

LUIZ MARCELO MICHELOTTI BETTONI

**MODELOS PLIM PARA OTIMIZAÇÃO DE  
CIRCUITOS DA REDE DE DISTRIBUIÇÃO  
SECUNDÁRIA DE ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Ciências. Área de Concentração: Engenharia de Automação e Sistemas.

Orientador: Prof. Dr. Flávio Neves Junior

Coorientador: Prof. Dr. Leandro Magatão

CURITIBA  
2011

---

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

---

- B564 Bettoni, Luiz Marcelo Michelotti  
Modelos PLIM para otimização de circuitos da rede de distribuição secundária de energia elétrica / Luiz Marcelo Michelotti Bettoni. — 2011.  
152 p. : il. ; 30 cm
- Orientador: Flávio Neves Junior.  
Coorientador: Leandro Magatão.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial. Curitiba, 2011.  
Bibliografia: p. 149-152.
1. Energia elétrica – Distribuição. 2. Sistemas de energia elétrica – Modelos matemáticos. 3. Programação linear. 4. Programação inteira. 5. Otimização matemática. 6. Engenharia elétrica – Dissertações. I. Neves Junior, Flávio, orient. II. Magatão, Leandro, co-orient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial. IV. Título.

CDD (22. ed.) 621.3

---

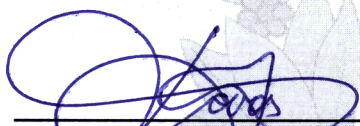
Título da Dissertação N° 558:

**“Modelos PLIM para Otimização de Circuitos da Rede de Distribuição Secundária de Energia Elétrica”**

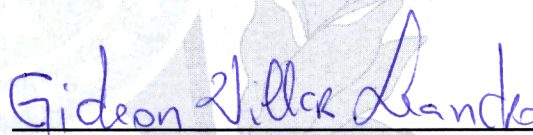
por

**Luiz Marcelo Michelotti Bettoni**

Esta dissertação foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de MESTRE EM CIÊNCIAS – Área de Concentração: Engenharia de Automação e Sistemas, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial – CPGEI – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Campus Curitiba, às 9h do dia 01 de abril de 2011. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos professores:



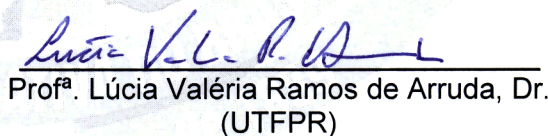
Prof. Flávio Neves Junior, Dr.  
(Presidente – UTFPR)



Prof. Gideon Villar Leandro, Dr.  
(UFPR)

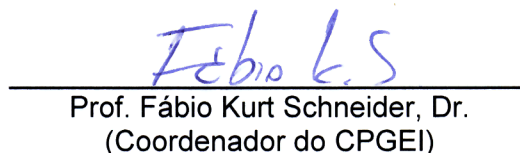


Prof. Cleverson Luiz da Silva Pinto, Dr.  
(COPEL)



Prof.ª Lúcia Valéria Ramos de Arruda, Dr.  
(UTFPR)

Visto da coordenação:



Prof. Fábio Kurt Schneider, Dr.  
(Coordenador do CPGEI)



## **AGRADECIMENTOS**

Esta dissertação é um dos frutos do labor de todo corpo técnico envolvido no Projeto de Pesquisa e Desenvolvimento ANEEL 2866-018/2005. Estendo sinceros agradecimentos a não só à equipe, mas a todos que compartilharam tempo e esforço no trajeto até aqui:

Aos mestres Stebel, Neves, Magatão, Arruda e Lüders, pelo incentivo e inspiração.

Aos parceiros Lara, Passarin, Ferrarini, Murai e Rossato, pela coautoria e amizade.

Aos companheiros Prestes, Souza, Lemos e Micheluzzi, pelo fomento e apoio.

À Makhorin, Schuchardt e Hodgson, pelo compartilhamento de conhecimento.

À ANEEL, Copel, UTFPR e ao LASCA, pela oportunidade.

Aos colegas de laboratório e projetos, pela paciência.

Aos mestres Scarpin e Bassai, pela parceria fundamental.

Aos irmãos Bettoni, Marquardt, Ferreira e Heil, pela fraternidade cíclica.

Aos meus pais, familiares, amores e amigos, por compartilhar essa vivência.



## RESUMO

BETTONI, Luiz Marcelo M. **Modelos PLIM para otimização de circuitos da rede de distribuição secundária de energia elétrica**. 2011. 152 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Automação e Sistemas) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

Em sistemas de distribuição de energia elétrica é comum o desenvolvimento de projetos que busquem a melhoria dos índices de equilíbrio de cargas, carregamento de transformadores e quedas de tensão ao longo dos circuitos da rede secundária. O presente trabalho apresenta modelos matemáticos de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para quatro das intervenções técnicas usualmente praticadas com vistas a essas melhorias: balanceamento de carga, troca de condutor, divisão de circuito e remanejamento de carga. Os modelos respeitam aspectos técnicos, elétricos e considerações operacionais dos especialistas na busca de soluções que minimizem o investimento necessário para restabelecimento desses índices. Um método linear simplificado para o cálculo elétrico, baseado no *Backward-Forward Sweep* (BFS), é proposto a fim de incluir restrições sobre níveis de tensão diretamente nos modelos. A realização conjunta das intervenções é sugerida em uma proposta de integração de modelos por encadeamento de soluções. Para desenvolvimento dos modelos PLIM criou-se o ambiente de modelagem GUSEK, interface para o *solver* livre GLPK. Os modelos foram implementados em uma ferramenta de apoio à tomada de decisão para projetos de melhoria de rede. Resultados são apresentados através de estudos de caso com dados de circuitos reais.

**Palavras chave:** Otimização. Programação Linear Inteira Mista. Energia Elétrica. Redes de Distribuição Secundária.





## ABSTRACT

BETTONI, Luiz Marcelo M. **MILP models for optimization of electric power secondary distribution network circuits**. 2011. 152 p. Dissertation (Master of Science in Automation and Systems Engineering) – Graduate School of Electrical Engineering and Computer Science, Federal University of Technology – Paraná, Curitiba, 2011.

In electric power distribution systems it is common to develop projects to improve the levels of load balancing, transformer loading and voltage drops along secondary network circuits. This paper presents Mixed Integer Linear Programming (MILP) mathematical models for addressing four technical interventions usually undertaken to achieve these improvements: load balancing, conductor changing, circuit split, and load relocation. These models comply with technical and electrical aspects and satisfy operational considerations from specialists in finding solutions that minimize the required investment for restoration of circuit levels. A simplified linear power flow method, based on the Backward-Forward Sweep (BFS), is proposed to include voltage levels constraints into the models. The combination of interventions is suggested in a proposal for integration of models by chaining solutions. To develop the MILP models the GUSEK modeling environment was created as an interface for the GLPK free solver. The models were implemented in a decision-making support tool for network improvement projects. Results are presented through case studies with data from real circuits.

**Keywords:** Optimization. Mixed Integer Linear Programming. Power Systems. Secondary Distribution Networks.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama básico de projetos de melhoria de circuitos .....	22
Figura 2 - Esquema do sistema elétrico de potência: geração, transmissão e distribuição.....	30
Figura 3 - Exemplo de representação gráfica de dois circuitos da rede secundária.....	35
Figura 4 - Lista de adjacência orientada e matriz de adjacência orientada.....	36
Figura 5 - Aproximação por projeção dos vetores exemplificada para a tensão do neutro.....	45
Figura 6 - Região limite do vetor de desequilíbrio R (a) e sua linearização em 6 arestas (b). .	47
Figura 7 - Influência do balanceamento nas quedas de tensão.....	49
Figura 8 - Diagrama de execução de modelos ordenados.....	91
Figura 9 - Possíveis sequências de execução dos modelos ordenados.....	91
Figura 10 - Diagrama de execução de modelos ordenados desconsiderando RC e MT.....	92
Figura 11 - Árvore de encadeamento de soluções.....	92
Figura 12 - Exemplos de simplificações na árvore de encadeamento de soluções.....	93
Figura 13 - GUSEK, ambiente de desenvolvimento de modelos para GLPK.....	96
Figura 14 - Integrador de modelos inserido na estrutura do MORSE.....	98
Figura 15 - Interface da ferramenta MORSE.....	99
Figura 16 - Circuitos A0319, B0390, C0758 e D1091.....	103
Figura 17 - Circuitos E0339 e E0340.....	103
Figura 18 - Circuitos F0404 e F0425.....	104
Figura 19 - Circuitos G1023 e G1024.....	104
Figura 20 - Comparativo de quedas na pior fase com cálculo simplificado e de referência..	105
Figura 21 - Comparativo de quedas na fase C com cálculo simplificado corrigido.....	106
Figura 22 - Resultados do circuito B0390 sob diferentes prioridades.....	111
Figura 23 - Balanceamento de carga para o circuito B0390, testes V e VI.....	112
Figura 24 - Troca de condutor para o circuito A0319, teste I.....	116
Figura 25 - Troca de condutor para o circuito C0758, teste I.....	116
Figura 26 - Troca de condutor para o circuito C0758, teste II.....	117
Figura 27 - Troca de condutor para o circuito A0319, teste III.....	118
Figura 28 - Troca de condutor para o circuito C0758, teste III.....	118
Figura 29 - Divisão de circuito para o caso E, teste I.....	122
Figura 30 - Divisão de circuito para o caso E, teste III.....	123
Figura 31 - Divisão de circuito para o caso E, teste IV.....	123
Figura 32 - Divisão de circuito para o caso F, teste I.....	126
Figura 33 - Divisão de circuito para o caso F, teste II.....	126
Figura 34 - Divisão de circuito para o caso F, teste III.....	127
Figura 35 - Divisão de circuito para o caso F, teste IV.....	128
Figura 36 - Remanejamento de carga para o caso E, teste I.....	131
Figura 37 - Remanejamento de carga para o caso F, teste I.....	131
Figura 38 - Remanejamento de carga para o caso E, teste II.....	132
Figura 39 - Remanejamento de carga para o caso E, teste IV.....	134
Figura 40 - Remanejamento de carga para o caso F, teste IV.....	135
Figura 41 - Remanejamento de carga para o caso F, teste V.....	135



## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Influências das intervenções usuais nos parâmetros técnicos analisados.....	33
Quadro 2 - Convenções da nomenclatura adotada nos modelos matemáticos.....	42
Quadro 3 - Identificação lógica das mudanças de estado de conexão.....	53
Quadro 4 - Equivalência lógica usada na identificação de trocas em um poste.....	56
Quadro 5 - Mapa de restrições: divisão de circuito (DC) e remanejamento de carga (RC).....	84
Quadro 6 - Utilização dos circuitos nas seções de resultados.....	102
Quadro 7 - Sumário das operações sugeridas na integração de modelos para o caso E.....	137
Quadro 8 - Sumário das operações sugeridas na integração de modelos para o caso F.....	139
Quadro 9 - Sumário das operações sugeridas na integração de modelos para o caso G.....	141



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tensões usuais padronizadas abaixo de 1 kV e respectivas faixas de variação.....	31
Tabela 2 - Situação inicial dos circuitos apresentados nos estudos de caso.....	102
Tabela 3 - Quedas máximas por fase dos cálculos simplificado proposto e de referência.....	105
Tabela 4 - Quedas máximas do cálculo simplificado com coeficientes de correção.....	106
Tabela 5 - Índices de balanceamento da formulação linear proposta e de referência.....	108
Tabela 6 - Sumário dos testes do modelo de balanceamento de carga.....	110
Tabela 7 - Teste de desempenho para simplificações de arestas perpendiculares.....	113
Tabela 8 - Características e valores de condutores.....	114
Tabela 9 - Sumário dos testes do modelo de troca de condutor.....	115
Tabela 10 - Características e valores de transformadores para a divisão de circuito.....	119
Tabela 11 - Valores das operações de conexão de rede.....	119
Tabela 12 - Sumário dos testes do modelo de divisão de circuito para o caso E.....	121
Tabela 13 - Sumário dos testes do modelo de divisão de circuito para o caso F.....	125
Tabela 14 - Características e valores de transformadores para o remanejamento de carga....	129
Tabela 15 - Sumário dos testes do modelo de remanejamento de carga.....	130
Tabela 16 - Sumário dos resultados da integração de modelos para o caso E.....	137
Tabela 17 - Sumário dos resultados da integração de modelos para o caso F.....	139
Tabela 18 - Sumário dos resultados da integração de modelos para o caso G.....	141





## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
BC	Balanceamento de Carga
BFS	<i>Backward-Forward Sweep</i>
Copel	Companhia Paranaense de Energia
DC	Divisão de Circuito
Eq.	Equação(ões)
GLPK	GNU <i>Linear Programming Kit</i>
GMPL	GNU <i>MathProg Modeling Language</i>
GUSEK	GLPK <i>Under Scite Extended Kit</i>
MORSE	Módulo de Otimização para Apoio a Projetos de Melhoria de Rede Secundária
MT	Movimentação de Transformador
Pg.	Página(s)
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNL	Programação Não Linear
PO	Pesquisa Operacional
RC	Remanejamento de Carga
TC	Troca de Condutor
TL	Tensão de Leitura
TT	Troca de Transformador



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	21
1.1 OBJETIVOS.....	22
1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	23
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	25
2.1 REVISÃO DA LITERATURA.....	25
2.2 INTRODUÇÃO À PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA.....	28
2.3 REDE DE DISTRIBUIÇÃO SECUNDÁRIA.....	30
2.3.1 Intervenções Usuais.....	32
2.3.2 Elementos de Rede e Representação Gráfica.....	34
2.3.3 Representação Matemática Adotada.....	36
2.4 CÁLCULO ELÉTRICO: MÉTODO BFS.....	38
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	41
3.1 CÁLCULO ELÉTRICO LINEAR SIMPLIFICADO.....	43
3.2 MODELO DE BALANCEAMENTO DE CARGA (BC).....	46
3.2.1 Aproximação Linear para o Balanceamento de Cargas.....	47
3.2.2 Considerações sobre Níveis de Tensão.....	49
3.2.3 Modelagem Matemática.....	50
3.2.3.1 <i>Nomenclatura</i> .....	51
3.2.3.2 <i>Função Objetivo</i> .....	53
3.2.3.3 <i>Restrições</i> .....	54
3.2.3.4 <i>Recuperação de Resultados</i> .....	58
3.3 MODELO DE TROCA DE CONDUTOR (TC).....	59
3.3.1 Modelagem Matemática.....	59
3.3.1.1 <i>Nomenclatura</i> .....	60
3.3.1.2 <i>Função Objetivo</i> .....	61
3.3.1.3 <i>Restrições</i> .....	62
3.3.1.4 <i>Recuperação de Resultados</i> .....	66
3.4 MODELO DE DIVISÃO DE CIRCUITO (DC).....	67
3.4.1 Modelagem Matemática.....	67
3.4.1.1 <i>Nomenclatura</i> .....	69
3.4.1.2 <i>Função Objetivo</i> .....	72
3.4.1.3 <i>Restrições</i> .....	72
3.4.1.4 <i>Recuperação de Resultados</i> .....	79
3.5 MODELO DE REMANEJAMENTO DE CARGA (RC).....	81
3.5.1 Modelagem Matemática.....	81
3.5.1.1 <i>Nomenclatura</i> .....	83
3.5.1.2 <i>Função Objetivo</i> .....	83
3.5.1.3 <i>Restrições</i> .....	84
3.5.1.4 <i>Recuperação de Resultados</i> .....	86
3.6 INTEGRAÇÃO DE MODELOS.....	87
3.6.1 Relacionamento de Intervenções.....	88
3.6.2 Encadeamento de Modelos.....	90
3.7 IMPLEMENTAÇÃO.....	95
3.7.1 Modelos Matemáticos.....	95
3.7.1.1 <i>GLPK</i> .....	95

3.7.1.2 GUSEK.....	96
3.7.2 Integração de Modelos.....	97
3.7.2.1 Integrador de Modelos.....	97
3.7.2.2 MORSE.....	99
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>101</b>
4.1 CIRCUITOS ANALISADOS.....	101
4.2 CÁLCULO ELÉTRICO LINEAR SIMPLIFICADO.....	104
4.3 BALANCEAMENTO DE CARGA (BC).....	108
4.4 TROCA DE CONDUTOR (TC).....	114
4.5 DIVISÃO DE CIRCUITO (DC).....	119
4.6 REMANEJAMENTO DE CARGA (RC).....	128
4.7 INTEGRAÇÃO DE MODELOS.....	136
<b>5 CONCLUSÃO.....</b>	<b>143</b>
5.1 TRABALHOS FUTUROS.....	146
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>149</b>

## 1 INTRODUÇÃO

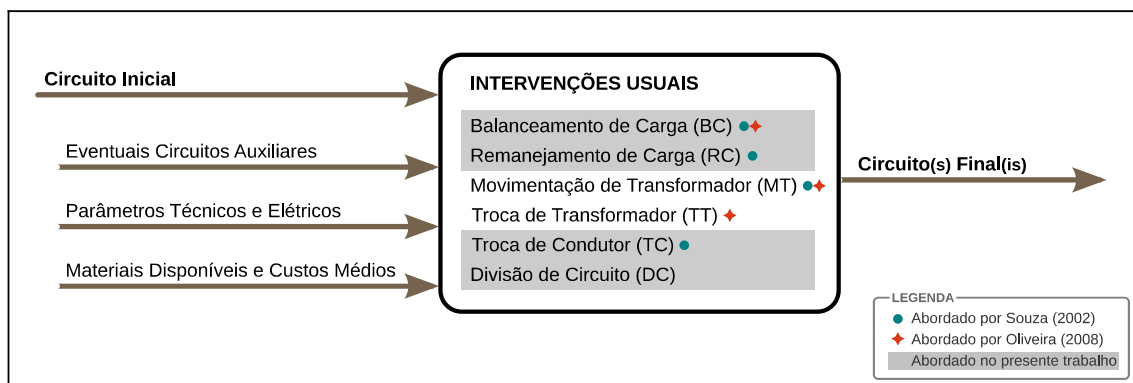
O crescente consumo de energia elétrica, seja ele fruto do desenvolvimento industrial, da urbanização de municípios, das políticas públicas de universalização de abastecimento ou mesmo das implicações da melhoria de qualidade de vida da população, exige constantes medidas de ampliação da infraestrutura do sistema elétrico nacional (ANEEL, 2008). Uma das repercussões diretas deste aumento é a contínua necessidade de expansão e manutenção das redes de distribuição a fim de conservar a qualidade da energia elétrica fornecida, responsabilidade das concessionárias e permissionárias de distribuição (ANEEL, 2010). Em consequência, departamentos de projeto de rede destas companhias encontram-se sobrecarregados de requisições de obras com estes fins, exigindo análises ágeis e eficientes na procura de soluções que atendam aos diversos critérios elétricos, técnicos, normativos e econômicos (OLIVEIRA, 2008).

O presente trabalho é concebido no intuito de oferecer ferramentas de suporte a esses projetos de rede, com o objetivo particular de otimizar a utilização dos ramos extremos do serviço público de distribuição de energia – os circuitos da rede secundária. Neste contexto são tratadas tanto as obras de reforço de rede, que visam dar suporte ao acréscimo de carga, quanto as obras de melhoria, focadas na correção de problemas preexistentes (COPEL, 1999).

Para as companhias distribuidoras de energia elétrica a importância dessas obras não se restringe ao atendimento da crescente demanda ou ao interesse natural de aumentar a vida útil de equipamentos e estruturas de rede: há também o compromisso de fornecer energia de qualidade para o consumidor final, além da necessidade de atender às determinações e critérios estabelecidos e fiscalizados pela agência reguladora sob pena de arcar com pesadas multas (OLIVEIRA, 2008; ANEEL, 2010).

De forma simplificada, o projeto de melhoria de um circuito da rede secundária pode ser representado pelo diagrama da Figura 1. A partir de um circuito inicial, por vezes previamente identificado como problemático, adotando eventuais circuitos adjacentes como auxiliares, são considerados diversos parâmetros técnicos, elétricos, disponibilidade de materiais e custos médios estimados para, então, executar uma ou mais intervenções que possibilitem o aprimoramento ou restabelecimento das condições elétricas do circuito. Estas condições são avaliadas por índices como as quedas de tensão ao longo da rede, carregamento dos transformadores e o equilíbrio de carga entre as fases (COPEL, 1999).

Com o intuito de fornecer ferramentas de apoio a esses projetos de melhoria de circuitos, os trabalhos de Souza (2002) e Oliveira (2008) apresentam modelos matemáticos desenvolvidos em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para algumas das intervenções usuais, conforme indicado na Figura 1. Como continuidade, o presente trabalho apresenta modelos PLIM que estendem e complementam essas abordagens, tratando também a integração dos modelos na busca de soluções que combinem mais de uma intervenção.



**Figura 1 - Diagrama básico de projetos de melhoria de circuitos**

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral do presente trabalho é desenvolver modelos matemáticos para auxílio à tomada de decisão nos projetos de melhoria e/ou reforço de circuitos radiais da rede de distribuição secundária de energia elétrica. Estes modelos devem representar intervenções corretivas usuais, sugerindo soluções que procurem atender aos critérios técnicos e elétricos exigidos enquanto buscam minimizar o investimento necessário para tanto.

Constituem objetivos específicos do trabalho:

- Desenvolver modelos PLIM para as intervenções de balanceamento de carga, remanejamento de carga, troca de condutor e divisão de circuito;
- Desenvolver um cálculo elétrico linear para incluir considerações sobre quedas de tensão diretamente nos modelos PLIM;
- Realizar a modelagem de forma coerente com as necessidades dos projetistas e concessionárias de energia elétrica, viabilizando sua adoção e uso real;
- Integrar os modelos matemáticos das diferentes intervenções de forma a apresentar

- soluções que as combinem;
- Adotar *software* livre no desenvolvimento e resolução dos modelos.

## 1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este Capítulo inicial introduz e conceitua de forma sucinta a proposta do presente trabalho. Na sequência, o Capítulo 2 apresenta o conhecimento básico para entendimento do trabalho, referenciando fontes indicadas para aprofundamento. O conteúdo inicia com uma breve revisão da literatura diretamente relacionada, seção 2.1, e segue apresentando alguns fundamentos de modelagem e programação matemática, seção 2.2. As redes de distribuição secundária, os procedimentos utilizados na sua melhoria, seus elementos e a representação gráfica adotada são objeto da seção 2.3. O método adotado como base para realização dos cálculos elétricos é descrito na seção 2.4.

O Capítulo 3, metodologia, inicia apresentando na seção 3.1 um desenvolvimento fundamental para a concepção dos modelos: a linearização proposta para o cálculo elétrico. As próximas seções apresentam individualmente cada um dos modelos matemáticos na ordem em que foram desenvolvidos: Balanceamento de Carga na seção 3.2, Troca de Condutor na seção 3.3, Divisão de Circuito na seção 3.4 e Remanejamento de Carga na seção 3.5. O método concebido para integração de modelos é apresentado em detalhes na seção 3.6. Ao final do Capítulo, seção 3.7, caracterizam-se as implementações realizadas no presente trabalho, apresentando inclusive os aplicativos desenvolvidos neste escopo.

O Capítulo 4 apresenta resultados e discussões a partir de estudos de caso realizados com dados de circuitos reais da Copel - Companhia Paranaense de Energia. A seção 4.1 sumariza e ilustra as características dos circuitos analisados. Os resultados são apresentados preservando a ordem dos itens descritos na metodologia: cálculo elétrico simplificado, seção 4.2, modelos matemáticos, seções 4.3 a 4.6, e integração de modelos, seção 4.7.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões sobre o trabalho desenvolvido e os resultados obtidos, incluindo sugestões para futuros trabalhos de continuidade na seção 5.1.





## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 REVISÃO DA LITERATURA

Grande parte da pesquisa em redes de distribuição de energia elétrica concentra-se no planejamento, expansão e reconfiguração da infraestrutura da rede primária, abordando normalmente o dimensionamento e a localização de subestações, transformadores e suas respectivas malhas de alimentação. Uma revisão histórica de modelos matemáticos e técnicas heurísticas dedicadas a estes propósitos pode ser obtida a partir dos resumos e comparativos apresentados por Gönen e Ramirez-Rosado (1986), Khator e Leung (1997), Sempértegui *et al.* (2002). No entanto, trabalhos que abordam especificamente a rede secundária são notadamente menos numerosos. A seguir são apresentadas referências que tratam da solução de problemas em redes de distribuição secundária, enfatizando as que fundamentaram o presente trabalho.

Em estudos de reconfiguração de redes, Wu e Baran (1989) apresentam um modelo de programação inteira combinado com busca heurística, objetivando a redução de perdas na rede de distribuição pela realocação equilibrada de cargas entre circuitos e ramais através da comutação de chaves de seccionamento. Kashem, Ganapathy e Jasmon (1999) apresentam uma abordagem similar para o mesmo problema, aprimorada pela utilização de uma análise gráfica para selecionar apenas os trechos de maior influência e, assim, reduzir o esforço computacional na reconfiguração de grandes redes radiais de distribuição. Gomes *et al.* (2006) abordam o problema de reconfiguração da rede através de uma metodologia heurística para a comutação sequencial de chaves que adota a análise de sensibilidade sobre a execução do fluxo de potência ótimo como referência, obtendo resultados próximos do ótimo com baixos custos computacionais.

Alguns trabalhos, embora focados no planejamento, analisam operações de interesse para a melhoria de redes de distribuição. Kauhaniemi, Makinem e Lakervi (1988) tratam do dimensionamento das redes primária e secundária em um modelo de otimização que sugere a quantidade de subestações necessárias, bem como a potência dos transformadores e as dimensões dos condutores a serem utilizados. Já Díaz-Dorado e Pidre (2004) propõem o uso de programação dinâmica para localização das subestações, tratando também a escolha de

condutores. No algoritmo proposto consideram-se, além da queda de tensão e das perdas de potência, a otimização da distribuição individual de cargas dos consumidores entre as fases.

Cossi, Romero e Mantovani (2009) tratam o planejamento de redes secundárias em um modelo de programação não linear inteira mista associado a uma busca tabu. O modelo minimiza os investimentos e as perdas elétricas, tratando equilíbrio das cargas, condutores apropriados e localização e carregamento de transformadores. Em fase posterior apresentam-se considerações sobre especificação, esforços mecânicos e posicionamento geográfico das estruturas necessárias para implantação das redes sugeridas.

Hilbert *et al.* (2007) abordam o problema de melhoria de redes elétricas otimizando os custos dicotômicos de manutenção preventiva e manutenção corretiva, sugerindo uma heurística dedicada combinada a algoritmos de otimização por enxame de partículas. Os melhores resultados são apresentados ao projetista, sugerindo conjuntos de elementos da rede em que se deve incrementar ou reduzir o nível de manutenção a fim de melhorar o atendimento dos consumidores (menos interrupções) com menor investimento.

Mais direcionados aos reparos em circuitos da rede secundária, Knolseisen e Coelho (2003) apresentam um sistema computacional gráfico para simulação de reconfigurações de distribuição de cargas em uma rede de distribuição trifásica. O sistema contempla um módulo de otimização para sugestão da configuração de trocas que minimiza as diferenças entre as potências complexas totais de cada uma das três fases. Os autores ressaltam a influência direta desta abordagem na melhora dos níveis de tensão, redução de corrente de neutro do transformador e conservação da integridade dos condutores e transformadores.

No âmbito específico da proposta do presente trabalho, Souza (2002) e Oliveira (2008) apresentam uma série de modelos PLIM focados nas intervenções utilizadas para reforço e melhoria de circuitos de redes secundárias de distribuição (vide listagem de intervenções usuais da Figura 1). Ambos ressaltam o objetivo comum dos modelos: alicerçar a construção de uma ferramenta computacional para auxílio à tomada de decisão na elaboração de projetos de melhoria que atendam aos requisitos técnicos e de qualidade de energia minimizando os investimentos necessários.

Souza (2002) sugere um modelo para o balanceamento de cargas minimizando o número de operações de troca de fase de consumidores. Neste trabalho o índice de desvio do balanceamento é definido como o vetor resultante do somatório das demandas distribuídas nas fases do circuito – vetor este que é decomposto ortogonalmente e otimizado por programação dinâmica, minimizado em execuções recursivas, a fim de evitar não linearidades. Oliveira (2008) sugere aprimoramentos no modelo, incluindo uma aproximação linear para limitação

do vetor de desvio do balanceamento através de seis restrições lineares.

Para o dimensionamento das bitolas de condutores Souza (2002) sugere um modelo que minimiza os custos de instalação dos condutores necessários para atendimento a uma tensão mínima. Nele as quedas referentes a cada condutor são calculadas previamente por um algoritmo de cálculo de potência externo ao modelo. Souza, Neves Jr. e Lopes (2006) tratam a melhoria de níveis de tensão combinando o balanceamento de cargas e o dimensionamento de condutores em um modelo de otimização multi-objetivo sob uma abordagem evolucionária baseada no critério de Pareto.

Um modelo para movimentação de transformador para o centro de carga do circuito é proposto por Souza (2002), considerando a minimização do momento elétrico (produto da carga pela distância desta à fonte) a fim de reduzir as quedas de tensão nos ramais extremos. Oliveira (2008) estende o modelo ao incluir considerações sobre necessidade e relevância da movimentação, pontos impedidos de receber o transformador e custos de instalação da rede primária. Oliveira (2008) sugere também um modelo para a troca de transformador, minimizando os custos necessários para substituição do equipamento atual por um adequado à demanda do circuito.

Souza (2002) apresenta ainda um modelo de remanejamento de cargas entre circuitos adjacentes, focado na relocação de consumidores individuais apenas em postes de divisa, sem alterar os consumidores restantes. O modelo minimiza o custo das trocas de carga entre circuitos respeitando o carregamento dos transformadores, não incluindo considerações sobre quedas de tensão ou balanceamento.

Por fim, entre os diversos trabalhos destinados às redes secundárias de distribuição nota-se que grande parte aborda apenas problemas de planejamento e reconfiguração, não endereçando melhorias na infraestrutura instalada. Estudos focados na otimização dos circuitos individuais que integram essas redes são consideravelmente escassos, destacando-se os trabalhos de Souza (2002) e Oliveira (2008). O presente trabalho propõe modelos que estendem e complementam as abordagens desses trabalhos, muitas vezes citando-os como referência na definição dos problemas e de suas características. Complementam o rol de fontes consultadas os manuais técnicos e as considerações práticas e operacionais feitas por projetistas de rede e especialistas da concessionária Copel.

## 2.2 INTRODUÇÃO À PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

Um modelo pode ser definido como uma representação simplificada da realidade, capaz de preservar uma equivalência adequada com o objeto modelado sob determinadas situações e enfoques. No ramo da Pesquisa Operacional (PO), diversas técnicas fazem uso de modelos matemáticos para representar sistemas complexos no intuito de melhorar suas condições de funcionamento. Estes modelos adotam expressões matemáticas, como equações algébricas e equivalências lógicas, para traduzir aspectos reais do sistema modelado, como leis da física ou restrições de mercado. A dificuldade de encontrar o equilíbrio entre a fidelidade necessária e a simplicidade desejada da representação faz com que a modelagem matemática seja vista muitas vezes não só como uma técnica, mas também como uma arte (GOLDBARG; LUNA, 2005, p. 2, 10; WILLIAMS, 1999, p. 3, 4).

No campo da Programação Matemática os modelos são utilizados para a otimização de processos, envolvendo normalmente a minimização ou maximização de uma função objetivo que representa grandezas como lucro, custo, tempo ou esforço envolvidos. Note-se que o termo “programação” aqui assume o conceito de “planejamento”, e não de programação de computadores. Outras equações e inequações estabelecem restrições feitas às variáveis utilizadas na modelagem. Problemas combinatórios como alocação de recursos, logística de distribuição, composição de produtos, fluxo em redes e agendamento de operações são classicamente modelados e resolvidos por Programação Matemática, podendo ser classificados em subáreas de acordo com a natureza de suas variáveis, como (GOLDBARG; LUNA, 2005, p. 11; WILLIAMS, 1999, p. 5, 7, 17, 60):

- **Programação Linear (PL):** modelos de programação em que as variáveis são contínuas e apresentam comportamento linear quanto às restrições e função objetivo. São normalmente tratáveis com mais facilidade pelas técnicas de solução (como, por exemplo, o método Simplex).
- **Programação Linear Inteira Mista (PLIM):** modelos de programação linear em que um ou mais subconjuntos de variáveis devem assumir valores inteiros e/ou binários. São normalmente encontrados em problemas que envolvem decisão. Sua resolução normalmente exige mais esforço do que modelos de PL.
- **Programação Não-Linear (PNL):** modelos de programação que apresenta qualquer tipo de não-linearidade nas restrições ou na função objetivo. Podem vir a apresentar

soluções com máximos e mínimos locais, mascarando resultados ótimos globais. Em muitos casos podem ser convertidos em modelos PL ou PLIM através de linearização ou simplificação das não-linearidades.

Um modelo de PL pode ser representado formalmente por (MAKHORIN, 2010):

Minimizar (ou maximizar):

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n + c_0 \quad (1)$$

Sujeito às restrições lineares:

$$\begin{aligned} L_1 &\leq a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n \leq U_1 \\ L_2 &\leq a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n \leq U_2 \\ &\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \\ L_m &\leq a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n \leq U_m \end{aligned} \quad (2)$$

E aos limites das variáveis:

$$\begin{aligned} l_1 &\leq x_1 \leq u_1 \\ l_2 &\leq x_2 \leq u_2 \\ &\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ l_n &\leq x_n \leq u_n \end{aligned} \quad (3)$$

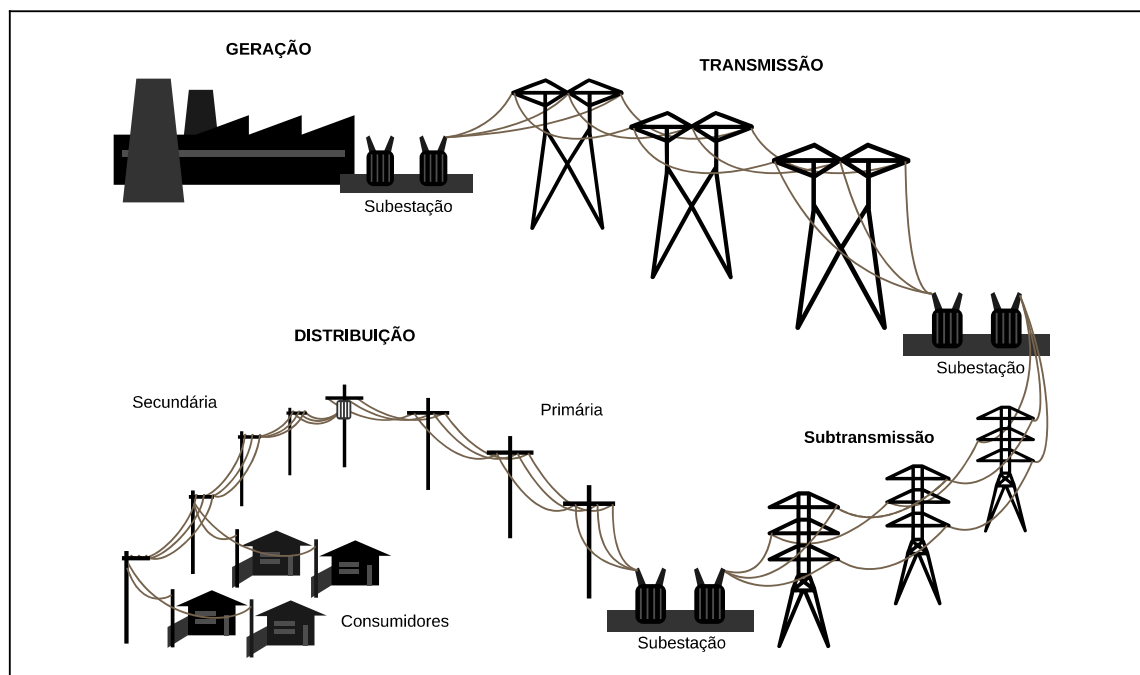
Onde:

$x_1, x_2, \dots, x_n$	são variáveis contínuas
$z$	é a função objetivo
$c_1, c_2, \dots, c_n$	são os coeficientes da função objetivo
$c_0$	é o termo constante da função objetivo
$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$	são os coeficientes das restrições
$L_1, L_2, \dots, L_n$	são os limites inferiores das restrições
$U_1, U_2, \dots, U_n$	são os limites superiores das restrições
$l_1, l_2, \dots, l_n$	são os limites inferiores das variáveis
$u_1, u_2, \dots, u_n$	são os limites superiores das variáveis

A representação formal de um modelo em PLIM é feita de forma similar, exceto pela consideração adicional de que um ou mais subconjuntos de variáveis devem ser restritos a assumir valores inteiros ou binários.

## 2.3 REDE DE DISTRIBUIÇÃO SECUNDÁRIA

Os sistemas elétricos de potência são usualmente subdivididos em três grandes subsistemas: geração, transmissão e distribuição. Na etapa de geração a energia elétrica é produzida em plantas como as usinas hidrelétricas e termelétricas. Através de subestações os níveis de tensão são elevados a fim de realizar o transporte da energia em linhas de transmissão, geralmente cobrindo grandes distâncias. Na sequência os níveis de tensão sofrem nova conversão, desta vez sendo reduzidos sequencialmente em subestações a fim de alimentar as linhas de subtransmissão e, por fim, as redes de distribuição (WILLIS, 2004). A Figura 2 ilustra essa infraestrutura de forma simplificada.



**Figura 2 - Esquema do sistema elétrico de potência: geração, transmissão e distribuição**

Fonte: O autor, adaptado de Willis (2004, p. 9) e Copel (2010).

As redes de distribuição, por sua vez, podem ser divididas entre primária e secundária. Na rede de distribuição primária são adotadas tensões relativamente altas, como por exemplo 13,8 kV e 34,5 kV. Através de transformadores estas tensões são reduzidas, alimentando circuitos que fornecem energia elétrica em níveis usuais para os consumidores finais (como 127 V ou 220 V). Estes circuitos, normalmente radiais, compõem as redes de distribuição secundária (ou de baixa tensão). Cada circuito é composto por um transformador,

diversos postes e trechos de cabos que os interligam, bem como as unidades consumidoras conectadas aos postes (WILLIS, 2004). Estes elementos são descritos na apresentação da notação gráfica adotada no presente trabalho, seção 2.3.2.

As redes de distribuição podem ser monofásicas ou, mais comumente, trifásicas. No entanto, os consumidores podem ser conectados à rede secundária em arranjo monofásico, bifásico ou trifásico, de acordo com seus requisitos de carga. Algumas tensões de atendimento regulamentadas e suas respectivas faixas de variação são apresentadas na Tabela 1.

A tensão fornecida aos consumidores é apenas um entre os diversos indicadores levados em consideração ao mensurar a qualidade da energia. No Brasil, a qualidade do produto fornecido pelas concessionárias e permissionárias, bem como a qualidade dos serviços por elas prestados, é objeto de diversas resoluções normativas do órgão regulamentador e fiscalizador, a ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica. A regulamentação do setor elétrico encontra-se em constante discussão e evolução, como indicam os recentes Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST (ANEEL, 2010). Estes procedimentos normatizam e padronizam as atividades técnicas relacionadas ao funcionamento e desempenho dos sistemas de distribuição, abrangendo tópicos como planejamento, expansão, operação, medição, qualidade de energia elétrica e intercâmbio de informações entre agentes e entidades competentes. Entre os índices de qualidade de energia comumente utilizados no desenvolvimento de projetos de melhoria de circuitos da rede secundária podem ser destacados: o balanceamento (equilíbrio) de cargas entre fases, o carregamento de transformadores e a conformidade dos níveis de tensão em regime permanente (COPEL, 1999; ANEEL, 2010).

**Tabela 1 - Tensões usuais padronizadas abaixo de 1 kV e respectivas faixas de variação**

	<b>Tensão Nominal</b> (Volts)	<b>Tensão de Leitura Adequada</b> (Volts)	<b>Tensão de Leitura Precária</b> (Volts)	<b>Tensão de Leitura Crítica</b> (Volts)
Trifásica	220 /	201≤TL≤231 /	189≤TL<201 ou 231<TL≤233 /	TL<189 ou TL>233 /
	127	116≤TL≤133	109≤TL<116 ou 133<TL≤140	TL<109 ou TL>140
	380 /	348≤TL≤396 /	327≤TL<348 ou 396<TL≤403 /	TL<327 ou TL>403 /
	220	201≤TL≤231	189≤TL<201 ou 231<TL≤233	TL<189 ou TL>233
Monofásica	254 /	232≤TL≤264 /	220≤TL<232 ou 264<TL≤269 /	TL<220 ou TL>269 /
	127	116≤TL≤132	109≤TL<116 ou 132<TL≤140	TL<109 ou TL>140
	440 /	402≤TL≤458 /	380≤TL<402 ou 458<TL≤466 /	TL<380 ou TL>466 /
	220	201≤TL≤229	189≤TL<201 ou 229<TL≤233	TL<189 ou TL>233

**Fonte: Compilado de ANEEL (2010, v. 8, p. 30).**

Analisando a rede de distribuição secundária percebe-se que alterações significativas na demanda dos consumidores tendem a afetar as condições para as quais os circuitos foram projetados, mesmo se aplicadas projeções de crescimento. Problemas com os circuitos surgem como consequência, influenciando principalmente a qualidade da energia fornecida. Indicações destes problemas são dadas pelos parâmetros elétricos que representam o estado da rede, obtidos por meio de simulações nos aplicativos das companhias elétricas, por reclamações oriundas dos próprios consumidores ou por campanhas de medição amostral – dados submetidos periodicamente para fiscalização pela ANEEL. Possíveis transgressões aos indicadores exigidos são regidas por prazos de regularização bem definidos e sujeitas a penalidades como multas e compensações de crédito aos consumidores (ANEEL, 2010).

### 2.3.1 Intervenções Usuais

Ao se identificar um problema em um circuito da rede de distribuição secundária é necessário iniciar um projeto de melhoria e/ou reforço de rede. Nestes projetos são aplicadas uma ou mais intervenções, entre as apresentadas a seguir, a fim de realizar a adequação e/ou correção do circuito (COPEL, 1999):

- **Inspeção e pequenas manutenções:** Inspeção das instalações do circuito e execução de pequenas manutenções como aterramento, reaperto de conexões e substituição de condutores danificados;
- **Balanceamento de Carga (BC):** Redistribuição das cargas instaladas de maneira equilibrada entre as fases de um circuito por meio da alteração do faseamento de algumas unidades consumidoras;
- **Remanejamento de Carga (RC):** Transferência de parte da carga instalada no circuito (incluindo respectiva estrutura de rede, como trechos de condutores e postes) para circuitos adjacentes;
- **Movimentação de Transformador (MT):** Deslocamento do posto transformador para um poste mais próximo do centro de carga do circuito;
- **Troca de Transformador (TT):** Substituição do posto transformador por outro de potência mais adequada à potência total demandada pelo circuito;
- **Troca de Condutor (TC):** Substituição dos condutores em trechos da malha do



circuito por outros de menor impedância (normalmente maior bitola);

- **Divisão de Circuito (DC):** Divisão de um ou mais circuitos preexistentes, atribuindo parte de suas cargas e estruturas para um novo circuito (requer também um novo transformador);
- **Fechamento em Anel:** Conexão cíclica de trechos de um circuito, formando um anel que passe pelo transformador.

Entre estas intervenções, a primeira (inspeção e pequenas manutenções) não se enquadra no estudo de um projeto de melhoria, dada sua característica avaliação e atuação direta em campo. A última intervenção (fechamento em anel) não é abordada no presente trabalho em função da sua característica não radial<sup>1</sup>. As demais intervenções, as seis mais usuais, são explicadas e exemplificadas por Oliveira (2008, p. 44-55). Entre estas seis, as quatro pertencentes ao escopo deste trabalho (BC, RC, TC e DC) são detalhadas na descrição dos respectivos modelos.

Nos projetos de melhoria e reforço de rede estas intervenções são utilizadas de forma isolada ou combinadas entre si, procurando endereçar os problemas dos circuitos ao atender aos níveis recomendados para os parâmetros técnicos: tensão de atendimento, carregamento de transformador e balanceamento de cargas. As influências das intervenções nestes parâmetros são relacionadas no Quadro 1.

Intervenção	Níveis de Tensão	Carregamento do Transformador	Balanceamento de Cargas
Balanceamento de Carga	√	√ <sup>1</sup>	√
Remanejamento de Carga	√	√	√
Movimentação de Transformador	√		
Troca de Transformador		√	
Troca de Condutor	√		
Divisão de Circuito	√	√	√

**Quadro 1 - Influências das intervenções usuais nos parâmetros técnicos analisados**

**Fonte: Compilado de Copel (1999) e Oliveira (2008).**

1. Influência indireta por desequilíbrio no condutor neutro, não mensurável no cálculo de carregamento com potências constantes.

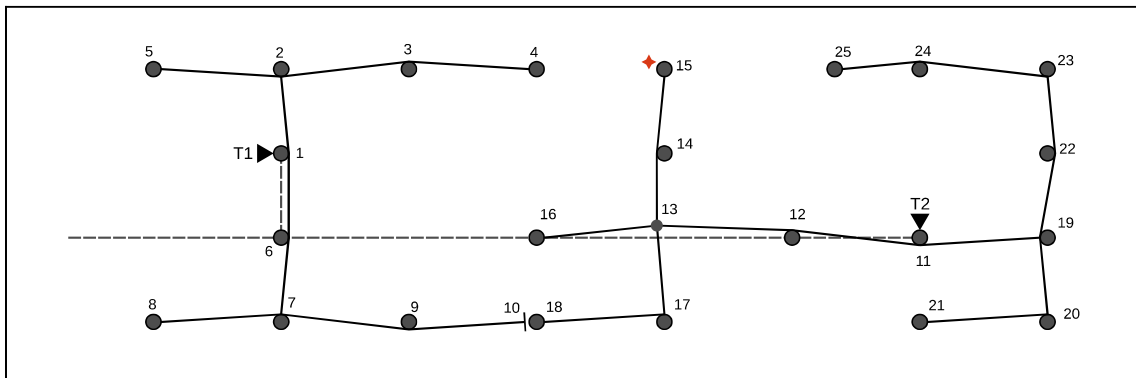
1 Redes radiais: redes ramificadas a partir de um ponto central, sendo os pontos desta rede conectados sem estabelecer caminhos cíclicos, ou seja, não há conexões que permitam retorno entre as ramificações.

### 2.3.2 Elementos de Rede e Representação Gráfica

Para representar graficamente os circuitos da rede secundária de distribuição adota-se no presente trabalho a simbologia ilustrada na Figura 3. Os elementos gráficos utilizados são identificados e definidos a seguir. A representação adotada é baseada na representação técnica de elementos da rede elétrica (COPEL, 2003), embora adaptada de maneira a servir aos propósitos do trabalho e facilitar seu entendimento.

- <sup>8</sup> **Poste:** Estrutura que sustenta os trechos da rede de distribuição. Ponto associado a exclusivamente um circuito, representa a demanda das unidades consumidoras a ele conectadas. Identificado por numeração individual no conjunto de pontos.
  
- ▼<sup>T2</sup> **Transformador:** Equipamento responsável pela redução de tensão da rede primária para fornecimento ao circuito da rede secundária. O código é utilizado para identificar o circuito correspondente.
  
- **Trecho primário:** Trecho da rede primária (condutor / cabo de média/alta tensão), responsável pela alimentação dos transformadores. Identificado pela numeração do par de pontos associados.
  
- **Trecho secundário:** Trecho da rede secundária (condutor / cabo de baixa tensão), responsável pela alimentação dos postes a partir do transformador. Identificado pela numeração do par de pontos associados.
  
- <sup>10</sup> **Divisa:** Ponto que representa a secção da malha elétrica entre circuitos (embora conectado fisicamente ao poste associado no circuito adjacente). Pode conter unidades consumidoras associadas e, assim como um poste, representa a demanda acumulada destas. Identificado por numeração individual no conjunto de pontos.
  
- <sup>13</sup> **Cruzamento aéreo:** Ponto que denota a conexão elétrica aérea entre trechos de cabos que se cruzam. Não possui unidades consumidoras associadas. Trechos consecutivos, como (12,13) e (13,16), normalmente são tratados como de forma agrupada. Identificado por numeração individual no conjunto de pontos.

- ♦ **Reclamante:** Ponto em que está conectado o consumidor reclamante. Não indica necessariamente o ponto de maior queda de tensão no circuito, mas sim aquele associado ao cliente reclamante, responsável pela queixa que originou o projeto de melhoria em questão.



**Figura 3 - Exemplo de representação gráfica de dois circuitos da rede secundária**

Por convenção, no presente trabalho os seguintes elementos são referenciados como pertencentes a um mesmo conjunto denominado “pontos”, dada sua similaridade na descrição topológica do circuito: (a) postes, (b) pontos de divisa e (c) pontos de cruzamento aéreo.

A representação ilustrada na Figura 3 caracteriza o circuito secundário como um grafo onde os nós são representados pelo conjunto de pontos, enquanto os arcos correspondem aos trechos da rede secundária. Dado que comumente, assim como no escopo deste trabalho, analisam-se apenas circuitos radiais, estes grafos podem ser classificados como árvores em que a raiz é o poste que originalmente recebe o transformador. Partindo deste princípio, os pontos (nós) representados são identificados por numeração sequencial, determinada ao se percorrer em profundidade cada um dos circuitos envolvidos, consecutivamente (GERSTING, 2004, p. 276, 299, 363).

Convencionam-se que a numeração de pontos (bem como a dos transformadores) é iniciada pelo circuito principal em análise. Os trechos (arcos) são identificados pela numeração do par de nós associados, como, por exemplo, (3,4).

### 2.3.3 Representação Matemática Adotada

Para representação matemática da topologia de rede os modelos desenvolvidos neste trabalho fazem uso de uma dentre as estruturas a seguir, ilustradas na Figura 4:

- **Lista de adjacência orientada:** lista que mapeia para cada ponto  $i$  qual é o ponto responsável por alimentá-lo diretamente.
- **Matriz de adjacência orientada:** matriz esparsa que mapeia binariamente a conexão de todos os trechos do circuito como pares de pontos orientados no sentido (fonte, carga). Pode ser interpretada diretamente de duas formas: a) qual é o ponto  $i$  que alimenta um dado ponto  $j$ ; b) quais os pontos  $j$  alimentados por um dado ponto  $i$ .

Convenciona-se que postes em que estão instalados os transformadores são indicados por um ponto que alimenta a si mesmo (laço), como no caso do ponto 1 do circuito de exemplo da Figura 4. Pontos extremos são identificados como sendo aqueles que não alimentam nenhum outro ponto, como no caso dos pontos 10 e 7.

Ambas estruturas mapeiam apenas as adjacências estabelecidas por trechos como (6,9) ou laços como (1,1). Relações entre pares de pontos não conectáveis, como (3,9), não são definidas dentro do domínio de trechos e, portanto, não são analisadas nos modelos.

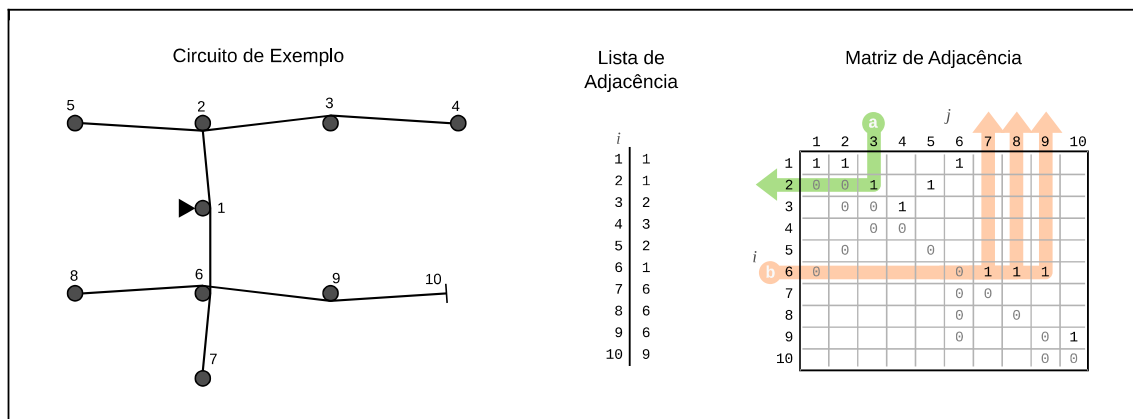


Figura 4 - Lista de adjacência orientada e matriz de adjacência orientada

Exemplificando a interpretação, a lista de adjacência da Figura 4 indica que o ponto  $i=1$  é alimentado pelo próprio ponto 1 (ponto onde se encontra o transformador), o ponto 2 é alimentado pelo ponto 1, o ponto 3 é alimentado pelo ponto 2 e assim sucessivamente para todos os pontos do circuito.

Para interpretar a matriz de adjacência da Figura 4 pode-se, por exemplo, seguir a orientação dada pela seta (a) para um dado ponto  $j=3$  (coluna 3) e concluir que:

- O valor “1” na linha  $i=2$  indica que “3 é alimentado por 2”;
- O valor “0” na linha  $i=3$  indica que “3 não é alimentado por si mesmo”, ou seja, não é um poste com transformador;
- O valor “0” na linha  $i=4$  indica que “3 não é alimentado por 4”, embora haja um trecho entre eles;
- A ausência de valor na linha  $i=5$  indica que “não há conectividade entre o ponto 3 e o ponto 5”.

De forma transposta, a leitura da matriz de adjacência da Figura 4 feita como em (b), para um dado ponto  $i=6$  (linha 6), permite concluir que:

- O valor “1” nas colunas  $j=7, j=8$  e  $j=9$  indica que “6 alimenta os pontos 7, 8 e 9”;
- O valor “0” na coluna  $j=6$  indica que “6 não alimenta a si mesmo”, ou seja, não é um poste com transformador;
- O valor “0” na coluna  $j=1$  indica que “6 não alimenta o ponto 1”;
- A ausência de valor nas demais colunas indica que “não há conectividade entre 6 e os demais pontos”.

Por fim, cabe ressaltar que quando se faz necessária a representação de mais de um circuito no mesmo modelo adota-se a notação em uma única matriz de adjacência orientada. Neste caso, cada par de pontos de divisa é mapeado como um trecho simbólico (de comprimento nulo) inicialmente desconectado em ambos sentidos (valor “0”), representando assim o ponto de ruptura entre os circuitos. Por exemplo, na Figura 3 a divisa definida pelos pontos 10 e 18 seria indicada na matriz de adjacência pelo valor “0” atribuído tanto à linha 10, coluna 18, quanto à linha 18, coluna 10.

## 2.4 CÁLCULO ELÉTRICO: MÉTODO BFS

O cálculo elétrico, também denominado fluxo de potência ou fluxo de carga, consiste na determinação das tensões fasoriais em cada barra (nó) de uma rede elétrica em condições conhecidas de geração e carga.

Em função da simplicidade de implementação e boa adequação às redes radiais fracamente malhadas<sup>2</sup> (DENIS; PADILHA, 1999), o método *Backward-Forward Sweep* (BFS), proposto por Cheng e Shirmohammadi (1995) é amplamente adotado no cálculo de fluxo elétrico com potências constantes em redes de distribuição trifásicas.

O cálculo elétrico utilizado neste trabalho tem como base uma variação do BFS, conforme descrita por Souza (2002, p. 14) e Chindris *et al.* (2007). Este cálculo foi escolhido pela sua relativa simplicidade e correspondência com o padrão adotado por concessionárias de energia elétrica – em especial a Copel, que forneceu e validou dados de demanda e tensão utilizados no presente trabalho.

Cabe ressaltar que o método BFS adota potências (demandas) constantes, o que não ocorre em situações práticas. Assim, é interessante realizar a análise das tensões da rede a partir de valores que representem situações críticas, ou seja, utilizando as potências estimadas para os horários de pico de consumo da malha em análise – dados que podem ser estimados através do perfil característico das unidades consumidoras associados às médias de seu respectivo consumo mensal (ANEEL, 2010, v. 2).

O método BFS utilizado como referência no presente trabalho (SOUZA, 2002; CHINDRIS *et al.*, 2007) pode ser descrito pela sequência de passos a seguir:

- 1) Arbitrar os fasores das tensões nodais iniciais  $V_{if}$  para cada nó  $i$  e fase  $f$ . Na situação inicial (primeira iteração) utiliza-se normalmente a tensão da fonte (transformador).
- 2) Considerando a iteração atual  $k$ , calcular para cada nó  $i$  e fase  $f$  o vetor da corrente nodal  $I_{if}$  a partir do respectivo vetor de demanda estimada de potência  $S_{if}$ :

$$I_{if}^k = (S_{if} / V_{if}^k)^* \quad (4)$$

- 3) *Backward*: Partindo dos nós extremos, calcular para cada nó  $i$  os vetores de corrente acumulada em cada fase  $f$ ,  $Ia_{if}$ , e no neutro,  $Ia_{iN}$ . Sendo  $J$  o conjunto de nós alimentados diretamente (apenas os adjacentes) pelo nó  $i$ :

---

<sup>2</sup> Redes fracamente malhadas: redes em que o número de interconexões entre os pontos é moderado, aproximando-se topologicamente do conceito de redes radiais.

$$Ia_{if}^k = I_{if}^k + \sum_{j \in J} Ia_{jf}^k \quad (5)$$

E sendo  $F$  o conjunto de fases:

$$Ia_{iN}^k = \sum_{f \in F} Ia_{if}^k \quad (6)$$

- 4) Calcular para cada nó  $i$  e fase  $f$  o vetor da queda de tensão  $\Delta V_{if}$ . Sendo  $Z_{if}$  a impedância do trecho que alimenta o poste  $i$  na fase  $f$  e  $Z_{iN}$  a impedância do neutro:

$$\Delta V_{if}^k = \underbrace{Z_{if} Ia_{if}^k}_{(a)} + \underbrace{Z_{iN} Ia_{iN}^k}_{(b)} \quad (7)$$

Onde (a) representa a queda de tensão direta da fase  $f$  e (b) a tensão do neutro.

- 5) *Forward*: Partindo do nó fonte (transformador), calcular para cada nó  $i$  e fase  $f$  o fasor da tensão nodal  $V_{if}$ :

$$V_{if}^{k+1} = V_{(i-1)f}^k - \Delta V_{if}^k \quad (8)$$

- 6) Teste de convergência:

- 6.1) Se a maior diferença entre as tensões nodais das iterações atual e anterior for menor que uma tolerância  $\varepsilon$  especificada – conforme inequação (9) – a execução é encerrada indicando convergência do cálculo.

$$|V_{if}^k - V_{if}^{k+1}| \leq \varepsilon \quad (9)$$

- 6.2) Se não, caso um limite máximo de iterações  $n$  tenha sido atingido ( $k=n$ ), a execução é encerrada sem convergência de cálculo.

- 6.3) Caso contrário, inicia-se a próxima iteração ( $k+1$ ), retomando o passo 2.

Na seção 3.1 são apresentadas considerações e simplificações que permitiram o uso da formulação do BFS nos modelos matemáticos desenvolvidos neste trabalho.





### 3 METODOLOGIA

Este Capítulo sintetiza o conhecimento gerado no desenvolvimento do presente trabalho. Apresenta-se inicialmente a formulação linear e simplificada do cálculo elétrico, seção 3.1, item fundamental para o desenvolvimento e compreensão integral dos modelos matemáticos propostos. Baseado no método BFS (vide seção 2.4), o cálculo simplificado agrega aos modelos a capacidade de estimar níveis de tensão dos circuitos sob custos computacionais reduzidos.

Os modelos PLIM desenvolvidos, núcleo da presente pesquisa, são objeto das seções seguintes. Cabe recordar que o escopo do presente trabalho é modelar quatro dentre as seis usuais intervenções de melhoria de circuitos secundários (vide Introdução, Figura 1). O primeiro modelo apresentado é o balanceamento de carga, seção 3.2, que estende a proposta de Oliveira (2008) ao aprimorar suas aproximações, acrescentar considerações de natureza prática e, por fim, inserir considerações sobre a melhora e restrição dos níveis de tensão. Na sequência, seção 3.3, apresenta-se o modelo de troca de condutor baseado na abordagem de Souza (2002), acrescentando diversas considerações práticas e técnicas, além de incorporar diretamente o cálculo dos níveis de tensão.

A seção 3.4 apresenta o modelo de divisão de circuito, uma abordagem focando o consumidor reclamante, concebida no presente trabalho com base nas diretrizes apontadas pelos especialistas da Copel. Este modelo sugere a reconfiguração da rede para criação de um novo circuito, minimizando custos de operações com transformadores e conectividade de rede e também respeitando características como topologia, distribuição de demanda, atendimento de exigências de carregamento e níveis de tensão.

O último modelo apresentado é o remanejamento de carga, seção 3.5. A abordagem apresentada aqui, diferente da proposta por Souza (2002), considera a relocação de trechos e postes para circuitos adjacentes, considerando as unidades consumidoras agrupadas em seus postes. Extrapolando seu objetivo direto, o modelo considera de forma integrada a intervenção de troca de transformador, convergindo para uma abordagem que apresenta diversas similaridades com a divisão de circuito. Dada esta similaridade, o modelo de remanejamento é apresentado como uma variação do modelo de divisão, incluindo algumas particularizações.

A abordagem proposta para a integração dos modelos é descrita na seção 3.6. A fim

de completar o rol de seis intervenções usuais adotam-se outros dois modelos, apresentados por Oliveira (2008), para troca e movimentação de transformador. Em essência, a integração proposta encadeia os resultados individuais dos modelos, executando-os em uma sequência preestabelecida com base nos apontamentos dos especialistas e nas características das próprias intervenções. Esta abordagem reduz as combinações de modelos àquelas que produzam respostas viáveis, além de avaliar as soluções em estágios intermediários a fim de eliminar execuções desnecessárias, preservando a linearidade da formulação e priorizando custos computacionais baixos, com tempos na ordem de poucos minutos.

Os modelos matemáticos apresentados adotam uma nomenclatura padronizada, descrita e exemplificada no Quadro 2, utilizada no intuito de facilitar a compreensão do equacionamento e a identificação de seus elementos.

Tipo	Descrição	Convenção	Exemplos
Conjuntos	Representação de grupos de elementos	Duas letras, primeira maiúscula identificando o conjunto e a segunda minúscula diferenciando subconjuntos	$Us$ : unidades consumidoras $Ts$ : transformadores $Td$ : transformadores disponíveis
Índices	Identificadores dos elementos de um conjunto	Uma letra minúscula, normalmente correspondendo ao conjunto	$u$ : unidades consumidoras, $u \in Us$ $t$ : transformadores, $t \in Ts, t \in Td$
Variáveis	Valores a serem determinados pelo método de solução	Duas letras minúsculas, normalmente, identificando a variável. Variáveis de relaxação usam três letras minúsculas, sendo $r$ a primeira	$bl$ : balanceamento $qm$ : queda máxima de tensão $rqm$ : relaxação da queda máxima
Parâmetros	Dados estáticos adotados na composição das restrições do modelo	Três letras em caixa mista, sendo a primeira minúscula e as demais mistas (maiúsculas e/ou minúsculas), identificando o parâmetro e eventuais características	$tTr$ : tensão no transformador $nCs$ : número de condutores $blL$ : limite mínimo de balanceamento
Elementos auxiliares	Normalmente adotados para facilitar compreensão ou legibilidade do equacionamento	Apenas uma letra latina ou grega, definida junto (ou imediatamente próxima) da equação	$\alpha$ : ângulo estimado $j$ : ponto que alimenta o ponto $i$

**Quadro 2 - Convenções da nomenclatura adotada nos modelos matemáticos**

Por fim, na seção 3.7 são caracterizadas as implementações realizadas, incluindo as ferramentas adotadas e desenvolvidas como parte projeto que originou o presente trabalho. Entre estas são apresentados o *solver* PL/PLIM adotado, GLPK (MAKHORIN, 2010), e o ambiente de modelagem criado para desenvolvimento dos modelos, o GUSEK (BETTONI, 2010). Menciona-se também a ferramenta desenvolvida para apoio a projetos de melhoria de rede MORSE (OLIVEIRA, 2008), programa que abarca a estrutura de recuperação de dados, integração de modelos e visualização de resultados aqui apresentados.

### 3.1 CÁLCULO ELÉTRICO LINEAR SIMPLIFICADO

Para determinação das tensões nos pontos dos circuitos em análise adota-se no presente trabalho uma variação do cálculo elétrico BFS (vide seção 2.4). Apesar da relativa simplicidade do BFS, o contorno das não-linearidades observadas nos produtos vetoriais (eq. 4 e 7) e a própria natureza iterativa do método conduzem a um número elevado de equações e variáveis para implementação em modelos lineares. Com vistas à obtenção de modelos tratáveis e com tempo computacional aceitável para aplicações práticas, esta seção apresenta uma formulação linear simplificada do método BFS sugerida para o cálculo elétrico.

A formulação proposta assume a realização de apenas uma iteração do método BFS, eliminando o teste iterativo de convergência. O equacionamento linear adota apenas os módulos dos vetores envolvidos nas operações, aplicando fatores corretivos aproximados com base nos ângulos estimados destes vetores. Estas e outras simplificações são apresentadas a seguir, originalmente descritas por Bettoni *et al.* (2009) e Lara, Arruda e Neves Jr. (2009).

Parte-se do segundo passo do algoritmo BFS, cálculo dos vetores das correntes nodais  $I_{if}$  para cada nó  $i$  e fase  $f$ , equação (4). Expandindo-a em notação polar  $X=|X|\angle\theta_x$ :

$$I_{if}=(S_{if}/V_{if})^* \Leftrightarrow |I_{if}|\angle\theta_{I_{if}}=((|S_{if}|\angle\theta_{S_{if}})/(|V_f|\angle\theta_{V_f}))^*=(|S_{if}|/|V_f|)\angle(\theta_{V_f}-\theta_{S_{if}}) \quad (10)$$

Perceba-se que, conforme o primeiro passo do BFS, os vetores das tensões nodais  $V_{if}$  assumem o valor  $V_f$  referente à tensão da respectiva fase  $f$  do transformador.

Adotando a consideração usual de que os vetores das demandas estáticas estimadas  $S_{if}$  possuem um mesmo fator de potência, observa-se que para todos os postes  $i$  os vetores das correntes  $I_{if}$  da mesma fase  $f$  possuirão ângulos idênticos. Sendo assim, é possível efetuar a soma modular no terceiro passo, equação (5), que determina as correntes acumuladas  $Ia_{if}$ :

$$Ia_{if}=I_{if}+\sum_{j\in J}Ia_{jf} \Leftrightarrow |Ia_{if}|\angle\theta_{I_{if}}=|I_{if}|\angle\theta_{I_{if}}+\sum_{j\in J}|I_{jf}|\angle\theta_{I_{if}}=(|I_{if}|+\sum_{j\in J}|I_{jf}|)\angle\theta_{I_{if}} \quad (11)$$

Onde  $J$  é o conjunto de nós alimentados diretamente (apenas os adjacentes) pelo nó  $i$ .

O vetor da queda de tensão nas fases  $\Delta V_{if}$ , equação (7), é definido como a soma de dois vetores: (a) a queda de tensão individual da fase  $\Delta V_{if(a)}$ ; e (b) a tensão referente à corrente de fuga no neutro  $V_{iN}$ . Considerando inicialmente apenas a queda de tensão individual  $\Delta V_{if(a)}$ :

$$\Delta V_{if(a)}=Z_{if}Ia_{if} \Leftrightarrow |\Delta V_{if(a)}|\angle\theta_{\Delta V_{if(a)}}=|Z_{if}|\angle\theta_{Z_{if}}\cdot|Ia_{if}|\angle\theta_{I_{if}}=|Z_{if}|\cdot|Ia_{if}|\angle(\theta_{Z_{if}}+\theta_{I_{if}}) \quad (12)$$

Ou, em notação retangular  $X=a+jb$ :

$$|\Delta V_{if(a)}| \angle \theta_{\Delta V_{if(a)}} = \underbrace{|\Delta V_{if(a)}| \cos(\theta_{\Delta V_{if(a)}})}_{(a1)} + j \underbrace{|\Delta V_{if(a)}| \sin(\theta_{\Delta V_{if(a)}})}_{(a2)} \quad (13)$$

Considerando os ângulos definidos nas equações (10) e (12) é possível estimar com antecedência o ângulo do vetor  $\Delta V_{if(a)}$  através de ângulos conhecidos previamente:

$$\theta_{\Delta V_{if(a)}} = \theta_{Z_{if}} + \theta_{I_f} = \theta_{Z_{if}} + \theta_{V_f} - \theta_S \quad (14)$$

Tome-se agora a parcela referente à tensão de neutro  $V_{iN}$ . Assumindo a consideração usual de que os condutores instalados nas fases de cada trecho são idênticos (mesmo comprimento e material), verifica-se que o vetor  $V_{iN}$  pode ser calculado diretamente pela soma dos vetores das tensões de todas as fases:

$$V_{iN} = \underbrace{Z_{iN} \mathbf{I} a_{iN}}_{(b)} = Z_{if} \sum_{f \in F} \mathbf{I} a_{if} = \sum_{f \in F} \underbrace{Z_{if} \mathbf{I} a_{if}}_{(a)} \Leftrightarrow V_{iN} = \sum_{f \in F} \Delta V_{if(a)} \quad (15)$$

Ou, em notação retangular:

$$V_{iN} = \underbrace{\sum_{f \in F} |\Delta V_{if(a)}| \cos(\theta_{\Delta V_{if(a)}})}_{(b1)} + j \underbrace{\sum_{f \in F} |\Delta V_{if(a)}| \sin(\theta_{\Delta V_{if(a)}})}_{(b2)} \quad (16)$$

Ao contrário da tensão individual das fases  $\Delta V_{if(a)}$ , o ângulo do vetor da tensão nodal do neutro  $V_{iN}$  não pode ser estimado com antecedência. Isto ocorre porque  $V_{iN}$  é obtido a partir da soma dos vetores de tensão das fases, vetores alterados pelas reconfigurações modeladas pelas intervenções (alterações de demanda, de condutores ou mesmo da topologia da rede).

Entretanto, o objetivo final do cálculo é obter o módulo da tensão nodal da fase  $V_{if}$  mantendo a linearidade da formulação. Sendo assim, utiliza-se a aproximação ilustrada na Figura 5 para obter o valor dos componentes (b1) e (b2) da tensão do neutro  $V_{iN}$ , equação (16), projetados diretamente sobre o vetor original de tensão da fase. A mesma aproximação por projeção é aplicada nos componentes (a1) e (a2) da queda de tensão individual das fases  $\Delta V_{if(a)}$ , equação (13). Somando estas projeções de  $V_{iN}$  e  $\Delta V_{if(a)}$  obtém-se não a queda de tensão nodal  $\Delta V_{if}$ , equação (7), mas sim seu módulo já projetado no vetor original da fase,  $\Delta V_{if}'$ :

$$\begin{aligned} |\Delta V_{if}'| \approx & \underbrace{|\Delta V_{if(a)}| \cos(\theta_{\Delta V_{if(a)}})}_{(a1)} \cos(\theta_{V_f}) + \underbrace{|\Delta V_{if(a)}| \sin(\theta_{\Delta V_{if(a)}})}_{(a2)} \sin(\theta_{V_f}) \\ & + \underbrace{\sum_{g \in F} |\Delta V_{ig(a)}| \cos(\theta_{\Delta V_{ig(a)}})}_{(b1)} \cos(\theta_{V_f}) + \underbrace{\sum_{g \in F} |\Delta V_{ig(a)}| \sin(\theta_{\Delta V_{ig(a)}})}_{(b2)} \sin(\theta_{V_f}) \end{aligned} \quad (17)$$

Que, considerando o cosseno da diferença entre dois ângulos<sup>3</sup>, pode ser reduzido a:

<sup>3</sup>  $\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$  onde  $\alpha = \theta_{\Delta V_{if(a)}}$  e  $\beta = \theta_{V_f}$

$$|\Delta V_{if}'| \approx \underbrace{|\Delta V_{if(a)}| \cos(\theta_{\Delta V_{if(a)}} - \theta_{V_f})}_{(a)} + \sum_{g \in F} \underbrace{|\Delta V_{ig(a)}| \cos(\theta_{\Delta V_{ig(a)}} - \theta_{V_f})}_{(b)} \quad (18)$$

Assim, o passo de *forward* do algoritmo BFS, equação (8), permite finalmente calcular os valores de interesse, módulos das tensões nodais efetivas  $V_{if}$  para cada nó e fase:

$$|V_{if}| \approx |V_{(i-1)f}| - |\Delta V_{if}'| \quad (19)$$

Embora as equações acima envolvam operações trigonométricas, a linearidade da formulação para uso em modelos PLIM é mantida, uma vez que cossenos e senos envolvidos representam coeficientes constantes, calculados previamente a partir dos ângulos estimados.

Na formulação sugerida despreza-se o erro ilustrado na Figura 5, diferença entre os segmentos projetado e rebatido, bem como os desvios angulares na tensão nominal da fonte (na ordem de poucas unidades de graus). Embora estes erros sejam pouco representativos, em alguns casos é possível adotar coeficientes de correção para reduzi-los, principalmente nos modelos em que a topologia de rede é estática. Assim, no modelo de balanceamento de carga (seção 3.2) descreve-se a possível adoção de um coeficiente de correção único, calculado em função do poste com maior queda de tensão, explicitado na equação (45). No modelo de troca de condutor (seção 3.3) é sugerido o uso de coeficientes individuais para cada poste e fase, conforme equação (64). Comparações entre os valores de tensão obtidos pelo cálculo linear simplificado e pelo cálculo BFS de referência são apresentadas na seção 4.2.

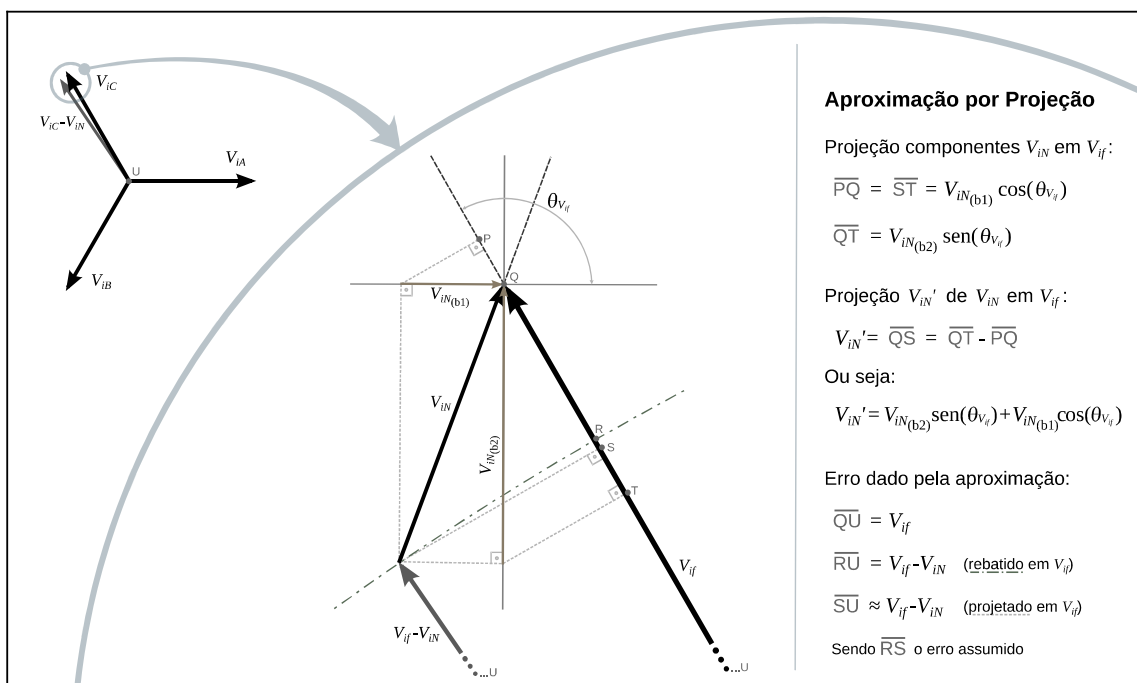


Figura 5 - Aproximação por projeção dos vetores exemplificada para a tensão do neutro

### 3.2 MODELO DE BALANCEAMENTO DE CARGA (BC)

Entre as intervenções utilizadas na melhoria de circuitos da rede secundária de distribuição encontra-se o balanceamento de cargas, também conhecido por faseamento de consumidores. O balanceamento consiste em distribuir de maneira uniforme as cargas do circuito entre suas fases, reduzindo o desequilíbrio de corrente entre estas e influenciando diretamente os níveis de tensão.

Estas cargas são representadas por um valor estático de potência complexa, estimado com base na demanda de cada unidade consumidora. Em redes trifásicas estas unidades podem ser conectadas em arranjo monofásico, bifásico ou trifásico ao longo dos postes e fases do circuito. A distribuição desigual destas cargas prejudica não só a fase mais carregada, mas o circuito como um todo, ocasionando o surgimento de corrente no condutor neutro, quedas de tensão mais significativas e maior carregamento dos cabos e do transformador (COPEL, 1999).

O índice de balanceamento de um circuito, também referido por equilíbrio, estima a homogeneidade da distribuição das cargas entre as fases da rede elétrica. Em uma rede trifásica ABC o índice de balanceamento  $bl$  pode ser obtido pela equação (SOUZA, 2002):

$$bl = 1 - \frac{R}{S_T} \quad (20)$$

Onde  $S_T$  representa a demanda ou carga total do circuito, constante para cada caso em análise, dada pelo somatório dos módulos das cargas  $S_f$  de cada fase  $f$ :

$$S_T = \sum_{f \in \{A, B, C\}} S_f \quad (21)$$

E  $R$  representa o desequilíbrio total do circuito, definido como o módulo do vetor resultante da soma vetorial das cargas das fases:

$$R = \sqrt{\left( \sum_{f \in \{A, B, C\}} S_f \cos(\theta_f) \right)^2 + \left( \sum_{f \in \{A, B, C\}} S_f \sin(\theta_f) \right)^2} \quad (22)$$

Onde  $\theta_f$  representa o ângulo correspondente à fase  $f$ , sendo estes defasados  $120^\circ$  entre si. Considerando necessário atingir um índice de balanceamento mínimo  $bl_L$  é possível limitar uma região aceitável para valores de  $R$ . Partindo da equação (20), esta limitação pode ser dada pela seguinte inequação:

$$R \leq (1 - bLL) S_T \quad (23)$$

A região aceitável é delimitada pela circunferência indicada na Figura 6(a). Dada a característica não linear da formulação correspondente, sua aplicação no modelo PLIM proposto foi feita mediante a adoção da aproximação linear descrita na seção 3.2.1 a seguir.

### 3.2.1 Aproximação Linear para o Balanceamento de Cargas

A representação linear de uma circunferência pode ser feita, de maneira aproximada, por um polígono regular circunscrito a ela. Quanto maior o número de arestas deste polígono, mais acurada se torna esta aproximação. Propõe-se aqui o uso desta aproximação para delimitar uma região circular aceitável para o vetor de desequilíbrio  $R$ , conforme ilustrado na Figura 6(b). As arestas delimitadoras são representadas por retas (restrições lineares) cujo número pode ser especificado a fim de melhorar a exatidão da aproximação.

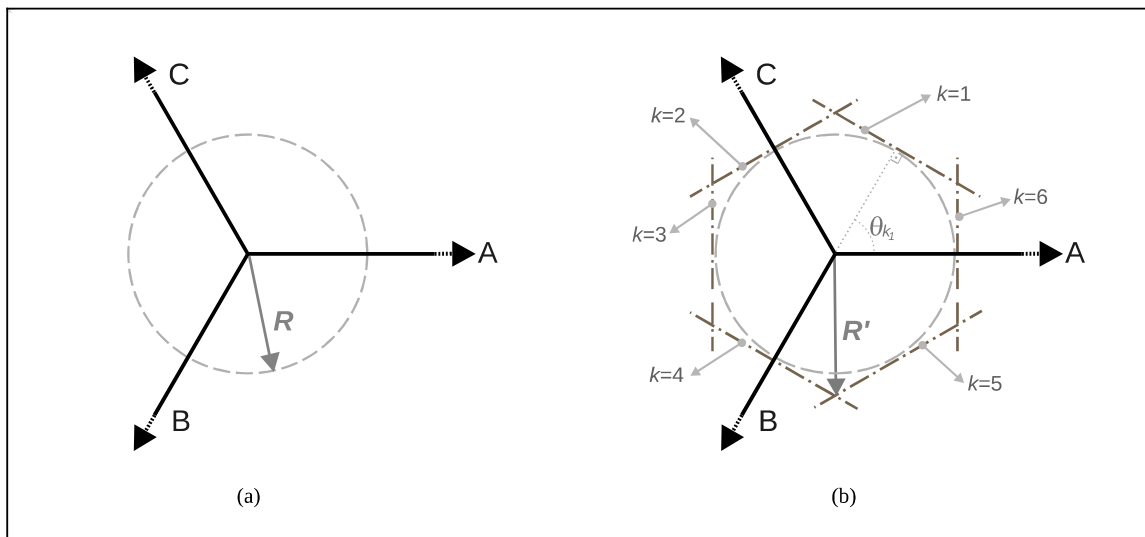


Figura 6 - Região limite do vetor de desequilíbrio  $R$  (a) e sua linearização em 6 arestas (b)

A formulação para geração da região aceitável, partindo da inequação (23), sendo  $n$  o número de retas usadas na aproximação, pode ser dada por (BETTONI *et al.*, 2009):

$$\sum_{f \in \{A, B, C\}} S_f \cos((k/n)2\pi + \theta_f) \leq (1 - bLL) S_T \quad \forall k \in \mathbb{N}^* | k \leq n \quad (24)$$

Na Figura 6, representação da aproximação para o caso de 6 retas, observa-se que a

diferença entre os vetores  $R$  e  $R'$  indica possíveis erros em situações limite. Verifica-se geometricamente que estes erros podem atingir acréscimo de 15% utilizando a aproximação linear em 6 segmentos (OLIVEIRA, 2008, p. 99), mas são reduzidos progressivamente ao se aumentar o número de retas. Por exemplo, na linearização em 12 retas este erro máximo pode ocorrer caso  $R'$  encontre-se em  $15^\circ$  (bissetriz entre  $\theta_{k1}$  e  $\theta_{k12}$ ), correspondendo a mais 3,5%:

$$R'_{max} = R / \cos((\pi/6 + 2\pi)/2) = R / \cos(\pi/12) = 1,035 \cdot R \quad (25)$$

Como este erro refere-se somente a  $R$ , possíveis erros apresentados no cálculo do balanceamento são pouco significativos. Considere-se, por exemplo, a especificação de um balanceamento mínimo  $bIL$  de 90%. Neste caso o vetor de desbalanceamento  $R$  deve assumir no máximo os 10% restantes. Para o exemplo da aproximação em 12 retas as soluções calculadas admitirão um vetor  $R'$  que, no pior caso, assumiria  $10 \times 1,035 = 10,35\%$  de desequilíbrio real, ou seja, 89,65% de balanceamento.

A formulação da inequação (24) permite que o número de arestas seja aumentado para melhorar a aproximação sugerida, embora observe-se que incrementar o número de equações tenda a aumentar a complexidade do cálculo envolvido. Contudo, em dois casos particulares o número de variáveis envolvidas pode ser consideravelmente reduzido: quando as arestas posicionam-se de maneira paralela ou perpendicular aos eixos das fases:

- **Arestas paralelas:** as cargas atribuídas a uma fase não sofrem limitação por retas paralelas a esta fase. Considere-se, por exemplo, a inequação (26) obtida pela expansão da inequação (24): para o caso em que  $n=8$  e  $k=2$ , ou seja,  $\theta_k=90^\circ$ , a respectiva aresta é paralela à fase A e, neste caso, dado o valor do cosseno, o termo correspondente a  $S_A$  é nulo, eliminando da formulação as variáveis correspondentes.

$$S_A \cos(\theta_k) + S_B \cos(\theta_k + 4\pi/3) + S_C \cos(\theta_k + 2\pi/3) \leq (1 - bIL) S_T \quad (26)$$

- **Arestas perpendiculares:** é possível exprimir o equacionamento em função das cargas atribuídas exclusivamente a uma fase quando a limitação se der por reta perpendicular a esta. Considere-se, por exemplo, a inequação (26) para o caso em que  $n=6$  e  $k=6$ , ou seja,  $\theta_k=0^\circ$ , aresta perpendicular à fase A. Substituindo o valor dos cossenos, a parcela esquerda da inequação pode ser reescrita conforme (27). Estes casos correspondem à aproximação hexagonal simplificada, apresentada por Oliveira (2008, p. 58, 101), aqui representada na inequação geral (28).

$$S_A - \frac{1}{2}S_B - \frac{1}{2}S_C \Leftrightarrow \frac{2S_A - S_B - S_C}{2} \Leftrightarrow \frac{3S_A - (S_A + S_B + S_C)}{2} \Leftrightarrow \frac{3S_A - S_T}{2} \quad (27)$$



$$\left| \frac{3}{2} S_f - \frac{1}{2} S_T \right| \leq (1 - bLL) S_T \quad \forall f \in \{A, B, C\} \tag{28}$$

Em função da simplificação dada por estes dois casos particulares é recomendado adotar aproximações que contemplem o maior número de arestas paralelas e perpendiculares às fases – por exemplo,  $n \in \{6, 8, 12, 16, 24, 36, 48\}$ .

### 3.2.2 Considerações sobre Níveis de Tensão

É comum supor que a intervenção de balanceamento, ao distribuir de forma equilibrada as cargas na rede, tende também a equilibrar as perdas entre as fases e, por conseguinte, melhorar os níveis de tensão do circuito – como observado, por exemplo, por Knolseisen e Coelho (2003). No entanto, essa relação aparentemente direta nem sempre é válida, conforme explicitado a seguir.

O índice de balanceamento de um circuito é calculado de forma global, sem considerar topologia ou posicionamento dos pontos de demanda. Esta simplificação é comprometedora, dado que possíveis desequilíbrios entre as ramificações do circuito podem ser compensados mutuamente, disfarçando concentrações não homogêneas de cargas. Assim, em casos como o ilustrado na Figura 7, considerando a operação de I para III, a melhoria do balanceamento pode causar o aumento das quedas de tensão do circuito.

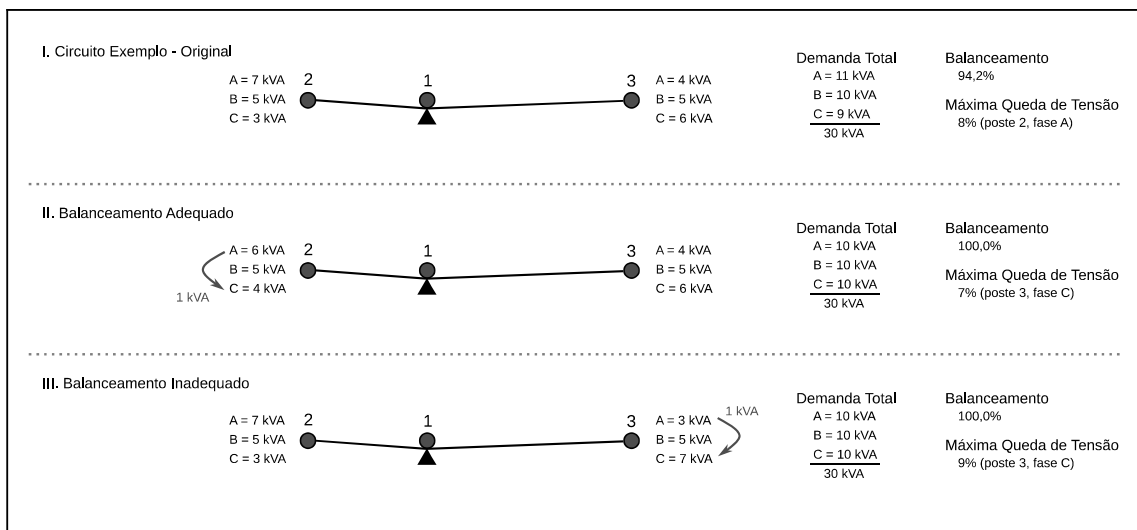


Figura 7 - Influência do balanceamento nas quedas de tensão

Adicionalmente, ao comparar os balanceamentos II e III nota-se que consumidores com demandas idênticas, conectados a uma mesma fase em diferentes postes, possuem a mesma contribuição para o índice de balanceamento, mas não para os níveis de tensão do circuito. Assim, com vistas à melhoria global do circuito recomenda-se incluir considerações diretas sobre os níveis de tensão ao realizar a intervenção de balanceamento de cargas.

### 3.2.3 Modelagem Matemática

Em essência, o modelo PLIM proposto para o balanceamento de cargas sugere uma reconfiguração da conexão das unidades consumidoras às fases do circuito em análise, minimizando o número de trocas necessárias para atender aos limites exigidos dos índices de balanceamento e queda de tensão. O modelo fornece não só a solução de menor custo operacional (número de trocas), mas aquela com os melhores índices dentre as alternativas de mesmo custo.

A modelagem adota a formulação geral da aproximação linear do balanceamento e suas possíveis simplificações, apresentadas na seção 3.2.1. A topologia da rede é descrita na forma de lista de adjacência orientada, conforme definida na seção 2.3.3. A formulação linear simplificada de cálculo elétrico, seção 3.1, é incluída a fim de permitir considerações sobre os níveis de tensão. Acrescentam-se ainda restrições técnicas e operacionais, explicitadas ao longo da descrição do equacionamento. O modelo descrito apresenta, em essência, o original publicado por Bettoni *et al.* (2009), extensão do sugerido por Oliveira (2008).

Para desenvolvimento do modelo assumem-se as seguintes premissas:

- A rede é configurada em sistema trifásico ABC.
- O custo operacional é igual para troca de qualquer fase de qualquer consumidor.
- A troca de fase do consumidor é operada pontualmente, mantendo as características da situação original como o poste associado e a distância do transformador.
- As cargas individuais são estáticas e distribuídas de forma homogênea entre as fases.
- Não são avaliados aspectos de carregamento dos condutores e do transformador.
- O valor do fator de potência é padrão, idêntico para todas as cargas do circuito.
- As características dos condutores, como comprimento e impedância, são iguais para todas as fases e o neutro em um mesmo trecho.

### 3.2.3.1 Nomenclatura

A seguir são relacionados os conjuntos, índices, variáveis e parâmetros utilizados no modelo, apresentando para cada elemento o nome adotado (conforme convenções no Quadro 2), o domínio envolvido e uma breve descrição de cada elemento. Convenciona-se que os parâmetros e variáveis binárias,  $\in \{0,1\}$ , são interpretados da seguinte forma: valor 1 corresponde a “verdadeiro” ou “existente” e o valor 0 corresponde a “falso” ou “não existente”.

#### Conjuntos e Índices

$As$	$\subseteq Ps \times Ps$	$(i,j)$	Trechos (par ordenado: fonte $i$ , carga $j$ )
$Cs$	$\{1..nCs\}$	$c$	Condutores (tipos de cabos)
$Fs$	$\{1,2,3\}$	$f, g, h$	Fases A, B e C
$Ps$	$\{1..nPs\}$	$i, j$	Pontos (postes, pontos de divisa e pontos de cruzamento aéreo)
$Pe$	$\subseteq Ps$	$i, j$	Postes e pontos situados nos extremos do circuito
$Us$	$\{1..nUs\}$	$u$	Unidades consumidoras (inclusa iluminação pública)
$Uf$	$\subseteq Us$	$u$	Unidades consumidoras com faseamento fixo

#### Variáveis

$bl$	$[0,1]$	Balanceamento (%)
$ca_{if}$	$\geq 0$	Corrente acumulada no ponto $i$ , fase $f$ (A)
$ci_{if}$	$\geq 0$	Corrente individual no ponto $i$ , fase $f$ (A)
$cp_{uf}$	$\in \{0,1\}$	Conexão proposta para consumidor $u$ , fase $f$
$po_i$	$\in \{0,1\}$	Indicação de existência de troca de fase no poste $i$
$qa_{if}$	$[-1,1]$	Queda de tensão relativa acumulada no ponto $i$ , fase $f$ (%)
$qi_{if}$	$\geq 0$	Queda de tensão individual no ponto $i$ , fase $f$ (V)
$qm$	$[0,1]$	Máxima entre as quedas de tensão (%)
$rbl$	$[0,1]$	Relaxação do balanceamento
$rqm$	$[0,1]$	Relaxação da queda máxima

## Parâmetros

$aIC_c$	$\geq 0$	Ângulo da impedância do condutor $c$ (rad)
$aTF_f$	$\geq 0$	Ângulo do fasor de tensão da fase $f$ (rad)
$bIL$	$[0,1]$	Límite mínimo de balanceamento (%)
$cFP$	$[0,1]$	Coefficiente de fator de potência
$cIn_{uf}$	$\in \{0,1\}$	Conexão inicial do consumidor $u$ , fase $f$
$cIA_{ij}$	$\in Cs$	Condutor instalado no trecho $(i,j)$
$cQt$	$[0,1]$	Coefficiente de correção de queda de tensão
$cQN$	$\in \{0,1\}$	Considerar queda de tensão referente à corrente de neutro
$dUs_u$	$\geq 0$	Demanda total do consumidor $u$ (kVA)
$dTS$	$\geq 0$	Demanda total do circuito secundário (kVA)
$dPP_{ij}$	$\geq 0$	Distância entre os pontos $i$ e $j$ (m)
$imC_c$	$\geq 0$	Módulo da impedância do condutor $c$ ( $\Omega/m$ )
$IAo_i$	$\in Ps$	Lista de adjacência orientada, indica o ponto que alimenta $i$
$nCs$	$> 0$	Número de condutores (tipos de cabos)
$nPs$	$> 0$	Número de postes e pontos
$nUs$	$> 0$	Número de unidades consumidoras
$nFU$	$\in \{1,2,3\}$	Natureza de faseamento do consumidor
$nRB$	$\geq 6$	Número de retas da linearização do balanceamento
$poU$	$\in \{0..nPs\}$	Límite máximo do número de postes a se operar trocas de fase
$pQt$	$\in \{0,1\}$	Priorizar melhorias nas quedas de tensão
$pUs_u$	$\in Ps$	Poste em que se encontra conectado o consumidor $u$
$qmU$	$[0,1]$	Límite máximo de queda de tensão (%)
$tfL$	$\in \{0..tfU\}$	Límite mínimo do número de trocas de fase
$tfU$	$\in \{tfL..nUs\}$	Límite máximo do número de trocas de fase
$tTr$	$\geq 0$	Tensão no secundário do transformador (V)

### 3.2.3.2 Função Objetivo

$$\begin{aligned}
 \min \sum_{u \in U_s} \sum_{f \in F_s} \underbrace{cp_{uf}(1 - cIn_{uf})}_{(a)} & - \underbrace{(1 - 0,99 \cdot pQt) \left( \frac{bl}{100} \right)}_{(b)} \\
 + \underbrace{(0,01 + 0,99 \cdot pQt) \left( \frac{qm}{10} \right)}_{(c)} & + \underbrace{\frac{rbl}{0,005} + \frac{rqm}{0,001}}_{(d)}
 \end{aligned} \tag{29}$$

Objetiva-se primeiramente minimizar o custo representado pelo número de trocas de fase de consumidores. O primeiro termo da função objetivo (a) contabiliza estas trocas ao identificar a ligação em nova fase, conforme a lógica de mudanças apresentada no Quadro 3. Exemplificando, se um consumidor não estava inicialmente ligado a uma dada fase ( $cIn=0$ ) e a variável de estado proposto indica que está ligado ( $cp=1$ ) detecta-se que foi sugerida uma ligação nesta fase:  $cp(1-cIn) = 1(1-0) = 1$ .

Estado Inicial ( $cIn$ )	Estado Proposto ( $cp$ )	Ligação $cp(1-cIn)$	Desligamento $cIn(1-cp)$	Interpretação
0	0	0	0	Permanece inativo ou desconectado
0	1	1	0	Foi ativado ou conectado
1	0	0	1	Foi desativado ou desconectado
1	1	0	0	Permanece ativo ou conectado

**Quadro 3 - Identificação lógica das mudanças de estado de conexão**

Em segundo plano, objetiva-se a maximização do balanceamento (b) e a minimização da queda máxima de tensão (c), termos ponderados por coeficientes que equiparam suas ordens de grandeza provendo mínima interferência nos demais termos. O valor do parâmetro binário  $pQt$  altera estes coeficientes, permitindo optar pela priorização (aumento do peso na função objetivo) do termo do balanceamento ou da queda de tensão. A minimização desses termos, em conjunto com as restrições que definem seus respectivos limites mínimo e máximo, inequações (30) e (46), caracterizam uma formulação tipo *minimax* (WILLIAMS, 1999, p. 23).

Por fim, no último termo (d) são minimizadas sob alto custo as variáveis de relaxação adotadas para o balanceamento e para a queda máxima de tensão. Estas variáveis são utilizadas a fim de evitar infactibilidades do modelo nos casos em que não é possível atender aos respectivos parâmetros estabelecidos.

Cabe ressaltar que os coeficientes foram definidos de forma que os diferentes termos sejam considerados de forma praticamente não concorrente entre si, contribuindo para o valor da função objetivo em faixas distintas. Exemplificando, o termo (a) contabiliza trocas na ordem de algumas unidades, enquanto o termo (b) contabiliza o balanceamento na ordem de centésimos (se  $pQt=0$ ) ou milionésimos (se  $pQt=1$ ), não competindo entre si. No entanto, algumas pequenas faixas de interferência são definidas intencionalmente, como a variável de violação de balanceamento em (d), que permite que valores muito baixos (menos de 0,5%) concorram com o termo (a). Adiciona-se assim uma pequena tolerância ao balanceamento, permitindo evitar uma troca adicional quando uma solução apresenta índice de balanceamento muito próximo ao exigido.

### 3.2.3.3 Restrições

Conforme exposto na seção 3.2.1, o vetor de equilíbrio deve estar contido na área aceitável definida pelas arestas de um polígono, caracterizando a aproximação linear do balanceamento. A partir da inequação (24) é possível descrever a restrição geral das retas correspondentes:

$$\sum_{u \in U_s} \sum_{f \in F_s} \left( cp_{uf} \frac{dUs_u}{nFU_u} \right) \cos \left( k \frac{2\pi}{nRB} + aTF_f \right) \leq (1-bl)dTS \quad \forall k \in \{1 \dots nRB\} \quad (30)$$

No entanto, para retas perpendiculares aos eixos das fases é possível utilizar a simplificação sugerida ao final da seção 3.2.1. Estes casos particulares são identificados quando uma reta  $k$  corresponde a uma das seis arestas do hexágono ilustrado na Figura 6(b), ou seja, quando  $k(6/nRB) \in \{1..6\}$ . Nestas situações a restrição geral (30) pode ser substituída por uma generalização da inequação (28):

$$(-1)^{k \frac{6}{nRB}} \left( \frac{3}{2} \left( \underbrace{\sum_{u \in U_s} \sum_{\substack{f \in F_s \\ f=1+(-k \div 3)}}} \left( cp_{uf} \frac{dUs_u}{nFU_u} \right) \right) - \frac{1}{2}(dTS) \right) \leq (1-bl)dTS \quad \forall k \in \{1 \dots nRB\} \quad (31)$$

Onde “ $\div$ ” representa o operador “resto de divisão inteira” e, assim, o termo (a) corresponde à demanda total de fase perpendicular a aresta  $k$  em questão, equivalente ao termo  $S_f$  apresentado na inequação (28).

O balanceamento do circuito deve ser maior do que o limite de balanceamento mínimo exigido, permitindo-se a relaxação para evitar infactibilidade em casos extremos:

$$bl + rbl \geqslant blL \quad (32)$$

A natureza do faseamento das unidades consumidoras deve ser conservada. Assim, consumidores originalmente n-fásicos devem permanecer n-fásicos:

$$\sum_{f \in Fs} cp_{uf} = nFU_u \quad \forall u \in Us \quad (33)$$

Em um circuito real é comum a existência de unidades consumidoras cujo faseamento não deve ser alterado, como unidades prediais em que o fornecimento é agrupado. Embora a ausência de trocas denote a não influência das cargas destes consumidores na função objetivo, sua consideração é essencial para os cálculos de balanceamento e quedas de tensão. Para as unidades determinadas como sendo de faseamento fixo a conexão proposta deve se manter igual à conexão inicial:

$$cp_{uf} = cIn_{uf} \quad \forall u \in Uf, \forall f \in Fs \quad (34)$$

Cabe notar que formulações como esta poderiam ser evitadas se o restante das restrições fossem definidas em função de subconjuntos esparsos (como  $Us-Uf$ ), eliminando também algumas variáveis desnecessárias. Contudo, dado que o pré-processamento do *solver* é capaz de realizar estas simplificações, a notação aqui apresentada é adotada no intuito de facilitar a leitura e compreensão do modelo.

A imposição de limites à quantidade de faseamentos é uma necessidade prática, podendo também ser utilizada em análises de resultados ou mesmo para redução de custos computacionais. Assim, permite-se declarar  $tfU$  para definir o limite máximo para o número de trocas, assim como  $tfL$  define o limite mínimo. O uso combinado de ambos permite fixar um intervalo para o número de trocas.

$$\sum_{u \in Us} \sum_{f \in Fs} (cp_{uf}(1 - cIn_{uf})) \leqslant tfU \quad (35)$$

$$\sum_{u \in Us} \sum_{f \in Fs} (cp_{uf}(1 - cIn_{uf})) \geqslant tfL \quad (36)$$

Para facilitar as atividades de manutenção é desejável restringir a quantidade de locais de atuação em campo, limitando o número de postes em que serão operadas trocas de fase de consumidores. Assim, sendo a ocorrência de alguma troca no poste  $i$  indicada pela variável binária  $po_i$ , deve-se respeitar o limite máximo  $poU$ :

$$\sum_{i \in Ps} po_i \leq poU \quad (37)$$

O valor da variável binária  $po_i$  é dado por equivalência lógica ( $p \leftrightarrow q$ ): se, e somente se, houver troca de fase em uma ou mais unidades consumidoras do poste  $i$  então  $po_i$  assume valor 1 (verdadeiro). Esta equivalência pode ser implementada através de duas restrições PLIM, conforme demonstrado por Magatão (2005, p. 52) e ilustrado no Quadro 4. Assim, a indicação  $po_i$  de trocas no poste é determinada pelas seguintes restrições:

$$\sum_{\substack{u \in Us \\ pUs_u=i}} \sum_{f \in Fs} (cp_{uf}(1 - cIn_{uf}))\varepsilon - po_i \leq 0 \quad \forall i \in Ps \quad (38)$$

$$\sum_{\substack{u \in Us \\ pUs_u=i}} \sum_{f \in Fs} (cp_{uf}(1 - cIn_{uf})) - po_i \geq 0 \quad \forall i \in Ps \quad (39)$$

Em que  $\varepsilon$  representa um número relativamente pequeno (como  $1/nUs$ ) a fim de garantir que o somatório em (38) assuma sempre um valor inferior a 1. Em ambas restrições, (38) e (39), as trocas de fase para os consumidores de cada poste são contabilizadas utilizando a mesma lógica apresentada na função objetivo (vide Quadro 3).

Somatório das trocas de fase no poste $i$ ( $p$ )	Variável binária $po_i$ ( $q$ )		
	Restrição 38 ( $p \rightarrow q$ )	Restrição 39 ( $\neg p \rightarrow \neg q$ )	Equivalência ( $p \leftrightarrow q$ )
0	livre	0	0
$\geq 1$	1	livre	1

**Quadro 4 - Equivalência lógica usada na identificação de trocas em um poste**

As inequações apresentadas até aqui, (30) a (39), representaram as restrições técnicas que modelam o problema geral do balanceamento de cargas. As restrições a seguir, (40) a (47), compõem o equacionamento referente às considerações de níveis de tensão, elaboradas com base no cálculo elétrico linear simplificado apresentado na seção 3.1.

Partindo da equação (10), assumindo que a carga de cada fase  $f$  do ponto<sup>4</sup>  $i$  é dada pela soma das parcelas das cargas das unidades consumidoras a ela atribuídas, estabelece-se o valor do módulo de cada corrente individual  $ci_{if}$ :

$$ci_{if} = \sum_{\substack{u \in Us \\ pUs_u=i}} \left( cp_{uf} \frac{dUs_u}{nFU_u} \right) \frac{10^3}{tTr} \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs \quad (40)$$

4 No conjunto de pontos incluem-se postes, pontos de cruzamentos aéreo e pontos de divisa (seção 2.3.2).



Partindo da equação (11), o valor do módulo das correntes acumuladas  $ca_{if}$  pode ser obtido recursivamente: para cada fase  $f$  soma-se a corrente individual do ponto  $i$  às correntes acumuladas nos pontos alimentados diretamente por  $i$ .

$$ca_{if} = ci_{if} + \sum_{\substack{j \in Ps \\ lAo_j = i}} ca_{jf} \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs \quad (41)$$

Com base na corrente acumulada e na impedância dos condutores instalados nos trechos (identificados pela extremidade associada à sua carga), dada a equação (12), obtém-se o módulo da queda de tensão individual para cada ponto  $i$  e fase  $f$ :

$$qi_{if} = ca_{if} (dPP_{ji} \cdot imC_{cIA_{ji}}) \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs, \forall j \in Ps \mid j = lAo_i \quad (42)$$

Partindo da equação (18), aplicando o princípio ilustrado pela equação (19) para obter um valor normalizado pela tensão do transformador, estabelece-se recursivamente a queda de tensão relativa acumulada em cada ponto  $i$  e fase  $f$ :

$$qa_{if} = qa_{jf} + \frac{1}{tTr} \frac{1}{cQt} \left( \underbrace{qi_{if} \cos(\alpha_{if} - aTF_f)}_{(a)} + cQN \underbrace{\sum_{g \in Fs} qi_{ig} \cos(\alpha_{ig} - aTF_g)}_{(b)} \right) \quad (43)$$

$$\forall i \in Ps, \forall f \in Fs, \forall j \in Ps \mid j = lAo_i$$

Onde (a) representa a queda de tensão da fase  $f$  e (b) a tensão do neutro. E, seguindo a consideração dos ângulos estimados, conforme equação (14), os ângulos  $\alpha$  são obtidos como parâmetros previamente calculados:

$$\alpha_{ih} = aIC_{cIA_{ji}} + aTF_h - a\cos(cFP) \quad \forall i \in Ps, \forall h \in Fs, \forall j \in Ps \mid j = lAo_i \quad (44)$$

Ainda sobre a equação (43), caso não se deseje considerar a queda referente à corrente de neutro é possível definir o fator  $cQN$  como 0, anulando o termo correspondente. Permite-se também compensar eventuais erros referentes à simplificação do cálculo elétrico através do coeficiente de queda de tensão,  $cQt$ . O fator é dado pela relação entre a queda de tensão calculada pelo método simplificado  $Qt^S$  e a queda calculada por um método de referência  $Qt^R$ , assumindo valor unitário quando não utilizado. Como o balanceamento considera apenas a queda máxima, o fator é calculado apenas em função do poste com maior queda de tensão:

$$cQt = Qt_{max}^S / Qt_{max}^R \quad (45)$$

Definido o equacionamento responsável pelo cálculo das quedas de tensão para cada ponto e fase, cabe ainda inferir o valor do pior caso, o valor máximo entre estas quedas. Para

tanto a variável de queda máxima  $qm$  é obtida ao ser minimizada na função objetivo enquanto é limitada inferiormente pelas quedas de tensão individuais:

$$qa_{if} \leq qm \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs \quad (46)$$

Finalmente, de forma análoga à limitação do balanceamento mínimo, inequação (32), estabelece-se que a queda máxima de tensão do circuito,  $qm$ , deve ser menor do que o limite máximo exigido, permitindo a relaxação para evitar infactibilidade em casos extremos:

$$qm - rqm \leq qmU \quad (47)$$

### 3.2.3.4 Recuperação de Resultados

Após a resolução do modelo as variáveis  $cp_{uf}$  armazenam a conexão proposta de cada unidade consumidora a cada fase. Para obter apenas os resultados  $r$  de interesse, ou seja, as operações sugeridas, pode-se compará-las à situação original:

$$r_{uf} = cp_{uf} - cIn_{uf} \quad \forall u \in Us, \forall f \in Fs \mid cp_{uf} \neq cIn_{uf} \quad (48)$$

Assim,  $r_{uf}$  armazenará apenas as modificações sugeridas, indicando o consumidor e a fase em que se sugere a desconexão ( $r_{uf} = -1$ ) e a conexão ( $r_{uf} = 1$ ).

### 3.3 MODELO DE TROCA DE CONDUTOR (TC)

Entre as intervenções utilizadas na melhoria de circuitos da rede secundária de distribuição encontra-se a troca de condutores, também referida por dimensionamento de cabos ou troca de bitola. Esta intervenção consiste em substituir um ou mais trechos de condutores pré-instalados em um circuito por outros de menor impedância, diminuindo as perdas de energia ao longo da rede e, assim, elevando os níveis de tensão.

#### 3.3.1 Modelagem Matemática

O modelo PLIM proposto para a troca de condutores sugere o tipo de cabo a ser instalado em cada trecho do circuito para atender ao limite exigido de queda máxima de tensão, minimizando os custos envolvidos. Incluem-se na função de avaliação não só os custos estimados para instalação dos novos condutores, mas também o valor estimado de retorno referente aos cabos removidos, passíveis de reaproveitamento.

A modelagem inclui considerações sobre a substituição individual de trechos a partir do rol de condutores disponíveis, abrangendo limitações técnicas e operacionais explicitadas ao longo da descrição do equacionamento. A topologia da rede é descrita na forma de lista de adjacência orientada, conforme apresentada na seção 2.3.3. Para cálculo dos níveis de tensão referentes aos diversos condutores adota-se a formulação linear simplificada de cálculo elétrico, seção 3.1. O modelo a seguir apresenta, em essência, o original publicado por Lara, Arruda e Neves Jr. (2009), extensão do sugerido por Souza (2002).

Para desenvolvimento do modelo assumem-se as seguintes premissas:

- A rede é configurada em sistema trifásico ABC.
- A troca de condutor é operada individualmente por trecho, mantendo características da topologia original como os postes associados e seu respectivo comprimento.
- O valor do fator de potência é padrão, idêntico para todas as cargas do circuito.
- As características dos condutores, como comprimento e impedância, são iguais para todas as fases e o neutro em um mesmo trecho.
- Não são avaliados aspectos de carregamento dos condutores.

### 3.3.1.1 Nomenclatura

A seguir são relacionados os conjuntos, índices, variáveis e parâmetros utilizados no modelo, apresentando para cada elemento o nome adotado (conforme convenções no Quadro 2), o domínio envolvido e uma breve descrição de cada elemento.

#### Conjuntos e Índices

$As$	$\subseteq Ps \times Ps$	$(i,j),(k,l)$	Trechos de cabo (par ordenado: fonte $i$ , carga $j$ )
$Af$	$\subseteq As$	$(i,j)$	Trechos fixos (não sujeitos a troca)
$Cs$	$\{1..nCs\}$	$c, d$	Condutores (tipos de cabos)
$Cd$	$\subseteq Cs$	$c, d$	Condutores disponíveis para instalação
$Fs$	$\{1,2,3\}$	$f, g, h$	Fases A, B e C
$Ps$	$\{1..nPs\}$	$i, j, k, l$	Pontos (postes, pontos de divisa e pontos de cruzamento aéreo)
$Pa$	$\subseteq Ps$	$i, j, k, l$	Pontos de cruzamento aéreo
$Pe$	$\subseteq Ps$	$i, j$	Postes e pontos situados nos extremos do circuito

#### Variáveis

$cp_{cij}$	$\in \{0,1\}$	Condutor $c$ proposto para trecho $(i,j)$
$qa_{if}$	$[-1,1]$	Queda de tensão relativa acumulada no ponto $i$ , fase $f$ (%)
$qm$	$[0,1]$	Máxima entre as quedas de tensão (%)
$rqm$	$[0,1]$	Relaxação da queda máxima

#### Parâmetros

$aIC_c$	$\geq 0$	Ângulo da impedância do condutor $c$ (rad)
$aTF_f$	$\geq 0$	Ângulo do fasor de tensão da fase $f$ (rad)
$caP_{if}$	$\geq 0$	Corrente acumulada pré-calculada no ponto $i$ , fase $f$ (A)
$ciP_{if}$	$\geq 0$	Corrente individual pré-calculada no ponto $i$ , fase $f$ (A)
$cIA_{ij}$	$\in Cs$	Condutor inicialmente instalado no trecho $(i,j)$

$ciA_{cij}$ <sup>5</sup>	$\in \{0,1\}$	Condutor $c$ inicialmente instalado no trecho $(i,j)$
$cFP$	$[0,1]$	Coefficiente de fator de potência
$cQt_{if}$	$[0,1]$	Coefficiente de correção de queda de tensão do poste $i$ , fase $f$
$cQN$	$\in \{0,1\}$	Considerar queda de tensão referente à corrente de neutro
$dPs_{if}$	$\geq 0$	Demanda do poste $i$ , fase $f$ (kVA)
$dPP_{ij}$	$\geq 0$	Distância entre os pontos $i$ e $j$ (m)
$fmC_c$		Família a que o condutor $c$ pertence
$imC_c$	$\geq 0$	Módulo da impedância do condutor $c$ ( $\Omega/m$ )
$lAo_i$	$\in Ps$	Lista de adjacência orientada, indica o ponto que alimenta $i$
$mCA_{ijkl}$	$\in \{0,1\}$	Matriz de continuidade de trechos em cruzamentos aéreos
$nCs$	$> 0$	Número de condutores (tipos de cabos)
$nPs$	$> 0$	Número de postes e pontos
$qiP_{ifc}$	$\geq 0$	Queda de tensão individual pré-calculada para o ponto $i$ , fase $f$ , considerando o uso do condutor $c$ (V)
$qmU$	$[0,1]$	Limite máximo de queda de tensão (%)
$tTr$	$\geq 0$	Tensão no secundário do transformador (V)
$viC_c$	$\geq 0$	Valor médio de instalação do condutor $c$ (\$/m)
$vrC_c$	$\geq 0$	Valor médio de retorno do condutor $c$ (\$/m)

### 3.3.1.2 Função Objetivo

$$\min \sum_{ij \in As} \sum_{c \in Cs} \left( \underbrace{cp_{cij}(1-ciA_{cij})(viC_c \cdot dPP_{ij})}_{(a)} - \underbrace{ciA_{cij}(1-cp_{cij})(vrC_c \cdot dPP_{ij})}_{(b)} \right) + \underbrace{\varepsilon \cdot qm}_{(c)} + \underbrace{M \cdot rqm}_{(d)} \quad (49)$$

Objetiva-se primeiramente minimizar o valor da troca de condutores, contabilizando para tanto os custos de instalação (a) e descontando o valor de retorno referente aos cabos removidos (b). A formulação adotada para interpretar a instalação ou remoção de um condutor segue a lógica previamente explicitada no Quadro 3.

Em segundo plano, minimiza-se a queda máxima de tensão em (c) a fim de computar através de formulação *minimax* (WILLIAMS, 1999, p. 23), em conjunto com a restrição (65),

5 Os parâmetros  $cIA$  e  $ciA$  descrevem o mesmo dado (condutor instalado inicialmente no trecho) de formas diferentes por motivo de legibilidade do equacionamento. Contudo, a entrada de dados não precisa ser redundante, podendo-se inferi-los mutuamente, como em: Se  $(cIA_{ij}=c)$  então  $(ciA_{ciji}=1)$  senão  $(ciA_{ciji}=0)$ .

a máxima entre as quedas de tensão calculadas. Este termo é ponderado por um coeficiente  $\epsilon$  que garanta que seu valor seja significativamente inferior ao custo das trocas (na mesma ordem de grandeza do investimento mínimo possível caso haja alguma troca). Por fim, com vistas a evitar infactibilidades do modelo em casos extremos, o último termo (d) minimiza a relaxação da queda de tensão máxima sob alto custo, ponderada por um fator  $M$  significativamente alto a fim de não interferir no custo das trocas (na ordem de  $10^4$  vezes o valor do investimento máximo possível).

### 3.3.1.3 Restrições

Deve ser garantida a unicidade da escolha do condutor, ou seja, cada trecho deve ter apenas um tipo de condutor instalado:

$$\sum_{c \in Cs} cp_{cij} = 1 \quad \forall (i, j) \in As \quad (50)$$

O conjunto de condutores disponíveis  $Cd$  define os tipos de cabo que podem vir a substituir os trechos inicialmente instalados. Contudo, o conjunto mais amplo de condutores  $Cs$  também deve incluir aqueles indisponíveis ou obsoletos, se encontrados em trechos pré-instalados. Para cada trecho, além do respectivo condutor previamente instalado, apenas os condutores disponíveis devem ser alternativas permitidas para a condição proposta:

$$cp_{cij} = 0 \quad \forall (i, j) \in As, \forall c \in (Cs - Cd) \mid cIA_{ij} \neq c \quad (51)$$

Os trechos do circuito não devem ter os cabos substituídos por cabos de menor bitola ou, de forma mais abrangente, ter sua impedância aumentada. Esta premissa garante que não sejam substituídos cabos previamente instalados que estejam superdimensionados<sup>6</sup> ou que possuam alto valor de retorno, evitando operações desnecessárias (estas práticas podem ser favoráveis economicamente, mas são indesejáveis sob o aspecto técnico).

$$cp_{cij} = 0 \quad \forall (i, j) \in As, \forall c \in Cs \mid imC_c > imC_{cIA_{ij}} \quad (52)$$

É requisito operacional sugerir uma configuração com redução gradual da bitola ao longo do circuito, no sentido da fonte para as cargas. Ou seja, não se permite que o condutor alocado a um dado trecho tenha bitola maior (menor impedância) do que aquele alocado ao trecho que o alimenta, salvo quando essa condição é corrompida pela situação inicial:

<sup>6</sup> Trechos de condutores de alto custo e bom desempenho elétrico atendendo a correntes baixas, subutilizados.

$$\sum_{c \in Cs} (imC_c \cdot cp_{cij} - imC_c \cdot cp_{ckl}) \geq 0$$

$$\forall (i, j) \in As, \forall (k, l) \in As \mid i=l \wedge \sum_{d \in Cs} (imC_d \cdot ciA_{dij} - imC_d \cdot ciA_{dkl}) \geq 0 \quad (53)$$

A relação de alimentação dos trechos em (53) é dada pela ordenação dos índices dos trechos  $As$  (fonte, carga) aliada à condição  $i=l$ , que implica o trecho  $(k,l)$  alimentar o trecho  $(i,j)$ . Perceba-se que o somatório que define a outra condição da restrição (53) impede que sejam computados pares de trechos que originalmente não atendem à redução gradual de bitolas, evitando que seja forçado desnecessariamente o aumento recursivo das bitolas dos trechos anteriores.

Conforme definido na seção 2.3.2, um cruzamento aéreo é modelado por quatro trechos ligados a um ponto de intersecção. Caso seja necessária a troca de algum destes trechos, o trecho complementar (equivalente à continuidade do cabo instalado em um vão) deverá ser trocado de forma idêntica. Contudo, não se impede que os cabos dos vãos que se cruzam sejam diferentes entre si, situação comumente encontrada nos circuitos preexistentes.

$$cp_{cij} = cp_{ckl} \quad \forall (i, j) \in As, \forall (k, l) \in As, \forall c \in Cs \mid mCA_{ijkl} = 1 \quad (54)$$

Sendo que a matriz de continuidade  $mCA_{ijkl}$  identifica se dado trecho  $(i,j)$  corresponde à continuidade ao trecho  $(k,l)$ , pertencendo ambos a um mesmo vão de um cruzamento aéreo.

Circuitos mistos são aqueles em que são utilizados simultaneamente condutores de diferentes famílias ou grupos – como alumínio, quadruplex e cobre (COPEL, 1999). Embora não precisem possuir necessariamente a mesma bitola, os condutores utilizados nos vãos de um cruzamento aéreo não podem pertencer a famílias diferentes, dados aspectos técnicos de acoplamento:

$$cp_{cij} + cp_{dkl} \leq 1$$

$$\forall (i, j) \in As, \forall (k, l) \in As, \forall c \in Cs, \forall d \in Cs \mid i=l \wedge l \in Pa \wedge fmC_c \neq fmC_d \quad (55)$$

Sendo o trecho  $(k,l)$  alimentador do trecho  $(i,j)$ , conectados entre si pelo ponto de cruzamento aéreo  $i=l$ .

Os condutores dos dois trechos conectados ao poste que contém o transformador devem ser idênticos, sendo substituídos simultaneamente se necessário. Contudo, se esta prerrogativa não for inicialmente válida e não houver necessidade de trocar algum destes trechos, a correção não deve ser sugerida.

$$cp_{cij} = cp_{ckl} \quad \forall (i, j) \in As, \forall (k, l) \in As, \forall c \in Cs \mid i=k=1 \wedge j \neq l \wedge cIA_{ij} = cIA_{kl} \quad (56)$$

Se necessário, alguns trechos podem ser discriminados individualmente como fixos, ou seja, não sujeitos a trocas de seus condutores, devendo assumir como condutor proposto o mesmo inicialmente instalado:

$$cp_{cij} = ciA_{cij} \quad \forall (i, j) \in Af, \forall c \in Cs \quad (57)$$

O equacionamento apresentado até aqui, equações (50) a (57), compreende as restrições técnicas que modelam o problema geral da troca de condutores. Apresenta-se a seguir o equacionamento referente às considerações de níveis de tensão, baseado no cálculo elétrico linear simplificado apresentado na seção 3.1. Inicialmente, as equações (58) a (60) determinam apenas parâmetros do cálculo elétrico simplificado, incluídas neste ponto a fim seguir a lógica apresentada previamente na seção 3.2.3.3 e facilitar a compreensão.

Dada a natureza estática da carga individual dos postes, não afetada por operações de troca de condutores, partindo da equação (10) é possível calcular previamente o valor do módulo de cada corrente individual  $ciP_{if}$  para cada ponto<sup>7</sup>  $i$  e fase  $f$ :

$$ciP_{if} = \frac{dPs_{if} \cdot 10^3}{tTr} \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs \quad (58)$$

Partindo da equação (11), o valor do módulo das correntes acumuladas  $caP_{if}$  também pode ser calculado previamente, de forma recursiva. Assim, para cada fase  $f$  obtém-se a corrente acumulada do ponto  $i$  ao somar a própria corrente individual de  $i$  às correntes acumuladas nos pontos diretamente alimentados por  $i$ :

$$caP_{if} = ciP_{if} + \sum_{\substack{j \in Ps \\ LAo_j = i}} caP_{jf} \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs \quad (59)$$

Com base na corrente acumulada pré-calculada e na impedância dos condutores (identificados pela extremidade associada à sua carga), a partir da equação (12) é possível obter previamente o módulo da queda de tensão individual para cada ponto  $i$  e fase  $f$ , considerando cada um dos possíveis condutores  $c$  candidatos a serem instalados no respectivo trecho:

$$qiP_{ifc} = caP_{if} (dPP_{ji} \cdot imC_c) \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs, \forall c \in Cs, \forall j \in Ps \mid j = LAo_i \quad (60)$$

Partindo das equações (18) e (19), uma vez pré-calculados os valores das quedas individuais, estabelece-se a restrição que permite ao modelo obter recursivamente, em função do condutor proposto, a queda de tensão relativa acumulada em cada ponto  $i$  e fase  $f$ .

<sup>7</sup> No conjunto de pontos incluem-se postes, pontos de cruzamentos aéreo e pontos de divisa (seção 2.3.2).



$$qa_{if} = qa_{jf} + \frac{1}{tTr} \left( \sum_{c \in Cs} cp_{cji} \left( \underbrace{qiP_{ifc} \cos(\alpha_{ifc} - aTF_f)}_{(a)} + \underbrace{cQN \sum_{g \in Fs} qiP_{igc} \cos(\alpha_{igc} - aTF_f)}_{(b)} \right) \right) \quad (61)$$

$$\forall i \in Ps, \forall f \in Fs, \forall j \in Ps \mid j = lAo_i$$

Onde (a) representa a queda de tensão da fase  $f$  e (b) a tensão do neutro. Perceba-se que caso não se deseje considerar a queda referente ao neutro é possível definir o fator  $cQN$  como 0. Seguindo a consideração dos ângulos estimados, equação (14), os ângulos  $\alpha$  são obtidos como parâmetros previamente calculados:

$$\alpha_{ihc} = aIC_c + aTF_h - \arccos(cFP) \quad \forall i \in Ps, \forall h \in Fs, \forall c \in Cs, \forall j \in Ps \mid j = lAo_i \quad (62)$$

A fim de compensar eventuais erros referentes à simplificação do cálculo elétrico é possível acrescentar à equação (61) coeficientes de queda de tensão  $cQt_{if}$ , substituindo-a por:

$$qa_{if} = \frac{qa_{jf} \cdot cQt_{jf}}{cQt_{if}} + \frac{\sum_{c \in Cs} cp_{cji} \left( qiP_{ifc} \cos(\alpha_{ifc} - aTF_f) + cQN \sum_{g \in Fs} qiP_{igc} \cos(\alpha_{igc} - aTF_f) \right)}{tTr \cdot cQt_{if}} \quad (63)$$

$$\forall i \in Ps, \forall f \in Fs, \forall j \in Ps \mid j = lAo_i$$

O fator é dado pela relação entre a queda de tensão calculada pelo método simplificado  $Qt^S$  e a queda calculada por um método de referência  $Qt^R$ . Como para determinação dos condutores a utilizar são necessárias considerações sobre as quedas ao longo do circuito, o fator é calculado em função de cada poste e fase:

$$cQt_{if} = Qt_{if}^S / Qt_{if}^R \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs \quad (64)$$

Definido o equacionamento responsável pelo cálculo das quedas de tensão para cada ponto e fase, cabe ainda inferir o valor do pior caso: o valor máximo entre estas. Para tanto a variável de queda máxima  $qm$  é obtida ao ser minimizada na função objetivo enquanto é limitada inferiormente pelas quedas de tensão individuais:

$$qa_{if} \leq qm \quad \forall i \in Ps, \forall f \in Fs \quad (65)$$

Finalmente, estabelece-se que a queda máxima de tensão do circuito,  $qm$ , deve ser menor do que o limite máximo exigido. Em função das características do circuito e dos cabos que estão disponíveis para instalação, as substituições podem ser realizadas até que a queda de tensão seja reduzida a um limite extremo. Assim, não sendo possível atingir quedas inferiores a este limite, permite-se a relaxação pela variável  $rqm$  para evitar infactibilidade.

$$qm - rqm \leq qmU \quad (66)$$

### 3.3.1.4 Recuperação de Resultados

Após a resolução do modelo as variáveis  $cp_{cij}$  armazenam a alocação de cada condutor a cada trecho do circuito. Para obter apenas os resultados  $r$  de interesse, ou seja, as operações sugeridas, pode-se compará-las à situação original:

$$r_{cij} = c \quad \forall c \in Cs, \forall (i, j) \in As \mid cp_{cij} = 1 \wedge cIA_{ij} \neq c \quad (67)$$

Assim,  $r_{cij}$  armazenará apenas as alterações sugeridas, indicando o trecho a ser modificado e o novo condutor a ser instalado.

### 3.4 MODELO DE DIVISÃO DE CIRCUITO (DC)

Entre as intervenções utilizadas na melhoria de circuitos da rede secundária de distribuição encontra-se a divisão de circuitos. A intervenção consiste em dividir um ou mais circuitos preexistentes, atribuindo parte de suas cargas e estruturas a um novo circuito. Nesta operação as unidades consumidoras, trechos, postes e transformadores (incluindo um transformador adicional) devem ser alocados adequadamente aos circuitos finais, melhorando os níveis de tensão e carregamento.

A divisão de circuito é tratada de maneira diferenciada das outras intervenções, adotando uma atuação pontual focada na solução do problema do consumidor reclamante. Define-se como reclamante o consumidor que formalizou na concessionária uma queixa sobre a qualidade da energia que recebe, originando a requisição do projeto de melhoria de rede. A abordagem focada no reclamante foi adotada em função de recomendações dos especialistas. Segundo estes, por restrições orçamentárias a divisão deve beneficiar a região do reclamante, e não o circuito como um todo, principalmente se considerado que a característica simplificação dos dados modelados pode distorcer a real condição geradora do problema.

De forma complementar, é importante caracterizar esta intervenção como sendo realizada sobre uma rede física preexistente, resultando não em uma sugestão de larga reestruturação para obtenção de uma instalação ideal, mas sim na sugestão de operações de melhoria que interfiram apenas o necessário. Desta forma, evitam-se operações que alterem substancialmente a estrutura de rede, como a movimentação dos transformadores pré-instalados ou a extensão da rede através da inclusão de novos trechos. Alterações como estas são normalmente limitadas por aspectos financeiros, técnicos e operacionais – como os praticados em atenção à regulamentação que limita o número de ocorrências e a duração das interrupções de fornecimento de energia elétrica às unidades consumidoras (ANEEL, 2010).

#### 3.4.1 Modelagem Matemática

O objetivo principal do modelo PLIM proposto é sugerir uma configuração de rede que represente a divisão de  $n$  circuitos selecionados em um número maior de circuitos

(normalmente  $n+1$ ), minimizando principalmente os custos de operações relacionadas à instalação de transformadores e à conectividade de rede. O modelo procura definir uma topologia adequada para os circuitos resultantes ao reduzir quedas de tensão em postes extremos e pontos de divisa. Para determinação do poste que receberá o transformador respeitam-se os índices exigidos de carregamento de transformadores e quedas máximas de tensão, permitindo relaxações para evitar infactibilidade.

A opção de realizar a modelagem focada no reclamante permite definir regiões limitadas para receber o transformador, bem como limites de áreas para reconfiguração dos trechos preexistentes utilizados no estabelecimento dos novos circuitos. Este foco também permite a desconsideração do cálculo de tensão em extremos distantes do reclamante (ramos opostos, sob o ponto de vista do transformador, não contidos na região de reconfiguração), pontos em que presumidamente não se deve interferir.

O modelo de divisão de circuito serve de base ao de remanejamento de cargas, que preserva boa parte da formulação (detalhes na seção 3.5). Para facilitar a distinção entre os equacionamentos, restrições exclusivas de cada modelo são identificadas pelos respectivos rótulos [DC] ou [RC]. As restrições do modelo de divisão são apresentadas integralmente na presente seção, sendo referenciadas na descrição da formulação do modelo de remanejamento de cargas, seção 3.5.1.3 (vide Quadro 5).

Ambos os modelos adotam o conceito de matriz de adjacência orientada (vide seção 2.3.3) para descrever a topologia de rede de forma dinâmica, reconfigurável. Esta notação permite tratar questões como o impedimento de caminhos cíclicos (trechos conectados em anel), além de facilitar a interpretação de pontos representativos como os postes que recebem transformadores e os pontos de seccionamento e conexão de rede.

Para cálculo dos níveis de tensão dos circuitos utiliza-se a formulação linear simplificada de cálculo elétrico, seção 3.1, adotando variáveis e índices auxiliares para evitar não linearidades decorrentes da reconfiguração dinâmica da topologia da rede. Algumas simplificações e folgas no cálculo são propostas para reduzir a complexidade e os custos computacionais do modelo. Incluem-se ainda diversas considerações técnicas e operacionais explicitadas ao longo da descrição do equacionamento. O modelo a seguir apresenta, em essência, o original publicado por Bettoni *et al.* (2010).

Para desenvolvimento do modelo assumem-se ainda as seguintes premissas:

- A rede é configurada em sistema trifásico ABC.
- A instalação do novo posto transformador deve ser feita nas proximidades do reclamante, em região configurável.

- Deve-se evitar a alocação de transformadores em postes extremos.
- A fim de reduzir custos, transformadores preexistentes não devem ser movimentados para outro poste, salvo realocação para o novo circuito, se conveniente.
- Custos mecânicos e estruturais necessários à instalação de novos transformadores encontram-se dissolvidos nos valores de instalação de cada tipo de transformador.
- Não são permitidos caminhos cíclicos na rede (configuração em anel).
- Não são considerados eventuais custos de instalação de rede primária de distribuição.
- Não é considerada a criação de trechos secundários para realizar novas ligações entre pontos preexistentes.
- O índice de balanceamento de carga deve ser avaliado em execução posterior do balanceamento de cargas (seção 3.2) para cada um dos circuitos sugeridos.
- O remanejamento das cargas não é realizado individualmente considerando cada unidade consumidora, mas sim de forma agrupada por poste.

### 3.4.1.1 Nomenclatura

A seguir são relacionados os conjuntos, índices, variáveis e parâmetros utilizados no modelo, apresentando para cada elemento o nome adotado (conforme convenções no Quadro 2), o domínio envolvido e uma breve descrição de cada elemento.

#### Conjuntos e Índices

$A_s$	$\subseteq P_s \times P_s$	$(i, j)$	Trechos (par ordenado: fonte $i$ , carga $j$ )
$A_l$	$\subseteq P_s \times P_s$	$(i, j)$	Trechos adjacentes (bidirecionais) e laços
$C_s$	$\{1..nCs\}$	$c$	Condutores (tipos de cabos)
$F_s$	$\{1,2,3\}$	$f, g$	Fases A, B e C
$F_c$	$\{1,2,3\}, \{1\}$	$f, g$	Fases computadas (trifásica ou média)
$P_s$	$\{1..nPs\}$	$i, j, k, l$	Pontos (postes, pontos de divisa e pontos de cruzamento aéreo)
$P_a$	$\subseteq P_s$	$i, j$	Pontos de cruzamento aéreo
$P_c$	$\subseteq P_s$	$i, j$	Postes candidatos a receber o transformador
$P_e$	$\subseteq P_s$	$i, j$	Postes e pontos situados nos extremos dos circuitos

$P_n$	$\subseteq P_s$	$i, j$	Postes não permitidos a receber transformador
$P_{p_i}$	$\subseteq P_s$	$i, j$	Possíveis pontos de fornecimento para o ponto $i$
$P_t$	$\subseteq P_s$	$i, j$	Postes com transformador inicialmente instalado
$P_x$	$\subseteq P_s$	$i, j$	Postes excluídos do cálculo elétrico
$P_y$	$P_s - P_x$	$i, j$	Postes computados no cálculo elétrico
$S_s$	$\{1..nS_s\}$	$s$	Circuitos
$T_s$	$\{1..nT_s\}$	$t$	Transformadores
$T_d$	$\subseteq T_s$	$t$	Transformadores disponíveis para instalação

### Variáveis

$cr$	$\geq 0$	Custos com conectividade de rede
$ct$	$\geq 0$	Custos com transformadores
$ca_{if}$	$\geq 0$	Corrente acumulada no ponto $i$ , fase $f$ (A)
$cx_{ijf}$	$\geq 0$	Variável auxiliar: corrente acumulada do ponto $i$ caso este seja alimentado pelo ponto $j$ , fase $f$ (A)
$dq_i$	$[0,1]$	Diferença entre as quedas de tensão na divisa do ponto $i$
$dt_s$	$[0, dtR]$	Demanda total do circuito $s$
$ma_{ij}$	$\in \{0,1\}$	Matriz de adjacência orientada, em que $i$ alimenta $j$
$qa_{if}$	$[-1,1]$	Queda de tensão relativa acumulada no ponto $i$ , fase $f$ (%)
$qi_{if}$	$\geq 0$	Queda de tensão individual no ponto $i$ , fase $f$ (V)
$rdt_s$	$[0, dtR]$	Relaxação de demanda do transformador do circuito $s$
$rqm_i$	$[0,1]$	Relaxação da queda máxima para o ponto $i$
$sp_{si}$	$\in \{0,1\}$	Alocação do ponto $i$ ao circuito $s$
$st_{st}$	$\in \{0,1\}$	Alocação do transformador $t$ ao circuito $s$

### Parâmetros

$aIC_c$	$\geq 0$	Ângulo da impedância do condutor $c$ (rad)
$aTF_f$	$\geq 0$	Ângulo do fasor de tensão da fase $f$ (rad)
$ccR$	$\in \{0,1,2\}$	Contabilizar custos de conectividade de rede (0 = nenhum custo, 1 = relaxados custos necessários, 2 = custos integrais)
$cfD$	$[0,1]$	Coefficiente de folga na diferença de queda em divisas (%)
$cfE$	$[0,1]$	Coefficiente de folga na queda de pontos extremos (%)

$ctU$	$[0,2]$	Limite de carregamento máximo do transformador
$cCi_{nij}$	$\in \{0,1\}$	Mapeamento do trecho $(i,j)$ pertencente ao caminho cíclico $n$
$cFP$	$[0,1]$	Coefficiente de fator de potência
$cIA_{ij}$	$\in Cs$	Condutor inicialmente instalado no trecho $(i,j)$
$cQM$	$\in \{0,1\}$	Considerar apenas queda de tensão média entre fases
$cQN$	$\in \{0,1\}$	Considerar queda de tensão referente à corrente de neutro
$dPs_{if}$	$\geq 0$	Demanda do poste $i$ , fase $f$ (kVA)
$dPP_{ij}$	$\geq 0$	Distância entre os pontos $i$ e $j$ (m)
$dtR$	$\geq 0$	Demanda da rede em análise (kVA)
$imC_c$	$\geq 0$	Módulo da impedância do condutor $c$ ( $\Omega/m$ )
$maF_{ij}$	$\in \{0,1\}$	Matriz de adjacência fixa, define que $i$ deve alimentar $j$
$ncC$	$\geq 0$	Número de caminhos cíclicos (mapeados por $cCi$ )
$nCs$	$> 0$	Número de condutores (tipos de cabos)
$nPs$	$> 0$	Número de postes e pontos
$nSs$	$> 0$	Número de circuitos desejado
$nTs$	$> 0$	Número de transformadores
$pnT_t$	$> 0$	Potência nominal do transformador $t$ (kVA)
$ptT$	$\in \{0,1\}$	Permitir a troca dos transformadores pré-instalados
$pIr_{ij}$	$\in \{0,1\}$	Pontos de ruptura inicial: 0 para trecho simbólico $(i,j)$ de divisa
$pTe$	$\in \{0,1\}$	Permitir transformadores em postes extremos
$qmU$	$[0,1]$	Limite máximo de queda de tensão (%)
$sPs_i$	$\in Ss \cup \{0\}$	Circuito ao qual o ponto $i$ deve pertencer (padrão: 0, livre)
$sTf_s$	$\in \{0,1\}$	Circuito $s$ em que o transformador é fixo (não sujeito a troca)
$ssP$	$\in Ss$	Circuito principal em análise
$tiS_{st}$	$\in \{0,1\}$	Transformador $t$ inicialmente instalado no circuito $s$
$ttU$	$\geq 0$	Número máximo de trocas de transformadores entre circuitos
$tTr$	$\geq 0$	Tensão no secundário do transformador (V)
$vcR$	$\geq 0$	Valor médio de conexão de pontos de rede (\$)
$viT_t$	$\geq 0$	Valor médio de instalação do transformador $t$ (\$)
$vmT$	$\geq 0$	Valor médio de movimentação do transformador (\$)
$vrT_t$	$\geq 0$	Valor médio de retorno do transformador $t$ (\$)
$vsR$	$\geq 0$	Valor médio de seccionamento de pontos rede (\$)

### 3.4.1.2 Função Objetivo

$$\min \underbrace{ct + cr}_{(a)} + \underbrace{\sum_{i \in Py} dq_i}_{(b)} + \underbrace{\left( \sum_{s \in Ss} rdt_s + \sum_{i \in Py} rqm_i \right)}_{(c)} M \quad (68)$$

Objetiva-se primeiramente a minimização dos custos referentes às operações com transformadores (instalações e/ou realocação de postos transformadores, equação (90)) e conectividade de rede (seccionamentos e conexões de pontos de rede, equação (91)), representados na parcela (a) da função objetivo. Em segunda instância, a fim de estabelecer os locais ideais de seccionamento da rede, são minimizadas na parcela (b) as quedas de tensão nos pontos extremos de cada circuito resultante, bem como a diferença de quedas entre os pontos de divisa. Finalmente, ponderadas por um fator  $M$  significativamente alto (na ordem de  $10^5$ ), são minimizadas sob alto custo em (c) as relaxações dos índices exigidos de carregamento de transformadores e queda máxima de tensão, a fim de evitar infactibilidades.

### 3.4.1.3 Restrições

A topologia dos circuitos envolvidos é mapeada por uma matriz de adjacência orientada, definida dinamicamente por  $ma_{ij}$  (vide seção 2.3.3). As duas restrições a seguir, (69) e (70), estabelecem condições que garantem a validade desta representação.

Dada a radialidade do sistema, cada ponto<sup>8</sup> da rede deve ser alimentado por um único ponto, seja por ele mesmo (se receber transformador) ou por outro acessível por um trecho:

$$\sum_{(i,j) \in A1} ma_{ij} = 1 \quad \forall j \in Ps \quad (69)$$

O sentido de alimentação de um trecho deve ser único (trecho conectado) ou nulo (caso represente uma ruptura entre circuitos):

$$ma_{ij} + ma_{ji} \leq 1 \quad \forall (i,j) \in As \quad (70)$$

Cada circuito deve ter ao menos um ponto alocado:

$$\sum_{i \in Ps} sp_{si} \geq 1 \quad \forall s \in Ss \quad (71)$$

<sup>8</sup> No conjunto de pontos incluem-se postes, pontos de cruzamentos aéreo e pontos de divisa (seção 2.3.2).



Cada ponto deve ser alocado a um único circuito:

$$\sum_{s \in Ss} sp_{si} = 1 \quad \forall i \in Ps \quad (72)$$

Cada ponto deve ser alocado ao mesmo circuito do ponto que o alimenta:

$$ma_{ij} + sp_{si} \leq sp_{sj} + 1 \quad \forall s \in Ss, \forall (i, j) \in Al \mid i \neq j \quad (73)$$

Permite-se predefinir pontos que devem ser alocados a circuitos específicos através do parâmetro  $sPs_i$ . Recomenda-se o uso deste recurso para associar os postes que inicialmente contém transformadores aos respectivos circuitos. Esta prática reduz a complexidade do problema, evitando a consideração de respostas similares que se distinguam apenas pelos índices associados aos circuitos. Seu uso também é recomendado por facilitar a associação entre pontos, transformadores e circuitos na interpretação dos resultados.

$$sp_{si} = 1 \quad \forall i \in Ps, \forall s \in Ss \mid s = sPs_i \quad (74)$$

A premissa de topologia radial impede o estabelecimento de conexões sequenciais de trechos que formem uma ligação em anel. Assim, todos os possíveis caminhos cíclicos mapeados por  $cCi_{nij}$  não devem ser completados:

$$\sum_{\substack{(i, j) \in Al \\ cCi_{nij} = 1}} (1 - ma_{ij}) \geq 1 \quad \forall n \in \{1..nC\} \quad (75)$$

Eventuais trechos definidos na matriz de adjacência fixa  $maF_{ij}$  devem obedecer à condição nela prefixada. Incluem-se normalmente aqui os laços  $ma_{ii}$  referentes a transformadores preexistentes que não devem ser movimentados e eventuais trechos cuja direção de alimentação deseja-se conservar. A fim de reduzir a complexidade do modelo é recomendado prefixar também os ramos extremos não reconfiguráveis. Estes ramos correspondem aos trechos que conectam de um ponto extremo do conjunto (excluem-se pontos de divisa entre os circuitos analisados) até um cruzamento aéreo, desde que não incluam postes candidatos a receber transformador.

$$ma_{ij} \geq maF_{ij} \quad \forall (i, j) \in Al \quad (76)$$

Segundo as premissas dadas pelos especialistas, os ramos distantes do reclamante não devem sofrer alterações. Pontos extremos destes ramos devem manter a condição inicial de extremos, evitando a conexão a eventuais trechos adjacentes.

$$ma_{ij} = 0 \quad \forall (ij) \in Al \mid i \in Px \wedge maF_{ij} \neq 1 \quad (77)$$

A ruptura de um trecho (seccionamento de rede) é interpretada como a desconexão das cargas alimentadas por este trecho, embora o cabo mantenha-se fisicamente instalado no poste. Trechos de cruzamentos aéreos também podem sofrer ruptura, uma vez que as cargas podem ser desconectadas do respectivo poste carga, preservando a conexão física no ponto de cruzamento aéreo. No entanto, eventuais trechos limitados por dois pontos de cruzamento aéreo consecutivos não devem sofrer ruptura, uma vez que não há como realizar desconexão física entre eles:

$$ma_{ij} + ma_{ji} = 1 \quad \forall (ij) \in As \mid i \in Pa \wedge j \in Pa \quad (78)$$

Postes que recebem transformador são identificados como um ponto que alimenta a si próprio. Apenas postes que já possuem transformador ou os postes candidatos (sendo estes definidos pela proximidade do reclamante) podem ter um transformador associado:

$$ma_{ii} = 0 \quad \forall i \in (Ps - (Pc \cup Pt)) \quad (79)$$

Pontos de cruzamento aéreo não podem receber transformador. Da mesma forma, não recebem transformador os pontos que forem definidos como não permitidos – casos específicos como postes em áreas de risco (esquinas, por exemplo).

$$ma_{ii} = 0 \quad \forall i \in (Pa \cup Pn) \quad (80)$$

Se estipulado  $pTe=0$ , transformadores não devem ser instalados em postes extremos. Para tanto, os transformadores devem alimentar ao menos dois trechos adjacentes:

$$\sum_{\substack{(i,j) \in Al \\ i \neq j}} ma_{ij} \geq 2 \cdot ma_{ii} \quad \forall i \in (Pc \cup Pt) \mid pTe=0 \quad (81)$$

O total de postes com transformadores deve corresponder ao número de circuitos:

$$\sum_{i \in Ps} ma_{ii} = nSs \quad (82)$$

Exatamente um transformador deve ser alocado a cada circuito:

$$\sum_{t \in Ts} st_{st} = 1 \quad \forall s \in Ss \quad (83)$$

A demanda total de cada circuito  $dt_s$  é dada pela soma das cargas dos pontos alocados a este circuito:

$$dt_s = \sum_{i \in Ps} \sum_{f \in Fs} dPs_{if} \cdot sp_{si} \quad (84)$$

Os transformadores alocados devem atender à demanda total do respectivo circuito,

respeitando o carregamento máximo solicitado (relação entre potência utilizada e potência nominal). Em casos extremos, como na impossibilidade de distribuição de parte significativa da carga em função da própria topologia envolvida, permite-se a relaxação da demanda total de um circuito por  $rdt_s$  para evitar infactibilidades.

$$\sum_{t \in Ts} (pnT_t \cdot ctU) st_{st} \geq dt_s - rdt_s \quad \forall s \in Ss \quad (85)$$

Contempla-se na divisão de circuito a possibilidade de trocar os transformadores originalmente instalados, desde que sejam obrigatoriamente remanejados e incluídos na solução final em algum dos outros circuitos sugeridos. Observe-se que, conforme mencionado previamente, algumas das restrições a seguir são exclusivas do modelo de divisão de circuito, conforme indicado pelo rótulo [DC] próximo da numeração.

$$\sum_{s \in Ss} (st_{st} - tiS_{st}) \geq 0 \quad \forall t \in Ts \quad [DC] \quad (86)$$

Deve-se garantir que sejam alocados aos circuitos apenas os transformadores listados como disponíveis, incluindo os inicialmente instalados:

$$\sum_{s \in Ss} (st_{st} - tiS_{st}) \leq 0 \quad \forall t \in (Ts - Td) \quad [DC] \quad (87)$$

Para evitar a realização de muitas operações é possível limitar o número de trocas (remanejamentos) de transformadores entre circuitos. Na prática, por questões técnicas e de disponibilidade de rede, não se costuma realizar mais do que uma operação desta natureza. A troca é computada a partir da remoção dos transformadores preexistentes, lógica previamente explicitada no Quadro 3.

$$\sum_{s \in Ss} \sum_{t \in Ts} tiS_{st} (1 - st_{st}) \leq ttU \quad [DC] \quad (88)$$

No entanto, permite-se vetar completamente as trocas ( $ptT=0$ ) ou estabelecer individualmente quais circuitos devem ter seus transformadores originais preservados:

$$st_{st} = tiS_{st} \quad \forall s \in Ss, \forall t \in Ts \mid ptT=0 \vee sTf_s=1 \quad (89)$$

O cálculo dos custos de operações com transformadores deve abranger valores de instalação (a) e de eventuais trocas entre circuitos (b):

$$ct = \sum_{s \in Ss} \sum_{t \in Ts} \underbrace{viT_t (st_{st} - tiS_{st})}_{(a)} + \underbrace{vmT (tiS_{st} (1 - st_{st}))}_{(b)} \quad [DC] \quad (90)$$

Os custos de conectividade de rede são contabilizados em função das operações necessárias para realizar a reconfiguração topológica. São representados na restrição a seguir,

inequação (91), os custos de seccionamento de trechos (a), custos de conexão de pontos (b) e o desconto referente às operações presumidamente necessárias para a criação de um novo circuito (uma conexão e dois seccionamentos de rede) (c). Permite-se computar estes custos de três maneiras diferentes, definidas pelo parâmetro de entrada  $ccR$ : (0) desconsiderar custos, (1) considerar os custos descontando as operações necessárias e (2) considerar todos os custos. O cômputo parcial ( $ccR=1$ ) é adotado como padrão pois evita que a solução convirja para uma divisão exclusiva do circuito principal em dois (apenas um seccionamento de rede).

$$cr \geq \alpha \left( \sum_{(i,j) \in As} \underbrace{vsR(pIr_{ij})(1-ma_{ij}+ma_{ji})}_{(a)} + \underbrace{vcR(1-Pir_{ij})(ma_{ij}+ma_{ji})}_{(b)} \right) - \beta \underbrace{(vsR(1+nSs-|Pt|) + vcR)}_{(c)} \quad (91)$$

Sendo  $\begin{cases} \alpha=\beta=0 & \text{se } ccR=0 \\ \alpha=\beta=1 & \text{se } ccR=1 \\ \alpha=1, \beta=0 & \text{se } ccR=2 \end{cases}$

A formulação apresentada até aqui, equações (69) a (91), compreende as restrições que modelam a estrutura do problema geral da divisão de circuitos e seus custos associados. O equacionamento a seguir, eq. (92) a (107), refere-se às considerações de níveis de tensão, baseado no cálculo elétrico linear simplificado apresentado na seção 3.1. Para efetuar linearmente este cálculo frente à reconfiguração dinâmica da rede é necessário um grande número de variáveis e restrições adicionais. Frente a isto, a formulação proposta permite, por meio de parâmetros, adotar algumas simplificações a fim de reduzir a complexidade inerente ao modelo.

Dada a premissa da ação com foco no reclamante, parcelas da rede distantes deste não devem sofrer alterações. Caso haja ramos inteiros (partindo de um transformador) não sujeitos à reconfiguração, não há necessidade de considerá-los no cálculo elétrico. Assim, a fim de reduzir a complexidade do modelo são incluídos no cálculo das quedas de tensão apenas pontos não abrangidos por estes ramos, definidos pelo conjunto  $Py$ .

O modelo é resolvido computando as quedas de cada uma das três fases, utilizando como referência o pior caso (queda máxima). Contudo, também se permite contabilizar apenas a queda média dentre as fases. Os erros oriundos desta simplificação são reduzidos pela melhora no equilíbrio de cargas, obtida pela posterior execução do balanceamento. A simplificação das fases computadas é definida pelo parâmetro  $cQM$ :

- Se  $cQM=0$  então  $Fc=\{1,2,3\}$ , sendo contabilizadas cada uma das 3 fases;
- Se  $cQM=1$  então  $Fc=\{1\}$ , sendo contabilizados os valores médios das 3 fases.

Assim, partindo das equações (10) e (11), o módulo das correntes acumuladas  $ca_{if}$  pode ser obtido recursivamente para as fases definidas por  $Fc$  ao somar a corrente individual do ponto  $i$  (a) às correntes acumuladas nos pontos alimentados diretamente por  $i$  (b):

$$ca_{if} = \underbrace{\alpha_{if} \frac{10^3}{tTr}}_{(a)} + \underbrace{\sum_{\substack{j \in Py \\ i \in Pp_j}} cx_{ijf}}_{(b)} \quad \forall i \in Py, f \in Fc$$

$$\text{Sendo } \alpha_{if} = \left\{ \begin{array}{ll} dPs_{if} & \text{se } cQM=0 \\ \frac{\sum_{g \in Fs} dPs_{ig}}{3} & \text{se } cQM=1 \end{array} \right\} \quad (92)$$

Sendo que a variável auxiliar  $cx_{ijf} = ca_{jf} \cdot ma_{ij}$  representa os valores das correntes acumuladas apenas nos pontos adjacentes efetivamente alimentados por  $i$ . Seu valor é obtido pela implicação dada pelas seguintes restrições:

$$cx_{ijf} \leq (1 - ma_{ij})M + ca_{jf} \quad \forall i \in Py, \forall j \in Py, \forall f \in Fc \mid i \in Pp_j \quad (93)$$

$$cx_{ijf} \geq (ma_{ij} - 1)M + ca_{jf} \quad \forall i \in Py, \forall j \in Py, \forall f \in Fc \mid i \in Pp_j \quad (94)$$

$$cx_{ijf} \leq ma_{ij} \cdot M \quad \forall i \in Py, \forall j \in Py, \forall f \in Fc \mid i \in Pp_j \quad (95)$$

Sendo  $M$  fator significativamente mais alto que a corrente acumulada máxima (na ordem de  $10^4$ ). Com base na corrente acumulada e na impedância dos condutores instalados nos possíveis trechos (identificados pela extremidade associada à sua carga), dada a equação (12), delimita-se o módulo da queda de tensão individual para cada ponto  $i$  e fase  $f$ :

$$qi_{if} \leq \underbrace{(1 - ma_{ji})tTr}_{(a)} + \underbrace{ca_{if}(dPP_{ij} \cdot imC_{clA_{ij}})}_{(b)} \quad \forall i \in Py, \forall j \in Pp_i, \forall f \in Fc \quad (96)$$

$$qi_{if} \geq \underbrace{(ma_{ji} - 1)tTr}_{(a)} + \underbrace{ca_{if}(dPP_{ij} \cdot imC_{clA_{ij}})}_{(b)} \quad \forall i \in Py, \forall j \in Pp_i, \forall f \in Fc \quad (97)$$

Onde as restrições (96) e (97) definem limites superior e inferior idênticos (b) para  $qi_{if}$ , ativos apenas para o trecho efetivamente conectado a  $i$ , sendo relaxados pelo termo (a) caso contrário. Da mesma forma, definem-se como nulas as quedas em postes com transformador:

$$qi_{if} + (ma_{ii} - 1)tTr \leq 0 \quad \forall i \in Py, f \in Fc \quad (98)$$

$$qi_{if} + (1 - ma_{ii})tTr \geq 0 \quad \forall i \in Py, f \in Fc \quad (99)$$

Finalmente, partindo da equação (18), aplicando o princípio da equação (19) para obter um valor normalizado pela tensão do transformador, estabelece-se recursivamente a queda de tensão relativa acumulada em cada ponto  $i$  e fase  $f$ . Adota-se lógica similar a usada na queda individual, definindo limites para todos os possíveis pontos de alimentação, embora seja ativado somente o par de restrições referente ao ponto que efetivamente alimenta  $i$ :

$$qa_{if} \leq (1 - ma_{ji}) + qa_{jf} + \frac{1}{tTr} \left( \underbrace{qi_{if} \cos(\alpha_{if} - aTF_f)}_{(a)} + cQN \underbrace{\sum_{g \in Fc} qi_{ig} \cos(\alpha_{ig} - aTF_f)}_{(b)} \right) \quad (100)$$

$$\forall i \in Py, \forall j \in Pp_i, \forall f \in Fc$$

$$qa_{if} \geq (ma_{ji} - 1) + qa_{jf} + \frac{1}{tTr} \left( \underbrace{qi_{if} \cos(\alpha_{if} - aTF_f)}_{(a)} + cQN \underbrace{\sum_{g \in Fc} qi_{ig} \cos(\alpha_{ig} - aTF_f)}_{(b)} \right) \quad (101)$$

$$\forall i \in Py, \forall j \in Pp_i, \forall f \in Fc$$

Onde (a) representa a queda de tensão da fase  $f$  e (b) a tensão do neutro. É possível desconsiderar a queda referente ao neutro ao adotar  $cQN=0$ , anulando o termo correspondente e reduzindo a complexidade do modelo. Seguindo a consideração dos ângulos estimados, conforme equação (14), os ângulos  $\alpha$  são obtidos como parâmetros previamente calculados:

$$\alpha_{ih} = aIC_{cIA_j} + aTF_h - \text{acos}(cFP) \quad \forall i \in Ps, \forall h \in Fs, \forall i \in Ps \mid j = lAo_i \quad (102)$$

De forma similar, definem-se como nulas as quedas em postes com transformador:

$$qa_{if} + (ma_{ii} - 1) \leq 0 \quad \forall i \in Py, f \in Fc \quad (103)$$

$$qa_{if} + (1 - ma_{ii}) \geq 0 \quad \forall i \in Py, f \in Fc \quad (104)$$

Definido o equacionamento responsável pelo cálculo das quedas de tensão cabe estabelecer as relações que as restringem. Primeiramente estabelece-se que as quedas de tensão nos pontos críticos, extremos dos circuitos sugeridos, devem ser menores do que o limite máximo exigido, salvo relaxação para evitar infactibilidade:

$$qa_{if} - \sum_{\substack{(i,j) \in Al \\ i \neq j}} ma_{ij} \leq qmU + rqm_i \quad \forall i \in Py, \forall f \in Fc \quad (105)$$

Nesta restrição o termo do somatório representa a contagem dos pontos alimentados por  $i$ , sendo nulo caso seja um ponto extremo (ponto que não alimenta outros pontos) e relaxando a restrição caso contrário.

Para estabelecer os locais ideais a serem realizados os seccionamentos de rede empregam-se as duas restrições seguintes, (106) e (107). Perceba-se que ambas restrições são exclusivas do modelo de divisão, conforme indicado pelo rótulo [DC]. Primeiramente, a queda de tensão em cada ponto extremo de cada circuito sugerido, se exceder a uma dada folga  $cfE$ , deve ser contabilizada a fim de ser minimizada:

$$qa_{if} - \sum_{\substack{(i,j) \in Al \\ i \neq j}} ma_{ij} \leq cfE + dq_i \quad \forall i \in Py, \forall f \in Fc \quad [DC] \quad (106)$$

Embora de formulação similar à restrição anterior, (105), a restrição (106) permite computar seletivamente as quedas relevantes. Assim, seja  $cfE=2\%$ , somente quedas que excedam este valor serão consideradas na minimização de  $dq_i$ .

De forma análoga, a diferença de queda de tensão máxima entre postes de divisa, relaxada pela folga  $cfD$ , deve ser contabilizada para ser minimizada. Como o excedente é atribuído à mesma variável  $dq_i$ , adota-se um coeficiente para aproximação das grandezas. Assim, prevalece para cada ponto o mais significativo entre os limites estabelecidos por estas duas restrições.

$$(qa_{if} - qa_{jf}) - (ma_{ij} + ma_{ji}) \leq (cfD + dq_i) / 10 \quad [DC] \quad (107)$$

$$\forall i \in Py, \forall j \in Py, \forall f \in Fc \mid (i, j) \in Al \wedge i \neq j$$

A formulação permite que a restrição só seja ativada para pontos de divisa – definidos por adjacência desconectada em ambos sentidos. Assim, seja  $cfD=1\%$ , somente diferenças que excedam este valor serão consideradas. A adoção desta folga permite reduzir consideravelmente a complexidade inerente à minimização de diferenças.

#### 3.4.1.4 Recuperação de Resultados

Após a resolução do modelo as variáveis  $ma_{ij}$  armazenam a topologia sugerida de acordo com a definição de matriz de adjacência orientada (seção 2.3.3). Para obter apenas os resultados  $r$  de interesse, ou seja, as operações de conectividade de rede sugeridas, pode-se compará-las à situação original:

$$r_{ij} = (ma_{ij} + ma_{ji}) - pIr_{ij} \quad \forall (i, j) \in As \mid ma_{ij} + ma_{ji} \neq pIr_{ij} \quad (108)$$

Assim,  $r_{ij}$  armazenará apenas as modificações sugeridas, indicando trechos em que deve haver seccionamento ( $r_{ij}=-1$ ) e conexão ( $r_{ij}=1$ ) de rede.

De forma similar é possível identificar as operações  $r'$  com transformadores:

$$r'_{sti} = st_{st} - tiS_{st} \quad \forall s \in Ss, \forall t \in Ts, \forall i \in Ps \mid ma_{ii} \wedge sp_{si} \wedge (st_{st} \vee tiS_{st}) \quad (109)$$

Assim,  $r'_{sti}$  armazenará para cada circuito e poste as operações sugeridas, indicando circuito e poste em que o transformador  $t$  deve ser removido ( $r'_{sti}=-1$ ) ou instalado ( $r'_{sti}=1$ ).



### 3.5 MODELO DE REMANEJAMENTO DE CARGA (RC)

Entre as intervenções utilizadas na melhoria de circuitos da rede secundária de distribuição encontra-se o remanejamento de carga. Esta intervenção consiste na transferência de parte da carga instalada em um circuito problemático para um ou mais circuitos adjacentes, desde que estes possam recebê-la sem prejudicar sua integridade. Na operação são realocadas tanto as unidades consumidoras quanto a estrutura de rede atrelada, como trechos de condutores e postes. Ao aliviar a carga do circuito problemático é possível melhorar seus níveis de tensão e carregamento.

A abordagem aqui adotada considera a realocação de todos consumidores do circuito, embora agrupados por poste, diferente do remanejamento individual em pontos de divisa sugerido por Souza (2002) (vide seção 2.1). Esta consideração, abordada em detalhes na seção 3.5.1, permite tratar o remanejamento de cargas como um caso particular da divisão de circuito (seção 3.4) em que a quantidade original de circuitos é preservada. Nesta particularização do modelo de divisão as considerações sobre instalação de transformadores são adotadas de forma a incorporar diretamente a intervenção de troca de transformador sugerida por Oliveira (2008, p. 67).

#### 3.5.1 Modelagem Matemática

Dada a similaridade entre as intervenções, o modelo matemático de remanejamento de cargas é tratado como um caso particular da modelagem de divisão de circuito em que se mantém o número original de circuitos – ou seja, sugere-se uma redistribuição de cargas, não sendo gerado um novo circuito. O objetivo principal do modelo de remanejamento é obter uma reconfiguração da rede em que o circuito problemático atenda ao carregamento solicitado e melhore seus níveis de tensão, procurando preservar os índices de qualidade dos circuitos adjacentes.

Inicialmente respeitam-se os índices de carregamento, restringindo a carga dos circuitos às capacidades dos respectivos transformadores instalados. Contudo, este limite rígido pode prejudicar as soluções ou mesmo causar infactibilidades. Aproveitando parte da

estrutura do modelo de divisão de circuito é possível flexibilizar estes limites incorporando no modelo a possibilidade de troca dos transformadores originalmente instalados.

No modelo o remanejamento de cargas é realizado minimizando os custos das trocas de transformadores (caso sejam permitidas) e das operações de conectividade de rede. A distribuição das cargas é realizada procurando reduzir quedas de tensão em postes extremos e impedindo que circuitos auxiliares (adjacentes ao problemático) sofram quedas acima do limite máximo estipulado. Ao contrário da divisão, nesta intervenção a figura do reclamante não é adotada como referência, embora possa ser utilizada como parâmetro para definir regiões de atuação na reconfiguração de trechos preexistentes.

A exemplo da divisão, utiliza-se o conceito de matriz de adjacência orientada (seção 2.3.3) para descrever a topologia de rede de forma dinâmica e a formulação linear simplificada de cálculo elétrico (seção 3.1) para cálculo dos níveis de tensão dos circuitos.

No desenvolvimento assumem-se ainda as seguintes premissas:

- A rede é configurada em sistema trifásico ABC.
- Permite-se considerar a troca de transformador de maneira integrada no modelo.
- Transformadores preexistentes não devem ser movimentados para outro poste.
- Custos mecânicos e estruturais necessários à troca de transformadores encontram-se dissolvidos nos valores de instalação de cada tipo de transformador.
- Não são permitidos caminhos cíclicos na rede (configuração em anel).
- Não é considerada a criação de trechos secundários para realizar novas ligações entre pontos preexistentes.
- O índice de balanceamento de carga deve ser avaliado em execução posterior do balanceamento de cargas (seção 3.2) para cada um dos circuitos sugeridos.
- O remanejamento das cargas não é realizado individualmente considerando cada unidade consumidora, mas sim de forma agrupada por poste.
- Os circuitos adjacentes não podem assumir índices de carregamento ou quedas de tensão superiores aos exigidos.

Dada a similaridade, o modelo de remanejamento de cargas preserva boa parte da formulação do modelo de divisão de circuito. A fim de evitar a duplicidade na descrição dos modelos, presume-se no remanejamento a adoção da nomenclatura e restrições conforme apresentadas na seção 3.4.1, excetuando-se os itens identificados pelo rótulo do respectivo modelo, [DC] ou [RC]. O modelo de remanejamento de cargas apresentado reflete, em essência, o original publicado por Bettoni *et al.* (2010).

### 3.5.1.1 Nomenclatura

Conjuntos, índices, variáveis e parâmetros são definidos conforme a nomenclatura do modelo de divisão de circuito, seção 3.4.1.1.

Embora mantidos por questão de compatibilidade, alguns itens não são utilizados no contexto do remanejamento, como o conjunto de postes candidatos à instalação de novo transformador, podendo ser ignorados ou, para fins de análise, ter seu conteúdo ou valor considerado como vazio ou nulo.

### 3.5.1.2 Função Objetivo

$$\min \underbrace{ct + cr}_{(a)} + \underbrace{\sum_{i \in Py} dq_i}_{(b)} + \underbrace{\left( \sum_{s \in Ss} rdt_s + \sum_{i \in Py} rqm_i \right) M}_{(c)} \quad (110)$$

Embora de formulação idêntica ao modelo de divisão de circuito, equação (68), a interpretação da função objetivo é diferente dadas as atribuições das variáveis associadas. Assim como na divisão, objetiva-se primeiramente a minimização dos custos referentes às operações com transformadores e conectividade de rede, representados na parcela (a) da função objetivo. Contudo, os custos com transformadores são aqui representados pelos valores de instalação deduzidos os valores de retorno, equação (116), apenas caso seja permitida a troca de transformadores.

Em segunda instância, a fim de estabelecer os locais ideais de seccionamento da rede, são minimizadas na parcela (b) somente as quedas de tensão nos pontos extremos dos circuitos resultantes.

A fim de evitar algumas infactibilidades em (c) são minimizadas sob alto custo ( $M$  na ordem de  $10^5$ ) as relaxações dos índices exigidos de carregamento de transformadores e queda máxima de tensão. Cabe ressaltar que essas relaxações são permitidas apenas para o circuito principal, uma vez que não se permite prejudicar os índices dos circuitos adjacentes auxiliares.

### 3.5.1.3 Restrições

Adotam-se integralmente as restrições apresentadas na seção 3.4.1.3, excetuando-se as identificadas pelo rótulo [DC]. Restrições adicionais, exclusivas para o remanejamento de cargas são apresentadas no desenvolvimento a seguir. O Quadro 5 sumariza as restrições utilizadas em cada modelo.

Restrição	Pg.	DC	RC	Restrição	Pg.	DC	RC	Restrição	Pg.	DC	RC	Restrição	Pg.	DC	RC
(69)	72	✓	✓	(81)	74	✓	✓	(93)	77	✓	✓	(105)	78	✓	✓
(70)	72	✓	✓	(82)	74	✓	✓	(94)	77	✓	✓	(106)	79	✓	
(71)	72	✓	✓	(83)	74	✓	✓	(95)	77	✓	✓	(107)	79	✓	
(72)	73	✓	✓	(84)	74	✓	✓	(96)	77	✓	✓	(111)	84		✓
(73)	73	✓	✓	(85)	75	✓	✓	(97)	77	✓	✓	(112)	84		✓
(74)	73	✓	✓	(86)	75	✓		(98)	77	✓	✓	(113)	85		✓
(75)	73	✓	✓	(87)	75	✓		(99)	77	✓	✓	(114)	85		✓
(76)	73	✓	✓	(88)	75	✓		(100)	78	✓	✓	(115)	85		✓
(77)	73	✓	✓	(89)	75	✓	✓	(101)	78	✓	✓	(116)	85		✓
(78)	74	✓	✓	(90)	75	✓		(102)	78	✓	✓				
(79)	74	✓	✓	(91)	76	✓	✓	(103)	78	✓	✓				
(80)	74	✓	✓	(92)	77	✓	✓	(104)	78	✓	✓				

**Quadro 5 - Mapa de restrições: divisão de circuito (DC) e remanejamento de carga (RC)**

Circuitos auxiliares são circuitos adjacentes ao circuito problemático, selecionados por estarem aptos a receber carga adicional. Contudo, a alteração dos circuitos auxiliares não deve extrapolar seus limites operacionais e, sendo assim, não se deve atribuir demanda acima da capacidade dos circuitos adjacentes. Desta forma, complementando a restrição (85), não se permite a relaxação dos seus limites de demanda:

$$rdt_s = 0 \quad \forall s \in Ss \mid s \neq ssP \quad [RC] \quad (111)$$

Da mesma forma, complementando agora a restrição (105), em circuitos adjacentes não se permite quedas de tensão acima da máxima exigida. Assim, apenas pontos<sup>9</sup> do circuito principal podem sofrer relaxação dos limites de quedas de tensão:

$$rqm_i \leq sp_{si} \quad \forall i \in Py, \forall s \in Ss \mid s = ssP \quad [RC] \quad (112)$$

Para estabelecer os pontos ideais de seccionamento na reconfiguração sugerida,

<sup>9</sup> No conjunto de pontos incluem-se postes, pontos de cruzamentos aéreo e pontos de divisa (seção 2.3.2).

minimizam-se as quedas de tensão nos postes que se configurem como extremos do circuito principal, sendo as quedas dos circuitos adjacentes limitadas à máxima permitida, conforme restringidas pela inequação (112). Assim, particularizando a inequação (106), a queda de tensão em cada ponto extremo apenas do circuito principal sugerido, se exceder a uma dada folga  $cfE$ , deve ser contabilizada a fim de ser minimizada:

$$qa_{if} - \sum_{\substack{(i,j) \in AI \\ i \neq j}} ma_{ij} - (1 - sp_{si}) \leq cfE + dq_i \quad \forall i \in Py, \forall f \in Fc, \forall s \in Ss \mid s = ssP \quad [RC] \quad (113)$$

Se permitida a operação de troca de transformadores ( $ptT=1$ ), por questões técnicas e de disponibilidade da rede elétrica aos consumidores, não se deve realizar a relocação de transformadores preexistentes entre circuitos. Assim, de forma diferente da restrição (87), deve-se garantir que sejam alocados apenas transformadores listados como disponíveis ou, então, que sejam preservados os inicialmente instalados em seus respectivos circuitos:

$$st_{st} - tiS_{st} \leq 0 \quad \forall s \in Ss, \forall t \in (Ts - Td) \quad [RC] \quad (114)$$

Considerando essencialmente a melhoria das condições elétricas, dadas também questões de disponibilidade da rede, normalmente não é recomendado trocar o transformador por outro de menor capacidade nominal, mesmo que a demanda do circuito venha a permitir e que o valor de retorno do transformador removido seja vantajoso. Assim, no remanejamento de cargas os transformadores instalados nos circuitos não devem sofrer redução de sua capacidade nominal:

$$\sum_{t \in Ts} (st_{st} - tiS_{st}) pnT_t \geq 0 \quad \forall s \in Ss \quad [RC] \quad (115)$$

Por fim, diferente da divisão de circuito, equação (90), no remanejamento só há custos de operações com troca de transformadores se esta intervenção for permitida. Contabiliza-se o custo de instalação dos transformadores novos deduzindo o valor de retorno dos transformadores removidos (material salvado):

$$ct = \sum_{s \in Ss} \sum_{t \in Ts} viT_t (st_{st} (1 - tiS_{st})) - vrT_t (tiS_{st} (1 - st_{st})) \quad [RC] \quad (116)$$

No remanejamento os custos referentes à conectividade de rede, equação (91), devem ser contabilizados de maneira parcial ( $ccR=1$ ), permitindo a execução das operações julgadas necessárias (uma conexão e um seccionamento).

### 3.5.1.4 Recuperação de Resultados

Após a resolução do modelo as variáveis  $ma_{ij}$  armazenam a topologia sugerida de acordo com a definição de matriz de adjacência orientada (seção 2.3.3). Para obter apenas os resultados  $r$  de interesse, ou seja, as operações de conectividade de rede sugeridas, pode-se compará-las à situação original:

$$r_{ij} = (ma_{ij} + ma_{ji}) - pIr_{ij} \quad \forall (i, j) \in As \mid ma_{ij} + ma_{ji} \neq pIr_{ij} \quad (117)$$

Assim,  $r_{ij}$  armazenará apenas as modificações sugeridas, indicando trechos em que deve haver seccionamento ( $r_{ij} = -1$ ) e conexão ( $r_{ij} = 1$ ) de rede.

De forma similar é possível identificar as operações  $r'$  de troca de transformadores:

$$r'_{st} = st_{st} - tiS_{st} \quad \forall s \in Ss, \forall t \in Ts \quad (118)$$

Assim,  $r'_{st}$  armazenará para cada circuito as eventuais operações de troca sugeridas, indicando o transformador  $t$  que deve ser removido ( $r'_{st} = -1$ ) e aquele a ser instalado ( $r'_{st} = 1$ ).

### 3.6 INTEGRAÇÃO DE MODELOS

Procurando modelar matematicamente as seis intervenções usualmente aplicadas na melhoria da rede secundária de energia elétrica, relacionadas na seção 2.3.1, o presente trabalho detalhou nas seções precedentes quatro modelos PLIM:

- Balanceamento de Carga (BC), seção 3.2;
- Troca de Condutor (TC), seção 3.3;
- Divisão de Circuito (DC), seção 3.4;
- Remanejamento de Carga (RC), seção 3.5.

A fim de completar o rol de intervenções usuais, consideram-se também nesta seção dois outros modelos PLIM disponíveis na literatura:

- Movimentação de Transformador (MT), de Oliveira (2008, p. 62);
- Troca de Transformador (TT), de Oliveira (2008, p. 67).

Na busca de soluções que combinem mais de uma intervenção é preciso estabelecer uma forma coerente de integrar estes modelos. Para tanto é necessário considerar os conceitos e características técnicas de cada intervenção, suas influências nos parâmetros de referência (conforme Quadro 1), a construção estrutural e as particularidades de implementação de cada modelo matemático.

Nos diversos modelos apresentados a linearidade é preservada ao explorar características particulares, como a consideração de uma configuração estática da rede no modelo de troca de condutor ou a adoção da demanda agrupada por poste no modelo de remanejamento de carga. Sendo assim, a integração destes seis modelos em um modelo PLIM único acarretaria não linearidades e aumento significativo da complexidade e dos custos computacionais necessários para obtenção de soluções viáveis. Além disso, frente à natureza dos diferentes objetivos concorrentes, essa integração tende a apresentar relações conflitantes<sup>10</sup> ou de difícil sintonia, comprometendo a usabilidade e mesmo a generalidade do modelo para a aplicação em circuitos diversos.

Com vistas a reduzir complexidade e a obter soluções praticáveis, a integração aqui proposta sugere a resolução encadeada dos modelos, individualmente, utilizando o circuito de

<sup>10</sup> Exemplo destas relações conflitantes é a atuação do modelo de troca de condutor (p. 59), que propõe a melhoria do todo limitando a atuação pela queda máxima do circuito, *versus* a atuação do modelo de divisão de circuito (p. 67), que foca o reclamante e desconsidera as condições dos ramos distantes.

resposta de um modelo como entrada para a execução do próximo. A fim de evitar a análise exaustiva de todos os encadeamentos de intervenções possíveis, propôs-se o estudo das combinações relevantes entre modelos e suas respectivas implicações.

### 3.6.1 Relacionamento de Intervenções

Com base nas premissas fornecidas pelos especialistas e nas características das intervenções e de seus respectivos modelos, foram definidos os relacionamentos entre intervenções apresentados a seguir. Nestes relacionamentos as precedências são representadas pela relação de ordem restrita “<” entre as siglas dos respectivos modelos.

- Recomenda-se executar o Remanejamento de Carga antes da Troca de Condutor. As trocas de condutores sugeridas podem ser insuficientes ou desnecessárias dada a posterior redistribuição de cargas entre circuitos. Assim, RC < TC;
- Recomenda-se executar o Remanejamento de Carga antes do Balanceamento de Carga. As melhorias sugeridas pelo balanceamento podem ser comprometidas pela posterior redistribuição de cargas entre circuitos. Assim, RC < BC;
- Recomenda-se executar o Remanejamento de Carga antes da Movimentação de Transformador. O centro de carga do circuito pode ser alterado pela redistribuição de cargas entre circuitos. Assim, RC < MT;
- Recomenda-se executar o Remanejamento de Carga antes da Troca de Transformador. Eventuais trocas de transformadores sugeridas podem ser insuficientes ou desnecessárias dada a posterior redistribuição de cargas entre circuitos. Assim, RC < TT;
- Não é necessário executar o modelo de Troca de Transformador se for executado o modelo de Remanejamento de Carga. O modelo de remanejamento contempla e pondera de maneira integrada a substituição de transformadores (seção 3.5);
- Recomenda-se executar o Balanceamento de Carga antes da Troca de Condutor. A melhoria dos níveis de tensão pelo balanceamento podem evitar troca de condutores induzidas pela existência de fases mais carregadas. Assim, BC < TC;
- Recomenda-se executar a Movimentação de Transformador antes do Balanceamento de Carga. O balanceamento não altera o centro de carga do circuito, enquanto a



movimentação do transformador pode melhorar os níveis de tensão e poupar a realização de balanceamentos desnecessários. Assim,  $MT < BC$ ;

- Recomenda-se executar a Movimentação de Transformador antes da Troca de Condutor. A troca de condutores não altera o centro de carga do circuito, enquanto a movimentação do transformador pode melhorar os níveis de tensão e poupar a realização de trocas desnecessárias. Assim,  $MT < TC$ ;
- Não há precedência entre Balanceamento de Carga e Troca de Transformador. A troca de transformador afeta apenas o carregamento do transformador (e é afetada somente por ele), parâmetro não alterado pelo modelo de balanceamento;
- Não há precedência entre Troca de Condutor e Troca de Transformador. A troca de transformador afeta apenas o carregamento do transformador, parâmetro não alterado pelo modelo de troca de condutor;
- Não há precedência entre Movimentação de Transformador e Troca de Transformador. A troca de transformador afeta apenas o carregamento do transformador, parâmetro não alterado pelo modelo de movimentação de transformador;
- Recomenda-se tratar a Divisão de Circuito com distinção. Suas diretivas, como a atuação pontual sobre o consumidor reclamante, a não alteração dos ramos distantes do circuito e a geração de mais de um circuito principal na solução, divergem da política de melhoria global dos outros modelos;
- Recomenda-se não executar os modelos de Movimentação de Transformador, Troca de Transformador ou o Remanejamento de Carga se executada a Divisão de Circuito. O modelo da divisão contempla ou substitui em suas premissas (seção 3.4) os aspectos cobertos por estes;
- Recomenda-se sempre executar o Balanceamento de Carga após a Divisão de Circuito em todos os circuitos envolvidos. O modelo de divisão não contempla aspectos de balanceamento, embora a remoção de cargas dos circuitos antigos e a constituição do novo alterem significativamente o equilíbrio. Assim,  $DC < BC$ ;
- Recomenda-se executar a Troca de Condutores no circuito novo após a Divisão de Circuito. O modelo de divisão não contempla aspectos de troca de condutor. Trocas de condutores sugeridas antes da divisão podem ser insuficientes ou desnecessárias dada a redistribuição de cargas entre circuitos. Assim,  $DC < TC$ .

### 3.6.2 Encadeamento de Modelos

Com base nos relacionamentos apresentados na seção 3.6.1 foi estabelecida uma ordenação de precedência para a execução dos modelos. Dadas as particularidades referentes à divisão de circuito, adotam-se duas linhas de execução: (a) uma geral, partindo do remanejamento de carga, e (b) outra específica para a divisão de circuito.

A linha geral (a) obedece à seguinte hierarquia:

1. Remanejamento de Carga (RC);
2. Troca de Transformador (TT);
3. Movimentação de Transformador (MT);
4. Balanceamento de Carga (BC);
5. Troca de Condutor (TC).

E a específica da divisão de circuito (b):

1. Divisão de Circuito (DC);
2. Balanceamento de Carga (BC);
3. Troca de Condutor (TC).

Cabe observar que esta ordenação não estabelece a intervenção mais desejada ou a mais eficiente, mas apenas a sequência em que os modelos devem ser processados quando mais de uma intervenção for considerada.

As duas linhas de execução são ilustradas no diagrama da Figura 8, representação de todas as possíveis ordenações de modelos. Percorrendo o diagrama a partir do circuito inicial, seguindo as indicações de fluxo ou desvio de fluxo, observam-se diversos caminhos possíveis para se chegar a um circuito final. Cada um destes caminhos define uma sequência de modelos a executar, assim como cada circuito final corresponde a uma entre as possíveis sugestões de solução.

Inicialmente é necessário optar por uma entre as linhas de execução: (a) linha geral ou (b) divisão de circuito. A execução dos modelos segue de acordo com o caminho em análise, focando sempre a melhoria do circuito principal – mesmo que em alguns casos (RC e DC) sejam utilizados circuitos auxiliares adjacentes. Após a execução de cada modelo os índices obtidos são validados por comparação aos obtidos pelos métodos de referência – cálculo elétrico BFS (seção 2.4) e índice de balanceamento (seção 3.2). Se as especificações

forem atendidas indica-se o desvio para o circuito final, uma vez que não há necessidade de execução de modelos posteriores. A Figura 8 ilustra também o possível desvio de fluxo (c) caso o circuito inicial atenda a todas especificações e, assim, não seja necessária a execução de modelo algum.

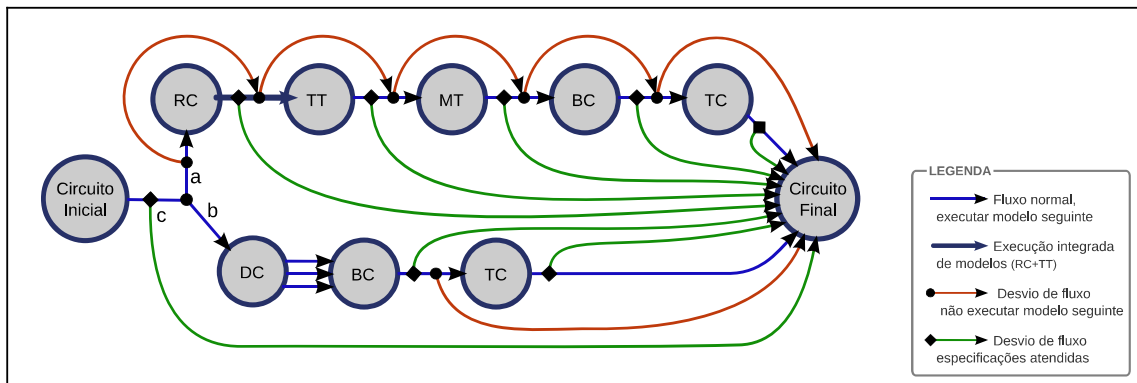


Figura 8 - Diagrama de execução de modelos ordenados

As três linhas de fluxo indicadas entre DC e BC na Figura 8 representam as execuções obrigatórias do balanceamento de carga em todos os circuitos originados por uma divisão de circuito, conforme sugerido na descrição do modelo de divisão (seção 3.4) e nos relacionamentos entre intervenções (seção 3.6.1). A linha de fluxo diferenciada representada entre RC e TT indica a execução integrada da troca de transformador dentro do modelo de remanejamento de carga (seção 3.5). Para exemplificar o conceito dos caminhos, duas seqüências de execução são ilustradas na Figura 9: (I) RC+TT e (II) TT+BC+TC.

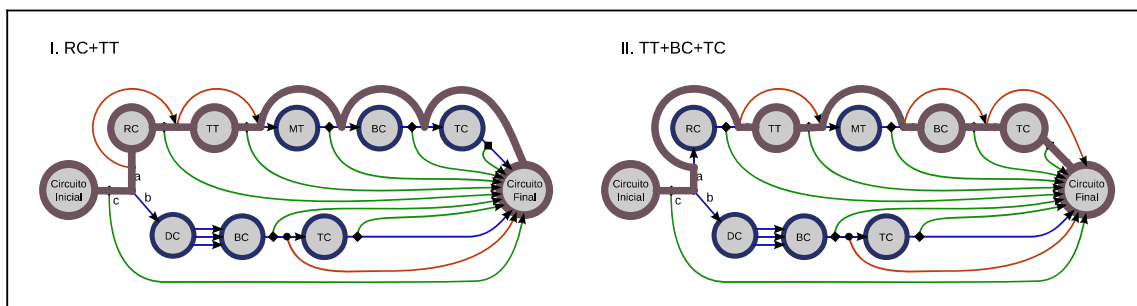


Figura 9 - Possíveis seqüências de execução dos modelos ordenados

Cabe notar que a ordenação estabelecida permanece válida mesmo para avaliações em que alguns dos modelos sejam desconsiderados intencionalmente. Esse tipo de consideração é desejável pois permite que o usuário final solicite apenas a execução dos modelos que julgue necessários para os estudos que está realizando sobre um dado circuito.

Exemplificando no diagrama, caso não se deseje avaliar as intervenções de remanejamento de carga e movimentação de transformador basta suprimir os respectivos modelos e linhas de fluxo, conforme ilustrado na Figura 10.

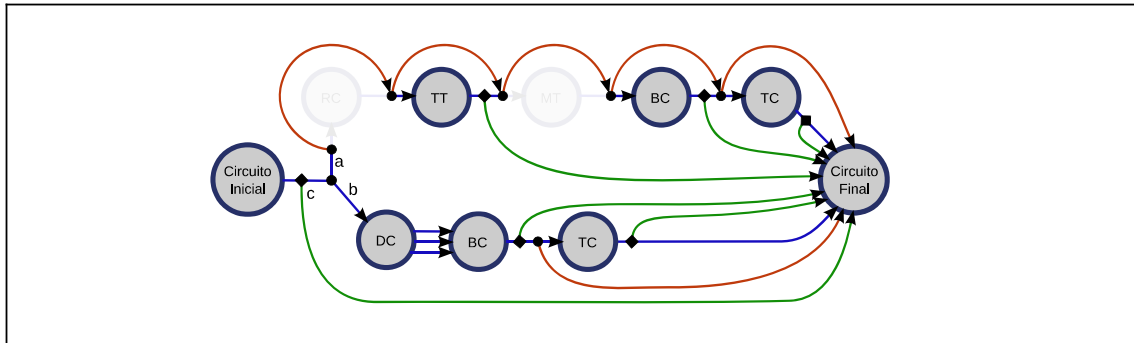


Figura 10 - Diagrama de execução de modelos ordenados desconsiderando RC e MT

Partindo do diagrama de execução da Figura 8 é possível percorrer os caminhos montando uma árvore de encadeamento das soluções, estrutura representada na Figura 11. Toda aresta nesta árvore representa a execução de um modelo, sendo o nó seguinte correspondente à solução parcial sugerida por este modelo. Cada solução representa, em suma, um circuito resposta que servirá de entrada aos modelos subsequentes. Desta forma, qualquer nó da árvore representa uma solução parcial ou mesmo uma possível solução final para o circuito problemático.

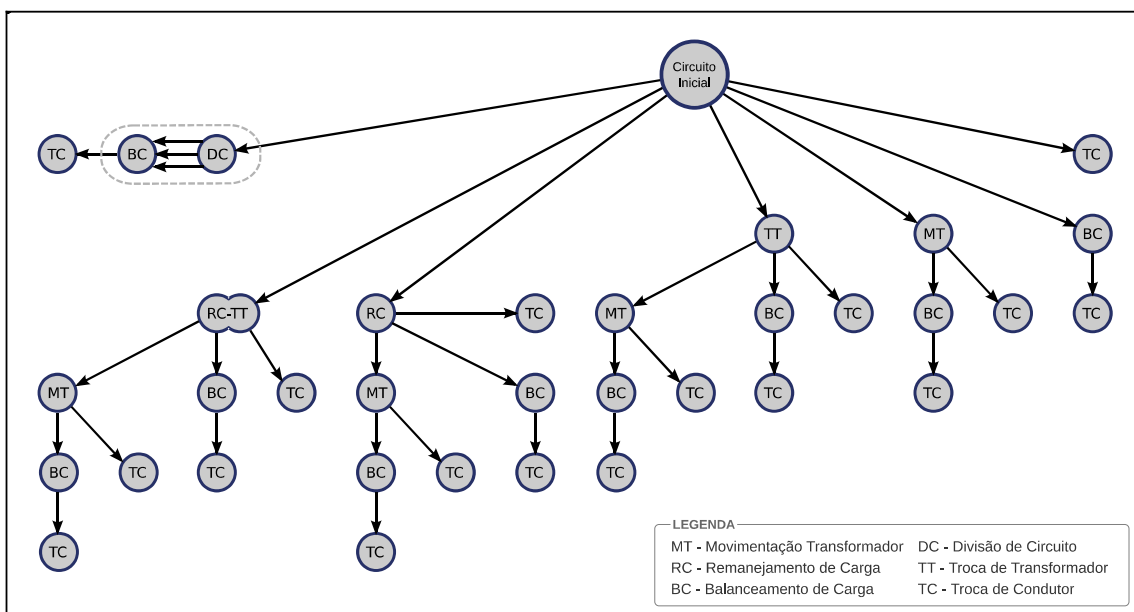
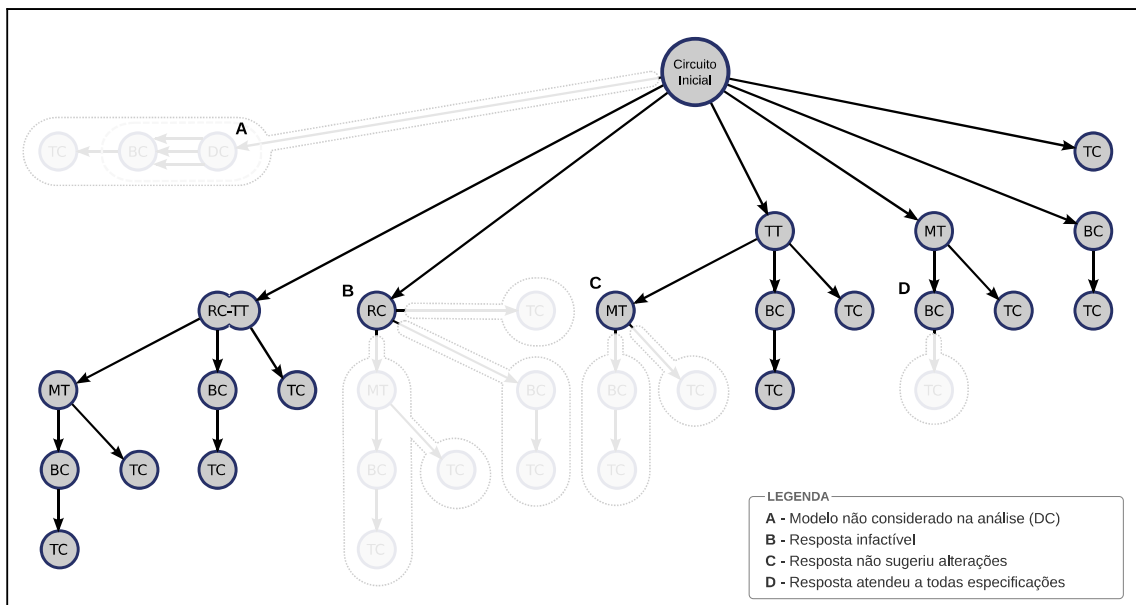


Figura 11 - Árvore de encadeamento de soluções

Note-se na árvore da Figura 11 a representação da obrigatoriedade da execução dos balanceamentos após a divisão de circuito, como também a possível execução integrada da troca de transformador no modelo de remanejamento de carga. Assim, para explorar todas as soluções estima-se resolver normalmente um total de 36 modelos matemáticos<sup>11</sup>.

Observa-se, no entanto, que nem sempre é necessário explorar cada um dos nós para obter todas as soluções viáveis. Soluções intermediárias podem atender às especificações exigidas e, assim, os modelos seguintes não precisam nem mesmo ser executados. Esta eliminação de ramificações conduz a uma poda na árvore de encadeamento, reduzindo o espaço de busca e o esforço computacional necessário para obtenção de soluções. Esta simplificação é representada na poda ilustrada na Figura 12, caso hipotético D.



**Figura 12 - Exemplos de simplificações na árvore de encadeamento de soluções**

A poda também pode ocorrer em caso de eventuais infactibilidades, como no remanejamento de carga para um circuito adjacente que possua quedas de tensão acima do índice exigido (Figura 12, caso hipotético B), ou caso o usuário final desabilite individualmente as intervenções que não deseje considerar (caso hipotético A).

Simplificações também podem ser feitas quando um modelo não sugere alterações. Nestes casos o resultado do modelo é dispensável, pois o circuito sugerido é o mesmo da solução imediatamente anterior. Sendo assim, os modelos seguintes não precisam ser executados, uma vez que existem execuções equivalentes em outros ramos paralelos. Por exemplo, considere-se a execução de TT seguida de MT, sendo que MT não sugere alterações.

<sup>11</sup> Para o caso da divisão de circuito partir de 2 circuitos, totalizando 3 balanceamentos posteriores obrigatórios.

Neste caso, a execução de TT-MT-BC não é necessária, dado que sua resposta seria a mesma de TT-BC. Este exemplo é ilustrado do caso hipotético C da Figura 12.

Ao fim da análise é possível que se tenha não apenas uma, mas várias soluções finais viáveis. Cada solução viável é obtida por meio da execução de um ou mais modelos. Através da composição das respostas individuais destes modelos é obtida a lista de alterações a executar no circuito original a fim de obter o respectivo circuito sugerido.

Tanto o custo total estimado para efetuar as alterações sugeridas quanto os aspectos técnicos do circuito corrigido (carregamento do transformador, quedas de tensão e balanceamento de cargas) devem ser usados como parâmetros para avaliar e comparar a qualidade das soluções apresentadas. Entende-se assim que não é exclusivamente o critério de custo que define a melhor entre as soluções finais, mas sim a combinação deste critério com outros fatores técnicos a serem analisados e ponderados pelo usuário final. Considerações a respeito das soluções finais obtidas em estudos de caso selecionados são apresentadas nos resultados da integração de modelos, seção 4.7.

## 3.7 IMPLEMENTAÇÃO

### 3.7.1 Modelos Matemáticos

Os modelos descritos no presente trabalho foram escritos em linguagem GMPL, própria do *solver* apresentado na seção 3.7.1.1, o GLPK. Para auxiliar o desenvolvimento destes modelos foi criada a interface de modelagem GUSEK, apresentada na seção 3.7.1.2.

#### 3.7.1.1 GLPK

Para solução dos modelos matemáticos adotou-se o GLPK – *Gnu Linear Programming Kit* (MAKHORIN, 2010), um *solver* livre para problemas PL e PLIM de larga escala. O *solver* conta com ampla e ativa comunidade de usuários e desenvolvedores, sendo parte integrante do projeto GNU – um dos referenciais precursores do conceito de *software* livre (FREE..., 2010).

A implementação do GLPK é baseada nos métodos *simplex* revisado e *primal-dual* de pontos interiores para problemas PL e *branch-and-cut* para problemas PLIM, incluindo algoritmos e heurísticas auxiliares como escalonamento e *presolve* (MAKHORIN, 2010). O *solver* pode ser utilizado nativamente, como biblioteca ou executável, em plataformas diversas como Linux i386 e Windows 32 bits, sendo capaz de interpretar modelos em diversas linguagens, como MPS<sup>12</sup>, CPLEX LP<sup>13</sup> e GMPL. A GMPL (*GNU MathProg Language*), originalmente formulada com base na AMPL (FOURER, GAY e KERNIGHAN, 1990), permite descrever algebricamente modelos matemáticos para o GLPK utilizando recursos avançados como notação de laços e somatórios, pré e pós processamento e consultas a bancos de dados (MAKHORIN, 2010). Estas características incentivaram a adoção da linguagem GMPL para desenvolvimento dos modelos matemáticos do presente trabalho.

---

12 MPS: Formato matricial desenvolvido pela IBM na década de 1960, amplamente utilizado para solução e intercâmbio de problemas por pacotes de programação matemática (MAKHORIN, 2010, p. 191).

13 CPLEX LP: Formato desenvolvido na década de 1980 para entrada do *solver* CPLEX. Embora menos difundido que o MPS, adota notação por equações de forma mais compreensível para desenvolvimento de modelos de programação matemática (MAKHORIN, 2010, p. 204).

### 3.7.1.2 GUSEK

Apesar dos inúmeros recursos, até o início de 2008 o GLPK falhava em dois pontos importantes para sua adoção por usuários menos especializados: (a) não disponibilizava executáveis pré-compilados para a plataforma Windows, sendo que o pacote incluía somente o código fonte do programa e da documentação; e (b) não contava com um ambiente amigável para desenvolvimento de modelos, oferecendo (após compilado pelo usuário) apenas um aplicativo restrito à execução em linha de comando.

Estas carências acabaram por incentivar o desenvolvimento de um ambiente de modelagem matemática PL/PLIM customizado para uso do *solver*, contribuição adicional do presente trabalho: o GUSEK, *GLPK Under SciTE Extended Kit* (BETTONI, 2010). A interface do GUSEK é ilustrada na Figura 13.

```

Z:\Pendrive\Disserata\newmods\BC2.mod * Gusek [1 of 4]
File Edit Search View Tools Options Language Buffers Help
1 BC2.mod * 2 BC2.dat 3 BC.err 4 toogle.txt
62  ## Variaveis
63  var bl:='Balanceamento', >=0, <=1;
64  var rbl:='Relaxacao do Balanceamento', >=0, <=1;
65  var cp:='Conexao Proposta' {Us,Fs}, binary;
66  var p:='Poste a Operar' {Fs}, binary;
67  var qm:='Queda Maxima (%)', >=0, <=1;
68  var rqm:='Relaxacao Queda Maxima', >=0, <=1;
69  var ci:='Corrente Individual' {Fs,Fs};
70  var ca:='Corrente Acumulada' {Fs,Fs};
71  var qi:='Queda Tensao Individual (V)' {Ps,Fs};
72  var qa:='Queda Tensao Acumulada (%)' {Ps,Fs};
73
74  ## Funcao Objetivo
75  minimize FO:
76  --> sum{u in Us, f in Fs} (cp[u,f]-cp[u,f]*cIn[u,f])
77  --> + (1-0.99*pQt) * (-bl/100)
78  --> + (0.01+0.99*pQt) * (qm/10)
79  --> + (rbl/0.005) + (rqm/0.001)
80  -->;
81
82  ## Restricoes
83
84  # R01: Linearizacao da equacao de balanceamento de cargas
85  subj to R3_Eqb1{k in 1..nRB}:
86  --> if k*6/nRB in {1..6} then # equacao simplificada (retas perpe
87  --> (-1)^(k*6/nRB) * ((-1/2)*dTS
88  --> + (3/2)*sum{f in Fs,u in Us: f=1+(-k mod 3) and nF
89  --> else # equacao geral das retas
90  --> sum{f in Fs,u in Us:nFU[u]!=0}
91  --> (cp[u,f]*dU[u]/nFU[u])
92  --> * round(cos(k*2*cPi/nRB + aTF[f]), 7)
93  --> <= (-bl)*dTS;
+ 1984: >>>>> 2.004445481e+000 >= 1.737676
Cuts on level 13: gmi = 1;
+ 2009: >>>>> 2.004332563e+000 >= 1.770110
+ 2182: mip = 2.004332563e+000 >= tree
INTEGER OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used: 2.6 secs
Memory used: 2.9 Mb (3015181 bytes)
- Execuciao Priorizando Queda de Tensao Minima
Queda de Tensao Maxima Solicitada: 5.000 %
Queda de Tensao Maxima Final: 4.428 %
Violacao Queda de Tensao Maxima: 0.000 %
Balanceamento Inicial, nao Linear: 92.851 %
Balanceamento Solicitado: 95.000 %
Balanceamento Final, Linear: 95.223 %
Violacao de Balanceamento: 0.000 %
Numero de Trocas Sugeridas: 2
Custo Total Estimado (R$): 90.00
Consum. A B C Codigo Poste Codigo
-----
25 1 0 -1 25 6 6
95 1 -1 0 95 33 33
-----
Queda Tensao FaseA FaseB FaseC
-----
Poste 11 4.126 3.537 3.501
Poste 14 3.770 3.254 4.404
Poste 15 3.854 2.978 3.802
Poste 22 1.254 3.606 4.278
Poste 25 1.168 3.328 3.991
Poste 26 1.251 3.286 3.761
Poste 28 0.690 0.851 0.786
Poste 31 0.911 1.518 0.807
Poste 35 4.426 4.428 1.150
Poste 39 1.720 3.976 3.384
-----
QT Maxima 4.426 4.428 4.404
Poste 35 35 27
Model has been successfully processed
>Exit code: 0 Time: 2.857
  
```

Figura 13 - GUSEK, ambiente de desenvolvimento de modelos para GLPK

Por meio de uma interface simples, baseada no código do editor livre SciTE (HODGSON, 2010), o GUSEK permite realizar o desenvolvimento de modelos em todas as linguagens nativamente suportadas pelo GLPK, em especial a GMPL. O programa foi concebido de forma a permitir que seja copiado livremente para máquinas Windows e



executado sem exigir permissões especiais. Diversos recursos comuns a interfaces de desenvolvimento são disponibilizados, como realce de sintaxe e identificação de erros de compilação, além de facilitadores para a execução do *solver*, conversão de modelos, exibição de resultados e uso de múltiplos arquivos de dados.

Os recursos desenvolvidos gradualmente no GUSEK permitiram adotá-lo como solução completa para modelagem matemática no presente trabalho. Após um ano de uso e testes contínuos, sob aval da equipe mantenedora do GLPK, o GUSEK foi disponibilizado publicamente<sup>14</sup> como *software* livre (BETTONI, 2010). O programa recebe atualizações e correções frequentes, normalmente após o anúncio de novas versões do GLPK. Recentemente o GUSEK serviu de base para um projeto inicial de interface de modelagem oficial do *solver*, o GLPK Lab, que pretende ser compatível com todas as plataformas suportadas pelo GLPK (MAKHORIN, SCHUCHARDT e BETTONI, 2010).

### 3.7.2 Integração de Modelos

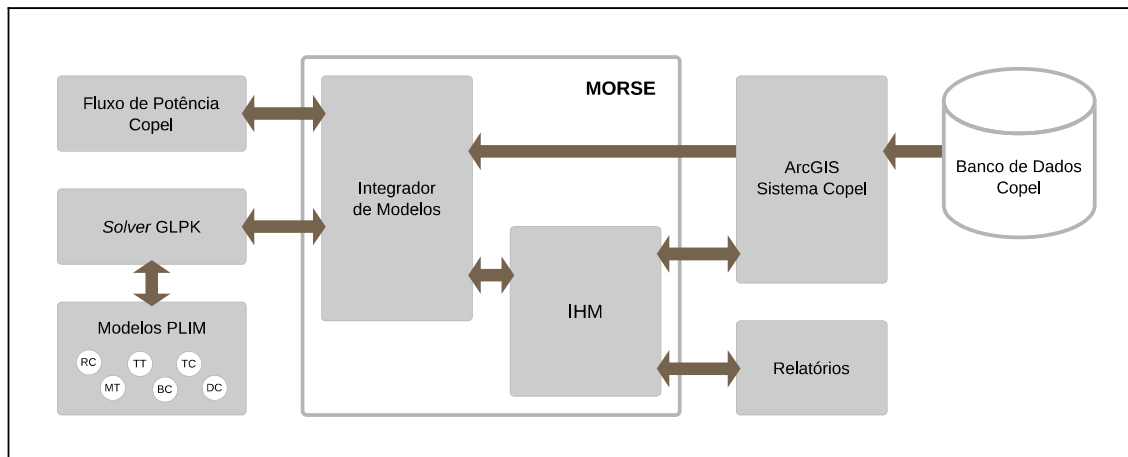
O integrador de modelos, implementação do método descrito na seção 3.6, é apresentado na seção 3.7.2.1. Seu desenvolvimento foi realizado de forma incorporada no MORSE, ferramenta de apoio a projetos de melhoria de rede apresentada na seção 3.7.2.2.

#### 3.7.2.1 Integrador de Modelos

O integrador de modelos corresponde à implementação computacional da lógica de integração de modelos descrita na seção 3.6. O integrador foi concebido como parte do núcleo da ferramenta MORSE (seção 3.7.2.2), conforme ilustrado no diagrama da Figura 14. Ambos foram desenvolvidos em C#, *Framework* .NET 2.0, utilizando Microsoft Visual Studio 2005. Os modelos matemáticos utilizados na integração, desenvolvidos em GMPL (seção 3.7.1), são resolvidos por meio das requisições do integrador à biblioteca dinâmica do *solver* GLPK (MAKHORIN, 2010).

---

14 O GUSEK é disponibilizado sob licença GPL no diretório SourceForge: <<http://gusek.sourceforge.net>>.



**Figura 14 - Integrador de modelos inserido na estrutura do MORSE**

O processamento das soluções inicia-se com a recuperação das características dos circuitos em análise a partir da base georreferenciada da Copel. Esta consulta é realizada pelo núcleo do MORSE, sendo passadas ao integrador por meio de estruturas de dados utilizadas para manipulação dos circuitos. Estas estruturas contêm a descrição topológica, parâmetros (como índice de balanceamento e tensões calculadas) e outros objetos associados ao circuito (como listas de postes e consumidores pertencentes), seja ele original ou um circuito de resposta.

O integrador resolve os modelos encadeados perfazendo uma busca em largura na árvore descrita na seção 3.6.2, adotando os critérios de poda sugeridos para reduzir o volume de processamento. A resolução de cada modelo é gerenciada pelo integrador através de chamadas à biblioteca do *solver*, utilizando informações extraídas da estrutura de dados do respectivo circuito de entrada. Cada modelo realiza um pós-processamento a fim de entregar como resposta apenas as informações relevantes, compostas de modo a caracterizar as alterações sugeridas. Estas informações são aplicadas pelo integrador a uma nova instância de estrutura de dados, cópia do circuito de entrada do modelo, obtendo assim um circuito de resposta com todos os registros de intervenções acumulados. Cada circuito de resposta tem seus índices validados por comparação aos obtidos pelos métodos de referência, como a ferramenta de cálculo elétrico da própria Copel (OLIVEIRA, 2008, p. 30), caracterizando-se como uma potencial solução viável para o circuito principal inicial. Por fim, as soluções viáveis são passadas ao núcleo do MORSE, sendo disponibilizadas na interface para análise do projetista de redes (vide seção 3.7.2.2).

### 3.7.2.2 MORSE

O MORSE (Módulo de Otimização para Apoio a Projetos de Melhoria de Rede Secundária) é uma ferramenta gráfica de apoio à tomada de decisão para projetos de melhoria de rede secundária, projeto documentado por Oliveira (2008, p. 69-70, 103-117). O aplicativo MORSE foi concebido como um módulo para ser integrado ao sistema de informação geográfica da Copel, baseado na tecnologia ESRI ArcGIS (ENVIRONMENTAL..., 2008).

O ambiente da ferramenta, ilustrado na Figura 15, permite selecionar os circuitos e intervenções a analisar, definir os parâmetros técnicos desejados e realizar configurações específicas correspondentes às opções dadas pelos modelos. As informações referentes aos circuitos analisados são extraídas diretamente da base georreferenciada da Copel e passadas para o integrador de modelos (seção 3.7.2.1). Após a resolução dos modelos os resultados são repassados ao núcleo do MORSE e disponibilizados para consulta e exibição gráfica. Análises detalhadas podem ser realizadas através dos relatórios que descrevem as características técnicas, financeiras e operacionais das soluções sugeridas.

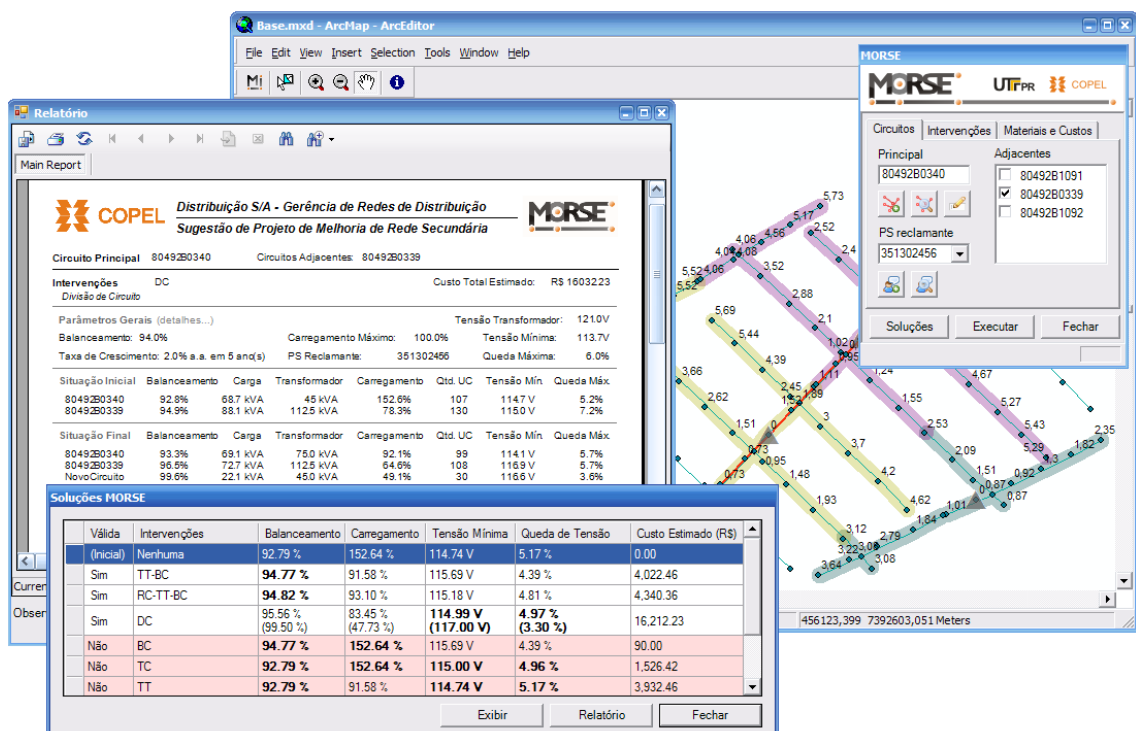


Figura 15 - Interface da ferramenta MORSE



## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta estudos de caso selecionados para demonstrar os modelos e o integrador de modelos propostos, analisando e validando os métodos descritos no capítulo anterior e suas respectivas implementações computacionais.

Os estudos utilizam dados de circuitos reais, extraídos da base georreferenciada da Copel, correspondendo a casos representativamente problemáticos da regional de Londrina – Paraná, ocorridos entre 2007 e 2008. As informações de equipamentos e procedimentos disponíveis para as intervenções, bem como suas características técnicas e respectivos custos médios<sup>15</sup>, foram levantadas e disponibilizadas pelos especialistas da Copel com base em dados históricos do respectivo período.

Os circuitos analisados são sumarizados e descritos na seção 4.1. Na sequência, seção 4.2, são apresentados os resultados do cálculo elétrico linear simplificado proposto (seção 3.1), incluindo considerações sobre os coeficientes de correção sugeridos nos modelos de balanceamento (seção 3.2.3) e troca de condutor (seção 3.3.1). As seções seguintes, 4.3 a 4.6, apresentam e discutem individualmente os resultados de cada um dos modelos aqui propostos (seções 3.2 a 3.5). Ao final, na seção 4.7, analisam-se os resultados apresentados pela integração dos modelos (seção 3.6).

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos em computador tipo IBM/PC com processador AMD Phenon II X4 3,4 GHz, 4 Gb de memória RAM DDR3 1600 MHz, chipset AMD 785G, sistema operacional Linux *kernel* 2.6.32 i686. Para resolução adota-se o *solver* GLPK v4.43 com todos os cortes (Gomory, MIR, *cover* e *clique*) e *presolver* habilitados.

### 4.1 CIRCUITOS ANALISADOS

Entre diversos estudos de caso efetivamente realizados, os circuitos apresentados aqui correspondem aos casos representativos, selecionados a fim de permitir uma análise significativa das características dos modelos e do integrador propostos.

Os dados básicos dos circuitos utilizados são sumarizados na Tabela 2, destacando os

---

<sup>15</sup> Por questão de confidencialidade os valores citados neste trabalho são apresentados em unidade monetária genérica (\$), mantendo apenas proporcionalidade com os valores originalmente estimados pelos especialistas.

índices que indicam problemas de balanceamento de cargas, carregamento de transformador e níveis de tensão. Os valores de referência, limites comumente adotados como padrões desejados pelos especialistas, são apresentados na primeira linha. Listam-se também circuitos adjacentes, eventualmente não problemáticos, utilizados como auxiliares nas análises dos modelos de divisão de circuito e remanejamento de carga. O agrupamento de circuitos para estes casos é indicado pela letra que precede o código do circuito, como em E0339 e E0340.

No Quadro 6 são listados os circuitos analisados, indicando as seções de resultados do presente Capítulo em que estes são utilizados.

**Tabela 2 - Situação inicial dos circuitos apresentados nos estudos de caso**

<b>Circuito</b>	<b>Balanceamento (%)</b>	<b>Máxima Queda de Tensão (%)</b>	<b>Carregamento (%)</b>	<b>Demanda (kVA)</b>	<b>Transformador (kVA)</b>	<b>Consumidores (n°)<sup>1</sup></b>	<b>Postes e Pontos (n°)</b>
<i>Referência</i>	$\geq 90$	$\leq 8$	$\leq 100$	-	-	-	-
A0319	93,9	11,95	126,0	94,5	75	126	31
B0390	84,8	8,85	131,9	59,3	45	133	22
C0758	91,8	10,05	136,1	61,2	45	129	42
D1091	87,4	6,08	57,0	42,8	75	80	20
E0339	94,9	7,24	78,3	88,1	112,5	130	42
E0340	92,8	5,17	152,6	68,7	45	107	39
F0404	97,6	3,92	173,5	52,1	30	77	28
F0425	86,7	8,88	138,5	41,6	30	68	41
G1023	78,6	2,59	31,4	14,2	45	24	11
G1024	92,4	9,31	118,9	53,5	45	17	9

1. Contabilizam-se como consumidores todos os pontos de demanda, inclusive iluminação pública.

<b>Circuito</b>	<b>Cálculo Elétrico</b>	<b>BC</b>	<b>TC</b>	<b>DC</b>	<b>RC</b>	<b>Integração de Modelos</b>
A0319	√	√	√			
B0390	√	√	√			
C0758	√	√	√			
D1091	√	√	√			
E0339	√			√	√	√
E0340	√			√	√	√
F0404				√	√	√
F0425				√	√	√
G1023						√
G1024						√

**Quadro 6 - Utilização dos circuitos nas seções de resultados**

As Figuras 16 a 19 apresentam a topologia dos circuitos conforme simbologia

descrita na seção 2.3.2. Quedas máximas em pontos extremos são apresentadas para referência. Os circuitos agrupados são representados lado a lado, utilizando numeração contínua de pontos, conforme sugerido na descrição da matriz de adjacência (seção 2.3.3).

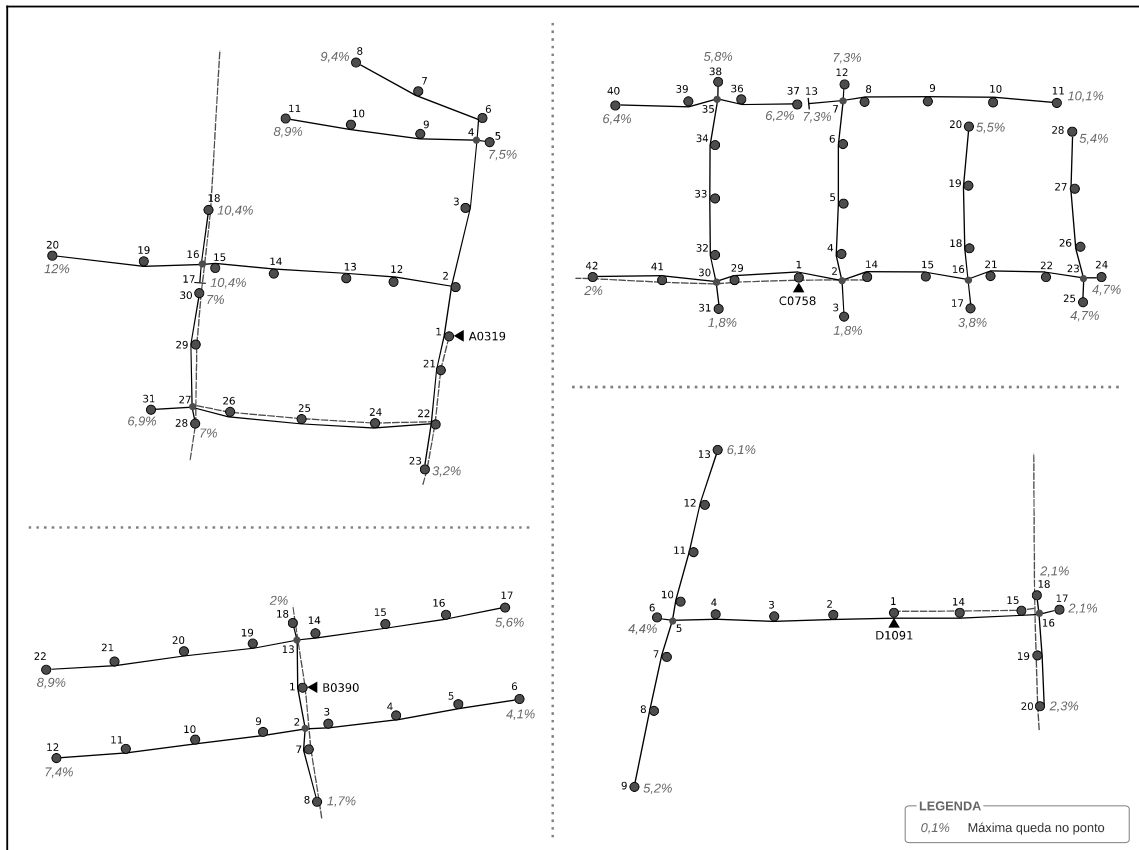


Figura 16 - Circuitos A0319, B0390, C0758 e D1091

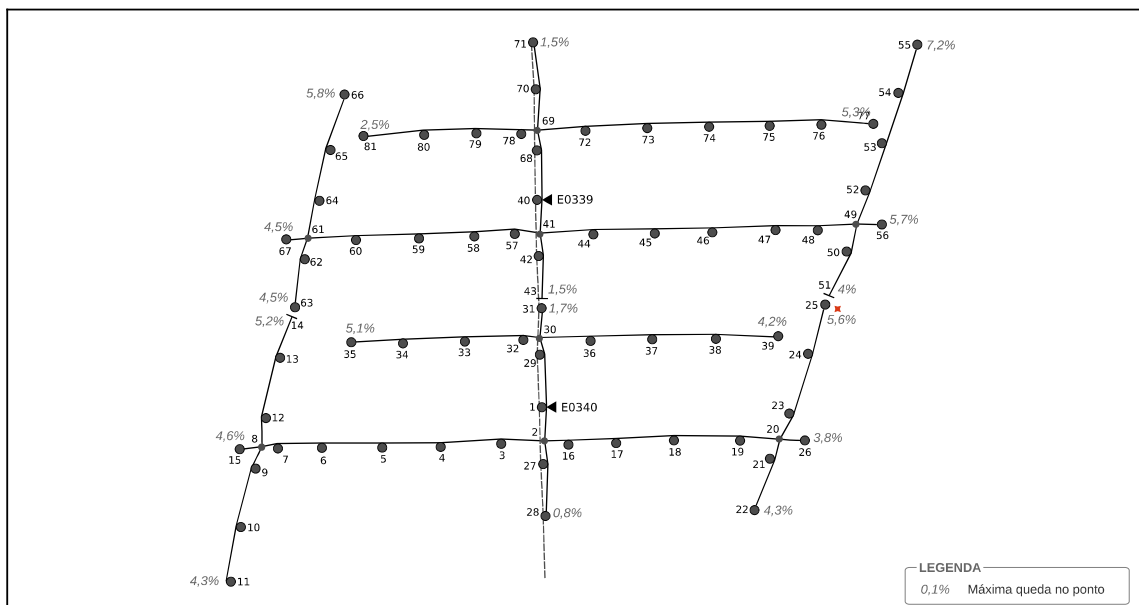


Figura 17 - Circuitos E0339 e E0340

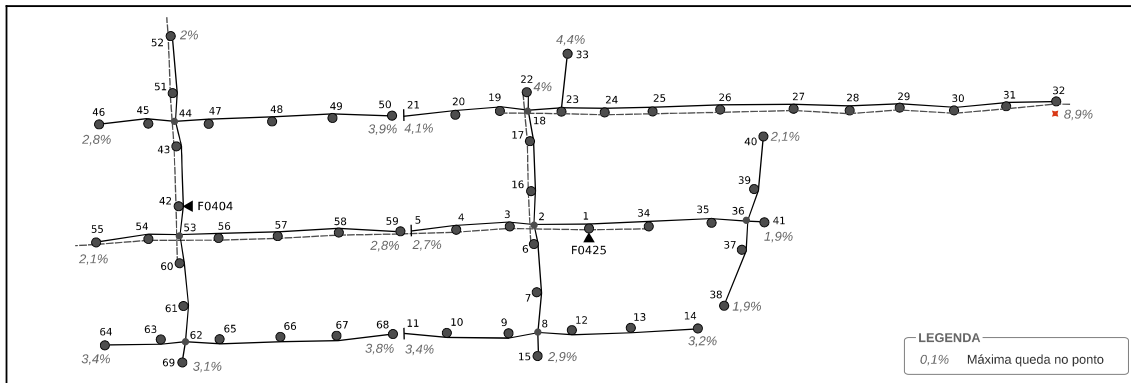


Figura 18 - Circuitos F0404 e F0425

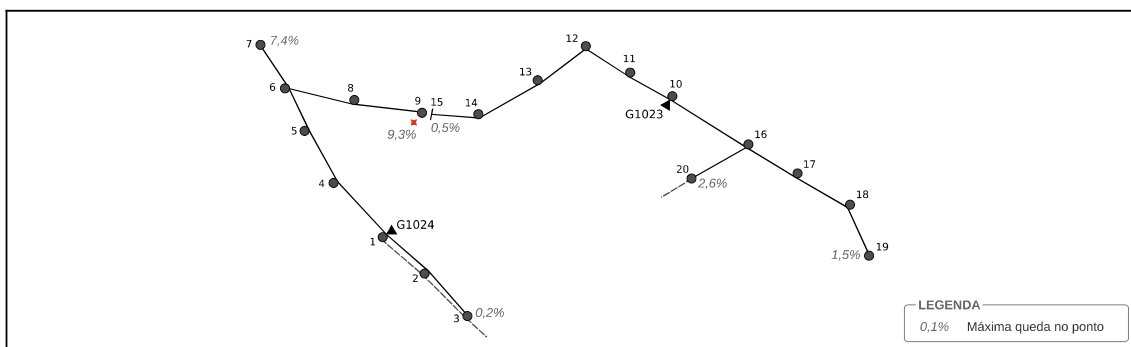


Figura 19 - Circuitos G1023 e G1024

## 4.2 CÁLCULO ELÉTRICO LINEAR SIMPLIFICADO

Para avaliação do cálculo elétrico linear simplificado apresentado na seção 3.1 foram realizados ensaios comparando os valores de quedas de tensão obtidos aos fornecidos pela ferramenta de cálculo elétrico adotada como referência, também baseada no método BFS (seção 2.4), aplicativo proprietário da Copel (OLIVEIRA, 2008, p. 30). Conforme indicado no Quadro 6, são analisados seis circuitos: A0319, B0390, C0758, D1091, E0339 e E0340.

Na Tabela 3 é realizado o comparativo das quedas máximas para as fases de cada circuito. Comparam-se os resultados do cálculo simplificado proposto (I) aos de duas execuções distintas da ferramenta de referência: a primeira com apenas uma iteração (II), similar a abordagem não iterativa proposta, e outra com múltiplas iterações (III), executada até a obtenção da convergência do método BFS. Na Figura 20 é apresentado um gráfico que sumariza as quedas mais significativas de cada circuito.



Tabela 3 - Quedas máximas por fase dos cálculos simplificado proposto e de referência

Circuito	Máxima Queda de Tensão (%)									Maior Erro Absoluto a partir de I <sup>1</sup>					
	I. Simplificado proposto			II. Referência com 1 iteração			III. Referência com convergência			II. Referência com 1 iteração			III. Referência com convergência		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
A0319	7,726	10,566	6,564	7,683	10,554	6,559	8,309	11,952	7,032	0,043	0,014	0,061	-0,583	-1,386	-0,468
B0390	8,085	3,978	2,536	8,080	3,976	2,520	8,849	4,145	2,518	0,021	0,015	0,041	-0,764	-0,167	0,115
C0758	2,721	5,456	9,091	2,717	5,416	9,083	2,654	5,708	10,053	0,013	0,041	0,008	0,130	-0,258	-0,962
D1091	2,815	5,731	3,774	2,813	5,728	3,771	2,852	6,078	3,868	0,003	0,003	0,007	-0,040	-0,347	-0,094
E0339	5,504	6,818	5,507	5,498	6,807	5,506	5,773	7,239	5,775	0,014	0,018	0,003	-0,278	-0,421	-0,268
E0340	3,472	4,918	4,931	3,456	4,917	4,931	3,568	5,131	5,175	0,016	0,003	0,005	-0,096	-0,213	-0,244

1. Apresentam-se os maiores erros entre os valores de tensão de todos os postes do circuito, não apenas dos sumarizados em II e III.

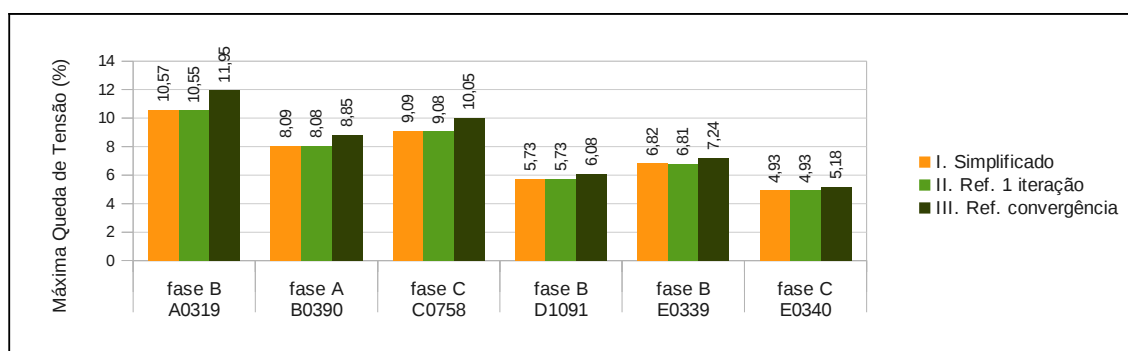


Figura 20 - Comparativo de quedas na pior fase com cálculo simplificado e de referência

Observa-se que os erros nas quedas de tensão entre o cálculo simplificado (I) e o de referência sob uma iteração (II) não são significativos. Na fase B do circuito A0319, por exemplo, a diferença entre os valores não atinge 0,02%, assim como nos outros circuitos e fases, indicando pouca interferência da aproximação por projeções adotada (Figura 5). Contudo, erros representativos são observados na comparação ao cálculo de referência de várias iterações (III), principalmente nos pontos de maior queda. Assim, na mesma fase B do circuito A0319 o valor da queda percentual dado pelo método simplificado é 1,3% menor que o de referência com convergência.

Estas quedas abaixo do valor de referência podem distorcer a ação das intervenções ao aparentar uma situação melhor do que a real, principalmente nas intervenções que exigem maior exatidão no cálculo. Esta observação levou à consideração de coeficientes de correção, aplicáveis principalmente nos modelos em que a topologia de rede é estática. No balanceamento de carga sugere-se um coeficiente único calculado em função do poste com maior queda de tensão (seção 3.2.3, eq. 45), enquanto na troca de condutor são adotados

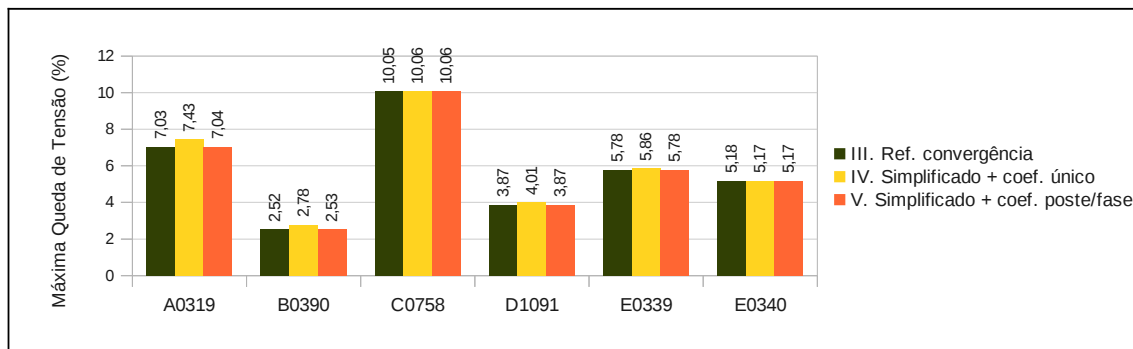
coeficientes individuais para cada poste e fase (seção 3.3.1, eq. 64). Na Tabela 4 são comparados resultados do cálculo de referência ao simplificado corrigido por cada uma destas abordagens.

**Tabela 4 - Quedas máximas do cálculo simplificado com coeficientes de correção**

Circuito	Máxima Queda de Tensão (%)									Maior Erro Absoluto a partir de III <sup>1</sup>					
	III. Referência com convergência			IV. Simplificado com coef. único			V. Simplificado com coef. poste e fase			IV. Simplificado com coef. único			V. Simplificado com coef. poste e fase		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
A0319	8,309	11,952	7,032	8,750	11,966	7,433	8,352	11,966	7,035	0,441	0,435	0,754	0,043	0,016	0,059
B0390	8,849	4,145	2,518	8,856	4,357	2,778	8,856	4,148	2,534	0,169	0,327	0,328	0,027	0,015	0,040
C0758	2,654	5,708	10,053	3,010	6,036	10,057	2,657	5,750	10,057	0,415	0,390	0,332	0,012	0,042	0,014
D1091	2,852	6,078	3,868	2,988	6,084	4,006	2,855	6,084	3,870	0,139	0,094	0,145	0,005	0,006	0,009
E0339	5,773	7,239	5,775	5,855	7,253	5,858	5,782	7,253	5,779	0,103	0,142	0,156	0,014	0,020	0,004
E0340	3,568	5,131	5,175	3,643	5,161	5,174	3,583	5,134	5,174	0,092	0,087	0,080	0,015	0,004	0,006

1. Apresentam-se os maiores erros entre os valores tensão de todos os postes do circuito, não apenas os sumarizados em IV e V.

De maneira geral observa-se a redução dos erros pelas correções por coeficiente único e por poste e fase (IV e V), aproximando o cálculo simplificado do cálculo de referência (III). No gráfico da Figura 21 apresentam-se as quedas dos cálculos corrigidos para o de referência, considerando apenas a fase C de cada circuito.



**Figura 21 - Comparativo de quedas na fase C com cálculo simplificado corrigido**

O coeficiente único (IV) corrige principalmente o valor da queda máxima, uma vez que é dado pelo poste de pior caso. Assim, ambas as correções apresentam quedas máximas idênticas na pior fase, como a queda de cerca de 10,1% do circuito C0758. No entanto, o coeficiente único (IV) tende a estimar valores ligeiramente maiores para as quedas em outros pontos, como o indicado pelo erro de 0,75% na fase C do circuito A0319, enquanto a correção

por poste e fase (V) apresenta erro de apenas 0,06%. De forma geral, observou-se que a correção por poste e fase (V) produz resultados com erros efetivamente pouco significativos, equiparando-se ao cálculo de referência.

O cálculo dos coeficientes de correção implica efetuar e comparar, antes da solução do modelo, a execução de dois cálculos elétricos (o simplificado e o de referência). Como o cálculo destes coeficientes é nodal e baseado no circuito original, dependendo da natureza das alterações sugeridas os coeficientes tendem a compensar os erros com menos fidelidade. Considerando-se também os custos computacionais adicionais e as incertezas dos valores estimados de demanda, cabe pensar a tolerância que se pode admitir nos erros da simplificação do cálculo antes de adotar o uso dos fatores de correção.

Conforme apontado na descrição de cada modelo matemático (seções 3.2 a 3.5), os parâmetros e as restrições de cálculo elétrico propostos permitem configurar individualmente propriedades do cálculo e fatores de correção. Avaliando as características das intervenções e dos respectivos modelos propostos, recomenda-se adotar as seguintes práticas (utilizadas, inclusive, na obtenção dos resultados das seções seguintes):

- **Balanceamento de Carga:** Cálculo elétrico linear simplificado por poste e fase considerando a tensão de neutro, dada a relevância do valor das quedas na competição com o índice de balanceamento. Recomenda-se o uso do coeficiente de correção global baseado no pior poste, dado que (1) o modelo efetua a minimização apenas da máxima entre as quedas e (2) a correção da queda individual por poste e fase tende a ser distorcida pelas alterações nas demandas das fases, corrompendo a relação com coeficientes baseados no circuito original;
- **Troca de Condutor:** Cálculo elétrico linear simplificado por poste e fase, considerando tensão de neutro. Recomenda-se o uso do coeficiente de correção individual por poste e fase, dado que (1) as sugestões do modelo são muito sensíveis aos valores das quedas e (2) a atuação da intervenção não implica alterações nas demandas, preservando a relação com o coeficiente baseado no circuito original;
- **Divisão de Circuito:** Cálculo elétrico linear simplificado por poste, considerando somente a média das fases (e desconsiderando assim a tensão de neutro) em função do custo computacional do modelo e da execução posterior do balanceamento (responsável por amenizar as diferenças entre fases). Recomenda-se não adotar coeficientes de correção tanto pela adoção do já simplificado cálculo elétrico pela média, quanto pela reconfiguração topológica (e reposicionamento de cargas e fontes) que corrompe completamente a relação com coeficientes baseados no circuito

original;

- **Remanejamento de Carga:** Cálculo elétrico linear simplificado por poste e fase considerando a tensão do neutro, dada a importância de preservar os índices dos circuitos adjacentes. Recomenda-se não adotar coeficientes de correção pela reconfiguração topológica (e reposicionamento de cargas) que corrompe completamente a relação com coeficientes baseados no circuito original.

### 4.3 BALANCEAMENTO DE CARGA (BC)

Para analisar os resultados do modelo de balanceamento de carga proposto na seção 3.2 são apresentados estudos de caso utilizando quatro dos circuitos descritos na seção 4.1: A0319, B0390, C0758 e D1091. Estes dois últimos correspondem aos mesmos casos analisados por Oliveira (2008, p. 73-81), aqui apresentados como base de comparação.

Primeiramente avaliou-se a validade da formulação linear aproximada proposta para o balanceamento. Para tanto o índice de balanceamento inicial dos circuitos foi comparado entre o dado pela formulação de referência, não linear (eq. 20, 21 e 22), e o dado pelo modelo linearizado, com variados números de retas. Os resultados são apresentados na Tabela 5.

**Tabela 5 - Índices de balanceamento da formulação linear proposta e de referência**

Circuito	I. Balanceamento Não Linear (%)	II. Linearização 6 retas		III. Linearização 12 retas		IV. Linearização 36 retas	
		Balanceamento (%)	Erro (II-I)	Balanceamento (%)	Erro (III-I)	Balanceamento (%)	Erro (IV-I)
A0319	93,906	94,224	0,318	94,027	0,121	93,908	0,002
B0390	84,848	84,858	0,010	84,858	0,010	84,858	0,010
C0758	91,834	91,940	0,106	91,940	0,106	91,834	0,000
D1091	87,440	87,447	0,007	87,447	0,007	87,447	0,007

Observa-se que de forma geral o erro apresentado pelos valores do balanceamento linearizado não foi significativo, indicando a validade da formulação proposta. Os índices da linearização em 6 retas para os circuitos C0758 e D1091 coincidem com os descritos por Oliveira (2008). Nota-se que o aumento do número de retas implica melhor aproximação nos casos em que o vetor de desequilíbrio encontra-se nas áreas próximas às intersecções das retas (como em  $R'$ , na Figura 6), fato observado na redução dos erros dos circuitos A0319 e C0758

para aproximação com 12 e 36 retas.

Para análise do comportamento e das trocas de fase sugeridas pelo modelo de balanceamento foram realizados oito testes distintos com os circuitos analisados. A situação inicial dos circuitos, os parâmetros dos testes e os resultados são sumarizados na Tabela 6.

Como padrão adota-se o fator de correção de cálculo elétrico único (vide seção 4.2) em todos os circuitos, assim como o balanceamento linearizado em 12 retas ( $nRB=12$ ) e a priorização da melhoria do balanceamento ( $pQt=0$ ), salvo indicação contrária. Os testes I e II são realizados com limites relaxados de balanceamento e máxima queda de tensão, mas forçando a realização de 1 e 2 trocas, respectivamente. Desta forma é evidenciada a melhoria progressiva do balanceamento ao se aumentar o número de trocas. Estes testes iniciais têm por objetivo estabelecer comparação com os estudos de caso apresentados por Oliveira (2008), observando que os valores obtidos de balanceamento são praticamente idênticos. Comparando, por exemplo, o balanceamento do circuito D1091 com a situação inicial (Tabela 5) nota-se que o índice evolui de 87,4% para 91,3% com uma troca de fase de consumidor, chegando a 94,8% ao se realizar 2 trocas, exatamente como descrito por Oliveira.

A única exceção ocorre no circuito C0758, teste II, que aponta um balanceamento de 97,2%, valor 0,3% abaixo do resultado de Oliveira. Esta diferença não ocorre no teste VII, teste similar a II mas com apenas 6 retas (em vez de 12), assim como no modelo de Oliveira. Segundo o próprio Oliveira, neste caso o valor de referência dado pelo sistema da Copel é de 97,1%, mais próximo do resultado do teste II (12 retas). Assim, ao fazer uso de um maior número de retas o modelo proposto apresenta um valor mais próximo do validado, confirmando a melhora da exatidão proporcionada.

No teste III são exigidos os limites usuais (vide Tabela 2) para balanceamento e quedas de tensão. Em todos os estudos estes parâmetros foram atendidos e melhorados, destacando-se a solução dos problemas da situação inicial de todos os circuitos: balanceamento nos circuitos B0390 e D1091, quedas de tensão nos circuitos A0319, B0390 e C0758. Exemplificando: o circuito B0390 apresentava inicialmente problemas de balanceamento ( $84,9\% < 90\%$ ) e queda de tensão ( $8,9\% > 8\%$ ), mas com a execução de 3 trocas de fase de consumidores foi capaz de atender às especificações (91,4% e 6,3%, respectivamente). O circuito D1091 tem seu problema de balanceamento melhorado com apenas uma troca, passando de 87,4% para 91,2% de equilíbrio. Já o circuito A0319, cujo problema se resumia à elevada queda de tensão (12,0%), precisou de 4 trocas de fase para atender ao limite exigido, atingindo pouco menos de 8% de queda.

Tabela 6 - Sumário dos testes do modelo de balanceamento de carga

Teste		Resultados				
Nº	Especificação <sup>1</sup>	Circuito:	A0319	B0390	C0758	D1091
Situação Inicial		Balanceamento (%)	93,906	84,848	91,834	87,440
		Máxima queda (%)	11,952	8,849	10,053	6,078
I	<i>b</i> IL = 80% <i>q</i> mU = 16% <i>n</i> RB = 12 <i>p</i> Qt = 0 <i>t</i> fL = <i>t</i> fU = 1	Número de trocas	1	1	1	1
		Balanceamento ( <i>bl</i> %)	97,414	87,007	94,733	91,269
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	11,344	7,514	9,777	6,084
		Número de iterações	105	94	142	80
		Custo computacional	0,13 s 1,9 Mb	0,15 s 1,7 Mb	0,18 s 2,2 Mb	0,05 s 1,3 Mb
II	<i>b</i> IL = 80% <i>q</i> mU = 16% <i>n</i> RB = 12 <i>p</i> Qt = 0 <i>t</i> fL = <i>t</i> fU = 2	Número de trocas	2	2	2	2
		Balanceamento ( <i>bl</i> %)	98,794	89,232	97,185	94,776
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	11,346	6,396	9,783	4,791
		Número de iterações	159	116	175	93
		Custo computacional	0,31 s 1,9 Mb	0,22 s 1,8 Mb	0,25 s 2,3 Mb	0,07 s 1,3 Mb
III	<i>b</i> IL = 90% <i>q</i> mU = 8% <i>n</i> RB = 12 <i>p</i> Qt = 0	Número de trocas	4	3	1	1
		Balanceamento ( <i>bl</i> %)	97,985	91,405	94,463	91,269
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	7,998	6,254	6,922	6,084
		Número de iterações	10.772	272	300	161
		Custo computacional	12,49 s 4,7 Mb	0,18 s 1,7 Mb	0,21 s 2,3 Mb	0,06 s 1,3 Mb
IV	<i>b</i> IL = 90% <i>q</i> mU = 8% <i>n</i> RB = 12 <i>p</i> Qt = 1 (III)	Número de trocas	4	3	1	1
		Balanceamento ( <i>bl</i> %)	97,810	91,001	94,463	90,428
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	7,919	5,422	6,922	4,431
		Número de iterações	11.680	514	300	161
		Custo computacional	14,21 s 4,8 Mb	0,92 s 1,8 Mb	0,21 s 2,3 Mb	0,06 s 1,3 Mb
V	<i>b</i> IL = 95% <i>q</i> mU = 7% <i>n</i> RB = 12 <i>p</i> Qt = 0	Número de trocas	6	5	2	2
		Balanceamento ( <i>bl</i> %)	98,588	95,576	96,874	94,776
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	7,642	5,398	6,927	4,791
		Número de iterações	153.113	331	557	168
		Custo computacional	211,57 s 26,3 Mb	0,19 s 1,7 Mb	0,86 s 2,4 Mb	0,06 s 1,3 Mb
VI	<i>b</i> IL = 95% <i>q</i> mU = 7% <i>n</i> RB = 12 <i>p</i> Qt = 0 <i>po</i> U = 2 (V)	Número de trocas	4	5	2	2
		Balanceamento ( <i>bl</i> %)	98,305	94,692	96,874	94,776
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	8,034	5,307	6,927	4,791
		Número de iterações	28.444	1.406	415	111
		Custo computacional	58,24 s 6,6 Mb	1,86 s 2,1 Mb	1,14 s 2,6 Mb	0,07 s 1,3 Mb
VII	<i>b</i> IL = 80% <i>q</i> mU = 16% <i>n</i> RB = 6 (II) <i>p</i> Qt = 0 <i>t</i> fL = <i>t</i> fU = 2	Número de trocas	2	2	2	2
		Balanceamento ( <i>bl</i> %)	98,794	89,232	97,501	94,776
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	11,225	6,271	9,783	4,791
		Número de iterações	138	102	151	60
		Custo computacional	0,18 s 1,8 Mb	0,07 s 1,6 Mb	0,20 s 2,2 Mb	0,06 s 1,2 Mb
VIII	<i>b</i> IL = 95% <i>q</i> mU = 7% <i>n</i> RB = 6 (V) <i>p</i> Qt = 0	Número de trocas	6	5	2	2
		Balanceamento ( <i>bl</i> %)	98,588	95,576	97,232	94,776
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	7,642	5,398	6,927	4,791
		Número de iterações	157.139	270	489	192
		Custo computacional	160,77 s 27,5 Mb	0,11 s 1,6 Mb	0,63 s 2,2 Mb	0,05 s 1,2 Mb

1. Parâmetros apresentados na seção 3.2.3.1 (*bl*: limite mínimo de balanceamento, *qmU*: limite máximo de queda de tensão; *nRB*: número de retas da linearização do balanceamento, *pQt*: priorizar melhorias na queda de tensão, *poU*: limite máximo de postes a operar trocas de fase, *t*fL e *t*fU: limites mínimo e máximo de trocas de fase).

O teste IV parte da mesma especificação de III, mas com priorização da melhoria da máxima queda de tensão. Notam-se diferenças significativas nos casos B0390 e D1091. Neste último, a sugestão de troca de fase em consumidores diferentes foi capaz de reduzir a queda de tensão de 6,1% (III) para 4,4% (IV). Contudo, o índice de balanceamento caiu de 91,2% (III) para 90,4% (IV), muito embora ainda atenda à especificação exigida de no mínimo 90%.

Para ilustrar melhor a diferenciação entre priorizar a melhoria do balanceamento ou da queda de tensão foi realizado um estudo complementar com o circuito B0390. Os gráficos da Figura 22 apresentam os resultados comparativos de 14 execuções do modelo para este circuito. Cada execução foi realizada estabelecendo apenas um número fixo de trocas (progressivamente, de 1 a 7), priorizando ora o índice de balanceamento ( $pQt=0$ ), ora o de queda de tensão ( $pQt=1$ ). Nota-se que, quanto maior o número de trocas sugerido, mais significativa torna-se a diferença entre priorizar ou não um índice. Contudo, as melhorias no circuito tendem a ser menos representativas a cada troca adicional, comportamento esperado dada a aproximação dos resultados aos limites viáveis de melhoria dos índices. Quanto maior for o número de trocas, maior é a gama de combinações possíveis e, conseqüentemente, maior a complexidade computacional. Essa complexidade foi constatada na comparação do caso de 7 trocas aos casos anteriores, observando-se regressões dos valores não priorizados causadas por instabilidade numérica durante a execução, além de maiores tempos computacionais.

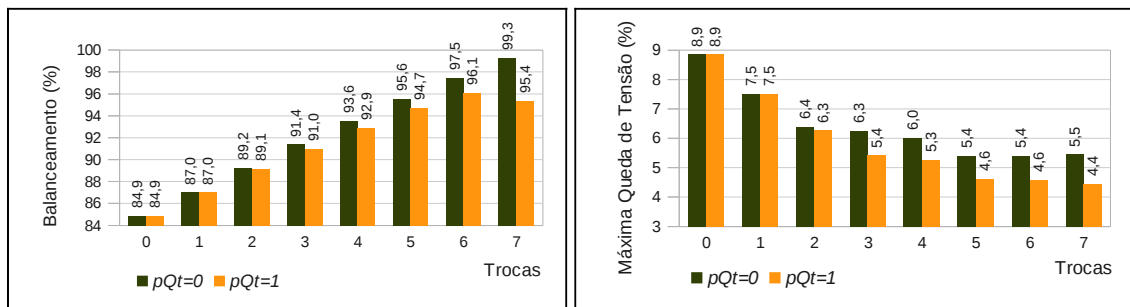


Figura 22 - Resultados do circuito B0390 sob diferentes priorizações

Retomando os resultados da Tabela 6, o teste V é realizado exigindo melhores índices de balanceamento (95%) e quedas de tensão (7%), a fim de comparar resultados com o teste III (90% e 8%, respectivamente). De maneira geral em todos os circuitos foram necessárias mais trocas do que em III, melhorando mesmo os índices que já eram atendidos. O circuito D1091, por exemplo, partindo de uma troca com balanceamento de 91,3% e queda máxima de 6,1% em III, aponta em V a melhora para índices de 94,8% de balanceamento e 4,8% de queda máxima ao efetuar duas trocas. Assim, mesmo que a situação em III já

atendesse ao limite de queda exigido em V ( $6,1\% < 7\%$ ), a troca adicional requerida pelo limite de balanceamento ( $91,3\% < 95\%$ ) surtiu melhora em ambos os índices, evidenciando a proposição do modelo: não só atender aos índices, mas sugerir a alteração que forneça os melhores índices para um mesmo número de trocas. Já o resultado do circuito A0319 no teste V apresenta queda de tensão acima do exigido ( $7,6\% > 7\%$ ), apesar das 6 trocas sugeridas. Esta violação, bem como o custo computacional significativo (cerca de 212 s e 26 Mb utilizados pelo *solver* durante a execução de 153 mil iterações), indica que a sugestão atingiu o limite de melhoria do circuito. No entanto, o uso da variável de relaxação da queda máxima (*rqm*, eq. 47) permite que, mesmo que a exigência não seja factível, ainda seja apresentada a melhor resposta possível.

O teste VI adiciona ao anterior a consideração operacional de que as trocas de fase dever ser concentradas em no máximo dois postes em campo ( $poU=2$ ). Para o circuito B0390 esta consideração implica redução dos índices de qualidade, embora mantendo-os acima do exigido. Assim, enquanto em V as 5 trocas provêm 95,6% de balanceamento, outro conjunto de 5 consumidores, concentrados em apenas dois postes, é sugerido em VI para realizar operação obtendo 94,7%, conforme ilustrado na Figura 23. Este valor, embora abaixo dos 95% solicitados, é aceito dada a tolerância estabelecida pelos coeficientes da função objetivo, conforme descrito na seção 3.2.3.2. A premissa adotada na determinação destas tolerâncias, em consonância com as recomendações dos especialistas, foi permitir pequenas relaxações caso se possa “economizar” uma troca. De toda forma, alterações nos pesos das violações na função objetivo, parcela (d) da equação (29), podem ser efetuadas caso se deseje tolerâncias mais restritas ou relaxadas. No caso específico do circuito A0319, a limitação do número de postes tornou a solução que já não atendia ao requisito de queda de tensão (7%, em V) ainda mais comprometida. Ainda assim, apresenta-se em VI a melhor solução viável, reduzida a apenas 4 trocas com queda de tensão final pouco acima dos 8%.

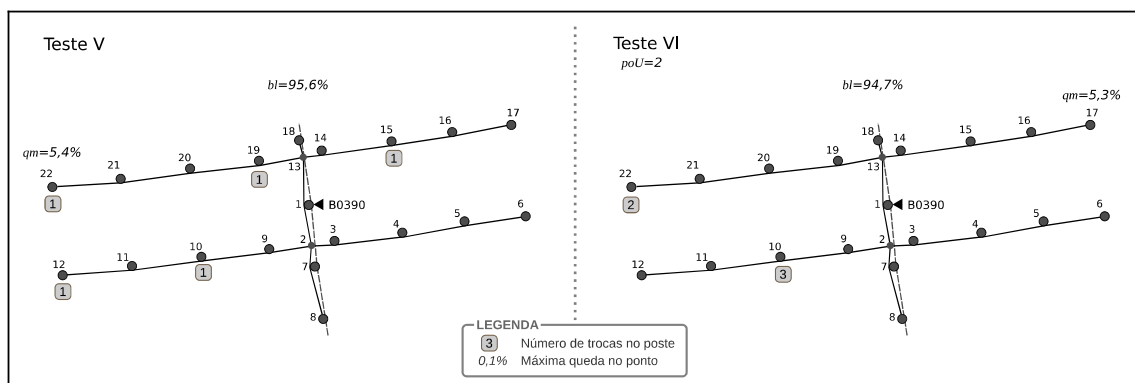


Figura 23 - Balanceamento de carga para o circuito B0390, testes V e VI



Os dois testes finais têm por objetivo indicar a melhora da exatidão do balanceamento proporcionada pelo aumento do número de retas na sua linearização. Observa-se na Tabela 6 que o circuito C0758 apresenta diferenças nos valores de balanceamento das soluções equivalentes, como já mencionado na comparação entre os testes II e VII. De forma similar, o teste V utiliza a linearização em 12 retas enquanto VIII utiliza apenas 6. Embora as sugestões de intervenção sejam idênticas, a execução com 6 retas apresenta um melhor valor de balanceamento (97,3% contra 96,9%), indicando um caso similar ao ilustrado pelo vetor de desbalanceamento  $R'$  (Figura 6). O valor de balanceamento calculado pela formulação de referência, não linear, corresponde aos mesmos 96,9% da linearização com 12 retas. Cabe observar que estas variações, embora pequenas, podem conduzir a resultados distorcidos em alguns casos.

Por fim, conforme esperado, observa-se que normalmente os custos computacionais são menores nas execuções com 6 retas. Em muitos casos a diferença não é significativa, sendo realmente sensível apenas em casos extremos, como nas exigências não realizáveis dos testes V e VII para o circuito A0319. Contudo, cabe pontuar a contribuição da simplificação da formulação para arestas perpendiculares aos eixos das fases, inequação (28), cuja melhora de desempenho pode ser observada nos resultados do teste complementar, Tabela 7.

**Tabela 7 - Teste de desempenho para simplificações de arestas perpendiculares**

Teste		Formulação Geral		Com Simplificação de Arestas Perpendiculares		
		6 retas	12 retas	6 retas	12 retas	
Circuito	Especificação					
A0319	$bIL = 95\%$ $qmU = 7\%$ $pQt = 0$	Número de iterações	244.585	253.030	157.139	153.113
		Tempo	332,21 s	433,61 s	160,77 s	211,57 s
		Memória	46,4 Mb	50,6 Mb	27,5 Mb	26,3 Mb
C0758	$bIL = 99\%$ $qmU = 6\%$ $pQt = 0$	Número de iterações	27.256	37.190	20.704	27.687
		Tempo	72,33 s	112,57 s	43,25 s	69,23 s
		Memória	11,6 Mb	15,3 Mb	9,2 Mb	10,9 Mb

Observa-se que a adoção da simplificação por arestas perpendiculares às fases reduz para cerca da metade o tempo de execução necessário, principal parâmetro de medida dos custos computacionais, seja para 6 ou 12 retas. Observam-se também reduções consideráveis no uso de memória e no número de iterações necessárias para resolução. Os resultados da linearização em 12 retas, comparados aos de 6 retas, indicam que a opção por exatidão no processamento dos modelos tende a exigir custos computacionais mais significativos, principalmente nos casos de maior complexidade. No entanto, casos como estes não são

frequentes na prática operacional, situação em que não é comum exigir índices muito acima dos normalmente praticados. Vale ressaltar que a natureza combinatória dos modelos matemáticos PLIM e métodos de busca e resolução do *solver* utilizado podem nem sempre corroborar com esta tendência, como indicado pela redução de iterações e do uso de memória na comparação de 6 para 12 retas no caso A0319.

#### 4.4 TROCA DE CONDUTOR (TC)

Para analisar os resultados do modelo de troca de condutor proposto na seção 3.3 são apresentados estudos de caso utilizando quatro dos circuitos descritos na seção 4.1, conforme indicado no Quadro 6: A0319, B0390, C0758 e D1091.

Cada circuito foi submetido a três testes distintos, primeiramente disponibilizando apenas condutores da mesma família dos instalados e solicitando o valor usual de 8% de queda máxima (I). A seguir exige-se o valor estrito de 4% de queda máxima (II) e, por fim, solicita-se novamente a queda máxima de 8%, mas disponibilizando cabos adicionais de outra família para substituição (III). As especificações e valores de instalação e retorno dos condutores utilizados nas execuções são apresentadas na Tabela 8. Para o cálculo elétrico são adotados coeficientes de correção por poste e fase, conforme descrito na seção 4.2. Os resultados dos testes são sumarizados na Tabela 9 e ilustrados na sequência.

**Tabela 8 - Características e valores de condutores**

Condutor	Descrição	Impedância ( $\Omega/\text{km}$ )		Valor Médio ( $\$/\text{m}$ )		Teste		
		Módulo	Ângulo	Instalação <sup>1</sup>	Retorno <sup>2</sup>	I	II	III
02A	02 AWG Alumínio	1,0154	19,70°	12,92	4,75	√	√	√
20A	2/0 AWG Alumínio	0,5722	33,53°	25,30	12,26	√	√	√
40A	4/0 AWG Alumínio	0,4232	44,85°	33,05	18,25	√	√	√
35Q	35 mm <sup>2</sup> Quadruplex Alumínio	0,9801	6,94°	15,65	9,72			√
70Q	70 mm <sup>2</sup> Quadruplex Alumínio	0,5093	12,84°	23,46	15,78			√
17Q	120(70) mm <sup>2</sup> Quadruplex Alumínio	0,3017	19,93°	29,90	20,76			√

1. Material, mão de obra e custos indiretos referentes à instalação dos novos trechos.

2. Valor estimado de retorno financeiro referente ao reaproveitamento de materiais removidos.

Tabela 9 - Sumário dos testes do modelo de troca de condutor

Teste		Resultados				
Nº	Especificação <sup>1</sup>	Circuito:	A0319	B0390	C0758	D1091
	Situação Inicial	Máxima queda (%)	11,952	8,849	10,053	6,078
I	$qmU = 8\%$ $Cd = \{02A, 20A, 40A\}$	Número de trocas	9	3	6	0
		Custo total estimado (\$)	5.605,91	1.579,92	2.693,00	0,00
		Máxima queda ( $qm$ %)	8,876	7,409	7,656	6,078
		Número de iterações	123	120	251	74
		Custo computacional	0,10 s 1,4 Mb	0,08 s 1,0 Mb	0,29 s 2,1 Mb	0,06 s 0,9 Mb
II	$qmU = 4\%$ $Cd = \{02A, 20A, 40A\}$	Número de trocas	9	14	20	11
		Custo total estimado (\$)	5.605,91	9.681,00	11.641,62	6.799,43
		Máxima queda ( $qm$ %)	8,876	4,178	4,608	3,947
		Número de iterações	123	89	208	69
		Custo computacional	0,10 s 1,4 Mb	0,06 s 1,0 Mb	0,27 s 2,1 Mb	0,05 s 0,9 Mb
III	$qmU = 8\%$ $Cd = \{02A, 20A, 40A, 35Q, 70Q, 17Q\}$	Número de trocas	6	3	6	0
		Custo total estimado (\$)	3.063,79	1.579,92	2.559,03	0,00
		Máxima queda ( $qm$ %)	7,837	7,409	7,910	6,078
		Número de iterações	232	286	496	82
		Custo computacional	0,15 s 1,6 Mb	0,14 s 1,2 Mb	0,80 s 2,4 Mb	0,04 s 0,9 Mb

1. Parâmetros apresentados na seção 3.3.1.1 ( $qmU$ : limite máximo de queda de tensão;  $Cd$ : condutores disponíveis para instalação).

No teste I são obtidos diferentes tipos de solução para cada circuito. Primeiramente, nota-se que para o circuito D1091 não são sugeridas alterações, uma vez que este inicialmente atende à queda máxima solicitada de 8%. O circuito A0319, maior queda de tensão inicial entre os circuitos analisados, sofre troca de 9 trechos de condutores sob um custo estimado considerável, mas ainda assim não atende à queda exigida ( $8,9\% > 8\%$ ). Isto indica que a atuação da intervenção no circuito já atingiu seu limite, não sendo possível resolver o problema no cenário exigido. Contudo, dadas as variáveis de relaxação de queda de tensão, em vez de reportar o resultado como infactível o modelo apresenta como resposta a melhor solução possível. Esta solução é ilustrada na Figura 24, sendo as bitolas dos condutores representadas por diferentes espessuras de linha, conforme indicado na legenda.

Ainda sobre a solução do circuito A0319 no teste I, observa-se que as substituições por condutores de maior bitola (menor impedância) são sugeridas em todos os trechos que levam desde o transformador até o poste 20, ponto de maior queda de tensão tanto na situação inicial quanto na final. Cabe notar que os trechos complementares que partem do poste com transformador, (1,2) e (1,21), sofrem substituição simultânea, conforme especificado na restrição (56). Os trechos cuja troca não contribuiria para reduzir a queda de tensão no ponto limitante, como (2,3) e (16,17), são preservados. Esta limitação de melhoria do circuito fica

ainda mais clara no teste II, em que é exigida uma queda muito inferior (4%) e a sugestão para o circuito permanece a mesma.

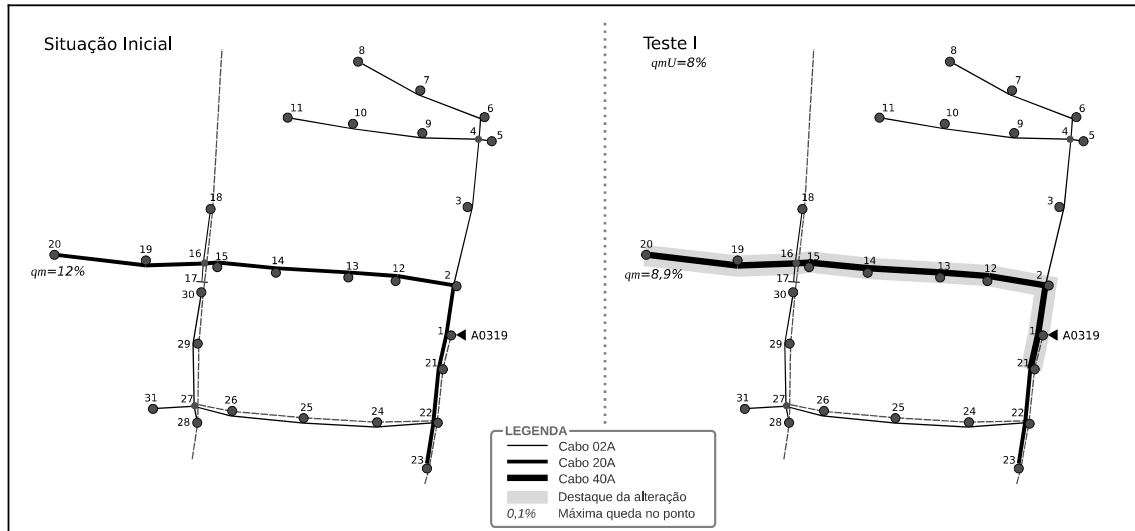


Figura 24 - Troca de condutor para o circuito A0319, teste I

Para os circuitos B0390 e C0758 os resultados do teste I indicam que é possível atingir o nível desejado de queda sob o custo de 3 e 6 substituições, respectivamente. No caso do circuito C0758 sugere-se a troca dos trechos que levam do poste 3 ao 12, conforme ilustrado na Figura 25, resultando em queda máxima de 7,7% no poste extremo 11. Embora não influenciem esta queda limite, os trechos de cruzamento aéreo (2,3) e (7,12) são substituídos conforme especificado na restrição (54).

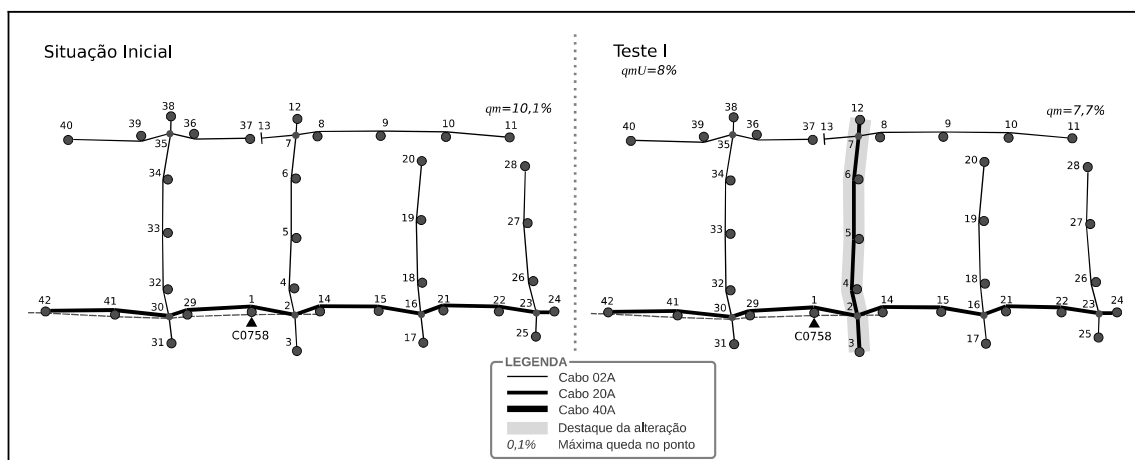


Figura 25 - Troca de condutor para o circuito C0758, teste I

No teste II praticamente todos os circuitos requerem várias trocas e elevados custos

na tentativa de atender à solicitação de 4% de queda máxima. O circuito D1091, inicialmente com queda máxima de 6,1%, é o único que consegue atender à exigência ( $3,9\% < 4\%$ ). Em B0390 e C0758, as quedas acima do índice solicitado apontam que, assim como A0319, foi atingida a condição limite da intervenção para os circuitos.

A solução sugerida para o circuito C0758 é apresentada na Figura 26. Neste caso, além das considerações sobre trechos contínuos no poste transformador e em cruzamentos aéreos, restrições (56) e (54), observa-se que o último trecho que leva ao poste crítico, trecho (10,11), não foi substituído – divergindo do esperado se considerada a queda ainda acima da exigida. O fato ocorre dada uma particularidade do cenário: a queda máxima de 4,6% ocorre na fase C do poste 11, onde não há consumidor conectado (o poste alimenta apenas iluminação pública, conectada às fases A e B). Assim, uma vez que a queda associada a este trecho e fase é nula, a substituição do trecho não se justifica por não melhorar a condição limite do circuito. Nota-se ainda que a troca de trechos como (14,15) e (30,32), embora não pertencentes ao caminho entre o transformador e o poste inicialmente com máxima queda, evita que um novo ponto de queda máxima se estabeleça em outros postes extremos, como 28 e 37. Assim como nas outras soluções apresentadas, observa-se a validade da restrição (53), elaborada para manter a redução gradual de bitolas.

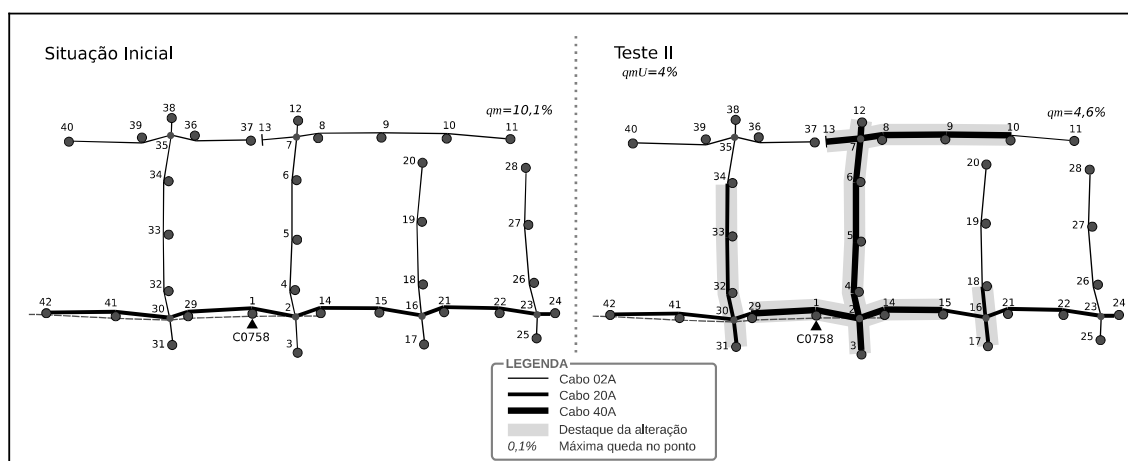


Figura 26 - Troca de condutor para o circuito C0758, teste II

No teste III é retomada a exigência usual de 8% de queda máxima. A inclusão de uma série de alternativas de cabos a instalar permite que o circuito A0319 reduza o número de trechos a trocar ( $6 < 9$ ) e o custo estimado associado (redução de 45%) se comparado ao resultado do teste I. A sugestão ainda é capaz de atender à queda máxima ( $7,8\% < 8\%$ ) estabelecida no poste 8, conforme Figura 27.

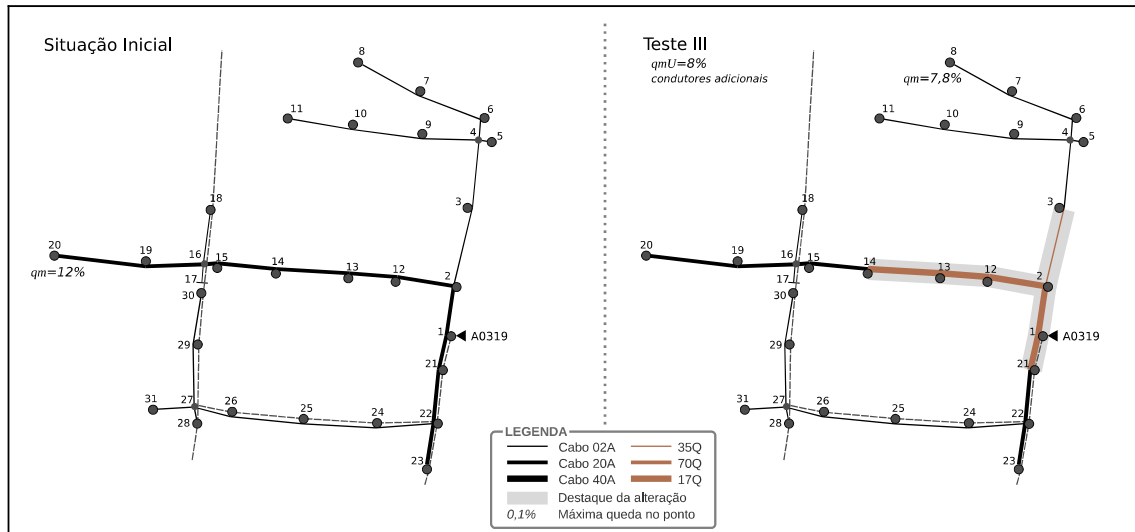


Figura 27 - Troca de condutor para o circuito A0319, teste III

O circuito C0758 preserva as mesmas 6 trocas do teste I para atender à queda máxima exigida ( $7,9\% < 8\%$ ) sob menor custo (redução de 5%) ao fazer uso de condutores e substituições de trechos diferentes, conforme Figura 28. Para o circuito B0390 o custo dos condutores adicionais não constitui vantagem, preservando-se a solução dada no teste I.

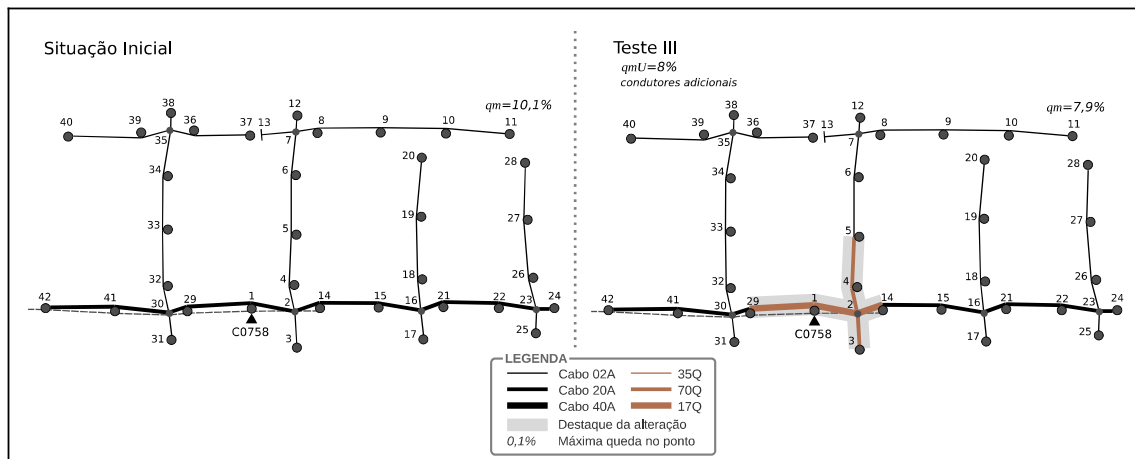


Figura 28 - Troca de condutor para o circuito C0758, teste III

Por fim, observa-se que os custos computacionais do teste III são notadamente mais altos que os demais, evidenciando o aumento de complexidade pela ampliação do conjunto de condutores disponíveis para instalação. Contudo, os recursos computacionais exigidos em todas as execuções são pouco significativos, com tempos inferiores a um segundo.

## 4.5 DIVISÃO DE CIRCUITO (DC)

Para analisar os resultados do modelo de divisão de circuito proposto na seção 3.4 são apresentados estudos de caso utilizando quatro dos circuitos descritos na seção 4.1, correspondendo aos seguintes conjuntos:

- Caso E, sendo E0340 o circuito principal e E0339 o adjacente;
- Caso F, sendo F0425 o circuito principal e F0404 o adjacente.

Para cada estudo de caso apresenta-se uma série de testes selecionados, formulados de acordo com as características dos circuitos envolvidos a fim de destacar resultados relevantes. Os transformadores utilizados e respectivos valores de instalação e movimentação são listados na Tabela 10. Os custos de operações de rede são apresentados na Tabela 11.

**Tabela 10 - Características e valores de transformadores para a divisão de circuito**

Transformador	Descrição	Valor Médio (\$)	
		Instalação <sup>1</sup>	Movimentação
15 kVA	Transformador Trifásico 15 kVA 13,8 kV 220/127 V	5.812,40	
30 kVA	Transformador Trifásico 30 kVA 13,8 kV 220/127 V	6.512,63	
45 kVA	Transformador Trifásico 45 kVA 13,8 kV 220/127 V	8.651,99	670,90
75 kVA	Transformador Trifásico 75 kVA 13,8 kV 220/127 V	11.218,65	
112,5 kVA	Transformador Trifásico 112,5 kVA 13,8 kV 220/127 V	12.994,95	

1. Material, mão de obra e custos indiretos, considerando custos estruturais, para instaurar um novo posto transformador.

**Tabela 11 - Valores das operações de conexão de rede**

Operação	Descrição	Valor Médio (\$)
Conexão	Conexão de pontos da rede, ligando um ponto de divisa ao respectivo poste	90,42
Seccionamento	Seccionamento de rede, criando um ponto de divisa para desligar um ramo do circuito	227,48
Faseamento	Operação de troca de conexão de fase de um consumidor	45,00

Salvo indicação em contrário, os testes adotam os padrões definidos na descrição do modelo de divisão de circuito, seção 3.4, acrescentando-se as seguintes considerações:

- Permite-se considerar a troca de transformadores entre circuitos, limitada ao máximo de uma troca ( $ptT=1$ ,  $ttU=1$ , eq. 89);
- Não é permitida a instalação de transformadores em postes extremos ( $pTe=0$ , eq. 81);

- A instalação do transformador do novo circuito deve ser feita em postes que estejam no máximo a três trechos de distância do reclamante ( $Pc$ , eq. 79);
- Os trechos a reconfigurar (alterar a orientação fonte/carga) são limitados àqueles que estejam no máximo a 15<sup>16</sup> trechos de distância do reclamante ( $maF$ , eq. 76);
- Os custos de conectividade são contabilizados de maneira parcial ( $ccR=1$ , eq. 91);
- Contabiliza-se a queda de tensão pela média entre as fases ( $cQM=1$ ,  $cQN=0$ , eq. 92);
- Após a divisão, conforme especificado na seção 3.4, cada circuito resultante é avaliado pelo modelo de balanceamento de carga (seção 3.2).

Os parâmetros e resultados dos testes realizados para os casos E e F são sumarizados nas Tabelas 12 e 13, respectivamente. Os resultados sugeridos são apresentados agrupados por caso, sendo ilustrados e discutidos a seguir.

Analisa-se inicialmente o estudo de caso E, circuitos E0340 e E0339. Pela situação inicial indicada na Tabela 12 percebe-se que o circuito principal E0340 apresenta um índice de carregamento do transformador acima de 150%. No teste I são solicitados os limites usuais para balanceamento (90%), quedas de tensão (8%) e carregamento (100%). A resposta do modelo é ilustrada na Figura 29. Observa-se a reestruturação dos circuitos através da desconexão nos trechos (18,19) e (45,46) e eliminação do ponto de divisa 51, unido ao poste 25. O transformador do circuito E0340 é alterado, substituindo o antigo de 45 kVA por outro de 75 kVA. O transformador removido é relocado para o novo circuito, sendo instalado no poste 50, a apenas um trecho do consumidor reclamante. Esta proximidade reduz a queda de tensão no poste do reclamante dos 5,2% para apenas 0,9%. Nesta reconfiguração o ponto de maior queda de tensão (7,2%) do circuito adjacente E0339, o poste 55, é estabelecido no novo circuito com apenas 2,7% de queda. As demandas são distribuídas entre os circuitos sugeridos, permitindo que o carregamento de cada transformador seja mantido em bons níveis. A topologia da rede distante do consumidor é preservada, conforme a premissa adotada na concepção do modelo (seção 3.4) por sugestão dos especialistas. Como os índices de balanceamento dos circuitos sugeridos pela divisão já são satisfatórios, não são sugeridas operações de troca de fase pelas execuções do modelo de balanceamento.

---

16 Valor adotado com base em testes preliminares e considerações dos especialistas.



Tabela 12 - Sumário dos testes do modelo de divisão de circuito para o caso E

Teste		Resultados			
Nº	Especificação <sup>1</sup>	Circuitos:	E0340	E0339	Novo
	Situação Inicial	Balanceamento (%)	92,8	94,9	-
		Máxima queda (%)	5,17	7,24	-
		Carregamento (%)	152,6	78,3	-
		Transformador (kVA)	45	112,5	-
<b>I</b>	<i>bL</i> = 90% <i>qmU</i> = 8% <i>ctU</i> = 100%	Balanceamento ( <i>bl</i> %)	93,3	96,5	91,8
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	4,97	5,73	3,30
		Carregamento (%)	83,5	64,6	47,7
		Transformador (kVA)	75	112,5	45
		Número de trocas (BC)	0	0	0
		Custo total estimado (\$)	12.434,93		
		Custo computacional <sup>2</sup>	7,54 s 6,2 Mb 13.608 iterações		
<b>II</b>	<i>bL</i> = 95% <i>qmU</i> = 5% <i>ctU</i> = 90%	Balanceamento ( <i>bl</i> %)	95,6	97,4	99,5
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	4,97	4,93	3,30
		Carregamento (%)	83,5	64,6	47,7
		Transformador (kVA)	75	112,5	45
		Número de trocas (BC)	1	3	1
		Custo total estimado (\$)	12.659,93		
		Custo computacional <sup>2</sup>	7,01 s 6,2 Mb 14.323 iterações		
<b>III</b>	<i>bL</i> = 95% <i>qmU</i> = 4% <i>ctU</i> = 85%	Balanceamento ( <i>bl</i> %)	95,1	98,9	95,2
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	3,89	4,81	3,95
		Carregamento (%)	83,5	60,0	59,3
		Transformador (kVA)	75	112,5	45
		Número de trocas (BC)	3	3	2
		Custo total estimado (\$)	12.794,93		
		Custo computacional <sup>2</sup>	1,57 s 6,0 Mb 2.942 iterações		
<b>IV</b>	<i>bL</i> = 90% <i>qmU</i> = 8% <i>ctU</i> = 100% <i>ptT</i> = 0	Balanceamento ( <i>bl</i> %)	92,5	93,8	91,3
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	4,74	5,72	2,59
		Carregamento (%)	114,6	73,6	75
		Transformador (kVA)	45	112,5	30
		Número de trocas (BC)	0	0	1
		Custo total estimado (\$)	7.058,01		
		Custo computacional <sup>2</sup>	1,37 s 6,1 Mb 2.596 iterações		
<b>V</b>	<i>bL</i> = 90% <i>qmU</i> = 8% <i>ctU</i> = 100% <i>cQM</i> = 0 <i>cQN</i> = 1 <i>Px</i> = {} <i>cfD</i> = 0 <i>cfE</i> = 0	Balanceamento ( <i>bl</i> %)	93,3	96,5	91,8
		Máxima queda ( <i>qm</i> %)	4,97	5,73	3,30
		Carregamento (%)	83,5	64,6	47,7
		Transformador (kVA)	75	112,5	45
		Número de trocas (BC)	0	0	0
		Custo total estimado (\$)	12.434,93		
		Custo computacional <sup>2</sup>	134,55 s 10,2 Mb 61.904 iterações		

1. Parâmetros apresentados na seção 3.4.1.1 (*bL*: limite mínimo de balanceamento, *qmU*: limite máximo de queda de tensão, *ctU*: Limite de carregamento máximo do transformador, *ptT*: Permitir a troca dos transformadores pré-instalados, *cQM*: considerar apenas queda de tensão média entre fases, *cQN*: considerar queda de tensão referente à corrente de neutro, *Px*: postes excluídos do cálculo elétrico, *cfD*: coeficiente de folga na diferença de queda em divisas, *cfE*: coeficiente de folga na queda de pontos extremos).

2. Considera-se que o modelo BC é avaliado individualmente na seção 4.3 e, desta forma, são apresentados apenas os custos computacionais referentes ao modelo DC.

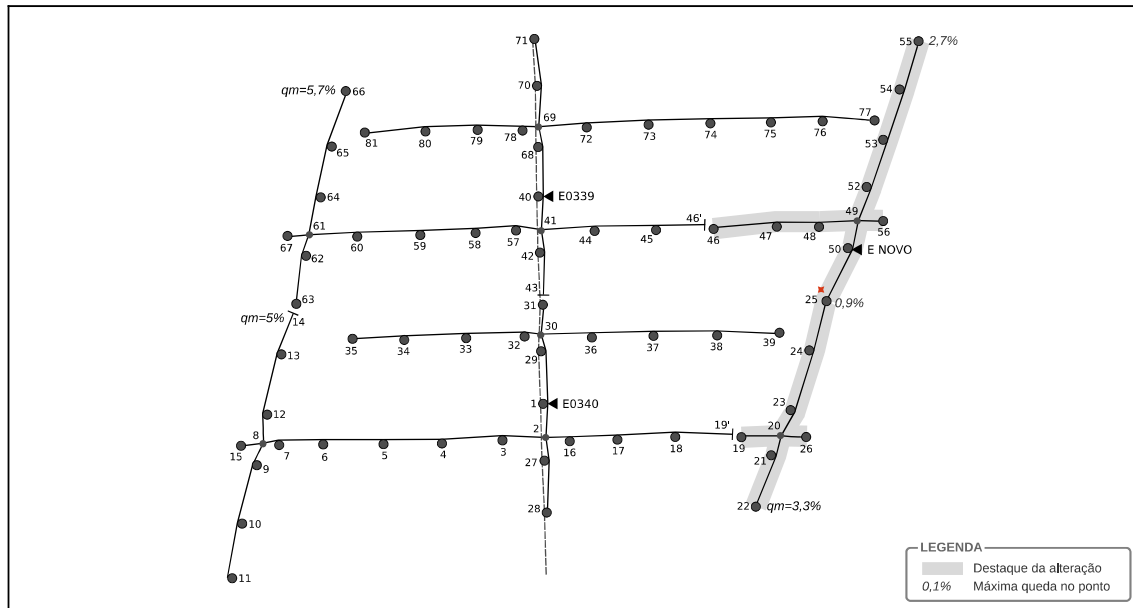


Figura 29 - Divisão de circuito para o caso E, teste I

No teste II os limites solicitados são mais estritos: balanceamento de 95%, quedas de tensão de 5% e carregamento de 90%. Conforme definido na especificação do modelo de divisão, seção 3.4.1, apenas os índices de quedas de tensão e carregamento são representativos para sua execução, sendo o balanceamento tratado em seguida pelo respectivo modelo. Os resultados dos circuitos no teste I já atendiam à exigência de carregamento, mas não de quedas de tensão (5,7% em E0339). Contudo, a simplificação do cálculo elétrico por quedas médias acaba distribuindo as quedas entre as fases e, assim, a sugestão do modelo de divisão mantém exatamente a mesma topologia sugerida no teste I. Assim, as execuções posteriores do balanceamento complementam a solução sugerindo trocas em todos os circuitos, terminando por atender a todos índices solicitados, como o de queda máxima no circuito E0339 ( $4,9\% < 5\%$ ) e de balanceamento no circuito novo ( $99,5\% > 90\%$ ).

O teste III solicita índices ainda mais severos de máxima queda de tensão (4%) e carregamento (85%). A solução difere da apresentada anteriormente ao separar o trecho (41,44) e sugerir o novo transformador no poste 48, a três trechos do reclamante, conforme ilustrado na Figura 30. A queda no poste do reclamante é maior que nas soluções anteriores (1,7%), mas ainda se mantém baixa. Como o circuito novo recebe mais carga do que nos resultados dos testes I e II, considerando também o aumento do número de trocas sugeridas pelo balanceamento, as quedas de tensão dos circuitos ficam próximas do índice exigido de 4%, salvo o circuito E0339 com queda máxima de 4,8% em poste distante do reclamante.

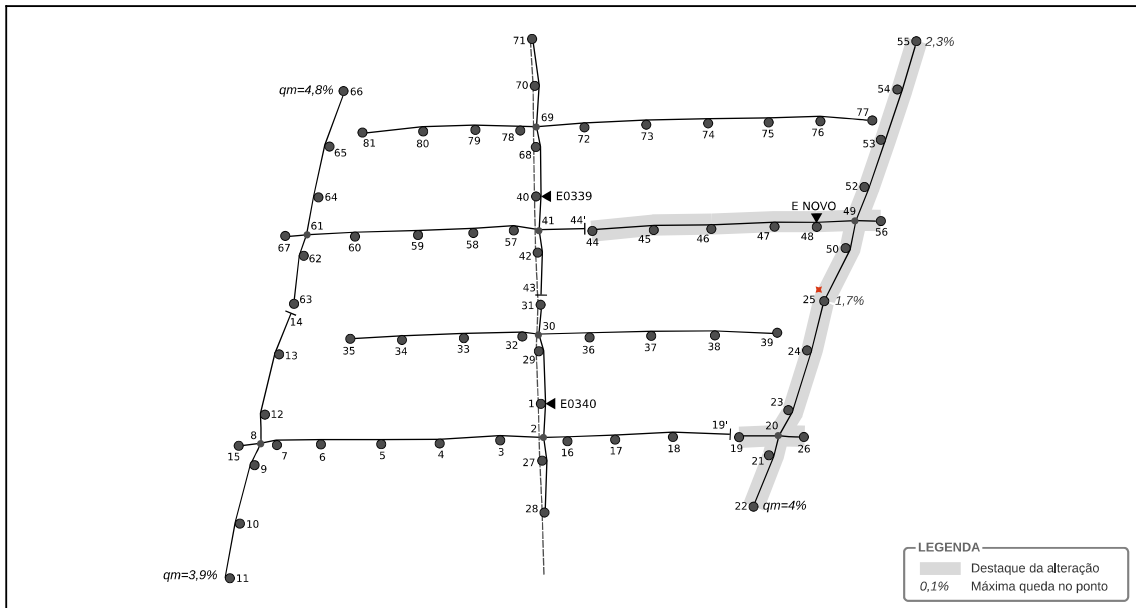


Figura 30 - Divisão de circuito para o caso E, teste III

Para demonstrar a validade das soluções anteriores no tocante à sugestão de remanejamento do transformador do circuito E0340 para o novo, o teste IV é realizado com as mesmas exigências usuais de I, mas impedindo a troca de transformadores entre circuitos. O resultado é bem diferente, com mudança dos pontos de divisão do circuito e mesmo o poste para instalação do transformador, conforme ilustrado na Figura 31.

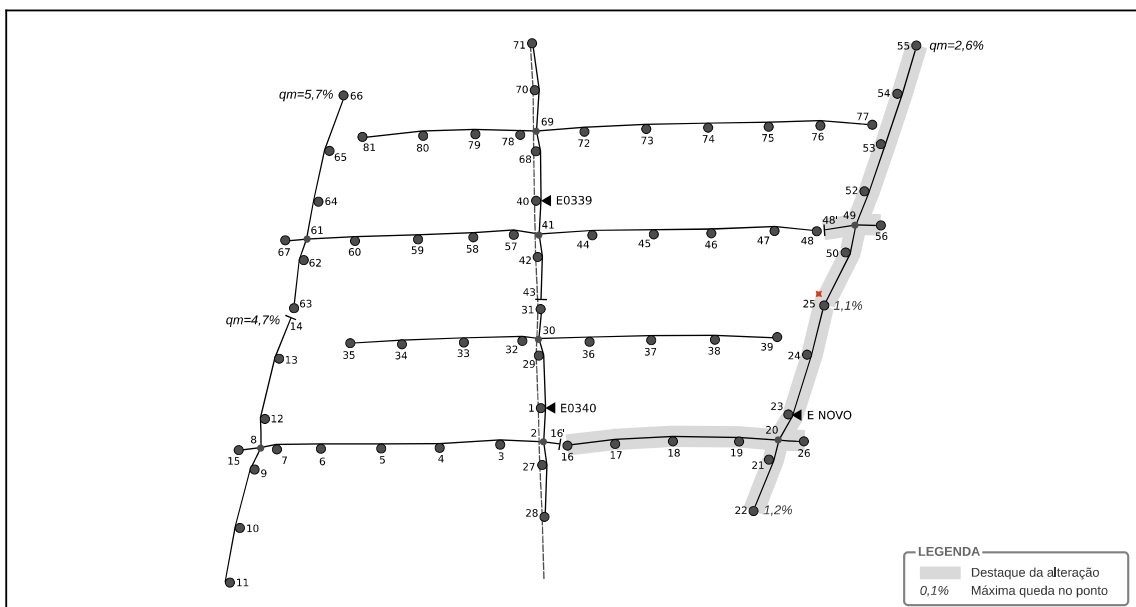


Figura 31 - Divisão de circuito para o caso E, teste IV

Ainda sobre o teste IV do caso E, observa-se que as premissas de proximidade do transformador ao reclamante e de não intervenção em trechos distantes são mantidas.

Contudo, a violação de carregamento do circuito principal E0340 é amenizada, mas permanece além do exigido ( $114,6\% > 100\%$ ). O circuito novo acaba por receber um transformador de apenas 30 kVA, e não o remanejado de 45 kVA do teste I. Assim, esta sugestão apresenta menor custo estimado do que I, mas não atende às exigências. Cabe observar que o circuito novo não poderia receber um transformador de maior capacidade no intuito de absorver mais carga de E0340. Isso porque a topologia próxima ao ponto de cruzamento aéreo 2 é tal que não seria possível remanejar mais o trecho (16,2) sem absorver todo o ramo oposto, incluindo os 15 trechos seguintes (dos postes 3 a 15, mais o 27 e o 28).

O teste V é realizado unicamente no intuito de evidenciar a importância das simplificações adicionais utilizadas no modelo para o cálculo elétrico. Para tanto são exigidos novamente os parâmetros usuais do teste I, mas agora com o cálculo elétrico por poste e fase contabilizando a corrente de neutro, sem definir postes excluídos do cálculo e sem os coeficientes de relaxação das restrições de queda de tensão. Neste caso a solução dada pelo modelo é idêntica a do teste I, sugerindo o mesmo posicionamento de transformador e as mesmas operações de conectividade, dispensando também a intervenção dos modelos de balanceamento. No entanto, os custos computacionais revelam grande diferença, como o tempo de execução passando dos 7,5 segundos utilizados em I para 134,6 segundos.

Os resultados do caso F são sumarizados na Tabela 13 e discutidos a seguir.

Analisando o estado inicial do caso F, percebe-se que ambos os circuitos apresentam problemas, sendo que F0425 conta com todos os índices aquém dos usualmente solicitados, enquanto F0404 apresenta problema sério de carregamento. Cabe observar na ilustração do circuito, Figura 18, que o reclamante reside no extremo de um ramo longo do circuito principal (poste 32), justamente onde se encontra a maior queda de tensão (8,9%). No teste I são solicitados os limites usuais para balanceamento (90%), quedas de tensão (8%) e carregamento (100%). A resposta do modelo, ilustrada na Figura 32, sugere a instalação de um transformador de 75 kVA no circuito F0404, relocando seu transformador de 30 kVA para o circuito novo. O circuito novo é formado por desmembramento de parte do F0425, aliviando a carga deste. Na Tabela 13 notam-se os índices de todos os circuitos atendendo às exigências, principalmente o anteriormente crítico carregamento do circuito principal ( $92,3\% < 138,5\%$ ) e do adjacente ( $69,4\% < 173,5\%$ ). Diferente do caso E (Tabela 12), foram necessárias 3 trocas de fase no primeiro teste para compor a resposta completa da intervenção.

Tabela 13 - Sumário dos testes do modelo de divisão de circuito para o caso F

Teste		Resultados			
Nº	Especificação <sup>1</sup>	Circuitos:	F0425	F0404	Novo
	Situação Inicial	Balanceamento (%)	86,7	97,6	-
		Máxima queda (%)	8,88	3,92	-
		Carregamento (%)	138,5	173,5	-
		Transformador (kVA)	30	30	-
<b>I</b>	$blL = 90\%$ $qmU = 8\%$ $ctU = 100\%$	Balanceamento ( $bl$ %)	91,3	97,6	96,2
		Máxima queda ( $qm$ %)	1,77	3,92	2,78
		Carregamento (%)	92,3	69,4	46,2
		Transformador (kVA)	30	75	30
		Número de trocas (BC)	2	0	1
		Custo total estimado (\$)	12.252,03		
		Custo computacional <sup>2</sup>	0,45 s 4,7 Mb 382 iterações		
<b>II</b>	$blL = 90\%$ $qmU = 8\%$ $ctU = 105\%$  transformador a até 6 trechos do reclamante	Balanceamento ( $bl$ %)	91,3	95,6	94,5
		Máxima queda ( $qm$ %)	1,77	3,82	3,55
		Carregamento (%)	92,3	103,2	65,0
		Transformador (kVA)	30	45	30
		Número de trocas (BC)	2	0	1
		Custo total estimado (\$)	10.003,27		
		Custo computacional <sup>2</sup>	2,98 s 5,2 Mb 4.093 iterações		
<b>III</b>	$blL = 95\%$ $qmU = 4\%$ $ctU = 85\%$	Balanceamento ( $bl$ %)	95,7	96,3	98,4
		Máxima queda ( $qm$ %)	1,59	3,82	3,37
		Carregamento (%)	82,1	74,0	45,1
		Transformador (kVA)	30	75	30
		Número de trocas (BC)	2	1	2
		Custo total estimado (\$)	12.659,93		
		Custo computacional <sup>2</sup>	0,63 s 5,0 Mb 1.047 iterações		
<b>IV</b>	$blL = 90\%$ $qmU = 8\%$ $ctU = 100\%$ $ptT = 0$	Balanceamento ( $bl$ %)	93,9	94,4	97,8
		Máxima queda ( $qm$ %)	1,54	3,82	7,38
		Carregamento (%)	88,5	151,7	71,9
		Transformador (kVA)	30	30	30
		Número de trocas (BC)	2	0	4
		Custo total estimado (\$)	7.328,01		
		Custo computacional <sup>2</sup>	0,53 s 5,0 Mb 534 iterações		
<b>V</b>	$blL = 90\%$ $qmU = 8\%$ $ctU = 100\%$ $cQM = 0$ $cQN = 1$ $Px = \{ \}$ $cfD = 0$ $cfE = 0$	Balanceamento ( $bl$ %)	91,3	97,6	96,2
		Máxima queda ( $qm$ %)	1,77	3,92	2,78
		Carregamento (%)	92,3	69,4	46,2
		Transformador (kVA)	30	75	30
		Número de trocas (BC)	2	0	1
		Custo total estimado (\$)	12.252,03		
		Custo computacional <sup>2</sup>	60,29 s 8,8 Mb 34.791 iterações		

1. Parâmetros apresentados na seção 3.4.1.1 ( $blL$ : limite mínimo de balanceamento,  $qmU$ : limite máximo de queda de tensão,  $ctU$ : Limite de carregamento máximo do transformador,  $ptT$ : Permitir a troca dos transformadores pré-instalados,  $cQM$ : considerar apenas queda de tensão média entre fases,  $cQN$ : considerar queda de tensão referente à corrente de neutro,  $Px$ : postes excluídos do cálculo elétrico,  $cfD$ : coeficiente de folga na diferença de queda em divisas,  $cfE$ : coeficiente de folga na queda de pontos extremos).

2. Considera-se que o modelo BC é avaliado individualmente na seção 4.3 e, desta forma, são apresentados apenas os custos computacionais referentes ao modelo DC.

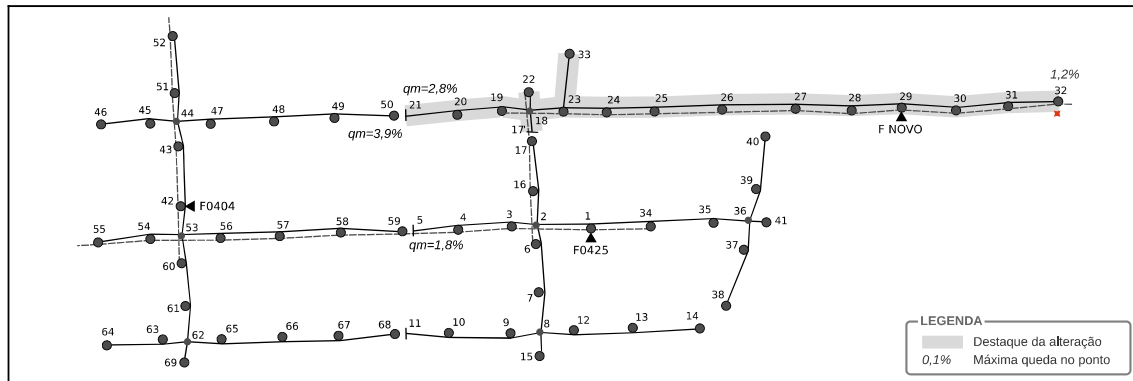


Figura 32 - Divisão de circuito para o caso F, teste I

O teste II apresenta um estudo diferente do realizado no caso E. Ao invés de restringidos, os limites foram relaxados aceitando um carregamento de até 105% e permitindo instalar o novo transformador a até 6 trechos de distância do reclamante. A resposta, ilustrada na Figura 33, sugere que o novo circuito receba o transformador de 30 kVA, agora mais distante do reclamante, mas mais próximo do centro de carga do circuito. Parte do circuito adjacente é absorvido pelo novo circuito, aumentando tanto o carregamento deste (65%) quanto sua queda de tensão (3,6%) se comparado aos resultados do teste I (46,2% e 2,8%). O adjacente F0404, com menor carga, recebe um transformador de 45 kVA e fica dentro do limite relaxado do carregamento ( $103,2\% < 105\%$ ). Observa-se que a eventual aceitação de folgas como estas nas exigências permite obter sugestões com custos menores, como a sugestão do teste II, cerca de 82% do custo total sugerido no teste I.

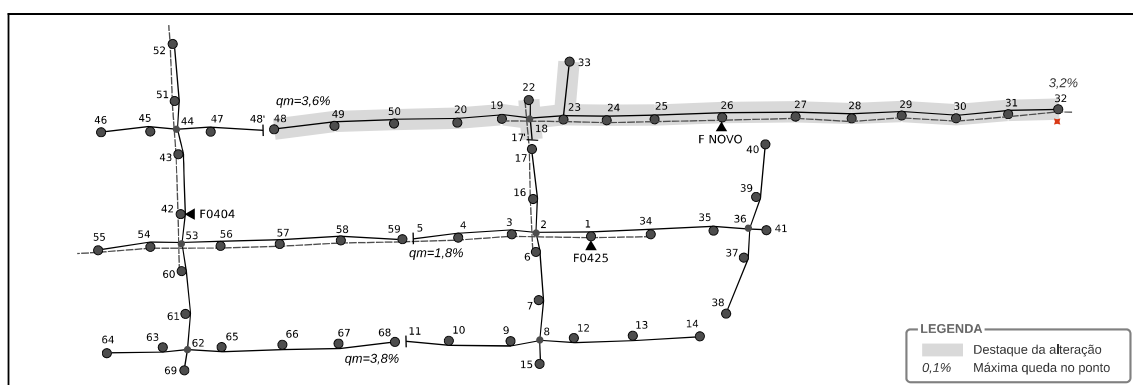


Figura 33 - Divisão de circuito para o caso F, teste II

Assim como no caso E, o teste III do caso F exige índices mais restritos de balanceamento (95%), máxima queda de tensão (4%) e carregamento (85%). A solução sugerida, ilustrada na Figura 34, atende a estes índices, melhorando os resultados de I, como o carregamento do circuito principal ( $82,1\% < 92,3\%$ ) e seu balanceamento ( $95,7\% > 91,3\%$ ).

Se comparada à resposta de I, a resposta do teste III sugere a mesma substituição e relocação de transformadores. Uma maior parte do circuito principal é absorvida pelos outros circuitos, tanto pelo novo quanto pelo adjacente. Note-se que, assim como nas sugestões anteriores, os extremos dos circuitos mais distantes do reclamante não são alterados. O resultado com melhores índices proposto em III exige, no entanto, trocas de fase e operações de conectividade adicionais, incorrendo em aumento de 3,3% no custo estimado.

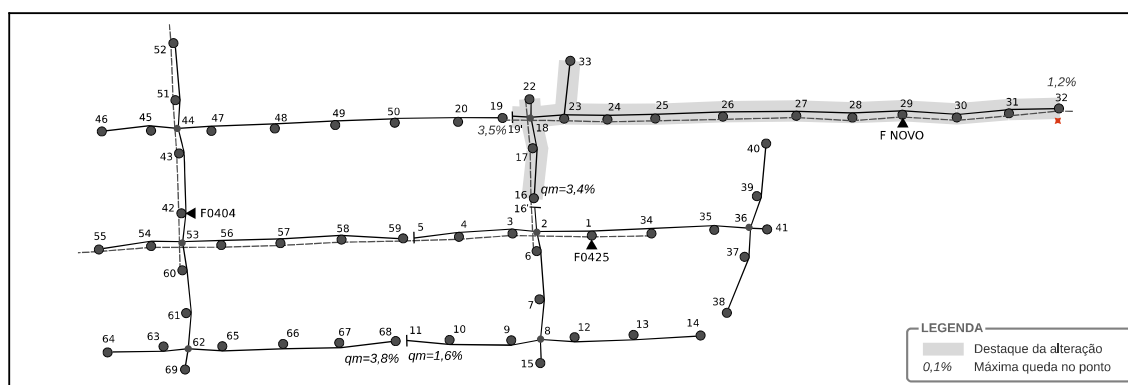


Figura 34 - Divisão de circuito para o caso E, teste III

Da mesma forma que no caso E, o teste IV indica a validade das soluções que efetuam remanejamento do transformador. O teste é realizado com as mesmas exigências usuais de I, mas impedindo a troca de transformadores entre circuitos. Verifica-se na Tabela 13 que o teste IV não atende às exigências de carregamento ( $152\% > 100\%$ ). A solução técnica é comprometida ao se instalar um transformador de 30 kVA no circuito novo, retirando apenas parte da carga do inicialmente sobrecarregado circuito F0404, conforme ilustrado na Figura 35. A parcela desta carga absorvida pelo circuito novo propicia-lhe quedas significativas de tensão, apresentando queda máxima de 7,4% mesmo após quatro trocas de fase no balanceamento. Contudo, a exemplo do teste II, seria possível melhorar este índice ao permitir que o modelo considerasse instalar o transformador a uma maior distância do reclamante, a fim de posicioná-lo mais próximo do centro de carga do circuito.

Por fim, o teste V tem a mesma função do caso E, evidenciar a influência computacional das simplificações adicionais do cálculo elétrico. Os custos computacionais no teste V apresentam-se novamente bem mais altos, como o tempo de 60 segundos para obter a mesma resposta que no teste I foi dada em menos de meio segundo.

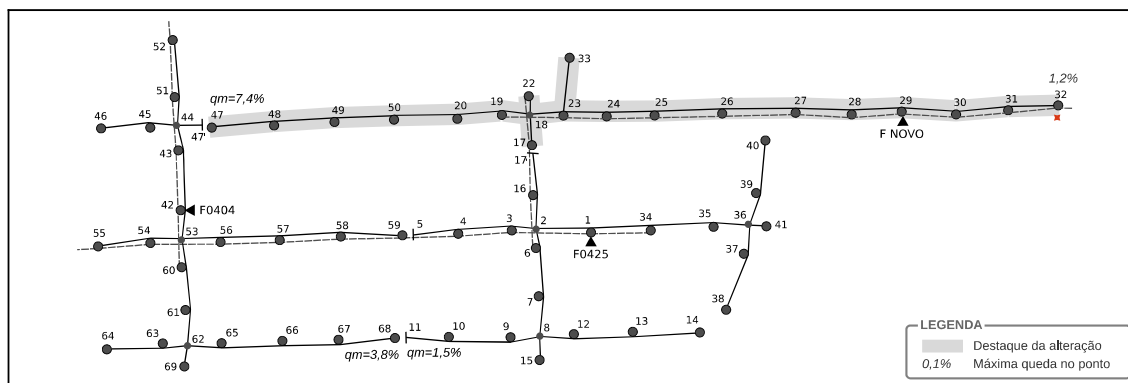


Figura 35 - Divisão de circuito para o caso F, teste IV

#### 4.6 REMANEJAMENTO DE CARGA (RC)

Para analisar os resultados do modelo de remanejamento de carga proposto na seção 3.5 são apresentados estudos de caso utilizando quatro dos circuitos descritos na seção 4.1, correspondendo aos seguintes conjuntos:

- Caso E, sendo E0340 o circuito principal e E0339 o adjacente;
- Caso F, sendo F0425 o circuito principal e F0404 o adjacente.

São realizados cinco testes para cada conjunto em estudo, formulados a fim de destacar resultados relevantes. Custos de conectividade seguem os mesmos valores adotados nos resultados divisão de circuito, seção 4.5, Tabela 11. Os transformadores utilizados e respectivos valores de instalação e retorno são listados na Tabela 14. Os valores médios de instalação de transformador são significativamente menores do que os apresentados na Tabela 10, dado que não se incluem custos para instauração de um novo posto transformador, mas apenas os necessários para substituição de um transformador em um posto preexistente.

Salvo indicação em contrário, os testes adotam os padrões definidos na descrição do modelo de remanejamento, seção 3.5, acrescentando-se as seguintes considerações:

- Considera-se de forma integrada a troca de transformadores, limitada ao máximo de uma troca ( $ptT=1$ ,  $ttU=1$ , eq. 89);
- Os trechos a reconfigurar (alterar a orientação fonte/carga) são limitados àqueles que estejam no máximo a  $15^{17}$  trechos de distância do reclamante ( $maF$ , eq. 76);

<sup>17</sup> Valor adotado com base em testes preliminares e considerações dos especialistas.



- Os custos de conectividade são contabilizados de maneira parcial ( $ccR=1$ , eq. 91).
- Contabiliza-se a queda de tensão individual das fases, considerando a corrente de neutro ( $cQM=0$ ,  $cQN=1$ , eq. 92).

**Tabela 14 - Características e valores de transformadores para o remanejamento de carga**

Transformador	Descrição	Valor Médio (\$)	
		Instalação <sup>1</sup>	Retorno
15 kVA	Transformador Trifásico 15 kVA 13,8 kV 220/127 V	3.078,21	2.248,39
30 kVA	Transformador Trifásico 30 kVA 13,8 kV 220/127 V	3.449,83	2.519,83
45 kVA	Transformador Trifásico 45 kVA 13,8 kV 220/127 V	5.599,04	4.230,15
75 kVA	Transformador Trifásico 75 kVA 13,8 kV 220/127 V	8.162,61	6.278,06
112,5 kVA	Transformador Trifásico 112,5 kVA 13,8 kV 220/127 V	10.247,11	7.934,79

1. Material, mão de obra e custos indiretos, considerando custos estruturais para substituição de posto transformador preexistente.

Os parâmetros e resultados dos testes realizados para os casos E e F são sumarizados na Tabela 15, sendo ilustrados e discutidos na sequência.

Analisando a situação inicial dos circuitos, percebe-se que o circuito principal do caso E, E0340, apresenta um alto índice de 153% de carregamento do transformador. Seu adjacente, E0339, apresenta índices abaixo dos usualmente exigidos, sendo um bom candidato a receber cargas por remanejamento. Já no caso F, ambos circuitos apresentam problema de carregamento, tanto o principal F0425 (139%) quanto o adjacente F0404 (174%). Uma das características principais do modelo de remanejamento é a exigência de que o circuito auxiliar não seja prejudicado. Assim, como evidenciado pelos testes a seguir, a adoção do circuito F0404 como auxiliar no remanejamento de carga só é possível dada a consideração da intervenção de troca de transformador integrada no modelo.

No teste I são solicitados os limites usuais para máxima queda de tensão (8%) e carregamento (100%). A solução dada para o caso E atende a estas exigências, sugerindo a substituição do transformador do circuito principal de 45 kVA por um de 75 kVA. É sugerido também o remanejamento de diversos trechos para o circuito E0339, conforme ilustrado na Figura 36, a fim de reduzir as quedas de tensão nos extremos do circuito principal enquanto os limites dos índices do circuito adjacente são respeitados. Cabe lembrar que, conforme explicitado na descrição do modelo de remanejamento (seção 3.5.1), a figura do reclamante aqui é utilizada apenas como referência para estabelecimento da região onde a reconfiguração de trechos pode ocorrer, sendo limitada ao valor recomendado de 15 trechos de distância nestes testes. O impacto de aumentar esta região é discutido nos resultados dos testes IV e V.

Tabela 15 - Sumário dos testes do modelo de remanejamento de carga

Teste		Resultados				
Nº	Especificação <sup>1</sup>	Caso E		Caso F		
		Circuito:	E0340	E0339	F0425	F0404
Situação Inicial		Máxima queda (%)	5,17	7,24	8,88	3,92
		Carregamento (%)	152,6	78,3	138,5	173,5
		Transformador (kVA)	45	112,5	30	30
I	$qmU = 8\%$ $ctU = 100\%$	Máxima queda ( $qm$ %)	5,13	7,24	8,37	4,13
		Carregamento (%)	86,5	81,7	84,8	74,0
		Transformador (kVA)	75	112,5	45	75
		Custo total estimado (\$)	4.250,36		9.039,89	
		Número de iterações	2.706		1.494	
		Custo computacional	2,87 s 8,7 Mb		1,15 s 7,2 Mb	
II	$qmU = 7\%$ $ctU = 80\%$	Máxima queda ( $qm$ %)	5,13	7,24	8,37	4,13
		Carregamento (%)	60,2	79,2	50,9	74,0
		Transformador (kVA)	112,5	112,5	75	75
		Custo total estimado (\$)	6.334,86		11.603,46	
		Número de iterações	1.977		2.290	
		Custo computacional	2,57 s 8,8 Mb		1,26 s 7,2 Mb	
III	$qmU = 8\%$ $ctU = 100\%$ $ptI = 0$	Máxima queda ( $qm$ %)	5,13	7,24	-	-
		Carregamento (%)	144,1	81,7	-	-
		Transformador (kVA)	45	112,5	-	-
		Custo total estimado (\$)	317,90		(infactível)	
		Número de iterações	1.970		0	
		Custo computacional	1,35 s 8,6 Mb		0,64 s 6,8 Mb	
IV	$qmU = 8\%$ $ctU = 100\%$  reconfiguração a até 20 trechos do reclamante	Máxima queda ( $qm$ %)	5,21	6,36	7,27	4,13
		Carregamento (%)	99,9	99,4	95,1	86,8
		Transformador (kVA)	45	112,5	30	75
		Custo total estimado (\$)	635,80		6.596,48	
		Número de iterações	5.332		3.682	
		Custo computacional	4,48 s 9,9 Mb		4,49 s 8,0 Mb	
V	$qmU = 7\%$ $ctU = 80\%$  reconfiguração a até 20 trechos do reclamante	Máxima queda ( $qm$ %)	5,13	7,24	7,81	4,13
		Carregamento (%)	60,2	79,2	75,6	79,5
		Transformador (kVA)	112,5	112,5	45	75
		Custo total estimado (\$)	6.334,86		9.357,79	
		Número de iterações	23.052		10.944	
		Custo computacional	47,42 s 10,6 Mb		19,40 s 8,3 Mb	

1. Parâmetros apresentados na seção 3.2.3.1 ( $qmU$ : limite máximo de queda de tensão,  $ctU$ : Limite de carregamento máximo do transformador,  $ptI$ : Permitir a troca dos transformadores pré-instalados).

Como as alterações nas quedas máximas apresentadas na Tabela 15 são pouco significativas em vários casos, alguns valores de referência são indicados nas figuras a fim de contextualizar melhor a operação sugerida. Ainda assim, cabe observar que a queda indicada em cada poste corresponde ao valor máximo entre suas três fases, por vezes encobrendo variações nas fases menos carregadas.

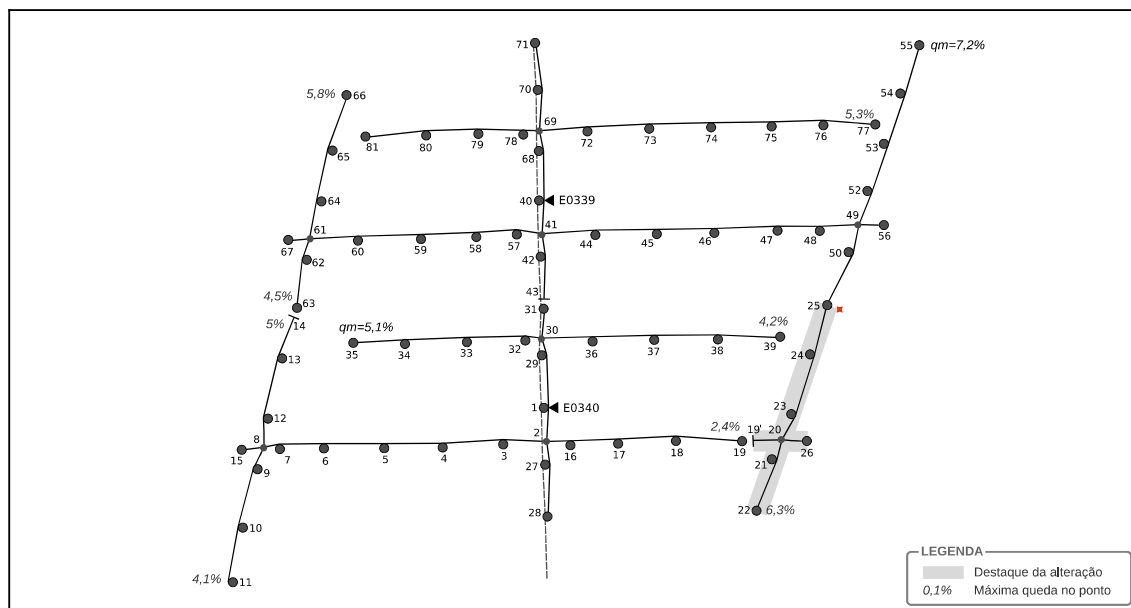


Figura 36 - Remanejamento de carga para o caso E, teste I

No caso F sugerem-se duas trocas de transformadores, uma para o circuito principal, de 30 kVA para 45 kVA, e outra para o adjacente, de 30 kVA para 75 kVA, atendendo ao índice de carregamento solicitado. Assim, corrige-se inclusive o circuito adjacente que, dada a situação inicial, poderia ser considerado inapto para um remanejamento. Dada a topologia característica dos circuitos, assim como o limite da região de reconfiguração de trechos, sugere-se o remanejamento dos poucos trechos possíveis, conforme Figura 37. A tendência de reduzir a queda máxima do circuito principal (8,4%, poste 32) fica limitada à interseção em torno do ponto de cruzamento aéreo 18, cujo remanejamento implicaria realocar toda a ramificação do poste 22 ao 33.

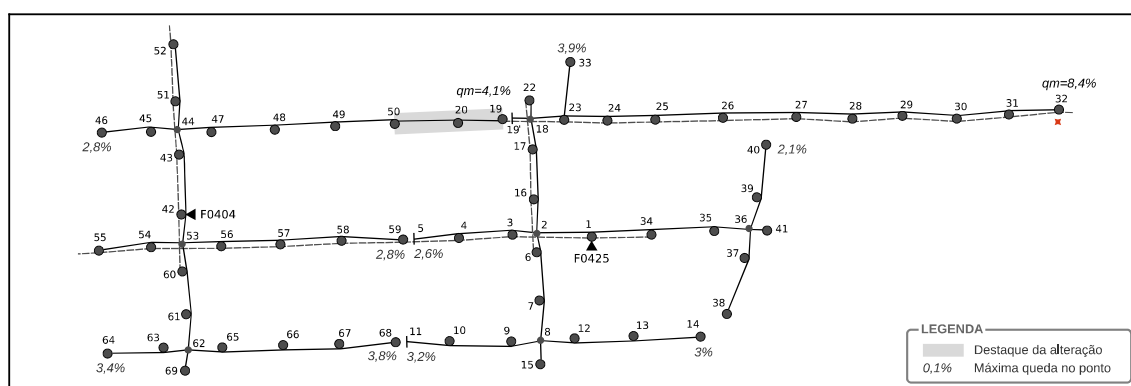
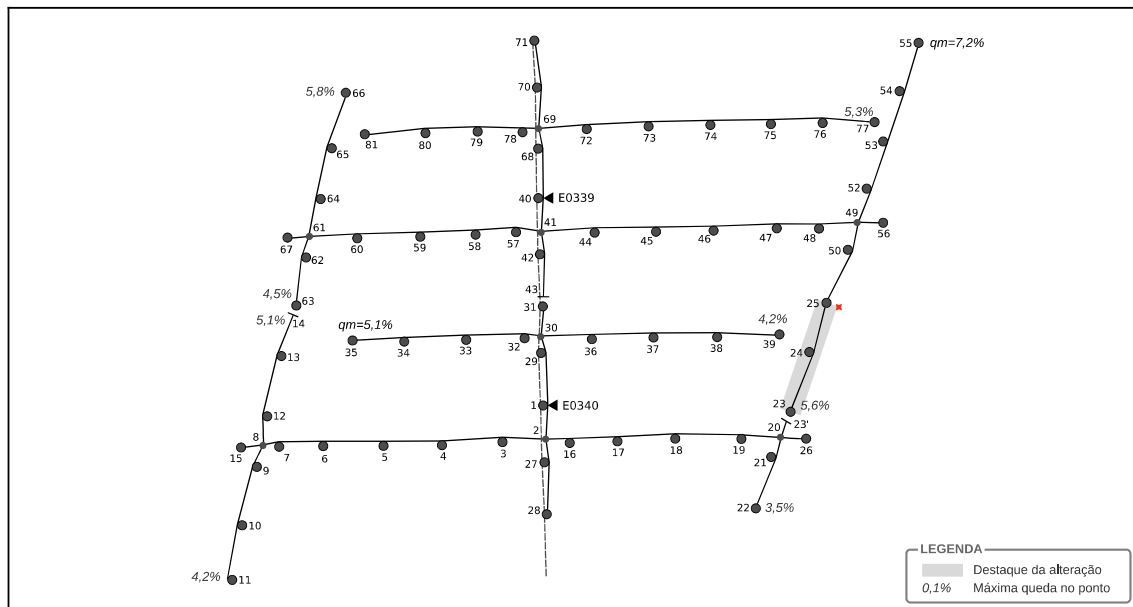


Figura 37 - Remanejamento de carga para o caso F, teste I

No teste II são solicitados índices mais exigentes de carregamento (80%) e queda máxima (7%). No caso E estes limites forçam a substituição do transformador do circuito

E0340 por um de capacidade nominal maior do que no teste I (112,5 kVA > 75 kVA). Por sua vez, a região de trechos remanejados, ilustrada na Figura 38, é reduzida para não prejudicar o circuito adjacente E0339.



Cabe notar que a situação de E0339 já estaria comprometida antes da execução, dado que sua queda máxima inicial já é maior do que a solicitada ( $7,2\% > 7\%$ ), fato que corrompe a prerrogativa de que o circuito adjacente deve sempre atender aos limites especificados. Este e os demais valores de queda indicados na Tabela 15 são referentes ao cálculo BFS de referência (seção 2.4). Alguns desvios como este podem ser aceitos pelo modelo em função dos erros inerentes ao cálculo simplificado, conforme discutido na seção 4.2. Neste caso específico, o valor de  $7,2\%$  do cálculo de referência é dado como  $6,6\%$  pelo cálculo simplificado do remanejamento (individualmente por fase, com corrente de neutro). Este valor seria ainda mais díspar caso se desconsiderasse a corrente de neutro ( $5,4\%$ ) ou se considerasse apenas as quedas médias entre fases ( $4,5\%$ ). Esta situação ilustra a necessidade, destacada na seção 4.2, de não adotar demasiadas simplificações no cálculo elétrico para o modelo de remanejamento, ao contrário do adotado no modelo de divisão de circuito.

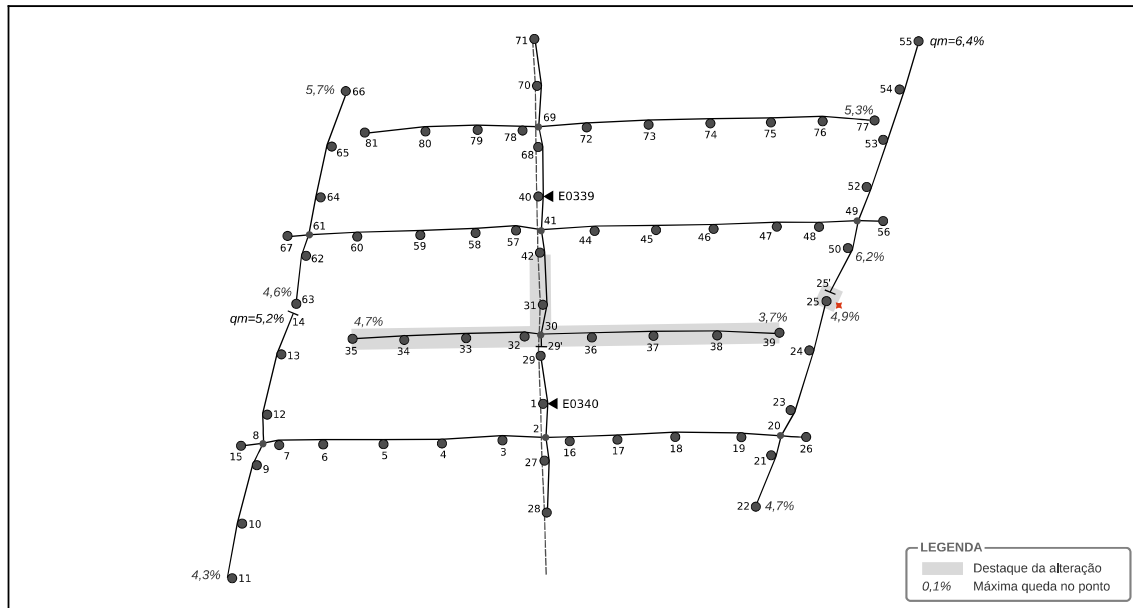
Ainda sobre o teste II, a resposta do modelo no caso F também exige para o circuito F0425 um transformador de maior capacidade do que no teste I ( $75 \text{ kVA} > 45 \text{ kVA}$ ) para atender ao índice de carregamento solicitado ( $80\%$ ). Os níveis de tensão e a configuração da rede são os mesmos sugeridos pelo teste I, Figura 37. Dada a exigência de transformadores de maior potência nominal, os custos estimados no teste II de ambos os casos, E e F, são maiores

do que os apontados no teste I.

No teste III são solicitadas as mesmas condições usuais do teste I, mas impedindo a realização da operação integrada de troca de transformador ( $ptT=0$ ). Desta forma o modelo considera unicamente a intervenção de remanejamento de carga propriamente dita, mantendo os transformadores originais. O resultado do caso E é topologicamente idêntico ao resultado de I (Figura 36), diferindo apenas no tocante ao transformador. O circuito principal permanece com o transformador original de 45 kVA, reduzindo um pouco o carregamento inicial ( $144\% < 153\%$ ) mas continuando acima do exigido ( $144\% > 100\%$ ). Este carregamento ocorre porque não é possível transferir mais carga em função dos limites de queda de tensão do circuito adjacente. Os custos são efetivamente mais baixos se comparado a I, uma vez que se referem apenas às operações de rede, mas a sugestão não resolve o problema. Entretanto, uma execução posterior do modelo de troca de transformador (OLIVEIRA, 2008) resolveria o problema da mesma forma. No caso F, a situação inicial não atende à exigência de preservar os índices do circuito adjacente dentro do exigido, dado o carregamento do circuito F0404 ( $174\% > 100\%$ ). Esta situação não permite obter uma resolução factível, corroborando com a análise inicial de que o circuito F0404 só pôde ser utilizado como circuito auxiliar no remanejamento de carga dada a consideração da troca de transformador integrada.

No teste IV são exigidos os mesmos índices usuais de I, mas agora ampliando a região de reconfiguração para até 20 trechos de distância do poste de referência (reclamante). Da mesma forma, o teste V adota essa região ampliada seguindo os índices mais restritos exigidos no teste II. A consideração de um maior número de trechos a reconfigurar permite maior flexibilidade no remanejamento das cargas, mas implica também mais combinações possíveis e, conseqüentemente, maior tempo computacional, como se observa principalmente nos estudos do teste V.

Para o caso E, teste IV, esta liberdade permite atender aos índices de carregamento e queda de tensão sem realizar trocas de transformador, reconfigurando a rede conforme ilustrado na Figura 39. Esta solução deixa ambos os circuitos muito próximos ao seu carregamento limite de 100%, atendendo também aos níveis exigidos de quedas de tensão. Como não são feitas trocas de transformador, a solução custa apenas cerca de 15% do valor sugerido em I. No entanto, cabe observar que esta solução pode não ser adequada por outros critérios, como pelo número elevado de 51 postes no circuito adjacente sugerido ou pela má distribuição de cargas entre os dois ramos dos transformadores. Assim, cabe recordar que mesmo as soluções muito vantajosas devem sempre ser submetidas à análise do especialista.



**Figura 39 - Remanejamento de carga para o caso E, teste IV**

Ainda sobre o teste IV do caso E, observa-se uma relação aparentemente contraditória na resposta do circuito adjacente: apesar do circuito receber mais carga, a sua queda máxima de tensão calculada (inclusive pelo método BFS de referência, seção 2.4) é menor do que a original. O fato ocorre essencialmente pelo desequilíbrio inicial de cargas entre as fases nos ramos que levam ao poste limite 55. Note-se que, haja vista bom índice de balanceamento inicial do circuito (94,9%), o referido desequilíbrio é compensado em ramos complementares do transformador, conforme explicado na seção 3.2.2 do balanceamento. Este desequilíbrio inicial induz uma elevada corrente de neutro que acaba por ampliar as quedas de tensão. O acréscimo de cargas na solução sugerida em IV acaba por distribuí-las melhor entre as fases, reduzindo a corrente de neutro e homogeneizando as quedas. Para validar esta proposição basta considerar que uma execução do balanceamento no mesmo circuito sugere 3 trocas, suficiente para reduzir a queda no ponto 55 de 7,2% para apenas 5,1%, valor efetivamente inferior aos 6,4% dados pelo teste IV.

No teste IV o caso F apresenta comportamento muito similar ao caso E, aproveitando a liberdade dada pelos trechos adicionais para atender aos índices solicitados. Sugere-se apenas uma, e não duas trocas de transformador conforme observado nos outros testes. Desta forma o circuito principal mantém seu transformador original e reloca suas cargas conforme ilustrado na Figura 40. Embora a proposta reduza o custo para 64% do sugerido em I, cabem aqui as mesmas considerações sobre adequação da solução e avaliação pelos especialistas sugerida no caso E.



## 4.7 INTEGRAÇÃO DE MODELOS

Para analisar os resultados da integração de modelos proposta na seção 3.6 são apresentados estudos de caso utilizando seis dos circuitos descritos na seção 4.1, correspondendo aos seguintes conjuntos:

- Caso E, sendo E0340 o circuito principal e E0339 o adjacente;
- Caso F, sendo F0425 o circuito principal e F0404 o adjacente;
- Caso G, sendo G1024 o circuito principal e G1023 o adjacente.

Cada estudo de caso é submetido a uma execução padronizada do integrador de modelos (descrito nas seções 3.6.2 e 3.7.2.1), fazendo uso das seis intervenções disponíveis. Os resultados são tabulados para cada caso, resumindo as características de todas as soluções finais obtidas para, a seguir, serem tecidas considerações.

As definições e parâmetros utilizados seguem os mesmos padrões apontados na discussão de resultados de cada modelo, seções 4.3 a 4.6. Incluem-se as características e valores referentes aos condutores, Tabela 8, e transformadores, Tabelas 10 e 14, bem como valores das operações de rede, Tabela 11. Os valores das tabelas de transformadores também se aplicam aos modelos de troca e movimentação de transformador adotados a partir de Oliveira (2008), preservando as demais características conforme descritas no original.

Os índices solicitados na execução são mais estritos do que os valores usualmente empregados pelos especialistas (Tabela 2), mas ainda aplicáveis na prática. Adotam-se estas exigências para evitar situações de fácil solução, requerendo assim a execução de vários modelos encadeados no intento de enriquecer o estudo. Os índices exigidos são:

- Limite mínimo de balanceamento ( $bIL$ ): 95%;
- Limite máximo de queda de tensão ( $qmU$ ): 6%;
- Limite de carregamento máximo do transformador ( $ctU$ ): 90%.

Apresentam-se o estado inicial e os resultados do estudo de caso E, classificados por ordem de execução, na Tabela 16. Soluções que atendem aos índices solicitados são rotuladas como válidas, destacando-se os índices problemáticos nas soluções não válidas. Informações do circuito auxiliar são indicadas apenas para as soluções em que este é utilizado. Conforme definido pelos cortes da árvore de encadeamento, seção 3.6.2, sequências que não sugeriram solução (referentes a modelos ineficazes ou sem modificações) não são apresentadas. As



operações referentes à aplicação das soluções sugeridas são sumarizadas no Quadro 7.

**Tabela 16 - Sumário dos resultados da integração de modelos para o caso E**

Sequência	Válida	Circuito	Balanceamento (%)	Máxima Queda (%)	Carregamento (%)	Transformador (kVA)	Custo Estimado (\$)
Estado Inicial		E0340	92,8	5,2	152,6	45	-
		E0339	94,9	7,2	78,3	112,5	-
DC	√	E0340	95,6	5,0	83,5	75	12.524,93
		E0339	96,5	5,7	64,6	112,5	
		Novo	99,5	3,3	47,7	45	
RC		E0340	92,2	5,1	150,5	45	317,90
		E0339	94,3	7,2	79,2	112,5	
TT		E0340	92,8	5,2	61,1	112,5	6.016,96
BC		E0340	95,1	5,2	152,6	45	45,00
RC-TT		E0340	92,2	5,1	60,2	112,5	6.334,86
		E0339	94,3	7,2	79,2	112,5	
TT-BC	√	E0340	95,1	5,2	61,1	112,5	6.061,96
RC-TT-BC	√	E0340	96,0	5,4	60,2	112,5	6.379,86
		E0339	94,3	7,2	79,2	112,5	

Sequência	Descrição
DC	Instalar transformador de 75 kVA no circuito principal, relocando o seu de 45 kVA para o poste 50 do circuito novo. Realizar 1 conexão (pontos 25 e 51) e 2 seccionamentos (pontos 46 e 19) de rede. Operar trocas de fase em 1 consumidor no circuito principal e 1 consumidor no novo.
RC	Realizar 1 conexão (pontos 25 e 51) e 1 seccionamento (ponto 23) de rede.
TT	Trocar transformador do circuito principal por um de 112,5 kVA.
BC	Operar troca de fase em 1 consumidor no circuito principal.
RC-TT	Realizar 1 conexão (pontos 25 e 51) e 1 seccionamento (ponto 23) de rede. Instalar transformador de 112,5 kVA no circuito principal.
TT-BC	Trocar transformador do circuito principal por um de 112,5 kVA. Operar troca de fase em 1 consumidor no circuito principal.
RC-TT-BC	Realizar 1 conexão (pontos 25 e 51) e 1 seccionamento (ponto 23) de rede. Trocar transformador do circuito principal por um de 112,5 kVA. Operar troca de fase em 1 consumidor no circuito principal.

**Quadro 7 - Sumário das operações sugeridas na integração de modelos para o caso E**

O circuito principal do caso E apresenta estado inicial com dois índices abaixo dos exigidos para balanceamento ( $92,8\% < 95\%$ ) e carregamento ( $152,6\% > 90\%$ ), conforme Tabela 16. A resposta da divisão de circuito, DC, apresenta uma solução que atende a estas exigências, embora com custo maior do que o estimado para outras soluções válidas dada a necessidade de instalação do transformador e respectiva estrutura para o novo circuito.

Entre as soluções válidas, a troca de transformador combinada com o balanceamento de carga, TT-BC, apresenta a sugestão de menor custo, menos da metade do valor de DC. A

solução dada por TT-BC combina as sugestões das respectivas soluções individuais, uma vez que tratam índices de maneira independente e complementar: enquanto BC influencia somente os índices de balanceamento e queda de tensão, TT influencia apenas o carregamento. Assim, as soluções dadas pelos modelos isolados TT e BC naturalmente não atendem a todos os índices exigidos. Efeito similar é observado nas soluções com o remanejamento.

A solução RC não atende aos índices exigidos de balanceamento e carregamento, enquanto a solução dada pelo modelo integrado RC-TT resolve parcialmente ao substituir o transformador para atender ao índice de carregamento. A solução de remanejamento que atende a todos os índices é dada por RC-TT-BC, que complementa as anteriores ao melhorar o índice de balanceamento na solução. Percebe-se, no entanto, que a solução sem remanejamento, TT-BC, atinge níveis similares com um valor cerca de 5% menor, sendo a alternativa de menor custo entre as soluções válidas.

Por fim, cabe observar que mesmo as soluções não válidas podem ser analisadas construtivamente pelo projetista de rede. No caso de TT, por exemplo, o projetista poderia abrir mão do índice de balanceamento, aceitando 93% em prol de uma solução um pouco menos custosa ou que requeira menos operações.

Estado inicial e resultados da execução do estudo de caso F são apresentados na Tabela 17, seguidos pela breve descrição das operações sugeridas, Quadro 8. Nota-se que o circuito principal apresenta todos os índices aquém dos solicitados. O circuito adjacente apresenta problema de carregamento, condição impeditiva para a execução do modelo de remanejamento – tanto que RC, infactível, não é apresentado como solução. No entanto, o remanejamento com a troca de transformador integrada, RC-TT, é factível, embora apresente um custo elevado por substituir transformadores em ambos os circuitos.

Embora a solução RC-TT do caso F não apresente índices que atendam aos exigidos, a sequência com balanceamento, RC-TT-BC, apresenta uma solução viável. Apesar do custo significativo para atender aos índices exigidos, esta solução resolve também o problema do circuito adjacente. O efeito de beneficiar o circuito adjacente é característico da intervenção de divisão, como se observa na solução viável DC. Esta apresenta custos cerca de 35% maiores do que RC-TT-BC com índices de quedas relativamente mais folgados ( $1,7\% < 5,4\%$ ;  $3,9\% < 4,1\%$ ), mas com o benefício característico de instalar um transformador próximo do poste em que se encontra o reclamante.

A solução mais econômica é dada por TT-BC, em que o circuito principal atende aos índices exigidos com custos que representam cerca de 63% dos implicados pela solução

similar com remanejamento, RC-TT-BC. Frente a estes pontos cabe ressaltar aqui, mais uma vez, a importância da análise do projetista de rede, ponderando os benefícios obtidos e os custos envolvidos em cada solução sugerida.

**Tabela 17 - Sumário dos resultados da integração de modelos para o caso F**

Sequência	Válida	Circuito	Balanceamento (%)	Máxima Queda (%)	Carregamento (%)	Transformador (kVA)	Custo Estimado (\$)
Estado Inicial		F0425	86,7	8,9	138,5	30	-
		F0404	97,6	3,9	173,5	30	-
DC	√	F0425	95,7	1,7	92,3	30	12.387,03
		F0404	97,6	3,9	69,4	75	
		Novo	99,3	3,6	46,2	30	
TT		F0425	86,7	8,9	55,4	75	5.642,78
BC		F0425	96,7	5,8	138,5	30	180,00
TC		F0425	86,7	5,8	138,5	30	5.707,96
RC-TT		F0425	85,4	8,4	84,8	45	9.039,89
		F0404	96,1	4,1	74,0	75	
TT-BC	√	F0425	96,7	5,8	55,4	75	5.822,78
TT-TC		F0425	86,7	5,8	55,4	75	11.350,74
RC-TT-BC	√	F0425	95,9	5,4	84,8	45	9.219,89
		F0404	96,1	4,1	74,0	75	
RC-TT-TC		F0425	85,4	5,8	84,8	45	14.039,62
		F0404	96,1	4,1	74,0	75	

Sequência	Descrição
DC	Instalar transformador de 75 kVA no circuito auxiliar, relocando o seu de 30 kVA para o poste 29 do circuito novo. Realizar 1 seccionamento de rede (ponto 17). Operar trocas de fase em 3 consumidores no circuito principal e 3 consumidores no novo.
TT	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA.
BC	Operar trocas de fase em 4 consumidores no circuito principal.
TC	No circuito principal trocar 6 trechos de cabo 20A para 17Q e 4 trechos de cabo 02A para 20A.
RC-TT	Realizar 1 conexão (pontos 21 e 50) e 1 seccionamento (ponto 19) de rede. Trocar transformador do circuito principal por um de 45 kVA. Trocar transformador do circuito adjacente por um de 75 kVA.
TT-BC	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA. Operar trocas de fase em 4 consumidores no circuito principal.
TT-TC	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA. No circuito principal trocar 6 trechos de cabo 20A para 17Q e 4 trechos de cabo 02A para 20A.
RC-TT-BC	Realizar 1 conexão (pontos 21 e 50) e 1 seccionamento (ponto 19) de rede. Trocar transformador do circuito principal por um de 45 kVA. Trocar transformador do circuito adjacente por um de 75 kVA. Operar trocas de fase em 4 consumidores no circuito principal.
RC-TT-TC	Realizar 1 conexão (pontos 21 e 50) e 1 seccionamento (ponto 19) de rede. Trocar transformador do circuito principal por um de 45 kVA. Trocar transformador do circuito adjacente por um de 75 kVA. No circuito principal trocar 5 trechos de cabo 20A para 17Q e 4 trechos de cabo 02A para 20A.

**Quadro 8 - Sumário das operações sugeridas na integração de modelos para o caso F**

Entre as demais soluções, alternativas que não atendem aos índices exigidos, ressalta-se a de maior custo estimado, RC-TT-TC, com baixo balanceamento ( $85,4\% < 95\%$ ). Além da troca do transformador no circuito adjacente, o valor da solução é impulsionado pelo alto custo estimado para a operação de trocas de condutores – muito representativo se comparado, por exemplo, aos custos de balanceamento de carga em RC-TT-BC. Os resultados do modelo TC costumam ser menos onerosos quando a variação de queda de tensão a compensar é menos significativa, como apresentado no caso G a seguir.

O estado inicial e os resultados do estudo de caso G são apresentados na Tabela 18, seguidos pela descrição das operações sugeridas, Quadro 9. O caso apresenta circuitos com poucos postes e poucas ramificações, conforme ilustrado na seção 4.1. O circuito principal G1024 possui problemas em todos os índices exigidos, enquanto seu adjacente tem boa folga nas quedas de tensão e no carregamento, mas balanceamento ruim (79%). A solução DC apresenta-se como solução viável de maior custo estimado, sugerindo mais uma vez o remanejamento de um transformador preexistente para o novo circuito. Desta forma a solução DC contribui para um melhor aproveitamento dos transformadores, se comparada à situação inicial, conforme denotam os índices de carregamento dos circuitos resultantes. A melhora dos índices do circuito adjacente deve-se principalmente ao balanceamento posterior, diferente dos casos anteriores, E e F, em que os adjacentes são muito beneficiados por DC isolado.

A ausência de RC nos resultados indica que o modelo não sugeriu alterações. Isto ocorre em função da concentração excessiva de demanda nos postes de divisa do circuito principal, evitando prejudicar os níveis de tensão do circuito adjacente. Os outros quatro modelos apresentam várias soluções individuais que resolvem pontualmente apenas um dos problemas, como TT atendendo ao índice de carregamento e MT e à queda de tensão.

Mesmo se combinadas aos pares, as soluções propostas no caso G deixam de atender a ora um, ora outro dos índices exigidos, como TT-MT mantendo o índice problemático de balanceamento. Estas combinações ocorrem pelas relações diretas entre boa parte destas intervenções e os parâmetros técnicos analisados (vide Quadro 1). Por fim, as duas outras soluções válidas adotam três intervenções para endereçar todos os problemas do circuito principal. A solução TT-BC-TC apresenta um balanceamento próximo de 100%, sob custos estimados entre os valores das outras duas alternativas viáveis, mas com a queda de tensão mais significativa entre elas. A proposta por TT-MT-BC configura-se como melhor alternativa, apresentando o menor custo entre as soluções válidas e mantendo índices equiparáveis à solução DC, 57 % mais onerosa.

**Tabela 18 - Sumário dos resultados da integração de modelos para o caso G**

Sequência	Válida	Círculo	Balaceamento (%)	Máxima Queda (%)	Carregamento (%)	Transformador (kVA)	Custo Estimado (\$)
Estado Inicial		G1024	92,4	9,3	118,9	45	0,00
		G1023	78,6	2,6	31,4	45	
DC	√	G1024	95,2	3,7	78,1	45	7.298,68
		Novo	99,7	1,0	77,1	15	
TT		G1024	92,4	9,3	71,4	75	3.932,46
MT		G1024	92,4	2,4	118,9	45	670,90
BC		G1024	99,2	7,5	118,9	45	135,00
TC		G1024	92,4	5,5	118,9	45	3.196,01
TT-MT		G1024	92,4	2,4	71,4	75	4.603,36
TT-BC		G1024	99,2	7,5	71,4	75	4.067,46
TT-TC		G1024	92,4	5,5	71,4	75	7.128,50
MT-BC		G1024	95,7	1,8	118,9	45	715,90
BC-TC		G1024	99,2	5,8	118,9	45	2.590,94
TT-MT-BC	√	G1024	95,7	1,8	71,4	75	4.648,36
TT-BC-TC	√	G1024	99,2	5,8	71,4	75	6.523,40

Sequência	Descrição
DC	Instalar transformador de 15 kVA no circuito auxiliar, relocando o seu de 45 kVA para o poste 13 do circuito novo. Realizar 1 conexão (pontos 9 e 15) e 2 seccionamentos (pontos 6 e 12) de rede. Operar trocas de fase em 1 consumidor no circuito principal, 3 consumidores no adjacente e 2 consumidores no novo.
TT	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA.
MT	Relocar o transformador do circuito principal para o poste 6.
BC	Operar trocas de fase em 3 consumidores no circuito principal.
TC	No circuito principal trocar 4 trechos de cabo 20A para 17Q.
TT-MT	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA. Relocar o transformador do circuito principal para o poste 6.
TT-BC	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA. Operar trocas de fase em 3 consumidores no circuito principal.
TT-TC	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA. No circuito principal trocar 4 trechos de cabo 20A para 17Q.
MT-BC	Relocar o transformador do circuito principal para o poste 6. Operar troca de fase em 1 consumidor no circuito principal.
BC-TC	Operar trocas de fase em 3 consumidores no circuito principal. No circuito principal trocar 2 trechos de cabo 20A para 17Q e 1 trecho de cabo 20A para 40A.
TT-MT-BC	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA. Relocar o transformador do circuito principal para o poste 6. Operar troca de fase em 1 consumidor no circuito principal.
TT-BC-TC	Trocar transformador do circuito principal por um de 75 kVA. Operar trocas de fase em 3 consumidores no circuito principal. No circuito principal trocar 2 trechos de cabo 20A para 17Q e 1 trecho de cabo 20A para 40A.

**Quadro 9 - Sumário das operações sugeridas na integração de modelos para o caso G**

Vale lembrar que, apesar dos índices e custos indicados, as soluções apresentadas configuram-se como sugestões para apoio aos projetos de melhoria, cabendo sempre a análise

do especialista na avaliação, escolha e aplicação das intervenções. Por vezes as soluções apresentadas necessitam de considerações adicionais de natureza técnica e prática não contempladas no escopo dos modelos utilizados, como as análises de custos de instalação de rede primária em DC. Contudo, algumas das considerações são passíveis de tratamento por alterações nos parâmetros de entrada, como o estabelecimento de consumidores com faseamento fixo em BC ou postes não candidatos a receber o transformador em DC. Estas alterações podem ser efetuadas com facilidade na interface do MORSE (seção 3.7.2.2) antes de realizar novas execuções dos modelos integrados. A realização de diversas execuções também é favorecida pelo tempo computacional relativamente baixo, normalmente na ordem de poucos minutos. A execução completa dos modelos integrados nos testes em estudo, por exemplo, levaram 36 s no caso E, 52 s no caso F e apenas 9 s no caso do conjunto menor, G. Para estudos de caso mais específicos é possível obter respostas de execução ainda mais rápidas caso sejam selecionados apenas os modelos de interesse, conforme descrito na seção 3.6.2.

## 5 CONCLUSÃO

A crescente demanda por melhorias nas redes de distribuição secundária, realidade documentada e regulamentada (ANEEL, 2008; ANEEL, 2010), provê carga considerável de trabalho aos departamentos de projeto de rede das concessionárias de energia elétrica (SOUZA, 2002; OLIVEIRA, 2008). No presente trabalho foram apresentados modelos matemáticos PLIM desenvolvidos para auxílio à tomada de decisão em projetos de melhoria e reforço de circuitos destas redes, compreendendo quatro entre as seis intervenções usualmente aplicadas nestes projetos (seção 2.3.1): balanceamento de carga (seção 3.2), troca de condutor (seção 3.3), divisão de circuito (seção 3.4) e remanejamento de carga (seção 3.5). Em todos os modelos foram abordados critérios técnicos e questões de natureza prática, buscando a minimização do investimento necessário para melhoria dos circuitos de forma coerente com as práticas apontadas pelos especialistas – conforme indicado pelos resultados dos estudos de caso realizados com dados de circuitos reais da concessionária Copel (Capítulo 4).

Apresentou-se inicialmente o método desenvolvido para o cálculo elétrico linear simplificado (seção 3.1), fundamental para a inserção de considerações sobre níveis de tensão diretamente nos modelos PLIM. Ressalta-se que a adoção deste método simplificado pode ser estendida a outras aplicações que requeiram métodos lineares. Embora impliquem relativa perda de exatidão, as simplificações propostas no cálculo elétrico apresentam erros pouco significativos para o propósito dos modelos (seção 4.2), principalmente se considerada a imprecisão inerente aos dados estimados da potência estática demandada pelos consumidores. Ainda assim, em alguns casos as diferenças de resultado do método proposto ao de cálculo de referência (BFS, seção 2.4) foram perceptíveis, principalmente nos pontos de maior queda de tensão (Tabela 3). Para as intervenções que requerem maior fidelidade no cálculo das quedas foram sugeridos coeficientes de correção baseados no cálculo de referência, apresentando melhor exatidão, conforme indicado pelos erros efetivamente menores (Tabela 4).

O modelo de balanceamento de carga proposto (seção 3.2) é baseado no sugerido por Oliveira (2008), que propunha o tratamento linear do balanceamento pela limitação do vetor de desbalanceamento por 6 restrições lineares (Figura 6). O modelo aqui apresentado estendeu esta abordagem, sugerindo uma formulação geral com um número ajustável de restrições lineares que permitiu reduzir os erros observados na linearização em alguns casos específicos (Tabela 5). Outra contribuição do modelo apresentado foi a inclusão do cálculo elétrico

simplificado, consideração que complementou o conceito do índice de balanceamento do circuito (seção 3.2.2) e permitiu melhoras significativa nos níveis de tensão obtidos pelas trocas de fase sugeridas (Figura 22). Outras restrições condizentes com a prática operacional foram incluídas, como a limitação do total de trocas de fase e a consideração de um número máximo de postes em que devem ser operadas as trocas (Tabela 6, teste VI; Figura 23). Os resultados obtidos evidenciam que as simplificações adotadas contribuem para a redução dos custos computacionais (Tabela 6, testes V e VI; Tabela 7), apresentando tempos de execução normalmente baixos (frações de segundo) sob exigências usuais (Tabela 6, teste III IV e VI).

O modelo de troca de condutor (seção 3.3) estendeu o sugerido por Souza (2002) ao minimizar custos diferenciando valores de retorno referentes ao aproveitamento dos cabos removidos, além de incluir considerações técnicas sobre redução gradual de bitolas ao longo do circuito, compatibilidade de famílias de condutores e continuidade de trechos em cruzamentos aéreos. A inclusão do cálculo elétrico simplificado no modelo PLIM com uma abordagem de minimização da queda máxima (*minimax*) permitiu evitar resultados com trocas de condutores dispersas pelo circuito enquanto o problema de queda de tensão encontra-se concentrado em um ponto específico (Tabela 9, Figuras 24 e 26). Os custos computacionais apresentados nos casos de estudo foram baixos, com tempos sempre abaixo de um segundo (Tabela 9).

O modelo de divisão de circuito (seção 3.4) é apresentado como contribuição do presente trabalho, utilizando uma abordagem focada no consumidor reclamante em atenção às diretrizes apontadas pelos especialistas. Em essência, o modelo sugere a reconfiguração da rede para criação de um novo circuito próximo ao poste onde se apresenta a figura do reclamante, minimizando custos de operações com transformadores e conectividade de rede. Os resultados dos estudos de caso (seção 4.5) indicam que características essenciais como a topologia radial da rede são respeitadas e os índices de carregamento e quedas de tensão são normalmente atendidos, embora os custos apresentem-se costumeiramente acima das outras intervenções (seção 4.7). O modelo exige a execução posterior do balanceamento de carga para cada circuito resultante (seção 3.4), a fim de tratar a melhoria do equilíbrio de cargas entre as fases. Esta consideração permitiu adotar o cálculo elétrico utilizando quedas médias sem prejudicar os resultados do modelo, reduzindo as variáveis dedicadas ao cálculo em menos de um terço (seção 3.4.1.3, eq. 92). Esta redução aliada às relaxações e simplificações adicionais – como o conjunto restrito de postes candidatos – propiciou reduções significativas nos custos computacionais (Tabelas 12 e 13, teste II), viabilizando o uso da abordagem proposta. Entre as considerações técnicas implementadas cabe destacar ainda a possibilidade



de remanejamento de transformadores preexistentes, sugestão observada comumente nos estudos de caso (seções 4.5 e 4.7) por permitir menor custo e melhor aproveitamento de capacidade dos transformadores.

O modelo de remanejamento de carga apresentado (seção 3.5) utilizou uma abordagem distinta da proposta de Souza (2002), permitindo o remanejamento de trechos e postes e não somente de consumidores em pontos de divisa. No entanto, o modelo considera as unidades consumidoras agrupadas em seus postes, sendo apresentado como uma variação do modelo de divisão. O modelo requer um circuito adjacente apto a receber cargas para auxiliar o circuito principal, considerando normalmente infactível o uso de adjacentes que não atendam aos índices exigidos de quedas de tensão e carregamento (Tabela 15, teste III). Contudo, o modelo proposto considera de forma integrada a intervenção de troca de transformador, permitindo maior gama de alternativas na distribuição de cargas e sugerindo resultados que melhorem não apenas o circuito principal, mas também o adjacente (Tabela 15, caso F). No caso do remanejamento adotou-se o cálculo elétrico linear computando quedas individuais para cada fase, abordagem mais condizente com a necessidade de estabelecer limites que não prejudiquem os circuitos auxiliares adjacentes. Apesar de algumas soluções promissoras no tocante à minimização de custos (Tabela 15, teste IV), os testes indicaram que os tempos computacionais, embora ainda abaixo de um minuto, podem vir a ser mais significativos em alguns casos. Outros casos (Tabela 15, teste I, Figura 36) apresentaram resultados que sugerem realocação excessiva de trechos para o circuito adjacente caso se exijam níveis pouco restritivos de queda de tensão, indicando que a abordagem adotada carece de análises adicionais e aprimoramentos.

O presente trabalho propôs ainda uma abordagem de integração de modelos desenvolvidos (seção 3.6), incluindo também os modelos de troca e movimentação de transformador propostos por Oliveira (2008). A partir do levantamento das características dos modelos e das relações entre as intervenções (seção 3.6.1) foi estabelecida uma ordem de precedência entre modelos, explorando assim apenas as combinações coerentes entre as possíveis. A integração foi sugerida através do encadeamento das soluções dos modelos (seção 3.6.2), caracterizando uma árvore de possíveis soluções finais (Figura 11). Para reduzir o número de modelos a executar percorre-se esta árvore em largura, podando seletivamente o espaço de busca em função dos resultados intermediários (Figura 12). Estudos de caso baseados em dados de circuitos reais foram apresentados (seção 4.7), expondo a influência das intervenções combinadas na melhoria de todos os parâmetros técnicos analisados e nos respectivos custos associados. Em alguns dos casos expostos observou-se que considerar

alterações nas especificações do circuito, nos parâmetros do modelo ou mesmo nos índices exigidos permite obter respostas diferentes, potencialmente interessantes para análise. A ferramenta responsável pela execução dos modelos integrados, o MORSE (seção 3.7.2.2), foi desenvolvida de forma a permitir ao projetista efetuar estas considerações de maneira simples e integrada ao ambiente da concessionária. Aliando isso ao tempo computacional baixo, mesmo para as execuções que contemplem todas as intervenções (seção 4.7), a proposta de execução de modelos integrados apresenta-se como aplicação viável para adoção prática no auxílio a projetos de melhoria.

Como parte das premissas do trabalho, para resolução dos modelos PLIM adotou-se um *solver* livre, o GLPK, bem como a linguagem de modelagem livre GMPL (MAKORIN, 2010). As dificuldades iniciais inerentes ao uso do GLPK, um aplicativo até então voltado a um público de programadores, acabaram por incentivar a criação de um ambiente próprio para desenvolvimento dos modelos matemáticos, o GUSEK (seção 3.7.1.2). Dentro da filosofia de retribuição e compartilhamento do *software* livre, o GUSEK foi disponibilizado publicamente e caracteriza-se hoje como um aplicativo bem aceito e difundido<sup>18</sup>, fomentando inclusive outras iniciativas similares como o oficial GLPK Lab (MAKHORIN, SCHUCHARDT e BETTONI, 2010). Assim, mesmo não inserido diretamente na proposta inicial de trabalho, o GUSEK representa hoje significativa contribuição do presente projeto para a comunidade de pesquisa operacional.

## 5.1 TRABALHOS FUTUROS

Aprimoramentos e testes são necessários em alguns modelos. O modelo de divisão de circuito, além de requerer a realização de mais estudos de caso, tratando circuitos com diferentes topologias e características, carece de considerações sobre custos de instalação de rede primária, cabendo análises conjuntas com especialistas para definição das prioridades e estudo de possíveis objetivos concorrentes. Cabe aqui mencionar que a realização de testes adicionais será viabilizada quando ocorrer a implantação definitiva do MORSE no ambiente de projetos de rede da Copel. O modelo proposto para o remanejamento de cargas também carece de testes, ainda mais extensivos, talvez exigindo revisões na abordagem utilizada.

---

<sup>18</sup> Mais de 5 mil *downloads* desde a primeira publicação, em janeiro de 2009, até fevereiro de 2011. Fonte: SourceForge <<http://sourceforge.net/projects/gusek>>.

Observa-se que a realocação de carga para o circuito adjacente regulada apenas pelos limites deste, mesmo quando apto, deve ser efetuada apenas enquanto necessária para o circuito principal.

Outras abordagens de integração podem ser produtivas, principalmente se considerarem não apenas a execução sequencial, mas também a execução conjunta de algumas (ou todas) as intervenções, integrando diretamente os modelos PLIM sugeridos ou adotando abordagens multiobjetivo para tanto. É possível que sejam obtidos resultados interessantes ao se unificar intervenções que contam com atuação concorrente – como no caso do índice de carregamento no modelo integrado de remanejamento de carga e troca de transformador. A aplicação de meta-heurísticas no âmbito das execuções sequenciais, variando padrões relaxados dos índices exigidos, pode permitir explorar soluções combinando resultados intermediários que a abordagem apresentada não permite obter. Embora a simples união dos modelos PLIM propostos não seja de fácil tratamento em função das não linearidades decorrentes, o desenvolvimento de modelos combinados (ou mesmo um modelo único) pode ser viável se considerado o constante desenvolvimento tecnológico dos *solvers* – incluindo o GLPK, cujos tempos computacionais apresentaram significativa melhora se comparados aos obtidos no início do presente projeto.

No tocante ao próprio GLPK várias extensões podem ser realizadas, como a adição de recursos e a complementação da linguagem GMPL para suporte a outras características da AMPL, o aprimoramento e extensão da linguagem de *script* utilizada para pré e pós processamento, suporte a novas tecnologias como intercâmbio de dados por XML, além de implementação de métodos e técnicas que auxiliem o tratamento de problemas específicos ou permitam a redução do esforço computacional no processo de solução, como heurísticas de corte e processamento paralelo. O ambiente do GUSEK ainda não é suficientemente maduro, constituindo solo fértil para expansão e aprimoramento. Como exemplo cita-se a visualização estruturada de gráficos e tabelas para as informações de desempenho e dados de entrada e saída, suporte para múltiplas configurações de execução e para resolução de modelos através de outros *solvers*, porte para outras plataformas como Linux e MacOS, entre outras tantas requisições usualmente encontradas nas próprias listas de discussão da comunidade de usuários do GLPK.



## REFERÊNCIAS

ANEEL. **Atlas de energia elétrica do Brasil**. 3. ed. Brasília: ANEEL, 2008.

ANEEL. **Procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional – PRODIST**. 2. rev. 8 v. Brasília: ANEEL, 2010.

BETTONI, Luiz M. M.; LARA, Lucas El G.; PASSARIN, Thiago A. R.; OLIVEIRA, Rogério P. de; ARRUDA, Lúcia V. R. de; MAGATÃO, Leandro; NEVES JR., Flávio; STEBEL, Sérgio L. Uma aproximação linear para modelagem matemática do balanceamento de cargas em redes de distribuição. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, XLI SBPO, 41, 2009, Porto Seguro. **Anais...** set. 2009, p. 286-297.

BETTONI, Luiz M. M.; PASSARIN, Thiago A. R.; NEVES JR., Flávio; ARRUDA, Lúcia V. R. de; OLIVEIRA, Rogério P. de; SOUZA, Alexandre A. A. de. Modelo PLIM para reconfiguração de circuitos da rede secundária de distribuição com foco no consumidor. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, XLII SBPO, 42, 2010, Bento Gonçalves. **Anais...** set. 2010, p. 813-824.

BETTONI, Luiz M. M. **GUSEK**: GLPK Under Scite Extended Kit. v. 0.2.11. 2010. Disponível em: <<http://gusek.sourceforge.net>>. Acesso em: 22 dez. 2010.

CHENG, Carol S.; SHIRMOHAMMADI, Dariush. A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 10, n. 2, p. 671-679, mai. 1995.

CHINDRIS, Mircea; ANDERU, Antoni S. i; BUD, Ciprian ; TOMOIAGA, Bogdan. The load flow calculation in unbalanced radial electric networks with distributed generation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL POWER QUALITY AND UTILISATION, EPQU 2007, 9, 2007, Barcelona. **Anais...** out. 2007, p. 1-5.

COPEL. **Norma técnica Copel – NTC 841001**: Projeto de redes de distribuição urbana. 3. ed. Curitiba: Copel, 1999.

COPEL. **Norma técnica Copel – NTC 841005**: Desenho de redes de distribuição. 2. ed. Curitiba: Copel, 2003.

COPEL. **Residencial**: informações: segurança: energia elétrica sem riscos. 2009. Disponível em: <<http://www.copel.com/hpcopel/residencial/informacoes.jsp>>. Acesso em: 22 dez. 2010.

COSSI, Antonio M.; ROMERO, Rubén; MANTOVANI, José R. S. Planning and projects of secondary electric power distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 24, n. 3, p. 1599-1608, ago. 2009.

DENIS, I. F. E. D.; PADILHA, A. Three-phase fast decoupled power flow. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRIC POWER ENGINEERING, PowerTech Budapest 99, 1, 1999, Budapest. **Anais...** set. 1999, p. 283.

DÍAZ-DORADO, Eloy; PIDRE, José C. Optimal planning of unbalanced networks using dynamic programming optimization. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 19, n. 4, p. 2077-2085, nov. 2004.

ENVIRONMENTAL SYSTEMS RESEARCH INSTITUTE. **ArcGIS**. v. 9.3. Redlands, California: ESRI, 2008.

FREE SOFTWARE FOUNDATION, Inc. **The GNU Operating System**. Disponível em: <<http://gnu.org>>. Acesso em: 12 jun. 2010.

FOURER, Robert; GAY, David M.; KERNIGHAN, Brian W. A Modeling Language for Mathematical Programming. **Management Science**, v. 36, n. 5, p. 519-554, mai. 1990.

GERSTING, Judith L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação: um tratamento moderno de matemática discreta**. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2004.

GOLDBARG, Marco C.; LUNA, Henrique P. L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GOMES, Flávio V.; PEREIRA, José L. R.; GARCIA, Paulo N.; VINAGRE, Marcio P.; CARNEIRO JR., Sandoval. Reconfiguração de sistemas de distribuição utilizando fluxo de potência ótimo e análise de sensibilidade. **Revista Controle & Automação**, v. 17, n. 4, p. 469-477, out. 2006.

GÖNEN, T.; RAMIREZ-ROSADO, I. J. Review of distribution system planning models: a model for optimal multistage planning. **IEE Proceedings C: Generation, Transmission and Distribution**, v. 133, n. 7, p. 397-408, nov. 1986.

HILBERT, Patrik; MIRANDA, Vladimiro; MATOS, Manuel A.; BERTLING, Lina. Multiobjective optimization applied to maintenance policy for electrical networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 4, p. 1675-1682, nov. 2007.

HODGSON, Neil. **SciTE**: a Scintilla based text editor. v. 2.21. 2010. Disponível em: <<http://scintilla.org/SciTE.html>>. Acesso em: 22 dez. 2010.

KASHEM, M. A.; GANAPATHY, V; JASMON, G. B. Network reconfiguration for load balancing in distribution networks. **IEE Proceedings C: Generation, Transmission and Distribution**, v. 146, n. 6, p. 563-567, nov. 1999.

KAUHANIEMI, K.; MAKINEM, A.; LAKERVI, E. Mathematical modelling of electricity distribution systems with several voltage levels. **IEEE Proceedings: International Symposium on Circuits and Systems**, v. 1, p. 425-428. jun. 1988.

KHATOR, Suresh. K.; LEUNG, Lawrence. C. Power distribution planning: a review of models and issues. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 12, n. 3, p. 1151-1159, ago. 1997.

KNOLSEISEN, Ana B.; COELHO, Jorge. Balanceamento de cargas em sistemas de distribuição de baixa tensão. **CTAI - Revista de Automação e Tecnologia da Informação**. v. 2, n. 1, p. 6-11, jan. 2003.

LARA, Lucas El G.; ARRUDA, Lúcia V. R. de; NEVES JR., Flávio. Modelo PLIM com fluxo de potência linear para troca de condutores em redes de distribuição de energia elétrica. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, XLI SBPO, 41, 2009, Porto Seguro. **Anais...** set. 2009, p. 3375-3382 .

MAGATÃO, Leandro. **Mixed integer linear programming and constraint logic programming: towards a unified modeling framework**. 2005. 166 f. Tese (Doutorado em Informática Industrial) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, Curitiba, 2005.

MAKHORIN, Andrew. **GLPK**: GNU linear programming kit. v. 4.44. Moscow: Moscow Aviation Institute, 2010. Disponível em: <<http://gnu.org/software/glpk>>. Acesso em: 22 dez. 2010.

MAKHORIN, Andrew; SCHUCHARDT, Heinrich; BETTONI, Luiz M. M. **GLPK Lab for Windows**. v. 4.44.1. 2010. Disponível em: <<http://glpklabw.sourceforge.net>>. Acesso em: 22 dez. 2010.

OLIVEIRA, Rogério P. de. **Ferramenta de otimização para projetos de melhoria de redes de distribuição secundária de energia elétrica**. 2008. 122 f. Dissertação (Mestrado em Informática Industrial) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

PAIVA, P. C.; KHODR, H. M.; DOMÍNGUEZ-NAVARRO, J. A.; YUSTA, J. M.; URDANETA, A. J. Integral planning of primary-secondary distribution systems using mixed integer linear programming. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 20, n. 2, p. 1134, mai. 2005.

SEMPÉRTEGUI, Rodrigo; BAUTISTA, Joaquin; CUBERO, Robert G.; PEREIRA, Jordi. Models and procedures for electric energy distribution planning: a review. In: IFAC TRIENNIAL WORLD CONGRESS, 15, 2002, Barcelona. **Anais...** 2002, p. 1-5.

SOUZA, Alexandre A. A. de. **Modelos matemáticos para auxílio ao planejamento e projeto de redes secundárias de distribuição**. 2002. 129 f. Dissertação (Mestrado em Informática Industrial) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, Curitiba, 2002.

SOUZA, Alexandre A. A.; NEVES JR., Flávio.; LOPES, Heitor S. Sistema de avaliação da rede secundária de distribuição utilizando algoritmos genéticos. **Espaço Energia**, n. 5, p. 34-41, out. 2006.

WILLIAMS, Hilary Paul. **Model building in mathematical programming**. 4. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 1999.

WILLIS, H. Lee. **Power distribution planning reference book**. 2. ed. New York: Marcel Dekker, 2004.

WU, Felix F.; BARAN, Mesut E. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 4, n. 2, p. 1401-1407, abr. 1989.