



# Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Algumas Possibilidades

Joice Caroline Sander Pierobon Gomes

PRODUTO EDUCACIONAL

Mestrado Profissional em Educação Matemática

UTFPR câmpus Londrina/Cornélio Procópio

2018

PPG **MAT**  
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

**JOICE CAROLINE SANDER PIEROBON GOMES**

**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: ALGUMAS POSSIBILIDADES**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática Câmpus Londrina/ Cornélio Procópio – PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Karina Alessandra Pessoa da Silva

LONDRINA

2018

## TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação e o seu respectivo Produto Educacional estão licenciados sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.



# Apresentação

Caro(a) Colega Professor(a)

Este Produto Educacional representa o resultado gerado a partir de nossa Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática do programa de pós-graduação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, câmpus Londrina/Cornélio Procópio.

A partir da dissertação intitulada “Professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em práticas de Modelagem Matemática” e pelas considerações apresentadas pela banca durante o exame de qualificação, construímos um material de apoio, denominado caderno de atividades, tendo como objetivo sugerir encaminhamentos que podem ser desenvolvidos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental e a estudantes de cursos de formação de professores para este nível de escolaridade que queiram vivenciar/modificar práticas pedagógicas para o ensino de Matemática que utilizem como fio condutor a Modelagem Matemática.

As atividades de Modelagem Matemática e os encaminhamentos propostos, foram desenvolvidos e sugeridos por participantes de um projeto de extensão – GEAMAI<sup>1</sup> - que tinham como objetivo proporcionar as professoras dos anos iniciais inseridas no grupo, vivências com diferentes tendências da Educação Matemática, como foco para solucionar problemas relativos às práticas de sala de aula. Expressamos nosso profundo agradecimento a essas pessoas, pois a elaboração deste caderno foi diretamente influenciada pelas discussões/reflexões que se fizeram presentes nos encontros do GEAMAI.

Deste modo, nosso intuito é oferecer a você leitor, um material de incentivo, que apresenta a Modelagem Matemática como uma alternativa capaz de motivar seus alunos a uma participação ativa na construção do seu próprio conhecimento, partindo de situações não necessariamente matemáticas. Um grande Abraço!

Joice Caroline Sander Pierobon Gomes  
Karina Alessandra Pessoa da Silva

---

<sup>1</sup> O GEAMAI se instituiu no ano de 2017 e foi estabelecido a partir da parceria entre duas instituições públicas de Ensino Superior, sendo uma estadual (Universidade Estadual de Londrina - UEL) e outra federal (Universidade Tecnológica Federal do Paraná -UTFPR), ambas localizadas na cidade de Londrina-PR. Dentre os participantes estão: professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, professoras formadoras das instituições parceiras, alunos de graduação de licenciatura em matemática e química, alunos de iniciação científica e uma aluna de mestrado.

# Sumário

INTRODUÇÃO.....	5
1. MODELAGEM MATEMÁTICA	
1.1.SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	8
1.2.MODELAGEM MATEMÁTICA: O QUE É? POR QUE USAR? E COMO UTILIZÁ-LA?.....	9
1.3.PORQUE UTILIZAR MODELAGEM MATEMÁTICA DESDE OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL?.....	13
1.4.COMO UTILIZAR MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL?.....	15
2. TRÊS SITUAÇÕES: ALGUMAS POSSIBILIDADES.....	20
2.1.POSSIBILIDADES PARA TEMÁTICA SUCO DE LARANJA.....	21
QUERO FAZER SUCO, MAS DE QUANTAS LARANJAS PRECISO?.....	21
O QUE COMPENSA MAIS, COMPRAR SUCO OU FAZÊ-LO EM CASA?.....	25
QUANTO SUCO PRODUZ UMA CAIXA DE LARANJAS?.....	28
2.2.POSSIBILIDADES PARA TEMÁTICA ROTINA DIÁRIA.....	31
AS AULAS COMEÇARAM, E AGORA?.....	31
PARA QUE SERVE A ROTINA?.....	35
2.3.POSSIBILIDADES PARA TEMÁTICA CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM.....	37
QUEM VIVE MAIS?.....	37
3. REFERÊNCIAS.....	45

# Introdução

A busca pela melhoria do ensino tem ganhado destaque no debate público. Entre elas, a necessidade de melhorar decisivamente a qualidade da educação básica. Para tanto, o documento atual normativo, intitulado Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017) é responsável por definir o conjunto de aprendizagens essenciais que o aluno deve desenvolver ao longo de todas as etapas e modalidades da Educação Básica, ou seja, indica competências e habilidades das quais espera-se que o aluno desenvolva durante todo período escolar. Deste modo busca-se uma formação humana do educando na construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

O documento supracitado além de apresentar novos conceitos com relação ao currículo das diferentes disciplinas destacando aprendizagens essenciais tanto para o Ensino Infantil como Ensino Fundamental, destaca também uma nova postura do professor em sala de aula, ou seja, o documento propõe uma transformação na atuação do educador de modo que o mesmo deixe de ser o detentor único do saber, passando a se tornar um mediador que mostra caminhos, orienta e auxilia, deixando o aluno construir seu próprio conhecimento.

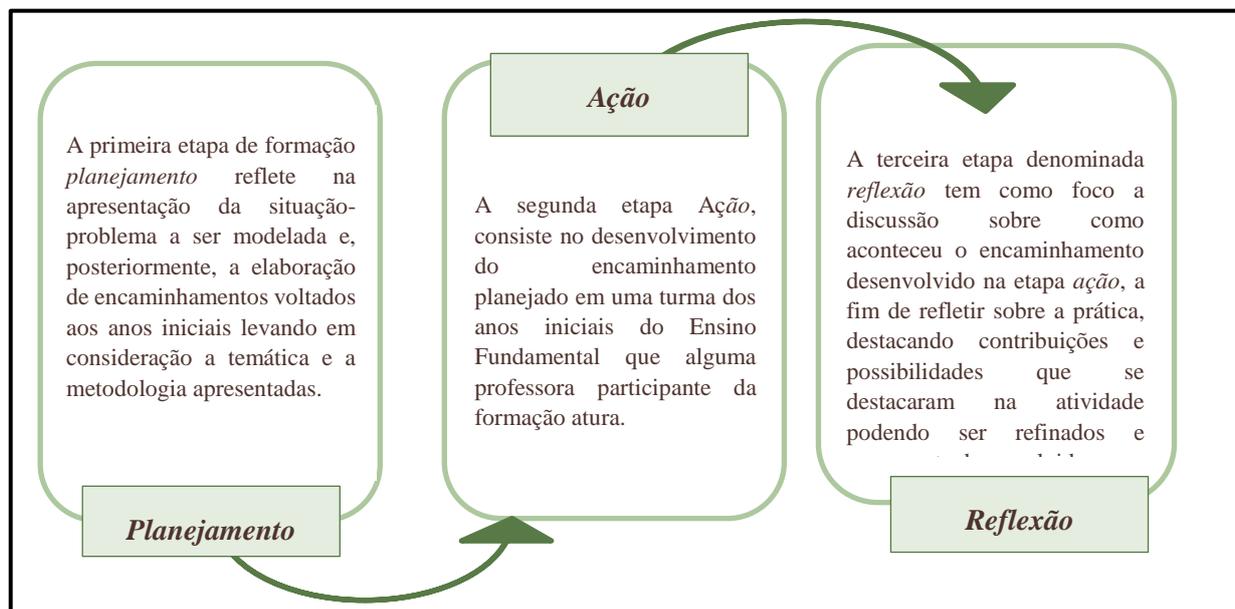
Neste sentido, diversos programas de formação de professores que ensinam matemática vêm tomando espaço desde as últimas décadas em contextos de formação inicial e continuada (CURI, 2005) tanto em nível nacional quanto internacional, de modo a oferecer oportunidades de aperfeiçoamento profissional nas diferentes modalidades da Educação Básica.

Face às considerações destacadas, ressaltamos a importância da formação inicial e continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental<sup>2</sup>, denominados polivalentes, visto que são responsáveis por lecionar diversas disciplinas numa mesma modalidade da Educação Básica (GARCIA, 1999). Para tanto apresentamos três sugestões de atividades que foram planejadas após uma formação continuada de professores em que, inspirados nos estudos de aula, deveriam vivenciar etapas de *planejamento*, *ação* e *reflexão* para cada temática, sendo elas SUCO DE LARANJA, ROTINA DIÁRIA e CÃO, O MELHOR AMIGO DO HOMEM. Considerando a temática Modelagem Matemática na

---

<sup>2</sup> A referência anos iniciais passou a ser utilizada no estabelecimento do regime de nove anos.

formação de professoras dos anos iniciais, nosso intuito foi elencar algumas características desta metodologia durante as etapas de Formação realizadas no grupo de estudos GEAMAI.



**Quadro 1:** Etapas de formação planejamento, ação e reflexão  
**Fonte:** Autores, 2018

Assim, como os Estudos de Aula, o processo de formação em Modelagem Matemática centrou-se exclusivamente na ação das professoras nas três etapas descritas anteriormente. Deste modo justificamos nossas ações em promover uma formação continuada as professoras dos anos iniciais visto que a Modelagem Matemática ainda não se encontra como práticas pedagógicas neste nível de ensino (BURAK; KAVIATKOVSKI, 2014). Deste modo proporcionamos as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental um modelo de formação centrado nas ações do professor, para que o mesmo tenha a oportunidade de aprofundar reflexões acerca de suas próprias práticas.

Deste modo, acreditamos que o processo de formação continuada pautado na ação do professor pode promover mudanças benéficas tanto do ponto de vista teórico, quanto prático, uma vez que os professores assumem a posição de protagonistas no contexto da formação e colaborativamente vivenciam uma relação de parcerias estabelecendo mudanças na prática educativa, pois se desenvolvem pessoal e profissionalmente.

Sendo assim, abordamos neste caderno, três capítulos para o professor que deseja conhecer e/ou modificar suas práticas se aprofundando sobre tendências da Educação Matemática, em especial Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. No capítulo 1, trazemos uma discussão a respeito da concepção de Modelagem Matemática abordada na dissertação na qual nos baseamos teoricamente

(ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) e na sequência, discutimos algumas questões “Como são compreendidos os modelos matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental”, “Como encaminhar uma atividade de Modelagem Matemática” e “Porque utilizá-la neste nível de ensino”.

Assim, refletimos sobre a Formação de Professores em Modelagem Matemática, a fim de apresentá-la como potencial na prática pedagógica do professor dos anos iniciais em aulas de Matemática, pois concordamos com Blum *et al.* (2007) ao destacar a necessidade de desenvolver no professor uma formação de modo a proporcionar mudanças com relação a sua prática.

Posteriormente no capítulo 2, descrevemos um encaminhamento para cada atividade, que pode ser abordado em diferentes turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental e trazemos outras possibilidades que surgiram a partir de considerações, reflexões e discussões com uso das mesmas situações-problemas. Ao final de cada possibilidade trazemos um esquema caracterizando as fases da Modelagem Matemática.

Por fim, sinalizamos ao leitor nossas considerações para o uso deste material e esperamos que ele possa ser fonte de inspiração e reflexão e, possa contribuir para fortalecer as práticas de professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, além de propiciar conhecimento sobre diferentes tendências, em especial Modelagem Matemática para este nível da educação básica.

# 1. MODELAGEM MATEMÁTICA

## 1.1. SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A partir do século XIX, o ensino de matemática passou por grandes transformações. A primeira delas foi a “expansão da escolaridade e o abandono de um sistema arcaico, seletivo e aristocrático de educação” (BASTOS, 2018, p.18). Deste modo houve a necessidade de uma reestruturação da matemática e do ensino de matemática. Com isso, novos currículos foram reformulados dentro das universidades, de modo a aproximar a nova linguagem matemática adquirida no século XX com a matemática do ensino médio. Esse processo foi conhecido como Movimento da Matemática Moderna (BASTOS, 2018).

O movimento supracitado tinha como objetivo aproximar a Matemática trabalhada na escola básica com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área. Deste modo, ações referentes ao currículo e aos conteúdos foram reformuladas ao longo dos anos. No entanto, somente a partir da década de 1970 foi que, de acordo com Burak e Klüber (2008), passou a considerar outros aspectos envolvidos no processo de ensino e de aprendizagem de matemática.

A partir de então, de acordo com Bastos (2018), um novo movimento passou a ser incorporado, o movimento da Educação Matemática, no qual tinha como foco, a busca por soluções de problemas relacionados ao processo de ensino e aprendizagem. Neste sentido, o movimento considerava tanto,

[...] a capacidade cognitiva do sujeito que aprende, a sua cultura, os fatores sociais e econômicos e a língua materna; como buscava inserir no currículo, conteúdos que até então não faziam parte do programa escolar, como estruturas algébricas, teorias de conjuntos, topologia, transformações geométricas e assim por diante (BASTOS, 2018, p. 21).

Deste modo, o declínio da Matemática Moderna e os novos desafios educacionais da atualidade, fizeram com que pesquisadores voltassem seus olhares ao ensino de matemática, propondo novas “metodologias que contribuíssem com a formação de cidadãos críticos e conscientes dos seus direitos e deveres e que percebessem relações interdisciplinares” (BASTOS, 2018. p. 21).

De acordo com Kaviatkovski (2012), foi em meados da década de 1970 e 1980, que se constituiu a SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, e os primeiros programas de pós-graduação em Educação Matemática no Brasil. Neste momento, a Modelagem Matemática também foi inserida no cenário da Educação Matemática brasileira e passou a ser encarada como uma possibilidade para o ensino da Matemática na escola (MUTTI, 2016).

Biembengut (2009) relata como precursores da Modelagem Matemática no Brasil, Aristides Camargo Barreto e Rodney Carlos Bassanezi, ambos responsáveis por realizar experiências de Modelagem na Educação Matemática em cursos de formação continuada e de pós-graduação, e ainda representar o Brasil em congressos internacionais apresentando trabalhos sobre a temática. Assim puderam implementar na teoria e na prática, propostas de Modelagem das quais eram semelhantes àquelas que ocorriam em alguns países da Europa e Estados Unidos (BASTOS, 2018).

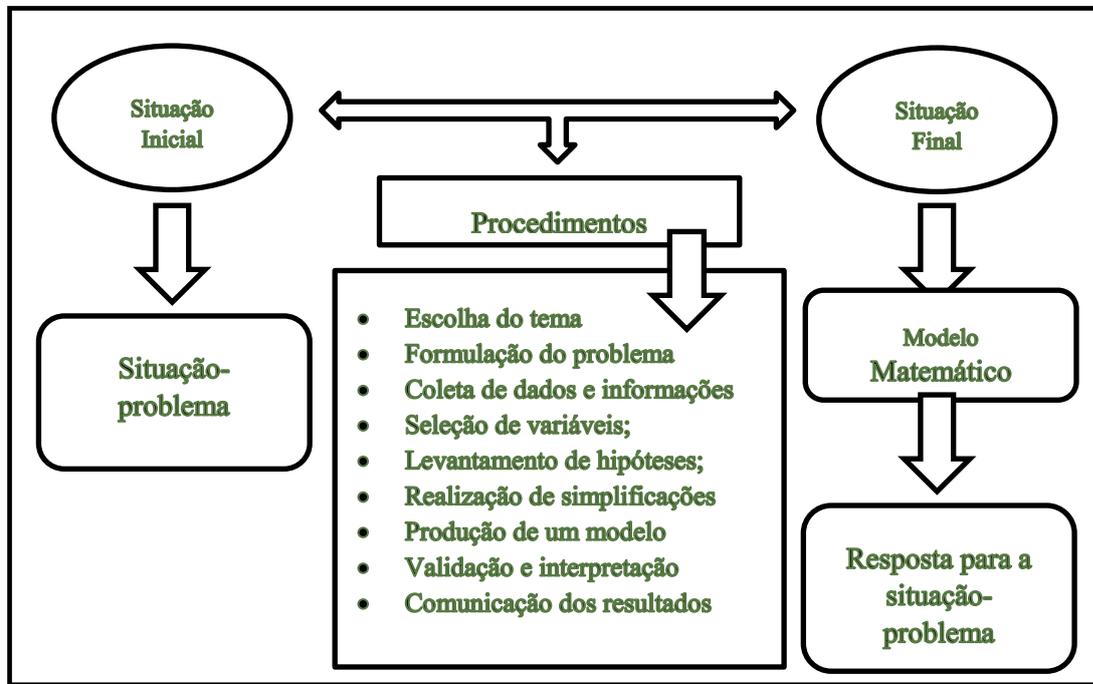
## 1.2. MODELAGEM MATEMÁTICA: O QUE É? POR QUE USAR? E COMO UTILIZÁ-LA?

Atualmente na literatura nacional, coexistem diferentes maneiras de definir Modelagem na perspectiva da educação matemática (LUNA; SOUZA, 2014). Dentre essas caracterizações as autoras destacam Modelagem Matemática como alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), processos de obtenção de modelos matemáticos (BIEMBENGUT; HEIN, 2003), projetos de modelagem (MALHEIROS, 2008), ambientes de aprendizagem (BARBOSA, 2003), práticas de modelagem (BURAK, 2014) entre outras.

Para nossa pesquisa, fundamentamos nas assertivas de Almeida, Silva e Vertuan (2012), que concebem a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica na qual se faz uma abordagem, por meio da matemática de um problema não essencialmente matemático. Para isso, parte-se de uma situação problemática (em que se define um problema) e, seguindo um encaminhamento matemático, chega-se a uma situação final (solução para o problema). O encaminhamento da situação problemática para a situação final requer do modelador uma série de procedimentos, os quais são descritos no esquema da Figura 1.

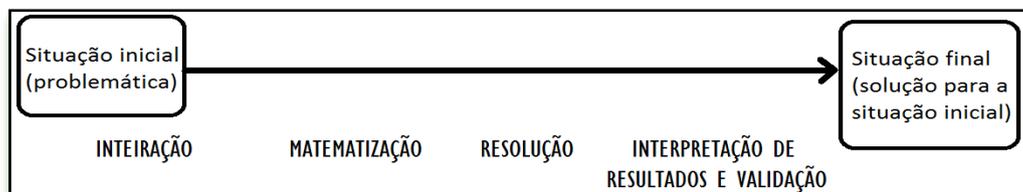
Neste sentido, os autores definem a situação inicial - situação final como sendo a relação entre a realidade (situação inicial) e a matemática (procedimentos) em que ambas “servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos possam

sejam acionados e/ou produzidos e integrados” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 12). Assim, compreendemos que a partir da situação inicial (situação-problema) passa-se por procedimentos para então se chegar a situação final (modelo matemático) que representa a resposta para a situação-problema.



**Quadro 2:** Esquema associado a uma atividade de Modelagem Matemática  
**Fonte:** Tortola; Almeida (2014, p. 64)

Partir de um problema e obter uma solução (modelo) para o mesmo, devemos levar em consideração alguns procedimentos, “fases” que são essenciais no momento de configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema, caracterizados por Almeida, Silva e Vertuan (2012), como **inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação**. Na Figura 2 são apresentadas de forma concisa as fases da modelagem conforme os autores supracitados.



**Figura 1 –** fases da Modelagem Matemática  
**Fonte:** Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15)

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012) as fases podem ser caracterizadas como segue:

O termo "inteiração" remete a "ato de inteirar-se", "informar-se sobre", "torna-se ciente de". Em termos da atividade de Modelagem Matemática, essa etapa representa um primeiro contato com uma situação-problema que se pretende estudar com a finalidade de conhecer as características e especificidades da situação. Implica, portanto, cercar-se de informações sobre essa situação por meio da coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos.

[...] A situação-problema identificada e estruturada na fase de inteiração, de modo geral, apresenta-se em linguagem natural e não parece diretamente associada a uma linguagem matemática, e assim gera-se a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática). Essa linguagem matemática evidencia o problema matemático a ser resolvido. A busca e elaboração de uma representação matemática são mediadas por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados para representar matematicamente essas características.

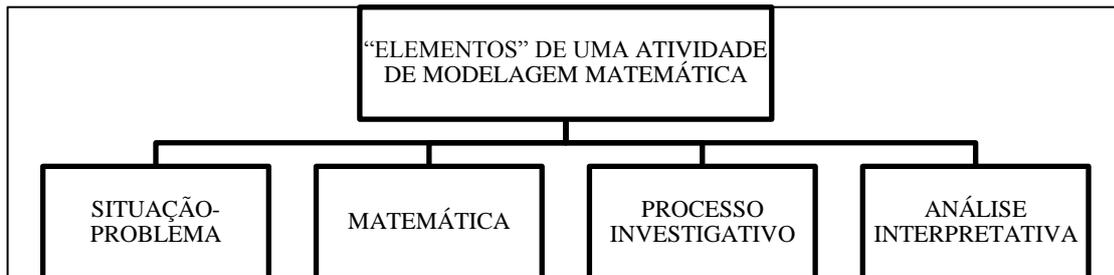
[...] Esta fase consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e até mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo

[...] A interpretação de resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto a adequação da representação para a situação (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15-16).

No entanto, os autores defendem que mesmo que essas fases se constituam em procedimentos necessários para uma atividade de Modelagem Matemática, as mesmas podem não acontecer de maneira linear, por ocasionar constantes "idas e vindas" entre as fases durante o desenvolvimento da atividade. Almeida, Silva e Vertuan, (2012) finalizam que a fases em uma atividade de Modelagem Matemática:

Coloca em evidência aspectos de caracterizam a Modelagem Matemática: o início é uma situação-problema; os procedimentos de resolução não são pré-definidos e as soluções não são previamente conhecidas; ocorre a investigação de um problema; conceitos matemáticos são introduzidos ou aplicados; ocorre a análise da solução (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17).

Deste modo os autores evidenciam elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática e constroem um esquema (Figura 3).



**Figura 2:** Elementos que caracterizam uma atividade de Modelagem Matemática  
**Fonte:** Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17)

Conceitos e procedimentos matemáticos que emergem na busca pela solução para o problema se fazem presentes por meio de linguagem matemática, por meio de representação matemática que pode ser expressa por símbolos, diagramas, gráficos, expressões algébricas ou geométricas. A essa representação matemática, a literatura convencionou denotar como modelo matemático. Neste sentido, Bassanezi (2002) destaca que a Modelagem Matemática:

[...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (BASSANEZI, 2002, p. 24).

Almeida, Tortola e Merli (2012), complementam estas ideias destacando que a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. Para os autores, modelo matemático, é o que “dá forma” à solução do problema e a Modelagem Matemática é a “atividade” de busca por esta solução. Essa “forma” é entendida como um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012).

Os autores, Doerr e English (2003) descrevem que um modelo matemático pode ser entendido como um sistema de elementos, operações, relações e regras, e pode ser utilizado para descrever, explicar ou prever o comportamento de algum outro sistema conhecido, associado a uma situação proveniente do mundo real que pode ser representada por meio da escrita de símbolos, diagramas e gráficos.

Deste modo, conceituamos modelo como sendo “uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.13), sendo assim, uma tabela, um gráfico, uma equação, entre outros podem ser

considerados como modelos matemáticos. Tortola e Almeida (2016), complementam ainda que diferentes estruturas matemáticas podem ser utilizadas pelos alunos para expressar modelos, podendo ser constituídos por inúmeras representações, sendo elas tabulares, pictóricas, descritivas, gráficas, textuais, entre outros.

Sendo assim, um modelo matemático é, portanto, uma representação que se dá a partir da tradução da linguagem natural do fenômeno para uma linguagem matemática que pode ser formulado a depender da matemática utilizada, ou seja, a diversidade de modelos (representações) a ser obtido vai depender de como se aborda a atividade, e em que nível de escolaridade se encontram os modeladores a fim de aconteça uma sofisticação com o passar dos anos.

### 1.3. PORQUE UTILIZAR MODELAGEM MATEMÁTICA DESDE OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL?

Os anos iniciais do Ensino Fundamental é considerado como uma das etapas mais importante da educação de uma criança. Neste sentido, Brasil (2018) complementa essa assertiva justificando essa importância, por ser nesta etapa que as crianças formarão suas opiniões e darão início a construção de conceitos matemáticos.

Tortola (2016) sinaliza que, a inserção da Modelagem Matemática no contexto escolar desde os primeiros anos contribui no desenvolvimento de habilidades, uma vez que em uma atividade de Modelagem Matemática os dados para resolver o problema não estão explícitos no enunciado, deste modo, ao resolvê-lo, os alunos demonstram mais autonomia ao passo que produzem seus próprios dados para a situação investigada.

Assim, propor aos alunos que busquem informações, faz com que os mesmos tenham a capacidade de avaliar quais dados, hipóteses são úteis para contribuir na solução do problema, ou ainda, se necessário, produzir tais dados, utilizando para isso, instrumentos apropriados para coleta.

Tortola e Almeida (2016), complementam que nos anos iniciais há um refinamento no uso das estruturas matemáticas e no rigor com que são produzidas, além de um olhar mais autônomo com relação às regras e convenções estabelecidas no jogo de linguagem da matemática.

Autores como Burak (1994), Burak (2014) e Silva e Klüber (2014) defendem a ideia de que o uso de atividades de Modelagem Matemática podem ser inseridas em qualquer

nível de ensino, alterando apenas a maneira que se deve enfatizar a atividade, ou seja, para os anos iniciais o professor deve se preocupar mais com o processo do que apenas criar modelos matemáticos. E isso se deve ao fato de que neste nível da Educação Básica, as estruturas matemáticas ainda estão em processo de construção, devendo apenas nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio a criação de modelos de forma mais sistemática (BURAK, 1994).

Para Maaß (2005), propor atividades de Modelagem Matemática a partir dos anos iniciais faz com que os estudantes tenham uma outra visão da matemática que é pregada nas escolas, ou seja, os alunos passam a modificar a crença de que a matemática é apenas uma ciência objetiva e inquestionável.

Sendo assim, a Modelagem Matemática nos anos iniciais coloca o aluno no papel de construtor de suas próprias ideias e conceitos matemáticos, tendo o papel de sujeito da aprendizagem (BURAK, 2014). E o professor atua como mediador dessa aprendizagem, apresentando um ensino problematizador, dialógico, investigativo e interdisciplinar (SILVA; KLÜBER, 2014).

Há mais de vinte anos é defendida a utilização da Modelagem Matemática nos anos iniciais (VELEDA; UNIAT, 2017). No entanto, Machado (2008) destaca que são pouquíssimos os trabalhos que tratam desse tema na Educação infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, e Tortola (2016), relata em sua tese que esse cenário vem se modificando, tanto em nível nacional quanto em nível internacional.

Burak e Kaviatkovski (2016) destacam dois motivos incidentes a respeito da dificuldade em se desenvolver Modelagem Matemática nestas etapas de escolarização, a formação de quem ensina matemática, e a forma de ver e conceber a Modelagem Matemática.

Deste modo, podemos inferir que a respeito do primeiro motivo, a falta de conhecimento é o maior empecilho, ao passo que o segundo motivo se concentra no ensino de conteúdo, o que implica considerar a natureza dos objetos em discussão. Machado (2008) destaca, em sua dissertação, a relevância em se desenvolver atividades de ensino que estejam ligadas ao lúdico e à realidade cotidiana das crianças.

Neste sentido podemos considerar que a Modelagem Matemática pode ser inserida na educação infantil e anos iniciais, porém é necessário destacar também o papel da formação do professor, como salienta Larrosa (1999, p. 52), “[...] uma viagem aberta em que pode acontecer qualquer coisa, e na qual não se sabe onde se vai chegar, nem mesmo se vai chegar a algum lugar”.

#### 1.4. COMO UTILIZAR MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL?

Com base nas leituras realizadas e na pesquisa de mestrado, construímos um quadro para tirar algumas dúvidas sobre o desenvolvimento de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

<b>CONFIGURAÇÕES ESTRUTURADAS DE COMO FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL</b>									
<b>Porque escolher a Modelagem Matemática para minhas aulas?</b>	<p>Em primeiro lugar, o professor que deseja ensinar Modelagem Matemática precisa aprender a fazer modelagem, em sua essência, no processo de desenvolvimento, em suas raízes e utilizá-la como estratégia de ensino da matemática.</p> <p>Em segundo lugar, ter em mente que a Modelagem Matemática pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por conteúdos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente os fenômenos do cotidiano. Para tanto, conhecer os limites e métodos da instituição de ensino; conhecer a turma (conceitos e particularidades dos alunos) e analisar o tempo destinado a atividade, são elementos essenciais que o professor deve enfatizar ao escolher Modelagem Matemática para suas aulas.</p>								
<b>Em que turmas posso desenvolver a atividade?</b>	<p>No que se refere ao espaço a desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, evidenciamos três situações favoráveis ao seu desenvolvimento:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Situação</th> <th>Considerações</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Na própria aula de matemática</td> <td>Quando se desenvolve uma atividade de Modelagem Matemática no âmbito da própria aula de matemática busca-se evidentemente trabalhar conceitos matemáticos, que podem ser introduzidos, ou complementados. Devemos destacar que pode acontecer de emergir um conteúdo que não consta no currículo estabelecido para determinada série. No entanto, durante o período regular o cronograma curricular é rígido, ou seja, pré-estabelecido o que pode impedir o professor de avançar em conceitos e procedimentos.</td> </tr> <tr> <td>Em horários e espaços extraclasse</td> <td>Desenvolver atividades em horários extraclasse faz com que o professor tenha mais flexibilidade com relação a conceitos e procedimentos, visto que tem liberdade de tempo e espaço.</td> </tr> <tr> <td>Combinando essas duas situações</td> <td>Combinar as duas situações anteriores proporciona momentos em que se pode aprofundar mais em conceitos pré-estabelecidos para determinada série (na aula de matemática), mas também avançar em conceitos e procedimentos (horário extraclasse). Desta forma o professor pode optar até por desenvolver projetos que incluam outras disciplinas (interdisciplinaridade).</td> </tr> </tbody> </table>	Situação	Considerações	Na própria aula de matemática	Quando se desenvolve uma atividade de Modelagem Matemática no âmbito da própria aula de matemática busca-se evidentemente trabalhar conceitos matemáticos, que podem ser introduzidos, ou complementados. Devemos destacar que pode acontecer de emergir um conteúdo que não consta no currículo estabelecido para determinada série. No entanto, durante o período regular o cronograma curricular é rígido, ou seja, pré-estabelecido o que pode impedir o professor de avançar em conceitos e procedimentos.	Em horários e espaços extraclasse	Desenvolver atividades em horários extraclasse faz com que o professor tenha mais flexibilidade com relação a conceitos e procedimentos, visto que tem liberdade de tempo e espaço.	Combinando essas duas situações	Combinar as duas situações anteriores proporciona momentos em que se pode aprofundar mais em conceitos pré-estabelecidos para determinada série (na aula de matemática), mas também avançar em conceitos e procedimentos (horário extraclasse). Desta forma o professor pode optar até por desenvolver projetos que incluam outras disciplinas (interdisciplinaridade).
Situação	Considerações								
Na própria aula de matemática	Quando se desenvolve uma atividade de Modelagem Matemática no âmbito da própria aula de matemática busca-se evidentemente trabalhar conceitos matemáticos, que podem ser introduzidos, ou complementados. Devemos destacar que pode acontecer de emergir um conteúdo que não consta no currículo estabelecido para determinada série. No entanto, durante o período regular o cronograma curricular é rígido, ou seja, pré-estabelecido o que pode impedir o professor de avançar em conceitos e procedimentos.								
Em horários e espaços extraclasse	Desenvolver atividades em horários extraclasse faz com que o professor tenha mais flexibilidade com relação a conceitos e procedimentos, visto que tem liberdade de tempo e espaço.								
Combinando essas duas situações	Combinar as duas situações anteriores proporciona momentos em que se pode aprofundar mais em conceitos pré-estabelecidos para determinada série (na aula de matemática), mas também avançar em conceitos e procedimentos (horário extraclasse). Desta forma o professor pode optar até por desenvolver projetos que incluam outras disciplinas (interdisciplinaridade).								

<p><b>Como fazer com que alunos que não estão familiarizados com a Modelagem Matemática desenvolvam atividades?</b></p>	<p>Para iniciar uma atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental você pode optar pela roda de conversa, muito habitual neste nível de ensino e não há necessidade de preparação prévia dos participantes quanto ao assunto, pois o que se quer é levantar aspectos da questão em pauta considerados relevantes, social ou individualmente (GATTI, 2005).</p> <p>Utilizar a roda de conversa e leituras de textos literários podem ser práticas pedagógicas em atividades de Modelagem Matemática nos anos iniciais que podem contribuir para o relacionamento e a interação entre professor-aluno, ao mesmo tempo e entre alunos-colegas, desta forma o aluno passa a ter voz, é estimulado a se comunicar melhor contextualizando suas ideias sobre a situação.</p> <p>Posteriormente o professor pode escolher por duas possibilidades. No entanto conhecer a turma garante antecipar situações que podem surgir durante o desenvolvimento da atividade. Desse modo o professor pode utilizar, se for o caso, algumas intervenções alternativas para elas. Além de escolher e preparar os recursos necessários, prever o tempo da atividade e saber como encaminhá-la, o professor precisa prever como as crianças reagirão diante da atividade.</p>						
	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="533 808 799 846">Possibilidade</th> <th data-bbox="799 808 1337 846">Contribuição</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="533 846 799 1525"> <p>Dividi-los em grupo</p> </td> <td data-bbox="799 846 1337 1525"> <p>Ao dividi-los em grupos, os alunos poderão trocar ideias e conhecimentos. Alunos que, individualmente, ficam aquém das expectativas do professor, mostrando-se inseguros e sem iniciativa, encontram no trabalho em grupo uma oportunidade de se relacionar melhor com os demais colegas e, conseqüentemente, isso traz bons resultados. Ao trabalhar com os alunos em grupo, a atividade de Modelagem Matemática se caracteriza como cooperativa (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).</p> <p>No entanto, deve-se destacar que este modo de estudar pode ser um desafio tanto para os alunos que estão acostumados a sentar em fileiras e “ouvir” a aula do professor, como para o professor que tem o controle total da situação. Desde modo sugerimos ao professor que não trabalha com divisão de grupos que passe a modificar suas práticas de forma gradativa em que ambos aprendam o a essência do trabalho cooperativo, a lidar com conflitos e justificar suas ideias.</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="533 1525 799 1861"> <p>Trabalhar com a turma toda</p> </td> <td data-bbox="799 1525 1337 1861"> <p>Trazer a turma toda para a atividade garante uma interação geral. É recomendado quando a turma possui poucos alunos e/ou não estão habituados a trabalhar em grupo. Na atividade de Modelagem trabalhar com a turma toda significa constituir um único grupo para que haja troca de pontos de vista, além de constituir um caminho possível para criar e passar a testar hipóteses, refazer raciocínios e estabelecer correlações, para construir conhecimentos durante a atividade.</p> </td> </tr> </tbody> </table>	Possibilidade	Contribuição	<p>Dividi-los em grupo</p>	<p>Ao dividi-los em grupos, os alunos poderão trocar ideias e conhecimentos. Alunos que, individualmente, ficam aquém das expectativas do professor, mostrando-se inseguros e sem iniciativa, encontram no trabalho em grupo uma oportunidade de se relacionar melhor com os demais colegas e, conseqüentemente, isso traz bons resultados. Ao trabalhar com os alunos em grupo, a atividade de Modelagem Matemática se caracteriza como cooperativa (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).</p> <p>No entanto, deve-se destacar que este modo de estudar pode ser um desafio tanto para os alunos que estão acostumados a sentar em fileiras e “ouvir” a aula do professor, como para o professor que tem o controle total da situação. Desde modo sugerimos ao professor que não trabalha com divisão de grupos que passe a modificar suas práticas de forma gradativa em que ambos aprendam o a essência do trabalho cooperativo, a lidar com conflitos e justificar suas ideias.</p>	<p>Trabalhar com a turma toda</p>	<p>Trazer a turma toda para a atividade garante uma interação geral. É recomendado quando a turma possui poucos alunos e/ou não estão habituados a trabalhar em grupo. Na atividade de Modelagem trabalhar com a turma toda significa constituir um único grupo para que haja troca de pontos de vista, além de constituir um caminho possível para criar e passar a testar hipóteses, refazer raciocínios e estabelecer correlações, para construir conhecimentos durante a atividade.</p>
	Possibilidade	Contribuição					
<p>Dividi-los em grupo</p>	<p>Ao dividi-los em grupos, os alunos poderão trocar ideias e conhecimentos. Alunos que, individualmente, ficam aquém das expectativas do professor, mostrando-se inseguros e sem iniciativa, encontram no trabalho em grupo uma oportunidade de se relacionar melhor com os demais colegas e, conseqüentemente, isso traz bons resultados. Ao trabalhar com os alunos em grupo, a atividade de Modelagem Matemática se caracteriza como cooperativa (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013).</p> <p>No entanto, deve-se destacar que este modo de estudar pode ser um desafio tanto para os alunos que estão acostumados a sentar em fileiras e “ouvir” a aula do professor, como para o professor que tem o controle total da situação. Desde modo sugerimos ao professor que não trabalha com divisão de grupos que passe a modificar suas práticas de forma gradativa em que ambos aprendam o a essência do trabalho cooperativo, a lidar com conflitos e justificar suas ideias.</p>						
<p>Trabalhar com a turma toda</p>	<p>Trazer a turma toda para a atividade garante uma interação geral. É recomendado quando a turma possui poucos alunos e/ou não estão habituados a trabalhar em grupo. Na atividade de Modelagem trabalhar com a turma toda significa constituir um único grupo para que haja troca de pontos de vista, além de constituir um caminho possível para criar e passar a testar hipóteses, refazer raciocínios e estabelecer correlações, para construir conhecimentos durante a atividade.</p>						
<p><b>Qual o papel do professor na atividade de Modelagem Matemática?</b></p>	<p>Quando o professor opta por desenvolver em sua turma uma atividade de Modelagem Matemática, o mesmo assume um papel diferenciado, ou seja, de meramente transmissor passa a mediador, orientador e problematizador. Neste sentido, Burak (2004, p. 3) destaca que “o papel do professor fica redefinido, pois ele passa a se constituir como mediador entre o</p>						

	<p>conhecimento matemático elaborado e o conhecimento do aluno ou do grupo”.</p> <p>Com isso, o professor deve incentivar o espírito crítico, a reflexão e a procura de argumentos e razões que permitam aos alunos confirmar ou não as suas conjecturas. Quando o professor decide dividi-los em grupo cabe ao professor estimular a comunicação entre os alunos. E nos momentos de roda de conversa o professor deve conhecer bem os trabalhos de todos os grupos de alunos de modo a valorizar tanto as descobertas mais interessantes como as mais modestas (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 6).</p> <p>No desenrolar da atividade o professor a partir de suas mediações, interfere na atitude dos alunos perante a atividade, de ativa à acomodada, ou seja, a mediação do professor pode fazer com que o aluno participe mais ou menos ativamente na atividade.</p> <p>Outro fator importante a ser destacado é que atividades de Modelagem Matemática proporcionam uma maior flexibilidade aos alunos pois, ao investigarem situações do dia-a-dia, os estudantes precisam de liberdade para propor ideias, resolver problemas, e desenvolver outras atividades. Neste sentido, o papel do professor é de grande importância, pois suas contribuições devem se dar no sentido de orientar os alunos sem violar a sua criatividade (ALMEIDA; DIAS, 2004).</p> <p>Devemos destacar que essa nova postura no papel do professor em sala de aula com uso da Modelagem Matemática pode gerar situações de tensão (OLIVEIRA; BARBOSA, 2011), principalmente na primeira experiência do professor. No entanto promover uma nova postura às suas práticas, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, favorece o estabelecimento de relações afetivas mais fortes entre aluno-aluno e professor-alunos, haja visto que a afetividade é uma característica marcante nesta etapa da educação básica.</p> <p>Portanto, assim como as etapas de uma atividade de Modelagem Matemática não são lineares (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), a postura do professor não deve seguir também uma linearidade, ou seja, numa postura reflexiva, investigativa e criativa, o professor pode adaptar e acrescentar ações que se fazem necessárias aos interesses das crianças (SILVA; KLUBER, 2014).</p>
<p><b>Que conteúdos matemáticos podem emergir em uma atividade de Modelagem Matemática?</b></p>	<p>Ao desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática, a forma usual de se trabalhar o ensino de Matemática na escola é de fato alterado. Deste modo, essa forma diferenciada de trabalho pode se constituir em motivo de preocupação entre os professores, já que muitas vezes é necessário compatibilizar o conteúdo estabelecido para determinada série, que se apresenta logicamente ordenado, com a proposta da Modelagem que preconiza o problema como determinante do conteúdo.</p> <p>Com a Modelagem Matemática é possível fazer com que os alunos consigam visualizar a utilização dos conteúdos aprendidos, e de alguma forma relacionar o que aprenderam em sala de aula com a realidade e com o meio em que vivem. Isso pode ser possível através dos problemas reais, que são desenvolvidos durante a atividade de Modelagem.</p> <p>Isso sem dúvida se apresenta como um grande desafio a ser enfrentado e superado, uma vez que as Diretrizes Curriculares Nacionais, ao tratar do ensino dessa disciplina na Educação Básica, apontam caminhos que desafiam e rompem com a forma usual de se conceber o objeto de estudo, a Matemática. Também é verdade que essa ruptura perpassa pela mudança na concepção de educação, de ensino e de aprendizagem. As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental instituídas pela resolução 98/CNE, que organizam as áreas do conhecimento, apontam de que forma o aprendizado de Ciências e Matemática, iniciadas no Ensino Fundamental, devem encontrar complementação e aprofundamento no Ensino Médio, além de acenar para o ensino interdisciplinar do aprendizado científico. Dessa forma, a adoção da Modelagem Matemática, como uma alternativa Metodológica para o ensino de Matemática, pretende contribuir</p>

	para que gradativamente se vá superando o tratamento estanque e compartimentalizado que tem caracterizado o seu ensino, pois, na aplicação dessa metodologia um conteúdo matemático pode se repetir várias vezes no transcorrer do conjunto das atividades em momentos e situações distintas. A oportunidade de um mesmo conteúdo poder ser abordado diversas vezes, no contexto de um tema e em situações distintas, favorecendo significativamente a compreensão das idéias fundamentais, pode contribuir de forma significativa para a percepção da importância da Matemática no cotidiano da vida de cada cidadão, seja ele ou não um matemático.
<b>Como saber se o que eles estão fazendo é Modelagem Matemática?</b>	Algumas questões podem ser levantadas pelo professor quando sua turma está desenvolvendo a atividade de modo a evidenciar que a) Eles estão começando com uma situação “confusa” da realidade? b) Eles fizeram perguntas para esclarecer ou estabelecer um foco para situação? c) Eles estão fazendo escolhas e definindo hipóteses? d) Eles estão utilizando ferramentas matemáticas para olhar para situação? e) Eles estão testando, revisando e validando o modelo obtido? f) Eles pensam em esclarecer quem se importa o se interessa pela solução? g) Os alunos podem explicar se e quando seu modelo faz sentido?
<b>Quando intervir na atividade de Modelagem Matemática?</b>	O professor deve sistematizar os conteúdos matemáticos emergentes nas atividades sempre que sentir necessidade, lembrando que eles podem ser parte da resolução ou da compreensão do problema.
<b>Qual a duração de uma atividade de Modelagem Matemática?</b>	Em uma atividade de Modelagem Matemática, o tempo não é algo a ser preliminarmente estabelecido. Nos anos iniciais, o professor tem a possibilidade de articular diferentes disciplinas para mesma atividade, desse modo, o tempo irá depender, necessariamente, da maneira como o professor orienta a atividade.
<b>Devo seguir o passo a passo do encaminhamento proposto?</b>	Planejar uma atividade de Modelagem Matemática é muito importante para o professor, pois oferece segurança no sentido de refletir sobre um possível encaminhamento. No entanto, ele não pode atender integralmente as expectativas, visto que em uma atividade de Modelagem Matemática o conteúdo emerge da atividade e, quando esse planejamento passa a ser utilizado apenas como <i>checking list</i> , ou seja, como um documento cuja utilidade se limita a orientar o professor sobre a ordem em que os conteúdos aparecem acabam prendendo o professor ao sistema tradicionalista de ensino.

Mesmo apresentando essas configurações, um dos grandes desafios do professor nos dias de hoje, é oportunizar ao aluno a compreensão de seu papel na sociedade, ou seja, destacar tanto papel ativo e transformador de sua realidade, como destacar a importância da matemática no seu dia-a-dia.

No entanto, existem muitos outros desafios a serem vencidos, como por exemplo, a falta de apoio das instituições de ensino no sentido de viabilizar condições necessárias e suficientes às práticas de ensino alternativas, a própria desmotivação por parte do professor que exerce uma carga excessiva de horas de trabalho, falta de interesse por parte dos alunos, indisciplina, falta de tempo para a elaboração de projetos alternativos de ensino, resistência

por parte de outros professores da área que estão “acostumados” com o ensino tradicional e se opõem a tentativa de buscar novas metodologias de ensino se opondo às mudanças, entre outros.

Devido à necessidade de buscarmos novas maneiras de ensinar e aprender, estas orientações buscam auxiliar o professor no processo de ensino e de aprendizagem para os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, servindo como uma alternativa às práticas educacionais ao ensino de matemática utilizando como fio condutor a Modelagem Matemática, de forma que a mesma possa ser desenvolvida em diferentes turmas a partir das possibilidades que apresentamos a fim de que alguns desafios como os supracitados possam ser minimizados.

## 2. Três Situações: Algumas Possibilidades

Na intenção de despertar o interesse e apresentar possibilidades de encaminhamentos que emergiram no decorrer das etapas de formação continuada, apresentamos as três atividades vivenciadas pelas professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao *planejar, desenvolver e refletir* sobre determinada temática.

Desta forma, descrevemos cada atividade: SUCO DE LARANJA, ROTINA DIÁRIA E CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM, na intenção de destacar considerações acrescentadas e/ou refinadas nas três etapas de formação. Sendo assim, consideramos diferentes hipóteses que se tornaram significativas para as propostas de encaminhamentos a fim de que essas atividades possam servir de apoio a professores que tenham como interesse apresentar a seus alunos uma matemática para além da sala de aula, partindo de problemas não essencialmente matemáticos.

Para descrição da atividade juntamente com os possíveis encaminhamentos que o professor pode realizar ao conduzi-las em sala de aula, apresentamos as fases da Modelagem que culminam em uma possível solução (modelo matemático) para a situação-problema a ser investigada, e os conceitos matemáticos que podem se fazer presente na atividade a fim de contribuir com habilidades previstas por Brasil (2018) nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A partir da três situações-problemas, apresentamos diferentes oportunidades para coleta de dados e informações, que podem desencadear a interdisciplinaridade, dinamicidade e peculiaridade de uma atividade de Modelagem Matemática nos anos iniciais, a fim de que essas contribuições possam auxiliar o professor na construção do conhecimento matemático a alunos deste nível de ensino.

## 2.1. POSSIBILIDADES PARA TEMÁTICA SUCO DE LARANJA



Fonte: depositphotos.com

# Quero fazer suco, mas de quantas laranjas preciso?

1

A origem da laranja é controversa. Relatos históricos situam as mais remotas plantações de laranjas há 2 mil anos em diversas regiões da Ásia. A laranja atingiu a Europa na idade média depois de circular pela África e a região da península Arábica.

Os portugueses, na época dos descobrimentos, introduziram os diferentes tipos de frutos cítricos nas regiões em ocupação, observando a fácil adaptação climática e geológica. No Brasil, o início do plantio se fez nas regiões do Nordeste, sendo depois conduzida a região Sul e Sudeste.

A utilização dos sucos cítricos, ricos em vitamina C, foi uma das maiores descobertas médicas dos navegadores, na prevenção e cura do escorbuto, causado pela falta dessa vitamina. A laranja é um alimento rico em vitaminas, principalmente a C e A, bem como antioxidantes (Flavonóides – Hesperidina) e minerais (Potássio, Fósforo, Cálcio e Magnésio).

### Curiosidades

De acordo com o SEBRAE – O consumo de sucos naturais está cada vez maior. Fato que se deve ao baixo investimento, pois são poucos os eletrodomésticos essenciais e necessários para venda de sucos naturais, em especial o de laranja. Uma fresqueira, espremedor de laranja, liquidificador e um bom refrigerador garantem uma boa rentabilidade, e baixo custo.

*Sucos: o único setor do food service no qual “espremer” é uma atividade que rende lucros, e não sufoco.*  
<http://www.foodservicenews.com.br/sucos-naturais-estao-em-alta/>

“Suco de laranja você vende o ano todo, não tem época, não tem região”.

Partindo dessa situação-problema, uma possível abordagem com alunos dos anos iniciais se refere à *Quantidade de laranjas necessárias para fazer suco para todos os alunos de determinada turma*. Neste contexto, a partir de diferentes laranjas (trazidas por alunos, ou pelo professor), pode-se coletar e organizar as informações.



Figura 1: etapas da coleta de informações

Para isso, deve-se considerar que uma laranja após ser cortada e espremida e têm 100 mililitros de suco. Outra informação é definir a capacidade do copo. Em seguida, a depender da turma que vai ser desenvolvida a atividade, investigações voltadas ao comprimento da circunferência, com relação a quantidade de suco, com uso de barbantes e fitas métricas. Por meio das informações coletadas, outros questionamentos podem ser levantados. Se consideramos uma sala com treze alunos, podemos apresentar os dados da seguinte maneira.

Número de alunos	Quantidade de laranjas
1	2
2	4
3	6
4	8
⋮	⋮
<i>n</i>	$L = n \times 2$

Por hipótese: 1 laranja contém 100 mililitros de suco

Ao descrever e responder a equação:

$$L = n \times 2$$

$$L = 13 \times 2$$

$$L = 26 \text{ laranjas}$$

Em que:

L = quantidade de laranjas necessárias;

n = número de alunos.

Obtemos a quantidade de laranjas necessárias para fazer suco para 13 alunos.

Os alunos podem utilizar somas sucessivas ou conceitos multiplicativos para obter cálculos que representem a situação.

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 26 \text{ ou } 2 \times 13 = 26$$

Outra possível abordagem de conteúdo seria descrever quantos mililitros de suco seriam necessários para os treze alunos.

Número de alunos	Quantidade de Suco (ml)
1	200
2	400
3	600
⋮	⋮
$n$	$Q = n \times 200$

Por hipótese: 1 laranja contém 100 mililitros de suco

Ao descrever e responder a equação:

$$Q = n \times 200$$

$$Q = 13 \times 200$$

$$Q = 2600 \text{ mililitros}$$

Em que:

Q = quantidade de mililitros de suco;

n = número de alunos.

Obtemos a quantidade de mililitros necessários para uma turma de 13 alunos.

Realizando os cálculos para estes dados, os alunos podem trabalhar com tabelas, somas sucessivas, multiplicação e divisão.

$$200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 + 200 = 2600 \text{ mililitros}$$

$$\begin{array}{r|l} 2600 & 13 \\ - 2600 & 2 \ x \\ \hline 0000 & \end{array}$$

Em que:

2600 representa a quantidade de mililitros de suco;

13 a quantidade de alunos;

2 a quantidade de laranjas necessárias por aluno.

A partir dos modelos matemáticos obtidos, que nos anos iniciais se fazem presentes fortemente representações pictóricas, figurais, textuais, aritméticas entre outras. Promova uma discussão entre os alunos a fim de validar o modelo por eles encontrado. Caso a quantidade de laranjas não seja suficiente para completar o copo de cada aluno, oriente-os para outra possibilidade, como acrescentar água, obtendo um refresco de laranja (suco + água).

*Nesta atividade...*

**Situação inicial:** Quantidade de laranjas necessárias para fazer suco para todos os alunos de determinada turma

**Inteiração**

Espremer as laranjas para coleta de dados

Definir o tamanho do copo

**Matematização e resolução**

- 1) Uma laranja média tem 100ml
- 2) Para um copo de 200ml é necessário duas laranjas, ou seja, duas laranjas por aluno.
- 3) Em uma turma de 13 alunos a quantidade de laranja para se obter um copo de 200ml para cada aluno é de 26 laranjas. Se a quantidade de laranjas disponíveis for menor, é preciso completar a quantidade com água.

*Definição de hipóteses*

Coleta intuitiva: uma laranja tem 200ml

Coleta experimental: uma laranja tem 100ml

Quantidade de alunos: 13

*Definição de variáveis*

Variável dependente: quantidade de laranjas

Variável independente: quantidade de mililitros de uma laranja

*Tradução de linguagens*

A quantidade necessária de laranjas para obter suco para sala toda

$$1 \text{ laranja} = 100\text{ml}$$

$$1 \text{ copo de } 200\text{ml} = 2 \text{ laranjas}$$

$$1 \text{ copo de } 200\text{ml para cada aluno}$$

$$1 \text{ copo de } 200\text{ml para cada alunos}$$

$$2 \times 13 = 26 \text{ laranjas}$$

*Interpretação e validação*

Discussão e socialização em roda de conversa com a turma

*Situação Final*

Obtenção da quantidade de laranjas necessária para obter suco para a turma toda.



## O que compensa mais comprar o suco de laranja, ou fazê-lo em casa?

2

Fonte: depositphotos.com

Quem não gosta de beber um bom e refrescante suco de laranja? Muito comum no dia a dia dos brasileiros, o suco de laranja é, além de muito saboroso, uma fonte completa de nutrientes essenciais para a nossa vida. Rica em fibras, vitamina A, B, C e E, além de sais minerais, essa bebida reforça a imunidade, melhora o trânsito intestinal, além de reduz os riscos de anemia.

Para aproveitar o máximo dos nutrientes do suco de laranja natural, é importante que a fruta seja batida no liquidificador ou em uma centrífuga. Caso seja expremida, os nutrientes do alimentos podem se perder. É recomendado também o seu consumo sem a adição de açúcar ou adoçantes, pois a laranja é rica em frutose, sendo naturalmente doce. [https://www.conquistesuavida.com.br/noticia/beneficios-do-suco-de-laranja-acabe-com-a-anemia-e-fortaleca-o-corpo\\_a3508/1](https://www.conquistesuavida.com.br/noticia/beneficios-do-suco-de-laranja-acabe-com-a-anemia-e-fortaleca-o-corpo_a3508/1)

Partindo dessa situação problema, e considerando a importância de um hábito saudável, esse assunto pode ter grande relevância nas aulas de matemática. Podemos partir desse tema e propor aos alunos que busquem informações necessárias para responder ao problema *o que compensa mais, comprar uma garrafa de dois litros de laranja, ou comprar as laranjas e fazer o suco em ?*

Deste modo, a partir da coleta de dados em encartes de mercados, frutarias, ou casas de sucos, pode-se estabelecer as seguintes hipóteses

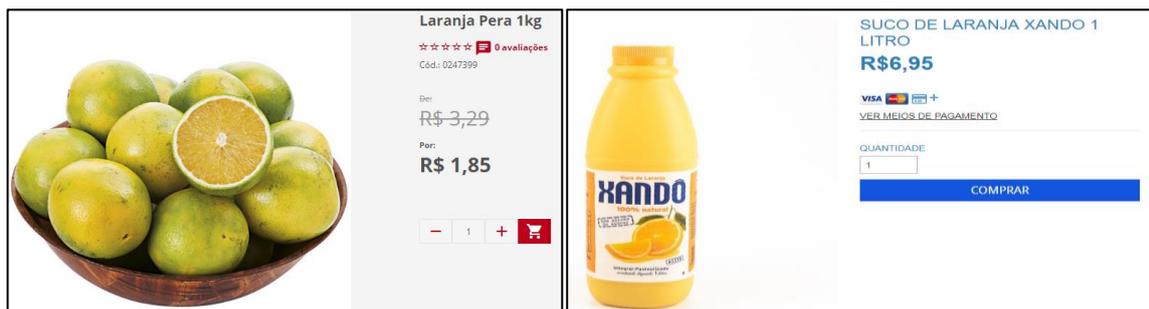


Figura 2 – Encarte de ofertas

Fonte: <https://www.deliveryextra.com.br/produto/101504/laranja-pera-1kg>

A partir dos dados, coletados o preço da laranja pera cotado em determinado mercado está R\$1,85 e, o litro de suco de laranja natural sai a R\$6,95. Sabendo que uma laranja contém 100 mililitros de suco e desprezando-se o preço gasto na embalagem para venda, transporte, energia e outros, podemos estabelecer a seguinte relação:

*1 laranja contém 100 mililitros de suco*

$$100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 = 1\text{litro} \therefore$$

$$10 \times 100 = 1000 \text{ mililitros}$$



Figura 3: Coleta de informações para peso das laranjas.

Fonte: Autores, 2018.

Logo, podemos inferir que com dez laranjas podemos obter um litro de suco de laranja natural, no entanto como saber quanto se paga por essas dez laranjas? Novamente com uso de uma balança podemos encontrar quantas quantas laranjas equivalem a um quilo.

Realizando os cálculos a partir da quantidade de laranjas equivalente a 1 quilo:

*1 laranja média possui 207 gramas*

*5 laranjas equivalem a 1 quilograma*

$$V_g = P \times Q$$

$$V_g = 1,85 \times 2$$

$$V_g = 3,70$$

Em que  $V_g$  representa o valor gasto na compra,  $P$  representa o preço do quilograma da laranja e  $Q$  representa a quantidade de quilogramas a ser comprado, visto que para dez laranjas, são necessários dois quilogramas.

A partir dessas inferências o professor pode aproveitar o tema para abordar conceitos relacionados a operações com números decimais, medidas de massa e capacidade, porcentagem, proporcionalidade, entre outros. Vale atentar para o fato de que os preços

podem sofrer variação e, conseqüentemente o modelo a ser obtido também sofrerá mudanças.

*Nesta atividade...*

**Situação inicial(problemática):** O que compensa mais produzir um litro de suco ou comprar?

***Inteiração***

Definir a quantidade de suco a se fazer

Uma laranja média tem 100ml, logo, para 1 litro de suco é necessário 10 laranjas;

***Matematização e resolução***

*Definição de hipóteses*

Coleta experimental: uma laranja tem 100ml

*Definição de variáveis*

Variável dependente: quantidade de laranjas

Variável independente: quantidade de mililitros de uma laranja

***Interpretação e validação***

Para se produzir 1 litro de suco gasta-se R\$3,70, enquanto para comprar 1 litro de suco no mercado gasta-se R\$6,95

***Situação Final***

Quando se tem os recursos necessários para produção do suco vale a pena produzir ao invés de comprar o suco de laranja.



Fonte: depositphotos.com

## Quanto suco produz uma caixa de laranjas?

3

A laranja é um produto de grande importância na economia agrícola nacional e responsável pela posição do Brasil como maior fornecedor do suco da fruta no mundo. A laranja (*Citrus sinensis* L. Osbek) também responde pelos rendimentos de pequenos produtores brasileiros que sobrevivem da agricultura. Apesar de a produção de citros estar concentrada no Estado de São Paulo e na região do Triângulo Mineiro, que juntos formam o chamado cinturão citrícola, o plantio da fruta também tem bom desenvolvimento em várias outras partes do país.

Para o cultivo dessa fruta é necessária uma área não muito extensa, ou até mesmo em fundo de quintal, desde que haja terra de qualidade e dedicação do agricultor, o pomar de laranjeiras floresce, gerando frutos suculentos e saborosos com demanda garantida no mercado. Com muitas variedades de Norte a Sul do território nacional, a laranja pera é a mais cultivada no país.

O suco é o principal derivado dos laranjais no país, porém, o consumo de laranja *in natura* também é muito apreciado, além de geleias, compotas, licores e outras receitas feitas com a fruta. Os pés de laranja são de porte médio e podem atingir até 8 metros de altura.

Após a colheita as laranjas são vendidas no atacado em caixas com massa equivalente a **40,8 kg** de laranja; tem esse valor com vírgula, pois equivale a 90 **libras** de peso que uma unidade de medida usada na Inglaterra e nos Estados Unidos. Assim uma libra equivale a 0,4543 kg. Fonte: <http://www.gestaonocampo.com.br/biblioteca/cultivo-da-laranjeira/>

Podemos partir dessa situação-problema para *determinar a quantidade de suco que uma caixa de laranjas produz*. Deste modo uma possibilidade de encaminhamento é considerar, por hipótese, que uma laranja contém 100 mililitros de suco, e massa de 205 gramas (Quadro 3). Vale ressaltar que nessa atividade os dados podem ser “produzidos” pelos próprios alunos.

Escolha aleatória	Massa da laranja (gramas)	Massa média (gramas)
Laranja 1	200	$\frac{200 + 208 + 207}{3} = 205$
Laranja 2	208	
Laranja 3	207	

Quadro 1: Coleta de informações – massa das laranjas

Fonte: Autores, 2018

Desse modo, posteriormente pode-se determinar quantas laranjas de 205 gramas aproximadamente uma caixa de 40,8 quilogramas contém. Com isso operações de divisão podem se fazer presentes

$$40,8 \text{ quilogramas} = 40.800 \text{ gramas}$$

$$\begin{array}{r}
 \overline{) 40\ 800} \\
 \underline{20\ 5} \phantom{0} \\
 20\ 30 \\
 \underline{18\ 45} \\
 01\ 850 \\
 \underline{1\ 845} \\
 0\ 005
 \end{array}$$

A divisão é o ato de dividir em partes iguais para todos. O número que está sendo dividido em partes iguais é chamado de **dividendo**; o número que indica em quantas vezes vamos dividir é chamado de **divisor**; o resultado é chamado de **quociente**; o que sobra é chamado de **resto**.

1 caixa de 40,8 kg contém aproximadamente 199 laranjas

Considerando que uma caixa contém aproximadamente 199 laranjas e tomando como hipótese que uma laranja têm 100 mililitros de suco, podemos encontrar a quantidade de suco:

$$S_l = Q_l \times 100$$

$$S_l = 199 \times 100$$

$$S_l = 19.900 \text{ mililitros de suco}$$

Sendo assim, podemos prever que em uma caixa com 40,8 kg de laranja é possível produzir cerca de 19 litros de suco de laranja.

#### Conversando com a Sala de Aula

Nesta investigação foi evidenciada quantos litros de suco contém em uma caixa de laranjas. Outra questão passível de investigação, motivada pela atividade de Modelagem pode ser *quanto se lucra ao produzir uma caixa de suco de laranja?* Nesse caso o professor pode aproveitar e discutir conceitos relacionados ao sistema monetário, medidas de capacidade, entre outros conceitos

*Nesta atividade...*

**Situação inicial (problemática):** Investigar quanto de suco é produzido em uma caixa com 40,8 Kg de laranja

***Inteiração***

As laranjas são vendidas em caixas com aproximadamente 40,8 kg cada.

Produzir dados a partir da obtenção do cálculo da média para determinar a massa de 1 laranja.

***Matematização e resolução***

***Definição de hipóteses***

Uma caixa de laranja contém 40,8 kg

Uma laranja média tem massa igual a 205 gramas

***Definição de variáveis***

Variável dependente: Quantidade de suco produzida em uma caixa de laranjas ( $S_i$ )

Variável independente: Quantidade de laranjas ( $Q_i$ )

***Matemática utilizada na atividade***

Cálculo da média;

Operações básicas (Soma, adição, divisão e multiplicação)

***Modelos Matemáticos da situação***

Expressões algébricas.

***Interpretação e validação***

Uma caixa de laranja produz cerca de 19 litros de suco de laranja.

***Situação Final***

Para determinar a quantidade de suco em uma caixa de laranjas, devemos necessariamente descobrir quantas laranjas essa caixa possui.

## 2.2. POSSIBILIDADES PARA TEMÁTICA ROTINA DIÁRIA



# As aulas começaram e agora?

1

Fonte: depositphotos.com

Na volta às aulas, os pais têm sempre um desafio: ajudar as crianças a voltarem à rotina. Ainda mais quando algumas delas trocam de turno escolar. Antes estudavam à tarde e mudam para o turno da manhã, por exemplo. Para se adaptar à nova rotina, o ideal é planejar horários: sono, alimentação, atividade física entre outros.

De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), as crianças entre cinco e dezessete anos devem dormir nove horas por dia. Isso porque é durante o sono que as células limpam as impurezas para estarem prontas para o aprendizado do dia seguinte. Também é durante o sono que a memória é consolidada e tudo que foi visto no dia é guardado. Além disso, o sono reparador deixa a criança mais disposta e ativa. A OMS também ressalta a atividade física: duas horas diárias de atividade física para crianças de dois a cinco anos e uma hora por dia para as de cinco a dezessete anos. Uma dica para a escola melhorar a atividade física é fazer as crianças caminharem no intervalo das aulas. *É importante quebrar o tempo sedentário.*

Frente a problemática da situação-problema, faz-se importante coletar informações que permitam uma solução para a seguinte questão: determinar a rotina diária de um dia. Os dados do quadro foram obtidos com alunos do quarto ano do Ensino Fundamental e referem-se às principais atividades necessárias a um aluno durante um dia escolar, ou seja, dormir, brincar, estudar, descansar e tempo destinado ao banho e/ou alimentação.

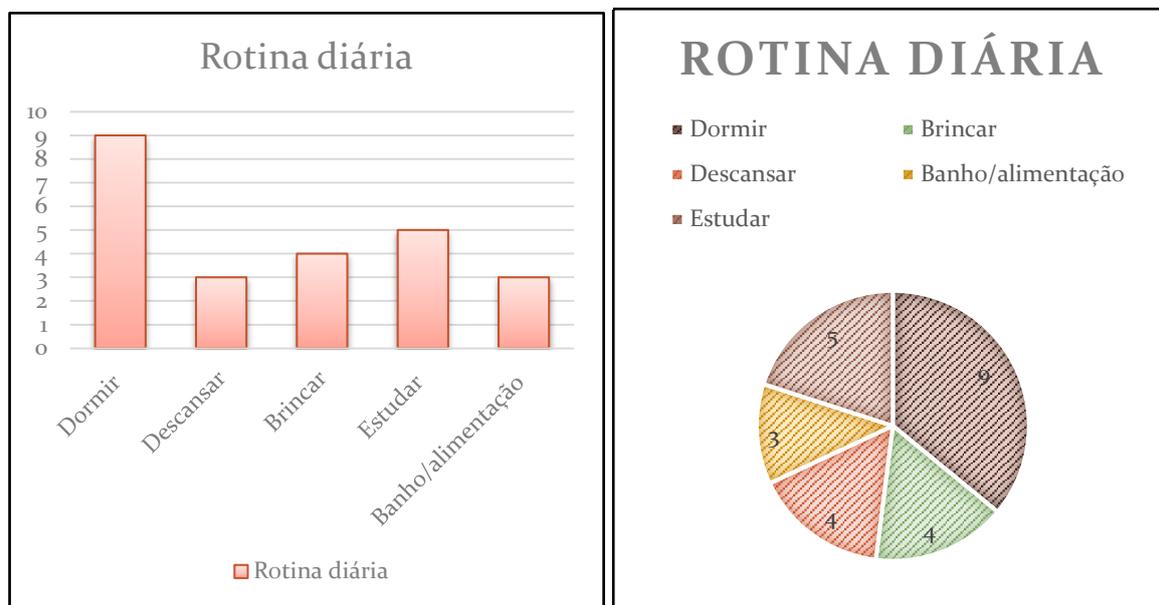
Atividade	Tempo (em horas)
Estudar	5
Brincar	4
Descansar	4
Banho e alimentação	3
Dormir	9
Total de horas	24

Quadro 2 – Coleta de informações para rotina  
Fonte: Autores, 2018

De posse dos dados pode ser útil construir uma representação gráfica em que relacione os pares ordenados (atividade, tempo), para pensar sobre o problema.

A interpretação dos dados pode sugerir que a rotina de um dia escolar pode ser representada de diferentes maneiras, por meio de gráficos de barras ou setores. Os dados apresentam o comportamento proporcional a quantidade de horas destinadas a cada atividade. Lembrando que a soma dos horários de cada atividade equivale a 24 horas (um dia).

$$1 \text{ dia} = \text{dormir} + \text{brincar} + \text{estudar} + \text{descansar} + \text{banho e alimentação} = 24 \text{ horas}$$



Fonte: Autores, 2018

## Gráficos

Gráficos são representações visuais utilizadas para exibir dados, sejam eles, sobre determinada informação, ou valores numéricos. Geralmente, são utilizados para demonstrar padrões, tendências e ainda, comparar informações qualitativas e quantitativas num determinado espaço de tempo. São ferramentas utilizadas em diversas áreas de estudo (matemática, estatística, geografia, economia, história, etc.) para facilitar a visualização de alguns dados, bem como para tornar os dados mais claros e informativos. Dessa forma, o uso de gráficos torna a interpretação e/ou análise mais rápida e objetiva.

Alguns elementos importantes que estão incluídos nos gráficos são:

**Título:** geralmente possuem um título a respeito da informação que será apresentada.

**Fonte:** muitos gráficos, sobretudo os da área de estatística, apresentam a fonte, ou seja, de onde as informações foram retiradas. Também podem apresentar o ano de publicação da fonte referida.

**Números:** estes são essenciais para comparar as informações dadas pelos gráficos. A maior parte deles utilizam números, seja para indicar quantidade ou tempo (mês, ano, trimestre).

**Legendas:** grande parte dos gráficos apresentam legendas que auxiliam na leitura das informações apresentadas. Junto a ela, cores que destacam diferentes informações, dados ou períodos, são utilizadas.

Considerando o gráfico de setores construído é possível obter frações que representam cada situação na rotina diária.

$$\frac{9}{24} + \frac{3}{24} + \frac{5}{24} + \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{24}{24}$$

Pode-se ainda discutir qual a porcentagem de cada atividade com relação ao dia

$$\frac{9}{24} = 37,5 \% \text{ do dia destinado a dormir}$$

$$\frac{3}{24} = 12,5 \% \text{ do dia destinado a alimentação e banho}$$

$$\frac{5}{24} = 20,83 \% \text{ do dia destinado a estudar}$$

$$\frac{4}{24} = 16,67 \% \text{ do dia destinado a brincar}$$

$$\frac{3}{24} = 12,5 \% \text{ do dia destinado a descansar}$$

Logo com uso da soma, podemos concluir que,

$$37,5 \% + 12,5\% + 20,83\% + 16,67\% + 12,5\% = 100\%, \text{ ou seja, um dia (24horas)}$$

Conversando com a turma

É interessante para essa atividade que diferentes abordagens (conceitos matemáticos) sejam estimuladas em sala de aula, de modo que os alunos possam compreender que existem diferentes maneira de se chegar a uma solução, e assim, defender seu ponto de vista ao optar por determinada abordagem. Ainda é interessante que o professor estimule seus alunos a utilizar a tecnologia para resolução do problema.

Nesta atividade, o professor também pode discutir sobre a importância do tempo destinado para cada atividades e como a variação desse tempo pode impactar na qualidade de vida. Considerando o interesse e a criatividade de cada professor e de cada grupo de alunos, outras questões podem ser indagadas a partir dos dados aqui apresentados.

Uma sugestão para enriquecer a atividade relativa a rotina diária, é promover a visita de profissionais responsáveis pela qualidade de vida, entre eles educadores físicos, nutricionistas, e caso não seja possível a visita, a pesquisa exploratória em casa ou em laboratório de informática pode proporcionar aprofundamentos na busca por informações importantes para a situação.

*Nesta atividade...*

**Situação inicial (problemática):** Investigar o tempo destinado a atividades essenciais em um dia letivo.

#### ***Inteiração***

Buscar dados individuais ou coletivos sobre o problema.

Conversar com pessoas especializadas no assunto.

#### ***Informações***

Pesquisa exploratória sobre a importância de cada atividade e suas causas quando ocorre uma variação do tempo.

#### ***Matematização e resolução***

##### ***Definição de hipóteses***

Considerar os dados de um dia letivo em determinada turma dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

##### ***Definição de variáveis***

Variável dependente: tempo destinado a cada atividade, em horas

Variável independente: atividade realizada

##### ***Matemática utilizada na atividade***

Gráficos de barras e setores

Soma de frações

Cálculo de porcentagens

Operações básicas (soma)

##### ***Modelos Matemáticos da situação***

Gráficos;

Expressões numéricas

#### ***Interpretação e validação***

Os modelos obtidos refletem as atividades realizadas em um dia letivo e seu percentual.

Modelos ainda melhores podem ser obtidos com uso de softwares.

#### ***Situação Final***

O tempo destinado para cada atividade essencial (dormir, estudar, brincar, descansar, tomar banho e se alimentar) impacta diretamente na qualidade de vida do aluno e no seu desempenho escolar.



## Para que serve a Rotina?

2

Fonte: depositphotos.com

A rotina deve fazer parte da vida de todo ser humano. É um dos principais aspectos que colaboram no desenvolvimento pessoal e profissional, tornando pessoas mais confiantes em um ambiente saudável em seu dia a dia. Para quem sofre com ansiedade, ter uma rotina ajuda, pois com horários e prazos pré-estabelecidos, a pessoa se tranquiliza e obtém mais confiança.

A rotina também contribui para a organização de sua vida dividindo o seu tempo, com isto você estabelece uma autonomia para saber escolher os melhores caminhos que deverá seguir no seu tempo, amadurecendo cada vez mais. Uma família desorganizada, em que as refeições são servidas em horários diferentes e a hora de dormir não segue nenhuma regra, forma crianças inseguras, interferindo na vida escolar. É aquele aluno que não faz tarefas de casa porque não tem horário estabelecido, chega atrasado à escola...

A rotina auxilia no desenvolvimento da autonomia e na formação de cidadãos responsáveis, uma vez que, aos poucos, a criança sabe o que tem para fazer, cumprindo suas obrigações sem que os adultos precisem lembrar de fazê-lo.

Crianças e adolescentes precisam que suas atividades diárias tenham horários pré-estabelecidos. Com uma rotina no dia a dia, seu filho aprenderá a organizar e otimizar suas atividades. A rotina dá à criança uma sensação de segurança e tranquilidade que são fatores que irão contribuir para um estilo de vida saudável, onde tudo está programado.

As crianças com rotina acabam sabendo o que farão e, assim, não se perdem no processo de aprendizagem, desperdiçando o tempo. Além dos benefícios à aprendizagem, ter uma rotina beneficia até o nosso organismo, que funciona melhor quando dormimos, acordamos e comemos nos mesmos horários. Logo, cabem aos pais definir as rotinas de seus filhos – sem grandes exigências; com flexibilidade. Estabeleça horários para atividades genéricas de seu filho. Fonte <https://amenteemaravilhosa.com.br/importancia-rotina-para-criancas/> acesso em 15/11/2018.

Levando em conta essa problemática, podemos realizar uma atividade de Modelagem Matemática a partir do seguinte problema: *De que forma podemos evidenciar como está organizada a rotina do alunos?*

Frente a um problema sem informações quantitativas, é necessário elaborar um plano de ação na busca por estas informações. Com essa finalidade, pode ser estabelecido um questionário aos alunos, para que, juntamente com seus responsáveis respondam sobre a rotina diária dos alunos.

**De acordo com a rotina diária de seu filho(a) marque uma alternativa**

- 1- Qual horário que seu filho(a) acorda aproximadamente?
  - a)  6h:30
  - b)  7h:00
  - c)  7h:30
  
- 2- Quanto tempo seu filho(a) permanece na escola?
  - a)  Até 4h
  - b)  Entre 5h e 6h
  - c)  Mais de 6h
  
- 3- Seu filho(a) pratica alguma atividade física?
  - a)  Sim
  - b)  Não
  - c)  Se pratica, qual? \_\_\_\_\_
  
- 4- Em relação ao tempo, quantas horas seu filho(a) permanece assistindo TV ou no computador, tablet ou celular?
  - a)  Até 1h
  - b)  Mais de 1h
  - c)  Não realiza essas atividades
  
- 5- Quanto tempo é dedicado a interação familiar em dias escolares?
  - a)  Até 1h
  - b)  Até 2h
  - c)  Só final de semana
  
- 6- Qual o tempo de sono do seu filho(a)?
  - a)  Mais de 6h
  - b)  Até 6h
  - c)  Mais de 6h

Após a coleta das informações, em sala, no formato roda de conversa discutir sobre as respostas que cada aluno respondeu em seus respectivos questionários, e com isso elaborar uma tabela com a quantidade de respostas obtidas em cada uma das questões.

#### Dica Importante

Para construção da tabela o professor pode obter por diversos materiais: recursos didáticos (cartazes, EVA, papéis coloridos); recursos tecnológicos (computador e softwares); ou recursos pedagógicos (material dourado, lousa e giz)

Questão	Quantidade de respostas para opção (a)	Quantidade de respostas para opção (b)	Quantidade de respostas para opção (c)
1	2	3	3
2	0	6	2
3	3	5	-
4	5	3	0
5	5	3	0
6	0	2	6

Quadro 3 - Quantidade de respostas por questão

Fonte: coleta de dados, 2018.

Para responder ao problema em estudo, que diz respeito a rotina diária de oito alunos, levou-se em consideração as respostas obtidas no questionário, para mobilizar os alunos para importância da rotina e, entre outros fatores, questionar o tempo gasto para interação familiar, assistir TV, tablete, celular e outros e tempo de sono, tão essencial para crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

#### Para além da Matemática

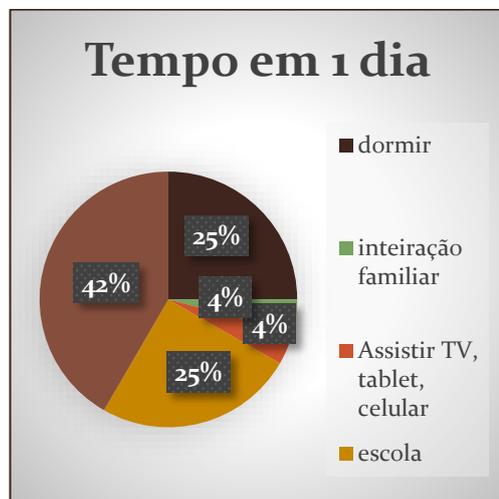
De acordo com a Organização Mundial de Saúde (OMS), as crianças e adolescentes entre cinco e dezessete anos devem dormir nove horas por dia. Isso porque é durante o sono que as células limpam as impurezas para estarem prontas para o aprendizado do dia seguinte. Também é durante o sono que a memória é consolidada e tudo que foi visto no dia é guardado. Além disso, o sono reparador deixa a criança mais disposta e ativa. A OMS também ressalta, em relação à atividade física, duas horas diárias de atividade física para crianças de dois a cinco anos e uma hora por dia para faixa etária entre cinco e dezessete anos.

A partir da tabela podemos evidenciar que mais de seis alunos ficam mais de seis horas na escola, ou seja,  $\frac{1}{4}$  do seu dia é destinado ao ambiente escolar. Isso pode ser observado em escola que possuem o tempo integral de ensino. Outro ponto a destacar é que a maior parte dos alunos respondeu que o tempo destinado a interação familiar fica em torno de até uma hora por dia,  $\frac{1}{24}$ . Esse dado demonstra a fragilidade do tempo para momentos destinados a família. No que se refere ao tempo destinado ao sono, seis alunos responderam que dormem mais de seis horas por dia. Isso se mostra importante pois de acordo com a OMS, o tempo necessário para o descanso para dormir é de nove horas.

Com isso, pode-se utilizar um gráfico de pizza representar como está organizado a rotina diária dos alunos a partir das respostas obtidas no questionário.

### Conversando em sala de aula

Oriente os alunos para criar uma rotina referente as atividades realizadas na escola e/ou uma rotina em casa, a fim de destacar a importância da organização para a vida diária. Instigue os alunos estipular horários para as atividades, mas de maneira flexível a fim de incentivar o aluno a participar dessa organização para que, mais tarde, ele consiga estabelecer critérios e horários com mais autonomia.



$$1 \text{ dia} = 42\% + 25\% + 25\% + 4\% + 4\%$$
$$1 \text{ dia} = 100\%$$
$$1 \text{ dia} = 24 \text{ horas}$$

Em que,

$Escola \geq 6 \text{ horas}$   
 $dormir \geq 6 \text{ horas}$   
 $Interação familiar \leq 1 \text{ hora}$   
 $Assistir TV, tablet, celular \leq 1 \text{ hora}$   
 $Outras atividades \geq 10 \text{ horas}$

Observação: Esses valores podem sofrer alteração quando analisadas individualmente

Fonte: Autores, 2018.

Diferentes hipóteses podem ser definidas pelo professor ou pelos alunos, configurando diferentes situações iniciais para a atividade de Modelagem, tendo como objetivo refletir sobre a importância do tempo na organização de rotina diária saudável aos alunos. Palestras com a comunidade escolar, encontros com profissionais que falem sobre a importância da rotina diária, entre outros são ações que o professor pode promover visando a abordagem do tema.

#### Nesta atividade...

**Situação inicial (problemática):** Investigar de que forma está sendo organizada a rotina dos alunos

#### **Inteiração**

Buscar dados a partir de um questionário.  
Conversar com pessoas especializadas no assunto.

#### **Informações**

Pesquisa exploratória sobre a importância da rotina para os alunos.

#### **Matematização e resolução**

##### **Definição de hipóteses**

Considerar os dados de um dia escolar a partir das respostas ao questionário em determinada turma dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

##### **Definição de variáveis**

Variável dependente: tempo destinado a cada atividade, em horas

Variável independente: atividade realizada

##### **Matemática utilizada na atividade**

Construção de tabelas; Gráficos de setores (pizza); Cálculo de porcentagens; Uso do sinal maior igual e menor igual

##### **Modelos Matemáticos da situação**

Gráficos;

Expressões numéricas.

***Interpretação e validação***

Os modelos obtidos refletem a organização da rotina escolar dos alunos

Modelos ainda melhores podem ser obtidos com uso de softwares

***Situação Final***

O tempo de organização da rotina escolar dos alunos necessita de mais atenção quanto à aspectos relacionados a interação familiar, e tempo destinado a televisão, tablet e celular.

## 2.3. SITUAÇÃO CÃO: O MELHOR AMIGO DO HOMEM



Fonte: depositphotos.com

### Quem vive mais?

1

Todo mundo sabe que cachorros envelhecem mais rápido que pessoas. No entanto como saber se cães de diferentes tamanhos envelhecem na mesma proporção? O tamanho e a raça influenciam no envelhecimento de um cachorro. Embora cães menores tendem a viver mais tempo que cães de raças grandes, eles amadurecem mais rápido nos primeiros anos de vida.

Cães de porte pequeno são considerados filhotes até no máximo entre 9 meses e 1 ano, já cachorros médios são bebês entre 12 e 14 meses e cães gigantes só deixam essa fase a partir de 18 meses. A fase adulta vai até os 8 anos para os de porte pequeno e médio, enquanto os grandes e gigantes se enquadram nessa descrição só até os 6 anos. A 'terceira idade' chega para os cães pequenos e médios depois dos 9 anos, enquanto os demais já chegam no período idoso aos 7 anos.

Fonte: Canal do Pet - iG @ <https://canaldopet.ig.com.br/adestramento/dicas/2017-03-03/idade-canina.html>

Um estudo determinou que para calcular a idade de cada cachorro é preciso levar em conta alguns fatores:

- Cada raça tem uma velocidade diferente de avançar os anos;
- Cada raça demora um tempo diferente em cada etapa da vida (juventude e vida adulta);
- Cachorros de **raça pequena** tem um período curto de juventude e uma longa vida adulta;
- Cachorros de **raça grande** são o oposto, demoram cerca de dois anos para adquirir totalmente sua forma adulta; e então, vivem cerca de mais 4 ou 5 anos;
- Cachorros de **raças pequenas** vivem mais do que cachorros de **raças grandes**.

Dados importantes

<p><b>Pequeno</b> = até 9kg  <b>Médio</b> = 10 a 23kg  <b>Grande</b> = Mais de 24kg</p>
<p><b>Para os dois primeiros anos de vida</b>  Cachorros pequenos: multiplicar cada ano por 12,5  Cachorros médios: multiplicar cada ano por 10,5  Cachorros grandes: multiplicar cada ano por 9</p>
<p><b>A partir do terceiro ano de vida, acrescentar mais essa multiplicação:</b>  <b>Cachorros pequenos</b> (multiplicar cada ano por): Lhasa Apso 4,49 / Shih Tzu 4,78 / Chihuahua 4,87 / Beagle 5,20 / Cocker Spaniel 5,55 / Pug 5,95 / Buldogue Francês 7,65  <b>Cachorros médios</b> (multiplicar cada ano por): Labrador Retriever 5,74 / Golden Retriever 5,74, Staffordshire Bull Terrier 5,33  <b>Cachorros grandes</b> (multiplicar cada ano por): Pastor Alemão 7,84 / Boxer 8,90</p>

Considerando as informações do Quadro x, podemos estabelecer o seguinte problema a ser investigado: *Como pode ser classificado um Beagle, um labrador e um pastor alemão que nasceram no mesmo ano e mês passados 7 anos?*

Para esta questão é importante observar que os cães Beagle, Labrador e Pastor alemão são de portes diferentes. Desta maneira é necessário que se estabeleça considerações para as três raças a serem analisadas

Raça	Imagens	Porte	Características	Expectativa de vida
Beagle		Pequeno	Com um tamanho compacto, natureza feliz e com pelos de fácil manutenção, o Beagle há muito tempo tem um lugar garantido como uma das raças mais populares para a família. Normalmente são extrovertidos e possui um temperamento alegre. A coisa mais importante a saber dos beagles é que são governados por seu nariz, isso quer dizer que ele é orientado pelo olfato passando por ruas movimentadas, se distanciando de seu habitat, por isso é essencial mantê-lo em um lugar seguro	13 - 16 anos
Labrador		Médio	Fiel e corajoso, o Labrador amigo das crianças é um companheiro extremamente agradável. Em geral late pouco e nunca se mostra agressivo. Esse cão precisa muito cedo de bom adestramento, firme porém não coercitivo. Para seu equilíbrio, ele precisa fazer muito exercício, todos os dias. O labrador fez e ainda faz muito sucesso entre os cães.	10 – 13 anos
Pastor Alemão		Grande	O Pastor Alemão é corajoso, inteligente, disciplinado e fiel ao dono. Sempre em alerta, ele o defende furiosamente ao menor sinal de perigo. Sua morfologia de trotador lhe permite grande mobilidade e facilita os esforços prolongados. O Pastor Alemão é dotado de excelente faro, passou a ser mestre na arte do rastreamento, tanto para localizar um bandido ou uma criança perdida, como para descobrir alguns miligramas de drogas no fundo de uma sacola. Sua reputação como cão policial se consolidou indiscutivelmente. Infelizmente, o Pastor Alemão herdou uma imagem de raça agressiva, apesar de ser tão brilhante no papel pacífico de salvador na montanha. Pode-se, sem nenhum problema, confiar a ele a guarda de todo um rebanho	10 – 14 anos

Quadro 4 : Informações sobre as raças Beagle, Labrador e Pastor Alemão

Fonte: <http://portaldodog.com.br/cachorros/racas-cachorros>

Para encontrar a resposta para a questão de interesse, descrevemos a relação para determinar a idade humana de cada animal e assim inferir sobre sua fase da vida. Elaboramos uma equação com duas sentenças a fim de estabelecer relações entre operações básicas que podem ser evidenciadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

$$\text{Para qualquer C\~{a}o} \left\{ \begin{array}{l} \text{Idade}_{humana} = P \times I, \text{ com } I \leq 2 \\ \text{Idade}_{humana} = (P \times 2) + [(I - 2) * F], \text{ com } I > 2 \end{array} \right.$$

Logo, para determinar a idade de cada cão, deve-se tomar como dados importante em que  $P$  é o porte do animal,  $I$  é a idade canina, sendo utilizada a primeira sentença para cães com idade igual ou menor a dois anos e a segunda sentença para cães com idade superior a dois anos,  $F$  representa o fator multiplicativo característico de cada cão. Para resolução do problema, tomamos como hipótese o porte pequeno = 12,5 e Idade canina = 7 anos e Fator multiplicativo = 5,20 para o cão da raça Beagle e substituindo na segunda sentença equação temos:

$$\begin{aligned} \text{Idade}_{humana} &= (P \times 2) + [(I - 2) * F], \text{ com } I > 2 \\ \text{Idade}_{humana \text{ Beagle}} &= \{(12,5 \times 2) + [(7 - 2) * 5,20]\} \\ \text{Idade}_{humana \text{ Beagle}} &= [25 + (5 * 5,20)] \\ \text{Idade}_{humana \text{ Beagle}} &= (25 + 26) \\ \text{Idade}_{humana \text{ Beagle}} &= 51 \text{ anos} \end{aligned}$$

Desta forma um Beagle com 7 anos na idade canina possui 51 anos com relação a idade humana, se enquadrando na categoria adulto. Para o Labrador podemos destacar como hipótese o porte médio = 10,5, Idade canina = 7 anos e Fator multiplicativo característico = 5,74. Substituindo na segunda equação temos:

$$\begin{aligned} \text{Idade}_{humana \text{ Labrador}} &= (P \times 2) + [(I - 2) * 5,74], \text{ com } I > 2 \\ \text{Idade}_{humana \text{ Labrador}} &= (10,5 \times 2) + [(7 - 2) * 5,74] \\ \text{Idade}_{humana \text{ Labrador}} &= [21 + (5 * 5,74)] \\ \text{Idade}_{humana \text{ Labrador}} &= (21 + 28,7) \\ \text{Idade}_{humana \text{ Labrador}} &= 49,7 \text{ anos} \end{aligned}$$

Sendo assim, um Labrador com 7 anos na idade canina possui 49,7 anos com relação a idade humana, se enquadrando também na categoria adulto. Já para o Pastor alemão, podemos tomar como hipótese o fator multiplicativo característico  $F =$  , a idade canina  $I =$  7 anos e o porte do cão  $P =$  para substituir na segunda sentença.

$$Idade_{humana} \text{ Pastor Alemão} = (P \times 2) + [(I - 2) * F], \text{ com } I > 2$$

$$Idade_{humana} \text{ Pastor Alemão} = (9 \times 2) + [(7 - 2) * 7,84]$$

$$Idade_{humana} \text{ Pastor Alemão} = [18 + (5 * 7,84)]$$

$$Idade_{humana} \text{ Pastor Alemão} = (18 + 39,2)$$

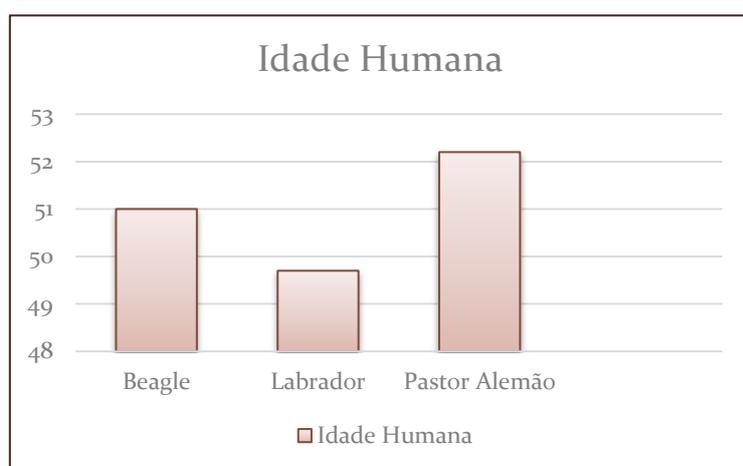
$$Idade_{humana} \text{ Pastor Alemão} = 57,2 \text{ anos}$$

Portanto um cão da raça Pastor Alemão possui com relação a idade humana 57, 2 anos se enquadrando na categoria idoso.

### O pensamento Algébrico

Trabalhar com os alunos o pensamento algébrico desde os anos iniciais, possibilita ao aluno resolver situações-problema e desenvolver modelos que perpassam vários registros de representação, utilizando para isto diferentes tipos de linguagem, inclusive a simbólica. O professor enquanto orientador em uma atividade de Modelagem Matemática tem uma postura fundamental a propiciar condições favoráveis para orientar os alunos da observação para a generalização. O pensamento algébrico, pode ser trabalhado antes da escolaridade normalmente indicada e a Modelagem Matemática pode ser uma alternativa ao desenvolvimento dessa habilidade.

Complementando-se a atividade é possível obter a partir de gráficos a relação em relação as fases do três cães selecionados.



Fonte: Autores, 2018.

### Dicas Importantes

Representar graficamente os dados pode ser uma ótima opção para leitura, interpretação e compreensão com relação a situação-problema, uma vez que condiz para habilidades a serem desenvolvidas nos alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Desenvolver essa habilidade faz com que os alunos tenham o hábito de organizar dados, analisá-los e tomar uma decisão consciente dos riscos envolvidos.

Sendo assim, mesmo três cães tendo 7 anos na idade canina, quando calculamos a idade humana tomando como parâmetros o fator multiplicativo e o porte do animal, encontramos valores diferenciados. Portanto,

$$Idade_{humana} = \text{Pastor alemão} > \text{Beagle} > \text{Labrador}$$

$$Idade_{humana} = 57,2 > 51 > 49,7$$

### **Conversando com a Sala de Aula**

É interessante que diferentes abordagens para a mesma situação sejam estimuladas em sala de aula. No caso da discussão apresentada para esta atividade foram escolhidas três raças de portes diferentes, no entanto, é possível desenvolver outros encaminhamentos tomando como foco o mesmo porte, ou portes diferentes envolvendo outras raças. Classificações em relação ao cão ser doméstico, selvagem, com pelos grandes ou pelos curtos, dentre outras características podem fazer parte da investigação, além de conscientizar os alunos quanto aos cuidados que devemos ter com os animais, em especial o cão.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. A. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, M. L. W de; TORTOLA, E.; MERLI, R. F.. Modelagem Matemática – Com o que Estamos Lidando: Modelos Diferentes ou Linguagens Diferentes? **Revista Acta Scientiae**. Canoas, RS: ULBRA, v.14, n.2, p. 200-214, maio/ago. 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p. 65-74, jun. 2003.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BASTOS, J. F. **Modelagem Matemática na Educação Básica**: uma proposta para a formação inicial dos professores do magistério. 125 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Guarapuava, 2018.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de Modelagem Matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Arthurandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem Matemática no ensino. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2013.

BLUM, W., GALBRAITH, P. L., HENN W.H.; NISS, M.. **Modelling and Applications in Mathematics Education**. Springer: New York, 2007.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **Área da matemática**. p. 265-295. Disponível em <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>, acesso em 15 de julho de 2018.

BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Secundário. **Zetetiké**. v.2, n. 2, p. 10-27, 1994.

BURAK, D. Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino: uma perspectiva. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2014. **Anais...** Campo Mourão, 2014.

BURAK, D.; KAVIATKOVSKI, M. A. C. Considerações sobre a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir de atividades desenvolvidas em sala de aula. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, 2014. p. 51-62.

BURAK, D.; KAVIATKOVSKI, M. A. C. Modelagem Matemática na formação de conceitos e construção dos conteúdos matemáticos na educação infantil. Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática - EPMEM 2016. **Anais**. Londrina-PR

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Educação matemática: contribuições para a compreensão de sua natureza. In: **Acta Scientiae** (ULBRA), v. 10, jul – dez, 2008, p. 93 - 106.

CURI, E. **A matemática e os Professores dos Anos Iniciais**. São Paulo. Musa, 2005.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

GARCIA, C. M. **Formação de professores para uma mudança educativa**. Porto, Porto Editora, 1999.

KAVIATKOVSKI, C. A. M. A Modelagem Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2012. 136f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade Estadual de Ponta Grossa-UEPG, 2012.

LARROSA, J. **Pedagogia profana: Danças, piruetas e mascaradas**. 2 ed. Belo Horizonte, Autêntica, 1999.

MAAß, K. Barriers and opportunities for the integration of modelling in mathematics classes: results of an empirical study. **Teaching Mathematics and Its Application**, v 24, n. 2-3, p. 61-74, 2005.

MACHADO, S. R. C. **Oficinas de formação de professores das séries iniciais sob a perspectiva da Modelagem Matemática: Um novo olhar sobre a educação**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica), UFSC, Florianópolis, 2008.

MALHEIROS, A. P. S. Possibilidades da Modelagem Matemática na formação dos Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, p. 25-36, 2014.

MUTTI, Gabriele de Sousa Lins. **Práticas pedagógicas de professores da educação matemática num contexto de formação continuada em Modelagem Matemática na educação matemática**. 2016. 236 f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu, 2016.

OLIVEIRA, A. M. P. de ; BARBOSA, J. C.. **Tensões nos discursos de professores e as ações da prática pedagógica em modelagem matemática**. Horizontes, v. 31, n. 1, 2011.

PEREIRA, P. S. et al. A Formação Continuada e o desenvolvimento profissional de professores de Matemática na região Centro-Oeste: Um mapeamento das produções acadêmicas (2005-2011). In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., p. 1-15, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Sbem, 2016.

SANTANA, T. S.; BARBOSA, J. C. A Intervenção do Professor em um Ambiente de Modelagem Matemática e a Regulação da Produção Discursiva dos Alunos. **Bolema**. vol.26, n.43, 2012.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: reflexões e apologia aos seus usos. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, p. 7-24, 2014.

SOUZA, E.; LUNA, A. V. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 9, p. 57-73, jul. 2014.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. **Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática**. RPEM, Campo Mourão, Pr, v.5, n.8, p.83-105, jan.-jun. 2016.

VELEDA, G. G.; UNIAT, C. C. Modelagem Matemática na educação matemática: um olhar para ações dos estudantes dos anos iniciais. XIV EPREM Encontro Paranaense em Educação Matemática, **Anais**. Cascavel, 2017.