

RACIOCÍNIO MATEMÁTICO EM FOCO: FO(RM)AÇÃO DE PROFESSORES

Lucas N. Corrêa
Eliane M. O. Araman
Maria de Lurdes M. Serrazina

FORMAÇÃO CONTINUADA

TAREFA MATEMÁTICA MODELO PLOT

TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

ENSINO DE MATEMÁTICA

CONHECIMENTO MATEMÁTICO

RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

FORMAÇÃO DE PROFESSORES

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

NÍVEIS DE ENTENDIMENTO

PROCESSOS PRINCÍPIOS DE DESIGN

PROFESSIONAL LEARNING

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
Campi Cornélio Procópio e Londrina

**Raciocínio Matemático em Foco: Formação
de Professores**

**Mathematical Reasoning in Focus:
Teacher Education**

Lucas do Nascimento Corrêa
Eliane Maria de Oliveira Araman
Maria de Lurdes Serrazina

Londrina, 2025.

LUCAS DO NASCIMENTO CORRÊA

**RACIOCÍNIO MATEMÁTICO EM FOCO: FORMAÇÃO DE
PROFESSORES**

**MATHEMATICAL REASONING IN FOCUS:
TEACHER EDUCATION**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman

Coorientadora: Prof.^a Dra. Maria de Lurdes Serrazina

LONDRINA

2025



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



LUCAS DO NASCIMENTO CORREA

**COMPREENSÃO DOS PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO POR PROFESSORES:
PRINCÍPIOS DE DESIGN PARA TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 25 de Março de 2025

Eliane Maria De Oliveira Araman, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Alessandro Jacques Ribeiro, Doutorado - Fundação Universidade Federal do Abc (Ufabc)

Dr. Guillermo Enrique Ramirez Montes, Doutorado - Universidade da Costa Rica

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 25/03/2025.

SUMÁRIO

<u>APRESENTAÇÃO</u>	6
<u>PARA COMEÇAR...</u>	7
<u>PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO</u>	8
<u>PRINCÍPIOS DE DESIGN</u>	9
<u>AS TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL</u>	10
TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL 1:	11
FOLHA DE REGISTROS DOS V MÁGICOS	15
DISCUSSÃO DA TAP1	16
TAREFA DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL 2:	20
FOLHA DE REGISTROS DOS HEXÁGONOS	24
DISCUSSÃO DA TAP2	25
<u>CONSIDERAÇÕES FINAIS</u>	28
<u>REFERÊNCIAS</u>	30

APRESENTAÇÃO

Prezado(a) Formador(a),

Este material resulta de diferentes estudos sobre o Raciocínio Matemático entre os quais uma pesquisa realizada na formação continuada de professores. Seu objetivo é contribuir para o aprimoramento das práticas formativas, promovendo, como consequência, o desenvolvimento profissional dos docentes, aprofundando os seus conhecimentos sobre tarefas matemáticas, tarefas exploratórias, currículo e o próprio Raciocínio Matemático e seus processos.

O estudo supracitado tem como foco conhecer, através de uma análise interpretativa de dados oriundos de uma formação continuada, os níveis de entendimento e compreensão de professoras participantes dessa formação continuada – segundo o quadro teórico proposto por Rodrigues, Brunheira e Serrazina (2021) – ao resolverem uma Tarefa de Aprendizagem Profissional (TAP) e, a partir dessa análise, elaborar princípios de design que fomentem a elaboração e a implementação de TAP que corroborem para esses cursos de formação continuada de forma a promover a discussão, a reflexão e o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática, atendendo para as dimensões do conhecimento para promover o Raciocínio Matemático (Martins, Henriques, Caetano, 2023) dos alunos em contextos de sala de aula.

Prezando pelos princípios que nortearam a elaboração deste material, apresentaremos propostas de TAP como suporte para formações, visando contribuir para o desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática em diferentes níveis de ensino. Nosso foco está na identificação dos processos de Raciocínio Matemático, na elaboração de TAP e nas práticas docentes que melhor favorecem essa identificação, contemplando os registros de prática (episódios de sala de aula).

Portanto, utilize este material para fortalecer o aprendizado, sobretudo dos processos de Raciocínio Matemático, aprimorar o desempenho profissional dos professores e enriquecer a prática pedagógica em sala de aula.

Os autores.

Londrina, março de 2025.

PARA COMEÇAR...

A matemática desempenha um papel central na formação educacional, sendo essencial para o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico dos alunos. Nesse processo, o papel do professor de Matemática é determinante, não apenas pelo ensino de determinados conteúdos, mas, sobretudo, pela capacidade de mediar o entendimento e estimular o pensamento matemático nos alunos. O domínio do conhecimento matemático por parte do docente torna-se, assim, um elemento crucial para o sucesso no ensino dessa disciplina. Além disso, a habilidade de planejar e implementar estratégias pedagógicas que favoreçam a aprendizagem ativa e o desenvolvimento do Raciocínio Matemático (RM) é fundamental para que os alunos possam desenvolver competências essenciais de maneira eficaz.

O RM está relacionado às formas de pensamento dos alunos na resolução de tarefas matemáticas, abrangendo indução, abdução e dedução como seus aspectos estruturais. Cada um desses aspectos está vinculado aos processos de RM, conforme destacado por Jeannotte e Kieran (2017). Em seu estudo, as autoras sistematizaram nove processos de RM, divididos em três grupos: aqueles voltados à busca por semelhanças e diferenças (generalizar, conjecturar, identificar padrões, comparar e classificar); os relacionados à validação (justificar, provar e provar formalmente); e o exemplificar, que serve de suporte aos demais processos.

Sendo assim, para estabelecer uma conexão entre a formação de professores que ensinam matemática e os aspectos que caracterizam o RM, este produto educacional apresenta definições essenciais sobre o tema e adota uma abordagem formativa. Por meio das Tarefas de Aprendizagem Profissional (TAP), que integram uma das vertentes do modelo intitulado *Professional Learning Opportunities for Teachers* (Modelo PLOT) (Ribeiro; Ponte, 2020), busca-se promover Oportunidades de Aprendizagem Profissional (OAP), enriquecendo o desenvolvimento profissional dos docentes em relação aos processos de RM e a identificação deles. Desta forma, é necessário que os professores conheçam esses processos para que consigam identificá-los quando os seus alunos realizam uma tarefa matemática.

PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO



-  Conjecturar: um processo de RM que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico de provável ou talvez e com um potencial para a teorização matemática.
-  Generalizar: um processo que infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos do conjunto a partir de um subconjunto deste conjunto.
-  Identificar padrões: um processo que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas.
-  Comparar: um processo de RM que infere, pela busca de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas.
-  Classificar: Infere, pela busca de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos baseada em propriedades e definições matemáticas.
-  Justificar: um processo de RM que, ao pesquisar dados, fundamentos e apoio, permite alterar o valor epistêmico de uma narrativa.
-  Provar: Ao pesquisar dados, garantia e apoio, modifica o valor epistêmico de uma validação narrativa de provável a verdadeira.
-  Provar formalmente: processo que, ao pesquisar dados, justificar e apoiar, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável para verdadeiro.
-  Exemplificar: um processo de RM que suporta outros processos de RM.

¹ Fonte: Definições dos processos de Raciocínio Matemático segundo as autoras e pesquisadoras Jeannotte e Kieran (2017).

PRINCÍPIOS DE DESIGN

TAP	Princípios	Conhecimentos docente a serem desenvolvidos por meio das TAP
E L A B O R A Ç Ã O	<i>Princípio 1 – A tarefa matemática utilizada nas TAP e a própria TAP devem ser pensadas, elaboradas e desenvolvidas seguindo a abordagem de ensino exploratória.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Conhecimentos relacionados à abordagem de ensino exploratório por meio da vivência de suas etapas. - Conhecimento da relevância da escolha e da implementação da tarefa para o desenvolvimento do RM.
	<i>Princípio 2 – A tarefa matemática utilizada na TAP deve estar alinhada ao currículo norteador do ensino e aprendizagem do aluno (Educação Básica) e apropriada ao nível de escolaridade correspondente ao nível de ensino do professor em formação.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Conhecimento de que o desenvolvimento do RM é um objetivo curricular. - Conhecimento acerca da gestão curricular e da adequação das tarefas matemáticas às orientações curriculares vigentes.
	<i>Princípio 3 – As TAP devem conter registros de prática de alunos ao resolverem uma tarefa matemática (episódios de sala de aula).</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Conhecimentos pedagógicos baseados em vivências reais de sala de aula. - Conhecimento de que o ambiente da sala de aula, os conhecimentos prévios dos alunos e outros fatores devem ser levados em consideração.
	<i>Princípio 4 – Os registros de prática usados nas TAP precisam contemplar os processos de Raciocínio Matemático que se almeja serem compreendidos pelos professores em formação.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Compreensão de RM e de seus processos. - Conhecimento acerca dos processos de RM e de como identificá-los nas resoluções das tarefas feitas pelos alunos. - Reflexão sobre as estratégias de resolução e dos processos de RM mobilizados pelos alunos e de como podem contribuir para a aprendizagem matemática.
I M P L E M E N T A Ç Ã O	<i>Princípio 5 – Os professores em formação devem começar por resolver a tarefa matemática incluída na TAP.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Conhecimento do conteúdo matemático presente na tarefa. - Conhecimento das possíveis estratégias de resolução da tarefa que os alunos podem desenvolver. - Conhecimento sobre as ações que podem ser desenvolvidas pelos professores que apoiam o RM dos alunos.
	<i>Princípio 6 – A análise e a discussão dos registros de prática (episódios de sala de aula) contidos nas TAP devem ser realizadas em duplas, trios ou pequenos grupos, em que as discussões sejam o ponto central.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Conhecimento sobre a importância que as discussões matemáticas entre alunos e o professor, bem como, entre os professores e o formador, têm para o desenvolvimento da capacidade de argumentação matemática e, consequentemente, para o desenvolvimento do RM.
	<i>Princípio 7 - A intervenção do formador, no momento da discussão em pequeno grupo, deve ser pontual e conduzida em termos de privilegiar alguns pontos nos quais os grupos encontrem dificuldades.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Conhecimento de como orquestrar discussões matemáticas produtivas e de como elas contribuem para a aprendizagem matemática. - Conhecimento da importância de antecipar as possíveis resoluções de uma tarefa, de selecionar e sequenciar essas resoluções para promover discussões matemáticas com a turma.
	<i>Princípio 8 – Para além do trabalho em pequenos grupos, deve haver um momento de discussão no grande grupo, onde se discutam as diferentes conclusões e, por fim, a sistematização.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Conhecimento acerca da relevância da sistematização das conclusões oriundas das resoluções dos alunos e de que esta etapa é responsabilidade do professor. - Conhecimento de que a discussão final e a sistematização devem dirimir dúvidas, contribuindo para esclarecer conceitualmente os alunos.



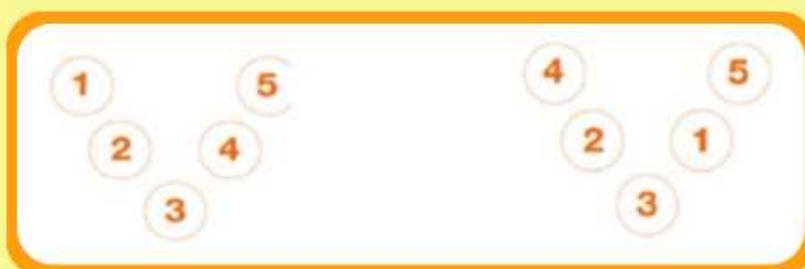
AS TAREFAS DE APRENDIZAGEM PROFISSIONAL

Tarefa de Aprendizagem Profissional 1: A Tarefa de Aprendizagem Profissional será iniciada pela Tarefa Matemática. Além disso, será feita a observação das resoluções feitas por alunos da Educação Básica para a mesma tarefa. O foco estará nas possíveis antecipações de resoluções, no conhecimento da tarefa matemática, na análise das estratégias adotadas pelos alunos, na forma como a resolveram e na identificação dos processos de RM envolvidos.

Tarefa 1. Analise atentamente a tarefa matemática intitulada “O V Mágico”. Em seguida, em dupla ou trio, resolvam-na e registrem todo o processo de resolução na folha de respostas.

O V Mágico

Observe os seguintes V's formados com os números de 1 a 5.



Nos V's somamos os números de cada um dos braços:

- No primeiro V: $1+2+3=6$ e $5+4+3=12$
- No segundo V: $4+2+3=9$ e $5+1+3=9$
- O segundo V é mágico porque a soma de cada um dos “braços” do V é igual.

2

1. Use a imaginação e forme diferentes Vs mágicos com os números de 1 a 5 sem repetir e deixe registrado em uma folha de registros.
2. Você consegue formar algum V mágico cujo vértice seja 2? Por quê?
3. Um aluno diz que em um V mágico o vértice tem sempre que ser um número ímpar. Concorda com este aluno? Por quê?

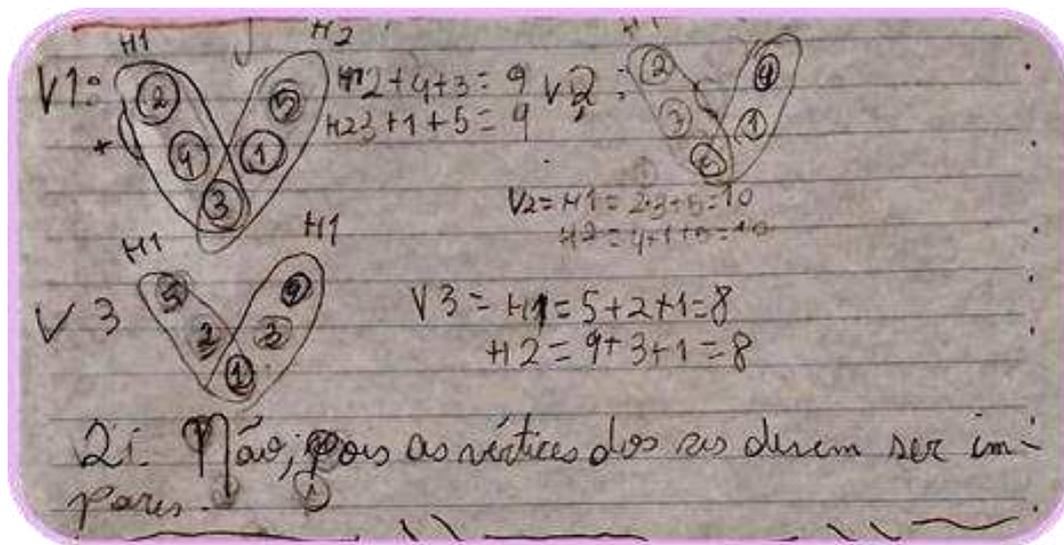
² Fonte: Tarefa matemática adaptada do e-book intitulado Raciocínio Matemático Nos 1.º e 2.º Ciclos: Números (Reason, 2022).

Trecho 2



Com base nas transcrições das discussões dos alunos e em seus registros escritos, identifique os processos de **Raciocínio Matemático** mobilizados na resolução da tarefa.

1. Registro escrito:



2. A seguinte transcrição faz parte do diálogo realizado por duas alunas ao resolverem a tarefa matemática “O V Mágico”, e é um complemento dos registros escritos acima.

Aluna1: Falei olha, senão vai ficar 3 só e não pode ficar um com mais e um com menos, entendeu? [Se referindo aos braços dos V's que não podem ficar sobrando ou faltando números] então vamos formar assim, olha... Ok! Eu acho que se a gente colocar um aqui, o cinco, o três, dá nove [fazendo a soma $1+5+3=9$ em um dos braços do V].

Aluna2: Dá.

Aluna1: Quatro mais dois [4+2]... Não dá... Não dá, mais um, sete [4+2+1=7]... Aqui olha, três mais cinco, oito, mais um, nove. Um mais quatro, cinco. Mais dois, sete.

Aluna2: Então tá faltando um... [em um dos braços do V a soma resultou em 9 e, no outro, em 7].

Aluna1: Então, e se a gente trocar os números? A gente troca o três por dois.

Aluna2: A gente troca por dois. Aí a gente troca o 5 com o 4?

Aluna1: Aqui ó, 3 mais 4, 7, mais 1, 8 [3+4+1=8]. 5 mais 1, 6, 7 e 8 [somando 2: 5+1+2=8]. Dá certo, dá certo. Então esse é o nosso V mágico. Então vamos colocar V1.

Aluna2: Aí depois tem que perguntar para o professor quantas vezes tem que fazer. Então esse daqui a gente já fez. Vamos para o outro.

Aluna1: Eu acho que tem que ser outro número agora, colocar na base [vértice do V]. Cinco?

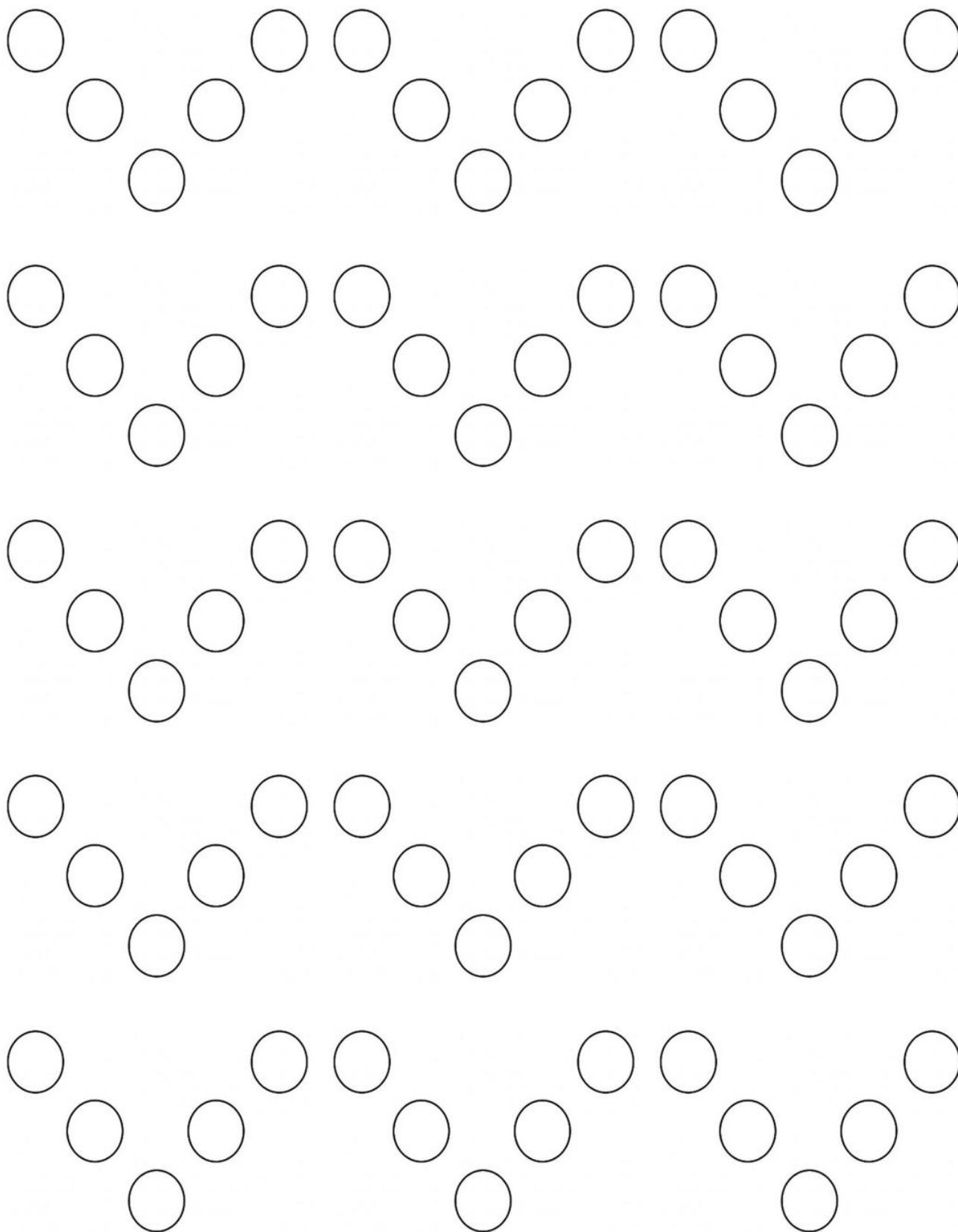
Aluna2: Pode ser.

Aluna1: Qual é o outro número? Pra subir?

Aluna2: Dois. [hipótese aleatória para ser testada]

Aluna1: Dois? Ah não, do outro lado. Falaram do outro lado. Não, meu tá errado. Falaram do lado da janela ou do lado da porta? [se referindo aos lados dos braços V com relação aos

Folha de registros dos V Mágicos



DISCUSSÃO DA TAP1

A Tarefa de Aprendizagem Profissional 1 (TAP1) tem como objetivo caracterizar conceitos do RM por meio de uma abordagem exploratória, tanto na resolução da tarefa matemática incluída na própria TAP quanto nas questões que a compõem. Contém registros escritos e transcrições da discussão de alunos da Educação Básica ao resolverem a tarefa, dessa forma, busca-se conectar elementos da prática pedagógica à teoria sobre o RM.

A TAP1 envolve a resolução da tarefa matemática por alunos da Educação Básica, visando fomentar a formação continuada a partir da prática pedagógica na e explorar aspectos essenciais do contexto profissional. Por meio da análise de resoluções e transcrições, os professores participantes têm a oportunidade de desenvolver, explorar, discutir e refletir sobre os conceitos do RM. Além disso, são incentivados a comparar suas próprias resoluções com aquelas apresentadas na TAP1, permitindo a identificação e análise de possíveis diferenças nos procedimentos de resoluções e em raciocínios que, por vezes, possam ser divergentes do que haviam pensado para resolver a tarefa matemática inicialmente, criando oportunidades para a reflexão sobre possíveis antecipações que os professores podem fazer ao planejar a implementação da tarefa em sala de aula.

Com relação a abordagem exploratória, Ponte (2005) refere que essa abordagem possui uma característica principal que é “o professor não procura explicar tudo, mas deixa uma parte importante do trabalho de descoberta e de construção do conhecimento para os alunos realizarem” (Ponte, 2005, p. 13). Para Lima, Abel e Nascimento (2021), o ensino exploratório “busca transformar e ressignificar a maneira de ensinar, de forma que a participação ativa do discente é fundamental para a construção do conhecimento, induzindo-o ao papel de protagonista no desenvolvimento de sua própria aprendizagem” (Lima, Abel, Nascimento, 2021, p. 939). A aula numa abordagem exploratória se desenvolve com as seguintes etapas: “Introdução da tarefa, Resolução autónoma pelos estudantes, muitas vezes organizados em pequenos grupos ou a pares, Discussão coletiva das resoluções com toda a turma e Sistematização das aprendizagens realizadas” (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013, *apud* Serrazina, 2021, p. 3).

Algumas características da TAP1 configuram-na como uma tarefa exploratória. Como um exemplo para uma tarefa exploratória, podemos citar os enunciados dos itens inclusos na TAP1 que são formulados por meio de questões abertas, que favorecem a reflexão sobre possibilidades de resolução e estimulam a discussão entre os professores participantes da formação continuada. Segundo Ponte (2005), essa abordagem de ensino convida os alunos, por

meio dos enunciados da tarefa, a desempenhar um papel ativo no processo de aprendizagem. Nesse sentido, os professores participantes do processo formativo terão oportunidades de construir seu próprio aprendizado e desenvolver-se profissionalmente em RM, com a mediação do professor formador.

Por sua vez, a tarefa matemática escolhida é uma adaptação da tarefa contida no *e-book* intitulado “Raciocínio Matemático Nos 1.º e 2.º Ciclos: Números”, com publicação no ano de 2022, pelo Projeto REASON.

O projeto REASON (2019-2022) tem como objetivo estudar o conhecimento matemático e didático dos professores para conduzir uma prática que promova o raciocínio matemático dos alunos e identificar formas de apoiar o seu desenvolvimento em professores e futuros professores dos ensinos básico e secundário (Reason, 2022, prefácio).

Algumas características da tarefa matemática selecionada são destacadas no *e-book*, que aponta sua inclusão de questões que "permitem uma variedade de estratégias de resolução" (Reason, 2022, p. 47), ou seja, há espaço para a exploração. Além disso, o material apresenta os processos de RM que os alunos podem desenvolver ao resolvê-la, evidenciando a importância do enunciado e das propostas apresentadas no e-book.

1. incentivam a formulação de generalizações baseadas na observação de semelhanças e diferenças entre objetos; 2. solicitam ou incentivam a justificação de respostas, ou de estratégias de resolução (na discussão coletiva); 3. solicitam ou incentivam a análise por parte do aluno de justificações apresentadas por outros (na discussão coletiva); 4. incentivam a formulação de generalizações a partir do conhecimento prévio (conceitos de par e ímpar); 5. incentivam a formulação de generalizações por transformação das condições da situação (no caso de se propor a variante da tarefa). (Reason, 2022, p. 47)

Diante disso, estruturamos os quadros a seguir para resumir as potencialidades desta TAP com base nos princípios de design estabelecidos, além de oferecer sugestões para sua implementação alinhada aos princípios de design elaborados.

- Para os princípios de elaboração da TAP:

Princípios	Potenciais da TAP 1 de acordo com os princípios
<i>Princípio 1 – A tarefa matemática utilizada nas TAP e a própria TAP devem ser pensadas, elaboradas e desenvolvidas seguindo a abordagem de ensino exploratória.</i>	- A TAP trata de questões que contribuem para o desenvolvimento profissional, abordando tanto a exploração da tarefa matemática quanto da tarefa de aprendizagem profissional em si por meio de questões que podem apresentar diversas formas de resolução. - A tarefa matemática da TAP possui características exploratórias e foi aplicada em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, seguindo as etapas do ensino exploratório (Oliveira; Menezes; Canavarro, 2013, <i>apud</i> Serrazina, 2021). Dessa forma, ela deve ser resolvida pelos professores participantes do processo formativo também seguindo as etapas do ensino exploratório.
<i>Princípio 2 – A tarefa matemática utilizada na TAP deve estar alinhada ao currículo norteador do ensino</i>	- A TAP explora o conteúdo da Unidade Temática de Números (BNCC, 2018) e pode ser aplicada em

<i>e aprendizagem do aluno (Educação Básica) e apropriada ao nível de escolaridade correspondente ao nível de ensino do professor em formação.</i>	diversos níveis de ensino, a partir dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. - As habilidades que a tarefa matemática desenvolve de acordo com a BNCC (2018): <ul style="list-style-type: none"> • (EF01MA06) Construir fatos básicos da adição e utilizá-los em procedimentos de cálculo para resolver problemas; • (EF01MA08) Resolver e elaborar problemas de adição e de subtração, envolvendo números de até dois algarismos, com os significados de juntar, acrescentar, separar e retirar, com o suporte de imagens e/ou material manipulável, utilizando estratégias e formas de registro pessoais.
<i>Princípio 3 – As TAP devem conter registros de prática de alunos a resolverem uma tarefa matemática (episódios de sala de aula).</i>	- A TAP inclui registros escritos das resoluções dos alunos, acompanhados de transcrições de suas falas, complementando esses registros e evidenciando seu raciocínio na resolução da tarefa.
<i>Princípio 4 – Os registros de prática usados nas TAP precisam contemplar os processos de Raciocínio Matemático que se almeja serem compreendidos pelos professores em formação.</i>	- A TAP reúne registros escritos e transcrições que contemplam os processos de justificar, conjecturar e generalizar.

- Para os princípios de implementação da TAP (sugestões):

Princípios	Sugestões para a implementação da TAP
<i>Princípio 5 – Os professores em formação devem começar por resolver a tarefa matemática incluída na TAP.</i>	- A TAP se inicia com a resolução da tarefa matemática por parte dos professores participantes do curso de formação continuada. - A TAP será apresentada num documento impresso que será entregue aos grupos. - A Tarefa Matemática pode ser entregue, em separado da TAP, de modo que os professores participantes, antes de conhecerem a TAP, pensem/resolvam apenas a Tarefa Matemática.
<i>Princípio 6 – A análise e a discussão dos registros de prática (episódios de sala de aula) contidos nas TAP devem ser realizadas em duplas, trios ou pequenos grupos, em que as discussões sejam o ponto central.</i>	- Será dado um momento para que os professores possam fazer uma leitura individual dos enunciados da TAP, bem como, refletir sobre eles. - A TAP sugere, em seu enunciado, a elaboração de pares para que as reflexões sejam discutidas e partilhadas. - Salienta-se que, de acordo com as etapas da abordagem exploratória, a discussão deve começar por ocorrer em duplas, trios ou pequenos grupos.
<i>Princípio 7 - A intervenção do formador, no momento da discussão em pequeno grupo, deve ser pontual e conduzida em termos de privilegiar alguns pontos nos quais os grupos encontrem dificuldades.</i>	- O formador deve buscar sempre realizar ações que auxiliem os professores em formação em suas dúvidas sobre a TAP, ou em qualquer outro aspecto que possa surgir da resolução da TAP, inclusive, relacionados aos conceitos matemáticos envolvidos na TAP. - No momento da resolução da tarefa matemática, o formador deve realizar ações que favoreçam o Raciocínio Matemático dos professores em formação ao resolvê-la, procurando sempre obter uma diversidade de resoluções.

Princípio 8 – Para além do trabalho em pequenos grupos, deve haver um momento de discussão no grande grupo, onde se discutam as diferentes conclusões e, por fim, a sistematização.

- Com base no desempenho dos professores em formação ao resolverem a tarefa matemática, recomenda-se que o formador conduza um momento de discussão e sistematização com o grupo para aprofundar os conceitos envolvidos.
- O formador deve classificar e selecionar as TAP (ou, se necessário, a tarefa matemática) para a sistematização que deverá surgir da partilha de conclusões entre grupos e a sistematização deverá ser efetuada por todos os professores em formação.

É importante destacar que todas as sugestões para a elaboração e implementação da TAP foram baseadas na análise de áudios de professores durante a realização de uma TAP. Portanto, não é imprescindível que uma nova TAP que possa ser desenvolvida siga rigorosamente todos os princípios de design estabelecidos neste material. Além disso, sua implementação pode ser adaptada conforme as especificidades e necessidades do processo formativo.

Tarefa de Aprendizagem Profissional 2: A Tarefa de Aprendizagem Profissional será iniciada pela Tarefa Matemática. Além disso, será feita a observação das resoluções feitas por alunos da Educação Básica para a mesma tarefa. O foco estará na forma como os alunos resolveram e na identificação dos processos de RM envolvidos.

Tarefa 2. Analise atentamente a tarefa matemática intitulada “Hexágonos Mais hexágonos”. Em seguida, em dupla ou trio, resolvam-na e registrem todo o processo de resolução na folha de respostas.

Hexágonos Mais Hexágonos

A seguinte sequência de figuras compostas por hexágonos regulares, é construída mantendo-se uma regularidade quanto ao número de hexágonos de cada figura e quanto à posição em que se encontram colocados. Assim, de acordo com as três imagens seguintes, responda às questões apresentadas.



3

1. Desenhe, na malha hexagonal, a 5.^a figura e a 10.^a figura.
2. Quantos hexágonos compõem a 20.^a figura?
3. Considerando como unidade de medida o lado do hexágono, qual o perímetro da 2.^a figura? E da 3.^a figura?
4. Qual o perímetro da 20.^a figura?
5. Como podemos calcular o perímetro de qualquer figura, nesta sequência?

³ Fonte: Tarefa matemática adaptada do e-book intitulado Desenvolver o Raciocínio Matemático dos Alunos: Práticas e Desafios (Reason, 2022)

Respostas dos alunos:

- i. (Somente fez o desenho e contou os lados da figura formada);
- ii. A 20^a figura “compõem” 20 hexágonos;
- iii. O perímetro da segunda figura é 10 unidades de medida e a terceira possui 14 unidades de medida;
- iv. O perímetro da 20^a figura é de 82 unidades de medida;
- v. Nós podemos subtrair 2 do número de hexágonos daí pegamos o resultado e multiplicamos por 4, depois adicionamos 10 sendo 2 hexágonos que tiramos.

3. Transcrição dos alunos ao resolverem a questão 4 da tarefa matemática:

Professora: Explica então, o que que você está fazendo aí? O que?

Aluno1: Contando o perímetro.

Professora: Está contando o perímetro? E o que é que você está fazendo aí para contar o perímetro? O que é que você está contando aí como perímetro?

Aluno1: Estou contando os lados...

Professora: Os lados. E o que que é o perímetro?

Aluno1: O perímetro é os lados da figura. Então, esses aqui que estão todos, você não pode contar com o lado de dentro, só o lado de fora.

Professora: E o que que é esse lado de dentro que você falou?

Aluno1: Que não conta como perímetro.

Professora: Não conta? Por que que não conta?

Aluno1: Porque eles se juntam assim, e daí eles estão na parte de dentro...

Aluno2: 20 por 6, por causa que um hexágono tem 6 lados. [*pensando em multiplicar o número de hexágonos pelo número de lados dos hexágonos*].

Aluno1: Não! A gente vai ter que multiplicar por 5, por causa que um lado não vai contar...

Aluno2: Eu acho que ficaria 5 vezes 18 e 2 vezes 6 [*18 hexágonos do meio e os 2 das pontas da figura*].

Aluno1: Eu acho melhor a gente multiplicar 20 por 5. Não! Eu acho melhor a gente fazer 18 por 4 e 2 por 5 [*18x4+2x5*]. Por que 18 hexágonos, tem 4 (lados) e 2 tem 5 (lados).

Aluno2: Conta a metade e depois multiplica por dois...

Professora: Então, você fez o quê?

Aluno1: Eu fiz até a metade, só que aí eu multipliquei por 2...

Professora: E quanto que deu?

Aluno1: 82.

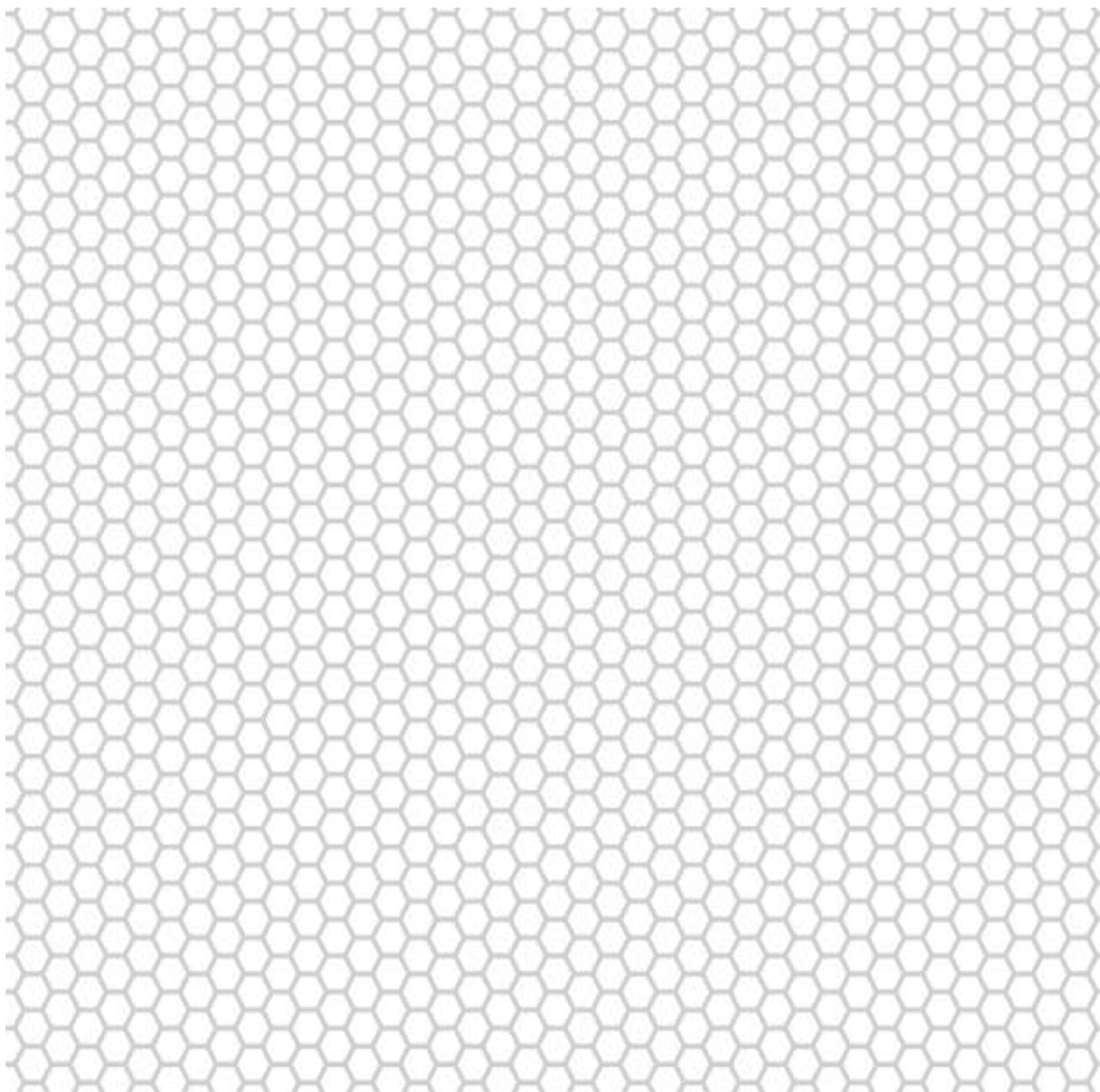
- i. Com base no trecho apresentado, identifique os processos de Raciocínio Matemático envolvidos e indique em que momento ocorrem. Além disso, justifique sua resposta, explicando por que você considera que determinado processo foi mobilizado.
-
-
-

INFORMAÇÃO IMPORTANTE

A tarefa matemática desta TAP está contida em uma das produções do Projeto REASON, intitulado “Desenvolver o Raciocínio Matemático dos Alunos: Práticas e Desafios”. Ao escanear este QRCode, você acessará mais detalhes sobre a tarefa matemática presente no REASON Book.



Folha de registros dos hexágonos



DISCUSSÃO DA TAP2

A Tarefa de Aprendizagem Profissional 2 (TAP2) aprofunda a análise dos processos de RM. Para isso, inicia-se com a resolução da tarefa matemática proposta na TAP, que os professores em formação deverão resolver. Em seguida, eles compararão os processos de RM mobilizados durante sua própria resolução com aqueles evidenciados pelos alunos da Educação Básica, promovendo uma análise reflexiva sobre as diferentes abordagens. Para além disso, a TAP2 com uma abordagem exploratória, exige que os professores em formação infiram sobre os significados e compreensões do RM.

A tarefa matemática incluída na TAP2 é uma adaptação da tarefa contida no *e-book* intitulado “Desenvolver o Raciocínio Matemático dos Alunos: Práticas e Desafios” com publicação no ano de 2022. Assim como a tarefa matemática da TAP1, a tarefa matemática da TAP2 também é uma produção do projeto Reason, que uniu nessa edição algumas produções organizadas por

[...] formadoras de uma oficina de formação contínua intitulada Promover o raciocínio matemático dos alunos dos anos iniciais e que teve uma forte vertente de preparação e reflexão em torno de aulas focadas no desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos de 1.º e 2.º ciclos (Reason, 2022, p.1).

Na resolução da tarefa matemática proposta na TAP2 podem surgir diversos processos de RM, destacando-se os processos de conjecturar, generalizar, justificar e identificar padrões. Além disso, proporciona oportunidades para que os alunos explorem diferentes estratégias de resolução. Nesse sentido, a tarefa se destaca como uma ferramenta que pode contribuir para o desenvolvimento do ensino exploratório, pois a diversidade de estratégias de resolução pode fomentar discussões e reflexões sobre os diferentes caminhos para solucioná-la.

Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020, p. 11), destacam que

a abordagem de ensino exploratório, baseada numa seleção criteriosa de tarefas e num ambiente estimulante de comunicação, com destaque para as discussões coletivas, proporciona um ensino da Matemática com compreensão e é uma base importante para o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Sendo assim, os professores participantes do processo formativo, devem, além de analisar a resolução dos alunos contida nos registros escritos, buscar solucionar a tarefa matemática seguindo as etapas do ensino exploratório, bem como, a TAP2 por completo.

Da mesma forma, a TAP2 busca promover a identificação de processos de RM de maneira ampla, tanto nos registros escritos quanto nas resoluções realizadas pelos professores em formação. Através da análise dessas resoluções, a TAP2 proporciona aos professores a oportunidade de refletir sobre os processos de RM que foram mobilizados durante a resolução,

contribuindo assim para o desenvolvimento da habilidade de identificar e compreender esses processos de forma mais assertiva. Além disso, essa abordagem visa fortalecer a capacidade dos professores de reconhecerem os diferentes aspectos do RM em suas próprias práticas e nos contextos de ensino da Educação Básica. Destacamos a questão 1 da TAP2 que tem como objetivo permitir que os professores desenvolvam habilidades e conhecimentos relacionados à antecipação dos processos de RM que uma tarefa pode promover, por meio da análise de sua própria resolução e, ao descrever os processos de RM, pretende-se que os professores se aprofundem nas definições de cada um deles, promovendo uma maior familiarização.

Assim, elaboramos quadros que sintetizam as potencialidades da TAP2 com base nos princípios de design estabelecidos, além de apresentar sugestões para sua implementação.

- Para os princípios de elaboração:

Princípios	Potenciais da TAP2 de acordo com os princípios
<i>Princípio 1 – A tarefa matemática utilizada nas TAP e a própria TAP devem ser pensadas, elaboradas e desenvolvidas seguindo a abordagem de ensino exploratória.</i>	- A tarefa matemática da TAP possui características exploratórias e foi aplicada em uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental, seguindo as etapas do ensino exploratório (Oliveira; Menezes; Canavaro, 2013, <i>apud</i> Serrazina, 2021). Dessa forma, ela deve ser resolvida pelos professores participantes do processo formativo também seguindo as etapas do ensino exploratório.
<i>Princípio 2 – A tarefa matemática utilizada na TAP deve estar alinhada ao currículo norteador do ensino e aprendizagem do aluno (Educação Básica) e apropriada ao nível de escolaridade correspondente ao nível de ensino do professor em formação.</i>	- A TAP explora o conteúdo da Unidade Temática de Álgebra (BNCC, 2018) e pode ser aplicada em diversos níveis de ensino, a partir dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. - As habilidades que a tarefa matemática desenvolve de acordo com a BNCC (2018): <ul style="list-style-type: none"> • (EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida. • (EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras. • (EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos.
<i>Princípio 3 – As TAP devem conter registros de prática de alunos ao resolverem uma tarefa matemática (episódios de sala de aula).</i>	- A TAP inclui registros escritos das resoluções dos alunos, acompanhados de transcrições de suas falas, complementando esses registros e evidenciando seu raciocínio na resolução da tarefa.
<i>Princípio 4 – Os registros de prática usados nas TAP precisam contemplar os processos de Raciocínio Matemático que se almeja serem compreendidos pelos professores em formação.</i>	- A TAP reúne registros escritos e transcrições que contemplam os processos de justificar, conjecturar, generalizar e identificar padrões.

- Para os princípios de implementação (sugestões):

Princípios	Sugestões para a implementação da TAP
<i>Princípio 5 – Os professores em formação devem começar por resolver a tarefa matemática incluída na TAP.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - A TAP se inicia com a resolução da tarefa matemática por parte dos professores participantes do curso de formação continuada. - A TAP será apresentada num documento impresso que será entregue aos grupos. - A Tarefa Matemática pode ser entregue, em separado da TAP, de modo que os professores participantes, antes de conhecerem a TAP, pensem/resolvam apenas a Tarefa Matemática.
<i>Princípio 6 – A análise e a discussão dos registos de prática (episódios de sala de aula) contidos nas TAP devem ser realizadas em duplas, trios ou pequenos grupos, em que as discussões sejam o ponto central.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Será dado um momento para que os professores possam fazer uma leitura individual dos enunciados da TAP, bem como, refletir sobre eles. - A TAP sugere, em seu enunciado, a elaboração de pares para que as reflexões sejam discutidas e partilhadas. - Salienta-se que, de acordo com as etapas da abordagem exploratória, a discussão deve ocorrer em duplas, trios ou pequenos grupos.
<i>Princípio 7 - A intervenção do formador, no momento da discussão em pequeno grupo, deve ser pontual e conduzida em termos de privilegiar alguns pontos nos quais os grupos encontrem dificuldades.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - O formador deve buscar sempre realizar ações que auxiliem os professores em formação em suas dúvidas sobre a TAP, ou em qualquer outro aspecto que possa surgir da resolução da TAP, inclusive, relacionados aos conceitos matemáticos envolvidos na TAP. - No momento da resolução da tarefa matemática, o formador deve realizar ações que favoreçam o RM dos professores em formação ao resolvê-la, procurando sempre obter uma diversidade de resoluções.
<i>Princípio 8 – Para além do trabalho em pequenos grupos, deve haver um momento de discussão no grande grupo, onde se discutam as diferentes conclusões e, por fim, a sistematização.</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Com base no desempenho dos professores em formação ao resolverem a tarefa matemática, recomenda-se que o formador conduza um momento de discussão e sistematização com o grupo para aprofundar a análise da atividade. - O formador deve classificar e selecionar as TAP (ou, se necessário, a tarefa matemática) para a sistematização que deverá surgir da partilha de conclusões entre grupos e a sistematização deverá ser efetuada por todos os professores em formação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este material é o Produto Educacional da pesquisa de mestrado profissional intitulada “*Compreensão Dos Processos de Raciocínio Matemático por Professores: Princípios de Design para Tarefas de Aprendizagem Profissional*”, que tem como objetivo compreender os níveis de entendimento dos processos de RM demonstrados por professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (que compreende os 1º ao 5º anos, com alunos de 6 a 10 anos de idade) ao resolverem uma TAP e, a partir disso, subsidiar a formulação de princípios de design para TAP que colaborem com o aprimoramento do conhecimento dos professores sobre o RM. Nesse sentido, as TAP que emergiram nesse produto são uma consequência de análises que permeiam a formação de professores quanto aos processos de RM.

Além dos princípios de design que orientaram a elaboração das TAP presentes nesse material, também consideramos as dimensões dos conhecimentos docentes para promover o RM em sala de aula (Martins, Henriques, Caetano, 2023). Esses conhecimentos foram levados em conta na estruturação dos enunciados dos itens incluídos nas TAP e são eles: aspectos teóricos e metodológicos, aspectos curriculares, aspectos do contexto e aspectos materiais.

(i) Aspectos teóricos e metodológicos – possuem natureza basilar, envolvem a caracterização do RM e suas formas de promoção; (ii) Aspectos curriculares – correspondem a identificação dos conteúdos específicos, das capacidades transversais e das aprendizagens inerentes, assim como do RM associado; (iii) Aspectos materiais – dizem respeito à ciência sobre os diversos recursos disponíveis, com destaque para as tarefas potenciais ao desenvolvimento do RM, incluindo também livros didáticos, softwares educacionais, materiais manipuláveis, entre outros; (iv) Aspectos do contexto – condizentes com a delimitação das especificidades do ambiente da sala de aula, que devem ser consideradas no planejamento, como o conhecimento prévio dos estudantes entre outros. (Martins; Henriques; Caetano, 2023, p. 1131)

Os princípios relacionados à realização da TAP dizem respeito às interações exigidas pela tarefa matemática e entre os envolvidos no curso de formação. Com isso, consideramos que a etapa de resolução da tarefa matemática é essencial, pois se torna indispensável que os professores vivenciem o problema do ponto de vista do aluno, experimentando as dificuldades, estratégias e caminhos que poderão surgir em sala de aula. Isso os ajuda a compreender melhor o papel da tarefa no ensino e na aprendizagem. Quanto às discussões individuais em pequenos e, por vezes, em grandes grupos, temos que tais momentos favorecem uma troca rica de ideias, permitindo que os professores confrontem diferentes interpretações e experiências, o que contribui com uma aprendizagem mais ampla e integrada. Por fim, a sistematização possibilita que se destaquem os conceitos centrais e os resultados das discussões, criando uma ponte entre



a formação em RM e a valorização da sua promoção em sala de aula. De notar que os princípios de design constituem auxiliares importantes na construção de uma TAP, embora nem todos tenham de ser tidos em conta em todas as TAP.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 96, n.1, p. 1-16, 2017. doi:10.1007/S10649-017-9761-8.

LIMA, J. R. de B.; ABEL, M. R. C.; NASCIMENTO, N. S. do. O ensino exploratório como metodologia de ensino no processo de aprendizagem matemática por meio do ensino remoto. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 8, n. 23, p. 933–945, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v8i23.5077. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/5077>. Acesso em: 25 fev. 2025.

MARTINS, M. A.; HENRIQUES, A. C. C. B.; CAETANO, J. J.. Conhecimento de Professores para Promover o Raciocínio Matemático: uma experiência de formação continuada. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 37, n. 77, p. 1126–1146, 2023.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática. 2005, p. 11-34.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA-PEREIRA, J. Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula??. **Educação e Matemática**, v. 156, p. 7-11, 2020.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. M. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar matemática. **Zetetiké**, Campinas /SP, v.28, p. 1-20, 2020.

RODRIGUES, M.; BRUNHEIRA, L.; SERRAZINA, L. A framework for prospective primary teachers' knowledge of mathematical reasoning processes. **International Journal of Educational Research**, v. 107, p. 101750- 101761, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2021.101750>.