

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

MARCELO SILVA CUSTÓDIO

**CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE DISPOSITIVO DIDÁTICO COM USO DE
ARDUINO**

CURITIBA

2023

MARCELO SILVA CUSTÓDIO

**CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE DISPOSITIVO DIDÁTICO COM USO DE
ARDUINO**

Dynamic Characterization of Teaching Device Using Arduino

Trabalho de conclusão de curso de graduação
apresentada como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador(a): Prof. Dr. Cláudio Tavares da Silva.

CURITIBA

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Esta licença permite download e compartilhamento do trabalho desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es), sem a possibilidade de alterá-lo ou utilizá-lo para fins comerciais. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

MARCELO SILVA CUSTÓDIO

**CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE DISPOSITIVO DIDÁTICO COM USO DE
ARDUINO**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 28/novembro/2023

Prof. Dr. Cláudio Tavares da Silva
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Prof.^a Dra. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Prof. Dr. Marcio Henrique de Avelar Gomes
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

CURITIBA
2023

AGRADECIMENTOS

Agradeço à toda minha família pelo apoio que recebi nesta empreitada. Em especial à minha mãe Juracy e ao meu pai Cilso por terem acreditado e confiado em mim em todos os momentos. E também aos meus irmãos Eliane, Marcos e Jaqueline que são pessoas maravilhosas que sempre me apoiaram.

Agradeço à minha esposa Bárbara e ao nosso filho Ulisses, pelo amor e por terem me ensinado a ser uma pessoa melhor.

Um agradecimento especial ao meu orientador, Professor Dr. Cláudio Tavares da Silva, pela dedicação e disponibilidade que tornou esse trabalho possível.

Agradeço aos professores que fizeram parte da banca pelas sugestões realizadas, são eles: Professora Dra. Ana Paula Carvalho da Silva e Professor Dr. Marcio Henrique de Avelar Gomes.

Por fim, também quero agradecer à Universidade Tecnológica Federal do Paraná, e a todos os meus professores, pela qualidade no ensino oferecido.

RESUMO

O estudo das vibrações mecânicas é de fundamental importância na área de Engenharia Mecânica. Para a análise experimental normalmente é necessário a coleta e tratamento de dados, porém as soluções disponíveis são sensores e plataformas pensadas para uso industrial que possuem um custo elevado, tornando a sua utilização em laboratórios didáticos praticamente inviável. Neste trabalho é implementado um sistema de medição de vibrações de baixo custo utilizando a Plataforma Arduino e o acelerômetro ADXL 335. Inicialmente, o sistema de medição implementado foi utilizado para determinar as frequências naturais de vibração de um modelo físico de um prédio de 4 andares em escala reduzida. Esse modelo físico permite a reprodução do comportamento de uma estrutura esbelta, com vários graus de liberdade e baixas frequências naturais. O resultado dessas medições foi comparado com o modelo virtual em CAD, utilizando um *software* de elementos finitos, demonstrando uma boa correlação entre os valores. Em situações reais é comum estruturas esbeltas sofrerem algum tipo de força externa que cause vibrações, por exemplo, devido a rajadas de vento. Para simular uma fonte de excitação harmônica externa, foi construído um excitador de rotor com massa excêntrica, que foi montado no modelo físico. Utilizando esse excitador, o modelo físico foi submetido a um teste de resposta em frequência. Com o sistema de medição, foi demonstrado o aumento dos níveis de vibração próximo à primeira ressonância do modelo físico. Para reduzir os níveis de vibração causados pela excitação externa, um Absorvedor Dinâmico de Vibrações (ADV) em formato de pêndulo invertido, foi projetado e construído. Por fim, foi feita uma comparação entre as curvas de resposta em frequência, quando o modelo físico era submetido à excitação externa com e sem o ADV. Essa comparação demonstrou a atuação do ADV reduzindo os níveis de vibração da estrutura.

Palavras-chave: Arduino; acelerômetro ADXL 335; análise de vibrações; absorvedor dinâmico de vibrações.

ABSTRACT

Mechanical vibrations analysis is of fundamental importance in the Mechanical Engineering. For experimental analysis, it is normally necessary to collect and process data, however the available solutions are sensors and platforms designed for industrial use that have a high cost, making their use in teaching laboratories unfeasible. In this work, a low-cost vibration measurement system is implemented using the Arduino Platform and the ADXL 335 accelerometer. Initially, a measurement system was developed to determine the natural vibration frequencies of a physical model of a reduced-scale 4-story building. This physical model allows the reproduction of the behavior of a slender structure, with several degrees of freedom and low natural frequencies. The result of these measurements was compared with the virtual CAD model, using finite element *software*, demonstrating a good correlation between the values. In real situations, it is common for slender structures to suffer some type of external force that causes vibrations, for example, due to gusts of wind. To simulate an external harmonic excitation source, an eccentric mass rotor exciter was constructed and mounted on the physical model. Using this exciter, the physical model was subjected to a frequency response test. With the measurement system, an increase in vibration levels close to the first resonance of the physical model was demonstrated. To reduce vibration levels caused by external excitation, a Dynamic Vibration Absorber (ADV) was designed and build. Finally, a comparison was made between the frequency response curves when the physical model was subjected to external excitation with and without the ADV. This comparison demonstrated the ADV's performance reducing the structure's vibration levels.

Keywords: Arduino; ADXL 335 accelerometer; vibration analysis; dynamic vibration absorber.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação de um sistema vibratório	17
Figura 2 – Representação de um sistema vibratório com força externa.....	20
Figura 3 – Representação de uma massa desbalanceada.....	21
Figura 4 – Gráfico de $\mathcal{M}r, \xi$ em função de $r = \omega n \omega d$ para vibração forçada com desbalanceamento rotativo	23
Figura 5 – ADV não amortecido	24
Figura 6 – Amplitude de vibração em função da frequência de forçamento	25
Figura 7 – ADV amortecido.....	26
Figura 8 – Amplitude de vibração em função da frequência de forçamento para o ADV amortecido	27
Figura 9 – Amplitude de vibração em função da frequência de forçamento para um ADV amortecido otimizado	28
Figura 10 – ADV de pêndulo invertido.....	29
Figura 11 – Representação da sobreposição de sinais	30
Figura 12 – Espectro de frequências do sinal da Figura 11	31
Figura 13 – Arduino UNO R3	35
Figura 14 – Representação do funcionamento de um acelerômetro	36
Figura 15 – Acelerômetro ADXL-335	37
Figura 16 – Configuração dos pinos do ADXL-335	38
Figura 17 – Modelo físico.....	40
Figura 18 - Esquema de ligação entre o Arduino e o ADXL335	41
Figura 19 – Mesa isoladora de vibrações.....	42
Figura 20 – Representação da montagem experimental para a determinação das frequências naturais.	43
Figura 21 – Excitador de massa excêntrica	44
Figura 22 – Representação da montagem experimental para a excitação das frequências naturais.	45
Figura 23 – ADV construído.	47
Figura 24 – Montagem do sistema de aquisição de dados.....	48
Figura 25 – Detalhes do cabo com o acelerômetro	49
Figura 26 – Aceleração em função do tempo	50
Figura 27 – Zoom da Figura 26.....	51
Figura 28 – Frequências naturais do modelo	52
Figura 29 – Frequências naturais do modelo em escala semi-log.....	53
Figura 30 – Modos vibracionais do modelo em CAD	55
Figura 31 – Frequências naturais do modelo com o excitador desligado	56
Figura 32 – FFT do sinal de aceleração para várias frequências de excitação	58
Figura 33 – Amplitude da aceleração pela Frequência de Excitação	59
Figura 34 – Montagem para a determinação das frequências naturais com a base do ADV e com o excitador.....	62
Figura 35 – Frequências naturais do modelo físico com a base do ADV e o excitador desligado.....	63
Figura 36 – Frequências naturais do modelo com o excitador e o ADV completo	65
Figura 37 – Frequências naturais do modelo com o excitador e o ADV completo	65

Figura 38 – Modos vibracionais do modelo com o excitador e o ADV completo	66
Figura 39 – FFT do sinal de aceleração para várias frequências de excitação com o ADV	67
Figura 40 – Amplitude da aceleração pela frequência de excitação do modelo físico mais ADV	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características do modelo físico	40
Tabela 2 – Leitura do acelerômetro na fase de calibração	41
Tabela 3 – Comparação entre os valores experimentais e numéricos	56
Tabela 4 – Frequências naturais do modelo com o excitador desligado	57
Tabela 5 – Dados utilizados na Figura 33.....	59
Tabela 6 – Massa equivalente da estrutura.....	60
Tabela 7 – Parâmetros iniciais do ADV	61
Tabela 8 – Frequências naturais do modelo com a base do ADV e o excitador desligado.....	63
Tabela 9 – Parâmetros finais do ADV	64
Tabela 8 – Frequências naturais do sistema (modelo físico mais o ADV).	66

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	Contextualização do Tema	13
1.2	Objetivo Geral.....	14
1.3	Objetivos Específicos	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	Vibrações	16
2.1.1	Sistemas com 1 grau de liberdade – Vibrações livres amortecidas	16
2.1.2	Sistemas com 1 grau de liberdade – Vibrações forçadas.....	20
2.1.3	Vibrações causadas por rotores desbalanceados	21
2.1.4	Controle de Vibrações com ADV	23
<u>2.1.4.1</u>	<u>ADV não amortecido</u>	<u>23</u>
<u>2.1.4.2</u>	<u>ADV amortecido</u>	<u>26</u>
<u>2.1.4.3</u>	<u>ADV na forma de pêndulo invertido</u>	<u>28</u>
2.2	Análise de sinal	29
2.2.1	Séries de Fourier	31
2.2.2	Transformada de Fourier	32
2.2.3	Transformada discreta de Fourier (DFT)	33
2.3	Arduino.....	34
2.4	Acelerômetros	36
2.4.1	Acelerômetro ADXL335.....	36
3	MATERIAIS E MÉTODO	39
3.1	Modelo físico.....	39
3.2	Calibração do acelerômetro ADXL 335.....	40
3.3	Mesa isoladora de vibrações.....	42
3.4	Medição das frequências naturais do modelo físico.....	42
3.5	Excitação do primeiro modo vibracional	44
3.6	Projeto e construção do ADV no formato de pêndulo invertido	46
4	RESULTADOS.....	48
4.1	Montagem do sistema de aquisição de dados.....	48
4.2	Frequências naturais	50
4.2.1	Frequências naturais experimentais do modelo físico	50
4.2.2	Modos vibracionais e frequências naturais do modelo CAD	53
4.2.3	Comparação entre os resultados experimentais e numéricos	55

4.3	Resposta em frequência da estrutura	56
4.4	Massa equivalente e rigidez equivalente da estrutura	59
4.5	Cálculo dos parâmetros do ADV.....	60
4.6	Frequências naturais do modelo físico mais o ADV montado	64
4.6.1	Modos vibracionais do modelo em CAD com o ADV.....	66
4.7	Resposta em frequência do modelo físico com o ADV.....	67
5	CONCLUSÃO	70
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	71
	REFERÊNCIAS.....	72

1 INTRODUÇÃO

O fenômeno da vibração está presente nas mais diversas áreas de pesquisa, como: mecânica estrutural, medicina, eletromagnetismo, dinâmica de voo, bolsa de valores, clima, sociologia, entre outras. Oscilações mecânicas estão presentes nas estruturas de construções, na dinâmica de voo de aeronaves, no bater das asas de pássaros ou insetos, na dinâmica de máquinas, nas ondas do mar, ondas sonoras, no movimento do corpo humano, na música, etc. Oscilações eletromagnéticas estão presentes nos circuitos eletrônicos, em telecomunicações, na radiação, no funcionamento dos neurônios, etc. Assim, o estudo do fenômeno de vibrações é de extrema importância.

No contexto de vibrações mecânicas, a maioria das máquinas e estruturas estão sujeitas às oscilações intrínsecas devido ao seu funcionamento. Por exemplo: prédios e pontes podem sofrer esforços cíclicos devido ao vento. Essas forças podem causar desde desconforto para os ocupantes até uma completa falha estrutural. Em máquinas rotativas, o desbalanceamento de eixos, pode causar uma vibração excessiva e danificar a própria máquina.

Nas estruturas esbeltas o efeito das vibrações pode ser muito danoso quando negligenciado. O vento contornando essas estruturas pode provocar o desprendimento de vórtices, causando pressões alternadas e consequentemente causando vibrações. Geralmente essas vibrações possuem pequenas amplitudes, porém quando a frequência dos desprendimentos se aproxima de uma frequência natural da estrutura, uma excitação auto induzida pode ser provocada (LIMA; SANTOS, 2008). Nesta situação as amplitudes de vibração podem aumentar e causar até uma falha estrutural.

A ressonância ocorre quando um sistema mecânico, ou estrutura, sofre uma força externa oscilante com uma frequência igual a uma das frequências naturais. Mesmo a força externa tendo uma amplitude definida, a amplitude de vibração do sistema pode aumentar e até causar danos (RAO, 2008). Assim, o conhecimento da frequência natural da estrutura, bem como a frequência de excitação externa é muito importante para evitar falhas. A caracterização da frequência natural pode ser feita analiticamente, utilizando modelos físicos e matemáticos, ou experimentalmente (RAO, 2008).

Para evitar os efeitos danosos da vibração em estruturas é possível aplicar algumas técnicas de controle de vibração. O controle de vibração visa manter os níveis de vibração de um sistema estrutural abaixo dos níveis considerados permitidos. Uma das formas de controle de vibração, aplicadas a estruturas já construídas, é acoplar um sistema secundário oscilatório ao sistema primário, reduzindo os níveis de vibração em uma determinada faixa de frequência (EWINS, 1984). Esse sistema secundário é chamado de absorvedor dinâmico de vibrações.

Atualmente várias formas de medição de vibrações estão disponíveis. Essas técnicas normalmente são caras, necessitando de instrumentação e treinamento técnico para implantação, uma vez que foram desenvolvidas para aplicações industriais. Isso gera uma barreira para a utilização em laboratórios de graduação. Uma alternativa é a utilização de uma plataforma de código livre, o Arduino, e um sensor de vibração de baixo custo. Essa é uma alternativa simples e barata que vem sendo utilizada tanto para aplicações didáticas, quanto para aplicações práticas.

1.1 Contextualização do Tema

Diversos recursos tecnológicos estão disponíveis atualmente e podem ser aliados no ensino experimental na área de Engenharia Mecânica. O desenvolvimento de sensores eletrônicos, atendendo os mais diversos fins, acaba por torná-los baratos e acessíveis (ROCHA; MARRANGHELLO, 2013). No entanto, as montagens experimentais e o desenvolvimento de programas para leitura e tratamento de dados não são soluções prontas, e devem ser desenvolvidas e testadas para cada situação em particular.

Nos cursos de graduação, normalmente os métodos analíticos são apresentados aos alunos, porém as técnicas experimentais nem sempre. Como complemento ao desenvolvimento dos alunos é interessante que eles saibam como medir a frequência natural de estruturas e identificar quando estão em ressonância. No entanto, a configuração experimental necessária para medir a frequência natural pode ser cara e o procedimento tecnicamente difícil, se for utilizado equipamento industrial.

Nos trabalhos de Zanelatto (2017) e Skodowski (2021) foi feita uma análise teórica, e por simulação de elementos finitos, do modelo de um prédio de 4 andares.

Partindo desse modelo teórico foi construído um modelo físico (SKODOWSKI, 2021), com o objetivo de realizar a demonstração prática de sistemas vibratórios e de suas propriedades. Esse modelo físico possui uma estrutura esbelta e simula um prédio com 4 andares. Essa estrutura didática possibilita simular comportamentos de estruturas reais, quando submetidas às forças de excitação.

No presente trabalho é utilizado um sensor de aceleração, o acelerômetro ADXL335 em conjunto com o microcontrolador Arduino, para realizar medições das frequências, e caracterizar a dinâmica do modelo de estudo. Essa caracterização pretende estimar as frequências naturais de vibração, os modos vibracionais, e os níveis de vibração quando a estrutura sofre uma excitação externa. A escolha desse acelerômetro deve-se ao fato do custo ser baixo quando comparado à soluções industriais. A partir dessa primeira análise será proposto e construído um neutralizador dinâmico de vibração para o primeiro modo vibracional do modelo físico.

1.2 Objetivo Geral

Realizar a caracterização dinâmica de um modelo físico de um prédio de 4 andares (utilizando Arduino), e construir um absorvedor dinâmico de vibração (ADV) para atuar no primeiro modo vibracional.

1.3 Objetivos Específicos

A seguir serão listados os objetivos específicos desse projeto.

1. Compreender a dinâmica do modelo físico.
2. Desenvolver um sistema de aquisição e tratamento de dados utilizando o acelerômetro ADXL335 e o Arduino Uno.
3. Realizar as medições das frequências dos 4 modos vibracionais (na direção horizontal) do modelo físico, utilizando o sistema de aquisição de dados.
4. Utilizando o *software* SolidWorks Simulation, realizar o estudo de vibrações para obter as formas modais e frequências naturais do sistema.

5. Comparar os valores medidos das frequências naturais, com os valores calculados obtidos por meio de simulações com o SolidWorks Simulation.
6. Construir um excitador com rotor de massa excêntrica, para excitar os modos vibracionais do modelo físico, simulando a ação de uma força harmônica.
7. Projetar e construir o protótipo de um absorvedor dinâmico (ADV), que atue no primeiro modo vibracional do modelo físico.
8. Avalia experimentalmente o ADV, em conjunto com o modelo físico, fazendo uso do sistema de aquisição de dados e do excitador.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção é apresentada uma breve recapitulação, sobre os principais conceitos que são necessários para o entendimento do trabalho.

2.1 Vibrações

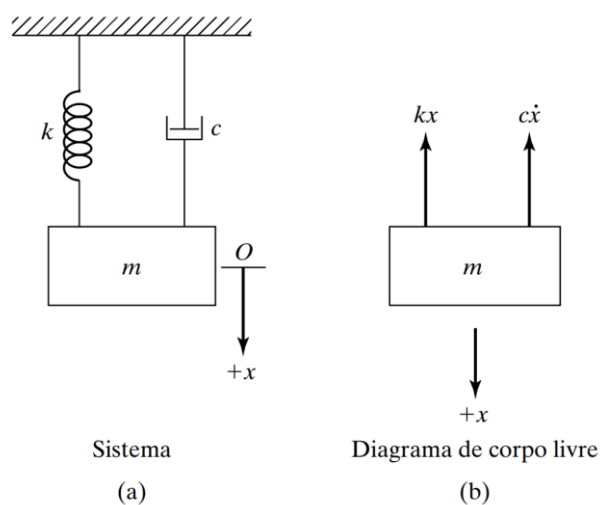
O movimento que se repete após um determinado intervalo de tempo é denominado vibração. No contexto de vibrações mecânicas, sistemas vibratórios devem possuir um meio para armazenar energia potencial, um meio para armazenar energia cinética e um meio para dissipar energia. Como exemplo, os modelos físicos mais básicos que possuem essas qualidades são: o oscilador massa - mola, e o pêndulo. No caso do oscilador massa-mola, a mola é o meio que armazena energia potencial e a massa é o meio que armazena energia cinética (HIBBELER, 2015). Durante uma oscilação ocorre a troca de energia potencial em energia cinética e vice-versa. Quando o sistema vibratório é conservativo, a energia total (potencial mais a cinética) é conservada. No caso de um sistema dissipativo, é necessário um elemento que dissipe energia, por exemplo, atrito.

O procedimento de análise de um modelo real, normalmente, começa estabelecendo um modelo físico simplificado, depois são definidas as equações que governam o comportamento do sistema. Essas equações normalmente são equações diferenciais que, em alguns casos, podem ser resolvidas de maneira analítica. Em problemas mais complexos, pode ser necessário aplicar métodos numéricos para a resolução (BALACHANDRAN; MAGRAB, 2008).

As variáveis dependentes utilizadas nesse tipo de análise normalmente são a posição, velocidade e aceleração, dadas em função do tempo. Para que o movimento inicie é necessária uma condição inicial que injete a energia necessária no sistema.

2.1.1 Sistemas com 1 grau de liberdade – Vibrações livres amortecidas

Muitos sistemas vibratórios reais podem ser modelados por um sistema equivalente massa-mola-amortecedor com 1 grau de liberdade (1 gdl). A equação de movimento desse tipo de sistema pode ser obtida a partir da construção do diagrama de corpo livre (DCL) em um instante de tempo arbitrário, e a partir dele descrever as forças atuantes em termos das coordenadas do sistema (RAO, 2008).

Figura 1 – Representação de um sistema vibratório**Fonte: RAO (2008, p. 66)**

A Figura 1 (a) representa um sistema massa-mola amortecedor. A Figura 1 (b) é o diagrama de corpo livre da massa m . Aplicando a segunda lei de Newton é possível obter a seguinte equação de movimento (Equação 2.1):

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0, \quad (2.1)$$

onde m é a massa do sistema, c é o coeficiente de amortecimento e k é a rigidez do sistema. A variável x é a posição do sistema em um determinado tempo t , $\dot{x}$ é a velocidade e $\ddot{x}$ é a aceleração. Neste caso, é considerado a forma mais comum para a força de amortecimento, que é aquela quando a força é proporcional à velocidade (RAO, 2008).

A Equação 2.1 pode ser simplificada considerando que não exista uma força externa de dissipação. Quando isso ocorre o sistema é chamado de não amortecido e a Equação 2.1 pode ser reescrita como:

$$m\ddot{x} + kx = 0. \quad (2.2)$$

Uma vez que o termo dissipativo foi removido, a energia total do sistema é conservada. Assim, depois que o sistema sofre uma perturbação inicial, a amplitude do movimento se mantém constante durante todo o tempo. Na prática isso seria impossível, e a amplitude do movimento diminuiria gradativamente com o tempo, devido à resistência imposta pelo meio.

Um resultado importante da Equação 2.2 é definição de ω_n , que é a frequência natural do sistema:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (2.3)$$

A frequência natural é a única frequência em que o sistema não amortecido pode oscilar depois de uma excitação inicial. Para obter uma solução da Equação 2.2 deve-se impor duas condições iniciais. A primeira é que o sistema parte de uma determinada posição x_0 , no instante inicial, e a segunda é que a velocidade nesse mesmo instante é v_0 . Assim a solução pode ser dada por:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{v_0}{\omega_n} \sin \omega_n t. \quad (2.4)$$

No caso do sistema descrito pela Equação 2.1 (sistema massa-mola com amortecimento viscoso) a solução pode ser dada por (RAO, 2008):

$$\begin{aligned} x(t) &= C_1 e^{S_1 t} + C_2 e^{S_2 t} \\ &= C_1 e^{\left\{-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right\}t} + C_2 e^{\left\{-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right\}t}, \end{aligned} \quad (2.5)$$

onde C_1 e C_2 são constantes a serem determinadas.

O termo $e^{-\frac{c}{2m}t}$ é uma exponencial decrescente. O termo dentro da raiz deve ser avaliado em três situações possíveis: valores iguais a zero, positivos e negativos.

No primeiro caso, quando o radical na Equação 2.5 torna-se igual a zero (Equação (2.6)):

$$\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0, \quad (2.6)$$

o sistema é chamado de criticamente amortecido. Neste caso, o sistema quando retirado da posição de equilíbrio não oscila, e a massa volta rapidamente para sua

posição de equilíbrio. Assim, é possível definir um valor para o amortecimento em função da rigidez e da massa do sistema (Equação (2.7)):

$$c_c = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n. \quad (2.7)$$

Esse valor específico de amortecimento, c_c , recebe o nome de amortecimento crítico.

Também é possível definir o fator de amortecimento ξ como a razão entre a constante de amortecimento do sistema e o amortecimento crítico (Equação (2.8)):

$$\xi = \frac{c}{c_c}. \quad (2.8)$$

O parâmetro ξ determina a natureza do movimento que ocorre após a excitação inicial.

Quando $\xi = 0$, o sistema é dito não amortecido. Quando ocorre $0 < \xi < 1$ o sistema é chamado de subamortecido. Depois de excitado o sistema oscila durante um período, diminuindo sua amplitude até parar. A solução para essa situação pode ser dada por (Equação (2.9)):

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left\{ x_0 \cos \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n t + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n} \operatorname{sen} \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n t \right\} \quad (2.9)$$

A Equação 2.9 descreve um movimento harmônico amortecido com frequência angular $\sqrt{1 - \xi^2} \omega_n$. O termo $e^{-\xi\omega_n t}$ é o responsável pela diminuição da amplitude do movimento com o tempo. A quantidade ω_d , definida pela Equação (2.10):

$$\omega_d = \sqrt{1 - \xi^2} \omega_n, \quad (2.10)$$

é denominada frequência de vibração amortecida. Seu valor é sempre menor que a frequência natural e diminui à medida que o fator de amortecimento aumenta. Dos sistemas amortecidos, o subamortecido é o único que possui oscilação.

Quando $\xi = 1$, o sistema é chamado de criticamente amortecido. A solução da equação de movimento pode ser dada por (Equação (2.11)):

$$x(t) = e^{-\omega_n t}[(v_0 + \omega_n x_0)t + x_0]. \quad (2.11)$$

Depois de excitado, o sistema com essa condição de amortecimento, é o que retorna mais rapidamente à posição de equilíbrio sem oscilar.

Quando ocorre $\xi > 1$ o sistema é chamado de superamortecido. A resposta desse tipo de sistema não envolve oscilação. Quando o sistema é perturbado, o retorno a sua posição de equilíbrio ocorre seguindo uma exponencial, e ocorre mais ou menos lentamente de acordo com o valor do amortecimento (RAO, 2008).

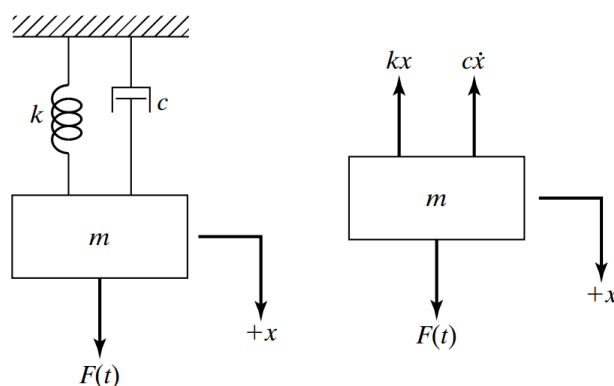
2.1.2 Sistemas com 1 grau de liberdade – Vibrações forçadas

A Figura 2 representa um sistema massa-mola amortecedor com uma força externa $F(t)$. Aplicando a segunda lei de Newton é possível obter a seguinte Equação de movimento (Equação (2.12)):

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t), \quad (2.12)$$

onde m é a massa do sistema, c é o coeficiente de amortecimento e k é a rigidez do sistema. A variável x é a posição do sistema em um determinado tempo t , $\dot{x}$ é a velocidade e $\ddot{x}$ é a aceleração. $F(t)$ é a força externa (ou excitação) aplicada sobre o sistema. A força externa é responsável por injetar energia no sistema durante a vibração.

Figura 2 – Representação de um sistema vibratório com força externa



Fonte: RAO (2008, p. 101)

A força de excitação pode assumir diversos formatos dependendo de sua fonte, no entanto para aplicações gerais, o formato mais comum é a excitação

harmônica (Equação (2.13)). Como exemplo, a excitação causada por rotores desbalanceados em máquinas rotativas é do tipo harmônica.

$$F(t) = F \text{sen}(\omega_d t). \quad (2.13)$$

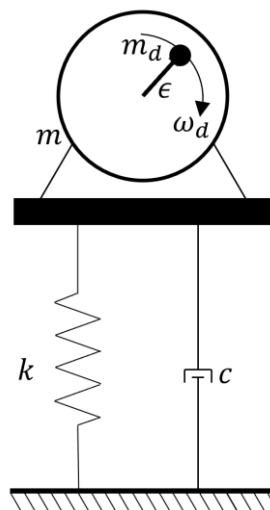
2.1.3 Vibrações causadas por rotores desbalanceados

Para uma primeira análise $F(t)$ é considerada como sendo harmônica, ou seja, a segunda derivada da função $F(t)$ é proporcional a própria função. Uma fonte para esse tipo de força pode ser um rotor desbalanceado. Neste caso o sistema é excitado por uma massa desbalanceada m_d , com excentricidade ϵ e uma frequência angular ω_d . A massa girando produz uma força centrífuga de magnitude $m_d \epsilon \omega_d^2$, assim a força pode ser dada por (Equação (2.14)):

$$F_d(t) = m_d \epsilon \omega_d^2 \text{sen}(\omega_d t). \quad (2.14)$$

A Figura 3 mostra um modelo simplificado de uma máquina desbalanceada. A massa m é a massa do sistema, k é a rigidez e c é o amortecimento.

Figura 3 – Representação de uma massa desbalanceada



Fonte: Autoria própria (2023)

A equação de movimento para esse caso pode ser obtida substituindo a Equação (2.14) na Equação (2.13), obtendo:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = m_d\epsilon\omega_d^2 \text{sen}(\omega_d t). \quad (2.15)$$

A solução dessa equação diferencial é a soma de uma solução homogênea mais uma solução particular. Como neste trabalho o interesse é sobre o regime permanente apenas a solução particular será considerada. Ela é dada por (Equação (2.16)):

$$x_p(t) = X_p \text{sen}(\omega_d t - \varphi) \quad (2.16)$$

onde X_p é a amplitude de deslocamento, ω_d é a frequência de excitação e φ é a fase entre a excitação e a resposta.

Para obter uma relação entre a amplitude de deslocamento e as demais variáveis é necessário derivar a Equação (2.16), substituir na Equação (2.15) e isolar X_p , resultando em (Equação (2.17)):

$$X_p = \frac{m_d\epsilon\omega_d^2/k}{\sqrt{\left(1 - m\frac{\omega_n^2}{k}\right)^2 + \left(c\frac{\omega_n}{k}\right)^2}} \quad (2.17)$$

que pode ser reescrita como (Equação (2.18)):

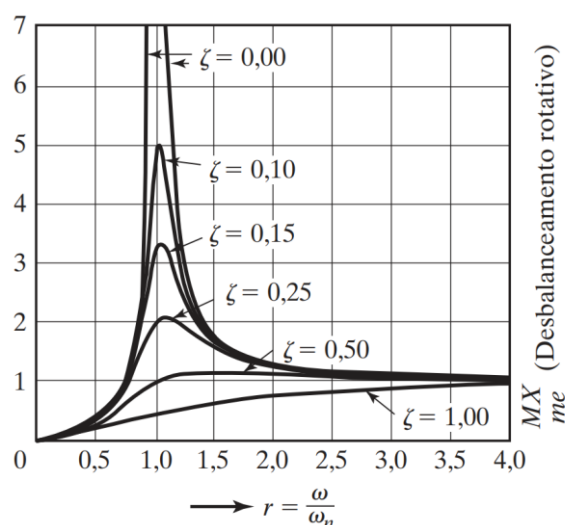
$$\frac{mX_p}{m_d\epsilon} = \mathcal{M}(r, \xi) = \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (2.18)$$

sendo $r = \omega_n/\omega_d$, a razão entre a frequência natural e frequência de excitação, e $\xi = c/2m\omega_n$ o fator de amortecimento. A função $\mathcal{M}(r, \xi)$ é definida como fator de ampliação adimensional.

A Figura 4 mostra o comportamento de $\mathcal{M}(r, \xi)$ em função da razão entre as frequências $r = \omega_n/\omega_d$, para vários valores de amortecimento. É possível notar que todas as curvas começam com amplitude zero devido a amplitude da força ser proporcional a frequência de rotação. Quando a frequência de excitação coincide com

a frequência natural ($r = 1$) ocorre a ressonância, e é nesse ponto que a função assume seu valor máximo. Para velocidades muito altas ocorre uma queda do valor de $\mathcal{M}(r, \xi)$, que tende ao valor de 1. É possível ver que o amortecimento reduz a amplitude quando a excitação ocorre próximo ao valor de ressonância. Para frequências de excitação maiores o efeito do amortecimento é desprezível.

Figura 4 – Gráfico de $\mathcal{M}(r, \xi)$ em função de $r = \omega_n/\omega_d$ para vibração forçada com desbalanceamento rotativo



Fonte: Adaptada de RAO (2008, p. 112)

2.1.4 Controle de Vibrações com ADV

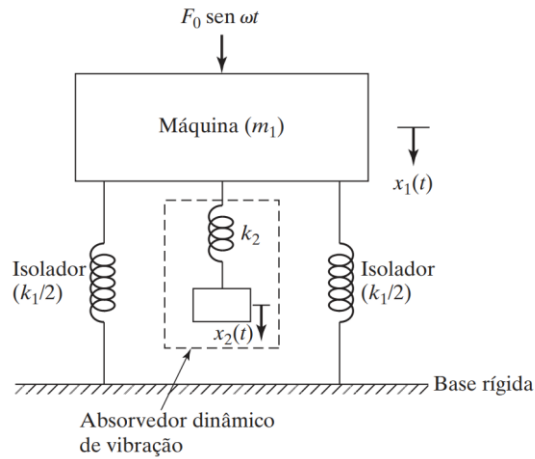
Para reduzir os níveis de vibração de um determinado sistema existem diversas possibilidades. Uma delas é o acoplamento de um Absorvedor Dinâmico de Vibração (ADV). Essa é uma técnica de controle passivo de vibração pois não há fontes externas de energia atuando. O ADV é simplesmente um segundo sistema massa-mola que é acoplado ao sistema que se deseja controlar (RAO, 2008). Ele deve ser projetado para que as frequências naturais do sistema composto fiquem o mais longe possível da frequência de excitação.

2.1.4.1 ADV não amortecido

A análise de um ADV pode ser inicialmente feita considerando o sistema primário (aquele que se quer controlar) como tendo um grau de liberdade, e a este

ligando um segundo sistema também com um grau de liberdade, como mostra a Figura 5.

Figura 5 – ADV não amortecido



Fonte: RAO (2008, p. 327)

Considerando inicialmente o ADV com amortecimento nulo é possível escrever as equações de movimento para as duas massas como sendo (Equação (2.19)):

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) &= F_0 \sin \omega t, \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) &= 0. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Supondo uma solução harmônica, as amplitudes das massas m_1 e m_2 podem ser dadas pelas Equações (2.20) e (2.21):

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2 \omega^2) F_0}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2}, \quad (2.20)$$

e

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2}. \quad (2.21)$$

Para que a amplitude do sistema primário assuma o menor valor possível, o numerador da Equação (2.20) deve assumir o valor 0. Como F_0 não pode ser nulo o termo $k_2 - m_2 \omega^2$ deve ser igual a 0. Assim a frequência ω assume o seguinte valor:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}. \quad (2.22)$$

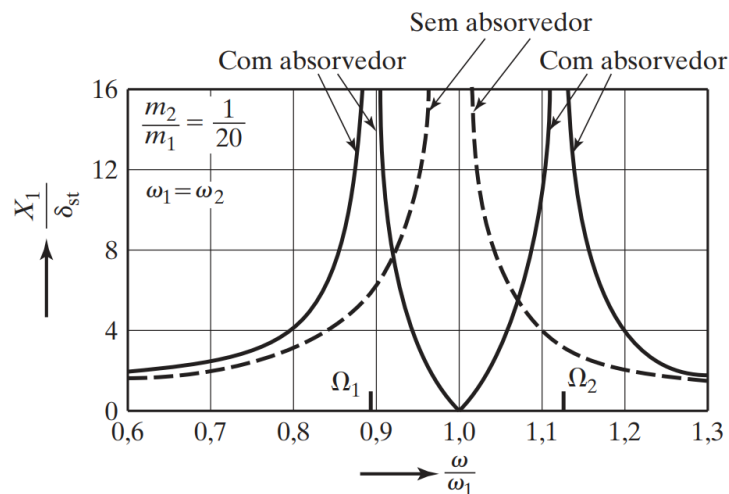
Considerando que o sistema está sendo forçado próximo da ressonância o valor de ω assume o valor de ω_1 , que é a frequência natural do sistema primário. Assim (Equação (2.23)):

$$\omega = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}, \quad (2.23)$$

ou seja, a frequência natural do ADV deve ser igual a frequência natural do sistema primário (RAO, 2008).

A Figura 6 mostra a variação da amplitude de vibração em função da razão entre as frequências de forçamento e a frequência natural do sistema primário. A linha tracejada mostra o comportamento do sistema sem o ADV. É possível ver que o pico ocorre exatamente na frequência de ressonância (quando $\omega = \omega_1$). A linha cheia mostra o comportamento quando o ADV está acoplado. Nota-se que surgiram dois picos deslocados, um em Ω_1 e o outro em Ω_2 . Essas são as duas frequências de ressonância do sistema composto. Dessa forma, para retirar a ressonância que estava em ω_1 , cria-se duas novas frequências de ressonância.

Figura 6 – Amplitude de vibração em função da frequência de forçamento



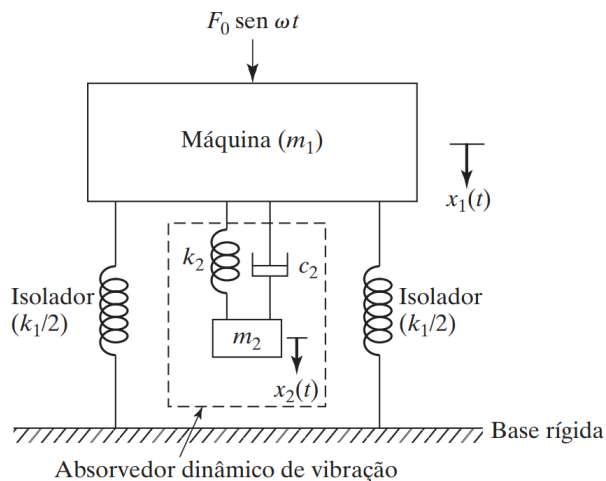
Fonte: RAO (2008, p. 327)

A massa do ADV pode assumir diversos valores. Maiores massas aumentam a diferença entre Ω_1 e Ω_2 , no entanto para fins práticos é recomendado que a massa do ADV esteja entre 10% e 25% da massa do sistema primário (BAVASTRI *et al.*, 2007).

2.1.4.2 ADV amortecido

Um segundo modelo pode ser proposto considerando o amortecimento do ADV não é nulo. O ADV amortecido é desejado, pois além de retirar o sistema da ressonância original também tem a característica de reduzir as amplitudes de vibração. Esse modelo pode ser visto na Figura 7. Para essa análise é considerada a hipótese de que o sistema primário possui um amortecimento desprezível.

Figura 7 – ADV amortecido



Fonte: RAO (2008, p. 329)

Pode-se fazer algumas definições para facilitar a análise. A primeira é a razão entre as massas do ADV e do sistema primário μ , dada pela Equação (2.24):

$$\mu = \frac{m_2}{m_1}. \quad (2.24)$$

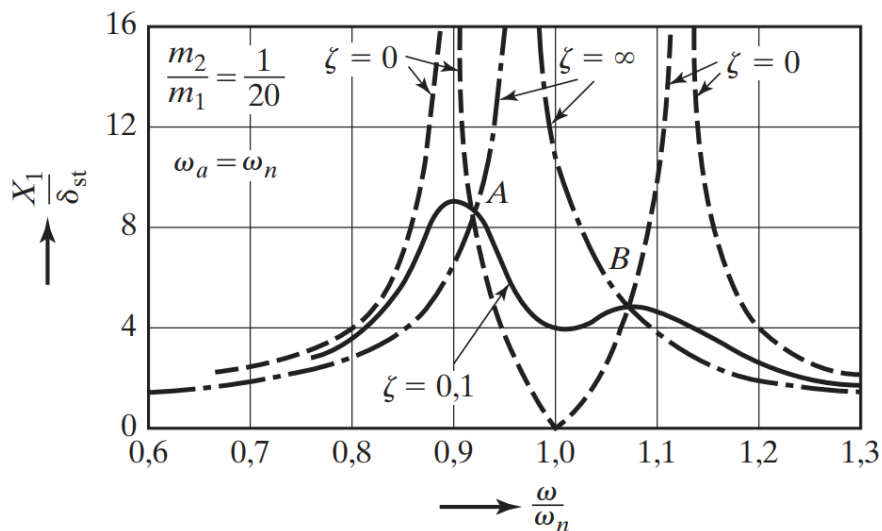
Em aplicações reais é recomendado que o valor de μ esteja entre 0,1 e 0,25 (VIEIRA, 2019), pois uma razão muito pequena causaria grandes amplitudes no ADV, e valores muito altos acrescentariam muita massa ao conjunto.

A segunda definição é a razão entre a frequência natural do ADV (ω_a), e a frequência natural do sistema primário (ω_n), dada pela Equação (2.25).

$$\alpha = \frac{\omega_a}{\omega_n}. \quad (2.25)$$

Como o ADV possui amortecimento o comportamento da Figura 6 fica alterado. A Figura 8 mostra o efeito do amortecimento no comportamento da amplitude de vibração. Nota-se que quando o amortecimento é inserido os picos de amplitude acabam diminuindo, visto que eram infinitos no modelo sem amortecimento. A curva do sistema com ADV corta a curva do sistema sem ADV em dois pontos, A e B. Variando as propriedades do ADV (massa, rigidez e amortecimento) é possível obter vários comportamentos distintos para a amplitude de vibração.

Figura 8 – Amplitude de vibração em função da frequência de forçamento para o ADV amortecido



Fonte: RAO (2008, p. 330)

Como o propósito é diminuir ao máximo a amplitude de vibração, é possível determinar os parâmetros ótimos para essa situação. O ADV ideal é aquele que possibilita que os dois pontos, A e B, fiquem no mesmo nível (BAVASTRI *et al.*, 2007).

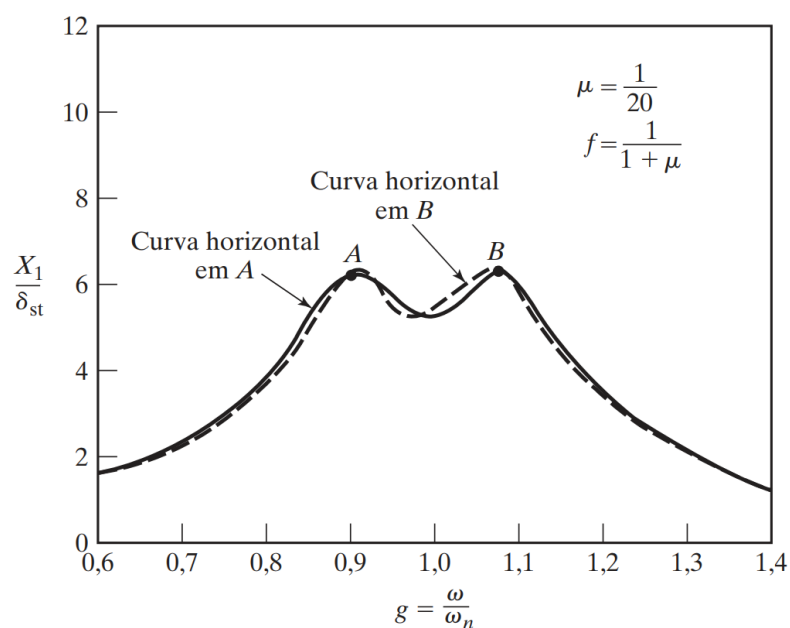
Além disso os picos, que são dependentes do amortecimento, devem ficar próximos a esses dois pontos. Neste caso, o ADV deve satisfazer a seguinte condição:

$$\alpha_{\acute{o}timo} = \frac{1}{1 + \mu}. \quad (2.26)$$

O fator de amortecimento ótimo utilizado em projeto pode ser dado pela Equação (2.27) (RAO, 2008).

$$\xi_{\acute{o}timo} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)^3}}. \quad (2.27)$$

Figura 9 – Amplitude de vibração em função da frequência de forçamento para um ADV amortecido otimizado



Fonte: RAO (2008, p. 331)

2.1.4.3 ADV na forma de pêndulo invertido

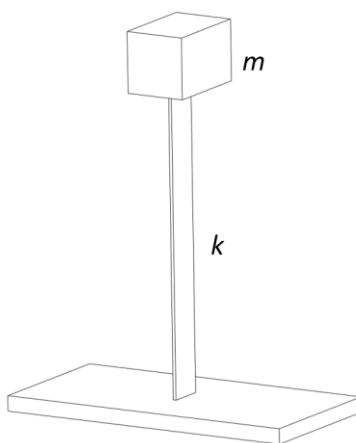
Um modelo comum de ADV é o de pêndulo invertido (GÓMEZ; LEÓN, 2009). Esse formato pode ser utilizado para diversas situações, como por exemplo, para

controlar vibrações em máquinas rotativas e em edifícios sujeitos a ventos que causam vibração.

Ele é composto por uma massa m e uma haste metálica esbelta, como mostra a Figura 10. Neste caso a frequência natural é dada em função da massa e da rigidez da haste utilizado a Equação (2.3). A rigidez da haste depende do módulo de elasticidade do material (E), comprimento da haste (l) e do momento de inércia da seção transversal (I). Ela é dada pela Equação (2.28) (RAO, 2008):

$$k = \frac{3EI}{l^3}. \quad (2.28)$$

Figura 10 – ADV de pêndulo invertido

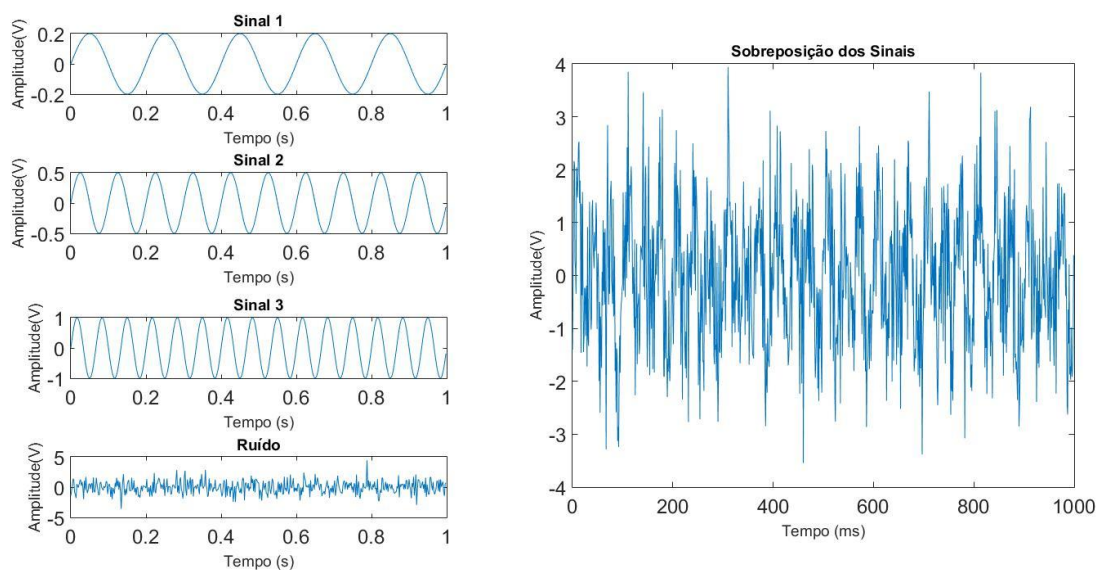


Fonte: Autoria própria (2023)

2.2 Análise de sinal

Qualquer estrutura, quando submetida a uma excitação externa, vibra em determinadas frequências possíveis dependendo dos graus de liberdade existentes. O resultado final pode ser uma oscilação que é a sobreposição de várias frequências de oscilação distintas, gerando um espectro de oscilação (Amplitude X Tempo), na maioria das vezes, de difícil interpretação. Como exemplo, a Figura 11 mostra do lado esquerdo três gráficos de sinais periódicos, com frequências distintas, mais um gráfico de ruído branco, e do lado direito é possível ver esses quatro sinais sobrepostos (somados). Nota-se que o gráfico da sobreposição dos sinais é de difícil interpretação.

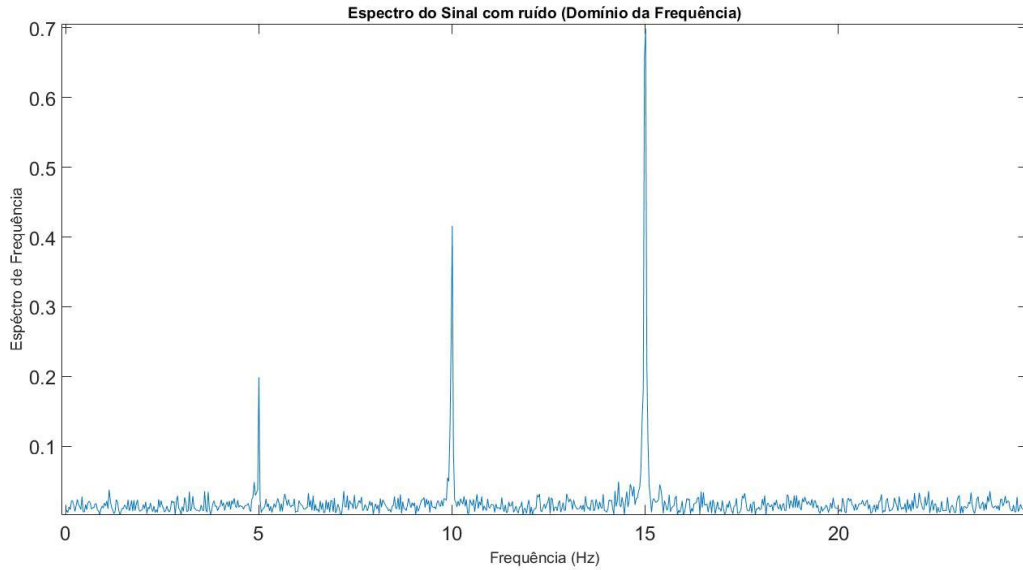
Figura 11 – Representação da sobreposição de sinais



Fonte: Autoria própria (2023)

Para este tipo de sinal é comum utilizar a análise no domínio da frequência. Para isso é gerado um gráfico chamado espectro de frequência a partir dos dados do sinal em função do tempo. Essa técnica é utilizada a Transformada Rápida de Fourier (FFT). A Figura 12 mostra a FFT da sobreposição dos sinais da Figura 11. É possível ver os três picos correspondentes às frequências dos sinais periódicos originais.

O estudo das componentes individuais de cada frequência é um dos métodos mais empregados na análise de vibrações (LATHI, 2007), e também será utilizado neste trabalho.

Figura 12 – Espectro de frequências do sinal da Figura 11**Fonte: Autoria própria (2023)**

2.2.1 Séries de Fourier

A série de Fourier de uma função periódica com período T e frequência $\omega_0 = 2\pi/T$, pode ser escrita na forma de uma soma de funções seno e cosseno (LATHI, 2007), como mostra a Equação (2.29).

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)), \quad (2.29)$$

Sendo os parâmetros a_0 , a_n e b_n , definidos por:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt, \quad (2.30)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt, \quad (2.31)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt. \quad (2.32)$$

A Equação (2.29) pode ser escrita em uma forma mais compacta da seguinte forma (Equação (2.33)):

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega_0 t}, \quad (2.33)$$

sendo

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-in\omega_0 t} dt. \quad (2.34)$$

A integração da Equação (2.34) é de difícil resolução analítica, a não ser para funções simples. Normalmente a função $f(t)$ não possui uma forma analítica, e em medições reais apenas alguns valores de $f(t)$ são conhecidos, assim a integração deve ser feita de forma numérica (LATHI, 2007).

2.2.2 Transformada de Fourier

Quando a função não é periódica não é possível aplicar as definições (2.33) e (2.34). Porém, é possível modificar a Equação (2.33) fazendo o período $T \rightarrow \infty$, assim a função não se repete. A consequência do período T aumentar é a diminuição entre a distância de duas frequências harmônicas, que matematicamente pode ser descrito por:

$$\Delta\omega = (n+1)\omega_0 - n\omega_0 = \omega_0. \quad (2.35)$$

Assim:

$$\Delta\omega = \omega_0 = \frac{2\pi}{T}, \quad (2.36)$$

e quando $T \rightarrow \infty$, $\Delta\omega \rightarrow d\omega$ e a frequência deixa de ser uma variável discreta e se torna uma variável contínua.

Na Equação (2.34), $c_n \rightarrow 0$ quando $T \rightarrow \infty$, entretanto o produto $c_n T$ assume a seguinte forma:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} c_n T = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.37)$$

A integral mostrada na Equação (2.37) é chamada de transformada de Fourier da função $f(t)$, assim a transformada é escrita da seguinte forma:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (2.38)$$

e a sua inversa é escrita como:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.39)$$

A função $F(\omega)$ é chamada de transformada de Fourier direta de $f(t)$, e $f(t)$ é chamada de transformada de Fourier inversa de $F(\omega)$ (LATHI, 2007). Esse par também é escrito como:

$$F(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] \quad \text{e} \quad f(t) = \mathcal{F}^{-1}[F(\omega)]. \quad (2.40)$$

A integral da Equação (2.38) converge quando o sinal não é periódico, gerando a transformada de Fourier. Quando o sinal é periódico a integral não converge para um valor finito e a transformada de Fourier não existe.

2.2.3 Transformada discreta de Fourier (DFT)

Quando um sinal experimental (empírico) é analisado, a sua forma analítica não é conhecida, assim o cálculo analítico exato da transformada de Fourier não é possível. O que é feito é buscar uma aproximação calculada a partir de um conjunto de valores medidos.

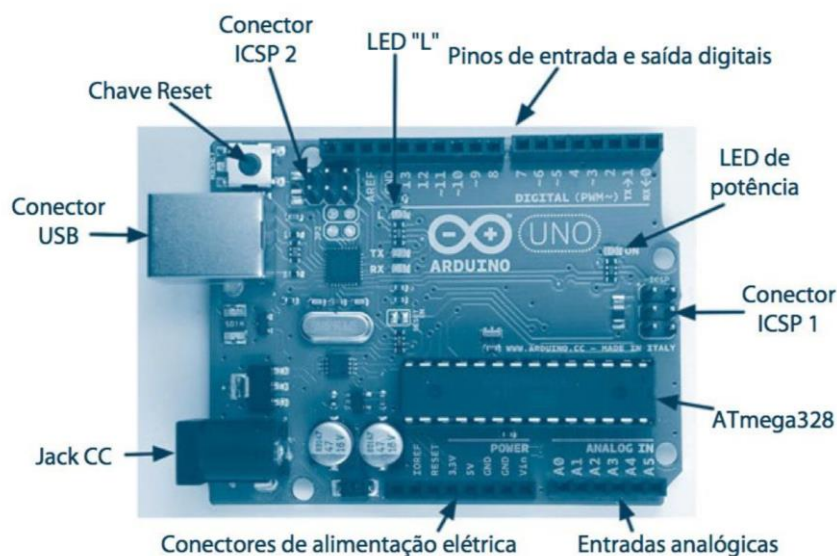
Nas aplicações de engenharia é mais útil analisar o sinal de maneira discreta, uma vez que os sistemas de aquisição de dados não podem obter o sinal em sua totalidade.

2.3 Arduino

O Arduino é uma plataforma que oferece *hardware* e *software* de código aberto, não possuindo um sistema operacional próprio. O *hardware* é uma placa eletrônica com 52mm de largura por 70mm de comprimento, e seu componente principal é um microcontrolador ATmega328 AVR de 8 bits fabricada pela Atmel. Sua função é receber e entregar informação através do uso de *software*. A plataforma foi desenvolvida para ser de fácil programação e de baixo custo, permitido assim que estudantes e projetistas amadores pudessem utiliza-la (MCROBERTS, 2011). O *hardware* pode ser totalmente configurável para atender os mais diversos projetos.

A plataforma Arduino, por ser de código aberto, possui todas as informações sobre *hardware* e *software* disponíveis gratuitamente, e podem ser usadas por qualquer pessoa. Sua programação é feita através do IDE (*Integrated Development Environment*), que pode ser baixado e usado gratuitamente no site do Arduino. A linguagem de programação é baseada em C/C++. Muitas bibliotecas são fornecidas com o *software*, além disso muitas outras bibliotecas desenvolvidas por pessoas de todo o mundo estão disponíveis gratuitamente. As funções implementadas nessas bibliotecas podem ser usadas para fins de desenvolvimento rápido. Isso permite que o usuário utilize determinadas interfaces ou módulos sem ter um conhecimento aprofundado sobre a estrutura interna ou funcionamento (MONK, 2014).

Muitos modelos de Arduino podem ser encontrados no mercado, no entanto a versão mais utilizada é o modelo Arduino UNO R3. Esse é o modelo que será utilizado neste trabalho. Na figura Figura 13 é possível observar a placa e os seus principais componentes.

Figura 13 – Arduino UNO R3**Fonte: Monk (2008)**

Na figura Figura 13, o botão de Reset (canto superior esquerdo) tem a função de iniciar a execução de algum programa que esteja armazenado na memória. O Arduino pode ser energizado por meio do conector USB (lateral esquerda), ou do soquete Jack CC (canto inferior esquerdo).

Na parte de baixo da Figura 13, o pino IOREF, é usado para indicar a tensão de trabalho do Arduino. O próximo pino é o Reset, que tem a mesma função do botão Reset. Os demais pinos dessa seção fornecem diferentes tensões (3,3V, 5V, GND e 9V). O pino GND, ou terra, é a tensão de referência 0V.

O próximo conjunto de pinos (canto inferior direito) são as entradas analógicas, denominadas "Analog in 0 to 5". Esses 6 pinos podem ser usados para medir a tensão aplicada em cada um deles, permitindo que esses valores possam ser usados em um programa no Arduino. Por exemplo, esses são os pinos utilizados para conectar um sensor analógico.

Na Figura 13 (parte superior) estão localizadas as entradas digitais ("Digital 0 to 13"). Esses pinos podem ser usados como saídas digitais, se comportando como tensões de alimentação elétrica. Essas conexões fornecem uma corrente de até 40mA com uma tensão de 5V.

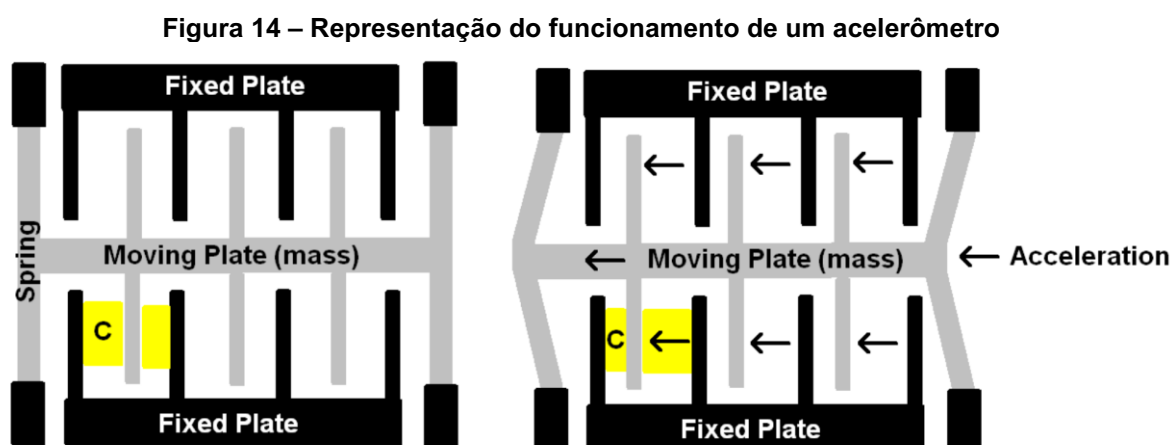
2.4 Acelerômetros

Um acelerômetro é um dispositivo eletromecânico que mede a intensidade da aceleração de um corpo vibratório. Ele converte uma vibração mecânica em um sinal elétrico. Os tipos de acelerômetros disponíveis no mercado são: piezo elétricos, piezo resistivos e capacitivos. Um dos acelerômetros mais comum e barato é o ADXL335, que é do tipo capacitivo.

2.4.1 Acelerômetro ADXL335

O acelerômetro ADXL335 é do tipo MEMS (*Micro Electro Mechanical Systems*), isso significa que ele possui partes mecânicas miniaturizadas com tamanho da ordem de micrômetros. A tecnologia MEMS utiliza os mesmos processos de fabricação dos semicondutores e circuitos integrados (ELECTRONICWINGS, 2017).

O ADXL335 é composto por três estruturas básica: a massa sísmica, uma região de molas e as estruturas capacitivas (Figura 14). As estruturas capacitivas, que são um capacitor com capacitância variável, possuem uma capacitância definida quando estão em repouso. Quando o acelerômetro sofre uma aceleração, a massa sísmica se movimenta e altera a distância entre as estruturas capacitivas, alterando a capacitância do conjunto. Essa capacitância é proporcional à aceleração aplicada e é traduzida em uma variação de tensão na saída do sensor.

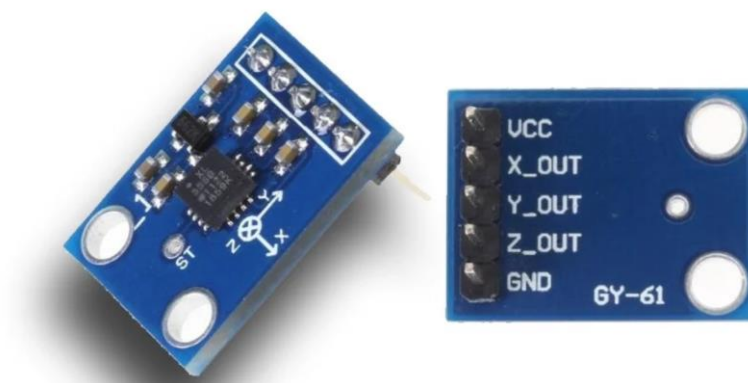


Fonte: ELECTRONICWINGS (2017)

O ADXL-335 é um acelerômetro produzido pela Analog Devices que mede as acelerações na unidade de aceleração de gravidade g. Ele é capaz de medir a aceleração em três eixos (X,Y,Z), na faixa de ± 3 g. O sinal de saída desse

acelerômetro é um sinal analógico proporcional a aceleração. A Figura 15 mostra uma foto do acelerômetro.

Figura 15 – Acelerômetro ADXL-335



Fonte: ELECTRONICWINGS (2017)

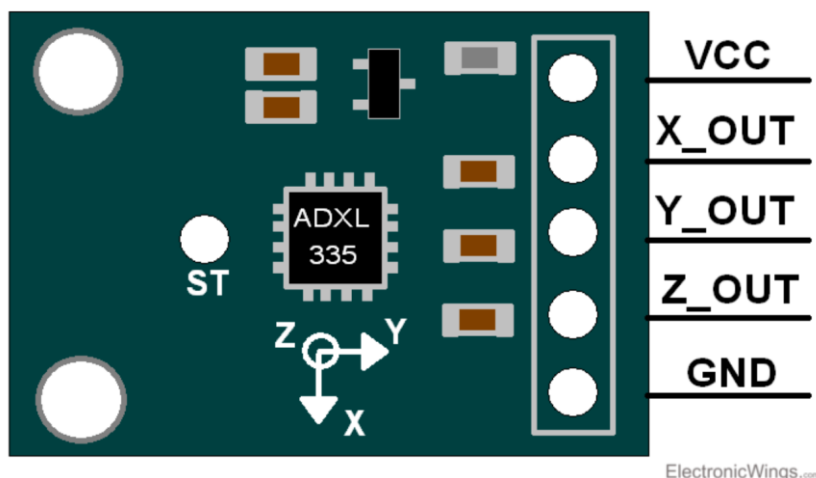
As especificações desse modelo de acelerômetro são as seguintes:

- Tensão de alimentação: 2,8 V a 3,6 V
- Consumo (corrente): 320uA
- Sensibilidade: 300mV/g
- Faixa de medição: 3Hz a 5kHz
- Faixa Dinâmica: $\pm 3g$
- Temperatura de operação: -40°C a $+85^{\circ}\text{C}$
- Configuração de pinos: 5 pinos, passo de 1,27 mm
- Tipo de Saída: Saída de Tensão analógica
- Interface: SPI/I2C
- Faixa de saída: 0V a Vcc

A faixa de frequência indicada para aplicação é de 3Hz a 5kHz. A tensão de saída varia entre 0V e 5V que é a tensão de alimentação para esse tipo de acelerômetro. A configuração dos pinos é a seguinte (Figura 16):

- VCC: Pino da fonte de alimentação (5V).
- X_OUT: Saída analógica do eixo X.
- Y_OUT: Saída analógica do eixo Y.
- Z_OUT: Saída analógica do eixo Z.
- GND: Pino de aterramento.

Figura 16 – Configuração dos pinos do ADXL-335



Fonte: ELECTRONICWINGS (2017)

O acelerômetro ADXL335 fornece tensão analógica nos pinos de saída X, Y, Z; que é proporcional à aceleração nas respectivas direções, ou seja, X, Y, Z. A placa de Arduino converte o sinal analógico em sinal digital.

De acordo com a especificação técnica (DEVICES, 2008) do acelerômetro, o nível máximo de tensão em 0g é de 1,65V e o fator de escala de sensibilidade de 300mV/g. A seguinte fórmula é utilizada para converter o valor analógico da saída em valores da aceleração em unidade de g:

$$A_{saída} = \frac{\frac{ADC \cdot V_{cc}}{1024} - Tensão\ em\ 0g}{Fator\ de\ Sensibilidade}, \quad (2.41)$$

Na Equação (2.41) o valor ADC é o valor em bits da saída digital. O valor de tensão em 0g deve ser obtido em uma etapa inicial de calibração do sensor. Como referência esse valor é de 300mV/g. Esse sinal segue para o Arduino para ser digitalizado e poder ser computado.

3 MATERIAIS E MÉTODO

Neste capítulo é apresentada a sequência seguida para caracterização dinâmica de um modelo didático de estrutura, até a construção de um ADV para o primeiro modo vibracional. Essa sequência inicia com a construção de um sistema de aquisição de dados, utilizando o acelerômetro ADXL335 e o Arduino Uno, e o desenvolvimento do algoritmo para a coleta de dados. Após essa etapa, inicia-se a coleta de dados necessária para determinar das frequências modais do modelo. Um excitador com massa excêntrica é construído para excitar a estrutura no seu primeiro modo vibracional. Por fim, é dimensionado e construído um ADV, do tipo pêndulo invertido, para o primeiro modo vibracional da estrutura e sua eficácia é analisada com o dispositivo de coleta de dados construído.

As análises experimentais são realizadas no Laboratório de vibrações da UTFPR, campus Curitiba.

3.1 Modelo físico

O modelo físico é uma estrutura de 4 andares, Figura 17, simulando um prédio, que foi proposto nos trabalhos de Zanelato (2017) e SKODOWSKI (2021). Ele é composto pelas seguintes partes: base de concreto, chapas de aço e hastes de barra roscada. A base de concreto tem por função fornecer um apoio fixo para a estrutura. As chapas de aço simulam as lajes da estrutura e as barras roscadas simulam as colunas de sustentação. As barras roscadas foram usadas para que fosse possível variar as distâncias entre as lajes, e com isso mudar a resposta dinâmica do modelo.

A estrutura esbelta do modelo físico proporciona frequências naturais mais baixas, assim como ocorre em prédios reais.

Figura 17 – Modelo físico

Fonte: Autoria própria (2023)

As dimensões do modelo físico estão listadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Características do modelo físico

Componentes	Comprimento (mm)	Largura (mm)	Espessura (mm)
Base	330	185	50
Lajes	200	180	1
Hastes	950	Diâmetro = 6,3mm	

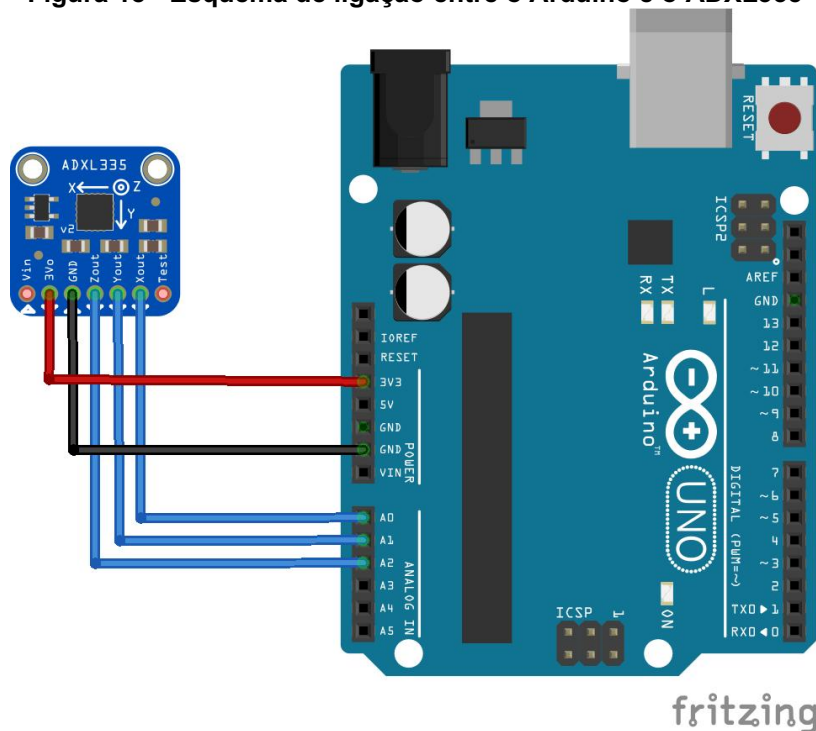
Fonte: Autoria própria (2023)

3.2 Calibração do acelerômetro ADXL 335

A primeira etapa da análise experimental é a calibração do acelerômetro ADXL 335. Para isso o acelerômetro é conectado ao microcontrolador Arduino Uno,

que servirá de controlador e fonte de alimentação. Essa ligação pode ser vista na Figura 18.

Figura 18 - Esquema de ligação entre o Arduino e o ADXL335



Fonte: ELECTRONICWINGS (2017)

Um primeiro script é utilizado para realizar as leituras do acelerômetro na fase de calibração. Para determinar a sensibilidade de cada eixo, o acelerômetro é posicionado de várias maneiras, sempre alinhando os eixos de referência do acelerômetro com os eixos gravitacionais. Quando o acelerômetro é posicionado com o eixo Z apontando para cima, os valores das leituras são anotados. Nesse caso os números lidos correspondem a leitura 0g para eixo X, 0g para o eixo y e 1g para o eixo Z. Esse procedimento é realizado para os três eixos nos dois sentidos. Os valores dessas leituras podem ser vistos na Tabela 2.

Tabela 2 – Leitura do acelerômetro na fase de calibração			
	Eixo - X	Eixo - Y	Eixo - Z
-1g	263	264	267
+1g	393	395	297

Fonte: Autoria própria (2023)

Os valores da Tabela 2 servem de referência para as leituras seguintes do acelerômetro. Assim, todas as leituras são dadas como frações de g.

Para realizar as leituras de aceleração durante os experimentos, um segundo script foi escrito e gravado no Arduino. Esse script recebe os valores analógicos de tensão do acelerômetro e converte para dados digitais. Uma vez iniciada a leitura esses dados são enviados pela porta serial. Os dados são recebidos e lidos utilizando um script no Matlab. Todas as análises posteriores são realizadas utilizando as ferramentas do Matlab.

3.3 Mesa isoladora de vibrações

Para a aquisição dos dados de aceleração o modelo é montado em uma mesa isoladora de vibração. Essa mesa impede a transmissão de oscilações entre o modelo de estudo e o laboratório. A não utilização desse tipo de equipamento pode permitir que frequências desconhecidas apareçam durante a aquisição de dados, dificultando a análise dos dados. A Figura 19 mostra uma mesa utilizada em laboratórios.

Figura 19 – Mesa isoladora de vibrações



Fonte: Thorlabs (2023)

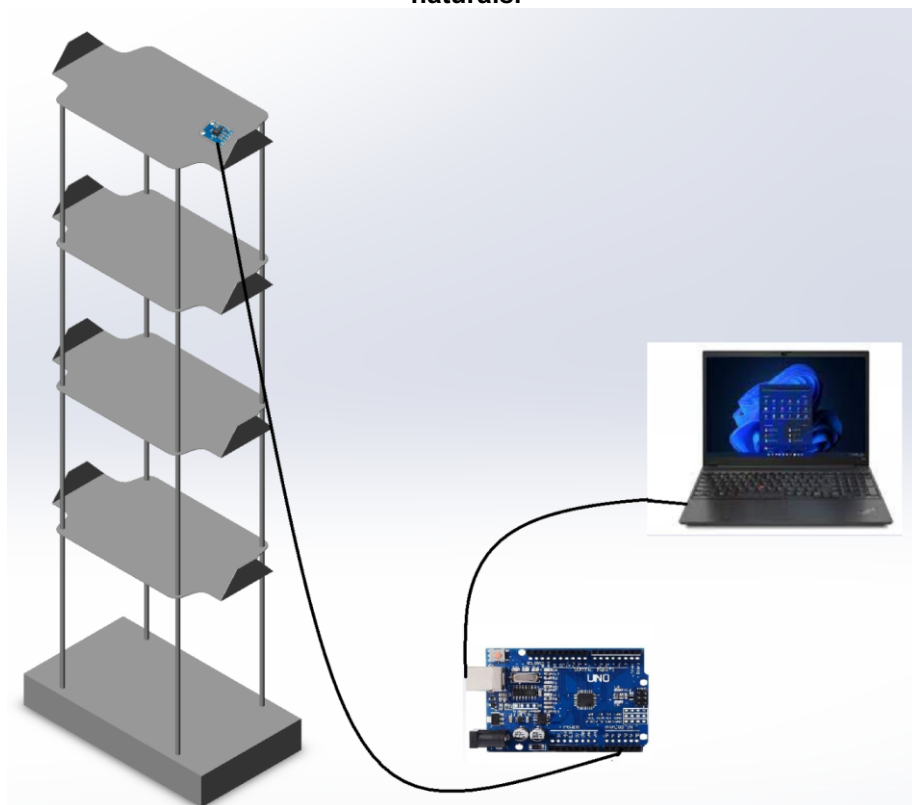
3.4 Medição das frequências naturais do modelo físico

O primeiro ensaio realizado tem por objetivo determinar as frequências naturais de vibração. Para isso, a estrutura é excitada com um impacto, utilizando um martelo de borracha, e depois é deixada oscilando livremente até o repouso. Durante essa oscilação livre os valores das acelerações são coletados. A montagem para esse ensaio pode ser vista na Figura 20. Esse ensaio tem por objetivo coletar as

acelerações ao longo do tempo, que são utilizadas para o cálculo das frequências naturais da estrutura.

A posição do acelerômetro foi escolhida para coletar dos dados de aceleração na direção transversal (direção horizontal da Figura 20) do modelo físico. Nesta direção é que o corre modo vibracional com a frequência mais baixa. O quarto andar foi escolhido, pois é a posição que possui a maior amplitude de vibração.

Figura 20 – Representação da montagem experimental para a determinação das frequências naturais.



Fonte: Autoria própria (2023)

O resultado desse ensaio são os dados das acelerações em função do tempo e sua análise é complexa. Por isso, os dados serão convertidos para o domínio da frequência. O *software* utilizado é o MATLAB, e uma vez coletado o sinal será feita a Transformada Rápida de Fourier (FFT) do mesmo.

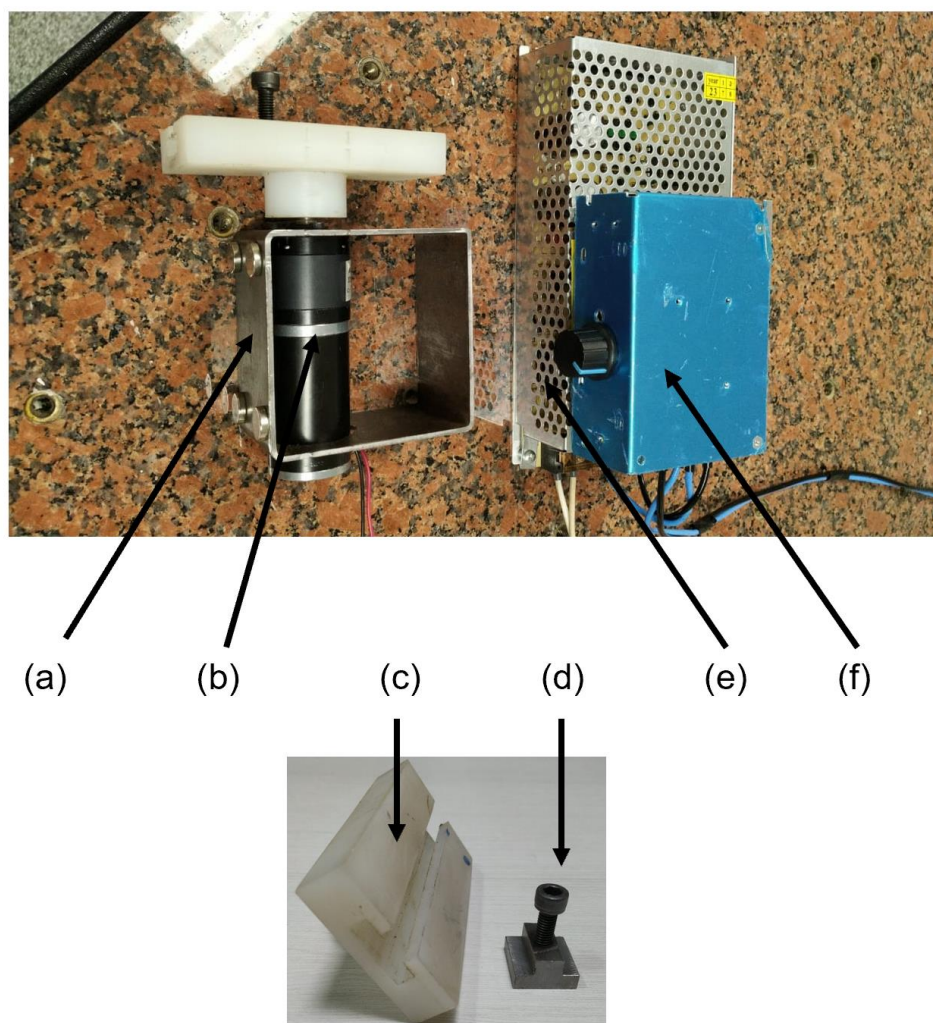
Após essa etapa é possível comparar as frequências dos modos vibracionais medidas do modelo físico, com as frequências obtidas a partir da simulação por elementos finitos.

3.5 Excitação do primeiro modo vibracional

Inicialmente foi proposto a utilização de um vibrador eletrodinâmico (SHAKER) (Dewesoft, 2023), para excitar os modos vibracionais do modelo físico. No entanto, como a disponibilidade deste tipo de equipamento é baixa, em razão do seu custo elevado, optou-se por realizar a excitação utilizando um rotor com massa excêntrica, que possui um custo muito inferior.

Para isso, é construído um dispositivo que permite a variação da velocidade de rotação e também a excentricidade da massa girante. A variação da velocidade é necessária para avaliar a resposta do modelo físico em diversas frequências de excitação. A possibilidade de variar a força é importante para conseguir um valor adequado, que não cause danos ao modelo físico durante a excitação na ressonância.

Figura 21 – Excitador de massa excêntrica



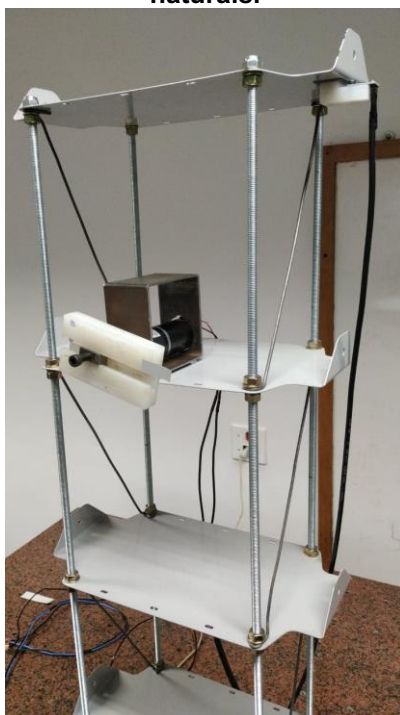
Fonte: Autoria própria (2023)

O dispositivo construído é mostrado na Figura 21, com suas partes principais sendo a base metálica (a), o motor (b), o rotor em nylon (c) e a massa excêntrica (d). A base metálica tem a função de sustentar o motor. Essa base é acoplada à estrutura por meio de magnetos, tornando assim a montagem e a desmontagem bastante simples e rápida. A matéria prima para a base é um metalon 100mmX100mmX1,5mm, com o comprimento de 50mm.

O motor escolhido é um motor de corrente contínua genérico. Essa escolha leva em conta a velocidade de rotação máxima, torque, possibilidade de controle da rotação e disponibilidade no mercado. O motor possui uma redução mecânica que possibilita a rotação máxima de 515rpm (8,6Hz). Com essa rotação é possível excitar o primeiro modo vibracional do modelo físico, e ter precisão para variar a velocidade.

O rotor possui um canal em forma de T usinado, para que a massa excêntrica possa ser fixada desde a posição central até a mais externa. Assim, a excentricidade possível é de 0mm até 50mm.

Figura 22 – Representação da montagem experimental para a excitação das frequências naturais.



Fonte: Autoria própria (2023)

Para o controle elétrico do motor é utilizada uma fonte de corrente contínua (Figura 21 (e)), e um regulador de tensão de 0V até 12V (Figura 21 (f)), possibilitando assim a variação de velocidade por meio da variação da tensão aplicada.

A Figura 22 mostra o arranjo experimental, com o excitador de massa excêntrica posicionado no terceiro andar do modelo físico.

3.6 Projeto e construção do ADV no formato de pêndulo invertido

Inicialmente foi proposta a utilização de um absorvedor dinâmico hidráulico para o primeiro modo vibracional do modelo físico. No entanto, a frequência natural de oscilação desse tipo de ADV é função da gravidade e do comprimento do tubo utilizado (KIM *et al.*, 2006), assim é inviável a construção física desses neutralizadores para frequências mais altas. Sua utilização é indicada para frequências de até 1,5Hz (BAVASTRI *et al.*, 2007), e no presente trabalho a frequência natural do primeiro modo vibracional é cerca de 4,5Hz, inviabilizando a sua aplicação.

Assim, é proposto um segundo modelo de ADV, o de pêndulo invertido (Figura 23). Seu funcionamento já foi descrito na seção 2.1.4.3.

Para o projeto deste tipo de ADV é adotada a seguinte sequência de cálculo:

- Determinar valor da massa equivalente do modelo físico;
- Medir a primeira frequência de ressonância do modelo físico;
- Arbitrar a razão entre as massas do ADV e do modelo físico, μ ;
- Calcular a massa do ADV, Equação (2.24) ($m_{ADV} = \mu m_1$);
- Calcular o valor de $\alpha_{ótimo}$, Equação (2.26);
- Calcular a frequência natural do ADV, Equação (2.25);
- Calcular a rigidez do ADV, Equação (2.3);
- Especificar o material da haste e a seção transversal;
- Com os valores de E e I , calcular o comprimento da haste;
- Calcular o fator de amortecimento, Equação (2.27).

Essa metodologia considera que o modelo físico pode ser representado por um sistema equivalente massa-mola, dotado de uma rigidez equivalente e uma massa equivalente.

Depois de obtido o valor da rigidez do ADV são testados alguns valores de espessura para a haste, largura e comprimento levando em conta que o material é aço com $E = 200GPa$. Comparando os valores necessários com algumas opções disponíveis no mercado, concluiu-se que uma lâmina serra metálica seria adequada

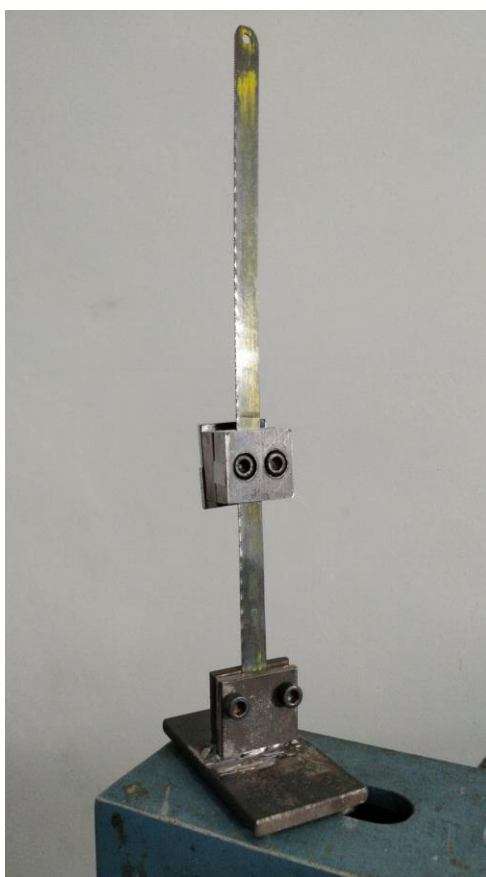
para a aplicação. A escolha da serra leva em conta a geometria disponível, o material, e disponibilidade para a aquisição.

Uma vez determinada a geometria da haste, são calculadas as dimensões que um bloco de aço deve ter para conter a massa calculada. Esse bloco é usinado em duas partes para poder realizar a fixação na haste (Figura 23). Também é construída uma base para acoplar a haste no modelo físico. Assim como a base do excitador, a base do ADV também é acoplada à estrutura por meio de magnetos, isso torna a sua montagem e a desmontagem bastante simples e rápida.

A estrutura do ADV também permite que frequência de oscilação seja ajustada alterando a posição do bloco de aço. O bloco também pode ter sua massa aumentada colando placas com a massa desejada em suas superfícies.

Neste modelo de ADV proposto o amortecimento presente é do tipo estrutural (histerético). O ADV construído será avaliado levando em conta apenas esse amortecimento, não será feito um estudo quanto a variação do amortecimento.

Figura 23 – ADV construído.



Fonte: Autoria própria (2023)

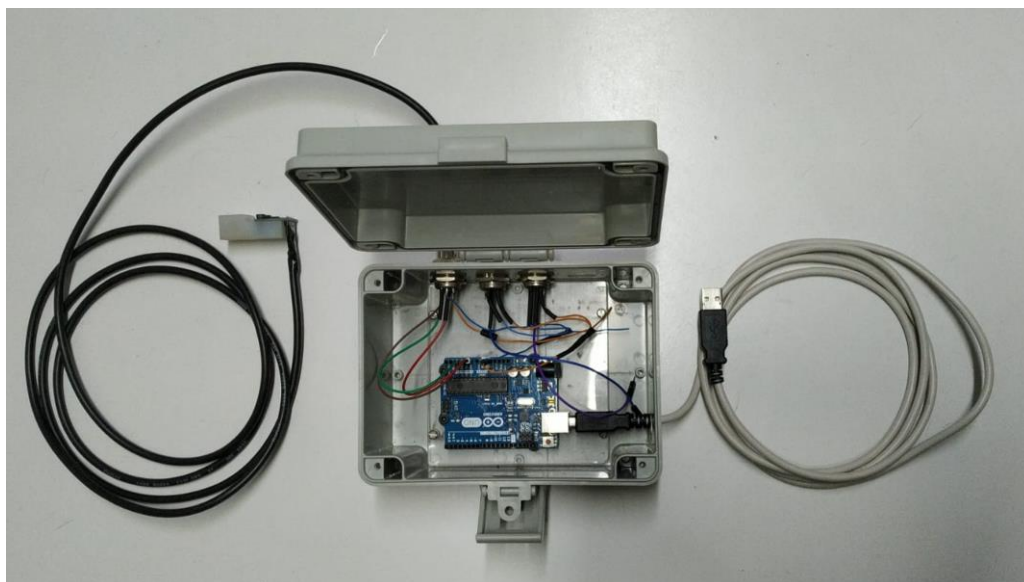
4 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises realizadas no trabalho. Inicialmente é descrito o aparato experimental desenvolvido para a medição das frequências naturais do modelo físico e na sequência as medições obtidas. Esse primeiro resultado é comparado com as frequências calculadas por elementos finitos. Na sequência são determinados os parâmetros necessários para o projeto e construção do ADV. Por último é feita uma análise para verificar o comportamento do modelo físico em conjunto com o ADV, sobre uma excitação harmônica.

4.1 Montagem do sistema de aquisição de dados

A forma de aquisição de dados foi descrita na seção 3.4, porém para que os componentes eletrônicos possam ser manuseados é desenvolvido uma montagem com proteção mecânica para a placa de circuito Arduino, com cabos para ligar o acelerômetro ao Arduino e um suporte para o acelerômetro. Essa montagem pode ser vista na Figura 24. Do lado esquerdo é possível ver o cabo com o acelerômetro, no meio está a caixa contendo o Arduino e do lado direito está o cabo USB.

Figura 24 – Montagem do sistema de aquisição de dados.



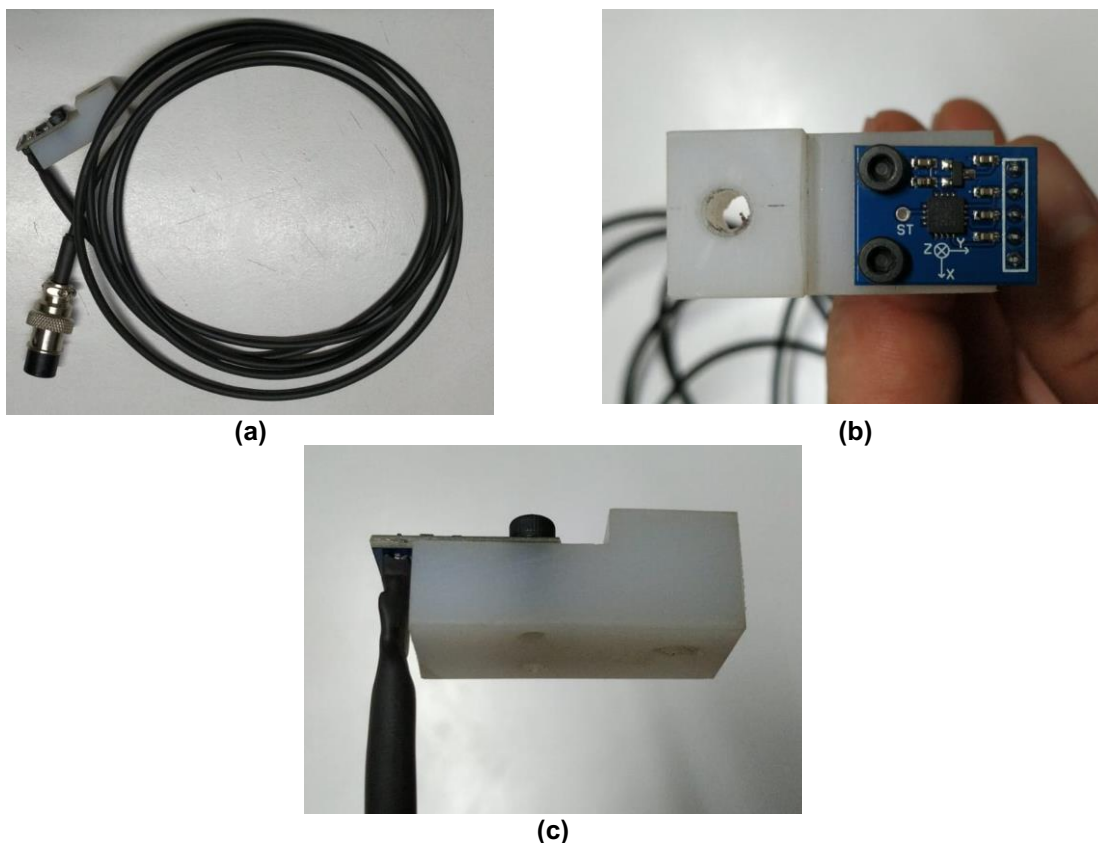
Fonte: Autoria própria (2023)

A caixa de circuitos com abertura rápida facilita qualquer modificação interna. Nessa caixa também estão parafusados os conectores mike para o acoplamento dos

acelerômetros. O sistema permite a montagem de mais acelerômetro, no entanto neste trabalho foi utilizado apenas um.

Na Figura 25 (a) é possível ver o acelerômetro com o suporte de nylon, o cabo manga, e o conector mike. O cabo utilizado é do tipo cabo manga com cerca de 2m de comprimento, e o conector é do tipo mike para possibilitar o acoplamento na caixa com o Arduino. Na Figura 25 (b) é mostrado o acelerômetro parafusado no suporte de nylon, e a Figura 25 (c) mostra o suporte usinado para permitir a montagem do acelerômetro em qualquer posição, colado ou parafusado na estrutura que se pretende analisar. O suporte deixa o acelerômetro exposto para que seja facilmente identificado, visto que existe um propósito didático no arranjo.

Figura 25 – Detalhes do cabo com o acelerômetro



Fonte: Autoria própria (2023)

Essa montagem tem as características de ser robusta para o manuseio durante os experimentos, versatilidade para o posicionamento do acelerômetro e ao mesmo tempo uma rápida identificação de qualquer um dos componentes.

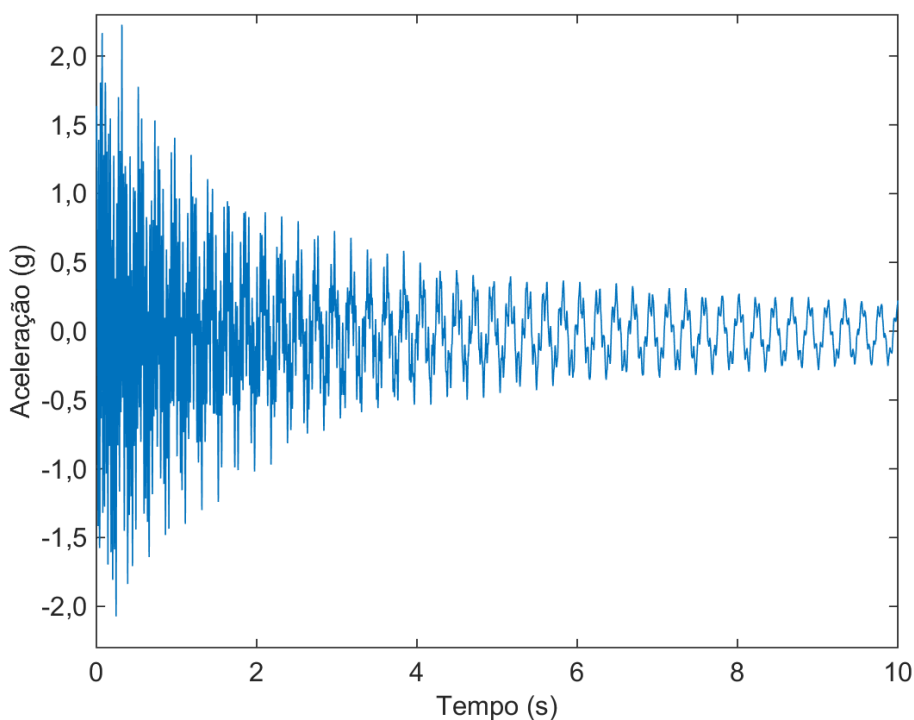
4.2 Frequências naturais

Nesta seção são mostrados os resultados experimentais da medição das frequências naturais do modelo estudado, e também os resultados obtidos da simulação utilizando elementos finitos. No final é feita uma comparação entre as duas formas.

4.2.1 Frequências naturais experimentais do modelo físico

O primeiro ensaio realizado e a excitação dos modos vibracionais do modelo físico através de um impacto inicial. Inicialmente foram feitos testes realizando um pequeno deslocamento inicial da estrutura, e depois deixando-a oscilar livremente. Para essa situação, foi verificado que os modos vibracionais com frequências maiores eram fracamente excitados. Por isso, foi alterada a forma de excitação para a de impacto inicial. Como uma alternativa ao martelo de impacto utilizado em sistema de aquisição de dados comerciais, um martelo de borracha para assentamento de piso cerâmico é a opção utilizada.

Figura 26 – Aceleração em função do tempo

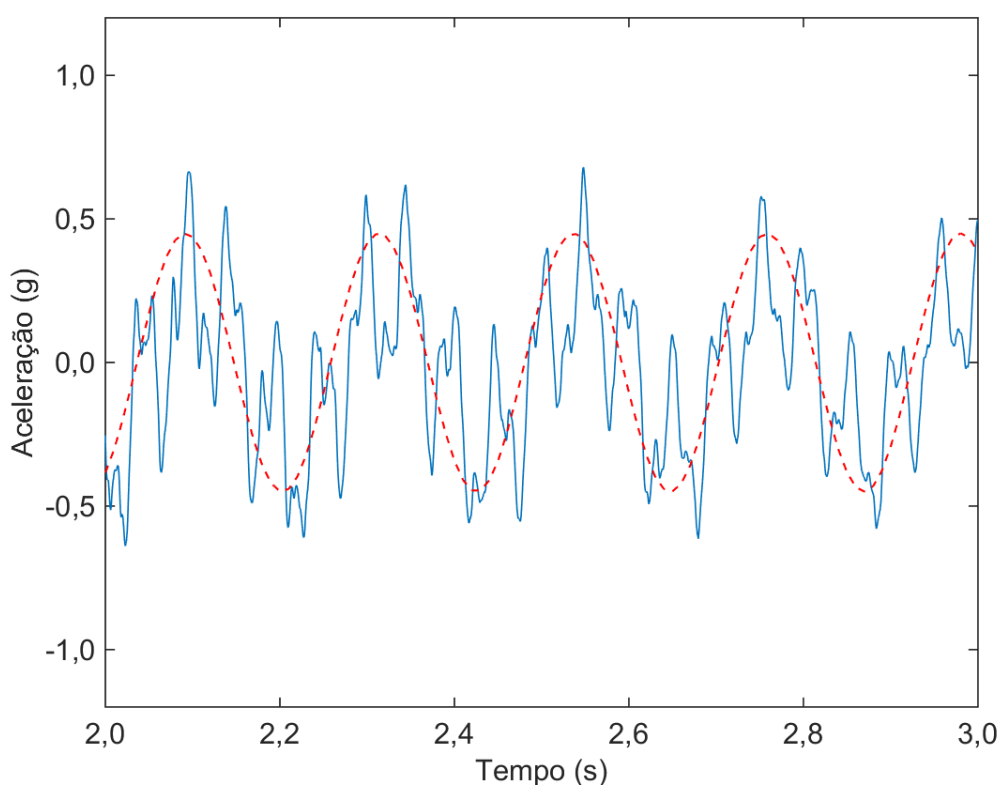


Fonte: Autoria própria (2023)

A Figura 26 mostra o sinal coletado da aceleração em função do tempo. Para esse primeiro ensaio o acelerômetro é posicionado no quarto pavimento. Os dados referem-se às acelerações apenas no eixo y do acelerômetro. O tempo total de leitura é de 15,5s e são coletados 30000 dados de aceleração. Isso corresponde a aproximadamente 2kHz de taxa de leitura, o que está dentro da faixa indicada para o acelerômetro ADXL335. Como essa taxa de leitura é suficiente para o experimento, não foi necessário melhorar a forma de aquisição de dados, uma vez que o ADXL335 suporta até 5kHz de taxa de leitura.

Ainda na Figura 26 é possível ver que a amplitude da aceleração inicia por volta de 2g ($2 \times 9,81m/s^2$) e decai conforme o tempo passa. Esse comportamento mostra que o sistema é subamortecido. Esse amortecimento é proveniente do próprio material do modelo e da resistência do ar. Também é possível ver que o padrão oscilatório possui um comportamento complexo. Isso ocorre, pois todas as frequências naturais do sistema estão sobrepostas, além de ruído elétrico que também pode estar presente.

Figura 27 – Zoom da Figura 26

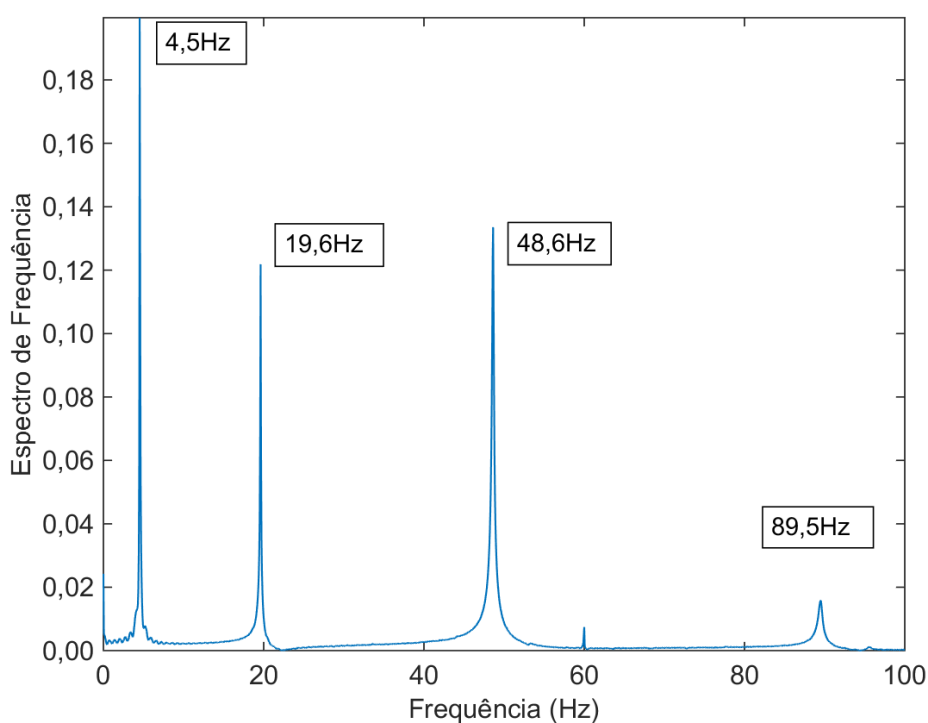


Fonte: Autoria própria (2023)

A Figura 27 mostra um zoom realizado entre os tempos 2s e 3s da Figura 26. Nela é possível ver a sobreposição dos modos vibracionais com mais detalhes (linha cheia em azul). Também é possível notar uma oscilação predominante com cerca de 4,5Hz, que é a frequência do primeiro modo vibracional. A linha tracejada em vermelho é uma guia para identificar essa frequência.

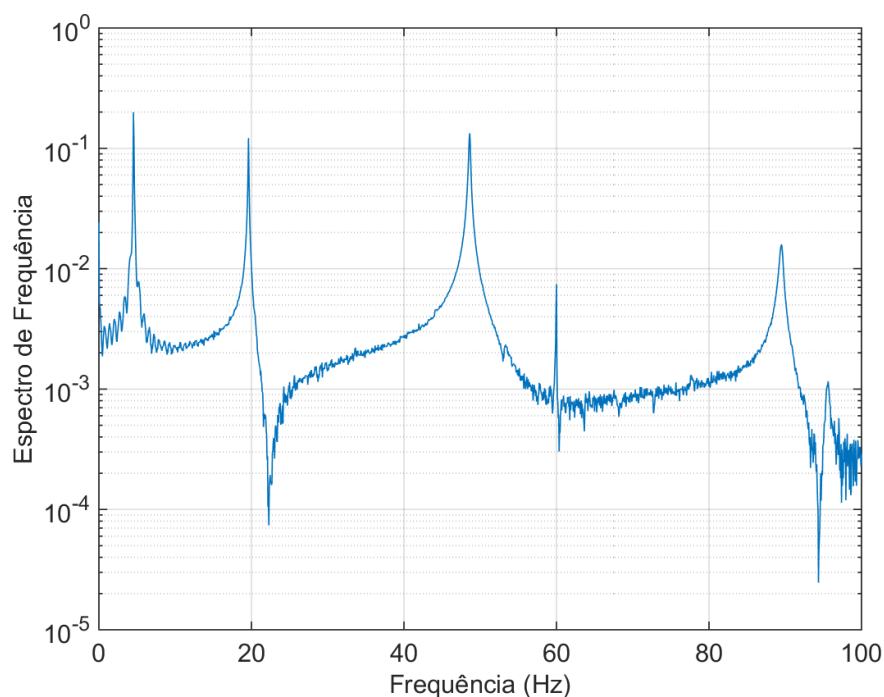
A Figura 28 mostra a FFT para o sinal da figura Figura 26. As frequências naturais são evidentes, e os seus valores são: 4,5Hz para o primeiro modo, 19,6Hz para o segundo, 48,6Hz para o terceiro e 89,5Hz para o quarto.

Figura 28 – Frequências naturais do modelo



Fonte: Autoria própria (2023)

Figura 29 – Frequências naturais do modelo em escala semi-log



Fonte: Autoria própria (2023)

A Figura 29 é exatamente a mesma que a Figura 28, porém com a escala semi-log. Isso permite uma melhor visualização dos picos para cada frequência dos modos vibracionais. Nota-se também um pico na frequência de 60Hz. Isso é devido à interferência causada pela rede elétrica de tensão alternada que opera com essa frequência.

4.2.2 Modos vibracionais e frequências naturais do modelo CAD

Para a validação do sistema de aquisição de dados, é realizada uma análise com o modelo em CAD do modelo físico. O modelo em CAD é construído seguindo a geometria do modelo físico real.

A análise de frequência é realizada com o *software* SolidWorks Simulation. O material utilizado é o aço carbono e a fixação é feita através da base. Os resultados desse estudo são as frequências naturais do modelo, os modos vibracionais e as imagens da estrutura deformada. A Figura 30 mostra as imagens geradas com a estrutura deformada, para as frequências naturais relativas ao eixo horizontal da estrutura. Para essas imagens o *software* arbitra uma deformação máxima entre -1 e +1, e todas as outras ficam proporcionais a esses limites. As escalas com essas

deformações podem ser vistas nas barras AMPX da Figura 30. A figura mostra a posição de amplitude máxima para todos os casos.

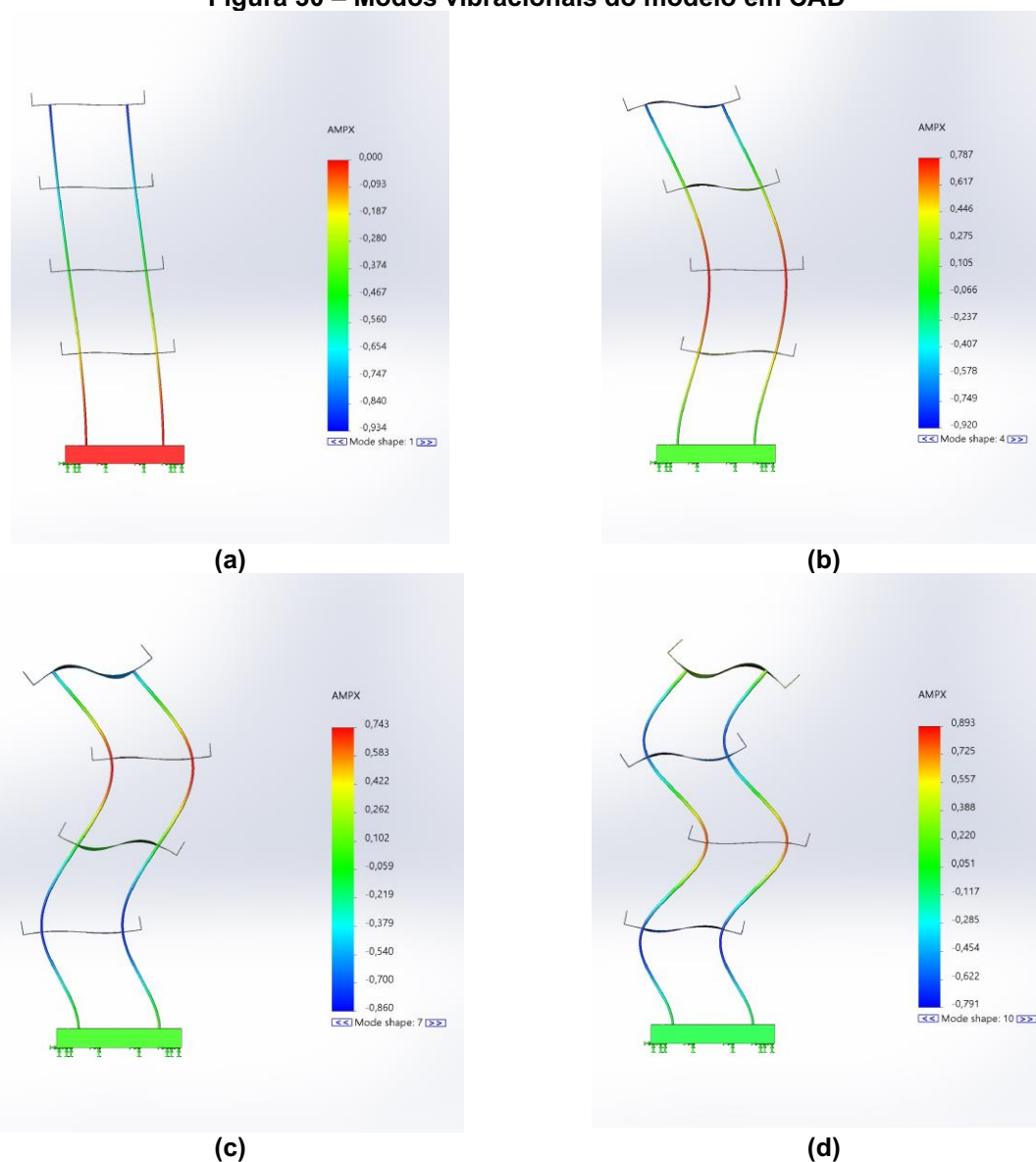
A Figura 30 (a) refere-se ao primeiro modo vibracional, com a frequência calculada de 4,94Hz. É possível ver que todos os andares se deslocam sempre para o mesmo lado em cada ciclo.

Na Figura 30 (b) é mostrado o segundo modo vibracional, com frequência natural calculada de 19,74Hz. Nota-se que o andar número 3 fica parado, o andar número 4 se desloca para a esquerda e os outros dois se deslocam para a direita.

A Figura 30 (c) refere-se ao terceiro modo vibracional, com a frequência calculada de 45,91Hz. É possível ver que o andar número 2 fica parado, o andar número 1 se desloca para esquerda, o andar número 3 se desloca para a direita e o andar número 4 se desloca para a esquerda.

Na Figura 30 (d) é mostrado o quarto modo vibracional, com a frequência de 80,78Hz. É possível ver que os andares número 1 e 3 se deslocam para a esquerda enquanto os andares número 2 e 4 se deslocam para a direita.

Esse tipo de comportamento já era esperado como mostram os trabalhos de Zanelato (2017) e SKODOWSKI (2021). Nesses trabalhos os cálculos analíticos também são mostrados.

Figura 30 – Modos vibracionais do modelo em CAD

Fonte: Autoria própria (2023)

4.2.3 Comparação entre os resultados experimentais e numéricos

Um resumo dos resultados obtidos para as frequências naturais pode ser visto na Tabela 3. O erro percentual para todas as frequências naturais ficou abaixo de 10%, o que é um resultado satisfatório. A diferença entre os valores experimentais e numéricos pode ser explicada por dois motivos. O primeiro é que a simulação não leva em conta o amortecimento natural da estrutura, assim a frequência calculada é para a situação sem amortecimento e a frequência medida é com o amortecimento real. O segundo motivo é que a estrutura modelada não possui exatamente a geometria real. As barras usadas no modelo real são roscadas, e o modelo CAD possui barras lisas.

As porcas e arruelas do modelo real não foram desenhadas, suas massas foram adicionadas durante a simulação. Essas simplificações são feitas para que a simulação fique mais leve computacionalmente, e possa ser realizada em um computador comum.

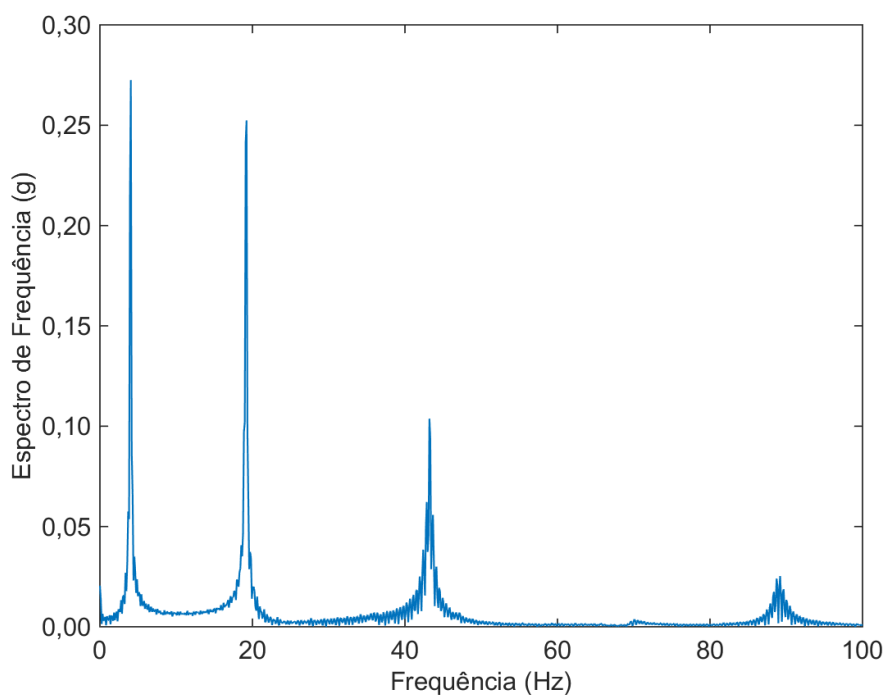
Tabela 3 – Comparação entre os valores experimentais e numéricos			
Frequências Naturais	Modelo Experimental (Hz)	Modelo Numérico (Hz)	Erro (%)
ω_1	4,5	4,94	9,8
ω_2	19,6	19,74	0,7
ω_3	48,6	45,91	4,5
ω_4	89,5	80,78	9,7

Fonte: Autoria própria (2023)

4.3 Resposta em frequência da estrutura

Com o excitador de rotor desbalanceado desligado é feito o ensaio de oscilação livre, que é mostrado na Figura 31. É possível ver que a massa do conjunto (motor, base e rotor) diminuiu o valor das frequências naturais. As novas frequências estão listadas na Tabela 4.

Figura 31 – Frequências naturais do modelo com o excitador desligado



Fonte: Autoria própria (2023)

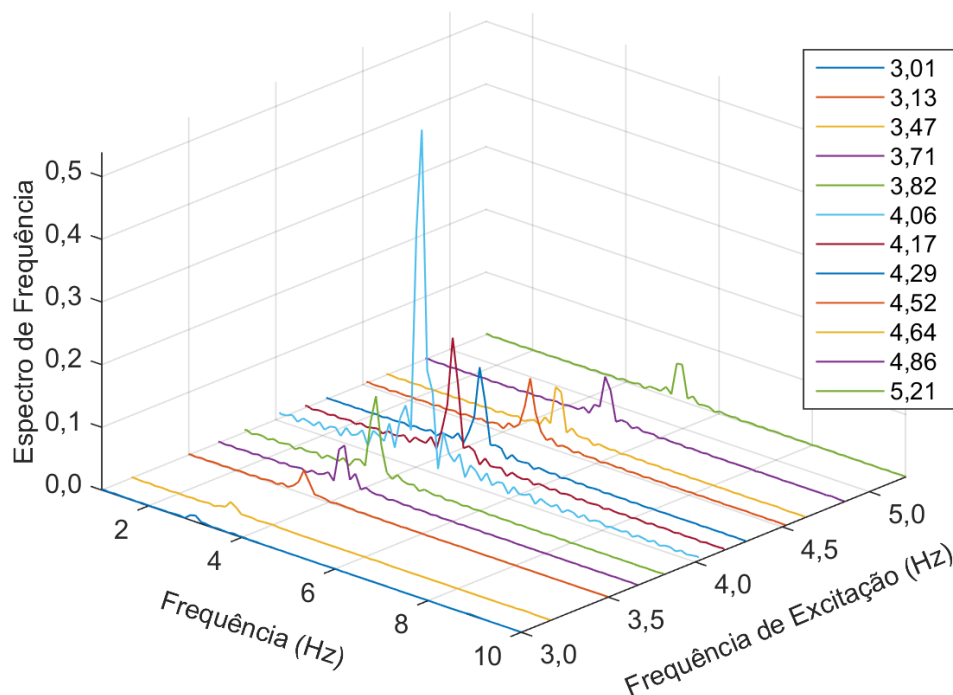
Tabela 4 – Frequências naturais do modelo com o excitador desligado

Frequências Naturais	Modelo Experimental (Hz)
ω_1	4,0
ω_2	19,2
ω_3	43,2
ω_4	89,2
Fonte: Autoria própria (2023)	

Uma vez identificada a primeira frequência natural em 4,0Hz é realizado o ensaio de excitação harmônica da estrutura. Para esse ensaio o motor é ajustado em uma determinada rotação, e depois são coletados os dados de aceleração durante 5s. A frequência de excitação é ajustada de acordo com a rotação do motor. Com cada conjunto de dados é realizada a FFT, e identificado qual é o valor de pico correspondente à frequência de excitação. Durante os ensaios o acelerômetro fica posicionado no quarto andar da estrutura.

A Figura 32 mostra várias FFTs para diferentes valores de frequências de excitação. É possível ver que quando a frequência de excitação está próxima de 3Hz a amplitude do espectro possui o valor mais baixo. Isso ocorre pelo fato da força de excitação ser função da frequência, e também pela frequência excitação não estar bastante próxima da frequência de ressonância. Conforme a frequência de excitação aumenta (3,01Hz até 3,82Hz), a amplitude do espectro de frequência também aumenta até chegar no valor da frequência de ressonância. A primeira ressonância ocorre quando a frequência de excitação é igual a frequência natural do primeiro modo vibracional (4Hz). Ela também ocorre para os demais modos vibracionais, porém não será mostrada neste trabalho. Observa-se que na frequência de ressonância a amplitude do espectro de frequência é o maior de todas. Durante o ensaio essa condição é bem perceptível, pois é quando ocorre as maiores amplitudes de vibração. Depois da ressonância, com as frequências de excitação entre 4,17Hz e 5,21Hz, as amplitudes do espectro decrescem. Nota-se também que as frequências dos picos coincidem com as frequências de excitação, ou seja, o sistema vibra na frequência de excitação.

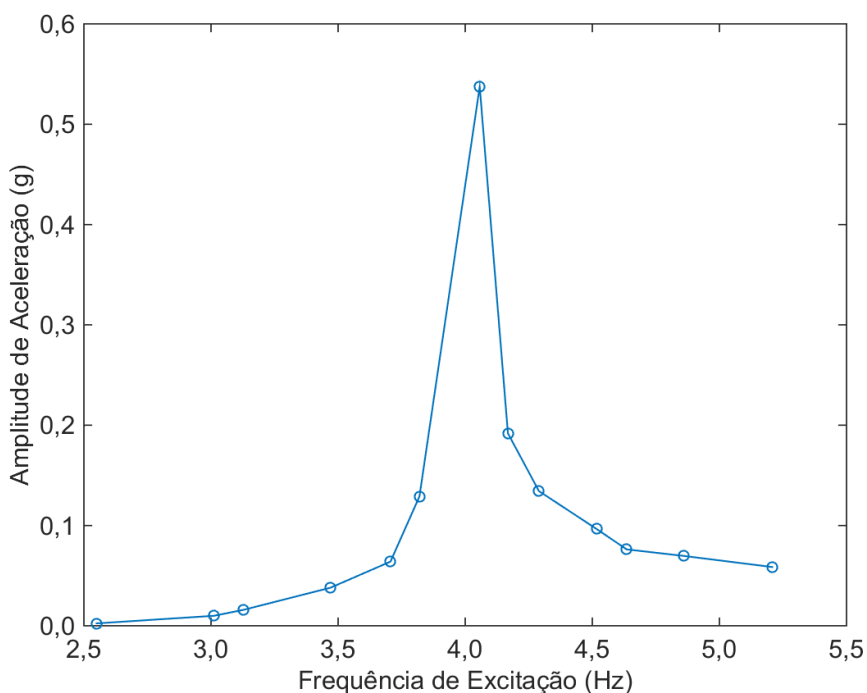
Figura 32 – FFT do sinal de aceleração para várias frequências de excitação



Fonte: Autoria própria (2023)

Com os valores de pico das FFTs da Figura 32 é construída a Figura 33. Ela mostra as amplitudes de aceleração para cada frequência de excitação. É possível ver que a amplitude parte de aproximadamente zero para frequências baixas e sobe conforme se aproxima da frequência de ressonância do primeiro modo. O pico ocorre exatamente na ressonância e os valores decrescem conforme a frequência de excitação avança para valores maiores, se afastando da ressonância.

A Tabela 5 mostra os valores de rotação utilizados para excitar o modelo físico. Ela também mostra o valor convertido em Hz e os dados coletados para as amplitudes de aceleração utilizados na Figura 33.

Figura 33 – Amplitude da aceleração pela Frequência de Excitação

Fonte: Autoria própria (2023)

Tabela 5 – Dados utilizados na Figura 33

Velocidade do motor (rpm)	Frequência de excitação (Hz)	Amplitude de aceleração (g)
150	2,50	0,002
180	3,00	0,010
190	3,17	0,016
210	3,50	0,038
220	3,67	0,064
231	3,85	0,129
241	4,02	0,538
251	4,18	0,192
260	4,33	0,134
270	4,50	0,097
280	4,67	0,076
290	4,83	0,070
310	5,17	0,059

Fonte: Autoria própria (2023)

4.4 Massa equivalente e rigidez equivalente da estrutura

Para dimensionar o neutralizador dinâmico é necessário determinar os parâmetros de massa e rigidez equivalentes da estrutura. A Tabela 6 mostra na primeira coluna o nome dos elementos do modelo físico, e na segunda coluna mostra a massa de cada um deles. A terceira coluna mostra a altura em que estão posicionados na estrutura. A quarta coluna mostra a expressão utilizada para a determinação da massa equivalente. E a quinta coluna mostra o valor da massa

equivalente. Para o cálculo da massa equivalente o é considerado o valor do comprimento total do modelo físico de $l = 95\text{cm}$.

Tabela 6 – Massa equivalente da estrutura

Elementos da estrutura	Massa (g) m_i	Posição (cm) l_i	Fórmula	Massa equivalente (g)
Lage 1	373	25,5	$m_{eq} = m_i \left(\frac{l_i}{l}\right)^2$ (RAO, 2008)	26,87
Lage 2	373	48		95,22
Lage 3	373	72		214,25
Lage 4	373	94		365,19
Porcas e arruelas 1	25	25,5		1,80
Porcas e arruelas 2	25	48		6,38
Porcas e arruelas 3	25	72		14,36
Porcas e arruelas 4	25	94		24,48
Arame	30	12,7	$m_{eq} = \frac{33}{140} m_i$ (RAO, 2008)	0,54
Arame	30	36,5		4,43
Arame	30	60,5		12,17
Arame	30	83,5		22,62
Motor, base e rotor	588	51		169,46
Barra A	295			69,54
Barra B	295			69,54
Barra C	295			69,54
Barra D	295		69,54	
				Total = 1235,93

Fonte: Autoria própria (2023)

O valor final da massa equivalente é de $m_{eq} = 1235,93\text{g}$. A rigidez equivalente é calculada utilizando o valor da massa e da primeira frequência natural dada pela Equação (4.1):

$$K_{eq} = \omega_1^2 m_{eq} = (2\pi 4)^2 1,23593 = 780,68\text{N/m}. \quad (4.1)$$

4.5 Cálculo dos parâmetros do ADV

Uma vez conhecidos os parâmetros do modelo físico utilizando o sistema de aquisição de dados, é possível realizar o projeto e construção de um ADV. O modelo escolhido é o de pêndulo invertido, atuando na primeira frequência de ressonância do modelo físico.

Durante o processo de desenvolvimento do ADV, a massa da base não é considerada pois o modelo final ainda não é conhecido. Assim o ADV é construído

com a possibilidade de ajuste na rigidez e na massa oscilante. Os parâmetros iniciais do ADV estão listados na Tabela 7.

Tabela 7 – Parâmetros iniciais do ADV

Parâmetros	Símbolo	Equação	Valor	Unidades
Frequência natural do modelo físico	ω_1	Valor medido	4,0	Hz
Massa equivalente do modelo físico	m_{eq}	Tabela 6	1235,93	g
Rigidez equivalente do modelo físico	k_{eq}	$\omega_1^2 m_{eq}$	780,68	N/m
Relação entre as massas	μ	Valor estimado	0,1	-
Massa do ADV	m_a	μm_{eq}	123,6	g
Razão entre as frequências	α	$\frac{1}{1 + \mu}$	0,9091	-
Frequência natural do ADV	ω_a	$\alpha \omega_1$	3,64	Hz
Rigidez do ADV	k_a	$\omega_a^2 m_a$	64,62	N/m
Módulo de elasticidade da haste	E	-	200	GPa
Largura da haste	l_h	-	12	mm
Espessura da haste	e_h	-	0,6	mm
Momento de inércia de área	I	$l_h e_h^3 / 12$	2.16e-13	m ⁴
Comprimento da haste	c_h		110,7	mm

Fonte: Autoria própria (2023)

Calculados os parâmetros geométricos do ADV, inicia-se a construção do mesmo. Para a haste metálica é utilizada uma lâmina de serra metálica com largura de 12mm, espessura de 0.6mm e comprimento total de 300mm (Figura 23). A base é construída de maneira que a lâmina pode ser posicionada e apertada entre duas chapas, podendo ser removida com facilidade.

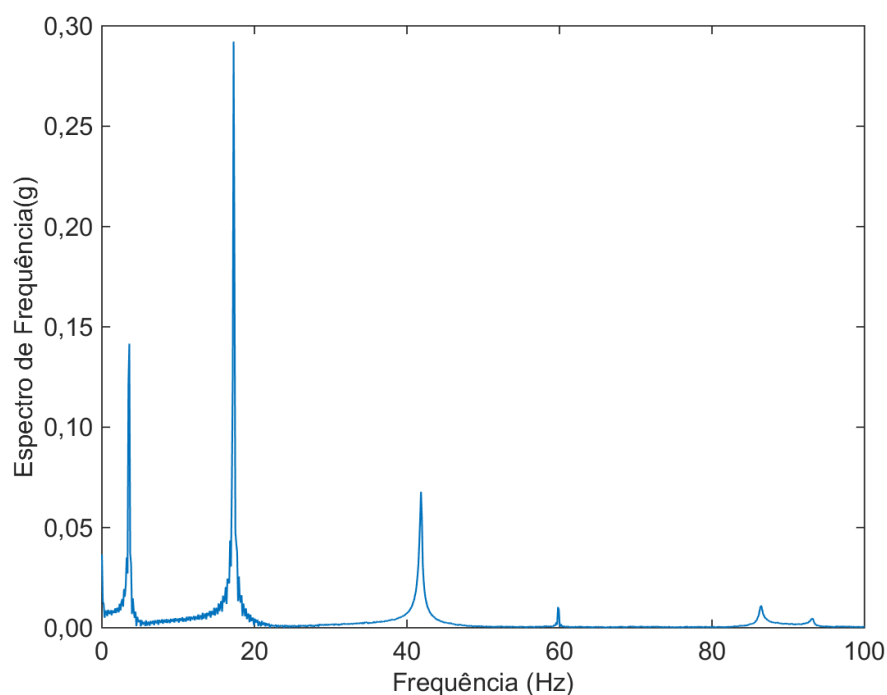
Depois de construída a base ficou com uma massa de 558g, o que é muito para ser desprezada. Assim, o modelo físico passou novamente pelo ensaio para determinar a frequência do primeiro modo vibracional. Neste ensaio a base do ADV é fixada no quarto andar do modelo e o excitador (desligado) é posicionado no terceiro andar. Essa montagem pode ser vista na Figura 34.

Figura 34 – Montagem para a determinação das frequências naturais com a base do ADV e com o excitador.



Fonte: Autoria própria (2023)

O resultado deste ensaio pode ser visto na Figura 35. Comparando os dados das novas frequências naturais, Tabela 8, com os dados da Tabela 4 é possível notar que todos os valores diminuíram, o que já era esperado pois o aumento da massa diminui o valor das frequências naturais. A frequência do primeiro modo teve o seu valor reduzido para 3,5Hz.

Figura 35 – Frequências naturais do modelo físico com a base do ADV e o excitador desligado

Fonte: Autoria própria (2023)

Tabela 8 – Frequências naturais do modelo com a base do ADV e o excitador desligado

Frequências Naturais	Modelo Experimental (Hz)
ω_1	3,5
ω_2	17,3
ω_3	41,8
ω_4	86,5

Fonte: Autoria própria (2023)

Adicionando a massa da base do ADV ao modelo físico, é possível calcular a nova massa equivalente, Equação (4.2):

$$m_{eq} = 1235,93 + 558 = 1793,93g. \quad (4.2)$$

Assim, os parâmetros do ADV são recalculados e estão listados na Tabela 9. Nota-se que o valor da massa oscilante e o comprimento da haste ficaram alterados. Assim, o ADV é reajustado acrescentando mais massa e alterando o comprimento da haste.

Quando o ADV foi montado notou-se, com a utilização de um tacômetro ótico, que a frequência de oscilação não correspondia exatamente com o valor calculado. Então o ADV foi ajustado, alterando o comprimento da haste, até que a frequência

medida correspondesse com a frequência projetada. Essa diferença ocorre, pois, a haste possui um comprimento total de 300mm, que foi mantido para proporcionar ajustes futuros, e sua massa não foi considerada. O comprimento livre total da haste ajustada ficou em 81mm para atingir a frequência de 3,18Hz.

Tabela 9 – Parâmetros finais do ADV

Parâmetros	Símbolo	Equação	Valor	Unidades
Frequência natural do modelo físico	ω_1	Valor medido	3,5	Hz
Massa equivalente do modelo físico	m_{eq}	Tabela 6	1793,93	g
Rigidez equivalente do modelo físico	k_{eq}	$\omega_1^2 m_{eq}$	867,6	N/m
Relação entre as massas	μ	Valor estimado	0,1	-
Massa do ADV	m_a	μm_{eq}	179,4	g
Razão entre as frequências	α	$\frac{1}{1 + \mu}$	0,9091	-
Frequência natural do ADV	ω_a	$\alpha \omega_1$	3,18	Hz
Rigidez do ADV	k_a	$\omega_a^2 m_a$	71,70	N/m
Módulo de elasticidade da haste	E	-	200	GPa
Largura da haste	l_h	-	12	mm
Espessura da haste	e_h	-	0,6	mm
Momento de inércia de área	I	$l_h e_h^3 / 12$	2.16e-13	m ⁴
Comprimento da haste	c_h		104,7	mm

Fonte: Autoria própria (2023)

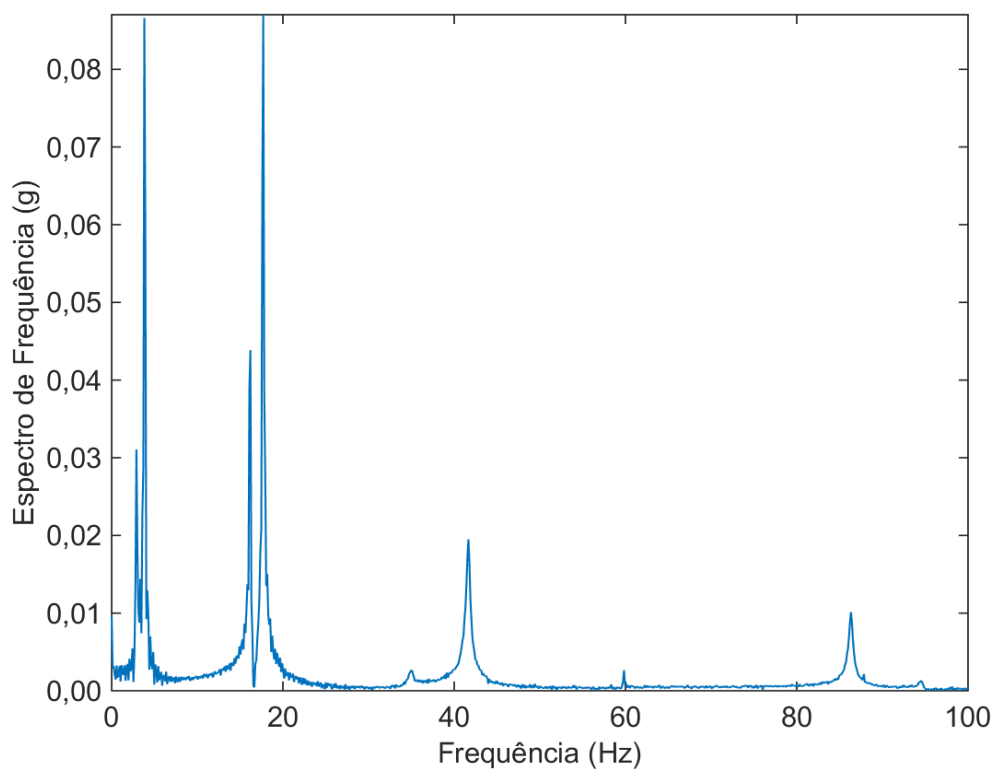
4.6 Frequências naturais do modelo físico mais o ADV montado

Acrescentando o ADV ao modelo físico ocorre uma mudança nos modos vibracionais e nas frequências naturais de oscilação. A Figura 36 mostra a FFT realizada com os dados do ensaio de excitação por impacto do modelo físico, com a massa do excitador e com o ADV completo. Na Figura 37 é mostrado um zoom da Figura 36 entre 2,0Hz e 5,0Hz. Esse zoom mostra que dois novos modos vibracionais surgem quando o ADV está presente.

Antes de inserir o ADV o primeiro modo vibracional ocorria com a frequência de 3,5Hz. Com a presença do ADV dois novos picos surgiram, um em 2,89Hz e outro em 3,82Hz.

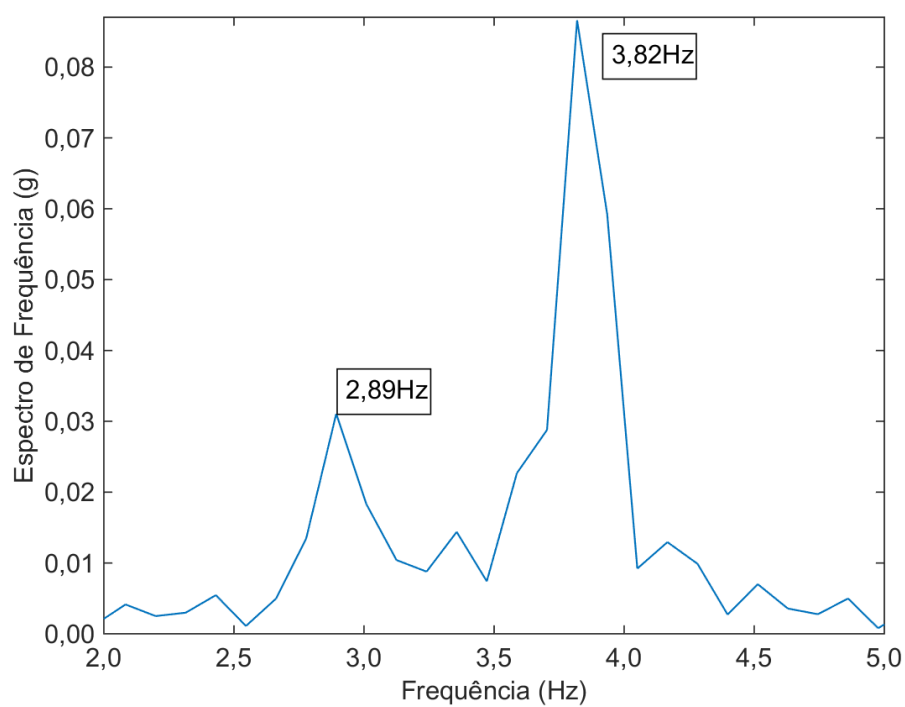
Além dos dois modos vibracionais citados, outros modos podem ser vistos na Figura 36. Porém, não serão analisados visto que o ADV é projetado para atuar na primeira frequência natural do modelo físico.

Figura 36 – Frequências naturais do modelo com o excitador e o ADV completo



Fonte: Autoria própria (2023)

Figura 37 – Frequências naturais do modelo com o excitador e o ADV completo

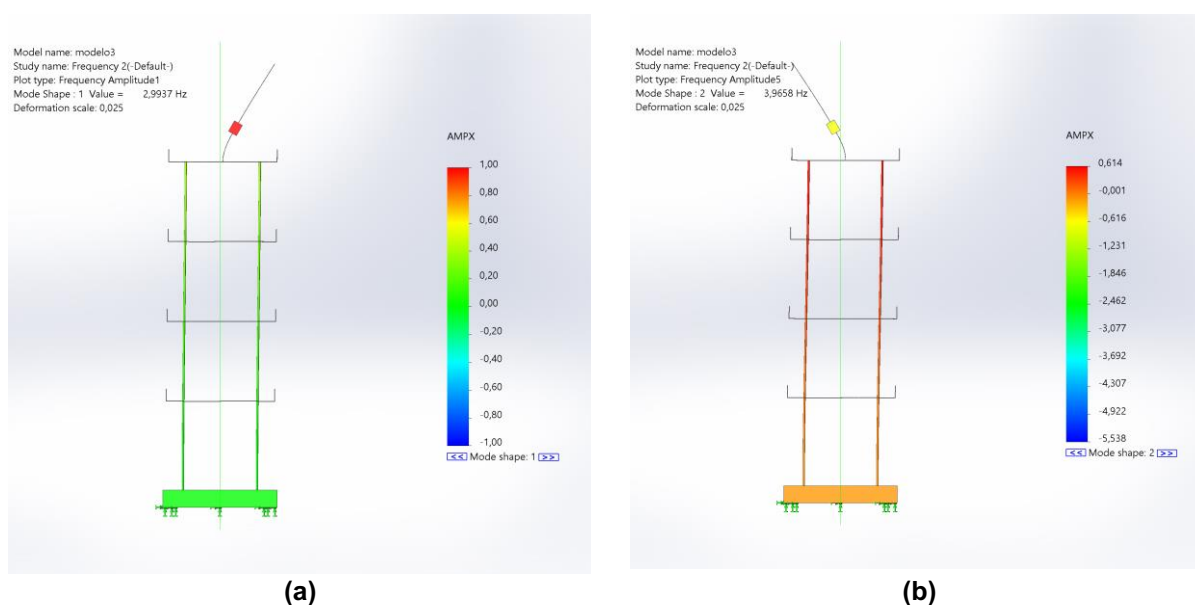


Fonte: Autoria própria (2023)

4.6.1 Modos vibracionais do modelo em CAD com o ADV

Os dois primeiros modos vibracionais também são analisados utilizando o modelo em CAD. Nesta simulação as massas do excitador e da base do ADV são adicionadas, porém não aparecem na figura. A Figura 38 (a) mostra o primeiro modo vibracional para o sistema com frequência de 2,99Hz. Neste caso a estrutura e o ADV possuem o mesmo sentido para as amplitudes de vibração. A Figura 38 (b) mostra o segundo modo vibracional para o sistema com frequência de 3,97Hz. Neste caso a estrutura e o ADV possuem sentidos opostos para as amplitudes de vibração.

Figura 38 – Modos vibracionais do modelo com o excitador e o ADV completo



Fonte: Autoria própria (2023)

A Tabela 8 mostra uma comparação entre as frequências vibracionais do modelo experimental e do modelo em CAD, dos dois primeiros modos. O erro calculado ficou em 3,4% para a primeira frequência e 3,9% para a segunda, mostrando uma boa correlação.

Tabela 10 – Frequências naturais do sistema (modelo físico mais o ADV).

Frequências Naturais	Modelo Experimental (Hz)	Modelo CAD (Hz)	ERRO (%)
ω_1	2,89	2,99	3,4
ω_2	3,82	3,97	3,9

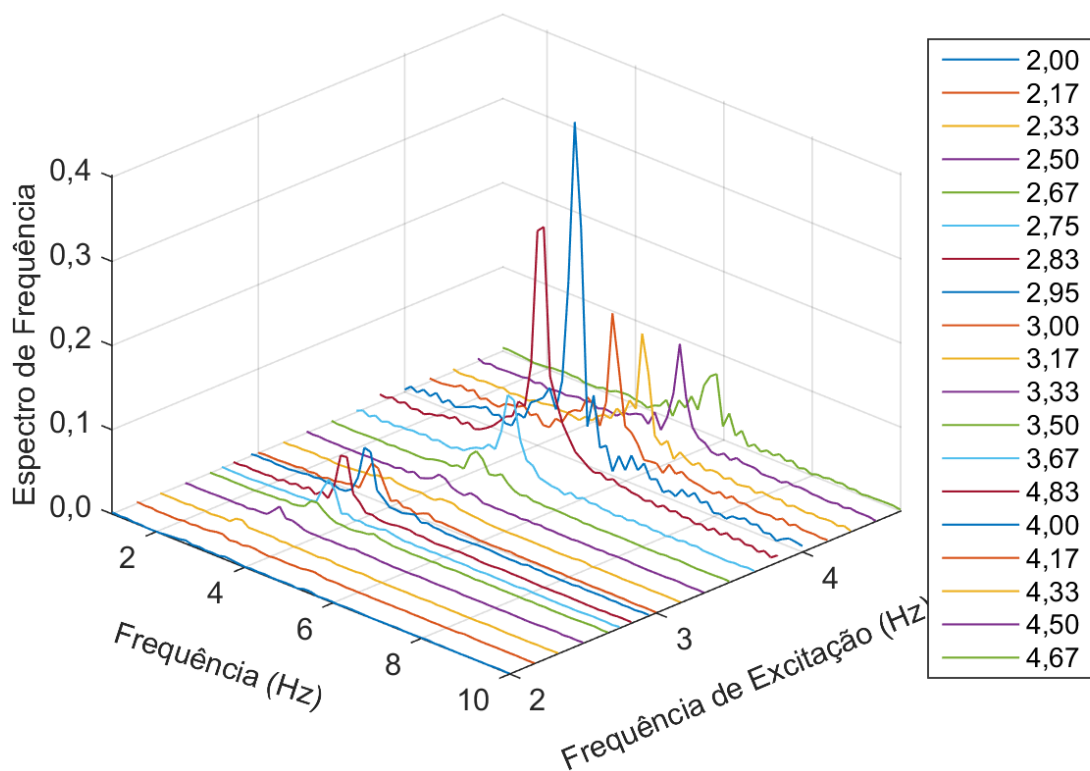
Autoria própria (2023)

4.7 Resposta em frequência do modelo físico com o ADV

Com o ADV construído e ajustado é feito o ensaio para checar o funcionamento do mesmo. O procedimento é excitar o modelo físico com o excitador de massa excêntrica com frequências entre 2Hz e 4,67Hz. Essa faixa de frequências visa cobrir a região das duas primeiras ressonâncias do sistema. O motor é ajustado em uma determinada rotação, e depois são coletados os dados de aceleração durante 5s. Para cada conjunto de dados é realizada a FFT, e identificado qual é o valor de pico correspondente à frequência de excitação. Durante os ensaios o acelerômetro fica posicionado no quarto andar da estrutura.

A Figura 39 mostra as FFTs para os valores das frequências de excitação listadas na legenda. Nela é possível ver a variação nas amplitudes do espectro em função das frequências de excitação. Nota-se a ocorrência de dois picos, um com frequência de excitação em 2,89Hz e outro em 4,00Hz. Entre essas duas frequências ocorre uma região de baixas amplitudes.

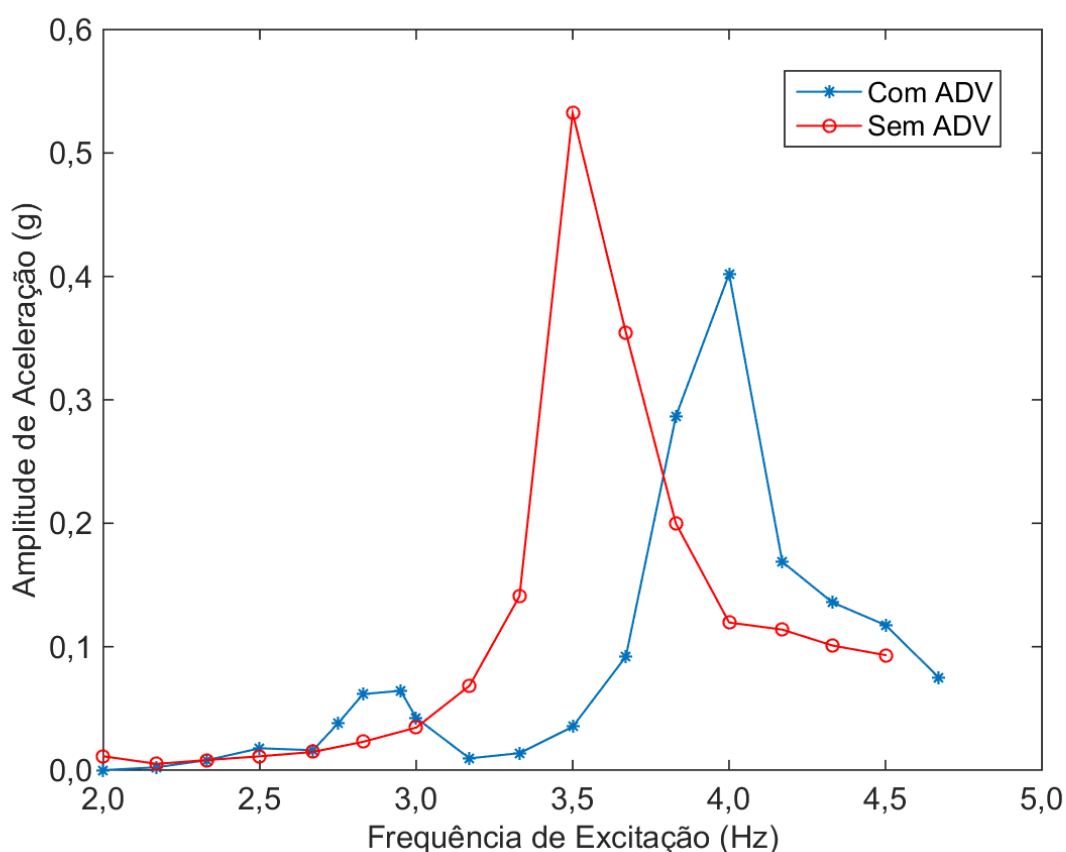
Figura 39 – FFT do sinal de aceleração para várias frequências de excitação com o ADV



Fonte: Autoria própria (2023)

Para frequências de excitação baixas (entre 2,00Hz e 2,67Hz) as amplitudes do espectro são baixas, pois a força de excitação é função da frequência de excitação. Entre 2,75Hz e 3,00Hz ocorre a passagem pela primeira frequência natural do sistema composto. Essa ressonância ocorre em 2,89Hz. Logo após, fica evidente uma diminuição das amplitudes, tornando clara a ação do ADV. Após 3,5Hz, é visível que as amplitudes começam a subir. O segundo pico ocorre em 4,00Hz, que é causado pela segunda ressonância do sistema. Após esse pico os valores das amplitudes começam a cair novamente.

Figura 40 – Amplitude da aceleração pela frequência de excitação do modelo físico mais ADV



Fonte: Autoria própria (2023)

Com os valores de pico das FFTs da Figura 39 foi construída a Figura 40 (gráfico em azul, com ADV). Ela mostra as amplitudes de aceleração para cada frequência de excitação. É possível ver que a amplitude parte de aproximadamente zero para frequências baixas e sobe conforme se aproxima da primeira frequência de ressonância do sistema composto. Depois do primeiro pico a amplitude cai novamente para aproximadamente zero. Isso torna evidente ação do ADV, que atua exercendo

uma força contrária a ação do forçamento. Depois dessa região, ocorre a passagem pelo segundo pico de ressonância. Nota-se que os picos de ressonância são bem evidentes, pois não foi introduzido um amortecimento externo no ADV.

Na Figura 40 (gráfico em vermelho, sem ADV) é mostrado o comportamento do modelo físico com a massa da base do ADV mas sem a massa oscilante. É possível ver o pico em 3,5Hz. Comparando as duas curvas, com e sem ADV, é possível perceber a ação do ADV, que reduziu a amplitude de vibração na região de ressonância (3,5Hz). Esse comportamento concorda com a teoria descrita nas seções 2.1.4.1 e 2.1.4.2.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi desenvolvido e testado um sistema de leitura e aquisição de dados para análise de vibrações, com fins didáticos. Esse sistema foi construído utilizando o microcontrolador Arduino e acelerômetro de baixo custo ADLX. A avaliação do sistema ocorreu por meio da análise de um modelo físico de um prédio de 4 andares. Para realizar a aquisição de dados foram implementados scripts na IDE do Arduino, e para a análise dos dados foi utilizado o *software* Matlab.

O sistema de aquisição foi utilizado inicialmente para medir as frequências dos modos vibracionais do modelo físico. Os valores obtidos são mostrados na Figura 28. Os resultados foram comparados com a simulação feita utilizando o modelo em CAD no *software* SolidWorks (Tabela 3), mostrando que os valores concordam com uma diferença abaixo de 10%. Essa diferença ocorre pela simplificação feita para realizar a simulação do modelo em CAD. Porém, esse erro está dentro de uma margem tolerada, mostrando que o sistema de aquisição foi capaz de medir as frequências dos modos vibracionais.

Foi desenvolvido também um excitador com massa excêntrica, para que fosse possível aplicar uma força harmônica no modelo físico. Esse excitador foi construído utilizando um motor de corrente contínua, e um rotor com massa excêntrica de excentricidade ajustável. O controle de rotação foi feito utilizando uma fonte e um controlador de tensão CC. Com o excitador construído, foi realizada uma análise de resposta em frequência, excitando o primeiro modo vibracional do modelo físico. Assim, com a utilização do sistema de aquisição de dados, foi possível descrever o comportamento do modelo físico durante a excitação. Também foi possível verificar que, a amplitude máxima da aceleração ocorre quando a frequência de excitação coincide com o valor da frequência do primeiro modo vibracional do modelo físico.

Na sequência, foi projetado e construído um ADV no formato de pêndulo invertido, para a frequência do primeiro modo vibracional do modelo físico. O ADV foi construído de forma que fosse possível ajustar a sua frequência de oscilação e a sua massa. Como último resultado, foi analisado o comportamento da estrutura em conjunto com o ADV. Sua atuação mostrou uma redução das amplitudes de vibração próximo da frequência do modo vibracional neutralizado.

Todas as análises foram feitas com os dados coletados pelo sistema de aquisição de dados construído, mostrando que a utilização dos acelerômetros de

baixo custo é adequada para a aplicação realizada. Todo o conjunto experimental desenvolvido é de baixo custo, tornando a sua reprodução bastante simples.

Por fim, para a realização desse trabalho foi necessário, além do conteúdo de vibrações, utilizar recursos envolvendo usinagem, soldagem, eletrônica e programação, o que contribuiu para melhorar a formação do autor.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Como trabalho futuro é sugerido a comparação do sistema de aquisição de dados deste trabalho, com outro sistema utilizando acelerômetros industriais. Assim, será possível confrontar os níveis de aceleração obtidos de duas formas distintas.

Uma segunda sugestão é a utilização de outros sensores, como sonar, para comparar as medições com o acelerômetro, e também estudar o comportamento do ADV variando o tipo de amortecimento.

Também é sugerida a criação de um roteiro experimental para a inserção dos experimentos apresentados em um curso de vibrações mecânicas.

REFERÊNCIAS

- BALACHANDRAN, B.; MAGRAB, E. B. **Vibrations**. 2ª. ed. Toronto: Cengage Learning, 2008.
- BAVASTRI, C. A. *et al.* **Modelo geral de geutralizadores dinâmicos para controle passivo de vibrações e ruído: Parâmetros equivalentes generalizados**. CILAMCE. [S.I.]. 2007.
- DEVICES, A. Data Sheet, Analog Devices. **Small, Low Power, 3-Axis ± 3 g**, p. 24, 2008. Disponível em: <https://www.alldatasheet.com/datasheet-pdf/pdf/254714/AD/ADXL345.html>. Acesso em: 30 jun. 2023.
- DEWESOFT. **Shakers de vibração**, 2023. Disponível em: <https://dewesoft.com/pt/produtos/shakers>. Acesso em: 20 nov. 2023.
- ELECTRONICWINGS. **Complete Guide ADXL335 Accelerometer with Arduino Interfacing**, 2017. Disponível em: <https://www.electronicwings.com/sensors-modules/adxl335-accelerometer-module>. Acesso em: 30 jun. 2023.
- EWINS, D. J. **Modal Testing: Theory, Practice and Application**. 2ª. ed. Baldock, Inglaterra: Research Studies Press LTD, 1984.
- GÓMEZ, Z.; LEÓN, A. **Controle de vibrações em edifícios submetidos à ação de cargas dinâmicas utilizando amortecedor de massa sintonizando na forma de pêndulo**. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) - Universidade de Brasília. Brasília. 2009.
- HIBBELER, R. C. **Estática: Mecânica para engenharia**. 12ª. ed. [S.I.]: Pearson, 2015.
- KIM, Y.-M. *et al.* **The Vibration Performance Experiment of Tuned Liquid Damper and Tuned Liquid Column Damper**. Journal of Mechanical Science and Technology (KSME Int. J.). v. 6, p. 795 ~ 805. 2006.
- LATHI, B. P. **Sinais e sistemas lineares**. Tradução de Gustavo Guimarães Parma. 2ª. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- LIMA, S. S.; SANTOS, S. H. C. **Análise dinâmica das estruturas**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.
- MCROBERTS, M. **Arduino Básico**. 1ª. ed. São Paulo: Novatec, 2011.
- MONK, S. **30 Projetos com Arduino**. 2ª. ed. Porto Alegre: Bookman Editora LTDA, 2014.
- RAO, S. **Vibrações mecânicas**. 4ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

ROCHA, F. S. D.; MARRANGHELLO, G. F. Propriedades de um acelerômetro eletrônico e possibilidades de uso no ensino de mecânica. **Latin-American Journal of Physics Education**, v. 1, p. 37-46, Março. 2013. ISSN 7.

SKODOWSKI, A. **Simulação de um Edifício Esbelto com Neutralizador Dinâmico de Vibrações**. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba. 2021.

THORLABS. **Optical Tables Tutorial**, 2023. Disponível em: https://www.thorlabs.de/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=8275. Acesso em: 30 jun. 2023.

VIEIRA, J. C. B. **Controle Passivo de Vibrações em Estruturas Esbeltas Usando Neutralizador Dinâmico Hidráulico**. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2019.

ZANELATTO, T. V. B. **Desenvolvimento de Dispositivo Didático para Aulas Práticas de Vibrações**. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba. 2017.