

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

JOANA RAQUEL DIEHL VANZELLA

**EXPERIMENTOS DIDÁTICOS PARA OS PROCESSOS SIGNIFICATIVOS DE
ENSINO E APRENDIZAGEM**

**SANTA HELENA
2025**

JOANA RAQUEL DIEHL VANZELLA

**EXPERIMENTOS DIDÁTICOS PARA OS PROCESSOS SIGNIFICATIVOS DE
ENSINO E APRENDIZAGEM**

**DIDACTIC EXPERIMENTS FOR SIGNIFICANT TEACHING
AND LEARNING PROCESSES**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ciências Ambientais no Programa de Pós-Graduação em Recursos Naturais e Sustentabilidade, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR.

Discente: Joana Raquel Diehl Vanzella

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Mucelin



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**SANTA HELENA
2025**



**Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Santa Helena**



JOANA RAQUEL DIEHL VANZELLA

**EXPERIMENTOS DIDÁTICOS PARA OS PROCESSOS SIGNIFICATIVOS DE
ENSINO E APRENDIZAGEM**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre em Ciências Ambientais no Programa de Pós-Graduação em Recursos Naturais e Sustentabilidade, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. Área de concentração: Produtos Naturais e Sustentabilidade

Data da aprovação: 10 de abril de 2025

Prof. Carlos Alberto Mucelin, Doutorado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Presidente da Banca

Prof.^a Rosângela Araújo Xavier Fujii, Doutorado – Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.^a Luzia Marta Bellini – Universidade – Universidade Estadual de Maringá

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 10 de abril de 2025.

DEDICATÓRIA

**MINHA FAMÍLIA,
MINHA MAIOR RIQUEZA.**

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a DEUS, em sua infinita misericórdia, que me abençoou e sustentou. O Senhor me deu forças, colocou anjos em meu caminho e, assim, consegui buscar o saber.

Ao meu professor orientador, Dr. Carlos Alberto Mucelin, pela disponibilidade, paciência, profissionalismo, dedicação e competência com que me conduziu em todas as etapas da produção deste trabalho.

Ao meu marido, André, pelo incentivo e pelo amor dedicados a mim.

À minha mãe, Inês Diehl Franke, pela vida e pelo amor; e ao meu padrasto, Noêmio Nestor Franke, pelas incansáveis orações.

Aos meus filhos, Lucas e José, por sempre me lembrarem do amor incondicional.

À minha neta, Cecília (que chegou durante o período de estudos), por me provar que o amor é um sentimento inesgotável e imensurável.

Aos demais membros da minha família que comemoram comigo este momento, em especial às minhas irmãs, Ivanize e Josemery, por todo o apoio e orações.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Recursos Naturais e Sustentabilidade da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Campus de Santa Helena, pelos ensinamentos transmitidos durante as aulas.

À UTFPR, Campus de Santa Helena, à direção, professores e servidores – instituição de ensino superior de excelência.

Enfim, quero agradecer àqueles que não citei aqui, mas que, de uma forma ou de outra, me ajudaram ao longo do curso e na realização deste trabalho. Meu voto de grandes realizações.

"SENHOR, tu me sondaste, e me conheces.

Tu sabes o meu assentar e o meu levantar; de longe entendes o meu pensamento.

Cercas o meu andar, e o meu deitar; e conheces todos os meus caminhos.

Não havendo ainda palavra alguma na minha língua, eis que logo, ó Senhor, tudo conheces.

Tu me cercaste por detrás e por diante, e puseste sobre mim a tua mão.

Tal ciência é para mim maravilhosíssima; tão alta que não a posso atingir.

Para onde me irei do teu espírito, ou para onde fugirei da tua face?

Se subir ao céu, lá tu estás; se fizer no inferno a minha cama, eis que tu ali estás também

Os meus ossos não te foram encobertos, quando no oculto fui feito, e entretecido nas profundezas da terra.

Os teus olhos viram o meu corpo ainda informe; e no teu livro todas estas coisas foram escritas; as quais em continuação foram formadas, quando nem ainda uma delas havia".

(Bíblia Sagrada, Salmo 139: vers. 1-8,15,16)

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1: O Experimento Lei de Hooke.....	37
Figura 4.2: Deformação da mola em função de massas.....	38
Figura 4.3: Materiais para a confecção do experimento Lei de Hooke.....	40
Figura 4.4: O Experimento Espelhos Planos.....	43
Figura 4.5: Materiais para a confecção do experimento Espelhos Planos.....	45
Figura 4.6: Imagens refletidas no experimento com um ângulo de 40° entre os espelhos.....	45
Figura 5.1: Sequência do experimento Lei de Hooke.....	53
Figura 5.2: O Experimento Lei de Hooke.....	57
Figura 5.3: Sólidos geométricos.....	57
Figura 5.4: Deformação da mola em função de massas.....	59
Figura 5.5: Deformação da mola.....	61
Figura 5.6: Planilha eletrônica com dados e gráficos das variáveis geradas com experimento Lei de Hooke.....	63
Figura 5.7: Gráfico de pontos da deformação <i>versus</i> massa.....	66
Figura 5.8: Deformação da mola <i>versus</i> unidades de massa.....	67
Figura 5.9: Semirreta deformação <i>versus</i> massas.....	67
Figura 5.10: Semirretas da deformação <i>versus</i> massas com diferentes coeficientes lineares.....	68
Figura 5.11: Imagem refletida em um espelho plano.....	70
Figura 5.12: Imagens formadas com ângulo de 90° entre as faces refletoras.....	73
Figura 5.13: Imagens de um <i>pendrive</i> formadas pelas faces refletoras do Experimento Espelhos Planos para os ângulos de 90° e 60°	78
Figura 5.14: Diagrama de Euler-Venn para o número de imagens formadas segundo o ângulo entre as faces refletoras dos espelhos.....	78
Figura 5.15: Gráfico de dispersão com o ângulo entre as faces refletoras e as respectivas imagens formadas.....	79
Figura 5.16: Diagrama de função.....	80
Figura 5.17: Ângulo de incidência de 40°.....	83
Figura 5.18: Imagens formadas nos Espelhos Planos com ângulo de 90° e 40° graus entre os espelhos.....	83

Figura 5.19: Planilha eletrônica com dados e gráficos das variáveis geradas com o experimento Espelhos Planos.....	86
Figura 5.20: Gráfico de pontos das imagens em função do ângulo entre os espelhos	87

RESUMO

Esta dissertação teve como tema de estudo a educação e objeto de investigação a utilização de materiais pedagógicos, mais especificamente experimentos matemáticos. Experimento Lei de Hooke e o Experimento Espelhos Planos foram explorados. O estudo teve como objetivo apresentar a forma de construção dos referidos materiais e suas potencialidades com a finalidade de propor o desenvolvimento de atividades ou os processos de ensino e, aprendizagem significativa de conteúdos programáticos da Matemática, Física, Ciências e Ciências Ambientais entre outras. A proposta didática em questão busca caracterizar a conformidade existente com os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel e Rogers. Recursos didáticos são materiais usados pelos professores no contexto de sala de aula e com o propósito de auxiliar os processos de ensino e a aprendizagem. O uso de um experimento matemático com finalidade pedagógica tem como potencial o contato/interação para que o estudante possa experienciar determinados fenômenos e permita a construção de significados, observados os conhecimentos que ele já adquiriu ou vivenciou. Os experimentos matemáticos explorados nesta pesquisa preveem, suas utilizações com a associação aos conteúdos programáticos de Matemática e de Ciências Ambientais para os estudantes além de caracterizar determinados aspectos que estão previstos na Base Nacional Comum Curricular para o ensino.

Palavras-Chave: Aprendizagem significativa. Educação. Experimentação.

ABSTRACT

This dissertation's subject of study was education and the object of investigation was the use of pedagogical materials, more specifically mathematical experiments. Hooke's Law Experiment and the Flat Mirrors Experiment were explored. The study aimed to present the way in which the aforementioned materials were constructed and their potential with the purpose of proposing the development of activities or teaching processes and significant learning of programmatic contents in Mathematics, Physics, Science and Environmental Sciences, among others. The didactic proposal in question seeks to characterize the existing conformity with the assumptions of Ausubel and Rogers' Theory of Meaningful Learning. Teaching resources are materials used by teachers in the classroom context and with the purpose of assisting the teaching and learning processes. The use of a mathematical experiment for pedagogical purposes has the potential for contact/interaction so that the student can experience certain phenomena and allows the construction of meanings, observing the knowledge that they have already acquired or experienced. The mathematical experiments explored in this research foresee their uses in association with the syllabus of Mathematics and Environmental Sciences for students, in addition to characterizing certain aspects that are foreseen in the National Common Curricular Base for teaching.

Keywords: Meaningful learning. Education. Experimentation.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
2. OS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM	15
2.1 PROCESSO DE ENSINO	15
2.2 O QUE É A APRENDIZAGEM?	19
2.3 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA SEGUNDO AUSUBEL	22
2.4 APRENDIZAGEM SIGNIFICANTE SEGUNDO ROGERS	27
3. OBJETIVOS	32
3.1 OBJETIVO GERAL	32
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	32
4. MATERIAL E MÉTODOS	33
4.1 EXPERIMENTOS PARA SIGNIFICATIVOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM E A BNCC.....	33
4.1.1 Experimento Lei de Hooke	37
4.1.1.1 Confecção de um Experimento Lei de Hooke	40
4.1.2 EXPERIMENTO ESPELHOS PLANOS.....	42
4.1.2.1 Confecção DE UM Experimento Espelhos Planos	44
5 APLICAÇÕES E PROPOSIÇÕES DE UTILIZAÇÃO	49
5.1 uso dos experimentos em atividades significativas de ensino e aprendizagem ..	49
5.1.1 Uso da Lei de Hooke em atividades significativas de ensino e aprendizagem. 50	
5.1.2 Uso dos Espelhos Planos em atividades significativas de ensino e aprendizagem....	69
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	89
REFERÊNCIAS	91

1. INTRODUÇÃO

A Educação é ato contínuo e fundamental na vida das pessoas e tem como pressuposto promover ou facilitar o desenvolvimento de saberes relevantes, importantes na leitura de mundo, para pensar de forma lógica, coerente e significativa. Ela é um processo vital que pressupõe o desenvolvimento de conhecimentos, habilidades e competências essenciais, com vistas a capacitar os envolvidos a atingirem todo o seu potencial em diversos aspectos da vida, incluindo o intelectual, emocional, social e físico.

Frente as demandas enfrentadas no século XXI, com os avanços no campo científico e tecnológico, a educação desempenha um papel fundamental na formação das pessoas, com um desafio de estimular em cada um a capacidade de ser crítico, reflexivo e autônomo (DIAS; PINTO, 2019). Além de se concentrar na formação intelectual, o processo educativo deve preconizar o desenvolvimento de habilidades e competências essenciais para a vida em sociedade.

A preocupação de como estimular ações educativas, com vistas ao pensar melhor e diferente é uma das preocupações de muitos educadores. Também a forma como a educação colabora com o processo de aprendizagem e o de ensino ativo e reflexivo para que, a escola não seja o local no qual ocorra somente a simples transmissão de informações, mas que contribua para a produção de conhecimentos.

Demanda aos educadores, considerar as concepções mais sistêmicas e complexas, no que tange a construção do conhecimento e à formação humana. É relevante superar a simples escolha e compilação dos conteúdos propostos pelos currículos escolares, buscar práticas e metodologias que oriente a atividade pedagógica, na perspectiva de estimular o desenvolvimento de atores sociais, com vista a promover essas condições de participar, refletir e intervir adequadamente no meio social.

Os recursos didáticos são materiais usados pelos professores para auxiliar os processos de ensino e a aprendizagem de seus estudantes, no que se refere ao conteúdo a ser trabalhado. Esses recursos tendem a servir como fator de motivação aos mesmos, gerar maior entusiasmo pelas temáticas e conceitos explorados e facilitar a compreensão do conteúdo proposto (FREITAG et al., 2017). Tais recursos

são essenciais no desenvolvimento intelectual dos estudantes e o professor ao fazer destes materiais, podem gerar estratégias com vistas a aproximar os discentes ao conteúdo ministrado e levá-los a construção do conhecimento, de forma autônoma, no qual se vem como protagonista do seu processo de aprendizagem (COSTOLDI; POLINARSKI, 2009).

No cotidiano do ambiente escolar, em sua prática docente, o professor pode se valer de inúmeros e variados recursos didáticos. Por mais que sejam muitas as possibilidades no que diz respeito ao uso dos materiais didáticos, cabe ao professor o critério de escolha que irá adotar e, após considerar essas possibilidades, relacionar ao que pretende apresentar aos seus estudantes (FREITAG et al., 2017).

O uso dos recursos didáticos no contexto escolar pode promover ao estudante uma visão ampliada da capacidade de retenção das informações e dos conhecimentos, de servir para estimular o processo de ensino docente, além de, ao mesmo tempo ser capaz de preencher as lacunas que o ensino tradicional deixa no que tange a oferecer experiências de aprendizagem (PAULA JUNIOR, 2019).

Se a Educação tem como principal objetivo promover o desenvolvimento do homem integral, por meio da ação docente e uso de recursos didáticos é possível promover e desenvolver habilidades e competências, que de forma progressiva estimulem a autonomia do sujeito para aprender.

Essa pesquisa teve como objeto de investigação os processos de Ensino e Aprendizagem, sob os pressupostos da aprendizagem significativa. Preconizou o registro dos materiais necessários e a forma de confecção de dois experimentos matemáticos com potencialidade para a realização de atividades educacionais significantes: a) Experimento Lei de Hooke; e b) Experimento Espelhos Planos. Para cada experimento, foram registradas/apresentadas sugestões de utilização no estudo de conteúdos de Matemática, da Física e das Ciências Ambientais para os estudantes.

Este trabalho foi organizado da seguinte forma: na primeira seção uma introdução a respeito da educação, processo de ensino e recursos educacionais, finalizada com o registro do objeto de investigação. Na segunda seção foi registrado considerações acerca dos processos de ensino e aprendizagem. Na terceira, foram caracterizados aspectos teóricos e definições a respeito da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e Aprendizagem Significante de Carl Rogers.

Na quarta seção apresenta-se os materiais e métodos com a proposição de elaboração de experimentos e, na quinta seção com o título “Aplicações e proposições

de utilização”, uma Sequência Didática envolvendo a “Lei de Hooke” e o experimento “Espelhos Planos”, para o desenvolvimento dos processos de ensino e aprendizagem de maneira significativa no contexto de sala de aula.

Na sexta e última seção da dissertação foi registrado as considerações finais a respeito da pesquisa e, finalmente, a seção com as referências utilizadas.

2. OS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM

É possível considerar a hipótese de que as pessoas, geralmente, tendem a aprender sem se preocupar com a natureza desse processo e ensinar sem buscar um suporte teórico explicativo que justifique ou explique como o ser humano aprende. Uma das maneiras de compreender o processo de aprendizagem é avaliar e refletir acerca das teorias de aprendizagem. Conforme salienta Bigge (1977, p.3) “[...] o homem não só quis aprender como também, frequentemente, sua curiosidade o impeliu a tentar aprender como se aprende”.

São diversas as teorias que exploram a área da aprendizagem e elas acompanharam também a evolução nas diferentes áreas do conhecimento. Apresentamos ao longo desta seção considerações teóricas acerca do ensino e da aprendizagem, com ênfase na Aprendizagem Significativa.

2.1 PROCESSO DE ENSINO

Segundo Piaget (1975), a criança expõe seus aprendizados através da linguagem. E, dessa maneira que o professor pode ter a certeza a respeito do desenvolvimento cognitivo do estudante. Os estudos de Piaget se inspiravam na teoria kantiana, que afirmava que:

O processo de conhecimento implica, de um lado, a existência de um objeto a ser conhecido, que suscita a ação do pensamento humano e, de outro, a participação de um sujeito ativo capaz de pensar, de estabelecer relações entre os conteúdos captados pelas impressões sensíveis, a partir das suas próprias condições para conhecer, ou seja, a partir da razão (PALANGANA, 1998. p. 34).

Piaget reforça essa ideia ao afirmar que “[...] a linguagem não é suficiente para explicar o pensamento, as estruturas que caracterizam este último têm suas raízes na ação e nos mecanismos senso-motores, que são mais profundos que o fato linguístico. A linguagem, portanto, é condição necessária, mas não suficiente para a construção das operações lógicas” (PIAGET, 1973, p. 92). Para Piaget, a linguagem

e as ações da criança estão interligadas no desenvolvimento do pensamento, na qual a atividade prática um fator determinante para a construção do conhecimento.

Nesse sentido, cabe ao professor no decorrer do processo de ensino estabelecer uma relação acerca do que ele irá ensinar, com os saberes que os estudantes já possuem, o que vai gerar maior interesse pelo que será explorado e trabalhado em sala de aula, criando uma conexão desta com o cotidiano dos estudantes. Pois, a aprendizagem escolar se constitui de:

[...] processos de assimilação de determinados conhecimentos e modos de ação física e mental, organizados e orientados no processo de ensino. Os resultados da aprendizagem se manifestam em modificações na atividade externa e interna do sujeito, nas suas relações com o ambiente físico e social (LIBÂNEO, 1994, p. 80).

Libâneo (1994) ainda registra que o processo de ensino não se trata de uma simples transmissão de informações. É na verdade, uma ação mediada pelo professor, entre os conhecimentos atuais dos estudantes e os novos conceitos, conteúdos e matérias recorrentes desse processo. Por meio do processo de ensino, entende-se que a ação de aprender é pela qual os alunos assimilam cognitivamente os fatos, conceitos, fenômenos e as relações que ocorrem da natureza e sociedade. E o processo de assimilar conhecimentos é fruto da reflexão propiciada pelas ações mentais que caracterizam o pensamento e pela percepção prático-sensorial, que são desenvolvidas durante o processo de ensino e aprendizagem (LIBÂNEO, 1994). No processo de ensino a assimilação ativa, é vista como fundamental pois essa desenvolve nos estudantes a capacidade de lógica e o raciocínio, fatores que geram a aprendizagem (TAVARES, 2011).

Piaget entende que a aprendizagem não é apenas a internalização de conteúdos prontos, mas um processo ativo no qual a criança constrói conhecimento a partir de suas próprias ações e interações com o meio. Segundo Sousa e Carvalho (2020, p. 7) “[...] a capacidade da criança de aprender, que, para Piaget, pode ser entendida como a capacidade de empregar uma lógica, manifesta-se nas ações antes de manifestar-se na linguagem”. Isso reforça a importância de práticas pedagógicas que estimulem a exploração, a experimentação e a resolução de problemas, permitindo que os alunos desenvolvam o raciocínio lógico e construam conhecimento de forma significativa, que ocorre quando somos confrontados com novas informações, que

para Pakpahan e Saragih (2022, p. 52, tradução nossa¹) ao “[...] nos deparamos com uma nova informação, damos sentido a essa informação referindo-nos à informação que já possuímos (informação processada e aprendida anteriormente) e tentamos encaixar a nova informação na informação que já tem”.

Para Libâneo (1994) é por meio da atividade didática, que o professor busca estimular nos estudantes, o gosto e o desejo pelos estudos, ao apresentar a relação e importância do conhecimento para a vida e para o trabalho. Por meio desse processo, ao fazer uso de diferentes estratégias e metodologias, o professor possibilitará diferentes situações que vão gerar no estudante estímulos para pensar e analisar os conceitos e conteúdos explorados e os relacionar com a realidade a sua volta.

Trata-se de um conjunto de ações planejadas e direcionadas que visam a construção do conhecimento de forma dinâmica, permite ao aluno desenvolver habilidades cognitivas, sociais e emocionais. A interação constante entre o conteúdo, o aluno e o professor, mediada pela atividade, faz com que o aprendizado se torne significativo e duradouro (PERRENOUD, 2002).

Constitui em uma maneira pela qual o professor organiza a ação docente ou trabalho pedagógico no contexto da sala de aula, que consiste num grupo de procedimentos específicos, natural das situações que envolvem o processo de ensino e de aprendizagens e ajusta-se como mediador da relação entre o aluno e um determinado objeto de conhecimento e entre esse aluno e as relações sociais inerentes as situações pedagógicas centradas no aluno, considerar suas experiências anteriores e a construção ativa do conhecimento. Não deve ser apenas uma transmissão de informações, mas um processo colaborativo no qual o aluno tem um papel ativo (SILVA SOUSA, 2021; MELO, ALCÂNTARA; BRITO, 2022)

O que pressupõe que o processo de aprendizagem na escola vai depender de determinados procedimentos e ações que são parte dos programas de ensino, para acontecer significativas mudanças no estado de compreensão do aluno, que leva à aprendizagem. E, essa só ocorre quando, o conteúdo é relevante e contextualizado, de modo que o aluno não apenas memorize, mas compreenda e aplique o que aprendeu em situações reais. Isso acontece, por meio de um processo interativo, no

¹ Trecho original: “[...] this means that when you are faced with new information, you make sense of this information by referring to information you already have (information processed and learned previously) and try to fit the new information into the information you already have”.

qual o aluno é desafiado a questionar e a construir seu próprio conhecimento mais duradouro e útil, sempre com base na realidade em que está inserido (MOREIRA, 2022; LIMA, 2021).

Para Leontiev (1983) é a atividade real vivenciada pelo sujeito que irá determinar o desenvolvimento da consciência, é através da atividade que este se relacionará com o mundo a sua volta e comenta Martins (2016, p. 41) que Leontiev apresenta uma diferença entre atividade e ação:

[...] identificando a ação como parte da atividade; elas se diferenciam por sua relação específica com o motivo (atividade) e com o objetivo (ação). Uma mesma ação pode fazer parte de diferentes atividades, assim como pode passar de uma atividade para outra. Leontiev determina a ação como um processo orientado, impulsionado não por seu objetivo, e sim pelo motivo da atividade que a ação dada realiza.

No que se refere ao processo de ensino e aprendizagem, o professor deve organizar a sua prática docente através de situações em que estejam bem clarificados e suficientes, os objetivos (ações) para promover através das atividades didáticas, avanços conceituais por parte dos alunos, que para Bryce e Blown (2024, p. 4625) só ocorre através:

[...] da reciprocidade transparente e aberta de compreensões; os aprendentes devem apreciar o que o professor está a tentar alcançar; este deve trabalhar com os seus esforços; ambas as partes devem saber o que estão mutuamente interessadas em fazer durante a instrução (tradução nossa²).

As estratégias de sala de aula bem-sucedidas devem girar em torno das habilidades do professor em elaborar conceitos, organizadores³ avançados e conjuntos mentais que provavelmente levarão à compreensão dos alunos ao que se propõe, acesso ao conhecimento.

Núñez (2009, p. 69) afirma que para Leontiev, “[...] a atividade conceitual na criança não surge porque ela domina o conceito, mas, pelo contrário, domina o conceito porque aprende a agir conceitualmente, ou seja, a prática é conceitual”. Esse autor afirma que, o professor deve realizar uma análise do conteúdo da atividade, pois

² Trecho original: “[...] da transparently open reciprocity of understandings; learners should appreciate what their teacher is trying to achieve; he/she must work with their endeavors; both parties should know what they are mutually concerned to do during instruction”.

³ Para Ausubel (2003), organizadores são aqueles destinados a facilitar a aprendizagem significativa de tópicos específicos, ou série de ideias estreitamente relacionadas.

esse é um recurso didático essencial para planejar as estratégias de ensino, pois ajuda ao professor “[...] delimitar a estrutura de seus componentes principais e as relações funcionais que entre eles se estabelecem” (*Ibidem*, p. 71).

Vale salientar que o processo de ensino ajuda a “[...] transformar sujeitos e mundo em algo melhor. O homem só entende o processo de construção do saber quando aprende a problematizar suas práticas” (SILVA; DELGADO, 2018, p. 45) e ainda para esses autores “[...] o objetivo do processo de ensino e aprendizado é a formação do aluno, como ele vai ser capacitado, de quais formas a escola pode ajudar em seu processo de desenvolvimento” (idem, p. 45).

Para tanto é preciso buscar promover um ensino que promova nos estudantes uma consciência crítica, pois “[...] o caráter educativo está relacionado aos objetivos do ensino crítico e é realizado dentro do processo de ensino. É através desse processo que acontece a formação da consciência crítica dos indivíduos” (BATISTA, SANTOS; SOUZA, 2020).

Paulo Freire, pressupunha que não pode ocorrer ensino sem aprendizagem, pois para esse educador, a ação de educar alguém condiz com um intercâmbio constante e trata-se de um processo dialógico e, nessa relação de ensino e aprendizagem, professores e alunos trocam de papéis constantemente, pois os alunos aprendem ao passo que ensinam e o professor ao ensinar aprende com o outro e isso vai ocorrendo de diferentes maneiras. Mas, o que é aprendizagem?

2.2 O QUE É A APRENDIZAGEM?

O que nos remete a palavra aprender? Trata-se de um processo complexo no qual uma pessoa ou mais, especificamente no contexto escolar o estudante, aprende ou adquire conhecimento, desenvolve habilidades, atitudes e compreensão por meio da reflexão, da organização de pensamentos, da experiência, de estudos e imaginações, geralmente por meio do processo de ensino. Fundamentalmente, significa desenvolver novas compreensões ou entendimento acerca de algo, modificar comportamentos ou construir novos significados e compreensões a respeito de seu cotidiano. O termo aprendizagem no dicionário Aurélio é definido como:

[...] um processo por meio do qual uma nova informação é incorporada à estrutura cognitiva do indivíduo, por se relacionar a um aspecto relevante dessa estrutura. Esse novo conteúdo poderá modificar o outro já existente, dando-lhes outros significados (FERREIRA, 2018).

Quando aprendizagem ocorre, os envolvidos potencializam, adquirir novos conhecimentos, habilidades, atitudes e comportamentos. Tal processo pode ocorrer de várias maneiras, incluindo a instrução direta, a observação, a experiência prática e a interação com o ambiente. Aprender, envolve a assimilação de informações, a compreensão de conceitos e a aplicação prática do que foi aprendido, por meio da investigação, a qual “[...] implica orientar os alunos para que explorem e compreendam ativamente os conceitos através de experiências práticas, pensamento crítico e resolução de problemas” (ASSUAH, 2023, p. 13, tradução nossa⁴).

A aprendizagem é um processo contínuo e interrupto ao longo da vida, que vai desde a infância até a velhice e, ocorre em diferentes contextos, como na escola, no trabalho, em casa e na comunidade. Melo et al. (2020, p. 905) consideram “[...] a aprendizagem como um processo que ocorre a apropriação de certos conhecimentos e comportamentos de atuação física e mental, ordenado e direcionado no processo ensino aprendizagem”.

No que se refere a vida acadêmica, vários são os fatores que corroboram para que aconteça de forma eficaz a aprendizagem, entre os quais, os mais relevantes, são as expectativas vindouras dos estudantes, as oportunidades que o espaço escolar proporciona e a atuação do professor. É, através da aprendizagem, que o indivíduo se desenvolve pessoal e profissionalmente, adapta-se às mudanças e enfrenta novos desafios.

O referido processo é dinâmico e interativo com o mundo que está no entorno ou no contexto do estudante que se apropria de informações, conhecimentos e estratégias adaptativas, como ponto de partida de suas próprias iniciativas e interesses, associadas aos estímulos que recebe do meio social em que está inserido (TABILE; JACOMETO, 2017).

A respeito dos processos de aprendizagem e desenvolvimento Viegas e Carletto (2013, p. 528) consideram que “[...] são intimamente relacionados e passam, necessariamente, pela mediação. Ambos somente são possíveis por meio das

⁴ Trecho original: “Inquiry based learning involves guiding students to actively explore and understand concepts through hands-on experiences, critical thinking, and problem-solving”

interações sociais de produção, nas quais a linguagem desempenha um papel essencial”. Ou seja, a relação que o indivíduo estabelece com o mundo externo não é direta, essencialmente ela é mediada por produtos culturais tais como instrumentos e signos e pelas interações entre indivíduos.

No processo de aprendizagem, o contexto escolar é essencial ao desenvolvimento do sujeito, devido os elementos cognitivos e linguísticos para o ensino formal da linguagem escrita, além das relações sociais que se promovem no desenvolvimento, como a tantos outros elementos que estará exposto e necessários no contexto educacional. Para Brito (2011, p. 34) a aprendizagem é:

[...] um processo de descoberta, de construção pessoal e de significados compartilhados, que são obtidos da informação e da experiência, filtrados pelas percepções, sentimentos e pensamentos, bem como da negociação com os outros [...] que há uma relação entre a aprendizagem ocasionada nas atividades e relações do cotidiano e a aprendizagem científica ou formal.

O processo de aprendizagem deve estimular os estudantes a construir conhecimentos vinculados ao seu cotidiano, que tenha sentido para ele. Para assimilar determinados conhecimentos é preciso estar incorporados a ele, não somente contextos temporais, mas, um maior período de tempo e assim, começa a surgir, novas aprendizagens, então precisam ser reunidas as já existentes, e provoca assim, a construção e desenvolvimento de novas ideias e atitudes. O processo de aprender envolve investigar e segundo Assuah (2024, p. 15):

Aprendizagem baseada na investigação incentiva os alunos a explorar ativamente, investigar e construir a sua compreensão dos conceitos através de atividades práticas, experimentação e resolução de problemas. Esta aprendizagem promove o desenvolvimento de competências de pensamento crítico, reflexão e metacognição (...) (tradução nossa⁵).

Aprender tem como pressuposto promover ou facilitar e desenvolver saberes relevantes, importantes na leitura de mundo, para pensar de forma crítica, reflexiva e ter condições de interagir nesse contexto.

⁵ Trecho original: “Inquiry-based learning encourages students to actively explore, investigate, and construct their understanding of concepts through hands-on activities, experimentation, and problem-solving. It promotes the development of critical thinking skills, reflection, and metacognition (...)”

Neste estudo destacam-se as considerações teóricas a respeito do ensino e da aprendizagem, as quais considera-se como fundamentais para a compreensão de como a pessoa adquire ou desenvolve a Aprendizagem Significativa. Mas, o que é Aprendizagem Significativa?

2.3 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA SEGUNDO AUSUBEL

Percursor da Aprendizagem Significativa, David Paul Ausubel⁶, teve suas ideias amplamente influenciadas pelas de Jean William Fritz Piaget (1896-1980), especialmente aquelas relacionadas aos esquemas conceituais. Para Ausubel ocorre no cérebro humano o armazenamento de informações “[...] altamente organizado, formando uma hierarquia conceitual, na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos” (MOREIRA; MASINI, 2009, p. 16).

Ausubel relacionou essa teoria com a sua, na tentativa de entender com a maneira pela qual as pessoas adquirem novos conhecimentos. Para Piaget (1972, p. 01).

[...] conhecimento não é cópia da realidade. Para conhecer um objeto, para conhecer um acontecimento não é simplesmente olhar e fazer cópia mental, ou imagem, do mesmo. Para conhecer um objeto é necessário agir sobre ele. Conhecer é modificar, transformar o objeto, e compreender o processo dessa transformação e, conseqüentemente, compreender o modo como o objeto é construído. Uma operação é, assim, a essência do conhecimento. É uma ação interiorizada que modifica o objeto do conhecimento

Na teoria de Ausubel, o conceito central é o de aprendizagem significativa. Ele considerava ser um processo por meio do qual uma nova informação é relacionada

⁶ David Ausubel (1918-2008) nascido no Brooklyn, Nova York, em 1918, período que o povo judeu enfrentava conflitos religiosos. Ausubel era filho de uma família judia e pobre de imigrantes oriundos da Europa Central, era insatisfeito com a educação que recebeu. Sua formação foi em medicina com especialização em Psiquiatria. Foi um psicólogo, educador e pesquisador americano que dedicou sua vida profissional à Psicologia Educacional, com a finalidade de trazer melhorias essenciais para o verdadeiro aprendizado (CARVALHO; MATOS, 2021). Ausubel, foi professor emérito, em Nova York da Universidade de Colúmbia e na Universidade de Illinois entre 1950-1966, na Universidade de Nova York entre 1966-1975, trabalhou na área de pesquisa educacional, na psicologia étnica e no campo da aprendizagem (DISTLER, 2015).

de maneira não-arbitrária e substantiva. Segundo Pivatto e Schuhmacher (2013, p. 198);

A aprendizagem significativa é caracterizada por uma interação entre os aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações, por meio das quais essas adquirem significado e são integradas a uma estrutura hierárquica altamente organizada de subsunçores de maneira não - arbitrária e não – literal.

Nesse processo, essa nova informação, se relaciona com uma estrutura específica do conhecimento, denominado por Ausubel de subsunçores. Para Ostermann e Cavalcanti (2011, p. 23), o subsunçor está presente na estrutura cognitiva de quem aprende, ou seja, é:

[...] um conceito, uma ideia, uma proposição já existente na estrutura cognitiva, capaz de servir de ‘ancoradouro’ a uma nova informação de modo que ela adquira, assim, significado para o indivíduo: a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ‘ancora-se’ em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva.

A aprendizagem significativa é uma teoria cognitivista⁷, segundo Agra et al. (2019), que busca explicar os mecanismos internos que acontecem na mente humana voltada ao aprendizado e à estruturação do conhecimento. Para estes autores “[...] trata-se de uma estratégia promissora em situação formal de ensino, a qual consiste na interação não arbitrária e não literal de novos conhecimentos com conhecimentos prévios (subsunçores) relevantes” (AGRA et al., 2019, p. 559). Essas estruturas de conhecimento específicos podem trazer novas informações e que passa a dar significado real ao conhecimento adquirido, as quais ocorrem por meio da interpretação e aplicação das informações novas a conhecimentos já existentes ou experienciados. Ocorre um processo da compreensão, transforma, armazena e utiliza informação incluídas na cognição, e tem objetivo de reconhecer os padrões estruturados por essa mudança (MOREIRA, 2022; FARIAS, 2022; ABREU SANTOS; NÓBREGA, 2022)

Ausubel (2003) ressalta a importância de conectar o novo conhecimento com o conhecimento prévio do aprendiz. Ele acredita que a aprendizagem significativa

⁷ “A teoria cognitiva tem como objeto de estudo principal a natureza e a função dos aspectos cognitivos, ou seja, o processamento de informação que é o ato de atribuir significado a algo. O objetivo da Teoria Cognitiva é descrever a natureza de conceitos (resultados de processos cognitivos)” (BAHLS; NAVOLAR, 2004, p. 03).

ocorre quando o novo material é relacionado de forma lógica e substantiva com conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo, ou seja, a integração da nova informação com o conhecimento prévio, pressupor “[...] aquilo que ele já sabe, ou seja, aquilo que está incorporado na sua estrutura cognitiva” (AUSUBEL, 2003, p. 46). Ele considerava altamente organizado o armazenamento de informações no cérebro, “[...] formando uma hierarquia conceitual na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados (e assimilados) a conceitos mais gerais, mais inclusivos” (DISTLER, 2015, p. 05).

Para Ausubel (2003), a aprendizagem significativa envolve a organização hierárquica e proposicional do conhecimento na mente do aprendiz. Um dos pressupostos da aprendizagem significativa ocorre quando o aluno consegue atribuir significado ao que é estudado. E, para que essa “[...] mudança resulte na estrutura cognitiva dos alunos, o conceito de conhecimento dos alunos é modificado e forma-se uma nova rede de conhecimento” (NURHASANAH et al., 2022, p. 5729, tradução nossa⁸). Comentam Moraes e Junior (2015) que tais significados precisam ter sempre atributos pessoais ou correlações individuais para que o processo de construção cognitiva aconteça.

Para promover a aprendizagem significativa, Ausubel propõe que a organização do conteúdo a ser ensinado obedeça basicamente a dois princípios básicos: a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa. Para Moreira (2006, p. 65) a diferenciação progressiva “[...] é o princípio segundo o qual as ideias e conceitos mais gerais e inclusivos do conteúdo da matéria de ensino devem ser apresentados no início da instrução e, progressivamente, diferenciados em termos de detalhe e especificidade”. Para o autor a reconciliação integrativa é “[...] o princípio programático segundo o qual a instrução deve também explorar relações entre ideias, apontar similaridades e diferenças importantes e reconciliar discrepâncias reais ou aparentes” (*Ibidem*, p. 65).

O processo de aprendizagem só será significativo aos alunos se as condições atuais de aprendizagem estiverem relacionadas as condições das aprendizagens anteriores. Ou seja, que “[...], é preciso que existam subsunçores relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz para que os novos conhecimentos possam se relacionar com eles” (MORAES; JUNIOR, 2015, p. 02). Conectar ao novo, para Masini

⁸ Trecho original: “[...] so that the form of change will result in the cognitive structure of students, the concept of knowledge of students is modified and a new knowledge network will be formed”.

e Moreira (2023) um conhecimento relevante já existente, possibilita a abstração e o entendimento de contextos e realidades distintas (fenômenos, processos, realidades que podem estar distantes, em outras sociedades, em outro local) para dar significado e, portanto, pressupõe uma aprendizagem significativa, e esta é aquela que segundo Nascimento (2012, p. 10):

[...] tem vantagens notáveis no desenvolvimento do aluno, tanto do ponto de vista da lembrança posterior e a utilização do enriquecimento da estrutura cognitiva do aluno como ponto de vista da lembrança posterior e a utilização para experimentar novas aprendizagens, fatores que a delimitam como a aprendizagem mais adequada para ser promovida entre os alunos, podendo deste modo, conseguir a aprendizagem significativa tanto por meio da descoberta como por meio da recepção.

De acordo com França e Sousa (2015, p. 30), que quando Ausubel diz “aquilo que o aprendiz já sabe”, ele está se referindo a “estrutura cognitiva”, ou seja, “[...] refere-se ao conteúdo e à organização de suas ideias naquela área particular de conhecimento. A ênfase é dada na aquisição, armazenamento e organização das ideias no cérebro do indivíduo”. Segundo Silva e Correia (2023, p. 03), Ausubel considerou:

[...] que na estrutura cognitiva, se processam o armazenamento, a organização e a interação dos conhecimentos. O teórico também acredita que, na mente do sujeito, o armazenamento de informações é bastante organizado e que existe uma hierarquização de conceitos, que são mais gerais e inclusivos.

No processo de armazenamento dos conhecimentos, ao mesmo tempo em que está progressivamente diferenciando sua estrutura cognitiva, está também fazendo a reconciliação integradora de modo a identificar semelhanças e diferenças e reorganizar seu conhecimento. Quer dizer, o aprendiz constrói seu conhecimento, produz seu conhecimento (MASINI; MOREIRA, 2023; MOREIRA, 2019).

A aprendizagem significativa resulta em uma compreensão profunda e duradoura do material, em contraste com uma aprendizagem superficial baseada em memorização de informações sem conexão com o conhecimento prévio. A aprendizagem significativa “[...] promove a utilização prática do conhecimento, facilitando a sua integração e valorização efetiva. Ao estabelecendo ligações entre os novos conhecimentos e a informação previamente adquirida, é possível construir

conceitos mais abrangentes e profundos (MAEBARA et al., 2024, p. 19, tradução nossa⁹)

Para Silva (2020, p. 02) a pessoa “[...] aprende à medida que novos conhecimentos são incorporados em suas estruturas cognitivas, a partir dos conhecimentos prévios relevantes, integrando novas informações em um complexo processo pelo qual aquele que aprende adquire conhecimento”.

A aprendizagem é muito mais do que uma simples condução dos estímulos criados na memória sensorial para a memória de curto prazo e, desta, para a memória de longo prazo. A informação é processada sob determinadas formas conceptuais, formando-se primeiro o núcleo representativo do conceito e só depois ocorre a sua representação verbal (MOREIRA, 2019).

Ausubel acreditava que o indivíduo forma o conhecimento principalmente quando são expostos a novas informações, em vez de construí-las ativamente. Isso ocorre por meio de processos de ligação entre o conhecimento anterior e o novo conhecimento a ser elaborado pelo aluno. Costa (2017, p. 228) enfatiza que “[...] se não há essa interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio, não há aprendizagem significativa”. O objetivo é que o novo conhecimento, faça sentido para o aluno e seja relacionável com outros conhecimentos de seus interesses (MASINI; MOREIRA, 2023).

Na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, o aluno não é um receptor passivo. Ele deve fazer uso dos significados que já internalizou, de maneira substantiva e não arbitrária, para poder captar os significados dos materiais educativos, pois a aprendizagem é considerada significativa quando é ativa e “[...] consiste no engajamento do aluno de maneira ativa na aquisição de conhecimentos focando seus objetivos e indo atrás do conhecimento de maneira proativa” (MUCAUQUE; CHAGUALA; SOQUIÇO JÚNIOR, 2020, p. 221).

Aspectos relacionados ao cotidiano escolar dos alunos e a utilização à vida e suas vivências e experiências podem ser instrumentos que fundamentam o processo gerador da aprendizagem, bem como a utilização de experiências e tarefas já de conhecimento dos mesmos. Através da “[...] estrutura cognitiva existente de um indivíduo (organização, estabilidade e clareza do conhecimento em um determinado

⁹ Trecho original: “[...] promotes the practical use of knowledge, facilitating its integration and effective valorization. By establishing connections between new knowledge and previously acquired information, it is possible to build more comprehensive and profound concepts”.

assunto) é o fator principal e básico que influencia o aprendizado e a retenção de novos materiais significativos” (COSTA JÚNIOR et al., 2023, p. 58)

Ausubel (2003) realça a importância da atividade mental ativa do aprendiz na construção do significado do conhecimento. Isso envolve processos cognitivos como análise, síntese, comparação, interpretação e aplicação do conhecimento.

2.4 APRENDIZAGEM SIGNIFICANTE SEGUNDO ROGERS

Rogers é considerado o criador da corrente na psicologia denominada de Humanista, que desenvolveu uma resposta, em oposição aos modelos psicanalítico e comportamentalista que visavam explicar o comportamento humano, por meio de resultados e período longo de pesquisa e experiências com o ser humano, as quais refletiram em uma ampla contribuição os processos de ensino e de aprendizagem por meio da “[...] abordagem humanística que considera o estudante como pessoa, na qual o ensino deve promover a autorrealização e o crescimento pessoal do mesmo” (MOREIRA, 2019, p.138).

Essa abordagem da aprendizagem de Carl Rogers difere em determinados aspectos da proposta por Ausubel. Rogers em sua teoria prioriza mais a experiência individual do aprendiz e a importância de um ambiente facilitador para o crescimento pessoal e a aprendizagem. Nessa teoria, segundo Kramer e Oliveira (2024, p.4032):

[...] o aluno detém uma potencialidade intrínseca, que o conduz a uma condição natural para aprender, que é fortalecida quando o professor oportuniza ao aluno a vivência com situações do cotidiano e problemas inerentes à vida em sociedade, dentro de um clima de autonomia, liberdade e expressão de sentimentos, onde possa sentir-se motivado para aprender, descobrir, transformar e criar.

Entre os conceitos Rogers se refere à questão da aprendizagem significativa, que para ele, vai muito mais que acumular fatos, acontecimento ou informações, é um processo que vai provocar “[...] uma modificação, quer seja no comportamento do indivíduo, na orientação da ação futura que escolhe, ou nas atitudes e na sua personalidade. É uma aprendizagem penetrante que não se limita a um aumento de conhecimentos” (SILVA; LIMA; PONTES, 2023, p. 9042).

A Teoria da Aprendizagem Significante proposta por Rogers é centrada no indivíduo, ele ressalta a importância de focar no indivíduo como um ser único, com suas próprias experiências, sentimentos, valores e perspectivas. Acreditava que a aprendizagem significativa ocorre quando o aprendiz está envolvido ativamente no processo de descoberta e construção do conhecimento. Para Rogers, comenta Silva, Lima e Pontes, (2023, p. 9043), a aprendizagem vai muito além do aspecto cognitivo, no qual ser:

[...] significativa remete à significação como realização pessoal. Isso está diretamente relacionado aos objetivos da aprendizagem, visto que o estudante aprende efetivamente quando consegue perceber que o conteúdo tem relevância, tornando a apropriação do conhecimento muito mais rápida e colocando o estudante como centro da aprendizagem.

A abordagem humanística tem como centro do processo o aluno, uma vez que este tem potencialidades natas à aprendizagem, conforme o professor proporcione “[...] ao aluno o contato com situações/problemas de vida em um clima de autonomia, liberdade e expressão de sentimentos, em que ele se sinta motivado a aprender a descobrir e a criar” (SANTOS, OLIVEIRA; SANTOS SAAD, 2021, p. 88).

Para Rogers a aprendizagem significativa tem como base trabalhar com o aluno em sua totalidade, ou seja, tanto o intelecto quanto os sentimentos, com tal pressuposto, esse processo se torna mais duradouro, e com isso a concorre para modificar a percepção, a compreensão e a atitude do aluno. Está ligada intimamente às emoções e sentimentos dos alunos, enquanto ser em sua totalidade. Essa “totalidade”, para Rogers está relacionado ao sentido de envolver, em sua completude, sentimentos (afetividade) e intelectual, de maneira que o aluno, tenha maiores condições apropriação do que está aprendendo (ROGERS, 2017).

Segundo Rogers, o ser humano é uma unidade indivisível de mente e corpo, por isso ele se refere a essa totalidade como "organismo", destacando que não é possível separar o físico do mental. Rogers comparava o desenvolvimento cognitivo do ser humano a um jardim: se receber os cuidados adequados, como água, sol e nutrientes, atingirá seu pleno potencial. Da mesma forma, o aluno pode florescer em um ambiente de aprendizagem facilitador, onde prevaleçam respeito, empatia, autenticidade e aceitação por parte do professor ou tutor. Esse ambiente encoraja o estudante a explorar, questionar e expressar suas ideias com liberdade (MELO,

ALCÂNTARA; BRITO, 2022). Ainda para Swan, Chen e Bockmier - Sommers (2020, p.0 5, tradução nossa¹⁰) “[...] a colaboração, a liberdade de criar conhecimento e as e as competências de pensamento crítico aumentaram o empenho e a participação dos estudantes nas atividades de aprendizagem”.

É relevante destacar que Rogers questiona e refuta o professor como o detentor de saber e, para ele, o aluno é um ser ativo, com liberdade, autonomia e responsabilidade no processo de construção do próprio conhecimento. O aluno tem a potencialidade de livremente agir, de maneira responsável, sem estar vinculado aos padrões e normas estabelecidas por outras pessoas ou pela sociedade, o julgamento de outros não me é benéfica como caminho pois “[...] apenas uma pessoa pode saber que eu procedo com honestidade, com aplicação, com franqueza e com rigor, ou se o que faço é falso, defensivo e fútil. E essa pessoa sou eu mesmo” (ROGERS, 2017, p. 28).

A aprendizagem significativa de Rogers, está relacionada ao desenvolvimento do autoconceito e da autoestima do aprendiz. Ele argumenta que um aprendiz que se percebe como capaz, valorizado e aceito é mais propenso a engajar-se na aprendizagem de maneira significativa. Com isso o autor quer dizer que uma aprendizagem só é significativa, se ir muito além da importância dos conteúdos, o mais essencial nesse processo é a capacidade que a pessoa adquire para interiorizar o processo constante de aprendizagem (ROGERS, 1986). Uma aprendizagem deve ser autogerida, na qual o aprendiz tem autonomia para escolher seus objetivos de aprendizagem, explorar suas próprias perguntas e interesses, e tomar responsabilidade por seu próprio processo de aprendizagem. Em essência, para Putri et al., (2024, p. 67, tradução nossa¹¹) “[...] cada aluno tem seu próprio ritmo de aprendizagem. O sucesso da aprendizagem pode ser alcançado se o processo e os resultados produzirem alunos que estejam cientes de sua personalidade e ambiente”

Comenta Rogers (1977) que a aprendizagem significativa é aquela que gera o ato de aprender por meio da busca de novos conhecimentos e transforma o aluno em

¹⁰ Trecho original: “[...] that collaboration, the freedom to create knowledge, and critical thinking skills increased students’ engagement and participation in learning activities. With regard to the freedom to create knowledge, face-to-face and online learning environments share this potentiality.”

¹¹ Trecho original: “[...] in essence, each student has his own learning tempo. Learning success can be achieved if the process and results produce students who are aware of their personality and environment”.

um sujeito ativo e precursor do seu crescimento no processo de aprendizagem. Ainda declara Rogers (1977, p. 05), a respeito da Aprendizagem Significativa que:

Tem ela a qualidade de um envolvimento pessoal - a pessoa, como um todo, tanto sob o aspecto sensível quanto sob o aspecto cognitivo, inclui-se no fato da aprendizagem. Ela é auto iniciada. Mesmo quando o primeiro impulso ou o estímulo vêm de fora, o senso da descoberta, do alcançar, do captar e do compreender vem de dentro. É penetrante. Suscita modificação no comportamento, nas atitudes, talvez mesmo na personalidade do educando.

O processo de aprendizagem é regido de princípios, ou seja, ele é baseado em algumas indagações e afirmações em que, tanto os alunos quanto os professores devem-se estar atentos (ROGERS, 2017). Para Pinheiro e Batista (2018, p. 77), aprendizagem significativa é a que:

[...] provoca alterações no comportamento do indivíduo, ou seja, através do envolvimento mútuo entre o conhecimento, sentimentos e expectativas pessoais, possibilitando tratar aprendizagem não só da mente, mas aquela aprendizagem que envolve o todo.

O ato de aprender é próprio à cada pessoa, no qual os conhecimentos passam a ser assimilados devido a importância do “[...] conteúdo ministrado, vinculados diretamente ou eventualmente as vivências do aluno e, são melhor apreendidas e assimiladas, quando a insatisfação do eu é reduzida ao mínimo” (ROGERS, 1974, p. 384). Para Zimring (2010, p. 36) a aprendizagem significativa:

É uma aprendizagem penetrante, que não se limita a um aumento de conhecimentos, mas que penetra profundamente todas as parcelas da sua existência as que se seguem: A pessoa começa a ver-se de modo diferente. Se aceita e aceita seus sentimentos de uma maneira mais total. Torna-se mais autoconfiante e mais autônoma. Torna-se mais na pessoa que gostaria de ser. Adota objetivo mais realista. Comporta-se de uma forma mais amadurecida [...]. Aceita mais abertamente os outros. Torna-se mais aberta à evidência, tanto no que se passa fora de si como no seu íntimo. Modifica suas características básicas de personalidade, de uma maneira construtiva.

Para ele é preciso valorizar a aprendizagem baseada na experiência direta e na vivência do aprendiz. Ele acredita que as experiências pessoais e emocionais têm um papel central na construção do conhecimento significativo (SILVA SOUSA, 2021).

Rogers, propõe em suas teorias, que aprendizagem significativa, ocorre a partir das situações problemas, as quais os alunos são expostos e, somente assim, poderão se motivar a superá-la, é claro que o professor é peça fundamental neste processo. Ele pode demonstrar apoio, confiança e motivar os indivíduos a serem capazes de superar seus obstáculos, dessa maneira gradativa pode ocorrer sua aprendizagem. Como consequência mudará o seu comportamento tanto de aceitação quanto de responsabilidades. Para Rogers (1959, p. 232), “[...] tal aprendizagem não pode ser facilitada se quem ensina não for autêntico e sincero”.

Rogers defendia uma concepção de aprendizagem significativa ou experimental, que está imbuída de sentido das experiências vivenciadas pelo indivíduo no decorrer do processo de aprendizagem. Por exemplo uma criança ao descobrir a sensação e o significado “[...] do termo ‘choque elétrico’ ao inserir seu dedo no contato da tomada, esse modo de aprendizagem se torna mais memorável para o aprendiz porque envolveu sensações além do raciocínio” (SOUZA; LOPES; SILVA, 2013, p.411). A aprendizagem significativa “[...] combina o lógico e o intuitivo, o intelecto e os sentimentos, o conceito e a experiência, a ideia e o significado” (ZIMRING, 2010, p. 38).

A aprendizagem é muito mais do que uma simples condução dos estímulos criados na memória sensorial para a memória de curto prazo e, desta, para a memória de longo prazo. A informação é processada sob determinadas formas conceptuais, formando-se primeiro o núcleo representativo do conceito e só depois ocorre a sua representação verbal (MOREIRA, 2019).

A aprendizagem significativa de Rogers é centrada na pessoa, valoriza a experiência individual, enfatiza a importância de um ambiente facilitador e de apoio emocional, e promove a autonomia e a auto direção do aprendiz no processo de aprendizagem. Essa abordagem é particularmente relevante em contextos de educação humanista e centrada no aluno.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

Esta pesquisa teve como objetivo geral desenvolver uma sequência de atividades didático-pedagógicas para os processos de ensino e aprendizagem, para a realização experiências significativas com a proposição de confecção de experimentos matemáticos, além de apresentar sugestões de suas utilizações no estudo de conteúdos de programáticos de Matemática para os estudantes dos Ensinos Fundamental e Médio.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a. Desenvolver, registrar e apresentar um guia de construção dos experimentos didáticos “Lei de Hooke” e “Espelhos Planos”;
- b. Apresentar uma sequência didática de utilização dos referidos experimentos;
- c. Correlacionar as atividades pedagógicas propostas com o documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para estudantes dos Ensinos: Fundamental e Médio;
- d. Relacionar as atividades didáticas propostas nesta pesquisa com os pressupostos da aprendizagem significativa.

4. MATERIAL E MÉTODOS

Esta pesquisa previu duas etapas principais: uma delas o estudo a respeito das teorias de ensino e aprendizagem significativas baseadas em David Paul Ausubel e Carl Rogers; e a outra a proposição de elaboração de experimentos para desenvolver os processos de ensino e aprendizagem com pressupostos significativos.

Neste estudo, as habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) são referenciadas com o uso das siglas oficiais para facilitar a identificação e a consulta das competências abordadas. Para o Ensino Fundamental, as habilidades de Matemática são indicadas pela sigla EFMA, e as de Ciências pela sigla EFCA, ambas seguidas por números que especificam as habilidades abordadas. No Ensino Médio, as habilidades de Matemática utilizam a sigla EMMA, e as de Ciências da Natureza são indicadas pela sigla EMCN, também acompanhadas por números que identificam as habilidades específicas. Essa convenção oferece uma referência clara e padronizada ao longo do trabalho, com a finalidade de proporcionar alinhamento com a terminologia utilizada na BNCC.

Ao mencionar professores e alunos, neste trabalho o texto considera a sala de aula como o ambiente principal de interação entre esses sujeitos. A partir dessa perspectiva, diferentes termos foram usados para designar os papéis de cada um, e suas funções no contexto de sala aula. Para o professor foi considerado no texto como sinônimos: mediador, educador e professor; já para o aluno, empregou-se os termos: discente, educando, sujeito, indivíduo e formando. Esses termos remetem aos atores sociais em suas funções e papéis no ambiente educacional em atividade pedagógica.

4.1 EXPERIMENTOS PARA SIGNIFICATIVOS PROCESSOS DE ENSINO E APRENDIZAGEM E A BNCC

Como elaborar ou construir os experimentos matemáticos ou materiais pedagógicos para que determinados conteúdos possam ser estudados ou explorados de modo que tanto o ensino quanto a aprendizagem atendam os pressupostos significativos preconizados por Ausubel e por Rogers? Nesta Seção vamos apresentar sugestões de materiais e forma de construção dos experimentos que serão

explorados/estudados. Convém registrar que as sugestões de construção não são únicas, assim como os materiais a serem utilizados podem ser propostos/alterados de forma conveniente ou alternativa.

A pesquisa preconizou apresentar e explorar dois experimentos matemáticos para serem elaborados/construídos com a finalidade de apresentá-los em eventuais atividades pedagógicas consideradas significativas para os processos de ensino e aprendizagem. São eles o experimento “Lei de Hooke” e o experimento “Espelhos Planos”.

Seção 4 são apresentados os experimentos citados, a forma de elaboração/construção e na Seção 5 o registro de um conjunto de atividades pedagógicas consideradas significativas. Para os conteúdos explorados foi organizado um vídeo com a apresentação/sugestão de determinadas formas de uso. Todas as atividades pressupõem a realização de atividades educacionais significativas de Ensino e Aprendizagem.

É relevante destacar a potencialidade significativa das atividades experimentais com os experimentos que foram explorados nessa pesquisa. A respeito de experimentação, Guimarães (2009, p. 198) destaca que se trata de:

[...] uma estratégia eficiente para a criação de problemas reais que permitam a contextualização e o estímulo de questionamento de investigação. Nesta perspectiva, o conteúdo a ser trabalhado caracteriza-se como resposta aos questionamentos feitos pelos educandos durante a interação com o contexto criado.

Além de apresentar os fenômenos físicos possíveis com os experimentos buscou-se estabelecer uma correlação entre as atividades do Guia Didático proposto neste estudo com determinados conteúdos a serem estudados/explorados com o que preconiza a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Ao se estabelecer correlações entre aspectos da Teoria da Aprendizagem Significativa com a BNCC, observamos e registramos convergências entre determinadas proposições.

A BNCC enfatiza o desenvolvimento de competências e habilidades que vão além da memorização de conteúdo. Ela valoriza o ensino contextualizado e relevante para a vida cotidiana dos alunos, promove a aplicação prática do conhecimento em situações do mundo real. Essa perspectiva está alinhada com um aspecto fundamental da teoria de David Ausubel e também de Rogers, que defendem que a

aprendizagem é mais eficaz quando os conteúdos são significativos e se conectam ao contexto de vida dos estudantes e, portanto, ao que eles já conhecem.

Já registramos que a teoria da aprendizagem significativa, formulada por Ausubel, postula que o aprendizado é mais efetivo quando novos conhecimentos se relacionam de forma substancial com o conhecimento prévio do aluno. O aluno desempenha um papel central no processo educacional, e seu conhecimento, experiências e habilidades para construir novos significados são valorizados. A BNCC reforça o referido pressuposto ao condicionar o aluno no centro do processo de ensino, prevê a participação ativa, a autonomia e o pensamento crítico. Essa ênfase no protagonismo discente reflete o entendimento de Ausubel de que o aluno deve ser um agente ativo de seu próprio aprendizado.

De acordo com a BNCC, o aprendizado de Matemática deve possibilitar o desenvolvimento de habilidades analíticas e de resolução de problemas, de modo que os estudantes possam estabelecer conjecturas e buscar generalizações com autonomia. A Teoria da Aprendizagem Significativa se harmoniza com as diretrizes da BNCC, que propõem que as aprendizagens matemáticas devem ter significado para os alunos, relacionando-se a contextos e experiências que eles vivenciam. A ideia é que os estudantes possam aplicar os conceitos matemáticos para compreender, correlacionar e resolver problemas além de utilizar o conhecimento prévio como base para desenvolver novas competências.

Ao aplicar essa abordagem aos conteúdos programáticos que são possíveis de serem explorados com os experimentos Lei de Hooke e Espelhos Planos, materiais didáticos pedagógicos nessa pesquisa e que serão explorados nessa seção, registra-se um alinhamento com a BNCC, uma vez que esse documento propõe um ensino de Matemática que extrapole a simples apresentação de fórmulas e definições, incentiva uma compreensão profunda e prática dos conceitos com a experiência dos participantes dos processos de ensino e de aprendizagem. Isso implica em criar situações nas quais é possível aos alunos se conectarem ao conteúdo previsto com experiências do cotidiano e, idealizar e resolver problemas reais, promover uma aprendizagem significativa e contextualizada.

Conforme as orientações da BNCC para a área de Matemática e suas Tecnologias, há uma proposta para ampliar e aprofundar as aprendizagens essenciais do Ensino Fundamental, com ênfase na necessidade de construir uma visão integrada da Matemática aplicada à realidade. A BNCC organiza as habilidades matemáticas

em unidades como Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística, estimula o desenvolvimento do pensamento crítico, da comunicação, do raciocínio lógico e do uso de tecnologias.

No Ensino Médio, a BNCC mantém essa integração e enfatiza a importância de conectar o aprendizado matemático às vivências cotidianas e às demandas do mundo contemporâneo, como o mercado de trabalho e as inovações tecnológicas. Essa abordagem abrangente facilita a aplicação prática da Matemática e promove compreensão, auxilia os alunos a tomar decisões fundamentadas na análise crítica e na ética.

Dois princípios básicos que são essenciais para que ocorra a aprendizagem significativa: a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa. Os quais necessariamente precisam estar acompanhados de três requisitos básicos, que segundo Moraes e Junior (2015, p. 02, grifo dos autores) são:

Conhecimentos anteriores relevantes: ou seja, o formando deve saber algumas informações que se relacionem com as novas, a serem apreendidas de forma não trivial. ii) **Material [potencialmente] significativo:** ou seja, os conhecimentos a serem apreendidos devem ser relevantes para outros conhecimentos e devem conter conceitos e proposições significativos. iii) **O formando deve escolher aprender significativamente:** Ou seja, o formando deve escolher, consciente e intencionalmente, relacionar os novos conhecimentos com outros que já conhece de forma não trivial.

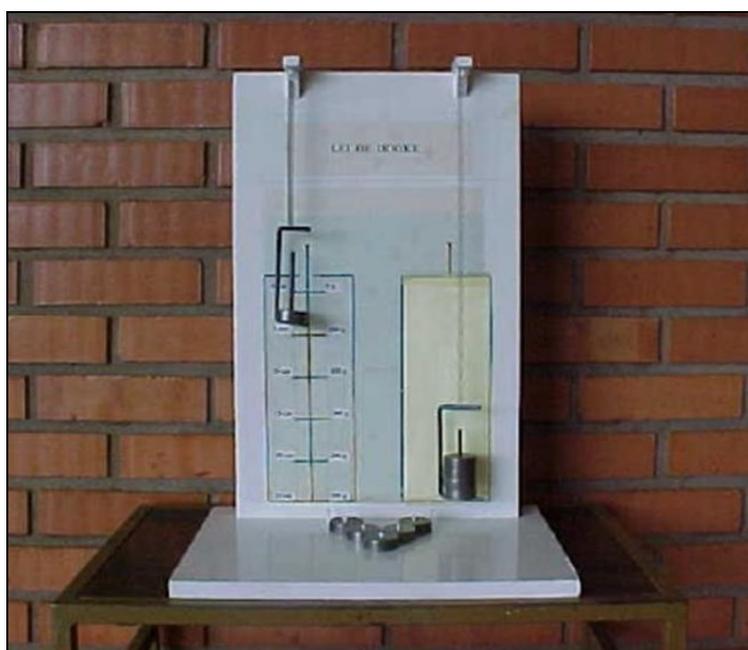
O uso de um experimento matemático com finalidade pedagógica deve permitir o contato/interação para que o estudante possa experienciar determinados fenômenos e irão permitir a construção de significados. A utilização do material concreto vai estimular e, de certa maneira, preconiza tirar, os alunos da zona de conforto e de mero observado para colocá-los em uma situação de reflexão ou zona de conflito, de modo que sejam estimulados a construir e agregar conhecimentos para posteriormente retornar a uma nova situação ou zona de equilíbrio.

O uso pedagógico de um experimento pressupõe que ele potencializa não apenas atrair o aluno, tal como a sensação de novidade, mas estimular reflexões para construir conhecimento correlacionado com observações de fatos da realidade. Acreditamos que os experimentos são facilitadores da construção cognitiva, que preconizam maior compreensão a respeito dos temas e conteúdos estudados/explorados no contexto de sala de aula e que se deve considerar os conhecimentos prévios dos alunos.

4.1.1 Experimento Lei de Hooke

O Experimento denominado “Lei de Hooke” – Figura 4.1, é um equipamento ou material didático que compõe um conjunto de materiais didáticos do Laboratório da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR *Campus* Medianeira. Mas o que é a Lei de Hooke¹²?

Figura 4. 1 – O Experimento Lei de Hooke



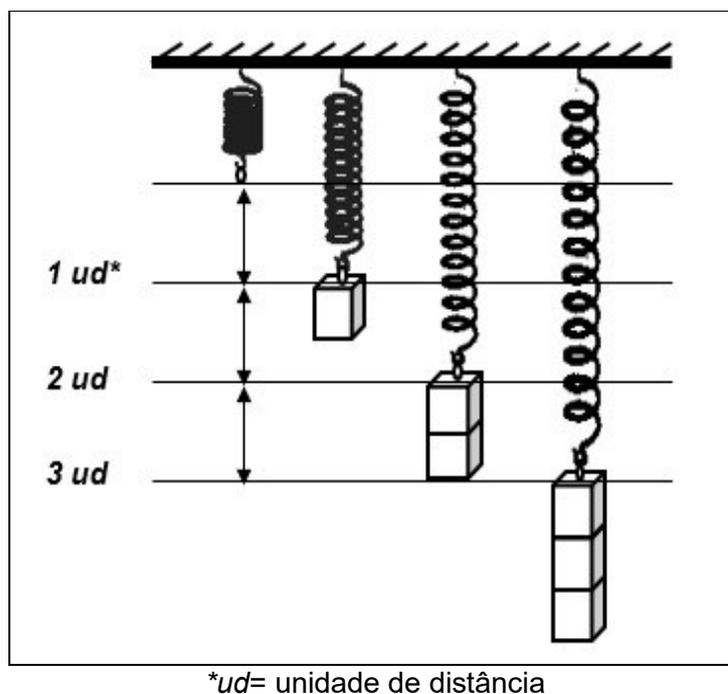
Fotografia: Carlos Alberto Mucelin, 2024.

Ao estudar os corpos sólidos e corpos em movimento, Hooke observou e enunciou que dentro de certos limites, os corpos apresentam comportamento elástico. Para a maioria dos corpos a variação de elasticidade é muito pequena. Como exemplo, ao pressionarmos uma vidraça, a deformação que ocorre pode ser de frações de milímetro. Já ao exercer pressão sobre uma régua acrílica e com uma das extremidades fixa ou presa, no sentido longitudinal a deformação que se observa pode ser de alguns centímetros.

¹² O renascentista inglês Robert Hooke (1635-1703) foi um cientista experimental do século XVII. Com seus estudos, contribuiu entre outras coisas com o desenvolvimento da biologia e criou o termo “célula”. Segundo Capra (1996) esta descoberta associada ao microscópio inventado nesse mesmo período, principiou a teoria celular que somente foi redefinida no século XIX. Com Hooke nasceu um novo paradigma na Biologia no qual a estrutura dos seres vivos passou a ser determinadas a partir de suas células.

Na Figura 4.2 pode-se observar como se comporta uma mola, submetida à força peso de um corpo de massa M , na qual uma das extremidades da mola é presa em um suporte.

Figura 4. 2 – Deformação da mola em função de massas



Com base nas considerações de Hooke, é possível observar e experienciar o que acontece com uma mola, quando massas idênticas são utilizadas e, sob a ação da gravidade da Terra tencionam e deformam essa mola. Pode-se observar que a deformação da mola ou porção distendida a cada unidade de massa é praticamente uma constante, sob determinadas condições.

As observações e considerações de Hooke a respeito do comportamento de um corpo elástico, quando submetido a uma força é muito interessante. Ele estabeleceu que dentro de certos limites, a variação do comprimento do corpo elástico é proporcional à força que lhe é aplicada como é possível observar na Figura 4. 2.

O comportamento das molas, o conjunto de massas utilizados, as variações de espaço pela deformação que se pode observar com o uso desse “experimento”, tal qual apresentado na Figura 4. 2, potencializa a um professor explorar e correlacionar de forma significativa uma série de conteúdos matemáticos previstos nas disciplinas de matemática do ensino fundamental, médio e superior. Tais proposições significativas serão tratadas nesta obra na seção 4.2.1.

A experimentação é uma estratégia essencial no ensino de Ciências, pois permite que os alunos explorem conceitos científicos de maneira prática e interativa, o que pode favorecer a aprendizagem significativa. Além disso, ao integrar conhecimentos adquiridos na vida cotidiana às estratégias de ensino, essa abordagem pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades e para uma compreensão mais profunda dos conceitos científicos. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de 2018, enfatiza a importância das experiências diárias e da interação do aluno com o ambiente como elementos fundamentais para a construção do conhecimento.

O experimento Lei de Hooke pode ser utilizado como uma estratégia pedagógica significativa no Ensino de Ciências uma vez que permite a compreensão de conceitos fundamentais da Física por meio da prática e da observação direta (COSTA; OLIVEIRA, 2021). A manipulação de molas e pesos auxilia na compreensão da relação entre a força aplicada e a deformação dos materiais, estabelece conexões com fenômenos do cotidiano, como a elasticidade de objetos e a engenharia de materiais.

O uso da experimentação com a Lei de Hooke poderá favorecer a formação de habilidades científicas nos alunos, como a observação, a coleta de dados e a interpretação de resultados. Através do uso de materiais simples, como molas e massas, os estudantes são incentivados a formular hipóteses e a verificar as implicações da Lei em situações experimentais concretas. Potencializa um ambiente no qual o aluno pode construir seu conhecimento de forma mais autônoma e reflexiva, desenvolver o raciocínio crítico e a capacidade de resolver problemas (FERREIRA; SILVA, 2022).

Essa abordagem propicia aos alunos uma experiência concreta com os fenômenos físicos, facilita a internalização dos conceitos de elasticidade e forças, que são essenciais para o estudo de muitos fenômenos naturais e, pode promover um aprendizado ativo e contextualizado, de modo a conectar a teoria à prática de forma significativa. Além de contribuir para a formação de cidadãos mais conscientes e preparados para compreender o mundo natural ao seu redor (LIMA; BARBOSA, 2020, SILVA, 2023).

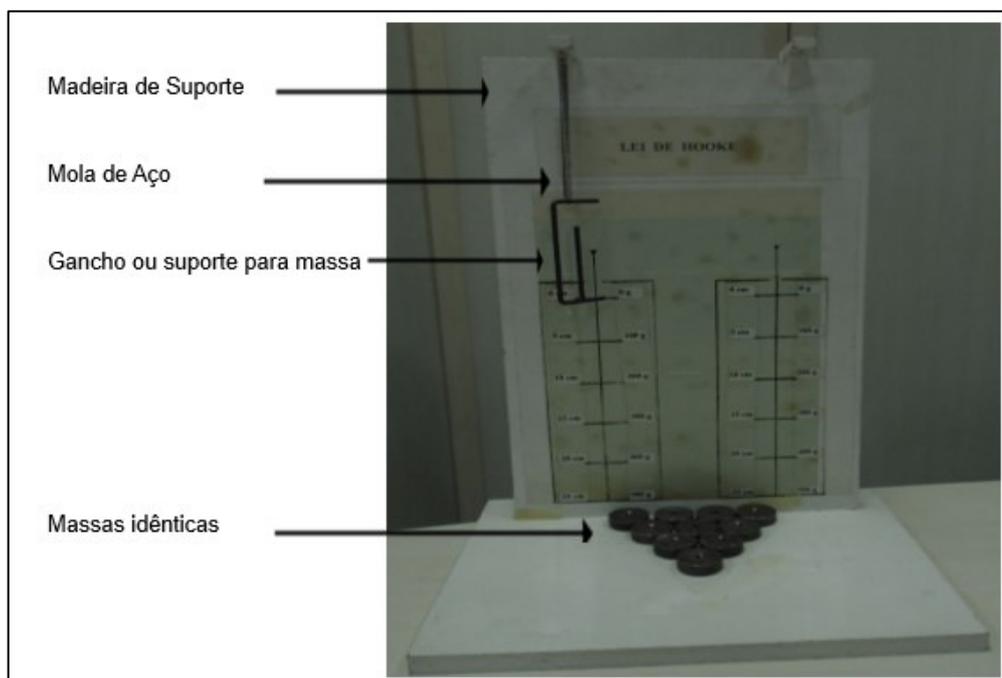
Materiais pedagógicos como a Lei de Hooke, pode além da aplicação em sala de aula, ser integrado a metodologias de ensino mais amplas, como o ensino por investigação, que busca envolver os alunos em processos de exploração e

descoberta. Essas metodologias baseadas em experimentação e investigação facilitam uma aprendizagem significativa, estimulam a curiosidade e o engajamento dos estudantes, promove o desenvolvimento de competências científicas e cognitivas, o que gera aprendizagens mais duradouras (COSTA; OLIVEIRA, 2021). Ao inserir a experimentação da Lei de Hooke no currículo de Ciências, os professores não apenas facilitam a compreensão dos conceitos físicos, mas estimulam o desenvolvimento de habilidades essenciais para o pensamento científico.

4.1.1.1 Confeção de um experimento Lei de Hooke

Existem diferentes formas de se confeccionar um experimento com a finalidade de se observar ou experienciar a Lei de Hooke. Para a confecção desse experimento como o registrado na Figura 1 é necessário um conjunto de materiais – Figura 4.3.

Figura 4.3 – Materiais para a confecção do experimento Lei de Hooke



As dimensões do suporte para a confecção do experimento Lei de Hooke proposto nesta obra é apenas uma sugestão. O professor poderá construí-lo com outras dimensões, de acordo com sua criatividade ou com outros materiais disponíveis. Não é necessário que o experimento em questão tenha a forma dada na Figura 4.3.

Porém, o que é importante observar é a necessidade, quando de sua utilização pedagógica de se estabelecer à leitura, mensuração e registro de determinadas variáveis tais como a deformação observada em cada inserção de massa. O professor que não construir ou dispuser do experimento, poderá utilizar o suporte da lousa para pendurar a mola e proceder os ensaios experimentais.

✓ **Madeira para o suporte**

As dimensões do suporte do experimento Lei de Hooke, especialmente a altura, dependerá obviamente, do comprimento da mola e do coeficiente de deformação da mesma. No experimento apresentado na Figura 4.3, a altura do suporte corresponde 60 cm. Para a construção da base do experimento sugere-se utilizar uma tábua com as dimensões 30x30cm e espessura de pelos menos 2cm. O ângulo entre a base e o suporte lateral é de 90 graus.

Para o suporte lateral, no qual serão penduradas as molas, sugere-se uma tábua retangular com dimensões 30x60cm e espessura também de 2cm. Na parte superior do suporte lateral deve-se inserir um pequeno pedaço de madeira para que a mola seja suspensa, de modo que a mesma não atrite com o suporte quando da realização dos ensaios experimentais.

✓ **Mola de aço**

A mola ou as molas a serem utilizadas, podem ser confeccionadas em tornearias. Entretanto, em comércios como as lojas denominadas “ferro velho”, ou, principalmente, em empresas que realizam manutenção em máquinas ou motores elétricos, existem molas de aço, que geralmente, quando substituídas são resíduos sólidos que podem ser utilizados.

✓ **Ganchos ou suporte para as molas**

Os ganchos que irão sustentar as molas para os ensaios experimentais, podem ser os mesmos utilizados para prender vasos de flores ou simplesmente, utilizar um prego de tamanho 18x24mm retorcido, por exemplo. Quando as massas não possuírem uma forma de serem presas as molas, o experimento deve conter um guia ou um suporte no qual as massas serão inseridas para que seja verifique as deformações, durante os ensaios.

✓ **Massas idênticas**

Como as massas devem ser similares, o professor poderá fazer uso de porcas de roda de caminhão ou carro. Para garantir as similaridades de massa, pode-se utilizar uma balança de precisão, e inserir pedaços de uma massa soldável conhecida como *durepoxi*¹³, para garantir que as massas sejam todas iguais. É possível também utilizar um conjunto de moedas de mesmo valor e agrupá-las com uma fita, por exemplo, 5 ou 10 moedas de 25 centavos de modo que o conjunto agrupado componha uma das massas do experimento.

Outra forma de se obter as massas similares e solicitar a confecção destas em uma tornearia, utilizando aço inoxidável, ferro ou outro metal qualquer.

4.1.2 Experimento Espelhos Planos

O Experimento denominado “Espelhos Planos” – Figura 4.4, também é um dos equipamentos que compõe os materiais didáticos pedagógicos do Laboratório da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR *Campus* Medianeira. Mas o que são os Espelhos Planos? Ao estudar a reflexão da luz em superfícies planas, observamos que a luz se comporta de maneira previsível, obedecendo às leis da

¹³ *Durepoxi* é um adesivo termofixo que endurece quando é misturado a resina *epóxi* e um agente catalisador. Também é denominado popularmente de “endurecedor”.

óptica. Quando um raio de luz incide em um espelho plano, o ângulo de incidência é sempre igual ao ângulo de reflexão, ou seja, a luz reflete de volta com o mesmo ângulo em que chegou. Esse fenômeno é o que nos permite enxergar o reflexo de objetos nos espelhos.

Figura 4.4 – O Experimento Espelhos Planos



Fotografias: Carlos Alberto Mucelin 2024

Como exemplo, ao colocarmos um objeto em frente a um espelho, sua imagem aparecerá com a mesma forma e tamanho, porém, invertida lateralmente, mantendo as mesmas proporções e distâncias em relação ao espelho, como se fosse uma "cópia" do objeto original, mas refletida.

Da mesma forma que Hooke observou a elasticidade de materiais sólidos dentro de certos limites, os espelhos planos seguem princípios consistentes: a reflexão da luz em superfícies planas é previsível e, sob determinadas condições permite a formação de imagens interessantes.

Existem várias maneiras de se utilizar um experimento Espelhos Planos para observar, interagir e explorar os princípios da reflexão da luz. Esses experimentos permitem relacionar o comportamento da luz com conceitos físicos, matemáticos e geométricos, como a simetria, ângulos e proporções. Ao confeccionar um experimento

de reflexão em espelhos planos, como registrado na Figura 4.4 é necessário um conjunto de materiais.

Com o uso de espelhos planos é possível a um observador verificar como a luz incide e reflete sobre a superfície refletora, medir ângulos de incidência e reflexão, e registrar a formação de imagens. Ao mover um objeto diante do espelho, é possível observar que uma imagem se forma na mesma distância que o objeto está do espelho, o que permite associar conceitos matemáticos de simetria e proporcionalidade. O uso de dois ou mais espelhos pode gerar múltiplas imagens e permitir ao observador visualizar e compreender as leis da reflexão.

4.1.2.1 Confeccção de um experimento Espelhos Planos

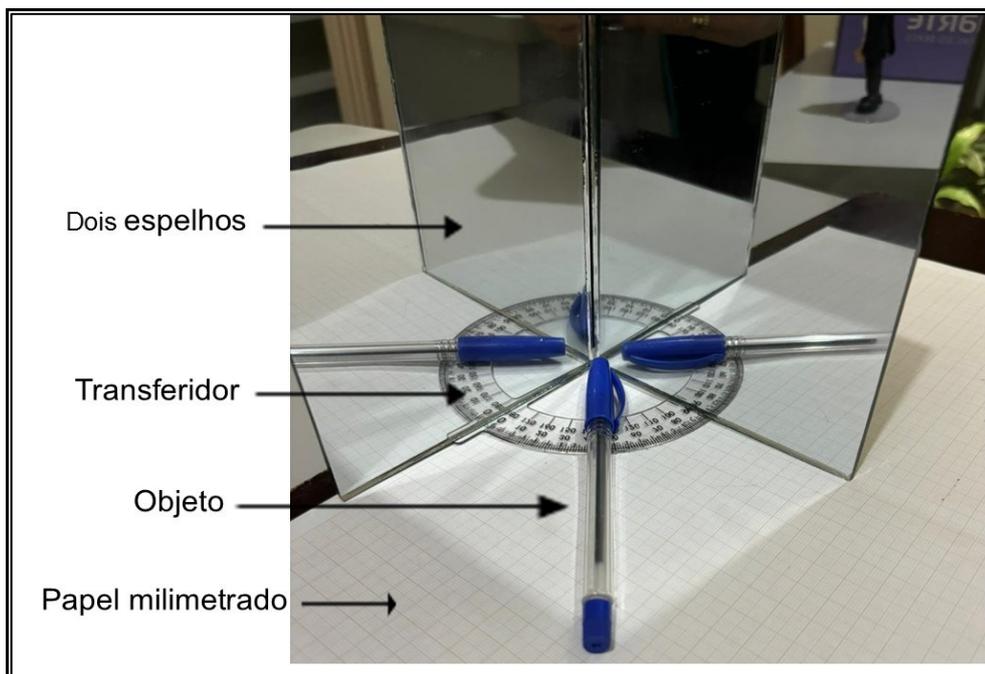
Para confeccionar o experimento Espelhos Planos justapostos, tal como apresentado na Figura 4.4, será necessário:

- ✓ dois espelhos planos;
- ✓ transferidor;
- ✓ papel milimetrado;
- ✓ objeto para observação.

Na Figura 4.5, a organização/posição dos materiais para montagem e uso do experimento Espelhos Planos.

Não é necessário que o experimento Espelhos Planos seja confeccionado exatamente como na configuração apresentada nas Figuras 4.4 e 4.5. O que é fundamental observar, no entanto, é possibilitar ao observador a formação das imagens para posterior avaliação das variáveis envolvidas no fenômeno vivenciado. O uso do experimento irá permitir a observação, leitura, mensuração e registro de determinadas variáveis, tais como ângulos de incidência e reflexão, bem como momentos de reflexão e análise acerca das imagens formadas em cada posição dos espelhos.

Figura 4. 5 – Materiais para a confecção do experimento Espelhos Planos



Fotografia: Joana Raquel Diehl Vanzella 2024

Nas Figuras 4.5 e 4.6, podemos observar que os ângulos entre as faces refletoras do experimento Espelhos Planos implicam em diferentes números de imagens formadas. Assim como na Lei de Hooke, em que a deformação da mola varia conforme a força aplicada, nos espelhos planos, o número de imagens formadas varia conforme o ângulo entre as faces refletoras.

Figura 4. 6 - Imagens refletidas no experimento com um ângulo de 40° entre os espelhos



Fotografia: Joana Raquel Diehl Vanzella 2024

É possível observar que há uma relação entre os ângulos das duas faces refletoras do experimento e o número de imagens geradas. Esse fenômeno ocorre devido à reflexão da luz entre as superfícies espelhadas a qual cria/gera, múltiplas imagens do objeto utilizado. Quando os espelhos são posicionados em um ângulo de 90 graus - Figura 4.5, são formadas três imagens. Ao posicionar as fontes refletoras em um ângulo de 60 graus - Figura 4.6, o número de imagens geradas aumenta para oito.

A relação entre o ângulo e o número de imagens formadas é uma aplicação direta das leis da reflexão, e pode ser utilizado para estudar diversos conceitos matemáticos como geometria, simetria, física, lógica, indução da lei das funções, correlação, conjunto numéricos, variáveis, entre outros, de tal maneira que os alunos possam experienciar os fenômenos e com a observação do experimento, gerar e registrar variáveis para serem estudadas, avaliadas e interpretadas.

A variação no número de reflexões de imagens pode ser explorada experimentalmente para conectar o conteúdo de Espelhos Planos a noções matemáticas, como ângulos, simetria e proporção, aplicáveis ao Ensino Fundamental e ao Ensino Médio. O comportamento observado nos espelhos é similar ao que ocorre no experimento Lei de Hooke, no qual existe uma proporcionalidade entre a deformação da mola e a força aplicada. Nos espelhos planos, há uma correlação, porém, não há proporcionalidade entre o número de imagens e a variação do ângulo entre eles. Com finalidade didática, pode-se questionar, o que acontece entre as variáveis dos dois fenômenos e como eles são caracterizados em termos matemáticos?

A relação entre os conceitos físicos e matemáticos evidencia a importância da interdisciplinaridade no ensino de Ciências. A experimentação com Espelhos Planos no Ensino de Ciências contribui o desenvolvimento tanto do pensamento lógico-matemático e na compreensão mais sólida sobre fenômenos ópticos, como a formação de imagens virtuais e reais, possibilita a integração entre diferentes áreas do conhecimento (OLIVEIRA; SOUSA, 2023).

Com o uso de Espelhos Planos no Ensino de Ciências o aprendizado se torna mais significativo, quando os alunos têm a chance de observar e manipular os fenômenos diretamente, o que ajuda na fixação do conteúdo e na compreensão dos conceitos de reflexão e formação de imagens (OLIVEIRA; LIMA, 2023; GUILHERME; LOPES, 2021).

Experimentos como Espelhos Planos podem contribuir para o desenvolvimento de habilidades experimentais nos alunos, como a observação, registro de dados e análise crítica dos resultados. Esses experimentos não só ensinam a respeito dos fenômenos físicos, mas também incentivam os alunos a formularem hipóteses, testá-las e chegar a conclusões com base em evidências (SANTOS; PEREIRA, 2024; OLIVEIRA; LIMA, 2023).

A experiência prática pode ser uma ponte entre o conhecimento teórico e a aplicação real da Ciência, segundo Tavares (2022, p.34):

[...] a experimentação é uma maneira de despertar o interesse pelas ciências da natureza, trazendo o conteúdo abordado, mais evolutivo e interdisciplinar, levando a interação do saber prático ao saber integrado. [...] corroborando com o processo de ensino aprendizagem, tanto para o professor, quanto para o estudante. Atividades experimentais representam uma estratégia didática, pois propiciam um ambiente com situações favoráveis às abordagens das dimensões teóricas, sobretudo, fenomenológicas ao conhecimento científico.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta a importância das experiências diárias como ponto de partida para a construção de significados e para o desenvolvimento do letramento científico. O documento enfatiza que “ao longo do Ensino Fundamental, a área de Ciências da Natureza tem um compromisso com o desenvolvimento do letramento científico” (BRASIL, 2018, p. 321).

A Base Comum, ressalta que a organização das situações de aprendizagem deve partir de “questões que sejam desafiadoras e, reconhecendo a diversidade cultural, estimulem o interesse e a curiosidade científica dos alunos e possibilitem definir problemas, levantar, analisar e representar resultados; comunicar conclusões e propor intervenções” (BRASIL, 2018, p. 322). Ao integrar esses elementos, a atividade com Espelhos Planos pode contribuir para a construção de conceitos físicos essenciais e favorecer o desenvolvimento do pensamento investigativo e crítico. Os estudantes têm a oportunidade de explorar e aplicar conhecimentos científicos em diferentes contextos, de acordo com suas experiências e predisposições individuais.

O uso do experimento Espelhos Planos no Ensino de Ciências não só facilita a compreensão de fenômenos ópticos como a reflexão e a formação de imagens, mas também promove o desenvolvimento de habilidades científicas, matemáticas e cognitivas (OLIVEIRA; SOUSA, 2023, SANTOS; PEREIRA, 2024). A combinação de teoria e prática, com base em evidências de estudos recentes, mostra que essa metodologia ativa pode aumentar significativamente o engajamento dos alunos e a

eficiência no aprendizado de conceitos complexos (SILVA, SOUZA; FERREIRA, 2022; OLIVEIRA; LIMA, 2023).

5 APLICAÇÕES E PROPOSIÇÕES DE UTILIZAÇÃO

Nesta seção apresentamos uma proposta de utilização dos experimentos matemáticos na realização de atividades pedagógicas sob os pressupostos do ensino e da aprendizagem significativa.

5.1 USO DOS EXPERIMENTOS EM ATIVIDADES SIGNIFICATIVAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM

Já registramos que os experimentos matemáticos ou recursos didáticos foram idealizados para que determinados conteúdos possam ser estudados ou explorados de modo que tanto o ensino quanto a aprendizagem atendam os pressupostos significativos preconizados por Ausubel e por Rogers. Nessa seção vamos apresentar alguns ensaios e atividades pedagógicas com essa finalidade.

Com base nas propostas de Lunardi (2020, p. 40), este estudo buscou investigar e propor atividades pedagógicas com o uso dos experimentos em estudo, segundo uma sequência de etapas descritas na Tabela 1.

Tabela 1 – Etapas para a execução de atividades pedagógicas significativas de ensino com uso de experimento

ETAPA 1 Contextualização/ apresentação	Para iniciar a atividade, o professor poderá mostrar/apresentar o experimento (material didático pedagógico) aos participantes. Começar com questionamentos a respeito de que os alunos já sabem ou conhecem do experimento que será explorado. Estimular a participação, com perguntas que provoquem a reflexão e ajudam a identificar e caracterizar o conhecimento prévio dos participantes. Em seguida, o professor apresenta e caracteriza o experimento, explora as formas possíveis de utilizá-lo para o estudo dos conteúdos envolvidos na atividade pedagógica, e que pretende trabalhar/explorar em sala de aula.
ETAPA 2 Atividades interativas	A partir das atividades da Etapa 1, os participantes realizam atividades interativas com o experimento. Organizam e registram de forma colaborativa e com diálogos, as informações, dados, variáveis que são observados, com a mediação/participação do professor.
ETAPA 3 Análise/avaliação	Realizar uma discussão com os participantes acerca do que foi observado. Na sequência, o professor pode apresentar possíveis fenômenos a serem explorados e associados aos conteúdos programáticos dos currículos de Matemática, Ciência e Física e, realizar a participação de todos no processo com o devido registro das variáveis observadas. A realização das atividades com uso do experimento pode ser avaliada pelos grupos de estudantes de maneira individual que passam a refletir a respeito dos conteúdos, com uso dos conhecimentos já aprendidos em outras situações de aprendizagem.
ETAPA 4 Aplicação	Nessa etapa o professor irá explorar os dados das variáveis observadas nos fenômenos e, associar aos conteúdos a serem desenvolvidos de forma significativa.

5.1.1 Uso da Lei de Hooke em atividades significativas de ensino e aprendizagem

Para o professor apresentar/utilizar o experimento da Lei de Hooke de forma pedagógica com os estudantes de maneira a envolver ou refletir acerca dos conhecimentos prévios deles, avaliar a respeito dos conteúdos e conceitos matemáticos, de física e de ciências que serão explorados, propomos iniciar com uma estratégia de abordagem que os levem a reflexão e conexão com situações do seu cotidiano. De acordo com a Etapa 1 – Quadro 1, registramos exemplos de como elaborar essa contextualização com o uso do o experimento.

✓ **ETAPA 1:** Contextualização e Apresentação

A atividade pedagógica com pressuposto de aprendizagem significativa baseada no uso do experimento deve iniciar com a apresentação do experimento aos alunos pelo professor. Ao mostrar/apresentar o experimento (material didático pedagógico) aos participantes haverá a novidade e a curiosidade acerca do equipamento. Depois de mostrar o material e ainda sem explorar a utilização, o professor deve iniciar com diálogos e questionamentos a respeito de que os alunos já sabem ou conhecem do experimento que será utilizado/explorado. A participação dos participantes deve ser estimulada com perguntas que provoquem a reflexão e ajudam a identificar e caracterizar o conhecimento prévio dos alunos.

O professor pode iniciar com questionamentos aos estudantes a respeito de situações do seu dia a dia em que ocorrem deformação de materiais diversos, como por exemplo: o que acontece quando um elástico ou mola quando é esticado? O que ocorre quando soltamos os mesmos? O que vocês pensam que acontece com o material quando há tal deformação? Depois de tracionado e liberado, por que o material volta ao estado inicial?

Explorar/dialogar acerca das experiências pessoais de cada participante de maneira que compartilhem suas experiências do que eventualmente já vivenciaram, viram ou sentiram ao esticar/alongar algo como uma mola, um elástico ou ao utilizar um trampolim na piscina. Essa atividade deve ser realizada na forma de uma

discussão de grupo para que os participantes possam refletir acerca dos fenômenos físicos de deformação e que são correlatos ao experimento Lei de Hooke.

Finalizada a discussão acerca dos conceitos preliminares que envolvem massa, força e deformação, é importante relacioná-los com conhecimentos anteriores de outras situações de aprendizagem, o professor poderá registrar o que os estudantes já sabem a respeito de força, massa, elasticidade e deformação. Esses conceitos poderão ser registrados pelos alunos, tanto individual quanto coletivamente, em blocos de anotações, cadernos ou até na lousa.

Em seguida, o professor apresenta e caracteriza o experimento, como ele é confeccionado, que tipo de fenômeno pode ser explorado e informa as formas possíveis de utilizá-lo para o estudo dos conteúdos envolvidos na atividade pedagógica, e que irá trabalhar/explorar em sala de aula.

✓ **ETAPA 2:** Atividades interativas

Finalizada as atividades da Etapa 1, os participantes passam a realizar atividades interativas com o experimento. Organizam e registram de forma colaborativa e com diálogos, as informações, dados, variáveis que são observados no experimento, com a mediação/participação do professor.

O professor organizará os alunos em pequenos grupos e distribuirá os materiais necessários para a utilização do experimento Lei de Hooke de modo que os fenômenos de deformação sejam experienciados pelos participantes. Cada grupo terá a oportunidade de aplicar diferentes massas o que irá provocar diferentes deformações. Os participantes serão orientados a anotar os resultados das variáveis geradas, preferencialmente sistematizar tais informações observadas/experienciadas em tabelas.

Para coordenar e orientar o processo de experimentação e promover a experientiação com posterior análise crítica dos resultados, o professor poderá fazer perguntas como: "Vocês já perceberam alguma diferença na força necessária para esticar um elástico fino em comparação a uma mola mais grossa?" e "Quem já viu um objeto que não voltou ao normal depois de esticado? Por que será que isso acontece?"

Essas observações e discussões servirão de base para uma análise posterior, possibilitará a comparação entre os diferentes materiais e suas respostas às forças aplicadas. A atividade prática complementar a discussão inicial, incentivará os estudantes a refletirem sobre os fenômenos físicos do cotidiano e a consolidar o entendimento das propriedades elásticas dos materiais, conforme os princípios da Lei de Hooke.

✓ **ETAPA 3:** Análise/avaliação

Nesta etapa, o professor proporá aos alunos analisar os dados obtidos a partir do uso do experimento da Lei de Hooke. No uso do experimento e experimentação, os alunos devem organizar as observações das variáveis em uma tabela e registrar os valores das massas utilizadas, a força gerada e a deformação resultante. A elaboração dessa tabela será fundamental para a análise posterior, pois ela permitirá que os alunos visualizem de maneira prática e organizada como os conceitos de física e matemática, como a elasticidade e a relação linear entre força e deformação, aplicam-se ao fenômeno observado.

Após o registro das variáveis, os alunos deverão refletir individualmente acerca dos dados obtidos, analisar como os resultados se relacionam. Esse momento de reflexão individual será seguido por uma discussão em grupo, na qual os alunos compartilharão suas análises com o propósito de construir um entendimento, compreensão dos fenômenos observados com o uso do experimento. Consolidar a aprendizagem de maneira contextualizada e com experimentação de modo a associar o que experienciaram com os conhecimentos adquiridos em situações anteriores.

A Fotografia A da Figura 5.1 apresenta o equipamento com a mola em sua posição inicial, sem a aplicação de massa. Nesse estágio, a deformação da mola é a inicial e localizada na posição zero uma vez que o guia das massas imputa uma deformação na mola e que não é considerada. Nessa posição, considera-se que não há, força aplicada. As variáveis observáveis pelos alunos são a posição inicial e a ausência de massa.

Figura 5.1 – Sequência do experimento Lei de Hooke



Fotografias: Carlos Alberto Mucelin 2024

Nas imagens B, C e D da Figura 5.1, o registro do que ocorre com a mola quando são adicionadas massas progressivamente ao gancho acoplado à mola. A cada incremento de massa 100g, observa-se uma deformação constante correspondente. A régua ao fundo do equipamento facilita a observação e medição da deformação. É possível aos alunos participantes medir a deformação da mola em centímetros conforme aumenta o número de massas utilizados no experimento.

As imagens da Figura 5.1, registram a deformação da mola medida que há um acréscimo de massas. Os alunos experienciam o processo de deformação e são orientados a registrar em uma tabela de dados as variáveis observadas, ou seja, a deformação para cada valor de massa.

Os dados coletados do experimento servirão para a discussão do comportamento elástico da mola e para o cálculo da constante elástica, conforme descrito pela Lei de Hooke. Os alunos deverão ser incentivados a observar cada etapa do experimento, manipular os materiais e registrar as variáveis. Com os dados observados e registrados o professor poderá aplicar e associar a determinados conteúdos programáticos de Matemática, Física e Ciências.

✓ **ETAPA 4:** Aplicação

Nesta etapa, apresentamos a utilização dos dados das variáveis obtidas com o experimento Lei de Hooke, como forma de promover uma aprendizagem significativa e contextualizada. A atividade prática realizada pelos alunos com o uso do experimento permite gerar dados reais, experienciados de determinadas variáveis.

O professor poderá utilizar os dados de massa e deformação registrados na etapa anterior e conduzir uma discussão coletiva, associar esses resultados aos conteúdos teóricos da Lei de Hooke.

O objetivo desta etapa é explorar os dados gerados no experimento e associá-los aos conceitos científicos de forma mais formal e estruturada. O professor conduzirá uma análise dos dados registrados, incentivará os alunos a refletirem a respeito da proporcionalidade entre força e deformação, e a relacionarem essas observações aos princípios da Física e da Matemática, como a função linear e a constante de elasticidade.

O registro das variáveis massa e deformação devem ser organizados em uma tabela, para que os estudantes visualizem a correlação entre as variáveis e a validade das hipóteses formuladas anteriormente.

Entre as possibilidades de associação de conceitos matemáticos cita-se os seguintes conteúdos:

- ✓ Noção intuitiva de número e conjunto
- ✓ Equação do primeiro grau
- ✓ Relação
- ✓ Series e sequências
- ✓ Progressão aritmética

- ✓ Função
- ✓ Função linear
- ✓ Plano cartesiano de \mathbb{R}^2
- ✓ Gráfico de funções: linear, afim, de pontos
- ✓ Domínio, imagem e contradomínio
- ✓ Proporção
- ✓ Fração
- ✓ Divisão
- ✓ Equação linear
- ✓ Indução da lei da função – lógica
- ✓ Distância entre dois pontos
- ✓ Distância entre duas retas
- ✓ Deformação de corpos
- ✓ Constante de proporcionalidade
- ✓ Ângulo entre retas
- ✓ Coeficiente angular
- ✓ Uso da geometria plana: associar a construção de ângulo com a representação cartesiana
- ✓ Retas paralelas
- ✓ Retas com ângulos diferentes – constantes de deformações diferentes
- ✓ Taxa de variação – significado da derivada
- ✓ Movimento harmônico
- ✓ Período, frequência,
- ✓ Volume, força, massas, entre outras.

Para esse estudo será explorado com o experimento os seguintes conteúdos: noção intuitiva de número e de conjunto, massa, volume e força peso e funções: domínio, imagem e contradomínio.

- ✓ Noção intuitiva de número e de conjunto com uso do experimento Lei de Hooke

Quando a construção de conhecimento é significativa? Este é um dos desafios que se apresenta tanto aos professores quanto aos estudantes. Por exemplo, o que é

um número? Certamente um estudante ao refletir a respeito de um número, faz a organização mental acerca do número, como um signo. Na sua vida cotidiana, os números e a Matemática são utilizados ininterruptamente.

Segundo Mucelin (2013) os sinais ou signos ou sinais são coisas do cotidiano que estão sempre em nossas vidas, em especial os que representam os números. Signo é aquilo que mente de alguém significa alguma coisa. Foi Peirce¹⁴ quem talvez melhor definiu um signo ou símbolo e que muitas vezes sem perceber o ser humano utiliza os números em múltiplas e distintas situações de suas vivências.

É possível propor que de maneira geral os números são signos que o ser humano utiliza para a compreensão de muitas coisas em seu dia-a-dia. Mas o que é um número? Um signo é um símbolo ou uma representação de quantidade que de maneira abstrata corresponde a uma propriedade mensurável de algo tais com quantidade, grandeza, intensidade, força entre outras (MUCELIN, QUADROS, LAGOS, 2019).

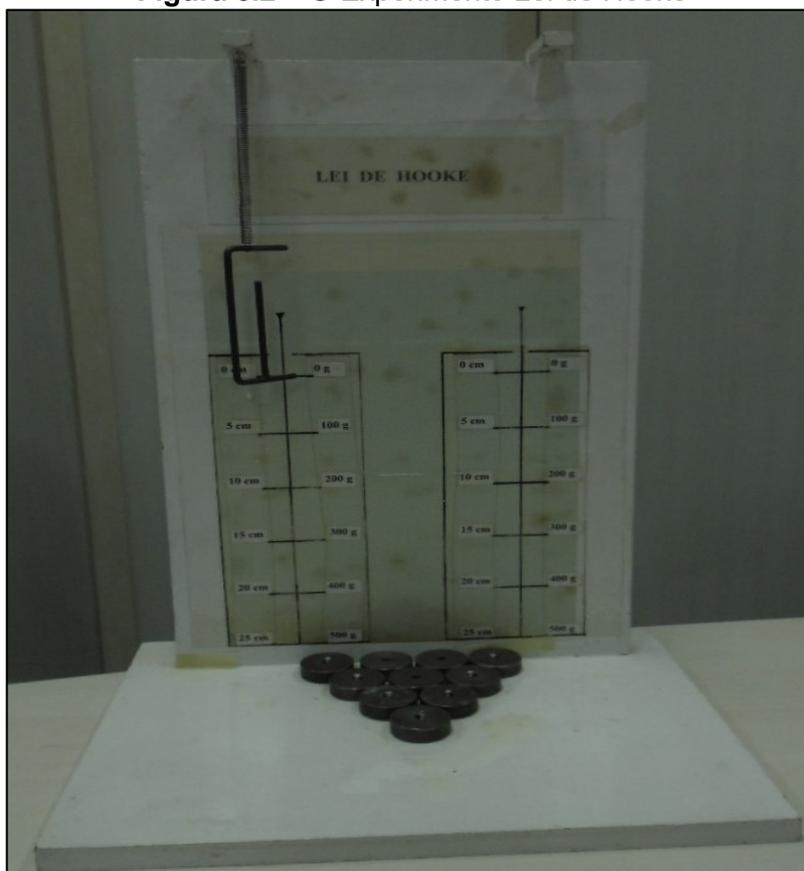
Como o professor pode propor a observação aos alunos a respeito de atividades com os elementos que compõem o experimento Lei de Hooke, a interação com tais materiais e a reflexão, ato cognitivo ou mediação para a ideia de número de maneira significativa?

Com o experimento em cima da mesa, o professor pode interagir com o conjunto de massas e questionar os estudantes, do que se trata aqueles objetos – Figura 5.2.

Cada uma das massas, uma vez identificado corresponderá a uma ordenação: {1; 2; 3; ...} esse conjunto de números aos quais correspondem as massas do experimento podem ser associados aos conjuntos dos números naturais. O professor pode pedir que os estudantes identifiquem a forma dos corpos que compõem o experimento e que são manuseados.

¹⁴ O Filósofo americano Charles Sanders Peirce, no final do século XIX e início do século XX definiu signo. Ele foi matemático, físico, astrônomo, além de produzir tratados em Geodésia, Metrologia e Espectroscopia. É considerado o primeiro psicólogo experimental dos EUA. Sua grande paixão era a lógica e é considerado o fundador da moderna Teoria dos Signos ou Semiótica. A Semiótica é a doutrina dos signos ou a ciência de toda e qualquer linguagem.

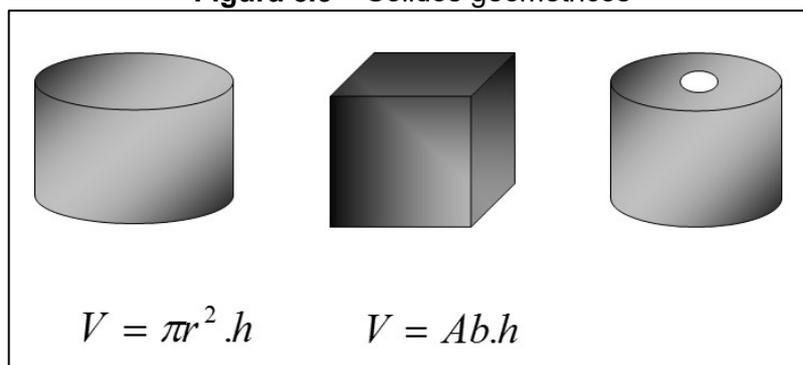
Figura 5.2 – O Experimento Lei de Hooke



Fotografia: Carlos Alberto Mucelin 2024.

Com a forma geométrica das massas que compõem o experimento Lei de Hooke – Figura 5.3 é possível definir volume do sólido. Para associar esta definição aos objetos, o professor pode fazer uso de uma das massas do experimento, propondo a atividade de medição das mesmas: diâmetro, altura, circunferência, raio e ainda, o cálculo de área, volume área lateral, das bases e total. Obtidas as dimensões, explorar o cálculo do volume e caracterização da forma do objeto.

Figura 5.3 – Sólidos geométricos



A partir do uso do experimento Lei de Hooke, o professor poderá relembrar apresentar definições e conceitos que são importantes para o entendimento dos fenômenos físicos do cotidiano do estudante. Este experimento é composto de materiais que individualmente, podem ser analisados e associados e ou explorados os conceitos de volume, massa, força e força peso.

✓ Massa, volume e força peso com uso do experimento Lei de Hooke

Na geometria o volume de um corpo sólido é definido como a porção do espaço ocupado. Para associar esta definição a um objeto, o professor pode fazer uso de uma das massas do experimento – Figura 5.3, propondo a atividade de medição das mesmas com o uso de uma régua. Obtidas as dimensões, explorar o cálculo do volume e caracterização com registro da forma do objeto.

Um cilindro com um orifício, tem volume menor que o primeiro na imagem acima, e que a medida de seu volume pode ser obtida com a diferença entre o volume total e o volume do cilindro interno (volume do orifício).

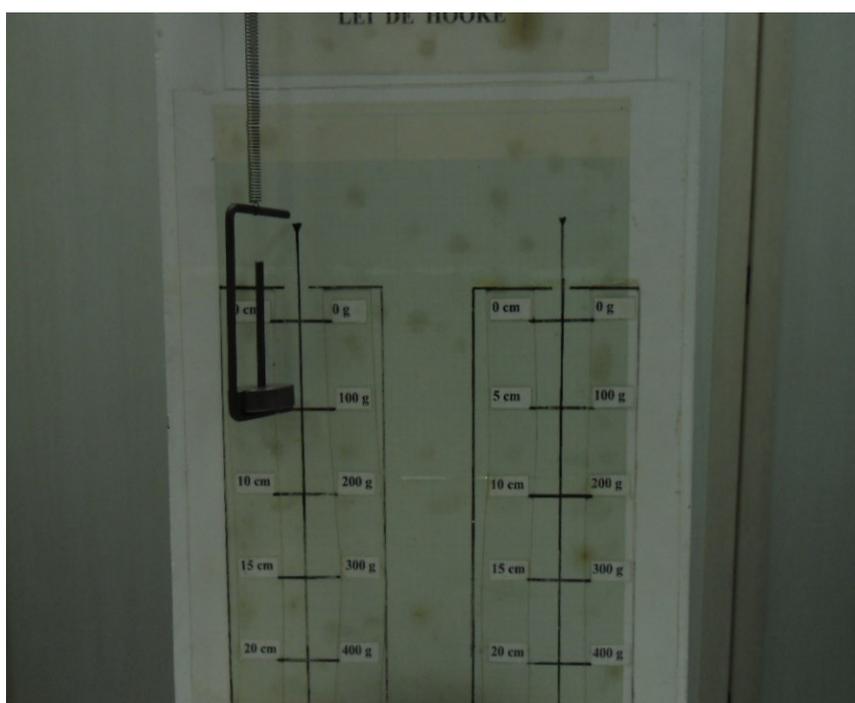
O conceito de massa pode ser explorado e estabelecer sua relação com o conceito de peso ou força peso. Apresentar as definições e explorar no contexto do cotidiano. O conceito de força é primitivo. A força pode ser “assumida” como toda causa capaz de produzir em um corpo uma deformação ou uma modificação de movimento, por menor que seja. Peso pode ser entendido como a Força que age sobre um corpo nas vizinhanças de um planeta e resulta da atração universal; o produto da massa de um corpo pela aceleração da gravidade (FERREIRA; SILVA, 2022). Neste caso, trata-se da segunda Lei de Newton. A massa é uma característica de um corpo. Na segunda lei de Newton a grandeza massa de um corpo é a razão entre a força que age sobre o corpo e a aceleração que ele adquire. A massa é uma grandeza constante e independe do local aonde é medida. O mesmo não ocorre com o peso uma vez que que essa grandeza varia com a altitude.

No sistema internacional de medidas – SI, a massa m de um corpo é medida em quilograma (kg) e é tida como uma grandeza fundamental da física que mede a inércia deste corpo. Também pode ser entendida como um aglomerado de elementos, em geral da mesma natureza, que formam um conjunto ou corpo (FERREIRA, 2018).

A massa, no Sistema Internacional de Unidades (SI), é medida em quilogramas (kg) e é considerada uma grandeza fundamental da física. Ela quantifica a inércia de um corpo, ou seja, a resistência que ele oferece à variação do seu estado de movimento. A massa também pode ser entendida como uma propriedade associada à quantidade de matéria que compõe o corpo" (HALLIDAY, RESNICK; WALKER, 2014).

Ao realizar ensaios como o experimento Lei de Hooke e tomando nota acerca das distâncias que a mola deforma em função do número de massas que são inseridos no sistema, pode-se elaborar/registrar os dados dessas variáveis em uma tabela. Convém destacar que cada mola possui um coeficiente de deformação – Figura 5.4.

Figura 5.4 – Deformação da mola em função de massas



Fotografia: Carlos Alberto Mucelin 2013

Outro detalhe importante a se enfatizar, é que as massas, independentemente do número de gramas que possuam, podem ser consideradas como simplesmente uma unidade de massa. Nesse caso, o registro é de uma unidade de medida e o professor vai explorar registro com números naturais.

O experimentador também pode considerar o objeto de massa como o número de gramas que lhe é próprio, ou seja, cada corpo de massa do experimento, pode ser

considerado como uma unidade de massa, valor unitário, ou como um objeto com 100g de massa, por exemplo.

O experimento Lei de Hooke – Figura 5.1 foi construído com massas similares de 100g cada uma. Durante a realização dos ensaios podem ser consideradas como uma unidade de massa e, portanto, de valor unitário ou como uma massa de 100 gramas.

✓ Estudo de funções e a indução da lei da função com o experimento Lei de Hooke

Correspondência entre conjuntos: conjunto das massas e conjunto das deformações. Uma função pode ser definida como uma relação ou uma correspondência f , de elementos de um conjunto X em um conjunto Y é uma função, se e somente se, para cada elemento x do conjunto X , existir um único elemento y do conjunto Y .

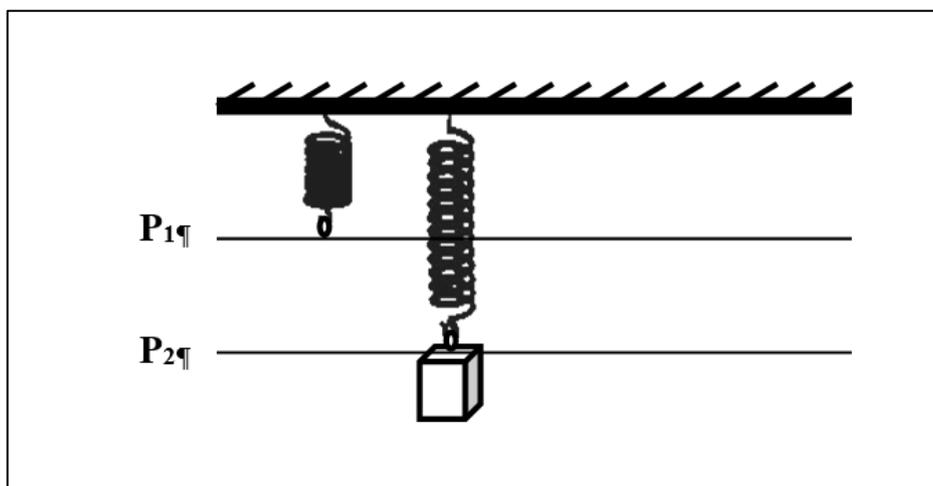
A função do primeiro grau real é definida como a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que atende a lei $f(x) = ax + b$, na qual a e b pertencem aos números reais e a é diferente de zero.

Depois que o professor trabalhou o conceito de função, a definição da função linear, é importante abordar a forma algébrica da função do primeiro grau, a utilização de experimento Lei de Hooke pode levar a compreensões significativas a respeito da importância e a utilidade destes conteúdos.

Ao realizar os ensaios, ou seja, cada massa pendurada na mola do experimento, pela ação da gravidade, ocorre uma deformação – Figura 5.5.

A diferença entre as posições P1 e P2 observado na Figura 5.5, indica a deformação que os estudantes poderão experienciar quando realizarem os ensaios experimentais. A posição P1 pode assumir qualquer valor: 1 cm, 5 cm ou 10cm, pois se trata do ponto inicial da deformação. Esta definição da posição terá como consequência que as funções geradas tenham coeficiente linear diferentes de zero.

Figura 5.5 – Deformação da mola



A habilidade EM13MAT501 da BNCC, que consiste em "investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização" (BRASIL, 2018, p. 533), é aplicável ao registro dos dados das deformações da mola em função das massas inseridas. Essa prática de coletar e organizar informações auxilia na compreensão das relações entre as variáveis envolvidas e potencializa a aprendizagem significativa uma vez que se trata de dados que foram gerados a partir de experimentação.

Durante a utilização do experimento Lei de Hooke, os alunos já observaram e registraram os dados das variáveis massas e deformação. Com eles é possível construir gráficos que indicam o comportamento das variáveis observadas, ou seja, revelam a relação entre força e a deformação. A habilidade EM13MAT403, que preconiza a comparação e a análise de representações de funções no plano cartesiano, auxilia na identificação de padrões e características fundamentais nas relações observadas no experimento.

Ao realizar os ensaios experimentais descritos na Etapa 3 pelos participantes com uso do experimento gerou dados - Tabela 2. A atividade também se relaciona com a habilidade EM13MAT401, que aborda "converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau para representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional" (BRASIL, 2018, p. 531). É uma habilidade com a qual permite que os alunos analisem a

proporcionalidade entre a massa e a deformação da mola, alinhando-se com os princípios da Lei de Hooke.

Tabela 2 – Deformação *versus* número de massas

UNIDADES DE MASSA	DEFORMAÇÃO EM cm
0	0
1	5
2	10
3	15
4	20
5	25
...	...
N	5n

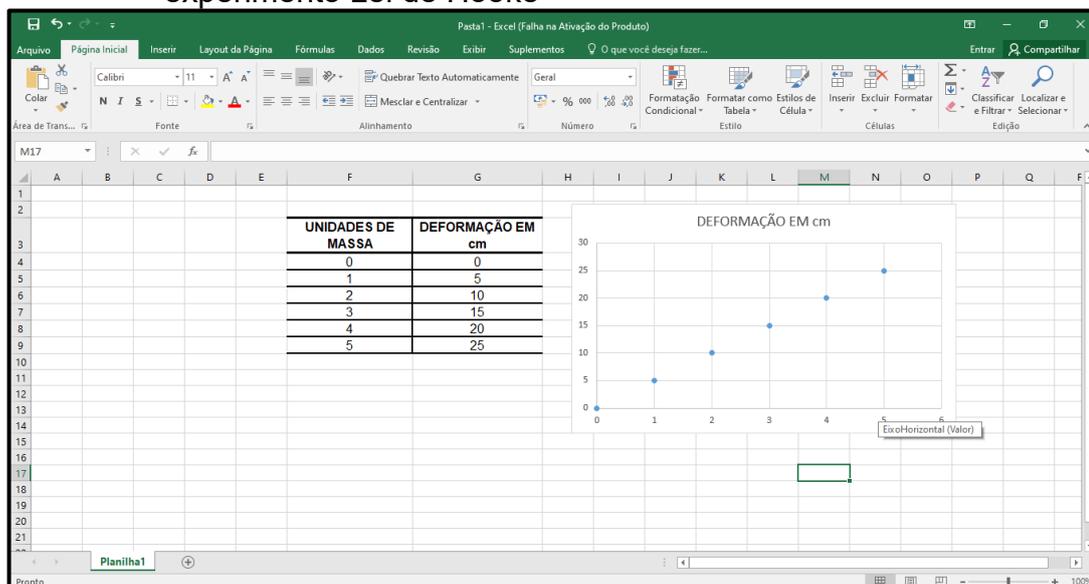
Como foi mencionado por Hooke, existe um intervalo limite para que ocorra a proporcionalidade da deformação, ou seja, a variação de deformação que atenda a proporcionalidade do corpo elástico. Se for inserido um número de massas para além do limite possível da mola, pode ocorrer uma ruptura, bem como uma deformação que não atenda a proporcionalidade esperada ou prevista/idealizada.

Outra possibilidade, de acordo com a habilidade de matemática EM13MAT501, preconiza “Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau” (BRASIL, 2018, p. 533), é utilizar os dados da Tabela 1 e que foram gerados com o uso do experimento, em uma planilha eletrônica como o *software Excel* – Figura 5.6.

Os alunos podem elaborar um gráfico de dispersão, com o qual será possível avaliar, analisar de forma significativa ao observar o comportamento dos dados no referido gráfico, as relações entre as variáveis massa e a deformação da mola.

Os dados da Tabela 2 também permitem que o professor explore e estimule a reflexão com os alunos acerca da indução lógica da lei da função matemática que representa a deformação da mola com respeito ao número crescente de massa que são inseridos no sistema, muito embora matematicamente, a relação entre massa e deformação seja biunívoca. A variável dependente neste experimento é a deformação, que depende do número de massas (variável independente) que são inseridos na mola.

Figura 5.6 – Planilha eletrônica com dados e gráficos das variáveis geradas com o experimento Lei de Hooke



A lei da função pode ser induzida com o uso do experimento, a partir das observações experienciadas com os alunos e, estabelecendo a relação comparativa entre a quantidade deformada para cada unidade de massa utilizada no sistema ou experimento. Isto fica melhor compreendido quando se reescreve os dados da Tabela 2 tal qual foi registrado na Tabela 3.

Tabela 3 – Número de massas versus deformação

UNIDADES DE MASSA	DEFORMAÇÃO EM cm
0	0 = 5 (0)
1	5 = 5 (1)
2	10 = 5(2)
3	15 = 5(3)
4	20 = 5(4)
5	25 = 5.(5)
...	...
N	5n = 5(n)

A Tabela 3 permite que o experimentador perceba que a deformação neste caso, ocorre na proporção de 5 para 1, ou seja, para cada massa inserida no experimento ocorre uma deformação de 5 cm. Isto permite que se escreva a lei da função para o fenômeno observado:

$$d(m) = 5m \quad (1)$$

Na qual:

- d é a deformação da mola dada em cm
- m é o número de massas

Convém registrar e associar aos estudantes quando estiver utilizando o experimento Lei de Hooke em sala de aula, que a lei da função dada na sentença (1) possui a forma algébrica:

$$f(x) = ax + b \quad (2)$$

Portanto, a função (1) pode ser escrita como:

$$f(x) = 5x + 0 \quad (3)$$

A partir da lei da função o professor pode retomar conceitos já estudados, como o coeficiente angular (a), o coeficiente linear (b), além de utilizar os dados das variáveis observadas e registradas para construir o gráfico da função.

É importante destacar que a lei da função obtida a partir da observação dos ensaios com o experimento, é construída e a partir do fenômeno físico observado no experimento no qual as variáveis deformação e massas são utilizadas. Portanto, tem uma origem lógica e prática, diferentemente das funções que são apresentadas nos livros didáticos e desprovidas de origem observável e muitas vezes apenas anunciada como algo pronto ou sem relação como fatos reais.

É comum os livros didáticos registrarem as funções e apresentá-las como: “Dada a função ...”. Por vezes, esta expressão se apresenta com uma conotação mágica, que não tem uma origem lógica ou que possa estar vinculada a um fenômeno natural. Não se quer aqui negar a importância de se resolver uma série de exercícios, mesmo porque a habilidade em explorar uma função algébrica, independentemente de sua origem tem sua importância intrínseca, no que tange a fixação e facilidade operacional de elementos de álgebra.

✓ Funções: domínio, imagem e contradomínio

Ainda a respeito do estudo aplicado de função do primeiro grau, o professor poderia explorar o domínio, a imagem e o contradomínio desta função.

Experimentalmente, pode-se ter unidades de massas que correspondem aos objetos do experimento. Neste caso o domínio pertence ao conjunto dos números inteiros não negativos, ou seja, $\{m \in \mathbb{Z}_+\}$. Porém, se estes objetos forem divididos para depois serem usados nas molas, pode se considerar que o domínio seja $\{m \in \mathbb{R}_+\}$. Portanto, não haverá logicamente, experimentalmente, massas ou número de massas negativas.

Portanto, se as massas forem consideradas como unidades indivisíveis, para o experimento ter-se-á:

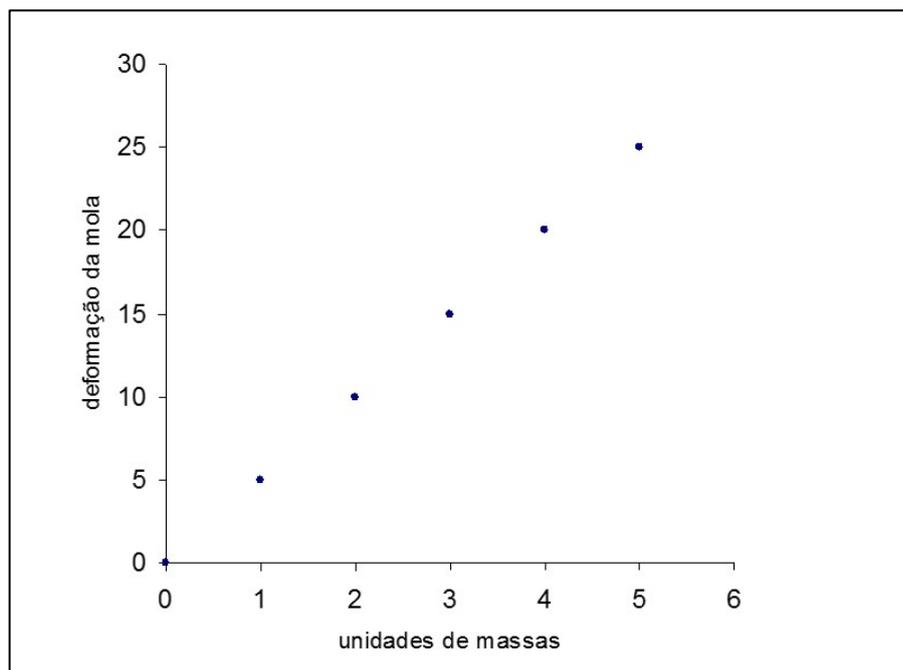
- ✓ Domínio da função: $\{m \in \mathbb{Z}_+\}$ ou $\{0;1;2;3;4;\dots;m\}$ desde que m esteja no intervalo limite da mola;
- ✓ Imagem da função: $\{0;5;10;15,\dots,5m\}$
- ✓ Contra domínio: $\{R\}$

Outra possibilidade de aplicação é a construção do gráfico da função induzida, e a partir deste analisá-lo com uma vinculação ao fenômeno físico ensaiado através do experimento. Registrando no plano cartesiano de \mathbb{R}^2 os pares ordenados observados no experimento – Tabela 1, considerando-se a deformação da mola como variável dependente e o número de massas utilizadas como variável independente, pode se observar que a medida em que se aumentam as massas aumenta-se também a deformação da mola. Este aumento na deformação da mola acontece proporcionalmente ao número de massas utilizados e, tal fenômeno observável justifica a constante de deformação conhecida como lei de Hooke.

O domínio e a imagem mencionados a partir das observações das variáveis deformação e massas utilizados no experimento diz respeito aos valores inteiros, no qual as massas não possam ou não devam ser divididas e o gráfico da função necessariamente é um gráfico de pontos – Figura 5.7.

Se for possível acrescentar unidade de massas, relativas aos números reais não negativos é possível traçar a reta que representa o gráfico da função induzida pelo experimento, conforme a Figura 5.8. Em outras palavras, se o professor ao utilizar o experimento inserir por exemplo $\frac{1}{2}$ unidade de massa terá um correspondente em y de valor 2,5 cm, se inserir 1,1 unidade de massa terá 5,5 cm de deformação. Estes valores são facilmente verificáveis no experimento.

Figura 5.7 – Gráfico de pontos da deformação *versus* massa

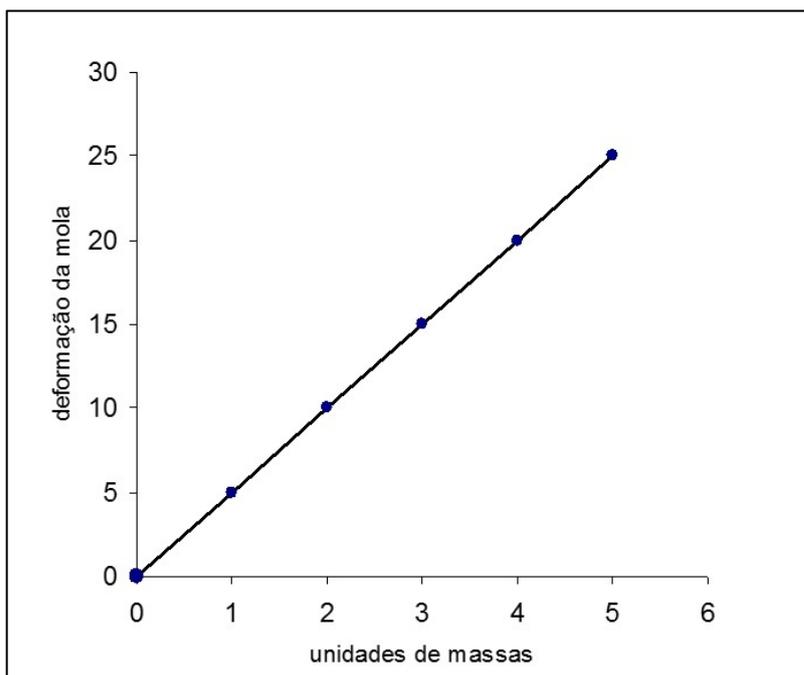


A partir da Figura 5.8, gráfico de uma semirreta, o professor poderá explorar e reforçar conceitos já trabalhados. A taxa de variação para este fenômeno experienciado com a Lei de Hooke e cujos dados das variáveis podem ser registrados em um Gráfico, acontece na proporção de 5 por 1, ou seja, para cada unidade de massa, ocorre uma deformação da mola de 5 cm.

Observando o Gráfico, outro conceito/conteúdo como a tangente também pode ser explorada, ou seja, propor aos alunos e associar a “coincidência” numérica que existe entre a tangente do ângulo da semirreta e o coeficiente angular da função que foi induzida a partir das observações das variáveis do experimento – Figura 5.8.

Uma observação que deve ser feita para os alunos é que no caso da Figura 5.8 (gráfico), o ângulo α parece ser um ângulo de 45° . Isto ocorre porque as escalas dos eixos são distintas. Note que as abscissas estão organizadas em unidades, enquanto que o eixo das ordenadas está na escala de 5 unidades. O ângulo de inclinação da reta que permite perceber a taxa de variação da deformação em função das massas pode ser mensurado pela tangente.

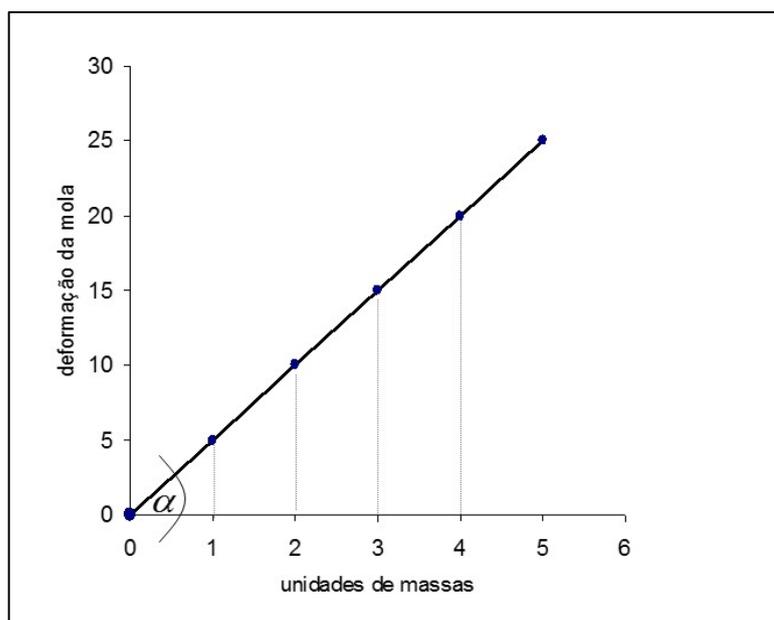
O professor poderá propor aos alunos que construam o mesmo Gráfico, porém utilizando escala unitário para ambos os eixos coordenados, maneira pela qual o ângulo de inclinação da reta corresponde ao valor obtido se medido com transferidor.

Figura 5.8 – Deformação da mola *versus* unidades de massa

Ao aplicar a tangente de α independente da abscissa adotada, o valor da tangente será sempre o mesmo e equivalente numericamente ao coeficiente angular, ou seja:

$$\Rightarrow \alpha = 78^{\circ}41'24''$$

$$tg\alpha = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \dots \therefore tg\alpha = 5$$

Figura 5.9 – Semirreta deformação *versus* massas

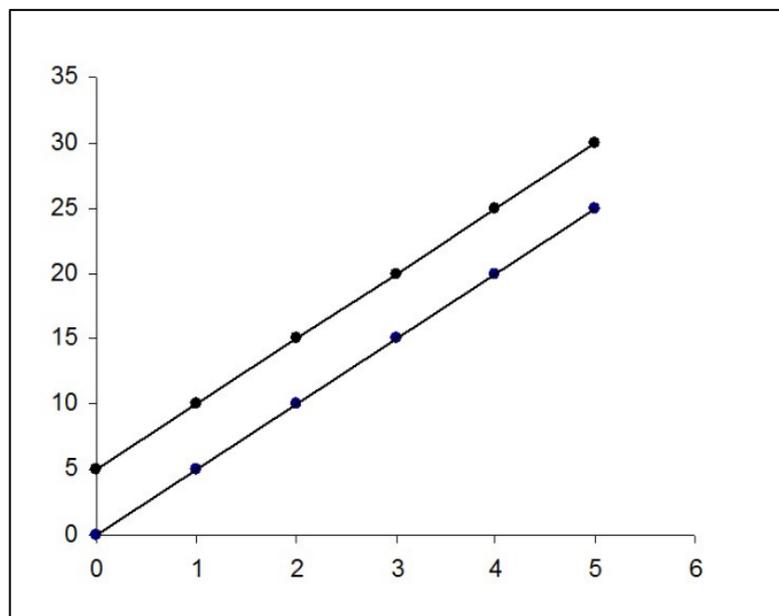
Ao proceder a comparação entre o coeficiente angular da função induzida

$$f(x) = 5x + 0 \quad \text{ou} \quad d(m) = 5m$$

Se observa que o coeficiente angular da função é o mesmo que tangente, ou seja, de valor 5. Pode-se observar no Gráfico também que o coeficiente linear é zero. Isto deve ao fato que a posição inicial da mola quando dos ensaios estava no referencial zero.

O professor poderá repetir o ensaio, considerando como marco inicial à posição 5. Ao construir o gráfico, ter-se-á uma função com mesmo coeficiente angular, mas com coeficiente linear 5. As retas paralelas permitirão comparações entre seus comportamentos e, certamente contribuirá para reforçar a aprendizagem dos estudantes – Figura 5.10.

Figura 5.10 – Semirretas da deformação *versus* massas com diferentes coeficientes lineares



Finalizamos esta seção reiterando que é possível ao professor explorar/estudar conteúdos programáticos de matemática dos ensinos fundamental e médio com base em dados experimentais. Entre esses conteúdos destacam-se a indução da lei de função, proporção, fração, gráfico de função linear, gráfico de pontos, solução de equações, domínio, imagem e contradomínio de função, sequências, progressão

aritmética, distância entre dois pontos, plano cartesiano de \mathbb{R}^2 , movimento harmônico, período, frequência, volume, força, massa.

5.1.2 Uso dos Espelhos Planos em atividades significativas de ensino e aprendizagem

Apresentar e utilizar o experimento Espelhos Planos pelo professor com o propósito pedagógico e, sob os pressupostos da aprendizagem significativa, é fundamental que ele utilize uma abordagem que incentive os estudantes a refletirem e conectarem o conteúdo com experiências de seu cotidiano. Essa estratégia deve envolver a busca ou ativação dos conhecimentos prévios dos alunos, tanto em relação aos conceitos matemáticos quanto aos de Física, que serão explorados durante a atividade.

Ao estabelecer uma relação entre aspectos teóricos e a prática, o professor tanto estimula quanto facilita a compreensão e aprendizagem de novos conceitos. Conforme registrado no Quadro 1, propomos quatro Etapas para a execução dos processos de Ensino e aprendizagem. Na Etapa 1, a apresentação do experimento e a contextualização inicial são essenciais para tornar os processos de ensino e aprendizagem significativos, interessantes e relevantes, de tal maneira que ajude os alunos a realizarem associações com situações do dia a dia como forma de motivar e despertar a curiosidade para os fenômenos que serão explorados.

✓ **ETAPA 1:** Contextualização e Exploração:

Na Etapa 1 o professor leva o equipamento Espelhos Planos até o ambiente de sala de aula. Inicia com a apresentação aos alunos desse material pedagógico e de forma breve, argumenta aos alunos participantes do que se trata e do que é composto. Enfatiza que se trata de um material cuja função principal é a de formar imagens de determinados objetos – Figura 5.11.

Figura 5.11 – Imagem refletida em espelhos planos



Fotografia: Joana Raquel Diehl Vanzella 2024

O que é um espelho? Espelho é uma palavra latina *speculum*. Trata-se de uma superfície que reflete raios luminosos em uma direção definida ao invés de absorvê-los ou espalhá-los em todas as direções – Figura 5.11.

Nesta etapa, o professor também realiza uma introdução ao tema, estimula resgatar o conhecimento prévio dos alunos e estimula reflexões e lembranças acerca de suas experiências cotidianas. Como já destacamos, as Teorias da Aprendizagem Significativa de Ausubel e Rogers preconizam que para integrar novos conteúdos de forma eficaz, é essencial relacioná-los ao que os alunos já conhecem. O uso dos espelhos no cotidiano facilita a investigação dos princípios de reflexão e formação de imagens.

Com a finalidade de estimular os alunos participantes a respeito do que já sabem acerca de imagens refletidas em superfícies polidas, o professor pode elaborar questões que podem ser respondidas individualmente e também coletivamente com a organização de pequenos grupos de participantes:

- "Vocês já pensaram por que conseguimos ver nossa imagem em um espelho, mas não em outros objetos, como uma parede ou uma janela?"
- "Quem entre vocês já notou alguma diferença entre uma imagem formada em um espelho, como um de bolso, em comparação com um espelho grande, como o de um banheiro?"

- "Como vocês pensam que a imagem se forma com o espelho retrovisor? Vocês percebem diferenças entre as imagens quando comparadas com o retrovisor e outros espelhos?"

Essas perguntas primeiramente estimulam as reflexões, prendem ou chamam a atenção e ainda incentivam os alunos a refletirem sobre suas próprias experiências e formularem hipóteses iniciais a respeito de como os espelhos refletem objetos. São questões que podem leva-los a considerar aspectos como o tamanho e a posição dos espelhos além da nitidez das imagens.

✓ **ETAPA 2:** Atividades interativas

Após a discussão inicial no que concerne as experiências dos alunos participantes com os espelhos, o professor introduz os conceitos fundamentais de reflexão e formação de imagens, utiliza as observações compartilhadas pelos alunos como ponto de partida. O professor também apresenta de maneira breve como o experimento é sistematizado e como as faces refletoras podem assumir posições distintas quando manipuladas. Que há posições nas quais as imagens geradas podem ser observadas, avaliadas e até numeradas ou contadas. Que explorar o que acontece em termos de fenômenos físicos e uma atividade a ser desenvolvida, experienciada e, sempre que possível refletir acerca dos eventos percebidos.

Nessa fase, a abordagem deve ser colaborativa, conecta os novos conhecimentos aos contextos cotidianos mencionados pelos estudantes. Ao explorar conceitos como ângulo entre os espelhos e o número de imagens formadas, o professor incentiva a participação ativa dos alunos, permite que eles façam conexões e formulem hipóteses sobre o comportamento das imagens refletidas.

Os alunos são organizados para trabalhar com o experimento espelhos planos. A manipulação desse material pedagógico no qual é possível modificar os ângulos entre os espelhos vai permitir observar que o número de imagens varia conforme varia o ângulo entre as faces refletoras. Convém registrar que não se trata de uma informação do educador durante o processo de ensino as modificações das variáveis ângulo entre as faces refletoras e o número de imagens formadas, mas, uma

experiência vivenciada, experienciada e, portanto, significativa. Essa atividade tem potencialidade para desenvolver habilidades de observação e registro de padrões e regularidades, de acordo com a habilidade EM13MAT501 prevista na BNCC (BRASIL, 2018, p. 533), que propõe investigar relações numéricas e representá-las no plano cartesiano, identificar padrões e criar conjecturas com vistas a generalizar tais comportamentos.

Ainda nessa etapa são perguntas interessantes:

- "O que é possível observar ao abrir ou fechar os espelhos no que se refere ao número de imagens refletidas? Como e porque o número de imagens refletidas se altera?"

- "Vocês conseguem prever quantas imagens aparecerão ao mudar o ângulo entre os espelhos?" Em caso afirmativo, de que maneira? É possível estabelecer uma relação matemática com a qual as relações entre essas variáveis podem ser previstas?

- "Como esses padrões podem ser registrados e analisados matematicamente?"

Essas perguntas têm a potencialidade de incentivar os alunos a formular hipóteses e a refletir sobre o comportamento das imagens ao variar os ângulos entre os espelhos, prepara-os para registrar as observações e explorar os padrões resultantes.

No contexto de aprofundar os conteúdos de Matemática, a BNCC sugere que, para desenvolver competências como raciocínio e argumentação (BRASIL, 2018, p. 519), os alunos devem ser capazes de formular e testar conjecturas, construir justificativas e generalizar padrões.

Explorar, observar e refletir acerca da variação e constância é fundamental para que os alunos reconheçam características de fenômenos invariantes e variáveis e, potencializa condições para aplicar o conhecimento ao contexto dos espelhos (BRASIL, 2018). Ao analisar como o ângulo entre os espelhos altera a quantidade de imagens que são formadas, os alunos podem extrapolar esses conceitos para compreender outros fenômenos relacionados à simetria, correlação entre variáveis, indução da lei da função e padrões geométricos.

Como atividade, o professor pode solicitar que os alunos individualmente desenhem o que observaram ao variar o ângulo entre os espelhos. utilizar o

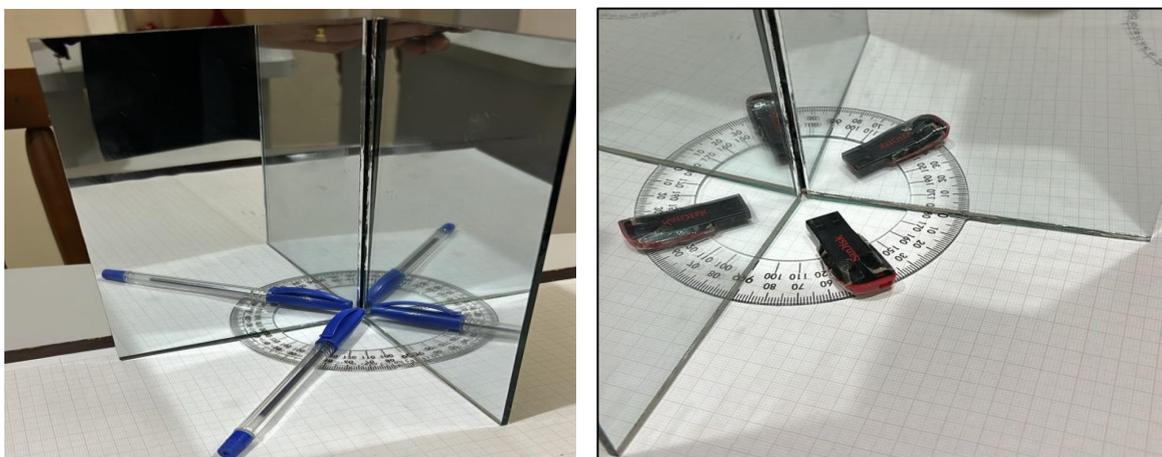
transferidor para medir e anotar as mudanças no número de imagens formadas. Esse exercício permite que os alunos visualizem e registrem as relações entre ângulo e número de imagens refletidas com estímulos cognitivos para uma compreensão dos fenômenos e padrões observados/experenciados.

A utilização de tabelas e gráficos para registrar e representar os dados das variáveis observadas também se alinha com a habilidade prevista na EM13MAT501 da BNCC, ao preconizar que os alunos devem ser estimulados a relacionar esses dados a funções e padrões matemáticos.

Essa etapa potencializa a comunicação dos resultados de forma científica, em consonância com a habilidade EM13CNT302 (BRASIL, 2018, p. 520), para orientar e estimular os alunos a apresentarem suas descobertas por meio de representações gráficas ou diagramas. A análise dos dados permite que os alunos discutam suas descobertas com os colegas, aprofundem suas compreensões e promova o desenvolvimento de competências argumentativas.

As propriedades dos espelhos planos incluem a simetria entre os pontos do objeto e imagem, e a predominância da reflexão regular. No experimento com espelhos planos, observa-se que, na medida em que o ângulo entre as faces refletoras diminui, o número de imagens aumenta. Para um observador posicionado adequadamente em relação ao experimento, essa é uma experiência significativa. Por exemplo, quando o ângulo entre as faces é de 90° , é possível observar quando o observador estiver em uma posição adequada, três imagens do objeto, como registrado nas imagens da Figura 5.12.

Figura 5.12 – Imagens formadas com ângulo de 90° entre as faces refletoras



Fotografias: Joana Raquel Diehl Vanzella 2024

A formação de múltiplas imagens - Figura 5.13, ocorre devido à reflexão repetida entre os espelhos, permite aos participantes observar como o posicionamento e o ângulo entre eles alteram o número e a posição das imagens.

✓ **ETAPA 3: Análise/avaliação**

O professor propõe uma discussão coletiva, na qual os alunos compartilham e registram suas observações e descobertas respeito das variáveis observadas, como o número de imagens formadas em função do ângulo entre os espelhos. Essa discussão permite que os estudantes sejam estimulados a estabelecerem relações entre o que foi observado com o uso do experimento e determinados conteúdos programáticos dos currículos de Matemática, Ciências e Física.

Os alunos são orientados a identificar fenômenos que se relacionam com conteúdos programáticos tais como simetria, reflexão e a análise de padrões geométricos. Esse momento é importante para que os estudantes reflitam sobre o que foi observado e estabeleçam relações entre o conhecimento prévio de outras situações de aprendizagem, desenvolvam habilidades matemáticas tais como a interpretação de dados e a formulação de hipóteses.

Durante a atividade pedagógica com o uso do experimento, os grupos de estudantes trabalham/exploram o material pedagógico de forma colaborativa para examinar como determinados conteúdos podem ser associados aos fenômenos experienciados e tem como propósito entender as relações entre as variáveis observadas. Em determinados casos, para desenvolver possíveis soluções de situações.

O professor deve incentivar a participação ativa de todos os alunos no processo de reflexão e argumentação. Propor discussão sobre como os fenômenos observados e como podem ser explicados, com base nos conteúdos de Matemática e Ciências. Esse processo estimula o desenvolvimento de competências investigativas e de comunicação científica, conforme previsto na habilidade EM13CNT302, ao incentivar que os alunos apresentem suas conclusões e debatam suas interpretações em relação aos fenômenos observados.

A etapa inclui a aplicação prática do método científico, à medida que os alunos analisam as variáveis observadas e identificam as relações entre as variáveis ângulo entre as faces refletoras e o número de imagens que são formadas ou refletidas. Essa abordagem potencializa uma compreensão integrada dos conteúdos programáticos e permite uma aplicação dos conhecimentos adquiridos com base em experiências vivenciadas, o que fortalece o aprendizado interdisciplinar e pressupõe a aprendizagem significativa.

✓ **ETAPA 4:** Aplicação

Os alunos consolidam suas descobertas ao comparar as hipóteses iniciais com os resultados obtidos no experimento com espelhos planos. O professor orienta a análise crítica, incentiva os alunos a refletirem a respeito dos fenômenos observados e a validarem ou ajustarem suas compreensões em relação a relação entre os ângulos entre as faces refletora e o número de imagens formadas e reflexão. Esse processo permite que os alunos associem os dados coletados a determinados conteúdos matemáticos, o que contribui ou estimula uma compreensão mais aguçada ou um entendimento significativo.

Entre as possibilidades para a consolidação das observações vivenciadas pelos alunos e os conteúdos programáticos algumas perguntas podem ser propostas:

- "Os resultados entre as variáveis ângulos e imagens observadas com uso do que experimento confirmam suas hipóteses iniciais? As observações dos fenômenos com uso do experimento alteraram ou agregaram alguma coisa sua compreensão ou forma de pensar a respeito da formação de imagens com uso de faces refletoras?"
- "Em que outras situações do cotidiano vocês conseguem aplicar o que aprenderam sobre ângulos de reflexão? O que acontece quando observamos reflexos em superfícies como água ou vidro?"

Além de promover atividades práticas interativas que potencializam a compreensão significativa, o experimento também é um recurso didático pedagógico com o qual é possível oportunizar aos oferece uma oportunidade para que os alunos desenvolverem habilidades e competências na análise e representação de dados.

Nesse contexto, a habilidade EM13MAT408 torna-se relevante, pois os alunos interpretam e representam visualmente os resultados por meio de gráficos ou diagramas que ilustram os ângulos de incidência e reflexão. Ao apresentar esses resultados em relatórios ou gráficos, os alunos explicam como os fenômenos observados se relacionam com suas hipóteses.

Nessa etapa o professor inicia a associação dos conteúdos programáticos previstos em sua disciplina e realiza a construção de significados/exploração dos conteúdos matemáticos com base nas informações das variáveis que foram obtidas com o uso do experimento Espelhos Planos.

O professor pode orientar os alunos a utilizar os resultados experimentais a aplicações matemáticas tais como a representação gráfica no plano cartesiano de R^2 e a registrar e observar a relação entre os ângulos observados nas faces refletoras do Experimento, porém agora em desenhos feitos no caderno ou com uso de recurso computacional. A análise de dados permite estimular e desenvolver a habilidade EM13MAT501, que envolve a investigação de padrões e a criação de generalizações, com foco na representação de tais padrões em tabelas e no plano cartesiano. Os alunos podem utilizar os gráficos para representar a relação entre ângulos e o número de imagens, estudar e investigar por exemplo conceitos como a variação e a constância entre variáveis que são observadas em fenômenos físicos (BRASIL, 2018), fundamentais para identificar regularidades e, quando possível, realizar generalizações matemáticas no contexto de funções polinomiais de 1º grau.

O uso do Experimento Espelhos Planos como recurso didático é possível explorar diversos conteúdos programáticos e que estão comumente previstos no ensino de Matemática, Física e Ciências. Entre os que são previstos na Matemática, destacam-se:

- ✓ Noção de número
- ✓ Noção intuitiva de conjunto
- ✓ relação
- ✓ função
- ✓ função não linear
- ✓ plano cartesiano de R^2
- ✓ Gráfico de funções hiperbólicas
- ✓ Formação de imagem em espelhos planos

- ✓ Ângulo - definição
- ✓ Indução da lei da função – lógica
- ✓ Taxa de variação – significado da derivada
- ✓ Definição da função – condição de existência

Nesse estudo, os seguintes conteúdos serão explorados por meio do experimento Espelhos Planos: noção intuitiva de conjunto, correlação, formação de imagem, reflexão da luz, função, domínio imagem e contradomínio.

- ✓ Noção intuitiva de conjunto com uso do experimento Espelhos Planos

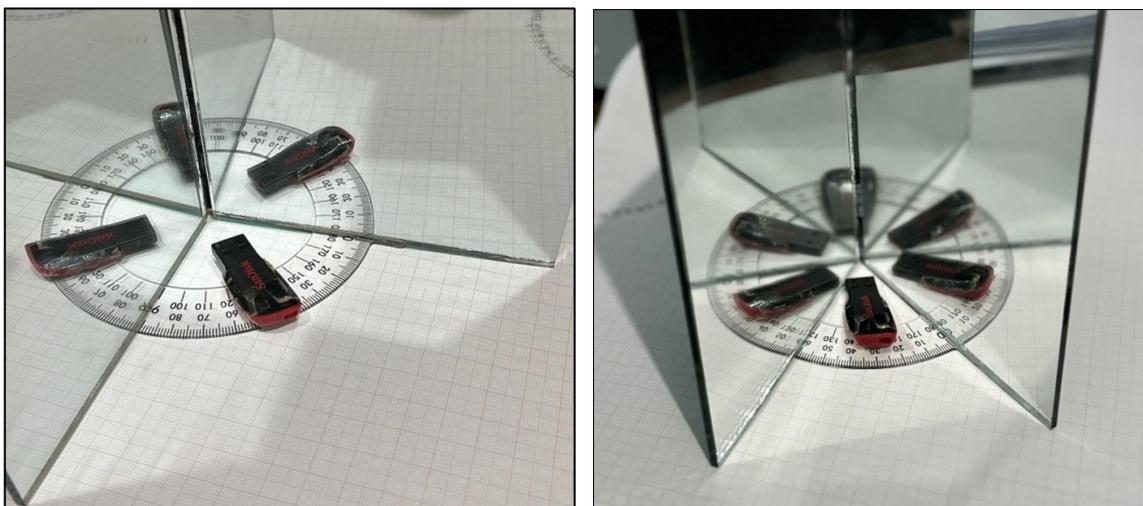
Como o professor pode propor uma interação aos alunos a respeito dos elementos e fenômenos observáveis que podem ser realizados com o uso do experimento Espelhos Planos, de modo que possa estimular a interação e a reflexão com vistas a construção cognitiva, explorar a formação de imagens e a quantidade de imagens resultante?

Reiteramos que a construção significativa de conhecimento é um dos pressupostos desafiadores tanto aos educadores quanto aos educandos. Tanto a noção de conjunto quanto sua definição pode ser pensada, idealizada, associada e vivenciada com o uso de um experimento como o Espelhos Planos. Com a interação exploração do experimento - Figura 5.13, o professor pode interpelar e questionar aos alunos participantes da atividade pedagógica a respeito do conjunto de imagens e de objetos que são observados.

A experimentação também permite que os diferentes ângulos sejam organizados e pensados como um conjunto, para os quais, quantidades diferentes de imagens são formadas/refletidas. É possível considerar ainda o conjunto unitário de um objeto como um *pendrive*, como registrado nas imagens da Figura 5.13.

O professor pode solicitar que os alunos participantes façam o registro dos valores das variáveis observadas em tabelas: ângulos entre as faces refletoras e imagens formadas em cada posição dos espelhos. Com essas informações, apresentar por associação os respectivos conceitos matemáticos que compõem os conteúdos programáticos dos currículos escolares, tais como o de relações entre grandezas, funções e representações gráficas.

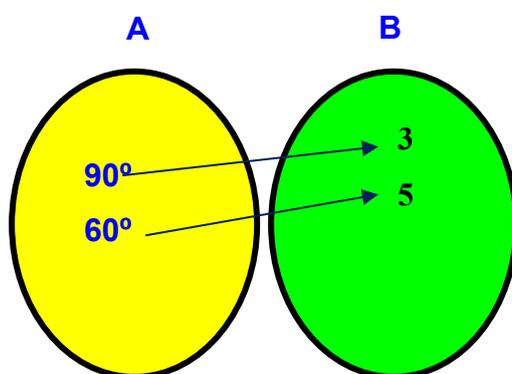
Figura 5.13 – Imagens de um *pendrive* formadas pelas faces refletoras do experimento Espelhos Planos para os ângulos de 90 e 60 graus



Fotografia: Joana Raquel Diehl Vanzella 2024

O estudo das relações entre os elementos de dois conjuntos não vazios permite que seja explorado um dos principais conceitos fundamentais da matemática aplicada: o conceito de função. Utilizar o diagrama de Euler-Venn para representar os conjuntos de imagens, conjunto B e o conjunto de ângulos, conjunto A que são observados, e estabelecer uma correlação entre o fenômeno vivenciado e a representação matemática – Figura 5.14. As informações observadas permitem considerar e registrar os conjuntos $A = \{90^\circ, 60^\circ, \dots\}$ e $B = \{3, 5, \dots\}$. O diagrama indica a correspondência entre os elementos desses conjuntos e a formação de pares ordenados

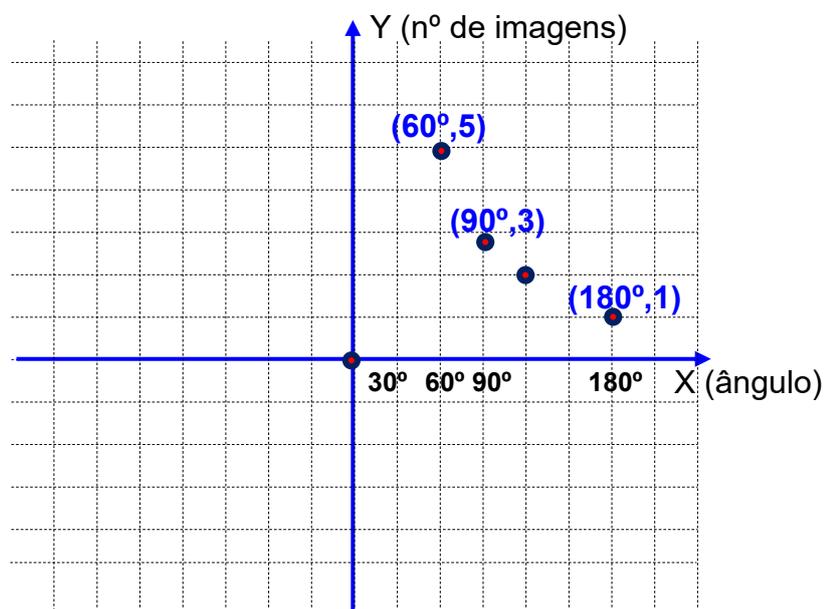
Figura 5.14 – Diagrama de Euler-Venn para o número de imagens formadas segundo o ângulo entre as faces refletoras dos espelhos



Com base no diagrama de Euler-Venn pode-se escrever o conjunto de pares ordenados $\{(90^\circ, 3), (60^\circ, 5), \dots\}$. Esse conjunto é o produto cartesiano de A por B. Os elementos dos conjuntos de pares ordenados podem ser representados em um plano cartesiano como na Figura 5.15.

Por associação o professor pode apresentar aos alunos definições importantes e que são constituintes do conteúdo programático de matemática, como por exemplo, a definição de produto cartesiano: “considerados dos conjuntos A por B não vazios, denomina-se produto cartesiano de A por B ($A \times B$) o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) no qual $x \in A$ e $y \in B$, ou seja, $A \times B = \{(x, y) / x \in A \text{ e } y \in B\}$ ” (MUCELIN, 2019). Também a definição de relação “considerados dois conjuntos A e B não vazios, denomina-se “relação R de A em B” todo subconjunto do produto cartesiano de $A \times B$ ” (*ibidem*, 2019).

Figura 5.15 – Gráfico de dispersão com o ângulo entre as faces refletoras e as respectivas imagens formadas



Relações entre determinadas variáveis como as experienciadas pelos alunos com o uso do experimento Espelhos Planos podem ser expressas por sentenças algébricas e, por vezes, podem ser denominadas fórmulas ou sentenças matemáticas observáveis e experienciadas.

O conceito de função foi pragmaticamente sistematizado por meio da observação e interpretação de fenômenos cotidianos, nos quais ocorrem múltiplas e

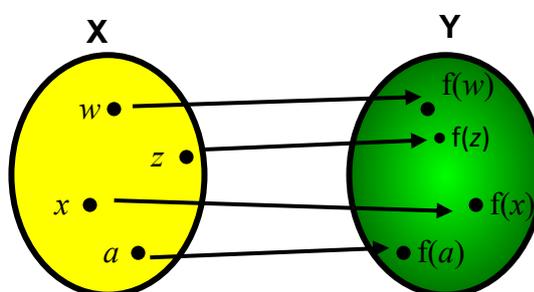
distintas relações entre determinadas variáveis como é o caso do experimento Espelhos Planos. Não obstante parecer simples o conceito de função, ele é o resultado de uma exaustiva, paulatina e prolongada reflexão a respeito da relação entre variáveis¹⁵.

Uma função é uma relação entre os elementos constituintes de conjuntos. Entretanto, convém registrar que uma relação não necessariamente é uma função. Em outras palavras uma função é um modo especial de relação, uma correspondência entre grandezas que obedece a condições específicas, tal qual se observa com as imagens formadas segundo o ângulo entre os espelhos do experimento Espelhos Planos.

Segundo Mucelin (2019) uma função pode ser definida como “Uma correspondência f , de elementos de um conjunto X em um conjunto Y é uma função, se e somente se, para cada elemento x de X , existir um único elemento y de Y .”

As funções podem ser representadas por diagramas como na Figura 5.16 abaixo.

Figura 5.16 – Diagrama de função



O diagrama de setas da Figura 5.16 é conhecido como diagrama de Euler-Venn. As setas indicam que os elementos $f(x)$, $f(w)$, $f(z)$ e $f(a)$ de Y estão associados aos elementos x , w , z e a de X . Pode-se imaginar o conjunto de todas as setas deste tipo, tal que cada seta associe um elemento de X a algum elemento específico de Y .

¹⁵ Segundo Eves (2011) foi no Século XVIII que o resultado de operações entre variáveis e constantes, passou a ser considerado pelo matemático suíço Jean Bernoulli (1667-1748), como função. Para esse autor a definição de função que mais se aproximou da definição aceita hoje foi elaborada pelo matemático alemão Peter G. L. Dirichlet (1805-1859). Convém destacar que foi no século XVII, com as ideias de René Descartes e Pierre de Fermat pela introdução do sistema de coordenadas cartesianas, que possibilitou transformar problemas geométricos em problemas algébricos e estudar analiticamente as funções.

Embora se tenha ilustrado X e Y sem elementos comuns, tal não é exigido pela Definição de função.

Ao observar as imagens formadas pelos espelhos com diferentes ângulos, os alunos identificam diferentes situações que são associadas a conjuntos, como por exemplo o conjunto unitário objeto, o conjunto de posições dos ângulos entre os espelhos e o conjunto imagens: {1; 2; 3; ...}. No caso das imagens o professor pode associar ao conjunto dos números naturais, representando uma sequência de imagens e suas posições relativas.

O professor também pode sugerir que os estudantes identifiquem e descrevam como compreendem o processo de formação das imagens no experimento e como elas se multiplicam, incentivando-os a refletir a respeito da definição de simetria, padrões e organização espacial. Essa abordagem permite que os alunos desenvolvam uma compreensão significativa da relação entre a observação experimental e conceitos matemáticos, como a sequência numérica e a estruturação de conjuntos, proporcionando uma conexão experimental e associativa com os números naturais e suas aplicações.

Os alunos podem observar diferentes subconjuntos com a utilização de distintos objetos visualizar e engendrar a ideia de conjunto e subconjunto, ao perceberem que o experimento Espelhos Planos permite gerar subconjuntos diversos.

Com a disposição dos espelhos planos que compõem o experimento como na Figura 4.19, é possível explorar a formação das imagens refletidas e a disposição espacial dessas imagens. Para associar essa análise aos conceitos geométricos, o professor pode propor atividades que envolvam questões relacionadas à posição e ao número das imagens formadas.

✓ Reflexão e ângulos com uso do experimento Espelhos Planos

O conceito de reflexão da luz é um dos princípios fundamentais ao estudar Espelhos Planos. De acordo com as leis de reflexão, o ângulo de reflexão, que é o ângulo de incidência entre o raio incidente e a linha normal ao espelho, é sempre igual ao ângulo de reflexão, que é o ângulo de reflexão entre o raio refletido e a linha normal.

Esse conceito é a base para entender como diferentes ângulos entre dois espelhos planos influenciam a formação de múltiplas imagens.

Quando dois espelhos planos são posicionados em ângulos variados, o número de imagens formadas depende do valor desse ângulo. Quanto menor o ângulo entre os espelhos, maior o número de imagens geradas/refletidas, pois cada reflexão subsequente cria uma nova imagem. Isso indica ou revela a relação entre a geometria dos espelhos e o comportamento da luz, fato que pode facilitar explorar e estudar de conceitos geométricos.

Segundo Amurim (2018, p. 31), ao posicionar “[...] um objeto entre dois espelhos que formam certo ângulo α , a imagem formada em um espelho serve como objeto para o outro, assim temos a formação de várias imagens”. Esse fenômeno pode ser descrito pela fórmula matemática:

$$N(\alpha) = (360/\alpha) - 1 \quad (4)$$

função na qual:

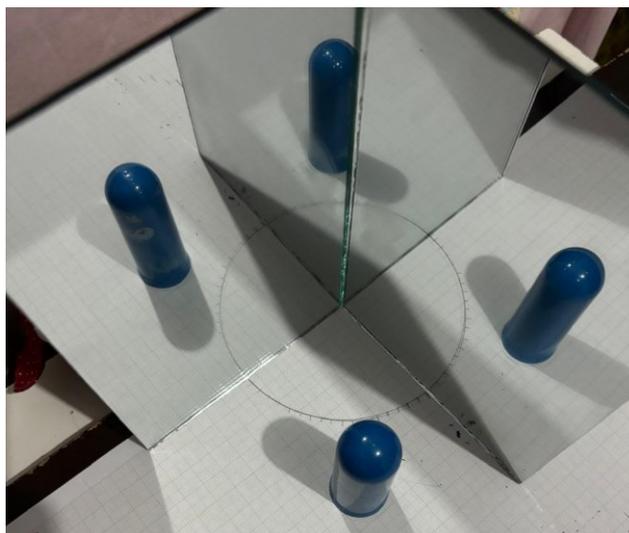
- N é o número de imagens formadas em função do ângulo alfa;
- α é o ângulo entre as faces refletoras dos espelhos com $0 < \alpha \leq 180$

Organizados em pequenos grupos de alunos, e utilizando um objeto tal como uma caneta ou *pendrive* os alunos podem verificar a variação no número de imagens que são geradas no experimento Espelhos Planos quando diferentes ângulos entre as faces refletoras são posicionados. Por exemplo, podem observar situações tais como 30° , 45° , 60° e 90 graus entre os espelhos.

Os participantes irão perceber que o número de imagens refletidas varia conforme o ângulo entre os espelhos. Notadamente, ao configurar os espelhos a 90° , os alunos observarão que três imagens são formadas e confirma a função matemática (4) e registrada na Figura 5.17.

Os alunos observam como os conceitos de reflexão e ângulos, já conhecidos em outros contextos, são aplicados de forma visual e concreta neste experimento. Isso favorece uma compreensão mais intuitiva e significativa dos fenômenos físicos envolvidos.

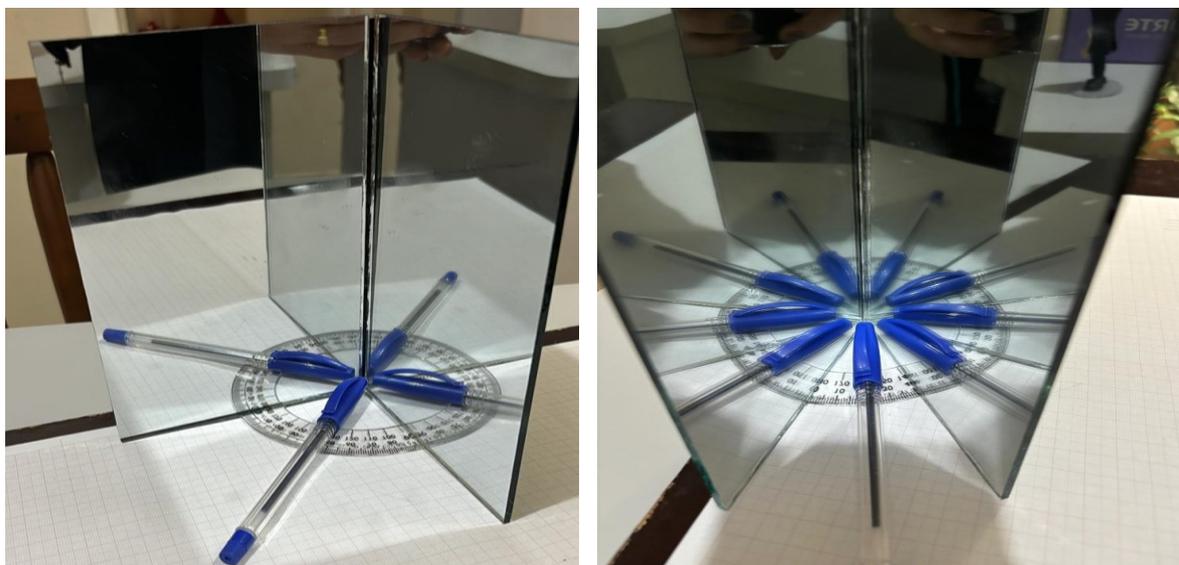
Figura 5.17– Noção de conjunto com uso do experimento Espelhos Planos



Fotografia: Joana Raquel Diehl Vanzella 2024

O experimento com espelhos planos oferece uma maneira prática de explorar as leis da reflexão e os efeitos dos ângulos a respeito da formação de imagens – Figura 5.18.

Figura 5.18 – Imagens formadas nos Espelhos Planos com ângulo de 90° e 40° graus entre os espelhos



Fotografia: Joana Raquel Diehl Vanzella 2024

Ao aplicar esses conceitos em uma situação experimental, os alunos são estimulados a desenvolver uma compreensão mais aprofundada das relações geométricas e físicas envolvidas, e podem conectar conectando teoria e prática de maneira significativa. Esse tipo de abordagem ativa favorece a aplicação dos

conhecimentos teóricos de forma experimental, na qual os alunos participantes experienciam, observam e reflete acerca dos fenômenos o que os, conectam aos objetivos da BNCC e à aprendizagem significativa.

✓ Estudo de funções e a indução da lei da função com o experimento Espelhos Planos

Avaliar a correspondência entre conjuntos de variáveis é uma atividade significativa sob a perspectiva da aprendizagem significativa. Há correlação entre o conjunto de ângulos entre as faces refletoras do experimento e o conjunto das imagens formadas. Se essa correlação for observada, o professor pode iniciar o estudo de função por associação. Uma função pode ser definida como uma relação ou uma correspondência f , de elementos de um conjunto X em um conjunto Y é uma função, se e somente se, para cada elemento x do conjunto X , existir um único elemento y do conjunto Y .

Ao explorar o experimento Espelhos Planos, informações acerca das variáveis são geradas. Essas informações precisam ser registradas em uma tabela para posterior avaliação do comportamento das variáveis e possível lei da função.

Uma das habilidades que já mencionamos para o uso do experimento Lei de Hooke e que também pode e deve ser estimuladas com uso do experimento Espelhos Planos é a EM13MAT501 da BNCC, que preconiza "investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização" (BRASIL, 2018, p. 533). Aplicar o conjunto de dados obtidos experimentalmente, com registro em tabela de dados, representação gráfica seguida de análise de tendência é potencial para a adequada compreensão das relações entre as variáveis envolvidas e potencializa a aprendizagem significativa uma vez que se trata de dados que foram experienciados.

O uso do experimento Espelhos Planos pelos alunos seguido do registro dos dados das variáveis imagens e ângulos entre as faces refletoras é potencial motivador pedagógico. Construir gráficos que indicam o comportamento das variáveis observadas e que podem revelar a correlação entre as variáveis observadas, avaliadas e investigadas permitirá aplicar conceitos de funções, representação no

plano cartesiano, auxiliar na identificação de padrões e características fundamentais nas relações observadas no experimento.

Ao realizar os ensaios experimentais descritos na Etapa 3 pelos participantes com uso do experimento gera dados - Tabela 4.

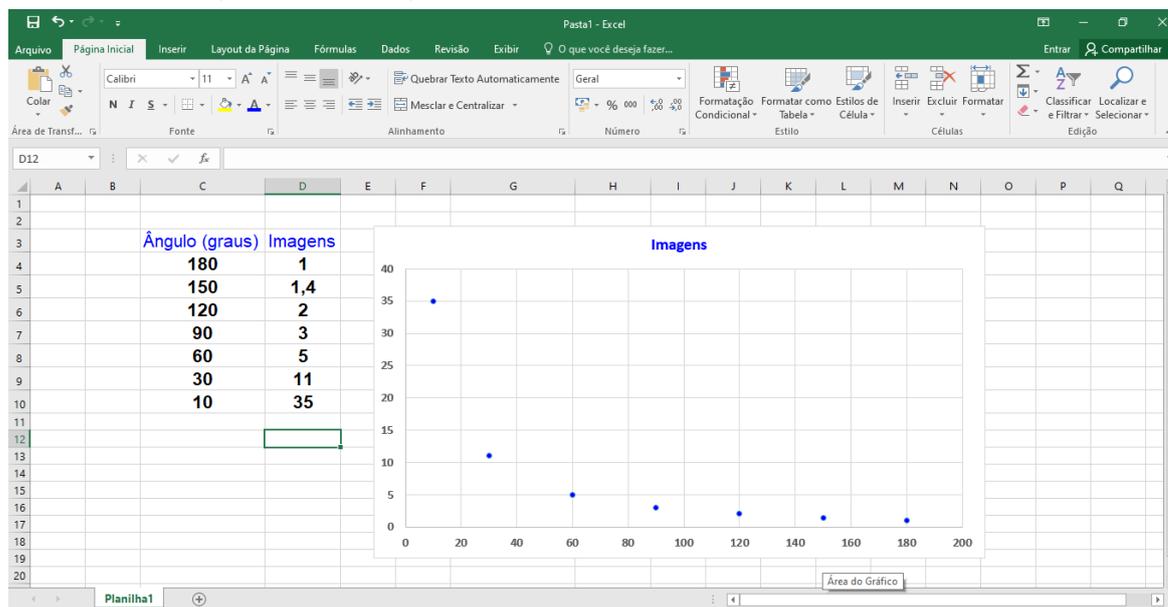
Tabela 4 – Imagens refletidas de acordo com o ângulo entre os espelhos

ÂNGULO (graus)	NÚMERO IMAGENS REFLETIDAS
180	1
150	1,4
120	2
90	3
60	5
30	11
10	35
1	359
0,1	3599
...	...
Tende a zero graus	Tende ao infinito número de imagens

Existe um intervalo limite para que ocorra a formação das imagens, ou seja, entre 0 e 180 graus. Ainda é preciso considerar a posição do observador para que as imagens geradas sejam observadas. Por exemplo, se o observador estiver atrás das fontes refletoras, obviamente não vai visualizar nada.

Novamente com as variáveis observadas e registradas na Tabela 4 a proposição de desenvolvimento da habilidade de matemática EM13MAT501 é contemplada, ou seja, atividades pedagógicas que estimulem e permitam “Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização” (BRASIL, 2018, p. 533). Os alunos podem utilizar os dados da Tabela 4 que foram observados/gerados no experimento Espelhos Planos, registra-los em uma planilha eletrônica e, com o uso de um *software* tal qual o *Excel* – Figura 5.19, elaborar um gráfico de dispersão, com o qual será possível avaliar, analisar de forma significativa ao observar o comportamento dos dados no referido gráfico, as relações entre as variáveis ângulo entre os espelhos e o número de imagens formadas.

Figura 5.19 – Planilha eletrônica com dados e gráficos das variáveis geradas com o experimento Espelhos Planos



Os dados das variáveis da Tabela 4 também permitem que o professor explore e estimule a reflexão/considerações com os alunos acerca da indução lógica da lei da função matemática que representa o ângulo entre os espelhos do experimento Espelhos Planos e o número de imagens que são geradas. A variável dependente neste experimento é número de imagens, que depende do ângulo (variável independente) entre as faces refletoras.

A lei da função pode ser induzida com o uso do experimento Espelhos Planos, a partir das observações experienciadas com os alunos e, com as quais se estabelece a relação comparativa entre a quantidade de imagens e o ângulo adotado no sistema ou experimento.

Qual é a lógica para a formação das imagens observáveis no experimento Espelhos Planos quando há alteração no ângulo entre os espelhos? Na posição 180 graus das faces refletoras o observador terá uma imagem. Tal qual se observar em um espelho no banheiro de casa. Se considerar que a área espelhada pelas lentes refletoras é de 180 graus e a área nesse ângulo também é 180 tem-se um círculo completo, ou seja, 360 graus. Logo, metade é área real e metade é imagem refletida.

Na posição 90° a área refletida se repete, mas agora na razão $\frac{1}{4}$, ou seja, a circunferência dividida por 4... essa é a lógica da formação das imagens que justifica a relação ou função matemática entre os ângulos das faces refletoras e o número de imagens geradas.

✓ Funções: domínio, imagem e contradomínio

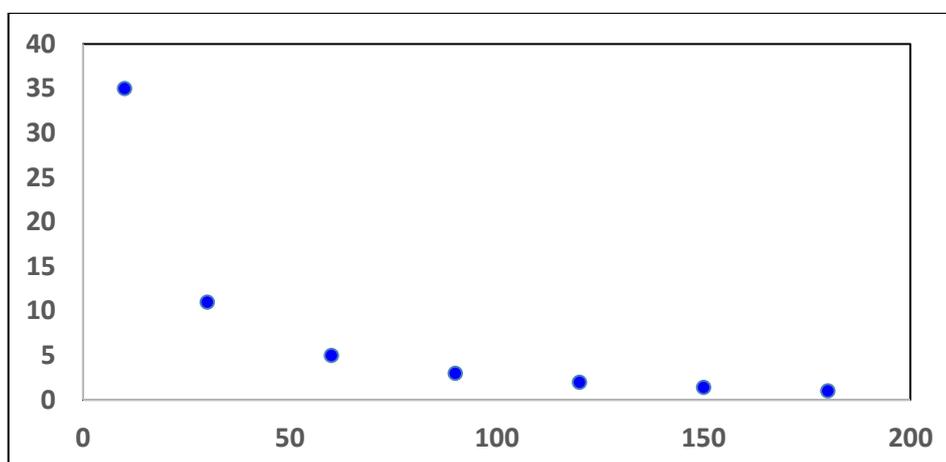
Acerca do estudo de função, novamente o professor pode explorar as definições de domínio, imagem e contradomínio desta função.

De forma experimental e com uso do material pedagógico pode-se associar conjunto de variáveis observáveis no experimento. Neste caso do objeto o domínio pertence ao conjunto dos números inteiros não negativos, ou seja, $\{m \in \mathbb{Z}_+\}$. Já para as imagens e ângulo tem-se o “surgimento” das imagens na medida em que os ângulos dos espelhos são ampliados das seja, pertencem a um intervalo real. Não haverá logicamente, experimentalmente, imagens para ângulos superiores a 180 graus ou menor igual a zero.

Ao se fazer o registro no plano cartesiano de \mathbb{R}^2 dos pares ordenados observados no experimento – Tabela 4, e se considerando o número de imagens como variável dependente e o ângulo adotado entre os espelhos como variável independente, pode se observar que na medida em que os ângulos diminuem aumenta o número de imagens formadas. Essa variação difere do experimento observado na deformação da mola da Lei de Hooke uma vez que a taxa de variação não é constante, é exponencial. Portanto, outra oportunidade de comparações associativas para a construção cognitiva dos participantes do processo de ensino aprendizagem

Na Figura 5.20 o gráfico de dispersão das variáveis imagens e ângulos observados e registrado no experimento.

Figura 5.20– Gráfico de pontos das imagens em função do ângulo entre os espelhos



A Figura 5.20, indica o gráfico de uma hipérbole e permite que o professor explore e reforce conceitos como taxa de variação, assíntotas e representação gráfica. A taxa de variação para este fenômeno difere do que foi experienciado com o experimento Lei de Hooke, uma vez que aqui não ocorre a proporcionalidade.

A ideia ou noção de tangente a curva também pode ser explorada, uma vez que tanto a ideia de limite quanto a de derivada são possíveis de serem exploradas e constituem conteúdos programáticos de Cursos de Graduação ou Pós-graduação.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou investigar e registrar determinados aspectos considerados fundamentais dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, de Física e de Ciências da Natureza. Registrou-se a potencialidade de experimentos matemáticos a serem utilizados para os processos significativos do ensino e da aprendizagem, em alinhamento com os pressupostos das Teorias da Aprendizagem Significativa de Ausubel e Rogers.

Foi construído e registrado ao leitor, mais especificamente com a finalidade de atender aos professores, uma sequência de atividades didático-pedagógica, que contempla a atividade docente, cuja execução experimental preconiza ser eficaz na promoção de uma aprendizagem tanto significativa quanto relevante, com registros de conexões entre os conteúdos da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). As atividades didáticas preveem o uso dos experimentos matemáticos e foram propostas para serem desenvolvidas em sala de aula.

O mote desta pesquisa foi uma proposição didático-pedagógica significativa, e organizada em etapas na qual os experimentos matemáticos explorados, foram a Lei de Hooke e os Espelhos Planos. Destaca-se que tais sequências estão alinhadas com as teorias de Ausubel e Rogers, os pressupostos da BNCC para Matemática, Física e Ciências da Natureza.

As práticas experimentais apresentadas enfatizam a abordagem humanista de Carl Rogers, que valoriza o engajamento emocional e a autonomia dos alunos durante o processo de construção cognitiva. Ao construir e utilizar os experimentos matemáticos com as sugestões apresentadas nesta pesquisa, acreditamos que os estudantes podem refletir acerca das suas observações vivenciadas, testar hipóteses e comparar os resultados com suas previsões ou expectativas iniciais, portanto, considera os subsunçores preconizados por Ausubel.

Tanto o experimento Espelhos Planos quanto o da Lei de Hooke pode proporcionar momentos de discussões abertas a respeito dos fenômenos observados, o que favorece um ambiente colaborativo de aprendizagem no qual os alunos podem se manifestar e expressar suas ideias e, ajustar suas compreensões com novas descobertas e engendramento cognitivo.

A integração de práticas pedagógicas experimentais, fundamentadas em experiências práticas com o uso dos experimentos com base nas teorias de Ausubel e Rogers, visa possibilitar que os alunos relacionem os conceitos aprendidos aos fenômenos observados, o que potencializa uma compreensão mais relevante e possivelmente mais duradoura, mais significativa afinal. Portanto, acreditamos que o uso de experimentos como a Lei de Hooke e os Espelhos Planos oferece aos estudantes a oportunidade de desenvolver habilidades científicas e matemáticas essenciais, ao mesmo tempo em que constroem conhecimentos ativos e significativos.

Encerramos este estudo com a crença de que a proposta de utilização dos experimentos matemáticos tem a potencialidade significativa prevista e, em determinados aspectos atende o que preconiza a BNCC. Portanto, é uma abordagem promissora para o desenvolvimento de habilidades matemáticas e científicas necessárias a formação do estudante, significativa e alinhada às necessidades do processo de formação da pessoa humana para o convívio social adequado.

REFERÊNCIAS

- ABREU SANTOS, J.; NÓBREGA, D. O. Ensino de Ciências no contexto da BNCC: um olhar a partir da Teoria da Aprendizagem Significativa ausubeliana. **Revista Cocar**, v. 17, n. 35, 2022.
- AGRA, G et al. Análise do conceito de Aprendizagem Significativa à luz da Teoria de Ausubel. **Revista Brasileira de Enfermagem**, v. 72, p. 248-255, 2019.
- ASSUAH, S. **The effect of inquiry-based learning on Senior High School students' academic performance in electricity and magnetism concepts**. 2024. Tese de Doutorado. University of Education, Winneba.
- AUSUBEL, D.P. **Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva**. 2003.
- BAHLS, S. C.; NAVOLAR, A. B. B. Terapia cognitivo-comportamentais: conceitos e pressupostos teóricos. **Rev Eletrônica Psicol**, v. 4, 2004.
- BATISTA, I. C.; SANTOS, E. P.; SOUZA, M.L.S. **O Processo Didático Educativo: uma análise reflexiva sobre o processo de ensino e a aprendizagem**. 2020.
- BIGGE, M. L. Teorias da aprendizagem para professores. São Paulo: Editora **Pedagógica e Universitária**, 1977.
- BRASIL **Base Nacional Comum Curricular - BNCC: Educação é a Base** Ministério da Educação e Cultura - MEC, Brasília, 2018. Disponível em: <<http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Acesso: 19 de março de 2025
- BRYCE, T. G. K.; BLOW, J. E. Ausubel's meaningful learning re-visited. **Current Psychology** (2024) 43:4579–4598 <https://doi.org/10.1007/s12144-023-04440-4>. Disponível em: <https://strathprints.strath.ac.uk/85291/7/Bryce-Blown-CP-2023-Ausubels-meaningful-learning-re-visited.pdf>. Acesso: 19 de março de 2025
- BRITO M. R. F. Psicologia da Educação Matemática: um ponto de vista. **Educar em Revista**, Editora UFPR, Curitiba, PR, n. Especial 1/2011, p. 29-45, 2011.
- CAPRA, Fritjof. **A teia da vida**. São Paulo: Cultrix, 1996.
- CARVALHO, M. V.C.; MATOS, K. S. A. L. **Psicologia da educação: teorias do desenvolvimento e da aprendizagem em discussão**. Fortaleza: EdUECE, 2021. 277 p. ISBN: 978-65-86445-69-5.
- COSTA JÚNIOR, J. F et al. Um olhar pedagógico sobre a Aprendizagem Significativa de David Ausubel. **Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem - Rebena**, v. 5, p. 51-68, 2023.

COSTA, J. L.; OLIVEIRA, R. F. Metodologias ativas no ensino de Ciências: uma abordagem investigativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências**, 42(3), 54-67, 2021.

COSTA, T. R. C. Conceituação da Aprendizagem Significativa e as condições necessárias para sua facilitação. **RevistAleph**, 2017.

COSTOLDI, R.; POLINARSKI, C. A. Utilização de recursos didático- pedagógicos na motivação da aprendizagem. **I Simpósio Internacional de Ensino e Tecnologia**. 2009.

DIAS, É.; PINTO, F. C. F. Avaliação e políticas públicas em educação. **Educação e sociedade**, v. 27, p. 449-454, 2019.

DISTLER, R. R. Contribuições de David Ausubel para a intervenção psicopedagógica. **Revista Psicopedagogia**, v. 32, n. 98, p. 191-199, 2015.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução Hygino Domingues. 5.ed. São Paulo: Unicamp, 2011.

FARIAS, G. B. Contributos da aprendizagem significativa de David Ausubel para o desenvolvimento da Competência em Informação. **Perspectivas em Ciência da Informação**, v. 27, n. 2, p. 58-76, 2022.

FERREIRA, M. A.; SILVA, L. F. O ensino experimental e suas contribuições para a aprendizagem científica. **Educação e Pesquisa**, 48(1), 112-129, 2022.

FERREIRA, A. B. H. **Mini Aurélio o dicionário da Língua Portuguesa**, 8. ed. São Paulo: Maralto, 2018.

FRANÇA, D. M.; SOUSA, R. A. D. **Aprendizagem significativa**. Rede e-Tec Brasil. 2015. Disponível em: https://proedu.rnp.br/bitstream/handle/123456789/1575/Aprendizagem_Significativa_MULTIMEIOS%20DIDATICOS%20-%20CEPA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

FREITAG, I. H et al. A importância dos recursos didáticos para o processo ensino-aprendizagem. **Arquivos do MUDI**, v. 21, n. 2, p. 20-31, 2017.

GUILHERME, R. D.; LOPES, F. C. Ensino de Óptica: abordagens práticas para o estudo da luz e da reflexão. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 43, n. 2, p. 234-245, 2021.

GUIMARÃES, L.R. **Série Professor em ação: atividades para aulas de ciências, ensino fundamental, 6º ao 9º ano**. 1. ed. São Paulo: Nova Espiral, 2009.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física**. 10ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

KRAMER, A. M.; OLIVEIRA, A. André R. Aprendizagem significativa: bases norteadoras das teorias de Carl Rogers e David Ausubel **Revista Interfaces: Saúde, Humanas e Tecnologia**, v. 12, n. 2, p. 4030-4041, 2024.

LEONTIEV, A. **Actividad, conciencia e personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994.

LIMA, M. T. **A mediação no ensino: teoria e prática para uma educação significativa**. Rio de Janeiro: Vozes, 2021.

LIMA, D. F.; BARBOSA, G. P. O ensino de Ciências por meio da experimentação: desafios e possibilidades. **Revista de Ensino de Ciências**, 34(2), 89-102, 2020.

LUNARDI, E. M. **Sequência didática com diferentes abordagens de conceitos de cinemática para alunos do 6º ano do ensino fundamental**. 2020. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Medianeira, 2020.

MABERA, C. M. L et al. The Use Of David Ausubel's Theory Of Meaningful Learning In Professional Health Education. **IOSR Journal of Nursing and Health Science (IOSR-JNHS)** e-ISSN: 2320–1959.p- ISSN: 2320–1940 Volume 13, Issue 4 Ser.5. 2024. Disponível em: www.iosrjournals.org Acesso: 19 de março de 2025

MASINI, E.F. S.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. São Paulo: Vetor, 2023.

MARTINS, L. C. B. **Implicações da organização da atividade didática com uso de tecnologias digitais na formação de conceitos em uma proposta de Ensino Híbrido**. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo. São Paulo, 2016.

MELO, L. B. C et al. Teorias de aprendizagem e suas contribuições no contexto escolar: um diálogo entre os principais teóricos e a contemporaneidade—Uma revisão Narrativa. **Brazilian Journal of Development**, v. 6, n. 8, p. 55902-55918, 2020.

MELO, C. K. P.; DE ALCÂNTARA, J. A. O.; BRITO, J. A. DO DIVÃ À SALA DE AULA: CARL ROGERS E A TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICANTE. In: OLIVEIRA, C. A.; OLIVEIRA, F. K.; LEÃES, P. G. **Teorias do Ensino e Aprendizagem no contexto da EPT: conhecimentos compartilhados pelos acadêmicos do ProfEPT/IFSertãoPE**, 2022, p. 130.

MORAES, J. U. P.; JUNIOR, R. S. S. Experimentos didáticos no ensino de física com foco na aprendizagem significativa. **Lat. Am. J. Phys. Educ. Vol**, v. 9, n. 2, p. 2504-1, 2015.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa: da visão clássica à visão crítica (Meaningful learning: from the classical to the critical view). In: **Conferência de encerramento do V Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Madrid, Espanha, setembro de, 2006**.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2.ed. São Paulo: E.P.U., 2019.

MOREIRA, M. A. **Ensino significativo**: perspectivas e desafios na educação contemporânea. Editora Cortez, 2022.

MOREIRA, M.A.; MASINI, E. A. F. S. **Aprendizagem significativa**: a teoria de David Ausubel. 2009. Disponível em: <https://repositorio.usp.br/item/001815724>. Acesso em 21 de janeiro de 2025.

MUCAUQUE, F.A.; CHAGUALA, S.M.; SOQUIÇO JÚNIOR, A. Aprendizagem Significativa em Tempos de Pandemia do COVID-19. **Revista Moçambicana de Psicologia e Educação – PSIEDU**, vol. I, nº. 2, 2020. *Revista Moçambicana de Psicologia e Educação – PSIEDU*, Faculdade de Educação e Psicologia Moçambique, vol. I, nº. 2, 2020.

MUCELIN, C. A. **Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Curitiba: Editora do Livro Técnico Ltda., 2013. v. 1. 160 p.

MUCELIN, C. A.; QUADROS, L. E.; LAGOS, M. B. **EJA Ensino Médio**: Matemática e suas tecnologias. Curitiba: Editora do Livro Técnico Ltda., 2019. 496 p.

NASCIMENTO, V. S.J. **Ensino de Arte**: Contribuições para uma aprendizagem significativa. 2012. Disponível em: <http://ria.ufrn.br:8080/handle/123456789/1000>.

NUÑEZ, I. B. **Vygotsky, Leontiev e Galperin**: formação de conceitos e princípios didáticos. Brasília: Liber Livro, 2009.

NURHASANAH, Andi et al. Improving elementary school students' understanding of the concept through meaningful learning in David Ausubel's perspective. **Jurnal Basicedu**, v. 6, n. 4, p. 5728-5734, 2022.

OLIVEIRA, G. S. et al. As ideias de Rogers e o Processo de Ensino-Aprendizagem de Matemática. **Cadernos da Fucamp**, [s. l.], v. 20, n. 44, p. 131-150, 2021.

OLIVEIRA, F.; LIMA, R. A importância dos experimentos práticos no ensino de ciências físicas. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências**, 2023.

OLIVEIRA, F.; SOUSA, J. C. Ensino ativo e visualização de fenômenos ópticos com espelhos planos. **Cadernos de Educação em Ciências**, v. 18, n. 2, p. 98-110, 2023.

OSTERMANN, F.; CAVALCANTI, C. J. H. **Teorias de aprendizagem**: texto introdutório. Porto Alegre: UFRGS, 2011.

PALANGANA, I. C. **Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vygotsky**: a relevância do social. 2. ed. São Paulo: Plexus, 1998.

PAKPAHAN, F. H.; SARAGIH, M. Theory of cognitive development by Jean Piaget. **Journal of Applied Linguistics**, v. 2, n. 1, p. 55-60, 2022.

PAULA JUNIOR, C. C de. **Utilização de recursos didáticos para dispositivos móveis, como ferramentas pedagógicas para o ensino de biologia: um estudo de caso.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Biologia) Universidade Estadual do Piauí. Teresina, 2019.

PERRENOUD, P. **A prática reflexiva no ofício de professor: profissionalização e razão pedagógica.** Porto Alegre: ARTMED, 2002

PIAGET, J. Desenvolvimento e aprendizagem. **Studying teaching**, p. 1-8, 1972, p. 7-19.

PIAGET, J. **Seis estudos de Psicologia.** Rio de Janeiro: Forense, 1973.

PIAGET, J. A teoria de Piaget. In: MUSSEN, P. H. (org.). **Psicologia da criança: Desenvolvimento Cognitivo.** São Paulo: E.P.U. 1975. Vol. 4.

PINHEIRO, M. N.; BATISTA, E. C. O aluno no centro da aprendizagem: uma discussão a partir de Carl Rogers. **Revista Psicologia & Saberes**, v. 7, n. 8, p. 70-85, 2018.

PIVATTO, B.; SCHUHMACHER, E. Use of maps aiming conceptual teaching history of geometry in the light of significant learning. **Revista eletrônica de educação matemática**, v. 8, n. 2, p. 194-221, 2013.

PUTRI, N.H, Learning Theory According To Humanistic Psychology And Its Implementation In Students, **Prospek Pendidikan**, 5(1), 64–70, 2024. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/377915617> Acesso: 19 de março de 2025

ROGERS, C. R. Uma teoria da terapia, personalidade e relacionamentos interpessoais como desenvolvida no enquadramento centrado no cliente. In: KOCH, S. (ed.). **Psicologia: um estudo de uma ciência.** Formulações da Pessoa e do Contexto Social, v. 3. New York: McGrawHill, 1959.

ROGERS, C. R. **A terapia centrada no paciente.** Lisboa: Moraes Editores, 1974.

ROGERS, C. R. **Liberdade para aprender.** 4. ed. Belo Horizonte: Interlivros, 1977.

ROGERS, C. R. **Liberdade de aprender em nossa década.** 2. ed Porto Alegre: Artes Médicas, 1986.

ROGERS, C. R. **Tornar-se pessoa.** WWF Martins Fontes, 2017.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G. S.; SANTOS SAAD, N. A Teoria humanista de Carl Rogers: contribuições para o desenvolvimento da prática pedagógica em Matemática. **Revista Valore**, v. 6, p. 81-98, 2021.

SANTOS, A.; PEREIRA, L. A integração de conceitos matemáticos e físicos no ensino de ciências com espelhos planos. **Revista de Ensino e Pesquisa em Ciências**, 2024

SILVA, C. P.; CORRÊA, E. F. B. Aprendizagem significativa na Educação Profissional: uma revisão bibliográfica. **Revista Brasileira da Educação Profissional e Tecnológica**, 1(23), e13668-e13668. 2023.

SILVA, E. A.; DELGADO, O. C. O Processo de Ensino-Aprendizagem e a prática docente: reflexões. **Rev. Espaço Acadêmico** (ISSN 2178-3829), v. 8, n. 2, 2018.

SILVA, F. L. **Educação inclusiva e personalizada**: novas abordagens para o ensino significativo. Editora Papyrus, 2023.

SILVA, J. B. A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel: uma análise das condições necessárias. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 4, p. e09932803-e09932803, 2020.

SILVA, M. L.; LIMA, I. B.; PONTES, E. A. S. Aprendizagem significativa e o uso de metodologias ativas na educação profissional e tecnológica. **Observatório de La Economía Latinoamericana**, v. 21, n. 8, p. 9038-9050, 2023.

SOUZA, M. V. L.; LOPES, E. S.; SILVA, L. L. Aprendizagem significativa na relação professor-aluno. 2013. **Revista de C. Humanas, Viçosa**, v. 13, n. 2, p. 407-420, jul./dez. 2013

SILVA, M.; SOUZA, T.; FERREIRA, P. Ensino de óptica com experimentos simples: uma abordagem experimental. **Revista de Educação em Ciências**, 2022.

SILVA, S. I. Estreitando caminhos para a aprendizagem: Carl Rogers e a teoria da Aprendizagem Centrada no Aluno. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 7, n. 11, p. 1904-1915, 2021.

SOUZA, M.; CARVALHO, D. C. A linguagem e a construção do real pela criança: contrapontos entre Lev S. Vygotsky e Jean Piaget. **Revista Olhar de professor**, Ponta Grossa, v. 23, p. 1-15, e-2020.15176.209209224411.0419, 2020. Disponível em: <<https://revistas.uepg.br/index.php/olhardeprofessor>>.

SWAN, K.; CHEN, Ch.; BOCKMIER-SOMMERS, D. K. Relationships Between Carl Rogers' Person-Centered Education and the Community of Inquiry Framework: A Preliminary Exploration. **Online Learning**, v. 24, n. 3, p. 4-18, 2020.

TABILE, A. F.; JACOMETO, M. C. D. Fatores influenciadores no processo de aprendizagem: um estudo de caso. **Revista Psicopedagogia**, v. 34, n. 103, p. 75-86, 2017.

TAVARES, R. H. **Didática Geral**. Belo Horizonte: Editora, UFMG, 2011.

TAVARES, I. F. **O uso da OBFEP como um instrumento de ensino e aprendizagem: uma análise dos experimentos de 2012-2021**. 2022. Disponível em: <<https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/63909>>

VIECHENESKI, J. P.; CARLETTO, M. R. Iniciação à alfabetização científica nos anos iniciais: contribuições de uma sequência didática. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 18, n. 3, p. 525-543, 2013.

ZIMRING, F. **Carl Rogers**. Tradução e organização: Marco Antônio Lorieri. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massangana, 2010.