e a Integral do Tempo Multiplicado pelo Erro Absoluto (ITAE). Além disso, o Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ) é amplamente empregado para quantificar o grau de aderência entre o modelo e os dados experimentais.

### 2.6.1 Controlador PID

O controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) é um dispositivo de controle composto por três termos que possui uma longa trajetória no campo da automação e controle de sistemas. Devido à sua natureza intuitiva, simplicidade relativa e capacidade de oferecer um desempenho satisfatório em uma ampla variedade de processos, consolidou-se como o controlador padrão em aplicações industriais. Atualmente, está presente em praticamente todos os tipos de sistemas automatizados (VISIOLI, 2006).

Os controladores clássicos são amplamente utilizados em sistemas de controle industrial devido à sua simplicidade e eficiência. O controlador proporcional (P), conforme apresentado por Ogata (2010, p. 20), atua proporcionalmente ao erro entre a variável de referência e a saída do sistema, o que proporciona uma resposta rápida. No entanto, esse tipo de controle geralmente não elimina o erro em regime permanente, pois sua ação depende diretamente da magnitude do erro presente. Franklin, Powell e Emami-Naeini (2015, p. 160) também destacam que a ação proporcional sozinha pode ser insuficiente em processos com requisitos de precisão mais rigorosos.

Para melhorar a precisão, são utilizados controladores com ação integral e derivativa. O controlador PI (Proporcional-Integral) soma à ação proporcional um termo integral, que acumula o erro ao longo do tempo, corrigindo o erro em regime permanente. Já o controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) combina três ações: proporcional, integral e derivativa. A ação derivativa antecipa a tendência do erro, contribuindo para maior estabilidade e resposta mais suave. Dorf e Bishop (2011, p. 289) explicam que o controlador PID é um dos mais utilizados em sistemas industriais por proporcionar um bom compromisso entre desempenho dinâmico e estabilidade. De forma complementar, a popularidade do PID também se deve à facilidade de implementação em controladores digitais e à sua versatilidade para diferentes tipos de plantas.

#### 2.6.1.1 Sintonia de controladores PID

A sintonia de controladores é uma etapa essencial no projeto de sistemas de controle, sendo responsável por ajustar os parâmetros dos controladores (como P, PI ou PID) de forma a garantir estabilidade, desempenho dinâmico satisfatório e robustez diante de perturbações. A escolha inadequada desses parâmetros pode comprometer seriamente o comportamento do sistema, resultando em instabilidades, lentidão ou excesso de oscilações. Mesmo para controladores simples, a sintonia adequada pode exigir conhecimento profundo das características da planta, como tempo de resposta, atraso e amortecimento (OGATA, 2010).

Um dos métodos empíricos mais amplamente utilizados para a sintonia de controladores PID é o proposto por Ziegler e Nichols. Conforme descrito por Ogata (2010, p. 523), o método consiste em obter experimentalmente a resposta da planta a uma entrada em degrau unitário. Caso a planta não possua integradores ou polos complexos conjugados dominantes, essa resposta tende a apresentar o formato de um "S". A partir dessa curva, podem-se determinar duas constantes características: o atraso ( $L$ ) e a constante de tempo ( $\tau$ ). Essas grandezas são extraídas traçando-se uma linha tangente no ponto de inflexão da curva, identificando suas interseções com os eixos temporal e da resposta. Com base nesses parâmetros, a planta pode ser aproximada por um modelo de primeira ordem com atraso de transporte, permitindo a aplicação das regras de sintonia estabelecidas por Ziegler e Nichols. A metodologia de Ziegler-Nichols oferece uma sintonia inicial razoável, mas frequentemente precisa ser refinada com base no desempenho observado.

Além do método clássico de Ziegler-Nichols, existem diversas outras abordagens para sintonia, como métodos heurísticos, técnicas de otimização e até algoritmos baseados em inteligência artificial. Ainda assim, o método permanece amplamente utilizado por sua aplicabilidade direta em processos e pela facilidade de implementação. Sendo assim, mesmo em ambientes onde se empregam sistemas digitais e estratégias avançadas de controle, o uso de técnicas como Ziegler-Nichols continua sendo relevante como ponto de partida ou como ferramenta de comparação para métodos mais modernos. Dessa forma, a sintonia de controladores representa um equilíbrio entre conhecimento prático e rigor analítico no contexto da engenharia de controle.

### 2.6.2 Controlador ON/OFF

O controlador do tipo *On/Off* é amplamente utilizado em sistemas simples devido à sua estrutura e operação diretas. Ele atua com dois estados distintos, ligado ou desligado, acionando o atuador de forma abrupta conforme o sinal de erro: quando positivo, o atuador opera em capacidade máxima; quando negativo, é desligado (VISIOLI, 2006).

Esse tipo de controle é comum em dispositivos como termostatos e sistemas de proteção, sendo uma solução de baixo custo e fácil implementação. Apesar de suas vantagens, apresenta limitações, como a possibilidade de oscilações indesejadas em sistemas (OGATA, 2010).

## 2.7 Apresentação de kits didáticos comerciais

Esta seção apresenta as principais características dos kits didáticos disponíveis no mercado, visando uma comparação com o TCLab, que será analisado em maior profundidade ao longo deste trabalho. Vale destacar que o objetivo deste estudo não é desenvolver um novo kit didático, mas sim avaliar a aplicabilidade do TCLab como uma ferramenta para reforçar, de forma prática em laboratório, os conceitos teóricos abordados em sala de aula, agregando valor ao processo de ensino e aprendizagem.

### 2.7.1 Quanser Qube-Servo 3

O Quanser Qube-Servo 3, apresentado na Figura 4, é um sistema de servomotor portátil e totalmente integrado, desenvolvido para o ensino de conceitos de controle em cursos de graduação em engenharia e mecatrônica. A plataforma é equipada com um motor DC escovado de acionamento direto, dois codificadores, um sistema interno de aquisição de dados e um amplificador, possibilitando experimentos avançados em controle de sistemas dinâmicos. Sua interface USB permite conexão direta com PCs Windows, com previsão de suporte para macOS e Linux em versões futuras (QUANSER , 2025).

A estrutura do Qube-Servo 3 inclui um disco de inércia de conexão rápida e um módulo de pêndulo invertido, permitindo a realização de experimentos essenciais para o estudo de controle. Além disso, a plataforma possibilita a criação de módulos personalizados por meio de impressão 3D, ampliando as possibilidades experimentais e incentivando abordagens práticas no ensino (QUANSER , 2025).

O sistema oferece compatibilidade com MATLAB e Simulink, com materiais didáticos alinhados aos padrões da ABET, proporcionando suporte estruturado ao aprendizado. Além disso, a plataforma permite o desenvolvimento e validação de controladores em Python e C/C++, garantindo flexibilidade para diferentes abordagens computacionais (QUANSER , 2025).

Entre as funcionalidades mais recentes do Qube-Servo 3, destacam-se a possibilidade de desativar a compensação de banda morta e o controle direto do ciclo de trabalho PWM, aprimorando a precisão e o desempenho nos experimentos. Essas características tornam o sistema uma ferramenta didática versátil e eficiente para o ensino e pesquisa em controle de sistemas dinâmicos (QUANSER , 2025).

**Figura 4 – Quanser Qube-Servo 3**

**Fonte: Quanser (2025)**

### 2.7.2 Quanser Ball and Beam

O Quanser Ball and Beam, mostrado na Figura 5, é um sistema didático amplamente utilizado no ensino e na pesquisa de controle de sistemas dinâmicos, permitindo a aplicação prática de conceitos fundamentais como realimentação, controle PID e modelagem matemática. Sua estrutura consiste em um feixe rotativo no qual uma esfera metálica se move livremente, exigindo controle preciso da inclinação para manter a estabilidade e atingir posições desejadas (QUANSER, 2025).

A plataforma é equipada com sensores de posição de alta precisão e atuadores servoassistidos, garantindo respostas dinâmicas rápidas e experimentos reproduzíveis. O sistema pode ser integrado a controladores como o Quanser QUBE-Servo 3 ou ser utilizado com placas de desenvolvimento, permitindo sua aplicação em uma ampla variedade de projetos acadêmicos (QUANSER, 2025).

O Quanser Ball and Beam é compatível com MATLAB e Simulink, facilitando a modelagem do sistema e o desenvolvimento de estratégias de controle avançadas,

incluindo controle em tempo real, técnicas de controle robusto e aprendizado de máquina. Além disso, o sistema pode ser programado em Python e C/C++, garantindo flexibilidade para diferentes abordagens computacionais (QUANSER, 2025).

Com um design modular e materiais didáticos alinhados aos padrões da ABET, essa plataforma é amplamente utilizada em disciplinas de controle e automação, permitindo que os alunos adquiram experiência prática no desenvolvimento, teste e ajuste de controladores para sistemas dinâmicos não lineares (QUANSER, 2025).

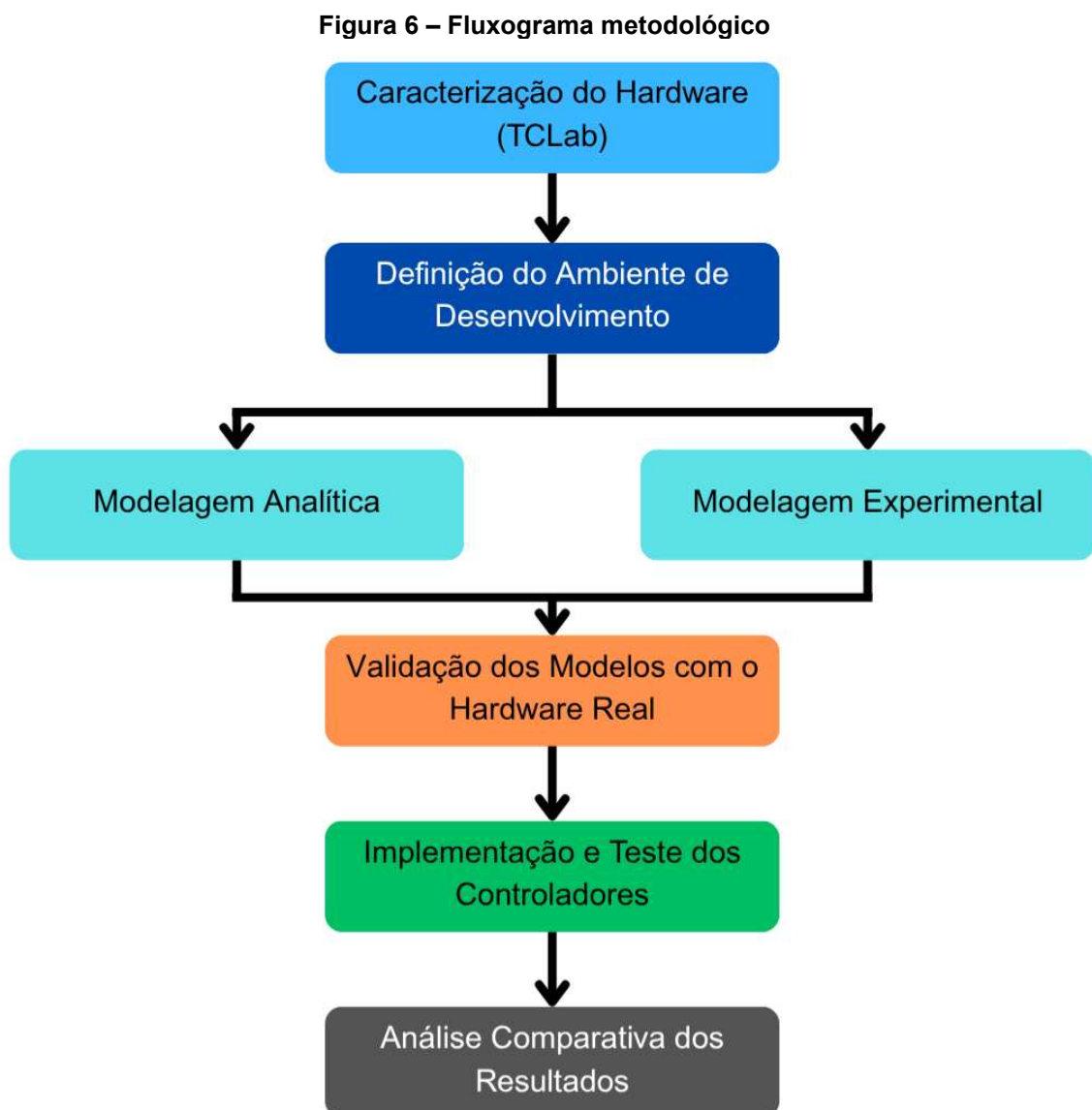
**Figura 5 – Quanser Ball and Beam**



**Fonte: Quanser (2025)**

### 3 METODOLOGIA

Nesta seção, são apresentados os recursos e procedimentos empregados no desenvolvimento do projeto, incluindo os softwares e equipamentos utilizados, os métodos adotados para a modelagem do sistema térmico e a implementação dos controladores. O objetivo é detalhar, de forma clara e sistemática, as etapas metodológicas que nortearam a execução do trabalho, de modo a facilitar sua compreensão e permitir sua eventual replicação. Essas etapas estão sintetizadas no fluxograma metodológico ilustrado na Figura 6.



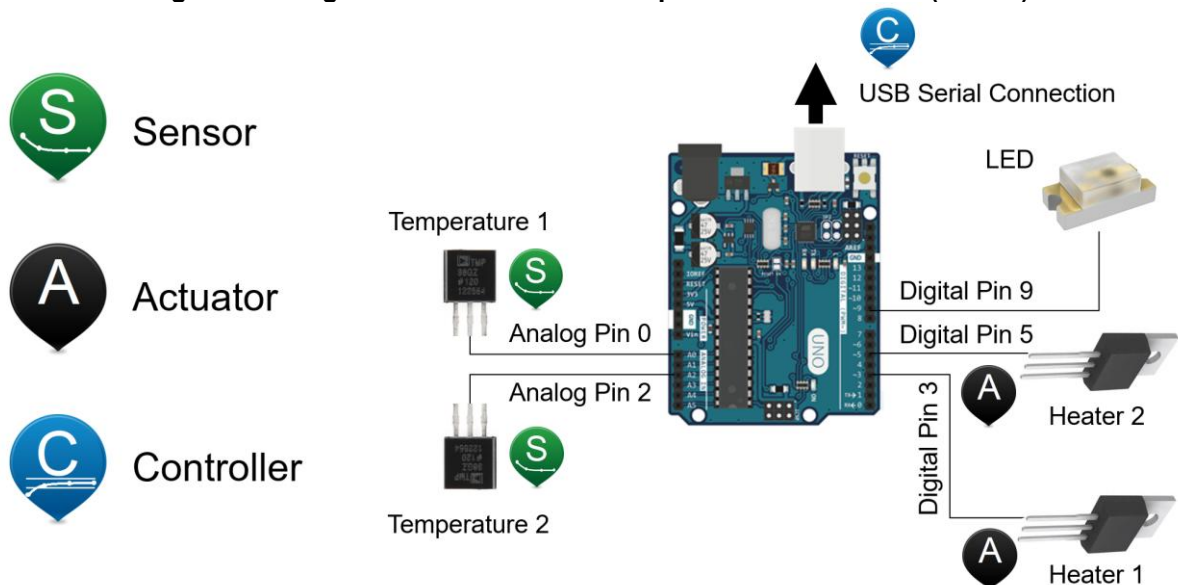
Fonte: Autoria própria (2025)

### 3.1 Descrição do Hardware Utilizado

O TCLab, sigla para Temperature Control Laboratory, é um kit didático comercial desenvolvido para o estudo prático de dinâmica e controle de processos térmicos. Projetado sobre a plataforma Arduino, ele fornece um ambiente seguro, portátil, de baixo custo e compatível com múltiplos sistemas operacionais, favorecendo uma abordagem *plug-and-play* com código aberto, o que o torna ideal para aplicações acadêmicas e didáticas da área de sistemas dinâmicos e de controle (OLIVEIRA; HEDENGREN; ROSSITER, 2020).

O equipamento é composto por um shield que se encaixa diretamente sobre o microcontrolador Arduino Leonardo, formando um módulo compacto com dimensões aproximadas de 7 x 5,5 x 1,5 cm (HEDENGREN; KANTOR, 2020). O hardware inclui dois sensores analógicos de temperatura TMP36 (T1 e T2), dois atuadores térmicos constituídos por transistores bipolares de junção (BJTs) do tipo NPN modelo TIP31C (Q1 e Q2), além de um LED indicador de atividade, mostrados na Figura 7.

Figura 7 – Diagrama de conexão do Temperature Control Lab (TCLab)



Fonte: Hedengren (2024)

A alimentação do TCLab é realizada por uma fonte de 5V e 2A, o que garante uma potência máxima de aproximadamente 10 W para os elementos de aquecimento. A comunicação com o computador ocorre por meio de um cabo USB, que permite a interface com linguagens como Python e MATLAB, viabilizando a aquisição de dados e a aplicação de técnicas de controle em tempo real (PARK *et al.*, 2020). A conexão é ilustrada na Figura 8.

**Figura 8 – Esquema de alimentação e comunicação**



Fonte: Hedengren (2024)

Os sensores TMP36 operam com sinais de tensão entre 0 e 3300 mV, os quais são digitalizados pelo conversor analógico-digital (ADC) de 10 bits do Arduino, resultando em 1024 níveis discretos. A conversão do valor digital (DL) para milivolts é feita pela Equação 5 (OLIVEIRA; HEDENGREN; ROSSITER, 2020).

$$mV = \frac{3300}{1024} * DL \quad (5)$$

Em seguida, a temperatura é obtida conforme Equação 6.

$$T = 0,1 * mV - 50 \quad (6)$$

Os sensores TMP36 apresentam precisão de  $\pm 1$  °C a 25 °C e erro máximo de  $\pm 2$  °C ao longo da faixa de medição de -40 °C a 150 °C (PARK *et al.*, 2020).

Os atuadores térmicos do Temperature Control Lab (TCLab) utilizam transistores TIP31C, dispositivos normalmente empregados em aplicações de potência, áudio e chaveamento *On/Off*. Apesar de não serem comumente usados como aquecedores, esses transistores dissipam calor ao conduzirem corrente, assumindo a função de fonte de calor no sistema. O controle de potência dos aquecedores é realizado por meio de modulação por largura de pulso (PWM), técnica que simula uma saída analógica com sinais digitais alternando rapidamente entre os estados ligado e desligado. O Arduino opera com uma frequência de 500 Hz (2 ms por ciclo), e a saída PWM possui 8 bits, oferecendo 256 níveis discretos representados por valores entre 0 e 255 (PARK *et al.*, 2020).

O *firmware* do Arduino é configurado para aplicar níveis distintos de potência aos dois aquecedores, propositalmente. Quando o Q1 é ajustado para 100%, o sinal PWM enviado ao Arduino é de 200 (de um máximo de 255), enquanto que, para o Q2, o valor correspondente a 100% é 100. Essa diferença induz um ganho de processo

para o Q1 aproximadamente duas vezes maior que o do Q2, o que permite a comparação entre diferentes respostas dinâmicas e torna o sistema mais didático (PARK *et al.*, 2020).

### 3.2 Ambiente de Desenvolvimento

O ambiente de desenvolvimento utilizado para a implementação dos códigos de controle e monitoramento foi o Visual Studio Code (VSCode), em conjunto com a linguagem Python. A escolha desse ambiente justifica-se por se tratar de uma plataforma gratuita, amplamente utilizada e com suporte a diversas bibliotecas voltadas à simulação e ao controle de sistemas dinâmicos. Além disso, a própria biblioteca do TCLab, fornecida pelo desenvolvedor do dispositivo, permite a integração direta com o dispositivo físico. Os códigos utilizados nas simulações estão disponíveis no Apêndice A. Para os usuários que desejarem utilizar a plataforma MATLAB, as conversões necessárias foram realizadas e estão disponíveis no Apêndice B. Em ambos os casos, apresenta-se um passo a passo com instruções de instalação, bem como os softwares e extensões necessários para o uso adequado. As etapas para atualização do *firmware*, essenciais para o correto funcionamento da comunicação com o dispositivo, encontram-se descritas no Apêndice C.

A biblioteca TCLab foi empregada para a comunicação com o dispositivo Temperature Control Lab (TCLab). Essa biblioteca fornece classes e métodos para leitura das temperaturas dos sensores e controle da resistência de aquecimento. Entre suas funcionalidades principais, destacam-se a classe TCLab(), que permite a interface com o dispositivo, o método Q() para ajuste da potência do aquecedor, e os métodos T1 e T2 para a leitura das temperaturas dos sensores 1 e 2, respectivamente (KANTOR, 2018).

A biblioteca NumPy foi utilizada para a realização de operações numéricas de alta performance. Importada com o alias np, foi aplicada principalmente na criação e manipulação de vetores que armazenam dados de temperatura, potência aplicada e tempo ao longo da simulação. A função np.zeros() foi utilizada para inicializar vetores com valores nulos, assegurando o armazenamento adequado das informações em cada iteração do laço de controle. Para o controle dos limites físicos do sistema, a função np.clip() foi utilizada a fim de restringir os valores de potência entre 0% e 100%. Além disso, a função np.mean() foi aplicada no cálculo do erro médio absoluto (MAE)

entre os modelos simulados e a resposta real, funcionando como métrica de desempenho dos controladores implementados (NUMPY, 2024).

Outra métrica de desempenho implementada foi o erro percentual médio absoluto (MAPE), utilizado com o objetivo de complementar a análise de desempenho dos controladores. A partir dos dados salvos em cada simulação, o MAPE foi calculado por meio do software Excel.

A biblioteca `time`, pertencente ao conjunto padrão da linguagem Python, foi empregada para o gerenciamento do tempo de simulação e a sincronização do laço de controle com o tempo real. A função `time.time()` permitiu a captura precisa do instante atual, em segundos, com base em um ponto de referência fixo no tempo, viabilizando o registro e o cálculo do tempo decorrido durante a execução do experimento. Já a função `time.sleep()` foi utilizada para introduzir pausas controladas no código, assegurando que cada ciclo de leitura e controle ocorresse com um intervalo de aproximadamente um segundo, compatível com a operação em tempo real do sistema físico (PYTHON, 2025).

A biblioteca `matplotlib.pyplot` foi responsável pela criação de gráficos e visualizações dos dados obtidos. Essa ferramenta possibilitou a geração, em tempo real, de gráficos que representam a resposta do sistema térmico e o desempenho dos controladores aplicados. Por meio de suas funções, foi possível plotar curvas de temperatura e potência ao longo do tempo, facilitando a análise visual dos resultados durante a execução do experimento. Recursos como atualização dinâmica dos gráficos (`plt.ion()`) e personalização de elementos visuais como legendas, eixos e linhas de referência que foram empregados para oferecer uma visualização clara e interativa dos dados simulados e coletados (MATPLOTLIB, 2022).

### **3.3 Modelagem Matemática do Sistema**

A termodinâmica, a transferência de calor e a dinâmica dos fluidos são áreas de estudo relevantes na geração de modelos dinâmicos para aplicação em sistemas de controle. Para esse fim, o aspecto mais importante da física é representar a interação dinâmica entre as variáveis envolvidas. Experimentos são geralmente necessários para determinar os valores reais dos parâmetros e, assim, completar o modelo dinâmico necessário ao projeto de sistemas de controle (FRANKLIN; POWELL; NAEINI, 2013).

A primeira etapa do experimento de controle de temperatura consistiu na formulação de um modelo dinâmico que representasse o comportamento térmico do sistema. Para isso, foram estimados parâmetros físicos com base nas características dos componentes envolvidos e aplicado um balanço de energia. O sistema de controle térmico é composto por três elementos principais: o sensor de temperatura, que é responsável por medir a temperatura próxima ao aquecedor; o atuador, representado por um transistor que controla a dissipação de energia térmica; e o controlador, implementado por meio de uma interface USB que permite a atuação computadorizada sobre o sistema (APMONITOR, 2020).

Quando operando a 100% da sua capacidade, o transistor dissipa aproximadamente 1 watt de potência. A massa combinada do transistor e do dissipador de calor com aletas é de aproximadamente 4 gramas, sendo o material predominante o aço, cuja capacidade térmica específica é da ordem de 500 joules por quilograma e por kelvin. A área de troca térmica entre o aquecedor e o sensor é de cerca de 12 centímetros quadrados, equivalente a 0,0012 metros quadrados. O coeficiente de transferência de calor por convecção para o ar em repouso é estimado em aproximadamente 10 watts por metro quadrado e por kelvin (APMONITOR, 2020).

A principal forma de dissipação de calor no sistema ocorre por convecção com o ambiente, embora a transferência de calor por radiação também exerça influência. A condução de calor entre o transistor e o sensor é otimizada por meio de uma liga térmica do tipo epóxi branco, garantindo um bom acoplamento térmico entre os dois elementos (APMONITOR, 2020).

Para determinar o modelo dinâmico do sistema, parte-se do princípio do balanço de energia, segundo o qual a variação da energia interna ao longo do tempo é igual à diferença entre a energia que entra e a energia que sai do sistema, conforme representado na Equação 7.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = Q_{in} - Q_{out} \quad (7)$$

Onde:

- $Q_{in}$  = Energia térmica gerada pela passagem de corrente pelo transistor.
- $Q_{out}$  = Energia térmica dissipada em forma de convecção e radiação.

A energia térmica gerada  $Q_{in}$  pode ser reescrita conforme Equação 8.

$$Q_{in} = \alpha Q_i \quad (8)$$

Onde:

- $Q_i$  = Porcentagem de saída do transistor
- $\alpha$  = Fator que relaciona a saída do transistor (0-100%) com a potência dissipada pelo transistor em watts.

A energia térmica dissipada  $Q_{out}$  pode ser reescrita substituindo pelas equações da convecção e da radiação conforme Equação 9.

$$Q_{out} = k_T(T - T_{\infty}) + \varepsilon\sigma A(T^4 - T_{\infty}^4) \quad (9)$$

Onde:

- $U * A * (T - T_{\infty})$  = Lei de resfriamento de Newton
- $\varepsilon\sigma A(T^4 - T_{\infty}^4)$  = Lei de Stefan-Boltzmann
- $k_T$  = Constante de perda para o ambiente
- $T$  = Temperatura do transistor
- $T_{\infty}$  = Temperatura ambiente
- $\varepsilon$  = Emissividade
- $\sigma$  = Constante de Stefan-Boltzmann
- $A$  = Área

A constante de perda para o ambiente  $k_T$  pode ser reescrita conforme Equação 10.

$$k_t = U A \quad (10)$$

Onde:

- $U$  = Coeficiente de transferência de calor
- $A$  = Área

Ao substituir os termos reescritos na equação 7, obtém-se a equação 11.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \alpha Q_i - U A (T_\infty - T) - \varepsilon \sigma A (T_\infty^4 - T^4) \quad (11)$$

O calor liberado ou absorvido pode ser calculado em termos do calor específico, da massa do componente e da variação de temperatura, conforme a Equação 12.

$$Q = m c_p (T - T_{ref}) \quad (12)$$

Onde:

- $m$  = Massa do componente
- $c_p$  = Calor específico
- $T$  = Temperatura do transistor
- $T_{ref}$  = Temperatura de referência

Ao substituir a Equação 12 na Equação 11, obtém-se a Equação 13.

$$m c_p \frac{dT}{dt} - m c_p \frac{dT_{ref}}{dt} = \alpha Q_i + U A (T_\infty - T) + \varepsilon \sigma A (T_\infty^4 - T^4) \quad (13)$$

Considerando que a temperatura de referência é constante e, portanto, sua derivada é nula, obtém-se o modelo matemático não linear do sistema, conforme a Equação 14.

$$m c_p \frac{dT}{dt} = \alpha Q_i + U A (T_\infty - T) + \varepsilon \sigma A (T_\infty^4 - T^4) \quad (14)$$

Ao isolar a taxa de variação de temperatura no tempo, obtém-se a Equação 15.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\alpha}{m c_p} Q_i + \frac{U A}{m c_p} (T_\infty - T) + \frac{\varepsilon \sigma A}{m c_p} (T_\infty^4 - T^4) \quad (15)$$

Esse modelo dinâmico permite simular a resposta da temperatura do sistema a variações no acionamento do aquecedor, possibilitando observar o comportamento transitório e a aproximação ao regime permanente (APMONITOR, 2020).

O desenvolvedor do kit didático TCLab disponibiliza as especificações do *hardware* com os dados necessários para substituição dos parâmetros na Equação 9. O Quadro 1 apresentará uma adaptação dos valores de temperatura inicial e temperatura ambiente, ajustados de acordo com as condições locais em que o experimento foi realizado.

**Quadro 1 – Informações do dispositivo**

| Quantidade                                 | Valor  |
|--|--|
| Temperatura inicial ( $T_0$ )              | 301,15 K (28 °C)                                     |
| Temperatura ambiente ( $T_\infty$ )        | 301,15 K (28 °C)                                     |
| Saída do aquecedor ( $Q_i$ )               | 0 a 1 W (0 – 100%)                                   |
| Fator de aquecimento ( $\alpha$ )          | 0,01 W / (% aquecedor)                               |
| Calor específico ( $c_p$ )                 | 500 J/kg-K   |
| Área de superfície (A)                     | $1,2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ (12 $\text{cm}^2$ ) |
| Massa ( $m$ )                              | 0,004 kg (4 g)                                       |
| Coeficiente de transferência de calor (U)  | 10 $\text{W/m}^2\text{-K}$                           |
| Emissividade ( $\epsilon$ )                | 0,9  |
| Constante de Stefan Boltzmann ( $\sigma$ ) | $5,67 \times 10^{-8} \text{ W / m}^2\text{-K}^4$     |

Fonte: APMonitor (2020)

### 3.4 Linearização e Função de Transferência

Ao analisar a Equação 9, observa-se que o sistema possui uma derivada de primeira ordem, o que permite antecipar que seu comportamento dinâmico também será de primeira ordem. Para possibilitar a linearização do modelo, será empregada a expansão em série de Taylor. A Equação 15 pode, portanto, ser reescrita como uma função dependente da temperatura do transistor e da potência aplicada a ele, conforme apresentado na Equação 16.

$$f(T, Q_i) = \frac{dT}{dt} = \frac{\alpha}{mc_p} Q_i + \frac{UA}{mc_p} (T_\infty - T) + \frac{\epsilon\sigma A}{mc_p} (T_\infty^4 - T^4) \quad (16)$$

Antes da aplicação do método de Taylor, faz-se necessário determinar o ponto de equilíbrio do sistema, ou seja, a condição em que a resposta do sistema é nula. Logicamente, esse ponto ocorre quando a potência aplicada é igual a zero e a

temperatura do transistor corresponde à temperatura ambiente. A partir desse ponto de equilíbrio, aplica-se a série de Taylor conforme Equação 17.

$$\frac{dT}{dt} = \left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_{T_s, Q_{is}} (T - T_s) + \left. \frac{\partial f}{\partial Q_i} \right|_{T_s, Q_{is}} (Q_i - Q_{is}) + f(T_s, Q_{is}) \quad (17)$$

Onde:

- $Q_{is}$  = Potência aplicada no momento do equilíbrio
- $T_s$  = Temperatura do transistor no momento de equilíbrio

Ao realizar as derivadas parciais da Equação 17, obtêm-se as Equações 18 e posteriormente 19.

$$\frac{dT}{dt} = \left( -\frac{UA}{mc_p} - \frac{4\varepsilon\sigma A}{mc_p} T_s^3 \right) \Delta T + \left( \frac{\alpha}{mc_p} \right) \Delta Q + \left. \frac{dT}{dt} \right|_{T_s, Q_{is}} \quad (18)$$

$$\frac{d\Delta T}{dt} = \left( -\frac{UA}{mc_p} - \frac{4\varepsilon\sigma A}{mc_p} T_s^3 \right) \Delta T + \left( \frac{\alpha}{mc_p} \right) \Delta Q \quad (19)$$

A Equação 19 representa o modelo do sistema em sua forma linearizada, o que permite a aplicação da Transformada de Laplace, resultando na Equação 20.

$$\Delta T(s)s = \left( -\frac{UA}{mc_p} - \frac{4\varepsilon\sigma A}{mc_p} T_s^3 \right) \Delta T(s) + \left( \frac{\alpha}{mc_p} \right) \Delta Q(s) \quad (20)$$

Ao organizar a Equação 20, obtêm-se a função de transferência do sistema, apresentada na Equação 21.

$$\Delta T(s)s + \left( \frac{UA}{mc_p} + \frac{4\varepsilon\sigma A}{mc_p} T_s^3 \right) \Delta T(s) = \left( \frac{\alpha}{mc_p} \right) \Delta Q(s) \quad (21)$$

Ao organizar os termos a Equação 22 que representa a função transferência do sistema.

$$\frac{\Delta T(s)}{\Delta Q(s)} = \frac{\left(\frac{\alpha}{mc_p}\right)}{s + \left(\frac{UA}{mc_p} + \frac{4\varepsilon\sigma A}{mc_p} T_s^3\right)} \quad (22)$$

Para viabilizar a simulação e possibilitar a comparação dos resultados com o comportamento do hardware no domínio do tempo, aplicou-se a Transformada Inversa de Laplace à função de transferência representada pela Equação 22, obtendo-se assim sua resposta no tempo.

### 3.5 Identificação Experimental de Modelos de Primeira Ordem

Para a identificação experimental dos modelos e a posterior validação dos resultados, foi realizado um ensaio em malha aberta utilizando o dispositivo TCLab. Nesse teste, aplicou-se um degrau de entrada correspondente a 50% da capacidade do dispositivo, representado pela função  $u(t)$ , com o objetivo de observar a resposta térmica do sistema,  $y(t)$ . Essa resposta experimental foi utilizada como base para a comparação com os modelos desenvolvidos, os quais também foram submetidos a uma entrada degrau de mesma magnitude (50%), conforme ilustrado na Figura 9.

**Figura 9 – Resposta ao degrau em malha aberta**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

Na modelagem de sistemas dinâmicos, a obtenção precisa dos parâmetros do modelo é essencial para o desenvolvimento de controladores. Para isso, diferentes métodos clássicos são utilizados para estimar os parâmetros de ganho  $K$ , constante de tempo  $\tau$  e atraso de transporte  $L$ , a partir da resposta do sistema a uma entrada em degrau. Esses métodos partem da análise da curva de reação do sistema, que pode ser representada por uma função de transferência de primeira ordem com atraso de transporte, expressa pela Equação 23:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-Ls} \quad (23)$$

Após a identificação, os parâmetros  $K$ ,  $\tau$  e  $L$  são substituídos na equação 23, permitindo descrever matematicamente o comportamento dinâmico do processo e viabilizando o projeto de controladores. A seguir, são apresentados os principais métodos para a determinação desses parâmetros, que, apesar de diferenças nas abordagens, utilizam a mesma estrutura de ganho ( $K$ ) conforme Equação 24, diferenciando-se nas equações para a constante de tempo ( $\tau$ ) e o atraso de transporte ( $L$ ).

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u} \quad (24)$$

No método de Ziegler-Nichols, os parâmetros são obtidos a partir da análise da reta tangente traçada no ponto de maior inclinação da curva de reação do sistema. O atraso de transporte ( $L$ ) é determinado pelo intervalo entre a aplicação do degrau e o instante  $t_1$ , onde a reta tangente intercepta o valor inicial da resposta. A constante de tempo  $\tau$  é calculada como o intervalo entre  $t_1$  e  $t_2$ , instante em que a reta tangente intercepta o valor final da resposta (COELHO, 2004).

No método de Hägglund, a determinação de  $K$  e  $L$  segue o mesmo procedimento do método de Ziegler-Nichols, porém o cálculo da constante de tempo ( $\tau$ ) é calculada como o intervalo entre  $t_1$  e  $t_2$ , sendo  $t_2$  o instante no qual a reta tangente atinge 63% do valor final da resposta do sistema (COELHO, 2004).

O método de Smith também utiliza a análise da curva de reação, porém, diferentemente dos métodos de Ziegler-Nichols e Hägglund, não faz uso da reta tangente. Em vez disso, considera diretamente a curva natural de resposta do sistema para identificar os instantes  $t_1$  e  $t_2$ , correspondentes aos momentos em que a saída atinge 28,3% e 63,2% do valor final, respectivamente (COELHO, 2004). A partir desses pontos, os parâmetros da constante de tempo e atraso de transporte são calculados pelas seguintes equações 25 e 26 respectivamente.

$$\tau = 1,5 * (t_2 - t_1) \quad (25)$$

$$L = t_2 - \tau \quad (26)$$

De forma semelhante ao método de Smith, o método de Sundaresan e Krishnaswamy também se baseia diretamente na curva de reação do sistema, sem recorrer à reta tangente. Neste caso, são utilizados os instantes  $t_1$  e  $t_2$  correspondentes aos momentos em que a resposta atinge 35,3% e 85,3% do valor final, respectivamente (COELHO, 2004). A partir desses pontos, os parâmetros  $\tau$  e  $L$  são calculados pelas seguintes Equações 27 e 28.

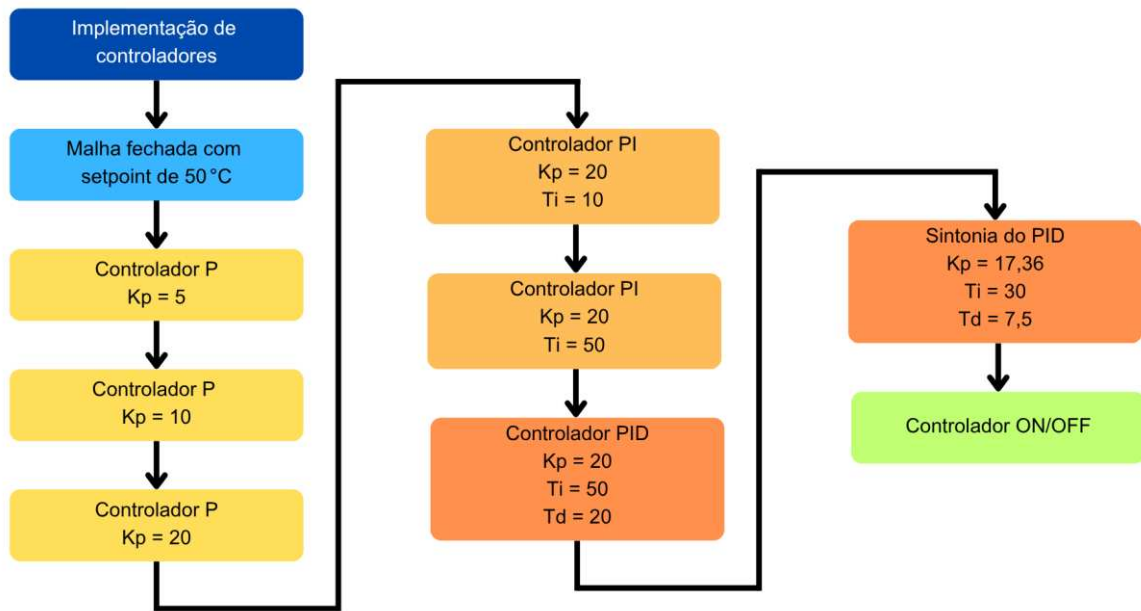
$$\tau = 0,67 * (t_2 - t_1) \quad (27)$$

$$L = 1,3 * t_1 - 0,29 * t_2 \quad (28)$$

### 3.6 Implementação de Controladores

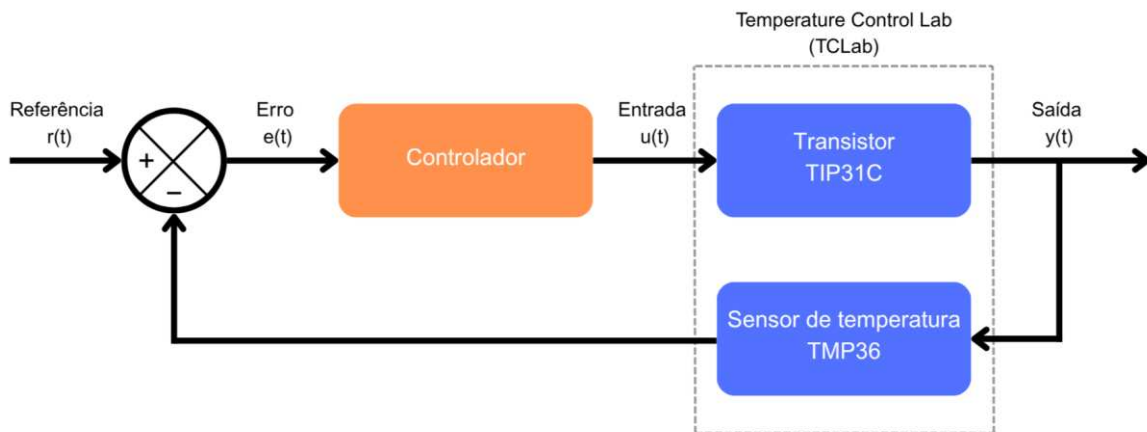
Para a aplicação dos controladores, o sistema foi configurado em malha fechada conforme mostra Figura 11, e valores arbitrários foram atribuídos aos parâmetros proporcional, integral e derivativo dos controladores PID. O objetivo foi observar, em cada simulação, os efeitos e os resultados proporcionados por essas configurações, tanto no comportamento do *hardware* quanto nos modelos matemáticos obtidos.

Figura 10 – Fluxograma dos controladores



Fonte: Autoria própria (2025)

Figura 11 – Sistema em malha fechada



Fonte: Autoria própria (2025)

A Equação 29 apresenta a formulação matemática contínua do controlador PID utilizada ao longo do processo de simulação. Essa equação descreve a combinação das ações proporcional, integral e derivativa, que atuam de forma conjunta para minimizar o erro entre a variável de referência e a variável de saída do sistema, ajustando o sinal de controle de acordo com o comportamento dinâmico observado.

Com base na Equação 29, o controlador foi implementado em linguagem Python, considerando as ações proporcional, integral e derivativa. A discretização e os ajustes necessários para sua aplicação prática, foram incorporados diretamente no código de controle. A descrição detalhada da implementação, bem como a correspondência entre a equação teórica e sua aplicação computacional, encontra-se no Apêndice A.

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (29)$$

Nesse formato, o termo proporcional age sobre o erro atual, o termo integral representa uma média dos erros passados, e o termo derivativo pode ser interpretado como uma previsão do comportamento futuro do erro, com base em uma extrapolação linear (ASTROM; MURRAY, 2006).

O primeiro experimento foi realizado com o sistema em malha fechada, adotando-se um *setpoint* de temperatura de 50 °C. Essa configuração teve como objetivo principal minimizar a interferência na comparação entre os modelos em malha fechada e os resultados previamente obtidos em malha aberta, permitindo uma análise mais coerente do comportamento dinâmico do sistema.

Em seguida, foi realizado o aumento progressivo do ganho proporcional para os valores 5, 10 e 20, com o intuito de analisar e comparar os efeitos resultantes tanto na planta real quanto nos modelos matemáticos. A partir dessas simulações, avaliou-se o desempenho dos modelos frente ao sistema real, bem como o impacto da ação de controle sobre o comportamento do *hardware*.

Quando se utiliza um controlador com ação integral, o erro é continuamente acumulado. Isso faz com que o termo integral possa crescer sem limitação, fenômeno conhecido como *windup*. Para que o sistema retorne à condição normal, é necessário que o erro apresente sinal oposto por um período prolongado, compensando esse acúmulo. Como consequência, qualquer controlador que possua ação integral está sujeito a gerar grandes transitórios sempre que o atuador entra em saturação (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 1995).

Para mitigar o efeito de *windup*, diversas técnicas podem ser aplicadas. No presente trabalho, optou-se pela implementação do método de integração condicional. Nesta abordagem, a ação integrativa é desabilitada sempre que o sinal de controle

atinge os limites de saturação, ou seja, quando a saída do controlador corresponde ao valor máximo (100%) ou mínimo (0%). Dessa forma, impede-se que o termo integral continue acumulando erro durante os períodos em que o atuador se encontra saturado, contribuindo para uma resposta mais estável e evitando grandes transientes na retomada do controle.

Posteriormente, o termo integral é adicionado ao controlador de forma progressiva, inicialmente com o valor 10 e, posteriormente, com o valor 50, com o objetivo de se observar as diferenças entre cada configuração. Os resultados são comparados nos modelos e no *hardware*, sendo posteriormente analisados.

Na etapa seguinte, o termo derivativo é adicionado ao controlador com o valor de 10, sendo a resposta do sistema simulada e comparada com o objetivo de se observar seu impacto tanto nos modelos quanto no *hardware*.

Posteriormente, é aplicada a sintonia do controlador PID por meio do método de Ziegler-Nichols, com o objetivo de evitar testes diretos na planta real até que se encontrem parâmetros capazes de controlar satisfatoriamente o sistema em torno do ponto de operação desejado (*setpoint*). Esse método pode ser utilizado em malha aberta, desde que o comportamento da resposta ao degrau do sistema apresente uma forma característica em “S” (OGATA, 2010).

Considerando que o método de Ziegler-Nichols já foi empregado anteriormente para a obtenção de um modelo matemático de primeira ordem com atraso, os mesmos parâmetros obtidos podem ser utilizados para a sintonia do controlador PID, conforme apresentado na Quadro 2.

**Quadro 2 – Regra de sintonia de Ziegler Nichols**

| Tipo de controlador | $K_p$            | $T_i$           | $T_d$       |
|---------------------|------------------|-----------------|-------------|
| <b>P</b>            | $\frac{T}{L}$    | $\infty$        | <b>0</b>    |
| <b>PI</b>           | $0,9\frac{T}{L}$ | $\frac{L}{0,3}$ | <b>0</b>    |
| <b>PID</b>          | $1,2\frac{T}{L}$ | <b>2L</b>       | <b>0,5L</b> |

Fonte: Ogata (2010)

Por fim, foi realizado um teste utilizando um controlador do tipo *on/off*, com o objetivo de verificar seu funcionamento e analisar os resultados obtidos tanto nos modelos matemáticos quanto no *hardware* real. Essa simulação teve como finalidade

demonstrar a aplicação de um controlador digital em situações em que não há disponibilidade de saídas proporcionais, sendo possível apenas o acionamento em dois estados: ligado ou desligado.

O controlador *on/off* opera aplicando potência máxima enquanto a variável de processo estiver abaixo do valor de referência (*setpoint*), desligando a atuação assim que o sistema atinge esse valor dentro de uma faixa de tolerância. Essa tolerância, característica desse tipo de controle, foi definida em 0,5 °C, valor comumente ajustado de acordo com os requisitos operacionais de estabilidade e precisão do sistema.

## 4 RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos ao longo do desenvolvimento do trabalho. Serão expostos os dados referentes a cada modelo matemático desenvolvido, bem como as comparações com o comportamento do sistema real. A partir dessas análises, é possível avaliar o desempenho dos modelos por meio do erro da simulação em relação ao hardware e aos modelos teóricos implementados.

Para aqueles que desejarem reproduzir as simulações ou acompanhar o desenvolvimento dos códigos utilizados, os arquivos estão disponíveis no Apêndice A, referentes à versão desenvolvida em linguagem Python, executada no ambiente VSCode. O repositório pode ser acessado por meio do link para o GitHub fornecido. Além disso, no Apêndice B, encontram-se os códigos convertidos para MATLAB, também disponíveis no GitHub, possibilitando a replicação dos testes ou a verificação dos resultados por outros interessados.

### 4.1 Equações Matemáticas dos Modelos Dinâmicos

A equação do modelo não linear, antes do ajuste, é obtida a partir da substituição dos valores apresentados no Quadro 1, que fornecem as informações físicas do dispositivo Temperature Control Lab (TCLab), na Equação 15, a qual representa o modelo algébrico do sistema. Ao realizar a substituição e a simplificação dos valores, obtém-se a Equação 30, que descreve a equação não linear do sistema dinâmico.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{200} Q_i + \frac{3}{500} (301,15 - T) + \frac{15309}{(50000 * 10^{10})} ((301,15)^4 - T^4) \quad (30)$$

No capítulo seguinte, observa-se que a Equação 30 não apresenta um comportamento que represente o sistema de forma precisa, principalmente devido ao erro observado em regime permanente. Diante disso, foi adotado um novo valor para o coeficiente de transferência de calor, reduzindo-o de 10 para 8, com o objetivo de melhorar o ajuste do modelo à realidade experimental. Após essa alteração, obtém-se uma nova equação que representa o modelo não linear ajustado, apresentada na Equação 31.

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{200} Q_i + \frac{3}{625} (301,15 - T) + \frac{15309}{(50000 * 10^{10})} ((301,15)^4 - T^4) \quad (31)$$

Após a linearização do modelo matemático, descrita no item 3.4, chegou-se à Equação 22, que representa a função de transferência do sistema de forma algébrica. Substituindo os valores físicos apresentados no Quadro 1 na Equação 22, com a devida adaptação do coeficiente de transferência de calor U, ajustado de 10 para 8 e considerando  $T_s$  como a temperatura do transistor em equilíbrio, correspondente à temperatura ambiente, obtém-se a função de transferência simplificada do sistema dinâmico, apresentada na Equação 32:

$$\frac{\Delta T(s)}{\Delta Q(s)} = \frac{0,005}{s + (0,00814)} \quad (32)$$

Após a simplificação, a função de transferência assume a forma apresentada na Equação 33.

$$\frac{\Delta T(s)}{\Delta Q(s)} = \frac{0,614}{123s + 1} \quad (33)$$

A Equação 33 permite identificar os parâmetros do modelo linearizado, com um ganho (K) igual a 0,614 e uma constante de tempo ( $\tau$ ) igual a 123. Por fim, aplicando a Transformada Inversa de Laplace à Equação 33, obtém-se a resposta temporal do sistema, descrita pela Equação 34:

$$y(t) = 0.00499 * e^{\frac{-t}{123}} \quad (34)$$

Buscando uma maior aproximação entre o modelo matemático e o comportamento real do sistema, foi incluído, de forma experimental, o atraso de transporte. A partir da análise do sistema, identificou-se um atraso de aproximadamente 15 segundos. Com a inclusão desse atraso ao modelo linear, obteve-se a Equação 35, a qual representa a função de transferência do sistema considerando o atraso de transporte.

$$G(s) = \frac{0,614}{123s + 1} e^{-15s} \quad (35)$$

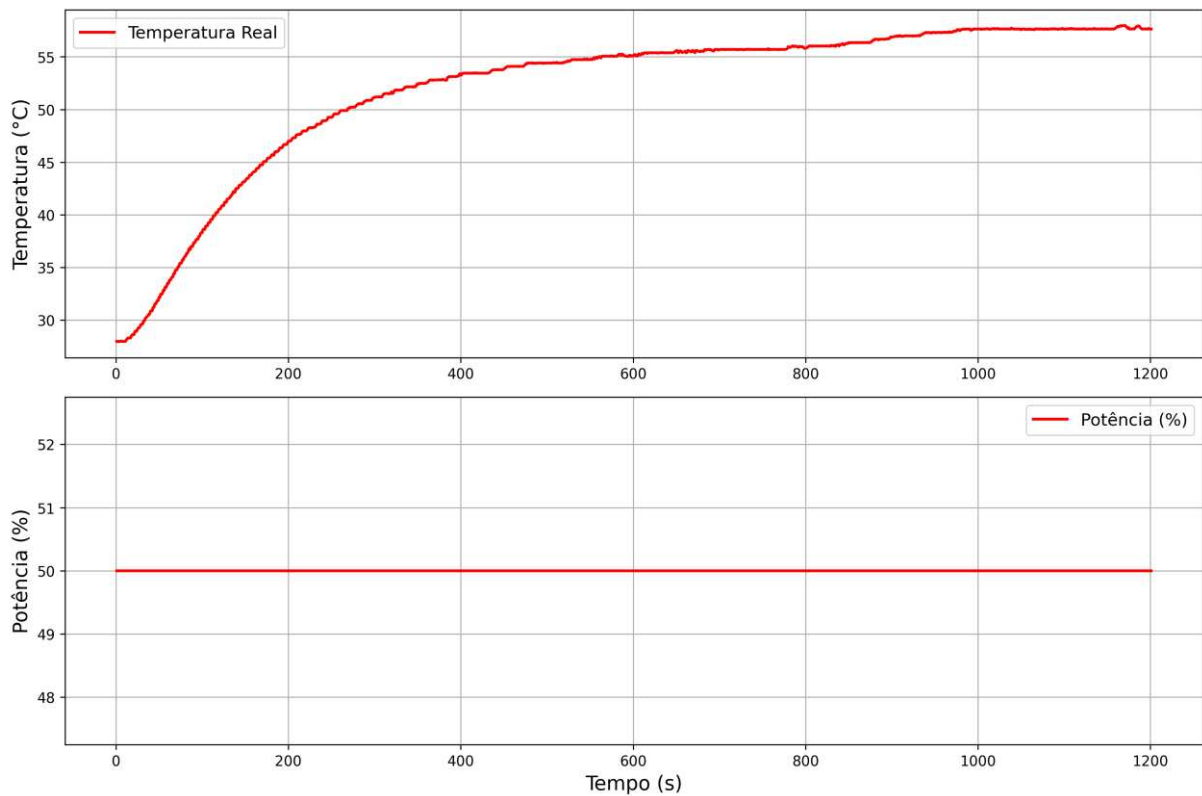
A aplicação da Transformada Inversa de Laplace à Equação 35 resulta na Equação 36, a qual representa o comportamento do sistema no domínio do tempo, considerando o atraso de transporte. Nessa equação, a função  $\mu(t - 15)$ , denominada função de Heaviside, indica que a resposta do sistema é iniciada apenas após o tempo de atraso estabelecido, ou seja, o sinal de entrada do tipo degrau é aplicado a partir de  $t = 15$  segundos.

$$y(t) = \mu(t - 15) * 0.00499 * e^{\frac{-t-15}{123}} \quad (36)$$

Para a obtenção dos modelos matemáticos de forma experimental, foi realizado um ensaio em malha aberta. Nesse procedimento, aplicou-se um degrau de entrada correspondente a 50% da potência máxima, com o objetivo de analisar a resposta do sistema e extrair os parâmetros necessários para a identificação dos demais modelos. A resposta obtida nesse experimento está apresentada na Figura 12.

Por meio do traçado de uma reta tangente no ponto de máxima inclinação da curva, e da avaliação dos valores de temperatura inicial e final, obtém-se os parâmetros necessários para a aplicação dos métodos de Ziegler-Nichols e Häggglund. Esse procedimento é ilustrado na Figura 13.

**Figura 12 – Resposta térmica do sistema em malha aberta**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

A Figura 13 demonstra que a reta tangente, traçada no ponto de máxima inclinação da curva de resposta do sistema, intercepta a linha correspondente ao valor de regime permanente aproximadamente aos 232 segundos e a linha referente ao valor inicial por volta dos 15 segundos. Com base nesses dados, os parâmetros do sistema são determinados pelo método de Ziegler-Nichols, sendo a constante de tempo ( $\tau$ ) igual a 217 segundos e o atraso de transporte ( $L$ ) igual a 15 segundos.

Como o valor de  $K$  é calculado da mesma forma para todos os modelos subsequentes, com base na modelagem experimental utilizada para a obtenção da função de transferência, adota-se o mesmo procedimento para sua determinação. Observa-se que a temperatura inicial do sistema é de 28 °C e a temperatura final é de 57,6 °C, resultando em uma variação de 29,6 °C. Essa variação permite o cálculo do ganho do sistema ( $K$ ) por meio da substituição dos valores na Equação 24, obtendo-se, assim, a Equação 37.

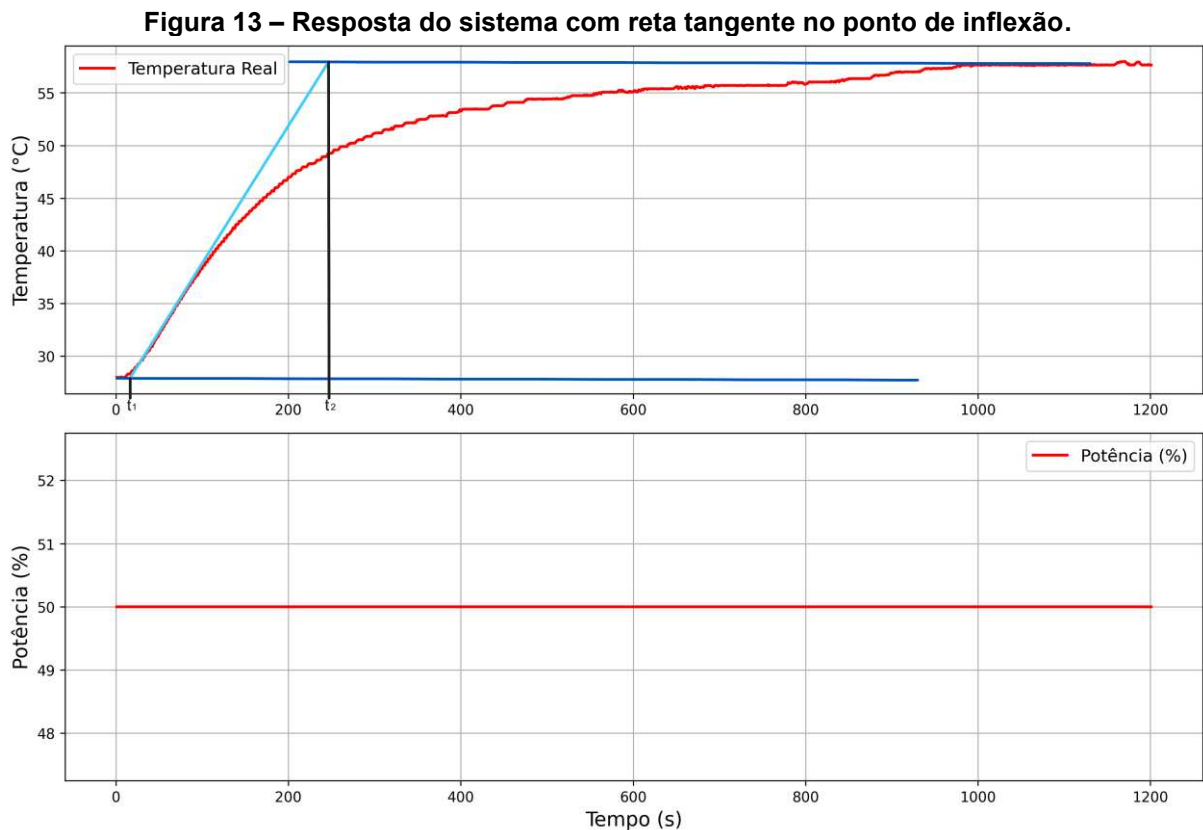
$$K = \frac{29,6}{50} = 0.592 \quad (37)$$

A partir dos parâmetros obtidos por meio do método de Ziegler-Nichols, torna-se possível definir a função de transferência correspondente ao modelo identificado, conforme apresentado na Equação 38.

$$G(s) = \frac{0,592}{217s + 1} e^{-15s} \quad (38)$$

A aplicação da transformada inversa de Laplace na Equação 38 resulta na Equação 39, que representa o modelo de Ziegler-Nichols no domínio do tempo.

$$y(t) = \mu(t - 15) * 0.00272 * e^{-\frac{t-15}{217}} \quad (39)$$



Fonte: Autoria própria (2025)

De acordo com o método de Hägglund, descrito no item 3.5, e considerando que a variação total de temperatura é de 29,6 °C, conforme apresentado na Equação 37, procede-se ao cálculo multiplicando essa variação por 0,63 e somando à temperatura inicial de 28°C. Esse procedimento resulta em uma temperatura de 46,65 °C. Com esse valor, analisa-se a Figura 17 para identificar o instante em que a

temperatura atinge 46,65 °C, o qual corresponde ao tempo  $t_2$ , determinado em 195 segundos. Dessa forma, o valor da constante de tempo ( $\tau$ ), de acordo com o método de Hägglund, é igual a 180 segundos.

Com os parâmetros obtidos, determina-se a função de transferência do sistema pelo método de Hägglund, representada na Equação 40.

$$G(s) = \frac{0,592}{180s + 1} e^{-15s} \quad (40)$$

A aplicação da transformada inversa de Laplace na Equação 40 resulta na Equação 41, que representa o modelo de Hägglund no domínio do tempo.

$$y(t) = \mu(t - 15) * 0.00328 * e^{\frac{-t-15}{180}} \quad (41)$$

De acordo com o método de Smith, descrito no item 3.5, para a determinação do tempo  $t_1$  considera-se a variação total de temperatura de 29,6 °C. Multiplicando esse valor por 0,283 e somando à temperatura inicial de 28 °C, obtém-se uma temperatura de 36,38 °C, correspondente ao instante  $t_1$  igual a 83 segundos.

Na sequência, para determinar o tempo  $t_2$ , aplica-se o mesmo procedimento: multiplica-se a variação de 29,6 °C por 0,632 e adiciona-se à temperatura inicial, resultando em uma temperatura de 46,71 °C, a qual ocorre no tempo  $t_2$  igual a 199 segundos.

Com os valores de  $t_1$  e  $t_2$  definidos, calculam-se os parâmetros da constante de tempo ( $\tau$ ) e atraso de transporte ( $L$ ), conforme os critérios estabelecidos nas Equações 25 e 26. Os resultados desses cálculos estão expressos nas Equações 42 e 43.

$$\tau = 1,5 * (199 - 83) = 174 \quad (42)$$

$$L = 199 - 174 = 25 \quad (43)$$

Com os parâmetros  $K$ ,  $\tau$  e  $L$  previamente determinados, a função de transferência do sistema, obtida pelo método de Smith, é representada na Equação 44.

$$G(s) = \frac{0,592}{174s + 1} e^{-25s} \quad (44)$$

Ao aplicar a transformada inversa de Laplace à Equação 44, obtém-se a Equação 45, que representa o modelo de Smith no domínio do tempo.

$$y(t) = \mu(t - 25) * 0.00340 * e^{\frac{-t-25}{174}} \quad (45)$$

Conforme descrito no item 3.5, pelo método de Sundaresan e Krishnaswamy, a determinação do tempo  $t_1$  é realizada multiplicando-se a variação de temperatura de 29,6 °C por 0,353 e somando-se à temperatura inicial de 28 °C, obtendo-se uma temperatura de 38,45 °C, a qual ocorre no instante  $t_1$  igual a 101 segundos.

Da mesma forma, para determinar o tempo  $t_2$ , multiplica-se a mesma variação de temperatura por 0,853 e adiciona-se à temperatura inicial, resultando em 53,25 °C, valor que corresponde ao instante  $t_2$  igual a 398 segundos.

Substituindo os valores de  $t_1$  e  $t_2$  nas Equações 27 e 28, determinam-se os parâmetros da constante de tempo ( $\tau$ ) e atraso de transporte ( $L$ ), conforme apresentado nas Equações 46 e 47.

$$\tau = 0,67 * (398 - 101) = 199 \quad (46)$$

$$L = 1,3 * 101 - 0,29 * 398 = 16 \quad (47)$$

Com os parâmetros obtidos, determina-se a função de transferência correspondente ao modelo de Sundaresan e Krishnaswamy, conforme representado na Equação 48.

$$G(s) = \frac{0,592}{199s + 1} e^{-16s} \quad (48)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace à Equação 48, obtém-se a função no domínio do tempo correspondente ao modelo de Sundaresan e Krishnaswamy, conforme apresentada na Equação 49.

$$y(t) = \mu(t - 16) * 0.00297 * e^{\frac{-t-16}{199}} \quad (49)$$

Com os modelos matemáticos obtidos, torna-se possível comparar os valores de seus respectivos parâmetros, proporcionando uma previsão preliminar do comportamento do sistema e da posterior validação dos resultados. Os parâmetros de cada modelo linear estão apresentados no Quadro 3.

**Quadro 3 – Comparação dos parâmetros dos modelos lineares**

| <b>Modelos lineares de primeira ordem com atraso de transporte</b> | <b>K</b> | <b><math>\tau</math></b> | <b>L</b> |
|--|----------|--------------------------|----------|
| Modelo por parâmetros físicos                                      | 0,614    | 123                      | 15       |
| Modelo de Ziegler Nichols  | 0,592    | 217                      | 15       |
| Modelo de Hägglund   | 0,592    | 180                      | 15       |
| Modelo de Smith  | 0,592    | 174                      | 25       |
| Modelo de Sundaresan e Krishnaswamy                                | 0,592    | 199                      | 16       |

**Fonte: Autoria própria (2025)**

Observa-se que o ganho (K) apresenta valores semelhantes entre os modelos, variando de 0,592 a 0,614, o que indica uma boa consistência na relação entre a entrada e a saída do sistema. Este parâmetro representa a variação total da saída em relação à variação da entrada, ou seja, define o quanto a saída do sistema se altera quando há uma mudança na entrada após atingir o regime permanente.

Quanto à constante de tempo ( $\tau$ ), nota-se uma variação significativa, sendo o menor valor obtido pelo modelo físico de 123 segundos e o maior pelo método de Ziegler-Nichols com 217 segundos. Este parâmetro está diretamente associado à velocidade de resposta do sistema. Quando  $\tau$  é pequeno, o sistema responde de forma mais rápida às variações da entrada. Por outro lado, valores elevados de  $\tau$  indicam que o sistema apresenta uma resposta mais lenta e com maior inércia.

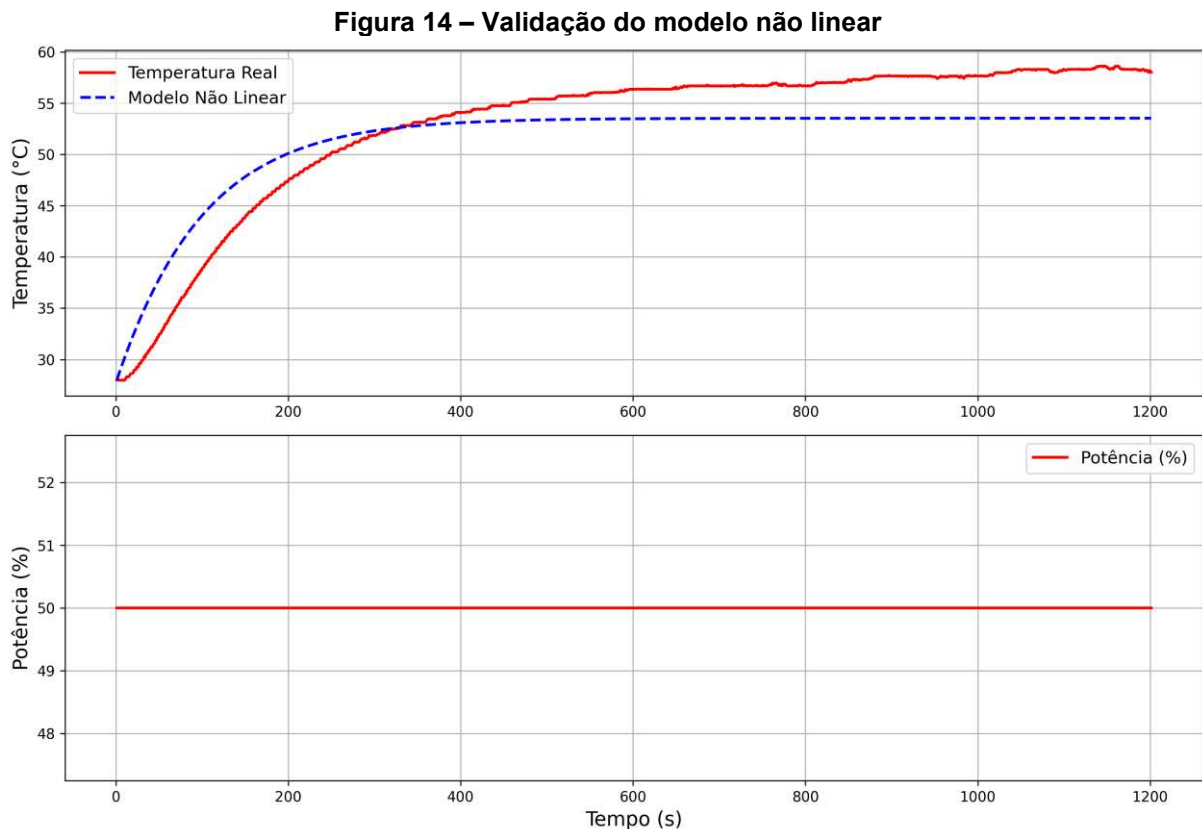
Em relação ao atraso de transporte (L), observa-se que ele permanece constante em 15 segundos para a maioria dos modelos, com exceção do modelo de Smith, que apresenta um atraso maior com 25 segundos, e do modelo de Sundaresan e Krishnaswamy, que registra um pequeno aumento para 16 segundos. Essas

variações impactam significativamente no erro do modelo, principalmente durante o período transitório.

## 4.2 Validação dos Modelos Dinâmicos

Nesta seção, realiza-se a validação dos modelos matemáticos obtidos na Seção 4.1, por meio da comparação de seu desempenho com o comportamento do sistema dinâmico real do Temperature Control Lab (TCLab).

A Figura 14 apresenta a comparação entre os resultados obtidos com o modelo não linear, representado pela Equação 30, e a resposta experimental do sistema real no Temperature Control Lab (TCLab), considerando a aplicação de um degrau de 50% na entrada do sistema.



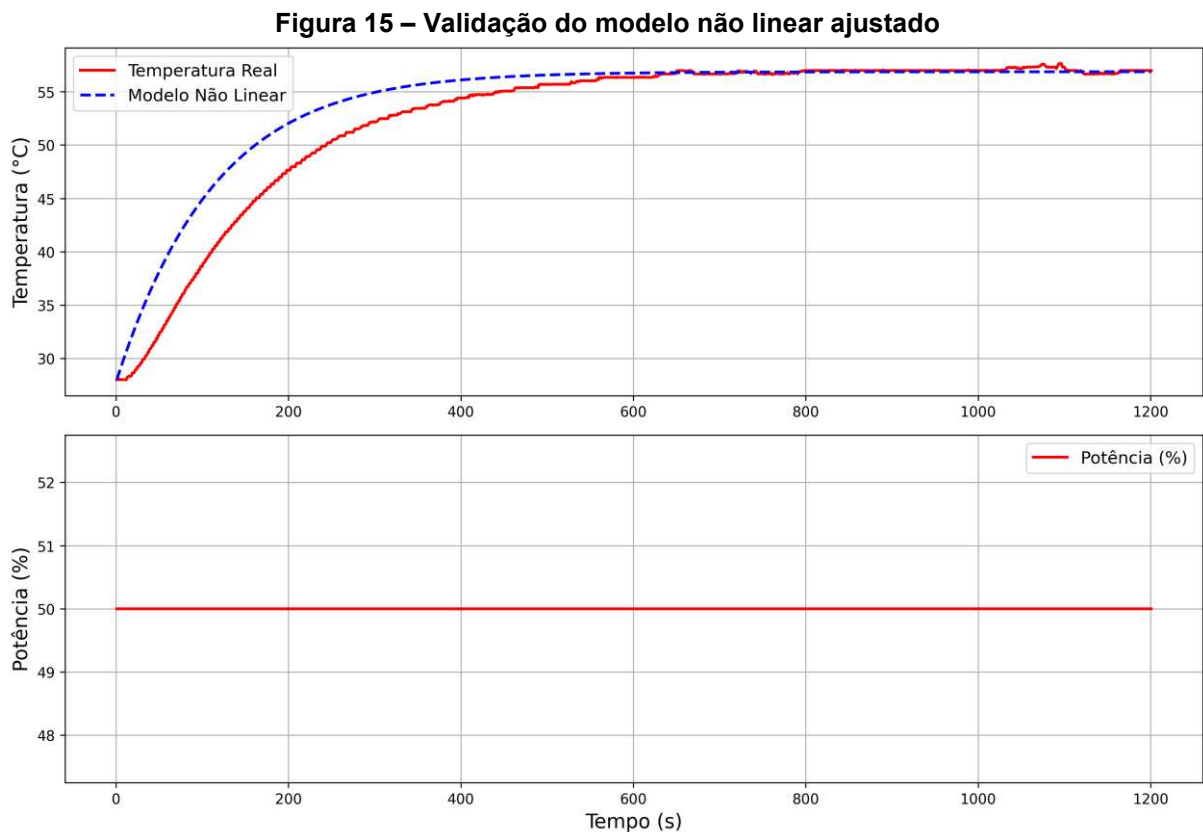
**Fonte: Autoria própria (2025)**

Conforme observado na Figura 14, o modelo não linear apresentou um erro médio absoluto (MAE) de 3,14 °C e um erro percentual médio absoluto (MAPE) de 6,20% em relação à temperatura real. Em regime permanente, a diferença chegou a cerca de 5 °C, o que pode ser considerado significativo, uma vez que a variação total de temperatura durante o experimento foi de aproximadamente 30 °C.

Com o objetivo de reduzir esse erro e aprimorar a precisão do modelo, procedeu-se ao ajuste de alguns parâmetros inicialmente fornecidos pelo desenvolvedor, de forma a melhor representar as condições específicas do ambiente experimental. Ressalta-se que determinados parâmetros físicos, como a massa do corpo, o calor específico do material, a área de superfície, a emissividade e a constante de Stefan-Boltzmann, não podem ser alterados, pois correspondem a propriedades físicas intrínsecas do sistema.

Por outro lado, o coeficiente de transferência de calor, diretamente influenciado pelas condições de ventilação e pelo fluxo de ar ao redor do dispositivo, pode ser ajustado. Da mesma forma, o fator de aquecimento é considerado uma variável passível de calibração. Assim, adotou-se um novo valor para o coeficiente de transferência de calor, reduzindo-o de 10 para 8, com o intuito de tornar o modelo mais aderente ao comportamento observado experimentalmente.

Dessa forma, a equação ajustada do modelo não linear, considerando os novos parâmetros, é apresentada na Equação 31 e a sua comparação entre os resultados obtidos com o novo ajuste é apresentada na Figura 15.



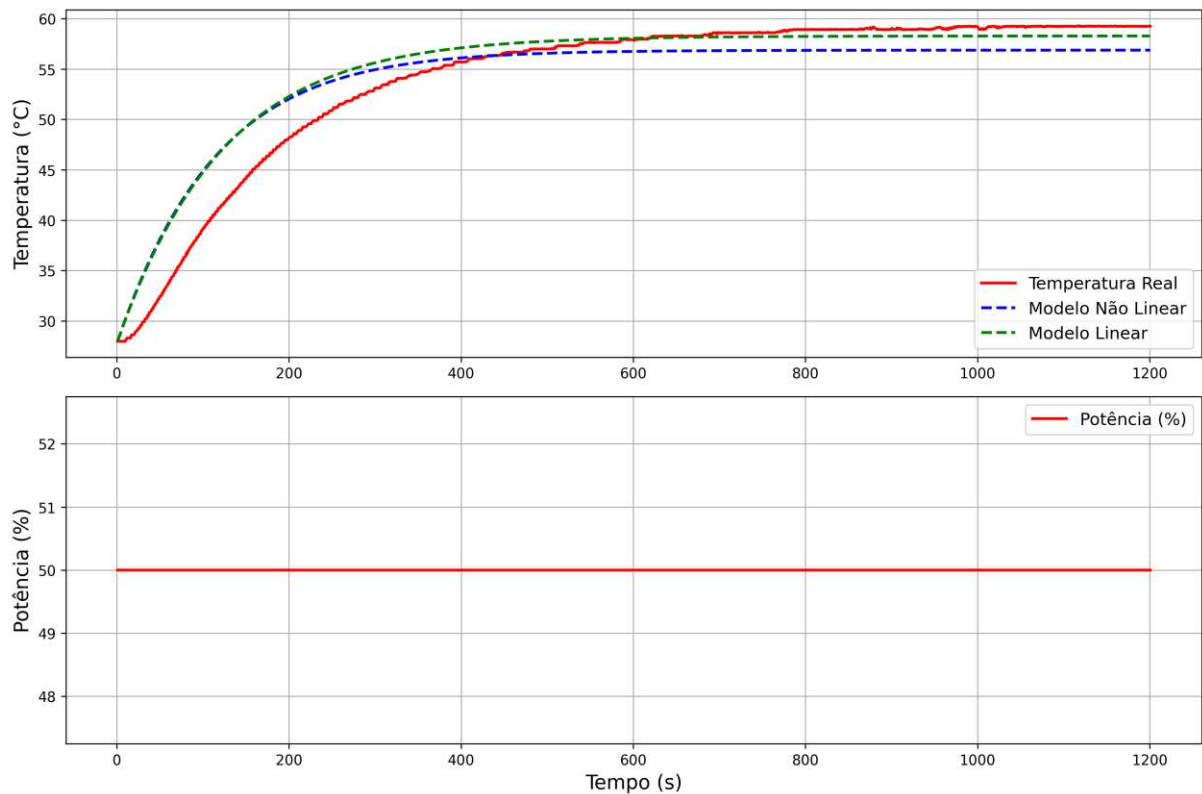
**Fonte: Autoria própria (2025)**

Conforme ilustrado na Figura 15, o ajuste do coeficiente de transferência de calor para o valor de 8 aprimorou o desempenho do modelo não linear, reduzindo o erro médio absoluto (MAE) de 3,14 °C para 1,59 °C e o erro percentual médio absoluto (MAPE) de 6,20% para 3,67%. Essa melhora está diretamente relacionada à eliminação praticamente total do erro em regime permanente.

Observa-se, entretanto, que as principais divergências entre o modelo e a resposta experimental permanecem concentradas no regime transitório, devido à ausência da consideração do atraso de transporte no modelo atual.

Outro modelo analisado foi o modelo linear, obtido a partir dos parâmetros físicos do sistema e representado pela Equação 34, que descreve seu comportamento no domínio do tempo. A validação desse modelo foi realizada por meio da comparação com a resposta do sistema dinâmico real, utilizando uma entrada em degrau de 50%. A Figura 16 apresenta essa comparação, contemplando o modelo não linear, o modelo linear e o comportamento experimental observado no dispositivo Temperature Control Lab (TCLab).

**Figura 16 – Comparação dos modelos linear e não linear ajustado**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

Conforme pode ser observado na Figura 16, o modelo linear apresentou desempenho inferior em relação ao modelo não linear, especialmente em regime permanente. O erro médio absoluto (MAE) do modelo não linear em comparação aos dados experimentais foi de 2,26 °C e o erro percentual médio absoluto (MAPE) foi de 4,7%, enquanto o modelo linear apresentou um erro médio absoluto (MAE) de 1,71 °C e erro percentual médio absoluto (MAPE) de 3,76%.

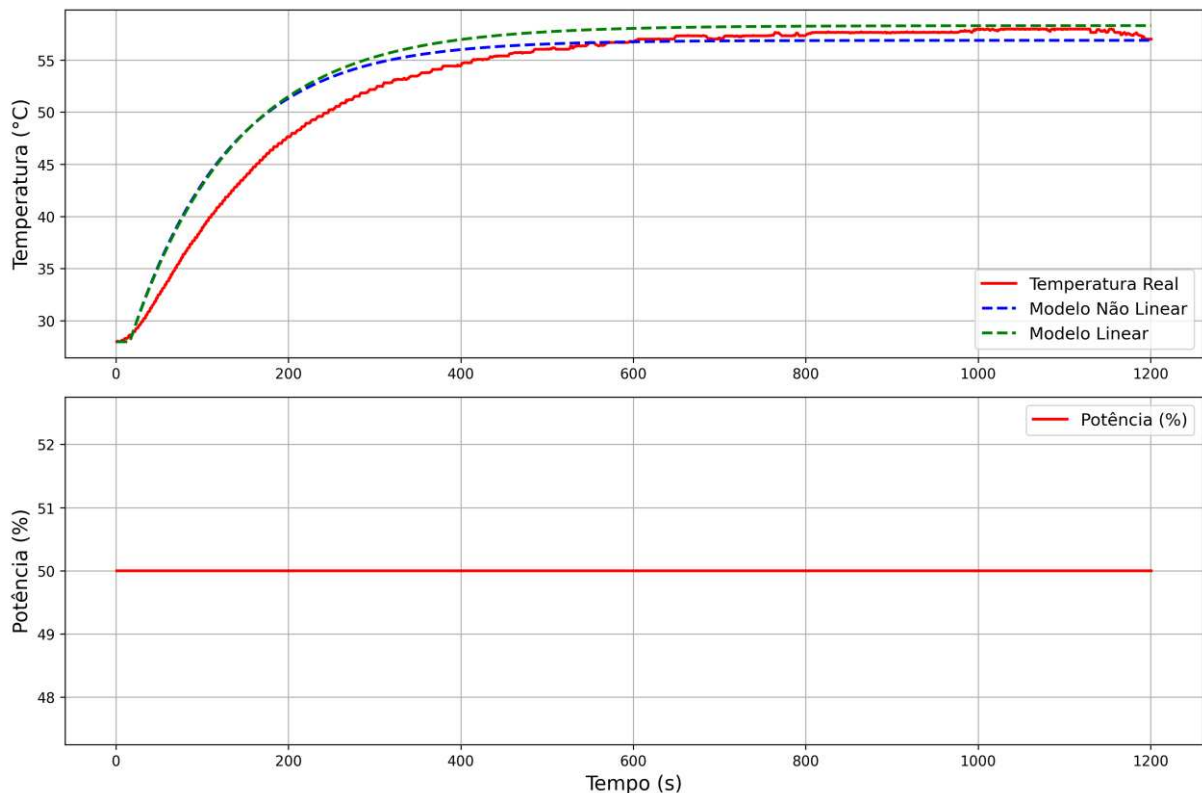
A maior amplitude observada na resposta do modelo linear está associada às simplificações adotadas durante o processo de linearização, que não reproduz com precisão os mecanismos de dissipação de calor por radiação e convecção presentes no sistema real. Além disso, observa-se que o maior percentual de erro ocorre no regime transitório, consequência da ausência da consideração do atraso de transporte, característico de sistemas térmicos. Esse atraso impacta significativamente a resposta dinâmica inicial, sendo, portanto, essencial sua inclusão para uma modelagem mais precisa do comportamento térmico durante os transitórios.

Visando uma melhor performance do sistema, especialmente a redução do erro durante os regimes transitórios, adota-se a consideração do atraso de transporte. Para o modelo não linear, é imposta uma condição de inicialização após 15 segundos,

permitindo que o sistema comece a responder adequadamente. Já para o modelo linear, com base nos parâmetros físicos, o atraso de transporte é incorporado conforme representado pela Equação 36.

Com a inclusão do atraso de transporte em ambos os modelos, não linear e linear, procede-se a uma nova validação. O resultado dessa análise é apresentado na Figura 17.

**Figura 17 – Comparação com atraso de transporte dos modelos linear e não linear ajustado**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

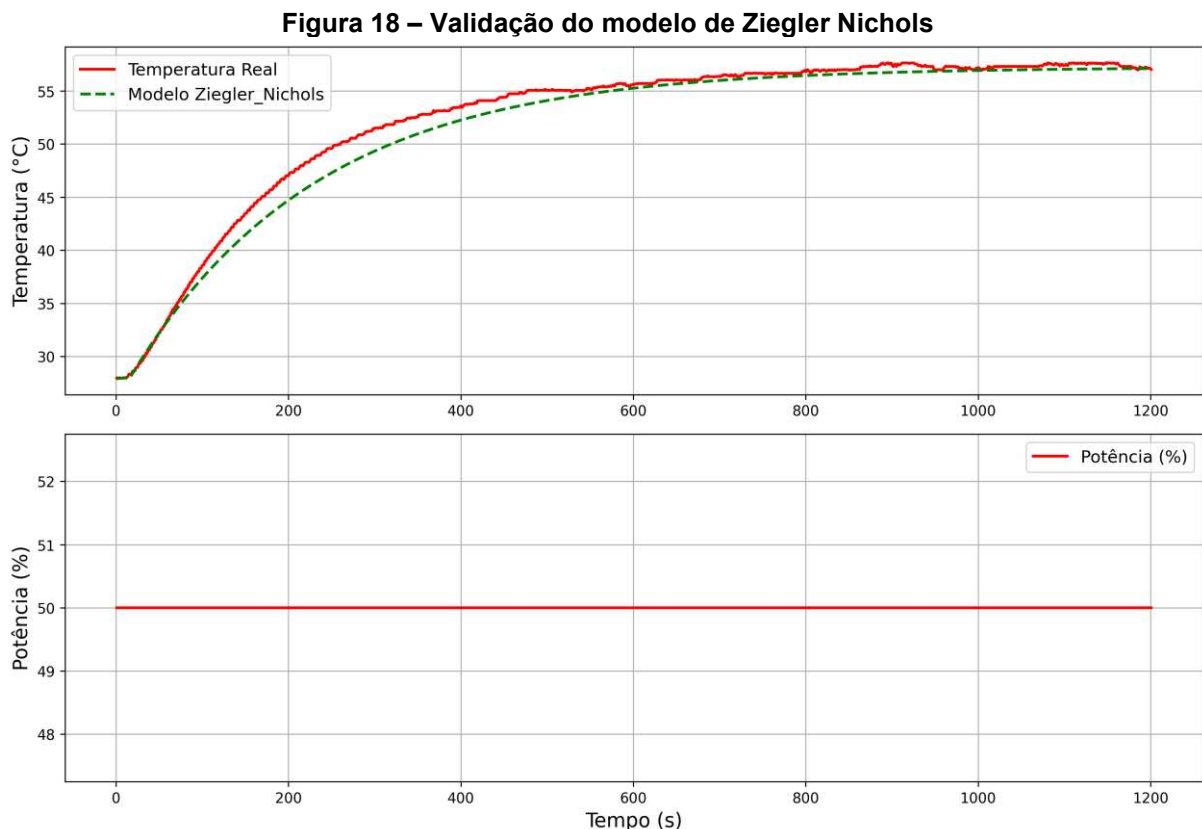
A Figura 17 evidencia que a adição do atraso de transporte aos modelos resultou em uma redução do erro absoluto para ambos os casos. No modelo não linear, o erro médio absoluto (MAE) diminuiu de 2,26 °C para 1,41 °C e o erro percentual médio absoluto (MAPE) de 4,7% para 2,99%, enquanto no modelo linear houve uma redução do erro médio absoluto (MAE) de 1,71 °C para 1,68 °C e o erro percentual médio absoluto (MAPE) de 3,76% para 3,48%. A principal divergência entre os modelos e os dados experimentais permanece concentrada no período transitório, durante o qual ambos os modelos apresentam uma taxa de crescimento mais acentuada em comparação ao comportamento real do sistema. Essa discrepância sugere que, embora a inclusão do atraso de transporte tenha contribuído para a melhoria do desempenho dos modelos, ainda persistem limitações na

representação precisa da dinâmica do sistema. A temperatura real do dispositivo na comparação com atraso de transporte alcança temperaturas inferiores as mostradas na Figura 16, causadas por perturbações externas, como a variação da temperatura ambiente.

#### 4.2.1 Modelos experimentais

Esta subseção apresenta a continuidade do processo de validação dos modelos matemáticos desenvolvidos. Diferentemente dos modelos anteriores, baseados nos parâmetros físicos do dispositivo, os modelos aqui analisados foram obtidos experimentalmente.

O primeiro modelo considerado é o obtido por meio do método de Ziegler-Nichols, cuja representação no domínio do tempo é dada pela Equação 39. A comparação entre o comportamento desse modelo matemático e a resposta real do *hardware* é apresentada na Figura 18.

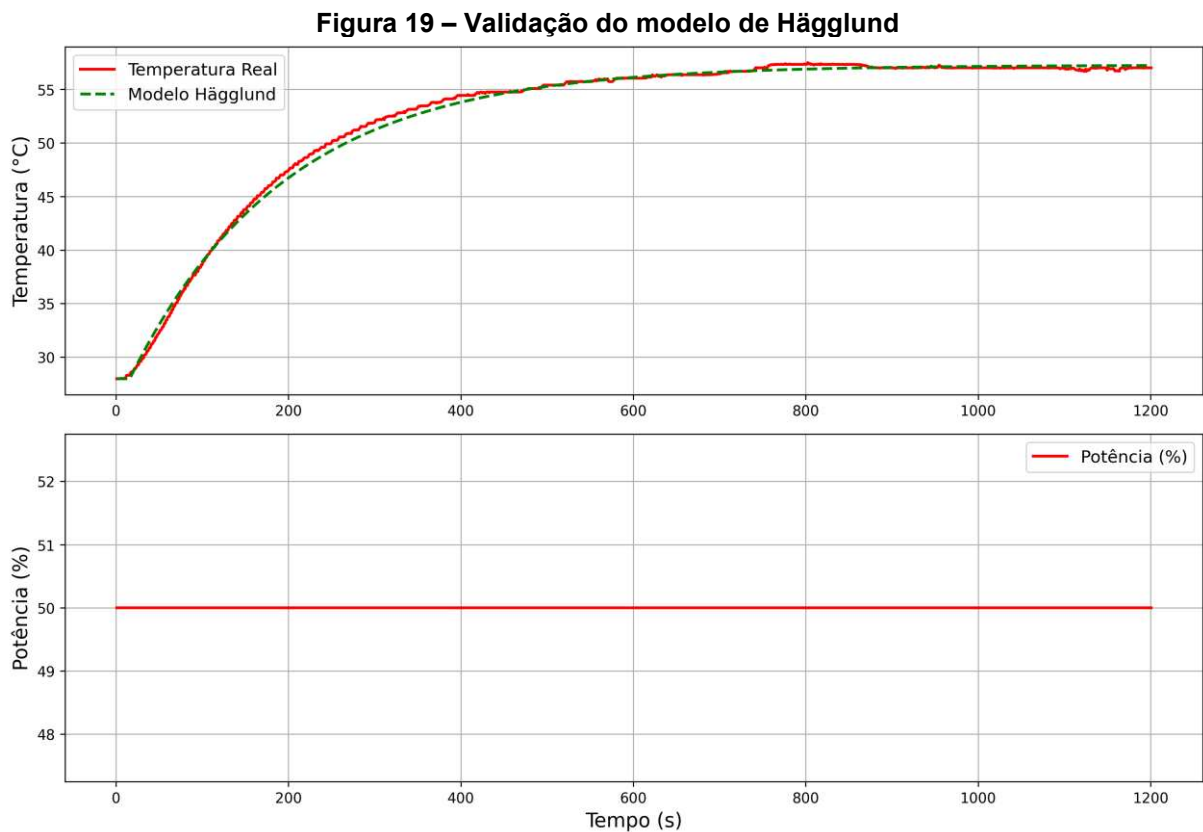


**Fonte: Autoria própria (2025)**

Na Figura 18, observa-se que o modelo obtido por meio do método de Ziegler-Nichols apresentou um erro médio absoluto (MAE) de 0,86 °C e erro percentual médio absoluto (MAPE) de 1,71%, desempenho superior aos modelos anteriores baseados

em parâmetros físicos e equações diferenciais. Esse resultado evidencia a eficácia da técnica de identificação experimental na representação do comportamento dinâmico do sistema. No entanto, o maior desvio entre o modelo e os dados experimentais ainda ocorre no período transitório: após os 80 segundos de simulação até aproximadamente 600 segundos, o sistema real apresenta um crescimento mais rápido do que o previsto pelo método de Ziegler-Nichols.

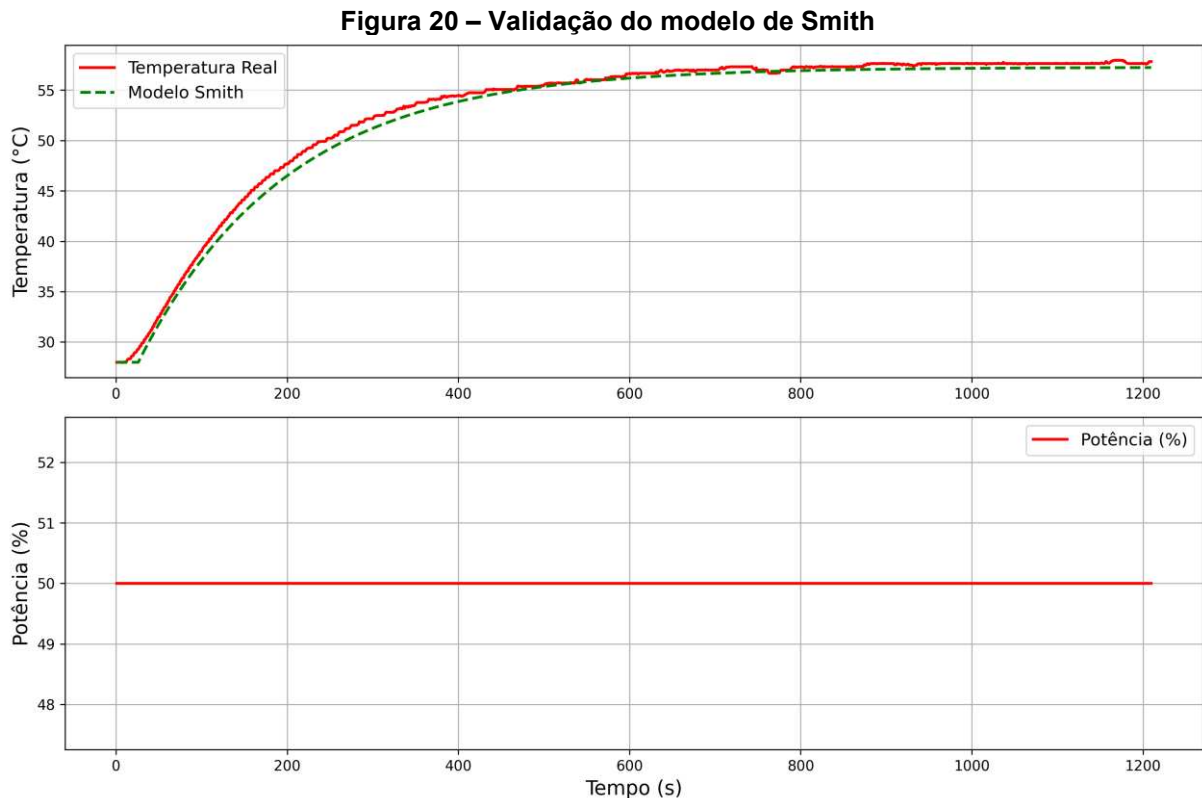
O segundo modelo considerado é o obtido por meio do método de Hägglund, cuja representação no domínio do tempo é dada pela Equação 41. A comparação entre o comportamento desse modelo matemático e a resposta real do *hardware* é apresentada na Figura 19.



**Fonte: Autoria própria (2025)**

A Figura 19 mostra que o modelo obtido por meio do método de Hägglund apresentou um erro médio absoluto (MAE) de 0,31 °C e erro percentual médio absoluto (MAPE) de 0,63% em relação aos dados experimentais. Esse resultado indica uma correspondência precisa entre o modelo e o comportamento do sistema dinâmico, tanto no regime transitório quanto no regime permanente. Esse desempenho reforça a capacidade do modelo em representar com fidelidade a resposta térmica do sistema.

Outro método utilizado para a representação do sistema dinâmico é o método de Smith. A Equação 45 apresenta a forma do modelo no domínio do tempo. A validação desse modelo, realizada por meio da comparação entre sua resposta e os dados experimentais do TCLab, é apresentada na Figura 20.

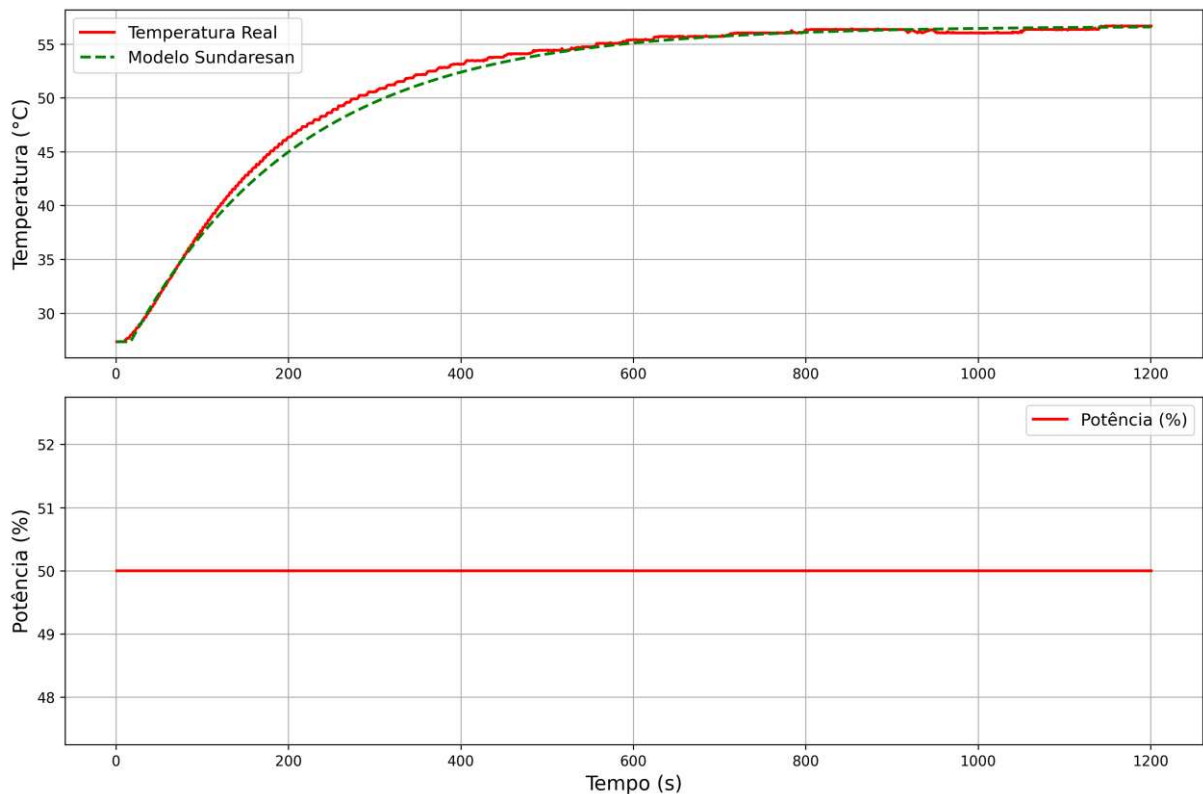


**Fonte: Autoria própria (2025)**

Conforme ilustrado na Figura 20, o método de Smith apresentou um erro médio absoluto (MAE) de 0,58 °C e erro percentual médio absoluto (MAPE) de 1,18% em relação à temperatura real do sistema, mantendo um pequeno desvio ao longo da maior parte do período analisado. O método forneceu uma resposta mais conservadora, permanecendo ligeiramente abaixo dos valores observados durante quase todo o intervalo considerado.

O último modelo experimental a ser validado é o de Sundaresan e Krishnaswamy, cuja representação no domínio do tempo é dada pela Equação 49. A validação desse modelo, realizada por meio da comparação entre sua resposta e os dados experimentais obtidos a partir do TCLab, é apresentada na Figura 21.

**Figura 21 – Validação do modelo de Sundaresan e Krishnaswamy**

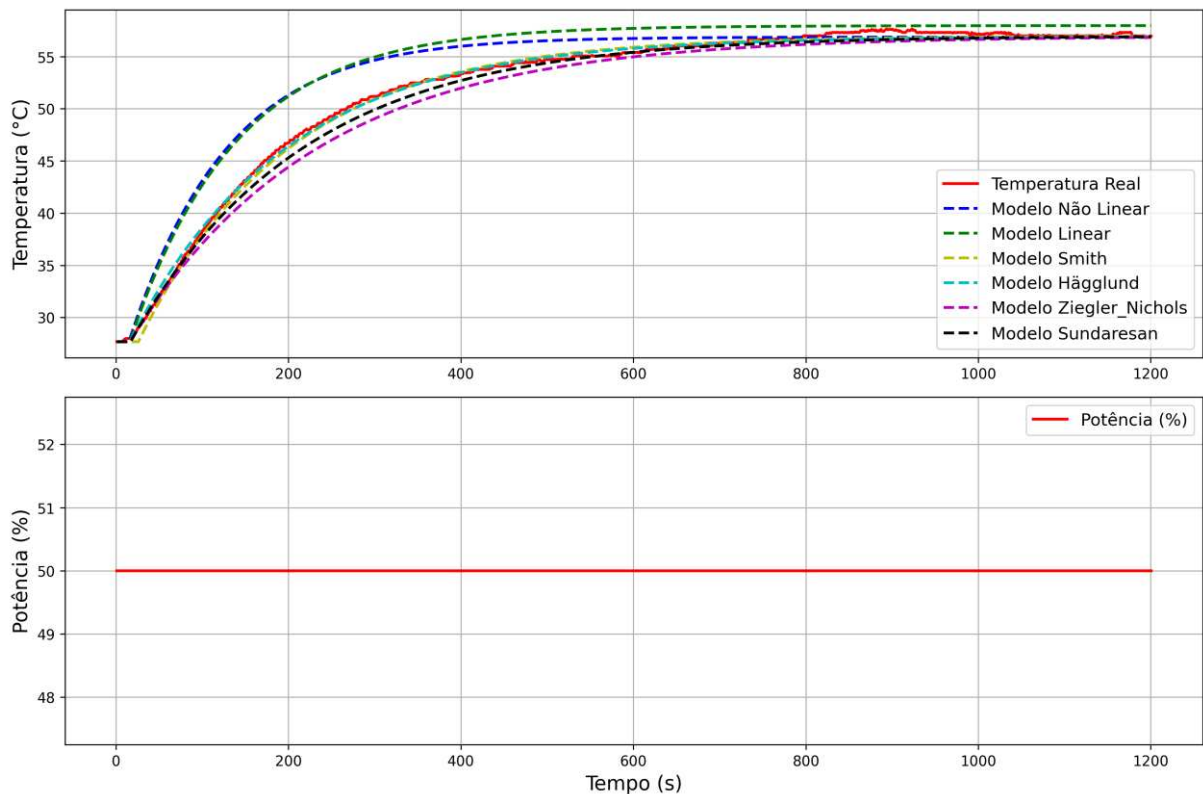


**Fonte: Autoria própria (2025)**

Conforme ilustrado na Figura 21, o método de Sundaresan e Krishnaswamy apresentou um erro médio absoluto (MAE) de  $0,43\text{ }^{\circ}\text{C}$  e erro percentual médio absoluto (MAPE) de  $0,88\%$  em relação à temperatura real do sistema. Verifica-se um pequeno desvio durante o regime transitório, entre 120 e 500 segundos, enquanto nos intervalos iniciais, até 120 segundos, e em regime permanente, o erro torna-se praticamente nulo.

Tendo em vista que, a cada simulação, o experimento pode ter sido influenciado por perturbações externas, como variações na temperatura ambiente, fluxo de ar e umidade, realizou-se uma comparação entre todos os modelos simulados e o sistema real do TCLab, com o intuito de identificar o modelo que apresentou o melhor desempenho. Essa comparação é ilustrada na Figura 22.

**Figura 22 – Comparação entre os modelos em malha aberta**



Fonte: Autoria própria (2025)

**Quadro 4 – Erro médio dos modelos em malha aberta**

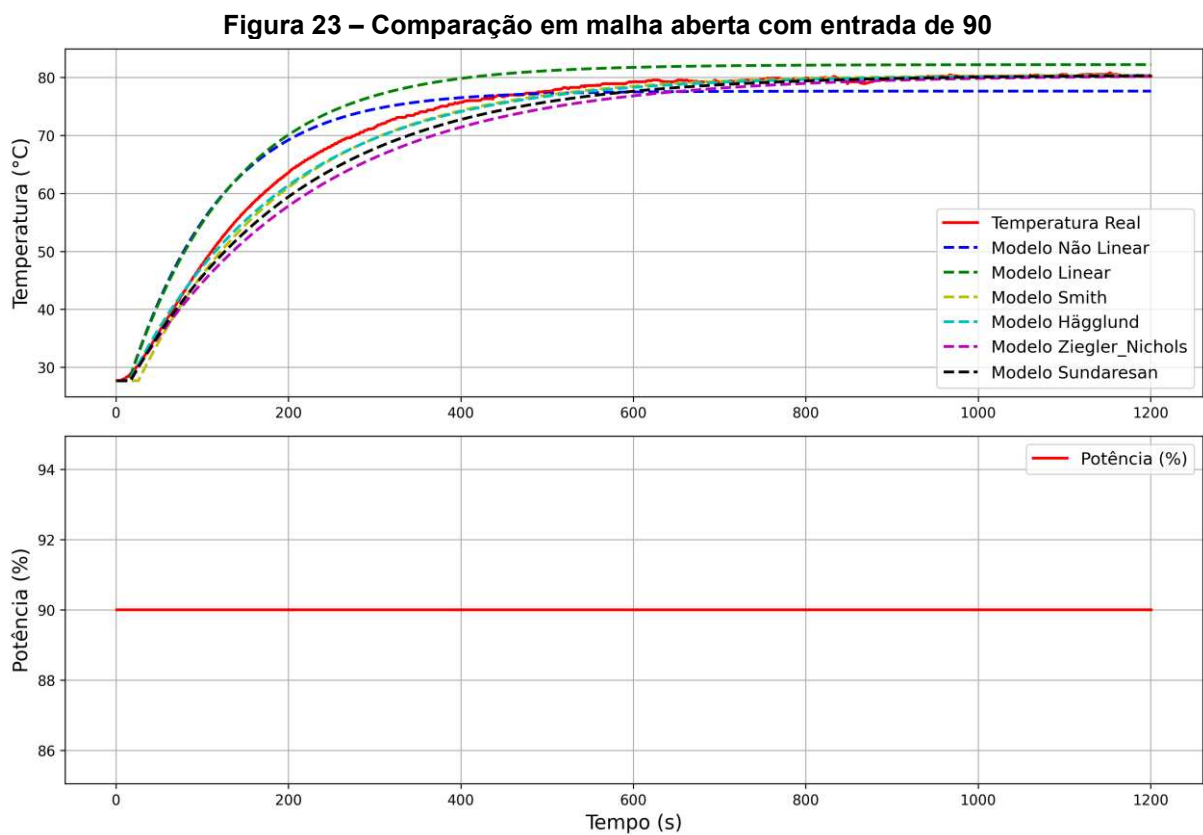
| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 1,76 °C                   | 3,77 %                                |
| Linear          | 2,21 °C                   | 4,54 %                                |
| Smith           | 0,35 °C                   | 0,72 %                                |
| Hägglund        | 0,32 °C                   | 0,63 %                                |
| Ziegler Nichols | 0,96 °C                   | 1,89 %                                |
| Sundaresan      | 0,55 °C                   | 1,09 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

Conforme ilustrado no Quadro 4, todos os métodos experimentais utilizados para o levantamento dos modelos matemáticos de primeira ordem com atraso de transporte apresentaram erro médio absoluto inferior a 1 °C ao longo do período total de simulação, que foi de 20 minutos. No presente estudo, os métodos obtidos experimentalmente demonstraram desempenho superior ao método baseado na análise física do dispositivo, cujos erros médios absolutos foram de 1,76 °C e 2,21 °C, respectivamente.

Entre os modelos avaliados, o que apresentou o melhor desempenho em malha aberta foi o método de Hägglund, com erro médio absoluto de 0,32 °C.

Com o objetivo de realizar uma última validação dos modelos matemáticos em malha aberta, o valor da entrada foi alterado de 50% para 90%. Essa variação teve como propósito verificar se os modelos obtidos são capazes de representar o comportamento do sistema em diferentes níveis de entrada. A comparação entre os resultados simulados e o sistema real está ilustrada na Figura 23.



**Fonte: Autoria própria (2025)**

**Quadro 5 – Erro médio dos modelos em malha aberta com entrada de 90**

| <b>Modelo</b>   | <b>Erro médio absoluto (MAE)</b> | <b>Erro percentual médio absoluto (MAPE)</b> |
|-----------------|----------------------------------|--|
| Não linear      | 2,71 °C                          | 4,27 %                                       |
| Linear          | 3,52 °C                          | 5,37 %                                       |
| Smith           | 0,90 °C                          | 1,48 %                                       |
| Hägglund        | 0,79 °C                          | 1,17 %                                       |
| Ziegler Nichols | 2,24 °C                          | 3,30 %                                       |
| Sundaresan      | 1,51 °C                          | 2,23 %                                       |

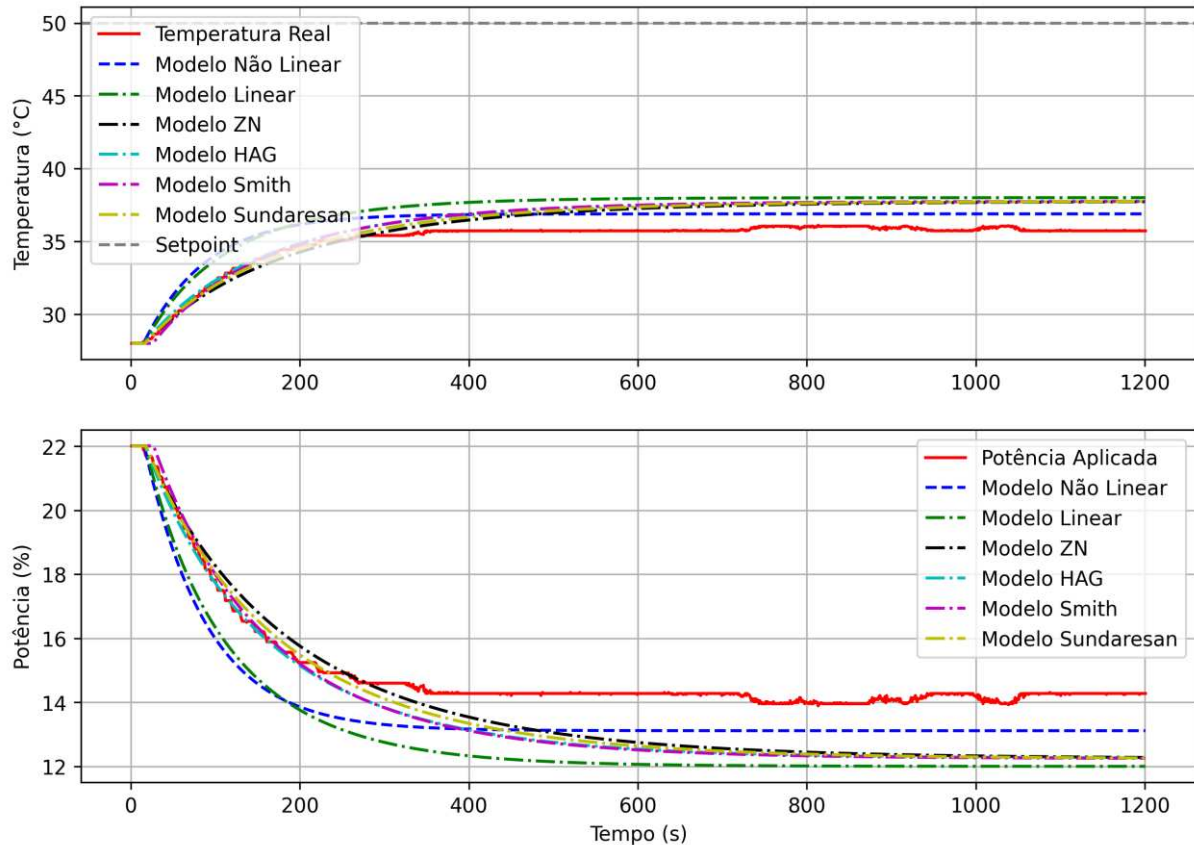
**Fonte: A autoria própria (2025)**

Conforme ilustrado no Quadro 5, todos os métodos experimentais utilizados para o levantamento dos modelos matemáticos de primeira ordem com atraso de transporte apresentaram, novamente, desempenho superior ao método baseado na análise física do dispositivo. No entanto, diferentemente da condição anterior, em que a entrada foi fixada em 50% e todos os modelos lineares mantiveram erro médio absoluto inferior a 1 °C, com o aumento da entrada para 90% apenas os modelos de Smith e Hägglund mantiveram esse nível de desempenho. O modelo de Hägglund, assim como nas validações anteriores, foi o que apresentou a melhor representação do sistema térmico TCLab, com erro médio absoluto de 0,79 °C.

### **4.3 Análise dos Controladores**

Nesta seção, realiza-se a análise do comportamento dos modelos em malha fechada, com a inclusão dos controladores. Considera-se que o sistema responda proporcionalmente ao erro em relação ao ponto de referência (*setpoint*), fixado em 50 °C, conforme detalhado no item 3.6. O desempenho dos modelos sob essa configuração é apresentado na Figura 24.

**Figura 24 – Comparação entre os modelos em malha fechada**



Fonte: Autoria própria (2025)

**Quadro 6 – Erro médio dos modelos em malha fechada**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 1,17 °C                   | 3,35 %                                |
| Linear          | 1,93 °C                   | 5,48 %                                |
| Smith           | 1,32 °C                   | 3,71 %                                |
| Hägglund        | 1,31 °C                   | 3,66 %                                |
| Ziegler Nichols | 1,19 °C                   | 3,34 %                                |
| Sundaresan      | 1,23 °C                   | 3,46 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

A Figura 24 mostra que, em malha fechada, os modelos obtidos por meio de métodos experimentais apresentam erro reduzido durante o regime transitório, até aproximadamente 300 segundos e em regime permanente este erro aumenta e se estabiliza em torno de 2°C. Além disso, todos os modelos lineares, incluindo aquele baseado em parâmetros físicos, convergem para um mesmo valor em regime permanente, de aproximadamente 37°C.

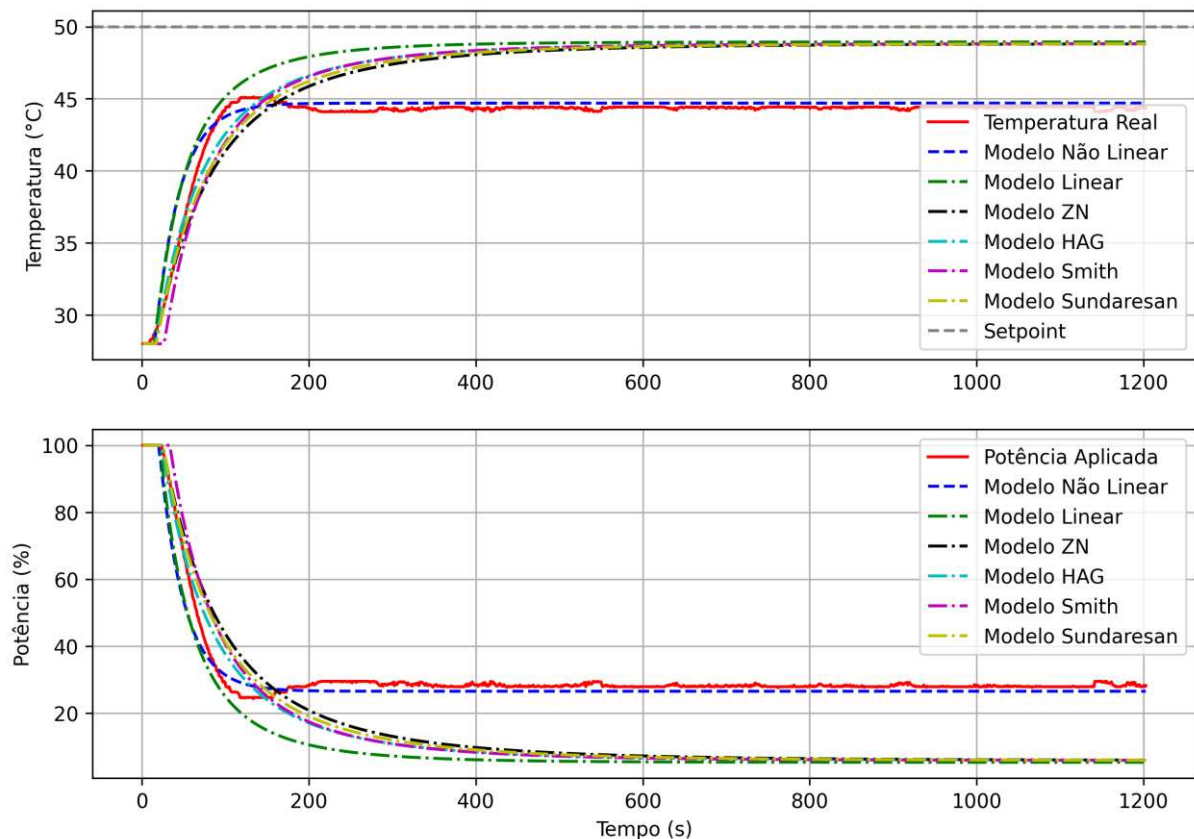
Conforme apresentado no Quadro 6, o modelo linear baseado na análise física é o que apresenta o maior erro tanto no regime transitório quanto no regime permanente, com erro médio absoluto, de 1,93 °C. Embora os modelos baseados em parâmetros físicos tenham apresentado os maiores erros durante o regime transitório, em regime permanente o modelo não linear foi o que obteve o menor erro, resultando no melhor desempenho ao final da simulação, com erro médio absoluto de 1,17 °C.

Ainda de acordo com a Figura 24, verifica-se que, mesmo com a utilização do sistema em malha fechada, não foi possível atingir o valor de temperatura desejado de 50 °C, permanecendo uma diferença de aproximadamente 14 °C para que o sistema real atingisse esse valor.

#### 4.3.1 Controlador P

Com o objetivo de reduzir o erro entre a temperatura do sistema e o valor de referência, foi implementado um controlador proporcional com ganho  $K_p$  igual a 5. O resultado dessa implementação é apresentado na Figura 25.

**Figura 25 – Comparação com controlador P ( $K_p = 5$ )**



Fonte: Autoria própria (2025)

**Quadro 7 – Erro médio dos modelos com controlador P ( $K_p = 5$ )**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 0,45 °C                   | 1,09 %                                |
| Linear          | 4,06 °C                   | 9,24 %                                |
| Smith           | 3,74 °C                   | 8,49 %                                |
| Hägglund        | 3,64 °C                   | 8,23 %                                |
| Ziegler Nichols | 3,58 °C                   | 8,09 %                                |
| Sundaresan      | 3,58 °C                   | 8,17 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

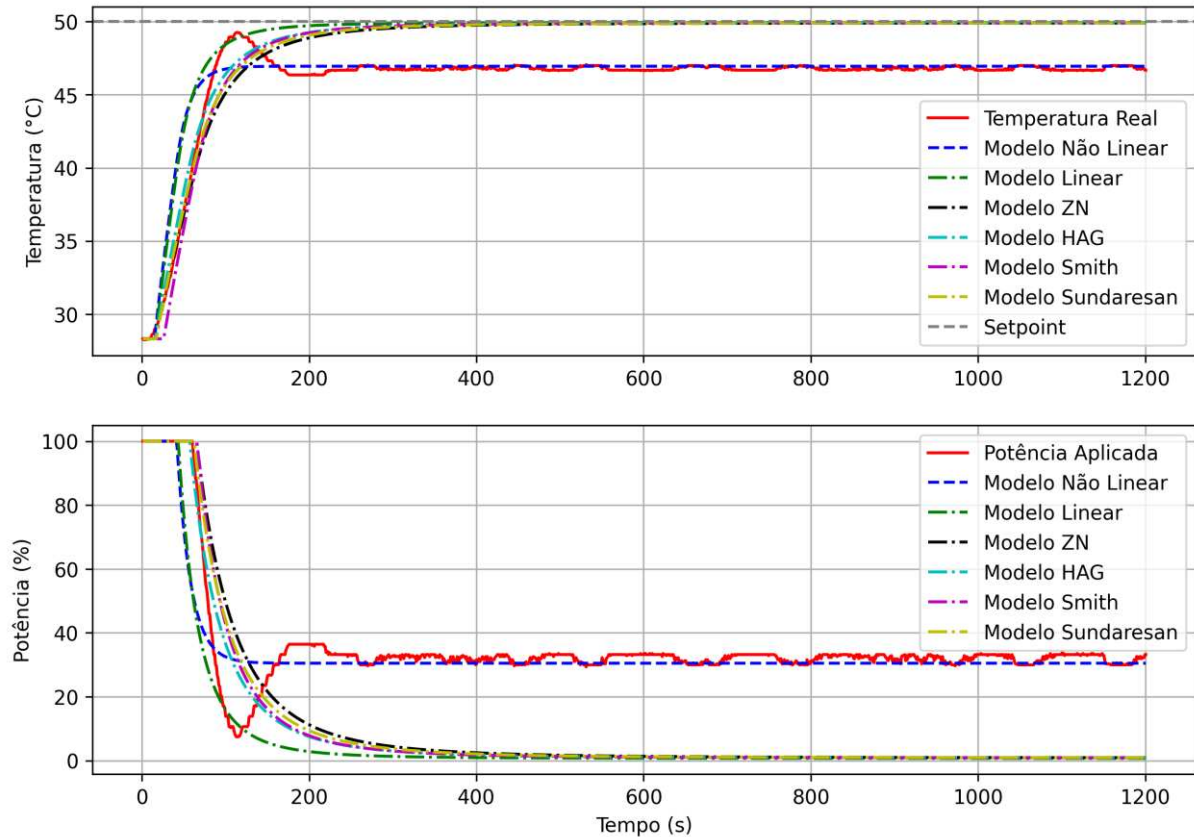
A Figura 25 mostra que, assim como no experimento anterior, os modelos lineares apresentam um crescimento e se estabilizam no mesmo ponto em regime permanente, mantendo um erro de aproximadamente 4 °C em relação ao sistema real.

O Quadro 7 evidencia que o modelo não linear, mais uma vez, obteve o melhor desempenho, com erro médio absoluto de 0,45 °C e erro praticamente nulo em regime permanente. Em contraste, os modelos lineares apresentaram erros superiores a 3,5 °C.

Além disso, observa-se que a adição do controlador proporcional resultou em uma redução significativa no erro de temperatura em relação ao *setpoint*. No experimento anterior, o sistema real apresentava um desvio de aproximadamente 14 °C em regime permanente, enquanto com o controle proporcional esse erro foi reduzido para cerca de 5 °C.

Com o intuito de reduzir ainda mais o erro entre a temperatura do sistema e o valor de referência, foi implementado um controlador proporcional com ganho  $K_p$  igual a 10. O resultado dessa implementação é apresentado na Figura 26.

**Figura 26 – Comparação com controlador P ( $K_p = 10$ )**



Fonte: Autoria própria (2025)

**Quadro 8 – Erro médio dos modelos com controlador P ( $K_p = 10$ )**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 0,46 °C                   | 1,11 %                                |
| Linear          | 2,97 °C                   | 6,47 %                                |
| Smith           | 2,83 °C                   | 6,09 %                                |
| Hägglund        | 2,77 °C                   | 5,96 %                                |
| Ziegler Nichols | 2,76 °C                   | 5,91 %                                |
| Sundaresan      | 2,75 °C                   | 5,90 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

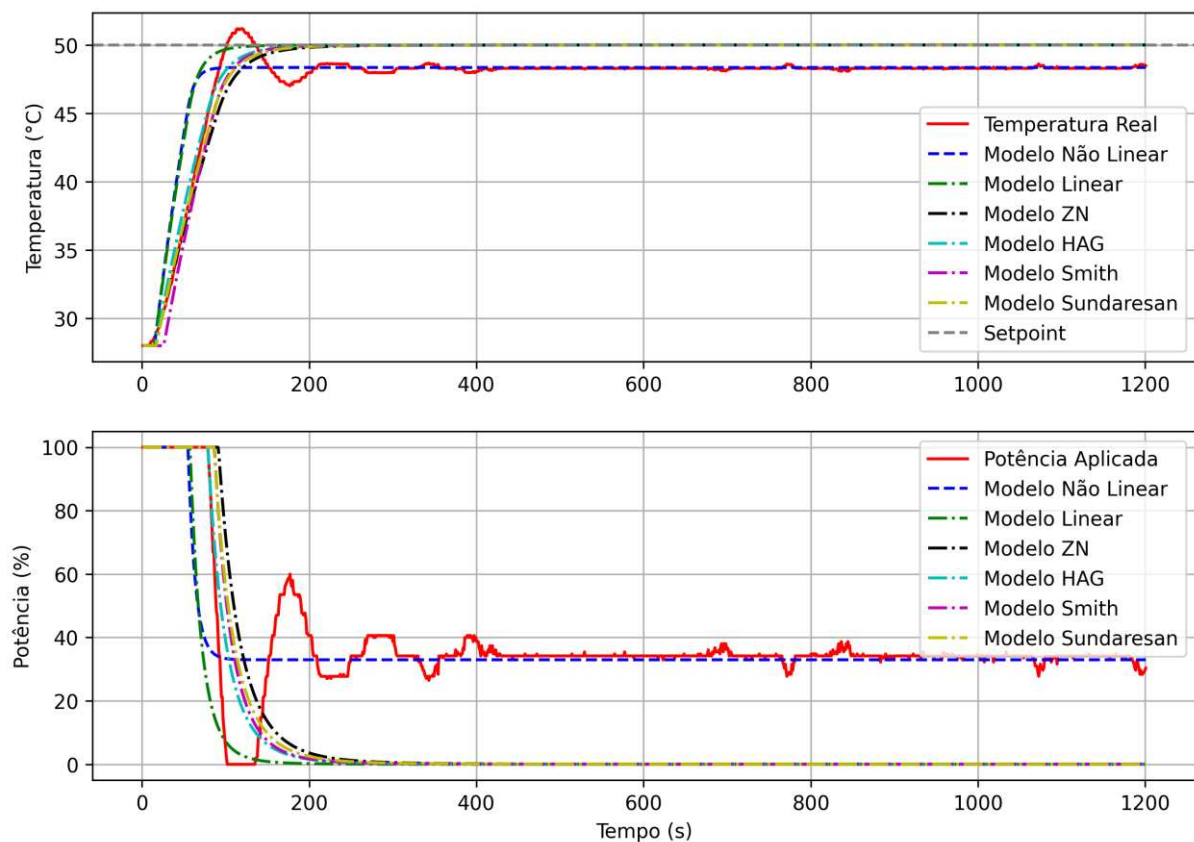
A Figura 26 apresenta um comportamento semelhante ao da simulação anterior para os modelos lineares, todos apresentam crescimento e estabilização, agora em torno de 50 °C, com um erro de aproximadamente 3 °C em relação ao sistema real em regime permanente.

Conforme o Quadro 8, o modelo não linear, mais uma vez, apresentou o menor erro médio absoluto, com 0,46 °C. Já os modelos lineares apresentaram erros médios absolutos variando entre 2,75 °C e 2,97 °C.

Observa-se também que o sistema real apresentou um overshoot em relação ao seu valor de regime permanente com o aumento do ganho proporcional, estabilizando-se posteriormente com o modelo não linear em 47 °C. O aumento do ganho  $K_p$  de 5 para 10 resultou na redução do erro em relação ao setpoint, diminuindo de aproximadamente 5 °C para 3 °C.

Com o objetivo de reduzir ainda mais o erro em relação ao *setpoint* e analisar o comportamento do sistema, será implementado um controlador proporcional com  $K_p$  igual a 20, cujos resultados são apresentados na Figura 27.

**Figura 27 – Comparação com controlador P ( $K_p = 20$ )**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

**Quadro 9 – Erro médio dos modelos com controlador P ( $K_p = 20$ )**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 0,48 °C                   | 1,15 %                                |
| Linear          | 1,84 °C                   | 3,98 %                                |
| Smith           | 1,69 °C                   | 3,56 %                                |
| Hägglund        | 1,63 °C                   | 3,42 %                                |
| Ziegler Nichols | 1,67 °C                   | 3,48 %                                |
| Sundaresan      | 1,64 °C                   | 3,41 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

A Figura 27 apresenta um comportamento semelhante ao da simulação anterior para os modelos lineares, todos demonstram crescimento e estabilização, novamente em torno de 50 °C, com erro de aproximadamente 2 °C em relação ao sistema real em regime permanente.

Conforme o Quadro 9, o modelo não linear, mais uma vez, apresentou o menor erro médio absoluto, com 0,48 °C. Os modelos lineares, por sua vez, apresentaram erros médios absolutos entre 1,64 °C e 1,84 °C.

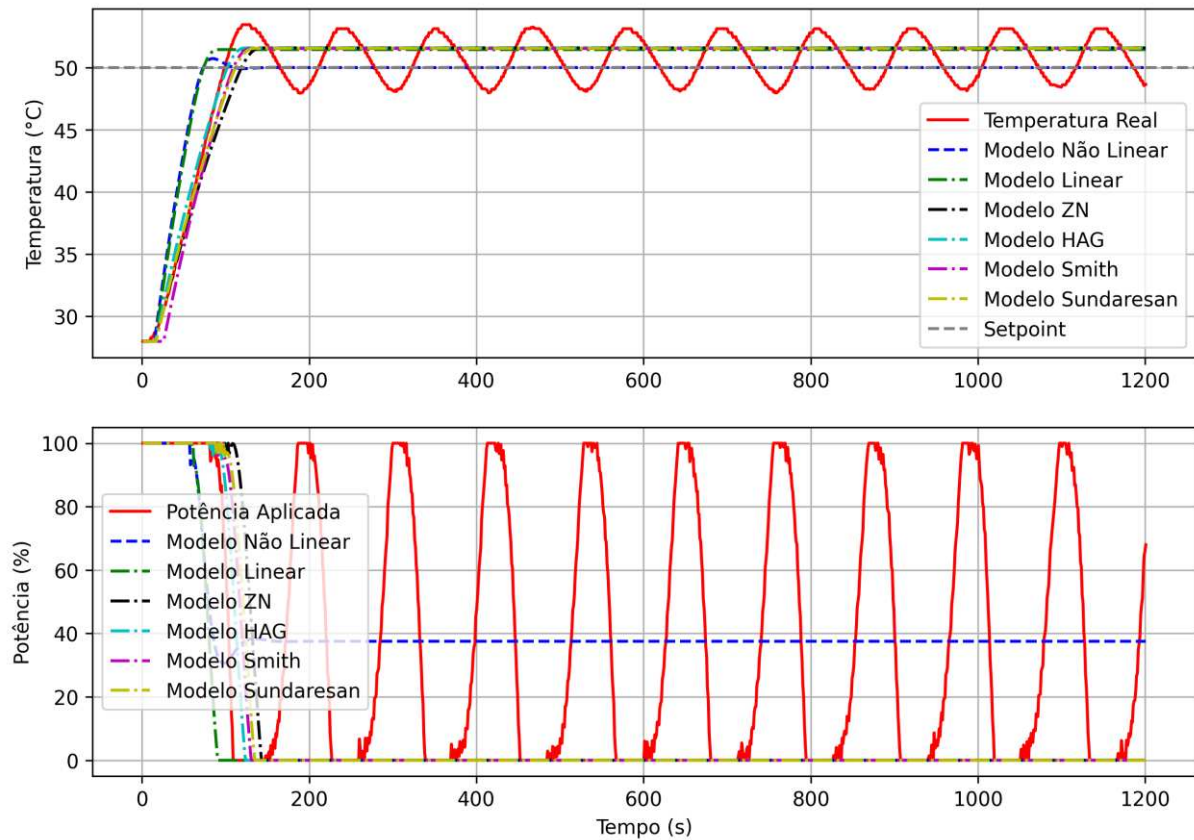
Observa-se ainda que o sistema real apresentou um *overshoot* mais acentuado em relação ao valor de regime permanente, além de pequenas oscilações antes da estabilização, que ocorreu juntamente com o modelo não linear em aproximadamente 48 °C. O aumento do ganho proporcional de  $K_p$  igual a 10 para  $K_p$  igual a 20 reduziu o erro em relação ao setpoint, passando de aproximadamente 3 °C para 2 °C.

Esses resultados indicam que o aumento do ganho proporcional contribui para a redução do erro em relação ao *setpoint*, no entanto, o controle proporcional isolado não é capaz de eliminar completamente esse erro.

#### 4.3.2 Controlador PI

Com o objetivo de mitigar esse erro residual, será implementada a ação integral com tempo integral  $T_i$  igual a 10, juntamente com o ganho proporcional  $K_p$  igual a 20. Os resultados dessa nova configuração são apresentados na Figura 28.

**Figura 28 – Comparação com controlador PI ( $K_p = 20$   $T_i = 10$ )**



Fonte: Autoria própria (2025)

**Quadro 10 – Erro médio dos modelos com controlador PI ( $K_p = 20$   $T_i = 10$ )**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 1,84 °C                   | 3,80 %                                |
| Linear          | 1,79 °C                   | 3,75 %                                |
| Smith           | 1,61 °C                   | 3,30 %                                |
| Hägglund        | 1,55 °C                   | 3,15 %                                |
| Ziegler Nichols | 1,63 °C                   | 3,28 %                                |
| Sundaresan      | 1,57 °C                   | 3,16 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

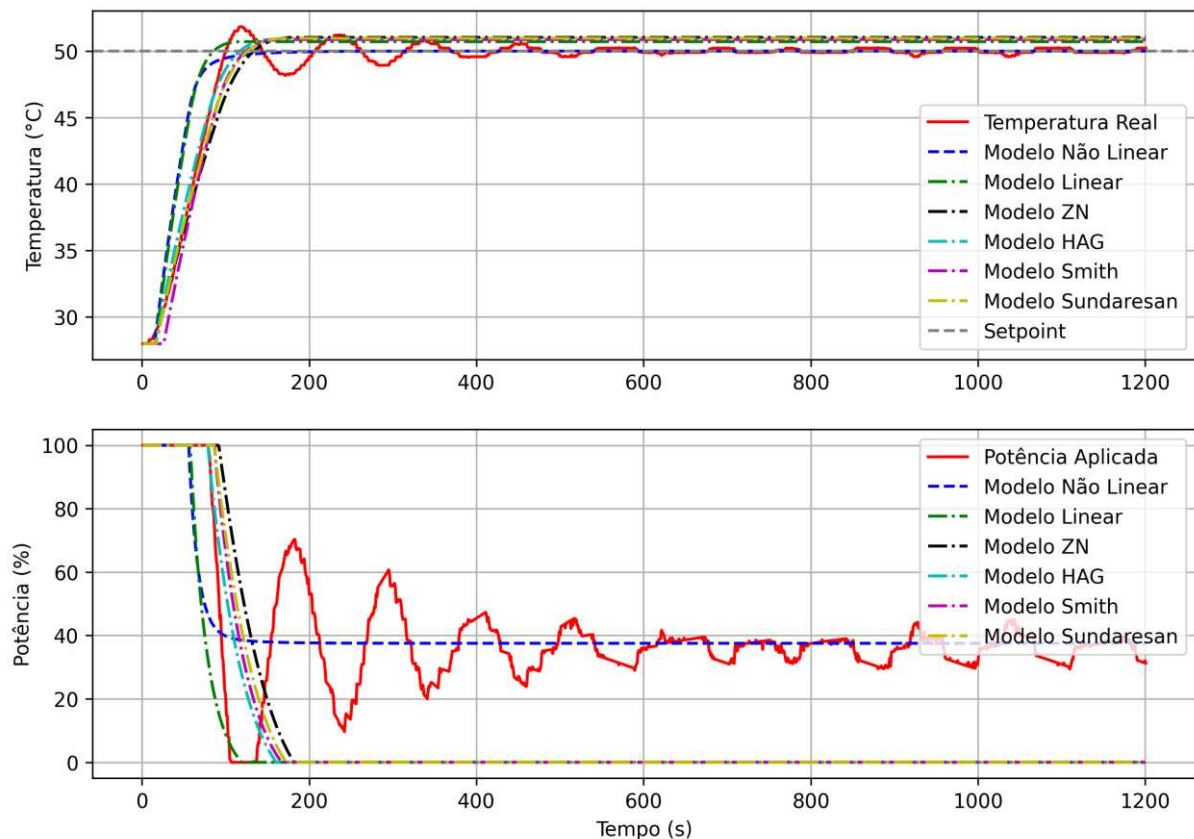
A Figura 28 mostra que a adição da ação integral ao controlador fez com que os modelos lineares ultrapassassem o valor de referência, estabilizando-se em torno de 52 °C. O modelo não linear apresentou *overshoot*, mas convergiu para o valor de referência de 50 °C.

O sistema real, por sua vez, conseguiu atingir o setpoint, porém não apresentou estabilização, permanecendo com oscilações em torno do ponto de referência, variando aproximadamente entre 48,5 °C e 52 °C.

Conforme apresentado no Quadro 10, todos os modelos apresentaram desempenho semelhante, com erros médios absolutos variando entre 1,55 °C e 1,84 °C. O modelo de Hägglund foi o que apresentou o menor erro, com 1,55 °C. Os modelos obtidos por métodos experimentais, mais uma vez, representaram com maior precisão o comportamento do sistema durante o regime transitório, até cerca de 100 segundos. No entanto, por serem modelos de primeira ordem, não são capazes de representar oscilações como o overshoot observado no sistema real.

Com o objetivo de reduzir o erro oscilatório em torno do valor de referência, será ajustado o parâmetro integral, aumentando o tempo integral  $T_i$  de 10 para 50. O comportamento resultante dessa alteração é apresentado na Figura 29.

**Figura 29 – Comparação com controlador PI ( $K_p = 20$   $T_i = 50$ )**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

**Quadro 11 – Erro médio dos modelos com controlador PI ( $K_p = 20$   $T_i = 50$ )**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 0,60 °C                   | 1,39 %                                |
| Linear          | 0,99 °C                   | 2,15 %                                |
| Smith           | 0,98 °C                   | 2,05 %                                |
| Hägglund        | 0,94 °C                   | 1,92 %                                |
| Ziegler Nichols | 1,11 °C                   | 2,25 %                                |
| Sundaresan      | 1,01 °C                   | 2,06 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

A Figura 29 mostra que, com o aumento do tempo integral  $T_i$ , os modelos lineares apresentaram uma redução no erro em relação ao *setpoint*, diminuindo a diferença anterior de 2 °C para cerca de 1 °C, com estabilização em torno de 51 °C.

No modelo não linear, o *overshoot* observado anteriormente foi eliminado, e tanto o modelo quanto o sistema real se estabilizaram exatamente no valor de referência de 50 °C. No sistema real, ainda ocorrem oscilações durante o regime transitório, mas estas se atenuam gradualmente até que a temperatura se estabilize no *setpoint*.

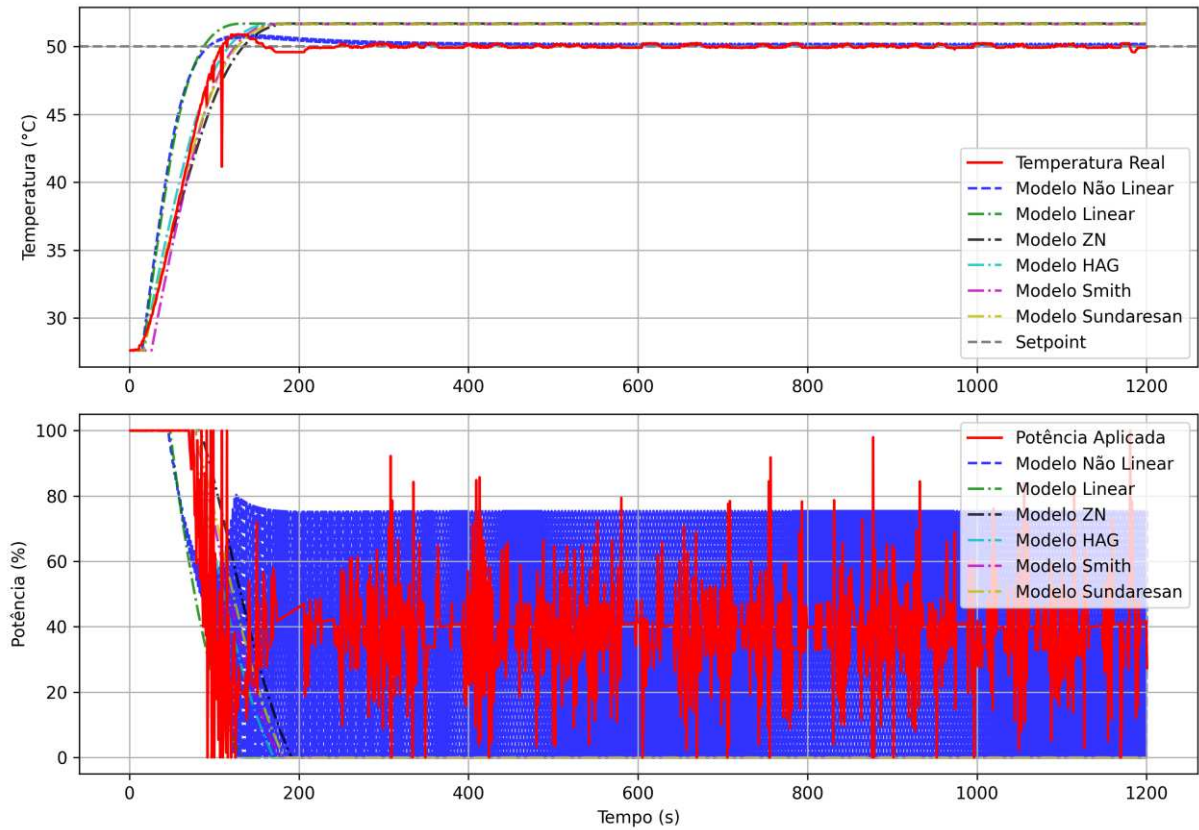
O Quadro 11 mostra uma redução geral dos erros médios absolutos, variando de 0,60 °C a 1,11 °C. O modelo não linear apresentou o melhor desempenho, com erro médio absoluto de 0,60 °C, resultado de sua maior aderência ao comportamento do sistema real em regime permanente. Os modelos baseados em métodos experimentais continuam apresentando erro reduzido no regime transitório, até cerca de 80 segundos; entretanto, por serem de primeira ordem, não conseguem representar adequadamente oscilações, o que resulta em erros médios absolutos mais elevados.

Portanto, a inclusão da ação integral, especialmente com o ajuste do tempo integral para  $T_i$  igual a 50, causou redução do erro em regime permanente, melhorando o desempenho geral do sistema controlado. Essa estratégia contribuiu para uma aproximação mais precisa ao *setpoint*, tanto para os modelos quanto para o sistema real.

### 4.3.3 Controlador PID

Dando continuidade à análise, com o objetivo de reduzir o erro e avaliar o comportamento completo do sistema, será adicionada a ação derivativa ao controlador. Com isso, implementa-se um controlador PID com os parâmetros  $K_p$  igual a 20,  $T_i$  igual a 50 e  $T_d$  igual a 20, cujos resultados são apresentados na Figura 30.

**Figura 30 – Comparação com controlador PID**



Fonte: Autoria própria (2025)

**Quadro 12 – Erro médio dos modelos com controlador PID**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 0,52 °C                   | 1,24 %                                |
| Linear          | 1,83 °C                   | 3,85 %                                |
| Smith           | 1,59 °C                   | 3,26 %                                |
| Hägglund        | 1,55 °C                   | 3,15 %                                |
| Ziegler Nichols | 1,61 °C                   | 3,26 %                                |
| Sundaresan      | 1,54 °C                   | 3,12 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

A Figura 30 mostra que a adição do termo derivativo ao controlador resultou na redução do tempo necessário para que o sistema como um todo atingisse o valor de referência de 50 °C. No entanto, para os modelos lineares, observou-se um aumento na diferença em relação ao *setpoint*, de aproximadamente 0,5 °C em comparação ao experimento anterior sem o termo derivativo, com estabilização em torno de 51,5 °C.

No caso do modelo não linear, a inclusão da ação derivativa causou um leve *overshoot*, o que comprometeu ligeiramente seu desempenho em relação ao valor de referência. Ainda assim, o modelo conseguiu se estabilizar no mesmo ponto do sistema real, atingindo o *setpoint* de 50 °C em regime permanente.

Para o sistema real, a presença do termo derivativo contribuiu para a redução do *overshoot* e das oscilações transitórias, permitindo que o sistema alcançasse a estabilidade em torno do valor de referência de forma mais rápida e com menor oscilação.

Aos 110 segundos de experimento, identificou-se uma variação abrupta na leitura da temperatura, atribuída a uma falha pontual na aquisição de dados do sensor. Esse comportamento, isolado entre todos os testes realizados, indica que erros de leitura são eventos raros, mas possíveis.

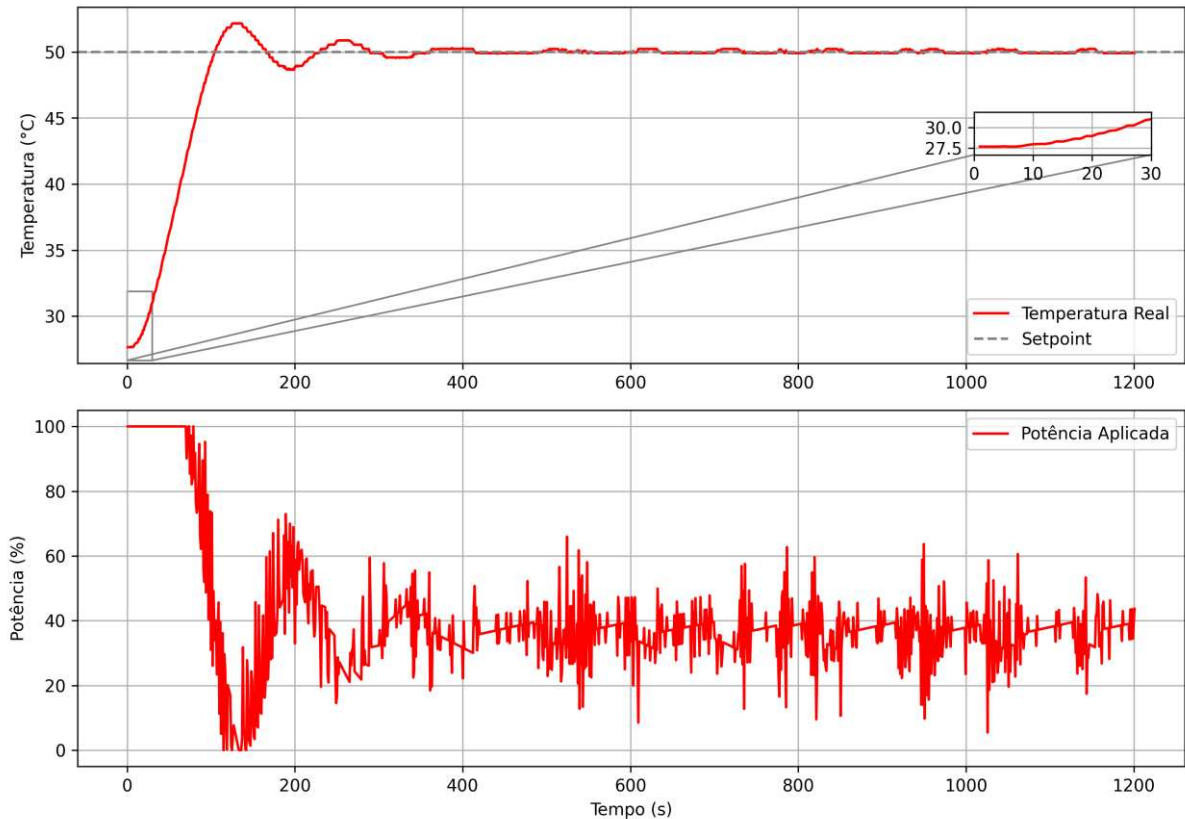
Conforme apresentado no Quadro 12, os erros médios absolutos dos modelos em relação ao sistema real aumentaram, variando entre 0,52 °C e 1,83 °C. O modelo não linear continuou apresentando o melhor desempenho, devido à sua capacidade de estabilizar-se no mesmo valor do sistema real.

Cabe destacar que, até este ponto, os parâmetros do controlador PID foram definidos de forma arbitrária, com o objetivo de permitir a análise isolada dos efeitos de cada ação de controle. Entretanto, essa abordagem, embora válida para fins experimentais e acadêmicos, pode ser demorada e até mesmo prejudicial em aplicações práticas, dependendo das características do sistema controlado. Por essa razão, a próxima etapa consistirá na determinação dos parâmetros do controlador PID por meio da técnica de sintonia de Ziegler-Nichols, conforme descrito na Seção 3.6.

#### 4.3.4 Sintonia de Ziegler-Nichols

A partir dos parâmetros obtidos por meio do método de Ziegler-Nichols para o levantamento do modelo matemático do sistema, foram aplicadas as fórmulas de sintonia apresentadas na Tabela correspondente ao Quadro 2. Como resultado da aplicação dessas fórmulas, foram determinados os seguintes valores para o controlador PID: ganho proporcional  $K_p$  igual a 17,36, tempo integral  $T_i$  igual a 30 segundos e tempo derivativo  $T_d$  igual a 7,5 segundos. A resposta do sistema com a implementação desse controlador sintonizado é ilustrada na Figura 31.

**Figura 31 – Sintonia do PID de Ziegler Nichols**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

A Figura 31 mostra que a sintonia do controlador PID, realizada com base no método de Ziegler-Nichols, foi eficaz na estabilização do sistema. Observa-se um *overshoot* inicial, no qual a temperatura atinge aproximadamente 51,8 °C, seguido por pequenas oscilações que se dissipam com o tempo, até que o sistema se estabilize próximo ao valor de referência de 50 °C.

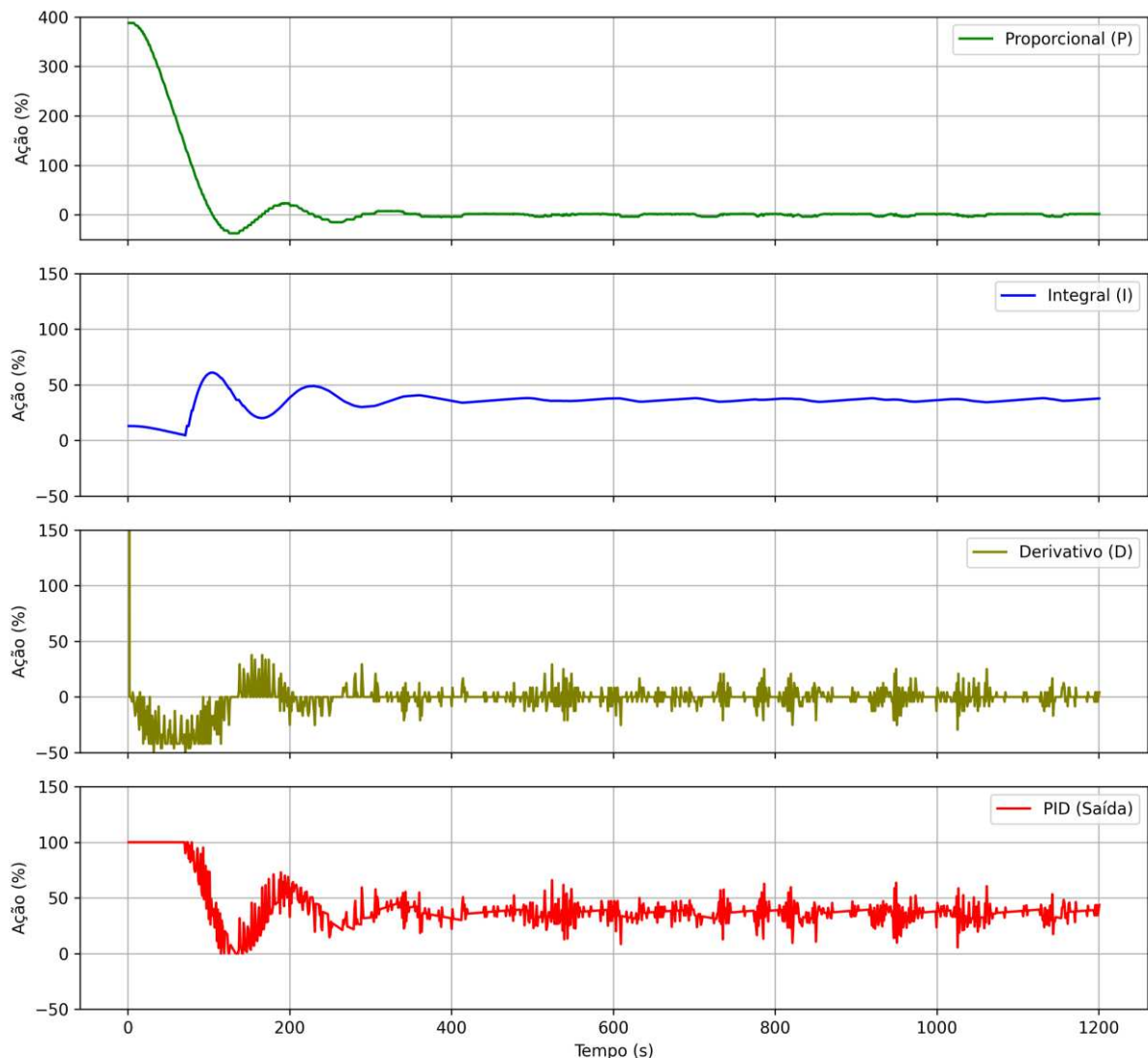
Para uma melhor visualização do comportamento térmico do sistema no início da resposta, foi incluído um *zoom* na imagem, destacando o intervalo de 0 a 30 segundos. Este detalhe evidencia a presença do atraso de transporte característico do sistema estudado. Até aproximadamente 8 segundos, não ocorre variação de temperatura. Entre 8 e 15 segundos, observa-se um crescimento lento, que posteriormente evolui para um aumento praticamente linear até a proximidade do *setpoint*.

O método de Ziegler-Nichols demonstrou ser uma ferramenta útil para a determinação inicial dos parâmetros do controlador PID, especialmente em situações nas quais não se dispõe de um ponto de partida claro para a escolha dos ganhos. A abordagem fornece uma forma rápida e relativamente eficaz para sintonizar

controladores, permitindo resultados satisfatórios mesmo sem conhecimento prévio aprofundado do sistema.

A Figura 32 apresenta as componentes individuais do controlador PID (proporcional, integral e derivativa) ao longo da simulação, evidenciando como cada uma delas atuou dinamicamente na resposta do sistema com os parâmetros obtidos pela técnica de Ziegler-Nichols.

**Figura 32 – Componentes do PID**



**Fonte: Autoria própria (2025)**

A Figura 32 ilustra o comportamento das componentes individuais do controlador PID ao longo da simulação, com destaque para a atuação proporcional, integral e derivativa. Observa-se que a ação proporcional é predominante durante os instantes iniciais, até aproximadamente 80 segundos, período no qual o erro em relação ao *setpoint* ainda é significativo. O valor inicial da saída proporcional atinge

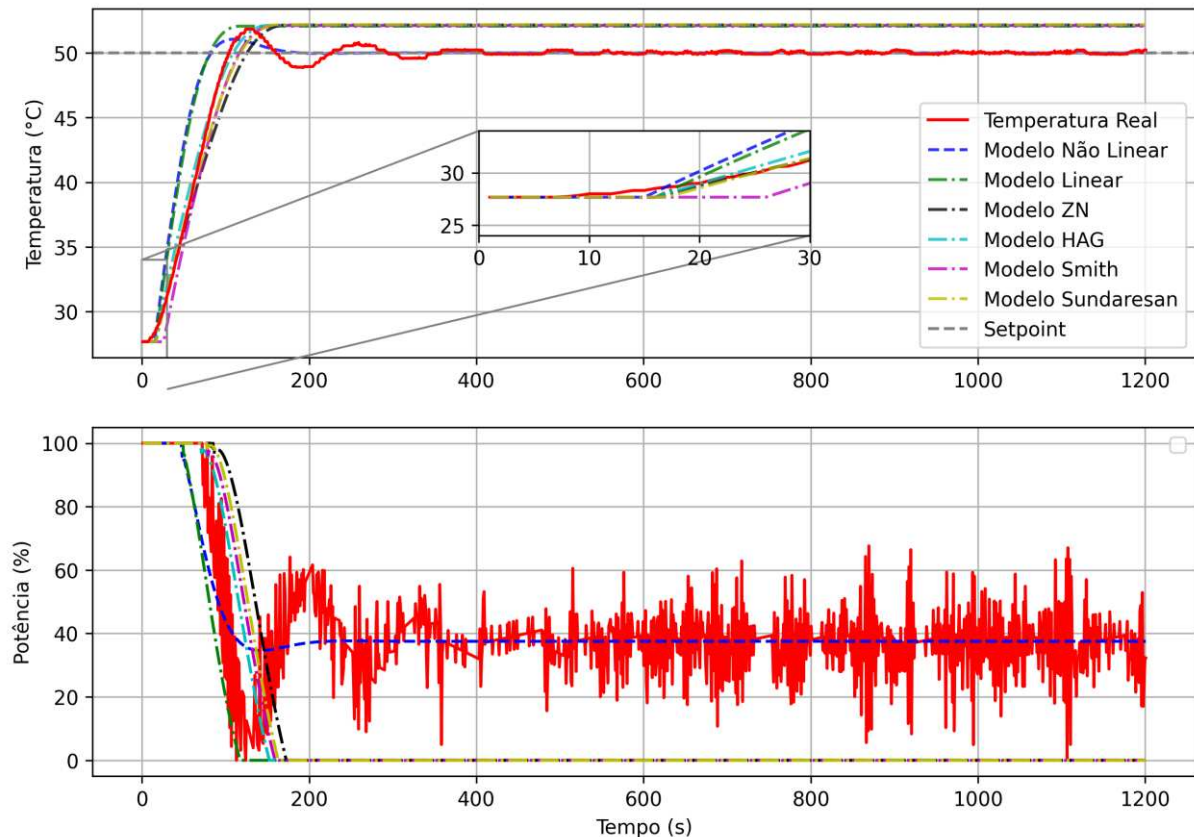
cerca de 400, diminuindo gradativamente à medida que a temperatura do sistema se aproxima do valor de referência. No entanto, devido à limitação física do sistema de aquecimento, a potência aplicada não ultrapassa 100%, mesmo que o controlador demande valores superiores.

A ação derivativa apresenta valores negativos nos primeiros instantes da resposta, o que evidencia a influência do atraso de transporte no comportamento do sistema. Essa componente tende a atuar como um amortecedor, antecipando variações na taxa de crescimento da temperatura e contribuindo para a redução do *overshoot*.

Por sua vez, a ação integral cresce de forma progressiva e quase oposta à ação proporcional, com o objetivo de eliminar o erro estacionário. Essa componente busca garantir que o sistema atinja e mantenha o valor de referência, ajustando-se lentamente para compensar desvios persistentes ao longo do tempo. O comportamento conjunto dessas três ações demonstra a eficiência do controlador PID sintonizado pelos parâmetros obtidos via método de Ziegler-Nichols.

A Figura 33 apresenta a comparação entre os modelos matemáticos obtidos nas etapas anteriores e o sistema real, considerando a implementação do controlador PID com os parâmetros definidos por meio da técnica de sintonia de Ziegler-Nichols.

**Figura 33 – Comparação com sintonia do PID de Ziegler Nichols**



Fonte: Autoria própria (2025)

**Quadro 13 – Erro médio dos modelos com sintonia do PID**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 0,50 °C                   | 1,20 %                                |
| Linear          | 2,17 °C                   | 4,51 %                                |
| Smith           | 2,02 °C                   | 4,11 %                                |
| Hägglund        | 1,96 °C                   | 3,97 %                                |
| Ziegler Nichols | 2,05 °C                   | 4,13 %                                |
| Sundaresan      | 2,02 °C                   | 4,07 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

A Figura 33 apresenta um comportamento semelhante ao observado na simulação com o controlador PID de parâmetros ajustados de forma arbitrária. No entanto, com os parâmetros obtidos pela técnica de Ziegler-Nichols, observa-se uma atuação mais suave do controle, com menor variação na potência aplicada ao sistema. Essa característica contribui para uma resposta mais estável, evitando oscilações excessivas de potência.

O Quadro 13 mostra que, apesar da suavidade na ação de controle, os erros médios absolutos dos modelos em relação ao sistema real aumentaram ligeiramente quando comparados à simulação com parâmetros arbitrários.

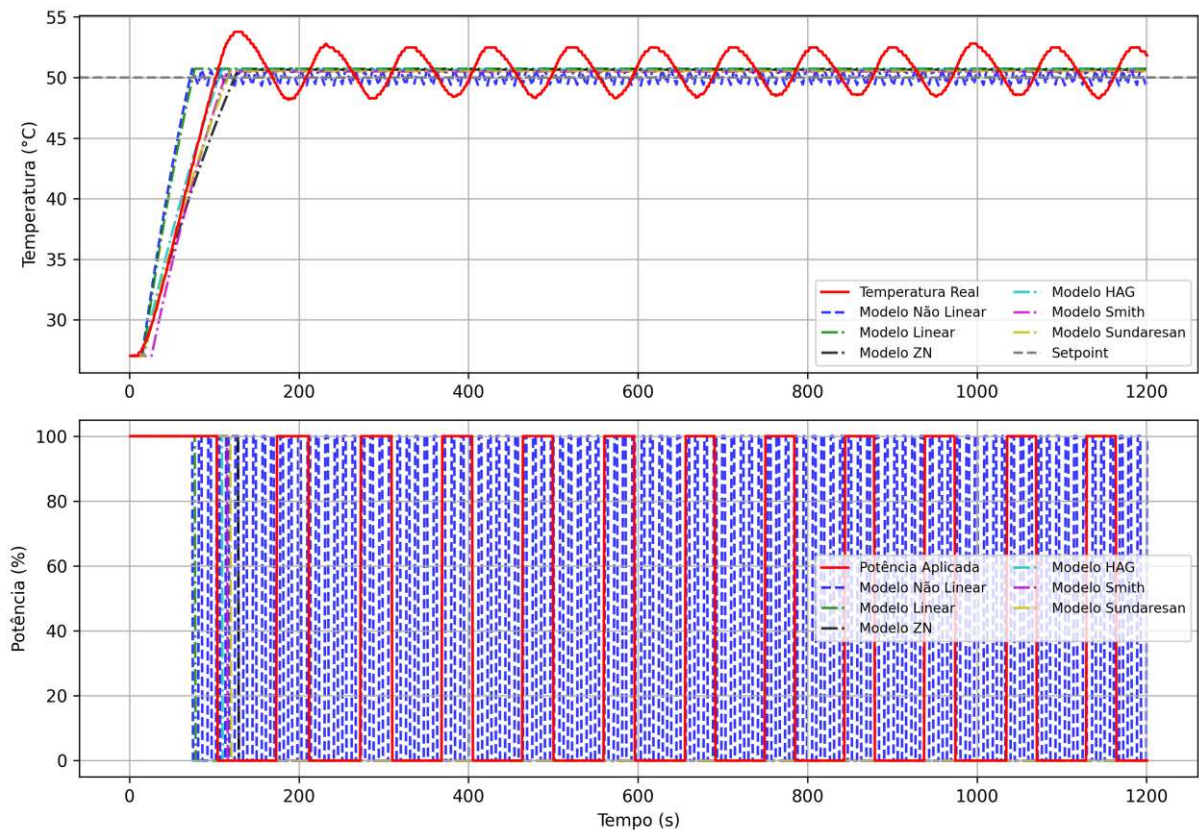
Foi incluído um detalhamento gráfico (*zoom*) nos instantes iniciais da resposta para evidenciar o comportamento do sistema durante o período de atraso de transporte, assim como a resposta de cada modelo nesse intervalo.

#### 4.3.5 Controlador ON/OFF

Outro tipo de controlador amplamente utilizado e avaliado neste trabalho é o controlador do tipo *on/off*. Esse tipo de controle é comumente aplicado em sistemas que não dispõem de saídas analógicas, operando apenas com sinais digitais. O controlador permanece ligado até que o sistema atinja o valor de referência (neste caso, 50 °C) e é desligado ao alcançá-lo. Quando a temperatura cai abaixo de um determinado limiar, definido neste experimento como 49,5 °C (isto é, uma banda de 0,5 °C), o controlador volta a ser ativado.

Esse comportamento cíclico de liga/desliga é característico do controle *on/off* e está ilustrado na Figura 34.

**Figura 34 – Comparação com controlador On/Off**



Fonte: Autoria própria (2025)

**Quadro 14 – Erro médio dos modelos com controlador On/Off**

| Modelo          | Erro médio absoluto (MAE) | Erro percentual médio absoluto (MAPE) |
|-----------------|---------------------------|---------------------------------------|
| Não linear      | 1,66 °C                   | 3,49 %                                |
| Linear          | 1,54 °C                   | 3,26 %                                |
| Smith           | 1,36 °C                   | 2,76 %                                |
| Hägglund        | 1,27 °C                   | 2,56 %                                |
| Ziegler Nichols | 1,36 °C                   | 2,72 %                                |
| Sundaresan      | 1,30 °C                   | 2,60 %                                |

Fonte: Autoria própria (2025)

A Figura 34 ilustra o comportamento oscilatório do sistema real sob a ação do controlador *on/off*. Esse comportamento é característico desse tipo de controle e está diretamente relacionado ao atraso de transporte do sistema térmico. Devido a esse atraso, mesmo após a interrupção da aplicação de potência, o sistema continua aquecendo por um período, resultando em overshooting. Da mesma forma, há um

retardo na retomada da elevação da temperatura após o religamento do controle, o que contribui para a ciclagem térmica observada.

Observa-se que os modelos lineares de primeira ordem não são capazes de representar adequadamente essas oscilações, devido à sua limitação estrutural. Por outro lado, o modelo não linear conseguiu reproduzir com maior fidelidade o comportamento oscilatório do sistema real, mantendo-se em torno do setpoint de 50 °C.

O Quadro 14 apresenta os erros médios absolutos dos modelos em relação ao sistema real. Os valores obtidos estão próximos entre si, variando de 1,27 °C a 1,66 °C, sendo que o modelo baseado no método de Hägglund foi o que apresentou o menor erro, destacando-se como o mais preciso nesse cenário de controle *on/off*.

## 5 CONCLUSÃO

Os principais aprendizados deste trabalho envolveram a obtenção de funções de transferência de primeira ordem por diferentes métodos, tanto com base nos parâmetros físicos do dispositivo quanto por meio de experimentação. Tais modelos e funções levantadas possibilitam, em estudos futuros, uma variedade de análises em sistemas de controle. Além disso, houve um avanço significativo no entendimento do gerenciamento de dispositivos com entradas e saídas. Embora o *hardware* utilizado seja baseado em Arduino, ele serviu como base sólida para a compreensão de aplicações mais complexas, como as que envolvem controladores lógicos programáveis (CLPs). Por fim, a análise do comportamento dos parâmetros do controlador PID contribuiu para a compreensão do impacto de cada termo, essencial para ajustes precisos e intervenções eficazes em sistemas com falhas ou configurações inadequadas.

A técnica de sintonia de Ziegler-Nichols demonstrou ser eficaz na definição de parâmetros iniciais para sistemas com comportamento em S, frequentemente presentes em processos térmicos e aplicações industriais. Embora seus parâmetros sejam voltados a controladores específicos, o estudo das funções de *firmware* e das respostas do sistema ofereceu uma orientação clara sobre os caminhos a serem seguidos em ajustes práticos.

Considerando que o Temperature Control Lab (TCLab) é um hardware de finalidade didática, sua aplicabilidade foi confirmada. Dentre os modelos estudados, o modelo não linear baseado nos parâmetros físicos do sistema foi o que apresentou maior fidelidade à resposta real, especialmente pela capacidade de representar adequadamente as oscilações de temperatura. Já os modelos lineares de primeira ordem demonstraram resultados satisfatórios no regime transitório, embora apresentem limitações na representação de fenômenos como o *overshoot* e as oscilações, por sua própria natureza simplificada.

Por fim, a aplicação do Temperature Control Lab (TCLab) como ferramenta experimental em laboratório didático mostrou-se bastante eficaz, oferecendo uma visão prática sobre o comportamento de sistemas dinâmicos e controladores. A experiência adquirida ao longo do trabalho contribui diretamente para a formação acadêmica e visa preparar o aluno para enfrentar desafios semelhantes tanto no ambiente universitário quanto no mercado de trabalho.

## 5.1 Limitações do Estudo e Desafios Experimentais

Durante a realização deste trabalho foram identificadas algumas limitações e desafios inerentes tanto ao *hardware* utilizado quanto às condições do ambiente experimental, os quais impactaram diretamente na obtenção e na análise dos dados.

Um dos principais desafios está relacionado à sensibilidade do sistema térmico a interferências externas. Devido às dimensões reduzidas e à baixa potência dos aquecedores, variações na temperatura ambiente, provocadas por situações como a abertura e fechamento de portas ou pela circulação de pessoas no ambiente, geram perturbações perceptíveis. Tais variações podem introduzir ruídos e oscilações, afetando diretamente a estabilidade dos experimentos e a precisão das medições.

Outro ponto relevante está associado ao próprio acoplamento físico entre os componentes do *hardware*. O sensor de temperatura é fixado ao dissipador térmico do transistor de potência por meio de um composto de epóxi. Qualquer variação na espessura, na uniformidade dessa camada ou pequenas folgas no acoplamento pode gerar discrepâncias nos valores medidos. Essa limitação torna-se mais evidente quando se comparam os resultados entre diferentes unidades do *hardware*, o que pode ocorrer em ambientes acadêmicos onde os dispositivos são distribuídos aleatoriamente entre os grupos de alunos. Dessa forma, o modelo identificado em um experimento pode não representar fielmente outro sistema, mesmo que aparentemente idêntico, devido a pequenas diferenças físicas entre os dispositivos. Portanto, é fundamental que futuras aplicações e experimentos considerem tais limitações, adotando medidas para minimizar seus efeitos, como a realização dos testes em ambientes controlados e padronização dos dispositivos.

## 5.2 Trabalhos Futuros

Como sugestões para trabalhos futuros, recomenda-se a realização de levantamentos de modelos de ordem superior, como de segunda ordem ou superior. Essa abordagem tem o potencial de representar de forma mais precisa as dinâmicas do sistema, contemplando fenômenos como oscilações e *overshoot*, que não são devidamente capturados por modelos de primeira ordem.

Além disso, sugere-se o desenvolvimento e a implementação de controladores utilizando outras metodologias clássicas de projeto, como compensadores de avanço de fase, atraso de fase e técnicas baseadas no lugar das raízes. A análise de desempenho e robustez desses controladores pode ser aprofundada por meio das ferramentas de diagramas de Bode e de Nyquist, permitindo uma avaliação mais abrangente das margens de estabilidade e da resposta em frequência do sistema.

Outro aspecto relevante consiste na realização de estudos detalhados de estabilidade, considerando diferentes condições operacionais e possíveis variações nos parâmetros do sistema. Adicionalmente, é recomendável investigar o comportamento do dispositivo frente a perturbações externas, bem como realizar a modelagem dessas perturbações, de modo a entender seus impactos sobre a dinâmica do sistema e o desempenho do controle.

A Figura 30 – Comparação com controlador PID mostra um erro de leitura ocorrido no instante de 110 segundos. Como medida corretiva e preventiva a ser considerada em trabalhos futuros, sugere-se a implementação de um filtro digital, como o filtro de média móvel ou o filtro de Kalman, com o intuito de suavizar flutuações anômalas e aumentar a robustez nas medições.

Por fim, destaca-se como oportunidade de ampliação deste trabalho a utilização do segundo aquecedor disponível no *hardware*. A análise, modelagem e controle desse segundo elemento, bem como a avaliação de sua interação com o primeiro aquecedor, podem fornecer resultados significativos, contribuindo para um entendimento mais completo do sistema térmico e possibilitando a aplicação de técnicas de controle multivariável.

## REFERÊNCIAS

- APMonitor. (2020). *Process Dynamics and Control*. Acesso em 19 de Maio de 2025, disponível em APMonitor: <https://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/ArduinoModeling>
- Åström, K. J., & Hägglund, T. (1995). *PID controllers: Theory, design, and tuning* (2 ed.). Instrument Society of America.
- ASTROM, K. J., & MURRAY, R. M. (2006). *Feedback Systems: an introduction for scientists and engineers*.
- Coelho, A. A. (2004). *Identificação de sistemas dinâmicos lineares*. Florianópolis: UFSC.
- Dorf, R. C., & Bishop, R. H. (2001). *Sistemas de Controle Modernos* (8 ed.). Addison Wesley Longman.
- Franklin, G. F., Powell, J. D., & Naeini, A. E. (2013). *Sistemas de controle para engenharia* (6 ed.). Porto Alegre: Bookman.
- Hedengren, J. (2024). *Temperature Control Lab*. Acesso em 19 de Maio de 2025, disponível em APMonitor: <https://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/ArduinoTemperatureControl>
- Hedengren, J., & Kantor, J. (2020). Computer Programming and Process Control. Fonte: [https://apmonitor.com/pdc/uploads/Main/CACHE\\_Newsletter\\_2020.pdf](https://apmonitor.com/pdc/uploads/Main/CACHE_Newsletter_2020.pdf)
- Incropera, F. P., Dewitt, D. P., Bergman, T. L., & Lavine, A. S. (2008). *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. Rio de Janeiro: LTC.
- Kantor, J. (2018). *TCLab Overview*. Acesso em 19 de Maio de 2025, disponível em [https://tclab.readthedocs.io/en/latest/notebooks/01\\_TCLab\\_Overview.html](https://tclab.readthedocs.io/en/latest/notebooks/01_TCLab_Overview.html)
- matplotlib. (2022). *matplotlib.pyplot*. Acesso em 19 de Maio de 2025, disponível em matplotlib: [https://matplotlib.org/3.5.3/api/\\_as\\_gen/matplotlib.pyplot.html](https://matplotlib.org/3.5.3/api/_as_gen/matplotlib.pyplot.html)
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). *Applied statistics and probability for engineers* (7 ed.). Hoboken: John Wiley & Sons.
- Nise, N. S. (2012). *Engenharia de Sistemas de Controle* (6 ed.). Livros Técnicos e Científicos.
- NumPy. (2024). *NumPy reference*. Acesso em 19 de Maio de 2025, disponível em NumPy: <https://numpy.org/doc/stable/reference/>
- Ogata, K. (2010). *Engenharia de controle moderno* (5 ed.). São Paulo: Pearson Prentice Hall.
- Oliveira, P. d., Hedengren, J. D., & Rossiter, J. A. (2020). Introducing Digital Controllers to Undergraduate Students using the TCLab Arduino Kit. *IFAC-PapersOnLine*, pp. 17524-17529. Fonte: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896320334224>
- Park, J., Martin, R. A., Kelly, J. D., & Hedengren, J. D. (2020). Benchmark temperature microcontroller for process dynamics and control. *Computers & Chemical Engineering*, 135.
- Python. (2025). *time — Time access and conversions*. Acesso em 19 de Maio de 2025, disponível em Python: <https://docs.python.org/3/library/time.html>
- Quanser . (2025). *Qube-Servo 3*. Acesso em 19 de Maio de 2025, disponível em Quanser: <https://www.quanser.com/products/qube-servo-3/>
- Quanser. (2025). *Ball and Beam*. Acesso em 19 de Maio de 2025, disponível em Quanser: <https://www.quanser.com/products/ball-and-beam/>
- Seborg, D. E., Edgar, T. F., Mellichamp, D. A., & Doyle III, F. J. (2016). *Process Dynamics and Control* (4 ed.). Hoboken: John Wiley & Sons.

Visioli, A. (2006). *Practical PID control*. London: Springer.

**APÊNDICE A - VSCode**

Para a correta utilização do kit didático TCLab no ambiente de desenvolvimento, é necessário realizar a instalação e configuração de algumas ferramentas essenciais, como o Python, o Visual Studio Code (VSCode) e as bibliotecas complementares.

O primeiro passo consiste na instalação da linguagem Python. A versão recomendada é sempre a mais recente disponível, sendo utilizada neste trabalho a versão 3.13.2.

1. Acesse o site oficial: <https://www.python.org/downloads/>
2. Faça o download da versão correspondente ao seu sistema operacional.
3. Após o download, execute o instalador com um duplo clique.
4. Na janela de instalação, marque as opções:
  - “Use admin privileges when installing py.exe”
  - “Add python.exe to PATH”
5. Clique em “Install” e aguarde a finalização do processo.
6. Ao término, clique em “Close” para concluir a instalação.

O VSCode será utilizado como ambiente de desenvolvimento para os scripts em Python. Para instalá-lo:

1. Acesse: <https://code.visualstudio.com/download>
2. Realize o download da versão recomendada para Windows.
3. Execute o instalador e prossiga com a instalação padrão.

Após a instalação, abra o VSCode e siga os passos:

1. Vá em File > Open Folder ou pressione Ctrl + K, Ctrl + O e crie uma pasta para os projetos.
2. Acesse a aba de extensões (ícone de quadrado no menu lateral esquerdo ou atalho Ctrl + Shift + X).
3. Pesquise por Python e instale a extensão oficial da Microsoft.

Com o Python e o VSCode configurados, é necessário instalar algumas bibliotecas por meio do terminal do VSCode:

1. Abrir o terminal:
  - Vá em Terminal > New Terminal.
  - Verifique se o interpretador Python está selecionado no canto superior direito do VSCode.
2. Instalar a biblioteca do TCLab:  

```
pip install tclab
```

3. Atualizar a biblioteca (caso necessário):

```
pip install tclab --upgrade
```

4. Atualizar o gerenciador de pacotes pip:

```
python.exe -m pip install --upgrade pip
```

5. Instalar bibliotecas adicionais:

- NumPy (operações com arrays e matrizes):

```
pip install numpy
```

- Matplotlib (visualização gráfica de dados):

```
pip install matplotlib
```

- Autopep8 (opcional – formatação automática de código):

```
pip install autopep8
```

Para verificar se o dispositivo foi instalado corretamente, pode-se realizar um teste simples de leitura da temperatura ambiente pelo sensor T1.

1. Conecte o TCLab à porta USB do computador e aguarde o reconhecimento.

2. Crie um novo arquivo Python:

- Clique na aba Explorer (atalho Ctrl + Shift + E)
- Clique com o botão direito sobre a pasta criada anteriormente e selecione New File
- Nomeie o arquivo com a extensão .py (exemplo: teste\_tclab.py)

3. Insira o seguinte código no novo arquivo:

```
import tclab
with tclab.TCLab() as lab:
    print(lab.T1)
```

4. Execute o código clicando em Run Python File no canto superior direito.

Se tudo estiver correto, o terminal do VSCode exibirá:

- A versão da biblioteca TCLab instalada
- A porta COM utilizada
- A taxa de comunicação serial
- A versão do firmware
- A temperatura registrada pelo sensor T1 (ambiente)

Os arquivos utilizados estão disponíveis em: <https://github.com/Dantins/TCC--UTFPR>

## IMPLEMENTAÇÃO DO CONTROLADOR PID

A implementação do controlador PID foi realizada com base na equação contínua clássica:

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

No código, a discretização foi aplicada utilizando o método de diferenças finitas, conforme descrito a seguir:

O termo proporcional foi computado diretamente a partir do erro instantâneo: Erro\_real.

A ação integral foi acumulada ao longo do tempo por meio da soma incremental  $\text{integral} += \text{Erro\_real} * dt$ , o que equivale à aproximação da integral pela soma de retângulos.

A ação derivativa foi obtida pela diferença entre o erro atual e o anterior dividida pelo intervalo de tempo:  $\text{derivada} = (\text{Erro\_real} - \text{erro\_anterior}) / dt$ .

Esses três termos foram combinados na expressão  $Q\_real = K_p * (\text{Erro\_real} + (1/T_i) * \text{integral} + T_d * \text{derivada})$ .

A saída  $Q\_real$  representa a potência de controle calculada em tempo real.

A Figura 1 deste apêndice mostra o código completo do controlador PID implementado

Figura 1 - Código do controlador PID

```
# --- Controle PID ---
integral += Erro_real * dt
derivada = (Erro_real - erro_anterior) / dt
Q_real = Kp * (Erro_real + (1/Ti) * integral + Td * derivada)
if Q_real > 100 and Erro_real > 0:
    integral -= Erro_real * dt
elif Q_real < 0 and Erro_real < 0:
    integral -= Erro_real * dt
Q1[i] = np.clip(Q_real, 0, 100)
erro_anterior = Erro_real
a.Q1(Q1[i])
```

Fonte: Autoria própria (2025)

## Prevenção de Windup

Para evitar o fenômeno conhecido como "integral *windup*", no qual a ação integral continua acumulando erro mesmo quando o atuador está saturado, foi implementada uma lógica condicional que desfaz a contribuição da integral sempre que a saída  $Q_{\text{real}}$  ultrapassa os limites operacionais (0% a 100%) e o erro tende a aumentar ainda mais a saturação. O código da Figura 2 do apêndice mostra o *windup*.

**Figura 2 - Código do *windup***

```
if Q_real > 100 and Erro_real > 0:  
    integral -= Erro_real * dt  
elif Q_real < 0 and Erro_real < 0:  
    integral -= Erro_real * dt
```

**Fonte: Autoria própria (2025)**

Esse mecanismo evita o acúmulo excessivo da integral ao subtrair a contribuição recente do erro, estabilizando o comportamento do controlador quando os limites físicos do sistema são atingidos.

### **Saturação e Aplicação da Potência**

Após o cálculo, a saída  $Q_{\text{real}}$  é limitada ao intervalo permitido utilizando a função `np.clip(Q_real, 0, 100)`, garantindo que a potência aplicada esteja sempre dentro da faixa de 0% a 100%. A potência final é atribuída ao atuador por meio do comando `a.Q1(Q1[i])`.

## **APÊNDICE B - MATLAB**

Para a correta utilização do kit didático **TCLab** no ambiente MATLAB, é necessário que o usuário tenha o MATLAB instalado e possua o arquivo de conexão adequado dentro da pasta dos arquivos do projeto. O primeiro passo consiste na instalação do MATLAB, preferencialmente na versão mais recente disponível, a ser obtida através do site oficial (<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>).

Após acessar a página, deve-se realizar o download da versão compatível com o sistema operacional utilizado.

Concluído o download, o instalador deve ser executado, e o login precisa ser efetuado. Caso o usuário seja aluno da UTFPR, o acesso pode ser realizado por meio do e-mail acadêmico; caso contrário, é necessário verificar as condições e pacotes de acesso ao software.

Durante o processo de instalação, recomenda-se optar pela instalação padrão, marcando apenas as opções MATLAB e Simulink, sem selecionar todos os produtos disponíveis, especialmente em computadores com armazenamento limitado, o que também contribui para a redução do tempo de download.

Com o MATLAB devidamente instalado, o próximo passo é obter os arquivos necessários para o TCLab. Esses arquivos estão disponíveis na página oficial do desenvolvedor (<https://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/ArduinoTemperatureControl>), na seção Download TCLab files. Nessa página, o usuário encontra tutoriais, exemplos de códigos, vídeos explicativos no YouTube e links para o repositório GitHub, onde são disponibilizados materiais e códigos adicionais que podem auxiliar no aprendizado e implementação do TCLab.

Por fim, foram realizados esforços para converter os códigos previamente desenvolvidos em Python para MATLAB, de forma a permitir sua reprodução no ambiente MATLAB. Esses códigos estão disponíveis no repositório GitHub, em: <https://github.com/Dantins/TCC---UTFPR>.

Para a utilização da função `heaviside` é necessário instalar a toolbox 'Symbolic Math Toolbox'.

## **APÊNDICE C - Atualização de firmware**

Caso este seja o primeiro contato com o hardware TCLab e ocorram problemas de comunicação ou o dispositivo esteja utilizando uma versão de firmware diferente da adotada neste trabalho, recomenda-se a atualização para a versão 2.0.1, utilizada na realização dos experimentos. Esse procedimento garante a compatibilidade com os códigos e bibliotecas empregados, além de assegurar o funcionamento correto dos recursos do dispositivo.

A atualização do firmware é realizada por meio da plataforma Arduino IDE. Para isso, os seguintes elementos são necessários: o Arduino IDE, o firmware do TCLab e o dispositivo TCLab devidamente conectado ao computador via cabo USB.

O processo inicia-se com o download da Arduino IDE, que pode ser obtida no site oficial: <https://www.arduino.cc/en/software>. Após o download, deve-se executar o instalador e realizar a instalação padrão, aceitando os termos e permissões solicitados.

Em seguida, é necessário obter o firmware correspondente. Para isso, deve-se acessar o site do desenvolvedor do kit didático, disponível em: <https://apmonitor.com/pdc/index.php/Main/ArduinoTemperatureControl>, e localizar o botão “Download TCLab Files”, por meio do qual é possível baixar os arquivos que contêm o firmware desejado e outros arquivos de testes.

Com os arquivos previamente baixados, deve-se conectar o dispositivo TCLab à porta USB do computador e abrir a Arduino IDE. O próximo passo consiste em configurar corretamente a placa. No menu “Tools”, deve-se acessar a opção “Board” e selecionar “Arduino Leonardo”, que é o modelo utilizado pelo hardware TCLab. Ainda no menu “Tools”, é necessário indicar a porta de comunicação (COM) à qual o dispositivo está conectado, a qual pode ser identificada por meio do Gerenciador de Dispositivos do sistema operacional Windows.

Após essas configurações, deve-se abrir o arquivo `tclab_v2.ino`, localizado na subpasta “python” dos arquivos baixados, e realizar o upload do firmware para o dispositivo. Durante o processo, os LEDs do Arduino devem piscar em laranja, indicando que a transferência está em andamento. A mensagem “Done uploading” confirmará que a atualização foi concluída com sucesso.

A versão 2.0.1 do firmware implementa funções de segurança importantes, como a limitação da potência dos aquecedores em 200 para o canal P1 e 100 para o canal P2. Essas restrições são aplicadas por padrão para proteger o hardware contra danos térmicos. No entanto, caso não sejam devidamente consideradas, essas

limitações podem impactar negativamente a extração de modelos matemáticos do sistema, levando a interpretações incorretas dos dados experimentais.

Por fim, vale destacar que muitos dispositivos embarcados operam com firmware, e compreender seu funcionamento é essencial para garantir resultados precisos e confiáveis em experimentos. A incompatibilidade entre versões de firmware e software pode levar a comportamentos inesperados, motivo pelo qual recomenda-se sempre verificar a versão instalada e, se necessário, atualizá-la para a versão suportada nos procedimentos técnicos adotados.