

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**DIRETORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**BIANCA MARIN**

**APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS NA MODELAGEM  
MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM  
ISOLADOR VISCOELÁSTICO**

**DISSERTAÇÃO**

**PONTA GROSSA**

**2018**

**BIANCA MARIN**

**APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS NA MODELAGEM  
MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM  
ISOLADOR VISCOELÁSTICO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Ponta Grossa. Área de Concentração: Térmica e Fluidos.

Orientador: Prof. Dr. Angelo Marcelo Tuset

**PONTA GROSSA**

**2018**

Ficha catalográfica elaborada pelo Departamento de Biblioteca  
da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Ponta Grossa  
n.08/19

M337 Marin, Bianca

Aplicação de redes neurais artificiais na modelagem matemática do  
comportamento dinâmico de um isolador viscoelástico. / Bianca Marin. 2019.

93 f.; il. 30 cm

Orientador: Prof. Dr. Angelo Marcelo Tusset

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta  
Grossa, 2019.

1. Vibração. 2. Viscoelasticidade. 3. Redes neurais (Computação). 4. Modelos  
matemáticos. 5. Isoladores e isolamentos elétricos. I. Tusset, Angelo Marcelo. II.  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná. III. Título.

CDD 620.1

**FOLHA DE APROVAÇÃO**

Título de Dissertação Nº 25/2018

**APLICAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAIS NA MODELAGEM  
MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DE UM ISOLADOR  
VISCOELÁSTICO**

por

Bianca Marin

Esta dissertação foi apresentada às 10 horas de 17 de dezembro de 2018 como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA, com Área de Concentração em Térmica e Fluidos, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho APROVADO.

---

**Prof. Dr. Eduardo Márcio  
de Oliveira Lopes**  
(UFPR)

---

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Yara de Souza  
Tadano**  
(DAMAT - UTFPR)

---

**Prof. Dr. José Manoel Balthazar**  
(DAELE - UTFPR)

---

**Prof. Dr. Angelo Marcelo Tuset**  
(DAMAT - UTFPR) - Orientador



Visto do Coordenador:

---

**Prof. Dr. Anderson Geraldo  
Marenda Pukasiewicz**  
Coordenador do PPGEM  
UTFPR – Câmpus Ponta Grossa

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para meu crescimento nessa jornada.

Ao meu orientador, Angelo Marcelo Tusset, pela dedicação, orientação e confiança no decorrer deste trabalho.

À minha família, em especial minha irmã, Dara Marin, por serem meu alicerce, principalmente nos momentos de dificuldade.

Ao meu colega Wagner Barth Lenz, pelo auxílio na elaboração das RNAs.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PPGEM, de forma especial ao professor Anderson Geraldo Marena Pukasiewicz, pela oportunidade e incentivo em participar do programa.

A física é a poesia da natureza. A  
matemática, o idioma.  
(Lacerda, Antonio Gomes)

## RESUMO

MARIN, Bianca. **Aplicação de redes neurais artificiais na modelagem matemática do comportamento dinâmico de um isolador viscoelástico**. 2018. 93 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2018.

Competitividade no mercado automobilístico significa o equilíbrio entre qualidade e custo. A maior parte dos automóveis no mercado brasileiro utilizam coxins passivos no sistema de suspensão do motor. Com o advento da eletrônica atuando diretamente no desempenho desses componentes, a utilização de coxins passivos está diminuindo gradativamente em países desenvolvidos. Embora as recentes pesquisas estejam voltadas ao emprego de coxins ativos, ainda há um vasto campo a ser explorado no desenvolvimento e emprego de coxins passivos, sejam eles elastoméricos ou hidráulicos. O objetivo do presente estudo é a análise da dinâmica de coxins hidráulicos passivos e a obtenção de modelos matemáticos que representem as forças de restauração e dissipação de coxins elásticos e para o caso de serem viscoelásticos. A análise dinâmica foi realizada através da construção de amostras físicas de coxins elastomérico e hidráulicos, com diferentes configurações geométricas do desacoplador. Tais amostras foram submetidas a testes experimentais em máquina de ensaios apropriada, para obtenção de características dinâmicas inerentes a configuração em estudo. A partir dos dados experimentais redes neurais artificiais foram utilizadas para tratamento dos dados para a obtenção dos modelos matemáticos, devido a sua versatilidade e precisão de resultados. Com a obtenção dos modelos matemáticos busca-se contribuir para que através de simulações numéricas possa ser possível projetar coxins que cumpram todos os requisitos de projeto desde o início de sua concepção. Os modelos matemáticos foram utilizados em uma simulação *quarter-car*, a fim de verificar quantitativamente a redução da vibração transmitida do motor, considerado como fonte ideal de vibração, ao chassi do carro, através do emprego dos coxins.

**Palavras-chave:** Coxim hidráulico. Controle de vibração. Rigidez dinâmica. Desacoplador. Materiais viscoelásticos.

## ABSTRACT

MARIN, Bianca. **Application of artificial neural networks in the mathematical modelling of the dynamic behavior of a viscoelastic isolator**. 2018. 93 p. Thesis (Master Degree in Mechanical Engineering) - Federal University of Technology – Paraná, Ponta Grossa, 2018.

Competitiveness in the automotive market means the equilibrium between quality and cost. Most of the automobiles in the Brazilian market use passive engine mounts. With the advent of electronics acting directly on component performance, the use of passive engine mounts is decreasing gradually in developed countries. Although recent research are focused on the use of active engine mounts, there is still a vast field to be explored in the development and use of passive engine mounts, whether elastomeric or hydraulic. The objective of the present study is to analyze the dynamics of passive engine mounts and to obtain mathematical models able to represent the restoration and dissipation forces of the elastic engine mounts as well as the hydraulic engine mounts. The dynamic analysis was made through the construction of physical samples of elastomeric and hydraulic engine mounts, with different geometric configurations of the decoupler. These samples were submitted to experimental tests in an appropriate test machine in order to obtain the dynamic characteristics inherent to the configuration under study. From the experimental data artificial neural networks were used to treat the data and to obtain the mathematical models, due to their versatility and accuracy of results. Obtaining of the mathematical models seeks to contribute, through numerical simulations, to the design of engine mounts that fulfill all the design requirements from the beginning of its conception. The mathematical models were used in a quarter-car simulation to quantitatively verify the reduction of the vibration transmitted from the engine, considered as ideal source of vibration, to the chassis of the car, through the use of the engine mounts.

**Keywords:** Hydraulic Engine mount. Vibration control. Dynamic stiffness. Decoupler. Viscoelastic materials.



## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 - Modelo constitucional de Bergström e Boyce .....   | 21 |
| Figura 2 - Esquema de localização dos coxins de suspensão do motor .....  | 23 |
| Figura 3 - Diagrama esquemático da utilização de isolador de vibração .....   | 24 |
| Figura 4 - Comparação entre movimentos com diferentes tipos de amortecimento..  | 27 |
| Figura 5 - Transmissibilidade (TR) em função do fator de frequência ( $\beta$ ) .....   | 28 |
| Figura 6 - Ângulo de fase em relação ao fator de frequência .....   | 29 |
| Figura 7 - Coxim elastomérico: modelo mecânico esquemático. ....  | 32 |
| Figura 8 - Rigidez dinâmica de um coxim elastomérico. ....  | 33 |
| Figura 9 - Esquemático de um coxim hidráulico com orifício longo de inércia mais desacoplador.....  | 34 |
| Figura 10 - Gráficos de função de rigidez dinâmica e ângulo de fase em um coxim hidráulico com longo orifício de inércia .....  | 35 |
| Figura 11 - Coxim hidráulico com longo orifício de inércia mais desacoplador: Modelo mecânico .....   | 36 |
| Figura 12 - Comparação entre as funções de rigidez dinâmica e ângulo de fase entre o coxim elastomérico (linha cheia) e coxim hidráulico com canal de inércia + desacoplador (linha pontilhada) .....                         | 37 |
| Figura 13 - Representação reológica para modelos viscoelásticos.....  | 42 |
| Figura 14 - Representação para o modelo Zener.....  | 43 |
| Figura 15 - Esquema de neurônio biológico.....  | 47 |
| Figura 16 - Modelo não-linear de um neurônio.....   | 49 |
| Figura 17 – Gráfico da Função Limiar .....  | 50 |
| Figura 18 - Gráfico da Função Linear por Partes .....   | 51 |
| Figura 19 - Gráfico da Função Sigmóide.....   | 52 |
| Figura 20 - Rede <i>feedforward</i> alimentada com única camada de neurônios .....  | 53 |
| Figura 21 - Rede <i>feedforward</i> totalmente conectada com uma camada oculta e uma camada de saída.....   | 53 |
| Figura 22 - Rede recorrente com neurônios ocultos .....   | 54 |
| Figura 23 - Montagem de uma amostra de coxim hidráulico.....  | 61 |
| Figura 24 – Desacoplador fechado (a) e desacoplador com orifício (b) .....  | 62 |
| Figura 25 - Imagem ilustrativa da máquina de ensaios .....  | 64 |
| Figura 26 - Formato típico do processo de caracterização dinâmica .....   | 65 |
| Figura 27 - Caracterização experimental da rigidez dinâmica conforme a amplitude de excitação. (a) coxim elastomérico; (b) coxim hidráulico com desacoplador padrão; (c) coxim hidráulico com desacoplador com orifício. .... | 66 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 28 - Caracterização experimental do amortecimento conforme a amplitude de excitação. (a) coxim elastomérico; (b) coxim hidráulico com desacoplador padrão; (c) coxim hidráulico com desacoplador com orifício. .... | 67 |
| Figura 29 - Estrutura da rede neural artificial empregada. ....  | 70 |
| Figura 30 - Validação dos modelos matemáticos obtidos para a rigidez dinâmica - (a) Caso 1, (b) Caso 2 e (c) Caso 3. ....  | 72 |
| Figura 31 - Validação dos modelos matemáticos obtidos para o amortecimento - (a) Caso 1, (b) Caso 2 e (c) Caso 3. ....   | 73 |
| Figura 32 - Modelo mecânico de um quarto de carro com motor e coxins.....  | 75 |
| Figura 33 - Deslocamento máximo do chassi para diferentes amplitudes. (a) amplitude de $10^{-4}$ m (b) amplitude de $2 \cdot 10^{-4}$ m (c) amplitude de $2 \cdot 10^{-3}$ m. ....   | 78 |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|            |   |
|------------|---|
| A          | Amplitude de excitação  |
| $a_m$      | Parâmetros constitutivos do material                          |
| $A_p$      | Área da mola de borracha                                      |
| $A_t$      | Área da secção do orifício de inércia                         |
| $b_m$      | Amortecimento do coxim  |
| $b_k$      | <i>Bias</i>   |
| $b_n$      | Parâmetros constitutivos do material                          |
| $b_s$      | Amortecedor passivo de uma estrutura convencional             |
| $b_s^l$    | Coefficiente linear de atuação da força do amortecedor        |
| $b_s^{nl}$ | Coefficiente não-linear de atuação da força do amortecedor    |
| $b_s^y$    | Coefficiente das características do comportamento assimétrico |
| c          | Viscosidade de amortecimento                                  |
| $C_c$      | Coefficiente crítico de amortecimento                         |
| $c_f$      | Amortecimento gerado pelo fluido                              |
| $c_r$      | Amortecimento gerado pela borracha                            |
| $\bar{E}$  | Módulo complexo da elasticidade                               |
| $E_R$      | Módulo de armazenamento                                       |
| $E_l$      | Módulo de perda   |
| f          | Frequência  |
| F          | Força   |
| $F_e$      | Força de excitação  |
| $f_n$      | Frequência natural  |
| $f_{nt}$   | Frequência notch  |
| $f_r$      | Frequência de ressonância                                     |
| $F_t$      | Força transmitida   |
| H          | Módulo de relaxação do material                               |
| j          | Número imaginário   |
| J          | Módulo de fluência do material                                |
| k          | Rigidez   |
| $k_f$      | Rigidez volumétrica do fluido                                 |
| $k_m$      | Rigidez do coxim  |

|              |  |
|--------------|--|
| $k_r$        | Rigidez da secção de borracha                                      |
| $k_s$        | Rigidez do feixe de molas  |
| $k_s^l$      | Coefficiente de representação da característica linear da mola     |
| $k_s^{nl}$   | Coefficiente de representação da característica não-linear da mola |
| $k_t$        | Representação do pneu como feixe de molas                          |
| $m$          | Massa  |
| $m_e$        | Massa do motor   |
| $m_f$        | Massa de fluido  |
| $m_s$        | Massa da carroceria  |
| $m_u$        | Massa do eixo da roda  |
| $R^2$        | Coefficiente de determinação                                       |
| $t$          | tempo  |
| $T$          | Temperatura  |
| $TR$         | Transmissibilidade   |
| $u_k$        | Saída do combinador linear   |
| $v_k$        | Potencial de ativação do neurônio $k$                              |
| $x$          | Deslocamento   |
| $x_s$        | Amplitude de deslocamento vertical da carroceria                   |
| $x_j$        | Sinais de entrada do neurônio                                      |
| $x_m$        | Amplitude de deslocamento vertical do motor                        |
| $x_r$        | Amplitude de deslocamento vertical do pneu                         |
| $x_w$        | Amplitude de deslocamento vertical da roda                         |
| $\dot{x}$    | Velocidade   |
| $\dot{x}_s$  | Velocidade do deslocamento vertical da carroceria                  |
| $\dot{x}_m$  | Velocidade do deslocamento vertical do motor                       |
| $\dot{x}_r$  | Velocidade do deslocamento vertical do pneu                        |
| $\dot{x}_w$  | Velocidade do deslocamento vertical da roda                        |
| $\ddot{x}$   | Aceleração   |
| $\ddot{x}_s$ | Aceleração vertical da carroceria                                  |
| $\ddot{x}_w$ | Aceleração vertical da roda  |
| $w$          | Frequência de excitação  |
| $w_{kj}$     | Pesos sinápticos do neurônio $k$                                   |
| $y_k$        | Sinal de saída do neurônio   |

## LETRAS GREGAS

|               |                                   |
|---------------|-----------------------------------|
| A             | Amplitude de excitação            |
| $\beta$       | Fator de frequência               |
| $\gamma_n$    | Ordem dos operadores fracionários |
| $\omega$      | Velocidade angular                |
| $\varepsilon$ | Campo de deformação               |
| $\zeta$       | Fator de amortecimento            |
| $\eta$        | Fator de perda                    |
| $\theta$      | Ângulo de fase                    |
| $\sigma$      | Campo de tensões                  |
| $\tau$        | Viscosidade                       |
| $\varphi$     | Função de ativação do neurônio    |

## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....   | <b>13</b> |
| 1.1 OBJETIVOS.....  | 15        |
| 1.1.1 Objetivo Geral.....   | 15        |
| 1.1.2 Objetivos Específicos.....  | 15        |
| 1.2 JUSTIFICATIVA.....  | 16        |
| 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....   | 17        |
| <b>2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO</b> .....  | <b>19</b> |
| 2.1 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS .....  | 19        |
| 2.2 SISTEMA DE SUSPENSÃO DO MOTOR .....   | 22        |
| 2.3 ISOLADORES VISCOELÁSTICOS.....  | 30        |
| 2.3.1 Coxim Elastomérico .....  | 32        |
| 2.3.2 Coxim Hidráulico Passivo .....  | 33        |
| 2.4 MODELOS VISCOELÁSTICOS PARA ISOLADORES DE VIBRAÇÕES .....                                     | 38        |
| 2.4.1 Deformações Viscoelásticas .....  | 39        |
| 2.4.2 Fluência e Relaxação .....  | 39        |
| 2.4.3 Módulo Complexo .....   | 40        |
| 2.4.4 Modelos Viscoelásticos Clássicos .....  | 41        |
| 2.4.5 Modelo com Derivadas Fracionárias .....   | 43        |
| 2.5 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS .....   | 46        |
| 2.5.1 Processos de Aprendizagem .....   | 54        |
| <b>3 MONTAGEM DAS AMOSTRAS E TESTES EXPERIMENTAIS</b> .....                                       | <b>59</b> |
| 3.1 MONTAGEM DAS AMOSTRAS .....   | 59        |
| 3.2 TESTES EXPERIMENTAIS .....  | 62        |
| <b>4 MODELO MATEMÁTICO OBTIDO DA REDE NEURAL ARTIFICIAL</b> .....                                 | <b>69</b> |
| 4.1 APLICAÇÃO DE REDE NEURAL ARTIFICIAL .....   | 69        |
| 4.2 VALIDAÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS.....  | 72        |
| 4.3 APLICAÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS OBTIDOS EM UM SISTEMA DE UM QUARTO DE CARRO COM MOTOR ..... | 74        |
| <b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....   | <b>81</b> |
| <b>6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....   | <b>82</b> |
| <b>REFERÊNCIAS</b> .....  | <b>83</b> |
| <b>APENDICE A</b> .....   | <b>92</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Isoladores de vibração têm sido amplamente utilizados com o objetivo de reduzir vibrações indesejadas e prolongar a vida útil de diversos componentes. Problemas de vibração e ruído são frequentemente encontrados em diversos campos, como: pontes, edifícios, máquinas, automóveis, aeronaves, entre outros (TABATABAEI, BEHBAHANI, SILVA, 2016; WANG, ZHU, 2017).

O motor de combustão interna tem sido a fonte de energia mais comum para veículos, transformando energia química em energia mecânica. O mercado nacional atual tem dois tipos de combustíveis predominantes: gasolina e diesel. Entretanto, como trata-se de fontes não renováveis, esses combustíveis estão se tornando escassos. Com isso, estão impulsionando o desenvolvimento em direção a aumentar a eficiência dos motores e ao desenvolvimento de combustíveis renováveis. Devido à sua capacidade de produção instantânea e armazenamento em contraste com algumas fontes de energia renováveis, o motor de combustão interna terá a chave de fornecimento com emissão zero (BAE, KIM, 2017; HALLER, LINK, 2017).

O princípio de operação de qualquer motor de combustão interna é o movimento mútuo dos pistões. Esse movimento provoca o deslocamento e vibração no sistema e, conseqüentemente, aos passageiros. Com a crescente exigência de conforto aliado ao desempenho e eficiência energética, os problemas de vibração e ruído estão focados na indústria automotiva moderna (WANG et al, 2014). Tem sido tendência no mercado o aumento do desempenho, reduzindo a velocidade em marcha lenta, como forma de evitar o desperdício de combustível. Com o aumento da velocidade, a potência do motor é elevada, diminuindo sua eficiência. (SU et al, 2017; SINGH et al, 2012).

O sistema de apoio do motor é composto por um conjunto de coxins cuja finalidade é, segundo Rivin (1985); Yu, Naganathan, Dukkipati (2001); Barbetti (2005); Wang et al (2014), suportar o motor junto à estrutura do veículo e isolar estrutura e passageiros de vibrações provenientes do funcionamento do motor. Sendo que coxins são isoladores viscoelásticos, passivos ou ativos, que podem apresentar uma ampla gama de características geométricas, que tem por objetivo melhorar o controle de vibrações em determinadas faixas de frequências. Os coxins

mais comuns disponíveis no mercado automotivo, especialmente em carros populares, são do tipo passivo e podem ser definidos como elastoméricos ou hidráulicos (CHOI et al, 2003; CHRISTOPHERSON, MAHINFALAH, JAZAR, 2012).

Nos coxins hidráulicos, além do material viscoelástico, tem-se a presença de fluido hidráulico no interior de uma câmara. Segundo Freeman (2004), o funcionamento de um coxim hidráulico é similar a um pistão, que força a passagem do fluido através de um orifício entre duas câmaras, uma superior e uma inferior, proporcionando o amortecimento. A vantagem desse tipo de coxim em relação ao elastomérico é um melhor controle da vibração nas faixas de baixa frequência de excitação.

Segundo Harris e Crede (1976), reduzir ou até mesmo eliminar os efeitos vibratórios é um processo inerente a isoladores de vibração. Diante disso, o presente estudo analisa um coxim do motor como objeto isolador de vibração, em que sua finalidade é reduzir a magnitude do movimento e das forças transmitidas do motor para o chassi, garantindo maiores níveis de segurança e conforto aos passageiros.

Nesse conceito, o coxim hidráulico apresenta-se como um atrativo para a indústria nacional, uma vez que permite um maior controle da vibração ao longo de uma faixa de frequência, se comparado a coxins elastoméricos, garantindo maior conforto. Além disso, apresenta custo e complexidade de produção e manutenção bem menores quando comparado a coxins hidráulicos ativos. Tem ainda como característica, a possibilidade de concepção de modelos relativamente compactos e leves, sendo um diferencial para soluções de veículos que buscam conforto aliado à redução do consumo de combustível.

Entretanto, um grande desafio atual na modelagem de coxins hidráulicos é obter a representação precisa do sistema físico. Devido à característica de memória, coxins hidráulicos não podem ser modelados, exclusivamente, usando representações lineares, uma vez que essas não se ajustam com precisão ao comportamento físico do sistema (LION e KARDELKY, 2004; MOSCHEN, 2006; ROSSIKHIN e SHITIKOVA, 2010; DAVID, LINARES e PALLONE, 2011; HERNÁNDEZ, 2016).

De acordo com Lee, Hwang e Kim (2002), existem diversas ferramentas que podem ser utilizadas para a obtenção de um *design* otimizado de um sistema



dinâmico. A junção de sensibilidade e técnicas de programação matemática é uma das ferramentas utilizadas quando um sistema amplo e complexo é considerado.

A análise de sensibilidade de um sistema é o estudo da taxa de mudança nas características do sistema em relação às variações dos parâmetros de projeto. Entretanto, esse tipo de ferramenta deve ser considerado desde o início de projeto, em que, para problemas dinâmicos, serão analisadas as frequências naturais de ressonância e, a partir da análise de sensibilidade, serão propostas modificações de projeto com o objetivo de obter alterações na frequência natural (LEE, HWANG, KIM 2002).

Aliado a isso, o crescente desenvolvimento de computadores e metodologias de controle de produtos manufaturados impulsiona o interesse em buscar alternativas para obtenção de representações fiéis do sistema físico. Nesse cenário, a ferramenta de Redes Neurais Artificiais (RNA) está ganhando espaço, especialmente por permitir modelar sistemas a partir de dados experimentais, ou ainda uma combinação entre leis físicas conhecidas e dados experimentais obtidos, mas também por proporcionar representações não-lineares, reproduzindo certos comportamentos dinâmicos mais complexos. Isso normalmente resulta em melhores modelos e, mais adequados ao sistema real, garantindo resultados de maior qualidade (HAYKIN, 2001; POLEZER, 2018).

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo do presente trabalho é a obtenção de um modelo matemático, para coxins viscoelásticos, com a utilização de redes neurais artificiais, contemplando as características não lineares do sistema.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Constituem-se objetivos específicos da pesquisa:

- Ensaios experimentais para aquisição dos dados dinâmicos dos protótipos de coxins;
- Análise das características dinâmicas de isoladores dinâmicos passivos tipo coxim;
- Projeto de uma rede neural artificial para obtenção de um modelo matemático que represente a força do isolador dinâmico passivo tipo coxim;
- Análise dinâmica do modelo obtido e validação com os dados experimentais.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

A demanda por veículos confortáveis e com baixos níveis de ruído cresce a cada dia e impulsiona o desenvolvimento industrial na busca do equilíbrio entre desempenho, eficiência, conforto e custo. A concepção de projetos eficientes depende diretamente de se conhecer o objeto de estudo, aplicar conceitos, e saber qual a influência de cada variável no sistema.

Frente a esse cenário, a modelagem matemática é uma ferramenta importante na concepção e aprimoramento de novos projetos, uma vez que permite conhecer o comportamento do sistema antes de sua concepção física. Com isso, é possível aperfeiçoar previamente cada componente, poupar tempo e custos durante o desenvolvimento e solucionar problemas que poderiam ser detectados apenas na fase de experimentação de protótipos físicos. Em síntese, a obtenção de um modelo matemático que reproduza o comportamento dinâmico de coxins de motor representa diferencial estratégico e competitivo.

A bibliografia disponível aponta que, para o projeto de coxins hidráulicos, ainda existem alguns tópicos que apresentam conhecimento superficial, devido à complexidade e não linearidade desses componentes. Uma das lacunas encontradas diz respeito a caracterização de dispositivos viscoelásticos, especialmente quanto ao comportamento dinâmico e ao funcionamento do amortecimento viscoso, especialmente em baixas frequências.

Nesse cenário, a modelagem matemática obtida a partir de redes neurais artificiais pode ser uma alternativa eficiente para obtenção de modelos matemáticos

não lineares que contemplem as características dos coxins viscoelásticos. Uma das vantagens quanto ao emprego de uma RNA no tratamento de dados está na capacidade de generalizar determinado comportamento do sistema em estudo, produzindo saídas pertinentes para entradas que ainda não haviam sido apresentadas durante o treinamento.

No atual estágio de desenvolvimento da base de conhecimento das redes neurais do tipo *backpropagation*, em que o modelo matemático, obtido por meio do treinamento da rede, pode capturar as não linearidades do sistema, a partir da escolha adequada das funções de ativação. Tal fato torna esse tipo específico de rede, uma excelente alternativa para obtenção do modelo matemático dos coxins viscoelásticos (OLIVEIRA, 2011).

Além disso, os esforços recentes da comunidade científica estão voltados para a modelagem matemática e estudo de isoladores do tipo ativo. Embora mais eficientes, esses isoladores não são comuns em países em desenvolvimento, como o Brasil, devido ao seu elevado custo (BARBETTI, 2005; OLIVEIRA, 2011).

Acredita-se que, através do desenvolvimento da presente pesquisa alguns desses tópicos poderão ser explorados com maior ênfase, contribuindo para a construção do conhecimento científico e desenvolvimento tecnológico.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

No capítulo 2, é apresentado o referencial teórico do presente trabalho, dividido em sub-tópicos de acordo com o assunto abordado. Na seção 2.1, faz-se um breve apanhado sobre o desenvolvimento de materiais viscoelásticos. Na seção 2.2, é apresentado o sistema de suspensão do motor, explicando-se a importância e a localização dos coxins no sistema motopropulsor. Na seção 2.3, aborda-se os tipos de coxins existentes no mercado brasileiro e uma breve caracterização de cada um deles. Como trata-se primordialmente de um material elastomérico, a seção 2.4 aborda também, brevemente, conceitos a respeito dos materiais viscoelásticos, suas propriedades e seu emprego em isoladores de vibrações. A ferramenta que será utilizada na modelagem matemática de um coxim hidráulico é rede neural artificial, a qual está brevemente explicada na seção 2.5.

A montagem das amostras da presente pesquisa é apresentada no capítulo 3, bem como a metodologia e equipamentos utilizados para a realização dos testes, para obtenção dos dados experimentais.

O capítulo 4 abrange a confecção da rede neural artificial empregada na presente pesquisa, para obtenção dos modelos matemáticos que descrevem o comportamento da rigidez dinâmica e amortecimento ao longo do espectro de frequência analisado. Os modelos matemáticos são validados com resultados de testes e, por fim, aplicados na simulação matemática de um sistema de um quarto de carro, brevemente descrito na seção 4.3.

O capítulo 5 aborda as considerações finais da presente pesquisa, ao passo que sugestões para trabalhos futuros são apresentados no capítulo 6.

No apêndice A, é apresentada a súmula curricular obtida da realização desse trabalho.

## 2 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Nesse capítulo é apresentada uma abordagem a respeito do desenvolvimento e compreensão acerca de materiais viscoelásticos e seu emprego em elementos isoladores de vibração. Além disso, apresenta-se os componentes utilizados para suspensão motopropulsora, explicando-se as principais diferenças entre os tipos de isoladores passivos. Visto que o objetivo do presente trabalho é a representação matemática do comportamento de isoladores passivos tipo coxim hidráulico, as seções seguintes trazem uma abordagem a respeito de métodos de modelagem matemática para sistemas viscoelásticos.

### 2.1 MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

O estudo de materiais viscoelásticos tem sido abordado por diversos autores, que buscam a predição do seu comportamento mecânico. Assim sendo, podem ser destacados alguns nomes e suas contribuições relevantes para o estudo de materiais viscoelásticos.

Em 1943, James e Guth explicaram que materiais elastoméricos se diferenciam de materiais sólidos devido à sua característica elástica e comportamento termoelástico, sendo sua alta reversibilidade elástica a característica mais marcante. Borrachas de baixa dureza podem apresentar 1000% de alongamento, com baixo desvio de reversibilidade total. Isso sugere que as ligações atômicas devem apresentar algumas diferenças quando comparadas a sólidos normais, sendo mais flexíveis e abertas. Os autores sugerem ainda que, materiais elastoméricos se assemelham a fluidos, apresentando alta rigidez volumétrica e baixa rigidez de forma, podendo ser assumidos como incompressíveis. Além disso, o coeficiente de expansão térmica da borracha é da mesma ordem de grandeza dos líquidos. Isso sugere que, as interações moleculares na borracha são similares às que mantém um volume fixo de líquido, porém, afetando apenas pequenas proporções da cadeia molecular e, portanto, com menores efeitos nas propriedades do material. Dessa forma, os autores elaboraram o modelo de equilíbrio de materiais elastoméricos, o qual explica a elasticidade da borracha, no seu estado ligeiramente

vulcanizado, que consiste em uma rede de cadeias moleculares flexíveis, juntamente com outras moléculas não ativadas envoltas na rede, as quais agem como uma massa de fluido preenchendo a rede e suas superfícies limítrofes, e equilibrando todas as forças que agem no material – pressão interna, tração da rede molecular e qualquer forças externas. Segundo os autores, até então, a teoria cinética da elasticidade da borracha era explicada por moléculas individuais de cadeia longa.

Em 1951, Wall e Flory contestaram a descrição de James e Guth a respeito da presença de moléculas agindo como fluido na composição química da borracha, afirmando que se trata apenas de uma descrição hipotética, que não obedece a nenhuma equação de estado. Além disso, os autores apresentaram uma nova formulação para descrever a entropia de elastômeros, por meio de uma análise micro e macroscópica do material, e afirmaram que os modelos de James e Guth não eram capazes de descrever a entropia do processo de vulcanização através de ligações cruzadas e pressão interna.

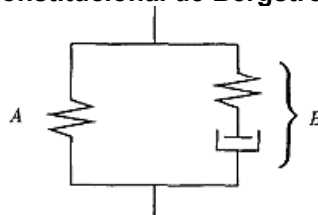
Em 1991, Dafalias propôs um modelo para grandes deformações viscoelásticas. A tensão interna é introduzida como uma variável macroscópica, sendo função da resistência da rede e sua deformação instantânea. Segundo o autor, grandes deformações elásticas já haviam sido amplamente investigadas, porém, as deformações inelásticas ainda são uma área de conhecimento limitado, mesmo sendo essa a característica que confere aos elastômeros a eficiente dissipação de energia para grandes deformações, e os modelos constitutivos existentes até o momento são restritos a pequenas deformações e rotações dentro da teoria clássica da viscoelasticidade, a qual não descreve a resposta viscoelástica de tensão finita não linear.

Em 1993, Arruda e Boyce buscaram propor um modelo constitutivo para a borracha, visando representar a natureza tridimensional da elasticidade não linear que considere, com sucesso, o estado de deformação do material, ao mesmo tempo que seja simples o suficiente, com o mínimo número de parâmetros experimentais para descrever fisicamente o processo de deformação. Dessa forma, o modelo proposto pode ser ilustrado como um cubo, onde do centro partem oito cadeias de orientação espacial, uma cadeia em direção a cada vértice do cubo. Com esse modelo, apenas dois parâmetros precisam ser determinados experimentalmente: o módulo de elasticidade e a extensibilidade. Presentes em todos os modelos

estatísticos, esses parâmetros estão fisicamente relacionados às cadeias poliméricas e, portanto, embasam outras características do comportamento elástico da borracha, como a dependência da temperatura e o efeito Mullins.

Em 1998, Bergström e Boyce sugeriram o modelo constitucional unidimensional para a borracha, com o objetivo de descrever o comportamento dependente do tempo. A Figura 1 ilustra o modelo proposto pelos autores, sendo a porção A responsável pela resposta de equilíbrio do modelo e a porção B responsável por ilustrar o comportamento dependente do tempo. As propriedades mecânicas do material são provenientes de experimentos de compressão uniaxiais. Para compressão, mesmo com elevados deslocamentos, o modelo proposto apresenta boa correlação com dados experimentais. Entretanto, para o descarregamento da carga aplicada ou estado de tração, o modelo apresenta divergência dos resultados experimentais, devido à baixa dependência do tempo nessa fase.

**Figura 1 - Modelo constitucional de Bergström e Boyce**



**Fonte: Bergström e Boyce (1998).**

De acordo com Barber (1992), os modelos computacionais até então propostos não se adequaram bem ao estudo experimental devido ao módulo complexo do material elastomérico. É proposta, então, a utilização de redes neurais artificiais para melhorar a precisão da modelagem não linear.

Vaidyanathan, Kamatchi e Ravichandran (2005) utilizaram uma rede neural artificial para prever a resposta de amortecedores viscoelásticos utilizados em estruturas modernas contra abalos sísmicos. Segundo os autores, através do uso de redes neurais artificiais, é possível obter uma rápida resposta da predição inelástica, em termos de deslocamento máximo e efetividade do amortecimento, podendo ser utilizada para amortecedores já projetados e em uso, mas também para o projeto e otimização de novos amortecedores, bem como prever o número mínimo

necessário de amortecedores, para reduzir o pico de deslocamento e ajudar a reduzir danos futuros.

Al-Haik, Hussaini e Garmestani (2006) propuseram um modelo alternativo, através do uso de redes neurais artificiais, com o objetivo de mapear o comportamento viscoplástico do material e então, prever a relaxação de tensão em uma matriz polimérica. Os autores afirmaram que as previsões feitas com o modelo de redes neurais artificiais são mais acuradas para uma faixa mais ampla de temperatura e tensão que os modelos viscoelásticos explícitos até então estudados.

Yanovsky e Basistov (2010) utilizaram rede neural artificial para identificar o comportamento viscoelástico para pequenas deformações. Os autores frisam que a vantagem da modelagem de materiais viscoelásticos através de redes neurais artificiais está na simplicidade do algoritmo, se comparado a modelos clássicos, além da alta velocidade de operação e um princípio hierárquico adaptativo das construções. No entanto, a desvantagem está na necessidade de várias amostras de dados experimentais para a construção da rede.

Devries, Thompson e Meade (2017) empregaram redes neurais artificiais para prever os ciclos de terremotos, modelados a partir da teoria da viscoelasticidade. Dentre os pontos favoráveis para o emprego de redes neurais, os autores apontam para o reduzido custo computacional, uma vez que cálculos viscoelásticos podem ser acelerados em até 50.000%, se comparado a cálculos viscoelásticos de larga escala, além de se obter respostas mais precisas do fenômeno. Por fim, defendem que as redes neurais artificiais são uma ferramenta de ampla aplicação, que pode ser aplicada para a simulação de qualquer fenômeno físico do qual se deseja uma melhor compreensão.

## 2.2 SISTEMA DE SUSPENSÃO DO MOTOR

Coxins são dispositivos frequentemente inseridos entre uma estrutura e um equipamento com a finalidade de reduzir vibrações indesejáveis.

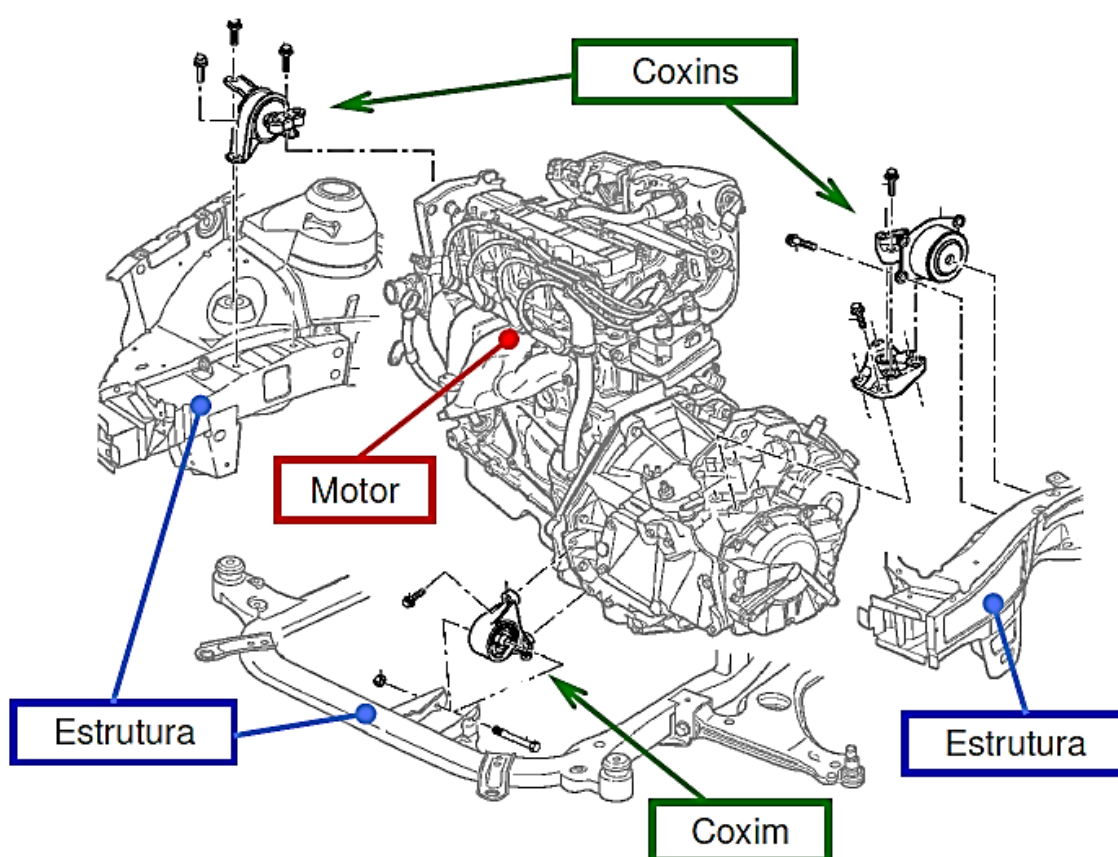
As duas principais fontes de vibração e ruído para veículos são o motor e estradas irregulares. Consequentemente, o sistema de suspensão do motor é foco de controle de vibração e ruído oriundos do motor, especialmente para atenuar o



nível de vibração na cabine, protegendo passageiros do veículo, e também componentes de danos (GEISBERGER, KHAJEPOUR e GOLNARAGHI, 2002; WANG et al, 2014).

Devido à combustão interna do motor, pode-se identificar dois fatores dinâmicos: o pulso de energia proveniente da combustão no interior dos cilindros; a força de inércia e torque oriundos das peças em movimento rotativo/ alternativo (pistão, biela, manivela). Em geral, em baixas velocidades do motor, a excitação resultará em movimentos incômodos do veículo, enquanto em velocidades mais elevadas haverá um crescente som no interior do veículo, que pode coincidir com a ressonância acústica dos componentes no interior do veículo (YU, NAGANATHAN e DUKKIPATI, 2001).

Figura 2 - Esquema de localização dos coxins de suspensão do motor



Fonte: Barbetti (2005).

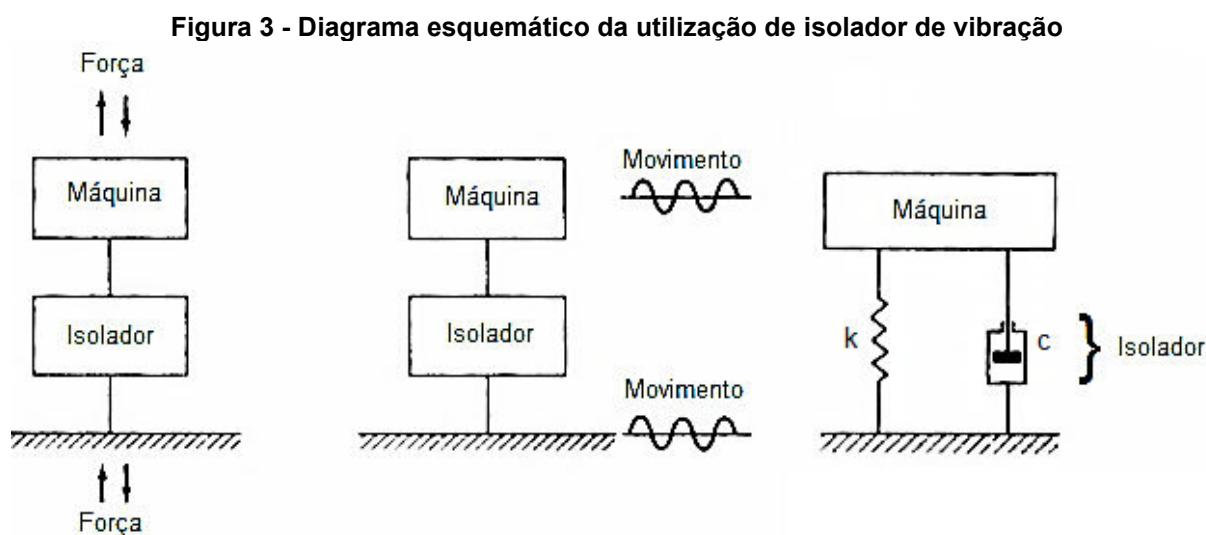
A função primordial do sistema de suspensão do motor é suportar seu peso, sendo que seu centro de gravidade não deve estar apenas em um coxim, mas

distribuído entre vários, garantindo que o motor possa trabalhar livremente em uma determinada posição de projeto (RIVIN, 1985; YU, NAGANATHAN e DUKKIPATI, 2001; BARBETTI, 2005; WANG e ZHU, 2017)

Dessa forma, o sistema de suspensão (ou apoio) do motor é composto normalmente por três ou quatro coxins, onde o comportamento do sistema depende do desempenho do conjunto e não apenas de um componente isoladamente. Yu, Naganathan e Dukkipati (2001) apontam que um sistema de suspensão do motor típico inclui motor, coxins e uma carroceria, sendo que grande parte dos estudos modela o motor como um corpo rígido com seis graus de liberdade. A modelagem do motor como um corpo rígido é coerente, uma vez que a sua frequência natural é muito maior do que a do sistema de coxins. A fundação normalmente também é modelada como um corpo rígido, visto o pequeno deslocamento do coxim fixo na carroceria, quando comparado ao lado do motor.

Os coxins podem ser modelados como molas, apresentando coeficiente de rigidez e histerese (ou viscosidade de amortecimento) em cada uma das três principais direções.

Conceitualmente, o sistema é ilustrado na Figura 3, onde o corpo rígido representa uma máquina conectada a uma fundação através de um isolador constituído por uma mola e um amortecedor.



Fonte: Adaptado de Barbetti (2005).

Rao (2008) define alguns parâmetros essenciais na modelagem de sistemas vibratórios com amortecimento viscoso e convenientemente abordados para o

presente estudo: força de amortecimento; frequência natural; amortecimento crítico; transmissibilidade e fator de amortecimento.

Portanto, a força de amortecimento viscoso é proporcional à velocidade e pode ser expressa por:

$$F = -c\dot{x} \quad (1)$$

onde  $F$  é a força de amortecimento viscoso,  $c$  é a constante de amortecimento ou coeficiente de amortecimento viscoso e  $\dot{x}$  é a velocidade.

A frequência natural ( $f_n$ ) ou frequência natural não-amortecida é a frequência livre de vibração de um sistema com um grau de liberdade não amortecido, dada por:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2)$$

onde  $f_n$  é a frequência natural da massa em suspensão,  $k$  é a constante de mola e  $m$  a massa em suspensão.

O amortecimento crítico ( $C_c$ ) é definido por Ogata (1998) e Rao (2008) como o amortecimento mínimo que fará com que o sistema em movimento retorne ao seu ponto de equilíbrio, sem apresentar oscilações, e pode ser determinado por:

$$C_c = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km} = 2m f_n \quad (3)$$

Rao (2008) define a transmissibilidade como a relação entre a amplitude da força transmitida à base ou suporte e a amplitude da força de excitação. Ogata (1998) também define a transmissibilidade como a taxa da redução da força transmitida por um isolador. Portanto, por ambos os autores, ela pode ser definida como:

$$TR = \frac{F_t}{F_e} \quad (4)$$

sendo que TR é a transmissibilidade, Ft é a amplitude da força transmitida e Fe é a amplitude da força de excitação do sistema.

O fator de amortecimento ( $\zeta$ ) para um sistema com amortecimento viscoso é a razão entre o coeficiente de amortecimento (c) e o coeficiente de amortecimento crítico ( $C_c$ ), representado por (RAO, 2008):

$$\zeta = \frac{c}{C_c} = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{c}{2mf_n} \quad (5)$$

onde c é o coeficiente de amortecimento,  $C_c$  é o coeficiente de amortecimento crítico, k é a rigidez, m a massa suspensa e  $f_n$  a frequência natural.

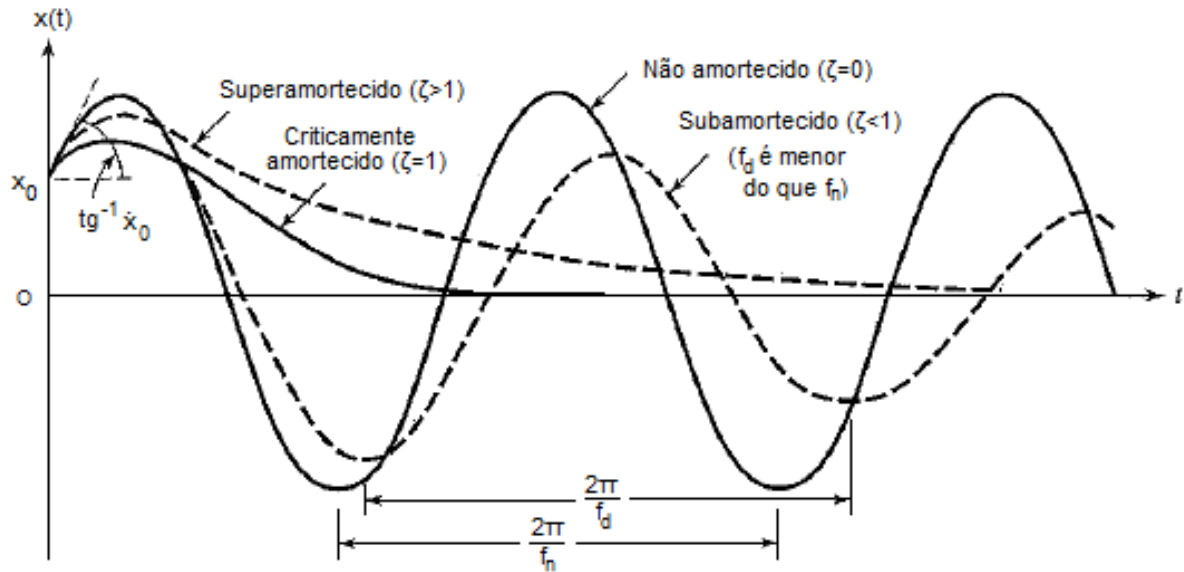
O comportamento da solução da equação (5) define três casos de amortecimento, desde que considerado  $\zeta \neq 0$  (RAO, 2008):

Caso A – Sistema subamortecido ( $0 < \zeta < 1$ ) – o movimento é oscilatório, porém a amplitude do movimento diminui exponencialmente com o tempo, caracterizando amortecimento. Dos três casos, esse é o único que resulta em movimento oscilatório.

Caso B – Sistema criticamente amortecido ( $\zeta = 1$ ) – o movimento do sistema é aperiódico, independentemente das condições iniciais impostas ao sistema. De todos os sistemas, esse é o que retorna à posição de equilíbrio mais rapidamente. Armas de fogo, por exemplo, utilizam o conceito do sistema criticamente amortecido, para voltar à posição original após o recuo no tempo mínimo, sem vibrar. Do contrário, haveria alguma demora antes do próximo tiro.

Caso C – Sistema superamortecido ( $\zeta > 1$ ) – Assim como o sistema criticamente amortecido, o sistema não oscila e sua amplitude decai exponencialmente com o tempo, porém, a curva de amortecimento desse sistema é mais suave quando comparado ao movimento criticamente amortecido, ou seja, o sistema demora mais para retornar à posição de equilíbrio.

Figura 4 - Comparação entre movimentos com diferentes tipos de amortecimento



Fonte: Adaptado de Rao (2008).

Pode-se colocar a transmissibilidade em termos do fator de amortecimento ( $\zeta$ ) e do fator de frequência ( $\beta$ ). Para tanto, define-se:

$$\beta = \frac{f}{f_n} \quad (6)$$

sendo que  $\beta$  é o fator de frequência,  $f$  é a frequência da força externa (força de excitação), e  $f_n$  é a frequência natural do sistema.

Já a força transmitida para a base, que neste estudo se refere à carroceria, é dada pela equação:

$$F_t(t) = F_e \sin(\omega t - \theta) \quad (7)$$

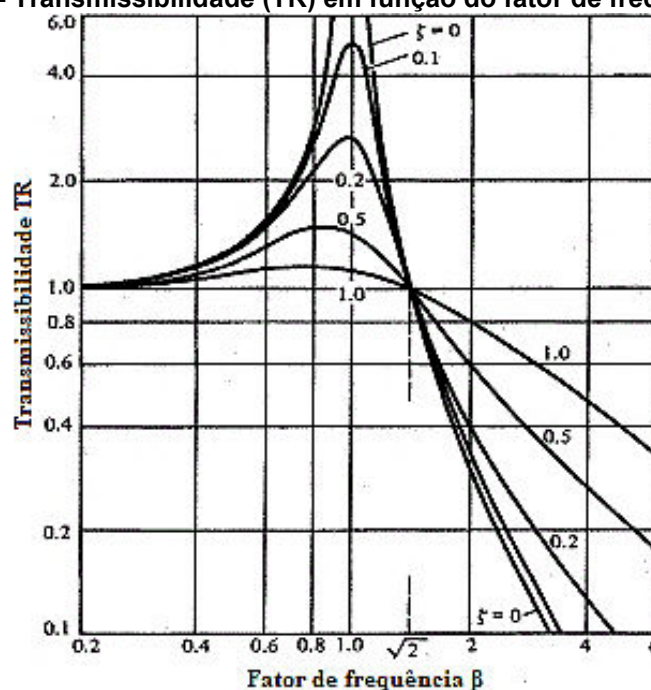
sendo que  $F_e$  é a amplitude da força de excitação,  $F_t$  é amplitude da força transmitida,  $\omega$  é a velocidade angular,  $t$  é o tempo e  $\theta$  é o ângulo de fase.

Aplicando a transformada de Laplace e as devidas substituições, tem-se que a transmissibilidade é dada por:

$$TR = \frac{F_t}{F_e} = \frac{\sqrt{1+(2\zeta\beta)^2}}{\sqrt{(1-\beta^2)^2+(2\zeta\beta)^2}} \quad (8)$$

Dessa forma, identifica-se que a transmissibilidade depende do fator de frequência ( $\beta$ ) e do fator de amortecimento ( $\zeta$ ).

Figura 5 - Transmissibilidade (TR) em função do fator de frequência ( $\beta$ )



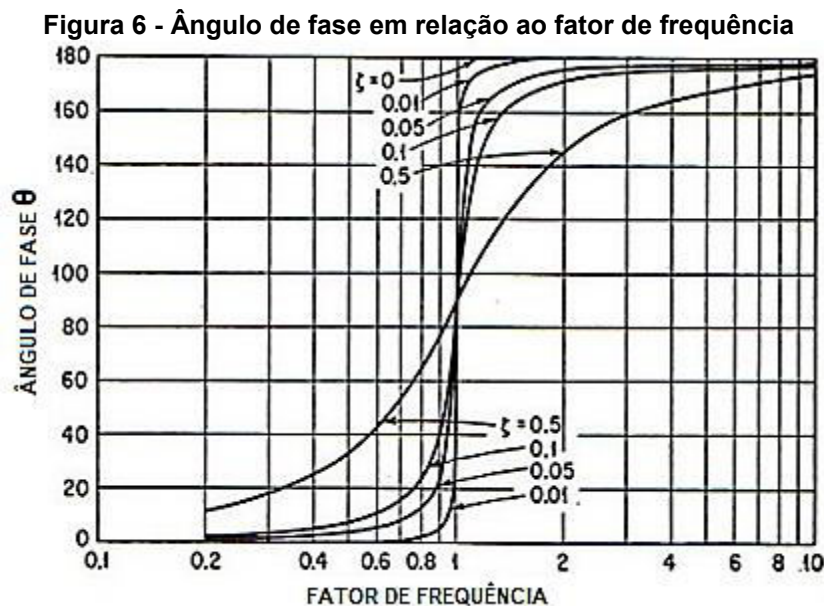
Fonte: Adaptado de Yu, Naganathan e Dukkipati (2001).

A Figura 5 mostra o efeito da transmissibilidade em função do fator de frequência ( $\beta$ ). Pode-se observar que todas as curvas passam pelo ponto crítico, onde  $TR=1$  e  $\beta = \sqrt{2}$ , ou seja, a amplitude da força de excitação terá o mesmo valor que a amplitude da força transmitida. Com o aumento do fator de amortecimento ( $\zeta$ ):

- Para  $\beta < \sqrt{2}$ , a transmissibilidade diminui conforme aumenta o valor de  $\zeta$ , ou seja, nesta situação, aumentar o amortecimento do isolador ajudaria na redução da transmissibilidade;

- Para  $\beta > \sqrt{2}$ , como a transmissibilidade aumenta com o aumento do valor de  $\zeta$ , aumentar o amortecimento não seria uma boa solução caso o objetivo fosse reduzir a transmissibilidade.

É conveniente também estudar o efeito sobre o ângulo de fase em função do fator de frequência e do fator de amortecimento, conforme ilustra a Figura 6. A frequência da força de excitação é a mesma frequência do deslocamento (deformação) do sistema, porém essas frequências não oscilam ao mesmo tempo, existindo uma defasagem ou atraso entre elas. A essa defasagem dá-se o nome de ângulo de fase, que especifica a quantidade na qual a frequência de deslocamento atrasa em função da frequência da força de excitação.



A equação do movimento para os seis graus de liberdade, considerando que entre os coxins e a carroceria não há movimento e que a carroceria é um sistema rígido, pode ser expressa por:

$$m\{\ddot{x}\} + c\{\dot{x}\} + k\{x\} = \{F\} \quad (9)$$

sendo  $\{x\}$  o deslocamento e  $\{\dot{x}\}$  e  $\{\ddot{x}\}$  são as derivadas de primeira e segunda ordem do deslocamento, que correspondem respectivamente, à velocidade e à aceleração, sendo essas respostas das forças geradas pelo funcionamento do motor, e que são representadas por  $\{F\}$ . Os parâmetros identificados dentro dos colchetes são matrizes  $6 \times 1$  devido aos seis graus de liberdade do sistema.

Para isolar distúrbios provenientes do funcionamento do motor, é conveniente utilizar isoladores com baixa rigidez e baixo amortecimento, uma vez

que as forças transmitidas à estrutura são, na faixa de frequência de interesse, proporcionais a essas duas características. Por outro lado, se a rigidez elástica do sistema de suspensão é muito baixa, a resposta transiente em uma situação severa (aceleração ou frenagem repentina, estradas irregulares, entre outros) pode ser problemática. Baixos valores de rigidez a elevadas cargas de trabalho levam a grandes deslocamentos e podem danificar componentes do sistema de suspensão ou mesmo do próprio motor. A partir dessa perspectiva, elevadas rigidez e taxa de amortecimento seriam mais apropriadas para minimizar a movimentação e ressonância do motor (YU, NAGANATHAN e DUKKIPATI, 2001).

Além da determinação dos parâmetros de rigidez e amortecimento, é importante considerar a frequência natural de excitação do sistema. Para evitar excitação do sistema de suspensão do motor, sua frequência natural em determinada direção deve ser inferior a frequência de trabalho do motor, evitando assim a ressonância do sistema durante condições normais de funcionamento.

Com o objetivo de melhorar seu desempenho, diferentes tipos de coxins para suspensão motopropulsora vêm sendo desenvolvidos, dentre eles: elastoméricos, hidráulicos, passivos e ativos. Alguns desses conceitos e suas características serão abordadas nas próximas seções. Cabe ressaltar que, embora os modernos sistemas de suspensão do motor tenham sido usados com sucesso para isolar o motorista e os passageiros de vibrações geradas pelo motor, sempre há necessidade de melhorar o desempenho desses sistemas. Isso se deve aos requisitos cada vez mais elevados de isolamento de vibração e conforto por consequência, bem como a tendência da indústria automotiva em tentar obter carros mais leves e ao mesmo tempo motores mais potentes (MARZBANI, JAZAR e FARD, 2014).

### 2.3 ISOLADORES VISCOELÁSTICOS

Isoladores viscoelásticos, ou coxins de borracha, apresentam fácil montagem, ocupam pouco espaço e possuem certo grau de amortecimento interno e, são relativamente de baixo custo.



Barber (1992) aponta que a rigidez da borracha como mola pode ser determinada em termos do módulo de rigidez, dependente do material e da geometria do coxim. Em geral, o sistema de suspensão do motor consiste em um conjunto de coxins confeccionados em borracha natural, devido a sua elasticidade ser maior do que em borrachas sintéticas. Todos os compostos de borracha possuem propriedades dependentes da temperatura. Em borrachas com elevada taxa de amortecimento, a temperatura pode aumentar devido à geração interna de energia. A borracha natural, particularmente, ainda é afetada pela presença de óleo ou outros hidrocarbonetos.

De acordo com Rivin (1985) e Karanth et al (1996), similarmente ao efeito do aço mola em molas metálicas, a borracha natural fornece o efeito mola quando aplicada em coxins de borracha. Estes dois materiais, cada qual para sua melhor aplicação, são amplamente utilizados, particularmente onde se requer alta durabilidade em ambientes extremamente agressivos. Os principais motivos que levaram a ampla utilização da borracha natural em coxins são: excelente resistência à fadiga, cortes e rasgos; elevada elasticidade; baixa taxa de geração de calor; eficiente adesão a metais; baixo custo de fabricação. Comparativamente a molas metálicas, as vantagens da utilização de borracha natural são: não requerem manutenção; capacidade de armazenamento de grande quantidade de energia; diferentes geometrias fornecem valores de rigidez diferentes para cada direção, além de características não lineares de carga-deformação; apesar da alta elasticidade da borracha natural, a histerese inerente de materiais elastoméricos ajuda a amenizar a vibração de ressonância.

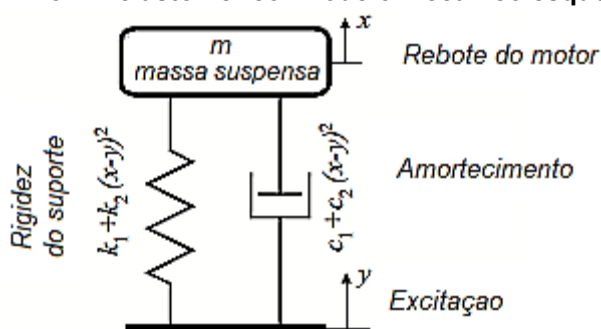
Aliado ao desenvolvimento dos compostos de borracha natural, diferentes tipos de coxins para suspensão motopropulsora vêm sendo desenvolvidos, com o objetivo de melhorar seu desempenho, dentre os quais podemos citar: coxins elastoméricos, hidráulicos, passivos e ativos. Coxins passivos elastoméricos e hidráulicos serão brevemente abordados nas próximas seções. Além disso, cabe ressaltar que esses componentes atuam em ambiente sujeito a condições severas, incluindo: variações de temperatura; exposição a substâncias agressivas tais como óleo, gasolina, fluido de limpeza. Esses fatores, juntamente com custos de confecção, manutenção e vida útil também devem ser considerados, ainda na fase de projeto do sistema de suspensão motopropulsor, para garantir a confiabilidade e competitividade da sua utilização (YU, NAGANATHAN e DUKKIPATI, 2001).

### 2.3.1 Coxim Elastomérico

Coxins elastoméricos são basicamente constituídos de borracha natural e têm sido utilizados para isolar a estrutura de vibrações oriundas do motor desde 1930. Desde então, procura-se melhorar seu desempenho.

O projeto de um coxim elastomérico contempla as características necessárias de rigidez elástica em cada direção para o apropriado amortecimento de vibração. São isoladores compactos, de baixo custo de fabricação e isentos de manutenção, provendo normalmente alto desempenho e vida longa. O coxim elastomérico pode ser representado através do modelo mecânico composto por uma mola e um amortecedor viscoso, conforme Figura 7.

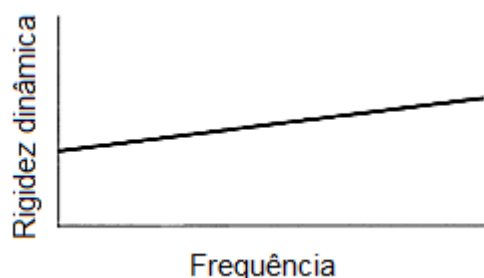
Figura 7 - Coxim elastomérico: modelo mecânico esquemático.



Fonte: Jazar et al (2006)

O aumento da rigidez dinâmica de um coxim elastomérico é proporcional ao aumento da frequência. Essa elevada rigidez pode comprometê-lo, levando a degradação. Por outro lado, a baixa rigidez produz boa isolamento de vibração em alta frequência, mas ocorrerá um alto nível de trepidação em baixa frequência. Essa característica dificulta o projeto de um sistema de coxins que satisfaça todos os requisitos, uma vez que o objetivo é obter a melhor relação entre isolar a vibração e a conter a trepidação do motor. A Figura 8 ilustra a rigidez dinâmica de um coxim elastomérico em função da frequência.

**Figura 8 - Rigidez dinâmica de um coxim elastomérico.**



**Fonte: Adaptado de Yu, Naganathan e Dukkipati (2001).**

De acordo com Marzbani, Jazar e Fard (2014), a aplicação do coxim elastomérico em motores automotivos tem sido satisfatório durante muitos anos. Embora ainda exista uma ampla gama de melhorias a serem estudadas e desenvolvidas no coxim elastomérico - através do uso da rigidez não linear, design inteligente, evolução no desenvolvimento de características da borracha - os recentes desenvolvimentos de veículos tendem a modelos pequenos e leves e necessitam de coxins de melhor desempenho, o que dificulta o emprego de coxins elastoméricos.

### 2.3.2 Coxim Hidráulico Passivo

O coxim hidráulico é um isolador de vibração avançado, com melhor desempenho, utilizado para reduzir a vibração transferida do motor para o chassi (WANG et al, 2014.)

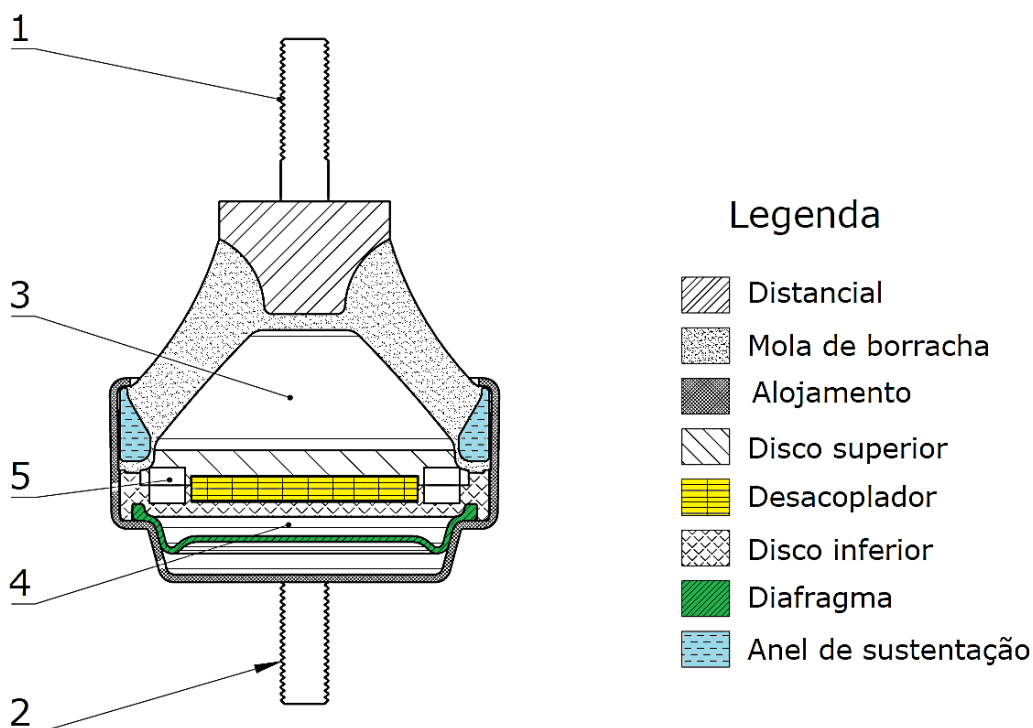
De acordo com Swanson (1993), os coxins hidráulicos podem ser classificados em três tipos básicos, sendo que todos promovem aumento de amortecimento em baixa frequência:

1. Coxim hidráulico com simples orifício;
2. Coxim hidráulico com longo canal de inércia;
3. Coxim hidráulico com canal de inércia + desacoplador, sendo esse o modelo mais difundido na indústria automotiva e o foco de estudo do presente trabalho. A Figura 9 ilustra esse tipo de coxim.

A conexão do coxim hidráulico com o motor e chassi é feita através dos parafusos, ilustrados como (1) e (2). A mola de borracha suporta o peso do motor,

além de ter a função de pistão, bombeando o fluido entre as câmaras superior (3) e inferior (4). Ambas as câmaras são preenchidas com fluido, sendo o agente responsável pela geração do amortecimento em baixa frequência. Normalmente, utiliza-se uma mistura de água com etileno glicol. O fluido escoar através duas câmaras de acordo com o movimento do motor. O deslocamento volumétrico do fluido é parcialmente absorvido pelo desacoplador, constituído normalmente por um disco de borracha, que fica alojado entre os discos superior e inferior. Esses discos formam o canal de inércia (5), por onde há o restante do deslocamento volumétrico do fluido entre as câmaras.

**Figura 9 - Esquemático de um coxim hidráulico com orifício longo de inércia mais desacoplador**

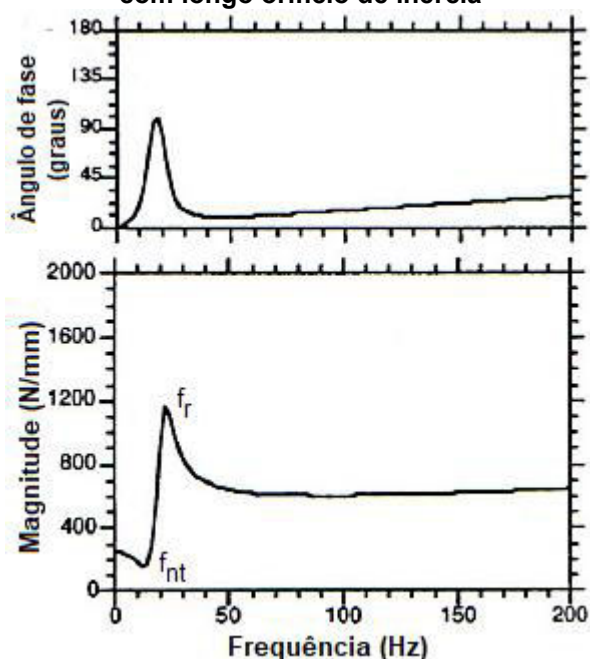


**Fonte: Autoria própria.**

Para baixas amplitudes de excitação, o fluido escoar essencialmente através do desacoplador, que oferece baixa resistência ao escoamento. Com o aumento da amplitude de excitação, o fluido também é forçado através do canal de inércia e há vibração do desacoplador, obtendo-se redução da rigidez dinâmica. O diafragma é uma fina camada de borracha que permite a câmara inferior expandir ou contrair, de acordo com o movimento do fluido (CORCORAN, TICKS, 1984; GEISBERGER, KHAJEPOUR, GOLNARAGHI, 2002; WANG et al, 2014).

De acordo com Swanson (1993), Kim, Singh (1995), Müller et al (1996), o funcionamento do coxim hidráulico pode ser descrito do seguinte modo: em baixa frequência, o fluido escoava livremente entre as câmaras através do longo canal de inércia. Devido à rigidez da membrana ser desprezível, a rigidez estática do coxim pode ser considerada igual à rigidez da mola de borracha. Como se pode observar na Figura 10, na frequência *notch* ( $f_{nt}$ ) há ressonância da massa do fluido sobre a mola de borracha, reduzindo a rigidez dinâmica. A massa de fluido deslocada é definida pela razão das áreas  $A_p/A_t$  ( $A_p$  = Área da mola de borracha /  $A_t$  = Área da secção do orifício de inércia). Com o aumento da frequência, a rigidez dinâmica aumenta até o ponto máximo onde se tem a frequência de ressonância ( $f_r$ ). Neste ponto o orifício de inércia praticamente fecha e a rigidez dinâmica é aproximadamente igual a somatória da rigidez da mola de borracha ( $k$ ) e da rigidez volumétrica do fluido ( $k_f$ ).

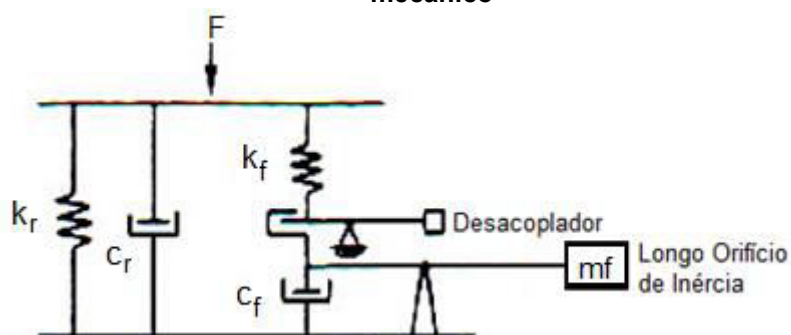
**Figura 10 - Gráficos de função de rigidez dinâmica e ângulo de fase em um coxim hidráulico com longo orifício de inércia**



Fonte: Adaptado de Swanson (1993).

A Figura 11 apresenta o modelo mecânico de um típico coxim hidráulico com longo orifício de inércia mais desacoplador.

**Figura 11 - Coxim hidráulico com longo orifício de inércia mais desacoplador: Modelo mecânico**



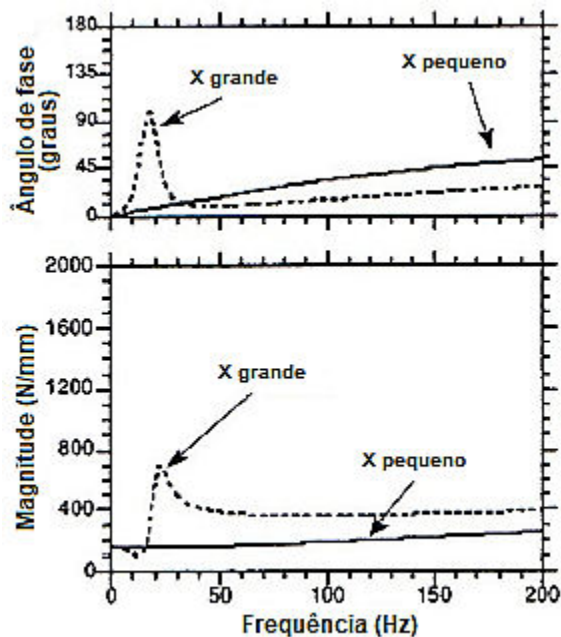
Fonte: Taylor Jr. (1986).

Neste modelo, tem-se que  $F$  é a força,  $k_r$  a rigidez da seção de borracha,  $c_r$  o amortecimento gerado pela borracha,  $k_f$  a rigidez volumétrica gerada pelo fluido,  $c_f$  o amortecimento gerado pelo fluido e  $mf$  a massa de fluido deslocada.

Conforme explica Swanson (1993) e Colgate et al (1995), o desacoplador funciona como um pistão flutuante de deslocamento limitado. Quando solicitado em baixa frequência, há maior amplitude de deslocamento e o pico da ação de bombeamento pressiona o desacoplador contra o fundo de seu alojamento, vedando o fluxo do fluido ao seu redor. Isso permite que todo o fluido circule livremente entre a câmara superior e inferior através do longo orifício de inércia, assumindo a condição de coxim hidráulico simples (com longo orifício de inércia) mantendo a característica de alto amortecimento em baixa frequência.

Quando a frequência aumenta, tem-se menor amplitude de deslocamento do motor. Dessa maneira, o desacoplador vibra dentro de seu alojamento reduzindo a geração de amortecimento e conseqüentemente reduzindo a rigidez dinâmica, permitindo o coxim hidráulico comportar-se próximo ao coxim elastomérico, provendo boa isolação de vibração em toda a faixa de deslocamento. A Figura 12 ilustra o comportamento dinâmico entre o coxim elastomérico e o coxim hidráulico com longo orifício de inércia + desacoplador.

**Figura 12 - Comparação entre as funções de rigidez dinâmica e ângulo de fase entre o coxim elastomérico (linha cheia) e coxim hidráulico com canal de inércia + desacoplador (linha pontilhada)**



Fonte: Adaptado de Swanson (1993).

Nota-se que, mesmo com a adição do desacoplador, a redução da rigidez dinâmica ainda não supera o desempenho relativo à rigidez dinâmica do coxim elastomérico. Ou seja, apesar do recurso de capacidade extra de amortecimento em baixa frequência, o coxim elastomérico apresenta melhor desempenho quanto a isolamento de vibração em alta frequência.

A faixa de frequência na qual ocorre o pico de rigidez dinâmica e, em seguida, a redução dessa característica é resultado da geometria e de alguns parâmetros adotados em projeto. Uma mudança na dureza da borracha, geometria da mola principal de borracha, geometria e comprimento do canal de inércia e dureza da borracha do desacoplador, são alguns parâmetros que podem influenciar na mudança da faixa de frequência onde tal fenômeno ocorrerá. O ajuste para atingir a faixa de frequência ideal na qual ocorrerá o pico de rigidez é essencial para evitar a ressonância do motor, e que tal fenômeno se propague até a estrutura do carro.

## 2.4 MODELOS VISCOELÁSTICOS PARA ISOLADORES DE VIBRAÇÕES

Comumente artefatos poliméricos são modelados similarmente a materiais viscoelásticos, devido ao seu comportamento não linear, tal como a propriedade de memória e dependência da frequência. A primeira tentativa de melhorar a compreensão e projeto acerca de coxins hidráulicos foi feita por Flower (1985), ao propor modelo para o desacoplador e canal de inércia. A introdução de novos fatores, como a pressão na câmara, por exemplo, aumentam a complexidade do modelo e conseqüentemente o processo de modelagem geométrica e matemática.

Os sistemas modernos têm requisitos vibro-acústicos cada vez mais exigentes e, portanto, a necessidade de métodos de identificação e modelagem mais precisos cresce proporcionalmente (PEETERS et al, 2018).

Como forma de simplificar a modelagem da borracha, considera-se seu comportamento linear e se limita a faixa de frequência de análise. Entretanto, estudos acerca da modelagem não-linear de coxins têm sido conduzidos por Royston e Singh (1996) e Christopherson, Mahinfalah e Jazar (2012), evidenciando a complexidade de tais sistemas e conseqüentemente a dificuldade de modelagem.

A utilização do cálculo fracionário para modelagem de sistemas vem ganhando cada vez mais espaço em diversos campos da engenharia. Vários autores explicam que a modelagem a partir do cálculo fracionário permite aumentar a exatidão na descrição de sistemas físicos que não são bem representados pelas leis físicas tradicionais. O cálculo fracionário é utilizado para refinar a descrição de um fenômeno, substituindo a derivada de ordem inteira da equação diferencial ordinária ou parcial por uma ordem não inteira.

Hernández (2016) explica que uma das principais características das derivadas fracionárias é proporcionar uma boa ferramenta na modelagem de processos que descrevem características hereditárias e efeitos de memória. Consentindo a essa definição, diversos autores, como Bagley, Torvik (1983), Pritz (1996), Rossikhin e Shitikova (2001), Hernández (2016) apontam que o cálculo fracionário tem se mostrado uma ótima ferramenta para modelar o comportamento viscoelástico. Através da derivada fracionária, por exemplo, é possível descrever as propriedades de memória de materiais viscoelásticos, além de uma melhor abordagem das forças dissipativas do sistema, funções de relaxação e fluência.



### 2.4.1 Deformações Viscoelásticas

Para materiais com resposta linear, a deformação elástica corresponde instantaneamente a uma mudança na carga, independentemente do tempo. Dessa forma, em um material puramente elástico, o estado de tensão é determinado pela deformação.

Para materiais viscoelásticos sob tensão, a deformação é dependente de combinações das ações elásticas e viscosas. Logo, o estado de tensão é determinado pelo histórico de sua deformação e, por isso, são definidos como materiais com características de memória, ou também chamadas hereditárias (HERNÁNDEZ, 2016).

Sendo assim, materiais viscoelásticos precisam ser modelados de maneira que possa se considerar esses efeitos de memória presentes (BRINSON e BRINSON, 2010). Isso significa que, em sistemas lineares onde a tensão (ou deformação) corresponde à função excitação do sistema e a deformação (tensão) como função resposta, as leis clássicas (lei de Hooke para sólidos elásticos e lei de Newton para líquidos viscosos) não são adequadas para representar situações reais envolvendo esses materiais. Alguns autores como Caputo e Mainardi (1971) e Bagley e Torvik (1986) apresentam modelos matemáticos que relacionam a elasticidade com a viscosidade. Esses autores sugerem que modelos de ordem inteira apresentam resultados inadequados do ponto de vista qualitativo e quantitativo e propõem funções de ordem fracionária para modelagem do comportamento viscoelásticos de materiais reais.

Além disso, materiais tipo borracha, que agem como molas em coxins, tem uma característica não linear. Além da não linearidade do material elastomérico, podem ser introduzidas ao sistema diversas outras fontes de não linearidades, tais como características geométricas, comportamento turbulento do fluido, temperatura, ação do desacoplador e histerese (MARZBANI, FARD e JAZAR, 2016).

### 2.4.2 Fluência e Relaxação

Na representação de materiais viscoelásticos, os processos de fluência e relaxação são considerados carregamentos quase-estáticos, ou seja, tratam-se de processos de deformação com baixa taxa de deformação.

A definição de fluência diz que, sob um estado constante de tensão, há o aumento da deformação ao longo do tempo. Através de uma integral hereditária e utilizando o princípio da superposição de Boltzman, pode-se representar a formulação para a fluência (BRINSON e BRINSON, 2010) por :

$$\varepsilon(t) = J(t)\sigma(0) + \int_0^t J(t-\tau) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (10)$$

onde  $\varepsilon(t)$  é a evolução do campo de deformação, dependente do tempo e  $J(t)$  é o módulo de fluência do material.

Define-se relaxação como, para um estado constante de deformação, a redução da tensão ao longo do tempo. Em forma de integral hereditária (HERNÁNDEZ, 2016), tem-se que:

$$\sigma(t) = H(t_0)\varepsilon(0) + \int_0^t H(t-\tau) \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (11)$$

onde  $\sigma(t)$  é a evolução do campo de tensões e  $H(t)$  é o módulo de relaxação do material.

Nas funções de fluência e relaxação, são observadas duas parcelas nas equações, sendo que a primeira representa o comportamento instantâneo do material e a segunda as características hereditárias, de natureza elástica e viscosa. Sendo assim, essas funções de fluência e relaxação representam o efeito hereditário associado ao modelo, visto suas dependências do tempo (HERNÁNDEZ, 2016).

### 2.4.3 Módulo Complexo

Pritz (1998) comenta que todo material sólido real apresenta propriedades elásticas e de amortecimento, o qual é definido como a capacidade de dissipar energia mecânica quando submetido a uma deformação ou vibração. Para materiais incompressíveis, essas propriedades podem ser representadas no domínio de frequência, através de uma grandeza complexa definido como módulo complexo de Young, ou ainda modulo complexo da elasticidade. Ele é tal que:

$$\bar{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E_R + jE_I \quad (12)$$

onde  $\bar{E}$  representa o módulo complexo da elasticidade,  $\sigma$  é a tensão,  $\varepsilon$  é a deformação,  $E_R$  corresponde a parte real associada a energia armazenada, também conhecida como módulo dinâmico da elasticidade,  $j$  é a representação do número imaginário ( $\sqrt{-1}$ ),  $E_I$  corresponde a parte imaginária e está associada a energia dissipada do material.

Medeiros Júnior (2010), define o fator de perda como:

$$\eta = \frac{E_I}{E_R} \quad (13)$$

sendo que o módulo dinâmico e o fator de perda são conhecidos como propriedades dinâmicas do material viscoelástico.

Estudos sobre o comportamento fenomenológico de diversos materiais em condição de carregamento e deformação mostram que o módulo de armazenamento aumenta com a frequência e o fator de perda possui pelo menos um pico (WINEMAN e RAJAGOPAL, 2000; PRITZ, 2003; CHRISTENSEN, 2012).

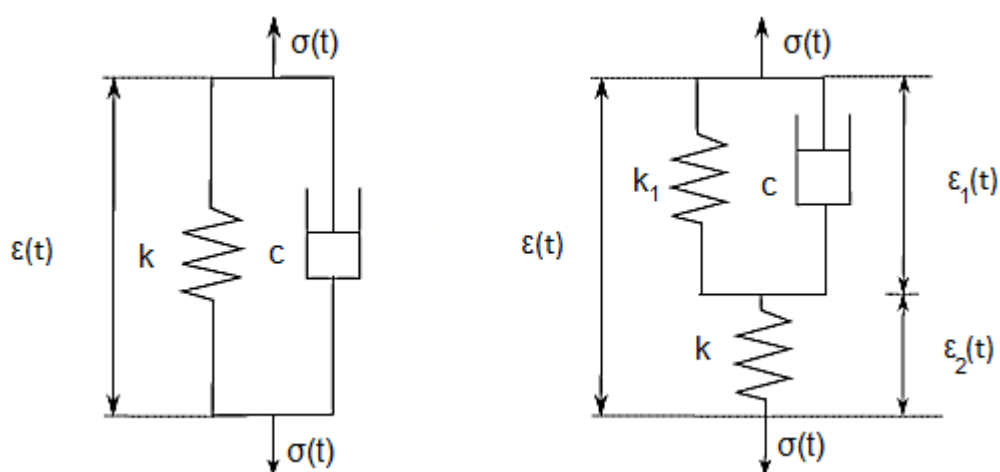
#### 2.4.4 Modelos Viscoelásticos Clássicos

As primeiras formulações sobre materiais viscoelásticos adotavam o comportamento elástico separadamente ao viscoso, sendo os sólidos representados pela lei de Hooke, onde a tensão varia linearmente com a taxa de deformação, e os fluidos considerados newtonianos, sendo a tensão uma função linear da taxa de deformação. Dessa forma, a representação dos sólidos pode ser através de molas e dos fluidos por amortecedores.

Na sequência, surgiram representações feitas a partir da combinação de molas e amortecedores, sendo modelos análogos aos sistemas mecânicos do tipo mola-amortecedor, representados por elementos unidimensionais sem massa, onde a elasticidade está associada às molas e a dissipação por efeitos viscosos aos amortecedores (WINEMAN e RAJAGOPAL, 2000). Para definir completamente o comportamento dos materiais viscoelásticos, é introduzida uma relação cinemática que representa os mecanismos de deformação no interior do material, e que estão definidos pelo modelo reológico para descrição do material (HERNÁNDEZ, 2016).

Os modelos reológicos clássicos da literatura são Kelvin-Voigt e Sólido Padrão, representados na Figura 13.

**Figura 13 - Representação reológica para modelos viscoelásticos**  
 (a) Modelo Kelvin- Voigt (b) Modelo Sólido Padrão



Fonte: Adaptado de Hernández (2016).

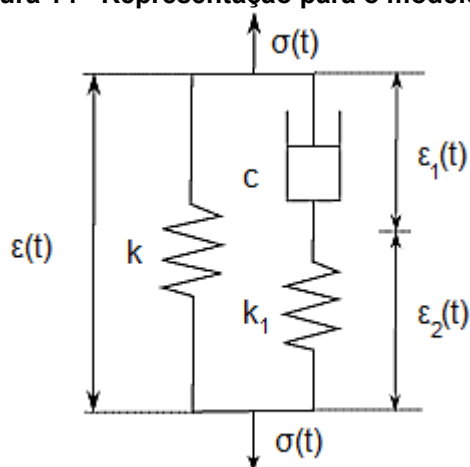
O modelo Kelvin-Voigt é representado através de uma mola linear de módulo  $k$  ligada em paralelo com um amortecedor newtoniano, com viscosidade  $c$ . O modelo

apresenta apenas um grau de liberdade e a deformação  $\varepsilon(t)$  representa a deformação da mola e do amortecedor. De acordo com esse modelo, parte da energia inserida no sistema é armazenada na mola e, simultaneamente a outra parte dissipada pelo amortecedor. Para uma deformação lenta, o retardo seria ocasionado pela natureza viscosa do amortecedor. Entretanto, de acordo com esse modelo, o módulo de perda cresce linearmente com a frequência, o que não é observado em estudos experimentais. Sendo assim, o modelo Kelvin-Voigt representa satisfatoriamente o comportamento de fluência, ou seja, estados de tensão constante, porém, é inadequado para representar o fenômeno da relaxação, pois resulta em tensão infinita e instantânea (WINEMAN e RAJAGOPAL, 2000; HERNÁNDEZ, 2016).

Frente a essas restrições do modelo Kelvin-Voigt, surgiu o modelo tipo Sólido Padrão, o qual é representado por uma mola em série com o modelo Kelvin-Voigt. Agora, a mola com rigidez  $k$  oferece rigidez instantânea ao sistema. A deformação total corresponde a soma das deformações dos dois componentes ( $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ ), enquanto o estado de tensão é o mesmo para ambos.

Devido à simplicidade dos modelos Kelvin-Voigt e Sólido Padrão a representação do comportamento dinâmico dos materiais viscoelásticos é bastante limitada. Visando melhorar essa lacuna, foi desenvolvido o modelo Zener, através do rearranjo de um elemento mola em paralelo a uma mola em série com amortecedor, conforme representado na Figura 14.

**Figura 14 - Representação para o modelo Zener**



**Fonte: Adaptado de Hernández (2016).**

No modelo Zener, a mola com rigidez  $k$  oferece rigidez a longo prazo, mesmo após o sistema em série ter sido relaxado. A deformação total corresponde a soma de deformação em cada fração do modelo ( $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ ), sendo a deformação a mesma para cada lado unido.

#### 2.4.5 Modelo com Derivadas Fracionárias

Os modelos com operadores de ordem fracionária representam uma ferramenta que vem se difundindo a cada dia por permitir uma melhor descrição do comportamento dinâmico de materiais, especialmente em aplicações de controle passivo ou semi-ativo de vibrações. A representação de características de memória e o comportamento dinâmico de materiais viscoelásticos através de formulação simples é uma das principais vantagens para utilização desses modelos. Alguns estudos realizados com operadores de ordem fracionária apresentaram resultados satisfatórios no comportamento dinâmico em uma ampla faixa de frequência (BAGLEY e TORVIK, 1983; ROGERS, 1983; BAGLEY e TORVIK, 1986; MAINARDI, 1994; PRITZ, 1996; MAINARDI, 2010; MEDEIROS JÚNIOR, 2010; HERNÁNDEZ, 2016).

A modelagem de materiais viscoelásticos lineares, segundo o enfoque clássico, considera que existe uma relação entre a tensão e a deformação que pode ser descrita a partir de equações diferenciais ordinárias. Para materiais isotrópicos, essa equação pode ser escrita como (MEDEIROS JÚNIOR, 2010):

$$\sigma(t) + \sum_{k=1}^n b_k \frac{d^k \sigma(t)}{dt^k} = a_0 \varepsilon + \sum_{p=1}^m a_p \frac{d^p \varepsilon(t)}{dt^p} \quad (14)$$

onde  $t$  é o tempo e os coeficientes  $[a_0, a_1, \dots, a_m]$  e  $[b_0, b_1, \dots, b_n]$  são conjuntos de parâmetros constitutivos do material, sendo que  $k$  varia de 1 a  $n$  e  $p$  varia de 1 a  $m$ .

A representação do modelo constitutivo de materiais viscoelásticos com operadores de ordem fracionária é exposta por Bagley e Torvik (1983). Considerando ainda o material linear e isotrópico, o modelo é representado por:

$$\sum_{i=0}^n b_i D_*^{\gamma_i} [\sigma(t)] = \sum_{k=0}^m a_k D_*^{\alpha_k} [\varepsilon(t)] \quad (15)$$

onde  $t$  é o tempo,  $[a_0, a_1, \dots, a_m]$  e  $[b_0, b_1, \dots, b_n]$  são conjuntos de parâmetros constitutivos do material,  $D_*^{\gamma_i}$  e  $D_*^{\alpha_j}$  são derivadas de ordem fracionária e  $[\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m]$  e  $[\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n]$  são as ordens dos operadores fracionários, segundo Caputo e Mainardi (1971).

Entretanto, a ordem dos operadores fracionários e os parâmetros  $a_m$  e  $b_n$  do modelo são definidos pelo usuário, além do modelo estar condicionado a restrições termodinâmicas inerentes de deformações anelásticas. Dessa forma, a calibração e ajuste dos parâmetros do modelo deve ser estabelecida a partir de técnicas baseadas em análise do problema inverso.

O modelo constitutivo para a viscoelasticidade linear com operadores de ordem fracionária no domínio transformado de Fourier pode ser representado por:

$$\sum_{i=0}^n b_i (j\omega)^{\gamma_i} \tilde{\sigma}(j\omega) = \sum_{k=0}^m a_k (j\omega)^{\alpha_k} \tilde{\varepsilon}(j\omega) \quad (16)$$

onde  $\tilde{\sigma}(j\omega)$  é a transformada de Fourier da tensão e  $\tilde{\varepsilon}(j\omega)$  é a transformada de Fourier da deformação.

Aplicando as propriedades dos operadores fracionários, o módulo complexo ( $\bar{E}$ ) pode ser representado por:

$$\bar{E} = \frac{\tilde{\sigma}(j\omega)}{\tilde{\varepsilon}(j\omega)} = \frac{\sum_{k=0}^m a_k (j\omega)^{\alpha_k}}{\sum_{i=0}^n b_i (j\omega)^{\gamma_i}} = E_R(j\omega) + jE_I(j\omega) \quad (17)$$

A partir da Equação (17), pode-se, como antecipado no início da seção 2.4, modelar a rigidez dinâmica de um artefato viscoelástico como sendo uma função diretamente relacionada ao módulo complexo, o que está de acordo com a representação indicada na Equação (12).

Considerando a representação trigonométrica para números complexos, definida por:

$$(j\omega)^\gamma = \omega^\gamma \left( \cos \frac{\pi}{2} \gamma + j \sin \frac{\pi}{2} \gamma \right) \quad (18)$$

Os módulos de armazenamento e perda podem ser representados por:

$$E_R = \frac{C_1 C_2 + S_1 S_2}{(C_2)^2 + (S_2)^2} \quad (19)$$

$$E_I = \frac{S_1 C_2 - C_1 S_2}{(C_2)^2 + (S_2)^2} \quad (20)$$

em que:

$$C_1 = \sum_{k=0}^m a_k \omega^{\alpha_k} \cos \frac{\pi \alpha_k}{2} \quad (21)$$

$$C_2 = \sum_{i=0}^m b_i \omega^{\gamma_i} \cos \frac{\pi \gamma_i}{2} \quad (22)$$

$$S_1 = \sum_{k=0}^m a_k \omega^{\alpha_k} \sin \frac{\pi \alpha_k}{2} \quad (23)$$

$$S_2 = \sum_{i=0}^m b_i \omega^{\gamma_i} \sin \frac{\pi \gamma_i}{2} \quad (24)$$

sendo que os parâmetros  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $S_1$  e  $S_2$  serão utilizados para determinar os módulos de armazenamento e perda, onde  $a_k$  e  $b_i$  representam os parâmetros constitutivos do material e  $\gamma_i$  são as ordens dos operadores fracionários.



## 2.5 REDES NEURAIIS ARTIFICIAIS

Redes neurais artificiais (RNA) é uma ferramenta matemática que tem sido amplamente aplicada na simulação de diversas condições, tais como controle de processos industriais, reconhecimento de padrões em linhas de montagem, aplicações climáticas, diagnósticos médicos, classificação de dados, entre outros (HAYKIN, 2001). Recentemente, o emprego das RNA está fortemente relacionado à problemas de reconhecimento de padrões, como, por exemplo, reconhecimento de fala em carros autônomos, em que a quantidade de dados é abundante e as informações para treinamento são de alguma forma similar às informações apresentadas quando a rede neural está em execução (BISHOP, 1997).

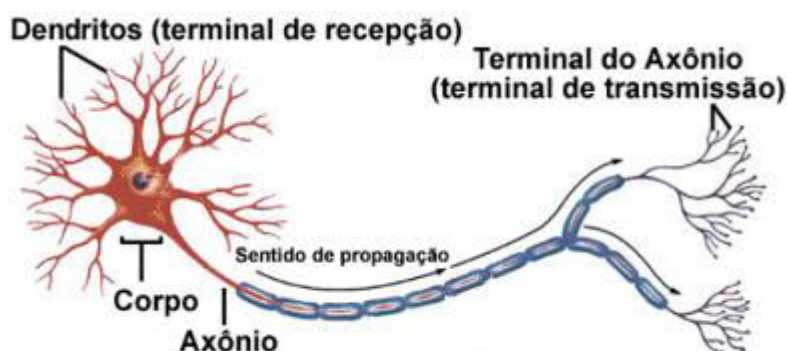
Devido à flexibilidade do emprego de RNA na modelagem de sistemas em que a resposta está em função do domínio da frequência, a modelagem de materiais viscoelásticos é convenientemente representada. Segundo Tomczak (2010), Oliveira (2011) e Tanaka (2017), devido ao seu bom desempenho, as redes neurais vêm sendo aplicadas em estudos de materiais viscoelásticos, como consequência de sua arquitetura, funções de treinamento, processo de treinamento e método de avaliação, permitindo solucionar problemas baseados em dados experimentais e generalizar o comportamento característico do sistema. Além disso, não é necessário o conhecimento prévio da natureza das relações dos dados de entrada, permitindo modelar relações complexas multidimensionais não lineares. Cabe ainda destacar que, a aplicação de RNA diz respeito a problemas práticos, especialmente quando há uma limitada quantidade de dados devido a tempo, complexidade e/ou custo e deseja-se obter mais informações a respeito do sistema e seu padrão.

A origem das RNA é derivada do funcionamento e integração dos neurônios naturais do sistema nervoso central. A característica primordial de organismos vivos dotados de sistema nervoso é a capacidade de obter informações sobre o estado dos ambientes externo e interno. Os estímulos provenientes de entradas sensoriais são convertidos em informação ao organismo, a qual é processada, comparada com o conhecimento já adquirido previamente e transformada em ações, sob a forma de novo conhecimento (BOCCATO, 2013).

Cada neurônio recebe, processa e encaminha informações para outras partes do organismo por meio de de pulsos elétricos (SIQUEIRA, 2009). Além disso,

a medida que experimenta novos desafios, há o aprendizado e a adaptação biológica. A Figura 15 ilustra esquematicamente um neurônio biológico.

**Figura 15 - Esquema de neurônio biológico**



**Fonte: Siqueira (2009)**

A característica de transmissão de informações, aprendizado e adaptação do sistema nervoso biológico inspirou matemáticos, físicos e engenheiros na tentativa de reproduzir artificialmente suas habilidades, com o objetivo de obter soluções para desafios cotidianos. O estudo e desenvolvimento de modelos e ferramentas computacionais, que se inspiram em princípios do sistema nervoso biológico, é chamado de Neurocomputação (DE CASTRO, 2006).

Com o objetivo de reproduzir mesmo que rudimentarmente o funcionamento do cérebro humano, o neurofisiologista Warren McCulloch e o matemático Walter Pitts foram os primeiros autores a propor o modelo matemático de um neurônio artificial (MCCULLOCH e PITTS, 1943). Tratava-se de uma unidade de processamento simples, de base binária, capaz de realizar cálculos lógicos simples.

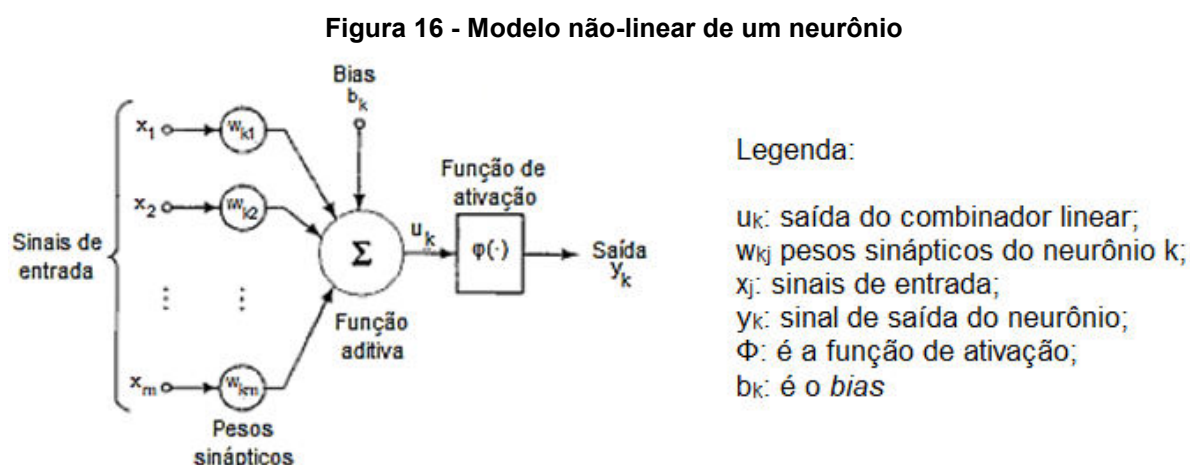
As redes neurais artificiais são caracterizadas pelo modelo de neurônio empregado, pela arquitetura de rede utilizada, a qual define a conectividade entre as unidades e também pela estratégia adotada no ajuste dos pesos sinápticos, conhecida como algoritmo de treinamento ou aprendizado (BOCCATO, 2013).

A criação de uma RNA contempla as seguintes etapas: coleta de dados; análise e pré-processamento desses dados; treinamento da rede neural, teste da rede, avaliando seu desempenho e aplicação da rede para simulações.

Uma RNA é composta por uma série de neurônios artificiais interconectados, através dos quais uma informação apresentada percorre um caminho desde as camadas de entrada, passando por camadas intermediárias e finalizando na camada

de saída. O principal objetivo de uma RNA é a representação do comportamento de determinado sistema, e não de sua dimensão, ou seja, um mapeamento dos dados de entrada até os dados de saída (HAYKIN, 2001; DA SILVA et al 2016).

Um neurônio artificial é basicamente composto por entradas, saídas e uma unidade de processamento (MOLLETA, 2015). As partes constituintes de um neurônio são ilustradas esquematicamente na Figura 16, onde, os sinais de entrada no neurônio são representados por  $x_j$ . O peso sináptico é representado por  $w_{kj}$ . Os elos de conexão, também conhecidos como sinapses, apresentam peso próprio. Um sinal  $x_j$  na entrada da sinapse  $j$  conectada ao neurônio  $k$  é multiplicado pelo peso sináptico  $w_{kj}$ . É importante manter a ordem dos índices, sendo o primeiro correspondente ao neurônio artificial e o segundo ao terminal de entrada da sinapse ao qual o peso se refere. Após os sinais de entrada receberem o peso sináptico, esses passam por um somador, cuja função é realizar o somatório dos sinais de entrada, ponderados pelas respectivas sinapses dos neurônios. Nessa etapa há também o emprego de *bias*,  $b_k$ , que tem o efeito de aumentar ou diminuir a entrada líquida da função de ativação. A função de ativação ou função restritiva, tem por objetivo restringir a amplitude da saída de um neurônio.



Matematicamente, um neurônio pode ser escrito segundo o par de equações (HAYKIN, 2001):

$$u_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j \quad (25)$$

$$y_k = \varphi(u_k + b_k) \quad (26)$$

sendo que  $u_k$  é a saída do combinador linear;  $w_{kj}$  são os pesos sinápticos do neurônio  $k$ ;  $x_j$  são os sinais de entrada;  $y_k$  é o sinal de saída do neurônio;  $\varphi$  é a função de ativação;  $b_k$  é o *bias*.

A função de ativação é responsável por fornecer o valor da saída do neurônio, limitando o tamanho da saída, seu mínimo, máximo e estados, quando existentes. A função de ativação pode ter vários comportamentos, dependendo da aplicação e modelo da rede neural utilizada (MOLLETA, 2015).

Pode-se citar alguns tipos primordiais de função de ativação, tais como:

a) função de Limiar, ou também chamada de função de *Heaviside*, matematicamente descrita por:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1, & \text{se } v \geq 0 \\ 0, & \text{se } v < 0 \end{cases} \quad (27)$$

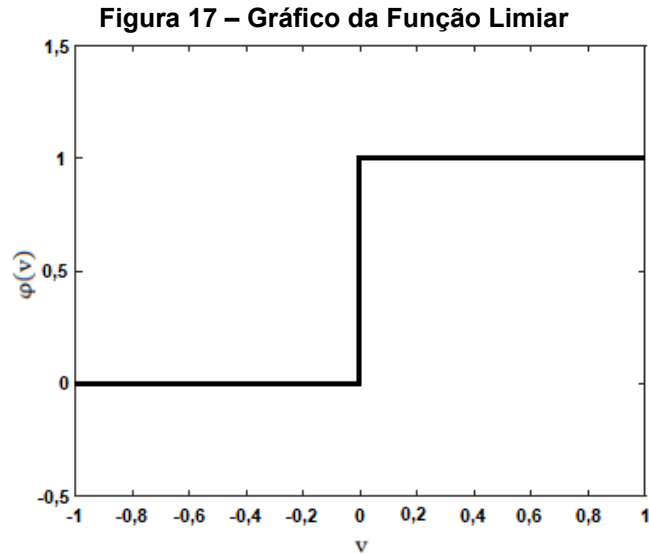
sendo a saída do neurônio  $k$  expressa por:

$$y_k = \begin{cases} 1, & \text{se } v_k \geq 0 \\ 0, & \text{se } v_k < 0 \end{cases} \quad (28)$$

onde  $v_k$  corresponde ao campo local induzido ou potencial de ativação do neurônio  $k$ . Matematicamente:

$$v_k = \sum_{j=1}^m w_{kj} x_j + b_k \quad (29)$$

A saída de um neurônio assume o valor 1 se o campo local induzido é nulo ou positivo, assumindo 0, caso contrário. Tal neurônio é chamado de modelo de McCulloch-Pitts, como homenagem ao trabalho dos autores que elaboraram o primeiro modelo de um neurônio artificial, em 1943. Graficamente, a função de Limiar está ilustrada na Figura 17.

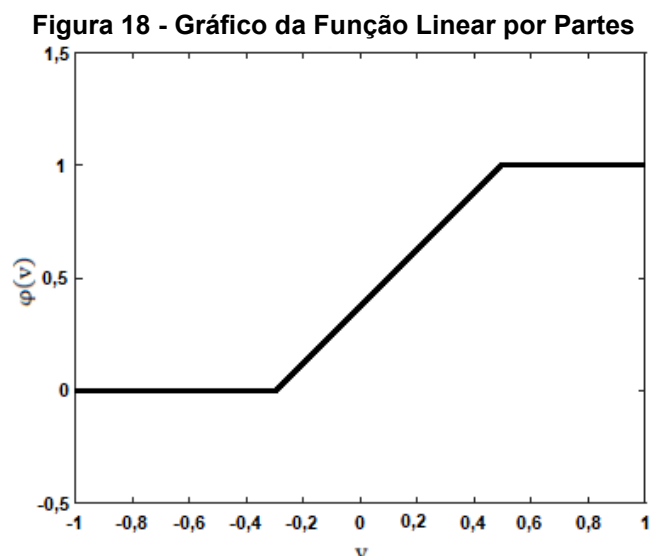


Fonte: Adaptado de Haykin (2001).

b) Função Linear por Partes, matematicamente descrita por:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1, & \text{se } v \geq +0,5 \\ v, & +0,5 > v > -0,5 \\ 0, & \text{se } v \leq -0,5 \end{cases} \quad (30)$$

sendo essa forma da função de ativação uma aproximação de um amplificador não-linear, uma vez que se assume que o fator de amplificação dentro da região linear de operação é a unidade. Se a região linear de operação é mantida sem entrar em saturação, surge um combinador linear. Se o fator de amplificação da região linear é infinitamente grande, a função linear por partes se reduz à função limiar (HAYKIN, 2001). Graficamente, a função Linear por Partes está ilustrada na Figura 18.



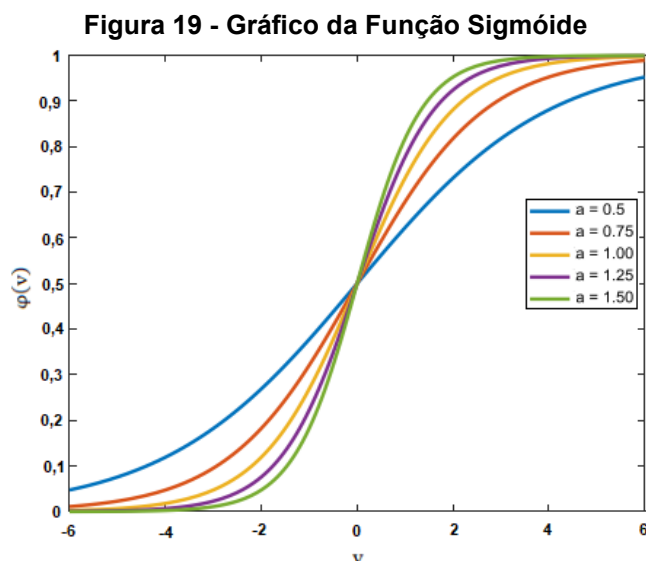
Fonte: Adaptado de Haykin (2001).

c) Função Sigmóide, sendo uma das mais comuns dentre as funções de ativação na construção de redes neurais artificiais. Definida como uma função estritamente crescente que exhibe balanceamento adequado entre comportamento linear e não-linear. Um exemplo de função sigmóide é a função logística, dada por (HAYKIN, 2001; BAUGHMAN e LIU, 2014):

$$\varphi(v) = \frac{1}{1 + \exp(-av)} \quad (31)$$

sendo  $a$  o parâmetro de inclinação da função sigmóide. No limite, quando o parâmetro de inclinação se aproxima do infinito, a função sigmóide torna-se função limiar. A principal vantagem desse tipo de função é a capacidade de assumir um intervalo contínuo de valores entre 0 e 1, além de ser uma função diferenciável.

Graficamente, a função sigmóide está ilustrada na Figura 19, onde o parâmetro “ $a$ ” foi variado para ilustrar funções sigmóides com diferentes inclinações.



Fonte: Adaptado de Haykin (2001).

Como se pode observar, as funções de ativação descritas assumem valores de 0 a 1. Entretanto, algumas vezes é desejável que a função de ativação se estenda de -1 a 1, assumindo uma forma anti-simétrica em relação a origem (HAYKIN, 2001; KHANLARI et al, 2012). A função limiar é definida então como:

$$\varphi(v) = \begin{cases} 1, & \text{se } v > 0 \\ 0, & \text{se } v = 0 \\ -1, & \text{se } v < 0 \end{cases} \quad (32)$$

Uma forma correspondente para a função sigmóide seria a função tangente hiperbólica, definida por:

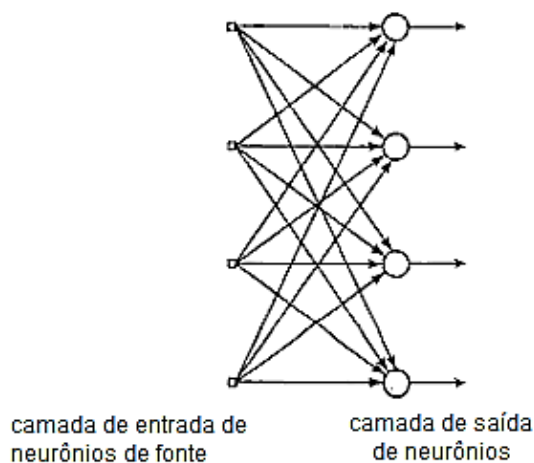
$$\varphi(v) = \tanh(v) \quad (33)$$

A tangente hiperbólica é muito utilizada como função de ativação, pois, dentre algumas características: assume valores entre -1 e 1; é uma função contínua e diferenciável; existe uma saturação na saída do neurônio, evitando divergências; próximo a origem apresenta caráter quase linear e próximo à saturação fortemente não linear (HAYKIN, 2001; SIQUEIRA, 2013).

Outra característica importante para uma rede neural é a maneira pela qual os neurônios estão estruturados. Assim sendo, a rede neural pode ser classificada de acordo com o número de camadas existentes e quanto a existência de recorrência.

Redes com camada única: apresenta uma única saída de nós computacionais (neurônios), conforme Figura 20.

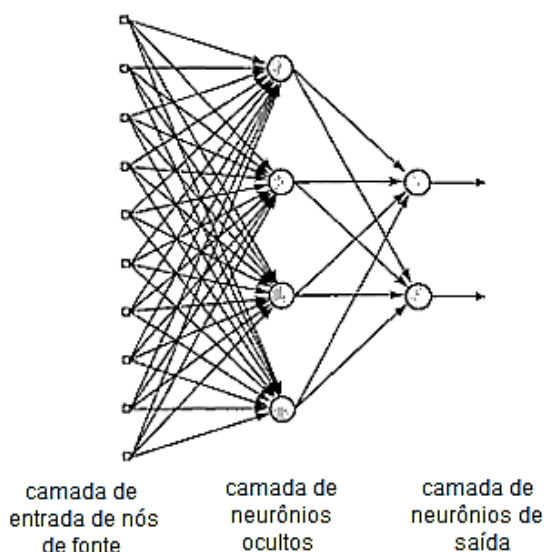
**Figura 20 - Rede *feedforward* alimentada com uma única camada de neurônios**



**Fonte: Haykin (2001).**

Redes com múltiplas camadas: a característica desse tipo de rede é a presença de uma ou mais camadas ocultas, as quais tem por objetivo intervir entre a entrada externa e a saída da rede. Por meio da da adição de camadas ocultas, a rede se torna capaz de extrair estatísticas de ordem elevada, característica particularmente valiosa quando o tamanho da camada de entrada é grande. Um exemplo de rede neural com múltiplas camadas é ilustrado na Figura 21.

**Figura 21 - Rede *feedforward* totalmente conectada com uma camada oculta e uma camada de saída**

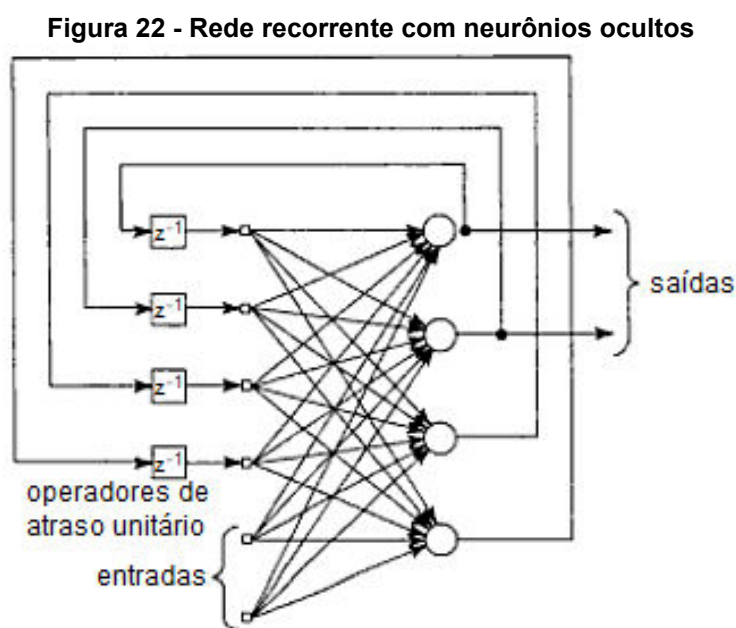


**Fonte: Haykin (2001).**



Redes acíclicas são também conhecidas como redes neurais *feedforward*, sendo que as informações provenientes da camada de entrada sempre seguem o mesmo fluxo em direção a saída. Após o treinamento, a informação chega a camada de saída, e não é mais usada (SILVA, SPATTI e FLAUZINO, 2010).

Redes recorrentes: o diferencial dessa rede é a utilização de pelo menos um laço de realimentação, portanto, suas conexões não fluem apenas no sentido da entrada para a saída. A Figura 22 ilustra uma rede recorrente com neurônios ocultos.



Fonte: Haykin (2001).

Nas redes neurais recorrentes há um elemento de memória, uma vez que valores dos estados anteriores da rede influenciam nos valores internos dos neurônios da rede (estado) e conseqüentemente, na saída da rede (MOLLETA, 2015).

Após entender como funciona um neurônio e quais as estruturas de uma rede neural, pode-se abordar a propriedade de importância primordial na rede neural: sua habilidade de aprender a partir de seu ambiente e melhorar seu desempenho através da aprendizagem.

### 2.5.1 Processos de Aprendizagem

Uma rede neural aprende acerca de seu ambiente por meio de um processo iterativo de ajustes aplicados a seus pesos sinápticos e níveis de *bias*. Esses ajustes dos pesos da rede podem ser feitos de diferentes maneiras, sendo a mais comum através de uma amostragem de dados, onde associa-se um conjunto de dados de entrada a um determinado conjunto de dados de saída conhecidos e desejados (SIQUEIRA, 2013; MOLETTA, 2015). O treinamento da rede é vital para que a rede neural não só atenda aos dados de treinamento, mas também seja capaz de propor uma solução generalizada, onde novos dados de entrada, que não foram utilizados no treinamento da rede, gerem respostas desejadas na saída (BARRETO, 1997; FRANK, ČERŇANSKÝ, 2008).

Conceitualmente, a sequência de eventos do processo de aprendizagem consiste em estimular a RNA por um ambiente, o qual provocará modificações nos parâmetros livres da rede. Após essas modificações, a rede responderá de uma maneira nova ao ambiente e aos dados apresentados, devido às modificações que aconteceram em sua estrutura interna.

Com isso, existem diferentes métodos e algoritmos de aprendizagem, cada um apresentando benefícios específicos para seu emprego.

Na aprendizagem por correção de erro, o sinal de saída do neurônio, após processamento na RNA, é comparado com uma resposta-alvo desejada, produzindo assim, um sinal de erro entre essas respostas. Para ajustar o sinal de saída da resposta desejada, o sinal de erro aciona um mecanismo de controle, o qual irá realizar ajustes corretivos nos pesos sinápticos, até que o sistema atinja um estado estável, encerrando então, os ajustes nos pesos sinápticos. Dessa forma, RNA com aprendizagem por correção de erro são redes realimentadas - *feedforward* - de laço fechado (HAYKIN, 2001; SIQUEIRA, 2013).

Na aprendizagem baseada em memória, a grande maioria das experiências vivenciadas pela rede são gravadas na memória de exemplos de entradas e saídas. Tomando como exemplo um problema de classificação binária, há duas classes a serem consideradas: a classe 1, que assume valor 0; e a classe 2, que assume valor 1. Quando um dado de teste, não apresentado à rede anteriormente, é inserido, o algoritmo busca e analisa os dados de treinamento em uma vizinhança local, para fornecer o dado de saída da rede. A análise dos dados pode proceder de duas

formas: por meio da regra do vizinho mais próximo, através da qual pode-se dizer que a metade da informação sobre a classificação de um conjunto de treinamento de tamanho infinito está contido no vizinho mais próximo; ou a partir da regra dos  $k$  vizinhos mais próximos, sendo que  $k$  padrões são identificados e classificados como próximos aos dados de teste, e o classificador  $k$  atua como um dispositivo que calcula a média para fornecer a resposta aos dados de teste impostos a rede (HAYKIN, 2001).

A aprendizagem Hebbiana é o método de aprendizagem mais antigo, proveniente de um contexto neurobiológico proposto pelo neurocirurgião Hebb (1949), com base em uma aprendizagem, a nível celular, associativa. Sua teoria afirma que a força de uma sinapse é aumentada se dois neurônios em ambos os lados da sinapse são disparados simultaneamente; ao passo que quando são ativados de forma assíncrona, a sinapse é enfraquecida ou mesmo eliminada. Uma sinapse hebbiana é dependente do tempo; do mecanismo local de transmissão; do mecanismo iterativo, uma vez que a modificação em uma sinapse depende dos sinais em ambos os lados da sinapse; e de um mecanismo correlativo, onde a ocorrência simultânea dos sinais pré e pós-sinápticos é suficiente para produzir uma modificação sináptica (BOCCATO, 2013).

Na aprendizagem competitiva, apenas um neurônio de saída é ativo, diferentemente da aprendizagem hebbiana. Isso implica dizer que, os neurônios competem entre si para serem ativos, característica que permite a aprendizagem competitiva evidenciar características estatisticamente salientes em um conjunto de dados. Na aprendizagem competitiva, os neurônios são todos iguais, com pesos sinápticos distribuídos aleatoriamente, permitindo respostas diferentes a um dado sinal de entrada. Cada neurônio da rede se especializa em identificar determinados padrões de entrada, tornando-se detectores de determinadas características dos dados. Para que um determinado neurônio se torne vencedor e esteja ativo na camada de saída, para um determinado parâmetro de entrada, seu campo local induzido deve ser maior entre todos os neurônios da rede. Vale ressaltar para esse método de aprendizagem ser estável, é importante que os padrões de entrada estejam localizados em agrupamentos suficientemente distintos, pois, do contrário, a rede pode se tornar instável a um determinado padrão de entrada (HAYKIN, 2001).

A aprendizagem de Boltzmann é um algoritmo estocástico, derivado de ideias enraizadas na mecânica estatística, onde os neurônios representam uma

estrutura recorrente que opera de maneira binária, sendo o estado ativo representado por +1 e o estado inativo, representado por -1. Os neurônios de uma máquina de Boltzmann se dividem em dois grupos funcionais: os visíveis, que são responsáveis por fornecer uma interface entre a rede e o ambiente em que ela atua; e os ocultos, que podem operar livremente (HAYKIN, 2001).

O treinamento de uma rede neural pode ser realizado de três maneiras: supervisionado, não-supervisionado e por reforço. O treinamento supervisionado modifica os pesos da rede a partir da análise de erro entre o valor desejado e o valor obtido através da rede, utilizando operações matemáticas para determinar o valor atualizado dos pesos dos neurônios. O treinamento não-supervisionado atualiza os pesos a partir de padrões identificados pela rede no conjunto de dados de entrada. Por fim, no treinamento por reforço toda resposta de saída da rede é comparada a uma saída desejada e modificações nos pesos são realizadas. Observa-se, então, novamente o ganho no comportamento da rede a partir das modificações realizadas (HAYKIN, 2001; MOLLETA, 2015).

O processo de aprendizagem pode ser feito a partir de diversas técnicas, sendo a mais comum a técnica de aprendizagem *backpropagation*. Trata-se de um método de treinamento do tipo supervisionado, que pode ser completado através do processo de propagação e atualização de peso. Neupane e Shakya (2017), descrevem a sequência de operação da rede por meio do algoritmo *backpropagation*: primeiramente apresenta-se um padrão à camada de entrada da rede, a qual será transmitida a cada camada da rede, até que a resposta chegue à camada de saída. Após essa etapa, compara-se a saída obtida à saída desejada e então, se calcula o erro. O erro percorre o caminho inverso, ou seja, da camada de saída para a camada de entrada, promovendo modificações nos pesos das conexões. Esse método é repetido até que se obtenham erros aceitáveis na saída da rede.

Oliveira (2011), Siqueira (2013) e da Silva et al (2016) explicam que o processo de treinamento de uma RNA tem por objetivo a máxima capacidade de generalização, garantindo que a rede apresentará respostas adequadas para dados desconhecidos. Entretanto, um ajuste perfeito não é desejado, especialmente devido ao tempo computacional, mas também para evitar que algum ruído ou erro de medição seja acomodado à função da rede. Sendo assim, o comportamento esperado de uma rede neural é a generalização, uma vez que o modelo estima a

saída com baixo erro, através da inserção de novos dados. Uma das técnicas utilizadas para contornar essa divergência é a validação cruzada, também conhecida como método *holdout*.

Tal metodologia consiste em dividir os dados, de forma a reservar amostras para uma etapa de validação. Quando esses dados que não foram apresentados à rede durante a etapa de treinamento são inseridos, verifica-se qual a resposta da rede, gerando uma medida de erro independente do erro de treinamento. Quando se atinge o ponto de mínimo do erro de validação os valores nominais dos pesos são fixados como ótimos para a rede, sendo definida a melhor generalização estimada (SIQUEIRA, 2013). Dessa forma, recomenda-se ainda que os dados utilizados para treinamento da rede neural sejam obtidos através de técnicas amostrais, tornando os dados randômicos (OLIVEIRA, 2011).

### 3 MONTAGEM DAS AMOSTRAS E TESTES EXPERIMENTAIS

A maioria dos automóveis de passeio fabricados, atualmente, no Brasil possuem o motor localizado na dianteira e posicionado transversalmente ao veículo. Para sustentar o motor na carroceria, usualmente se utilizam três coxins, distribuídos da seguinte maneira: um posicionado à direita, conhecido como coxim lado motor, outro posicionado à esquerda, o coxim lado câmbio e, por fim, o terceiro coxim localiza-se na base inferior do motor, conhecido como restritor de torque. Esses três coxins, em conjunto, são responsáveis pela sustentação do motor junto a carroceria e redução de vibrações provenientes do motor ao compartimento onde ficam os passageiros, garantindo conforto ao usuário do veículo. O objeto de estudo da presente pesquisa é um coxim hidráulico localizado no lado motor.

Para tanto, algumas amostras desse coxim foram montadas, variando-se a presença de fluido no interior de sua câmara, bem como características geométricas de um dos componentes, com o objetivo de avaliar o impacto de tais variáveis no comportamento dinâmico das amostras. Essa avaliação foi realizada através de testes das amostras em um equipamento específico, que mensura a rigidez dinâmica, amortecimento e perda de ângulo de cada amostra em uma determinada faixa de frequência.

#### 3.1 MONTAGEM DAS AMOSTRAS

Para realização dos testes foram produzidas amostras de coxins em uma empresa do ramo automotivo na cidade de Ponta Grossa - Paraná, sendo que os equipamentos e materiais necessários foram disponibilizados pela empresa.

A primeira etapa de desenvolvimento do trabalho consistiu na confecção e montagem de 14 amostras de coxins hidráulicos, 7 amostras em cada configuração de desacoplador e 1 amostra de coxim elastomérico, sendo que a única diferença do coxim elastomérico para os hidráulicos é a ausência de fluido no interior das câmaras. O processo de montagem das amostras envolveu:

1. Desengraxe dos componentes a serem vulcanizados: Esta etapa consiste na remoção de óleos e graxas dos componentes que posteriormente participarão do

processo de vulcanização. Estes componentes consistem em: distancial e anel de sustentação, ambos confeccionados em alumínio. O desengraxe é realizado através de uma solução aquosa alcalina com temperatura abaixo de 70°C, com o objetivo de garantir uma melhor aderência do adesivo (próxima etapa).

2. Adesivação dos componentes que serão vulcanizados: Esta etapa consiste na aplicação de um primer e um adesivo responsáveis pela aderência metal-borracha durante o processo de vulcanização.

3. Vulcanização dos componentes: Neste processo, os componentes metálicos são inseridos em um molde e os espaços vazios são preenchidos por um composto de borracha natural com 46 Shore A de dureza, sendo que o processo de vulcanização ocorre à temperatura de 170 °C e à pressão de 200 bar.

É importante mencionar que o formato da cavidade do molde de vulcanização dará o formato da mola principal que será vulcanizada.

Em paralelo, foi realizada a vulcanização do desacoplador, inteiramente composto por borracha natural de dureza igual a 68 Shore A, e também a vulcanização do diafragma com composto de borracha sintética.

4. Período de repouso dos vulcanizados: Todos os componentes vulcanizados precisam passar por um período mínimo de descanso de 24 horas após o processo de vulcanização e antes da montagem. Isso garante que a temperatura baixe, completando o ciclo de vulcanização da peça e fazendo com que as características desejáveis de rigidez sejam obtidas, além de permitir que os gases que se desprendem durante o tempo de cura da borracha fiquem presos na unidade hidráulica do coxim.

5. Primeira etapa de montagem: Após o período de descanso dos componentes vulcanizados, é feita, então, a primeira etapa de montagem, que consiste em alocar dentro do envoltório a mola principal de borracha vulcanizada, a placa superior, o desacoplador, a placa inferior e o diafragma, formando a unidade hidráulica, que será preenchida com fluido na etapa seguinte.

A disposição dos componentes no interior do envoltório foi tal que, a montagem das placas superior e inferior formarão o canal de inércia, enquanto, o diafragma, localizado abaixo da placa inferior, terá função de promover a vedação do sistema e absorver a variação volumétrica da cavidade inferior.

6. Enchimento da unidade hidráulica: Nesta etapa, o conjunto montado passa por um teste de pressão e vácuo, com o objetivo de identificar se há algum

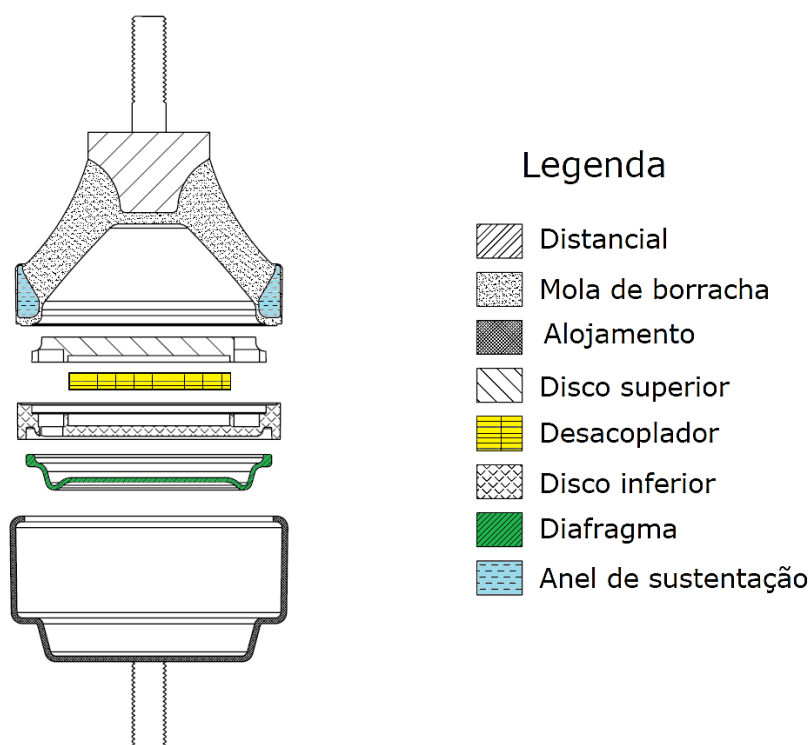
furo ou vazamento da unidade hidráulica. Se aprovado nesse teste, é feito então o preenchimento com uma mistura de etileno glicol e água, totalizando 155 gramas de fluido. Após preenchida com o fluido, a peça passa por um teste para verificar se atingiu os requisitos de rigidez e amortecimento.

Se a peça for reprovada em algum destes testes, ela é automaticamente descartada.

7. Segunda etapa de montagem: Consiste na montagem da unidade hidráulica com um batente adicional de borracha, suporte, arruela e porca e aplicação de torque.

Esta etapa só é necessária quando é realizada a montagem do coxim no veículo, portanto para o presente estudo não se faz necessária.

**Figura 23 - Montagem de uma amostra de coxim hidráulico**

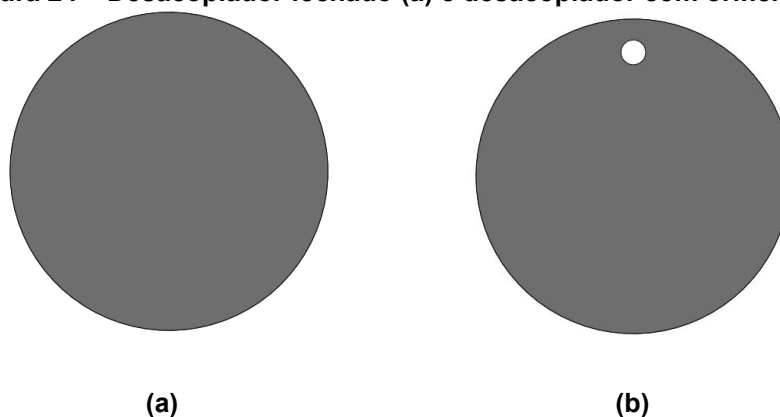


**Fonte: autoria própria.**

Todos os componentes utilizados para montagem dos coxins são peças de produção serial, e todos passaram por todos os processos previamente descritos. Entretanto, no processo de vulcanização dos desacopladores, haverá uma distinção, permitindo uma diferença geométrica. Alguns desacopladores serão fechados (Figura 24a) e outros terão um pequeno orifício, o qual promoverá um canal alternativo para escoamento de fluido (Figura 24b).



**Figura 24 – Desacoplador fechado (a) e desacoplador com orifício (b)**



**Fonte: autoria própria.**

Pretende-se observar a influência que a alteração da geometria do desacoplador promoveu nas características dinâmicas do coxim hidráulico. Espera-se avaliar qual formato de desacoplador promoverá uma maior taxa de amortecimento, na faixa de frequência desejada, e, portanto, maior eficiência de amortecimento contra as vibrações provenientes do motor.

### 3.2 TESTES EXPERIMENTAIS

Com o objetivo de avaliar as diferenças no comportamento dinâmico dos coxins, devido à presença de fluido ou alterações de geometria, o presente estudo separou as amostras em 3 casos distintos:

Caso 1 – Coxim elastomérico: o resultado de rigidez dinâmica e amortecimento para um dado sinal de excitação são resultado apenas da mola principal de borracha, uma vez que não há fluido preenchendo as câmaras (portanto, o comportamento desse coxim pode ser descrito como um coxim elastomérico convencional).

Caso 2 – Coxim hidráulico com desacoplador padrão: o resultado de rigidez dinâmica, ângulo de perda e amortecimento para um dado sinal de excitação aplicado será função da combinação entre a mola principal de borracha e o fluido presente no interior das câmaras.

Caso 3 – Coxim hidráulico com desacoplador com orifício: o resultado de rigidez dinâmica, ângulo de perda e amortecimento para um dado sinal de excitação aplicado será função da combinação entre a mola principal de borracha e o fluido

presente no interior das câmaras. A principal diferença do caso 2 é o formato do desacoplador, uma vez que, no caso 3, o desacoplador apresenta um pequeno orifício como uma passagem alternativa para o fluido entre as câmaras principal e de compensação.

O equipamento utilizado para obtenção dos resultados experimentais das amostras acima descritas é uma máquina para teste de elastômero com recursos para teste em alta frequência, modelo 831.50, fabricada pela MTS<sup>®</sup>. De acordo com o fabricante, esse equipamento foi desenvolvido especialmente para medição de propriedades dinâmicas de coxins da suspensão motopropulsor, buchas, coxins de transmissão e outros elementos utilizados como amortecedores de vibração. As principais especificações da máquina são: variação de força  $\pm 10\text{kN}$ ; capacidade de deslocamento  $\pm 20\text{mm}$ ; variação de frequência de 0,01 a 1000 Hz; podendo trabalhar em temperaturas de  $-100$  a  $200^\circ\text{C}$ . O sistema de aquisição de dados utilizado é o FlexTest GT, que funciona com o programa computacional MTS 793, sendo esse sistema de aquisição de dados desenvolvido e recomendado pelo próprio fabricante do equipamento.

Para realização dos ensaios, adotou-se como padrão, três amplitudes como dados de entrada:  $\pm 0,05\text{mm}$ ;  $\pm 0,1\text{mm}$  e  $\pm 1\text{mm}$ , bem como a varredura da peça em uma faixa de frequência de 1 a 40Hz. Para cada uma dessas amplitudes e frequências, obteve-se dados de rigidez dinâmica, ângulo de fase e amortecimento do coxim. Esses dados são fornecidos pelo equipamento em formato de tabela, os quais foram previamente tratados e plotados em gráficos, com o auxílio do Excel<sup>®</sup>, para melhor visualização do comportamento de cada variável no sistema. Tais valores foram escolhidos por se tratarem de parâmetros específicos do projeto, que condizem ao funcionamento do veículo, considerando marcha lenta e elevadas amplitudes de deslocamento ou alta velocidade, frequências mais elevadas e baixas amplitudes de deslocamento.

**Figura 25 - Imagem ilustrativa da máquina de ensaios**



**Fonte: MTS Systems Corporation (2004).**

A incerteza do sistema de medição é de  $\pm 0,041\text{mm}$ , com repetibilidade de 99,7% para 1,5mm e 100% para 0,2mm, de acordo com o relatório de calibração disponibilizado pela empresa automotiva proprietária do equipamento.

Os testes foram realizados à temperatura de  $24 \pm 1^\circ\text{C}$ .

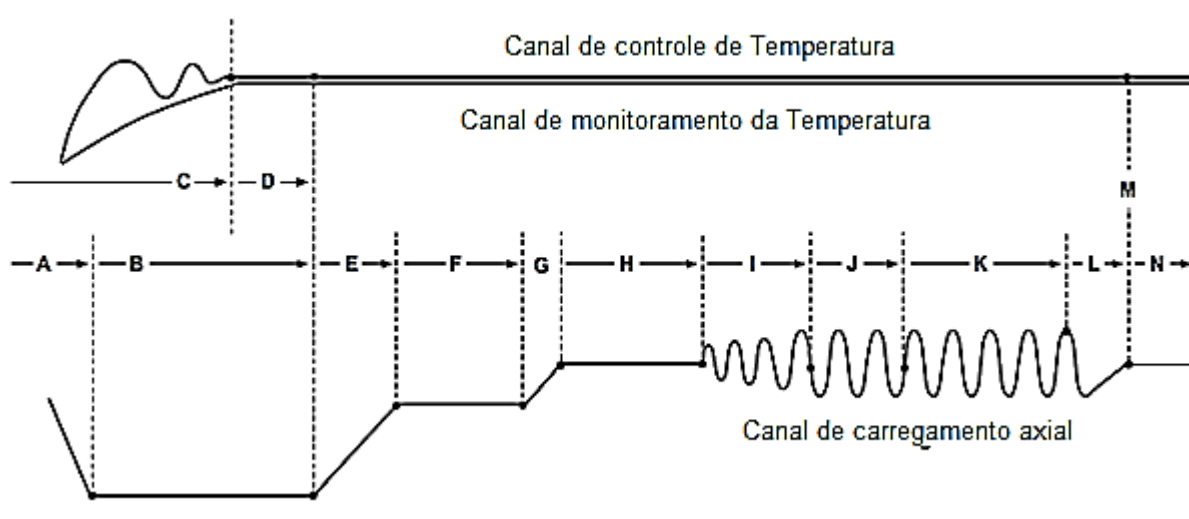
Os testes experimentais apresentam um sinal de excitação harmônica descrito como:

$$y=A \text{ sen } (\omega t) \quad (34)$$

em que A é a amplitude de excitação,  $\omega$  é a frequência e t é o tempo.

O formato típico do processo de caracterização dinâmica das amostras é descrito na Figura 26, conforme explicações do fabricante MTS<sup>®</sup> descritas na sequência.

Figura 26 - Formato típico do processo de caracterização dinâmica



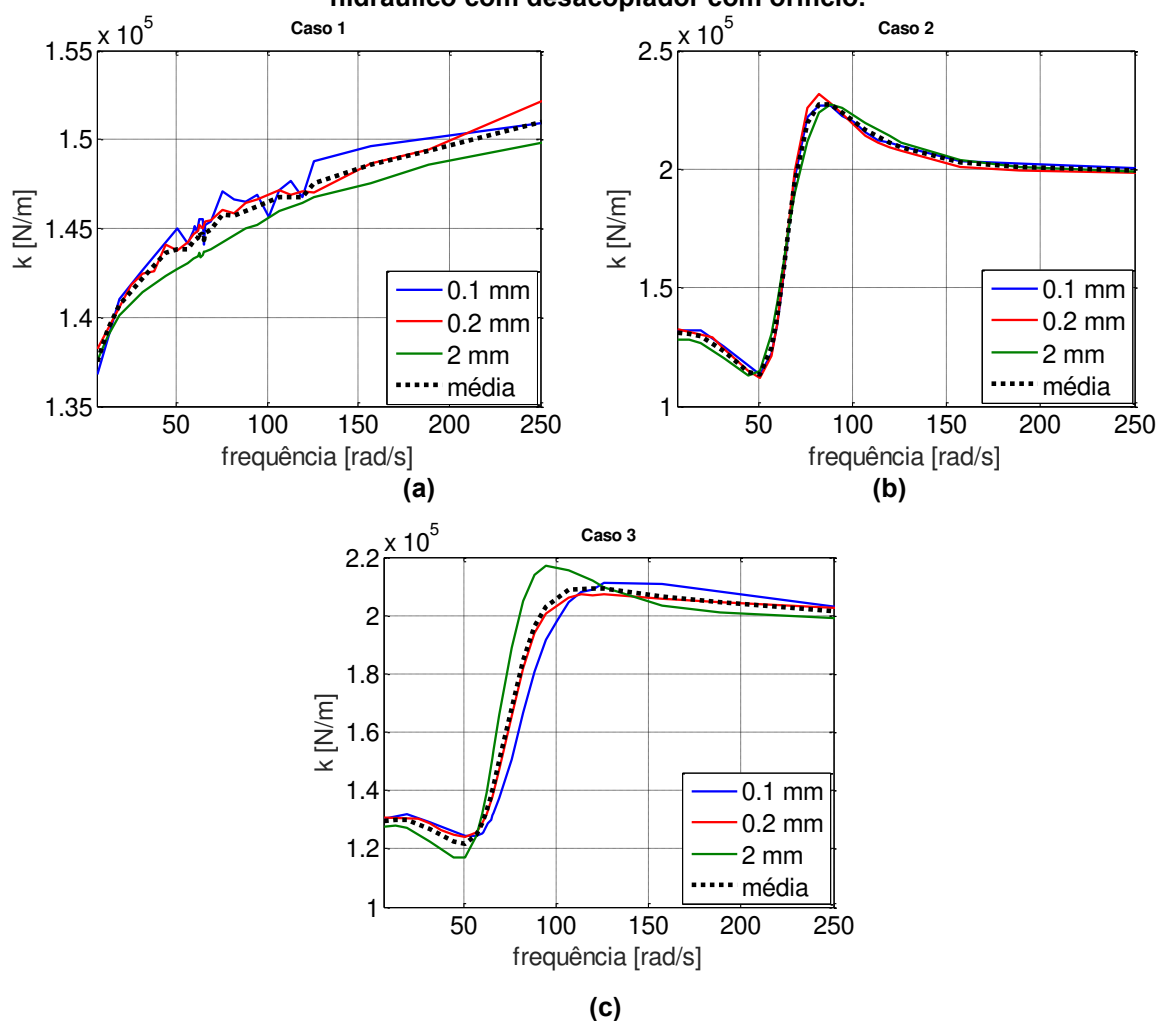
Fonte: Adaptado de MTS® Systems Corporation (2004).

Segundo a MTS®, na etapa A o sistema atinge o nível de espera desejado, que pode ser uma média ou o valor da carga, para estabilização da temperatura, e mantém esse nível na etapa B. A etapa C representa a estabilização da temperatura até os níveis e tolerâncias desejados. Na etapa D, a temperatura programada é mantida por um intervalo de tempo e, então, é registrada e monitorada durante toda a realização do teste. Na etapa E, a carga do sistema é deslocada para o nível zero ou próximo a zero. O sistema está programado para progredir lentamente até o nível zero (em média 15 segundos) a fim de evitar qualquer deslocamento da amostra no equipamento. Na etapa F a amostra é mantida em repouso na posição zero por cerca de 15 segundos. Ao final desse período, o sistema lê a posição do pistão e define essa posição como zero deslocamento. Na etapa G, o sistema eleva seus canais dinâmicos para seus níveis básicos e os canais estáticos para os pontos de ajuste por cerca de 1 segundo. O sistema mantém os canais estáticos em seus pontos de ajuste ao longo de todo o teste. A etapa H mantém os níveis médios de carga por um período médio de permanência. Isso permite que a amostra se estabilize na condição média antes de iniciar o ciclo de teste dinâmico. Na etapa I, há a convergência da amplitude dinâmica, através de um método de compensação de amplitude selecionado ou através de um método de compensação iterativa. A etapa J representa um pré-ciclo, ou seja, o sistema realiza o ciclo de teste na amostra na amplitude dinâmica solicitada por um determinado tempo e número de ciclos especificado. A aquisição de dados de força e deslocamento são obtidos por

um transdutor em função do tempo apenas na etapa K. Na etapa L, o sistema retorna aos níveis básicos ou médios e na sequência, etapa M, registra o controle de temperatura e monitora as leituras dos canais. Na etapa N, o sistema processa os dados obtidos, corrigindo os dados de carga, deslocamento e ângulo de fase em função do tempo. A determinação da rigidez dinâmica e ângulo de fase também ocorre nessa etapa, além da realização de cálculos adicionais dos dados e gravação em disco, com posterior atualização das janelas de interface com o operador.

Os dados obtidos dos ensaios experimentais das amostras são disponibilizados pelo programa computacional da máquina na forma de tabelas. Para melhor visualização do comportamento de cada amostra, os dados de rigidez dinâmica e amortecimento foram plotados em gráficos. A Figura 27 ilustra os dados experimentais de rigidez dinâmica.

**Figura 27 - Caracterização experimental da rigidez dinâmica conforme a amplitude de excitação. (a) coxim elastomérico; (b) coxim hidráulico com desacoplador padrão; (c) coxim hidráulico com desacoplador com orifício.**

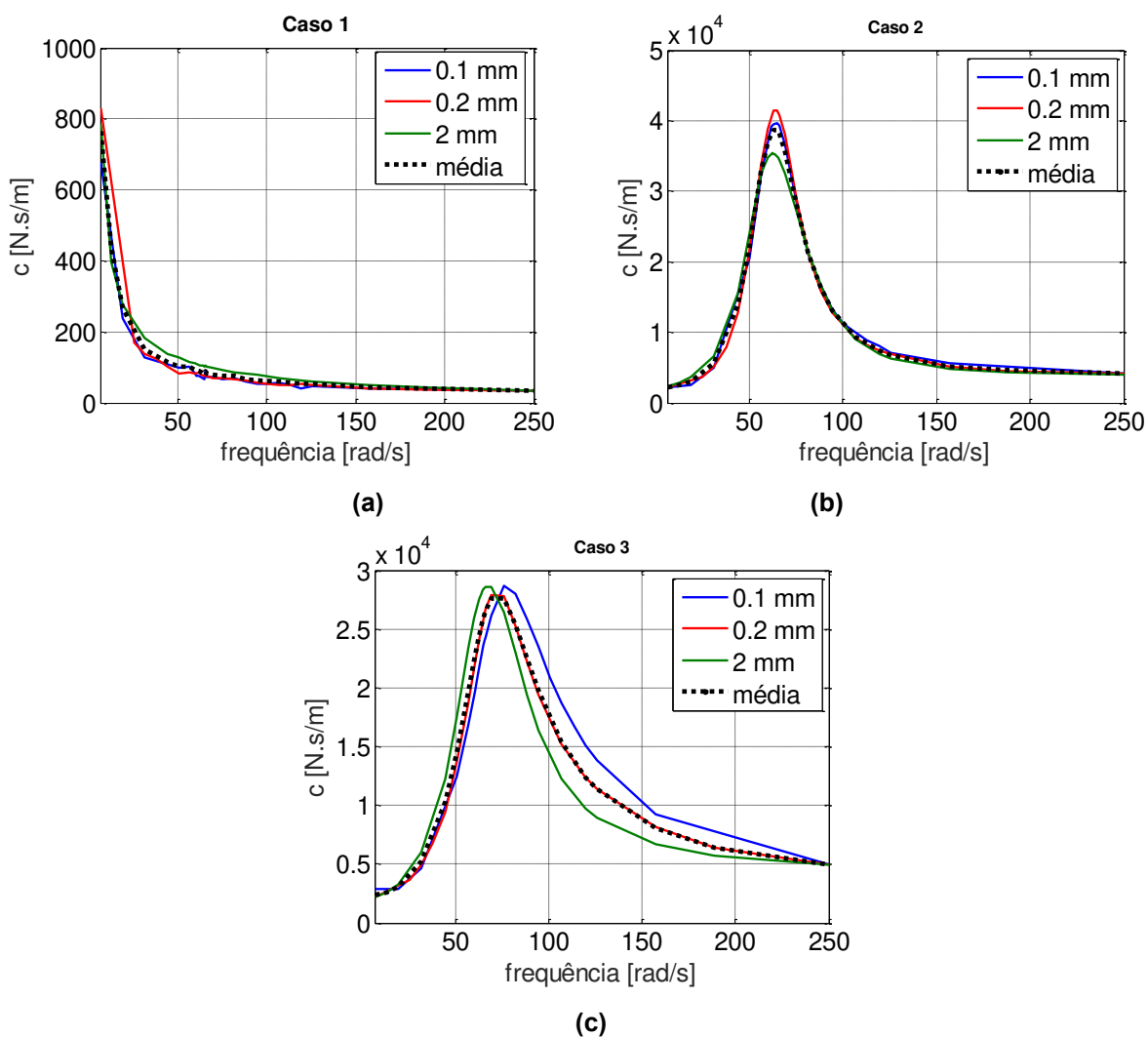


Fonte: autoria própria.

Conforme esperado, a Figura 27 (a) ilustra o comportamento de um coxim elastomérico, uma vez que não há a presença de fluido no interior da câmara. Cada curva representa a média dos resultados amostrais para cada caso em análise, e a curva pontilhada representa a média geral das amostras para cada amplitude de excitação. Percebe-se que, a rigidez dinâmica é menor que as rigidezes ilustradas nas Figuras 27 (b) e (c). O orifício adicionado ao desacoplador – caso 3, Figura 27 (c) – fez com que a rigidez dinâmica diminuísse, efeito notado especialmente nas menores amplitudes de excitação ( $\pm 0,1\text{mm}$  e  $\pm 0,05\text{mm}$ ).

Os resultados experimentais de amortecimento estão graficamente ilustrados na Figura 28.

**Figura 28 - Caracterização experimental do amortecimento conforme a amplitude de excitação. (a) coxim elastomérico; (b) coxim hidráulico com desacoplador padrão; (c) coxim hidráulico com desacoplador com orifício.**



Fonte: autoria própria

Conforme esperado, a Figura 28 (a) ilustra o comportamento de um coxim elastomérico, uma vez que não há a presença de fluido no interior da câmara. Cada curva representa a média dos resultados amostrais para cada caso em análise, e a curva pontilhada representa a média geral das amostras para cada amplitude de excitação. É possível notar que, o amortecimento é menor que os valores de amortecimento ilustrados nas Figuras 28 (b) e (c). O orifício adicionado ao desacoplador – caso 3, Figura 28 (c) – fez com que o amortecimento diminuísse, efeito notado especialmente nas menores amplitudes de excitação ( $\pm 0,1\text{mm}$  e  $\pm 0,05\text{mm}$ ). Tal comportamento pode ser fisicamente descrito, uma vez que o orifício diminuiu a resistência ao escoamento, devido ao aumento da área de escoamento de fluido entre as câmaras.

Para a construção da rede neural artificial a partir desses dados, a função de ativação da rede neural será do tipo tangente hiperbólica, pois, segundo Haykin (2001), este tipo de função permite uma melhor descrição dos dados experimentais, uma vez que realiza uma análise em um intervalo contínuo.

#### 4 MODELO MATEMÁTICO OBTIDO DA REDE NEURAL ARTIFICIAL

A modelagem matemática comumente empregada para representar o funcionamento do motor refere-se a uma massa rotacional desbalanceada ou uma massa com movimento vertical. Choi et al (2003) utilizaram a modelagem completa do carro para analisar toda a dinâmica, com alguns controles aplicados. Entretanto, na maioria dos casos, o modelo representativo de um quarto do carro já é suficiente para analisar o movimento e o controle de vibração à carroceria (STELZER et al, 2003). Em alguns casos, a interação entre o motor e a dinâmica do carro ocorre de tal forma que, fortes acelerações podem causar um pico de momento, descarregamento do volante, causando a perda de controle (CHRISTOPHERSON, MAHINFALAH, JAZAR, 2012).

Coxins viscoelásticos podem ser modelados de forma simplificada como uma mola cúbica. No entanto, a carga no final do espectro de frequência tem característica fortemente não-linear e se faz necessário uma abordagem diferente na modelagem. Além disso, a adição de fluido nesse sistema mecânico aumenta significativamente a complexidade da modelagem, conforme mencionado previamente (MARZBANI, FARD e JAZAR, 2016). O modelo não linear do elemento elastomérico pode ser representado como:

$$F=0.448x^3-2.193x^2+231.349x \quad (35)$$

em que F representa força e x o deslocamento. Esse modelo é independente da frequência ou de outras não linearidades.

##### 4.1 APLICAÇÃO DE REDE NEURAL ARTIFICIAL

O processo de treinamento da rede neural artificial é similar ao ajuste polinomial de curvas, sendo que o erro quadrático médio é o mais adequado para representação do ajuste. Entretanto, para a realização do ajuste, é necessário realizar um balanceamento entre a representação do problema e o sobreajuste do mesmo, a fim de se evitar acomodações de ruídos dos dados experimentais.

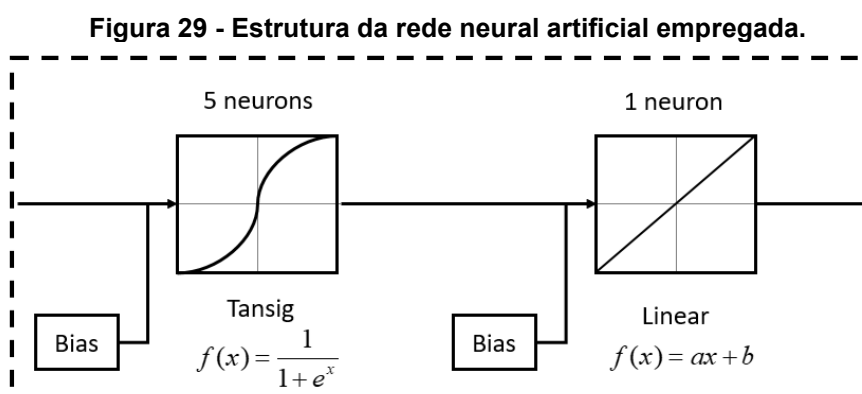


Bishop (1997) elucida que, para reconhecimento de padrões, o método *backpropagation* é desejado, devido à sua velocidade de processamento e alta precisão dos resultados. Além disso, explica que se trata de um mito o fato de que problemas de alta complexidade necessitam de um grande número de neurônios e de camadas ocultas para levar a um melhor ajuste da RNA, pois o excesso de neurônios pode acomodar ruídos e agravar o problema de sobreajuste.

Para problemas simples, uma rede neural artificial deve representar o equilíbrio entre complexidade e velocidade de processamento, sendo que a ausência de camada de entrada não compromete a eficácia do ajuste.

Para o presente estudo, utilizou-se redes neurais artificiais com método de treinamento *backpropagation*, como forma de se obter os modelos matemáticos dos coxins testados experimentalmente. O método *backpropagation* possui como característica uma saturação rápida dos dados experimentais e, portanto, melhor tempo e custo de processamento (BISHOP, 1997).

A estrutura de rede empregada é do tipo multicamadas, composta por uma camada de entrada com 5 neurônios, duas camadas ocultas com 5 neurônios em cada uma dessas camadas, e uma camada de saída, com 1 neurônio, conforme pode ser observado na Figura 29.



Na camada de entrada, foram utilizados 5 neurônios, sendo a função de ativação, a tangente hiperbólica sigmoideal, por representar um intervalo contínuo entre -1 e 1, podendo processar adequadamente os dados experimentais disponíveis. A camada de saída apresenta apenas um neurônio, o qual tem uma função linear como ativação.

Os modelos matemáticos obtidos por meio da RNA, para o amortecimento e para a rigidez no caso 1, estão representados nas Equações 36 e 37, respectivamente:

$$c_{\text{caso 1}}(f) = 2648.5 f^{-0.807} \quad (36)$$

$$k_{\text{caso 1}}(f) = 3899.2 \ln(f) + 128820 \quad (37)$$

sendo que ambas as variáveis são função da frequência (f) em rad/s.

Para o amortecimento e rigidez no caso 2, os modelos matemáticos obtidos a partir da RNA empregada estão representados nas Equações 38 e 39, respectivamente:

$$c_{\text{caso 2}}(f) = \frac{6159.5}{e^{0.034483f-3.7789}+1} - \frac{76497}{e^{12.405-0.17044f}+1} - \frac{22645}{e^{18.624f-0.28548}+1} - \frac{306233}{e^{0.098907f-6.8863}+1} + \frac{198922}{e^{0.095687f-7.2034}+1} + 103299 \quad (38)$$

$$k_{\text{caso 2}}(f) = \frac{27544}{e^{0.096198f-9.253}+1} - \frac{4656.6}{e^{6.5717-0.03703f}+1} + \frac{6176.2}{e^{0.11786f-16.193}+1} + \frac{34128}{e^{0.11374f-4.6879}+1} - \frac{139422}{e^{0.19854f-12.87}+1} + 203533 \quad (39)$$

Já para o caso 3, os modelos matemáticos que representam o amortecimento e rigidez, obtidos por meio da RNA, estão representados nas Equações 40 e 41, respectivamente:

$$c_{\text{caso 3}}(f) = \frac{11851}{e^{0.035782f-4.1636}+1} + \frac{201199}{e^{5.971-0.081635f}+1} - \frac{132577}{e^{6.4803-0.08081f}+1} + \frac{53025}{e^{0.12459f-9.2458}+1} + \frac{1112.5}{e^{0.05769f-12.387}+1} - 63925 \quad (40)$$

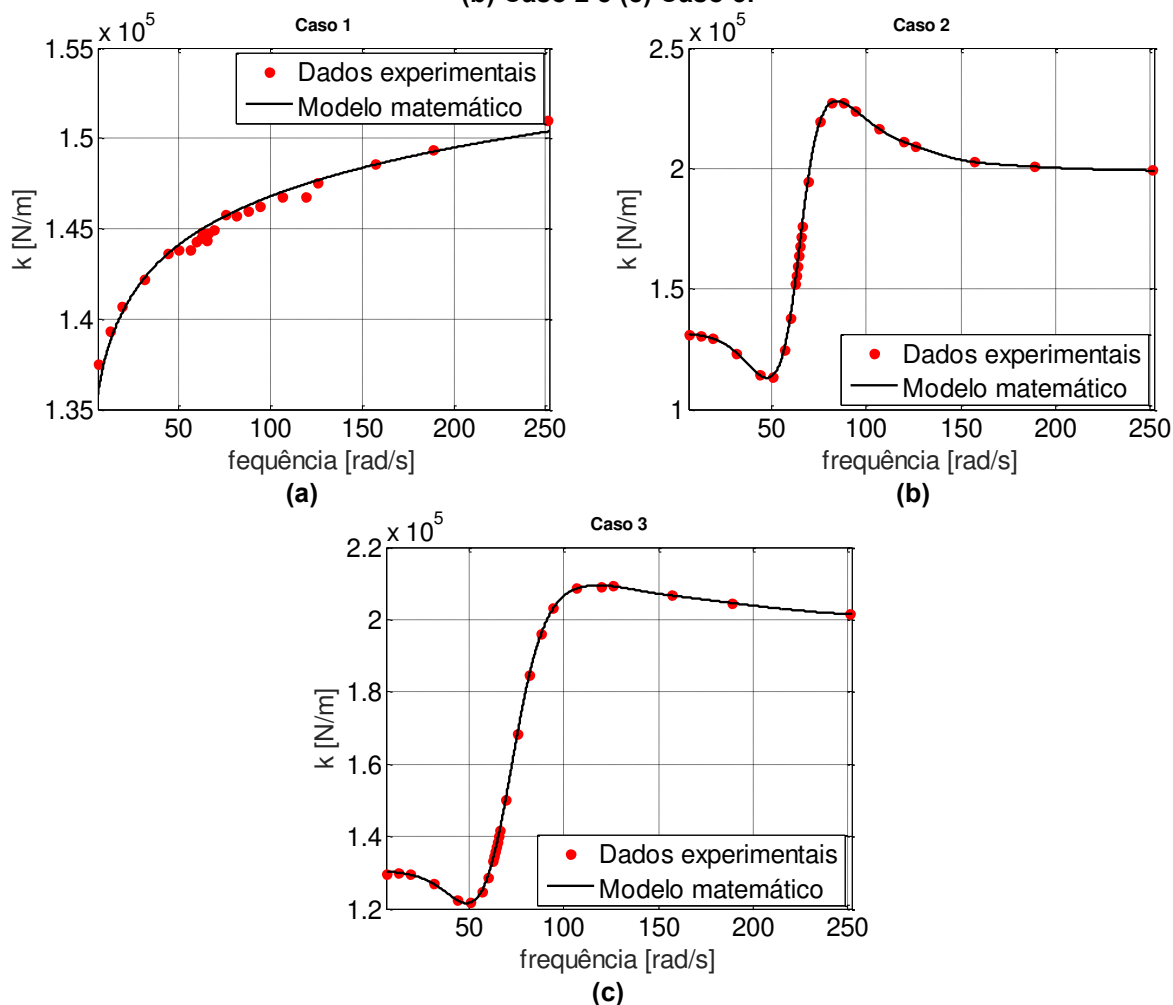
$$k_{\text{caso 3}}(f) = \frac{78.804}{e^{3.4558f-791.37}+1} - \frac{111811}{e^{0.11349f-8.1273}+1} - \frac{31434}{e^{5.0149-0.10577f}+1} - \frac{7670.6}{e^{6.4162-0.034092f}+1} - \frac{2553.7}{e^{15.396-0.11511f}+1} + 242400 \quad (41)$$

A obtenção de modelos matemáticos que ilustram o comportamento da rigidez dinâmica e amortecimento dos coxins é pertinente, uma vez que é possível utilizá-los para simulações de sistemas maiores, envolvendo outros componentes do carro, e assim, compreender o comportamento dinâmico, bem como a transmissibilidade de vibrações provenientes do motor ao chassi ou até mesmo aos passageiros do veículo.

## 4.2 VALIDAÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS

A validação dos modelos matemáticos obtidos para as curvas de rigidez, nos casos 1, 2 e 3, estão ilustradas na Figura 30.

**Figura 30 - Validação dos modelos matemáticos obtidos para a rigidez dinâmica - (a) Caso 1, (b) Caso 2 e (c) Caso 3.**

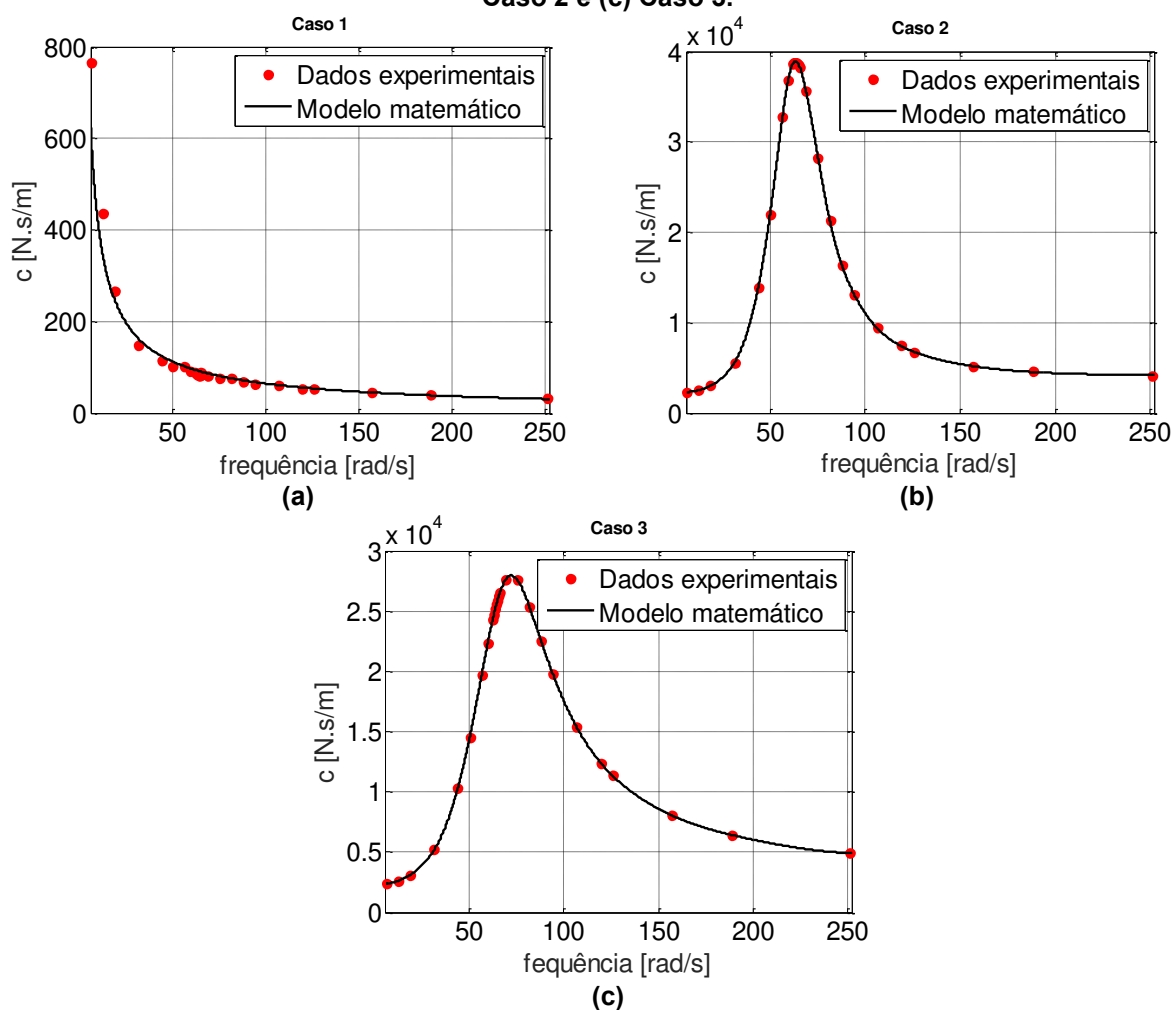


Fonte: Autoria própria.

Como se pode observar, as curvas obtidas para rigidez a partir dos modelos matemáticos oriundos das RNA apresentaram um bom ajuste aos dados experimentais, sendo que, para o caso 1, o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) foi de 0.9872. Já para os casos 2 e 3, o ajuste obtido foi ainda melhor, sendo que, para ambos, o coeficiente de determinação ( $R^2$ ) foi de 0.9999. Isso prova que, embora os modelos em estudo sejam complexos, o uso de apenas 5 neurônios na camada de entrada foi suficiente para se obter uma boa correlação entre rede neural artificial e os modelos matemáticos por ela gerados com os dados experimentais. A adição de mais neurônios ou camadas intermediárias apenas aumentaria o custo computacional, não trazendo melhora significativa dos resultados.

A validação dos modelos matemáticos obtidos para as curvas de amortecimento, nos casos 1, 2 e 3, estão ilustradas na Figura 31.

**Figura 31 - Validação dos modelos matemáticos obtidos para o amortecimento - (a) Caso 1, (b) Caso 2 e (c) Caso 3.**



**Fonte: Autoria própria.**

Os modelos matemáticos para o amortecimento oriundos das RNA apresentaram um bom ajuste aos dados experimentais. Tal fato pode ser validado a partir do coeficiente de determinação, sendo que, para o caso 1, se obteve  $R^2 = 0.9864$ , e para os casos 2 e 3, obteve-se  $R^2 = 0.9999$ . Com isso, as redes neurais propostas para o presente trabalho foram validadas e representam o comportamento do sistema de forma satisfatória.

Os modelos matemáticos obtidos possibilitaram analisar os níveis de vibração em que o veículo estará sujeito devido à vibração do motor. Adicionalmente, pode-se utilizar os modelos matemáticos dos coxins em conjunto com modelos matemáticos que representam um quarto de carro (*quarter-car*), sistemas meio de carro (*half-car*) e carro completo (*full-car*). Também, pode-se considerar os modelos dos coxins no projeto de suspensão ativa, como a aplicação de suspensão com amortecedores magnetoreológicos.

Assim, este trabalho, por meio dos modelos propostos, busca contribuir com a análise dinâmica de sistemas veiculares através de simulações numéricas, reduzindo assim, o custo na montagem de protótipos.

#### 4.3 APLICAÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS OBTIDOS EM UM SISTEMA DE UM QUARTO DE CARRO COM MOTOR

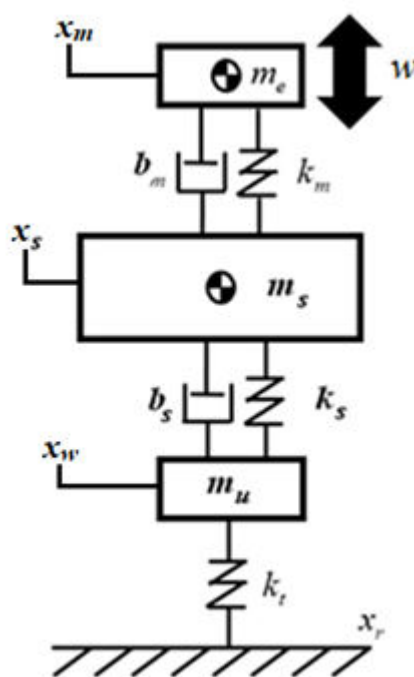
Em veículos que apresentam peso uniformemente distribuído ao longo do chassi, é possível utilizar apenas um quarto do sistema como modelo para análise, uma vez que os resultados serão bastante próximos aos resultados considerando o modelo do carro completo. Tal formulação é chamada de modelo *quarter-car*, e, geralmente, os modelos de um quarto de veículo têm apenas 2 graus de liberdade, sendo estes o deslocamento vertical da massa suspensa e da massa não-suspensa. Para o caso da inclusão do motor, o sistema passa a ter 3 graus de liberdade (TUSSET, 2008).

A vantagem da utilização de apenas um quarto do veículo para realização de modelagem e análise está principalmente na simplificação do sistema, tendo menor número de dados e, conseqüentemente, tempo e custo de processamento. Além disso, de acordo com Chantranuwathana e Peng (2004), a vantagem da utilização de modelo *quarter-car* é o fato do modelo mostrar claramente o deslocamento da

carroceria, da roda e as relações entre o sistema e a estratégia de controle proposta, permitindo, dessa forma, estudar a correlação entre conforto, segurança, e sistema de controle.

O modelo de suspensão com três graus de liberdade para representações denominadas de *quarter-car* pode ser observado na Figura 32. Como descrito anteriormente, o modelo consiste em isolar um quarto do veículo e estudar separadamente esta seção. Este modelo é composto por uma massa suspensa, representando a carroceria do veículo, e uma massa não-suspensa, a qual representa o conjunto do eixo e roda. Estas massas são conectadas pela mola e pelo amortecedor. O contato do veículo com a pista é feito pelo pneu. O sistema é excitado pelas irregularidades da pista de amplitude  $x_r$ .

Figura 32 - Modelo mecânico de um quarto de carro com motor e coxins



Fonte: Autoria própria.

Na Figura 32,  $m_s$  representa a massa da carroceria,  $m_u$  representa a massa do conjunto eixo e roda,  $m_e$ , a massa do motor,  $b_m$ , amortecimento do coxim;  $k_m$ , rigidez do coxim,  $b_s$ , representa o amortecedor passivo de uma estrutura convencional,  $k_s$  o feixe de molas,  $k_t$ , representa o pneu como um feixe de molas,  $x_r$  são movimentos verticais do pneu e  $x_w$  os movimentos verticais da roda e  $x_s$  os movimentos verticais da carroceria,  $x_m$  os movimentos verticais do motor (TUSSET, 2008).

Considerando como ponto de referência de coordenadas a posição do eixo do chassi  $x_s$ , onde  $k_s(x_s-x_w)$  representa a força na mola  $k_s$ ,  $b_s(\dot{x}_s-\dot{x}_w)$  a força no amortecedor  $b_s$ ,  $k_t(x_t-x_w)$  a força devido à rigidez dos pneus  $k_t$ ,  $\ddot{x}_s$  a aceleração da massa da carroceria  $m_s$ ,  $k_m(x_m-x_s)$  representa a força de rigidez do coxim,  $b_m(\dot{x}_m-\dot{x}_s)$  representa a força de amortecimento do coxim,  $\ddot{x}_s$  a aceleração da massa do chassi  $m_s$  e  $\ddot{x}_w$  a aceleração da massa do eixo e da roda  $m_u$ . Os deslocamentos e a velocidade dos elementos de suspensão são dados pelo movimento relativo entre os corpos e os movimentos do motor.

Aplicando assim a segunda lei de Newton  $\sum F=ma$ , em cada massa separadamente, o sistema de forças para o modelo *quarter-car* da Figura 32 pode ser representado por:

$$m_s\ddot{x}_s = -b_s(\dot{x}_s-\dot{x}_w) - k_s(x_s-x_w) + b_m(\dot{x}_m-\dot{x}_s) + k_m(x_m-x_s) \quad (42)$$

$$m_u\ddot{x}_w = b_s(\dot{x}_s-\dot{x}_w) + k_s(x_s-x_w) - k_t(x_w) \quad (43)$$

onde:  $x_m = \alpha \sin(\omega t)$ ;  $\dot{x}_m = \alpha \omega \cos(\omega t)$ .

O sistema, descrito através das equações (42) e (43), representa o modelo na forma linear. Conforme Gaspar, Sazaski e Bokor (2003), o amortecedor hidráulico  $b_s$  e a mola  $k_s$  têm componentes lineares e não-lineares. As molas podem ser modeladas através de modelos lineares ou modelos não-lineares. As molas consideradas lineares obedecem à lei de Hooke, ou seja, apresentam uma deformação proporcional ao carregamento que sofrem. Já as molas não-lineares não apresentam tal característica.

Conforme Rill (2003), nas aplicações reais, para evitar choques nos batentes, o valor do coeficiente de rigidez da mola cresce exponencialmente, conforme se afasta do ponto de equilíbrio estático. Com o objetivo de incorporar esta característica ao modelo propõe-se considerar a força da mola  $k_s(x_s-x_w)$  na seguinte forma:

$$k_s(x_s-x_w) = k_s^l(x_s-x_w) + k_s^{nl}(x_s-x_w)^3 \quad (44)$$

onde o coeficiente  $k_s^l$  representa a faixa de atuação linear e o coeficiente não linear  $k_s^{nl}$  que representa a característica não-linear da mola observada em situações reais (RILL, 2003).

Conforme Gaspar, Szaski e Bokor (2003) e Rill (2003) pode-se perceber a não-linearidade da força do amortecedor quando se considera o sentido de deslocamento do amortecedor, se a velocidade é positiva ou negativa, sendo que a força de amortecimento para as velocidades positivas é maior que para as velocidades negativas. A velocidade é considerada positiva quando a velocidade vertical da carroceria do veículo é maior que a velocidade vertical do eixo.

A não-linearidade do amortecedor também permite que, em movimentos causados pelo perfil da estrada, gere-se apenas um pequeno impacto na carroceria enquanto houver oscilações verticais do amortecedor em movimento descendente da roda. Com o objetivo de incorporar as características não-lineares do amortecedor, propõe-se considerar a força do amortecedor  $b_s(\dot{x}_s - \dot{x}_w)$  da seguinte forma:

$$b_s(\dot{x}_s - \dot{x}_w) = b_s^l(\dot{x}_s - \dot{x}_w) - b_s^y|\dot{x}_s - \dot{x}_w| + b_s^{nl}\sqrt{|\dot{x}_s - \dot{x}_w|}\text{sgn}(\dot{x}_s - \dot{x}_w) \quad (45)$$

sendo que o coeficiente  $b_s^l$  afeta a força do amortecedor linearmente, enquanto que o coeficiente  $b_s^{nl}$  atua de forma não-linear no amortecedor, e o coeficiente  $b_s^y$  representa as características do comportamento assimétrico.

Substituindo (44) e (45) em (42) e (43), obtêm-se as seguintes equações diferenciais de segunda ordem, que representam a dinâmica de um sistema de suspensão ativa não-linear (GASPAR, SAZASKI, BOKOR, 2003):

$$m_s \ddot{x}_s = -b_s^l(\dot{x}_s - \dot{x}_w) + b_s^y|\dot{x}_s - \dot{x}_w| - b_s^{nl}\sqrt{|\dot{x}_s - \dot{x}_w|}\text{sgn}(\dot{x}_s - \dot{x}_w) - k_s^l(x_s - x_w) - k_s^{nl}(x_s - x_w)^3 + b_m(\dot{x}_m - \dot{x}_s) + k_m(x_m - x_s) \quad (46)$$

$$m_u \ddot{x}_w = b_s^l(\dot{x}_s - \dot{x}_w) - b_s^y|\dot{x}_s - \dot{x}_w| + b_s^{nl}\sqrt{|\dot{x}_s - \dot{x}_w|}\text{sgn}(\dot{x}_s - \dot{x}_w) + k_s^l(x_s - x_w) + k_s^{nl}(x_s - x_w)^3 - k_t(x_w - x_r) \quad (47)$$



onde:  $x_m = \alpha \sin(\omega t)$ ;  $\dot{x}_m = \alpha \omega \cos(\omega t)$ . Como simplificação, assumiu-se que a pista não apresenta irregularidades e, portanto,  $x_r = 0$ .

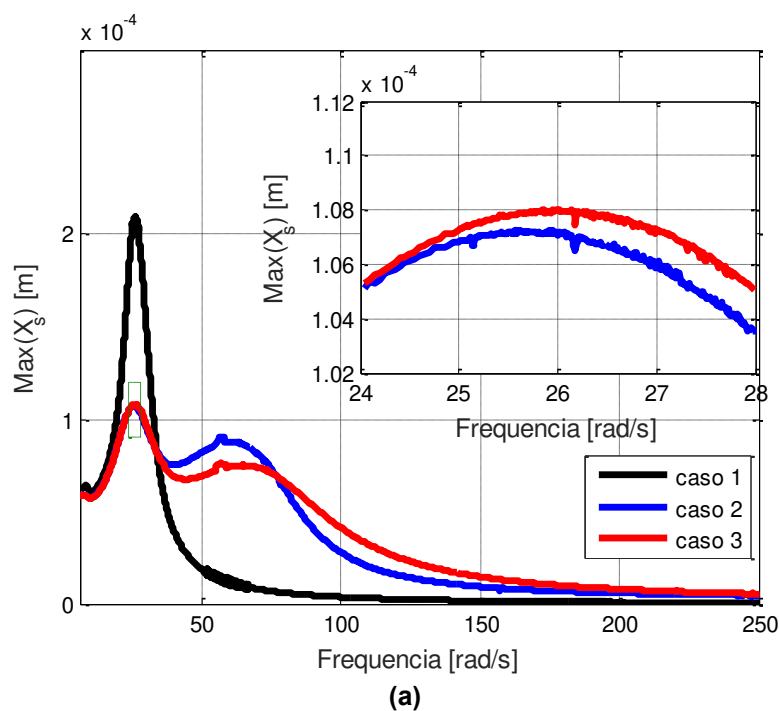
Tabela 1: Parâmetros para o simulações numéricas

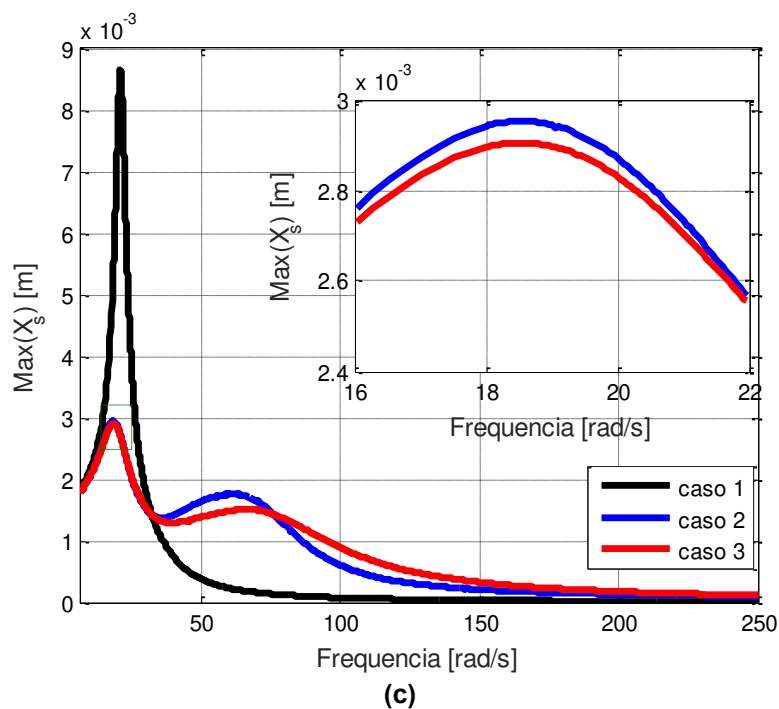
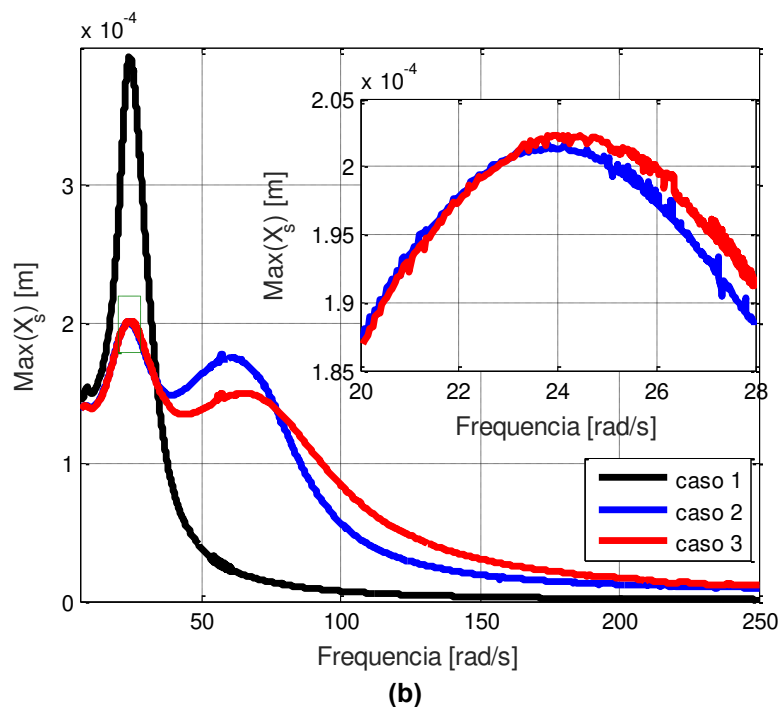
| $m_s$    | $m_u$                | $b_s^l$              | $b_s^{nl}$           | $\alpha$                    |
|----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|
| 375 kg   | 59kg                 | 700 Ns/m             | 200 Ns/m             | 0.0005 m<br>0.001m<br>0.01m |
| $b_s^y$  | $k_s^l$              | $k_s^{nl}$           | $k_t$                | $w$                         |
| 400 Ns/m | $235 \cdot 10^2$ N/m | $235 \cdot 10^4$ N/m | $190 \cdot 10^3$ N/m | [0:250] rad/s               |

Fonte: Autoria própria.

Utilizando o motor de combustão interna como uma fonte de excitação constante, tendo deslocamento conhecido, é possível analisar a eficiência dos modelos matemáticos de coxins propostos. O deslocamento máximo do chassi, para diferentes amplitudes e os 3 casos de estudo, estão representados na Figura 33.

Figura 33 - Deslocamento máximo do chassi para diferentes amplitudes pico a pico. (a) amplitude de  $10^{-4}$  m (b) amplitude de  $2 \cdot 10^{-4}$  m (c) amplitude de  $2 \cdot 10^{-3}$  m.





Fonte: Autoria própria.

Os resultados mostram uma redução no deslocamento da Figura 33 (a) de 48,94% do caso 1 para o caso 2 e 48,58% do caso 1 para o caso 3 para o primeiro modo de frequência natural. Já para o segundo modo de frequência natural, a redução foi de 15,79% para o caso 2 em relação ao caso 3.

Adicionalmente, os resultados mostram uma redução no deslocamento na Figura 33 (b) de 48,74% do caso 1 para o caso 2 e 48,60% do caso 1 para o caso 3,

para o primeiro modo de frequência natural. Para o segundo modo de frequência natural, a redução foi de 15,86% do caso 2 em relação ao caso 3.

Finalmente, os resultados mostram uma redução no deslocamento na Figura 33 (c) de 65,91% para o caso 2 e 66,47% para o caso 3 para o primeiro modo de frequência natural. Para o segundo modo de frequência natural, a redução foi de 14,09% do caso 2 em relação ao caso 3.

Em altas frequências de excitação, percebe-se que a amplitude de deslocamento do coxim do caso 1 – elastomérico – é menor que para os casos 2 e 3. Isso pois praticamente toda vibração proveniente do motor está sendo transmitida ao chassi. Logo, para frequências de excitação maiores, os coxins casos 2 e 3 apresentam uma melhor atenuação de vibrações.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir da análise dos dados obtidos experimentalmente é possível observar que quanto maior a frequência de excitação, maior a rigidez dinâmica do sistema, para os três casos estudados – coxim apenas elastômero, coxim hidráulico com desacoplador fechado e coxim hidráulico com desacoplador contendo um canal adicional para escoamento de fluido. Observou-se também que, para o caso 1 – coxim apenas elastomérico, o amortecimento foi menor que os casos 2 e 3. A adição de um pequeno orifício no desacoplador, ligando a câmara principal à câmara de compensação, teve efeito no amortecimento, especialmente em pequenas amplitudes de excitação. Com o aumento da área de escoamento, houve a diminuição da resistência do sistema ao escoamento do fluido entre as câmaras, explicando tal comportamento evidenciado nos testes experimentais.

A seleção da rede neural artificial mostrou um bom valor de ajuste e convergência na obtenção dos modelos matemáticos, mesmo empregando-se relativamente um baixo número de neurônios. O acréscimo no número de neurônios na rede neural artificial construída não mostrava melhora significativa na precisão dos resultados, impactando negativamente o custo computacional, além de possibilitar uma chance maior de sobre ajuste da rede.

O ajuste de curvas para o caso 1 – coxim elastomérico – mostrou precisão dos resultados, mesmo sem o emprego de modelagem complexa. Para os casos 2 e 3, o emprego da função tangente hiperbólica sigmoidal foi satisfatória para obtenção de resultados com boa precisão, quando validados com os dados experimentais.

Empregando-se os modelos matemáticos obtidos pela RNA em uma simulação de um quarto de carro, pode-se avaliar as amplitudes máximas de deslocamento para cada um dos 3 casos. Devido à rigidez dinâmica do coxim elastomérico aumentar a medida que a frequência de excitação aumenta, a transmissibilidade de vibração do motor para o chassi é maior para o caso 1, quando comparado aos outros dois tipos de coxins empregados – coxim hidráulico com desacoplador padrão ou coxim hidráulico com desacoplador com orifício.

## 6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestão de trabalhos futuros, podem ser consideradas as seguintes aplicações dos modelos matemáticos obtidos:

- Aplicar os modelos dos coxins em modelos matemáticos de sistemas veiculares completos;
- Considerar o acoplamento do motor com o chassi como fonte não ideal, onde as vibrações do chassi influenciam a amplitude e frequência de vibração do motor;
- Considerar a aplicação de derivadas em ordem fracionária para modelar o comportamento viscoelástico dos coxins;
- Considerar borrachas de diferentes durezas para confecção do desacoplador e verificar o impacto no comportamento dinâmico do sistema.

## REFERÊNCIAS

AL-HAIK, M. S.; HUSSAINI, M. Y.; GARMESTANI, H. Prediction of nonlinear viscoelastic behavior of polymeric composites using an artificial neural network. **International Journal of Plasticity**, v. 22, n. 7, p. 1367-1392, 2006.

ARRUDA, E. M.; BOYCE, M. C. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 41, n. 2, p. 389-412, 1993.

BAE, C.; KIM, J. Alternative fuels for internal combustion engines. **Proceedings of the Combustion Institute**, v. 36, n. 3, p. 3389-3413, 2017.

BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity. **Journal of Rheology**, v. 27, n. 3, p. 201-210, 1983.

BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. On the fractional calculus model of viscoelastic behavior. **Journal of Rheology**, v. 30, n. 1, p. 133-155, 1986.

BAUGHMAN, D. R.; LIU, Y. A. **Neural networks in bioprocessing and chemical engineering**. California: Academic press, 2014.

BARBER, A. **Handbook of Noise and Vibration Control**. 6.ed. Oxon: Elsevier, 1992.

BARBETTI, M. R. S. **Estudo comparativo entre coxim hidráulico e coxim elastomérico aplicados ao sistema de apoio do motor automotivo**. 2005. 67 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado Profissionalizante em Engenharia Automotiva), Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

BARRETO, J. M. Introdução às Redes Neurais Artificiais Primórdios e Realizações Contemporâneas. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE. 3., Vitória. **Anais...** Vitória, ES, 1997, p. 1-48.

BERGSTRÖM, J. S.; BOYCE, M. C. Constitutive modeling of the large strain time-dependent behavior of elastomers. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 46, n. 5, p. 931-954, 1998.

BISHOP, C. M. Neural Networks for Pattern Recognition. **Journal of the American Statistical Association**, v. 92, n. 440, p. 1642-1645, 1997.

BOCCATO, L. **Novas propostas e aplicações de redes neurais com estados de eco**. 2013. 210f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica). Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2013.

BRISON, H.; BRISON, L. C. **Polymer engineering science and viscoelasticity: an introduction**. 1 ed. Nova York: Apringer, 2010.

CAPUTO, M.; MAINARDI, F. Linear models of dissipation in anelastic solids. **La Rivista del Nuovo Cimento**, v. 1, n. 2, p. 161-198, 1971.

CHANTRANUWATHANA, S.; PENG, H. Adaptive robust force control for vehicle active suspensions. **International Journal of Adaptive Control and Signal Processing**, v. 18, n. 2, p. 83-102, 2004.

CHOI, S. B.; et al. Vibration control of a passenger vehicle featuring magnetorheological engine mounts. **International Journal of Vehicle Design**, v. 33, n. 1-3, p. 2-16, 2003.

CHRISTENSEN, R. **Theory of viscoelasticity: second edition**. 2. ed. Nova York: Dover Publications, 2012.

CHRISTOPHERSON, J.; MAHINFALAH, M.; JAZAR, Reza N. Suspended decoupler: a new design of hydraulic engine mount. **Advances in Acoustics and Vibration**, v. 2012, 2012.

COLGATE, J. E.; et al. Modeling of hydraulic engine mount focusing on response to sinusoidal and composite excitations. **Journal of Sound and Vibration**, v. 184, n. 3, p. 503-528, 1995.

CORCORAN, P. E.; TICKS, G. H. Hydraulic engine mount characteristics. In: INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION. Detroit, Michigan, 1984. SAE Technical Paper. **Society of Automotive Engineers**, doi: 10.4271/840407.

DAFALIAS, Y. F. Constitutive model for large viscoelastic deformations of elastomeric materials. **Mechanics Research Communications**, v. 18, n. 1, p. 61-66, 1991.

DAVID, S. A.; LINARES, J. L.; PALLONE, E. M. J. A. Fractional order calculus: historical apologia, basic concepts and some applications. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 33, n. 4, p. 4302-4302, 2011.

DEVRIES, P. M. R; THOMPSON, T. B.; MEADE, B. J. Enabling large-scale viscoelastic calculations via neural network acceleration. **Geophysical Research Letters**, v. 44, n. 6, p. 2662-2669, 2017.

DE CASTRO, L. N. **Fundamentals of natural computing: Basic Concepts, Algorithms, and Applications**. 1ed. New York: Chapman & Hall/CRC, 2006.

FLOWER, Wallace C. Understanding hydraulic mounts for improved vehicle noise, vibration and ride qualities. SAE Technical Paper, 1985. DOI: <https://doi.org/10.4271/850975>

FRANK, S. L.; ČERNÁNSKÝ, M. Generalization and systematicity in echo state networks. In: Proceedings of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society. 30., 2008. Washington. **Anais...** Washington, DC, p.733-738.

FREEMAN, T. E. **Reduction of vehicle chassis vibrations using the powertrain system as a multi degree-of-freedom dynamic absorber**. 2004. 196 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Purdue University. 2004.

GASPAR, P.; SAZASZI, I.; BOKOR, J. Active suspension design using linear parameter varying control. **International Journal of Vehicle Autonomous Systems**, v. 1, n. 2, p. 206-221, 2003.

GEISBERGER, A.; KHAJEPOUR, A.; GOLNARAGHI, F. Non-linear modelling of hydraulic mounts: theory and experiment. **Journal of sound and vibration**. v. 249, n. 2, p. 371-397, 2002.

HALLER, J.; LINK, T. Thermodynamic concept for an efficient zero-emission combustion of hydrogen and oxygen in stationary internal combustion engines with high power density. **International Journal of Hydrogen Energy**, v. 42, n. 44, p. 27374-27387, 2017.



HARRIS, C. M.; CREDE, C. E. **Shock and Vibration Handbook**. 2 ed. New York: McGraw-Hill, 1976.

HAYKIN, S. **Redes Neurais: Princípios e Prática**. 2ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

Hebb, D. O. **The organization of behavior: A Neuropsychological Theory**. New York: John Wiley & Sons, 1949.

HERNÁNDEZ, W. P. **Calibração, Validação e Aplicações de Modelos Viscoelásticos Baseados em Operadores de Ordem Fracionária**. 2016. 164 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2016.

JAMES, H. M.; GUTH, E. Theory of the elastic properties of rubber. **The Journal of Chemical Physics**, v. 11, n. 10, p. 455-481, 1943.

JAZAR, G. N; HOUIM, R; NARIMANI, A.; GOLNARAGHI, M. F. Frequency Response and Jump Avoidance in a Nonlinear Passive Engine Mount. **Journal of vibration and control**, v. 12, n. 11, p. 1205-1237, 2006.

KARANTH, N. V.; et al. Design and evaluation of engine mounts of a passenger utility vehicle. In: SYMPOSIUM ON INTERNATIONAL AUTOMOTIVE TECHNOLOGY. 1996, Pune, India. SAE Technical Paper. **Society of Automotive Engineers**, doi:10.4271/962493.

KHANLARI, G. R.; et al. Prediction of shear strength parameters of soils using artificial neural networks and multivariate regression methods. **Engineering Geology**, v. 131, p.11-18, 2012.

KIM, G.; SINGH, R. A study of passive and adaptive hydraulic engine mount system with emphasis on non-linear characteristics. **Journal of Sound and Vibration**, v. 179, n. 3, p. 427-453, 1995.

LEE, D. H.; HWANG, W. S.; KIM, C. M. Design sensitivity analysis and optimization of an engine mount system using an FRF-based substructuring method. **Journal of Sound and Vibration**, v. 255, n. 2, p. 383-397, 2002.

LION, A.; KARDELKY, C. The Payne effect in finite viscoelasticity: constitutive modelling based on fractional derivatives and intrinsic time scales. **International Journal of Plasticity**, v. 20, n. 7, p. 1313-1345, 2004.

MAINARDI, F. Fractional relaxation in anelastic solids. **Journal of alloys and compounds**, v. 211, p. 534-538, 1994.

MAINARDI, F. **Fractional calculus and waves in linear viscoelasticity: an introduction to mathematical models**. World Scientific, 2010.

MARZBANI, H.; JAZAR, R. N.; FARD, M. Hydraulic engine mounts: a survey. **Journal of Vibration and Control**, v. 20, n. 10, p. 1439-1463, 2014.

MARZBANI, H.; FARD, M.; JAZAR, R. Chaotic behavior of hydraulic engine mount. **Procedia Computer Science**, v. 96, p. 1597-1608, 2016.

MCCULLOCH, W. S.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. **The bulletin of mathematical biophysics**, v. 5, n. 4, p. 115-133, 1943.

MEDEIROS JUNIOR, W. B. **Caracterização dinâmica integrada de elastômeros via derivadas fracionárias e método GHM**. 2010. 173f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2010.

MOLETTA, E. **Redes neurais com estados de eco aplicadas em controle dependente dos estados**. 2015. 83f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2015.

MOSCHEN, I. D. C. **Sobre as funções Mittag-Leffler e o modelo fracionário de materiais viscoelásticos**. 2006. 130f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2006.

MTS Systems Corporation. **Model 831.50 x 1000Hz Elastomer Test System Features High Frequency Test Capability**. 2004. Disponível em: <[https://mts.com/cs/groups/public/documents/library/dev\\_002249.pdf](https://mts.com/cs/groups/public/documents/library/dev_002249.pdf)>. Acesso em 21 de outubro de 2017.

MÜLLER M.; et al. Engine mounts and NVH. **Automotive Engineering**. v.102, n.7, p.19-23, 1996.

NEUPANE, N.; SHAKYA, S. **Comparative analysis of backpropagation algorithm variants for network intrusion detection**. In: Computing, Communication and Automation (ICCCA), 2017 International Conference on. IEEE, p. 726-729, 2017.

OGATA, K. **System Dynamics**. 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1998.

OLIVEIRA, P. A. C. A. **Modelagem da Dinâmica Vertical de Coxins Elastoméricos de Motor Através de Método de Redes Neurais**. 2011. 192 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2011.

PEETERS, P.; et al. Reducing the impact of measurement errors in FRF-based substructure decoupling using a modal model. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 99, p. 384-402, 2018.

PRITZ, T. Analysis of four-parameter fractional derivative model of real solid materials. **Journal of Sound and Vibration**, v. 195, n. 1, p. 103-115, 1996.

PRITZ, T.; Frequency Dependences of Complex Moduli and Complex Poisson's Ratio of Real Solid Materials. **Journal of Sound and Vibration**. Vol. 214. pp. 83-104. 1998.

PRITZ, T. Five-parameter fractional derivative model for polymeric damping materials. **Journal of Sound and Vibration**, v. 265, n. 5, p. 935-952, 2003.

POLEZER, G.; et al. Assessing the impact of PM 2.5 on respiratory disease using artificial neural networks. **Environmental Pollution**, v. 235, p. 394-403, 2018.

RAO, S. **Vibrações mecânicas**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

RILL, G. **Vehicle Dynamics**. Lecture notes, Fachhochschule Regensburg, RILL, G. Vehicle Dynamics 2003.

RIVIN, E. I. Passive engine mounts: some directions for further development. In: International Congress and Exposition, Detroit, Michigan, 1985. SAE Technical Paper. **Society of Automotive Engineers**, doi:10.4271/850481.

ROGERS, L. Operators and fractional derivatives for viscoelastic constitutive equations. **Journal of Rheology**, v. 27, n. 4, p. 351-372, 1983.

ROSSIKHIN, Y.; SHITIKOVA, M. Analysis of Dynamic Behaviour of Viscoelastic Rods Whose Rheological Models Contain Fractional Derivatives of Two Different Orders. **Journal of Applied Mathematics and Mechanics**, v. 81, n. 6, p. 363-376, 2001.

ROSSIKHIN, Y. A.; SHITIKOVA, M. V. Application of fractional calculus for dynamic problems of solid mechanics: novel trends and recent results. **Applied Mechanics Reviews**, v. 63, n. 1, p. 010801, 2010.

ROYSTON, T. J.; SINGH, R. Optimization of passive and active non-linear vibration mounting systems based on vibratory power transmission. **Journal of Sound and Vibration**, v. 194, n. 3, p. 295-316, 1996.

SILVA, I. N.; SPATTI, D. H.; FLAUZINO, R. A. **Redes neurais artificiais para engenharia e ciências aplicadas**. São Paulo: Artliber, 2010.

DA SILVA, I. N.; et al. **Artificial neural networks: A Practical Course**. Springer International Publishing, 2016.

SINGH, R. K.; et al. Design of a low Reynolds number airfoil for small horizontal axis wind turbines. **Renewable energy**, v. 42, p. 66-76, 2012.

SIQUEIRA, H. V. **Previsão de series de vazões com redes neurais artificiais e modelos lineares ajustados por algoritmos bio-inspirados**. 2009. 156f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2009.

SIQUEIRA, H. V. **Máquinas desorganizadas para previsão de séries de vazões**. 2013. 218f. Tese (doutorado em Engenharia Elétrica). Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2013.

STELZER, G. J.; et al. A magnetorheological semi-active isolator to reduce noise and vibration transmissibility in automobiles. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 14, n. 12, p. 743-765, 2003.

SU, T.; et al. Reducing the idle speed of a gasoline rotary engine with hydrogen addition. **International Journal of Hydrogen Energy**, v. 42, n. 36, p. 23218-23226, 2017.

SWANSON, D. A. Active engine mounts for vehicles. In: INTERNATIONAL OFF HIGHWAY & POWERPLANT & EXPOSITION, Milwaukee, Wisconsin, 1993. SAE Technical Paper. **Society of Automotive Engineers**, doi: 10.4271/930201.

TABATABAEI, S. K.; BEHBAHANI, S.; DE SILVA, C. W. Self-adjusting multidisciplinary design of hydraulic engine mount using bond graphs and inductive genetic programming. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 48, p. 32-39, 2016.

TOMCZAK, Fabio. Estudos sobre a estrutura e propriedades de fibras de coco e curauá do Brasil. 2010. 150f. Tese (Engenharia e Ciência dos Materiais). Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência dos Materiais, Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2010.

TANAKA, M. C. **Controle inteligente de vibrações utilizando amortecedor magneto reológico**. 2017. 132f. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Mecânica). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2017.

TAYLOR, H. J, Jr. The new generation of engine mounts. 1986. In: International Congress and Exposition, Detroit, Michigan, 1986. SAE Technical Paper. **Society of Automotive Engineers**, doi:10.4271/951296.

TUSSET, A. M. **Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não linear controlada através de amortecedor magneto-reológico**. 2008. 181f. Tese (Doutorado em Engenharia). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS. Porto Alegre, 2008.

VAIDYANATHAN, C. V.; KAMATCHI, P.; RAVICHANDRAN, R. Artificial neural networks for predicting the response of structural systems with viscoelastic dampers. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, v. 20, n. 4, p. 294-302, 2005.

WALL, F. T.; FLORY, P. J. Statistical thermodynamics of rubber elasticity. **The Journal of Chemical Physics**, v. 19, n. 12, p. 1435-1439, 1951.

WANG, M.; et al. A novel design of semi-active hydraulic mount with wide-band tunable notch frequency. **Journal of Sound and Vibration**, v. 333, n. 8, p. 2196-2211, 2014.

WANG, Z.; ZHU, P. Response prediction for modified mechanical systems based on in-situ frequency response functions: Theoretical and numerical studies. **Journal of Sound and Vibration**, v. 400, p. 417-441, 2017.

WINEMAN, A. S.; RAJAGOPAL, K. R. **Mechanical response of polymers: an introduction**. 1. ed. Cambridge university press, 2000.

YANOVSKY, Yuri G.; BASISTOV, Yu A. Linear dynamic neural network model of a viscoelastic medium and its identification. **Composites: Mechanics, Computations, Applications: An International Journal**, v. 1, n. 1, 2010.

YU, Y.; NAGANATHAN, N. G.; DUKKIPATI, R. V. A literature review of automotive vehicle engine mounting systems. **Mechanism and machine theory**, v. 36, n. 1, p. 123-142, 2001.

## **APÊNDICE A - Publicações Aprovadas**

Com a realização deste trabalho foi possível gerar duas publicações aprovadas por revisores especializados, em evento internacional:

TUSSET, A. M.; MARIN, B.; JANZEN, F. C.; BALTHAZAR, J. M.; LOPES, E. M. O.; BAVASTRI, C. A. Experimental study of a hydraulic engine mount with emphasis on decoupler characteristics. In: COBEM 2017, Curitiba. **Anais...** Curitiba:24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2017. p. 1-10.

TUSSET, A. M.; MARIN, B.; ROCHA, R. T.; JANZEN, F. C.; BALTHAZAR, J M. A note on OLFC control applied in a parametrically excited pendulum. In: COBEM 2017, 2017, Curitiba. **Anais...** Curitiba: 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2017. p. 1-10.c