

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**BRUNO BALDYKOWSKI**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA VELOCIDADE DE ASCENSÃO  
DE UMA BOLHA DE GÁS ESCOANDO EM LÍQUIDO  
ESTAGNADO: INFLUÊNCIA DA INCLINAÇÃO DO TUBO**

**PONTA GROSSA**

**2023**

**BRUNO BALDYKOWSKI** ✉ 🌐

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA VELOCIDADE DE ASCENSÃO  
DE UMA BOLHA DE GÁS ESCOANDO EM LÍQUIDO  
ESTAGNADO: INFLUÊNCIA DA INCLINAÇÃO DO TUBO**

**Experimental analysis of the rise velocity of a gas  
bubble flowing in a stagnant liquid: pipe slope influence**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. Luiz Eduardo Melo Lima ✉ 

**PONTA GROSSA**

**2023**



Este Trabalho de Conclusão de Curso está licenciado sob uma Licença Creative Commons Atribuição–NãoComercial–SemDerivações 4.0 Internacional, que permite uso e distribuição em qualquer meio ou formato, desde que o trabalho original seja devidamente citado, o uso não seja comercial e nenhuma modificação ou adaptação seja feita.

**BRUNO BALDYKOWSKI**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA VELOCIDADE DE ASCENSÃO  
DE UMA BOLHA DE GÁS ESCOANDO EM LÍQUIDO  
ESTAGNADO: INFLUÊNCIA DA INCLINAÇÃO DO TUBO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como  
requisito para obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica  
Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 22 de junho de 2023

---

Prof. Dr. Luiz Eduardo Melo Lima  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Prof. Dr. Jhon Jairo Ramirez Behainne  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Prof. Dr. Thiago Antonini Alves  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**PONTA GROSSA**

**2023**

## RESUMO

O escoamento multifásico, caracterizado como aquele que possui mais de uma fase (gasosa, líquida ou sólida), está presente em diversos segmentos naturais e em diversas aplicações industriais. Na indústria do petróleo, por exemplo, ocorre durante a produção e o transporte de óleo e gás através de tubulações horizontais, verticais ou inclinadas. Pela necessidade exponencial de otimização no ramo industrial, determinar os parâmetros que regem esses fenômenos torna-se imprescindível. Com isso, a simplificação do escoamento multifásico para o sistema bifásico facilita a compreensão e a realização desses cálculos, viabilizando o estudo desse fenômeno físico complexo. Contudo, dentre os diversos tipos de escoamento, destaca-se o intermitente por sua complexidade e extensa aplicação em tubulações de diferentes inclinações. Nesse contexto, projetou-se uma adequação em um aparato experimental de escoamento gás-líquido e realizou-se testes experimentais em diferentes inclinações para obter a velocidade da bolha alongada e posterior comparação com resultados da literatura. Por meio do aparato e da metodologia desenvolvida, a velocidade foi determinada a partir de vídeos gravados por uma câmera digital que se registrou a passagem da bolha por dois pontos pré-determinados e, por meio de programas de pós-processamento de vídeo, com o tempo e a distância do percurso da bolha, determinou-se a velocidade. Analisou-se um conjunto de medições para inclinações variando de 0° a 90°, em intervalos de 15°, obtendo-se os valores médios de número de Froude (0,395; 0,462; 0,493; 0,485; 0,449; 0,396; 0,350) e os desvios relativos em relação a resultados da literatura (GÓMEZ-BUENO, 2010) (1,33%; 1,32%; 0,42%; 1,23%; 2,07%; 0,77%; 5,58%). Conclui-se, comparando os resultados obtidos, que os valores estão conforme os demais disponíveis na literatura e, assim, validando os dados para aplicações em futuras pesquisas.

Palavras-chave: escoamento multifásico; inclinação do tubo; velocidade da bolha.

## ABSTRACT

Multiphase flow, characterized as having more than one phase (gas, liquid, or solid), is present in various natural systems and diverse industrial applications. In the petroleum industry, for example, it occurs during the production and transportation of oil and gas through horizontal, vertical, or inclined pipes. Due to the exponential need for optimization in the industrial field, determining the parameters that govern these phenomena becomes essential. Thus, simplifying the multiphase flow to the two-phase system facilitates understanding and calculation, enabling the study of this complex physical phenomenon. However, intermittent flow stands out among the various flow patterns due to its complexity and extensive application in pipelines of different slopes. In this context, an adaptation was designed in an experimental gas-liquid flow apparatus, and experimental tests were conducted at different slopes to obtain the elongated bubble velocity, which was subsequently compared with literature results. Using the apparatus and developed methodology, the velocity was determined from videos recorded by a digital camera that captured the bubble's passage through two predetermined points. Through video post-processing programs, the velocity was obtained by considering the time and distance traveled by the bubble. A set of measurements for slopes ranging from  $0^\circ$  to  $90^\circ$ , at intervals of  $15^\circ$ , was analyzed, obtaining the average values of Froude number (0.395; 0.462; 0.493; 0.485; 0.449; 0.396; 0.350) and the relative deviations from the results in the literature (GÓMEZ-BUENO, 2010) (1.33%; 1.32%; 0.42%; 1.23%; 2.07%; 0.77%; 5.58%). It is concluded, comparing the results obtained, that the values are in line with the others available in the literature and, thus, validating the data for applications in future research.

Keywords: multiphase flow; pipe slope; bubble velocity.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1 – Padrões de escoamento gás-líquido em tubulações horizontais</b>	<b>11</b>
<b>Figura 2 – Padrões de escoamento gás-líquido em tubulações verticais</b>	<b>11</b>
<b>Figura 3 – Desenho do aparato experimental feito em aplicativo CAD</b>	<b>27</b>
<b>Figura 4 – Novo desenho do aparato experimental feito em aplicativo CAD</b>	<b>29</b>
<b>Figura 5 – Vista explodida da adequação da segunda estrutura no aparato experimental feito em aplicativo CAD</b>	<b>31</b>
<b>Figura 6 – Instante de passagem do nariz da bolha pela posição inicial da distância estabelecida na inclinação de 60°</b>	<b>35</b>
<b>Figura 7 – Instante de passagem do nariz da bolha pela posição final da distância estabelecida na horizontal</b>	<b>35</b>
<b>Fluxograma 1 – Demonstrativo do procedimento experimental</b>	<b>33</b>
<b>Fotografia 1 – Identificação visual de uma bolha alongada (ou bolha de Taylor)</b>	<b>12</b>
<b>Fotografia 2 – Aparato experimental finalizado</b>	<b>30</b>
<b>Gráfico 1 – Variação da velocidade da bolha pela tensão superficial com inclinação de 0°, 45° e 90°</b>	<b>17</b>
<b>Gráfico 2 – Comparação entre os dados experimentais obtidos no presente trabalho e os valores calculados com correlações da literatura</b>	<b>39</b>
<b>Quadro 1 – Comparação dos principais trabalhos relacionados ao tema</b>	<b>25</b>

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b>	<b>– Resultados da análise realizada por Cook e Behnia (2001) para a velocidade da bolha escoando em líquido estagnado com diferentes diâmetros e inclinações de tubo . . . . .</b>	<b>21</b>
<b>Tabela 2</b>	<b>– Números de Froude (<math>Fr</math>) da bolha alongada em líquido estagnado obtidos experimentalmente por Gómez-Bueno (2010), variando a inclinação do tubo . . . . .</b>	<b>22</b>
<b>Tabela 3</b>	<b>– Resultados obtidos experimentalmente . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>Tabela 4</b>	<b>– Valores dos desvios padrão da velocidade e média do número de Froude . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>Tabela 5</b>	<b>– Comparação entre os dados experimentais obtidos no presente trabalho e da literatura . . . . .</b>	<b>37</b>
<b>Tabela 6</b>	<b>– Comparação entre os dados experimentais obtidos no presente trabalho e os valores calculados com correlações da literatura . . . . .</b>	<b>39</b>

## LISTA DE SIGLAS

CAD	Desenho Assistido por Computador, do inglês <i>Computer Aided Design</i>
DAMEC	Departamento Acadêmico de Mecânica
LabMF	Laboratório Didático de Mecânica dos Fluidos
PVC	Policloreto de Vinila, do inglês <i>PolyVinyl Chloride</i>
QR	Resposta Rápida, do Inglês <i>Quick Response</i>
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná



## LISTA DE SÍMBOLOS

$Fr$	Número de Froude	
$V$	Velocidade	[m/s]
$\odot_T$	Bolha de Taylor	
$g$	Aceleração gravitacional	[m/s <sup>2</sup> ]
$D$	Diâmetro	[m]
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\odot_G$	Fase gasosa	
$\odot_L$	Fase líquida	
$\Delta$	Diferença	
$Eo$	Número de Eötvös	
$\sigma$	Tensão superficial	[N/m]
$N_\mu$	Número de viscosidade inversa	
$\mu$	Viscosidade dinâmica	[kg/(m · s)]
$Mo$	Número de Morton	
$Re$	Número de Reynolds	
$\nu$	Viscosidade cinemática	[m <sup>2</sup> /s]
$S_p$	Raio de curvatura	
$\theta$	Inclinação	[°]
$\odot_H$	Horizontal	
$\odot_V$	Vertical	
$Q$	Termo de correção de Weber, Alarie e Ryan (1986)	
$z$	Coordenada axial	
$t$	Tempo	[s]

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>10</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>13</b>
<b>1.2</b>	<b>Organização do trabalho</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>Números adimensionais</b>	<b>14</b>
2.1.1	Número de Froude	14
2.1.2	Número de Eötvös	15
2.1.3	Número de viscosidade inversa	15
2.1.4	Número de Morton	15
2.1.5	Número de Reynolds	15
<b>2.2</b>	<b>Análise experimental</b>	<b>16</b>
2.2.1	Resumo comparativo da literatura	24
<b>3</b>	<b>MATERIAL E MÉTODOS</b>	<b>26</b>
<b>3.1</b>	<b>Descrição do aparato experimental</b>	<b>26</b>
<b>3.2</b>	<b>Adequação do aparato experimental</b>	<b>28</b>
<b>3.3</b>	<b>Determinação da velocidade</b>	<b>31</b>
<b>3.4</b>	<b>Procedimento experimental</b>	<b>32</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>34</b>
<b>4.1</b>	<b>Medições realizadas</b>	<b>34</b>
<b>4.2</b>	<b>Comparação de resultados</b>	<b>34</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>40</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>42</b>

## 1 INTRODUÇÃO

As fases de uma substância são definidas como gasosa, líquida e sólida, sendo então caracterizadas por diversos estados termodinâmicos. Deste modo, o escoamento multifásico é aquele que possui simultaneamente mais de uma fase (ou componente imiscível). O escoamento bifásico é considerado o tipo mais simples de escoamento multifásico. Pode-se encontrar diversos exemplos de escoamentos multifásicos na natureza, como fumaça, poluição, chuva e neve, assim como em diversas aplicações industriais (WALLIS, 1969).

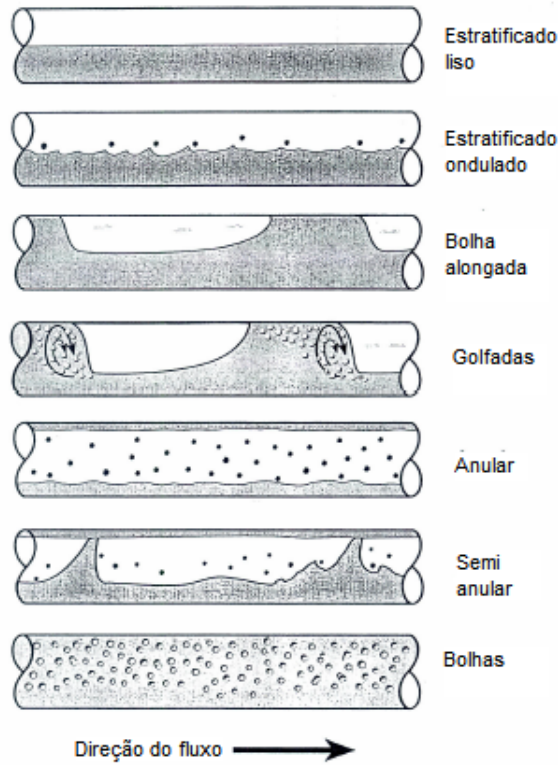
Devido à necessidade que as indústrias têm de prever custos com perdas de carga e de calor, visto a necessidade exponencial de otimização de custos, em diversas situações, a simplificação para sistema bifásico facilita a compreensão e a realização de cálculos, viabilizando o estudo deste fenômeno físico complexo (LIMA, 2011).

As indústrias do petróleo, química, nuclear, espacial e geotérmica são algumas das principais áreas de aplicação industrial. Na indústria do petróleo, por exemplo, o escoamento multifásico ocorre durante a produção e o transporte de óleo e gás, a partir do escoamento através de tubulações na horizontal, inclinadas ou na vertical. Além disso, as linhas de transporte podem ter comprimentos expressivos antes de chegarem as instalações de separação, sendo necessário vários componentes e métodos para controle e processamento do fluxo. Nesses casos, determinar a queda de pressão, a resistência do fluido e as frações volumétricas das fases é fundamental para o projeto e a operação dessas instalações (SHOHAM, 2006).

Um dos aspectos mais desafiadores em lidar com escoamento multifásico é que ele pode assumir muitos padrões diferentes (BRATLAND, 2010). Segundo Shoham (2006), esses padrões referem-se às configurações geométricas ou distribuições das fases no escoamento. No escoamento gás-líquido, dependem de diversas variáveis, como parâmetros operacionais, características geométricas e propriedades físicas das fases. A partir da combinação dessas variáveis, o escoamento tem suas classificações agrupadas em três classes principais: disperso, separado e intermitente. No que lhe concerne, essas três classes principais podem ser subclassificadas de mais especificamente em seis padrões para tubulações horizontais e cinco padrões para tubulações verticais. Os padrões de escoamento gás-líquido para tubulações horizontais e verticais são mostrados nas Figuras 1 e 2, respectivamente, onde se encontram sete representa-

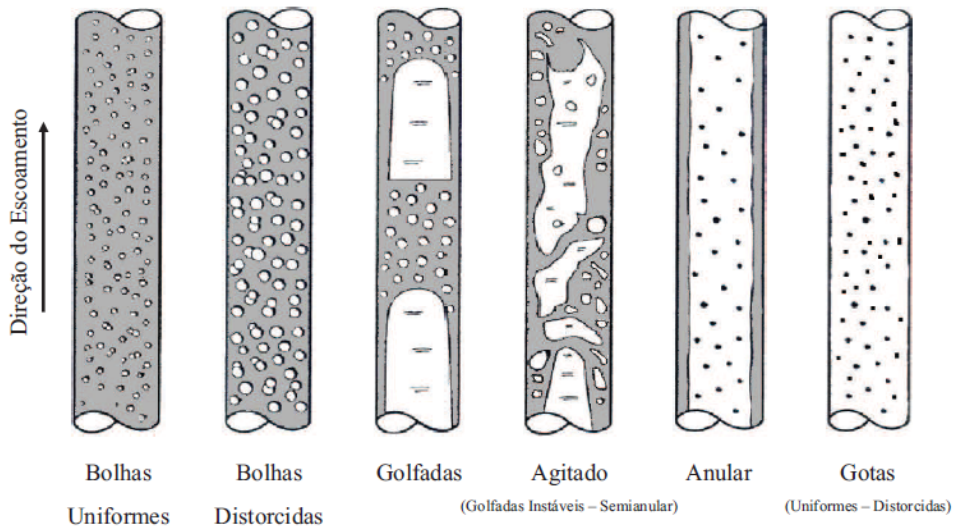
ções para horizontal e seis representações para vertical. O número de representações difere do número de padrões, pois o semianular corresponde a uma transição para anular (na horizontal) e o padrão gotas é subsequente ao padrão anular (na vertical), sendo uma forma de escoamento disperso (SHOHAM, 2006).

**Figura 1 – Padrões de escoamento gás-líquido em tubulações horizontais**



Fonte: adaptada de Shoham (2006)

**Figura 2 – Padrões de escoamento gás-líquido em tubulações verticais**

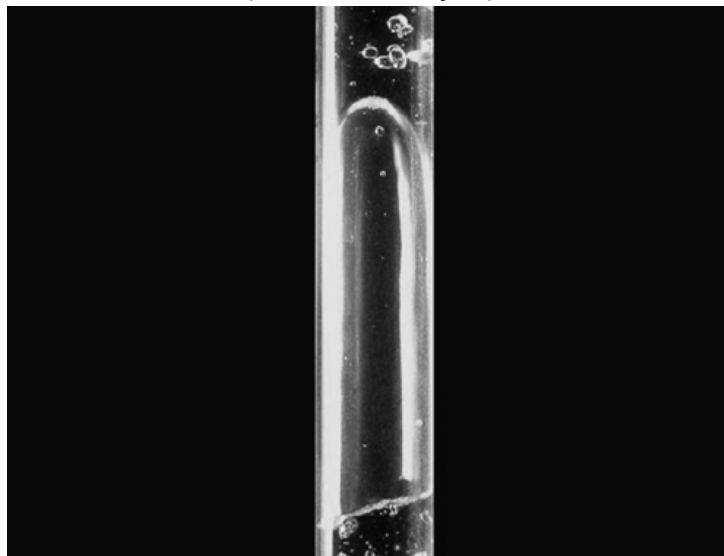


Fonte: adaptada de Shoham (2006)

Ao relacionar as principais classes com os padrões em tubulações na horizontal, têm-se os padrões de bolhas, como escoamento disperso, estratificado liso e ondulado, além de anular e semianular, como escoamento separado, e de bolhas alongadas e de golfadas, como escoamento intermitente. Para tubulações verticais, têm-se os padrões de bolhas uniformes e distorcidas, assim como o de gotas, como escoamento disperso, de golfadas, como escoamento intermitente, anular, como escoamento separado. Por fim, o padrão agitado é classificado como uma transição entre os escoamentos intermitente e separado (LIMA, 2011).

Entre os mais complexos padrões de escoamento gás-líquido, destaca-se o padrão intermitente. Esse padrão está presente em uma grande extensão das tubulações de diferentes inclinações, contendo diferentes fluidos de trabalho, onde a maioria do gás está localizado em uma bolha alongada que ocupa grande parte da seção do tubo. Essas bolhas são usualmente conhecidas como bolhas de Taylor e estão presente nos padrões de bolha alongada e golfadas. Diferenciam-se principalmente pelo padrão golfadas conter pequenas regiões de gás no líquido após as bolsas de gás, enquanto o padrão bolha alongada as bolsas de gás são separadas unicamente por líquido. Na Fotografia 1 tem-se a identificação visual da bolha de Taylor. Portanto, o propósito de analisar esse padrão é a proximidade com o verdadeiro comportamento físico do processo, para aplicações em soluções práticas empregadas em rotinas de cálculos de engenharia (TAITEL; BARNEA, 1990).

**Fotografia 1 – Identificação visual de uma bolha alongada  
(ou bolha de Taylor)**



**Fonte: adaptada de Rosa et al. (2010)**

Dessa maneira, com a variedade de padrões e de aplicações na área, evidencia-se a necessidade de estudar e aprofundar técnicas experimentais e instrumentos de medição para alcançar um conhecimento satisfatório sobre esses escoamentos e suas aplicações. Apesar de muito estudado ao longo dos anos, certas limitações operacionais ainda restringem a obtenção desse nível satisfatório de conhecimento que se faz necessário, principalmente em novos cenários de ocorrência desse fenômeno.

## 1.1 Objetivos

Tem-se por objetivo principal desse trabalho realizar uma adequação em um aparato experimental, desenvolvido em trabalhos anteriores (ANDO, 2021), para permitir analisar o efeito da inclinação do tubo na velocidade de ascensão de uma bolha de gás escoando em líquido estagnado. Dessa forma, têm-se como objetivos específicos:

- Projetar e dimensionar uma adequação em um aparato experimental para escoamentos gás-líquido.
- Planejar e realizar um conjunto de testes experimentais para diferentes inclinações de tubo.
- Comparar os resultados obtidos para velocidade da bolha alongada com outros disponíveis na literatura.

## 1.2 Organização do trabalho

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira:

- Neste Capítulo 1, tem-se a delimitação do tema e a apresentação dos objetivos do trabalho.
- No Capítulo 2, descrevem-se e discutem-se os principais trabalhos da literatura relacionados ao tema.
- No Capítulo 3, apresentam-se os materiais empregados e os métodos utilizados para obtenção dos resultados.
- No Capítulo 4, discutem-se os resultados obtidos em comparação com os da literatura.
- No Capítulo 5, apresentam-se as conclusões e considerações finais sobre o trabalho.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Segundo Wallis (1969), um modelo pode ser desenvolvido em vários níveis de complexidade com o escoamento bifásico apresentando diferentes propriedades e velocidades. Em variantes mais sofisticadas, são analisadas e resolvidas simultaneamente as equações de continuidade, *momentum* e energia para cada uma das fases. Já em variantes mais simplificadas, apenas um parâmetro é suficiente para uma análise satisfatória, sendo este a velocidade, frequentemente.

Neste trabalho, foi realizado uma análise da velocidade da bolha de Taylor. Assim, esta revisão da literatura está dividida da seguinte maneira: números adimensionais (Seção 2.1) e análise experimental (Seção 2.2).

### 2.1 Números adimensionais

Os principais números adimensionais para análise de escoamentos gás-líquido no padrão intermitente são descritos a seguir. O principal adimensional utilizado foi o número de Froude, cujas forças dominantes que caracterizam o mesmo serem relevantes à análise realizada. Entretanto, os demais números adimensionais relacionam outras forças que governam o escoamento em consequência de outros fenômenos, sendo também apresentados.

#### 2.1.1 Número de Froude

O número de Froude ( $Fr$ ) é aplicado em regimes dominados pela força inercial, sendo escrito em termos da velocidade de ascensão da bolha de Taylor ( $V_T$ ), da aceleração da gravidade ( $g$ ), do diâmetro interno do tubo ( $D$ ) e das massas específicas do gás ( $\rho_G$ ) e do líquido ( $\rho_L$ ), como mostrado na Equação (1), sendo  $\Delta\rho$  a diferença entre as massas específicas do gás e do líquido:

$$Fr = \frac{V_T}{\sqrt{gD \frac{\Delta\rho}{\rho_L}}} \quad (1)$$

### 2.1.2 Número de Eötvös

O número de Eötvös ( $E_o$ ) é descrito em termos da aceleração da gravidade ( $g$ ), do diâmetro interno do tubo ( $D$ ), das massas específicas do gás ( $\rho_G$ ) e do líquido ( $\rho_L$ ) e da tensão superficial do líquido ( $\sigma_L$ ), como mostrado na Equação (2):

$$E_o = \frac{gD^2\Delta\rho}{\sigma_L} \quad (2)$$

### 2.1.3 Número de viscosidade inversa

O número de viscosidade inversa ( $N_\mu$ ) relaciona as forças dominantes no regime com a força viscosa, definido em termos das massas específicas do gás ( $\rho_G$ ) e do líquido ( $\rho_L$ ), do diâmetro interno do tubo ( $D$ ), da gravidade ( $g$ ) e da viscosidade dinâmica do líquido ( $\mu_L$ ), conforme a Equação (3):

$$N_\mu = \frac{\sqrt{gD^3\frac{\Delta\rho}{\rho_L}}}{\mu_L} \quad (3)$$

### 2.1.4 Número de Morton

O número de Morton ( $M_o$ ) relaciona as forças dominantes do regime (viscosas, de empuxo e de tensão superficial). É escrito em termos da aceleração da gravidade ( $g$ ), das massas específicas do gás ( $\rho_G$ ) e do líquido ( $\rho_L$ ), da viscosidade dinâmica do líquido ( $\mu_L$ ), e da tensão superficial do líquido ( $\sigma_L$ ), conforme a Equação (4):

$$M_o = \frac{g\mu_L^4\Delta\rho}{\rho_L^2\sigma_L^3} \quad (4)$$

### 2.1.5 Número de Reynolds

O número de Reynolds ( $Re$ ) é dado em termos da velocidade de ascensão da bolha ( $V_T$ ), do diâmetro interno do tubo ( $D$ ), da massa específica do líquido ( $\rho_L$ ) e da viscosidade dinâmica do líquido ( $\mu_L$ ), ou ainda da viscosidade cinemática do líquido ( $\nu_L = \mu_L / \rho_L$ ), conforme a Equação (5):

$$Re = \frac{V_T D \rho_L}{\mu_L} = \frac{V_T D}{\nu_L} \quad (5)$$



Ainda, pode-se representar o número de Reynolds em função dos números de Froude e de viscosidade inversa, como mostrado na Equação (6):

$$Re = FrN_{\mu} \quad (6)$$

## 2.2 Análise experimental

Os escoamentos gás-líquido vêm sendo estudados experimentalmente desde o início do Século XX. Porém, os trabalhos anteriores a Davies e Taylor (1950) apresentavam resultados inexpressivos, a ponto de não serem aplicáveis em uma ampla variedade de volumes de gás. Assim, Davies e Taylor (1950) desenvolveram um dos primeiros estudos a respeito da ascensão de bolhas alongadas de ar em líquido estagnado. Para isso, utilizaram três tubos de vidro com mesmo comprimento, mas diferentes diâmetros, posicionados verticalmente sobre uma bacia com água. Então, com um tubo de borracha, aplicaram sucção na ponta superior dos tubos de vidro, fazendo com que a água da bacia alcançasse o topo desses para que fossem fechados em seguida. Assim, foi possível abrir a extremidade inferior dos tubos para analisar o escoamento que ocorreu através de uma cortina tubular ao redor do diâmetro, enquanto se formava uma bolha que ascendia em direção ao topo. Com isso, pôde-se medir a velocidade do escoamento da bolha cronometrando a passagem da mesma por marcações definidas ao longo do tubo. A partir desse experimento, concluíram por meio de análises empíricas que a velocidade da bolha ( $V_T$ ) seria dada pela Equação (7) que apresentou boa precisão e baixa porcentagem de desvio relativo, segundo eles.

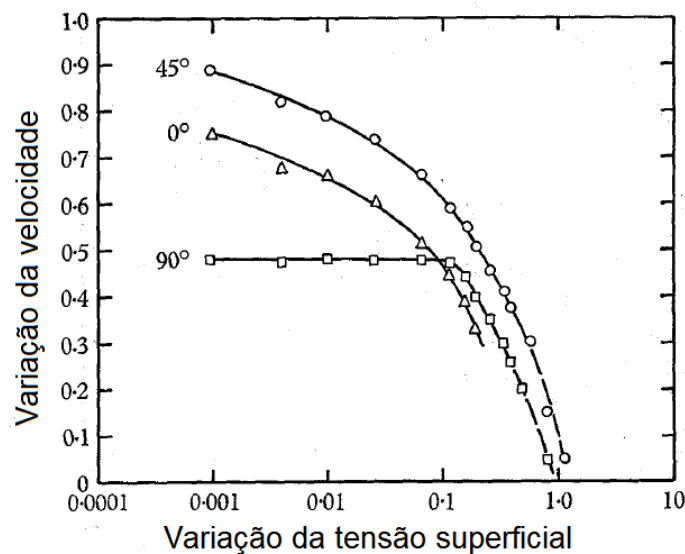
$$V_T = 0,46\sqrt{\frac{gD}{2}} \quad (7)$$

Zukoski (1966) analisou a influência da viscosidade do líquido, da tensão superficial e do ângulo de inclinação dos tubos na movimentação das bolhas em líquidos estagnados. Ele utilizou diferentes líquidos em tubos de vidro de diâmetros distintos, medindo a velocidade a partir do tempo de passagem por dois pontos específicos ao longo do tubo. Também conseguiu relacionar os parâmetros com os números adimensionais de Froude ( $Fr$ ), Eötvös ( $E_o$ ) e Reynolds ( $Re$ ). Ele observou que conforme a inclinação do tubo decrescia, o formato da bolha se modificava gradativamente. Em inclinações menores que  $45^\circ$ , a maioria do líquido descia pela parte inferior do tubo, enquanto o

formato do corpo da bolha na parede aumentava. A traseira da bolha tornou-se cada vez mais plana à medida que a inclinação diminuía, até que a área ocupada pelo líquido se aproximava da metade inferior do tubo e a bolha de gás ocupava a metade superior, para inclinação próxima de zero. Contudo, analisar o efeito do ângulo de inclinação na taxa de propagação da bolha (ou seja, a velocidade) torna-se muito complexo devido a essas mudanças de geometria ocorridas. Ainda assim, notou-se que a taxa de propagação das bolhas alcançou um valor máximo com a inclinação na posição de 45° e decresceu conforme a redução deste ângulo de inclinação.

Quando Zukoski (1966) relacionou a taxa de propagação da bolha com a tensão superficial em inclinações de 0°, 45° e 90°, ele notou que a velocidade tendia a ficar normalizada conforme a tensão superficial se aproximava de zero para a inclinação de 90°. Contudo, para 0° e 45° a velocidade continuava aumentando, deixando claro que para tubos verticais há uma taxa limitante conforme a tensão superficial se aproxima de zero, como mostrado no gráfico de variação de velocidade pela tensão superficial no Gráfico 1. Sugeriu-se então que isso ocorre devido ao raio de curvatura do nariz da bolha, que para a posição vertical, com menores valores de tensão superficial, diminui suavemente até tender a ficar constante. Já para as inclinações de 0° e 45° essa mudança é muito mais drástica, diminuindo o raio de curvatura em uma proporção de até dois para um em relação à tensão superficial.

**Gráfico 1 – Variação da velocidade da bolha pela tensão superficial com inclinação de 0°, 45° e 90°**



Fonte: adaptada de Zukoski (1966)

De maneira semelhante, Maneri e Zuber (1974) injetaram ar pressurizado em tubos de vidro com líquido estagnado. Realizaram medições por meio de técnicas fotográficas e de iluminação em diferentes inclinações até 90°, que possibilitaram analisar a influência das propriedades do fluido para as diferentes inclinações. Concluíram que não houve mudança na velocidade terminal da bolha em tubulação vertical, mas para os escoamentos inclinados, com o efeito da tensão superficial, a mudança na geometria do nariz da bolha fez com que alterasse o escoamento. Concluíram também que as propriedades do fluido alteram o escoamento conforme as condições de inclinação das instalações. Assim, modelaram a velocidade terminal da bolha pela Equação (8) em termos do número de Eötvös, sendo função da tensão superficial:

$$V_T(\theta) \approx f\left(\frac{1}{Eo}\right) \quad (8)$$

Maneri e Zuber (1974) propuseram que além da inclinação e da tensão superficial influenciar na velocidade da bolha, é possível desprezar a força de empuxo possibilitando escrever o número de Froude em função do raio de curvatura do nariz da bolha ( $S_p$ ) e do ângulo de inclinação ( $\theta$ ), conforme Equação (9):

$$Fr(\theta) = S_p \sqrt{\cos \theta} \quad (9)$$

Eles concluíram que as propriedades dos fluidos afetam a velocidade conforme as condições de inclinação das instalações. Para inclinações de 0° a 10°, em grandes diâmetros, o escoamento independe das condições do fluido. De 10° a 30° começa a sofrer a influência das propriedades dos fluidos. Por fim, de 30° a 90° o escoamento é influenciado pelas propriedades dos fluidos.

Weisman e Kang (1981) realizaram experimentos por meio de um aparato com tubos de vidro de aproximadamente seis metros e diferentes diâmetros, que possibilitavam inclinações de até 7° em relação à vertical ou à horizontal. Analisaram o escoamento por meio de medidores de orifício à pressão atmosférica, constatando que a inclinação da tubulação afeta o comportamento dos padrões de escoamento.

Do ponto de vista de versatilidade experimental, Bendiksen (1984) aprofundou mais em seu trabalho, desenvolvendo um aparato com tubos de acrílico suportados por barras de alumínio que, sendo pivotadas, possibilitava inclinações de 90° e -90° com a horizontal. Com válvulas para controle constante da pressão, a velocidade da

bolha foi determinada por detectores ao longo dos tubos conectados a um sistema eletrônico. Realizou pelo menos 50 testes para cada inclinação de tubo, para determinar a velocidade de escoamento, introduzindo a bolha de gás usando ar pressurizado, mantendo demais condições constantes, como temperatura. Conseguiu correlacionar o número de Froude ( $Fr$ ) com a inclinação ( $\theta$ ) conforme a Equação (10), considerando os números de Froude na horizontal ( $Fr_H = 0,542$ ) e na vertical ( $Fr_V = 0,345$ ):

$$Fr(\theta) = Fr_H \cos \theta + Fr_V \sin \theta \quad (10)$$

Comparando com os resultados de Zukoski (1966), há concordância em torno de 1% com os valores propostos por Bendiksen (1984), visto que os dados foram coletados aplicando os mesmos parâmetros de coeficientes em todos os valores dos números de Froude, negligenciando efeitos de expansão da bolha e erros experimentais.

Weber, Alarie e Ryan (1986) realizaram experimentos para calcular a velocidade da bolha de Taylor em tubos de diferentes diâmetros para sete diferentes inclinações de tubulações, de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  com variações de  $15^\circ$ . Utilizando água destilada como líquido, fecharam a extremidade inferior com uma rolha de borracha, acoplaram uma mangueira flexível na parte superior para encher os tubos para abrir a parte inferior, permitindo o escoamento e a formação da bolha de Taylor, posteriormente. Cronometrando os tempos de ascensão da bolha em pontos específicos da tubulação, observaram que a relação obtida por Bendiksen (1984) apresentou resultados discrepantes para fluidos mais viscosos ou para escoamentos com baixo número de Eötvös. Assim, propuseram um termo de correção ( $Q$ ) adicionado à Equação (10), que diminuiu a discrepância entre os valores de 15% para 10%, resultando nas Equações (11) e (12):

$$Fr(\theta) = Fr_H \cos \theta + Fr_V \sin \theta + Q \quad (11)$$

$$Q = \begin{cases} 0 & \text{se } \Delta Fr \leq 0 \\ 1,37(\Delta Fr)^{2/3} \sin \theta (1 - \sin \theta) & \text{se } \Delta Fr > 0 \end{cases} \quad (12)$$

Alves, Shoham e Taitel (1993) realizam experimentalmente uma análise da velocidade da bolha alongada pela abordagem de Benjamin. Em tubos de PVC (Policloreto de Vinila, do inglês *PolyVinyl Chloride*) de 5,1 cm e 7,6 cm de diâmetro e 15 m de

comprimento. Analisaram o comportamento de uma bolha de gás em líquido estagnado, sendo esse o querosene, por ser um fluido com características semelhantes à água, mas com baixo teor corrosivo. Determinaram valores de velocidade por um sistema detector de variação de pressão e, assim, concluíram que de 0° e 90°, variando a cada 10°, o valor máximo da velocidade ocorre para inclinação de 40° dependendo de dois principais parâmetros, o número de Eötvös e o número de viscosidade inversa.

Carew, Thomas e Johnson (1995) realizaram experimentos com diversos tubos de diâmetros distintos, fixados a uma estrutura metálica em formato de “A”, sendo pivotados pelo seu centro no centro da estrutura. Preencheram parcialmente os tubos com os líquidos de interesse, mantendo gás suficiente para formar a bolha de Taylor e, assim, rotacionaram rapidamente a tubulação para a inclinação desejada. Por meio de um cronômetro automatizado por sensores óticos infravermelhos, mediram a velocidade da bolha. Assim, para os diâmetros de 0,0216 m e 0,178 m e elevado número de Reynolds, concluíram que com o aumento da viscosidade e da tensão superficial, mesmo em escoamentos inclinados, ocorre uma diminuição da velocidade de ascensão da bolha. Tal comportamento é regido pela correlação proposta por eles na Equação (13), onde  $z$  corresponde a coordenada axial:

$$\log \left[ \frac{\text{Fr}(\text{Eo}, \theta, \text{Re})}{\text{Fr}(\text{Eo}, \theta, \infty)} \right] = \frac{1}{4} \left\{ z \sqrt{\left( \frac{\log \text{Re} - 1,08}{z} \right)^2 + 1} + (\log \text{Re} - 1,08) \right\} \quad (13)$$

Para valores de número de Reynolds menores que a unidade, a velocidade da bolha torna-se menos dependente da velocidade do líquido que desce em torno da bolha, devido à interferência da viscosidade na Equação (13) de Carew, Thomas e Johnson (1995). Destaca-se também a influência do peso de fluido submerso no nariz da bolha, pois esse termo aumenta na região do nariz da bolha resultando em maiores velocidades de ascensão.

Fagundes Netto, Fabre e Peresson (1999) realizaram um estudo teórico e experimental com um tubo de PVC na horizontal de 90 m de comprimento e 53 mm de diâmetro. Tanto o ar quanto a água foram injetados por uma bomba, proporcionando ao líquido uma velocidade variável (não estagnado). Observaram dois diferentes tipos de formato de bolha (dois distintos padrões de escoamento). Por fim, analisaram por meio de sensores as velocidades das bolhas em diferentes condições de escoamento e correlacionaram cada velocidade com o formato da bolha e suas características.

Cook e Behnia (2001) relacionaram um estudo experimental com um numérico para analisar o escoamento intermitente gás-líquido, obtendo melhores resultados sobre variação de pressão e troca de calor envolvidos nesse fenômeno. Usaram tubos de 32 mm e 50 mm de diâmetro com possibilidade de inclinação de 0° a 10°, utilizando eletrodos condutores para identificar o início e o fim da bolha e, conseqüentemente, suas respectivas velocidades. Assim, chegaram aos seguintes resultados da Tabela 1:

**Tabela 1 – Resultados da análise realizada por Cook e Behnia (2001) para a velocidade da bolha escoando em líquido estagnado com diferentes diâmetros e inclinações de tubo**

Teste (#)	Diâmetro do tubo, $D$ (mm)	Inclinação, $\theta$ (°)	Velocidade, $V_T$ (m/s)	Número de Froude, $Fr$
1	32	5	0,251	0,448
2	32	10	0,262	0,468
3	50	5	0,337	0,481
4	50	10	0,350	0,500
5	50	5	0,335	0,479
6	50	10	0,346	0,494
7	44,5	15	0,338	0,512
8	44,5	30	0,359	0,544
9	44,5	45	0,370	0,560

Fonte: adaptada de Cook e Behnia (2001)

Shi *et al.* (2005) optaram por realizar uma análise tanto nos escoamentos bifásicos quanto nos escoamentos trifásicos. Assim, observaram água e gás (nitrogênio), óleo (querosene) e água e óleo, água e gás. Para isso, utilizou-se uma tubulação de vidro com 15 cm de diâmetro e 11 m de comprimento, variando em oito diferentes inclinações de 0° a 92°. Utilizaram sondas que detectam variação de pressão para determinar a condição de escoamento dos diferentes fluidos em suas respectivas inclinações. Sugeriram que para escoamentos trifásicos a inclinação do tubo e a fração volumétrica do gás são os maiores influentes no fenômeno.

Perron, Kiss e Poncsák (2006) aprofundaram a relação entre ar e água determinando a forma, o volume e o número de Froude da bolha em um escoamento em superfície plana de vidro, variando a inclinação de 0° a 10° com influência da gravidade em escoamento descendente. Com uma câmera de alta resolução, observaram que o volume da bolha variou de 0,3 cm<sup>3</sup> a 9 cm<sup>3</sup> e determinaram uma típica correlação entre a velocidade, o volume da bolha e a inclinação do escoamento.

A teoria do potencial de escoamento, aplicada em escoamentos bifásicos para encontrar velocidade da bolha, chegava em correlações que negligenciavam a tensão do escoamento e a viscosidade dos fluidos. Assim, Gokcal, Al-Sarkhi e Sarica (2008)

realizaram um experimento para analisar os efeitos da viscosidade do óleo na velocidade da bolha em tubos inclinados. Utilizaram uma tubulação que permite escoamento em ciclo, com diâmetro de 50,8 mm e 9,15 m de comprimento em acrílico transparente. Em diferentes inclinações, variando de 0° a 90°, conseguiram propor uma correlação que se aproximou de maneira muito satisfatória aos experimentos físicos, principalmente relacionados aos fluidos de alta viscosidade.

Gómez-Bueno (2010) estudou a influência da inclinação de tubulações em escoamentos de líquido-gás. Realizou experimentos usando uma tubulação de acrílico fixada em uma treliça articulada de 8,5 m de extensão, com inclinação variando de -5° a 90°, em passos de 15°, controlado por meio de um sistema de monitoramento computadorizado. Assim, a Tabela 2 mostra os valores de Fr obtidos experimentalmente por ele para diversas inclinações, onde passaram por uma correção devido ao efeito da expansão volumétrica que ocorre quando a coluna hidrostática diminui e a bolha de gás expande foi aplicada nos resultados, pois com a variação de volume também varia-se a velocidade. Os resultados obtidos por ele concordaram com os demais trabalhos da literatura que analisaram a influência da inclinação dos tubos em escoamentos gás-líquido. O maior aumento do valor da velocidade da bolha se mostrou ocorrer de 30° a 75° com relação à horizontal, sendo seu valor máximo em 60°. Para a horizontal (0°), o valor de Fr foi obtido por extrapolação devido à dificuldade para a bolha se deslocar na ausência de força de empuxo.

**Tabela 2 – Números de Froude (Fr) da bolha alongada em líquido estagnado obtidos experimentalmente por Gómez-Bueno (2010), variando a inclinação do tubo**

Inclinação, $\theta$ (°)	Número de Froude, Fr (experimental)	Fator de correção	Número de Froude, Fr (corrigido)
0	<sup>(1)</sup> 0,420	0,995	0,418
5	0,436	0,995	0,434
15	0,464	0,988	0,459
30	0,493	0,980	0,483
45	0,492	0,974	0,479
60	0,460	0,971	0,447
75	0,413	0,969	0,401
90	0,356	0,968	0,345

<sup>(1)</sup> Valor extrapolado para a horizontal (0°).

Fonte: adaptado de Gómez-Bueno (2010)

Lizarraga-Garcia, Buongiorno e Bucci (2016) realizaram estudos sobre drenagem de filme e critério de ruptura de bolhas de Taylor em escoamentos lentos, com tubos de policarbonato. Utilizando metanol e etanol em diversas inclinações, determinaram

a velocidade de ascensão da bolha por meio de uma câmera digital de alta velocidade. Eles apresentaram um modelo analítico que prevê a drenagem do filme por gravidade, validado experimentalmente com bolhas de Taylor em tubos inclinados ( $5^\circ$  a  $90^\circ$ ).

Rodrigues *et al.* (2019) analisaram experimentalmente frequência, velocidade, formato e comprimento da bolha em inclinações de  $-4^\circ$  a  $-13^\circ$ , em escoamentos intermitentes. Com sensores de tela em tubos transparentes de 25,8 mm de diâmetro interno, chegaram a quatro diferentes valores de velocidade: 0,02 m/s ( $-13^\circ$ ); 0,01 m/s ( $-10^\circ$ ); 0,01 m/s ( $-7^\circ$ ); 0,03 m/s ( $-4^\circ$ ).

Tihon e Ezeji (2019) utilizaram um duto com perfil retangular e câmeras de alta velocidade para determinar a velocidade da bolha em líquido estagnado. Realizaram testes em canais de diferentes proporções e inclinações, depois compararam os resultados obtidos com resultados anteriores (analíticos) e concluíram que os valores sugerem que a velocidade segue uma escala com base na altura do canal. Com a análise experimental realizada, desenvolveram um modelo para previsão da velocidade de ascensão da bolha, baseado nas velocidades limites da bolha na horizontal e na vertical considerando os efeitos de nivelamento e empuxo. Com isso, o modelo apresenta previsões com precisão suficiente em regime inercial.

Azevedo, Faccini e Su (2020) estudaram experimentalmente a bolha de Taylor em líquido estagnado composto por água e glicerina. Observaram a velocidade e formato da bolha em tubulações circulares que variam de  $0^\circ$  a  $15^\circ$ , por meio de técnicas de pulso ultrassônico. Concluíram, assim como os demais estudos citados, que a velocidade da bolha aumenta conforme o aumento do ângulo de inclinação e que o comprimento da bolha não causa influência nessa grandeza. Além disso, várias correlações foram testadas para a variação de inclinação analisada.

Notando instabilidades causadas pelo padrão intermitente com duas fases, Cazarez-Candia e Benítez-Centeno (2020), analisaram experimentalmente o escoamento de água e ar em tubos de acrílico com 6 m de comprimento e 0,01905 m de diâmetro interno. Por meio de sensores que interpretavam sinais de diferença de potencial conforme a passagem das bolhas, conseguiram determinar, entre outros parâmetros, a vazão do ar para as inclinações de  $0^\circ$ ,  $3^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ , realizadas diversas vezes. Com isso, concluíram que o comprimento da bolha de Taylor diminui com o aumento da inclinação e, além disso, constataram o aumento da turbulência entre a bolha de Taylor e a parede do tubo conforme aumento da inclinação.



Livinus e Verdin (2021) analisaram o comportamento da bolha em movimento ascendente em tubulações com inclinação de até  $10^\circ$  usando diodos detectores. Observaram a velocidade da bolha e sua dependência de fatores como a viscosidade do fluido, assim como a inclinação e o diâmetro do tubo. Assim, concluíram também que a velocidade da bolha cresce conforme aumenta a inclinação. Puderam assim comparar com resultados obtidos em demais estudos e desenvolver correlações para esse caso específico.

### 2.2.1 Resumo comparativo da literatura

Finalizando esta revisão da literatura, um resumo comparativo dos principais trabalhos apresentados e discutidos é mostrado no Quadro 1, em termos das configurações do sistema, metodologias e conclusões mais relevantes.

Quadro 1 – Comparação dos principais trabalhos relacionados ao tema

Autor(es)	Fluidos e tubos	Metodologia	Comentários
Zukoski (1966)	Água, tetracloreto de carbono, mercúrio, glicerina, álcool etílico e misturas desses fluidos em tubos de vidro com $D$ de 0,5 cm e 17,8 cm.	Velocidade determinada pelo tempo de passagem por dois pontos ao longo do tubo, para $\theta$ de 0°, 45° e 90°.	Valor máximo de velocidade em 45° e redução proporcional ao ângulo; tensão superficial como principal fator influente.
Maneri e Zuber (1974)	Água e álcool etílico em tubulações de vidro com $D$ de 3/8 e 1/2 polegada.	Por meio de ar pressurizado, obteve-se a velocidade por técnicas fotográficas e de iluminação em diferentes $\theta$ até 90°.	Além da tensão superficial, o raio de curvatura do nariz da bolha e $\theta$ influenciavam na velocidade.
Bendiksen (1984)	Água em tubos de acrílico com $D$ de 1,92 cm e 5 cm.	Em diferentes $\theta$ de -90° a 90°, com válvulas para controle constante de pressão, utilizou um sistema eletrônico com detectores no tubo para medição da velocidade.	Definiu um padrão de $Fr$ para vertical e horizontal; porém, desconsiderou os efeitos de expansão da bolha e erros experimentais.
Weber, Alarie e Ryan (1986)	Água, metanol e soluções de glicerina, sacarose, sucrose e xarope de milho em tubos de vidro com $D$ de 0,60, 0,81, 0,91, 1,05, 1,35, 2,21 e 3,73 centímetros.	Com sete diferentes $\theta$ de 0° a 90°, calculou a velocidade a partir do tempo da passagem da bolha em dois pontos ao longo do tubo.	Apresentou um termo de correção visto a discrepância de resultados em fluidos de maior viscosidade na literatura.
Alves, Shoham e Taitel (1993)	Utilizaram querosene como fluido em tubos de PVC transparente com $D$ de 5,1 cm e 7,6 cm.	Variou $\theta$ a cada 10° de 0° a 90° e mediu-se a velocidade por de um sistema de detecção de diferença de pressão.	Obteve valor máximo de velocidade ocorreu para 40°, tendo $E_o$ e de $N_\mu$ como parâmetros principais.
Carew, Thomas e Johnson (1995)	Água como fluido e tubo de polímero com $D$ de 0,025 m, 0,045 m e 0,07 m.	Com $\theta$ variável em uma estrutura em formato de "A", utilizaram sensores óticos infravermelhos para determinar a velocidade.	Notaram que com valores menores de $Re$ , a velocidade da bolha torna-se menos dependente da velocidade do líquido descendente.
Gómez-Bueno (2010)	Água com fluido e tubulação de acrílico	Variação de $\theta$ de -5° a 90° e monitoramento da velocidade por meio de um sistema computadorizado	Obteve resultados alinhados com os demais na literatura; notaram maior mudança na velocidade de 30° a 75°, sendo o máximo em 60°.
Rodrigues <i>et al.</i> (2019)	Água como fluido em fluxo descendente tubos de $D$ 25,8 mm.	$\theta$ de -4° a -13°, determinando a velocidade por meio de sensores e uma câmera de alta velocidade.	Com fluxo descendente, não se observou variação no coeficiente de arrasto da velocidade com $\theta$ .
Azevedo, Faccini e Su (2020)	Mistura de água e glicerina em tubo de acrílico de $D$ de 0,019 m, 0,024 m e 0,034 m.	Variação de $\theta$ de 0° a 15°, com detecção da velocidade por meio de sensores ultrassônicos	Velocidade da bolha aumenta conforme a inclinação e não sofre influência pelo comprimento da mesma.

Fonte: autoria própria (2023)

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

Para analisar a influência da inclinação do tubo na velocidade de ascensão de uma bolha de gás escoando em líquido estagnado, utilizou-se no presente trabalho um aparato experimental desenvolvido por Ando (2021), que se encontra atualmente instalado no Laboratório Didático de Mecânica dos Fluidos (LabMF), do Departamento Acadêmico de Mecânica (DAMEC), do Campus Ponta Grossa da UTFPR.

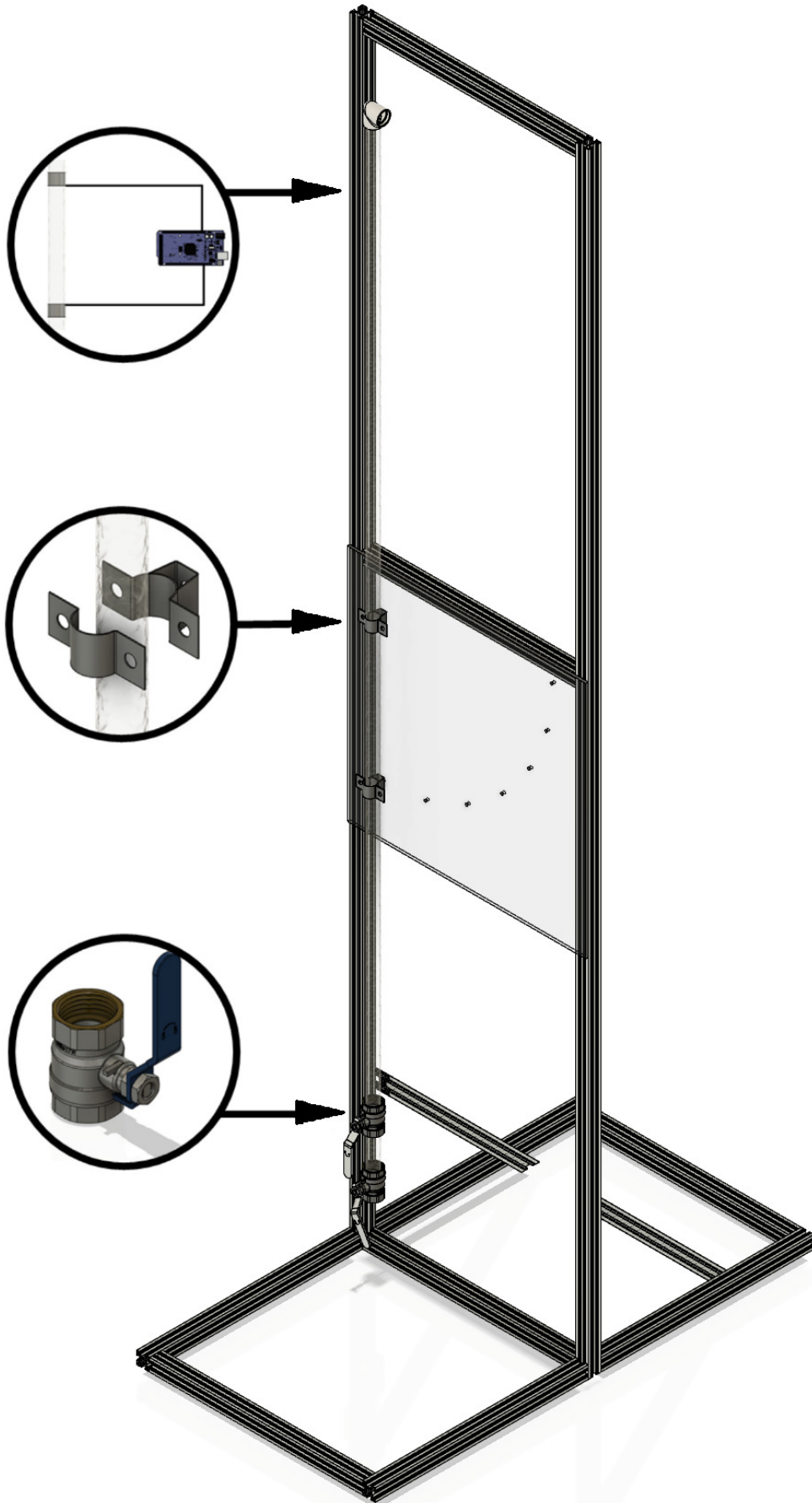
Na sequência, são apresentados detalhes a respeito da descrição do aparato experimental, da adequação do aparato experimental, da determinação da velocidade e do procedimento experimental, nas Seções 3.1 a 3.4, respectivamente.

#### 3.1 Descrição do aparato experimental

O aparato original foi desenvolvido com uma estrutura de perfil de alumínio de 40 mm×40 mm (robusta, leve e de satisfatório custo-benefício) responsável por sustentar tubos de diferentes diâmetros, que podem ser preenchidos com diferentes tipos de líquidos. Por sua vez, os tubos devem ser de acrílico transparente, para possibilitar a visualização do fenômeno e atender os requisitos de fácil fabricação e instalação, além de baixo custo. Para o controle da liberação da fase gasosa (ou líquido imiscível menos denso) na parte inferior do tubo, utiliza-se duas válvulas de esfera de PVC que permitem a liberação total de fluxo. As válvulas também fazem a conexão entre o líquido estagnado e a fase gasosa, armazenados na tubulação de acrílico e em uma seção menor de tubo de PVC, respectivamente. A Figura 3 apresenta um desenho do aparato experimental feito em aplicativo de CAD (Desenho Assistido por Computador, do inglês *Computer Aided Design*), com detalhes nas válvulas de esfera, nas abraçadeiras metálicas e nos sensores de medição (que podem ser instalados para determinação de velocidade e de outros parâmetros) (ANDO, 2021).

Na porção inferior do tubo de acrílico transparente, encontram-se as válvulas que operam por meio da rotação de uma haste que pode liberar ou reter através do tubo, de forma rápida e imediata, a vazão do gás que se encontra armazenado em uma seção menor de tubo de PVC, permitindo a ascensão da bolha de gás através do líquido estagnado no tubo (ANDO, 2021).

Figura 3 – Desenho do aparato experimental feito em aplicativo CAD



Fonte: Ando (2021)

### 3.2 Adequação do aparato experimental

Para análise do escoamento em diferentes inclinações de tubo, Ando (2021) projetou um sistema baseado em uma chapa de acrílico transparente fixada ao centro da estrutura, com diversos furos para permitir variar a inclinação de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  em intervalos de  $15^\circ$ . O tubo é fixado na estrutura por meio de abraçadeiras metálicas, sendo uma delas pivotada no centro da estrutura por meio de um parafuso e a outra aparafusada em uma dado furo na chapa de acrílico conforme a inclinação que se deseja analisar. Em um sistema idealizado, isso possibilitaria manter a estrutura fixada em diferentes inclinações e, ainda, evitaria vibrações durante o escoamento.

Contudo, verificou-se que esse sistema apresenta dificuldades na horizontal e em inclinações próximas à horizontal, demonstrando a necessidade de alterações no sistema. Observa-se a falta de pontos de apoio no tubo de acrílico, visto que o mesmo tende a oscilar e curvar, especialmente aqueles com paredes menos espessas, devido a sua menor resistência.

Assim, projetou-se uma segunda estrutura para fixação do tubo na estrutura do aparato, como mostrado na renderização do desenho em aplicativo CAD na Figura 4. A estrutura também composta por um perfil de alumínio de  $40\text{ mm} \times 40\text{ mm}$  foi pivotada na estrutura principal na extremidade superior direita da chapa de acrílico conforme evidenciado no detalhe das peças explodidas na Figura 5. Nela fixou-se cinco abraçadeiras de PVC para colocação do tubo de acrílico. Com isso, a estrutura móvel com propriedade mecânica de maior rigidez que o próprio tubo apresentaria redução de vibração do tubo enquanto realizado o experimento. A estrutura é fixada nas diferentes inclinações por meio de um parafuso fixo no chanfro do perfil de alumínio. Também, na extremidade superior do tubo colocou-se outra válvula de esfera para viabilização da medição na inclinação de  $0^\circ$ , uma vez que se faz necessário utilização do método da drenagem do líquido pela parte superior já que, com o líquido estagnado a tendência da bolha é de não se movimentar. Com isso, o aparato experimental foi finalizado e ficou conforme a Fotografia 2. Próximo à válvula superior no tubo de acrílico, nota-se uma estrutura de perfil de alumínio de  $20\text{ mm} \times 20\text{ mm}$  com um suporte para um *smartphone*, utilizado para a gravação dos vídeos dos testes. Além disso, uma chapa de acrílico revestida de cartolina preta foi usada como um fundo escuro para melhorar a visualização da passagem das bolhas através do tubo.

**Figura 4 – Novo desenho do aparato experimental feito em aplicativo CAD**



**Fonte: autoria própria (2023)**

Fotografia 2 – Aparato experimental finalizado



Fonte: autoria própria (2023)

**Figura 5 – Vista explodida da adequação da segunda estrutura no aparato experimental feito em aplicativo CAD**



Fonte: autoria própria (2023)

### **3.3 Determinação da velocidade**

Como foi possível observar na Seção 2.2, os principais métodos para determinação da velocidade consistem em analisar a passagem do nariz da bolha por dois pontos predeterminados ao longo da tubulação com distância conhecida. A partir dessa referência, pode-se cronometrar o tempo como fizeram Davies e Taylor (1950) e Zukoski (1966), por exemplo. Ainda, têm-se exemplos que realizaram a demarcação nos tubos com sensores que identificam a passagem da bolha e possibilita o cálculo da velocidade a partir disso, como Bendiksen (1984) e Carew, Thomas e Johnson (1995).

Por outro lado, Vinhas (2015) determinou a velocidade gravando vídeos com câmeras digitais do processo de ascensão da bolha e analisando os vídeos com processamento posterior. Mostra-se um processo com fácil aplicabilidade e satisfatório grau de precisão para utilização. Para isso, faz-se necessário a utilização de aplicativos de processamento de vídeos para permitir a análise. Deste modo, a metodologia para determinação da velocidade da bolha do presente trabalho foi semelhante à empregada por Vinhas (2015), utilizando o aplicativo Shotcut <sup>2</sup> para processamento e análise dos vídeos gravados durante os experimentos.



### 3.4 Procedimento experimental

A tubulação possui diâmetro interno de 26 mm, espessura de 2 mm e comprimento de 2 m. Em relação aos fluidos de trabalho, utilizou-se água comum como líquido estagnado para observação da ascensão da bolha alongada de ar em condições atmosféricas. Com isso, as filmagens foram realizadas utilizando a câmera de um *smartphone* de marca Xiaomi e modelo Poco X3, com resolução de 1080p (1080 linhas horizontais de resolução vertical com uma varredura progressiva, implicando em uma resolução de 1920 pixels  $\times$  1080 pixels) e taxa de quadros 30 fps (quadros por segundo, do Inglês *frames per second*), para posterior análise do tempo percorrido pela bolha na distância previamente estabelecida de 0,5 m.

Para a realização de cada teste, inicia-se preenchendo o tubo de acrílico com cerca de 1 litro de líquido, a partir da extremidade superior do mesmo, na inclinação de 15° que permite fácil acesso e também evita o acúmulo de possíveis bolhas no interior do tubo. Para isso, as duas válvulas no tubo de PVC devem estar fechadas, ou seja, contendo somente o gás entre as mesmas. Com isso, pode-se posicionar o tubo na inclinação desejada, fixando por meio das estruturas responsáveis para tal. Depois, abre-se a válvula superior no tubo de PVC que permitirá a passagem do gás armazenado ocorrendo a formação e o escoamento da bolha alongada. Na sequência, observa-se a passagem da bolha alongada pelas duas marcações ao longo do tubo, registrando-se um vídeo para posterior processamento e análise. Por fim, fecha-se a válvula superior e abre-se a válvula inferior, para recolher o líquido armazenado na seção menor de tubo de PVC.

Com o vídeo registrado do fenômeno de ascensão da bolha alongada, utiliza-se o aplicativo de processamento de vídeo para determinar o intervalo de tempo da passagem do nariz da bolha pelas duas marcações ao longo do tubo.

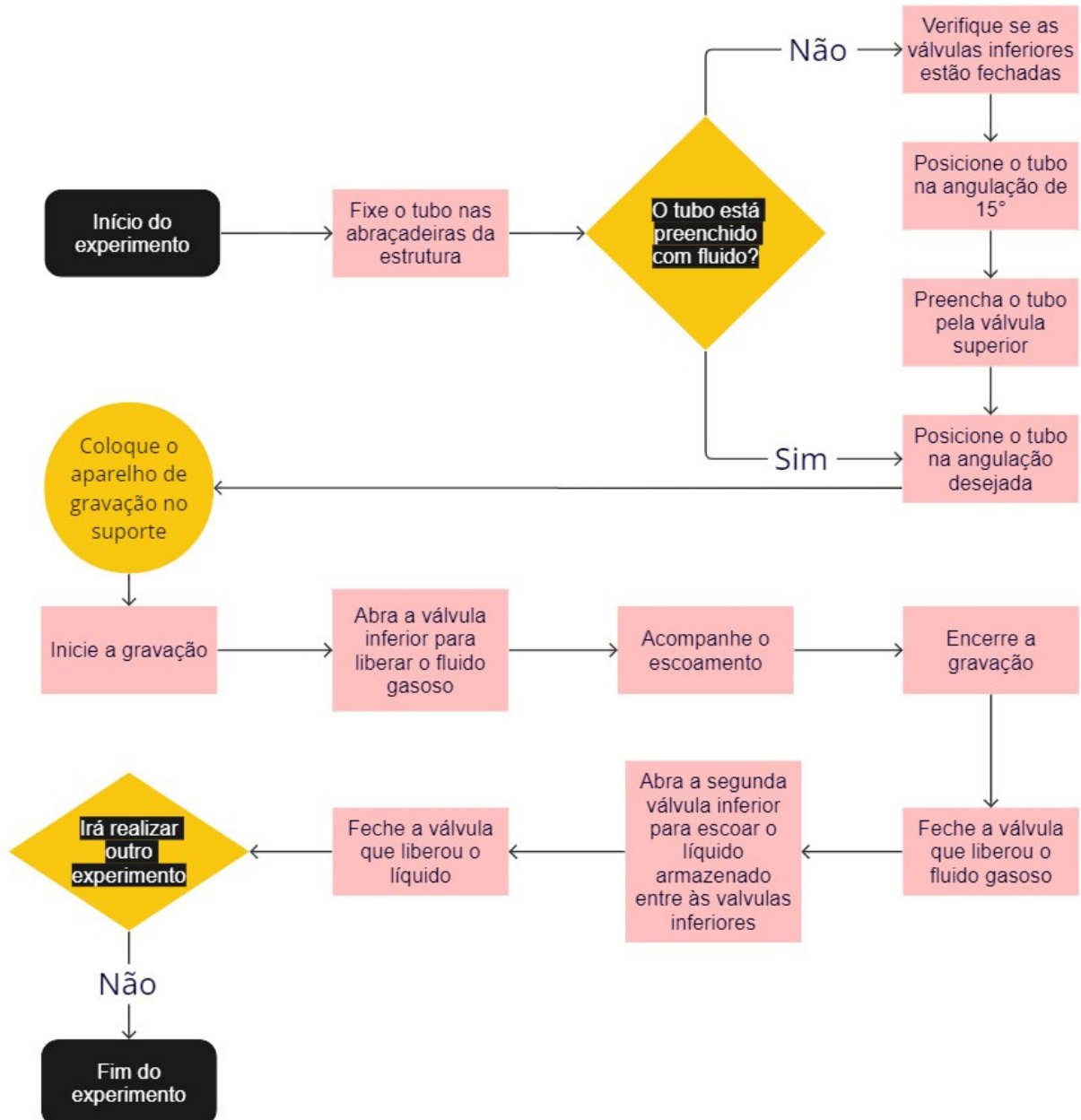
Para cada inclinação analisada, deve ser realizado no mínimo três determinações da velocidade, ou seja, três testes experimentais, a fim de verificar a reprodutibilidade dos resultados, por meio da análise da média e do desvio padrão dos valores de velocidade da bolha determinados.

Este procedimento é repetido para as diversas inclinações analisadas, a fim de se obter vários conjuntos de dados, para permitir a realização de comparações com dados disponíveis na literatura. A partir da comparação dos resultados torna-se possível

verificar a aplicabilidade do aparato experimental e suas adequações para realização de outros estudos.

No Fluxograma 1, descreve-se o procedimento experimental para a coleta dos dados necessários à determinação da velocidade da bolha alongada escoando em líquido estagnado.

**Fluxograma 1 – Demonstrativo do procedimento experimental**



Fonte: autoria própria (2023)

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir do procedimento descrito na Seção 3.4, realizou-se 35 testes para as sete diferentes inclinações (de 0° a 90°, em passos de 15°), ou seja, realizou-se cinco testes para cada inclinação.

### 4.1 Medições realizadas

Como descrito na Seção 3.3, com o aplicativo de processamento de vídeos, foi possível identificar o exato instante em que o nariz da bolha ultrapassa os pontos inicial, como visto na Figura 6, e final, como visto na Figura 7, cuja distância entre os mesmos é conhecida (0,5 m). Com isso, por meio de um temporizador, pôde-se quantificar o tempo de deslocamento da bolha. Nas Figuras 6 e 7, também, encontram-se um código QR (Resposta Rápida, do Inglês *Quick Response*) com acesso aos vídeos do registro experimental realizado com inclinação de 60° e 0° (horizontal), respectivamente, que estarão disponíveis pelo período de 2 anos após a defesa do presente trabalho.

### 4.2 Comparação de resultados

Para validar os resultados obtidos e o funcionamento da adequação feita no aparato desenvolvido por Ando (2021), comparou-se os valores obtidos no presente estudo com dados disponíveis na literatura.

Para isso, apresenta-se todos os valores obtidos experimentalmente na Tabela 3, onde se tem o número do teste experimental, inclinação empregada ( $\theta$ ), tempo registrado ( $t$ ), velocidade da bolha ( $V_T$ ) e número de Froude ( $Fr$ ), como descrito na Seção 2.1.1.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 3, determinou-se os valores da média e do desvio padrão para as velocidades ( $V_T$ ), assim como os valores médios de número de Froude ( $Fr$ ), conforme a Tabela 4.

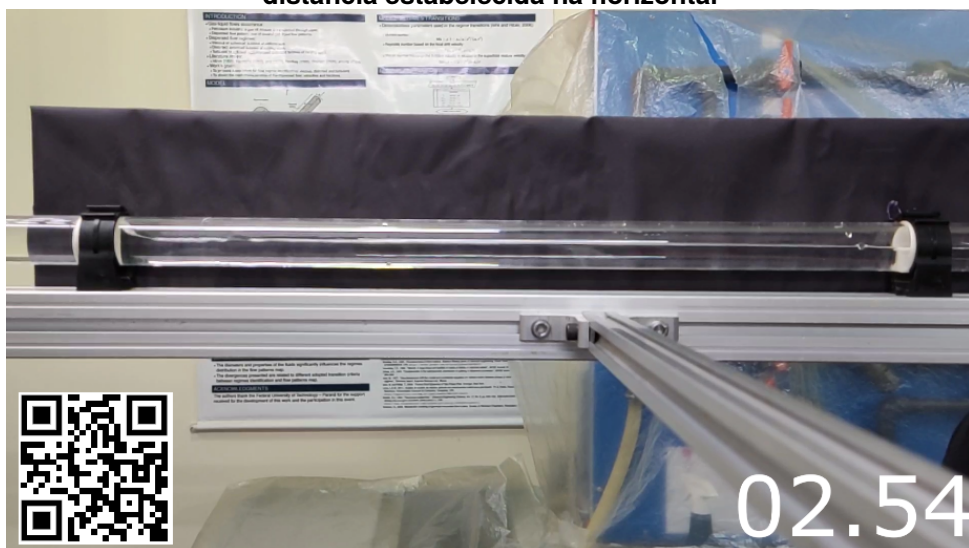
Percebe-se que os valores de velocidade média e de número de Froude aumentam conforme a inclinação varia de 0° a 30°, onde encontra seu ponto de máximo em 30°, diminuindo depois de 45° até 90°. Também, nota-se que os maiores valores de desvio padrão estão relacionados às inclinações de 45° e 60°.

**Figura 6 – Instante de passagem do nariz da bolha pela posição inicial da distância estabelecida na inclinação de 60°**



Fonte: autoria própria (2023)

**Figura 7 – Instante de passagem do nariz da bolha pela posição final da distância estabelecida na horizontal**



Fonte: autoria própria (2023)

Tabela 3 – Resultados obtidos experimentalmente

Teste (#)	Inclinação, $\theta$ (°)	Tempo, $t$ (s)	Velocidade, $V_T$ (m/s)	Número de Froude, $Fr$
1	0	2,540	0,197	0,395
2		2,540	0,197	0,395
3		2,540	0,197	0,395
4		2,540	0,197	0,395
5		2,540	0,197	0,395
6	15	2,167	0,231	0,462
7		2,167	0,231	0,462
8		2,167	0,231	0,462
9		2,200	0,227	0,455
10		2,169	0,230	0,462
11	30	2,033	0,246	0,493
12		2,033	0,246	0,493
13		2,069	0,242	0,484
14		2,033	0,246	0,493
15		2,033	0,245	0,493
16	45	2,067	0,242	0,485
17		2,100	0,238	0,477
18		2,067	0,242	0,485
19		2,067	0,242	0,485
20		2,033	0,246	0,493
21	60	2,233	0,224	0,449
22		2,200	0,227	0,456
23		2,233	0,224	0,449
24		2,233	0,224	0,449
25		2,233	0,224	0,449
26	75	2,533	0,197	0,396
27		2,533	0,197	0,396
28		2,533	0,197	0,396
29		2,533	0,197	0,396
30		2,533	0,197	0,396
31	90	2,867	0,174	0,349
32		2,867	0,174	0,349
33		2,867	0,174	0,349
34		2,867	0,174	0,349
35		2,867	0,174	0,349

Fonte: autoria própria (2023)

Tabela 4 – Valores dos desvios padrão da velocidade e média do número de Froude

Inclinação, $\theta$ (°)	Velocidade, $V_T$		Número de Froude, $Fr$
	Média (m/s)	Desvio padrão (%)	
0	0,197	0,00	0,395
15	0,231	0,15	0,462
30	0,246	0,19	0,493
45	0,242	0,28	0,485
60	0,224	1,12	0,449
75	0,197	0,00	0,396
90	0,173	0,00	0,349

Fonte: autoria própria (2023)

Os valores obtidos apresentam tal comportamento devido à influência do potencial gravitacional que move o líquido abaixo do nariz da bolha. Possivelmente, o potencial gravitacional aumenta à medida que o líquido se afasta da vertical atingindo seu valor máximo e, na sequência, decrescendo esse valor à medida que se aproxima da horizontal. Além disso, conforme o movimento da bolha e a variação da altura da mesma em relação ao seu ponto inicial, a variação de pressão absoluta causa expansão no volume de gás da bolha, acarretando um aumento do comprimento e velocidade da bolha (GÓMEZ-BUENO, 2010).

Na Tabela 5, tem-se os valores do número de Froude (Fr) para cada inclinação obtidos a partir das medições realizadas no aparato experimental do presente trabalho, bem como os respectivos valores obtidos experimentalmente por Gómez-Bueno (2010), para comparação por meios dos valores de desvio relativo entre os dados.

**Tabela 5 – Comparação entre os dados experimentais obtidos no presente trabalho e da literatura**

Inclinação, $\theta$ (°)	Número de Froude, Fr		Desvio relativo (%)
	Presente trabalho	Gómez-Bueno (2010)	
0	0,3946	0,418	5,58
15	0,4625	0,459	0,77
30	0,4930	0,483	2,07
45	0,4849	0,479	1,23
60	0,4489	0,447	0,42
75	0,3957	0,401	1,32
90	0,3496	0,345	1,33

**Fonte: autoria própria (2023)**

Apesar dos valores baixos de desvio relativo entre os dados obtidos no presente trabalho e os de Gómez-Bueno (2010), os mesmos se devem à aplicação de distintos métodos de medição nos dois trabalhos. Gómez-Bueno (2010) realizou medições de 5° à 90° e extrapolou o valor para inclinação de 0° (horizontal). Além disso, utilizou-se filmagem e pós-processamento de vídeos no presente trabalho, mas Gómez-Bueno (2010) realizou a determinação da velocidade de ascensão usando sondas de impedância. Além da precisão na passagem da bolha pelo ponto exato do tubo analisado, os vídeos apresentam limitações relativas à qualidade e, principalmente, taxa de quadros por segundo, fazendo com que variações de milissegundos no tempo de passagem da bolha não fossem percebidos na análise.

Outro fato relevante, é o comportamento do filme de líquido formado entre a bolha e a parede do tubo durante o escoamento. Com a tubulação na vertical ou

inclinada, o filme de líquido tende a se deslocar predominantemente para baixo do nariz da bolha. Esse deslocamento do filme pode provocar arrasto viscoso e instabilidades do filme de líquido, que afetam diretamente a velocidade e comportamento da bolha. Essas alterações podem resultar em mudanças significativas nas características do escoamento e no movimento da bolha (LIMA, 2011).

Na horizontal, ou seja, na inclinação de  $0^\circ$ , apresenta-se o mais elevado valor de desvio relativo entre os dados devido ao comportamento da bolha. Com a tendência da bolha não se movimentar em líquido estagnado na horizontal, em virtude da ausência da força de empuxo, foi utilizado no presente trabalho a técnica de drenagem do líquido na extremidade aberta da tubulação (TAITEL; BARNEA, 1990). Com isso, foi observado o deslocamento da bolha formada no sentido contrário do escoamento (drenagem) do líquido. Contudo, o resultado de Gómez-Bueno (2010) para a horizontal foi obtido por extrapolação, cujo erro pode ser significativo.

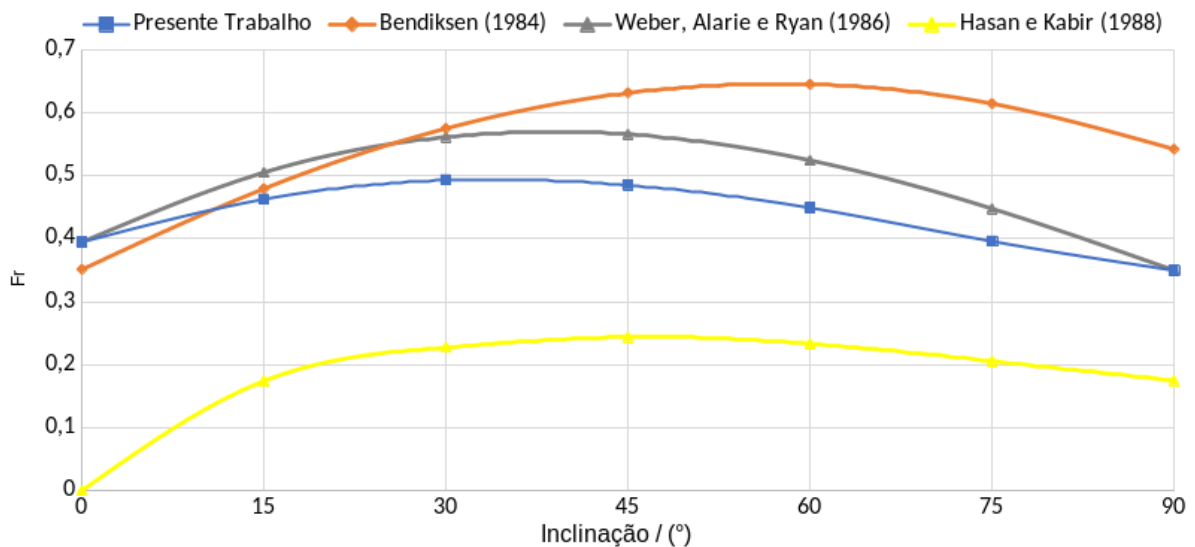
A Tabela 6 apresenta uma comparação dos valores obtidos experimentalmente no presente trabalho com algumas correlações disponíveis na literatura, sendo a correlação de (WEBER; ALARIE; RYAN, 1986) a que apresentou resultados mais próximos. Além disso, tem-se esses valores representados no Gráfico 2. As diferenças observadas ocorrem devido aos seguintes pontos: Bendiksen (1984) utilizou válvulas para controle constante de pressão e um sistema eletrônico para medição da velocidade, de  $-90^\circ$  à  $90^\circ$ , e desconsiderou efeitos de expansão da bolha e erros experimentais; Weber, Alarie e Ryan (1986) utilizaram diferentes fluidos de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  determinando a velocidade de passagem da bolha a partir do tempo de passagem em dois pontos pré-determinados; Hasan e Kabir (1988) realizaram medições até  $32^\circ$  determinando a velocidade pela queda de pressão da passagem da bolha por meio de manômetros. Portanto, o presente trabalho se aproxima mais da metodologia proposta por Weber, Alarie e Ryan (1986).

**Tabela 6 – Comparação entre os dados experimentais obtidos no presente trabalho e os valores calculados com correlações da literatura**

Inclinação, $\theta$ (°)	Número de Froude, $Fr$			
	Presente trabalho	Bendiksen (1984)	Weber, Alarie e Ryan (1986)	Hasan e Kabir (1988)
0	0,395	0,351	0,395	0,000
15	0,463	0,479	0,505	0,174
30	0,493	0,575	0,561	0,227
45	0,485	0,631	0,566	0,244
60	0,449	0,645	0,524	0,233
75	0,396	0,614	0,448	0,206
90	0,345	0,542	0,350	0,175

Fonte: autoria própria (2023)

**Gráfico 2 – Comparação entre os dados experimentais obtidos no presente trabalho e os valores calculados com correlações da literatura**



Fonte: autoria própria (2023)



## 5 CONCLUSÕES

Visando a análise da velocidade de ascensão de uma bolha alongada de gás escoando em líquido estagnado em função da inclinação do tubo, os resultados obtidos demonstraram que o projeto e a montagem das adequações realizadas no aparato experimental foram satisfatórias para tal finalidade. Além de se obter resultados compatíveis com a literatura, foi possível definir uma metodologia clara e sucinta que permite a reprodutibilidade dos experimentos. A adequação proposta atingiu os objetivos de fácil fabricação e baixo custo, além de possibilitar análises na horizontal. Assim, pôde-se obter informações e conclusões que não eram possíveis com o aparato original.

Especificamente sobre os resultados, os valores de desvio relativo em relação aos dados da literatura nas inclinações de  $15^\circ$  a  $90^\circ$  foram satisfatórios, mas divergiram um pouco mais para a horizontal, como consequência das diferentes metodologias utilizadas. Cabe ressaltar que o resultado da literatura para horizontal foi obtido por extrapolação, podendo apresentar um erro significativo. Ainda assim, apresentam-se oportunidades de melhoria no procedimento experimental para análises na horizontal, de modo que o valor obtido seja cada vez mais preciso.

A principal limitação no procedimento aplicado está relacionada à taxa de quadros e qualidade das filmagens analisadas. Embora a qualidade permita identificar o momento exato em que a bolha passa pelos pontos pré-determinados, com 30 quadros por segundos não é possível perceber variações de milissegundos e, conseqüentemente, os resultados não apresentam variações em casas decimais significativas. Esse comportamento impede também uma análise mais aprofundada dos fatores que influenciam os experimentos, como possíveis vibrações no aparato durante as diferentes análises do fenômeno e o tempo de abertura da válvula de passagem do ar. Portanto, sugere-se a utilização de outros métodos ou instrumentos, como sensores de impedância, entre outros, para determinar o tempo de passagem da bolha pelos pontos pré-determinados. Como pode ser observado, o uso de sensores é frequentemente adotado na literatura como uma metodologia que permite uma maior precisão quando se trata de variações de milissegundos, pois os mesmos possuem maiores taxas de amostragem para aquisição de dados.

Com relação às dificuldades encontradas no presente trabalho, pode-se exemplificar a ausência da força de empuxo na horizontal. A tendência de não ocorrer

movimento da bolha de gás impossibilitou aplicar o procedimento definido para as demais inclinações e, nesse caso, optou-se pela técnica de drenagem do líquido para viabilização da análise do fenômeno. Além da técnica ser distinta daquela utilizada na obtenção dos dados usados para comparação, a mesma também difere das demais inclinações analisadas no presente trabalho, podendo influenciar nas conclusões dos experimentos, pois a bolha na horizontal apresenta um volume maior do que as bolhas na outras inclinações, que possuem sempre o mesmo volume.

A partir de um conjunto de dados mais abrangente, variando-se diâmetros, comprimentos e rugosidades de tubulação, além da utilização de diversos fluidos de trabalho, seria possível desenvolver uma correlação empírica mais geral e precisa, que possa ser utilizada para previsão da velocidade de ascensão da bolha alongada em modelos matemáticos presentes em simulares de escoamentos multifásicos.

Com isso, conclui-se que os objetivos deste trabalho foram cumpridos e, além disso, melhorias foram propostas para realização em trabalhos futuros, tanto nas mesmas condições, como em condições diferentes, por exemplo, diferentes fluidos de trabalho e tubulações. Evidentemente, a utilização de fluidos com diferentes propriedades físicas e tubulações com características distintas se apresentariam como mais uma validação do aparato experimental desenvolvido. Podendo ainda apontar possíveis melhorias para possibilitar uma análise mais abrangente do fenômeno.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, Ibero N.; SHOHAM, Ovadia; TAITEL, Yehuda. Drift velocity of elongated bubbles in inclined pipes. **Chemical Engineering Science**, v. 48, n. 17, p. 3063–3070, 1993. DOI: 10.1016/0009-2509(93)80172-M.
- ANDO, André Vinícius Segall. **Desenvolvimento de um aparato experimental para determinação da velocidade de uma bolha de gás escoando em líquido estagnado**. 2021. 49 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, PR, mar. 2021. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/25994>. Acesso em: 5 dez. 2021.
- AZEVEDO, Marcos B. de; FACCINI, José L. H.; SU, Jian. Experimental study of single Taylor bubbles rising in vertical and slightly deviated circular tubes. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 116, p. 110109, 2020. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2020.110109.
- BENDIKSEN, K. H. An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 10, n. 4, p. 467–483, 1984. DOI: 10.1016/0301-9322(84)90057-0.
- BRATLAND, Ove. **Pipe flow 2: multi-phase flow assurance**. [S. l.]: Dr Ove Bratland Systems Pte. Ltd., 2010. 354 p. Disponível em: <http://www.drbratland.com/>. Acesso em: 25 out. 2021.
- CAREW, P. S.; THOMAS, N. H.; JOHNSON, A. B. A physically based correlation for the effects of power law rheology and inclination on slug bubble rise velocity. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 21, n. 6, p. 1091–1106, 1995. DOI: 10.1016/0301-9322(95)00047-2.
- CAZAREZ-CANDIA, O.; BENÍTEZ-CENTENO, O. C. Comprehensive experimental study of liquid-slug length and Taylor-bubble velocity in slug flow. **Flow Measurement and Instrumentation**, v. 72, p. 101697, 2020. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2020.101697.
- COOK, M.; BEHNIA, M. Bubble motion during inclined intermittent flow. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 22, n. 5, p. 543–551, 2001. DOI: 10.1016/S0142-727X(01)00113-8.
- DAVIES, R. M.; TAYLOR, G. I. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes. **Proceedings of the Royal Society of London**, v. 200, n. 1062, p. 375–390, 1950. DOI: 10.1098/rspa.1950.0023.
- FAGUNDES NETTO, J. R.; FABRE, J.; PERESSON, L. Shape of long bubbles in horizontal slug flow. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 25, n. 6-7, p. 1129–1160, 1999. DOI: 10.1016/S0301-9322(99)00041-5.

GOKCAL, B.; AL-SARKHI, A. S.; SARICA, C. Effects of high oil viscosity on drift velocity for upward inclined pipes. *In: ALL Days*. Denver, Colorado, USA: Society of Petroleum Engineers (SPE), 2008. spe-115342-ms. DOI: 10.2118/115342-MS.

GÓMEZ-BUENO, Luis Gerardo. **Estudo experimental de escoamentos líquido-gás intermitentes em tubulações inclinadas**. 2010. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, fev. 2010. DOI: 10.47749/T/UNICAMP.2010.771387. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1612461>. Acesso em: 5 dez. 2021.

HASAN, A. Rashid; KABIR, C. Shah. Predicting multiphase flow behavior in a deviated well. **SPE Production Engineering**, v. 3, n. 4, p. 474–482, 1988. DOI: 10.2118/15449-PA.

LIMA, Luiz Eduardo Melo. **Análise do modelo de mistura aplicado em escoamentos isotérmicos gás-líquido**. 2011. 147 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, jul. 2011. DOI: 10.47749/T/UNICAMP.2011.804225. Disponível em: <https://hdl.handle.net/20.500.12733/1615845>. Acesso em: 5 dez. 2021.

LIVINUS, Aniefiok; VERDIN, Patrick G. Experimental study of a single elongated bubble in liquid in under 10-degree upwardly inclined pipes. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 120, p. 110247, 2021. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2020.110247.

LIZARRAGA-GARCIA, E.; BUONGIORNO, J.; BUCCI, M. An analytical film drainage model and breakup criterion for Taylor bubbles in slug flow in inclined round pipes. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 84, p. 46–53, 2016. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2016.03.020.

MANERI, C. C.; ZUBER, N. An experimental study of plane bubbles rising at inclination. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 1, n. 5, p. 623–645, 1974. DOI: 10.1016/0301-9322(74)90022-6.

PERRON, A.; KISS, L. I.; PONCSÁK, S. An experimental investigation of the motion of single bubbles under a slightly inclined surface. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 32, n. 5, p. 606–622, 2006. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2006.02.001.

RODRIGUES, Rômulo L. P. *et al.* Experimental analysis of downward liquid-gas slug flow in slightly inclined pipes. **Experimental Thermal and Fluid Science**, v. 103, p. 222–233, 2019. DOI: 10.1016/j.expthermflusci.2019.01.017.

ROSA, E. S. *et al.* Performance comparison of artificial neural networks and expert systems applied to flow pattern identification in vertical ascendant gas-liquid flows. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 36, n. 9, p. 738–754, 2010. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2010.05.001.

SHI, H. *et al.* Drift-flux parameters for three-phase steady-state flow in wellbores. **SPE Journal**, v. 10, n. 02, p. 130–137, 2005. DOI: 10.2118/89836-PA.

SHOHAM, Ovadia. **Mechanistic modeling of gas-liquid two-phase flow in pipes**. Richardson, TX, USA: Society of Petroleum Engineers (SPE), 2006. 396 p.

TAITEL, Yehuda; BARNEA, Dvora. Two-phase slug flow. *In*: HARTNETT, James P.; IRVINE JR., Thomas F. (Ed.). **Advances in Heat Transfer**. [S. l.]: Elsevier, 1990. v. 20. P. 83–132. DOI: 10.1016/s0065-2717(08)70026-1.

TIHON, Jaroslav; EZEJI, Kingsley. Velocity of a large bubble rising in a stagnant liquid inside an inclined rectangular channel. **Physics of Fluids**, v. 31, n. 11, p. 113301, 2019. DOI: 10.1063/1.5123043.

VINHAS, Pedro Andrade Maia. **Estudo do movimento da bolha de Taylor em coluna vertical e ligeiramente inclinável de líquido estagnado utilizando uma técnica de visualização**. 2015. 104 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Nuclear) – Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, fev. 2015. Disponível em: <http://www.monografias.poli.ufrj.br/monografias/monopoli10013780.pdf>. Acesso em: 25 out. 2021.

WALLIS, Graham B. **One-dimensional two-phase flow**. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 1969. 408 p.

WEBER, M. E.; ALARIE, A.; RYAN, M. E. Velocities of extended bubbles in inclined tubes. **Chemical Engineering Science**, v. 41, n. 9, p. 2235–2240, 1986. DOI: 10.1016/0009-2509(86)85073-4.

WEISMAN, J.; KANG, S. Y. Flow pattern transitions in vertical and upwardly inclined lines. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 7, n. 3, p. 271–291, 1981. DOI: 10.1016/0301-9322(81)90022-7.

ZUKOSKI, E. E. Influence of viscosity, surface tension, and inclination angle on motion of long bubbles in closed tubes. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 25, n. 4, p. 821–837, 1966. DOI: 10.1017/s0022112066000442.