

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**VINICIUS LIMA PASSOLONGO**

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ESTIMADOR DE ESTADO DE  
MÍNIMOS QUADRADOS CONSIDERANDO ELEMENTOS SHUNT E A PRESENÇA  
DE TRANSFORMADORES COM CONTROLE DE TENSÃO E DEFASADORES**

**MEDIANEIRA**

**2025**

**VINICIUS LIMA PASSOLONGO**

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ESTIMADOR DE ESTADO DE  
MÍNIMOS QUADRADOS CONSIDERANDO ELEMENTOS SHUNT E A PRESENÇA  
DE TRANSFORMADORES COM CONTROLE DE TENSÃO E DEFASADORES**

**Computational implementation of the least squares state estimator considering shunt  
elements and the presence of transformers with voltage control and phase shifters**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
apresentado como requisito para obtenção do título  
de Bacharel em Engenharia Elétrica da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Hugo Andrés Ruiz Flórez

**MEDIANEIRA**

**2025**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**VINICIUS LIMA PASSOLONGO**

**IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ESTIMADOR DE ESTADO DE  
MÍNIMOS QUADRADOS CONSIDERANDO ELEMENTOS SHUNT E A PRESENÇA  
DE TRANSFORMADORES COM CONTROLE DE TENSÃO E DEFASADORES**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
apresentado como requisito para obtenção do título  
de Bacharel em Engenharia Elétrica da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 07/novembro/2024

---

Hugo Andrés Ruiz Flórez  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

---

Cristiane Lionço de Oliveira  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

---

Diogo Marujo  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

**MEDIANEIRA**

**2025**

Dedico àquele que mais amo: Cristo.  
E aqueles que foram minha base meu pai e minha mãe.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus pelo sustento, provisão, cuidado e por me agraciar com a vida de pessoas que me abençoaram nessa jornada que passou.

Sou grato aos meus pais, Marcos e Sirlei que me concederam a oportunidade de realizar um sonho. A meus irmãos que em suas peculiaridades sempre me deram experiências ímpares. A meu amigo e pastor Marcelo que me auxiliou nos meus momentos difíceis. A meus amigos da igreja que oraram por mim e me auxiliaram em minhas batalhas. A meus amigos de curso que me ajudaram a superar as dificuldades da formação. A Aliança Bíblica Universitária por fazer um trabalho excepcional no campo universitário. Agradeço ao meu professor Hugo Andres Ruiz Florez por me orientar e ter paciência de Abraão para me ensinar. Agradeço a minha noiva, Vanessa, a qual terei a honra de compartilhar minha vida, a mulher virtuosa, cujo valor excede o de rubis, a mulher que por testemunho me apresentou a Graça de Deus.

## RESUMO

Apresentada em 1970 por Schweppe, a Estimação de Estado é uma ferramenta que utiliza os parâmetros do sistema elétrico e um conjunto de medições estrategicamente localizadas para determinar o ponto de operação de um sistema elétrico de energia e poder monitorar o comportamento do sistema elétrico em tempo real. Tradicionalmente, a estimação de estado usa o método iterativo dos mínimos quadrados ponderados para estimar os valores das variáveis de estado de um sistema elétrico de potência. Embora a formulação clássica do método dos mínimos quadrados é a mais usada por especialistas e pesquisadores, essa formulação não é possível representar de maneira exata os sistemas-teste com transformadores defasadores, transformadores com taps e dispositivos shunt nos barramentos, sendo necessário inserir algumas aproximações para poder estimar o ponto de operação. Este trabalho tem por objetivo geral realizar o desenvolvimento computacional no software MATLAB do método clássico de Estimação de Estado de Mínimos Quadrados Ponderados que permita obter o ponto de operação e realizar análise de erros dos sistemas elétricos de potência considerando os *taps* dos transformadores, transformadores defasadores e os elementos *shunts* nos barramentos na formulação de fluxo de potência. Para isso, consultou-se a arte de estimação de estado clássica e realizou-se as adaptações na formulação necessária para inclusão dos parâmetros destes elementos, tendo como premissa o algoritmo de estimação de estado. A validação dos resultados fora considerada os sistemas elétricos publicados no IEEE de 14, 30 e 57 barras considerando três cenários para cada caso, sendo o primeiro cenário o conjunto de medições sem erros, o segundo cenário com uma medida com erro gaussiano e o terceiro cenário com uma medida com erro grosseiro no conjunto de medições. Para os três casos considerando o conjunto de medições sem erro o algoritmo apresentou-se satisfatório para EEMQP com os novos parâmetros inclusos na formulação. Enquanto para o segundo cenário contendo uma medida gaussiana nos três casos o método não identificou a presença deste erro. Para o terceiro cenário, o primeiro caso de 14 barras o algoritmo estimou o estado do SEP, detectou e identificou corretamente a medida contendo erro grosseiro, para o segundo caso o método não detectou o erro grosseiro, e para o terceiro caso o método detectou a presença de erro grosseiro, portanto não identificou corretamente.

**Palavras-chave:** sistemas de energia elétrica – estimação de estado; métodos iterativos (matemática); estatística matemática; programas de computador

## ABSTRACT

Presented in 1970 by Schweppe, State Estimation is a tool that uses the parameters of the electrical system and a set of strategically located measurements to determine the operating point of an electrical power system and to monitor the behavior of the electrical system in real-time. Traditionally, state estimation uses the weighted least squares iterative method to estimate the values of the state variables of an electrical power system. Although the classical formulation of the least squares method is the most used by experts and researchers, this formulation cannot accurately represent test systems with phase-shifting transformers, transformers with taps, and shunt devices in the buses, requiring some approximations to estimate the operating point. The general objective of this work is to develop computationally in MATLAB software the classical method of Weighted Least Squares State Estimation that allows obtaining the operating point and performing error analysis of electrical power systems considering the taps of transformers, phase-shifting transformers, and shunt elements in the buses in the power flow formulation. For this, classical state estimation techniques were consulted, and adaptations were made to the formulation necessary to include the parameters of these elements, with the premise of the state estimation algorithm. The validation of the results considered the electrical systems published in the IEEE of 14, 30, and 57 buses, considering three scenarios for each case: the first scenario being the set of measurements without errors, the second scenario with a measurement with Gaussian error, and the third scenario with a measurement with gross error in the set of measurements. For the three cases, considering the set of measurements without error, the algorithm was satisfactory for WLSSE with the new parameters included in the formulation. While for the second scenario containing a Gaussian error measurement in the three cases, the method did not identify the presence of this error. For the third scenario, in the first case of 14 buses, the algorithm estimated the state of the EPS, detected, and correctly identified the measurement containing gross error; in the second case, the method did not detect the gross error; and in the third case, the method detected the presence of gross error but did not correctly identify it.

**Keywords:** electric power system – state estimation; iterative methods (mathematics); mathematical statistics; computer programs.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Divisão e subdivisão dos erros múltiplos.....	19
Figura 2 – Modelo $\pi$ de uma linha de transmissão .....	24
Figura 3 – Modelo de transformadores.....	25
Figura 4 – Transformador em-fase. ....	26
Figura 5 – Representação do transformador defasador puro .....	27
Figura 6 – Procedimentos gerais para desenvolvimento do trabalho .....	29
Figura 7 – Processo iterativo para explanação da formulação da EEMQP. ....	30
Figura 8 – Fluxograma de etapas de desenvolvimento do algoritmo para EEMQP.....	33
Figura 9 – Dados de entrada referente a topologia de um sistema de 5 barras.....	34
Figura 10 – Dados acerca do conjunto de medições realizadas.....	35
Figura 11 – Resultado da EEMQP plotado no <i>Command Window</i> do MATLAB .....	36
Figura 12 – Comparação conjunto de medições e medições estimadas SEP 5 barras..	37
Figura 13 – Comparativo entre as tensões estimadas e as tensões reais do sistema.....	37
Figura 14 – Comparação entre os fasores estimados e os fasores reais do sistema.....	38
Figura 15 - Sistema de 14 barras IEEE.....	39
Figura 16 – Sistema de 30 barra IEEE.....	41
Figura 17 – Sistema de 57 barras IEEE. ....	44

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Softwares que contém fluxo de carga e estimação de estado .....	7
Tabela 2 – Distribuição qui-quadrado para detecção de erros.....	20
Tabela 3 – Alteração na i-ésima medida para considerar erro gaussiano e erro grosseiro no sistema de 14 barras.....	39
Tabela 4 – Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 14 barras.....	40
Tabela 5 – Comparação do valor qui-quadrado calculado nos três cenários do sistema de 14 barras.....	41
Tabela 6 – Alteração na i-ésima medida para considerar erro gaussiano e erro grosseiro no sistema de 30 barras.....	42
Tabela 7 – Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 30 barras.....	42
Tabela 8 – Comparação do valor qui-quadrado calculado nos três cenários do sistema de 30 barras.....	43
Tabela 9 – Alteração na i-ésima medida para considerar erro gaussiano e erro grosseiro no sistema de 57 barras.....	44
Tabela 10 - Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 57 barras.....	45
Tabela 11 - Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 57 barras.....	46
Tabela 12 – Comparação do valor qui-quadrado calculado nos três cenários do sistema de 57 barras.....	47

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SEE	Sistemas Eléctricos de Energia
SEP	Sistemas Eléctricos de Potência
EE	Estimação de Estado
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos
EEMQP	Estimação de Estado de Mínimos Quadrados Ponderados
LT	Linhas de transmissão
AEP	<i>American Electric Power</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>6</b>
<b>1.1</b>	<b>Definição do problema .....</b>	<b>7</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos gerais.....</b>	<b>8</b>
<b>1.3</b>	<b>Objetivos específicos.....</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>ESTIMAÇÃO DE ESTADO.....</b>	<b>10</b>
<b>2.1</b>	<b>Estimação de estado convencional .....</b>	<b>10</b>
2.1.1	Algoritmo para EEMQP .....	16
2.1.2	Observabilidade .....	16
2.1.3	Tipos de erros .....	18
2.1.4	Detecção de erros.....	20
2.1.5	Identificação de erros.....	22
<b>3</b>	<b>FORMULAÇÃO MATEMÁTICA .....</b>	<b>24</b>
<b>3.1</b>	<b>Modelagem dos componentes internos .....</b>	<b>24</b>
3.1.1	Linhas de transmissão.....	24
3.1.2	Transformadores .....	25
<u>3.1.2.1</u>	<u>Transformador em-fase.....</u>	<u>25</u>
<u>3.1.2.2</u>	<u>Transformador defasador puro .....</u>	<u>26</u>
<b>3.2</b>	<b>Equações gerais.....</b>	<b>27</b>
<b>4</b>	<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>29</b>
<b>4.1</b>	<b>Formulação proposta para o algoritmo EEMQP .....</b>	<b>29</b>
<b>4.2</b>	<b>Implementação computacional do EEMQP.....</b>	<b>32</b>
<b>5</b>	<b>SIMULAÇÕES E RESULTADOS.....</b>	<b>34</b>
<b>5.1</b>	<b>EEMQP no MATLAB.....</b>	<b>34</b>
5.1.1	Dados de entrada.....	34
5.1.2	Algoritmo da EEMQP .....	35
<b>5.2</b>	<b>Sistemas IEEE.....</b>	<b>38</b>
5.2.1	Caso 14 Barras .....	39
5.2.2	Caso 30 Barras .....	41
5.2.3	Caso 57 Barras .....	43
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>48</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>49</b>
	<b>APÊNDICE A – Primeiro <i>script</i> contendo os dados de entrada para EEMQP.....</b>	<b>50</b>

<b>APÊNDICE B – Segundo <i>script</i> contendo algoritmo para cálculo e apresentação dos resultados da EEMQP.....</b>	<b>52</b>
---	-----------

## 1 INTRODUÇÃO

Primordialmente a geração, transmissão e consumo de energia elétrica de uma determinada região era radial, ou seja, uma localidade ficava suscetível a apagões caso a geração ou transmissão daquela área sofresse alguma anomalia. Em razão disto, iniciou um processo de interligação dos Sistemas Elétricos de Energia (SEE) como alternativa a suprir eventos imprevistos (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

Além disso, o crescimento industrial e populacional foram os principais motivos para o aumento de demanda de energia, exigindo assim a expansão dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP), sendo a segurança o foco mais relevante da operação dos SEP's. Em decorrência destes fatos evidenciou-se a necessidade de que os SEE fossem monitorados em tempo real (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

Para a segurança contínua do sistema intensificou-se o esforço para determinar o estado dos dispositivos seccionadores e as medidas do sistema controlado, pois desta forma seria possível observar as condições de funcionamento de cada equipamento e perceber operações incomuns no sistema (BRETAS DE CARVALHO, 2018). Portanto, para melhor confiabilidade de um SEP é necessário um controle central, o qual é distinguido em dois estágios, sendo o primeiro a aquisição de dados brutos que são digitalmente tratados convergindo em informação líquida; e o segundo estágio que é a tomada de decisões a partir dos resultados obtidos no primeiro estágio. Não devem ser tomadas decisões de manobra (automáticas ou manuais) de um SEP, sem ter conhecimento prévio do estado atual deste sistema (SCHWEPPE & WILDES, 1970).

Pode se entender por Estimação de Estado (EE) o processo numérico e estatístico realizado a partir de um grupo de medidas provenientes do SEP, que permite obter um conjunto de informações fundamentadas e condizentes que sinalizam o ponto de operação conciso trazendo um caráter de segurança para os centros de operação e controle da rede em tempo real (PEREIRA, 2018). O estimador de estado é pensado para lidar com diversas incertezas associados ao fluxo de carga e as medições feitas e processadas digitalmente. Estas incertezas estão associadas ao processo de medição, visto que existem erros de comunicação, medições incompletas e erros inerentes a inesperadas mudanças de cargas do sistema, dentre outros (SCHWEPPE & WILDES, 1970).

A EE pode ser elencada em: pré-filtragem de medição, que implica na verificação dos dados para então descartar medições nitidamente erradas; o processador de topologia consiste na representação do layout físico do sistema baseado nos status dos dispositivos; a análise de

observabilidade estabelece se o conjunto de medições adquiridas são suficientes para estimar as variáveis de estado desejadas (tensões e fasores dos nós) de um sistema, caso não seja, se define ilhas observáveis, que consistem em apenas parte do sistema a ser analisado; a EE propriamente dita que computa os dados das medições, com foco em obter o melhor vetor de estado do sistema elétrico; por fim o processamento de dados ruins que identifica e elimina potenciais erros não gaussianos no grupo de medições (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

## 1.1 Definição do problema

Determinar o ponto de operação de um SEP é uma tarefa indispensável para operadores do sistema elétrico. Tendo em vista que a topologia do sistema é conhecida, o estado do sistema é representado pelas magnitudes das tensões e fasores das barras. Desta forma é possível calcular fluxos de potência e injeções de potência, que servem de fundamento para estudos mais complexos, tais como análise de vulnerabilidade, estudos de estabilidade da tensão, coordenação da proteção, fluxo ótimo de potência, dentre outros (FLOREZ, 2022).

Existem muitas alternativas propostas para determinar o estado de operação de um sistema, sendo tradicionalmente o fluxo de carga e a estimação de estado resolvidos de forma iterativa pelo método de Newton-Raphson e por Mínimos Quadrados ponderados, respectivamente. E conforme apresenta Florez (2022), majoritariamente, os softwares comerciais de sistema de potência não incluem a estimação de estado, conforme a Tabela 1.

**Tabela 1 – Softwares que contém fluxo de carga e estimação de estado**

Commercial Software	Power Flow	State Estimation	Open Source Software	Power Flow	State Estimation
PowerWorld	Yes	No	MATPOWER	Yes	Yes
DIgSILENT	Yes	No	PSAT	Yes	No
PSSE	Yes	No	UWPFLOW	Yes	No
PSCAD	Yes	No	VST	Yes	No
SimPower Syst	Yes	No	PST	Yes	No
ETAP	Yes	Yes	PCFLO	Yes	No
NEPLAN	Yes	No	PowerWorld	Yes	No
DSAToolsYe	Yes	No	PowSysGui	Yes	No
EUROSTAG	Yes	No	pandapower	Yes	Yes
Simpow	Yes	No	PowerModels.jl	Yes	No
CYME	Yes	No	PYPOWER	Yes	No

**Fonte: Florez (2022)**

A formulação clássica do método dos mínimos quadrados é a mais utilizada na literatura especializada, contudo nesta abordagem não é possível representar de maneira exata os sistemas-teste com transformadores defasadores, transformadores com taps e dispositivos shunt

nos barramentos, sendo necessário inserir algumas aproximações para poder estimar o ponto de operação. Este ponto é observável na base de dados de pesquisa do Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos (IEEE), sendo que ao pesquisar sobre estimação de estado e topologia, as pesquisas relevantes acerca do tema não apresentam informações que consideram os parâmetros supracitados.

Portanto, considerando a pouca adesão dos softwares comerciais a estimação de estado e a baixa aderência dos três elementos mencionados na formulação da estimação de estado nas publicações de especialistas e pesquisadores, este trabalho considerará a formulação apresentada na Equação (1) para elaborar um script no software *MATLAB* para resolução da Estimação de Estado de Mínimos Quadrados Ponderados (EEMQP) de maneira iterativa em que seja possível determinar o estado de operação de qualquer sistema elétrico com a presença de transformadores com *taps*, transformadores defasadores e elementos *shunts* nos barramentos.

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 \\ & \text{sujeito a } z_i = h_i(x) + r_i, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

Onde:

$z$  é o vetor de  $m$  medições;

$h(\cdot)$  é o vetor das funções não-lineares correspondentes as medições;

$x$  é o vetor de estado a ser estimado;

$r$  é o vetor resíduo das medições;

$W$  é matriz de pesos ponderados;

## 1.2 Objetivos gerais

Este trabalho tem por objetivo geral realizar o desenvolvimento computacional do método clássico de EEMQP que permita obter o ponto de operação e realizar análise de erros dos SEP's considerando os *taps* dos transformadores, transformadores defasadores e os elementos *shunts* nos barramentos na formulação de fluxo de potência.

### 1.3 Objetivos específicos

- i. Consultar o estado da arte do método dos mínimos quadrados ponderados usado na solução do problema da EE de SEP;
- ii. Apresentar a formulação completa acerca do fluxo de potência e injeção de potências;
- iii. Adaptar o processo iterativo da EEMQP frente as equações gerais do fluxo de potência;
- iv. Desenvolver computacionalmente no software *MATLAB* o método do EEMQP que permita estimar o ponto de operação considerando SEP's que contenham os transformadores com *taps*, defasadores e elementos *shunts* e realizar análises de tratamento de erros;
- v. Realizar simulações para o obter o ponto de operação do sistemas-teste IEEE e fazer comparações com resultados publicados na literatura especializada.
- vi. Implementar os procedimentos usados na metodologia clássica para detecção de erros nas medidas.

## 2 ESTIMAÇÃO DE ESTADO

### 2.1 Estimação de estado convencional

A EE pode ser dividida em duas etapas, a primeira referente ao processamento lógico dos estados dos dispositivos e a segunda etapa referente ao processamento de dados analógicos (MONTICELLI, 2000). Da primeira etapa, assume-se que a topologia do sistema é conhecida e que esta permanece inalterada, ou seja, as informações como estados dos taps de transformadores, parâmetros das linhas de transmissão (LT), seccionadores, disjuntores, shunts, entre outros são consideradas estáticas, logo não sofrerão alteração durante a estimação de estado. Então, considera-se o objetivo da EE obter a tensão e o fasor de cada barra do sistema informado. Para isto é necessário processar as informações de medições dos fluxos de potência, magnitudes de tensão, injeções das barras e corrente das linhas (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

Entende-se por medidas virtuais, valores que são conhecidos da rede devido às limitações desta, as barras com medições virtuais são barras que não possuem carga ou geração. Existem também as pseudomedições que correspondem a medições baseados em dados armazenados de regiões mal monitoradas, com objetivo de melhorar a redundância (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009), as pseudomedições são provenientes da previsão de carga e disposição da geração de determinada região, valendo salientar que nenhuma pseudomedição é adicionada a estimação de estado em caso de estados de chaves desconhecidos (MONTICELLI, 2000).

Para o EE, assume-se que o sistema é equilibrado, e as LT são completamente transpostas, tornando possível modelar o sistema como monofásico de sequência positiva (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

A formulação parte da Equação (2):

$$z = h(x) + e \quad (2)$$

Onde:

$e$  é o vetor de erros das medições.

O vetor medição ( $z$ ) deve ser montado conforme a Equação (3), pois deste modo seguirá uma organização dos vetores e matrizes futuras, sem prejudicar o processo iterativo a ser comentado.

$$z = |P_i \ Q_i \ P_{ij} \ Q_{ij} \ V_i| \quad (3)$$

Onde:

$P_i$  e  $Q_i$  são as injeções de potência ativa e reativa, respectivamente, na barra  $i$ ;

$P_{ij}$  e  $Q_{ij}$  correspondem ao fluxo de potência ativa e reativa, respectivamente entre as barras  $i$  e  $j$ ;

$V_i$  é o módulo da tensão em por unidade da barra  $i$ ;

No que tange ao erro, são considerados as seguintes propriedades: os erros possuem distribuição normal; é esperado a média de todos os erros iguais a zero; e todos os erros são independentes (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

O desvio padrão de cada medida é calculado de acordo com a Equação (4), devido a formulação apresentada por *American Electric Power* (AEP). Vale salientar que o desvio padrão das medidas podem assumir diferentes valores, de acordo com o usuário (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

$$\sigma_i = 0,0067S_i + 0,0016FS_i \quad (4)$$

Onde:

$$S_i = \begin{cases} \sqrt{P_{km}^2 + Q_{km}^2} & \text{Para fluxo k-m;} \\ \sqrt{P_k^2 + Q_k^2} & \text{Para injeção em k;} \\ |V_k| & \text{Para magnitude de tensão em k;} \end{cases}$$

$FS_i$  é o fundo de escala total do medidor

A formulação de estimação de estado apresentada por (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009) é fundamentada no conceito de estimação de máxima verossimilhança que consiste em maximizar uma função verossimilhante a partir de uma variável aleatória do estimador de máxima verossimilhança, baseado em condições assumidas de acordo com a formulação do problema, ou seja, para diferentes formulações de estimações.

Para o caso de estudo, será considerado as condições apresentadas anteriormente, ou seja, os erros das variáveis contidas em  $z$  possuem distribuição normal, incorrendo na Equação (5) devido ao conceito de função densidade de probabilidade.

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}(z-\mu)^2/\sigma^2} \quad (5)$$

Onde:

$z$  é a variável aleatória;

$\mu$  é o valor esperado (ou médio) de  $z$ ;

$\sigma$  é o desvio padrão de  $z$ ;

$f(\cdot)$  é a função densidade de probabilidade.

Conforme disserta Gomez (2009), é possível simplificar ainda mais a Equação (5) utilizando a Equação (6), o qual é permitido em acordo com a segunda suposição do problema, logo a média de todos os erros esperados são zero.

$$u = \frac{z - \mu}{\sigma} \quad (6)$$

Logo, torna possível substituir a Equação (6) em (5), resultando na Equação (7):

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (7)$$

A terceira consideração é que a função densidade de probabilidade das  $m$  medições pode ser obtida a partir do produto individual de cada função individual de cada medição, conforme Equação (8)

$$f_m(z) = f(z_1)f(z_2) \dots f(z_m) \quad (8)$$

Onde:

$f_m(z)$  é a função de verossimilhança do conjunto de medições;

$f(z_i)$  é a função de verossimilhança para a medição  $i$ ;

O autor ainda expõe uma simplificação da função verossimilhante do conjunto de medições, aplicando assim o logaritmo da função, de modo que seja possível reescrever conforme a Equação (9)

$$\mathcal{L} = \log f_m(z) \quad \text{ou} \quad (9)$$

$$\mathcal{L} = \frac{-1}{2} \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 - \frac{m}{2} \log 2\pi - \sum_{i=1}^m \log \sigma_i$$

O autor observa que maximizar a Equação (9) resultará na solução ótima de otimização da função logarítmica, conseqüentemente o vetor de estado  $x$  pode ser encontrado maximizando a função verossimilhante para um conjunto de medições  $z$ , logo a formulação do problema resume-se a Equação (10).

$$\begin{aligned} & \text{maximizar } \log f_m(z) \quad \text{ou} \\ & \text{minimizar } \sum_{i=1}^m \left( \frac{z_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Definindo ainda que o resíduo das medições segue conforme Equação (11).

$$r_i = z_i - E(z_i) \quad (11)$$

Onde:

$E(z_i) = h_i(x)$  e  $h_i$  é uma função não linear que relaciona o vetor de estado  $x$  com a medição  $i$ -ésima medição.

Ainda é possível reescrever a função objetivo considerando  $W_{ii} = \sigma_i^{-2}$ , desta forma escrevendo a forma definitiva do problema de otimização, também chamado de EEMQP conforme a Equação (12).

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \sum_{i=1}^m W_{ii} r_i^2 \\ & \text{sujeito a } z_i = h_i(x) + r_i, \quad i = 1, \dots, m \end{aligned} \quad (12)$$

A formulação proposta ainda pode ser reescrita em termos de vetores, conforme a Equação (13)

$$J(x) = [z - h(x)]^T W [z - h(x)] \quad (13)$$

Observado que a minimização de  $J(x)$  pode ser obtida em termos da Equação (14)

$$\frac{\partial J(x)}{\partial x} = 0 \rightarrow H^T(x)W[z - h(x)] = 0 \quad (14)$$

Onde:

$$H(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \text{ e } H \text{ é a matriz Jacobiana } m \times n$$

A matriz Jacobiana é corresponde as derivadas parciais das equações de fluxo de potência e injeção de potência em relação as variáveis de estado (tensões e fasores), conforme a Equação (15). Vale salientar que a ordem das linhas da matriz Jacobiana, deve corresponder a ordem dos elementos no vetor medição ( $z$ ).

$$H(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial V} & \frac{\partial P_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial V} & \frac{\partial Q_i}{\partial \theta} \\ \frac{\partial P_{ij}}{\partial V} & \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V} & \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial V_i}{\partial V} & \frac{\partial V_i}{\partial \theta} \end{pmatrix}_{n \times m} \quad (15)$$

Onde:

$n$  corresponde ao número de medições do vetor  $z$ ;

$m$  corresponde a duas vezes a quantidade de barra menos a barra *slack*.

O objetivo da estimação de estado é obter o vetor  $x$  que satisfaça a Equação (14). No entanto, como o problema é um fluxo de potência, a melhor maneira para tal é utilizar o processo iterativo de Newton-Raphson que convergirá na solução. Para tal usufrui-se da Equação (16) de modo a atualizar os valores do vetor de estado  $x$ .

$$G(x^k)\Delta x^k = H^T(x^k)W[z - h(x^k)] \quad (16)$$

Onde:

$x^k$  é o  $k$ -ésimo termo do vetor  $x$

$G(x)$  é a matriz ganho do sistema, calculada conforme a Equação (17)

$$G(x) = H^T(x)WH(x) \quad (17)$$

A matriz ganho é positiva e simétrica e será utilizada para atualização do vetor de estado no processo iterativo, tal como sugere a Equação (18). A maneira de compreender a matriz ganho é que esta é a derivada segunda da função objetivo  $J(x)$  em relação ao vetor de estado  $x$  (MONTICELLI, 2000).

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (18)$$

As equações referentes a injeção de potência e fluxo de potência ativa e reativa estão disposta conforme as Equações (19), (20), (21) e (22).

$$P_i = \sum_{j \in K} V_i V_j [G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \text{sen}(\theta_{ij})] \quad (19)$$

$$Q_i = \sum_{j \in K} V_i V_j [G_{ij} \text{sen}(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (20)$$

$$P_{ij} = V_i^2 g_{ij} - V_i V_j [g_{ij} \cos(\theta_{ij}) + b_{ij} \text{sen}(\theta_{ij})] \quad (21)$$

$$Q_{ij} = -V_i^2 (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) - V_i V_j [g_{ij} \text{sen}(\theta_{ij}) - b_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (22)$$

Onde:

$K$  é o conjunto de barras vizinhas, incluindo a própria barra  $i$ ;

$G_{ij}$  e  $B_{ij}$  correspondem à condutância e susceptância mútuas entre as barras  $i$  e  $j$  da matriz admitância;

$g_{ij}$ ,  $b_{ij}$  e  $b_{ij}^{sh}$  correspondem a condutância, susceptância e susceptância *shunt* do ramo entre as barras  $i$  e  $j$ ;

$V_i$  e  $V_j$  correspondem as tensões na barra  $i$  e barra  $j$ , respectivamente;

$\theta_{ij}$  é a diferença de fase entre a barra  $i$  e a barra  $j$ .

### 2.1.1 Algoritmo para EEMQP

Por se tratar de um processo iterativo, é perfeitamente possível estabelecer uma sequência para EEMQP, seguindo então os seguintes passos (FLOREZ, 2013):

- I. Inicializar a variável de iteração em  $k=0$ ;
- II. Atribuir valores iniciais para o vetor de estado  $x^{k=0}$ , geralmente  $V_i^0 = 1,0 \text{ pu}$  e  $\theta_i^0 = 0^\circ$ , para todas as barras;
- III. Calcular o resíduo  $r$  para cada medida  $(P_i \ Q_i \ P_{ij} \ Q_{ij} \ V_i)$  utilizando a Equação (11), e então calcular as matrizes Jacobiana  $(H(x^k))$  e a Ganho  $(G(x^k))$ , seguindo as Equações (15) e (17), respectivamente;
- IV. Calcular o  $\Delta x^k$ , conforme a Equação (16);
- V. Verificar  $\max|\Delta x^k| \leq tol$ , se verdade pare e apresente os resultados (tensões, fasores, fluxos de potências e injeções de potência calculados), senão continue ao passo VI.
- VI. Atualizar o vetor de estado  $x^{k+1} = x^k + \Delta x^k$ , o contador  $k = k + 1$  e então retornar ao passo III.

### 2.1.2 Observabilidade

A análise de observabilidade trata do conjunto de funções que informa se o número de medidas e suas localidades são adequadas à EE, é geralmente como a fase inicial do processo de estimar o estado de um sistema (ASADA, 2004).

Considere que  $m$  é o número de medidas e  $n$  é o número de barras do mesmo sistema, para a EE, é necessário que o número de medidas independentes seja maior que o número de barras do SEP, de maneira que o sistema seja observável, ou seja, a quantidade de medidas independentes e sem erros deve ser suficiente para garantir que a EE seja confiável. No caso de não ser observável então são consideradas as ilhas observáveis do sistema, em outras palavras, é feita a análise individual dos subsistemas provenientes do sistema principal, com objetivo de analisar os estados destes subsistemas (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

A literatura expõe basicamente três formas de estabelecer a observabilidade de um sistema, sendo elas: a observabilidade algébrica que trata a respeito da concepção matemática do problema e a construção da matriz Jacobiana que implica na matriz ganho; a observabilidade numérica que está vinculado a processos iterativos para estimar o estado, que por sua vez estão fundamentados na fatoração triangular da matriz ganho; enfim a observabilidade topológica que é associada a topologia da rede, da localização das medições e em conjunto com a teoria dos grafos estabelece então se o sistema é observável (ASADA, 2004).

Segundo (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009), a análise de observabilidade pode ser formulada de acordo com o seguinte modelo de linearização das medidas (Equação (23)):

$$\Delta z = H \Delta x + e \quad (23)$$

Onde:

$\Delta x$  é dado de conforme a Equação (24).

$$\Delta x = (H^T R^{-1} H)^{-1} H^T R^{-1} \Delta z \quad (24)$$

Onde:

$(H^T R^{-1} H)$  deve ser não singular ou H não tiver classificação completa da coluna.

A Equação (23) ainda pode ser reescrita conforme as Equações (25) e (26) .

$$\Delta z_a = H_{aa} \Delta \theta + e_a \quad (25)$$

$$\Delta z_r = H_{rr} \Delta V + e_r \quad (26)$$

Onde:

$\Delta z_a$  e  $\Delta z_r$  correspondem ao vetor de medições de potência ativa e reativa, respectivamente;

$e_a$  e  $e_r$  correspondem aos erros associados as potências ativas e reativas, respectivamente;

$H_{aa}$  corresponde à submatriz de  $H$  das derivadas de potência ativa em relação a  $\theta$ ;

$H_{rr}$  corresponde à submatriz de  $H$  das derivadas de potência reativa em relação a  $V$ ;

O autor (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009) ainda explica que as Equações (25) e (26) desacopladas podem ser testadas separadamente, sendo que na prática as medições de fluxo de potência e injeção de potência vêm aos pares e que portanto pode apenas se considerar apenas o modelo da Equação (25) para fazer análise de observabilidade.

O algoritmo numérico proposto por Monticelli e Wu (1985), é empregado em empresas de energia devido a facilidade de implementação e é estacado na fatoração triangular da matriz ganho e possui a serventia de demonstrar o caso real de resolução do problema na EE. A seguir o algoritmo:

- 1) Forme a matriz ganho (G);
- 2) Realize a fatoração triangular de G introduzindo  $\theta$  pseudomedidas sempre que um pivô nulo é encontrado (substitui o pivô nulo por 1 e adiciona a pseudomedida). Se apenas um pivô é encontrado, então pare, o sistema é observável.
- 3) Realize a estimação de estado para  $\theta$  considerando todos os valores medidos nulos, exceto para as pseudomedidas inseridas, que possuem valores arbitrários  $\theta_1, \theta_2$ , etc.
- 4) Calcule os fluxos estimados e remova todos os ramos do conjunto de interesse com valores não-nulos de fluxos.
- 5) Agrupe em ilhas os nós conectados por ramos com fluxo iguais a zero.

Caso algum elemento pivô seja nulo durante a fatoração, substitui-se o mesmo por 1 e adiciona uma pseudomedida para a variável que representa este elemento, e prossegue assim até o final da fatoração. Então por fim, verifica-se a existência de regiões com tensões distintas, o que indica a permanência de ilhas do sistema (ASADA, 2004).

### 2.1.3 Tipos de erros

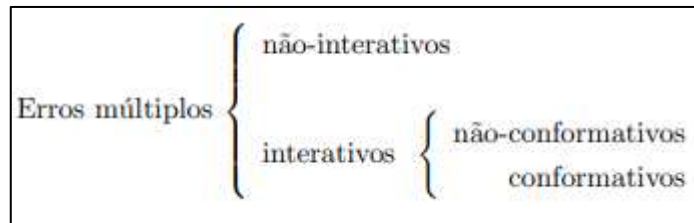
Existem diversos erros presentes na estimação de estado, sendo estes de diversas origens, mas estão associados principalmente a: topologia, modelagem dos componentes e medidas. Além de possuírem classificação como: erro simples e erros múltiplos. Os erros de topologia são inerentes a erros de leitura dos estados de chaves, disjuntores, transformadores, geradores, dentre outros equipamentos que podem ou não estarem conectados ao sistema. Os erros de modelagem são vinculados a parâmetros incorretos do SEP. Por fim pode-se entender por erro de medida, erros que não são condizentes com seus respectivos desvios padrões, tornando assim o resultado da estimação de estado incorreta (ASADA, 2004).

Os erros podem ser classificados de acordo com o módulo do mesmo relativo ao desvio padrão, sendo classificado em:

- I. Erros normais (ou gaussianos): que variam entre  $\pm 3\sigma$ , e que são filtrados em acordo a quantidade de medidas redundantes (FLOREZ, 2013);
- II. Erros grosseiros: a diferença entre o valor real e o valor medido está na faixa de três a vinte vezes o desvio padrão, e estes geralmente são detectáveis na pré-filtragem da EE.

Os erros grosseiros ainda são subdivididos em erros simples e erros múltiplos (FLOREZ, 2013), sendo os erros grosseiros simples como a identificação de apenas um erro que é possível ser identificado com o cálculo do vetor resíduo normalizado (ASADA, 2004). E os erros grosseiros múltiplos estes são divididos em erros não-interativos e interativos, sendo os erros interativos ainda subdivididos em erros não-conformativos e erros conformativos, conforme a Figura 1.

**Figura 1 – Divisão e subdivisão dos erros múltiplos**



**Fonte: Adaptado de Asada (2004)**

Os erros múltiplos possuem diversas dificuldades relativas à interatividade das medidas e seus resíduos e é o mais presente em sistemas reais. A principal característica dos erros interativos é que este causa influência sobre os resíduos de outras medidas e caso estes erros interativos não causem impacto negativo sobre as medidas é dito como erro interativo não-conformativo, sendo este tipo de detectável com a utilização do resíduo normalizado. Portanto, entende-se por erro interativo não-normalizado um erro que influencia na interação dos resíduos estimados, mas não atinge a capacidade de rastreamento desse erro, enquanto o erro interativo conformativo interage com os resíduos estimados, dificultando a identificação de erros (ASADA, 2004).

### 2.1.4 Detecção de erros

Considerando a Equação (13) que está escrita em termos de vetores e matrizes, pode ser reescrita como o somatório da razão do quadrado dos resíduos pela variância, conforme Equação (27).

$$J(x) = \sum_{i=1}^m \frac{(z_i - h_i(\hat{x}))^2}{\sigma_i^2} \quad (27)$$

Onde:

$\hat{x}$  é o vetor do estado após o processo iterativo convergir;

$z_i$  é a  $i$ -ésima medida do conjunto de medidas;

$h_i(\cdot)$  é a  $i$ -ésima medida estimada em acordo com  $\hat{x}$ ;

$\sigma_i^2$  é a variância da  $i$ -ésima medida;

$m$  é o número de medidas.

Deste modo é possível calcular o valor de  $J(\hat{x})$  com o estado estimado, e para verificar se há erros, então assume-se o grau de liberdade (Equação (28)), para então verificar a Tabela 2 de distribuição  $\chi^2$  (qui-quadrado), onde o valor calculado  $J(\hat{x})$  deve ser inferior ao valor tabelado considerado o grau de liberdade e a probabilidade (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

$$\text{grau de liberdade} = (m - n) \quad (28)$$

Caso o valor  $J(\hat{x})$  calculado seja maior que o valor tabelado  $\chi^2_{(m-n), p}$ , então há a detecção de dados ruins, logo para identificar o dado é aplicado o teste do resíduo normalizado ( $r^N$ ) (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009).

**Tabela 2 – Distribuição qui-quadrado para detecção de erros**

											(continua)
gl \ p	0,995	0,99	0,975	0,95	0,9	0,5	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	0	0	0,001	0,004	0,016	0,455	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,01	0,02	0,051	0,103	0,211	1,386	4,605	5,991	7,378	9,21	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	2,366	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	3,357	7,779	9,488	11,143	13,277	14,86

**Tabela 2 – Distribuição qui-quadrado para detecção de erros**

(conclusão)

gl \ p	0,995	0,99	0,975	0,95	0,9	0,5	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,61	4,351	9,236	11,07	12,833	15,086	16,75
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	5,348	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,69	2,167	2,833	6,346	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,18	2,733	3,49	7,344	13,362	15,507	17,535	20,09	21,955
9	1,735	2,088	2,7	3,325	4,168	8,343	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589
10	2,156	2,558	3,247	3,94	4,865	9,342	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	10,341	17,275	19,675	21,92	24,725	26,757
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	11,34	18,549	21,026	23,337	26,217	28,3
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	12,34	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819
14	4,075	4,66	5,629	6,571	7,79	13,339	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	14,339	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	15,338	23,542	26,296	28,845	32	34,267
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	16,338	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718
18	6,265	7,015	8,231	9,39	10,865	17,338	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156
19	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	18,338	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582
20	7,434	8,26	9,591	10,851	12,443	19,337	28,412	31,41	34,17	37,566	39,997
21	8,034	8,897	10,283	11,591	13,24	20,337	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401
22	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	21,337	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796
23	9,26	10,196	11,689	13,091	14,848	22,337	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181
24	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	23,337	33,196	36,415	39,364	42,98	45,559
25	10,52	11,524	13,12	14,611	16,473	24,337	34,382	37,652	40,646	44,314	46,928
26	11,16	12,198	13,844	15,379	17,292	25,336	35,563	38,885	41,923	45,642	48,29
27	11,808	12,879	14,573	16,151	18,114	26,336	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645
28	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	27,336	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993
29	13,121	14,256	16,047	17,708	19,768	28,336	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336
30	13,787	14,953	16,791	18,493	20,599	29,336	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672
35	17,192	18,509	20,569	22,465	24,797	34,336	46,059	49,802	53,203	57,342	60,275
40	20,707	22,164	24,433	26,509	29,051	39,335	51,805	55,758	59,342	63,691	66,766
45	24,311	25,901	28,366	30,612	33,35	44,335	57,505	61,656	65,41	69,957	73,166
50	27,991	29,707	32,357	34,764	37,689	49,335	63,167	67,505	71,42	76,154	79,49
55	31,735	33,57	36,398	38,958	42,06	54,335	68,796	73,311	77,38	82,292	85,749
60	35,534	37,485	40,482	43,188	46,459	59,335	74,397	79,082	83,298	88,379	91,952
70	43,275	45,442	48,758	51,739	55,329	69,334	85,527	90,531	95,023	100,425	104,215
80	51,172	53,54	57,153	60,391	64,278	79,334	96,578	101,879	106,629	112,329	116,321
90	59,196	61,754	65,647	69,126	73,291	89,334	107,565	113,145	118,136	124,116	128,299
100	67,328	70,065	74,222	77,929	82,358	99,334	118,498	124,342	129,561	135,807	140,169
110	75,55	78,458	82,867	86,792	91,471	109,334	129,385	135,48	140,917	147,414	151,948
120	83,852	86,923	91,573	95,705	100,624	119,334	140,233	146,567	152,211	158,95	163,648

Fonte: Unicamp (sem ano)

### 2.1.5 Identificação de erros

Define-se como o resíduo normalizado a razão do resíduo estimado ( $\hat{r}$ ) pelo desvio padrão do resíduo ( $\rho_{ii}$ ), tal como Equação (29) (ASADA, 2004).

$$r_i^n = \rho_{ii}^{-1} \hat{r}_i \quad (29)$$

As suposições assumidas no início da formulação de que os erros são de distribuição normal, possuem média zero, desvio padrão independentes e variância  $\sigma_i^2$ , se estendem para o resíduo estimado, tal que este detém de distribuição normal com média zero e variância  $\rho_{ii}^2$ , sendo que  $\rho_{ii}^2$  é correspondente aos elementos da diagonal principal da matriz covariância dos resíduos estimados, Equação (30), logo o resíduo normalizado possui distribuição normal com média zero e variância unitária (MONTICELLI, 2000).

$$\rho_{ii} = \sqrt{R_{\hat{r}}(i, i)} \quad (30)$$

Vale salientar que as Equações (31), (32) e (33). resultam na matriz covariância do vetor resíduo estimado, matriz de covariância do vetor de medidas e a matriz de covariância do vetor de medida estimada (ASADA, 2004).

$$R_{\hat{r}} = R_z - R_{\hat{z}} \quad (31)$$

$$R_z = W^{-1} \quad (32)$$

$$R_{\hat{z}} = HG^{-1}H^T \quad (33)$$

Onde:

$R_{\hat{r}}$  é a matriz de covariância do vetor resíduo estimado;

$R_z$  é a matriz de covariância do vetor de medidas, Equação (32);

$R_{\hat{z}}$  é a matriz de covariância do vetor de medida estimada, Equação (33).

Para identificar o erro grosseiro, é considerada a hipótese contida na Equação (34) visto que caso seja rejeitada, então a medida associada ao resíduo será identificada como erro grosseiro, e, contudo, descartada ou tratada.

$$\max|r^N| < C \quad (34)$$

Onde:

$C$  pode ser um valor escolhido adequadamente (GÓMEZ-EXPÓSITO & ABUR, 2009), ou seguir a formulação descrita por Monticelli, em que  $C$  é uma determinada a partir da função densidade de probabilidade, seguindo a Equação (35).

$$\int_{-\infty}^C f(t) dt = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (35)$$

Onde:

$\alpha$  corresponde a probabilidade de alarme falso para o erro grosseiro;

$f(t)$  a função densidade de probabilidade com distribuição normal, média zero e desvio padrão unitário, descrita na Equação (36);

$C$  é a constante a ser determinada em função de  $\alpha$ ;

$$f(t) = \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \quad (36)$$

A solução da Equação (36) implicará numa solução numérica. O valor adotado de  $\alpha$  por Monticelli de modo a exemplar a determinação de  $C$  é 0,025 (2,5%), correspondendo então  $C$  igual a 2,24. Ali Abur adotou  $C$  igual a 3,0 considerando uma escolha apropriada. Portanto, pode ficar inerente ao usuário a escolha conveniente de  $C$ .

Contudo, a medida com resíduo normalizado considerado fora de norma será o que possuirá maior magnitude, mesmo que os demais resíduos normalizados excedam o critério descrito na Equação (34).

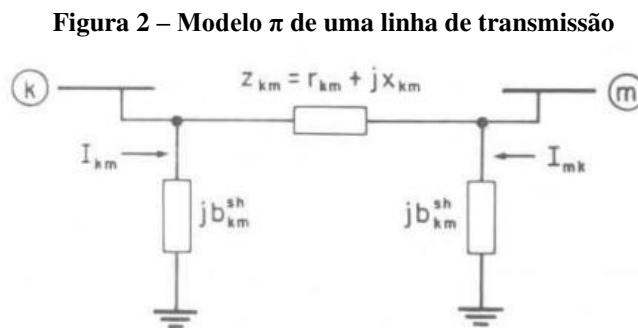
### 3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Os elementos que compõem os SEE podem ser distinguidos em dois grupos: os ligados entre um nó (ou barra) e o nó-terra, tais como geradores, cargas, reatores e capacitores; e os que estão ligados entre duas barras sendo eles: as LT, transformadores e defasadores. A topologia do SEP ainda pode ser entendida como a parte externa composta pelos geradores e cargas os quais são inferem sobre a potência injetada nas barras e a parte interna formada pelos transformadores, LT e reatores (MONTICELLI, 1983).

#### 3.1 Modelagem dos componentes internos

##### 3.1.1 Linhas de transmissão

A representação das LT é conforme a Figura 2 sendo composta por três elementos: a resistência série ( $r_{km}$ ), a reatância série ( $x_{km}$ ) e a susceptância *shunt* ( $b_{km}^{sh}$ ).



Fonte: Monticelli (1983)

É importante ter o conceito de que as tensões nas barras  $k$  e  $m$  são complexas, logo assumem a forma dispostas nas Equações (37) e (38).

$$E_k = V_k e^{j\theta_k} \quad (37)$$

$$E_m = V_m e^{j\theta_m} \quad (38)$$

As correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  são calculadas seguindo as Leis de Kirchoff, o que implica nas Equações (39) e (40).

$$I_{km} = y_{km}(E_k - E_m) + jb_{km}^{sh} E_k \quad (39)$$

$$I_{mk} = y_{km}(E_m - E_k) + jb_{km}^{sh} E_m \quad (40)$$

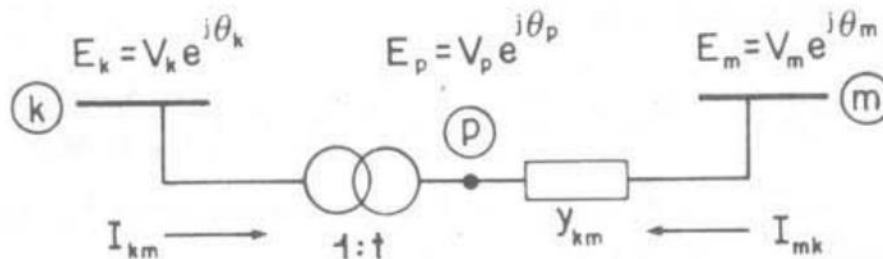
Onde:

$y_{km}$  corresponde a admitância série da impedância série ( $z_{km}$ ) do ramo  $km$ .

### 3.1.2 Transformadores

Existem basicamente dois tipos de transformadores presentes no SEP, sendo os transformadores em-fase e os transformadores defasadores. A Figura 3 corresponde ao modelo genérico dos transformadores, sendo diferenciados em acordo com a variável  $t$ . Frisado que será considerado os transformadores ideais, ou seja, a potência de entrada é igual a potência de saída.

Figura 3 – Modelo de transformadores



Fonte: Monticelli (1983)

#### 3.1.2.1 Transformador em-fase

Para o transformador em-fase é considerado  $t$  igual a  $a$  o que implica numa relação de transformação sem defasagem, podendo ser representado como a Figura 4. Observado que o ponto P orientado na Figura 4 corresponde aos parâmetros do ramo no secundário do transformador, e correspondem proporcionalmente a tensão  $V_k$ , tal correspondência está configurada na Equação (41).

$$\frac{V_p}{V_k} = a \quad (41)$$

E ele vale para as tensões complexas, Equação (42).

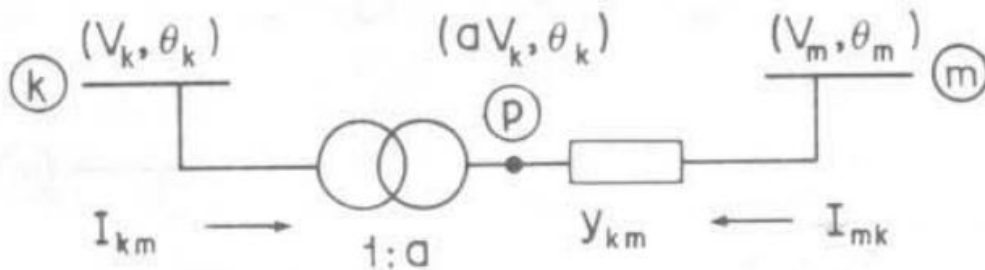
$$\frac{E_p}{E_k} = \frac{V_p e^{j\theta_p}}{V_k e^{j\theta_k}} = a \quad (42)$$

Visto que é considerado o transformador ideal, ainda estabelece a relação de potência implicando na Equação (43), portanto as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  têm módulos proporcionais a relação de transformação e são defasadas em  $180^\circ$ , implicando na Equação (44) (MONTICELLI, 1983).

$$E_k I_{km}^* + E_p I_{mk}^* = 0 \quad (43)$$

$$\frac{I_{km}}{I_{mk}} = -\frac{|I_{km}|}{|I_{mk}|} = -a \quad (44)$$

Figura 4 – Transformador em-fase

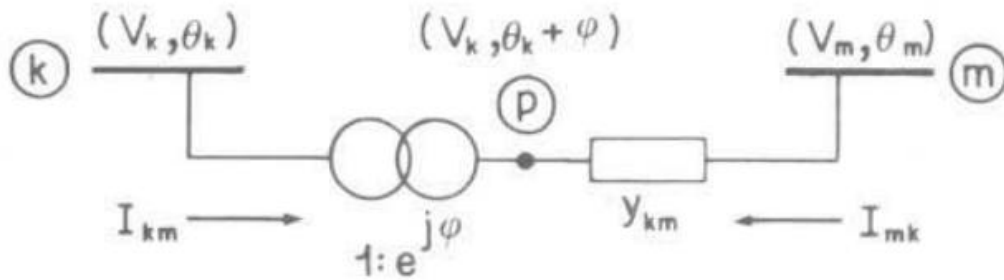


Fonte: Monticelli (1983)

### 3.1.2.2 Transformador defasador puro

Os transformadores defasadores têm por função controlar o fluxo de potência ativa no ramo em que está instalado. E a sua representação é como a Figura 5 frisando que dentre os parâmetros em P altera-se apenas o ângulo da tensão entre as barras (MONTICELLI, 1983).

**Figura 5 – Representação do transformador defasador puro**



**Fonte: Monticelli (1983)**

A formulação para os defasadores puros possui a mesma lógica, com a diferença que não há uma relação de transformação da tensão, mas alteração nos fasores das tensões do  $E_k$  e  $E_p$ , obedecendo a Equação (45)

$$\frac{E_p}{E_k} = e^{j\varphi} \quad (45)$$

Onde:

$\varphi$  é o fasor estabelecido em acordo com os aspectos construtivos (ou taps) do transformador.

### 3.2 Equações gerais

Ainda de acordo com Monticelli (1983), as equações gerais do fluxo de potência correspondem a (46) e (47).

$$P_{km} = (a_{km}V_k)^2 g_{km} - (a_{km}V_k)V_m [g_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km}) + b_{km} \text{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (46)$$

$$Q_{km} = -(a_{km}V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) - (a_{km}V_k)V_m [g_{km} \text{sen}(\theta_{km} + \varphi_{km}) - b_{km} \cos(\theta_{km} + \varphi_{km})] \quad (47)$$

Onde, se:

$a_{km} = 1$  e  $\varphi_{km} = 0$  implica em uma linha de transmissão no ramo  $km$ ;

$\varphi_{km} = 0$  e  $b_{km}^{sh} = 0$  resulta na presença de um transformador em-fase no ramo  $km$ ;

$a_{km} = 1$  e  $b_{km}^{sh} = 0$  evidencia um transformador defasador puro;

$b_{km}^{sh} = 0$  infere o defasador (não puro);

Do mesmo modo, a expressão geral da corrente  $I_{km}$  é apresentada na Equação (48).

$$I_{km} = (a_{km}^2 y_{km} + j b_{km}^{sh}) E_k + (-a_{km} e^{-j\varphi_{km}} y_{km}) E_m \quad (48)$$

Onde:

$a_{km} = 1$  e  $\varphi_{km} = 0$  implica em uma linha de transmissão no ramo  $km$ ;

$\varphi_{km} = 0$  e  $b_{km}^{sh} = 0$  resulta na presença de um transformador em-fase no ramo  $km$ ;

$a_{km} = 1$  e  $b_{km}^{sh} = 0$  evidencia um transformador defasador puro;

$b_{km}^{sh} = 0$  infere o defasador (não puro);

A montagem da matriz admitância considerado os taps e os defasadores está descrita nas Equações (49) e (50).

$$Y_{km} = -a_{km} e^{j\varphi_{km}} y_{km} \quad (49)$$

$$Y_{kk} = j b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (j b_k^{sh} + a_{km}^2 y_{km}) \quad (50)$$

Tal matriz ainda pode ser expressa em termos das matrizes condutância ( $G$ ) e a susceptância ( $B$ ), conforme Equação (51).

$$Y = G + jB \quad (51)$$

Logo as matrizes  $G$  e  $B$  são calculadas conforme as Equações (52), (53), (54) e (55) (FLOREZ, 2022)

$$G_{kk} = \sum_{m \in \Omega_k} a_{km}^2 g_{km} \quad (52)$$

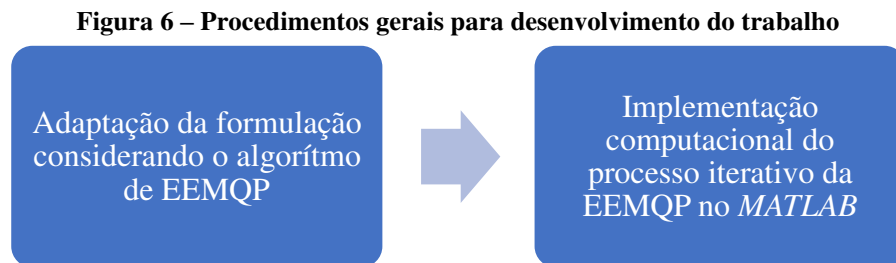
$$G_{km} = -a_{km} (g_{km} \cos(\varphi_{km}) + b_{km} \sin(\varphi_{km})) \quad (53)$$

$$B_{kk} = b_k^{sh} + \sum_{m \in \Omega_k} (b_{km}^{sh} + t_{km}^2 b_{km}) \quad (54)$$

$$B_{km} = a_{km} (g_{km} \sin(\varphi_{km}) - b_{km} \cos(\varphi_{km})) \quad (55)$$

## 4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O desenvolvimento deste trabalho será dado em duas etapas, sendo a primeira a adaptação matemática considerando as equações gerais do fluxo de potência e a segunda etapa a implementação computacional do método de EEMQP no software *MATLAB*, conforme a Figura 6. Vale salientar que para uma sequência lógica de desenvolvimento ambas as partes do trabalho terão como base o procedimento apresentado no subtítulo 2.1.1 Algoritmo para EEMQP e o sistema-teste de 14 barras do IEEE. No que tange ao sistema-teste este será apenas uma referência, mas o foco está em uma implementação computacional que estime o estado para qualquer sistema de potência com tais parâmetros.

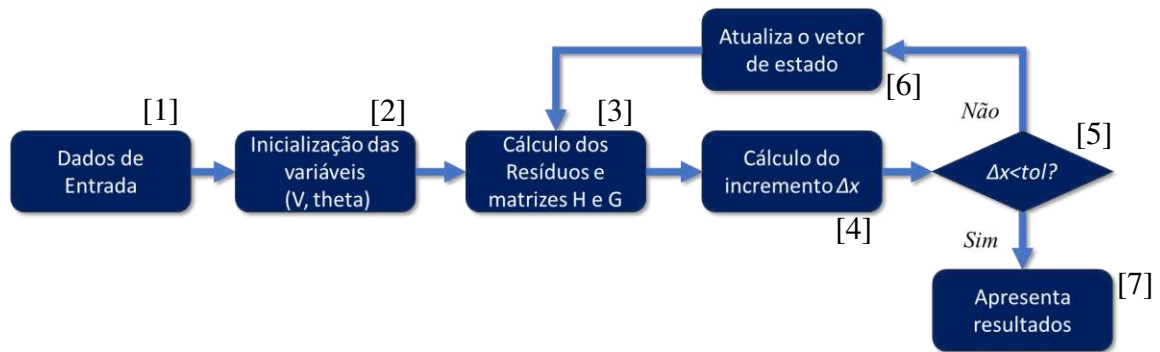


Fonte: Autoria Própria (2024)

### 4.1 Formulação proposta para o algoritmo EEMQP

A abordagem apresentada por Ali Abur (2009) da EEMQP desconsidera os *taps* e defasadores dos transformadores e elementos *shunts* nos barramentos, desta forma todo o equacionamento abordado será adaptado de modo a considerar esses parâmetros na formulação. As equações gerais do fluxo de potência são denotadas pelas Equações (46) e (47). Os comentários acerca da adaptação matemática também será considerada a Figura 7 sendo cada etapa denotada em [1] para os dados de Entrada, [2] à inicialização das variáveis, [3] ao cálculo dos resíduos e matrizes Jacobiana e Ganho, [4] para o cálculo dos incrementos, [5] à verificação da tolerância, [6] para atualização do vetor de estado e [7] à apresentação dos resultados.

**Figura 7 – Processo iterativo para explanação da formulação da EEMQP**



Fonte: Autoria Própria (2024)

Iniciando o processo de estimação de estado, tem-se a primeira etapa sendo Dados de Entrada (Etapa [1] da Figura 7) onde é realizada a leitura dos dados do sistema elétrico tais como: conjunto de medições associado ao tipo, localização e desvio padrão de cada medida; e informações da topologia do sistema, para então realizar a montagem das matrizes condutância e susceptância orientadas pela formulação apresentada por Florez nas Equações (52), (53), (54) e (55).

A inicialização das variáveis de estado (Etapa [2] da Figura 7) não é influenciada pelos *taps*, defasadores e *shunts*, pois refere-se apenas a atribuir valores iniciais as tensões e fasores nos barramentos, portanto não há impacto direto pelos novos parâmetros supracitados.

O cálculo dos resíduos (Etapa [3] da Figura 7) é diretamente influenciado pela nova formulação, visto que as equações do fluxo de potência, calculadas em (46) e (47) contém os novos parâmetros e conseqüentemente as equações das injeções de potência nas barras, calculadas conforme as Equações (56) e (57). Além disso verifica-se todo o equacionamento da matriz Jacobiana observada a Equação (15) e por conseguinte a matriz Ganho, conforme Equação (17).

$$P_i = \sum_{j \in K} V_i V_j [G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \text{sen}(\theta_{ij})] \quad (56)$$

$$Q_i = \sum_{j \in K} V_i V_j [G_{ij} \text{sen}(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (57)$$

As derivadas parciais contidas na matriz Jacobiana em função dos novos parâmetros constam nas Equações (58) a (61) que referem-se derivadas parciais referente a injeção de potência ativa, nas Equações (62) a (65) referentes as derivadas parciais relacionadas a injeção

de potência reativa, nas Equações de (66) a (69) explicitam as derivadas parciais referente ao fluxo de potência ativa, e por fim as Equações (70) a (73) evidenciam as derivadas parciais no que tange ao fluxo de potência reativa.

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = \sum_{j \in K} V_j [G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \text{sen}(\theta_{ij})] \quad (58)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i [G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \text{sen}(\theta_{ij})] \quad (59)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j \in K} V_i V_j [(-G_{ij} \text{sen}(\theta_{ij})) + B_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (60)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = V_i V_j [G_{ij} \text{sen}(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (61)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = \sum_{j \in K} V_j [G_{ij} \text{sen}(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (62)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = V_i [G_{ij} \text{sen}(\theta_{ij}) - B_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (63)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j \in K} V_i V_j [G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \text{sen}(\theta_{ij})] \quad (64)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j [G_{ij} \cos(\theta_{ij}) + B_{ij} \cos(\theta_{ij})] \quad (65)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_i} = 2a_{ij} V_i g_{ij} - a_{ij} V_j [g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + b_{ij} \text{sen}(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] \quad (66)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial V_j} = -a_{ij} V_i [g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + b_{ij} \text{sen}(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] \quad (67)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_i} = a_{ij} V_i V_j [g_{ij} \text{sen}(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] \quad (68)$$

$$\frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta_j} = -a_{ij} V_i V_j [g_{ij} \text{sen}(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] \quad (69)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_i} = & -2a_{ij} V_i (b_{ij} + b_{ij}^{sh}) - a_{ij} V_j [g_{ij} \text{sen}(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) \\ & - b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] \end{aligned} \quad (70)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial V_j} = -a_{ij} V_i [g_{ij} \text{sen}(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) - b_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] \quad (71)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} = -a_{ij} V_i V_j [g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + b_{ij} \text{sen}(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] \quad (72)$$

$$\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} = a_{ij}V_iV_j[g_{ij} \cos(\theta_{ij} + \varphi_{ij}) + b_{ij} \text{sen}(\theta_{ij} + \varphi_{ij})] \quad (73)$$

Para o cálculo do incremento (Etapa [4] da Figura 7) é considerado a Equação (16) e este também é influenciado pelos *taps*, defasadores e *shunts* associado que o incremento do vetor de estado depende das matrizes Jacobiana e Ganho e do vetor de medidas estimadas ( $h(x)$ ).

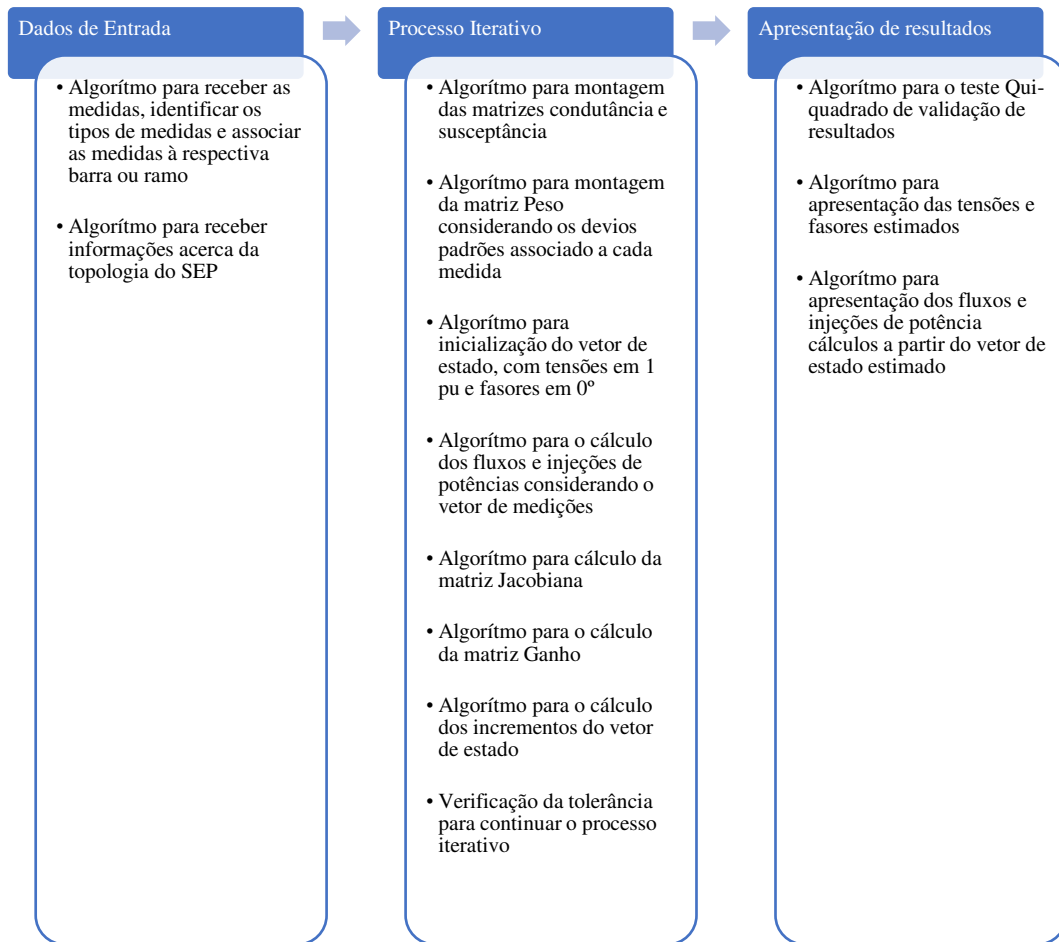
A verificação da tolerância (Etapa [5] da Figura 7) não é diretamente influenciada pelos novos parâmetros pois trata apenas de uma verificação condicional. Por fim a atualização do vetor (Etapa [6] da Figura 7) também é indiretamente influenciada pelos novos parâmetros visto que é calculada através do incremento visto na Etapa [4].

A apresentação dos resultados (Etapa [7] da Figura 7) é influenciada pelos *taps*, defasadores e *shunts*, associado que serão recalculadas as injeções e fluxos de potência do sistema elétrico, considerando o vetor de estado estimado.

## 4.2 Implementação computacional do EEMQP

Para o desenvolvimento do algoritmo será considerado o software *MATLAB*, em que serão divididos em três etapas principais sendo elas: Dados de Entrada, Processo Iterativo e Apresentação de Resultados, essas etapas terão subdivisões, sendo: Dados de Entrada com o algoritmo para montagem de matrizes condutância, admitância e pesos; Processo Iterativo com a inicialização de variáveis, cálculo dos fluxos e injeções de potência, cálculo dos resíduos, montagem da matriz Jacobiana e matriz Ganho, e então cálculo dos incrementos para verificação de continuidade do processo iterativo; por fim apresentação dos resultados após o processo iterativo convergir. Os procedimentos comentados podem ser melhor analisados na Figura 8.

**Figura 8 – Fluxograma de etapas de desenvolvimento do algoritmo para EEMQP**



**Fonte: Autoria Própria (2024)**

## 5 RESULTADOS E SIMULAÇÕES

O presente trabalho resultou em dois *scripts* no *software* MATLAB (APÊNDICE A e APÊNDICE B) de modo que é possível realizar a EEMQP de SEP que tenha a presença de transformadores com controle de tensão, transformadores defasadores e elementos *shunts* nos barramentos e ainda detecta e identifica erros no conjunto de medições após a EEMQP. Foi realizado simulações nos sistemas testes IEEE de 14, 30 e 57 barras publicados por Weckesser (1983).

### 5.1 EEMQP no MATLAB

#### 5.1.1 Dados de entrada

O primeiro *script* (APÊNDICE A) faz referência aos dados de entrada de um sistema de 5 barras de efeito didático; neste *script* é considerado os dados de entrada da EEMQP, em que pode ser dividido em duas partes: os dados de topologia e os dados acerca do conjunto de medições. A Figura 9 dispõe das informações da topologia em que é possível notar as barras do sistema; quantidade de barras do sistema; barramento início do ramo; barramento final do ramo; resistência, reatância e shunt de linha (considerando modelo PI) associado ao ramo; defasagem dos transformadores defasadores; taps dos transformadores defasadores; e elementos shunts presentes.

**Figura 9 – Dados de entrada referente a topologia de um sistema de 5 barras**

```

6      %% Dados do Sistema
7      Barra_No = [1 2 3 4 5]; % Barras do sistema
8      nb = length(Barra_No); % Quantidade de barras do sistema
9      Barra_ini=[1 1 2 2 2 3 4]; % Barra início do ramo
10     Barra_fin=[2 3 3 4 5 4 5]; % Barra final do ramo
11     R=[0.02 0.08 0.06 0.06 0.04 0.01 0.08]; % Resistência (pu)
12     X=[0.06 0.24 0.18 0.18 0.12 0.03 0.24]; % Reatância (pu)
13     Ysh=[0.030 0.025 0.020 0.020 0.015 0.010 0.025]; % Shunt de linha (pu) modelo PI
14     def=[15.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0]; % defasagem dos trafos defasadores (°)
15     tap=[1/1.02 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0]; % tap dos transformadores
16     shunt=[0.0 0.0 0.0 0.0 0.0]; % Elemento shunt

```

**Fonte: Autoria Própria (2024)**

A segunda parte acerca dos dados de entrada está relacionada ao conjunto de medições do sistema, conforme Figura 10. O usuário deve informar a lista de medições; o tipo de medição

associada sendo 1 para medições de injeção de potência ativa, 2 para injeção de potência reativa; 3 para fluxo de potência ativa, 4 para fluxo de potência reativa e 5 para medições de tensão, todas estas devem estar em *pu*; em seguida informar o ramo da medição associada, visto que o barramento início e barramento final devem ser iguais para as medições de injeções de potência e tensões nas barras; por fim o conjunto de medições propriamente dito.

**Figura 10 – Dados acerca do conjunto de medições realizadas**

```

19 %% Conjunto de medições
20 Med_No = 1:12; % Lista de medições
21 TM = [1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 5 5]; % Tipos de medições
22 No_ini = [2 3 5 2 3 5 1 5 1 5 4 5]; % Barramento início da medição
23 No_fin = [2 3 5 2 3 5 3 4 3 4 4 5]; % Barramento final da medição
24 Z = [0.2 -0.45 -0.6 0.2 -0.15 -0.1 1.1228 -0.1747 0.0069 0.0207 0.9993 0.9952]; % Conjunto de medições

```

**Fonte: Autoria Própria (2024)**

### 5.1.2 Algoritmo da EEMQP

O *script* disposto no APÊNDICE B desta publicação dispõe dos algoritmos necessários para a EEMQP propriamente dita. Nele contém os métodos para montagem das matrizes condutância e susceptância; para montagem da matriz peso considerando os desvios padrões associados a cada medida; para inicialização do vetor de estado, com tensões em 1 pu e fasores em 0°; para o cálculo dos fluxos e injeções de potências que determina o vetor resíduos; para cálculo da matriz Jacobiana; para o cálculo da matriz Ganho; para o cálculo dos incrementos do vetor de estado; para verificação da tolerância para continuar o processo iterativo; para o teste qui-quadrado de validação de resultados; para apresentação das tensões e fasores estimados; e para apresentação dos fluxos e injeções de potência calculados a partir do vetor de estado estimado

Após a execução do primeiro e segundo *script* é plotado no *Command Window* do MATLAB, o valor qui-quadrado tabelado a partir do grau de liberdade e a probabilidade associado ao sistema, o maior resíduo normalizado, a posição deste resíduo e a medida associada; abaixo é plotado as variáveis de estado de cada barra; também é plotado o fluxo de potência do sistema; e sequentemente é plotado as informações acerca do conjunto de medições, tais como: o tipo de medida, comparação entre o conjunto de medidas e a medida calculada com a EEMQP, os resíduos e a variância de cada medida. Todas estas descrições estão dispostas na Figura 11.

**Figura 11 – Resultado da EEMQP plotado no *Command Window* do MATLAB**

```

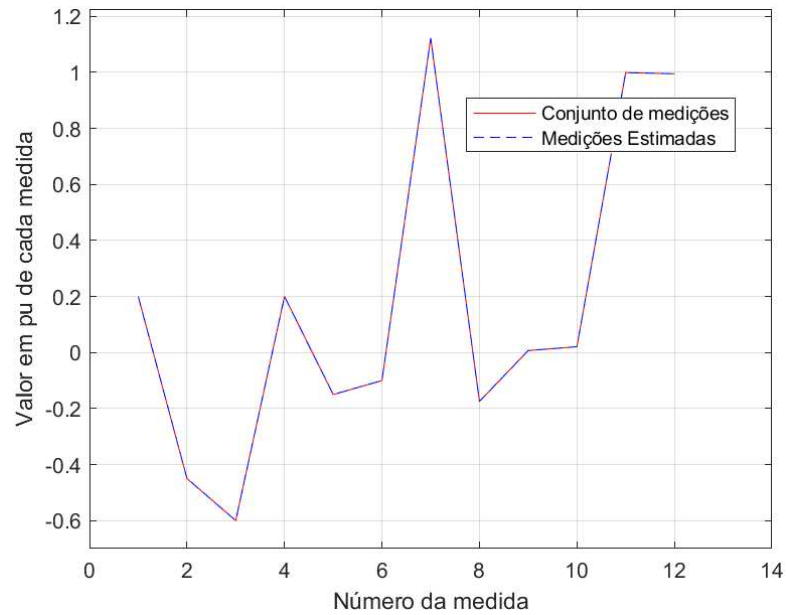
*****
                        Teste qui-quadrado
*****
Qui-quadrado tabelado = 2.08800
Não foi detectado erro no conjunto de medições: J(x) calculado = 0.00000
Maior Residuo Normalizado, Posicao, Medida = 0.15639 4 0.20000
*****
                        Variáveis de estado
*****
          i          Vi          Thi
          1          1.0600        -0.0000
          2          1.0261       -15.5971
          3          0.9995       -14.5789
          4          0.9993       -15.5970
          5          0.9952       -18.2237
*****
                        Fluxos de potência
*****
          i          j          Pij          Qij          Pji          Qji
          1          2          0.2350          0.1168         -0.2335         -0.1765
          1          3          1.1228          0.0069         -1.0330          0.2096
          2          3          -0.0453          0.1467          0.0471         -0.1826
          2          4          0.0458          0.1165         -0.0446         -0.1539
          2          5          0.4330          0.1133         -0.4253         -0.1207
          3          4          0.5359         -0.1770         -0.5328          0.1665
          4          5          0.1774         -0.0625         -0.1747          0.0207
*****
                        Medidas do sistema
*****
          TMi          Zi          Zcali          ri          Wii
          1          0.2000          0.2000          0.000001         10000.00
          1          -0.4500         -0.4500         -0.000000         10000.00
          1          -0.6000         -0.6000         -0.000002         10000.00
          2          0.2000          0.2000         -0.000018         10000.00
          2          -0.1500         -0.1500         -0.000001         10000.00
          2          -0.1000         -0.1000          0.000000         10000.00
          3          1.1228          1.1228         -0.000019          156.25
          3          -0.1747         -0.1747          0.000039          156.25
          4          0.0069          0.0069          0.000005          156.25
          4          0.0207          0.0207         -0.000019          156.25
          5          0.9993          0.9993         -0.000010          625.00
          5          0.9952          0.9952          0.000019          625.00

```

**Fonte: Autoria Própria (2024)**

Este *script* também exporta em um arquivo texto as informações dispostas na Figura 11 e plota três gráficos comparativos, sendo o primeiro gráfico a comparação do conjunto de medições de entrada e o conjunto de medições estimadas (Figura 12).

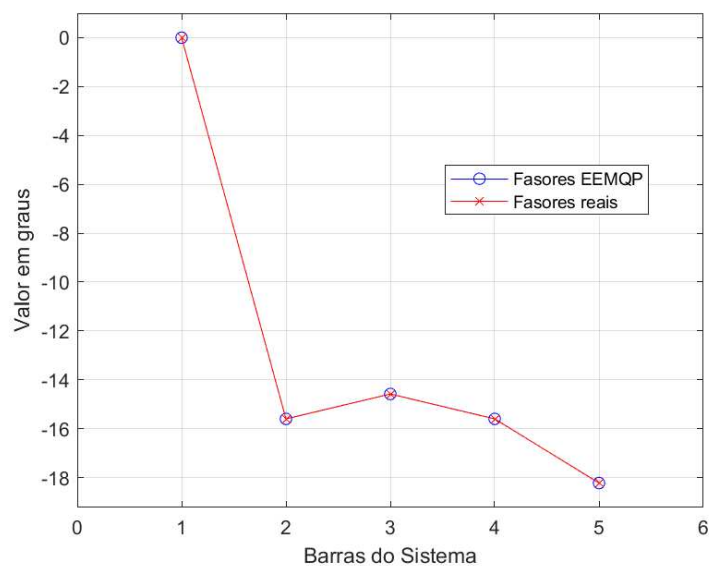
**Figura 12 – Comparação conjunto de medições e medições estimadas SEP 5 barras**



**Fonte: Autoria Própria (2024)**

O segundo gráfico plotado (Figura 13) é o comparativo entre as tensões estimadas e as tensões reais do sistema, denotado que as tensões reais são conhecidas por ser objeto de estudo didático, para casos reais não haveria este comparativo. Pode ser entendido por tensões (ou fasores) reais, tensões calculadas através do fluxo de potência ou tensões publicadas do SEP em estudo.

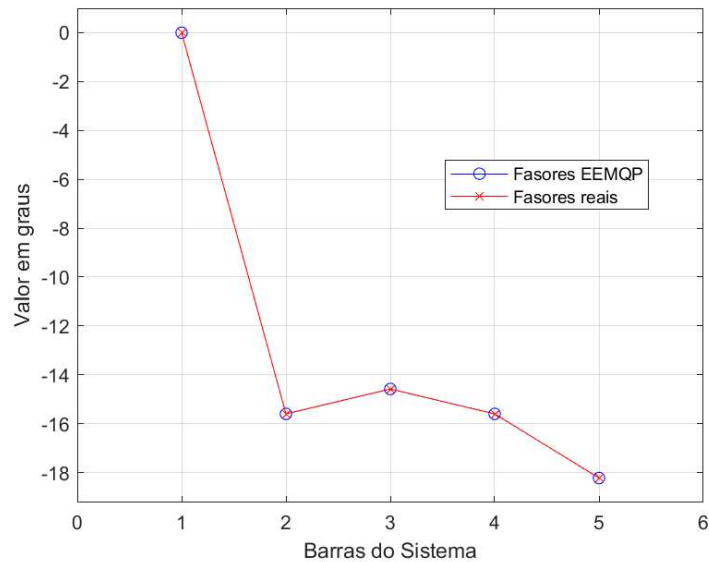
**Figura 13 – Comparativo entre as tensões estimadas e as tensões reais do sistema**



**Fonte: Autoria Própria (2024)**

O terceiro gráfico (Figura 14) denota o comparativo entre os fasores estimados e os fasores reais do sistema em estudo.

**Figura 14 – Comparação entre os fasores estimados e os fasores reais do sistema**



**Fonte: Autoria Própria (2024)**

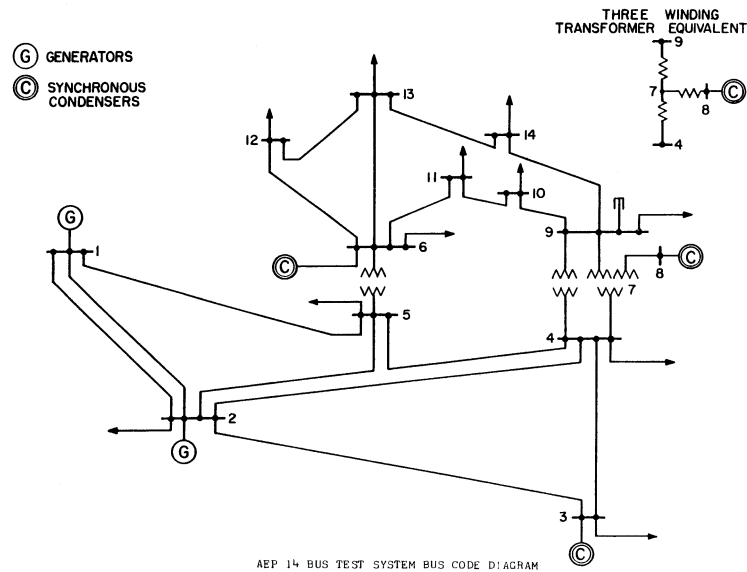
## 5.2 Sistemas IEEE 14, 30 e 57 barras

Foram considerados os sistemas IEEE de 14, 30 e 57 barras publicados por Weckesser (1983) e em cada sistema foram realizados três cenários: o primeiro cenário em que o conjunto de medições não possui erros, o segundo cenário em que possui uma medida conhecida com erro gaussiano entre um e três vezes do desvio padrão, e o terceiro cenário em que a mesma medida conhecida possui um erro grosseiro entre três à vinte vezes o desvio padrão. Para a obtenção do conjunto de medições sem erro foi utilizada os valores das tensões e fasores previamente publicados e então realizado os cálculos de injeção de potência e fluxo de potência. Vale salientar que as informações da topologia dos três sistemas estão dispostas em forma txt por Weckesser (1983).

### 5.2.1 Caso 14 Barras

O sistema de 14 barras está representado na Figura 15 e é possível observar a presença de dois geradores um elemento shunt três transformadores.

**Figura 15 – Sistema de 14 barras IEEE**



Fonte: Weckesser (1983)

As informações acerca da medida escolhida para aplicação dos erros gaussiano e grosseiro constam na Tabela 3, a qual é possível notar o valor original da medida, a posição desta no conjunto de medição, o valor do desvio padrão, o tipo de medida, a proporção do erro considerando o desvio padrão e o valor da medida após a aplicação do erro.

**Tabela 3 – Alteração na  $i$ -ésima medida para considerar erro gaussiano e erro grosseiro no sistema de 14 barras**

$i$ -ésima	Erro Gaussiano	Erro Grosseiro
$Z_i$	0,32080	
$i$	30	
$\sigma_i$	0,08	
$TM$	3 – Fluxo de potência ativa	
$n$	2	18
$Z_i + n * \sigma_i$	$0,32080 + 2 * 0,08 = 0,4808$	$0,32080 + 18 * 0,08 = 1,7608$

Fonte: Autoria Própria (2024)

A Tabela 4 mostra a comparação das tensões e fasores publicados por Weckesser (1983) e as estimações de estado em três cenários, o primeiro cenário consta as tensões e fasores calculadas a partir da EEMQP com o conjunto de medições sem erros, o segundo cenário com um erro gaussiano aplicado numa medida de fluxo de potência ativa e por fim um erro grosseiro na mesma medida.

**Tabela 4 – Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 14 barras**

Barra i	Resultado Publicado		EEMQP Sem Erro		EEMQP Erro Gaussiano		EEMQP Erro Grosseiro	
	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$
1	1,0600	0,0000	1,0600	0,0000	1,0601	0,0000	1,0611	0,0000
2	1,0450	-4,9800	1,0450	-4,9825	1,0451	-4,9816	1,0462	-4,9741
3	1,0100	-12,7200	1,0100	-12,7249	1,0101	-12,7215	1,0113	-12,6946
4	1,0190	-10,3300	1,0177	-10,3125	1,0178	-10,3123	1,0187	-10,3105
5	1,0200	-8,7800	1,0195	-8,7735	1,0196	-8,7733	1,0205	-8,7718
6	1,0700	-14,2200	1,0700	-14,2200	1,0701	-14,2248	1,0710	-14,2628
7	1,0620	-13,3700	1,0615	-13,3591	1,0617	-13,3649	1,0626	-13,4115
8	1,0900	-13,3600	1,0900	-13,3591	1,0901	-13,3660	1,0911	-13,4212
9	1,0560	-14,9400	1,0560	-14,9379	1,0561	-14,9454	1,0570	-15,0057
10	1,0510	-15,1000	1,0510	-15,0966	1,0511	-15,1050	1,0520	-15,1721
11	1,0570	-14,7900	1,0569	-14,7898	1,0570	-14,7972	1,0578	-14,8559
12	1,0550	-15,0700	1,0552	-15,0746	1,0553	-15,0798	1,0561	-15,1216
13	1,0500	-15,1600	1,0504	-15,1553	1,0505	-15,1611	1,0513	-15,2068
14	1,0360	-16,0400	1,0356	-16,0328	1,0357	-16,0413	1,0364	-16,1091

**Fonte: Weckesser (1983), Autoria Própria (2024)**

A Tabela 5 mostra a comparação dos valores qui-quadrado calculados nos três cenários e o qui-quadrado tabelado para o sistema considerando o grau de liberdade do sistema e a probabilidade de 99% de satisfação. Esta tabela também mostra o maior resíduo normalizado, a posição deste resíduo no conjunto de medições para cada cenário.



**Tabela 6 – Alteração na i-ésima medida para considerar erro gaussiano e erro grosseiro no sistema de 30 barras**

<b>i-ésima</b>	<b>Erro Gaussiano</b>	<b>Erro Grosseiro</b>
$Z_i$		-0,0220
$i$		20
$\sigma_i$		0,01
$TM$	1 – Injeção de potência ativa	
$n$	-2,8	-12
$Z_i + n * \sigma_i$	$-0,0220 + (-2,8) * 0,01 = -0,05$	$-0,0220 + (-12) * 0,01 = -0,1420$

**Fonte: Autoria Própria (2024)**

A Tabela 7 mostra a comparação das tensões e fasores publicados e as estimações de estado em três cenários, o primeiro cenário consta as tensões e fasores calculadas a partir da EEMQP com o conjunto de medições sem erros, o segundo cenário com um erro gaussiano aplicado numa medida de injeção de potência ativa e um erro grosseiro na mesma medida.

**Tabela 7 – Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 30 barras**

(continua)

Barra i	Resultado Publicado		EEMQP Sem Erro		EEMQP Erro Gaussiano		EEMQP Erro Grosseiro	
	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$
1	1,0600	0,0000	1,0600	0,0000	1,0603	0,0000	1,0616	0,0000
2	1,0430	-5,4800	1,0430	-5,3497	1,0433	-5,3468	1,0446	-5,3363
3	1,0210	-7,9600	1,0209	-7,5347	1,0212	-7,5343	1,0224	-7,5312
4	1,0120	-9,6200	1,0118	-9,2852	1,0121	-9,2865	1,0132	-9,2888
5	1,0100	-14,3700	1,0100	-14,1665	1,0104	-14,1534	1,0118	-14,1074
6	1,0100	-11,3400	1,0103	-11,0651	1,0106	-11,0651	1,0117	-11,0622
7	1,0020	-13,1200	1,0024	-12,8657	1,0027	-12,8575	1,0041	-12,8275
8	1,0100	-12,1000	1,0100	-11,8137	1,0103	-11,8102	1,0115	-11,7961
9	1,0510	-14,3800	1,0509	-14,1094	1,0511	-14,1518	1,0516	-14,2876
10	1,0450	-15,9700	1,0451	-15,7001	1,0452	-15,7756	1,0455	-16,0202
11	1,0820	-14,3900	1,0820	-14,1094	1,0821	-14,1422	1,0827	-14,2464
12	1,0570	-15,2400	1,0571	-14,9441	1,0575	-14,9832	1,0586	-15,1089
13	1,0710	-15,2400	1,0710	-14,9441	1,0713	-14,9768	1,0725	-15,0811
14	1,0420	-16,1300	1,0423	-15,8362	1,0426	-15,8829	1,0439	-16,0334
15	1,0380	-16,2200	1,0377	-15,9280	1,0378	-15,9923	1,0382	-16,1999
16	1,0450	-15,8300	1,0444	-15,5270	1,0447	-15,5738	1,0456	-15,7246
17	1,0400	-16,1400	1,0399	-15,8619	1,0401	-15,9258	1,0407	-16,1322
18	1,0280	-16,8200	1,0282	-16,5423	1,0275	-16,7023	1,0252	-17,2243
19	1,0260	-17,0000	1,0257	-16,7160	1,0245	-16,9403	1,0205	-17,6752
20	1,0300	-16,8000	1,0297	-16,5194	1,0282	-16,7811	1,0232	-17,6403
21	1,0330	-16,4200	1,0327	-16,1429	1,0329	-16,2059	1,0335	-16,4097
22	1,0330	-16,4100	1,0333	-16,1286	1,0334	-16,1889	1,0341	-16,3837
23	1,0270	-16,6100	1,0272	-16,3187	1,0275	-16,3619	1,0285	-16,5006

**Tabela 8 – Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 30 barras**

(conclusão)

Barra <i>i</i>	Resultado Publicado		EEMQP Sem Erro		EEMQP Erro Gaussiano		EEMQP Erro Grosseiro	
	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$
24	1,0210	-16,7800	1,0216	-16,4952	1,0220	-16,5237	1,0235	-16,6143
25	1,0170	-16,3500	1,0173	-16,0673	1,0181	-16,0360	1,0207	-15,9315
26	1,0000	-16,7700	0,9997	-16,4869	1,0007	-16,4355	1,0041	-16,2659
27	1,0230	-15,8200	1,0233	-15,5428	1,0240	-15,4955	1,0266	-15,3382
28	1,0070	-11,9700	1,0068	-11,6889	1,0072	-11,6818	1,0086	-11,6558
29	1,0030	-17,0600	1,0034	-16,7728	1,0044	-16,6990	1,0078	-16,4560
30	0,9920	-17,9400	0,9919	-17,6556	0,9930	-17,5768	0,9965	-17,3170

Fonte: Weckesser (1983), Autoria Própria (2024)

A Tabela 9 mostra a comparação dos valores qui-quadrado calculados nos três cenários e o qui-quadrado tabelado para o sistema considerando o grau de liberdade e a probabilidade de 99% de satisfação. Esta tabela também mostra o maior resíduo normalizado, a posição deste resíduo no conjunto de medições para cada cenário.

**Tabela 9 – Comparação do valor qui-quadrado calculado nos três cenários do sistema de 30 barras**

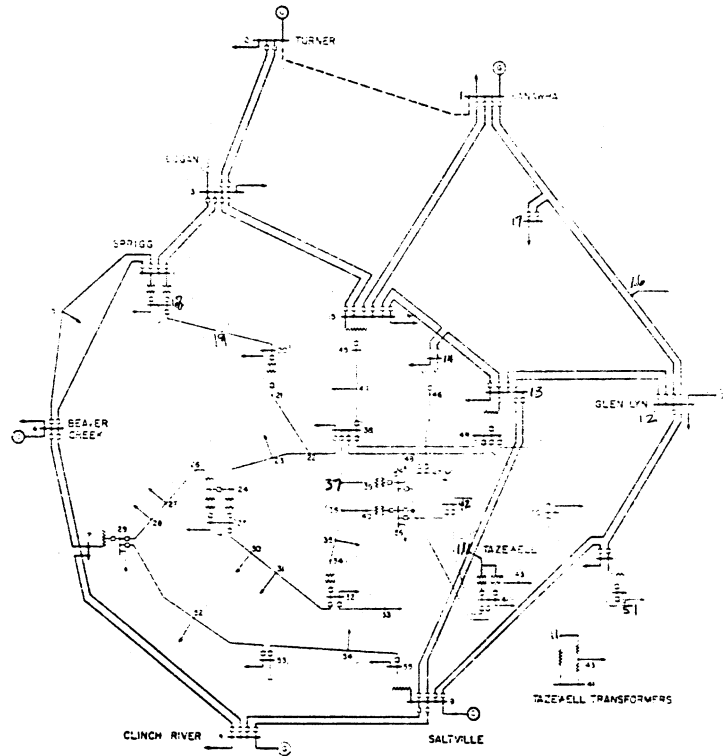
	EEMQP Sem Erro	EEMQP Erro Gaussiano	EEMQP Erro Grosseiro
$p$		99%	
$GL$		60	
$\chi^2$		37,48500	
$J(x)$	0,00002	0,33635	6,25277
$\max(r^n)$	-	-	-
$P$	-	-	-
$Z(P)$	-	-	-

Fonte: Autoria Própria (2024)

### 5.2.3 Caso 57 Barras

A representação gráfica deste sistema está disposto na Figura 17, sendo possível observar juntamente com as informações dispostas por Weckesser a presença de quatro geradores, três elementos shunts e dezessete transformadores com taps.

**Figura 17 – Sistema de 57 barras IEEE**



Fonte: Weckesser (1983)

Para o sistema de 57 barras, as informações acerca da medida escolhida para aplicação dos erros gaussiano e grosseiro constam na Tabela 10, que consta o valor original da medida, a posição desta no conjunto de medição, o valor do desvio padrão, o tipo de medida, a proporção do erro considerando o desvio padrão e o valor da medida após a aplicação do erro.

**Tabela 10 – Alteração na  $i$ -ésima medida para considerar erro gaussiano e erro grosseiro no sistema de 57 barras**

$i$ -ésima	Erro Gaussiano	Erro Grosseiro
$Z_i$	1,0233	
$i$	220	
$\sigma_i$	0,04	
$TM$	5 – Magnitude da tensão	
$n$	1,3	17
$Z_i + n * \sigma_i$	$1,0233 + 1,3 * 0,04 = 1,1098$	$1,0233 + 17 * 0,04 = 1,7378$

Fonte: Autoria Própria (2024)

A Tabela 11 mostra a comparação das tensões e fasores publicados e as estimações de estado em três cenários, o primeiro cenário consta as tensões e fasores calculadas a partir da

EEMQP com o conjunto de medições sem erros, o segundo cenário com um erro gaussiano aplicado numa medida de injeção de potência ativa e um erro grosseiro na mesma medida.

**Tabela 11 - Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 57 barras**

(continua)

Barra i	Resultado Publicado		EEMQP Sem Erro		EEMQP Erro Gaussiano		EEMQP Erro Grosseiro	
	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$
1	1,0400	0,0000	1,0400	0,0000	1,0413	0,0000	1,0544	0,0000
2	1,0100	-1,1800	1,0100	-1,1881	1,0116	-1,0989	1,0250	-1,0668
3	0,9850	-5,9700	0,9850	-5,9880	0,9866	-5,5940	0,9995	-5,4264
4	0,9810	-7,3200	0,9808	-7,3371	0,9826	-6,7774	0,9948	-6,5536
5	0,9760	-8,5200	0,9765	-8,5462	0,9787	-7,8564	0,9913	-7,6297
6	0,9800	-8,6500	0,9800	-8,6739	0,9821	-7,9421	0,9947	-7,7239
7	0,9840	-7,5800	0,9842	-7,6013	0,9858	-6,8629	0,9985	-6,6910
8	1,0050	-4,4500	1,0050	-4,4778	1,0060	-3,7265	1,0189	-3,6359
9	0,9800	-9,5600	0,9800	-9,5846	0,9803	-9,0285	0,9938	-8,8060
10	0,9860	-11,4300	0,9862	-11,4496	0,9866	-10,9734	1,0007	-10,7030
11	0,9740	-10,1700	0,9740	-10,1931	0,9744	-9,6893	0,9878	-9,4493
12	1,0150	-10,4600	1,0150	-10,4711	1,0153	-10,0580	1,0288	-9,8092
13	0,9790	-9,7900	0,9789	-9,8034	0,9796	-9,3715	0,9930	-9,1397
14	0,9700	-9,3300	0,9702	-9,3502	0,9711	-8,9474	0,9844	-8,7265
15	0,9880	-7,1800	0,9880	-7,1901	0,9892	-6,8537	1,0025	-6,6791
16	1,0130	-8,8500	1,0134	-8,8589	1,0143	-8,5524	1,0279	-8,3401
17	1,0170	-5,3900	1,0175	-5,3958	1,0190	-5,2303	1,0325	-5,1011
18	1,0010	-11,7100	1,0007	-11,7288	0,9995	-10,6529	1,0045	-10,2243
19	0,9700	-13,2000	0,9702	-13,2259	0,9685	-12,3046	0,9758	-11,9470
20	0,9640	-13,4100	0,9638	-13,4438	0,9625	-12,6433	0,9715	-12,3397
21	1,0080	-12,8900	1,0085	-12,9289	1,0104	-12,2822	1,0229	-11,9805
22	1,0100	-12,8400	1,0097	-12,8742	1,0120	-12,2691	1,0249	-11,9811
23	1,0080	-12,9100	1,0083	-12,9395	1,0109	-12,3199	1,0235	-12,0310
24	0,9990	-13,2500	0,9992	-13,2922	1,0073	-12,4523	1,0157	-12,1637
25	0,9820	-18,1300	0,9825	-18,1741	0,9989	-16,2990	0,9959	-16,4187
26	0,9590	-12,9500	0,9588	-12,9813	0,9662	-12,1647	0,9746	-11,8676
27	0,9820	-11,4800	0,9815	-11,5135	0,9857	-10,7393	0,9969	-10,4793
28	0,9970	-10,4500	0,9967	-10,4815	0,9996	-9,7313	1,0117	-9,4980
29	1,0100	-9,7500	1,0102	-9,7717	1,0123	-9,0343	1,0250	-8,8223
30	0,9620	-18,6800	0,9627	-18,7205	0,9773	-16,9042	0,9755	-17,0030
31	0,9360	-19,3400	0,9359	-19,3845	0,9465	-17,7388	0,9476	-17,7754
32	0,9490	-18,4600	0,9499	-18,5127	0,9546	-17,1986	0,9607	-17,1437
33	0,9470	-18,5000	0,9476	-18,5524	0,9523	-17,2331	0,9584	-17,1770
34	0,9590	-14,1000	0,9592	-14,1490	0,9622	-13,4308	0,9731	-13,1390
35	0,9660	-13,8600	0,9662	-13,9062	0,9686	-13,2307	0,9802	-12,9362
36	0,9760	-13,5900	0,9758	-13,6348	0,9777	-12,9811	0,9899	-12,6897

**Tabela 12 - Comparação das tensões e fasores resultantes da EEMQP considerando três cenários no conjunto de medições para o sistema de 57 barras**

(conclusão)

Barra i	Resultado Publicado		EEMQP Sem Erro		EEMQP Erro Gaussiano		EEMQP Erro Grossoiro	
	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$	$V_i$	$\theta_i$
37	0,9850	-13,4100	0,9849	-13,4459	0,9866	-12,8123	0,9991	-12,5235
38	1,0130	-12,7100	1,0128	-12,7345	1,0145	-12,1692	1,0279	-11,8862
39	0,9830	-13,4600	0,9828	-13,4910	0,9845	-12,8528	0,9970	-12,5625
40	0,9730	-13,6200	0,9728	-13,6582	0,9745	-13,0004	0,9867	-12,7079
41	0,9960	-14,0500	0,9962	-14,0766	0,9955	13,5006	1,0090	-13,1785
42	0,9660	-15,5000	0,9665	-15,5327	0,9653	-14,9150	0,9786	-14,5501
43	1,0100	-11,3300	1,0096	-11,3543	1,0096	-10,8295	1,0235	-10,5630
44	1,0170	-11,8600	1,0168	-11,8564	1,0184	-11,3365	1,0319	-11,0701
45	1,0360	-9,2500	1,0360	-9,2700	1,0371	-8,8519	1,0508	-8,6390
46	1,0500	-11,8900	1,0598	-11,1160	1,0607	-10,6692	1,0753	-10,4201
47	1,0330	-12,4900	1,0333	-12,5115	1,0344	-12,0224	1,0487	-11,7456
48	1,0270	-12,5900	1,0273	-12,6106	1,0286	-12,0986	1,0428	-11,8185
49	1,0360	-12,9200	1,0362	-12,9360	1,0373	-12,4461	1,0521	-12,1574
50	1,0230	-13,3900	1,0233	-13,4126	1,0248	-12,9234	1,0406	-12,6142
51	1,0520	-12,5200	1,0523	-12,5333	1,0527	-12,0562	1,0681	-11,7567
52	0,9800	-11,4700	0,9804	-11,4974	0,9812	-10,7921	0,9948	-10,5385
53	0,9710	-12,2300	0,9709	-12,2525	0,9712	-11,5661	0,9853	-11,2942
54	0,9960	-11,6900	0,9963	-11,7095	0,9968	-11,0686	1,0110	-10,8035
55	1,0310	-10,7800	1,0308	-10,8010	1,0308	-10,2281	1,0452	-9,9818
56	0,9680	-16,0400	0,9684	-16,0650	0,9674	-15,4529	0,9804	-15,0765
57	0,9650	-16,5600	0,9648	-16,5836	0,9641	-15,9312	0,9769	-15,5446

Fonte: Weckesser (1983), Autoria Própria (2024)

A Tabela 13 mostra a comparação dos valores qui-quadrado calculados nos três cenários e o qui-quadrado tabelado para o sistema considerando o grau de liberdade e a probabilidade de 99% de satisfação. Esta tabela também mostra o maior resíduo normalizado, a posição deste resíduo no conjunto de medições para cada cenário.

Tabela 13 – Comparação do valor qui-quadrado calculado nos três cenários do sistema de 57 barras

	EEMQP Sem Erro	EEMQP Erro Gaussiano	EEMQP Erro Grosseiro
$p$		99%	
$GL$		117	
$\chi^2$		86,923	
$J(x)$	0,00099	27,26367	281,65938
$\max(r^n)$	-	-	19,25774
$i$	-	-	74
$Z_i$	-	-	-0.09800

Fonte: Autoria Própria (2024)

## 6 CONCLUSÃO

Em todos os casos e cenários estudados, fora possível realizar a EEMQP e aplicar o método para detecção e identificação de erros. Isto significa, que os três sistemas eram observáveis, ou seja, continham dados suficientes no conjunto de medições para estimar o estado dos sistemas.

Para o caso de 14 barras foi possível observar que o primeiro cenário se obteve um resultado satisfatório visto que o conjunto de medições não continha erros e o valor qui-quadrado calculado é muito próximo de zero, no entanto para o segundo cenário, o método clássico de detecção de erros não pontuou o erro gaussiano apontado na Tabela 3, portanto no terceiro cenário a metodologia aplicada detectou e identificou corretamente a medida contendo o erro grosseiro.

Considerada a Tabela 9, para o caso do sistema 30 barras, o primeiro cenário também obteve um resultado satisfatório ponderado a ausência de erros, mas no segundo e terceiro cenários se notou que o método não detectou a presença do erro gaussiano e o erro grosseiro, respectivamente.

No caso do sistema de 57 barras, o primeiro cenário apresentou um resultado satisfatório considerando o conjunto de medições correto, portanto para o segundo cenário observou que o método também não identificou o erro gaussiano, mas para o terceiro cenário houve a detecção de erro grosseiros, mas o método dos resíduos normalizados falhou em identificar a medida com defeito, conforme a Tabela 13.

Para os três casos foi possível observar que mesmo aplicando um erro simples, seja gaussiano ou grosseiro, isto fez com que todos os resíduos das medidas sofressem alterações, influenciando no valor qui-quadrado calculado apresentado na Tabela 5, Tabela 9 e Tabela 13. Ainda é possível notar a necessidade de um método mais sofisticado para detecção e identificação de erros, visto os resultados analisados para o caso de 30 e 57 barras.

Para trabalhos futuros, sugere-se um algoritmo no MATLAB para determinar a observabilidade dos sistemas antes de estimar o estado, também sugere-se a inclusão dos limites de geração ativa e reativa do geradores na formulação do problema; ainda sugere-se métodos alternativos e mais efetivos para detecção, identificação e tratamento de erros no conjunto de medições; e então a aplicação deste algoritmo e estudo de sistemas de 118 e 300 barras do IEEE.

## REFERÊNCIAS

- ASADA, E. N. (29 de Junho de 2004). **Análise de Observabilidade e Processamento de Erros Grosseiros Conformativos Utilizando a Metaheurística Busca Tabu na Estimação de Estado Generalizada**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas.
- BRETAS DE CARVALHO, B. E. (2018). **Estimação de Estado de Sistemas Elétricos de Potência: A Interpretação Geométrica Aplicada ao Processamento de Erros de Medidas, de Parâmetros e de Topologia**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos.
- FLOREZ, H. A. (2013). **Desenvolvimento de um estimador de estado para sistemas de distribuição de energia elétrica desbalanceadas**. Ilha Solteira, São Paulo: Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho".
- FLOREZ, H. A. (1 de Novembro de 2022). **A Mathematical Modeling Approach for Power Flow and State**. Fonte: MDPI: <https://www.mdpi.com/journal/electronics>
- GÓMEZ-EXPÓSITO, A., & ABUR, A. (2009). **Power System State Estimation: Theory and Implementation**. Taylor & Francis Group, LCC.
- MONTICELLI, A. J. (1983). **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda.
- MONTICELLI, A. J. (2 de Fevereiro de 2000). **Electric Power System State Estimation**. Proceedings of the IEEE.
- PEREIRA, N. T. (2018). **Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Energia**. Porto, Portugal: Instituto Superior de Engenharia do Porto.
- SCHWEPPE, F. C., & WILDES, J. (1 de Janeiro de 1970). **Power System Static-State Estimation, Part I: Exact Model**. Transactions on power apparatus and systems.
- UNICAMP. (S/A). **Tabela Qui-Quadrado**. Fonte: Ime Unicamp: <https://www.ime.unicamp.br/~cnaber/Tabela%20da%20Qui-quadrado.pdf>
- WECKESSER, T. (19 de Agosto de 1983). **Research on power system dynamics and modeling**. Fonte: Tweckesser: <https://tweckesser.wordpress.com/power-system-data-and-test-cases/>

**APÊNDICE A – Primeiro *script* contendo os dados de entrada para EEMQP**

```

%% UNIVERISDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ – CAMPUS MEDIANEIRA
% TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – ENGENHARIA ELÉTRICA
% IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ESTIMADOR DE ESTADO DE MÍNIMOS QUADRADOS
% CONSIDERANDO ELEMENTOS SHUNT E A PRESENÇA DE TRANSFORMADORES COM CONTROLE DE
% TENSÃO E DEFASADORES.

%% Parte 1 - Dados de entrada para EEMQP

clear
clc

erro = 0;

%% Dados do Sistema
Barra_No = [1 2 3 4 5]; % Barras do sistema
nb = length(Barra_No); % Quantidade de barras do sistema
shunt=[0.0 0.0 0.0 0.0 0.0]; % Elemento shunt
Barra_ini=[1 1 2 2 2 3 4]; % Barra início do ramo
Barra_fin=[2 3 3 4 5 4 5]; % Barra final do ramo
R=[0.02 0.08 0.06 0.06 0.04 0.01 0.08]; % Resistência (pu)
X=[0.06 0.24 0.18 0.18 0.12 0.03 0.24]; % Reatância (pu)
Ysh=[0.030 0.025 0.020 0.020 0.015 0.010 0.025]; % Shunt de linha (pu) modelo PI
def=[15.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0 0.0]; % defasagem dos trafos defasadores (°)
tap=[1/1.02 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0 1.0]; % tap dos transformadores

%% Conjunto de medições
Med_No = 1:12; % Lista de medições
TM = [1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 5 5]; % Tipos de medições
No_ini = [2 3 5 2 3 5 1 5 1 5 4 5]; % Barramento início da medição
No_fin = [2 3 5 2 3 5 3 4 3 4 4 5]; % Barramento final da medição
Z = [0.2 -0.45 -0.6 0.2 -0.15 -0.1 1.1228 -0.1747 0.0069 0.0207 0.9993 0.9952]; %
Conjunto de medições

V_weck = [1.06 1.0261 0.9995 0.9993 0.9952]; % Tensões "reais"
Th_weck = [0.00 -15.60 -14.58 -15.60 -18.22]; % Fasores "reais"

save wls_dadosEntrada.mat

```

**APÊNDICE B – Segundo *script* contendo algoritmo para cálculo e apresentação dos resultados da EEMQP**

```

%% UNIVERISDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ – CAMPUS MEDIANEIRA
% TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – ENGENHARIA ELÉTRICA
% IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO ESTIMADOR DE ESTADO DE MÍNIMOS QUADRADOS
% CONSIDERANDO ELEMENTOS SHUNT E A PRESENÇA DE TRANSFORMADORES COM CONTROLE DE
% TENSÃO E DEFASADORES.

%% Parte 2 - Algoritmo para cálculo e apresentação dos resultados da EEMQP

clear
clc

load wls_dadosEntrada.mat
tabela_qui_quadrado = readtable("tabela_qui-quadrado.xlsx","Sheet","Tabela",
"ReadRowNames", true,"ReadVariableNames",true,"VariableNamingRule","preserve");

nb = length(Barra_No); % Número de barras do sistema
nl = length(Barra_ini); % Número de linhas do sistema
nm = length(Med_No); % Número de medidas
G=zeros(nb,nb); % Declaração da matriz condutância bus
B=zeros(nb,nb); % Declaração da matriz susceptância bus
Y=zeros(nb,nb); % Declaração da matriz admitância bus
WPI = 1/0.01^2; % desvio padrão das injeções de potência
WPij = 1/0.08^2; % desvio padrão dos fluxos de potência
WVi = 1/0.04^2; % desvio padrão das tensões
tol = 1e-4; % tolerância
W_var = 0; % Escolha dos pesos dinâmicos
Prob = 0.99; % Probabilidade
GL = length(Z)-(2*nb-1); % Grau de liberdade

%% Criação da matriz de pesos
for a = 1:nm
    if TM(a) == 1 || TM(a) == 2
        W(a,a) = WPI;
    end

    if TM(a) == 3 || TM(a) == 4
        W(a,a) = WPij;
    end

    if TM(a) == 5
        W(a,a) = WVi;
    end
end

%% Tratamento dos defasadores, se necessário
def = deg2rad(def); % conversão de graus para radianos
for a=1:length(def)
    def(a)=-def(a);
end

%% Criação da Ybus
for a = 1:nb
    for b = 1:nb
        if a == b
            for c = 1:nl
                if Barra_ini(c) == Barra_No(a)
                    Y(a,a) = Y(a,a) + tap(c)^2*(1/(R(c)+1i*X(c))) + 1i*Ysh(c);
                end
            end
        end
    end
end

```

```

        elseif Barra_fin(c) == Barra_No(a)
            Y(a,a) = Y(a,a) + (1/(R(c)+1i*X(c))) + 1i*Ysh(c);
        end
    end
elseif a < b
    for c = 1:nl
        if Barra_ini(c) == Barra_No(a) && Barra_fin(c) == Barra_No(b)
            Y(a,b) = -tap(c)*exp(-1i*def(c))*(1/(R(c)+1i*X(c)));
            Y(b,a) = -tap(c)*exp( 1i*def(c))*(1/(R(c)+1i*X(c)));
        elseif Barra_ini(c) == Barra_No(b) && Barra_fin(c) == Barra_No(a)
            Y(a,b) = -tap(c)*exp(-1i*def(c))*(1/(R(c)+1i*X(c)));
            Y(b,a) = -tap(c)*exp( 1i*def(c))*(1/(R(c)+1i*X(c)));
        end
    end
end
end
end
end
% Adição dos elementos SHUNTS
for a=1:length(Barra_No)
    Y(a,a) = Y(a,a) + 1i*shunt(a);
end
Y;
G = real(Y); % Matriz Condutância
B = imag(Y); % Matriz Susceptância

%% Declaração das variáveis de estado
V = zeros(1,nb);
Th = zeros(1,nb);

%% Inicialização das variáveis de estado
for a = 1:nb
    V(a) = 1.0;
    Th(a) = 0;
end

%% Matrizes auxiliares para o processo iterativo

% Matriz defasadores
MDef = zeros(nb, nb);
for k = 1:length(Barra_ini)
    MDef(Barra_ini(k), Barra_fin(k)) = def(k);
    MDef(Barra_fin(k), Barra_ini(k)) = def(k);
end

% Matrizes admitância, condutância e susceptância entre as linhas;
My = zeros(nb, nb);
Mg = zeros(nb, nb);
Mb = zeros(nb, nb);
for k = 1:length(Barra_ini)
    My(Barra_ini(k), Barra_fin(k)) = 1/(R(k)+1i*X(k));
    My(Barra_fin(k), Barra_ini(k)) = 1/(R(k)+1i*X(k));
end
Mg = real(My);
Mb = imag(My);

% Matriz dos taps dos transformadores
Mtap = zeros(nb, nb);
for k = 1:length(Barra_ini)
    Mtap(Barra_ini(k), Barra_fin(k)) = tap(k);
end

```

```

    Mtap(Barra_fin(k), Barra_ini(k)) = tap(k);
end

% Matriz dos shunts
Mysh = zeros(nb, nb);
for k = 1:length(Barra_ini)
    Mysh(Barra_ini(k), Barra_fin(k)) = Ysh(k);
    Mysh(Barra_fin(k), Barra_ini(k)) = Ysh(k);
end

%% Início do Processo Iterativo
band = 0;
iter = 0;
while band == 0

    iter = iter + 1;
    % Cálculo dos resíduos das medidas
    for c = 1:nm

        % Calculo da potência ativa injetada na barra a
        if TM(c) == 1
            a = No_ini(c);
            P = 0;
            for b = 1:nb

                P = P + V(a)*V(b)*(G(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)) + B(a,b)*sin(Th(a)-
Th(b)));
            end
            Zcal(c) = P;
        end

        % Cálculo da potência reativa na barra a
        if TM(c) == 2
            a = No_ini(c);
            Q = 0;
            for b = 1:nb

                Q = Q + V(a)*V(b)*(G(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)) - B(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)));
            end
            Zcal(c) = Q;
        end

        % Cálculo do fluxo de potência ativa entre a barra a e b
        if TM(c) == 3
            a = No_ini(c);
            b = No_fin(c);
            P = (Mtap(a,b)*V(a))^2*Mg(a,b) -
Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b)) -
Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));
            Zcal(c) = P;
        end

        % Cálculo do fluxo de potência reativa entre a barra a e b
        if TM(c) == 4
            a = No_ini(c);
            b = No_fin(c);
            Q = -(Mtap(a, b)*V(a))^2*(Mb(a,b)+Mysh(a,b)) + Mtap(a,
b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b)) - Mtap(a,
b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));

```

```

        Zcal(c) = Q;
    end

    % "Cálculo" das tensões
    if TM(c) == 5
        a = No_ini(c);
        Zcal(c) = V(a);
    end

end

% Cálculo vetorial dos resíduos
r = Z - Zcal;

if W_var == 1
    for a = 1:nm
        if abs(1/r(a)) <= WPi;
            W(a,a) = abs(1/r(a));
        else
            W(a,a) = WPi;
        end
    end
end

%% Cálculo da matriz Jacobiana
cont1 = 0;
cont2 = 0;
cont3 = 0;
cont4 = 0;
cont5 = 0;
for c = 1:nm

    % Cálculo dos elementos Pi/Vi e Pi/Ti
    if TM(c) == 1
        cont1=cont1+1;
        a = No_ini(c);
        P = 0;
        Q = 0;
        for b = 1:nb
            P = P + V(a)*V(b)*(G(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)) + B(a,b)*sin(Th(a)-
Th(b)));
            Q = Q + V(a)*V(b)*(G(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)) - B(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)));
        end

        for b=1:nb
            if a==b
                PiVi(cont1,b) = (P + G(a,a)*V(a)^2)*1/V(a);
                PiTi(cont1,b) = -Q - B(a,a)*V(a)^2;
            else
                PiVi(cont1,b) = V(a)*(G(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)) +
B(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)));
                PiTi(cont1,b) = V(a)*V(b)*(G(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)) -
B(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)));
            end
        end
    end

    % Cálculo dos elementos Qi/Vi e Qi/Ti

```

```

if TM(c) == 2
    cont2 = cont2 + 1;
    a = No_ini(c);
    P = 0;
    Q = 0;
    for b = 1:nb
        P = P + V(a)*V(b)*(G(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)) + B(a,b)*sin(Th(a)-
Th(b)));
        Q = Q + V(a)*V(b)*(G(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)) - B(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)));
    end

    for b=1:nb
        if a==b
            QiVi(cont2,b) = (Q - B(a,a)*V(a)^2)*1/V(a);
            QiTi(cont2,b) = P - G(a,a)*V(a)^2;
        else
            QiVi(cont2,b) = V(a)*(G(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)) -
B(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)));
            QiTi(cont2,b) = -V(a)*V(b)*(G(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)) +
B(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)));
        end
    end
end

% Cálculo dos elementos Pij/Vi e Pij/Ti
if TM(c) == 3
    cont3 = cont3 + 1;
    a = No_ini(c);
    b = No_fin(c);
    P = (Mtap(a,b)*V(a))^2*Mg(a,b) - Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)+MDef(a,b)) - Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));
    Q = -(Mtap(a,b)*V(a))^2*(Mb(a,b)+Mysh(a,b)) + Mtap(a,
b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b)) - Mtap(a,
b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));

    for e=1:nb
        if a == e
            PijVi(cont3,e) = (P + (Mtap(a,b)^2)*Mg(a,b)*V(a)^2)*1/(V(a));
            PijTi(cont3,e) = -Q - (Mtap(a,b)*V(a))^2*(Mb(a,b) + Mysh(a,b));
        elseif b == e
            PijVi(cont3,e) = -Mtap(a,b)*V(a)*(Mg(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)+MDef(a,b)) + Mb(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b)));
            PijTi(cont3,e) = Q + (Mtap(a,b)*V(a))^2*(Mb(a,b) + Mysh(a,b));
        else
            PijVi(cont3,e) = 0; % recém adicionado
            PijTi(cont3,e) = 0; % recém adicionado
        end
    end
end

% Cálculo dos elementos Qij/Vi e Qij/Ti
if TM(c) == 4
    cont4 = cont4 + 1;
    a = No_ini(c);
    b = No_fin(c);
    P = (Mtap(a,b)*V(a))^2*Mg(a,b) - Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)+MDef(a,b)) - Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));

```

```

        Q = -(Mtap(a, b)*V(a))^2*(Mb(a,b)+Mysh(a,b)) + Mtap(a,
b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b)) - Mtap(a,
b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));
        for e=1:nb
            if a == e
                QijVi(cont4,e) = (Q - (Mtap(a,b)*V(a))^2*(Mb(a,b) +
Mysh(a,b)))*1/V(a);
                QijTi(cont4,e) = P - (Mtap(a,b)*V(a))^2*Mg(a,b);
            elseif b == e
                QijVi(cont4,e) = Mtap(a,b)*V(a)*(-Mg(a,b)*sin(Th(a)-
Th(b)+MDef(a,b)) + Mb(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b)));
                QijTi(cont4,e) = -P + (Mtap(a,b)*V(a))^2*Mg(a,b);
            else
                QijVi(cont3,e) = 0; %%% recém adicionado
                QijTi(cont3,e) = 0; %%% recém adicionado
            end
        end
    end
end

%% Cálculo dos elementos Vi/Vi e Vi/Ti
if TM(c) == 5
    cont5 = cont5 + 1;
    a = No_ini(c);
    for b = 1:nb
        if a == b
            ViVi(cont5,b) = 1;
            ViTi(cont5,b) = 0;
        else
            ViVi(cont5,b) = 0;
            ViTi(cont5,b) = 0;
        end
    end
end
end
end

H = [ PiVi  PiTi;...
      QiVi  QiTi;...
      PijVi PijTi;...
      QijVi QijTi;...
      ViVi  ViTi];

%% Atualização das variáveis de estado
Ganho = H'*W*H; % Cálculo da matriz Ganho
Ganho(nb+1,nb+1)=1e10; % Artificio para desconsiderar theta1
Dx = Ganho\H'*W*r'; % Cálculo dos Deltas das tensões e fasores
for a = 1:nb
    V(a) = V(a) + Dx(a);
    Th(a) = Th(a) + Dx(nb+a);
end

%% Teste de convergência
if max(abs(Dx)) < tol
    band=1;
end

end

%% DETECÇÃO DE ERROS

```

```

J = 0;
for a = 1:nm
    J = J + W(a,a)*r(a)^2;
end

%% TESTE QUI-QUADRADO
if GL>30 && GL<=60
    quociente = fix(GL/5);
    resto = GL - quociente*5;
    if resto>2.5
        GL = (quociente+1)*5;
    else
        GL = quociente*5;
    end
elseif GL>60 && GL<=120
    quociente = fix(GL/10);
    resto = GL - quociente*10;
    if resto>5
        GL = (quociente+1)*10;
    else
        GL = quociente*10;
    end
end
end
Prob = num2str(Prob);
GL = num2str(GL);
qui_quadrado = tabela_qui_quadrado{GL,Prob};

%% CALCULO DOS FLUXOS DE POTENCIA NAS LINHAS
for x = 1:length(Barra_ini)
    k = Barra_ini(x);
    m = Barra_fin(x);
    a = find(Barra_No == k);
    b = find(Barra_No == m);
    Pij(x) = (Mtap(a,b)*V(a))^2*Mg(a,b) - Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)+MDef(a,b)) - Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));
    Pji(x) = V(b)^2*Mg(a,b) - Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)+MDef(a,b)) + Mtap(a,b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));
    Qij(x) = -(Mtap(a, b)*V(a))^2*(Mb(a,b)+Mysh(a,b)) + Mtap(a,
b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*cos(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b)) - Mtap(a,
b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));
    Qji(x) = -V(b)^2*(Mb(a,b)+Mysh(a,b)) + Mtap(a, b)*V(a)*V(b)*Mb(a,b)*cos(Th(a)-
Th(b)+MDef(a,b)) + Mtap(a, b)*V(a)*V(b)*Mg(a,b)*sin(Th(a)-Th(b)+MDef(a,b));
end

%% IDENTIFICAÇÃO DE ERROS

Rz = inv(W); % Calculo da matriz covariância
Rzest = H*(Ganho)^-1*H';
Rr = Rz - Rzest;
rNorm = zeros(1, nm);
for a=1:nm
    rNorm(a) = r(a)*(Rr(a,a))^-1/2;
end
rNorm;
rNormAbs = abs(rNorm);
[maiorValor, posValor] = max(rNormAbs);

arquivo_txt = sprintf('Resultados %d B R%.0f.txt', nb, maiorValor);
diary (arquivo_txt)

```

```

%% Apresentação de resultados
fprintf('\n')
fprintf('*****\n')
fprintf('
                Teste qui-quadrado                \n')
fprintf('*****\n')
if J > qui_quadrado
    fprintf('Qui-quadrado tabelado = %.5f\n', qui_quadrado)
    fprintf('Foi detectado erro no conjunto de medições: J(x) = %.5f\n', J)
    fprintf('Maior Residuo Normalizado, Posicao, Medida = %.5f %d %.5f \n',
maiorValor, posValor, Z(posValor))
    nome_fasores = sprintf('Comparacao dos fasores %d B R%.0f com Erro.png', nb,
maiorValor);
    nome_tensoes = sprintf('Comparacao das tensoes %d B R%.0f com Erro.png', nb,
maiorValor);
else
    fprintf('Qui-quadrado tabelado = %.5f\n', qui_quadrado)
    fprintf('Não foi detectado erro no conjunto de medições: J(x) calculado =
%.5f\n', J)
    fprintf('Maior Residuo Normalizado, Posicao, Medida = %.5f %d %.5f \n',
maiorValor, posValor, Z(posValor))
    nome_fasores = sprintf('Comparacao dos fasores %d B R%.0f sem Erro.png', nb,
maiorValor);
    nome_tensoes = sprintf('Comparacao dos tensoes %d B R%.0f sem Erro.png', nb,
maiorValor);
end

fprintf('*****\n')
fprintf('
                Variáveis de estado                \n')
fprintf('*****\n')
fprintf('%14s %12s %12s \n','i','Vi','Thi')
for a = 1:nb
    fprintf('%14d %16.4f %11.4f\n',Barra_No(a),V(a),Th(a)*180/pi)
end

fprintf('*****\n')
fprintf('
                Fluxos de potência                \n')
fprintf('*****\n')
fprintf('%8s %8s %9s %10s %11s %10s \n','i','j','Pij','Qij','Pji','Qji')
for a = 1:n1
    fprintf('%8d %8d %12.4f %10.4f %11.4f
%10.4f\n',Barra_ini(a),Barra_fin(a),Pij(a),Qij(a),Pji(a),Qji(a))
end

fprintf('*****\n')
fprintf('
                Medidas do sistema                \n')
fprintf('*****\n')
fprintf('%16s %10s %14s %8s %11s \n','TMi','Zi','Zcali','ri','Wii')
for a = 1:nm
    fprintf('%14d %16.4f %10.4f %10.6f %9.2f\n',TM(a),Z(a),Zcal(a),r(a),W(a,a))
end
diary off

```

```

figure
plot(Med_No, Z, 'r', Med_No, Zcal, 'b--')
ylabel('Valor em pu de cada medida')
xlabel('Número da medida')
legend('Conjunto de medições', 'Medições Estimadas', 'location', 'best')
grid on
axis([0 nm+2 min(Z)-0.1 max(Z)+0.1])

figure
plot(Barra_No, V, 'b-o', 1:length(V_weck), V_weck, 'r-x')
% hold on
% for i = 1:length(Barra_No)
%     text(Barra_No(i), V(i), num2str(V(i)), 'HorizontalAlignment', 'left',
%         'VerticalAlignment', 'bottom')
% end
% hold off
ylabel('Valor em pu')
xlabel('Barras do Sistema')
legend("Tensões EEMQP", "Tensões Reais do sistema", 'location', 'best')
axis([0 nb+1 min(V)-0.01 max(V)+0.01])
grid on
saveas(gcf, nome_tensoes);

figure
Th = rad2deg(Th);
plot(Barra_No, Th, 'b-o', 1:length(Th_weck), Th_weck, 'r-x')
% hold on
% for i = 1:length(Barra_No)
%     text(Barra_No(i), Th(i), num2str(Th(i)), 'HorizontalAlignment', 'left',
%         'VerticalAlignment', 'bottom')
% end
% hold off
ylabel('Valor em graus')
xlabel('Barras do Sistema')
legend('Fasores EEMQP', 'Fasores reais', 'location', 'best')
axis([0 nb+1 min(Th)-1 max(Th)+1])
grid on
saveas(gcf, nome_fasores);

```