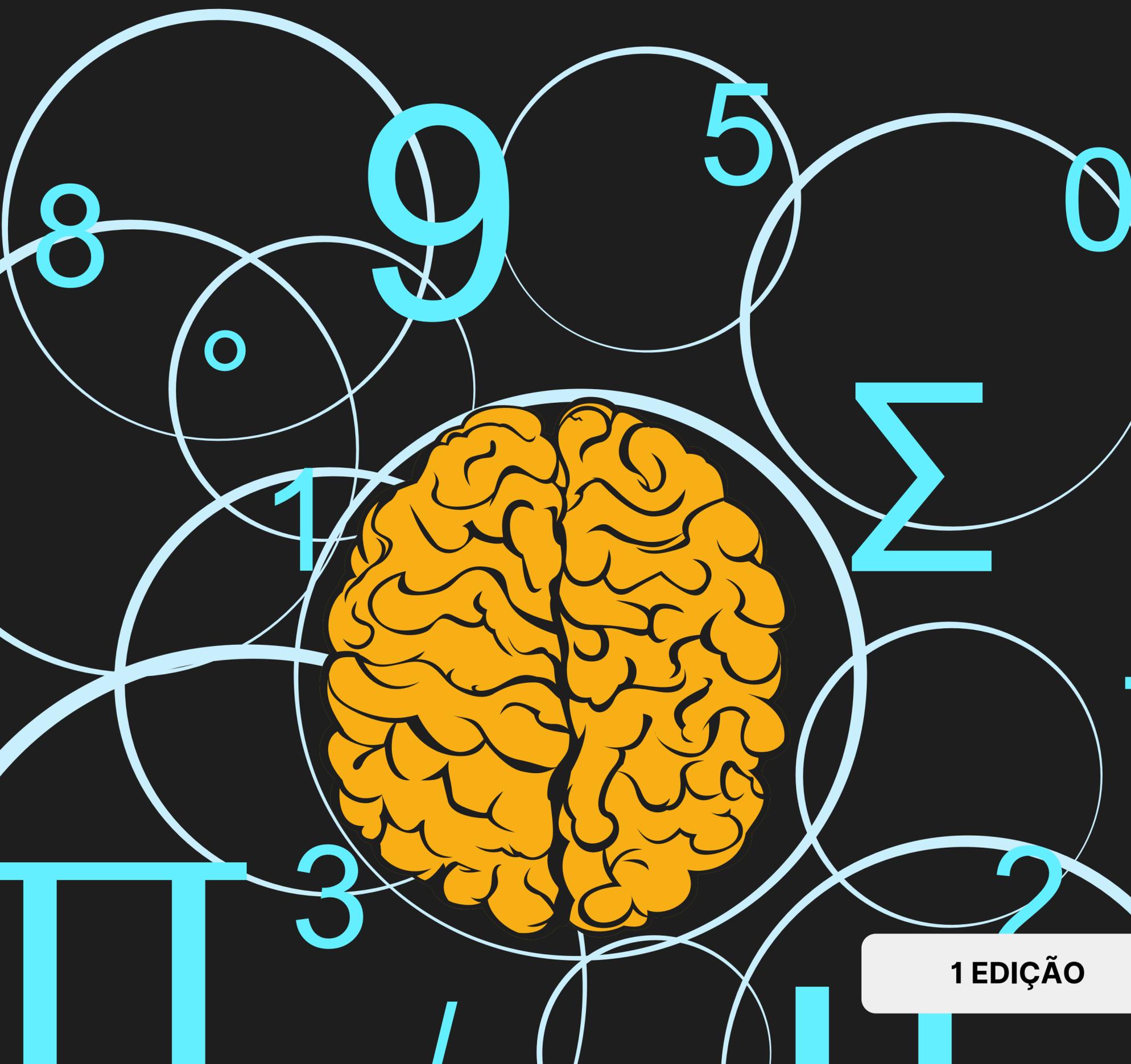


JULIANA DE FATIMA HOLM BRIM
NILCEIA AP. MACIEL PINHEIRO

**APRENDIZAGEM
SIGNIFICATIVA EM UMA
PERSPECTIVA CRÍTICA
NO ENSINO DO CÁLCULO
DIFERENCIAL E
INTEGRAL**



1 EDIÇÃO

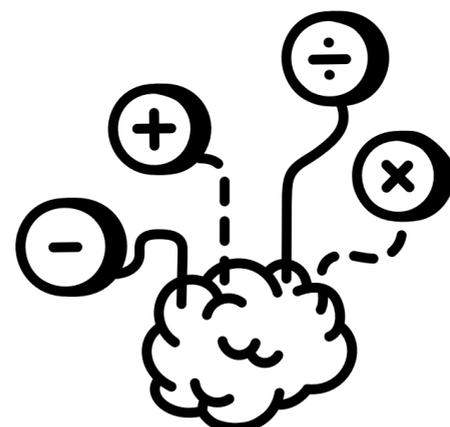
SUMÁRIO

01	Apresentação	02
02	Teoria da aprendizagem significativa no cálculo	04
03	Unidades de ensino potencialmente significativas	12
04	Aprendizagem significativa crítica	16
05	Compartilhando a experiência	21
06	Considerações finais	47

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



Apresentação

01

Esse e-book é resultado da pesquisa realizada no Doutorado do Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná que teve como objetivo de estudo analisar as contribuições que estratégias pedagógicas baseadas em unidades de ensino potencialmente significativas, podem trazer ao ensino de derivadas no curso de Engenharia de Software, visando a aprendizagem significativa crítica.

Considerando a importância do Cálculo Diferencial e Integral e sua abrangente aplicação, esse livro digital apresenta um estudo que foi planejado e elaborado a partir de reflexões sobre como essa disciplina vem sendo trabalhada no ensino superior, se de fato os alunos da graduação reonhecem a sua versatilidade e se esses alunos usufruem dessa ferramenta matemática em suas respectivas ou futuras áreas de atuação. Concomitante a essas questões, outro fator relevante que impulsionou a investigação está relacionado aos altos índices de reprovação e evasão que a disciplina apresenta.

Alguns estudos, como os realizados por Rezende (2003) e Zarpelon (2016), apontam que o ensino do cálculo tem sido baseado em demonstrações e resolução de exercícios, que objetivam a memorização de técnicas como, por exemplo, de derivação e integração, sendo as famosas “listas de exercícios” instrumentos indispensáveis na metodologia de ensino do cálculo. Gonçalves e Reis (2011, p.2) afirmam que “após cursarem uma disciplina de cálculo, os alunos são capazes de, por exemplo, encontrar a derivada de uma função, mas quando questionados sobre o significado de tal resolução são incapazes de responder. Nota-se que aprendizagem ocorre de modo mecânico”. A aprendizagem mecânica contrasta com a aprendizagem significativa.

Ausubel (1978) define a aprendizagem mecânica como sendo aquela em que novos conhecimentos têm pouca ou nenhuma interação com conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva do indivíduo. Já a aprendizagem significativa configura em um processo no qual há interação entre a nova informação e o conhecimento preexistente. Nesse processo, o conceito, ideia ou proposição preexistente é denominado “subsunçor”. A aprendizagem significativa ocorre quando um novo conhecimento se ancora em conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Como resultado do processo de ancoragem de uma nova informação, há um crescimento e modificação do conceito subsunçor.

Em uma perspectiva contemporânea da teoria da aprendizagem significativa, Moreira (2000) propõe que a aprendizagem, além de significativa deve ser também crítica. Nessa ótica, não basta apenas adquirir o conhecimento de forma significativa, mas de forma significativa e crítica. É preciso considerar que o aprendiz é um indivíduo que vive em uma sociedade na qual se faz necessário interagir e atuar com criticidade. Para Moreira (2000, p.62) a aprendizagem significativa crítica é aquela que permite ao sujeito “manejar a informação, criticamente sem sentir-se impotente frente a ela”. Um dos princípios da aprendizagem significativa crítica está no abandono do “quadro-de-giz”. Ao usar esse termo, Moreira (2000) se refere àquele ensino baseado na cópia do que o professor escreve, na memorização e reprodução, o que resume um processo mecânico.

A aprendizagem significativa crítica aplicada na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral surge como opção para o professor de Matemática que se preocupa com o desenvolvimento da aprendizagem do aluno, não de forma mecânica, mas significativa. Sendo assim, é necessário buscar meios pelos quais os alunos vejam sentido na aprendizagem, que consigam associar novas informações a conhecimentos prévios, compreendendo a interdependência dos conceitos do cálculo e sua ampla aplicação. Nesse sentido, considera-se que ao empregar a teoria da aprendizagem significativa na ótica crítica, além de desmistificar a disciplina, o aluno irá reconhecer a versatilidade do Cálculo de forma que os conhecimentos aprendidos significativamente respaldem sua posição crítica em relação à sociedade e sua futura profissão.

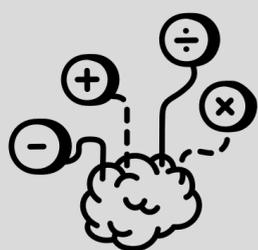
Sendo assim este e-book traz a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel na perspectiva crítica de Moreira, bem como sugestões de como abordá-las na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no ensino de derivadas. É voltado para professores e pesquisadores da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Este livro digital visa contribuir para a promoção e implementação da teoria de Ausubel e Moreira no ensino superior.

Teoria da aprendizagem significativa e o ensino do cálculo

02

Ao considerar que a aprendizagem de determinado conhecimento, como por exemplo, o conceito de derivadas no Cálculo Diferencial e Integral, tenha sido dada de forma mecânica, é inevitável interpretar que tal aprendizagem tenha ocorrido automaticamente, possivelmente baseada em repetições, de forma isolada e sem relação com outros conceitos, os quais a compreensão das derivadas está condicionada.

Em contraste com esta forma de aprendizagem, denominada mecânica, David Ausubel (1968, 1978, 1980, 2000) propõe uma teoria cognitivista que recebe o nome de Teoria da Aprendizagem Significativa. Tal teoria caracteriza-se pela interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio. Para Ausubel (1978, p. IV):



“se tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um só princípio, diria o seguinte: o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe. Averigue isso e ensine-o de acordo”.

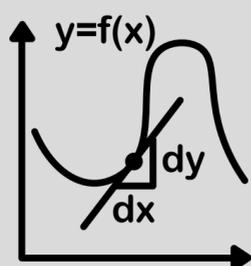
Embora pareça ser simples a proposta teórica de Ausubel, conforme verificado na citação acima, é necessário compreender o porquê sua ideia é aceitável. Para iniciar a compreensão da teoria ausubeliana, vale ressaltar aquilo que a aprendizagem significativa não é. A memorização de fórmulas de derivação e integração no cálculo diferencial e integral são exemplos típicos do que não é aprendizagem significativa, mas aprendizagem mecânica. Aquilo que o aluno aprende na véspera da prova com único intuito de obter “êxito” na avaliação, também não configura aprendizagem significativa, mas automática, pois a aprendizagem de “última hora” será logo esquecida.

Moreira (2006, 2019) aponta que a aprendizagem mecânica é aquela em que a nova informação é apreendida sem interação com conceitos já existentes na estrutura cognitiva, armazenada de forma arbitrária e literal. Sendo assim, de forma oposta à aprendizagem mecânica se encontra a aprendizagem significativa, a qual ocorre de forma não arbitrária e não literal. Segundo Ausubel (2003, p.57), “na aprendizagem significativa, o aprendiz possui um mecanismo obrigatório para relacionar aspectos não literais de novos conceitos a componentes relevantes na estrutura cognitiva existente de várias formas não arbitrárias”.

A aprendizagem significativa, para Ausubel, é um processo no qual uma nova informação interage com uma estrutura de conhecimento específica do indivíduo. A essa estrutura de conhecimento específica, preexistente, Ausubel denomina “conceito subsunçor” ou apenas “subsunçor”. O subsunçor será como um ponto de ancoragem à nova informação.

Segundo Moreira (2006, p.15) “a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação “ancora-se” em conceitos relevantes (subsunçores) preexistentes na estrutura cognitiva”. Nesse sentido, Ausubel considera que o armazenamento da informação no cérebro humano ocorre de maneira organizada, sendo a estrutura cognitiva, uma estrutura hierárquica de conceitos (MOREIRA, 2019).

Na ausência dos subsunçores, Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios que levem ao desenvolvimento de novos subsunçores capazes de facilitar a aprendizagem subsequente. Sendo assim, organizadores prévios podem ser considerados materiais introdutórios que devem ser apresentados ao aprendiz antes do assunto, conceito ou material a ser aprendido. Para Moreira (2019), vídeos, textos e até mesmo discussões que contenham informações relevantes do material a ser aprendido, com um nível mais alto de abstração, generalidade e inclusividade, cuidadosamente selecionados de forma que não contenham informações sobre o próprio material a ser estudado, podem ser considerados organizadores prévios.



No contexto do Cálculo Diferencial e Integral, por exemplo, a análise detalhada e discussão acerca dos gráficos de funções polinomiais, seus pontos extremos e desenvolvimento no sistema ortogonal, utilizando um software como o Geogebra, poderiam servir como organizadores prévios para o estudo das derivadas.

Além dos processos pelos quais se adquire a aprendizagem, Ausubel define três tipos de aprendizagem significativa: **representacional, de conceitos e a proposicional**.

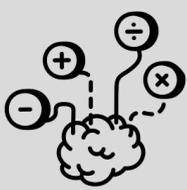
A aprendizagem **representacional** é àquela que mais se aproxima à aprendizagem por memorização, pois envolve a atribuição de significados a símbolos, sendo a mais simples de todas e igualmente significativa, pois relaciona-se com forma não arbitrária a generalizações existentes na estrutura cognitiva de quase todas as pessoas. Tal aprendizagem ocorre desde o primeiro ano de vida, pois nesse processo inicial da aprendizagem, tudo tem um nome, que faz referência ao que ele representa, de fato, para o aprendiz. Em síntese, trata-se da associação entre o símbolo e o objeto. (AUSUBEL, 2003)

A aprendizagem de **conceitos** pode ser considerada uma extensão mais complexa da aprendizagem representacional, visto que conceitos são representações de símbolos particulares que podem ser genéricos pois representam abstrações. A aprendizagem conceitual ocorre na fase escolar e na fase adulta. A formação dos conceitos decorre, por meio de sucessivas etapas de formulação e testagem de hipóteses e generalização.

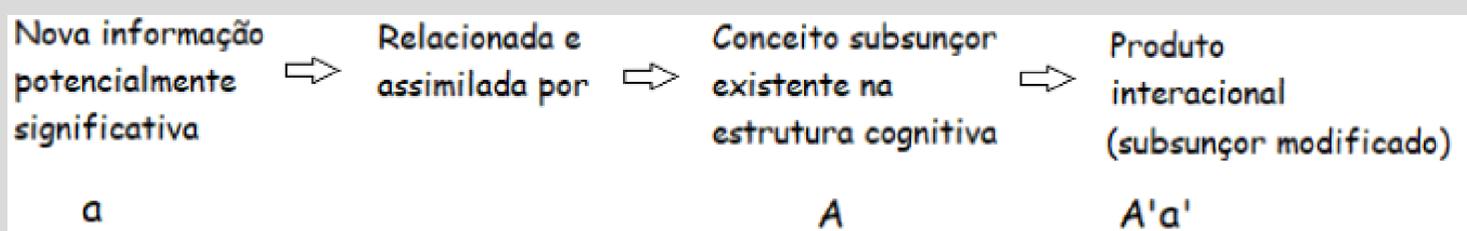
A aprendizagem **proposicional** consiste na aprendizagem do significado de ideias na forma de proposições, não do significado das palavras ou combinação delas. Para Moreira (2019), esse tipo de aprendizagem está além da compreensão da soma dos significados das palavras, pois ela define a compreensão dos conceitos que compõem a proposição. Por exemplo, no Cálculo Diferencial, a regra de L'Hospital só poderá ser

aprendida a de forma significativa, após a aprendizagem dos conceitos que em conjunto constituem a regra.

Nesse processo de interação do novo conhecimento com o saber prévio (subsunçor), ocorre a **assimilação**. O processo de assimilação, apresentado no esquema abaixo, ocorre quando o conceito **a** é assimilado a um conceito mais inclusivo, preexistente na estrutura cognitiva do aprendiz, ou seja, a um conceito subsunçor **A**. A interação de **a** e **A**, gera uma modificação que resulta no produto interacional **A'a'**. O produto interacional corresponde ao último estágio e configura o subsunçor modificado. Imediatamente após esse processo, inicia o segundo estágio da assimilação, chamado de assimilação obliteradora. Segundo Moreira (2006, p.30), a assimilação obliteradora ocorre quando “as novas informações se tornam, espontânea e progressivamente, menos dissociáveis de suas ideias-ancora (subsunçores) até que não mais estejam disponíveis, isto é, não mais reproduzíveis como entidade individuais”. (MOREIRA, 2019)



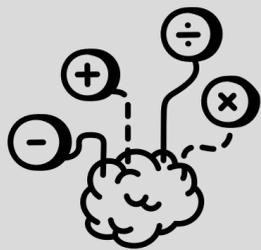
Esquema da assimilação



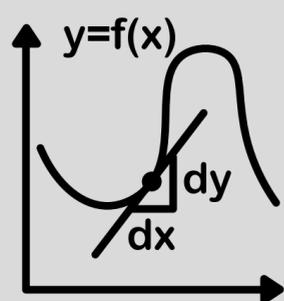
Fonte: Moreira (2019, p.166)

A retenção é favorecida pela assimilação, mas o conhecimento adquirido está sujeito a uma influência erosiva, pois é mais simples reter apenas ideias mais gerais do que novas ideias assimiladas. A assimilação obliteradora ocorre às custas da perda da diferenciação do conjunto de proposições detalhadas. Para Ausubel (2003, p.62) “um dos problemas principais na aquisição de um forte domínio de qualquer disciplina acadêmica reside no combate a este inevitável processo obliterante, característico de toda a aprendizagem significativa”. O processo da assimilação obliteradora **A'**, resultado do produto **A'a'** é considerado o subsunçor modificado, o qual é denominado resíduo.

CONTEXTUALIZANDO O PROCESSO DA ASSIMILAÇÃO NO ENSINO/APRENDIZAGEM DO CÁLCULO



É possível exemplificar o esquema da teoria da assimilação através do ensino e aprendizagem de derivadas. A definição da derivada de uma função (a) só poderá ser aprendida por um aluno que já possui o conceito de limites, subsumor (A) estabelecido, o novo conceito, definição de derivadas, será assimilado pelo conceito mais inclusivo, limites. O conceito de derivadas irá adquirir significado para o aluno e, conseqüentemente, o conceito de limites sofrerá modificação e se tornará mais inclusivo.



Nesse processo, a compreensão da definição da derivada de uma função configura o produto interacional (A'a'). No decorrer da aprendizagem, ao verificar que o cálculo do limite da definição pode ser simplificado por meio de fórmulas já estabelecidas, os dois conceitos, limites e definição de derivadas, atingem um grau de dissociabilidade nulo, reduzindo os conceitos no cálculo de uma derivada (A'). O esquecimento, assimilação obliteradora, é uma continuação do processo o que facilita a retenção de novas informações. Um estudante jamais irá recorrer aos limites para resolver a derivada de uma função, mas às fórmulas que são resultados dos processos de limites.

O processo até aqui apresentado, segundo a teoria ausubeliana, onde toda nova informação adquire significado por meio da interação com subsumores, ou seja, nessa estrutura hierárquica, existe uma relação de subordinação da nova informação a ser aprendida à existente na estrutura cognitiva do aprendiz. Ausubel se refere ao processo de subordinação como “subsunção”, sendo este conhecido como aprendizagem significativa subordinada.

A **aprendizagem significativa subordinada** é a forma mais comum de aprendizagem significativa e pode ser classificada de duas formas: **subordinada derivativa** e **subordinada correlativa**.

Segundo Ausubel (2003, p. 94), “a subsunção derivativa ocorre quando se entende o novo material de aprendizagem como um exemplar específico de um conceito ou proposição estabelecidos na estrutura cognitiva, ou como auxiliar ou ilustrativo de um conceito ou proposição geral anteriormente apreendidos”. **Por exemplo, a derivada da função logarítmica poderia ser um caso de aprendizagem subordinada derivativa para alunos que tivessem bem claro, em sua estrutura cognitiva, o conceito de derivada de uma função polinomial.**

A aprendizagem subordinada correlativa é, segundo Ausubel (2003, p. 94), “uma extensão, elaboração, modificação ou qualificação de conceitos ou proposições anteriormente apreendidos”.

Na aprendizagem combinatória, não há uma relação hierárquica entre os conhecimentos prévios e o novo conhecimento. Nesse sentido, os conhecimentos estão em um mesmo nível conceitual na estrutura cognitiva, sendo assim, o que ocorre é o aparecimento de significados combinatórios.

Evidentemente, a aprendizagem de novas proposições que são menos relacionáveis aos conhecimentos preexistentes na estrutura cognitiva será menos capaz de se ancorar nesses conhecimentos, pelo menos no início. Nesse sentido, as proposições combinatórias são mais difíceis de aprender do que proposições subordinadas ou superordenadas. Essa suposição ocorre devido ao papel crucial da disponibilidade de subsunçores relevantes na aprendizagem significativa.

Aprendizagem combinatória

Aprendizagem combinatória

Nova ideia $X \rightarrow Y - W - Z$

Ideias estabelecidas

Na aprendizagem combinatória, a nova ideia X é vista como relacionada às ideias existentes Y , W e Z , mas não é mais abrangente nem mais específica do que as ideias Y , W e Z . Neste caso, considera-se que a nova ideia X tem algumas propriedades principais em comum com as ideias preexistentes.

Fonte: Ausubel, Novak e Hanesian (1980, p. 72)

O esquema apresentado acima apresenta aprendizagem combinatória. Vale ressaltar que tanto a aprendizagem combinatória quanto a subordinada e superordenada configuram processos cognitivos internos onde a aquisição de novas informações depende das ideias relevantes que fazem parte da estrutura cognitiva. Sendo assim, a aprendizagem significativa é resultado da interação entre o novo conhecimento e o conhecimento preexistente, ou seja, assimilação dos velhos e novos significados, o que dá origem a uma estrutura diferenciada (AUSUBEL, NOVAK E HANESIAN, 1980).

A categorização das formas de aprendizagem – subordinada, superordenada e combinatória, é compatível aos tipos de aprendizagem – representacional, de conceitos e proposicional. Por exemplo, a aprendizagem de conceitos pode ser subordinada e superordenada. Nesse contexto, observa-se que existem três formas e três tipos de aprendizagem significativa (MOREIRA, 2019).

Por fim, em sua teoria, Ausubel ainda define dois processos que ocorrem durante a aprendizagem significativa: diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa. O primeiro está mais relacionado com a aprendizagem subordinada; o segundo articula-se com a aprendizagem superordenada e combinatória.

O processo de diferenciação progressiva diz respeito ao subsunção modificado, isto é, quando um novo conhecimento é aprendido por subordinação ocorre a interação e ancoragem nesse subsunção que, por consequência, será modificado. Tal modificação que pode ocorrer uma ou mais vezes é chamada de diferenciação progressiva. Já a reconciliação integrativa diz respeito aos elementos existentes na estrutura cognitiva que podem se reorganizar e adquirir novos significados, a partir de uma nova informação adquirida. Essa recombinação na estrutura cognitiva é denominada reconciliação integrativa. (AUSUBEL, 2003)

Toda a aprendizagem que resulta em reconciliação integrativa resultará também em diferenciação progressiva. Na perspectiva asubeliana, o desenvolvimento cognitivo é um processo dinâmico no qual novos e velhos significados estão constantemente interagindo, resultando em uma estrutura cognitiva mais diferenciada na qual os conceitos mais gerais abrangem progressivamente os conceitos menos inclusivos.

Do ponto de vista instrucional, Ausubel aponta a diferenciação progressiva como um princípio norteador no planejamento da matéria a ser ensinada, de modo que os conceitos mais gerais e inclusivos devem ser apresentados no início da instrução e, progressivamente, diferenciados em termos de especificidade.

Moreira (2019), respaldado na teoria de Ausubel, aponta quatro tarefas fundamentais de um professor que deseja contribuir para uma aprendizagem significativa: (1) identificar a estrutura conceitual e proposicional da matéria de ensino; (2) identificar quais subsunções relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado; (3) diagnosticar aquilo que o aluno já sabe e determinar quais subsunções estão disponíveis na estrutura cognitiva; (4) ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a aquisição da estrutura conceitual da matéria de ensino de uma maneira significativa.

Diante do exposto até aqui, é possível constatar que os conceitos que compõe a aprendizagem significativa configuram uma diferenciação da ideia central da teoria de David Ausubel: “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe; descubra isso e ensine-o de acordo”. A “chave” da aprendizagem significativa está na identificação dos conceitos preexistentes na estrutura cognitiva. O esquema a seguir apresenta os processos que compõem a aprendizagem significativa em um mapa conceitual.

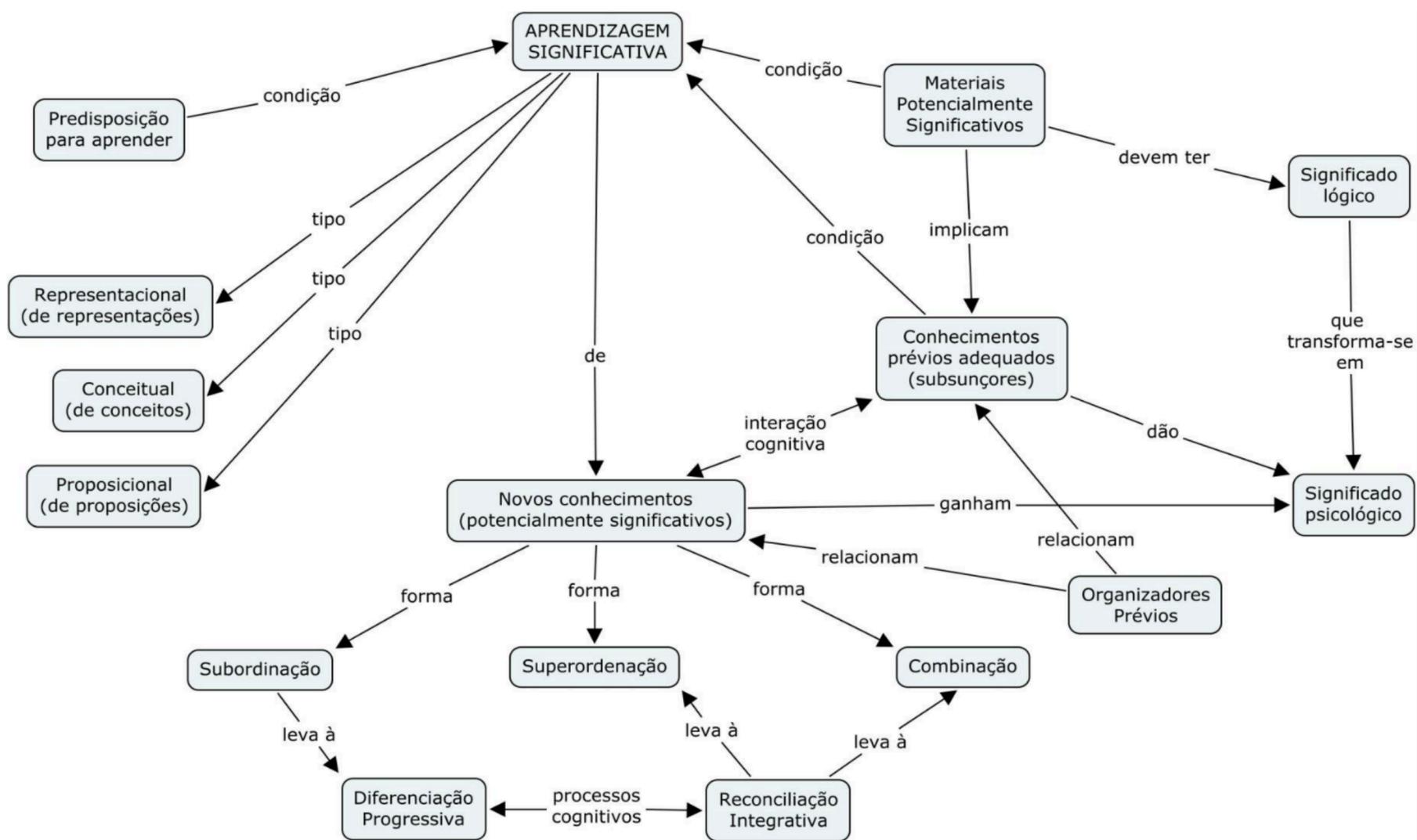


DICA DE LEITURA

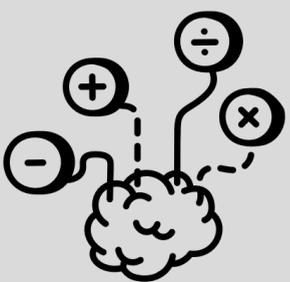
Mapas conceituais são diagramas que indicam relações entre conceitos. Forma desenvolvidos para promover a aprendizagem significativa e pode ser usados e toas as fases do processo. (Moreira, 2013)

Clique em [MAPAS CONCEITUAIS E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA](#) e leia o texto de Moreira (2013) acerca do assunto.

Mapa conceitual da teoria da aprendizagem significativa



Fonte: Moreira (2013).



Nesse esquema hierárquico, Moreira (2013) traz uma síntese da aprendizagem significativa através do dispositivo mapa conceitual, o qual promove a aprendizagem significativa. Nesse sentido observa-se a teoria ausubeliana expressa de forma significativa.

Unidades de ensino potencialmente significativas

03

Conquanto a teoria da aprendizagem significativa proposta por David Ausubel seja interessante, sua aplicação pode se tornar laboriosa e os resultados esperados podem não ser alcançados se não houver, por parte do professor, educador ou instrutor, um planejamento adequado.

Assim como o novo conhecimento, o material a ser aprendido ou utilizado no processo da aprendizagem também deve se relacionar com a estrutura cognitiva de maneira substantiva e não-arbitrária. O material que possui essas características é chamado de potencialmente significativo. Segundo Ausubel (2003, p. 58), “enquanto o mecanismo e o material de aprendizagem, bem como as condições da estrutura cognitiva da aprendizagem significativa, forem satisfeitos, o resultado da aprendizagem deve ser significativo e as vantagens da aprendizagem significativa devem aumentar”.

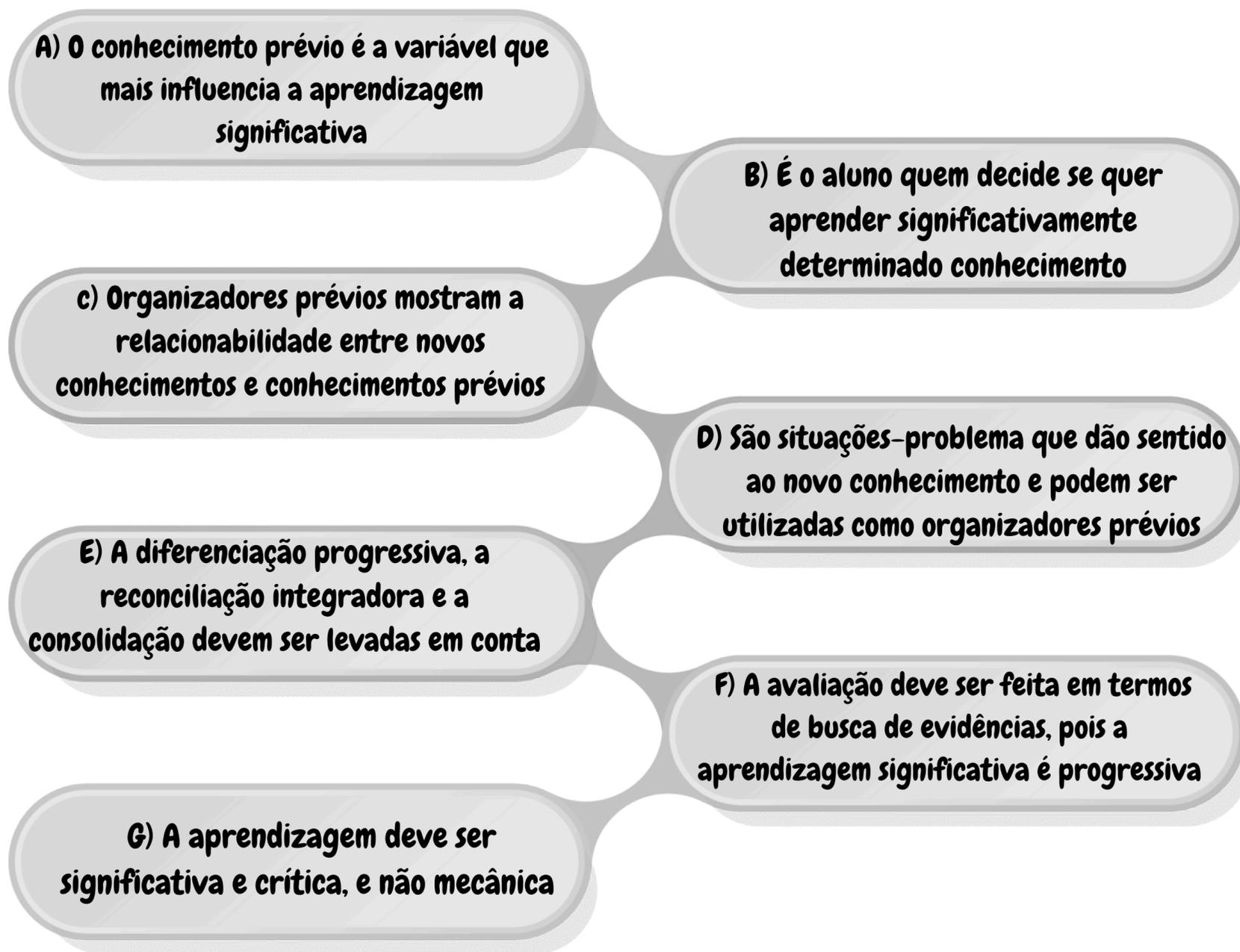
A aprendizagem significativa está condicionada a vontade do aprendiz em relacionar o novo conhecimento e o material potencialmente significativo aos conhecimentos preexistentes na estrutura cognitiva. Para o teórico (AUSUBEL, 2003, p. 197), “a maioria do esforço de aprendizagem é melhorada pela intenção deliberada de aprender”.



A escolha e organização do material a ser aprendido deve visar o engajamento do estudante à metodologia adotada e às estratégias de ensino, de tal maneira que desperte o interesse e a participação ativa desse aluno nesse processo, colaborando para a promoção da aprendizagem significativa.

O representante da teoria da aprendizagem significativa no Brasil é, sem dúvidas, Marco Antônio Moreira. Com propriedade e respaldo na teoria de Ausubel, Moreira (2011) propõe uma estrutura de ensino organizada em forma de sequências didáticas. Fundamentadas teoricamente, elas configuram estratégias a serem adotadas na promoção da aprendizagem significativa. Essas sequências de ensino são denominadas como Unidades de Ensino potencialmente significativas (UEPS) e possibilitam a aprendizagem significativa, caso haja por parte dos alunos a intenção da aprendizagem, ou seja, o engajamento do aluno no processo. Moreira(2011) aponta alguns princípios norteadores na elaboração de uma UEPS, dentre eles destacam-se:

Princípios norteadores de uma UEPS



Fonte: Moreira, 2011

Além dos princípios norteadores, Moreira (2011, p.69) apresenta aspectos sequenciais descritos em 8 etapas que devem ser seguidas na elaboração de uma UEPS, que são:

1ª Etapa ✓

Definir o tema específico que será abordado, identificando seus aspectos declarativos e procedimentos aceitos no contexto da disciplina de ensino em relação ao tema escolhido e sua inserção;

2ª Etapa ✓

Criar/Propor situação(ões) – discussão, questionário, mapa conceitual, situação-problema, etc. – que levem o aluno a exteriorizar seus conhecimentos prévios, aceitos ou não no contexto da disciplina de ensino, supostamente relevantes para a aprendizagem significativa da disciplina (objetivo) em questão;

3ª Etapa ✓

Propor situações-problema a um nível bastante introdutório, tendo em conta os conhecimentos prévios do aluno, que preparem o terreno para a introdução dos conhecimentos (declarativos ou procedimentais) que se pretende ensinar. Essas situações-problema podem incluir o assunto, mas não para começar a ensiná-lo; tais situações-problema podem funcionar como um organizador prévio; são as situações que dão sentido aos novos conhecimentos, mas para isso o aluno tem que percebê-los como problemas e deve ser capaz de modelá-los mentalmente; os modelos mentais são funcionais para o aprendiz e resultam da percepção e do conhecimento prévio (invariantes operativos);

4ª Etapa ✓

Uma vez trabalhadas as situações iniciais, apresenta-se o conhecimento que deve ser ensinado/aprendido, tendo em conta a diferenciação progressiva, ou seja, partindo de aspetos mais gerais, inclusivos, dando uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, mas depois são dados exemplos, abordando aspectos específicos;

5ª Etapa ✓

Em seguida, retomam-se os aspetos mais gerais, estruturantes (ou seja, o que se pretende ensinar) do conteúdo da unidade de ensino, numa nova apresentação (que pode ser através de outra breve apresentação oral, uma apresentação recurso, de um texto, etc.), mas com maior grau de complexidade em relação à primeira apresentação; as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças em relação a situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação inclusiva; Após essa segunda apresentação, é necessário propor alguma outra atividade colaborativa que leve os alunos interagir socialmente, negociando significados, tendo o professor como mediador.

6ª Etapa ✓

Concluindo a unidade, dá-se continuidade ao processo de diferenciação progressiva, retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, mas em uma perspectiva integradora, ou seja, procurando a reconciliação integrativa; isso deve ser feito por meio de uma nova apresentação dos significados que pode ser, novamente, uma breve apresentação oral, leitura de um texto, recurso computacional, audiovisual etc.;

7ª Etapa

A avaliação da aprendizagem na UEPS deve ser realizada ao longo de sua implantação, observando tudo o que possa ser considerado evidência de aprendizagem significativa de seu conteúdo; além disso, deve haver uma avaliação somativa após a sexta etapa, na qual devem ser propostas questões/situações que impliquem compreensão, que demonstrem apreensão de significados e, idealmente, alguma capacidade de transferência;

8ª Etapa

A UEPS só será considerada bem-sucedida se a avaliação do desempenho dos alunos evidenciar uma aprendizagem significativa (captura de significados, compreensão, capacidade de explicar, aplicar conhecimentos para resolver situações-problema). A aprendizagem significativa é progressiva, o domínio de um campo conceitual é progressivo; portanto, a ênfase na evidência, não nos comportamentos finais.

Evidencia-se, nesse contexto, a importância do professor na elaboração organizada de um plano de ensino estruturado com respaldo na teoria de Ausubel, de modo a conduzir o aluno à aprendizagem significativa. Uma UEPS configura um recurso que trará bons resultados, afinal, esse é o objetivo de uma UEPS: promover a aprendizagem significativa.

No quesito de engajamento dos alunos nas aulas, o professor deve refletir e elaborar atividades para compor a UEPS, com intuito de despertar a intenção da aprendizagem. Muitas estratégias metodológicas, bem como matérias e tecnologias educacionais, podem estar fazendo parte desse planejamento, como jogos digitais, mapas conceituais, recursos audiovisuais e computacionais, informações no formato de textos, dentre outros exemplos. Cabe ao professor, a partir das 8 etapas para elaboração de UEPS propostas por Moreira (2011), buscar, elaborar e aplicar atividade e/ou matérias condizentes e pertinentes a cada etapa.

Tendo em vista a dificuldade apresentada por muitos alunos (já mencionado na apresentação desse e-book) na compreensão do cálculo diferencial e integral e o fato da aprendizagem ocorrer predominantemente de forma mecânica, reitera-se que uma UEPS elaborada e aplicada na área do cálculo pode contribuir na promoção da aprendizagem significativa daqueles alunos que se submeterem a ela e que tiverem a intenção de aprender.



Clique em

UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS -UEPS

e leia o texto de Moreira (2011) acerca do assunto.

Aprendizagem significativa crítica

04

A teoria da aprendizagem significativa foi proposta na década de 1960 por Ausubel. Desde sua formalização, pode-se dizer que muitas mudanças aconteceram no cenário educacional, tecnológico, científico e social. A sociedade contemporânea exige do indivíduo mais do que conhecimento, mas o saber crítico que o auxilie por exemplo, nas tomadas de decisões e que o prepare para atuar e transformar essa sociedade. Nesse sentido, Moreira (2006) aponta que “não basta adquirir novos conhecimentos de maneira significativa, é preciso adquiri-los criticamente, ao mesmo tempo que é preciso viver nessa sociedade, integrar-se a ela, é necessário também ser crítico dela”.

Nessa perspectiva, Moreira (2006) propõe a teoria da aprendizagem significativa crítica. Essa teoria, respaldada no pensamento de Ausubel, preocupa-se com a predisposição em aprender e como provocá-la na sociedade atual. Além da principal base teórica que é ausubeliana, a teoria da aprendizagem significativa crítica baseia-se nas ideias de Pstaman e Weingarter (1969). Em sua obra “Ensino e atividade subversiva”, os pesquisadores afirmavam que a escola, ao invés de preparar o aluno para uma sociedade caracterizada pela mudança, se ocupava em ensinar conceitos fora de foco, como conceitos de verdade absoluta, certeza, de entidade isolada, casualidade simples, única e mecânica e de que o conhecimento é transmitido. A teoria da aprendizagem significativa crítica aparece como uma extensão da teoria de Ausubel, aprimorada para uma sociedade contemporânea, que passa por mudanças rápidas de conceitos, valores e tecnologias”.

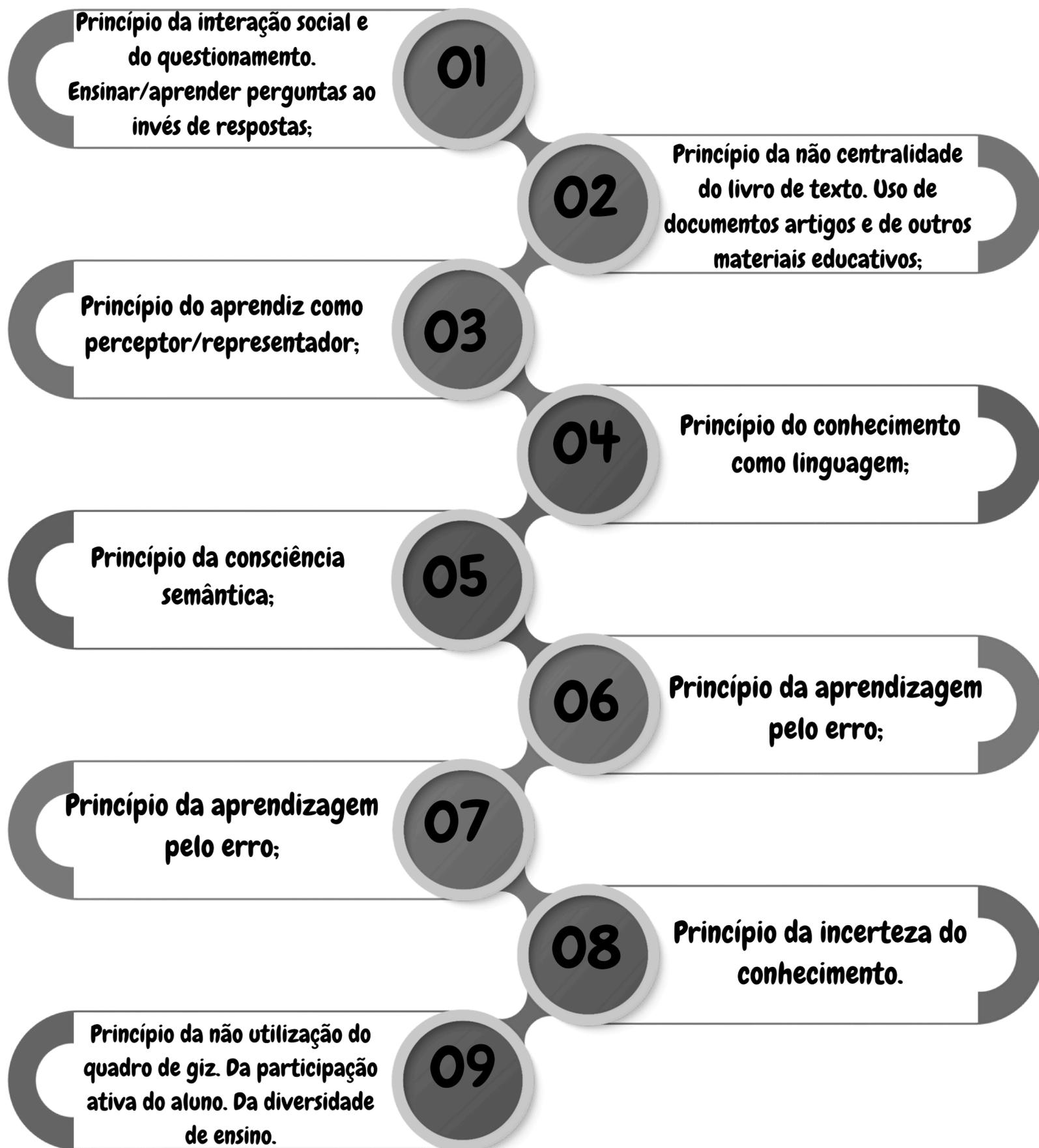
Segundo Moreira (2019, p. 227), “é pela aprendizagem significativa crítica que o aluno poderá fazer parte de sua cultura e, ao mesmo tempo, não se subjugado por ela, por seus ritos, mitos e ideologias”. Considerando as condições para que ocorra a aprendizagem significativa, Moreira propõe algumas estratégias ou princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica. Esses princípios, apresentado a seguir, serão abordados com mais detalhes nos próximos parágrafos.



Dica de livro:

**MOREIRA, M. A. Teorias de Aprendizagem. 2.ed. São Paulo: E.P.U.,
São Paulo., 2019.**

Princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica



Fonte: Moreira, 2019

O primeiro princípio aponta para a interação social e questionamento como elementos fundamentais na promoção da aprendizagem significativa crítica. Um ensino baseado em respostas dadas pelo professor não é significativo e nem crítico, mas mecânico. Na aprendizagem significativa crítica, a interação entre professor e aluno deve ser enfatizada e o estudante precisa aprender a formular perguntas relevantes e apropriadas. Ao fazer isso, ele utilizará o conhecimento prévio de maneira não arbitrária e não literal.

Ao aprender e formular perguntas relevantes e apropriadas, há evidência de uma aprendizagem significativa crítica. Essa aprendizagem é libertadora e detectora de irrelevâncias. Entretanto, esse princípio não exclui a importância dos momentos de explicação do professor, mas é importante que o professor tenha sempre uma postura aberta e indagadora (MOREIRA, 2019).

Além da interação social e do questionamento, **é igualmente importante aprender a partir de diversos materiais**, visto que a fonte do conhecimento não deve ser o livro didático adotado pela intuição de ensino. **Ao adotar apenas um material, o aluno terá uma visão única do conhecimento, não será estimulado ao questionamento, mas em dar a “resposta certa”**. Essa situação aponta para uma aprendizagem não significativa, mas mecânica. Artigos científicos, obras de arte, vídeos e tantos outros materiais representam a produção do conhecimento humano de forma compacta, de maneira que descompactá-lo implica em questionamentos. Segundo Moreira (2019, p. 229), “a utilização de materiais diversificados, e cuidadosamente selecionados, ao invés da centralização em livros de texto é também um princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica”.

O terceiro princípio diz respeito à visão equivocada que muitas escolas têm dos alunos. **Alunos não são receptores da matéria de ensino que deve ser memorizada e reproduzida sem erro, mas um perceptor, um sujeito que percebe e que representa o que lhe está sendo ensinado**. Em relação à representação, esta é única, pois o perceptor é que decide como irá representar um objeto em sua mente, baseado em suas percepções prévias. Considerando a relação ensino/aprendizagem, Moreira (2006, p.21) aponta que “a comunicação só será possível na medida em que dois perceptores, professor e aluno no caso, buscarem perceber de maneira semelhante os materiais educativos do currículo”.

O quarto princípio aponta para a importância da linguagem. Para Moreira (2006), todo conhecimento é uma linguagem e a chave da compreensão de um conhecimento ou conteúdo é conhecer sua linguagem de maneira substantiva e não literal. O princípio cinco relaciona-se com o princípio da linguagem, porém, no princípio da consciência semântica é preciso entender que o significado está nas pessoas e não nas palavras, ou seja, independente dos significados que tenham as palavras, eles foram dados a elas pelas pessoas. Entretanto, **pessoas não podem dar significados às palavras que estejam além de sua experiência. Nesse sentido, se evidencia a importância do conhecimento prévio na atribuição do significado de uma palavra**, pois caso o aluno não seja capaz de atribuir um significado a uma palavra, a aprendizagem é mecânica e não significativa (MOREIRA, 2019).

Na aprendizagem humana, o erro é natural. Na realidade, em muitas situações a pessoa aprende pelo erro, mas no contexto escolar, o erro é punido. O sexto princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica, segundo Moreira (2019), diz respeito à aprendizagem pelo erro, o qual aponta que se os professores ajudassem seus alunos a serem detectores de erros, estariam colaborando com a promoção do pensamento crítico, ensinando o aluno aprender a aprender, rejeitando certezas, encarando o erro de forma

natural e aprendendo pela superação.

O princípio da desaprendizagem é importante para a aprendizagem significativa. Sabendo que o novo conhecimento interage com o conhecimento prévio e ancora-se nele, deve-se considerar que o conhecimento prévio pode impedir a captação dos significados do novo saber. Essa situação é um caso no qual é necessário a desaprendizagem. A desaprendizagem não significa apagar algum conhecimento preexistente na estrutura cognitiva, até porque isso é impossível, mas compreender que tal conhecimento não poderá ser usado como subsunçor. **Aprender a desaprender é distinguir o relevante do irrelevante no conhecimento prévio** (MOREIRA, 2006).

Para Moreira (2019, p. 238) “o princípio da incerteza do conhecimento nos chama a atenção que nossa visão de mundo é construída primordialmente com as definições que criamos, com as perguntas que formulamos e com as metáforas que utilizamos”. Quando o aprendiz percebe que todo o conhecimento é metafórico, há evidências da aprendizagem significativa crítica. Nesse sentido, observa-se que **o conhecimento humano evolui e os melhores modelos existentes hoje darão origem a outros, mais ricos e elaborados. Assim, é preciso aprendê-los de uma perspectiva crítica e não dogmática.**

O último princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica diz respeito ao abandono do quadro de giz. Nesse contexto, o quadro de giz simboliza a prática de ensino na qual o professor é o detentor do conhecimento e o aluno se restringe a copiar, decorar e reproduzir. Essa prática de ensino produz, evidentemente, a aprendizagem mecânica, apesar de ser predominante nas escolas em geral. Na promoção da aprendizagem significativa crítica, essa prática precisa ser abandonada. **É necessária a busca e o uso de diversas estratégias instrucionais que resultem na participação ativa do estudante**, que promovam o ensino centralizado no aluno e que facilitem a aprendizagem significativa crítica (MOREIRA, 2019).

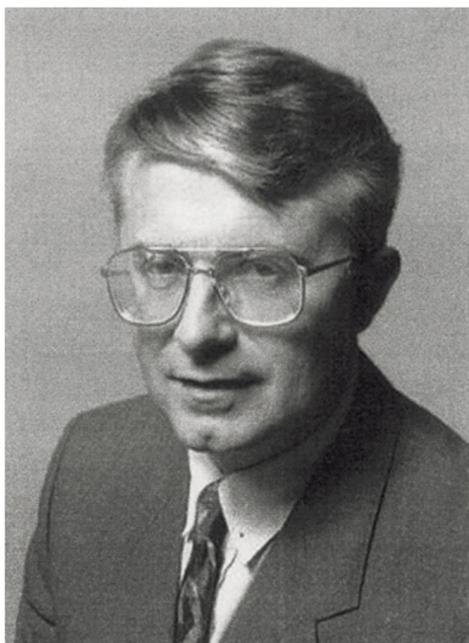
Mais uma vez, reitera-se a afirmação de Ausubel sobre o fator isolado mais importante na aprendizagem significativa ser o conhecimento prévio e a predisposição do aprendiz para relacionar de maneira não arbitrária e não literal do novo conhecimento com o conhecimento prévio. Contudo, no contexto contemporâneo científico, social e tecnológico, sabe-se que aprender significativamente um conceito não basta, pois corre-se o risco de aprender um conceito fora de foco. A aprendizagem significativa crítica aparece como uma alternativa para a aplicação da teoria de Ausubel em um contexto contemporâneo, afinal, passados mais de sessenta anos desde sua proposta, a teoria necessita de novos olhares especificamente uma visão crítica. Nesse estudo, o conceito a ser trabalhado na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral será abordado com respaldo na teoria da aprendizagem significativa em uma perspectiva crítica.



**DICA DE
VÍDEO**

**Clique em
Aprendizagem significativa crítica
e assista o teórico Marco Antonio Moreira abordando o assunto.**

Um pouco sobre os teóricos Ausubel e Moreira



David Paul Ausubel foi um psicólogo educacional americano conhecido por desenvolver a teoria da aprendizagem significativa. Ele destacou a importância de relacionar novos conhecimentos aos conceitos já existentes na mente do aluno, promovendo uma compreensão profunda e duradoura. Ausubel criticou a memorização mecânica e enfatizou o papel do conhecimento prévio na assimilação de novos conteúdos. Sua obra influenciou significativamente práticas educacionais e a formação de professores.



Marco Antonio Moreira é professor de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Brasil. Foi Visiting Fellow no departamento de Física da Universidade de Cornell, nos Estados Unidos em 1972. Mais tarde em 1977, obteve Ph.D. em Ensino de Ciências sob a direção de J. D. Novak e D. B. Gowin D.F. Holcomb. Desde essa época se dedica ao ensino de ciências, particularmente de Física e a aprendizagem significativa sob distintos referentes teóricos. É responsável pela visão crítica e subversiva da aprendizagem significativa sendo influenciado pelas obras de Neil Postman e Paulo Freire.

O professor tem papel fundamental no processo da aprendizagem do Cálculo, de fato na teoria ausubeliana na ótica crítica de Moreira o professor é uma peça-chave. É a partir dos planejamentos adequados aplicados implementados durante as aulas que os alunos serão conduzidos a aprendizagem mecânica ou significativa (condicionada a escolha de um material potencialmente significativo e da disposição do aluno em aprender). Porém sabe-se que levar um aluno assimilar significativamente um conceito não é uma tarefa fácil, muitas vezes por falta de tempo ou até mesmo por desconhecer a teoria de Ausubel o professor acaba abordando o Cálculo de forma mecânica.

Com intuito de promover a aprendizagem significativa do Cálculo desenvolveu-se a pesquisa aqui compartilhada. As etapas e dados apresentados tem por objetivo contribuir e trazer sugestões de procedimentos metodológicos ao professor/pesquisador que se preocupa em levar o aluno a reconhecer a versatilidade do Cálculo de modo que os conceitos envolvidos sejam aprendidos de forma significativa e crítica.

1. A pesquisa

*A investigação realizada e compartilhada de forma resumida nos próximos parágrafos é de natureza qualitativa, exploratória e aplicada, o percurso metodológico utilizado é o experimento de design. A pergunta de partida do estudo foi “ **Que contribuições estratégicas pedagógicas baseadas em Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, poderão trazer ao Ensino de Derivadas no Curso de Bacharelado em Engenharia de Software visando a aprendizagem significativa crítica?**”*

*O objetivo geral da investigação foi **analisar as contribuições que estratégias pedagógicas baseadas em Unidades de Ensino Potencialmente Significativas poderiam trazer ao Ensino de Derivadas no Curso de Bacharelado em Engenharia de Software, visando a aprendizagem significativa crítica dos alunos.** Foi desenvolvida em uma Universidade no estado do Paraná, no 1º ano do curso de Bacharelado em Engenharia de Software, com alunos matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Os dados coletados foram analisados a partir da Análise de Conteúdo de Bardin (1996). Embora tenha sido aplicada aos alunos do curso de Engenharia de Software acredita-se que com as adaptações adequadas e com o respaldo da teoria de Ausubel e Moreira ela possa ser estendida a outros cursos de graduação que possuem em sua ementa o Cálculo Diferencial.*

Os participantes da pesquisa foram acadêmicos do curso de Bacharelado em Engenharia de Software de uma universidade pública do Estado do Paraná, matriculados e cursando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Foi aplicado um questionário aos alunos do 2º ano do mesmo curso, os quais já haviam cursado a disciplina, para levantamento de informações que pudessem contribuir na elaboração da UEPS. Vale ressaltar que esse grupo de participantes cursou a disciplina através de metodologias tradicionais do ensino do Cálculo como as famosas listas de exercícios com questões descontextualizadas, aulas expositivas e avaliações baseadas nas listas. A pesquisa em si e análise dos dados foi desenvolvida com os alunos do 1º ano que ainda estavam cursando a disciplina. Os participantes classificados em grupos, conforme apresentado no quadro.

Participantes da pesquisa

Grupos/ nº de participantes	Classificação dos participantes
Grupo 1 17 participantes	Alunos que já haviam cursado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral no 1º ano de Bacharelado em Engenharia de Software, foram aprovados e são acadêmicos do 2º ano. Participaram da pesquisa respondendo o questionário proposto, anexo nesse trabalho. As respostas dadas por esse grupo contribuíram para a elaboração das Unidades de Ensino Potencialmente Significativas
Grupo 2 16 participantes	Alunos do 1º ano de Bacharelado em Engenharia de Software, que estavam cursando a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, para os quais as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas serão elaboradas e aplicadas. É a partir do estudo desse grupo que será realizada as análises dos dados da pesquisa.

Fonte: Autora (2024)

O questionário elaborado e aplicado, foi planejado e fundamentado na Teoria da Aprendizagem Significativa, de Ausubel, na perspectiva crítica, de Moreira, e teve como objetivo levantar dados, observar e analisar como foi dado o processo de ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, se houve indícios de aprendizagem significativa e os fatores que contribuíram para que isso ocorresse. O questionário, apresentado a seguir, é composto de 15 questões abertas e foi aplicado mediante a autorização que assegura o anonimato dos participantes.



Para cada UEPS elaborada deve-se considerar a realidade da turma onde a sequência será aplicada. No caso do uso do questionário as questões devem ser planejadas visando o contexto do público-alvo da UEPS.



Questionário

- 1) *Você identificou alguma relação entre a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral e sua futura área de atuação? Justifique.*
- 2) *Durante o desenvolvimento da disciplina você teve contato com alguma situação problema que se relacionasse o com o seu curso? Se sim, descreva.*
- 3) *Quais conhecimentos você considera indispensáveis para a compreensão do cálculo diferencial e integral?*
- 4) *Você detectou alguma correspondência entre conteúdos estudados na disciplina a conceitos que você já havia estudado ou já conhecia? Se sim, quais?*
- 5) *Se fosse necessário fazer uma breve descrição dos conceitos de limites, derivadas e integrais você faria sem recorrer às suas anotações ou precisaria revisar o conteúdo para realizar essa descrição?*
- 6) *Você sentiu falta de algum conhecimento preliminar para a melhor compreensão da disciplina? Se sim, esse conhecimento deveria ter sido explorado no ensino médio ou no próprio ensino superior?*
- 7) *Você identificou relação entre os conteúdos estudados na disciplina de cálculo? A ordem em que os conteúdos foram abordados faz sentido ou você considera que não há correspondência entre eles podendo ser trabalhados em outra ordem? Justifique*
- 8) *Quais procedimentos e/ou materiais o ajudariam na melhor compreensão do Cálculo Diferencial e Integral?*
- 9) *Ao desenvolver as atividades propostas na disciplina você utilizou a memorização dos conceitos (decorou as fórmulas) ou você conseguiu desenvolvê-las de forma espontânea, assimilando os conceitos aprendidos?*
- 10) *Apresente sugestões de como as aulas de cálculo poderiam ser conduzidas para que a aprendizagem dos conceitos abordados nessa disciplina forneça mais sentido/significado aos estudantes?*
- 11) *Escreva com suas palavras o que é a derivada de uma função e cite pelo menos uma aplicação desse conceito.*
- 12) *Você considera os conceitos estudados na disciplina como, limites, derivadas e integrais, úteis? A aprendizagem desses conceitos é importante para você e sua área de atuação? E para sociedade? Justifique*
- 13) *A representação gráfica da disciplina, como por exemplo a interpretação geométrica da derivada, facilitou a aprendizagem desse conteúdo? Justifique*
- 14) *Ao analisar a simbologia dos limites no infinito, ou envolvendo o infinito, por exemplo, você consegue interpretar o que eles estão expressando? Se sim, quais procedimentos utilizados na aula o permitiram fazer a ligação entre a simbologia e o significado que ela expressa*
- 15) *O teorema fundamental do cálculo é utilizado para a resolução de integrais definidas. Quais ideias envolvidas no cálculo das integrais definidas te ajudaram a compreender esse teorema? Justifique.*

As respostas dadas pelos alunos do grupo de participante 1 foram analisadas cuidadosamente, cada uma delas, com respaldo da Teoria de Ausubel na Perspectiva de Moreira. **De maneira geral, as respostas apresentadas às questões apontaram que a aprendizagem não ocorreu de forma significativa.** Evidenciou-se que a aprendizagem não foi dada de forma não arbitrária e não literal. Constatou-se que o ensino não foi fundamentado em conceitos pré-estabelecidos na estrutura cognitiva dos alunos, ou seja, os novos conceitos abordados na disciplina de Cálculo não ancoraram em conceitos relevantes preexistentes. Nesse sentido, observou-se que a aprendizagem do Cálculo, para esses alunos, ocorreu de forma mecânica.

Quanto à aprendizagem significativa em perspectiva crítica, também se observou que ela não ocorreu. A maior parte dos alunos entrevistados não estabeleceram relação da disciplina com problemas reais e práticos, e embora reconhecessem a importância do Cálculo, não conseguiram expressar com clareza sua aplicação na Engenharia de Software ou em outras áreas. De fato, é difícil obter um posicionamento crítico acerca de conceitos aprendidos de forma mecânica. No que se refere à aprendizagem mecânica, Moreira (2006, p.16) aponta que se trata de “aprendizagem de “última hora”, de véspera de prova, que somente serve para prova pois é esquecida logo após”. Além disso, foi possível constatar que os princípios facilitadores de uma aprendizagem significativa crítica não foram utilizados no ensino do Cálculo com a referente turma. Nesse sentido, **conclui-se que não houve indícios de aprendizagem significativa em uma perspectiva crítica dos alunos participantes dessa fase do estudo.**

2. Planejamento e aplicação da UEPS

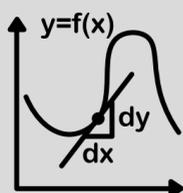
O planejamento e construção da UEPS configura parte fundamental no desenvolvimento desse estudo. Além de ser um instrumento metodológico respaldado na teoria da aprendizagem significativa a UEPS também permite a construção da trajetória da pesquisa por meio de um modelo sistemático de execução o qual é indispensável em pesquisas de design na abordagem EDR. **Para esse estudo o conceito escolhido para ser abordado na UEPS foi o de derivadas.**

Ao iniciar o estudo das derivadas é comum que sejam abordados dois problemas aplicados: um no contexto geométrico e outro no contexto da Física. Alguns autores de livros importantes no estudo do Cálculo Diferencial e Integral como Swokowski (1994), Stewart (2006) e Flemming (2006) descrevem em suas respectivas obras a introdução do conceito de derivadas exatamente a partir desses dois problemas. As ideias utilizadas em ambos os problemas foram introduzidas no século XVIII por Newton e Leibniz.

Os autores dos livros de Cálculo Diferencial e Integral, como por exemplo os supracitados, geralmente abordam de forma sistemática as aplicações de derivadas com um viés matemático. Eles apontam para a versatilidade e importância das derivadas, porém

estringem suas aplicações em poucos problemas contextualizados que de fato mostrem o uso das derivadas em diversas áreas e situações reais. A constatação não é uma crítica, de fato tais autores explanam com excelência os conceitos e aplicações das derivadas com um teor matemático profundo e alcançam o objetivo de suas obras ao detalhar cada etapa dos conceitos como em um “curso de Cálculo” ao leitor. No entanto não é incomum professores de Cálculo Diferencial e Integral utilizarem tais obras como suporte para suas aulas, o que contribui para cenário padrão no ensino do Cálculo apresentado por Rezende (2003), Zarpelon (2016) e Trevisan (2020) no qual a técnica, demonstrações excessivas e definições se sobrepõem às aplicações.

Evidentemente a aplicação da derivada não se resume em solucionar problemas de retas tangentes a curvas, velocidade média ou aceleração média. Elas podem ser aplicadas por exemplo na análise marginal de custos na economia, Silva (2022). Na construção civil estão presentes nos desenvolvimentos de projetos de estruturas, hidráulicas, topográficos e geotécnicos, pois sem elas seria impossível calcular o dimensionamento de lajes, colunas e vigas, Silva e Osman (2015). Enfim para cada área onde o Cálculo se faz presente se encontra uma aplicação. Com a Engenharia de Software não é diferente. Na busca realizada encontrou-se a aplicação das derivadas na análise da eficiência de algoritmos.



O Cálculo Diferencial e Integral possui inúmeras aplicações, com vistas na aprendizagem significativa considera-se fundamental a busca por essas aplicações nas áreas que o curso onde a UEPS será aplicada abrange.

A UEPS foi elaborada a partir dos oito princípios norteadores propostos por Moreira (2011) e a partir dos princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica apresentados por Moreira (2009). O quadro a seguir apresenta o planejamento da UEPS de forma detalhada, seguindo os oito princípios norteadores propostos por Moreira, descritos na coluna Etapas.

Planejamento da UEPS – Ensino e aprendizagem de derivadas

Etapas	Descrição das etapas	UEPS no ensino de derivadas
Objetivo	Definir o tópico específico a ser abordado, identificando seus aspectos declarativos e procedimentais tais como aceitos no contexto da matéria de ensino na qual se insere esse tópico.	Facilitar a aquisição de significado do conceito de derivadas e suas aplicações na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

1. situação inicial

Criar/propor situação(ações) – discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, situação-problema, etc. – que leve(m) o aluno a externalizar seu conhecimento prévio, aceito ou não aceito no contexto da matéria de ensino, supostamente relevante para a aprendizagem significativa do tópico (objetivo) em pauta.

Apresentar situações diversas que envolvam a taxa de variação de uma função, como por exemplo: velocidade e aceleração instantânea. Após explorar cada uma das situações propor aos alunos três atividades que visam favorecer a exposição dos conhecimentos prévios dos alunos:

- 1º) Construir nuvem de palavras utilizando o software mentimeter.**
- 2º) Em grupos os alunos devem construir um diagrama hierárquico (mapa conceitual) com as palavras elencadas.**
- 3º) Cada aluno deve explicar, apresentando por escrito, o mapa construído coletivamente.**

Número de encontros: 03

2. Situação problema

Propor situações-problema, em nível bem introdutório, levando em conta o conhecimento prévio do aluno, que preparem o terreno para a introdução do conhecimento (declarativo ou procedimental) que se pretende ensinar.

Os alunos serão divididos em grupos, cada grupo receberá de dois a três problemas envolvendo taxa de variação. Cada grupo ficará responsável de elaborar estratégia para a solução e apresentar aos demais alunos da sala. Após essa etapa será realizada uma discussão norteadas por duas questões:

Houve familiaridade nos encaminhamentos das resoluções apresentadas por cada grupo? Em qual etapa no processo de resolução do problema se encontrou mais dificuldades?

Número de encontros: 02

3. Aprofundamento dos conhecimentos

Uma vez trabalhadas as situações iniciais, apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido, levando em conta a diferenciação progressiva, começando com aspectos mais gerais, inclusivos, dando uma visão inicial do todo, do que é mais importante na unidade de ensino, mas logo exemplificando, abordando aspectos específicos.

Partindo das respostas obtidas na etapa 2 (situação problema) serão trabalhados: definição de derivada, técnicas de derivação, regra da cadeia e aplicações da derivada. Serão utilizadas encaminhamentos didáticos variados como: aula expositiva, textos complementares, vídeos complementares, problemas contextualizados, discussões e construção de mapas conceituais. O encaminhamento das aulas levará em consideração a diferenciação progressiva e ao término dessa etapa, cada aluno deve gravar um vídeo utilizando o software flipgrid explicando com suas palavras o que é a derivada e suas aplicações.

Número de encontros: 10

4. Nova situação

Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes (aquilo que efetivamente se pretende ensinar), do conteúdo da unidade de ensino, em nova apresentação (que pode ser por meio de outra breve exposição oral, de um recurso computacional, de um texto, etc.), porém em nível mais alto de complexidade em relação à primeira apresentação; as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação integradora;

Os alunos terão uma aula especial ministrada por um professor de computação que fará uma breve explicação sobre a análise de algoritmos. Esse professor deixará como desafio para os alunos, problemas sobre o tema ministrado. Os alunos serão divididos em equipes e deverão buscar o caminho para a solução dos problemas. Na aula ministrada pelo professor convidado os alunos poderão realizar perguntas que auxiliem na elaboração da solução. Nessa etapa serão utilizados os conceitos da aprendizagem baseada em problema. Após a resolução dos problemas propostos cada equipe deve apresentar sua estratégia aos demais alunos da classe. Em conjunto a turma deve elaborar um mapa conceitual sobre cada etapa percorrida até a solução.

O professor convidado participará de mais uma aula para que os alunos apresentem suas soluções e para que o professor de o feedback aos alunos.

Número de encontros: 04

5. Avaliação somativa individual

Deve haver uma avaliação somativa individual, a avaliação do desempenho do aluno na UEPS deverá estar baseada, em pé de igualdade, tanto na avaliação formativa (situações, tarefas resolvidas colaborativamente e registros do professor) como também na avaliação somativa.

Esta atividade, que será previamente anunciada, ocorrerá em duas etapas:
1°) Serão propostas perguntas abertas para que os alunos possam expressar sua compreensão sobre derivadas.
2°) Lista de atividades sobre derivadas. Serão realizadas de maneira oral e escrita.

Número de encontros: 02

6. Diferenciando progressivamente

Concluindo a unidade, dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, buscando a reconciliação integrativa; isso deve ser feito por meio de nova apresentação dos significados que pode ser, outra vez, uma breve exposição oral, a leitura de um texto, o uso de um recurso computacional ou audiovisual.

Nessa etapa serão retomados todos os conteúdos abordados nas UEPS, todos os mapas conceituais construídos serão revistos. O aluno deverá apresentar as dificuldades superadas e perceber a importância da derivada e suas aplicações.

O questionário do quadro 09 será aplicado aos alunos.

Número de encontros: 01

7. Avaliação da aprendizagem na UEPS

A avaliação da aprendizagem por meio da UEPS deve ser feita ao longo de sua implementação, registrando tudo que possa ser considerado evidência de aprendizagem significativa do conteúdo trabalhado.

A avaliação da aprendizagem na UEPS será embasada nos trabalhos realizados pelos alunos durante as aulas e na avaliação somativa individual.

8. Avaliação da própria UEPS

A UEPS somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema). A aprendizagem significativa é progressiva, o domínio de um campo conceitual é progressivo; por isso, a ênfase em evidências, não em comportamentos finais

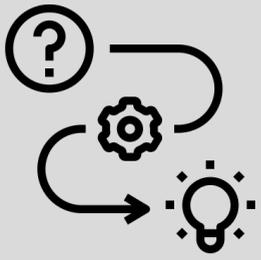
Será realizada em função dos resultados de aprendizagem obtidos. Se necessário serão reformuladas algumas atividades.

Etapa 1: Situação Inicial

Estabelecido o planejamento da UEPS iniciou-se o processo de construção da situação inicial. Segundo Moreira (2011) a situação inicial pode partir de uma discussão, questionário, mapa conceitual ou mental de situações problema que levem o aluno a externalizar o conhecimento prévio. Essa etapa é fundamental para determinação dos conceitos subsunçores os quais serão capazes de servir de ancoradouro a nova informação de modo que essa informação tenha significado para o aluno. A situação inicial foi apresentada após o estudo das funções e do limite e continuidade de uma função.

Iniciou-se a primeira etapa da UEPS com uma breve explicação sobre a taxa de variação média de uma função, apresentando de forma expositiva a ideia de taxa de variação média e a equação que a representa . Após a explicação foi lançado aos alunos o seguinte questionamento: Em muitas situações é necessário conhecer a taxa de variação média de uma função em intervalos “muito pequenos” onde o ideal seria definir a taxa de variação em um determinado ponto específico do intervalo, ou seja, a taxa de variação instantânea. Nesse sentido, como podemos determinar essa taxa de variação instantânea de uma função?

Após o questionamento foi apresentado aos alunos exemplos os quais abordavam a aplicação da taxa de variação instantânea em problemas comuns na introdução do conceito de derivadas. Em seguida foi apresentado aos alunos três problemas contextualizados, os quais interessava saber a taxa de variação instantânea. A escolha dos problemas foi respaldada em um dos princípios norteadores de uma UEPS, proposto por Moreira (2011) no qual o autor aponta que situações-problema dão sentido ao novo conhecimento e podem ser utilizados como organizadores prévios. Os problemas escolhidos estão descritos a seguir.



Problema 1:

Seja a função $s(t) = t^2$ que descreve um carro descendo uma rampa. Qual é a velocidade do carro no instante $t = a$?

Problema 2:

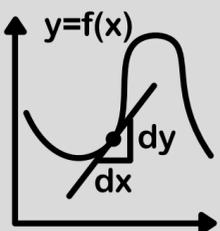
Determine a equação da reta tangente ao gráfico $f(x) = x^2 + 2$

Problema 3:

Em uma determinada fábrica de brinquedos o custo real da fabricação de x brinquedos é dado pela função $C(x) = 110 + 4x + 0,02x^2$. Encontre a taxa com a qual o custo está variando quando $x = 40$.

Em seguida promoveu-se um momento de interação entre professora e alunos com o intuito de verificar se houve, primeiramente, a interpretação adequada de cada problema. Após constatar que todos identificaram o conceito de taxa de variação instantânea abordado em cada problema partiu-se para a busca das soluções. Considerou-se nesta etapa os princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica propostos por Moreira (2019), em especial o princípio da interação social e questionamento, onde o professor deve ensinar perguntas ao invés de respostas. Nesse momento alguns alunos começaram a apresentar encaminhamentos na busca das soluções dos problemas propostos.

Embora durante o processo de resolução dos problemas e na interação entre professor/alunos alguns conceitos subsunçores existentes já houvessem emergido, como função e limite, tratando-se de uma UEPS que visa a aprendizagem significativa crítica, levou-se em consideração o princípio facilitador da diversidade de estratégias, ou seja, do abandono do quadro de giz. Através do questionamento “Quais conceitos matemáticos utilizamos para a resolução de um problema de taxa de variação instantânea?” propôs-se a construção de uma nuvem de palavras utilizando o programa mentimeter. Veja a nuvem de palavras gerada a partir das respostas dos alunos a seguir.



A escolha dos problemas fica a critério do professor. Essa etapa deve tratar da abordagem dos conceitos de uma maneira introdutória. Os livros de Cálculo geralmente apresentam problemas interessantes que podem ser utilizados nessa fase.

Nuvem de palavras



Para finalizar a etapa 1 da UEPS, os alunos foram divididos em grupos e propôs-se que cada grupo construísse um diagrama hierárquico com os conceitos e procedimentos utilizados durante as aulas para a obtenção da solução de um problema de taxa de variação instantânea e após a construção um representante de cada grupo deveria apresentar e explicar suas respectivas construções. A seguir apresenta-se o diagrama construído por um dos grupos participantes.

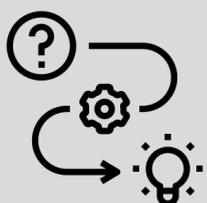
Diagrama - Mapa mental



Etapa 2: Situação problema

A etapa 2, seguindo os princípios norteadores de uma UEPS, apresenta em um nível introdutório situações problemas que podem incluir o assunto, mas não para começar ensiná-lo, o aluno deve ser capaz de perceber os problemas e modelá-los mentalmente. Levou-se em consideração no planejamento dessa etapa o princípio facilitador da aprendizagem significativa crítica do aprendiz como perceptor/representador. O aluno não deve ser considerado receptor da matéria a ser memorizada, mas sim perceptor e representador do que está sendo ensinado, a comunicação professor/aluno só será possível à medida que os dois perceberem de maneira semelhante o conteúdo ensinado. (MOREIRA, 2006)

A etapa 2 teve duração de 2 encontros. No primeiro foi passado aos alunos as instruções da atividade e os alunos dividiram-se em duplas. Cada dupla recebeu dois problemas dos quais deveriam escolher um para apresentar para a turma a solução no próximo encontro. O quadro a seguir apresenta os problemas apresentados aos alunos.



Problemas - Etapa 2

Problema 1: Suponhamos que a equação horária do movimento de um corpo é dada por $s(t)=t^2+5$ e que desejamos saber a velocidade do corpo no instante $t=2$. Como podemos achar essa velocidade?

Problema 2: Suponha que uma bexiga está sendo inflada, produzindo uma esfera perfeita. Qual a taxa de variação pontual do volume de uma esfera de raio r , em função do raio? Com que taxa varia o volume da esfera quando $r= 2m$?

Problema 3: Suponha que um tanque de água esteja sendo enchido e o volume, em litros, de água no tanque depois de t segundos é dado pela função $V(t) = 0,1t^2$. O tanque está sendo enchido a uma taxa de variação de quantos litros por segundo?

Problema 4: Determine a equação da reta tangente ao gráfico no ponto $(2, 4)$

Problema 5: A equação horária de um corpo em movimento é dada por $s(t)=t^3$. Calcule a velocidade do corpo num instante qualquer. Qual é a velocidade no instante $t =4s$?

Problema 6: Um projétil é lançado verticalmente para cima, sob ação exclusiva da gravidade, sendo que sua altura, em metros, é uma função do tempo, medido em segundos, e é dada por $h(t)=-5t^2+225t$. Qual sua velocidade num instante genérico t ?

Problema 7: O lado de uma peça quadrada de metal aumenta a uma taxa de $0,1$ cm por segundo quando aquecido. Qual é a taxa de variação da área da superfície quadrada do metal?

Problema 8: Qual é a taxa de variação da área de um círculo com relação ao seu raio, diâmetro, comprimento da circunferência e semi-perímetro? Determine cada uma dessas taxas quando o raio do círculo é unitário.

Fonte: www.ecalculo.if.usp.br

No segundo encontro cada dupla apresentou então aos demais alunos as soluções e os procedimentos que utilizaram para interpretar, modelar e resolver seus respectivos problemas escolhidos. Observou-se na apresentação a interação e cooperação entre os colegas.

Observou-se na apresentação das duplas, indícios de aprendizagem por descoberta, tal aprendizagem é aquela em que o conteúdo deve ser descoberto pelo aprendiz. Segundo Ausubel (2003, p.5) “na aprendizagem pela descoberta, o aprendiz deve em primeiro lugar descobrir o conteúdo, criando proposições que representem soluções para os problemas suscitados”. Ainda segundo Ausubel (2003), mesmo que a aprendizagem tenha ocorrido por descoberta ela pode ser mecânica, pois só será significativa se o conteúdo descoberto se relacionar aos subsunçores existentes na estrutura cognitiva.

Após a apresentação de todas as duplas, em um segundo momento do encontro, houve um período de interação. Baseando-se no princípio da consciência semântica da aprendizagem significativa crítica de Moreira (2000), o qual enfatiza que a aprendizagem significativa crítica requer compartilhar significados e significados pessoais, iniciou-se um momento de discussão norteado pelos seguintes questionamentos: “Houve familiaridade nos encaminhamentos das resoluções apresentadas por cada grupo?” e “Em qual etapa de resolução do problema se encontrou mais dificuldades?”.

Em relação ao questionamento os alunos responderam que sim, ou seja, ao resolver o problema de sua dupla e analisar o processo de resolução das outras duplas, os alunos constataram um padrão na resolução. Quando questionados os alunos apontaram a aplicação dos limites nas funções dadas e identificaram um modelo de limite padrão em todos os problemas como ponto comum em problemas de taxa de variação instantânea. Evidenciou-se nessa etapa que as dificuldades encontradas em procedimentos básicos da matemática, como fatoração, produtos notáveis, afinal de todo o processo de resolução de um problema de taxa de variação a dificuldade foi apontada nessa fase.

A etapa 2 da UEPS teve por objetivo apresentar situações-problema, em nível introdutório, levando em conta o conhecimento prévio, ou seja, os conceitos subsunçores existentes na estrutura cognitiva dos alunos, os quais haviam sido mapeados na etapa anterior na UEPS. Nesse sentido, após a repetição no processo de resolução dos problemas propostos, os alunos conseguiram constatar por si um “padrão” de resolução. O padrão detectado pelos alunos, segundo Ausubel (2003) está mais voltado a percepção do que a cognição, porém isso não implica que a aprendizagem está ocorrendo de forma mecânica,

mas que os aspectos cognitivos tornaram o conceito mais resumido e o aluno aprendeu rapidamente a resolver cada situação problema sem a necessidade de repetir todo o processo ao encontrar o conceito novamente.

Encerrou-se a etapa 2, com os conceitos subsunçores bem estabelecidos e a partir desses conceitos, os alunos demonstraram o reconhecimento, em um nível introdutório, ainda sem ser explorado, dos conceitos e definição de derivadas os quais se pretende ensinar. A etapa 3, descrita na próxima seção, traz a apresentação da definição da derivada aos alunos e os conceitos matemáticos nela inclusos, tal etapa é voltada para o aprofundamento dos conhecimentos a serem ensinados.



Dica: Na etapa 2 da UEPS os conceitos subsunçores mapeados na etapa 1 devem estar evidentes ao professor/pesquisador. Atividades que permitem que o aluno exponha seus conhecimentos e estratégias em resoluções de problemas, por exemplo, podem ajudar a evidenciar esses conceitos. Como sugestão apresenta-se a trabalhos em grupos com apresentação oral, seminários e etc.

Etapa 3: Aprofundamento do conhecimento

O objetivo da etapa 3 é apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido a partir do princípio da assimilação. O planejamento do processo de transmissão dos conceitos formais que envolvem a derivada foi desenvolvido levando em consideração a diferenciação progressiva, dado que no princípio da assimilação, por um processo de interação e ancoragem em um conceito subsunçor, este também se modifica resultando em sua diferenciação progressiva. Nesse sentido os conceitos foram abordados a partir de uma visão inicial do todo passando em seguida para aspectos mais específicos.

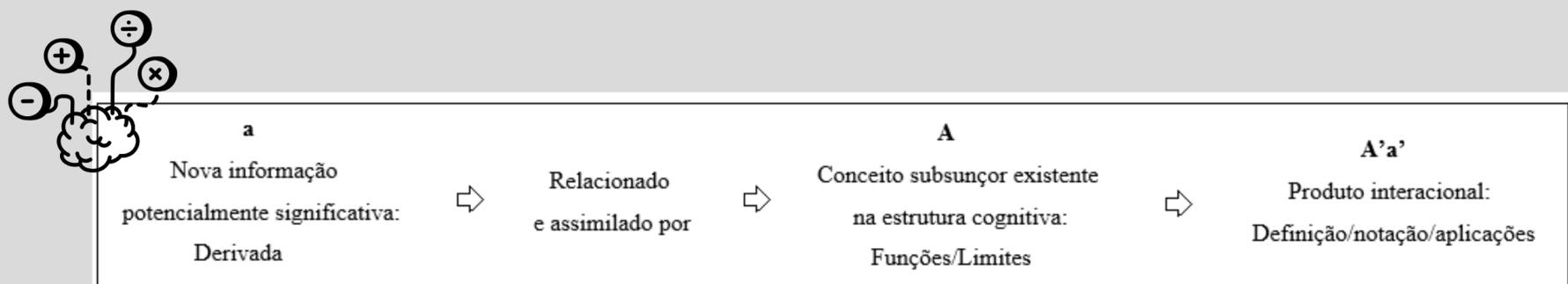
O conceito de derivada aborda diversos tópicos que devem ser trabalhados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. A ementa do curso o qual desenvolveu-se esse estudo apresenta o conceito apenas como Derivação, porém, sabe-se que ao estudar a derivação é necessário se conhecer a definição de uma derivada, técnicas de derivação e as aplicações de derivadas, nessa ordem. Para etapa 3 da UEPS foram destinados 10 encontros, os quais foram planejados seguindo o princípio da diferenciação progressiva sendo a ordem de conceitos: definição, técnicas e aplicação de uma derivada. O quadro a seguir apresenta os conceitos abordados em cada encontro, bem como os recursos utilizados.

Encontros	Conceitos abordados	Encaminhamentos e recursos
01	Definição de uma derivada.	Aula expositiva e dialogada, uso de mesa digitalizadora, uso de Openboard, geogebra,
02	Definição e notações de uma derivada.	Aula expositiva e dialogada, uso de mesa digitalizadora, Openboard, lista de exercícios abordando a resolução de uma derivada pela definição.
03	Regras de derivação: produto, quociente e potência.	Aula expositiva e dialogada, uso da mesa digitalizadora, Openboard, lista de exercícios abordando as regras de derivação.
04	Regra da cadeia: derivada de uma função composta.	Aula expositiva e dialogada, uso da mesa digitalizadora, Openboard, lista de exercícios abordando regra da cadeia.
05	Aplicações de uma derivada: extremos de uma função.	Aula expositiva e dialogada, uso de mesa digitalizadora, uso de Openboard, geogebra.
06	Teste da primeira derivada.	Aula expositiva e dialogada, uso de mesa digitalizadora, uso de Openboard, geogebra
07	Concavidade e teste da segunda derivada.	Aula expositiva e dialogada, uso de mesa digitalizadora, uso de Openboard, geogebra
08	Problemas de otimização.	Aula expositiva e dialogada, uso da mesa digitalizadora, Openboard, lista de exercícios abordando regra da cadeia
09	Retomada dos conceitos.	Uso do software flipgrid.
10	Mapa conceitual.	Leitura complementar do livro Mapas conceituais e diagrama e V, Moreira (2006).

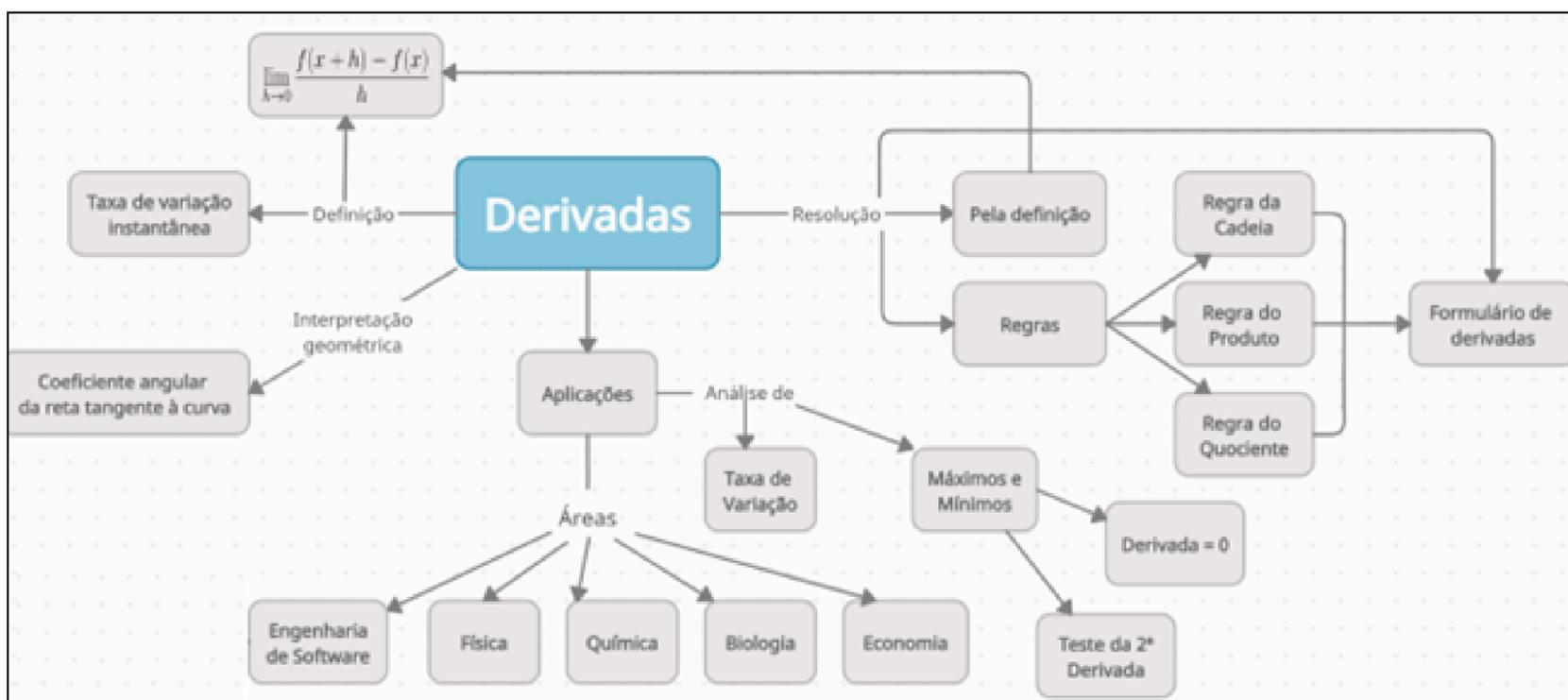
Embora um dos princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica seja a diversidade de materiais e estratégias, considerou-se na etapa 3 da UEPS, em oito aulas, o uso de listas de exercícios para aplicação dos conceitos ensinados/aprendidos. Nessa etapa o uso de exercícios que abordassem diversos tipos de funções para o cálculo de suas respectivas derivadas foi de extrema importância para que os alunos pudessem visualizar as técnicas de derivação nas diferentes funções.

A retomada dos conceitos e a busca de indícios de aprendizagem significativa, ocorreu no nono encontro. Foi proposto que cada aluno realizasse a gravação de um vídeo utilizando o aplicativo flipgrid. O aplicativo permite gravar vídeos de até 10 minutos de duração, na proposta da atividade cada aluno deveria gravar um vídeo de no mínimo 1 e no máximo 3 minutos apresentando em suas palavras o que entendeu ao longo dos encontros acerca de uma derivada e suas aplicações.

Ao analisar as falas dos alunos, a partir dos vídeos gravados, foi possível observar, indícios da assimilação, conceito da aprendizagem significativa, resultante da interação entre o material a ser aprendido e a estrutura cognitiva existente, representado no quadro . Constatou-se, que os alunos apontam a derivada como uma forma simplificada de resolver problemas de taxa de variação instantânea de uma função, além disso evidenciou-se a compreensão da aplicação da derivada na análise gráfica de uma função e em problemas reais de otimização.



No décimo e último encontro da etapa 3 da UEPS, propôs-se a construção de mapas conceituais, essa atividade teve os mesmos objetivos da anterior: retomar os conceitos e buscar indícios da aprendizagem significativa. Segundo Moreira (2006, p.10) “mapas conceituais devem ser entendidos como diagramas bidimensionais que procuram mostrar relações hierárquicas entre conceitos de um corpo de conhecimento e que derivam sua existência da própria estrutura conceitual desse corpo de conhecimento”. Moreira (2011) sugere o uso dos mapas conceituais no planejamento e execução de uma UEPS. A figura a seguir apresenta um dos mapas conceituais desenvolvido por um aluno participante da pesquisa.



Encerrou-se a etapa 3 da UEPS com a constatação, a partir da análise realizada através da observação das atividades propostas, que houve indícios de aprendizagem significativa subordinada correlativa sendo possível identificar pelo menos dois tipos de aprendizagem significativa: representacional e proposicional. Enfatiza-se que a etapa obedeceu ao princípio da diferenciação progressiva proposto no planejamento da UEPS. Vale ressaltar que apesar do uso das listas de exercícios, a etapa contou com o uso de vídeos e mapas conceituais, o que contribuiu para a aprendizagem significativa crítica no que se refere a diversidade de materiais. Além disso o conhecimento como linguagem evidenciou-se nessa etapa visto que os alunos conseguiram expressar, através da linguagem os conceitos abordados.



Mapas conceituais são excelentes ferramentas que podem compor uma UEPS, ao expressar os conceitos de forma hierárquica os alunos também expressaram a relação de subordinação e superordenação que afetaram a aprendizagem desses conceitos além disso o mapa conceitual pode ser uma ferramenta útil exteriorizar o que o aprendiz já sabe.

Clique em
Uso de mapas conceituais na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I: uma estratégia em busca da aprendizagem significativa. e leia o texto de **ZARPELON, E.; REZENDE, L. M. M.; PINHEIRO, N. A. M**

Etapa 4 : Nova situação

A etapa 4 foi planejada e desenvolvida levando em consideração o princípio norteador de uma UEPS no qual Moreira (2011) afirma que a aprendizagem significativa crítica é estimulada pela busca de respostas ao invés de memorização de respostas conhecidas, pelo uso de diversos materiais e estratégias educacionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno. Esta etapa, desenvolvida em quatro encontros, teve por objetivo apresentar o conteúdo em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças em relação a situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação inclusiva levando os alunos a interagirem socialmente, negociando significados, tendo o professor como mediador.

Considerou-se nessa fase da UEPS fundamental o uso da interdisciplinaridade. O cálculo diferencial e integral não pode ser entendido como uma disciplina ou um conjunto de conceitos isolados e sem aplicações, tal percepção levaria a contribuição para aprendizagem mecânica. É necessário que haja uma compreensão, por parte dos estudantes, de que os conceitos abordados nessa disciplina são de fato aplicáveis em diversas áreas. Segundo Fazenda (2005, p.58) “a interdisciplinaridade funciona igualmente sobre o plano didático e sobre o plano curricular, a interdisciplinaridade pedagógica resulta do trabalho preliminarmente interdisciplinar que se efetua entre esses dois níveis”.

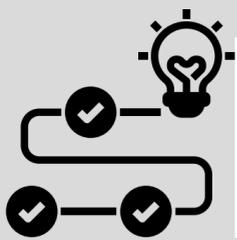
Para efetivar a interdisciplinaridade pedagógica, a etapa contou com a presença de um professor convidado, da área da Ciência da Computação. A participação do professor ocorreu em dois encontros, no primeiro encontro ele apresentou a turma o foco da análise de um algoritmo, como analisar a eficiência de um algoritmo e finalizou a aula deixando alguns problemas que deveriam ser resolvidos pelos alunos a partir de sua explicação, no último encontro os alunos apresentaram as soluções dos problemas propostos e professor deu o feedback aos alunos acerca de suas resoluções. Com o objetivo de motivar os alunos o professor iniciou sua fala com o questionamento: dados dois algoritmos como avaliar qual deles é mais eficiente (mais rápido)?

Um algoritmo é um procedimento computacional definido que toma um conjunto de valores como entrada e produz um conjunto de valores como saída, ou seja, é uma sequência de etapas computacionais que transformam entradas em saídas. Um algoritmo também pode ser considerado uma ferramenta para resolver um problema computacional específico. Muitas vezes são criados algoritmos diferentes para resolver um mesmo problema e esses algoritmos podem ser diferentes em termos de eficiência, ou seja, diferentes em tempo de execução. (CORMEN, LEISERSON, REVIST e STEIN, 2012)

Considerando as funções e representando cada uma delas um algoritmo, a análise assintótica consiste na comparação das funções e com o objetivo de verificar qual das funções cresce mais rapidamente.

A função que cresce mais rapidamente representa o algoritmo menos eficiente, ou seja, é a que apresenta mais passos para resolver um mesmo problema. Em termos matemáticos a análise assintótica pode ser expressa através do limite, se o limite resultante tende zero, tem-se que cresce mais rápido, nesse caso é mais eficiente, se o limite resultante tende a infinito, cresce mais rápido e é mais eficiente e se o limite resultante tende a uma constante C maior que zero os algoritmos são equivalentes e portanto tem a mesma ordem de grandeza.

Após a explicação, o professor voltou ao problema inicial da aula, mostrando aos alunos que se existem dois algoritmos diferentes para resolver um mesmo problema cada um deles terá a sua própria função de complexidade, e que a questão da eficiência do algoritmo agora se resume na análise de suas respectivas funções, resumidas no quadro a seguir:



$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \begin{cases} 0, & f(n) \text{ é assintoticamente mais eficiente.} \\ \infty, & g(n) \text{ é assintoticamente mais eficiente} \\ c > 0 & \text{são equivalentes e apresentam a mesma ordem de grandeza} \end{cases}$$

Em seguida o professor deixou a deixou dois problemas os quais os alunos deveriam analisar e apresentar a solução em um próximo encontro. O problema 1 apresenta três algoritmos que possuem a mesma função, realizar a busca em um vetor, dado um vetor com vários elementos, tais elementos indexados cada um em uma posição, o problema consiste em realizar a busca de um dado elemento em um vetor com n elementos. O problema 2 também apresenta três algoritmos diferentes que possuem a mesma função, ordenar uma lista de itens, mais comumente, em ordem numérica ou alfabética. Ambos os problemas, busca em um vetor e ordenação, são problemas introdutórios na análise de algoritmos, porém a partir deles é possível verificar com clareza a aplicação do cálculo em sua análise. Os problemas estão descritos a seguir:

Problema 1

Dado o problema de busca em um vetor, identifique qual dentre os seguintes algoritmos é assintoticamente mais eficiente:

- Busca sequencial e busca binária
- Busca sequencial ou busca ternária
- Busca binária ou busca ternária

Problema 2

Dado o problema de ordenação, identifique qual dentre os seguintes algoritmos é assintoticamente mais eficiente:

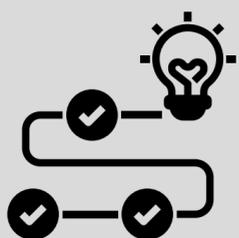
- Merge sort e Buble sort
- Buble sort e Radixsort
- Merge sort e Radixsort

Após a apresentação dos problemas, os alunos foram separados em seis grupos, cada grupo recebeu um par de algoritmos, conforme proposto nos problemas acima, para realizar a análise e comparação em relação a eficiência de cada um. Após a escolha dos grupos e algoritmos, a professora/pesquisadora propôs que a busca pela solução do problema deveria partir primeiramente de uma breve pesquisa acerca da função de cada algoritmo, em seguida cada grupo deveria encontrar a função de complexidade dos algoritmos e por fim realizar a análise a partir das instruções fornecidas pelo professor convidado.

Os dois próximos encontros foram de extrema importância para a resolução dos problemas propostos. Foi marcado pelo diálogo e interação entre professor/aluno e levou em consideração os princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica propostos por Moreira (2011): perguntas ao invés de respostas, aprendizagem pelo erro e a diversidade de estratégias. Nesses encontros os alunos apontaram a dificuldade em resolver as indeterminações encontradas nos limites que deveriam ser aplicados nas funções que representam os algoritmos. Foi nesse estágio que os alunos reconheceram o uso das derivadas na resolução dos limites a partir da regra de L'Hospital, ferramenta do Cálculo, a qual a partir das derivadas, os ajudaria a realizar as análises dos algoritmos propostos nos problemas.

O professor convidado retornou no quarto encontro dessa etapa para dar um feedback aos alunos acerca das análises realizadas. Todos os grupos desenvolveram as análises solicitadas e apresentaram ao professor os algoritmos mais eficientes em cada caso solicitado nos problemas propostos. O quadro a seguir apresenta o resumo das análises fornecidas por cada grupo.

Resultado das análises apresentadas por cada grupo

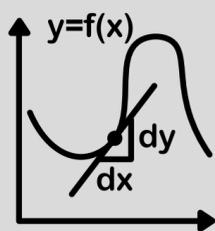


Grupos	Algoritmos	Funções de complexidade	Assintoticamente mais eficiente
Grupo 1:	Busca sequencial e busca binária	Busca sequencial: $f(n) = n$ Busca binária: $f(n) = \log_2 n$	Busca binária
Grupo 2:	Busca sequencial e busca ternária	Busca sequencial: $f(n) = n$ Busca ternária: $f(n) = \log_3 n$	Busca ternária
Grupo 3:	Busca binária e busca ternária	Busca binária: $f(n) = \log_2 n$ Busca ternária: $f(n) = \log_3 n$	São equivalentes
Grupo 4:	Merge Sort e Bubble Sort	Merge Sort: $f(n) = n \log n$ Bubble Sort: $f(n) = n^2$	Merge Sort
Grupo 5:	Bubble Sort e Radix Sort	Bubble Sort: $f(n) = n^2$ Radix Sort: $f(n) = k \cdot n$	Radix Sort
Grupo 6:	Merge Sort e Radix Sort	Merge Sort: $f(n) = n \log n$ Radix Sort: $f(n) = k \cdot n$	Radix Sort

O reconhecimento da importância do Cálculo diferencial em suas futuras áreas de atuação, evidenciou-se nessa fase do estudo, tal constatação corrobora com os estudos de Carvalho, Macedo e Lopes (2017) ao destacarem a importância das aplicações do Cálculo em sala de aula de modo que não se restrinja a matemática, mas dialogue com as outras áreas do conhecimento. Encerrou-se a etapa 4 da UEPS atingido os objetivos propostos, o primeiro objetivo de aumentar o grau de complexidade dos problemas em relação a situação inicial apresentada na primeira etapa e o segundo no sentido de promover a reconciliação integradora, na qual novas informações são adquiridas e elementos existentes na estrutura cognitiva podem se reorganizar e adquirir novos significados (MOREIRA, 2006).

Observou-se que as novas informações adquiridas pelos alunos, a partir dos problemas de análise de algoritmos, se reorganizaram em suas respectivas estruturas cognitivas, adquirindo assim novos significados, ou seja, evidenciou-se nessa etapa a compreensão, por parte dos alunos, da regra de L'Hospital, tal processo é definido por Ausubel (2002) como reconciliação integrativa.

O cálculo diferencial e integral não pode ser entendido como uma disciplina ou um conjunto de conceitos isolados e sem aplicações, tal percepção levaria a contribuição para aprendizagem mecânica. É necessário que haja uma compreensão, por parte dos estudantes, de que os conceitos abordados nessa disciplina são de fato aplicáveis em diversas áreas. A troca de experiências com professores da área em que se pretende aplicar a UEPS podem ajudar na busca por aplicações direcionadas do Cálculo Diferencial e Integral.



Etapa 5: Avaliação somativa individual

Todas as etapas de uma UEPS são importantes e devem ser observadas com atenção durante sua implementação pelo professor/pesquisador com o objetivo de se encontrar evidências de aprendizagem significativa. A etapa da avaliação somativa individual é tão importante quanto as demais, porém é ela irá fornecer detalhes sobre a aprendizagem do aluno ao professor/pesquisador.

Uma avaliação somativa tem por propósito evidenciar o aprendizado, ou não dos alunos, de forma individual. Tais avaliações ocorrem geralmente no final de um ciclo. No caso desse estudo a avaliação somativa foi elaborada levando em consideração os pressupostos da aprendizagem significativa de Ausubel e os princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica de Moreira, afinal deseja-se obter não somente informações sobre a aprendizagem individual do aluno, mas também se essa ocorreu de forma significativa e crítica.

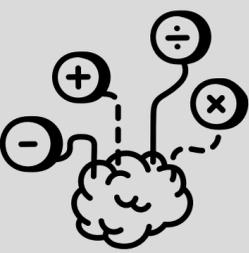
A avaliação ocorreu de forma individual e foi previamente anunciada aos alunos. Essa etapa da UEPS não pode acontecer de surpresa. A avaliação deve ser composta de questões abertas onde os estudantes possam expressar livremente sua compreensão sobre o conteúdo estudado além de abordar questões de mesmo nível das trabalhadas de forma colaborativa nas etapas anteriores, deve-se evitar, por exemplos, perguntas de “verdadeiro ou falso”. Nesse sentido as questões da avaliação somativa foram preparadas levando em consideração os princípios norteadores de uma UEPS. Procurou-se, organizar as questões de maneira hierárquica, evidenciando a dependência dos conceitos e relação de subordinação, partindo da definição de uma derivada até suas aplicações. (MOREIRA, 2011)



**Clique em [Avaliação Somativa](#)
e veja as questões selecionadas para compor a avaliação da UEPS**

Após uma análise detalhada, com respaldo teórico, das respostas fornecidas pelos alunos em cada uma das questões da avaliação observou-se evidências da aprendizagem significativa, em toda avaliação somativa. Em específico a questão 8 colabora para a promoção da aprendizagem significativa crítica no sentido de aplicar os conceitos aprendidos em situações reais, um profissional da Engenharia de Software terá por vezes ter que decidir qual o algoritmo mais eficiente, sendo assim o aluno tem a consciência de que o conceito aprendido não está “solto” sem aplicações, mas o irá ajudá-lo em tomadas de decisões, de forma crítica. Moreira (2006)

Vale ressaltar que a **avaliação somativa em uma UEPS não tem por objetivo atribuir uma nota ao aluno, mas sim fornecer ao professor/pesquisador evidências de aprendizagem significativa**. É comum na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que as avaliações se resumam apenas a provas escritas, essa é uma das preocupações apontadas nos estudos de Trevisan (2020, p.136) ao destacar que nesse tipo de avaliação “os estudantes reproduzem processos analíticos e algoritmos ou transcrevem resultados e suas demonstrações previamente memorizados”. Esse tipo de avaliação contribui para a aprendizagem mecânica. Na UEPS a avaliação ocorre em todo o processo, durante todas as etapas, sendo possível retornar em uma dessas etapas caso o professor/pesquisador julgue seu resultado insatisfatório. Nesse sentido, em uma perspectiva qualitativa, a avaliação em uma UEPS contribui para a promoção da aprendizagem significativa.



As questões da avaliação somativa devem ser elaboradas em “pé de igualdade” ao das questões abordadas durante o desenvolvimento das etapas anteriores da UEPS. A intenção da avaliação é verificar indícios da aprendizagem significativa do aluno e não prejudicar o aluno com questões que nunca foram trabalhadas durante as aulas.

Etapa 6: Diferenciando progressivamente

A medida que a aprendizagem significativa acontece, ocorrem dois processos que podem estar relacionados, a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa. A diferenciação progressiva de conceitos, mais relacionada com a aprendizagem subordinada, resulta no aperfeiçoamento dos significados e numa potencialidade melhorada para fornecer ancoragem a aprendizagens significativas posteriores. A reconciliação integradora, mais relacionada a aprendizagem superordenada, consiste na reorganização dos elementos existentes na estrutura cognitiva ao receber novas informações. (AUSUBEL, 2002)

Essa etapa teve um total de dois encontros e indica a conclusão da UEPS, seguindo os princípios norteadores propostos por Moreira (2006), busca fazer uma retomada dos aspectos mais relevantes do conteúdo ensinado no decorrer da unidade a partir da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora.

No primeiro encontro foram retomados, de forma expositiva e dialogada, os principais conceitos estudados no decorrer da UEPS. Iniciou-se com uma breve revisão sobre os conceitos subsunçores funções e limites aos quais a derivada, novo conceito, ancorou-se. Após essa introdução passou-se para a retomada, em ordem hierárquica dos conceitos: taxas de variação instantânea, derivada pela definição, técnicas de derivação, aplicações da derivada e a regra de L'Hospital. Para a revisão desses conceitos foram utilizados os mapas conceituais produzidos pelos próprios alunos.

Como principais dificuldades encontradas alguns alunos apontaram a matemática básica como por exemplo, o desenvolvimento dos produtos notáveis, que devem ser empregado no cálculo de algumas derivadas pela definição, mas que no decorrer da unidade foram sendo superadas. A compreensão da derivada evidenciou-se nessa etapa, constatou-se a partir da interação dos alunos durante o encontro, os quais demonstraram lembrar dos aspectos relevantes estudados.

Nessa etapa, segundo Moreira (2006) deve-se trabalhar com novas situações que abordem o conteúdo da UEPS. Com intuito de refutar memorizações ou meras aplicações de fórmulas, achou-se conveniente, no segundo encontro da etapa aplicar o questionário 10, o qual além de trazer questões sobre os conceitos ensinados, tem por objetivo buscar indícios da aprendizagem significativa. O questionário 10, foi aplicado no grupo 1 de participantes desse estudo, o qual não passou por uma UEPS.

Constatou-se a partir das respostas apresentadas pelos alunos indícios de aprendizagem significativa. Vale ressaltar que a ocorrência da aprendizagem significativa depende de duas condições: 1) o material a ser aprendido seja potencialmente significativo, ou seja, relacionável de maneira não arbitrária e não literal a estrutura cognitiva do aprendiz e 2) o aprendiz apresente disposição em relacionar o novo material a estrutura cognitiva. As duas condições foram atendidas, conclui-se que a UEPS elaborada seguindo os princípios norteadores propostos por Moreira (2011), configura um modelo de material potencialmente significativo. A segunda condição também foi atendida visto que os alunos demonstraram disposição na aprendizagem a partir da UEPS. (MOREIRA, 2019)

As respostas apontaram para a mudança dos conceitos subsunsores “funções” e “limites”, para Ausubel (1978) na aprendizagem significativa o processo de aquisição de informações resulta em tais mudanças. Essa transformação faz parte assimilação. As questões permitiram observar quais os tipos de aprendizagem ocorridas, representacional, de conceitos e proposicional, além de permitirem compreender se a aprendizagem foi dada de forma subordinada, superordenada e combinatória. Além disso os alunos demonstram evidências da diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Os dados obtidos apontam para a existência de aspectos teóricos fundamentais da teoria de Ausubel. Sendo assim, diferente do grupo 1, os participantes do grupo 2 demonstram estarem no continuum mais próximo da aprendizagem significativa.



Nesse estudo considerou-se o questionário inicial uma ferramenta adequada para realizar a retomada dos aspectos mais relevantes do conteúdo ensinado no decorrer da UEPS a partir da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, porém fica a critério do professor a escolha da ferramenta/atividade que atinja o mesmo objetivo.

Etapa 7 e 8: Avaliação da aprendizagem na UEPS e avaliação da própria UEPS

Nem sempre é fácil encontrar evidências da aprendizagem significativa, segundo Ausubel (2002, p.130) “a compreensão genuína implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis”. As etapas 7 e 8 da UEPS, tem por objetivo, respaldado na teoria ausubeliana, buscar evidências da aprendizagem significativa do conteúdo de derivadas, a partir das etapas anteriores já registradas da UEPS e conseqüentemente avaliar a própria UEPS, visto que está só será considerada exitosa se os alunos apresentarem indícios da aprendizagem significativa.

A situação inicial da UEPS teve como principal objetivo detectar os conhecimentos prévios necessários e aceitos para a compreensão do conceito de derivadas. Essa sem dúvidas configura uma etapa fundamental no planejamento e construção de uma UEPS. Com já citado algumas vezes nesse estudo, segundo Ausubel (1978) “o fator isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe”. Nesse sentido a partir das situações problema envolvendo taxa de variação e taxa de variação instantânea foi possível detectar os conceitos subsunçores aos quais o conceito de derivada seria ancorado.

A partir das atividades propostas, em especial a construção de diagramas hierárquicos os alunos apontaram funções e limites como conceitos subsunçores bem estabelecidos em suas estruturas cognitivas. O conceito taxa de variação instantânea, apresentado aos alunos, dependente dos conceitos subsunçores preexistentes, é considerado um organizador avançado. Para Ausubel (2002, p. 11) “um organizador avançado é um mecanismo pedagógico que ajuda a implementar princípios estabelecendo uma ligação entre aquilo que o aprendiz já sabe e aquilo que precisa saber”. Sendo assim, pode-se analisar a primeira etapa da UEPS como bem-sucedida, visto que o objetivo proposto foi alcançado.

As situações-problema abordando taxa de variação instantânea apresentadas na segunda fase da UEPS, foram introdutórias com o objetivo de preparar os alunos para receber o conceito de derivadas. Constatou-se a percepção dos alunos ao reconhecerem um padrão na resolução desses problemas, aplicando processos de limites nas funções dadas. Segundo Ausubel (2002, p. 87) “a percepção antecede a cognição na aprendizagem significativa de novas proposições” nesse sentido foi possível verificar que a etapa 2 da UEPS cumpriu seu objetivo de “preparar o terreno” para introdução do conhecimento declarativo de derivada.

O aprofundamento do conhecimento foi dado na etapa 3 da UEPS em oito encontros. O conceito de derivada e suas aplicações foi apresentado aos alunos em forma de aulas expositivas e dialogadas. Ao término dos encontros a partir da gravação de vídeos os alunos expressaram compreensão do conceito de derivada. Evidenciou-se que esse conceito se ancorou nos conceitos subsunçores funções/limites. Tal constatação condiz com a etapa da

assimilação da teoria ausubeliana, apresentada na figura, onde a nova informação (derivada) é relacionada e assimilada pelos conceitos subsunçores existentes na estrutura cognitiva (funções/limites) gerando assim o produto interacional. O produto interacional, evidentemente sofrerá alterações ao longo do tempo, portanto o processo de assimilação não se encontra acabado, podendo esse produto interacional servir de conceito subsunçor para novas aprendizagens significativas, como por exemplo a derivadas parciais. (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1998)

Ainda nessa etapa constatou-se o estágio da assimilação obliteradora onde a nova informação (derivada) se tornou menos dissociável de sua ideia ancora (funções/limites). Com o auxílio dos mapas conceituais apresentados pelos alunos no final da etapa, observou-se, que eles não mais viam funções, limites e derivadas como entidades individuais. Os mapas conceituais também evidenciaram indícios da aprendizagem significativa subordinada, que reflete a relação de subordinação do novo material (derivada) à estrutura cognitiva preexistente (função/limite) além disso foi possível verificar que essa ocorreu de forma correlativa na qual o conceito de derivada configura uma extensão dos conceitos preexistentes. Consequentemente a diferenciação progressiva esteve presente nessa fase visto que ocorreu a mudança do conceito subsunçor. (MOREIRA, 2006).

A nova situação, apresentada na etapa 4 da UEPS, que contou com a participação de um professor convidado, foi de extrema importância para o desenvolvimento desse estudo, pois além de permitir a análise da aprendizagem significativa, levou a percepção da ocorrência da aprendizagem significativa na perspectiva crítica. Todo o planejamento e aplicação dessa etapa levou em consideração os princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica. Os alunos resolveram os problemas propostos pelo professor convidado utilizando o conceito de derivadas, porém em um grau mais de alto de complexidade, considerando que foi necessário a aplicação da regra de L'Hospital.

Segundo Ausubel (2002, p.130) “a resolução de problemas independentes é a única forma de se testar se os estudantes compreendem verdadeira e significativamente as ideias que conseguem verbalizar e memorizar tão facilmente”. Nesse sentido os problemas apresentados na etapa 4, e as respectivas soluções dadas pelas equipes, apontam para indícios da aprendizagem significativa. Moreira (2006, p. 29) afirma que: “outra alternativa para verificar a ocorrência da aprendizagem significativa é a de propor ao aprendiz uma tarefa de aprendizagem que é sequencialmente dependente da outra, a qual não possa ser executada sem uma genuína compreensão da precedente”.

Levando em consideração a afirmação de Moreira, supracitada, avalia-se essa etapa da UEPS, exitosa, pois alcançou o objetivo traçado a partir de problemas contextualizados e planejados levando em conta a aprendizagem sequencial e a relação de dependência entre os conceitos. Observou-se nessa fase indícios da aprendizagem significativa subordinada e superordenada pois os alunos aprenderam a regra de L'Hospital e essa pode ser entendida

como um caso particular da derivada. Observou-se que ao compreender a regra de L'Hospital, os alunos de uma maneira geral, reorganizaram o conceito de derivadas, essa recombinação resulta na reconciliação integrativa.

A avaliação somativa realizada de maneira individual, permitiu a conclusão da ocorrência da aprendizagem significativa. As respostas às questões, elaboradas em pé de igualdade as questões abordadas durante a aplicação da UEPS, levaram a constatação de evidências da aprendizagem significativa do tipo proposicional, conceitual e representacional (descritas com detalhes na fase da pré-análise). Além dos tipos de aprendizagem significativa foi possível classificá-la, a partir das respostas, em subordinada e/ou superordenada, vale ressaltar que a estrutura cognitiva se caracteriza por um processo dinâmico. Por fim, a avaliação somativa considerou os princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica, na questão 8, que se refere a escolha do algoritmo mais eficiente.

Concluindo a participação ativa dos alunos, a etapa 6 da UEPS, bem como as demais etapas, forneceu dados que possibilitaram concluir que de fato a UEPS contribui para a promoção da aprendizagem significativa. A comparação das respostas dadas ao questionário pelos participantes do grupo 1 e 2 aponta para a relevância da aplicação da UEPS. Observou-se que o grupo 1 demonstrou a aprendizagem próxima do extremo, no continuum proposto na teoria de Ausubel, da aprendizagem mecânica, já as respostas dadas pelo grupo 2 demonstraram que a aprendizagem se encontra próxima do extremo da aprendizagem significativa. (AUSUBEL, NOVAK, HANESIAN, 1998)

Considera-se que o planejamento e aplicação da UEPS nesse estudo foram produtivos. Todos os objetivos de cada fase foram atingidos e através da análise detalhada de cada etapa, observou-se a vontade de participar e o engajamento dos alunos nas atividades propostas. Os alunos demonstram bom desempenho nas aulas e compreensão do conceito de derivada, reconhecendo a dependência e hierarquia dos conceitos função, limites e derivadas. Evidenciou-se os bons resultados alcançados devido ao cuidado no planejamento da UEPS, que por si configura um material potencialmente significativo. Concluiu-se nesse estudo a importância da implementação de sequências de ensino fundamentadas na teoria da aprendizagem significativa, visto que os objetivos da investigação foram alcançados.

Sendo assim, para responder o problema da pesquisa: Que contribuições estratégias pedagógicas baseadas em Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, poderão trazer ao Ensino de derivadas no curso de Bacharelado em Engenharia de Software visando a aprendizagem significativa crítica? Foram definidos os seguintes tópicos:

- ✓ **Auxiliam o professor na busca por conhecer seus alunos, limitações e potencialidades, visto que o ponto de partida de UEPS é mapear, a partir de atividades planejadas, aquilo que o aluno já sabe. No caso desse estudo os conhecimentos prévios sobre os quais o conceito de derivada ancorou-se. Ao conhecer aquilo que o aluno já sabe fornece ao professor ferramentas para a construção de um planejamento específico para uma determinada turma de alunos.**
- ✓ **Cooperam para a promoção da aprendizagem significativa, visto que elas configuram sequencias de ensino fundamentadas e orientadas pela teoria da aprendizagem significativa. Sendo planejadas e implementadas de forma adequada podem orientar a aprendizagem significativa, a qual conduz ao reconhecimento da dependência dos conceitos, e que esses conceitos não podem ser vistos de forma isolada, como por exemplo o conceito de derivada que é indissociável dos conceitos de função e limite.**
- ✓ **Contribuem para a compreensão do conceito de derivada de forma contextualizada, o aluno encontra o significado da aprendizagem ao considerar situações-problema onde o conceito é aplicado, especialmente em suas futuras áreas de atuação profissional. Nesse sentido a escolha das atividades e problemas que compõe uma UEPS, são fundamentais em seu processo de planejamento.**
- ✓ **O abandono do quadro de giz, ou seja, o uso de diversas ferramentas metodológicas, como mapas mentais, softwares educacionais, trabalhos em grupos, a interdisciplinaridade, e o “dar voz” ao aluno são estratégias fundamentais que contribuem para que a aprendizagem ocorra de forma significativa e crítica. Segundo Moreira (2019, p. 239) “o uso de distintas estratégias instrucionais que impliquem a participação ativa do estudante, e de fato, promovam um ensino centralizado no aluno é fundamental para facilitar a aprendizagem significativa crítica”.**
- ✓ **Dentro de uma UEPS, o aluno não é avaliado por sua nota final em um teste, ou seja, seu desempenho não é determinado por uma avaliação, se avalia o todo, cada etapa deve ser avaliada, se necessário há a possibilidade de retomada de conceitos e reformulação de algumas atividades. Cada etapa deve ser avaliada visando a busca por um ensino contextualizado, que não se prenda as famosas listas de exercícios as quais podem conduzir a processos mecânicos de aprendizagem.**
- ✓ **Envolvimento dos alunos devido a diversidade metodológica planejada estrategicamente levando em consideração a teoria ausubeliana.**

O produto desse estudo é o e-book aqui apresentado.

Esse e-book teve por objetivo apresentar os resultados de uma investigação envolvendo o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, bem como sugestões de como abordar o ensino de derivadas com vistas na aprendizagem significativa. É voltado para professores e pesquisadores da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que se interessam pela aprendizagem significativa em uma perspectiva crítica de seus alunos. O e-book pode contribuir para a promoção da implementação da teoria de Asubel, Moreira e UEPS no ensino superior. O estudo apresentado nesse ebook teve como objetivo geral analisar as contribuições que estratégias pedagógicas baseadas em Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, poderão trazer ao ensino de derivadas no curso de Engenharia de Software, visando a aprendizagem significativa crítica. Compreende-se que de uma maneira geral, o Cálculo Diferencial e Integral tem sido abordado nos cursos de graduação de uma maneira mecânica e repetitiva, baseado em resolução de numerosos exercícios descontextualizados o que não condiz com a aprendizagem significativa, desta forma as estratégias pedagógicas devem ser repensadas.

Nesse sentido o problema norteador da pesquisa foi dado por: Que contribuições pedagógicas baseadas em Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, poderão trazer ao Ensino de Derivadas no Curso de Engenharia de Software?

A partir dos dados coletados no estudo aqui explorado constatou-se que o Cálculo Diferencial é por vezes “rotulado” pelos alunos como mecânico e sem aplicações práticas. As listas de exercícios são adotadas como principal ferramenta de ensino. Destaca-se que este material não tem a intenção de condenar o uso das famosas listas, a resolução de exercícios é importante no ensino do Cálculo diferencial e integral, porém salienta-se que estas não podem ser adotadas como único instrumento metodológico.

As Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, como sequencias de ensino fundamentadas teoricamente, configuram por si, materiais potencialmente significativos. Vale ressaltar que uma das condições para a ocorrência da aprendizagem significativa é que o material adotado seja potencialmente significativo. Sendo assim ao se refletir sobre estratégias pedagógicas diferenciadas que podem ser adotadas no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, nesse estudo apresentou-se como uma possibilidade eficiente o uso da UEPS.

O aprofundamento teórico, que culminou no planejamento da UEPS, levou a conclusão da importância da interdisciplinaridade. É certo que o Cálculo diferencial e Integral tem muitas aplicações devido a sua versatilidade, porém nem sempre o professor de matemática conhecerá essas inúmeras aplicações.

Nesse sentido a participação de um professor da área da computação contribui efetivamente para o planejamento e implementação da UEPS, garantido a presença dos princípios facilitadores da aprendizagem significativa crítica na prática. Sendo assim a partir desse estudo, apresenta-se como sugestão ao professor/pesquisador de Cálculo, que deseja trabalhar com a aprendizagem significativa a partir de UEPS, a troca de informações com professores das áreas específicas, para auxiliar na construção de situações problema contextualizadas.

A fase de planejamento de uma UEPS é essencial para que a aplicação seja bem-sucedida. A escolha das atividades e principalmente a diversidade de estratégias foram eficazes para as análises e conclusões desse estudo. A etapa 1 da UEPS permitiu que os participantes da pesquisa pudessem externalizar o conhecimento prévio, subsunçores, sobre os quais todos os outros conceitos a serem aprendidos iriam se ancorar. Evidenciou-se como subsunçores os conceitos de funções e limites. Em síntese a teoria cognitivista de Ausubel se resume em descobrir o que o aluno já sabe e ensiná-lo a partir disso.

Após mapear os conceitos subsunçores as demais etapas da UEPS ocorreram de maneira produtiva e colaborativa respeitando o planejamento e considerando os conceitos subsunçores. Os alunos participaram ativamente de cada uma das etapas foi possível observar o engajamento nas atividades propostas. Nesse sentido concluiu-se que as duas condições propostas por Ausubel para a ocorrência da aprendizagem significativa, a primeira em relação ao aluno apresentar disposição para a aprendizagem significativa e a segunda quanto ao material utilizado ser potencialmente significativo, foram atendidas. Os resultados da pesquisa apontam como causa da participação ativa dos alunos nas aulas e atividades propostas a diversidade de materiais e estratégias. O uso de nuvens de palavras, gravações de vídeos, diagramas hierárquicos, problemas contextualizados, participação de professor convidado, atividades em equipe e apresentações online, fizeram toda a diferença no que se refere ao envolvimento dos alunos e disposição para a aprendizagem.

Um dos princípios facilitadores a aprendizagem significativa crítica está na diversidade de materiais e estratégias. Como um todo a UEPS baseou-se nesse princípio, porém destaca-se a etapa 4, intitulada “nova situação” que contou com a participação do professor convidado da área da computação. A análise do envolvimento e desempenho dos alunos nas atividades propostas nessa etapa evidenciam a importância da busca por situações problemas contextualizadas de acordo com o curso que o Cálculo está sendo trabalhado.

Ao elaborar uma UEPS é necessário levar em consideração que as atividades devem ser planejadas e aplicadas com dependência umas das outras, seguindo uma organização hierárquica. Enfatiza-se que na aprendizagem significativa os conceitos ensinados/aprendidos devem estar organizados de forma hierárquica na estrutura cognitiva do aprendiz. Todas as atividades propostas nesse estudo foram elaboradas atendendo a relação de hierarquia entre os conceitos. Considerado essa organização, os mapas conceituais ou diagramas hierárquicos são sem dúvidas instrumentos eficazes que podem ser utilizados no ensino do Cálculo na promoção da aprendizagem significativa.

Destaca-se que no decorrer da aplicação da UEPS foi possível observar a mudança dos conceitos subsunçores a partir do processo de assimilação. O conceito de derivada passou a ser o produto interacional dos conceitos funções/limites/derivadas sendo os três cada vez menos dissociáveis. Além da mudança dos conceitos subsunçores foi possível identificar a ocorrência dos três tipos de aprendizagem significativa a representacional, de conceitos e a proposicional sendo elas por vezes ocorrendo ora de maneira subordinada ora de maneira superordenada.

Embora não seja uma tarefa fácil identificar a ocorrência da aprendizagem significativa, as respostas dadas pelos participantes ao questionário proposto, apontaram para indícios da aprendizagem significativa. Ausubel destaca que a aprendizagem mecânica e significativa não dicotômica, mas que são extremos de um continuum. A análise das repostas apresentadas pelos alunos permitiu concluir que a aprendizagem do conceito de derivadas, dos participantes do estudo, se encontra mais próxima do extremo da aprendizagem significativa.

A matemática básica é uma das causas da dificuldade na aprendizagem do Cálculo diferencial e integral, muitas vezes a falta do domínio em processos de fatoração, por exemplo, podem levar o aluno a desanimar e até mesmo desistir da disciplina. A carência da matemática básica foi apontada nesse estudo, como fator que dificulta a aprendizagem do Cálculo. Nesse sentido observa-se a importância de pesquisas que investiguem a causa da insuficiência da matemática básica nos alunos que ingressam nos cursos de graduação na área das exatas.

A avaliação da aprendizagem no Cálculo diferencial geralmente é realizada a partir de uma avaliação formal na qual são cobrados exercícios semelhantes aos das listas de exercícios, que nada mais demonstram além da repetição de forma correta ou incorreta por parte do aluno. Muitos alunos sabem, por exemplo resolver uma derivada, porém ao se perguntar onde irão aplicá-las são incapazes de responder. Esse estudo procurou mudar essa visão, ao término da UEPS os alunos sabiam o conceito, regras e aplicações das derivadas em suas futuras áreas profissionais. As listas exercícios não foram dispensadas nesse estudo nem tampouco a aplicação de uma avaliação somativa. Porém destaca-se que as listas não foram os únicos instrumentos e a avaliação somativa não foi o único instrumento de avaliação. Em uma UEPS a avaliação é dada a partir dos trabalhos realizados durante as aulas, o professor deve buscar evidências da aprendizagem significativa em cada etapa. A avaliação somativa aparece como uma conclusão de todo o processo não com a intenção de dar uma nota para o aluno, mas para dar um feedback da aprendizagem.

Uma UEPS é considerada exitosa se em todo no processo de avaliação, que ocorre durante as aulas em cada uma das etapas, os resultados apontarem para evidências da aprendizagem significativa. O professor que optar pelo uso dessa sequência deve considerar que a aprendizagem significativa é progressiva, ou seja, os conceitos são estabelecidos na estrutura cognitiva em um processo progressivo, por isso é importante atentar-se às evidências da aprendizagem em cada etapa e não apenas em comportamentos finais.

A avaliação da UEPS foi dada a partir da análise desenvolvida em cada etapa, concluiu-se que em cada etapa os alunos demonstraram indícios da aprendizagem significativa, portanto se considera a UEPS bem-sucedida. Nessa etapa se for necessário o professor pode reformular algumas atividades e reaplicá-las, não foi necessário nesse estudo.

As intervenções pedagógicas desse estudo, foram realizadas de forma remota, a partir de aulas síncronas, devido a pandemia da Covid-19. Acredita-se que mais detalhes poderiam ter sido destacados durante o período das análises se aulas tivessem ocorrido de forma presencial. As aulas síncronas não permitem a análise de expressões e reações que poderiam ter contribuído para o estudo, nesse sentido as aulas síncronas podem ser caracterizadas como limitação nessa investigação. Em contrapartida a UEPS contribuiu para a participação ativa e engajamento dos alunos durante o ensino remoto.

Como sugestões para pesquisas futuras apresenta-se a questão da dificuldade na matemática básica, como já mencionado anteriormente, considera-se que compreender onde está a falha para corrigir essa lacuna iria contribuir para a aprendizagem do Cálculo. Outra sugestão está na elaboração de materiais contendo problemas de aplicação do Cálculo Diferencial e Integral em áreas específicas. É muito comum encontrar nos livros de Cálculo aplicações na Física, mas em outras áreas como computação, engenharias, administração etc., é difícil encontrar problemas práticos. Por fim, ainda é necessário se investigar como ensinar o cálculo com vistas na aprendizagem significativa para diferentes cursos de graduação que compartilham a disciplina, como acontece em algumas universidades, a UEPS deve ser planejada levando em consideração essa realidade.

Certa vez ouvi um aluno do 4º ano de Engenharia de Software dizer “eu pensava que o Cálculo Diferencial no 1º ano servia apenas para nivelar a turma, segurar os que ainda não estavam preparados”. Essa é sem dúvidas uma visão equivocada. A aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral é importante, não somente no curso de Engenharia de Software, mas em diversos cursos de graduação na área das exatas. O Cálculo possui inúmeras aplicações e na Engenharia de Software, por exemplo, se encontra presente em muitos conceitos que os alunos geralmente não sabem. Essa disciplina não pode ser vista como isolada, se os alunos pudessem conhecer sua versatilidade, a visão de “terror das exatas” seria evitada. Espera-se que esse ebook, possa ter contribuído para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral e que desperte um olhar do professor/pesquisador para a importância da aprendizagem significativa e crítica do Cálculo.

Referências

AUSUBEL, D. P. Algunos aspectos psicológicos de la estructura del conocimiento. Buenos Aires: El Ateneo, 1973.

AUSUBEL, D. P. Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma perspectiva Cognitiva. Lisboa: Platano Edições Técnica, 2003.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. Psicologia Educacional. Rio de Janeiro. Editora Inteamericana, 1980.

BARDIN, L. Análise de Conteúdo. 3ª rep. da 1ª ed. Edições:10, São Paulo, 2016.º

BRASIL. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. LDB – Lei n. 9394/1996. Senado Federal. Brasília. 1996.

BRIM, J. F. H.; PINHEIRO, N. A. M.; MIQUELIN, A. F. Aplicação da Teoria da Aprendizagem Significativa no Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das publicações em periódicos de Educação Matemática. REnCiMa, São Paulo, v. 12, n. 4, p. 1-20, jul./set. 2021.

CARVALHO, J. P. A.; MACÊDO, J. A de; LOPES, L. dos R. P. Algumas aplicações do cálculo diferencial e integral. Pesquisa, Sociedade e Desenvolvimento, [S. l.], v. 10, n. 8, pág. e22410817220, 2021

DENARDI, V. B.; BISOGNIN, E. Representações semióticas: contribuições para o estudo do conceito de função. REnCiMa, v. 10, n.2, p. 142-159, 2019

FAZENDA, I.C. A. Didática e Interdisciplinaridade. Campinas, SP: Papirus, 2005, 2ª Ed.

FULINI, M. História do cálculo diferencial e integral. 56 f. Departamento de Matemática. Universidade Federal de São João Del-Rei. 2017. Monografia de graduação.

GONÇALVES, Daniele Cristina; REIS, Frederico da Silva. Aplicações de derivadas no Cálculo I: uma atividade investigativa aplicada à Engenharia de Produção utilizando o Geogebra. Revista da Educação Matemática da UFOP, v. 1, p. 114-122, 2011.

GONICK, Larry. Cálculo em quadrinhos. São Paulo. Editora Blucher, 2014.

LUDKE, M; ANDRE, M. E. D. A. Pesquisa em educação, abordagens qualitativas. São Paulo, EPU, 1986.

MASOLA, W. J.; ALLEVATO, N. S. G. Dificuldades de aprendizagem matemática de alunos ingressantes na educação superior. Revista Brasileira de Ensino Superior, Passo Fundo, v. 2, n. 1, p. 64-74, jun. 2016

MCKENNEY, S. E.; REEVES, T. Conducting Educational Design Research. New York: Routledge, 2012.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L. A utilização de TDIC em tarefas de avaliação: uma possibilidade para o ensino do cálculo diferencial e integral. Debates em Educação, vol. 10, nº 22, 2018.

MOREIRA, Marco António. Aprendizagem significativa crítica (critical meaningful learning). Teoria da Aprendizagem significativa, n. 2, ed. 2, v. 47, 2000.

MOREIRA, Marco A. Mapas conceituais e diagramas V. Porto Alegre: Ed. do Autor, n. 2, ed. 1, v. 103, 2006.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem significativa em mapas conceituais. Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física, 2013.

MOREIRA, M. A. Teorias de Aprendizagem. 2.ed. São Paulo: E.P.U., São Paulo., 2019.

MOREIRA, M. A. Unidades de Ensino Potencialmente Significativas – UEPS. Aprendizagem Significativa em Revista, v.7, p. 43-63, 2011

MOREIRA, M. A.; VALADARES, J. A.; CABALLERO, V. D.; TEODORO, A. S. Teoria da Aprendizagem significativa. Contributos do III Encontro Interacional sobre Aprendizagem Significativa, Peniche, 2000

MOREIRA, M.A; MASINI, E. F. S. Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. 1. ed. São Paulo: Moraes, 1982.

MORERIA, M. A. Aprendizagem significativa subversiva. Série-Estudo, v.21, p.15-32, 2006

OLIVEIRA, A. J. Aprender Matemática no Ensino Superior: Desafios e Superação. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 03, Ed. 05, Vol. 03, pp. 94-103, 2018.

PALIS, G. L. R. Pesquisa sobre a própria prática no ensino superior de matemática. In: FROTA, M. C. R.

NASSER, L. (Orgs.). Educação matemática no ensino superior: pesquisas e debates. Recife: SBEM. 2009. 265p

RAFAEL, R. C.; ESCHER, M. A. Evasão, baixo rendimento e reprovações em Cálculo Diferencial e Integral: Uma questão a ser discutida. In: Encontro mineiro de educação matemática, 7, 2015. Anais Juiz de Fora, 2015.

REZENDE, W. M. O ensino de Cálculo: Dificuldades de natureza epistemológica. Doutorado em Educação – Ensino de Ciências e Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade de São Paulo, 2003. Tese de Doutorado.

SENA, T.; SOUZA, A. A. Causas de dificuldades no Ensino-Aprendizagem de Cálculo diferencial e integral na perspectiva dos alunos e dos professores do curso de matemática da UFAL – Campus de Arapiraca. Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics, Vol. 3, N. 1, 2015.

SILVA, S. C. R.; SCHIRLO, A. C. Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel - Reflexões para o Ensino de Física ante a nova realidade social. Imagens da Educação, v. 4, n. 1, p. 36-42, 2014.

SILVA, P.; OSMAN, W. A aplicação das derivadas na engenharia civil. Anais do EVINCI-UniBrasil, v. 1, n. 3, p. 244-244, 2015.

SILVA, T.J.N. Algumas aplicações da derivada ordinária na economia. repositorio.ufpb.br. 2022

TREVISAN, A. L.; RIZEK, H. Tarefas matemáticas para avaliação em aulas de cálculo diferencial e integral. En FISEM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 136-144). Madrid, España: FESPM. 2017.

ZARPELON, E. Análise do desempenho de alunos calouros de engenharia na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I: um estudo de caso na UTFPR. Tese (Doutorado em Ensino de Ciência e Tecnologia), Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciência e Tcnologia, Ponta Grossa, 2016.

ZARPELON, E.; REZENDE, L. M. M.; PINHEIRO, N. A. M. Uso de mapas conceituais na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1: uma estratégia em busca da aprendizagem significativa. R. B. E. C. T., vol 8, Ed. Sinect, jan-abr.2015 ISSN - 1982-873X