

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

BRUNO FRANCO DE CAMARGO

**A INFLUÊNCIA DO RUÍDO NO CONTROLE E NA MODELAGEM DE SISTEMAS
DINÂMICOS LINEARES DISCRETOS**

MEDIANEIRA

2025

BRUNO FRANCO DE CAMARGO

**A INFLUÊNCIA DO RUÍDO NO CONTROLE E NA MODELAGEM DE SISTEMAS
DINÂMICOS LINEARES DISCRETOS**

**The influence of noise on the control and modeling of discrete linear dynamic
systems**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Elétrica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Rubisson Duarte Lamperti.

MEDIANEIRA

2025



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento do trabalho, mesmo para fins comerciais, sem a possibilidade de alterá-lo, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

BRUNO FRANCO DE CAMARGO

**A INFLUÊNCIA DO RUÍDO NO CONTROLE E NA MODELAGEM DE SISTEMAS
DINÂMICOS LINEARES DISCRETOS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Elétrica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 14/fevereiro/2025

Rubisson Duarte Lamperti
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Cristiane Lionço de Oliveira
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Thiago Naufal Santelo
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

MEDIANEIRA

2025

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, a Deus, que fez com que meus objetivos fossem alcançados, durante todos os meus anos de estudos.

Expresso minha profunda gratidão a minha família, em especial aos meus pais, cujo apoio incondicional, incentivo e ensinamentos foram fundamentais ao longo de toda a minha jornada acadêmica. Sem o amor e a dedicação deles, esta conquista não seria possível.

À minha namorada, agradeço pelo companheirismo, paciência e incentivo constantes, que foram essenciais durante os desafios dessa caminhada. Seu apoio inestimável me deu forças nos momentos mais difíceis e motivação para seguir em frente.

Aos meus colegas, agradeço pelo tempo compartilhado em estudo, em especial ao grupo de estudo de Identificação de Sistemas; sou grato pela troca de conhecimentos, pelas orientações valiosas e pelo ambiente de pesquisa que contribuiu significativamente para o desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, meu sincero agradecimento ao meu orientador, por sua paciência, dedicação e valiosas orientações ao longo desta trajetória. Seu apoio e incentivo foram essenciais para a realização deste trabalho. É um privilégio dividir a autoria deste trabalho com você.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para esta conquista, deixo aqui meu mais sincero agradecimento.

RESUMO

Este trabalho trata sobre como diferentes tipos de ruído influenciam na modelagem de sistemas dinâmicos lineares discretos. Este trabalho contém três experimentos simulados para o controle de sistemas lineares discretos sem ruído e com ruído branco, rosa e marrom. Além disso, experimentos reais são propostos por meio da aquisição de dados de um acelerômetro digital, modelo LIS3DH, com um Arduino Nano. Modelos ARIMA são utilizados para modelar o comportamento do acelerômetro, em que os tempos de amostragem são iguais a 100 ms, 500 ms e 1000 ms. O software Matlab é usado para a simulação, análise e obtenção do modelo. Os resultados dos experimentos simulados mostram um EMQ menor para o ruído branco quando comparado com os demais ruídos. Os resultados simulados mostram que o ruído adicionado à saída aumenta o erro e causa oscilações indesejadas. Os resultados dos experimentos com o acelerômetro mostram que os modelos foram capazes de representar até 30% do sinal modelado. A precisão dos modelos foi limitada por incertezas associadas à aquisição dos dados e variações no comportamento do sistema, o que resultou em uma aproximação satisfatória e funcional da modelagem.

Palavras-chave: estabilidade; processo estocástico; teoria do controle.

ABSTRACT

This study investigates how different types of noise influence the modeling of discrete linear dynamic systems. The research comprises three simulated experiments for controlling discrete linear systems under different noise conditions: no noise, white noise, pink noise, and brown noise. Additionally, real-world experiments are proposed through data acquisition from a digital accelerometer, the LIS3DH model, using an Arduino Nano. ARIMA models are employed to characterize the accelerometer's behavior, with sampling intervals of 100 ms, 500 ms, and 1000 ms. MATLAB software is utilized for simulation, analysis, and model derivation. The results from the simulated experiments indicate that the Mean Squared Error (MSE) is lower for white noise compared to the other noise types. The simulations also demonstrate that adding noise to the system output increases the error and induces undesirable oscillations. The experimental results with the accelerometer reveal that the models were able to represent up to 30% of the measured signal. The accuracy of the models was constrained by uncertainties associated with data acquisition and variations in system behavior, leading to a satisfactory and functional approximation of the system's modeling.

Keywords: stability; stochastic processes; control theory.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Diagrama de blocos da representação por espaço de estados	15
Figura 2 – Histograma de ruído branco	17
Figura 3 – Escala cinzenta indicando nível de informação disponível na modelagem	19
Figura 4 – Representação esquemática do modelo geral, com ruído	20
Figura 5 – Representação modelo FIR	20
Figura 6 – Representação modelo ARX	21
Figura 7 – Representação modelo ARMAX	21
Figura 8 – Representação modelo erro na saída	22
Figura 9 – Representação modelo Box-Jhenkins	23
Figura 10 – Fluxograma experimentos simulados	27
Figura 11 – Circuito RLC Simulado	28
Figura 12 – Diagrama de bloco do sistema em malha fechada	29
Figura 13 – Ruído branco adicionado ao sistema	29
Figura 14 – Ruído branco adicionado ao sistema	30
Figura 15 – Ruído branco adicionado ao sistema	30
Figura 16 – Fluxograma experimentos com acelerômetro	31
Figura 17 – Montagem Protoboard Arduino e acelerômetro	31
Figura 18 – Acelerômetro, modelo (LIS3DH)	31
Figura 19 – Exemplo de histograma	32
Figura 20 – Exemplo de sinal M (não estacionário) e sinal M diferenciado (estacionário)	34
Figura 21 – Resposta do sistema sem ruído e com ruído branco	35
Figura 22 – Resposta do sistema sem ruído e com ruído rosa	36
Figura 23 – Resposta do sistema sem ruído e com ruído marrom	36
Figura 24 – Comparação sinal original e sinais ruidosos	37
Figura 25 – Comparativo do Erro Médio Quadrático (EMQ)	38
Figura 26 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo X, intervalo de 100ms	39
Figura 27 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo Y, intervalo de 100ms	39
Figura 28 – Histograma de leituras no Eixo X com intervalos de 100ms	40
Figura 29 – Histograma de leituras no Eixo Y com intervalos de 100ms	40
Figura 30 – Sinal original e Sinal diferenciado de 1° Ordem - Eixo Y	41
Figura 31 – Gráfico de barras representação para eixo X EA1	42
Figura 32 – Gráfico de barras representação para eixo Y EA1	43
Figura 33 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo X	44
Figura 34 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo X	44
Figura 35 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original	45
Figura 36 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original - Eixo X	45
Figura 37 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo Y	46
Figura 38 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo Y	47
Figura 39 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original	47
Figura 40 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original	48
Figura 41 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo X, intervalo de 500ms	49

Figura 42 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo Y, intervalo de 500ms	49
Figura 43 – Histograma de leituras no Eixo X com intervalos de 500ms	50
Figura 44 – Histograma de leituras no Eixo Y com intervalos de 500ms	50
Figura 45 – Sinal original e Sinal diferenciado de 1° Ordem - Eixo Y	51
Figura 46 – Gráfico de barras representação para eixo X EA2	52
Figura 47 – Gráfico de barras representação para eixo Y EA2	53
Figura 48 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo X	53
Figura 49 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo X	54
Figura 50 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original	55
Figura 51 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original	55
Figura 52 – Resíduos do modelo com pior modelagem	56
Figura 53 – Resíduos do modelo com melhor modelagem	57
Figura 54 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original	57
Figura 55 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original	58
Figura 56 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo X, intervalo de 1000ms	59
Figura 57 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo Y, intervalo de 1000ms	59
Figura 58 – Histograma de leituras no Eixo X com intervalos de 1000ms	60
Figura 59 – Histograma de leituras no Eixo Y com intervalos de 1000ms	60
Figura 60 – Sinal original e Sinal diferenciado de 1° Ordem - Eixo Y	61
Figura 61 – Gráfico de barras representação para eixo X EA3	62
Figura 62 – Gráfico de barras representação para eixo Y EA3	63
Figura 63 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo X	63
Figura 64 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo X	64
Figura 65 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original	65
Figura 66 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original	65
Figura 67 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo Y	66
Figura 68 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo Y	67
Figura 69 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original	67
Figura 70 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original	68
Figura 71 – Análise do Desempenho do Eixo X nos Experimentos EA1, EA2 e EA3	69
Figura 72 – Análise do Desempenho do Eixo Y nos Experimentos EA1, EA2 e EA3	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Análise estatística descritiva dos dados coletados nos eixos X e Y com intervalo de amostragem de 100 ms	41
Tabela 2 – Parâmetros AIC e BIC escolhidos para modelagem do EA1	42
Tabela 3 – Análise estatística descritiva dos dados coletados nos eixos X e Y com intervalo de amostragem de 500 ms	51
Tabela 4 – Parâmetros AIC e BIC escolhidos para modelagem EA2	52
Tabela 5 – Análise estatística descritiva dos dados coletados nos eixos X e Y com intervalo de amostragem de 1000 ms	61
Tabela 6 – Parâmetros AIC e BIC escolhidos para modelagem EA3	62
Tabela 7 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo X do EA1	74
Tabela 8 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo Y do EA1	75
Tabela 9 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo X do EA2	76
Tabela 10 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo Y do EA2	77
Tabela 11 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo X do EA3	78
Tabela 12 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo Y do EA3	78

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	OBJETIVOS	13
2.1	Objetivos específicos	13
3	REVISÃO DE LITERATURA	14
3.1	Sistemas Dinâmicos Lineares	14
3.1.1	Representações lineares.	14
3.2	Ruído	15
3.2.1	Ruído Branco Gaussiano	16
3.2.2	Ruído Colorido	17
3.3	Modelagem de Sistemas Dinâmicos Lineares	18
3.3.1	Classificação de modelos	18
3.3.2	Modelos de identificação - Representação em tempo discreto	19
3.4	Polarização	23
3.5	Autovalor e Autovetor	23
3.6	Correlação e autocorrelação	23
3.7	Estado da Arte	23
3.7.1	Modelagem de Ruídos de Giroscópios Comerciais para Aplicações em Navegação Inercial	24
3.7.2	O uso de giroscópios e acelerômetros para a modelagem matemática de uma plataforma com dois graus de liberdade	24
3.7.3	Modelagem e Controle de um Quadricóptero em Ambiente de Simulação	24
3.7.4	Utilização de giroscópio e acelerômetro para Identificação de movimentação em ambientes Tridimensionais	24
3.7.5	Identificação de Sistemas Dinâmicos Não-Lineares Utilizando Modelos NARMAX Polinomiais - Aplicação a Sistemas Reais	25
3.7.6	Calibração de Acelerômetro Triaxial Utilizando Filtro de Kalman	25
3.7.7	Estudo Comparativo entre Filtro Complementar e Filtro de Kalman Estendido em uma Aplicação de Estimção de Atitude	25
3.7.8	Caracterização de sensores inerciais do tipo MEMS para medição direcional de ondas, utilizando boias Heave-Pitch-Roll	26
4	METODOLOGIA	27
4.1	Experimentos ES	27
4.2	Experimentos EA	30
4.3	Análise Estatística	32
4.3.1	Análise Gráfica	32
4.3.2	Testes Estatísticos	32
4.3.3	Critério de informação de Akaike	32
4.3.4	Critério de Informação Bayesiano	33
4.3.5	Diferenciação	33
4.3.6	Erro médio quadrático - EMQ	34
5	RESULTADO E DISCUSSÃO	35

5.1	Experimentos ES	35
5.1.1	Experimento ES1	35
5.1.2	Experimento ES2	35
5.1.3	Experimento ES3	36
5.1.4	Comparação entre os experimentos ES	37
5.2	Experimentos EA	38
5.2.1	Experimento EA1	38
5.2.2	Definição do modelo ARIMA para EA1	41
5.2.3	Experimento EA1 - Modelo Eixo X.	43
5.2.4	Experimento EA1 - Modelo Eixo Y.	46
5.2.5	Experimento EA2	48
5.2.6	Definição do modelo ARIMA para EA2.	51
5.2.7	Experimento EA2 - Modelo Eixo X.	53
5.2.8	Experimento EA2 - Modelo Eixo Y.	56
5.2.9	Experimento EA3	58
5.2.10	Definição do modelo ARIMA para EA3	61
5.2.11	Experimento EA3 - Modelo Eixo X.	63
5.2.12	Experimento EA3 - Modelo Eixo Y.	66
5.2.13	Considerações sobre o tempo de amostragem.	68
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
	REFERÊNCIAS	71
	APÊNDICE A – Resultado completo dos cálculos de AIC e BIC	73

1 INTRODUÇÃO

O estudo da dinâmica de diversos sistemas lineares é fundamental para trabalhos na engenharia, na física e na matemática. A modelagem de um sistema por meio de um sistema linear é uma das formas de representar qualquer processo que possa ser descrito ou aproximado por equações lineares (20). Após a modelagem, fenômenos e processos podem ser preditos ou controlados. Entretanto, algumas diferenças no comportamento dinâmico entre o modelo e o fenômeno modelado podem ser explicadas por meio da relação de linearidade e não linearidade, parâmetros variantes ou não variantes no tempo, entre outras.

Na literatura, existem alguns tipos de modelagem, entre elas estão a modelagem caixa preta, caixa branca e caixa cinza. Na modelagem caixa preta (Martins 2023), não se utilizam as leis físicas e matemáticas do sistema, onde, utilizando dados de entrada e saída do sistema, é possível obter uma aproximação do sistema diante de medições experimentais realizadas. Na modelagem caixa branca (Lopes *et al.* 2013), diferentemente da caixa preta, os fenômenos físicos e químicos que compõem o sistema a ser modelado devem ser conhecidos; se houver dados de entrada e saída, são utilizados apenas para validação do modelo (Corrêa e Aguirre 2004). Na modelagem caixa cinza, há a junção das duas modelagens citadas anteriormente, ou seja, compreende todo procedimento que não se encaixa especificamente na modelagem caixa preta ou branca. (Callegari *et al.* 2019)

Os sistemas dinâmicos raramente estão livres de perturbações e incertezas (17). Os sinais ruidosos geralmente estão presentes de diversas formas no sistema (Venkateswaran *et al.* 2021). O ruído pode surgir de diversas fontes diferentes - imprecisão na medição dos dados de entrada e saída do sistema ou fatores externos ao sistema (Zhong *et al.* 2024).

Neste trabalho, a influência do ruído no controle e na modelagem de sistemas dinâmicos lineares discretos é discutida. No capítulo 3, é apresentada uma revisão da literatura existente. No capítulo 4, a metodologia utilizada é apresentada. No capítulo 5, os resultados são apresentados para os experimentos simulados e para os experimentos reais. E, por fim, no capítulo 6, as considerações finais são apresentadas.

2 OBJETIVOS

Analisar a influência do ruído no controle e na modelagem de sistemas dinâmicos lineares discretos.

2.1 Objetivos específicos

- Realizar experimentos simulados na ausência e na presença de ruído, utilizando o software MatLab.
- Realizar experimentos reais com um acelerômetro digital.
- Propor um modelo ARIMA para o acelerômetro digital.

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 Sistemas Dinâmicos Lineares

Um sistema dinâmico pode ser definido como um agrupamento de objetos por algum tipo de interação ou interdependência, de modo que existam mudanças de causa e efeito nos elementos que compõem esse conjunto (Monteiro 2011). Os sistemas podem ser utilizados para extrair informação, processar sinais e gerenciar modificações em algum sinal, por meio de um software, ou de um hardware (Lathi 2006).

Um sistema dinâmico linear é um sistema no qual a evolução do estado ao longo do tempo é descrita por equações diferenciais lineares (no caso contínuo) ou por equações em diferenças lineares (no caso discreto). Esses sistemas obedecem aos princípios de superposição e homogeneidade, ou seja, a resposta a uma combinação linear de entradas é a mesma combinação linear das respostas individuais (Lathi 2006).

Na existência de grandes sinais, quase todos os sistemas observados na prática tendem a se tornarem não lineares. Entretanto, sistemas não lineares podem ser linearizados (Perez 1990), possibilitando a aplicação de técnicas lineares: Série de Taylor (Lathi 2006), linearização global (Andrade 1993) e linearização ótima (Quintães 2008).

3.1.1 Representações lineares.

Um sistema linear pode ser modelado por diferentes técnicas, como, Transformada de Laplace (funções de transferência), Transformada Z (funções de transferência), Espaço de Estados Contínuo e Discreto.

As funções de transferência são consideradas equações que descrevem o comportamento de um sistema, a partir de sinais de entrada e saída. Em sistemas de tempo contínuo, a função de transferência ($H(s)$) de um sistema é obtida pela razão da Transformada de Laplace da saída [$Y(s)$], pela entrada [$X(s)$]. Tendo como representação comum a razão de dois polinômios em s , representado na Equação 1 (Lathi 2006).

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} \quad (1)$$

Em sistemas de tempo discreto, a função de transferência é definida de forma similar a de tempo contínuo, utilizando a transformada Z ao invés da transformada de Laplace. A função de transferência em tempo discreto ($H(z)$) é dada pela razão da transformada Z da saída [$Y(z)$], pela entrada [$X(z)$], vista na Equação 2 (Ogata 1995).

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (2)$$

A técnica de Espaço de Estados Discretos utiliza de várias equações de diferença de primeira ordem, que juntas definem o comportamento dinâmico do sistema. A modelagem de Espaço de Estados Discretos pode ser utilizada para representar um sistema com uma entrada e uma saída (SISO) ou múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). Diferente da representação por meio de Funções de Transferência, a modelagem por Espaço de Estados permite condições iniciais não nulas (Ogata 1995).

Para (Ogata 1995) sistemas lineares de tempo discreto tem sua equação de estado definida como:

$$x_{(K+1)} = f[x(k), u(k), k] \quad (3)$$

e a equação de saída como:

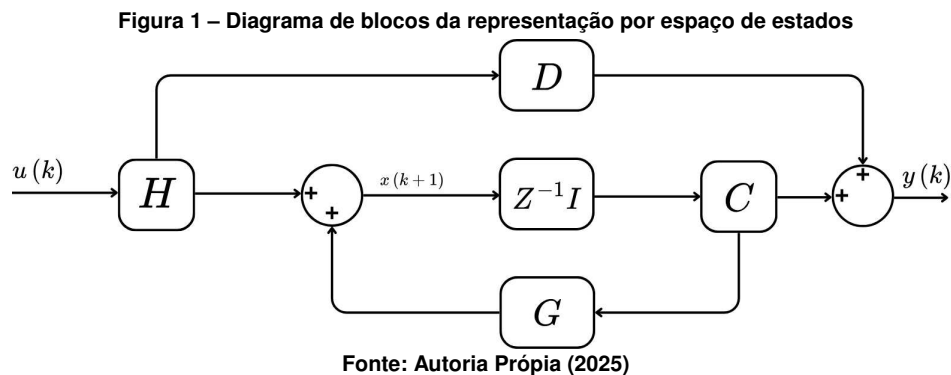
$$y_{(k)} = g[x_{(k)}, u_{(k)}, k] \quad (4)$$

onde para sistemas lineares de tempo discreto, a equação de estado e a equação de saída podem ser simplificadas em:

$$x_{k+1} = G(k)x(k) + H(k)u(k)$$

$$y_k = C(k)x(k) + D(k)u(k) \quad (5)$$

onde $x(k)$ é o vetor de estado, $y(k)$ é o vetor de saída, $u(k)$ é o vetor de entrada, $G(k)$ é a matriz de estado, $H(k)$ é a matriz de entrada, $C(k)$ é a matriz de saída, $D(k)$ é a matriz de transição direta, todas em função da amostra k . Na Figura 1, é possível visualizar essa representação em diagrama de blocos.



A modelagem em espaço de estados, em tempo contínuo tem as equações de estado formuladas utilizando equações diferenciais em vez de equações de diferença. A modelagem segue a mesma estrutura conceitual, mas considera a evolução do sistema de forma contínua no tempo. Para (Nise 2013), as equações de estado em tempo contínuo de um sistema são definidas como:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (6)$$

e a equação de saída como:

$$y = Cx + Du \quad (7)$$

Onde x representa o vetor de estados, \dot{x} representa a derivada em relação ao tempo do vetor de estados, y o vetor de saída, u o vetor de entrada ou controle, A a matriz que representa o sistema, B a matriz que apresenta as entradas, C a matriz de saída e D representa a matriz de transmissão direta.

3.2 Ruído

O ruído é um tipo de sinal indesejado que pode aparecer durante a aquisição de sinais e/ou processamento de dados. O ruído pode ser considerado de várias maneiras e ter natureza diversa. A redução da influência do sinal de ruído pode ser feita por meio da minimização da relação saída/ruído (SNR) por intermédio de técnicas de filtragem. A eliminação ou diminuição desses ruídos normalmente é feita com a utilização de filtros, buscando remover o ruído (PAI 2010).

Assim como outros sinais, o ruído também possui seus aspectos próprios. Pode-se dizer que o ruído é visto

como uma grande mudança na magnitude de um sinal inicial, podendo ser notado de diversas formas, como por exemplo, a sua característica de espessura e cor, além de possuir sua magnitude que não deve ser tratada com indiferença (Fernandes 2007).

3.2.1 Ruído Branco Gaussiano

O ruído branco Gaussiano tem como característica principal, variância aleatória e não uniforme. Em outros termos, pode-se dizer que quando esse ruído é adicionado a um sinal puro se propaga na composição do sinal, tanto em altas quando em baixas frequências. Assim, o processo de filtragem para eliminar esse ruído deve preservar o sinal que contém a informação útil (Fernandes 2007).

Para (Fernandes 2007), existem alguns critérios para avaliar a relação sinal-ruído (SNR) de um sinal, na Equação 8 é possível analisar a expressão que mostra uma delas:

$$SNR = \frac{\sum_i^f f^2(i,j)}{\sum_i^f e^2(i,j)} \quad (8)$$

onde $f(i,j)$ mostra o sinal sem ruído, e $e(i,j)$ o ruído, os índices i e j representam as respectivas coordenadas no espaço e tempo relativos do sinal. Também é possível representar o SNR em db, que é apresentado a seguir:

$$SNR(db) = 10 \log\left(\frac{P_f}{P_e}\right) \quad (9)$$

em que P_f representa a potência do sinal sem nenhum ruído, e P_e é a potência do ruído. É possível definir P_f e P_e como as correlações do sinal e do ruído. Quando a SNR em db tende ao infinito, a qualidade do filtro utilizado pode ser considerada perfeita, e quanto mais próxima de 0, a filtragem é considerada falha.

A densidade espectral de potência de um ruído branco geralmente é definida como:

$$S_w(f) = \frac{N_0}{2} \quad (10)$$

Para que um sinal aleatório seja considerado um ruído branco, a média de sua função e a função de autocorrelação devem respeitar algumas condições:

$$\mu_w(t) = E(w(t)) = 0 \quad (11)$$

onde $\mu_w(t)$ corresponde a média do processo aleatório $w(t)$, $E(w(t))$ o operador de expectativa, ou esperança matemática aplicado a $w(t)$.

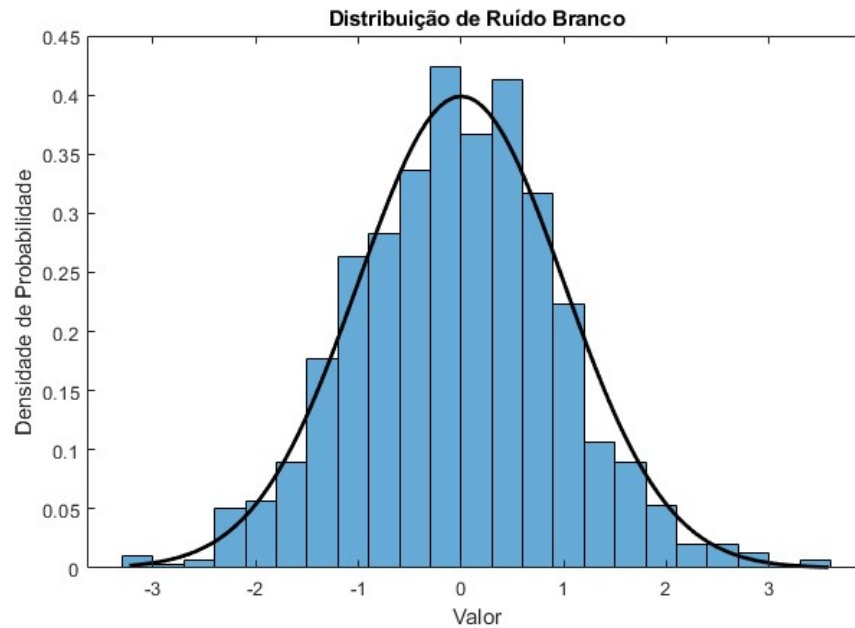
$$R_W(t_1, t_2) = E(w(t_1)w(t_2)) = \left(\frac{N_0}{2}\right)\delta(t_1 - t_2) \quad (12)$$

$R_w(t_1, t_2)$ é a função de autocorrelação do processo aleatório $w(t)$, que descreve como os valores de $w(t)$ em momentos diferentes, t_1 e t_2 estão relacionados, $E(w(t_1)w(t_2))$ é o operador de expectativa que é aplicado ao produto de $w(t_1)$ e $w(t_2)$, e serve para cálculo do valor esperado desse produto.

A média será zero para qualquer espaço de tempo, e a sua função de autocorrelação será uma função delta de Dirac, onde sua transformada de Fourier é constante, e igual a um, assim tendo a densidade espectral da potência dada pela equação 10.

Na Figura 2, pode-se observar que um conjunto de dados gerados como ruído branco no histograma. Percebe-se que esses dados seguem uma distribuição normal, representada pela curva gaussiana sobreposta ao histograma.

Figura 2 – Histograma de ruído branco



3.2.2 Ruído Colorido

Em engenharia e em outros campos, a cor do ruído normalmente se refere ao espectro de potência de um sinal produzido por um processo estocástico. O costume de nomear tipos de ruído a partir de cores, veio do ruído branco, que possui a mesma densidade espectral em todas as frequências, e cada cor de ruído possui uma densidade diferente em cada frequência. (Neto 2017)

Ruído Marrom

O ruído marrom, também chamado de ruído vermelho, é o ruído produzido pelo movimento browniano. Este tipo de ruído pode ser obtido a partir da integração do ruído branco. O ruído marrom possui densidade espectral proporcional a $1/f^2$ (Stadnitski 2012).

Ruído Rosa

O ruído rosa é definido como um sinal ou processo onde a densidade espectral de potência é inversamente proporcional à frequência do sinal. Pode-se dizer que o ruído rosa é intermediário entre o ruído branco e marrom, se caracteriza por manter a potência igual em qualquer escala logarítmica. Quando se trata de bandas de frequência constante, o ruído rosa decai em uma razão de frequência de 3 dB por oitava.

3.3 Modelagem de Sistemas Dinâmicos Lineares

A execução da modelagem de um sistema linear abrange a utilização de duas informações principais: conhecimento sobre a física do sistema em que se tem a pretensão de modelar e, também, de alguns dados experimentais mínimos sobre o sistema que se deseja efetuar a modelagem. Quando se utilizam as características físicas do sistema, pode-se dizer que a modelagem envolve dedução; já quando se utilizam os dados experimentais do sistema, a modelagem é comumente chamada de indutiva. Ao utilizar uma modelagem dedutiva do sistema, é permitido ser considerada uma solução única para a modelagem do sistema; em contrapartida, utilizando uma modelagem indutiva, é legítimo que sempre irá existir um número infinito de modelos que cheguem às relações entrada e saída do mesmo sistema (Karplus 1977).

3.3.1 Classificação de modelos

A modelagem de sistemas pode ser classificada em três tipos: caixa branca, preta e cinza. A definição de qual modelagem a ser utilizada depende das informações (dados) disponíveis.

Modelagem Fenomenológica (Caixa Branca)

A modelagem do tipo caixa branca requer um conhecimento completo do sistema, incluindo as leis físicas que o regem. Nesse tipo de abordagem, todos os parâmetros do sistema são previamente conhecidos ou determinados com precisão (Callegari *et al.* 2019).

Na modelagem fenomenológica, tem-se uma certa dificuldade quando se deseja obter um modelo, nem sempre a parte física que envolve o sistema é totalmente compreendida ou pode ser definida. Além de que, para obter essa modelagem, é necessário muito tempo e conhecimento específico, o que pode tornar essa modelagem inviável (Corrêa e Aguirre 2004).

Modelagem Empírica (Caixa Preta)

Na modelagem caixa preta, as relações entre as variáveis de estado do sistema não são conhecidas, diferentemente da modelagem caixa branca. A modelagem caixa preta utiliza dados (entrada e saída) obtidos por experimentos para a modelagem e estimação dos parâmetros do modelo (Callegari *et al.* 2019).

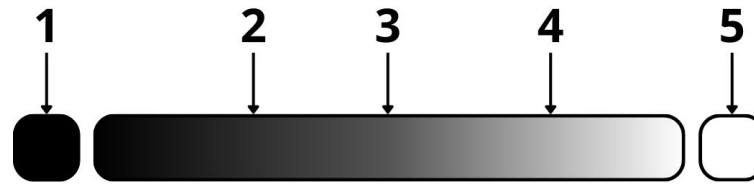
A principal desvantagem da modelagem caixa preta é a falta de conhecimento total a priori do sistema, podendo levar às escolhas equivocadas, como um número exagerado de variáveis do sistema. Entretanto, a escolha de uma técnica adequada pode levar a uma representação aceitável da dinâmica do sistema.

Modelagem (Caixa Cinza)

A combinação da metodologia caixa branca e caixa preta é chamada de caixa cinza, onde se explora as leis físicas do sistema, juntamente com os dados adquiridos por experimentos (Funkquist 1997).

Pode-se observar na figura 3 que quanto mais conteúdo relacionado à física do problema, mais próximo de uma modelagem caixa branca ele está (4), e quanto mais dados experimentais utilizados, mais próximo de um sistema caixa preta ele se encontra (2) (Karplus 1977).

Figura 3 – Escala cinzenta indicando nível de informação disponível na modelagem



Fonte: Karplus 1977

3.3.2 Modelos de identificação - Representação em tempo discreto

Modelos discretos são comumente utilizados na identificação de sistemas, utilizando algoritmos específicos para estimativa de parâmetros. Para Aguirre 2015, um modelo geral, pode ser definido por:

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}v(k)$$

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)A(q)}v(k) \quad (13)$$

$$y(k) = G(q)u(k) + H(q)v(k)$$

Onde, se define q^{-1} como operador de atraso, assim, $y(k)q^{-1} = y(k-1)$, $v(k)$ ruído branco, e $A(q), B(q), C(q), D(q), F(q)$ os polinômios que são apresentados a seguir:

$$A(q) = 1 - a_1q^{-1} - \dots - a_{n_y}q^{-n_y}$$

$$B_1q^{-1} + \dots + B_{n_u}q^{-n_u}$$

$$C(q) = 1 - c_1q^{-1} + \dots + c_{n_v}q^{-n_v} \quad (14)$$

$$D(q) = 1 - d_1q^{-1} + \dots + d_{n_d}q^{-n_d}$$

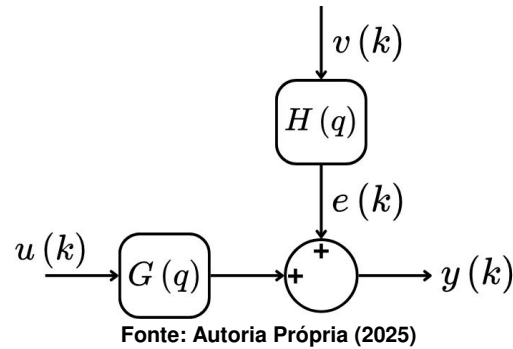
$$F(q) = 1 - f_1q^{-1} + \dots + f_{n_f}q^{-n_f}$$

No caso das funções $G(q)$ e $H(q)$, se referem às funções de transferência do próprio sistema, e ao ruído.

Modelo de resposta ao impulso finita (FIR)

O modelo de resposta ao impulso finito (FIR) pode ser obtido através do modelo geral 13, tendo em conta $C(q) = D(q) = F(q) = A(q) = 1$ e $B(q) \neq 1$. A principal característica desse modelo é de ser de uma natureza não recursiva, e pode-se dizer que os modelos FIR possuem suas respectivas funções de transferência do tipo polinomial (Aguirre 2015).

Figura 4 – Representação esquemática do modelo geral, com ruído

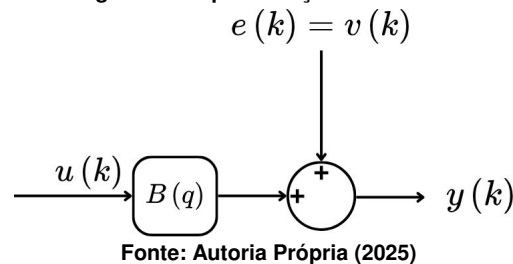


Tomando $A(q) = C(q) = D(q) = F(q) = 1$ e $B(q)$ um polinômio arbitrário com ordem M , podemos escrever o modelo FIR como:

$$y(k) = B(q)u(k) + v(k) \quad (15)$$

Como se tem $C(q)/D(q) = 1$, o ruído que é adicionado na saída $y(k)$ pode ser considerado branco, então $e(k) = v(k)$. Como o ruído é adicionado diretamente na saída, esse modelo pode ser classificado como um modelo de erro na saída.

Figura 5 – Representação modelo FIR



Modelo ARX e AR

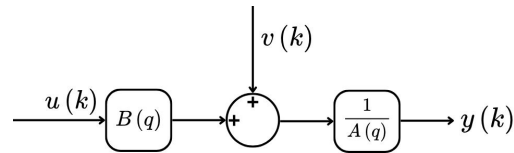
Para (Aguirre 2015), modelos ARX (autorregressivo com entradas externas) podem ser obtidos utilizando as equações do modelo geral, equação 13, onde se define $C(q) = D(q) = F(q) = 1$, com $A(q)$ e $B(q)$ definidos como polinômios arbitrários no sistema, que resultam em:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + v(k) \quad (16)$$

No modelo ARX, estimativas errôneas sobre a dinâmica do sistema analisado são facilmente realizadas, pois como o polinômio $A(q)$ representa a dinâmica do sistema, também representa o ruído. Assim, pode ser necessário utilizar os polinômios $A(q)$ e $B(q)$ com ordens mais altas. Porém, se a relação entre sinal-ruído do sistema for boa, esse problema não é muito relevante (Bittencourt *et al.* 2007).

Em casos onde não existem entradas, o modelo anteriormente chamado de ARX se transforma em um modelo AR, pois temos $B(q) = 0$, que por consequência resulta em $A(q)y(k) = v(k)$

Figura 6 – Representação modelo ARX



Fonte: Autoria Própria (2025)

Modelo ARMAX

O modelo ARMAX (Auto Regressivo com média móvel e entradas exógenas) é uma versão aprimorada do modelo ARX, pois além de levar em consideração os valores que anteriormente estavam nas entradas e saídas exógenas, leva também os resíduos passados pelo modelo, permitindo que algumas características do sistema que não foram percebidos nos valores anteriores das entradas exógenas e da saída, sejam adicionadas nesse modelo. Quando se inclui o resíduo no sistema é possível regular a dinâmica desse sistema com maior precisão, já que ele leva em consideração os erros do modelo anterior (SANTANA 2023).

De acordo com (Aguirre 2015) É possível obter o modelo ARMAX através do modelo geral 13, utilizando $D(q) = F(q) = 1$, e $A(q)$, $B(q)$, $C(q)$ polinômios arbitrários, que resultam em:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)v(k) \quad (17)$$

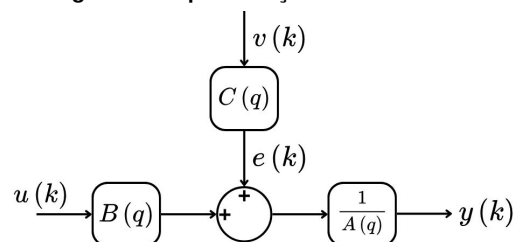
Que a partir de algumas manipulações, pode ser expressado de forma mais clara a partir de:

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{A(q)}v(k)$$

$$y(k) = G(q)u(k) + e(k) \quad (18)$$

Sendo $e(k)$ um ruído não branco, pois o ruído branco $v(k)$ é alterado pela função de transferência do ruído.

Figura 7 – Representação modelo ARMAX



Fonte: Autoria Própria (2025)

Os modelos ARX e ARMAX pertencem ao grupo dos modelos de erro na equação. Esses modelos podem ser representados como modelos de erro na saída, que serão avaliados nas próximas seções.

Modelo ARMA

O modelo auto regressivo com média móvel (ARMA) pode ser considerado um sub-caso do modelo ARMAX. Esse modelo existe quando não se tem sinais exógenos, que garantem $u(k) = 0$, assim podemos reescrever a equação

do modelo ARMAX como:

$$A(q)y(k) = C(q)v(k) \quad (19)$$

$$y(k) = H(q)v(k) \quad (20)$$

onde H representa a função de transferência do ruído, dito isto, o modelo ARMA avalia como o processo do ruído branco $v(k)$, altera a saída $y(k)$ (Aguirre 2015).

Modelo de erro na saída

De acordo com (Aguirre 2015) Os modelos de erro na saída, são modelos que são descritos a partir do modelo geral 13, porém com o polinômio $A(q) = 1$, também pode-se dizer que modelos que são do tipo erro na equação são aqueles que possuem o polinômio $A(q)$ em comum na função de transferência do processo e do ruído. Definindo $A(q) = C(q) = D(q) = 1$ e os polinômios arbitrários $B(q)$ e $F(q)$, se tem:

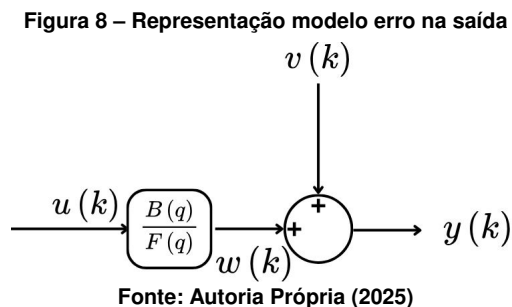
$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + v(k) \quad (21)$$

Como se pode observar, o ruído branco $v(k)$ é adicionado diretamente na saída do modelo, que define o nome dessa classe de modelos. Em uma tentativa de representar o modelo de erro na saída como um modelo ARX, pode-se chegar na seguinte representação (Aguirre 2015):

$$F(q)w(k) = B(q)u(k) \quad (22)$$

$$y(k) = w(k) + v(k) \quad (23)$$

onde se tem $w(k)$ como uma variável para auxiliar na análise do modelo, representando um sinal auxiliar sem ruído, que não é medido. Assim, o modelo pode ser representado como:

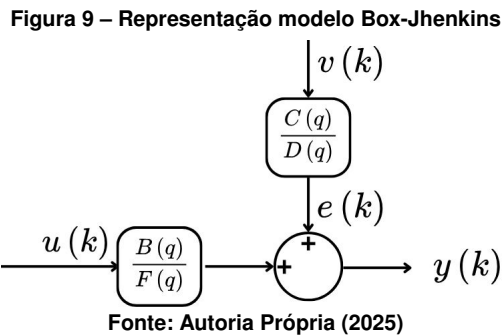


Modelo Box-Jenkins

O modelo Box-Jenkins também pode ser obtido através do modelo geral 13, assim como o modelo de erro na saída, com $A(q) = 1$, Com os demais polinômios arbitrários (Box *et al.* 2015).

Assim como no modelo de erro na saída, as funções de transferência do ruído e do sistema não conta com os

parâmetros comuns, isto significa que são independentemente parametrizados. Esse modelo também é um modelo de erro na saída, e tem o ruído $e(k)$ modelado como um sistema ARMA (Aguirre 2015).



3.4 Polarização

A polarização, também chamada de tendência ou viés, é definida como o desvio sistemático entre uma variável estimada e uma variável determinística, mesmo que esta última não seja conhecida. Esse conceito pode ser utilizado para demonstrar como determinadas condições operacionais de um sistema são ajustadas para garantir que ele funcione dentro de uma região linear, o que facilita sua modelagem e análise (Aguirre 2015).

3.5 Autovalor e Autovetor

No contexto de sistemas dinâmicos, os autovalores são definidos como valores característicos de uma matriz associada ao sistema analisado, indicando o comportamento dinâmico do sistema (Oscilação, crescimento, estabilidade). Os autovalores de uma matriz de estado, A , determinam a evolução temporal das variáveis de estado (Aguirre 2015).

Autovetores são vetores associados aos autovalores do sistema, indicando a direção no espaço de estado em que a ação do sistema se torna uma escala do próprio vetor, ou seja, após serem transformados pela matriz do sistema, se mantêm em sua direção original, mas são redimensionados pelo fator correspondente ao autovalor (Poole 2017).

3.6 Correlação e autocorrelação

Conceitos de Correlação são abordados como ferramentas essenciais na análise de sinais e sistemas. A correlação pode ser definida como uma medida estatística que avalia qual o grau de dependência linear entre sinais ou entre variáveis. Quando existe a necessidade de analisar a correlação de um sinal com ele próprio em diferentes instantes no tempo, utiliza-se a autocorrelação, que permite analisar se existem características determinísticas que comprovem a presença de ruído neste sinal, e também o nível do ruído existente (Aguirre 2015).

3.7 Estado da Arte

O estudo do estado da arte é parte crucial para situar esse trabalho no contexto das pesquisas atuais. Diversas abordagens têm sido desenvolvidas para mitigar o efeito do ruído na modelagem de sistemas dinâmicos, incluindo métodos de filtragem e técnicas de identificação robusta. Nesta seção, as principais contribuições da literatura serão apresentadas.

3.7.1 Modelagem de Ruídos de Giroscópios Comerciais para Aplicações em Navegação Inercial

O estudo realizado neste trabalho (Engers *et al.* 2021) tem como foco a crescente demanda por unidades de medição inercial (IMU) devido à sua grande utilização em sistemas de navegação. Este estudo mostra um modelo genérico para simulação de sinais de giroscópios MEMS, a partir do software Simulink. A principal motivação vem da alta precisão necessária na maioria das aplicações, tendo como limitação para utilização de IMUs sofisticadas o seu alto custo de compra. O modelo genérico desenvolvido no estudo permite simular diferentes giroscópios, variando seus parâmetros de temperatura e ângulos de entrada, com o intuito de aprimorar sistemas futuros de fusão de dados inerciais e a quantificação dos ruídos presentes nos giroscópios, utilizando a Variância de Allan, um método estatístico amplamente aplicado na análise de erros e ruídos em medições inerciais.

Os autores validaram o modelo por meio de três diferentes IMUs de baixo custo, obtendo resultados que demonstram a adaptabilidade a diferentes níveis de ruído e perfis de temperatura. O estudo sugere que a modelagem genérica pode ser adaptada a qualquer giroscópio MEMS, oferecendo flexibilidade e potencial para novos avanços no campo.

3.7.2 O uso de giroscópios e acelerômetros para a modelagem matemática de uma plataforma com dois graus de liberdade

Neste trabalho (LAGE e SEGUNDO 2015), os autores discorrem sobre a montagem de um tipo de plataforma servo-controlada com dois graus de liberdade, onde a modelagem é obtida de forma empírica, utilizando alguns sensores MPU-6050 que são combinações de acelerômetros, giroscópios e um Arduino. A partir dessa montagem, os autores conseguiram realizar a medição da posição angular da plataforma e realizar a implementação de filtros para reduzir a presença de ruído nos dados. Essa pesquisa analisa a resposta ao degrau da plataforma e implementa o ajuste de modelos de primeira e segunda ordem, utilizando o software MatLab. Os autores chegaram à conclusão de que o modelo de segunda ordem teve uma representação do sistema dinâmico mais próxima da realidade.

Para realizar medições mais precisas e rejeitar os ruídos, um filtro complementar no firmware do sistema é implementado. O artigo menciona a utilização de um Filtro de Kalman, que, mesmo sendo muito eficiente, é descartado devido à sua maior dificuldade de implementação.

3.7.3 Modelagem e Controle de um Quadricóptero em Ambiente de Simulação

Este trabalho (Vendramini 2024) tem como objetivo desenvolver um sistema de controle de posição de um quadricóptero, a partir de um modelo dinâmico, baseado no formalismo de Newton-Euler. Além do modelo do veículo, modelos de sensores, como giroscópio, magnetômetro e acelerômetro, são utilizados na estimativa das variáveis de estado do sistema. O controle implementado no quadricóptero é criado por meio de controladores de realimentação de estados, regulando os ganhos através do Regulador Linear Quadrático (LQR). O controle proposto mostrou-se eficiente na navegação do quadricóptero em trajetórias variadas.

3.7.4 Utilização de giroscópio e acelerômetro para Identificação de movimentação em ambientes Tridimensionais

Este trabalho (22) teve como principal objetivo utilizar sensores, como acelerômetros e giroscópios, para o rastreamento de um espaço 3D, para substituir dispositivos utilizados tradicionalmente, como, por exemplo, o mouse, criando uma interface mais intuitiva para o controle de ponteiros digitais.

A pesquisa utiliza o sensor MPU-6050, que tem a capacidade de capturar dados de aceleração e rotação, dando liberdade para cálculo tanto da posição quanto da velocidade do objeto. Um dos principais desafios apresentados pelos autores é a presença de ruído nos dados de deslocamento, que acarretam oscilações indesejadas no objeto virtual. Para minimizar o ruído, um filtro de Kalman é utilizado.

3.7.5 Identificação de Sistemas Dinâmicos Não-Lineares Utilizando Modelos NARMAX Polinomiais - Aplicação a Sistemas Reais

Esta pesquisa (Rodrigues 1996) tem como objetivo aplicar técnicas de identificação de sistemas dinâmicos não-lineares por meio de modelos NARMAX polinomiais, que possuem grande utilidade para representar comportamentos dinâmicos complexos de sistemas não-lineares, oferecendo um sistema não paramétrico de entrada e saída. Os autores dividem o processo de identificação em cinco principais etapas: coleta de dados, detecção de não-linearidade, seleção de estrutura, estimação de parâmetros e validação do modelo proposto. A fase de seleção de estrutura pode ser considerada a etapa mais crítica. Além disso, é proposta a utilização de rotinas computacionais para auxiliar tanto na identificação quanto na análise dos modelos obtidos.

O método proposto é validado por meio de dois experimentos reais, um forno elétrico e o circuito caótico de Chua. Em ambos os casos, o comportamento não linear é identificado. A validação bem-sucedida dos modelos NARMAX para estes dois sistemas contribui para reforçar a eficácia dessa abordagem na representação de sistemas não-lineares.

3.7.6 Calibração de Acelerômetro Triaxial Utilizando Filtro de Kalman

Esta pesquisa (Coelho *et al.* 2008) propõe um modelo de calibração para acelerômetros de Unidades de Medidas Inerciais (UMI), utilizando filtro de Kalman Estendido. Esse filtro é utilizado para estimar parâmetros, como a escala, o desalinhamento e a deriva dos sensores.

O modelo proposto elimina termos de deriva cruzada, e, também, mantém termos quadráticos e cúbicos, permitindo corrigir as não linearidades. Durante a validação do modelo, o acelerômetro é submetido a diversas variações de ângulo. O filtro de Kalman se mostrou eficaz em minimizar erros, sendo mais rápido que métodos tradicionais, como o método de mínimos quadrados. Além disso, os autores calculam o valor *RMS* do sinal ruidoso de cada acelerômetro e incorporam esses dados no modelo de estimação, proporcionando uma calibração mais precisa.

3.7.7 Estudo Comparativo entre Filtro Complementar e Filtro de Kalman Estendido em uma Aplicação de Estimação de Atitude

Este trabalho (Carneiro *et al.* 2024) aborda técnicas de fusão de dados de sensores inerciais, principalmente acelerômetros e giroscópios para estimação de altitude. Os autores analisam o desempenho de filtros complementares e Filtro de Kalman Estendido (FKE) na estimação de ângulos de inclinação de um corpo, minimizando o ruído presente na medição.

O filtro de Kalman Estendido demonstrou um maior desempenho quando comparado com o filtro complementar, mesmo na presença de maiores níveis de ruído.

3.7.8 Caracterização de sensores inerciais do tipo MEMS para medição direcional de ondas, utilizando boias Heave-Pitch-Roll

Este artigo (MORAES 2015) apresenta uma abordagem para o uso de sensores MEMS em alguns tipos de boias, usadas para a medição direcional de ondas. A utilização de sensores MEMS é proposta como alternativa aos sensores tradicionais que possuem alto custo e alta complexidade. Entretanto, sensores MEMS apresentam maior nível de ruído e precisão limitada nas medições de aceleração e rotação quando comparados com os sensores tradicionais.

Para minimizar o ruído, o estudo emprega a análise de Variância de Allan. Essa técnica permite avaliar e diferenciar erros que afetam diretamente as medições de movimento necessárias para calcular espectros direcionais de ondas.

4 METODOLOGIA

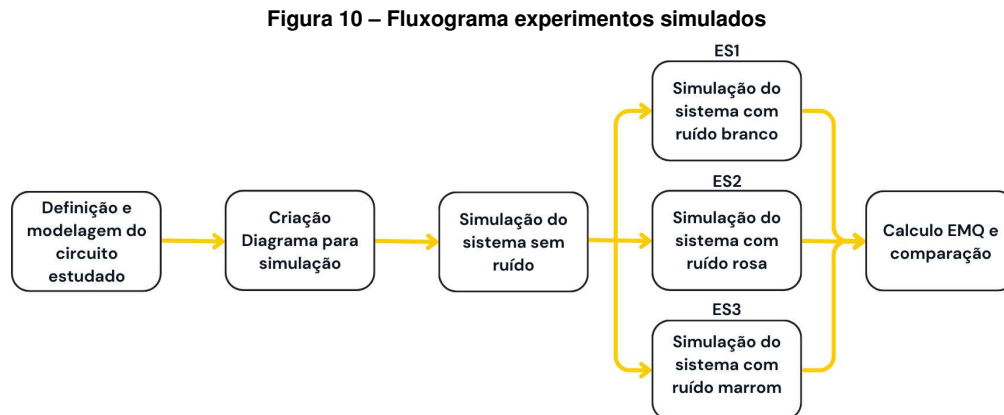
Neste trabalho, os experimentos simulados são denominados de ES1, ES2 e ES3. Os experimentos ES mostram a dinâmica de um circuito RLC, modelado em espaço de estados contínuo e discreto, sem e com ruído de medição, como pode ser visto na seção 4.1. Os experimentos ES1, ES2 e ES3 diferem pelo tipo de ruído, sendo um sinal de ruído branco para ES1, um sinal de ruído rosa para ES2 e um sinal de ruído marrom para ES3.

Os experimentos reais são denominados de EA1, EA2 e EA3. Os experimentos EA utilizam um acelerômetro digital para aquisição de dados de aceleração dos eixos X e Y de um corpo em repouso. Os experimentos EA1, EA2 e EA3 diferem no tempo de amostragem do sinal, sendo definido um tempo de amostragem igual a 100 ms para EA1, um tempo de amostragem igual a 500 ms para EA2, e um tempo de amostragem igual a 1000 ms para EA3. Os experimentos EA possuem duração igual a 6000 ms (1 minuto). Os experimentos EA1 e EA2 possuem 25 modelos testados, variando os parâmetros p, deq de 0 a 4, EA3 possuindo 16 modelos, variando os parâmetros p, deq de 0 a 3.

O acelerômetro utilizado pode ser visto na seção 4.2. Ambos os experimentos são realizados utilizando o software Matlab para as simulações do sistema, aquisição e tratamento dos dados.

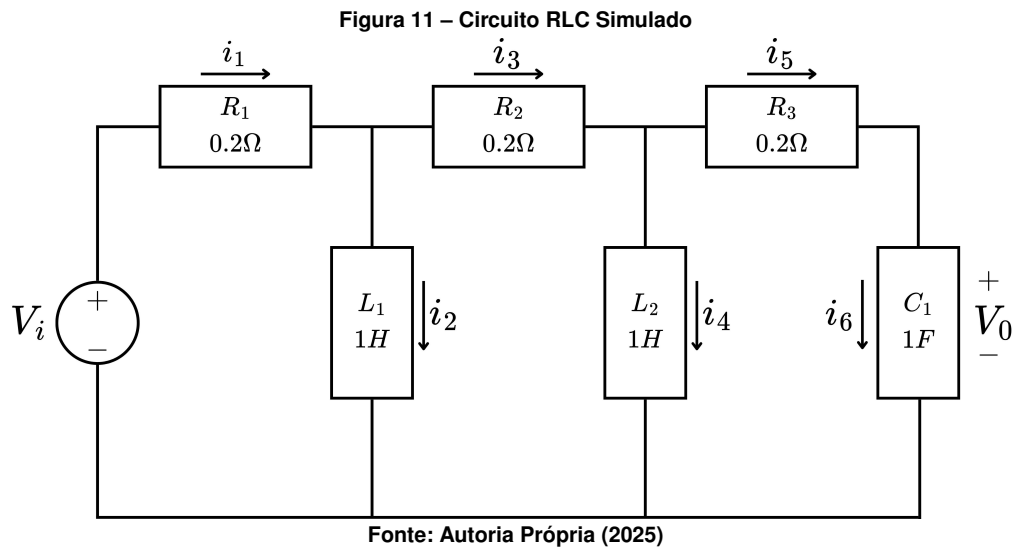
4.1 Experimentos ES

Na Figura 10, é possível visualizar como os experimentos ES1, ES2 e ES3 foram realizados; o processo se inicia na definição do modelo do circuito elétrico. Em seguida, é criado o diagrama de blocos para simulação do sistema com diferentes tipos de ruído. Após isso, são realizadas simulações do sistema sem ruído, com ruído branco (ES1), ruído rosa (ES2) e ruído marrom (ES3). Por fim, a comparação dos resultados e o cálculo do erro médio quadrático.



Fonte: Autoria Própria (2025)

Nesse trabalho, um circuito RLC é utilizado para os experimentos ES, como mostra a Figura 11. Este circuito possui três resistores (R_1 , R_2 e R_3), dois indutores (L_1 e L_2) e um capacitor (C_1)



A representação em Espaço de Estados do circuito RLC ¹ (Figura 11), em que V_i é a entrada, e V_0 é a saída do sistema, é dada pela Equação 24 (Tempo Contínuo), e pela Equação 25 (Tempo Discreto).

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -0,1333 & -0,0667 & 0,0333 \\ -0,0667 & -0,1333 & 0,6667 \\ -0,3333 & -0,6667 & -1,6667 \end{bmatrix} * x(t) + \begin{bmatrix} 0,6667 \\ 0,3333 \\ 1,6667 \end{bmatrix} * u(t) \quad (24)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * x(t)$$

A representação em Espaço de Estados Discretos é obtida por meio da discretização da representação em Espaço de Estados Contínuo (Equação 24). A aproximação de Tustin para a discretização pode ser aplicada diretamente, resultando na Equação 25.

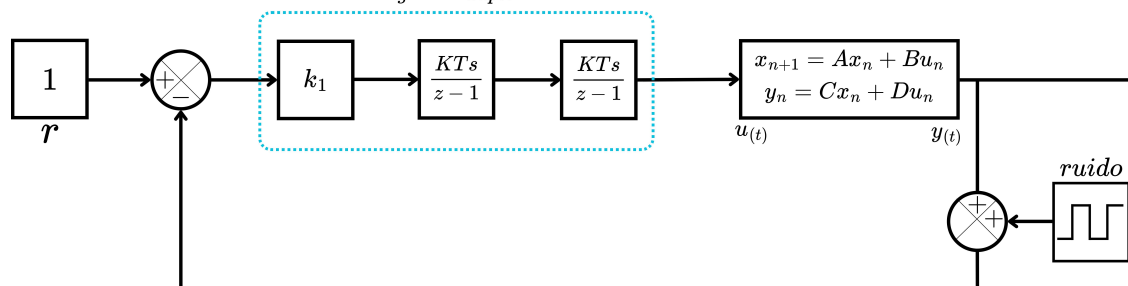
$$x_{(k+1)} = \begin{bmatrix} 0,9863 & -0,0076 & 0,0303 \\ -0,0076 & 0,9847 & 0,0608 \\ -0,0303 & -0,0608 & 0,8440 \end{bmatrix} * x_{(k)} + \begin{bmatrix} 0,0687 \\ 0,0381 \\ 0,1513 \end{bmatrix} * u_{(k)} \quad (25)$$

$$y_{(k)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * x_{(k)}$$

Os experimentos ES1, ES2 e ES3 representam a simulação de uma malha de controle com realimentação unitária, em que, o controlador escolhido é um integrador duplo, a variável manipulada é a tensão, V_i , e, a variável controlada é a tensão, V_0 , no capacitor C_1 , como mostra a Figura 12. O sinal ruidoso é adicionado à saída da malha de controle.

¹É valido lembrar que essa não é a única modelagem possível para esse sistema.

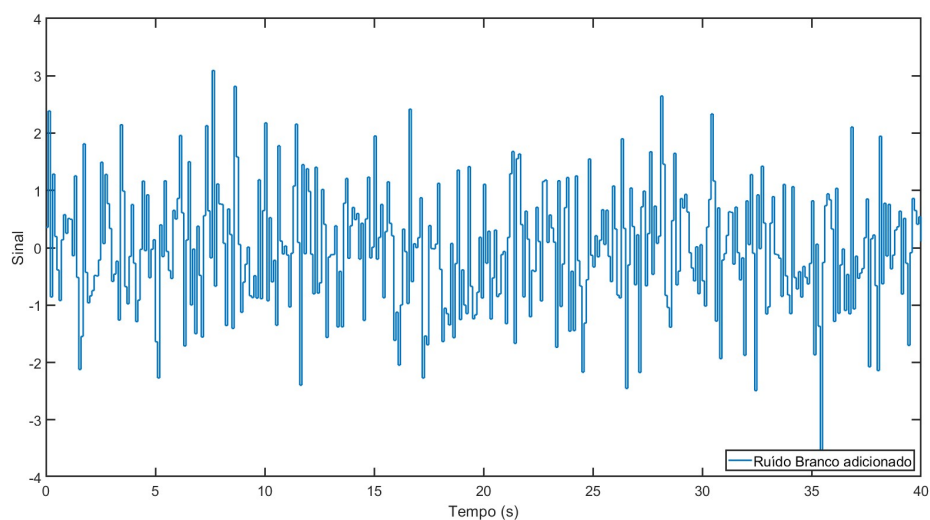
Figura 12 – Diagrama de bloco do sistema em malha fechada
integrador duplo



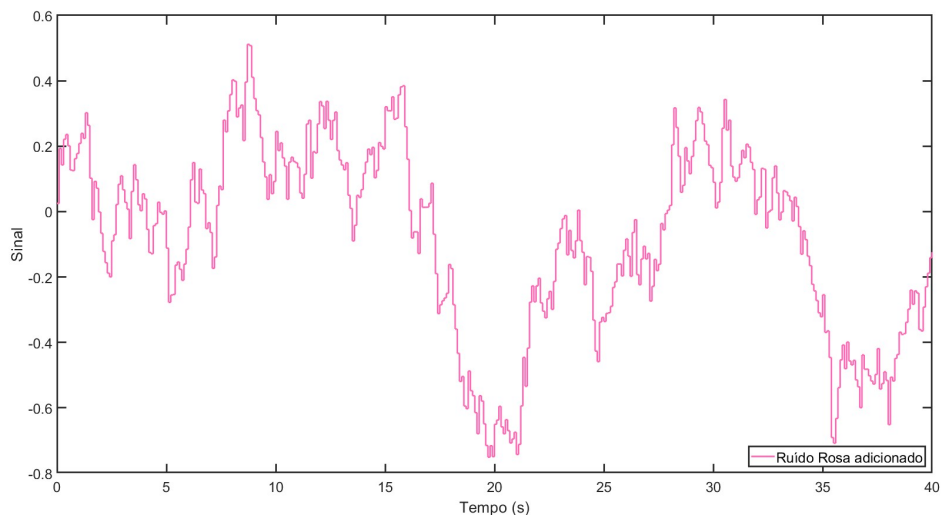
Fonte: Autoria própria (2025)

O experimento ES1 é conduzido com um sinal de ruído branco, conforme ilustrado na Figura 13. Da mesma forma, o experimento ES2 utiliza um sinal de ruído rosa, representado na Figura 14, enquanto o experimento ES3 emprega um sinal de ruído marrom, como mostrado na Figura 15.

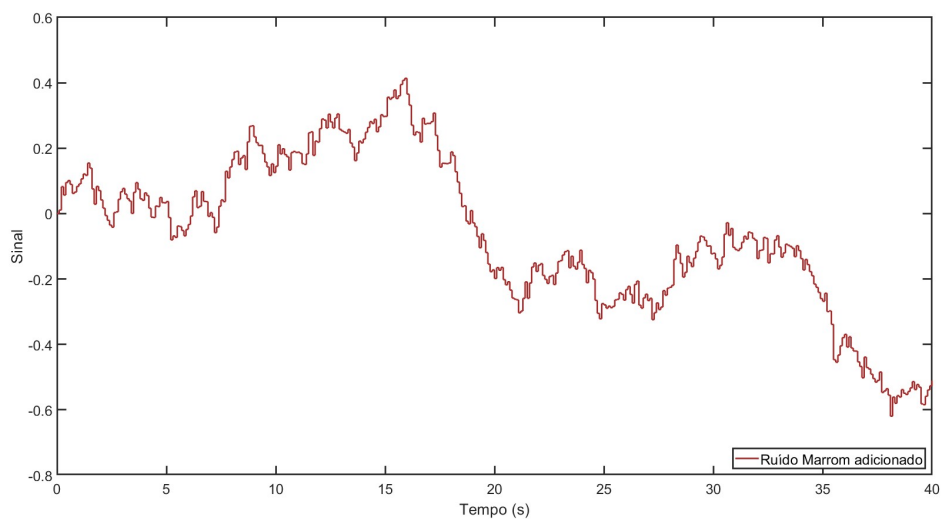
Figura 13 – Ruído branco adicionado ao sistema



Fonte: Autoria Própria (2025)

Figura 14 – Ruído branco adicionado ao sistema

Fonte: Autoria Própria (2025)

Figura 15 – Ruído branco adicionado ao sistema

Fonte: Autoria Própria (2025)

4.2 Experimentos EA

Na Figura 16, é possível visualizar como os experimentos EA1, EA2 e EA3 foram realizados. A primeira etapa consiste em realizar a montagem do acelerômetro e do Arduino nano na protoboard, que pode ser vista na figura 17. Em seguida a programação do Arduino foi realizada e testada. Posteriormente, a aquisição dos dados com os três tempos de amostragem, 100ms para o EA1, 500ms para o EA2 e 1000ms para o EA3. Então, a análise dos dados e definição dos modelos ARIMA foram realizadas. A partir destes modelos, os melhores e piores modelos foram separados e analisados. Finalizando com a comparação dos resultados em diferentes tipos de amostragem.

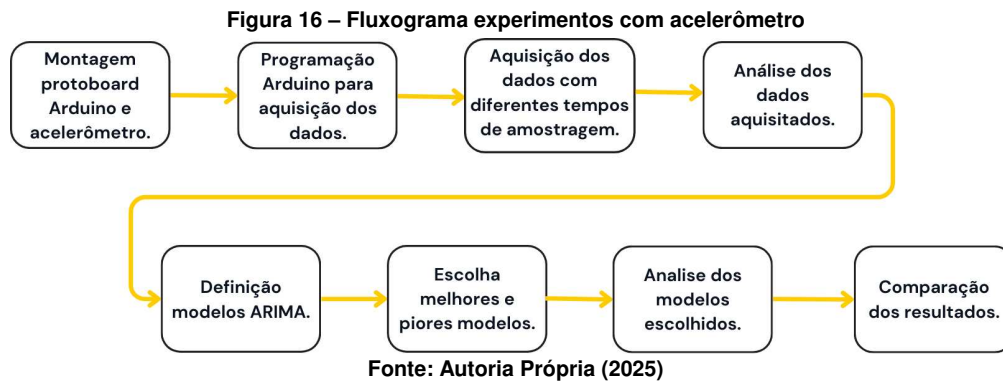
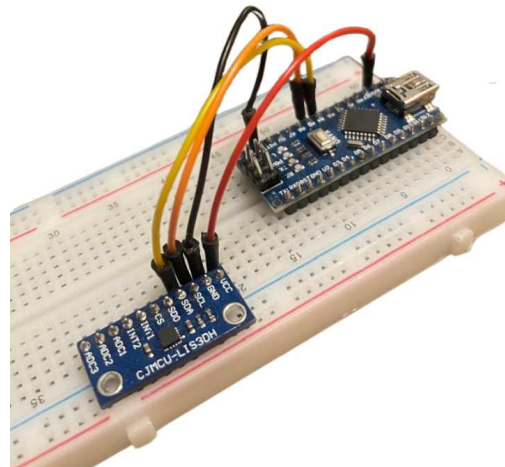


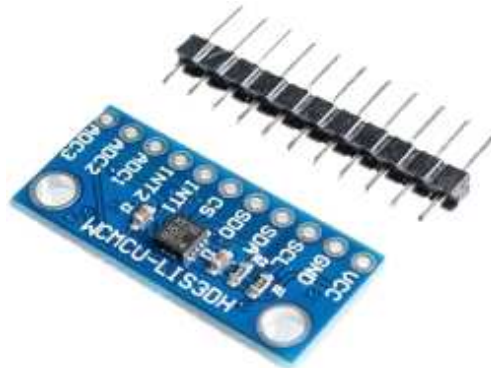
Figura 17 – Montagem Protoboard Arduino e acelerômetro



Fonte: Autoria Própria (2025)

Os experimentos EA1, EA2 e EA3 são realizados utilizando um acelerômetro digital, modelo (LIS3DH), Figura 18, um Arduino nano e um computador para coleta e análise dos dados. Após a aquisição dos dados, o software MatLab é utilizado para a modelagem e análise dos dados.

Figura 18 – Acelerômetro, modelo (LIS3DH)



Fonte: (components 2020)

O acelerômetro, modelo (LIS3DH), fornece a aceleração de três eixos, X, Y e Z. Durante os experimentos, o acelerômetro é fixado em uma base estática, livre de qualquer movimento e o sinal de aceleração do eixos X e Y são

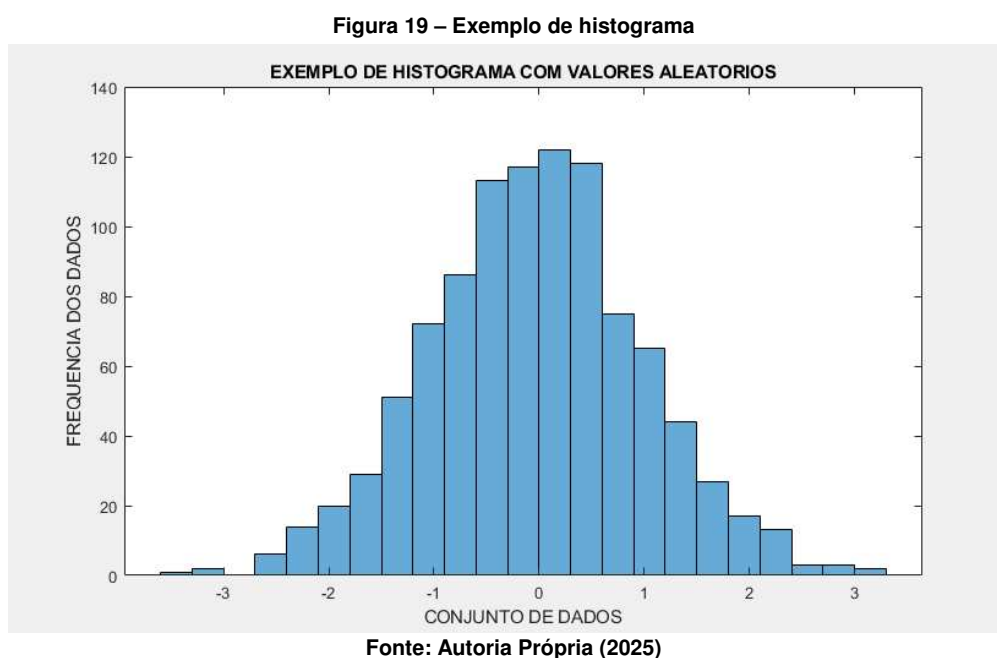
coletados. A comunicação entre o Arduino e o computador é feita por meio do protocolo UART via USB-Serial.

4.3 Análise Estatística

Os resultados dos experimentos serão analisados a partir de análises gráficas e testes estatísticos.

4.3.1 Análise Gráfica

O histograma é um gráfico que representa um conjunto de dados em uma certa distribuição, que pode ser utilizado para definição inicial do tipo de ruído existente, um exemplo de histograma pode ser visto na Figura 19.



4.3.2 Testes Estatísticos

O teste de normalidade, a autocorrelação e a estacionalidade são utilizados para inferir sobre o tipo de sinal obtido.

4.3.3 Critério de informação de Akaike

O critério de informação de Akaike (AIC) é uma metodologia de análise que mensura a qualidade de um modelo estatístico, que visa principalmente a simplicidade, fornecendo uma métrica para comparação de modelos. Quando um modelo é usado para determinar um determinado processo, a representação dificilmente será feita com total precisão. O AIC estima a quantidade relativa de informação que é perdida por um determinado modelo. (Emiliano *et al.* 2010)

O cálculo do critério de informação de Akaike é usado para avaliar o modelo ARIMA proposto para diferentes valores dos parâmetros p , d e q . O AIC é dado pela Equação 26.

$$AIC = -2\log(L) + 2(p + q + k + 1) \quad (26)$$

onde L é a verossimilhança dos dados, p a parte auto-regressiva (AR), q é a ordem da parte de média movel (MA) e k é definido como o número de parâmetros no modelo.

Este critério tem como vantagem, a simplicidade, e, a flexibilidade, podendo ser usado com diversos tipos de modelos.

4.3.4 Critério de Informação Bayesiano

Outro critério amplamente utilizado para seleção de modelos é o Critério de Informação Bayesiano (BIC), que difere do AIC por aplicar uma penalização maior quanto à complexidade do modelo estudado, especialmente em amostras grandes, favorecendo modelos mais simples, definido como

$$BIC = -2\ln(L) + \ln(n)(p + q + k + 1) \quad (27)$$

onde n é a quantidade de observações presente no modelo (amostras).

4.3.5 Diferenciação

Dados estacionários possuem propriedades estatísticas, como, média, variância, e, autocorrelação que não mudam durante o tempo, ou seja, a distribuição dos dados é constante durante o tempo.

Para verificar se um conjunto de dados é estacionário ou não, pode-se utilizar o Teste de Dickey-Fuller aumentado (ADF). Este teste tem como objeto determinar se uma série temporal precisa de transformações, para se tornar estacionária e adequada para o processo de modelagem. (Gujarati e Porter 2009)

Técnicas de modelagem, como ARIMA, exigem que os dados sejam estacionários. Para dados não estacionários, é possível usar a diferenciação e transformá-los em dados estacionários, removendo tendências e sazonalidades. (Box *et al.* 2015)

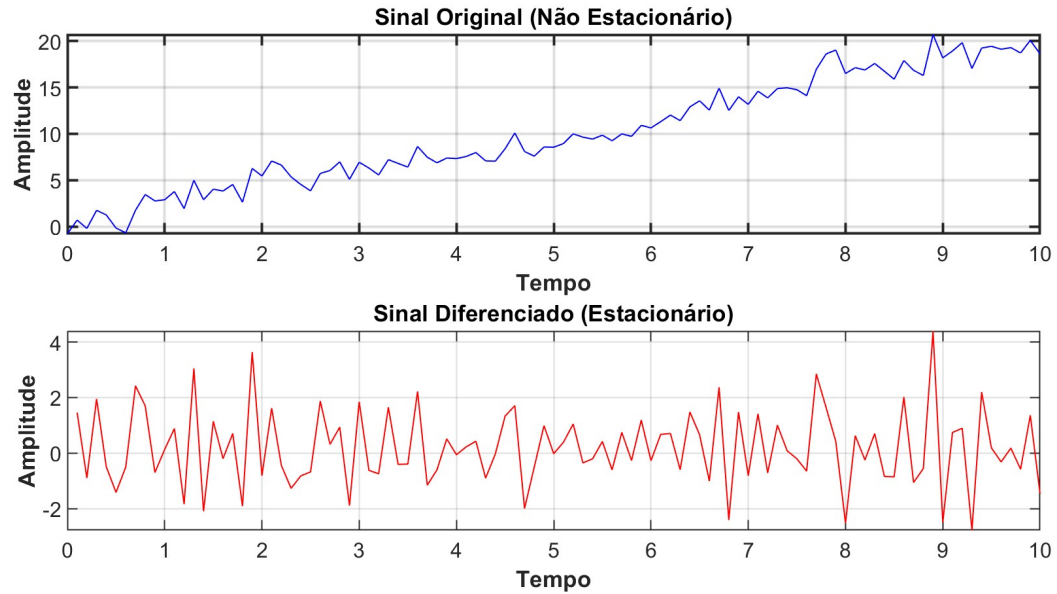
A técnica de diferenciação aplicada neste trabalho é dada pela Equação 28.

$$\Delta y = y_k - y_{k-1} \quad (28)$$

onde Δy representa a diferença entre os valores consecutivos, y_k , valor atual da série, e y_{k-1} , valor anterior da série.

A Figura 20 ilustra a dinâmica de um sinal não estacionário e sua diferenciação, tornando se estacionário.

Figura 20 – Exemplo de sinal M (não estacionário) e sinal M diferenciado (estacionário)



Fonte: Autoria Própria (2025)

4.3.6 Erro médio quadrático - EMQ

O erro médio quadrático (EMQ) é usado como métrica para avaliar o erro entre o sinal de saída sem ruído e com ruído, obtidos a partir dos experimentos ES1, ES2, e, ES3. O EMQ é definido como segue:

$$EMQ = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (29)$$

onde N é o número total de observações do sistema, y_i representa os valores reais, e \hat{y}_i representa os valores estimados.

5 RESULTADO E DISCUSSÃO

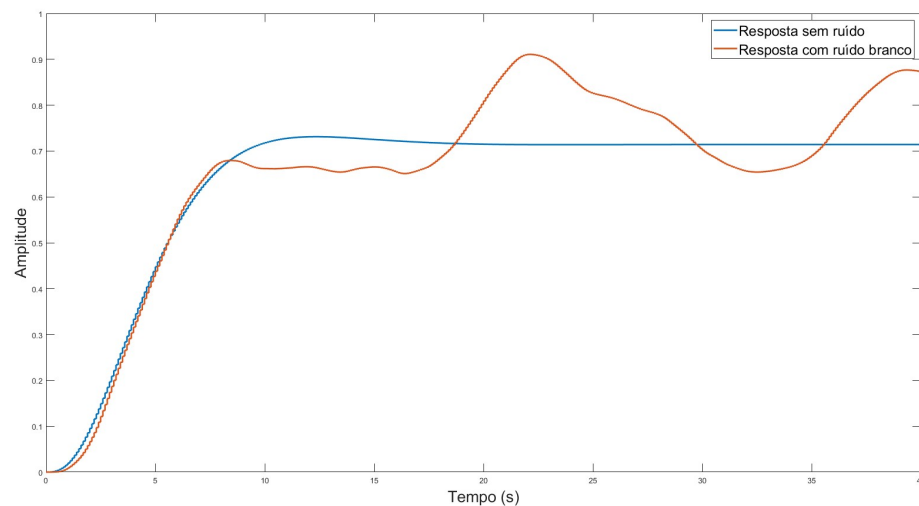
5.1 Experimentos ES

Os resultados das simulações do sistema elétrico RLC são apresentados para diferentes tipos de ruído. Nas seções seguintes, os resultados das simulações dos experimentos ES1, ES2 e ES3 são mostrados.

5.1.1 Experimento ES1

A Figura 21 ilustra a resposta do sistema controlado por integrador duplo na ausência de ruído (cor azul) e na presença de ruído branco (cor vermelha). O sistema sem ruído mostra um crescimento suave e seu valor em regime permanente igual a 0,70. Além disso, a resposta sem ruído não apresenta oscilações. A resposta na cor vermelha apresenta oscilações persistentes, indicando uma mudança na dinâmica do sistema devido ao ruído branco.

Figura 21 – Resposta do sistema sem ruído e com ruído branco

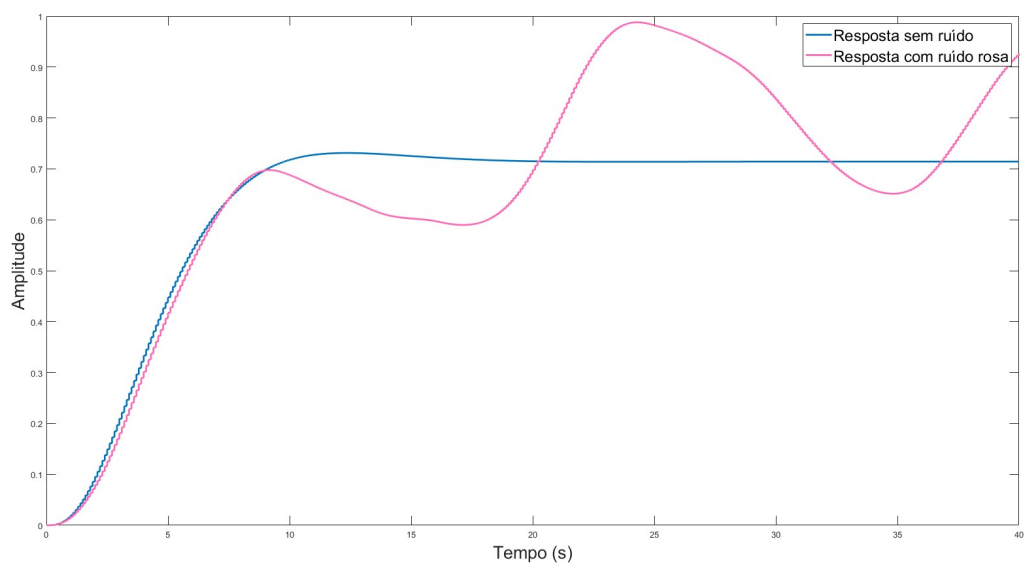


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.1.2 Experimento ES2

A Figura 22 ilustra a resposta do sistema controlado por integrador duplo na ausência de ruído (cor azul) e na presença de ruído rosa (cor rosa). O sistema sem ruído mostra um crescimento suave e seu valor em regime permanente igual a 0,70. Além disso, a resposta sem ruído não apresenta oscilações. A resposta na cor rosa apresenta oscilações persistentes, indicando uma mudança na dinâmica do sistema devido ao ruído rosa.

Figura 22 – Resposta do sistema sem ruído e com ruído rosa

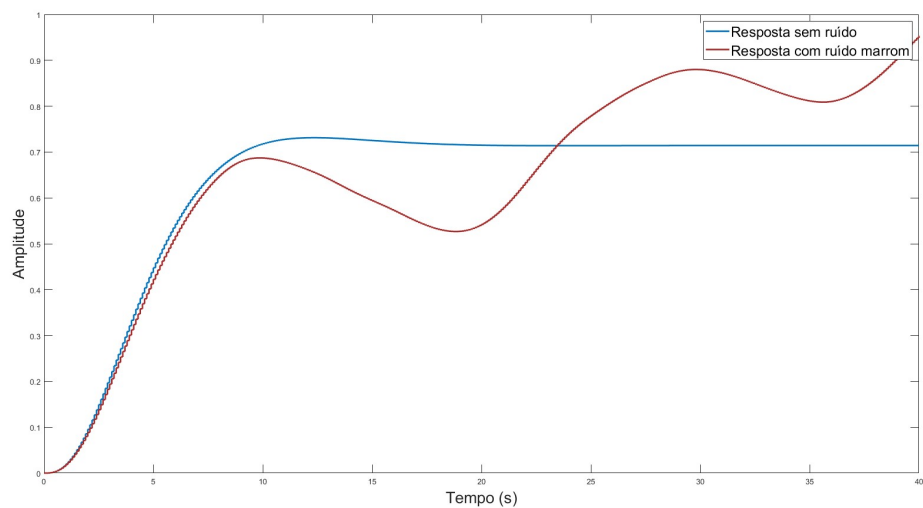


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.1.3 Experimento ES3

A Figura 23 ilustra a resposta do sistema controlado por integrador duplo na ausência de ruído (cor azul) e na presença de ruído marrom (cor marrom). O sistema sem ruído mostra um crescimento suave e seu valor em regime permanente igual a 0,70. Além disso, a resposta sem ruído não apresenta oscilações. A resposta na cor marrom apresenta oscilações persistentes, indicando uma mudança na dinâmica do sistema devido ao ruído marrom.

Figura 23 – Resposta do sistema sem ruído e com ruído marrom

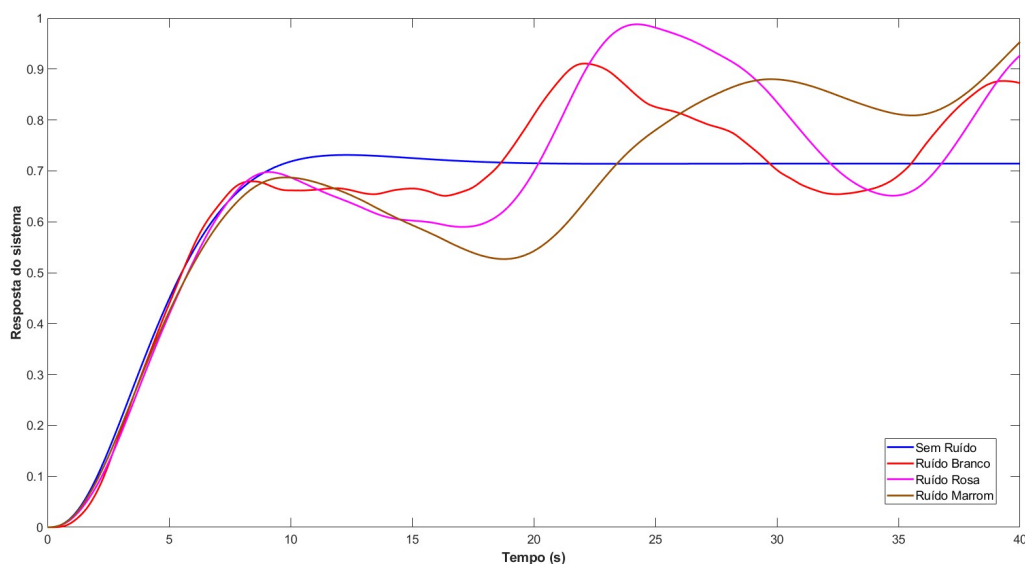


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.1.4 Comparação entre os experimentos ES

A Figura 24 apresenta a resposta do sistema simulado sem ruído (curva azul) e a resposta das simulações com ruído branco (curva vermelha), rosa (curva rosa) e marrom (curva marrom). Pode-se perceber que pra cada ruído, o sistema possui uma característica de resposta diferente, onde o ruído branco impactou a resposta de forma aleatória em todas as frequências. O ruído rosa e o ruído marrom, que possuem maior potencia em baixas frequências trazem oscilações perceptivas a resposta.

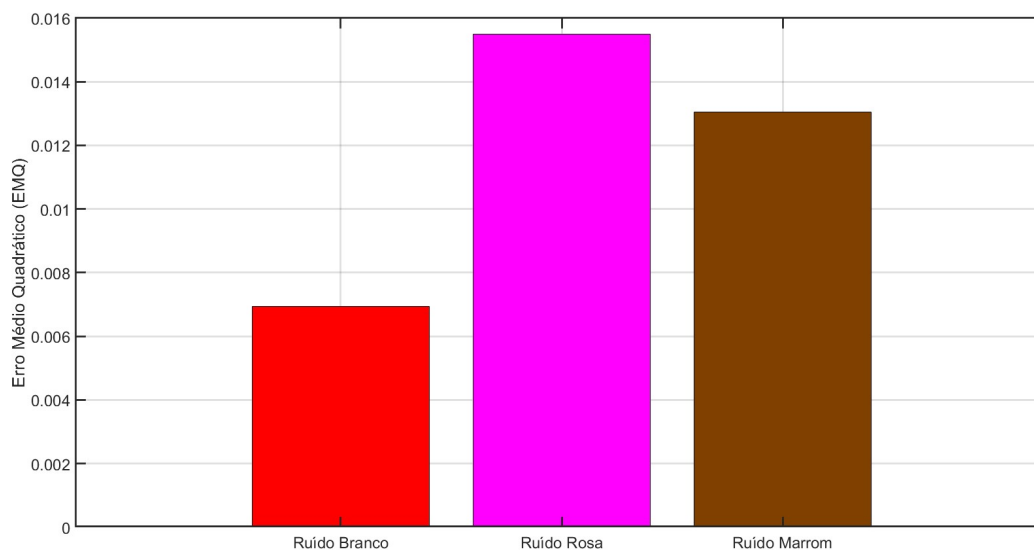
Figura 24 – Comparação sinal original e sinais ruidosos



Fonte: Autoria Própria (2025)

Nas seções 5.1.1, 5.1.2 e 5.1.3, é possível observar a mudança da dinâmica da saída em função da presença dos diferentes ruídos, evidenciando a sensibilidade do sistema de controle às perturbações externas. O aparecimento de ruídos resultando em um maior esforço do controle e risco de oscilações indesejadas no sistema.

A Figura 25 apresenta o cálculo do erro médio quadrático (EMQ) para os três experimentos, ES1, ES2 e ES3. O erro é calculado tendo como referência o sinal sem ruído. O EMQ é igual a 0,007 (ES1), a 0,015 (ES2), e, a 0,013 (ES3).

Figura 25 – Comparativo do Erro Médio Quadrático (EMQ)

Fonte: Autoria Própria (2025)

A resposta do sistema com ruído branco apresenta o menor EMQ, indicando uma menor sensibilidade do sistema a este tipo de ruído. A resposta do sistema com ruído rosa apresenta o maior EMQ, indicando uma maior sensibilidade do sistema a este tipo de ruído.

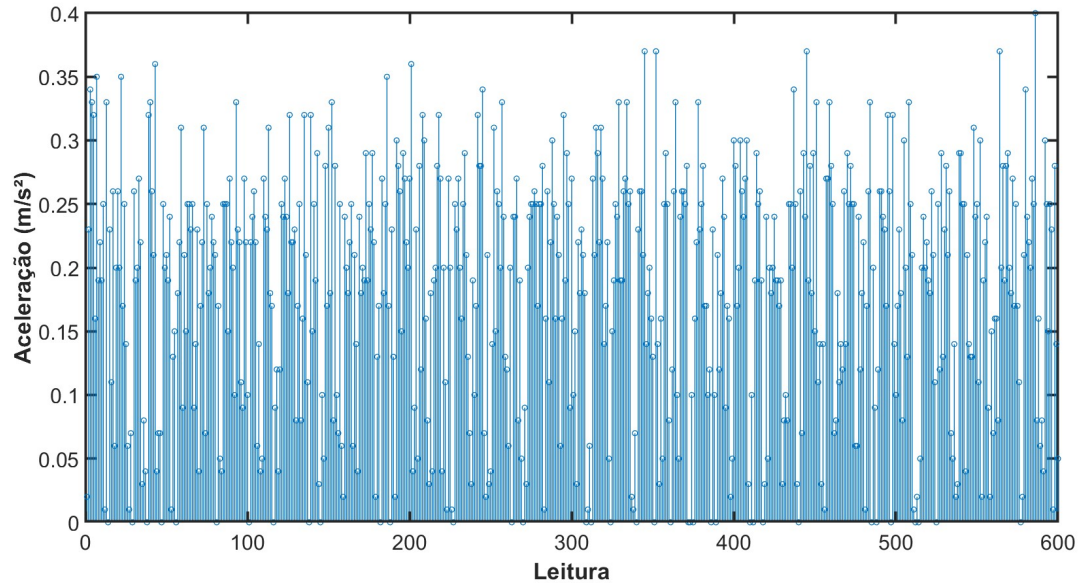
5.2 Experimentos EA

Os dados coletados com um acelerômetro digital durante 60 segundos são obtidos por meio dos experimentos EA1, EA2, e, EA3. O tempo de amostragem é igual a 100ms para EA1, é igual a 500ms para EA2, e, é igual a 1000ms para EA3.

5.2.1 Experimento EA1

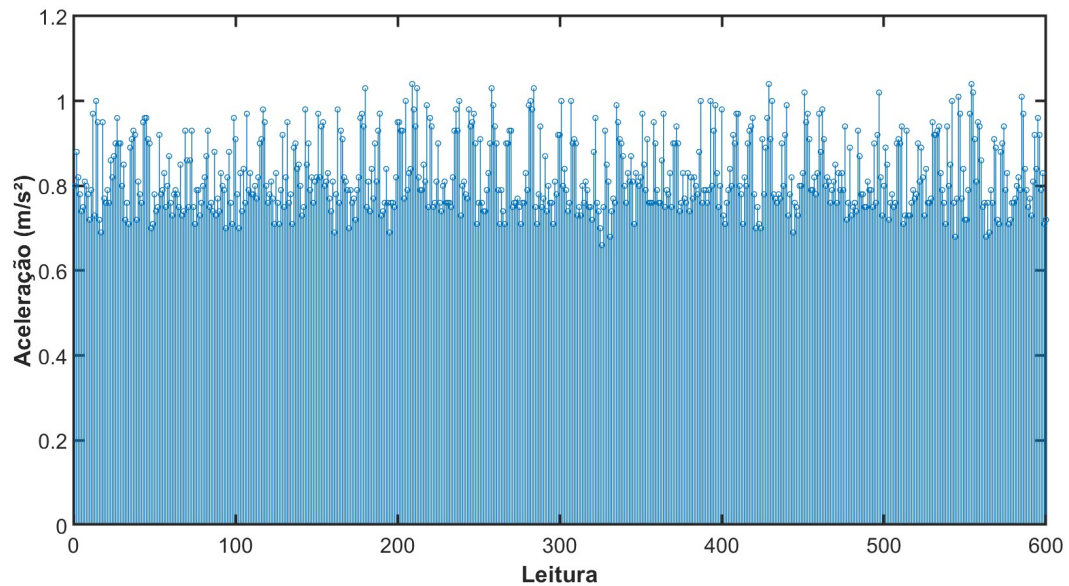
A Figura 26 mostra os dados coletados durante o experimento EA1 para eixo X, e, a Figura 27 para o eixo Y, totalizando 600 pontos coletados para cada eixo.

Figura 26 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo X, intervalo de 100ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

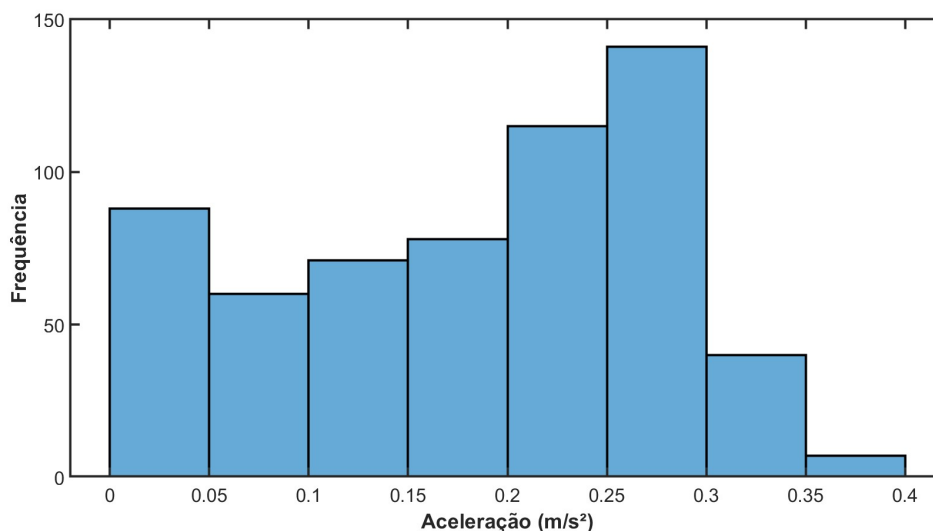
Figura 27 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo Y, intervalo de 100ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O histograma, Figura 28, mostra uma distribuição assimétrica negativa, com a cauda dos dados mais longa à esquerda, e apresenta curtose platicúrtica por possuir pico e caudas normais ao longo da distribuição dos dados. O valor da curtose calculada foi de 2,0645, confirmando essa característica. O teste de normalidade de Shapiro-Wilk apresentou um p -valor igual a $p = 5,25 \times 10^{-13}$, indicando uma distribuição não normal, uma vez que o p -valor é significativamente menor que o nível de significância adotado ($\alpha = 0.05$).

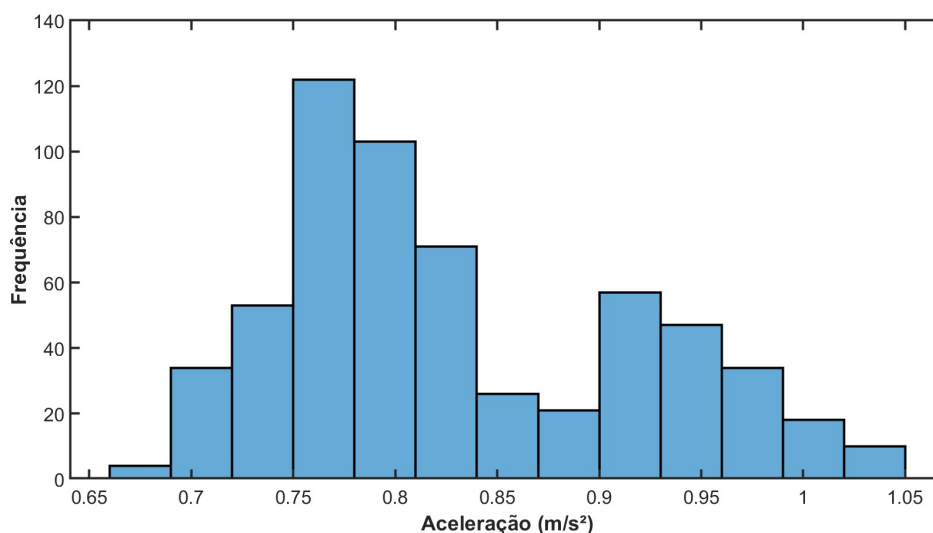
Figura 28 – Histograma de leituras no Eixo X com intervalos de 100ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O histograma, Figura 29, mostra uma distribuição assimetria positiva, por possui sua cauda de dados a direita, e como pode ser observado, o histograma possui Dados mais distribuídos, sugerindo que o histograma tem distribuição platicúrtica, o valor da curtose calculada foi de 2.2690, O teste de normalidade de Shapiro-Wilk apresentou um $p - valor$ igual a $p = 1,44.10^{-15}$, indicando uma distribuição não normal, uma vez que, o $p - valor$ é significativamente menor que o nível de significância adotado ($\alpha = 0,05$).

Figura 29 – Histograma de leituras no Eixo Y com intervalos de 100ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O resultado do experimento EA1 possui média igual a 0,177 (eixo X) e 0,8203 (eixo Y), desvio padrão igual a 0,098 (eixo X) e 0,109 (eixo Y), variância igual a 0,009 (eixo X) e 0,0,011 (eixo Y), e, moda igual a 0,25 (eixo X) e 0,76 (eixo Y), como pode ser visto na Tabela 1.

Tabela 1 – Análise estatística descritiva dos dados coletados nos eixos X e Y com intervalo de amostragem de 100 ms

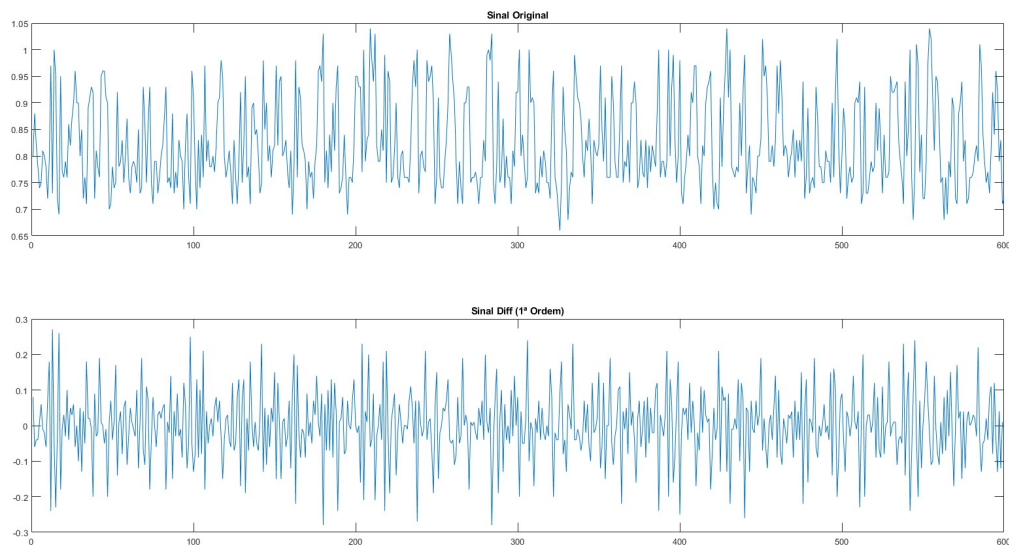
	Média	Desvio Padrão	Variância	Moda
Eixo X	0,177	0,098	0,009	0,25
Eixo Y	0,8203	0,109	0,011	0,76

Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.2 Definição do modelo ARIMA para EA1

A escolha do modelo ARIMA para a modelagem do dado coletado exige que o dado seja estacionário, como visto na seção 4.3.5. O dado do experimento EA1, eixo X, é estacionário. O dado do experimento EA1, eixo Y, não é estacionário. A conclusão sobre as estacionariedade dos dados é possível de ser feita ao aplicar o teste de Dickey-Fuller.

Desta forma, o dado do experimento EA1, eixo Y, é diferenciado, resultando em um sinal estacionário. A necessidade de diferenciação faz com que o parâmetro d do modelo ARIMA seja igual a 1, como pode ser visto na Tabela 2.

Figura 30 – Sinal original e Sinal diferenciado de 1° Ordem - Eixo Y

Fonte: Autoria Própria (2025)

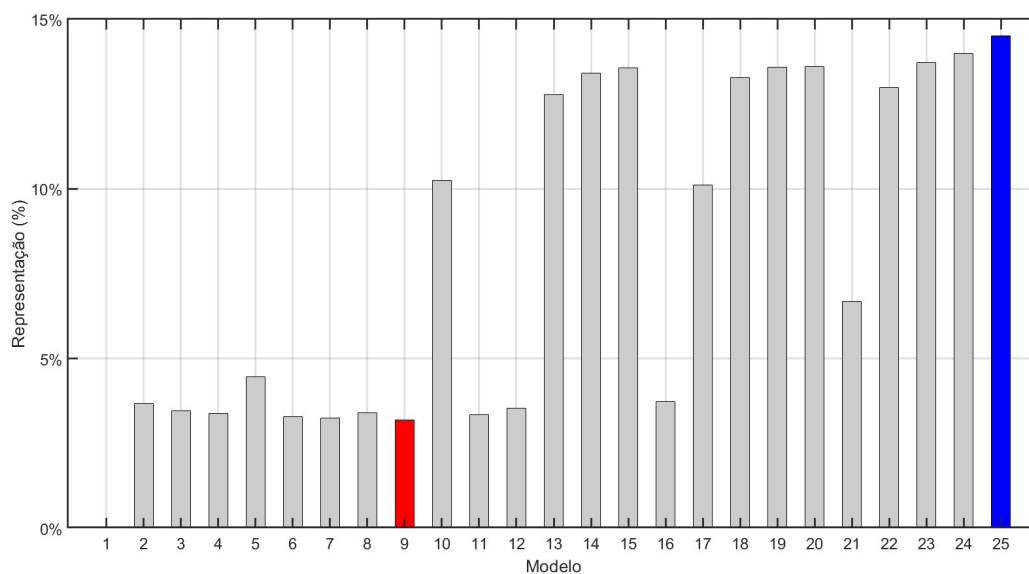
Os menores valores de AIC e BIC para o experimento EA1, eixo X, são iguais a -1152.8 e -1108.8 . Os menores valores de AIC e BIC para o experimento EA1, eixo Y, são iguais a -1314.1 e -1278.9 , conforme pode ser visto na Tabela 2. Os maiores valores de AIC e BIC para o experimento EA1, eixo X, são iguais a -1090.8 e -1064.5 . Os menores valores de AIC e BIC para o experimento EA1, eixo Y, são iguais a -1293.3 e -1262.5 , conforme pode ser visto na Tabela 2. Os valores de AIC e BIC de todos os 25 modelos testados podem ser vistos no Apêndice 6, Tabelas 7 e 8. O valor descrito como % representa a variância entre os dados coletados e o modelo, indicando o quanto o modelo consegue explicar os dados.

Tabela 2 – Parâmetros AIC e BIC escolhidos para modelagem do EA1

	Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	%
Melhor modelo eixo X	25	4	0	4	-1152,8	-1108,8	14,50
Pior modelo eixo X	9	1	0	3	-1090,8	-1064,5	3,20
Melhor modelo eixo Y	23	4	1	2	-1314,1	-1278,9	14,42
Pior modelo eixo Y	18	3	1	2	-1293,3	-1262,5	5,27

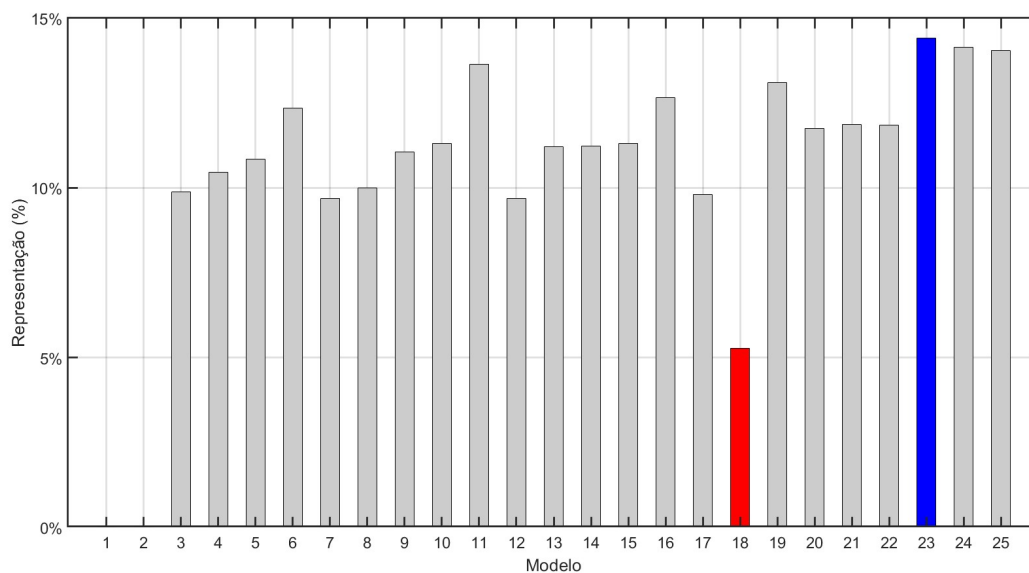
Fonte: Autoria Própria (2025)

A Figura 31 representa a porcentagem do quanto os modelos estudados conseguem capturar as variações que ocorrem no sistema real para o eixo X. Sendo o modelo 25 de maior porcentagem igual a 14.50% e o modelo 9 com a menor porcentagem 3.20%.

Figura 31 – Gráfico de barras representação para eixo X EA1

Fonte: Autoria Própria (2025)

A Figura 32 representa a porcentagem do quanto os modelos estudados conseguem capturar as variações que ocorrem no sistema real para o eixo Y. Sendo o modelo 23 de maior porcentagem, igual a 14.42% e o modelo 18 com a menor porcentagem 5.27%.

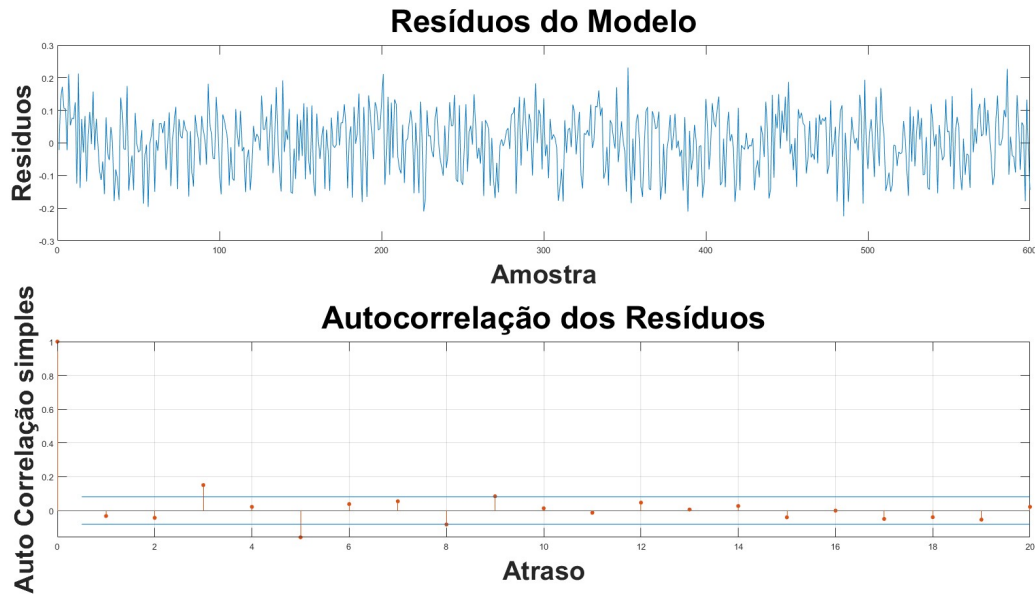
Figura 32 – Gráfico de barras representação para eixo Y EA1

Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.3 Experimento EA1 - Modelo Eixo X.

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os maiores valores (pior modelo), são mostrados na Figura 33. Pode-se observar que em alguns pontos, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) não consegue explicar o sinal modelado.

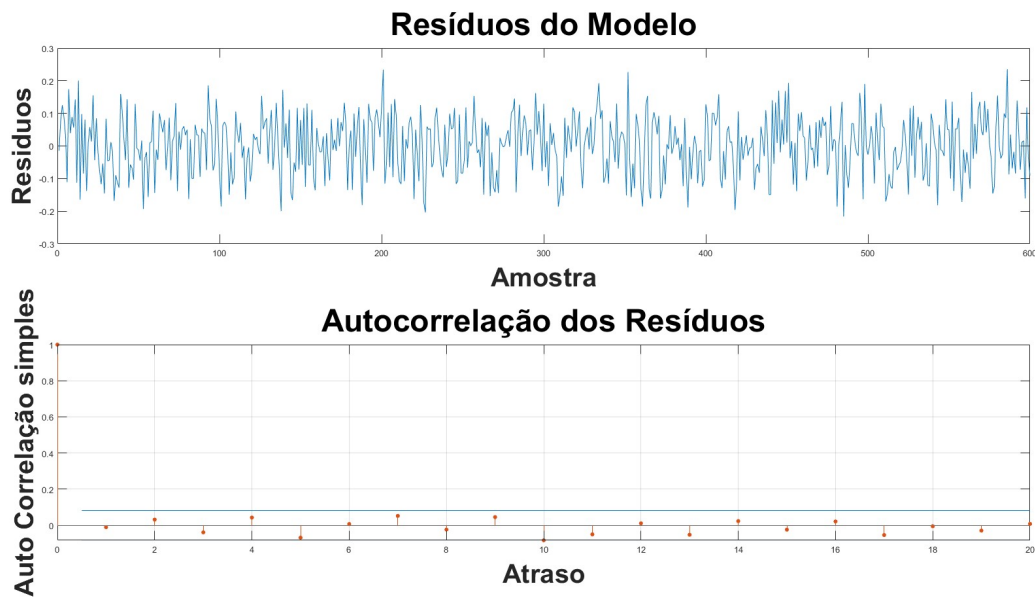
Figura 33 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo X



Fonte: Aatoria Própria (2025)

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os menores valores (melhor modelo), são mostrados na Figura 34. Pode-se observar que em nenhum ponto, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p,d e q) consegue explicar o sinal modelado.

Figura 34 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo X

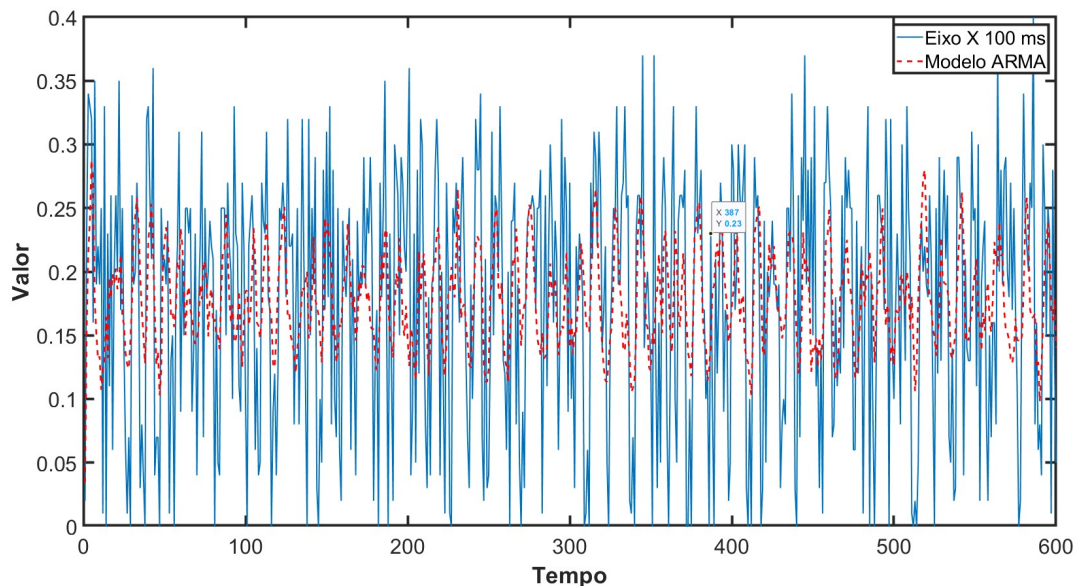


Fonte: Aatoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com menor valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 35. É possível

notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, mas consegue acompanhar as tendências de subida e descida, diferentemente do modelo citado a seguir.

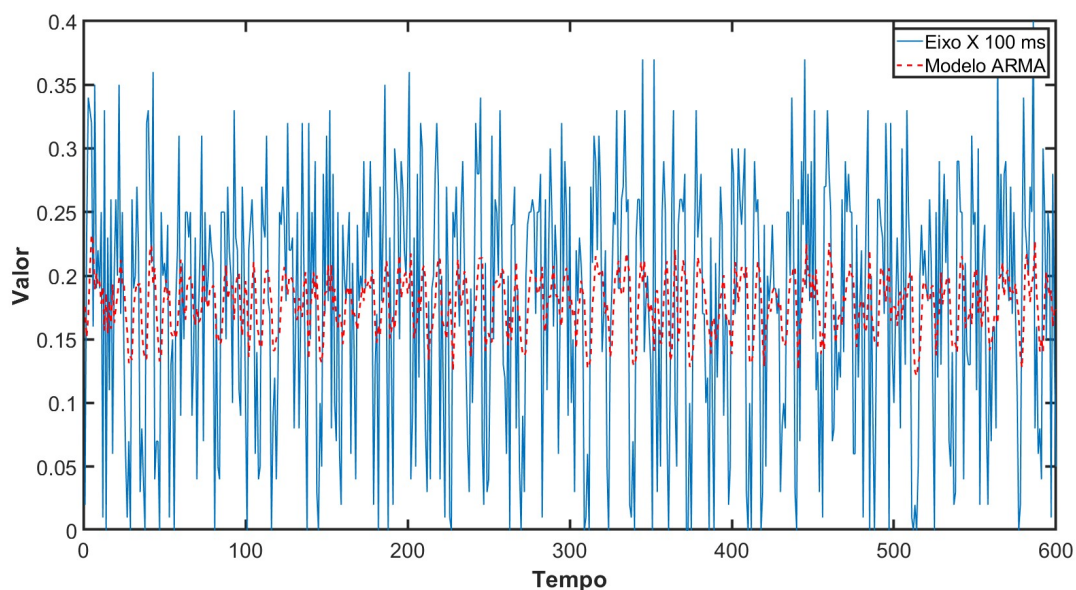
Figura 35 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original



Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com maior valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 36. É possível notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, e, nem mesmo, acompanhar as tendências de subida e descida.

Figura 36 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original - Eixo X

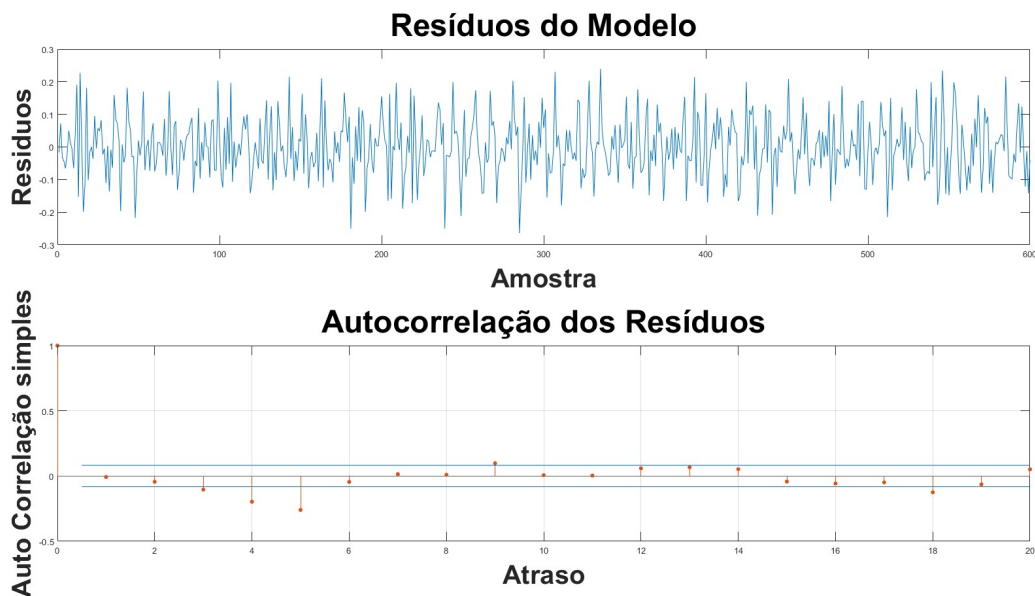


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.4 Experimento EA1 - Modelo Eixo Y.

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os maiores valores (pior modelo), são mostrados na Figura 37. Pode-se observar que em alguns pontos, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) não consegue explicar o sinal modelado.

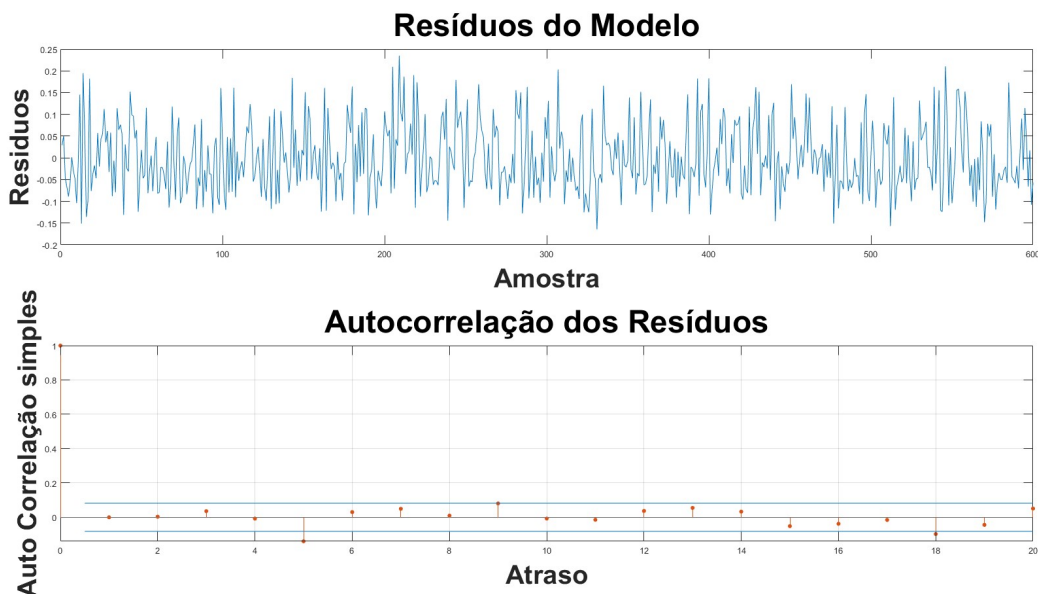
Figura 37 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo Y



Fonte: Autoria Própria (2025)

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os menores valores (melhor modelo), são mostrados na Figura 38. Pode-se observar que em nenhum ponto, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) consegue explicar o sinal modelado.

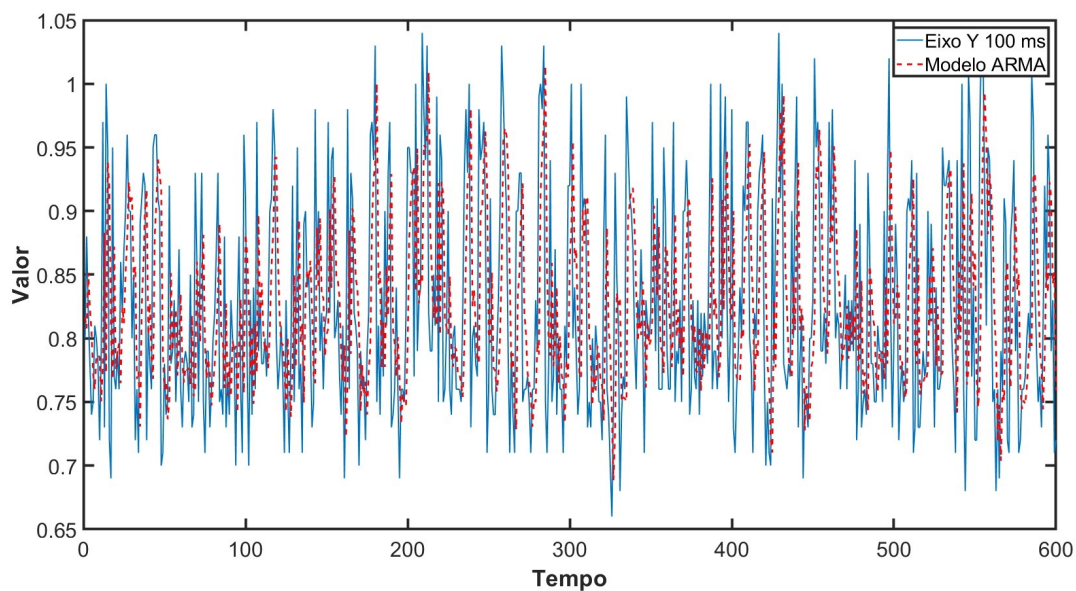
Figura 38 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo Y



Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com maior valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 39. É possível notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, e, nem mesmo, acompanhar as tendências de subida e descida.

Figura 39 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original

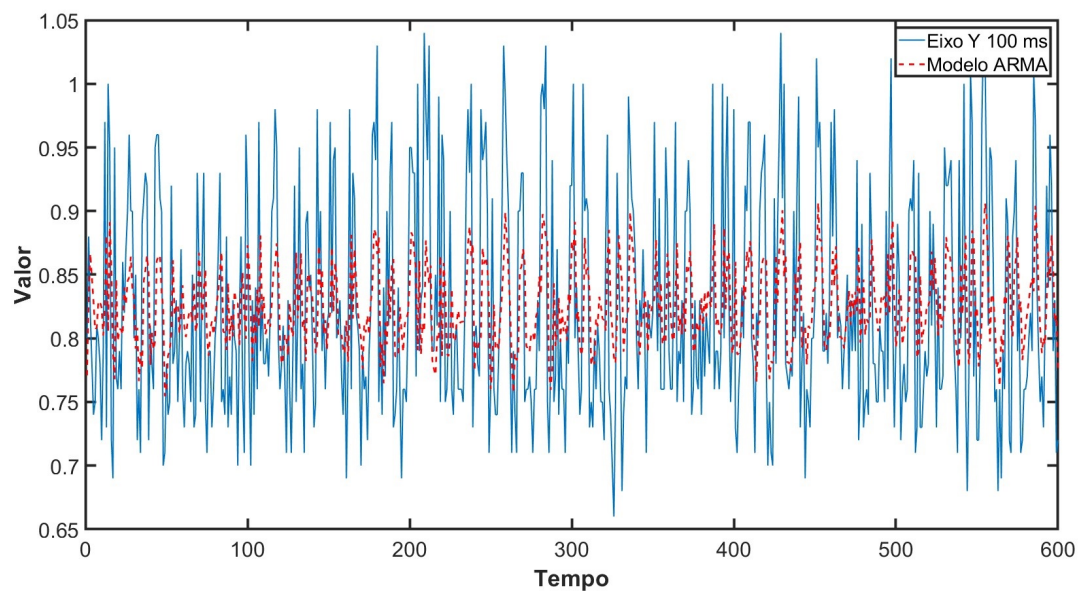


Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com menor valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 40. É possível notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, mas consegue acompanhar as

tendências de subida e descida, diferentemente do modelo citado anteriormente.

Figura 40 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original

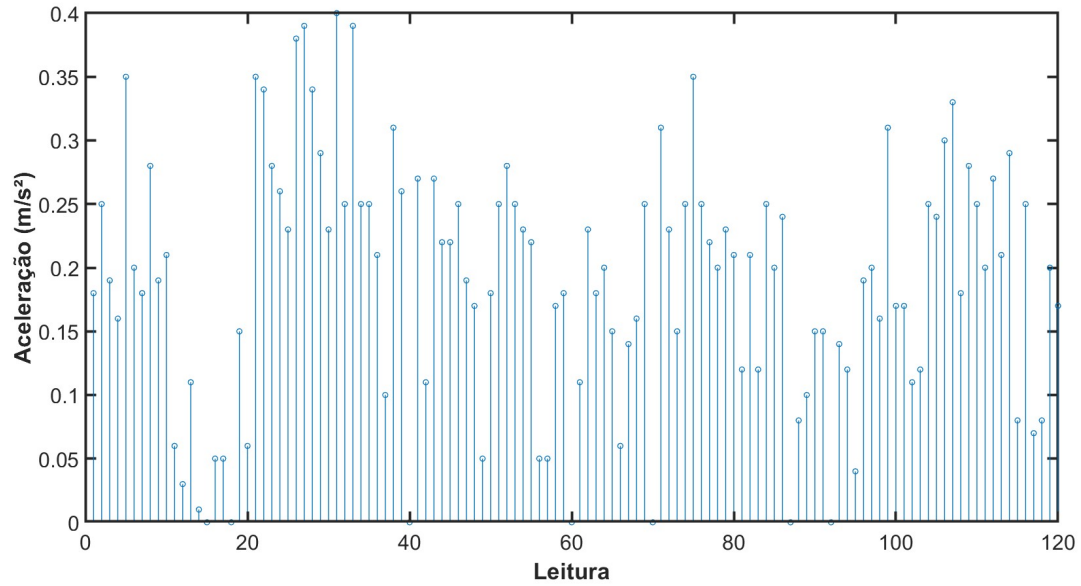


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.5 Experimento EA2

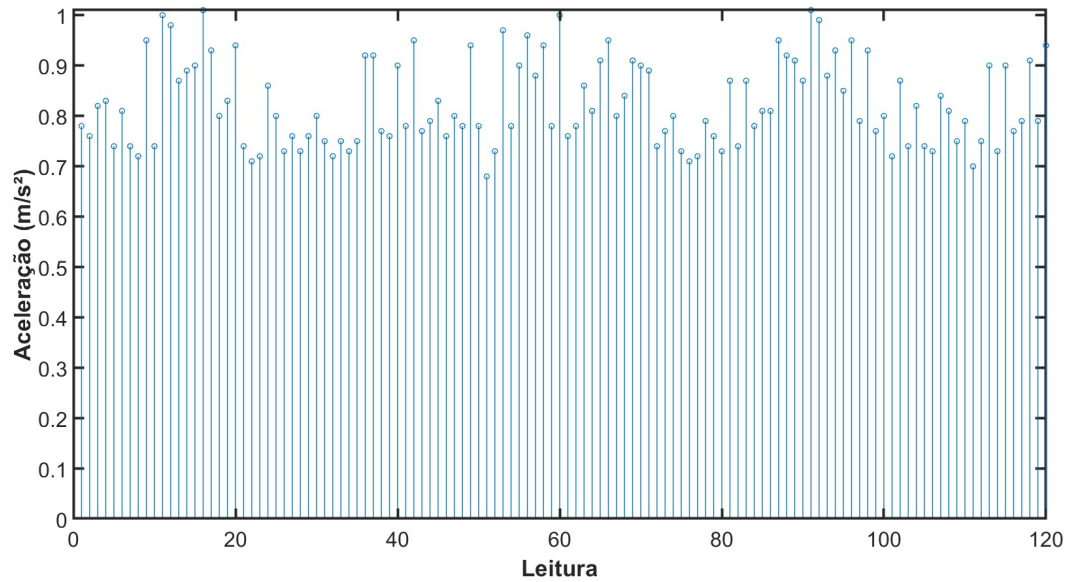
A Figura 41 mostra os dados coletados durante o experimento EA2 para eixo X, e, a Figura 42 para o eixo Y, totalizando 120 pontos coletados para cada eixo.

Figura 41 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo X, intervalo de 500ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

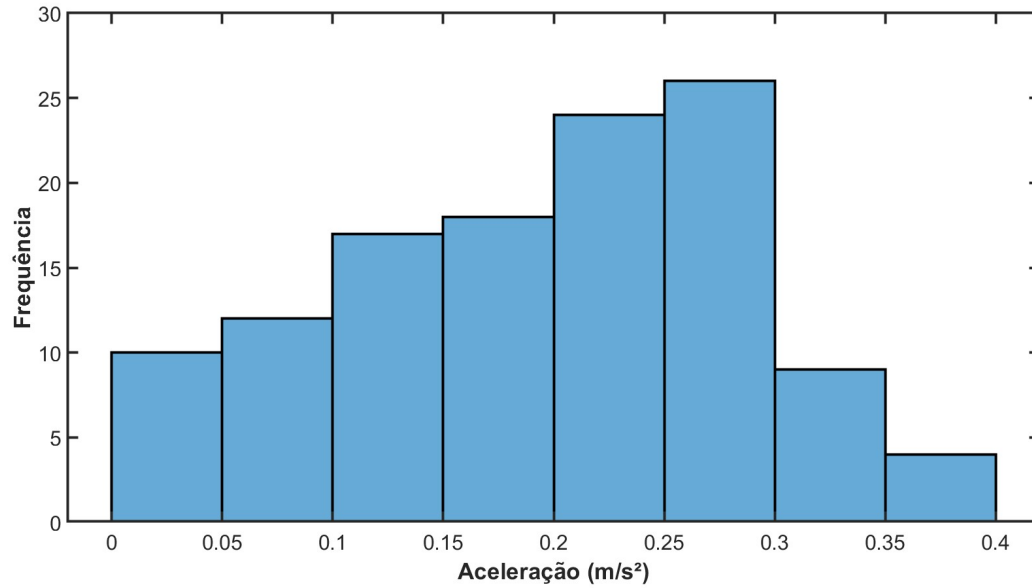
Figura 42 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo Y, intervalo de 500ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O histograma, Figura 43, mostra uma distribuição assimétrica negativa, com a cauda dos dados mais longa a esquerda, e apresenta curtose platicúrtica, com valor calculado de 2,5309. O teste de normalidade de Shapiro-Wilk apresentou um p – valor igual a $p = 2,4 \cdot 10^{-02}$, indicando uma distribuição não normal, uma vez que, o p – valor é significativamente menor que o nível de significância adotado ($\alpha = 0,05$).

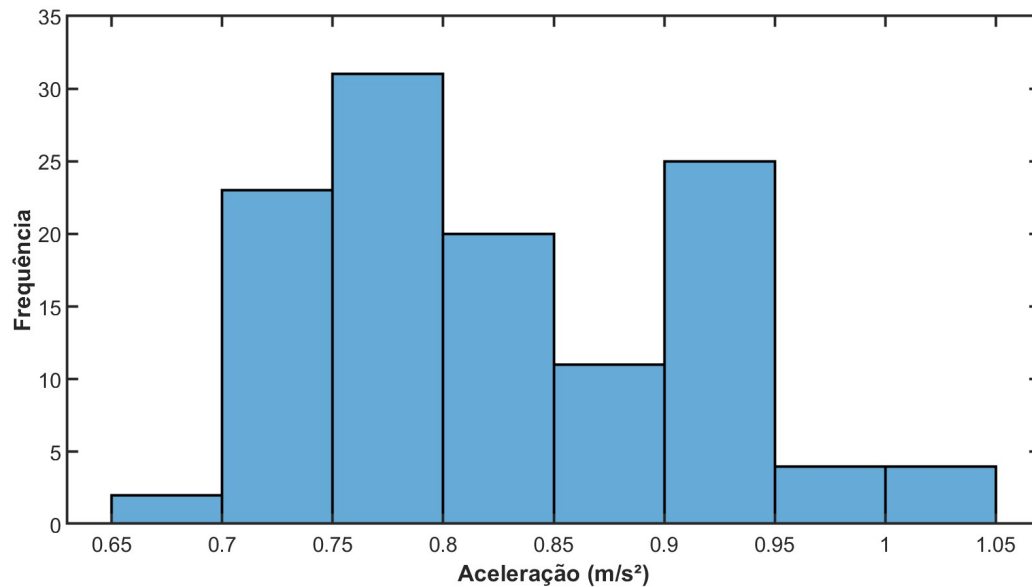
Figura 43 – Histograma de leituras no Eixo X com intervalos de 500ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O histograma, Figura 44, mostra uma distribuição assimétrica negativa, com a cauda dos dados mais longa a esquerda, e apresenta curtose platicúrtica, com valor de 2,0485. O teste de normalidade de Shapiro-Wilk apresentou um *p* – valor igual a $p = 2,1.10^{-05}$, indicando uma distribuição não normal, uma vez que, o *p* – valor é significativamente menor que o nível de significância adotado ($\alpha = 0,05$).

Figura 44 – Histograma de leituras no Eixo Y com intervalos de 500ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O resultado do experimento EA2 possui média igual a 0,189 (eixo X) e 0,825 (eixo Y), desvio padrão igual a 0,097 (eixo X) e 0,84 (eixo Y), variância igual a 0,009 (eixo X) e 0,007 (eixo Y), e, moda igual a 0,25 (eixo X) e 0,73 (eixo Y), como pode ser visto na Tabela 3.

Tabela 3 – Análise estatística descritiva dos dados coletados nos eixos X e Y com intervalo de amostragem de 500 ms

	Média	Desvio Padrão	Variância	Moda
Eixo X	0,189	0,097	0,009	0,25
Eixo Y	0,825	0,084	0,007	0,73

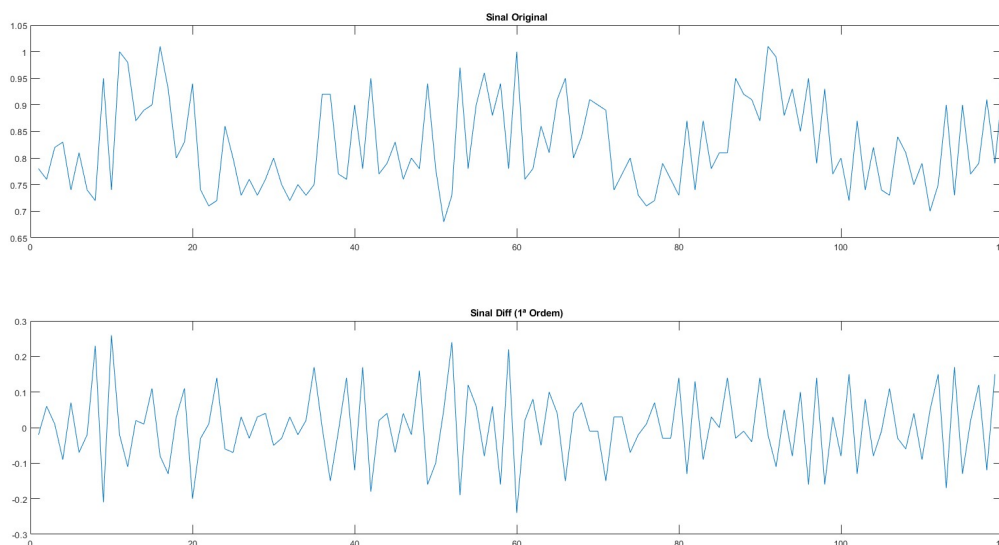
Fonte: Aatoria Própria (2025)

5.2.6 Definição do modelo ARIMA para EA2.

O sinal coletado do experimento EA2 é caracterizado como sendo, estacionário para o eixo X, e, não estacionário para o eixo Y, segundo o teste de Dickey-Fuller.

Desta forma, o sinal do experimento EA2, eixo Y, é diferenciado, resultando em um sinal estacionário. A necessidade de diferenciação faz com que o parâmetro d do modelo ARIMA seja igual a 1, como pode ser visto na Tabela 4.

Figura 45 – Sinal original e Sinal diferenciado de 1° Ordem - Eixo Y



Fonte: Aatoria Própria (2025)

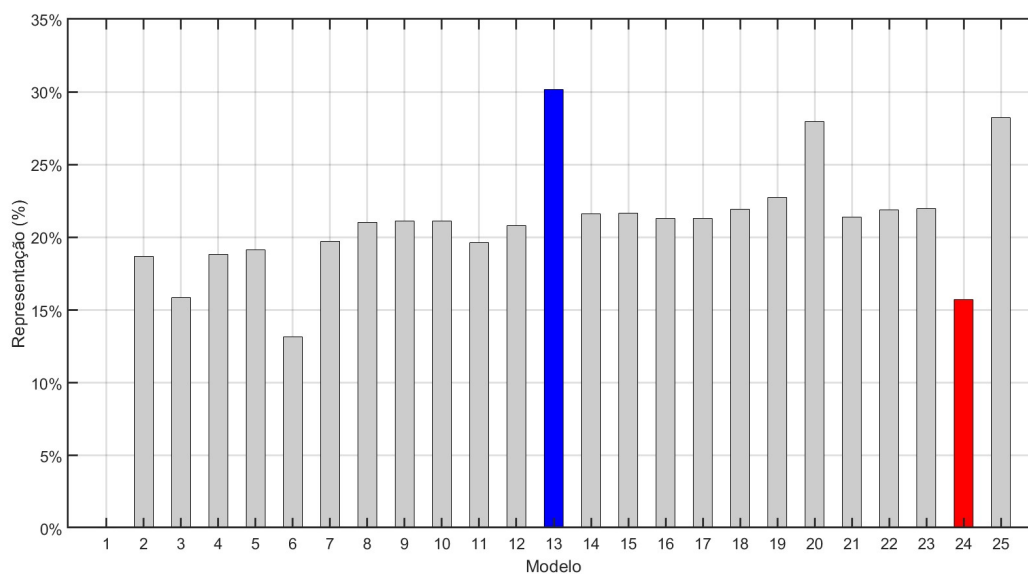
Os menores valores de AIC e BIC para o experimento EA2, eixo X, são iguais a $-251,22$ e $-234,49$. Os menores valores de AIC e BIC para o experimento EA2, eixo Y, são iguais a $-261,10$ e $-238,80$, conforme pode ser visto na Tabela 4. Os maiores valores de AIC e BIC para o experimento EA2, eixo X, são iguais a $-233,09$ e $-208,00$. Os maiores valores de AIC e BIC para o experimento EA2, eixo Y, são iguais a $-248,05$ e $-236,90$, conforme pode ser visto na Tabela 4. Os valores de AIC e BIC de todos os 25 modelos testados podem ser vistos no Apêndice 6, Tabelas 9 e 10. O valor descrito como % representa a variância entre os dados coletados e o modelo, indicando o quanto o modelo consegue explicar os dados.

Tabela 4 – Parâmetros AIC e BIC escolhidos para modelagem EA2

	Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	%
Melhor modelo eixo X	13	2	0	2	-251,22	-234,49	30,15
Pior modelo eixo X	24	4	0	3	-233,09	-208,00	15,72
Melhor modelo eixo Y	15	2	1	4	-261,10	-238,80	18,11
Pior modelo eixo Y	11	2	1	0	-248,05	-236,90	2,41

Fonte: Autoria Própria (2025)

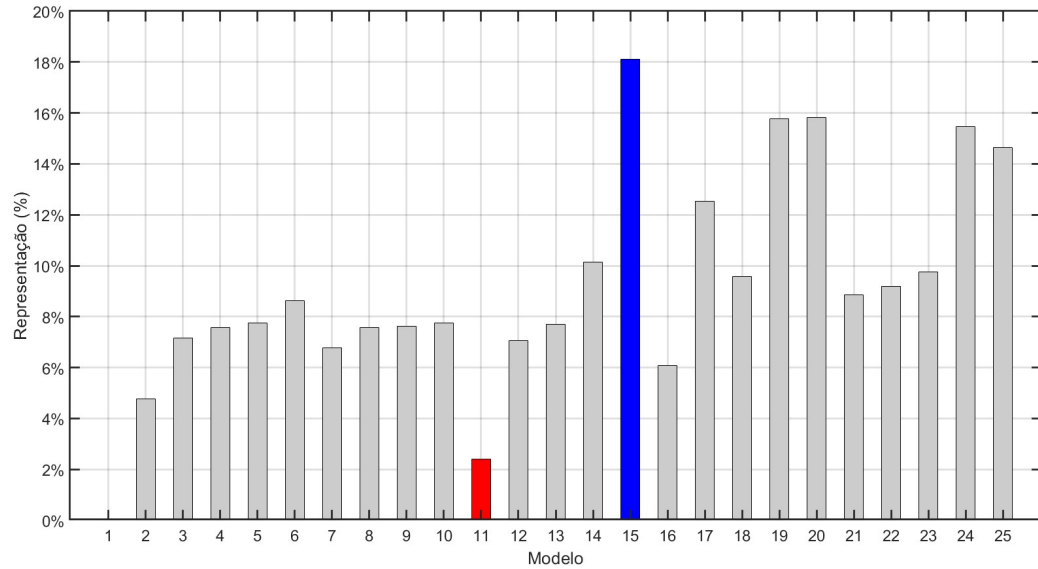
A Figura 46 representa a porcentagem do quanto os modelos estudados conseguem capturar as variações que ocorrem no sistema real para o eixo X. Sendo o modelo 13 de maior porcentagem igual a 30,15% e o modelo 24 com a menor porcentagem 15,72%.

Figura 46 – Gráfico de barras representação para eixo X EA2

Fonte: Autoria Própria (2025)

A Figura 47 representa a porcentagem do quanto os modelos estudados conseguem capturar as variações que ocorrem no sistema real para o eixo Y. Sendo o modelo 15 de maior porcentagem, igual a 18,11% e o modelo 11 com a menor porcentagem 2,41%.

Figura 47 – Gráfico de barras representação para eixo Y EA2

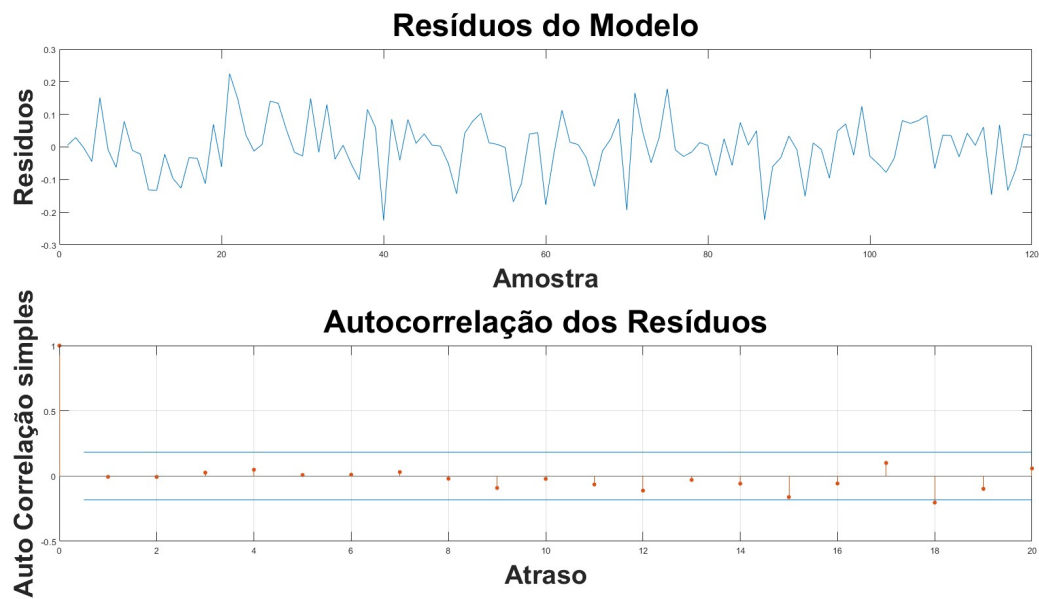


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.7 Experimento EA2 - Modelo Eixo X.

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os maiores valores, são mostrados na Figura 48. Pode-se observar que em alguns pontos, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) não consegue explicar o sinal modelado.

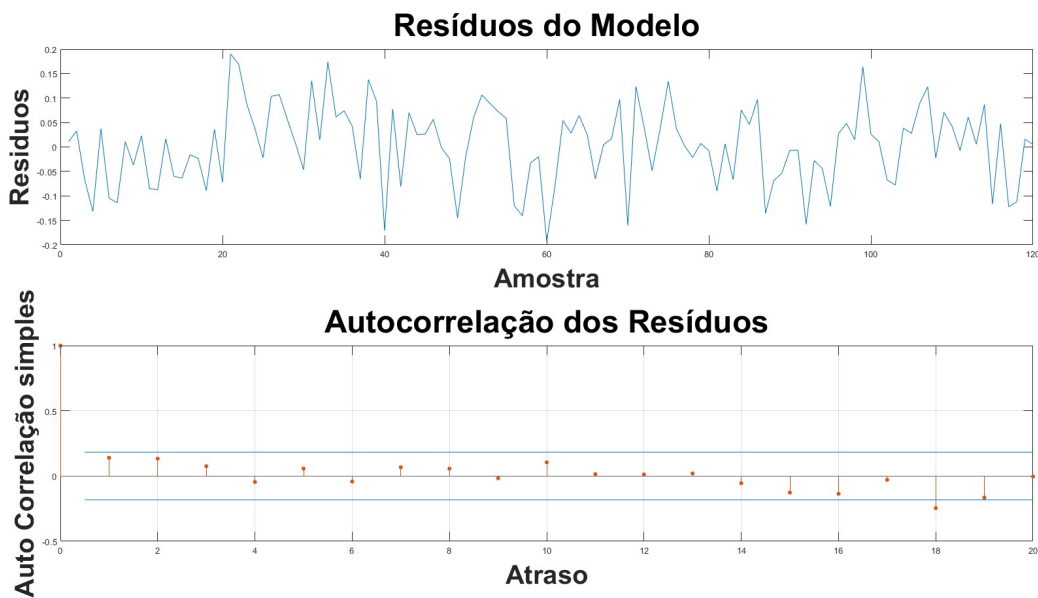
Figura 48 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo X



Fonte: Autoria Própria (2025)

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os menores valores, são mostrados na Figura 49. Pode-se observar que em nenhum ponto, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p,d e q) consegue explicar o sinal modelado.

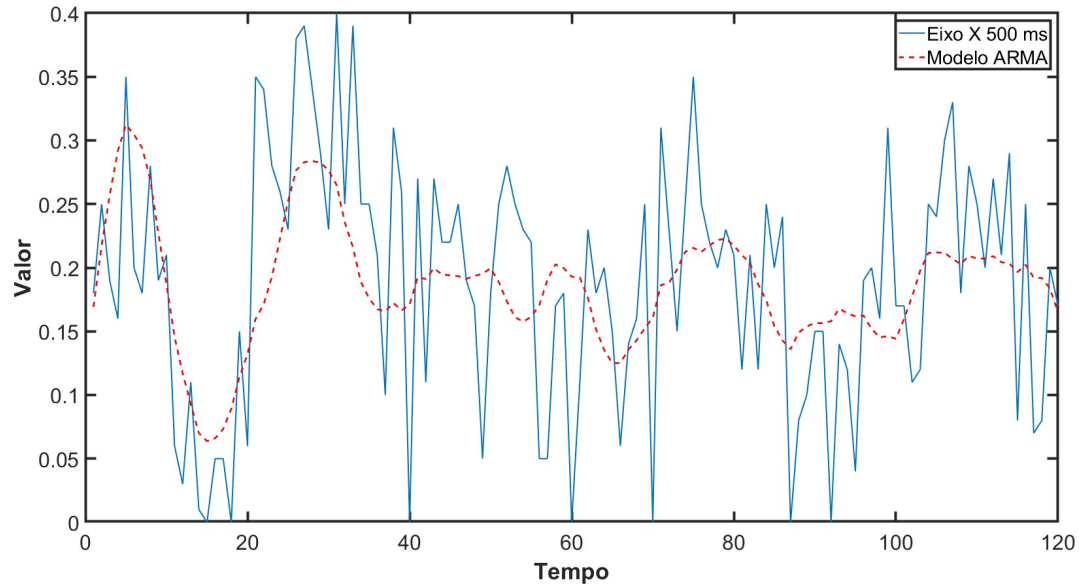
Figura 49 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo X



Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com maior valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 51. É possível notar que o modelo apresenta pequenas discrepâncias do sinal original não conseguindo aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, e tampouco consegue acompanhar as tendências de subida e descida.

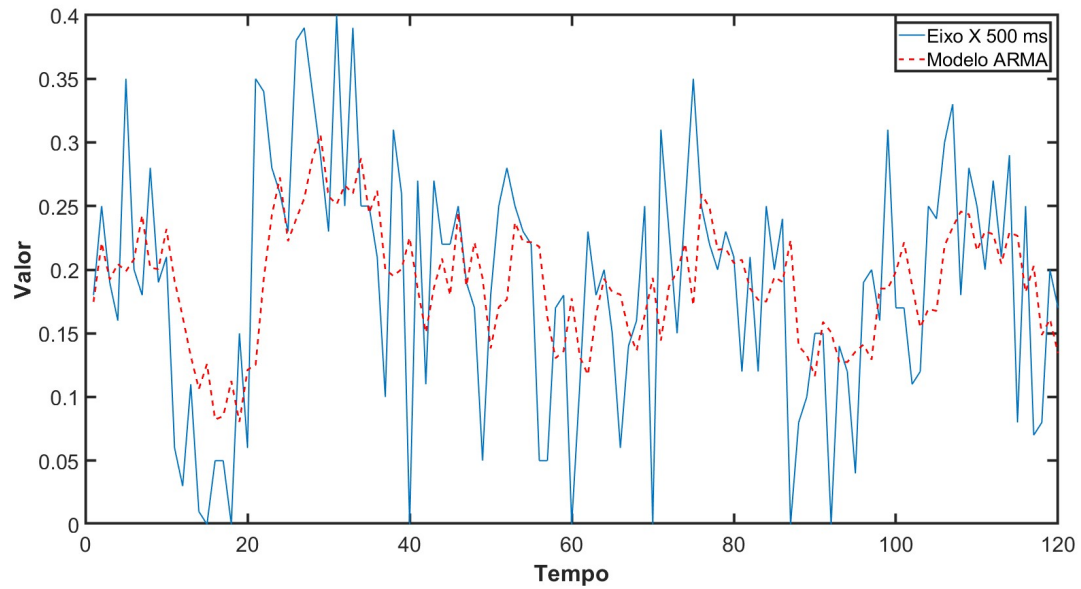
Figura 50 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original



Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com menor valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 50. É possível notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, mas consegue acompanhar as tendências de subida e descida, diferentemente do modelo citado anteriormente.

Figura 51 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original

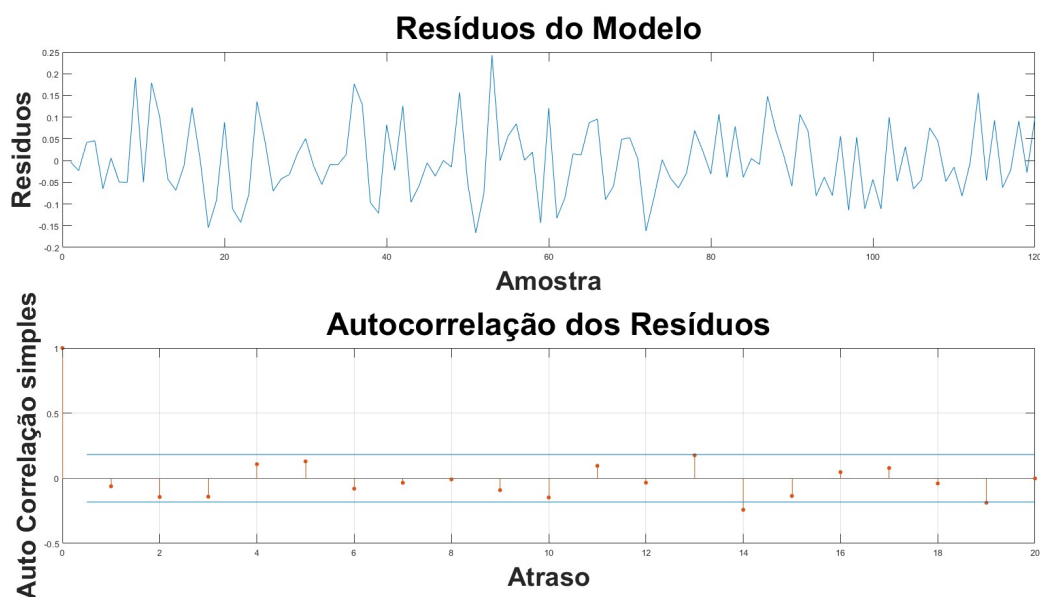


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.8 Experimento EA2 - Modelo Eixo Y.

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os maiores valores, são mostrados na Figura 52. Pode-se observar que em alguns pontos, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) não consegue explicar o sinal modelado.

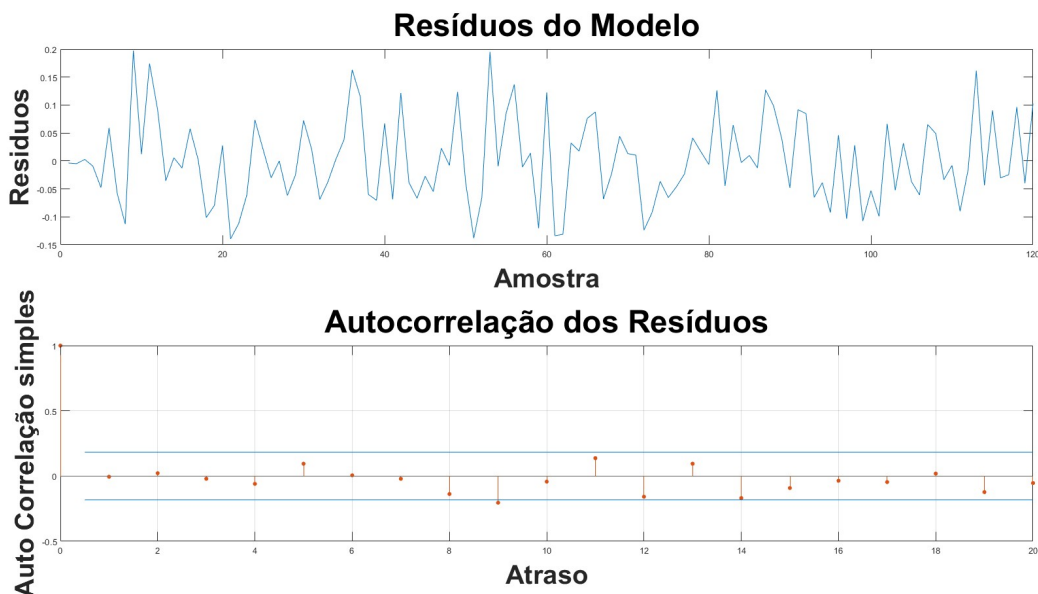
Figura 52 – Resíduos do modelo com pior modelagem



Fonte: Autoria Própria (2025)

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os menores valores, são mostrados na Figura 53. Pode-se observar que em nenhum ponto, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) consegue explicar o sinal modelado.

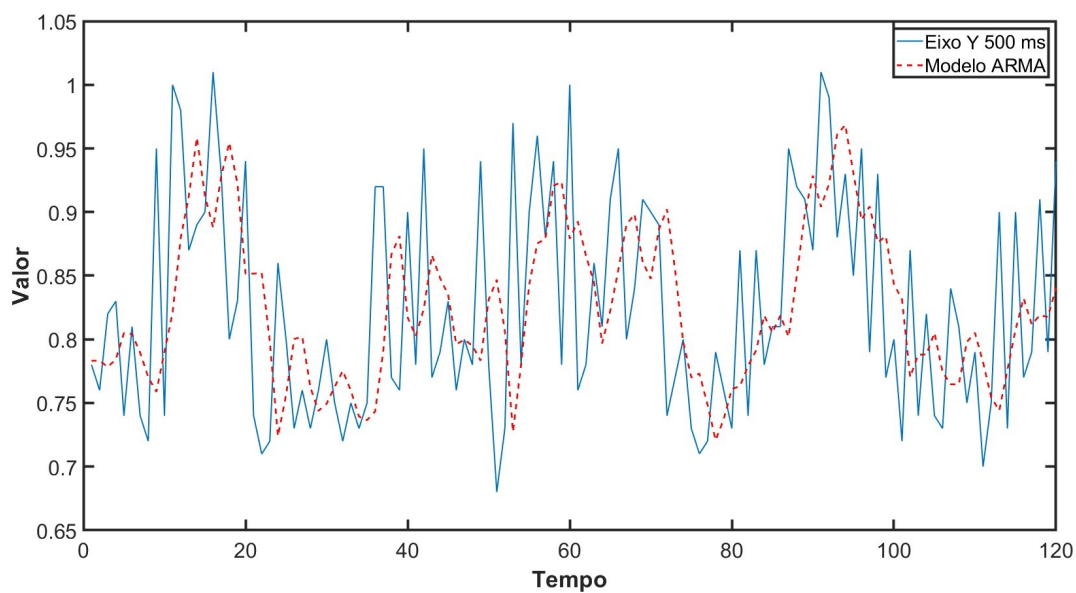
Figura 53 – Resíduos do modelo com melhor modelagem



Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com maior valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 54. É possível notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro. O modelo ARIMA não consegue capturar com precisão os picos e quedas mais acentuados do sinal original.

Figura 54 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original

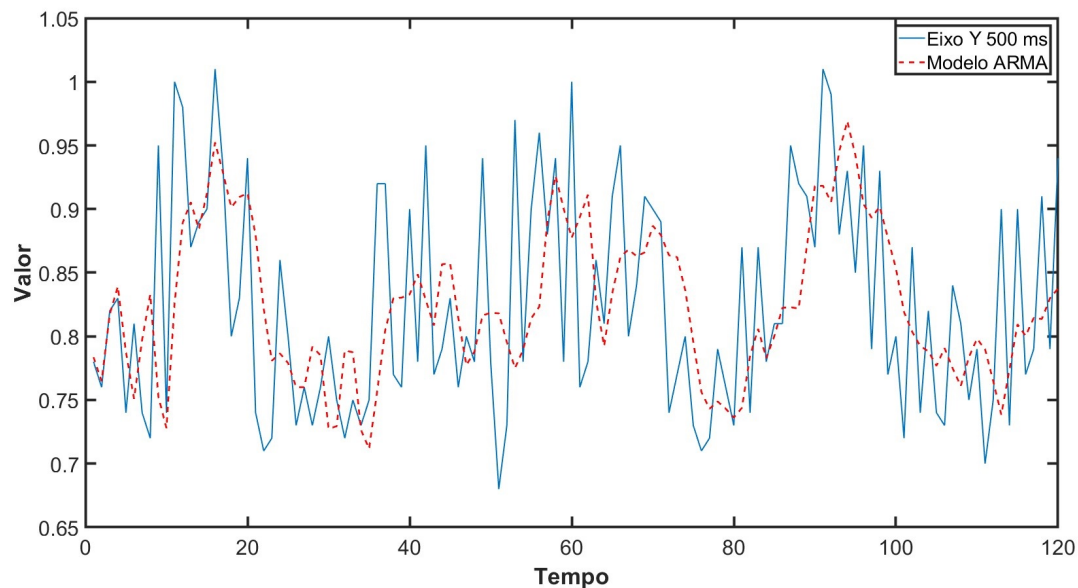


Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com menor valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 55. É possível

notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, mas consegue acompanhar as tendências de subida e descida, diferentemente do modelo citado anteriormente.

Figura 55 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original

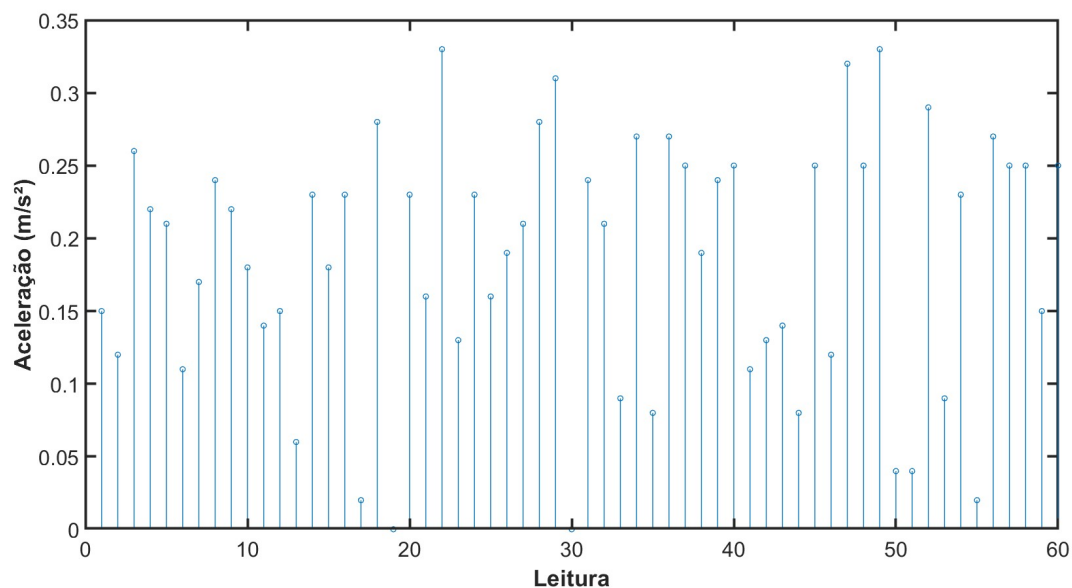


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.9 Experimento EA3

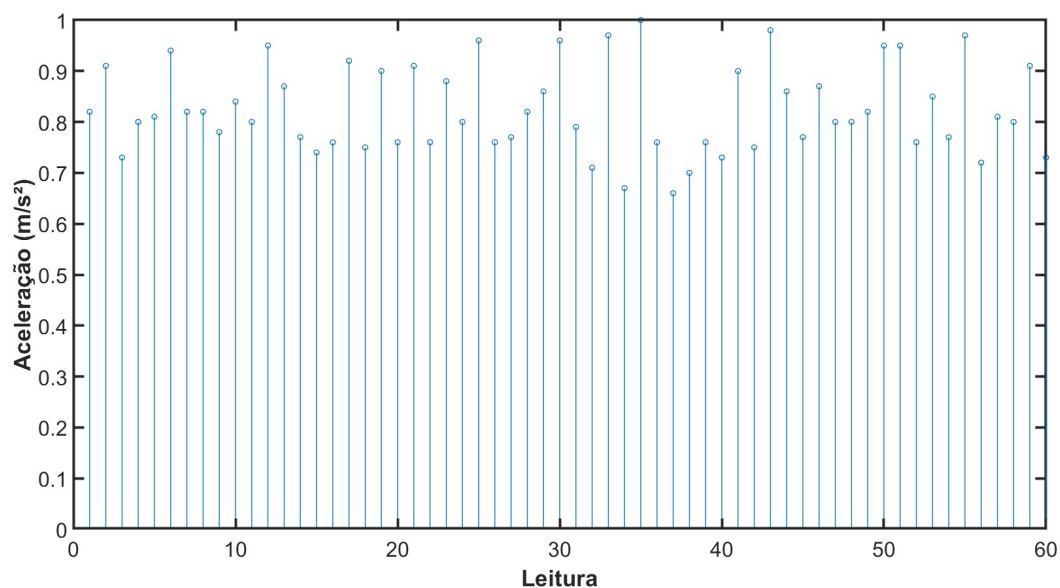
A Figura 56 mostra os dados coletados durante o experimento EA3 para eixo X, e, a Figura 57 para o eixo Y, totalizando 60 pontos coletados para cada eixo.

Figura 56 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo X, intervalo de 1000ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

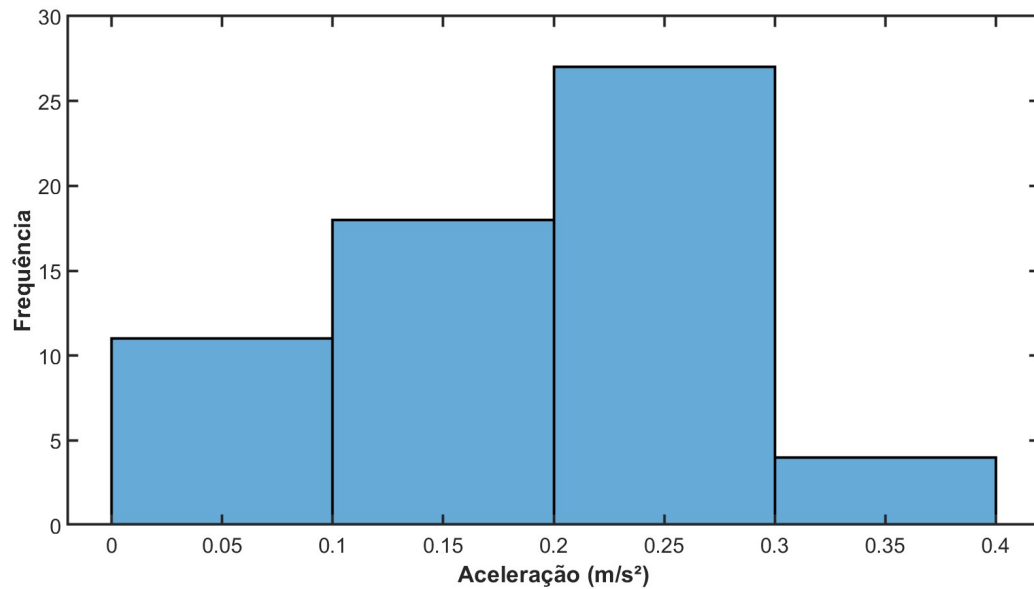
Figura 57 – Sinal Discreto de Aceleração do Acelerômetro no eixo Y, intervalo de 1000ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O histograma, Figura 58, mostra uma distribuição assimétrica negativa, com a cauda dos dados mais longa a esquerda, e apresenta curtose platicúrtica por possuir distribuição mais achatada em relação a uma distribuição normal, com valor calculado de curtose de 2,3457. O teste de normalidade de Shapiro-Wilk apresentou um p – valor igual a $p = 1,1 \cdot 10^{-02}$, indicando uma distribuição não normal, uma vez que, o p – valor é menor que o nível de significância adotado ($\alpha = 0,05$).

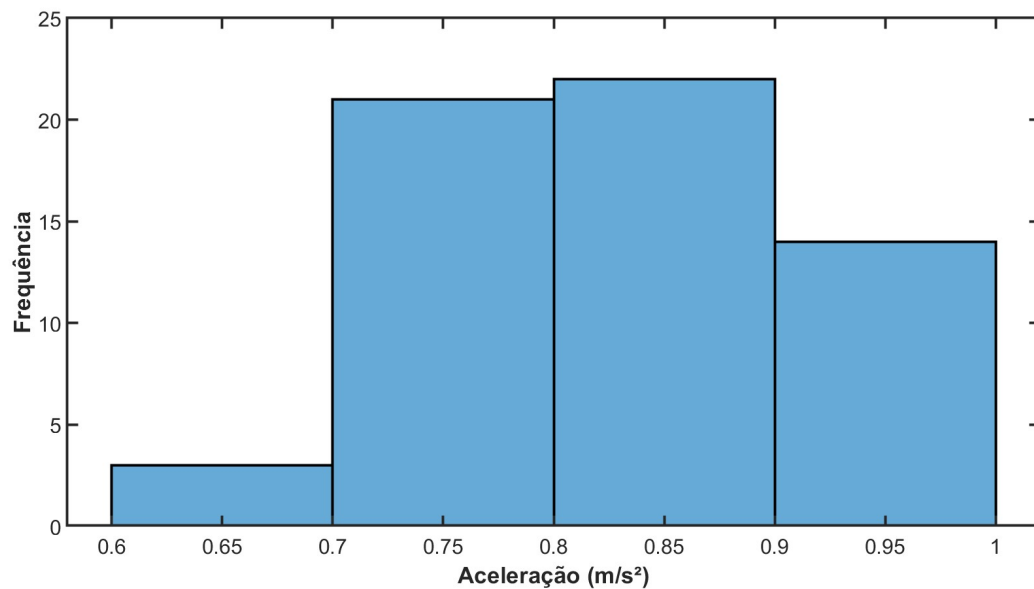
Figura 58 – Histograma de leituras no Eixo X com intervalos de 1000ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O histograma, Figura 59, mostra uma distribuição assimetria positiva, por possui sua cauda de dados a direita, e como pode ser observado, o histograma tem distribuição platicúrtica, com valor calculado de curtose de 2,1556. O teste de normalidade de Shapiro-Wilk apresentou um $p - valor$ igual a $p = 1,5.10^{-03}$, indicando uma distribuição não normal, uma vez que, o $p - valor$ é significativamente menor que o nível de significância adotado ($\alpha = 0,05$).

Figura 59 – Histograma de leituras no Eixo Y com intervalos de 1000ms



Fonte: Autoria Própria (2025)

O resultado do experimento EA3 possui média igual a 0,185 (eixo X) e 0,824 (eixo Y), desvio padrão igual a 0,086 (eixo X) e 0,085 (eixo Y), variância igual a 0,007 (eixo X) e 0,008 (eixo Y), e, moda igual a 0,25 (eixo X) e 0,76 (eixo Y), como pode ser visto na Tabela 5.

Tabela 5 – Análise estatística descritiva dos dados coletados nos eixos X e Y com intervalo de amostragem de 1000 ms

	Média	Desvio Padrão	Variância	Moda
Eixo X	0,185	0,086	0,007	0,25
Eixo Y	0,824	0,085	0,008	0,76

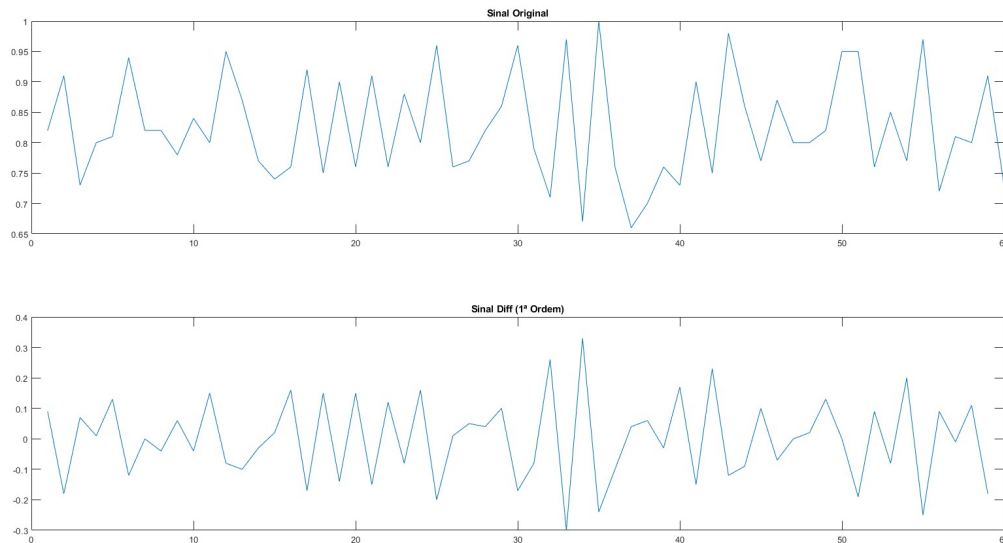
Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.10 Definição do modelo ARIMA para EA3

O dado do experimento EA1, eixo X, é estacionário. O dado do experimento EA1, eixo Y, não é estacionário. A estacionariedade dos dados é classificada usando o teste de Dickey-Fuller.

Desta forma, o dado do experimento EA3, eixo Y, é diferenciado, resultando em um sinal estacionário. A necessidade de diferenciação faz com que o parâmetro d do modelo ARIMA seja igual a 1, como pode ser visto na Tabela 6.

Figura 60 – Sinal original e Sinal diferenciado de 1º Ordem - Eixo Y



Fonte: Autoria Própria (2025)

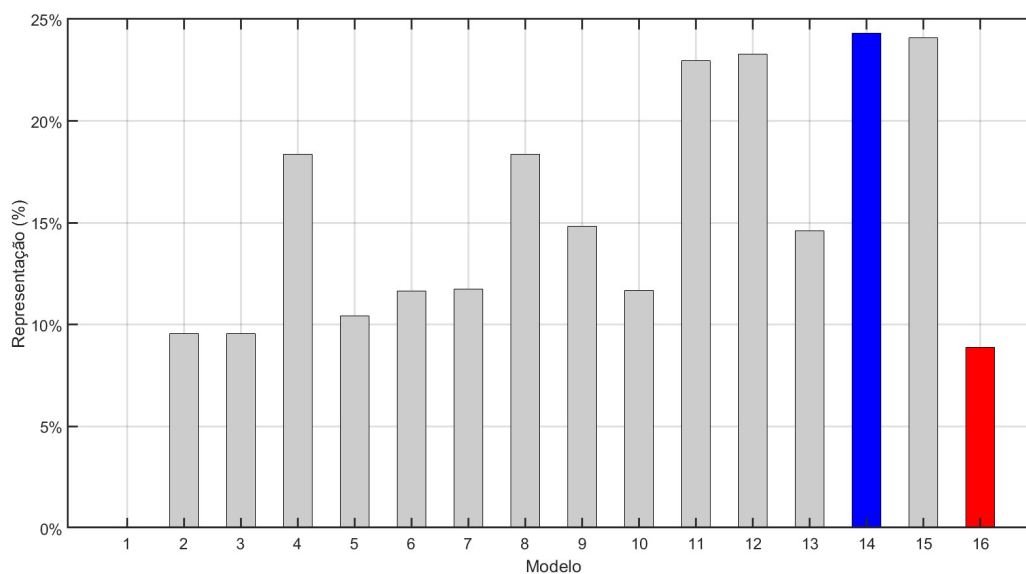
Os menores valores de AIC e BIC para o experimento EA3, eixo X, são iguais a $-129,02$ e $-116,45$. Os menores valores de AIC e BIC para o experimento EA3, eixo Y, são iguais a $-126,12$ e $-111,46$, conforme pode ser visto na Tabela 6. Os maiores valores de AIC e BIC para o experimento EA3, eixo X, são iguais a $-125,32$ e $-108,56$. Os menores valores de AIC e BIC para o experimento EA3, eixo Y, são iguais a $-99,036$ e $-92,753$, conforme pode ser visto na Tabela 6. Os valores de AIC e BIC de todos os 25 modelos testados podem ser vistos no Apêndice 6, Tabelas 11 e 12. O valor descrito como % representa a variância entre os dados coletados e o modelo, indicando o quanto o modelo consegue explicar os dados.

Tabela 6 – Parâmetros AIC e BIC escolhidos para modelagem EA3

	Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	%
Melhor modelo eixo X	14	3	0	1	-129,02	-116,45	24,07
Pior modelo eixo X	16	3	0	3	-125,32	-108,56	8,88
Melhor modelo eixo Y	12	2	1	3	-126,12	-111,46	17,32
Pior modelo eixo Y	5	1	1	0	-99,036	-92,753	6,58

Fonte: Autoria Própria (2025)

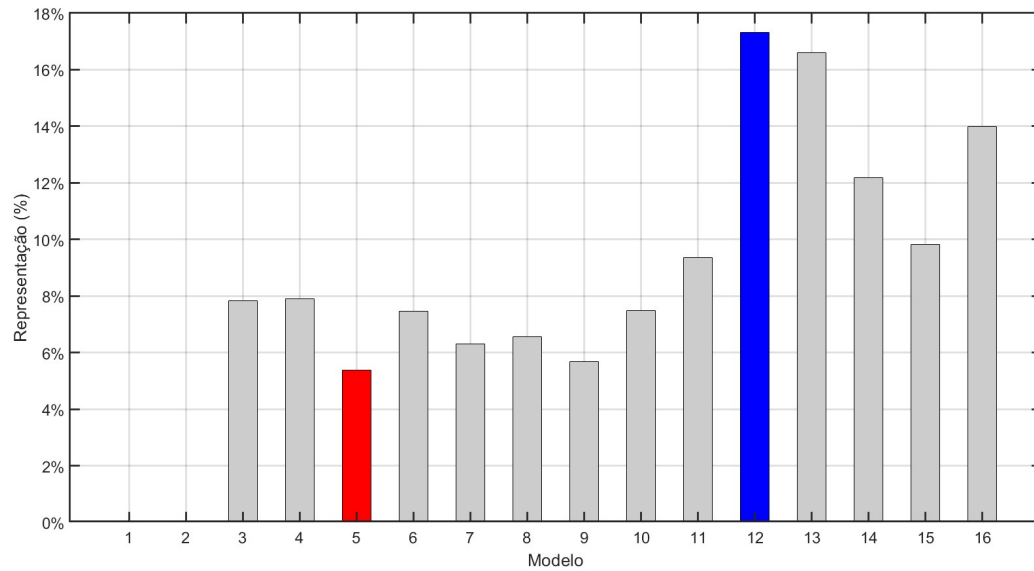
A Figura 61 representa a porcentagem do quanto os modelos estudados conseguem capturar as variações que ocorrem no sistema real para o eixo X. Sendo o modelo 14 de maior porcentagem igual a 24,07% e o modelo 16 com a menor porcentagem 8,88%.

Figura 61 – Gráfico de barras representação para eixo X EA3

Fonte: Autoria Própria (2025)

A Figura 62 representa a porcentagem do quanto os modelos estudados conseguem capturar as variações que ocorrem no sistema real para o eixo Y. Sendo o modelo 12 de maior porcentagem, igual a 17,32% e o modelo 5 com a menor porcentagem 6,58%.

Figura 62 – Gráfico de barras representação para eixo Y EA3

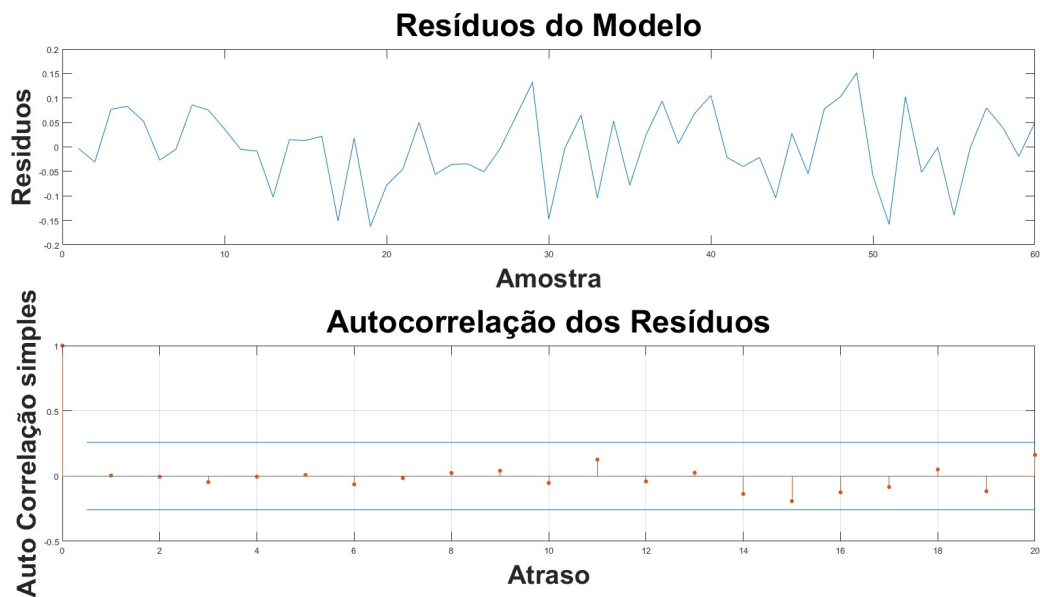


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.11 Experimento EA3 - Modelo Eixo X.

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os maiores valores, são mostrados na Figura 63. Pode-se observar que em alguns pontos, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) não consegue explicar o sinal modelado.

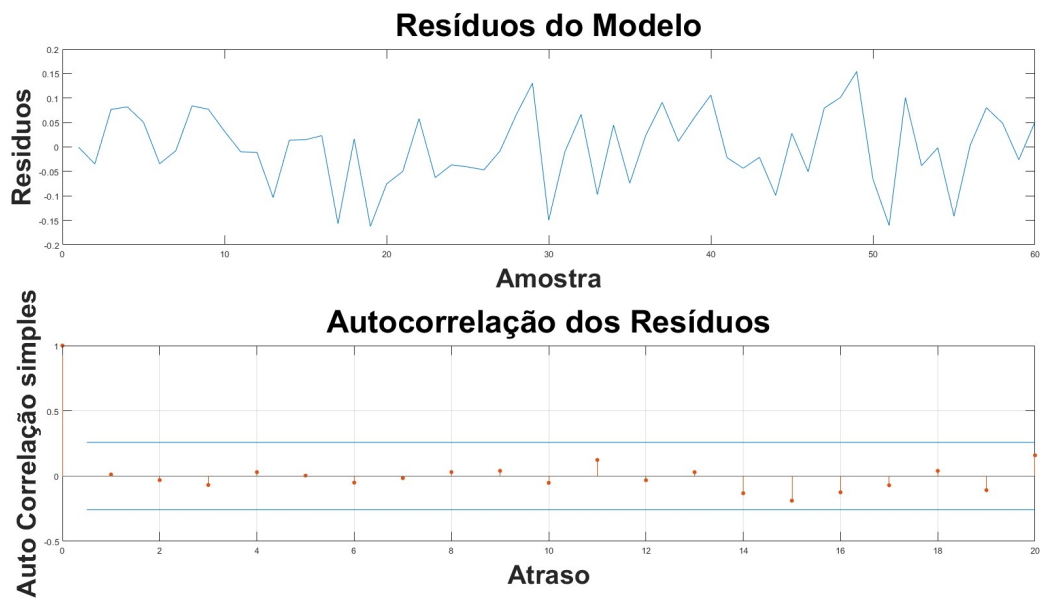
Figura 63 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo X



Fonte: Autoria Própria (2025)

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os menores valores, são mostrados na Figura 64. Pode-se observar que em nenhum ponto, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p,d e q) consegue explicar o sinal modelado.

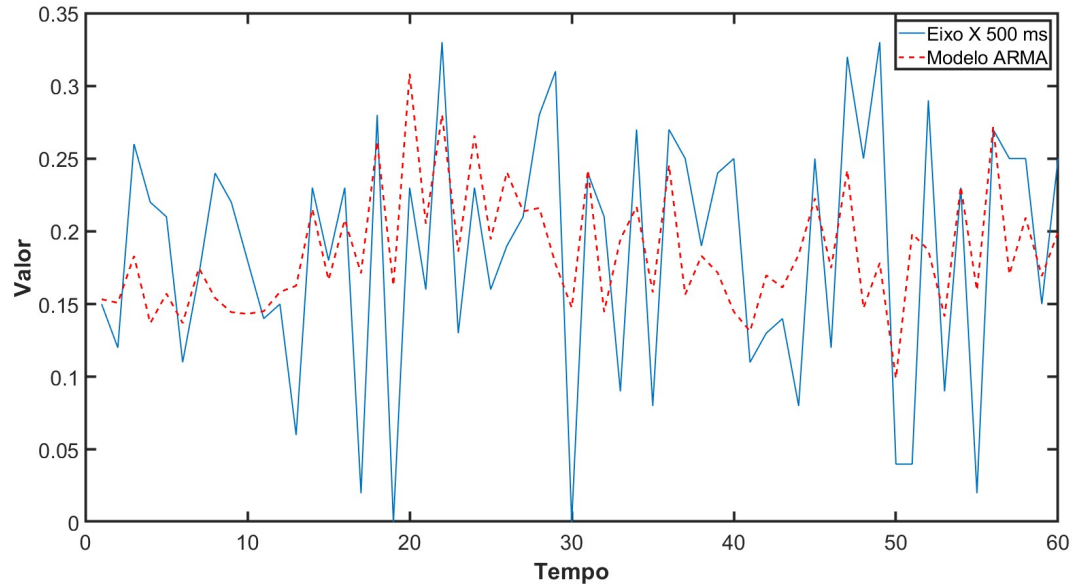
Figura 64 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo X



Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com maior valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 65. É possível notar que o modelo apresenta pequenas discrepâncias do sinal original não conseguindo aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, e tampouco consegue acompanhar as tendências de subida e descida.

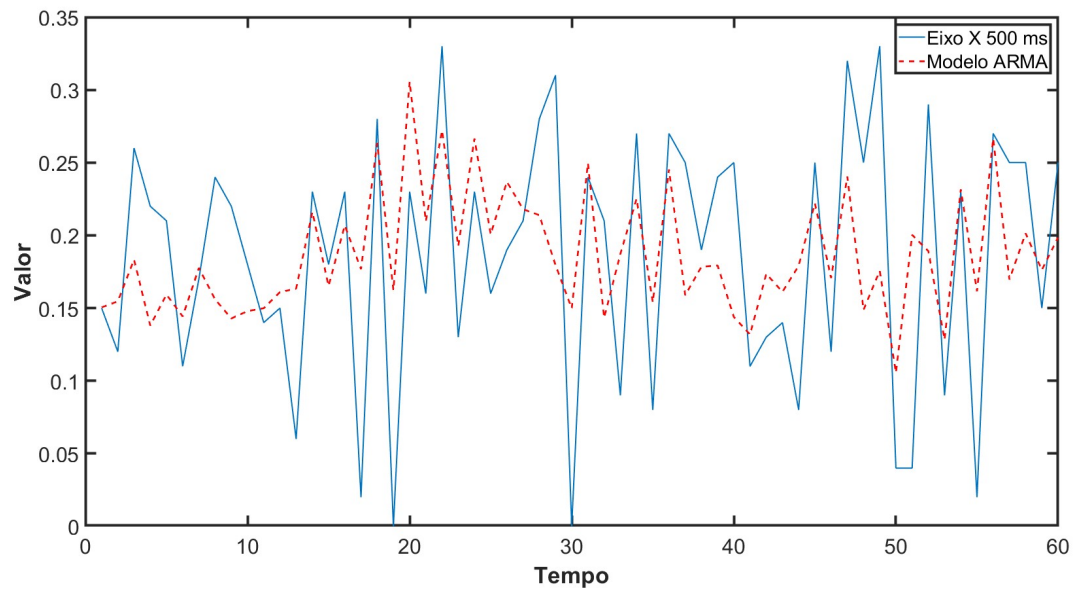
Figura 65 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original



Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com menor valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 66. É possível notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, mas consegue acompanhar todas as tendências de subida e descida, diferentemente do modelo citado anteriormente.

Figura 66 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original

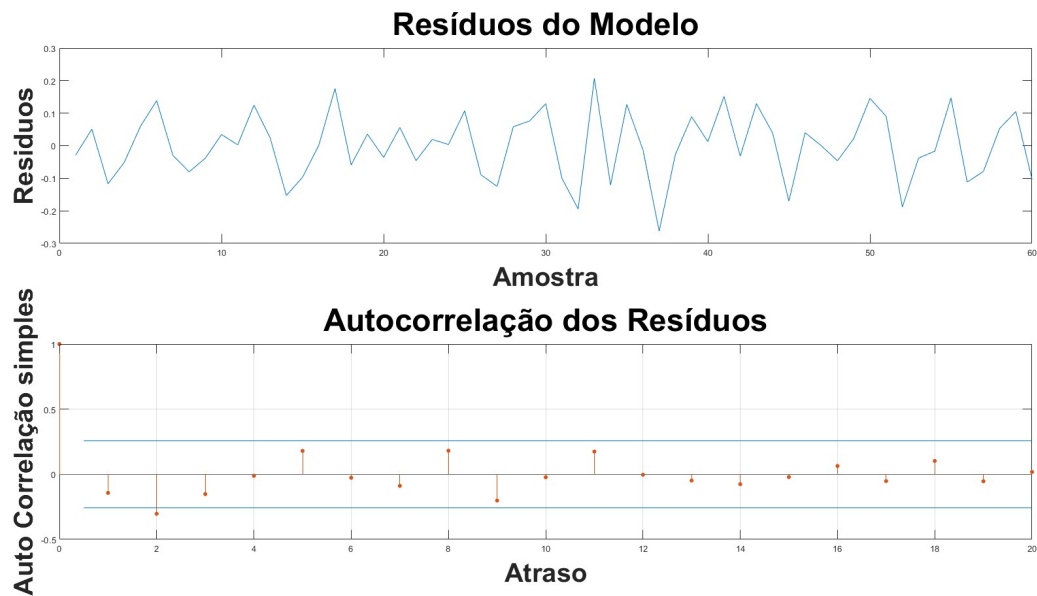


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.12 Experimento EA3 - Modelo Eixo Y.

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os maiores valores, são mostrados na Figura 67. Pode-se observar que em alguns pontos, a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) não consegue explicar o sinal modelado.

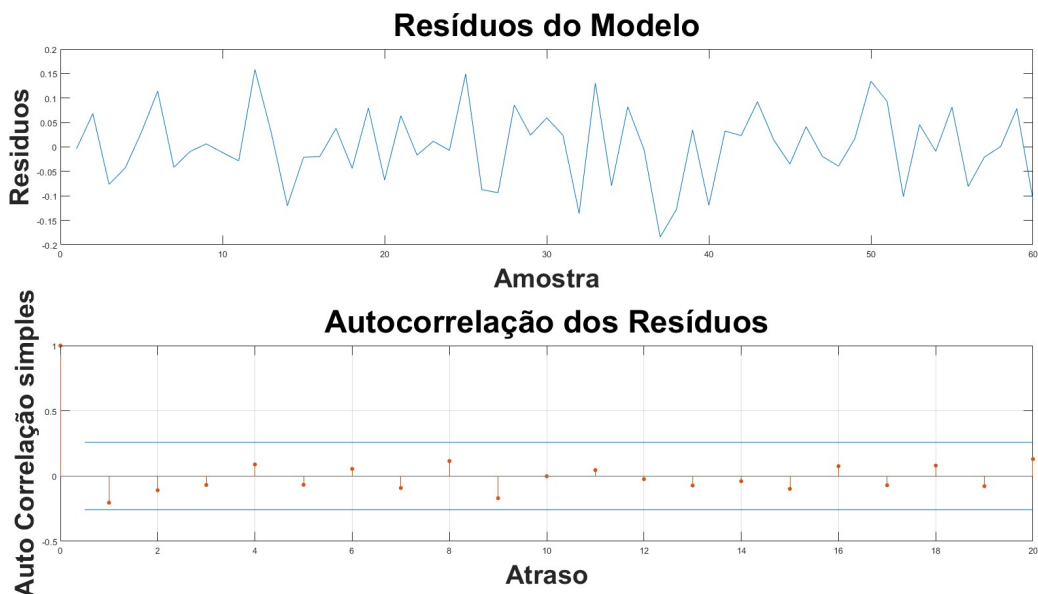
Figura 67 – Resíduos do modelo com o maior valor de AIC e BIC - Eixo Y



Fonte: Autoria Própria (2025)

Os resíduos do modelo e sua autocorrelação, em que os parâmetros AIC e BIC apresentam os menores valores, são mostrados na figura 68. Pode-se observar que em nenhum ponto a autocorrelação ultrapassa os limites de significância, demonstrando que a estrutura escolhida para o modelo (p, d e q) consegue explicar o sinal modelado.

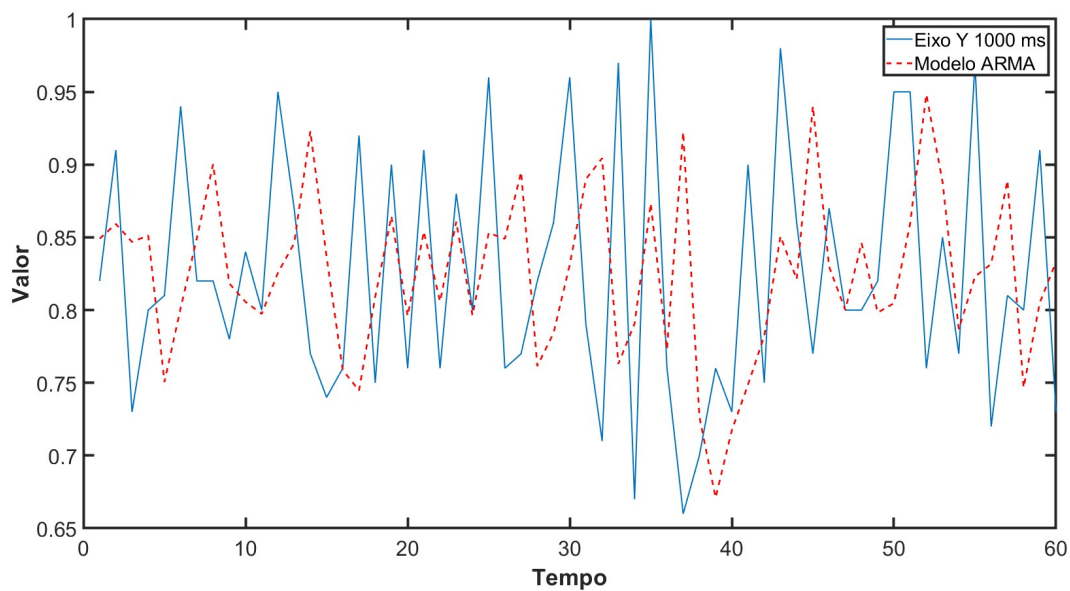
Figura 68 – Resíduos do modelo com o menor valor de AIC e BIC - Eixo Y



Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com maior valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 69. É possível notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro. O modelo ARIMA não consegue capturar com precisão os picos e quedas mais acentuados do sinal original.

Figura 69 – Modelo ARIMA ajustado (maior valor) versus sinal original

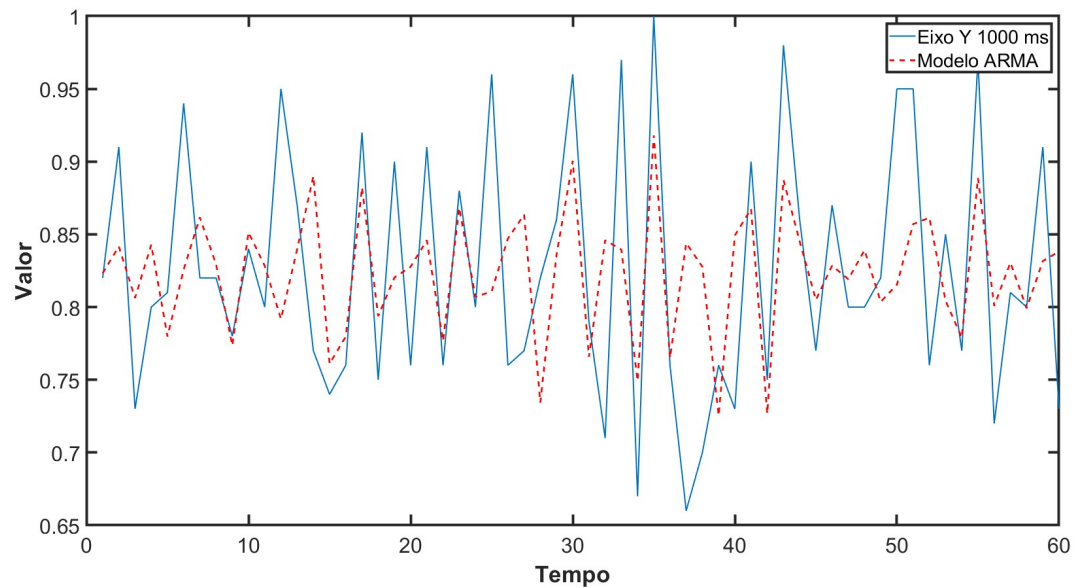


Fonte: Autoria Própria (2025)

O modelo ARIMA com menor valor de AIC e BIC versus sinal original é mostrado na Figura 70. É possível

notar que o modelo não consegue aproximar do valor de amplitude do acelerômetro, mas consegue acompanhar as tendências de subida e descida, diferentemente do modelo citado anteriormente.

Figura 70 – Modelo ARIMA ajustado (menor valor) versus sinal original

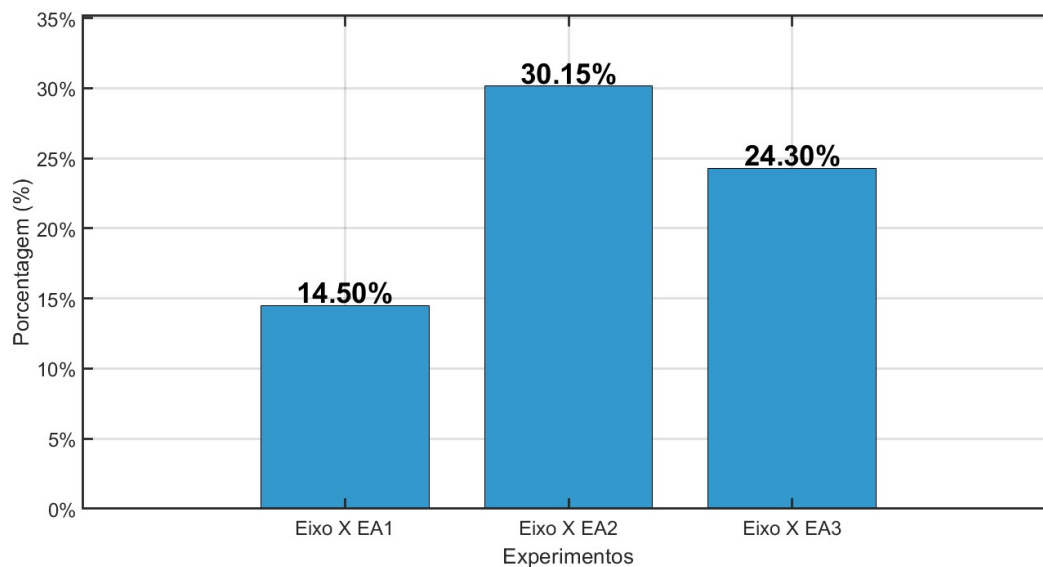


Fonte: Autoria Própria (2025)

5.2.13 Considerações sobre o tempo de amostragem.

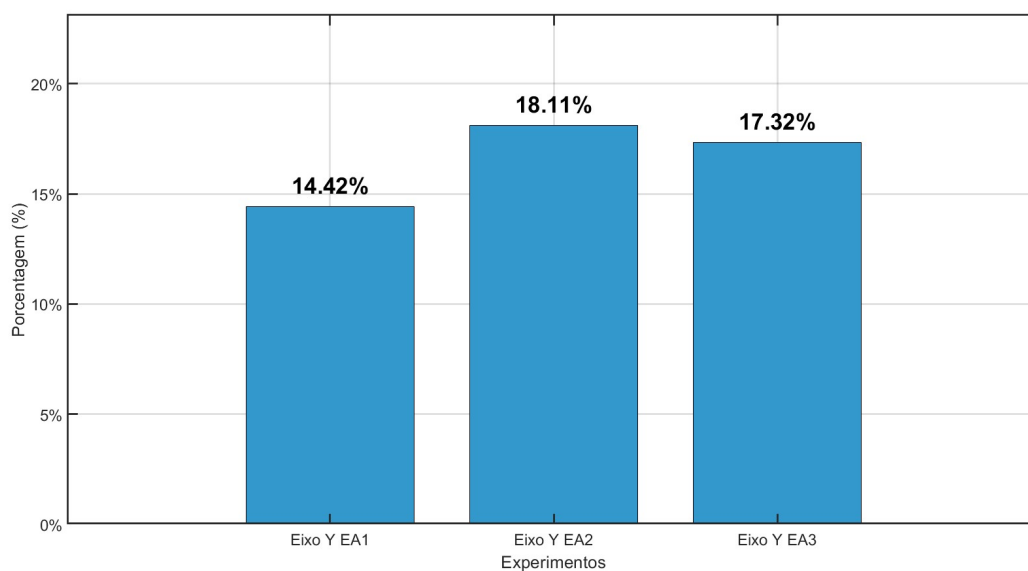
O tempo de amostragem é um fator crucial quando se trata de modelagem de sistemas dinâmicos discretos. A qualidade do modelo pode ser influenciada pela escolha do tempo de amostragem.

A Figura 71 apresenta a porcentagem da variância explicada (%) pelos melhores modelos para o eixo X, sendo EA1 com 14,5%, EA2 com 30,15% e EA3 com 24,3%. Esse resultado sugere que, entre os tempos de amostragens experimentados, $T_s = 500ms$ fornece um melhor modelo capaz de explicar os dados.

Figura 71 – Análise do Desempenho do Eixo X nos Experimentos EA1, EA2 e EA3

Fonte: Autoria Própria (2025)

A Figura 72 apresenta a porcentagem de variância explicada pelos melhores modelos para o eixo Y, sendo EA1 com 14,42%, EA2 com 18,11% e EA3 com 13,32%. Esse resultado sugere que, entre os tempos de amostragem experimentados, $T_s = 500ms$ fornece um melhor modelo capaz de explicar os dados.

Figura 72 – Análise do Desempenho do Eixo Y nos Experimentos EA1, EA2 e EA3

Fonte: Autoria Própria (2025)

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho abordou a influência do ruído no controle e na modelagem de sistemas dinâmicos lineares discretos, considerando tanto experimentos simulados quanto reais.

Nos experimentos simulados, foram realizadas análises detalhadas utilizando diferentes tipos de ruído (ruído branco, rosa e marrom) e avaliadas as respostas dos sistemas em termos de exatidão, em que foi possível observar diferenças na amplitude e no valor final de resposta do sistema. Onde o sistema que possuía ruído branco apresentou erro médio quadrático comparado à resposta sem ruído de 0,007, ruído rosa de 0,015 e marrom de 0,013. Mostrando que o sistema controlado é mais sensível ao ruído rosa e marrom, quando comparado ao ruído branco.

Nos experimentos reais, com dados coletados por um acelerômetro digital, foi observado que as incertezas associadas à aquisição de dados desempenharam um papel importante na limitação da exatidão do modelo. Além disso, observou-se que diferentes tempos de amostragem combinados com diferentes estruturas do modelo *ARMAX* podem propiciar um modelo com melhor exatidão.

Para os experimentos realizados com o acelerômetro, foi possível obter uma modelagem com representação máxima de 30% do sistema original se tratando do eixo x, e máxima de 18% para o eixo y. Ambos os modelos que obtiveram as melhores respostas foram obtidos no experimento que possuía tempo de amostragem igual a 500 ms.

Desta forma, este estudo contribuiu para a compreensão dos impactos do ruído no controle e na modelagem de sistemas dinâmicos discretos, propondo abordagens práticas para lidar com essas adversidades. Os resultados obtidos reforçam a importância de considerar a natureza e a intensidade do ruído na construção e validação de modelos matemáticos, além de destacar a relevância de técnicas estatísticas para otimizar o desempenho dos sistemas analisados.

Para trabalhos futuros, sugere-se explorar metodologias mais robustas de minimização de ruído, aprendizado de máquina, bem como investigar a aplicação dessas técnicas em sistemas não lineares ou com maior complexidade dinâmica.

REFERÊNCIAS

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à Identificação de Sistemas-Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais**. [S.l.]: Editora UFMG, 2015.
- ANDRADE, L. E. V. de. **Controle de reatores de batelada exotermicos pelo metodo da linearização global**. 1993. Tese (Doutorado) — [sn], 1993.
- BITTENCOURT, M. C. *et al.* Identificação de sistemas dinâmicos lineares: métodos paramétricos e não paramétricos. 2007.
- BOX, G. E. *et al.* **Time series analysis: forecasting and control**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.
- CALLEGARI, J. M. S. *et al.* Modelagem caixa preta do tanque de aquecimento da planta didatica smar pd3: Uma atualizacao. **The Journal of Engineering and Exact Sciences**, v. 5, n. 3, p. 0220–0227, 2019.
- CARNEIRO, A. *et al.* Estudo comparativo entre filtro complementar e filtro de kalman estendido em uma aplicação de estimação de atitude. Blumenau, SC., 2024.
- COELHO, F. A. *et al.* Calibração de acelerômetro triaxial utilizando filtro de kalman. 2008.
- COMPONENTS, G. **GNS components**. 2020. Acessado em 23/05/2024. Disponível em: <https://www.ictransistors.com/development-board/cjmcu-lis3dsh-high-resolution-three-axis.html>.
- CORRÊA, M. V.; AGUIRRE, L. A. Identificação não-linear caixa-cinza: uma revisão e novos resultados. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, SciELO Brasil, v. 15, p. 109–126, 2004.
- EMILIANO, P. C. *et al.* Critérios de informação de akaike versus bayesiano: análise comparativa. **19º Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística**, 2010.
- ENGERS, V. D. D. *et al.* Modelagem de ruídos de giroscópios mems comerciais para aplicações em navegação inercial. Joinville, SC, 2021.
- FERNANDES, L. F. d. J. Identificação de sinais ruidosos em sistemas de potência e representações na forma de pólos e resíduos. 2007.
- FUNKQUIST, J. Grey-box identification of a continuous digester — a distributed-parameter process. **Control Engineering Practice**, v. 5, n. 7, p. 919–930, 1997. ISSN 0967-0661. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066197000798>.
- GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Basic Econometrics**. 5th. ed. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2009. ISBN 978-0-07-337577-9.
- KARPLUS, W. J. The spectrum of mathematical modeling and systems simulation. **ACM SIGSIM Simulation Digest**, ACM New York, NY, USA, v. 9, n. 1, p. 32–38, 1977.
- LAGE, V. N.; SEGUNDO, A. K. R. O uso de giroscópios e acelerômetros para a modelagem matemática de uma plataforma com dois graus de liberdade. **Ouro Preto: UFOP**, 2015.
- LANG, P.-H.; FENG, H.; DING, Z.-Y. Robust dynamic feedback stabilization for linear systems with disturbances. **Journal of the Franklin Institute**, v. 360, n. 16, p. 11529–11552, 2023. ISSN 0016-0032. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016003223005860>.
- LATHI, B. P. **Sinais e sistemas lineares-2**. [S.l.]: Bookman, 2006.
- LOPES, L. L. *et al.* Modelagem e validação de um quadrimotor ar. drone parrot. In: **International Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition**. [S.l.: s.n.], 2013.
- MARE, Y.; BELAY, D. B.; ZEWOTIR, T. Linear modeling of zonal level crop production in ethiopia. **Heliyon**, v. 10, n. 10, p. e30951, 2024. ISSN 2405-8440. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405844024069822>.

- MARTINS, M. F. **Modelagem e gerenciamento para um sistema de injeção de diesel em alta pressão**. 2023. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2023.
- MENEGUZZI, L.; TREIS, R.; CENDRON, M. Utilização de giroscópio e acelerômetro para identificação de movimentação em ambientes tridimensionais. **Quinta Feira de Iniciação Científica e Extensão, Santa Catarina**, 2018.
- MONTEIRO, L. H. A. **Sistemas dinâmicos 3**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2011.
- MORAES, L. Caracterização de sensores ierciais do tipo mems para medição direcional de ondas utilizando boias heave-pitch-roll. **M. Sc. Thesis**, COPPE/UFRJ, 2015.
- NETO, E. R. Gerador de sinal ruído correlacionado: modelagem, simulação e proposta de inovação tecnológica. 2017.
- NISE, N. S. **Engenharia de sistemas de controle**. [S.l.]: LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora, 2013.
- OGATA, K. **Discrete-time control systems**. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc., 1995.
- PAI, L. R. M. D. Projeto e construção de um canal de comunicação com ruído aditivo branco gaussiano. 2010.
- PEREZ, F. N. **Técnicas de linearização para o controle de sistemas não-lineares**. 1990. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 1990.
- POOLE, D. **Álgebra Linear: uma introdução moderna**. [S.l.]: Cengage Learning, 2017.
- QUINTIÃES, M. S. d. S. **Método de linearização ótima para o controle de sistemas de aeronaves**. 2008. Tese (Doutorado), 2008.
- RODRIGUES, G. G. Identificação de sistemas dinâmicos não-lineares utilizando modelos narmax polinomiais: aplicação a sistemas reais. Universidade Federal de Minas Gerais, 1996.
- SANTANA, F. S. Identificação do sistema de controle de velocidade de um turbo expensor em uma unidade de processamento de gás natural. Linhares-ES, 2023.
- STADNITSKI, T. Measuring fractality. **Frontiers in physiology**, Frontiers Research Foundation, v. 3, p. 127, 2012.
- VENDRAMINI, L. A. Modelagem e controle de um quadricóptero em ambiente de simulação. Universidade Federal de Uberlândia, 2024.
- VENKATESWARAN, S. *et al.* Design of functional observers for fault detection and isolation in nonlinear systems in the presence of noises. **Journal of Process Control**, v. 108, p. 68–85, 2021. ISSN 0959-1524. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959152421001645>.
- ZHONG, S. *et al.* Kalman filtering based on dynamic perception of measurement noise. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 213, p. 111343, 2024. ISSN 0888-3270. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327024002413>.

APÊNDICE A – Resultado completo dos cálculos de AIC e BIC

Tabela 7 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo X do EA1

Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	% Representação
1	0	0	0	-1074.8	-1066,0	0
2	0	0	1	-1089.1	-1075.9	3.67
3	0	0	2	-1092.0	-1074.4	3.46
4	0	0	3	-1092.6	-1070.6	3.38
5	0	0	4	-1094.2	-1067.9	4.47
6	1	0	0	-1091.6	-1078.4	3.28
7	1	0	1	-1090.7	-1073.1	3.25
8	1	0	2	-1089.7	-1067.7	3.41
9	1	0	3	-1090.8	-1064.5	3.20
10	1	0	4	-1129.7	-1099,0	10.25
11	2	0	0	-1091.2	-1073.6	3.34
12	2	0	1	-1090.4	-1068.4	3.53
13	2	0	2	-1148.8	-1122.4	12.77
14	2	0	3	-1151.2	-1120.4	13.41
15	2	0	4	-1150.4	-1115.2	13.57
16	3	0	0	-1091.6	-1069.6	3.73
17	3	0	1	-1130.7	-1104.4	10.11
18	3	0	2	-1150.2	-1119.4	13.27
19	3	0	3	-1150.4	-1115.2	13.58
20	3	0	4	-1148.6	-1109,0	13.61
21	4	0	0	-1108.3	-1082,0	6.69
22	4	0	1	-1148.3	-1117.6	12.99
23	4	0	2	-1151.3	-1116.1	13.71
24	4	0	3	-1151.2	-1111.7	13.99
25	4	0	4	-1152.8	-1108.8	14.50

Fonte: Autoria Própria (2025)

Tabela 8 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo Y do EA1

Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	% Representação
1	0	1	0	-1060.2	-1051.4	00
2	0	1	1	-1224.1	-1210.9	00
3	0	1	2	-1289.9	-1272.3	9.88
4	0	1	3	-1291.6	-1269.7	10.45
5	0	1	4	-1293.2	-1266.8	10.84
6	1	1	0	-1120.3	-1107.1	12,35
7	1	1	1	-1288.8	-1271.3	9.68
8	1	1	2	-1288.6	-1266.6	9.99
9	1	1	3	-1293.5	-1267.1	11.05
10	1	1	4	-1294.1	-1263.3	11.30
11	2	1	0	-1152.1	-1134.5	13.65
12	2	1	1	-1286.8	-1264.9	9.69
13	2	1	2	-1295.1	-1268.7	11.22
14	2	1	3	-1291.2	-1260.4	11.24
15	2	1	4	-1289.2	-1254.1	11.31
16	3	1	0	-1154.7	-1132.7	12.65
17	3	1	1	-1285.5	-1259.1	9.80
18	3	1	2	-1293.3	-1262.5	5.27
19	3	1	3	-1302.7	-1267.6	13.10
20	3	1	4	-1313.6	-1274	11.76
21	4	1	0	-1157.3	-1130.9	11.87
22	4	1	1	-1298.7	-1267.9	11.85
23	4	1	2	-1314.1	-1278.9	14.42
24	4	1	3	-1312.1	-1272.5	14.15
25	4	1	4	-1311.6	-1267.7	14.05

Fonte: Autoria Própria (2025)

Tabela 9 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo X do EA2

Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	% Representação
1	0	0	0	-216.1581	-210.5832	00
2	0	0	1	-225.0591	-216.6966	18.68
3	0	0	2	-231.4795	-220.3295	15.87
4	0	0	3	-235.1901	-221.2527	18.83
5	0	0	4	-233.6261	-216.9012	19.14
6	1	0	0	-231.0626	-222.7001	13.14
7	1	0	1	-238.5380	-227.3880	19.73
8	1	0	2	-238.4558	-224.5184	21.01
9	1	0	3	-236.6385	-219.9136	21.13
10	1	0	4	-234.6399	-215.1274	21.13
11	2	0	0	-238.3766	-227.2266	19.63
12	2	0	1	-238.1669	-224.2295	20.82
13	2	0	2	-251.2218	-234.4969	30.15
14	2	0	3	-235.3834	-215.8710	21.62
15	2	0	4	-233.4554	-211.1554	21.66
16	3	0	0	-238.8713	-224.9339	21.28
17	3	0	1	-237.7895	-221.0645	21.28
18	3	0	2	-235.8490	-216.3366	21.92
19	3	0	3	-235.0932	-212.7932	22.72
20	3	0	4	-241.4798	-216.3924	27.94
21	4	0	0	-237.0404	-220.3154	21.39
22	4	0	1	-235.8164	-216.3039	21.90
23	4	0	2	-233.9109	-211.6109	21.96
24	4	0	3	-233.0940	-208.0066	15.72
25	4	0	4	-239.9327	-212.0578	28.21

Fonte: Autoria Própria (2025)

Tabela 10 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo Y do EA2

Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	% Representação
1	0	1	0	-195.77	-190.19	00
2	0	1	1	-252.98	-244.61	4.77
3	0	1	2	-254.04	-242.89	7.17
4	0	1	3	-252.57	-238.63	7.57
5	0	1	4	-250.78	-234.06	7.74
6	1	1	0	-237.18	-228.82	8.63
7	1	1	1	-253.53	-242.38	6.77
8	1	1	2	-252.55	-238.61	7.56
9	1	1	3	-250.64	-233.91	7.63
10	1	1	4	-248.80	-229.29	7.75
11	2	1	0	-248.05	-236.90	2.41
12	2	1	1	-251.89	-237.95	7.05
13	2	1	2	-250.74	-234.02	7.71
14	2	1	3	-251.94	-232.43	10.14
15	2	1	4	-261.10	-238.80	18.11
16	3	1	0	-250.63	-236.69	6.07
17	3	1	1	-257.17	-240.45	12.52
18	3	1	2	-251.20	-231.69	9.58
19	3	1	3	-257.70	-235.40	15.76
20	3	1	4	-255.77	-230.69	15.81
21	4	1	0	-252.24	-235.52	8.86
22	4	1	1	-250.71	-231.19	9.20
23	4	1	2	-249.44	-227.14	9.76
24	4	1	3	-255.28	-230.19	15.46
25	4	1	4	-252.12	-224.24	14.64

Fonte: Autoria Própria (2025)

Tabela 11 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo X do EA3

Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	% Representação
1	0	0	0	-120.5	-116.31	00
2	0	0	1	-124.52	-118.24	9.55
3	0	0	2	-122.52	-114.14	9.55
4	0	0	3	-126.67	-116.20	18.36
5	1	0	0	-125.10	-118.82	10.42
6	1	0	1	-123.93	-115.56	11.66
7	1	0	2	-121.99	-111.52	11.75
8	1	0	3	-124.68	-112.11	18.38
9	2	0	0	-123.37	-115.00	14.83
10	2	0	1	-121.94	-111.47	11.67
11	2	0	2	-128.15	-115.59	22.96
12	2	0	3	-126.41	-111.75	23.29
13	3	0	0	-123.97	-113.50	14.60
14	3	0	1	-129.02	-116.45	24.30
15	3	0	2	-127.14	-112.48	24.07
16	3	0	3	-125.32	-108.56	8.88

Fonte: Autoria Própria (2025)

Tabela 12 – Parâmetros AIC e BIC obtidos nas simulações, Para o eixo Y do EA3

Modelo	P	D	Q	AIC	BIC	% Representação
1	0	1	0	-65.334	-61.145	00
2	0	1	1	-119.74	-113.45	00
3	0	1	2	-122.72	-114.34	7.84
4	0	1	3	-120.75	-110.28	7.89
5	1	1	0	-99.036	-92.753	5.39
6	1	1	1	-122.46	-114.09	7.45
7	1	1	2	-119.72	-109.25	6.30
8	1	1	3	-117.88	-105.32	6.55
9	2	1	0	-99.96	-91.583	5.67
10	2	1	1	-120.48	-110.01	7.48
11	2	1	2	-119.72	-107.15	9.37
12	2	1	3	-126.12	-111.46	17.32
13	3	1	0	-104.57	-94.101	16.61
14	3	1	1	-121.60	-109.03	12.17
15	3	1	2	-118.03	-103.37	9.83
16	3	1	3	-118.85	-102.10	13.98

Fonte: Autoria Própria (2025)