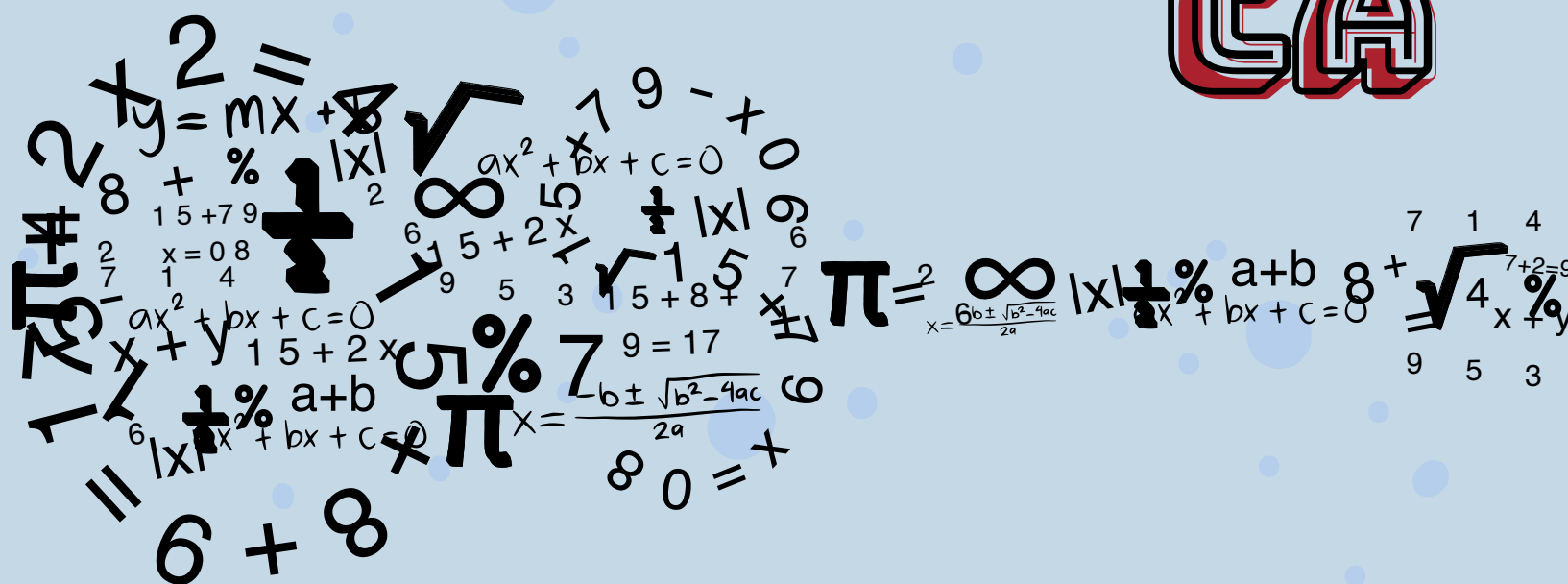


PPGFCET
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FORMAÇÃO CIENTÍFICA,
EDUCACIONAL E TECNOLÓGICA

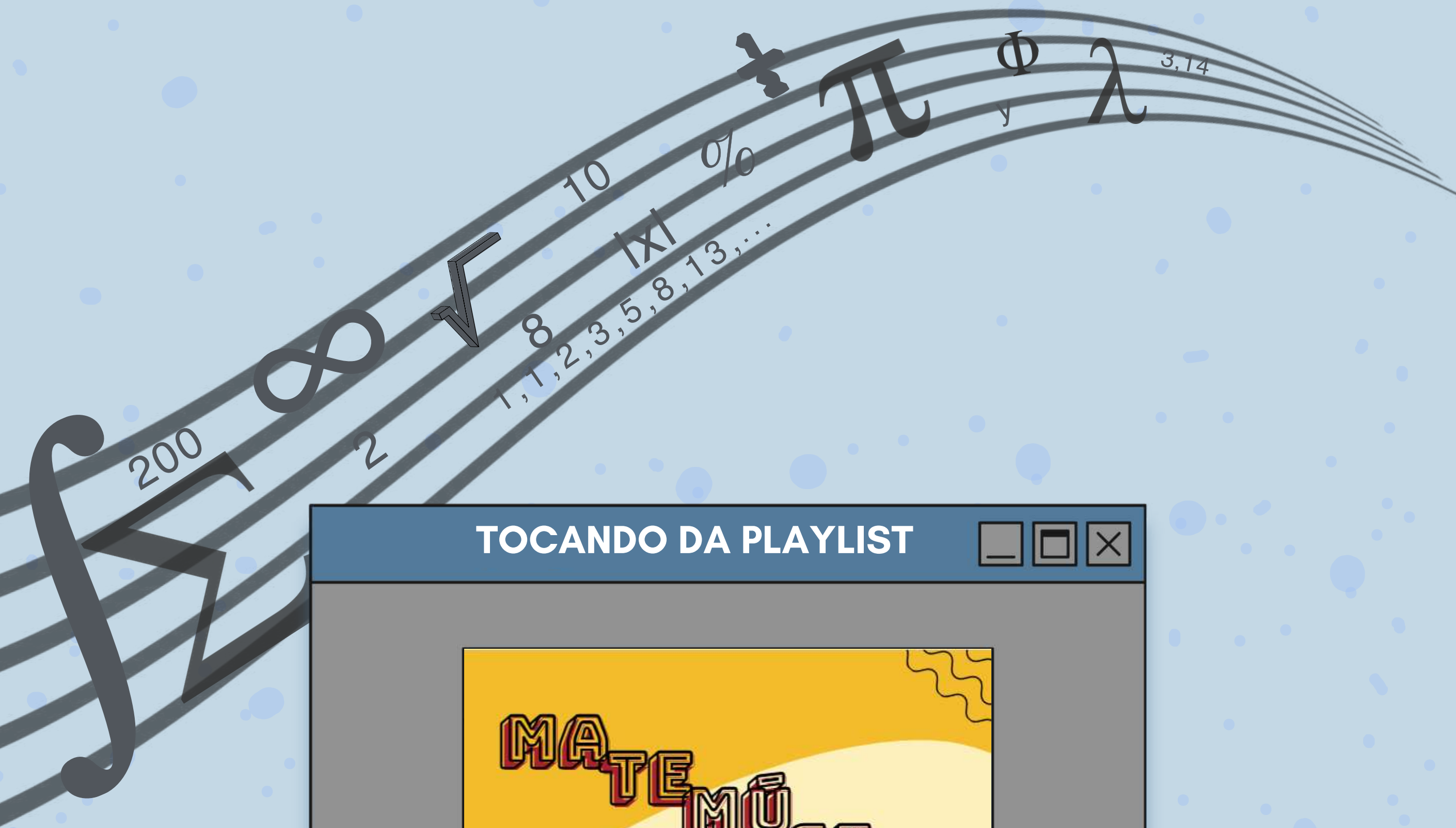
PRODUTO EDUCACIONAL

MATEMÁTICA




MESTRANDA: NICOLE LOUISE CORDEIRO
ORIENTADOR(A): PROFA. DRA. FLÁVIA DIAS DE SOUZA


CURITIBA
2024



TOCANDO DA PLAYLIST ☐ ☐ ✕



MATEMÚSICA
Por Nicole Louise Cordeiro



HISTÓRIA VIRTUAL MATEMÚSICA
Por Nicole Louise Cordeiro

1:24 3:11

⏮ || ⏭



4.0 Internacional

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e 4.0 Internacional referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

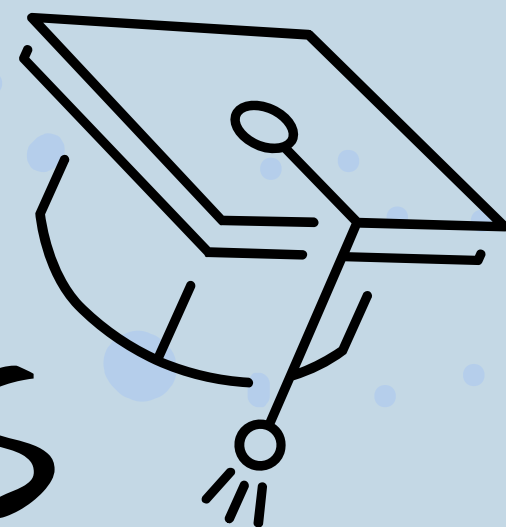


Dedico este trabalho à minha família, em especial aos meus avós, que são a harmonia da minha vida; minha mãe e meu irmão, que compõem o ritmo alegre dos meus dias; e a todos meus amigos, que fazem dos meus caminhos a mais bonita melodia.

Ainda que de maneira simbólica, dedico este trabalho a todas as meninas que também possuem dentro de si este lindo sonho de fazer pesquisa e aos professores que acreditam na educação e no seu majestoso poder transformador.



AS AUTORAS



Nicole Louise Cordeiro
Autora

Possui graduação em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (2021). Atualmente é professora - Secretaria de Educação do Estado do Paraná e mestranda em Educação Matemática pela UTFPR- PPGFCET, no Programa de Pós- Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica.



Acesse o Lattes clicando na imagem acima

Possui graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal do Paraná (UFPR), Mestrado em Educação pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUC-PR) e Doutorado em Educação pela Universidade de São Paulo (USP), na linha de pesquisa em Ensino de Ciências e Matemática. Professora Associada do Departamento de Educação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) e do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica - PPGFCET. Foi Assessora para Licenciaturas na Pró-Reitoria de Graduação e Educação Profissional (PROGRAD - gestão 2016-2020). Desenvolve pesquisas na área de Educação Matemática, especialmente sobre formação de professores que ensinam Matemática. É integrante do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica - GEPAPE, vinculado à Faculdade de Educação da USP e do Grupo de Estudos e Pesquisas em Formação de Professores - GEFoProf/UTFPR.



Flávia Dias de Souza
Orientadora



Acesse o Lattes clicando na imagem acima





SUMÁRIO

<u>Apresentação</u>	5
<u>Capítulo 1- A Atividade Orientadora de Ensino</u>	6
<u>Capítulo 2 As situações Desencadeadoras de Aprendizagem</u>	13
A elaboração das situações desencadeadoras de aprendizagem...	14
.....	14
Algumas Características do som.....	17
<u>Parte 1: O começo</u>	19
Encaminhamentos metodológicos para a sala de aula: sugestões	24
.....	24
<u>Parte 2: Revelando o mistério</u>	26
Encaminhamentos metodológicos para a sala de aula: sugestões	30
.....	30
<u>Parte 3: Novas inquietações</u>	31
Encaminhamentos metodológicos para a sala de aula: sugestões	34
.....	34
Continuação- novas inquietações.....	36
Encaminhamentos metodológicos para a sala de aula: sugestões	39
.....	39
<u>Referências</u>	42





APRESENTAÇÃO

Olá, caro leitor (a)!

Que felicidade em repartir com você este material!

Primeiramente, cabe aqui uma breve apresentação. Me chamo Nicole, sou licenciada em Matemática pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR) e atualmente sou professora de matemática pela Secretaria de Estado de Educação do Estado do Paraná.

Saindo das formalidades, posso dizer que sou absolutamente apaixonada pela música e pelos números e, foi a partir dessa paixão que o presente trabalho foi tomando forma. Este produto educacional, em formato de História Virtual, está vinculado à minha dissertação de mestrado intitulada "Ensino e aprendizagem de funções trigonométricas em situações Desencadeadoras de Aprendizagem que envolvem matemática e música" e pode ser acessado por meio do repositório institucional RIUT da UTFPR!

Este produto foi pensado como forma de apoio didático aos professores de matemática para o ensino de funções trigonométricas, podendo ser utilizado também na disciplina de física. Para tanto, foi dividido em dois capítulos e conta com diversas sugestões de leitura para aprofundamento do tema. O primeiro capítulo conta com uma breve apresentação e orientações para o desenvolvimento das situações de ensino propostas, seguindo as bases teórico-metodológicas da Atividade Orientadora de Ensino. A segunda parte traz situações Desencadeadoras de Aprendizagem partindo da apresentação de dois amigos músicos que, ao se depararem com a nota Lá sendo tocada em diferentes instrumentos, percebem uma diferença de sonoridade e procuram formas de representar e explicar o porquê de isso acontecer.

Pronto(a) para embarcar nesta história?

VAMOS LÁ!



CAPÍTULO 1



A Atividade
Orientadora
de Ensino





A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO

Como citado anteriormente, tanto a dissertação como o presente produto utilizam da Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como princípio teórico-metodológico de pesquisa.

Este conceito foi desenvolvido por Manoel Oriosvaldo de Moura, líder do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPe) e professor titular da Faculdade de Educação de São Paulo.



Manoel Oriosvaldo de Moura

O conceito se utiliza das bases da Teoria da Atividade, de Alexei Leontiev, que desenvolveu o conceito de atividade, que pode ser definido como:



Acesse o Lattes clicando na imagem acima

...os processos psicologicamente caracterizados por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar essa atividade, isto é, o motivo (Leontiev, 1987, p. 68)

Leontiev, por sua vez, utilizou das proposições de Lev Semenovitch Vigotski, que desenvolveu a chamada Teoria Histórico-Cultural, a qual entende que o "ser social desenvolve-se no momento histórico em que vive, com base na cultura a que tem acesso, sendo, portanto, um ser histórico e cultural" (Ferreira, Schlickmann, 2022, p.5).

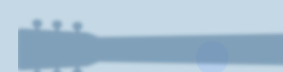
Q SUGESTÕES DE LEITURA: x



- MOURA, M. O. et al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, M. O. (Org.). A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Brasília: Liber Livro, 2010a.
- MORETTI, V. D.; MARTINS, E.; SOUZA, F. D. Método histórico-dialético, teoria histórico-cultural e educação: algumas apropriações em pesquisas sobre formação de professores que ensinam matemática. Campinas: Mercado de Letras, 2017.



Caro leitor (a): Para acessar os textos, basta clicar nos títulos!





A Atividade Orientadora de Ensino se constitui metodológica pois apresenta aspectos lógico-históricos para o ensino.

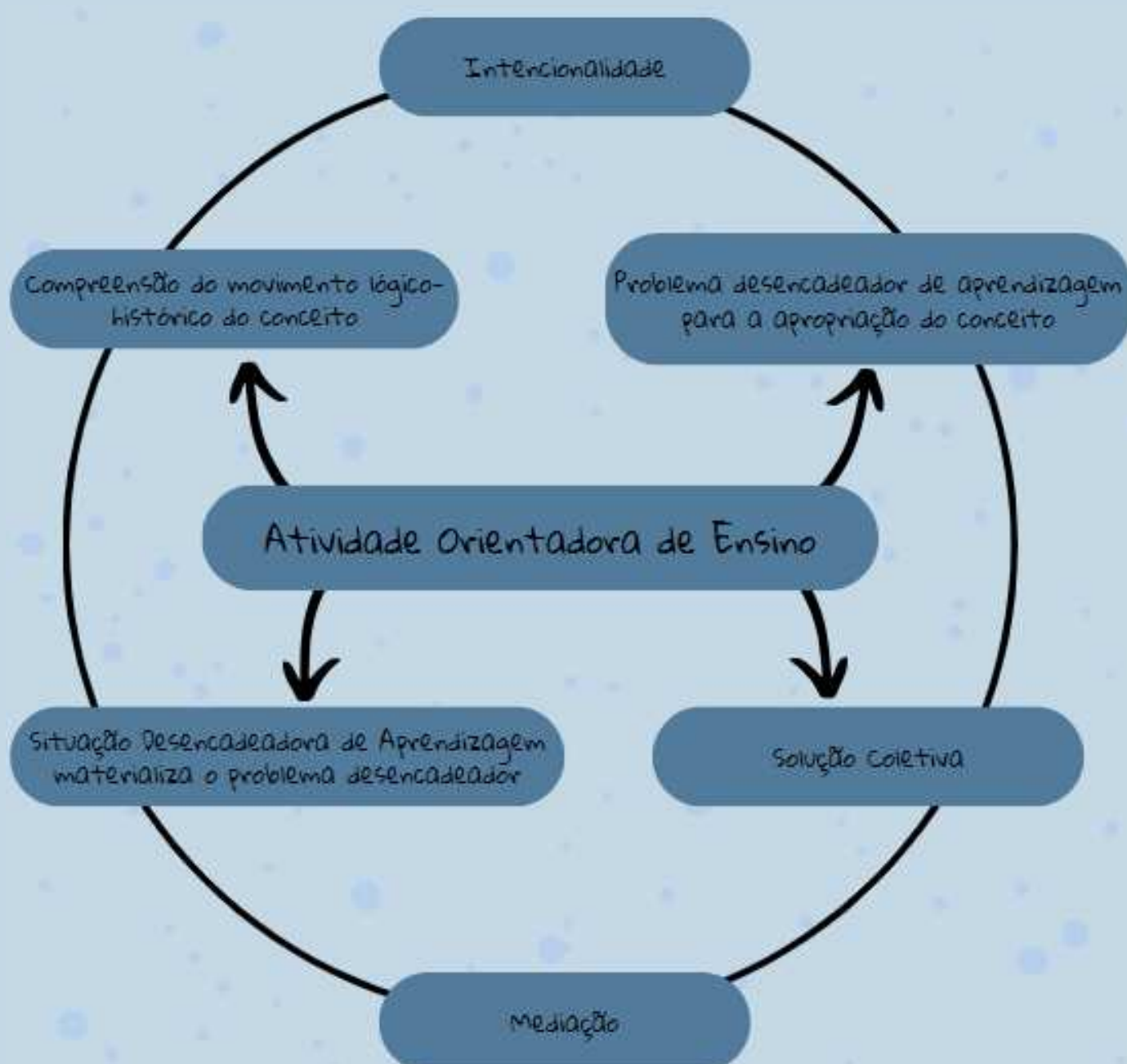
PARA SABER:

O termo lógico-histórico pode ser entendido como o conhecimento que foi desenvolvido por meio do coletivo, levando em conta quais foram as necessidades, motivos e objetivos atribuídos ao conceito elaborado.



Logo, ao se falar de ensino, aqui cabe mencionar o papel de mediação destes conhecimentos, isto é, do estudo da essência, do movimento lógico-histórico dos conceitos a serem ensinados em sala de aula por parte do professor, para que o objetivo de apropriação desses conceitos por parte dos estudantes seja concretizado.

Além dessa compreensão do movimento lógico-histórico do conceito, dentro da proposição da AOE, é necessário que haja um problema desencadeador de aprendizagem para a apropriação do conceito. Este problema desencadeador é materializado no que Moura (1996) chama de Situação Desencadeadora de Aprendizagem e carece de uma síntese de solução coletiva. Um resumo do conteúdo apresentado é apresentado no esquema a seguir:



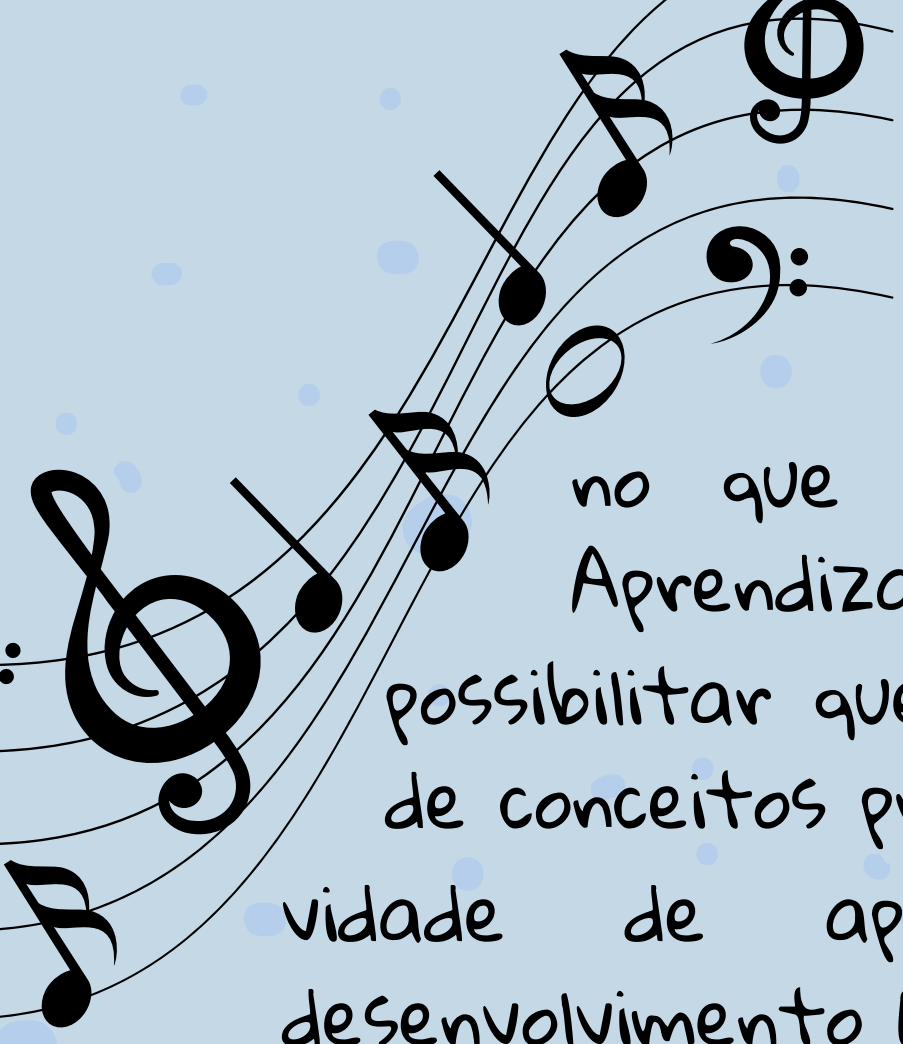
Fonte: Strassemann, 2021, p. 46. Adaptado pela autora.



SUGESTÃO DE LEITURA: X



- SOUSA, M. C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. *Obutchénie - Revista de Didática e Psicologia Pedagógica*, p. 40-68, 2018.



Como dito anteriormente, a materialização do problema desencadeador de aprendizagem se dá no que Moura chama de Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA). Por sua vez, a SDA tem como objetivo possibilitar que o sujeito (neste caso, o estudante) se aproprie de conceitos produzidos ao longo da história ao entrar em atividade de aprendizagem. Logo, é essencial trazer o desenvolvimento histórico-lógico do conceito dentro da elaboração de uma situação desencadeadora de aprendizagem, além da sua intencionalidade. Como explicam Moura, Araújo e Serrão (2018, p. 422):

Tal como no desenvolvimento histórico e social, a situação desencadeadora de aprendizagem visa colocar a criança em tensão criativa, à semelhança daqueles que a vivenciaram, ao resolver seus problemas autênticos, gerados pelas necessidades de ordem prática ou subjetiva. Essas situações desencadeadoras de aprendizagem podem propor um problema capaz de mobilizar o indivíduo ou o coletivo para solucioná-lo (Moura, Araújo e Serrão, 2018, p. 422).



E como propor uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem?

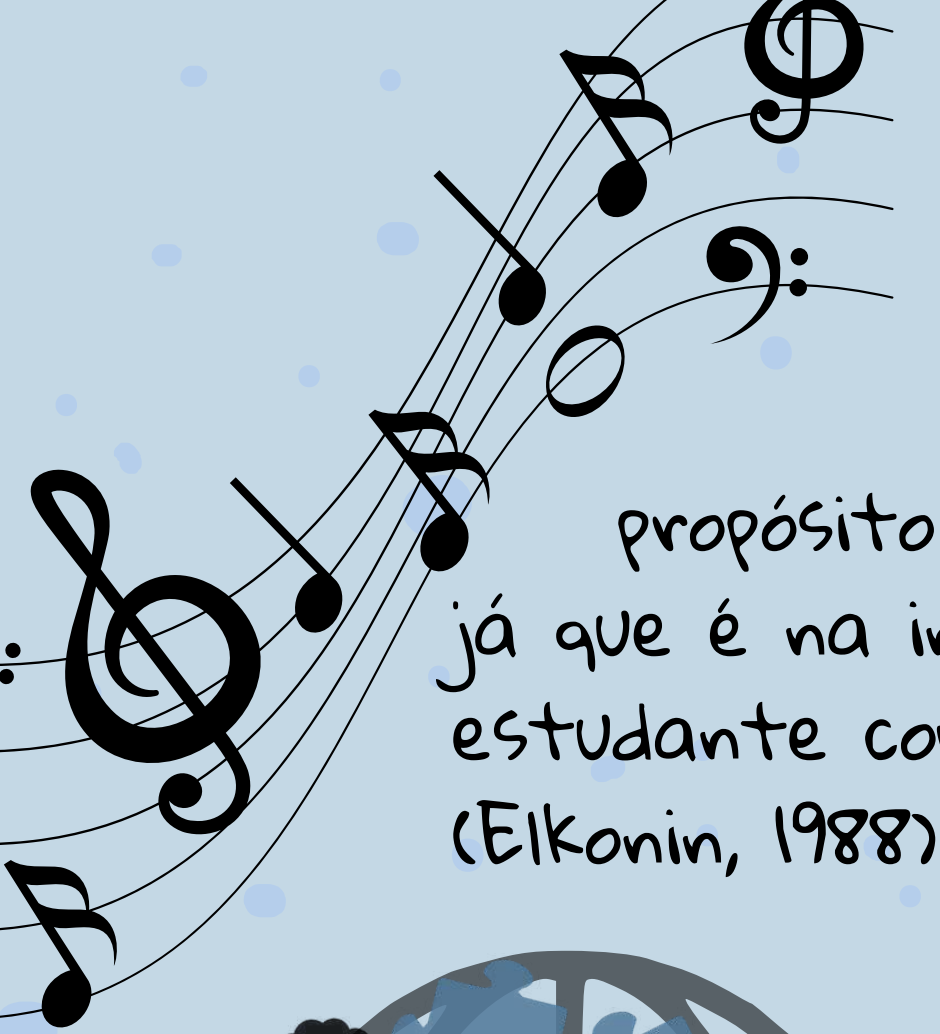
Moura apresenta três recursos metodológicos os quais podem ser propostas a Situação Desencadeadora de Aprendizagem (Moura; Lanner de Moura, 1998) :

- O jogo;
- A situação emergente do cotidiano;
- A história virtual.

Q SUGESTÃO DE LEITURA: x



- MOURA, M. O.; ARAUJO, E. S.; SERRÃO, M. I. B. Atividade orientadora de ensino: fundamentos. Linhas Críticas, Brasília, v. 24, p. 411-430, 2018.



O jogo, pode ser criado ou readaptado de um jogo escolar ou até de algum jogo que não tenha propósito pedagógico. Exerce papel social, já que é na interação e comunicação que o estudante começa a entender a sociedade (Elkonin, 1988)



A situação emergente do cotidiano surge de alguma necessidade que se revelou no contexto do cotidiano e que carece de uma solução. Sendo assim, oportuniza o estudante a experienciar a solução de um problema que tenha significado para ele (Moura; Lanner de Moura, 1998).

Já a história virtual, que é a escolhida para este material, geralmente se apresenta em forma de narrativa, onde as personagens se deparam com a necessidade de resolver algum problema (neste caso, um problema desencadeador de aprendizagem) que se assemelha, de maneira genérica, à alguma situação vivenciada pela humanidade em dado período da história. Assim como o jogo, pode ser criado ou readaptado de alguma narrativa já existente. Essencialmente, a história virtual pode ser entendida como:



situações problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas ou da própria história da matemática como desencadeadoras do pensamento da criança de forma a envolvê-la na produção da solução do problema que faz parte do contexto da história. Dessa forma, contar, realizar cálculos, registrá-los poderá tornar-se para ela uma necessidade real (MOURA, 1996, p. 20).

Deseja estudar mais sobre atividade de ensino e de aprendizagem, como estruturar tarefas em um caráter intencional da atividade, ou seja, em Atividade Orientadora de Ensino e o papel do professor neste processo? Recomenda-se então a leitura do artigo abaixo!

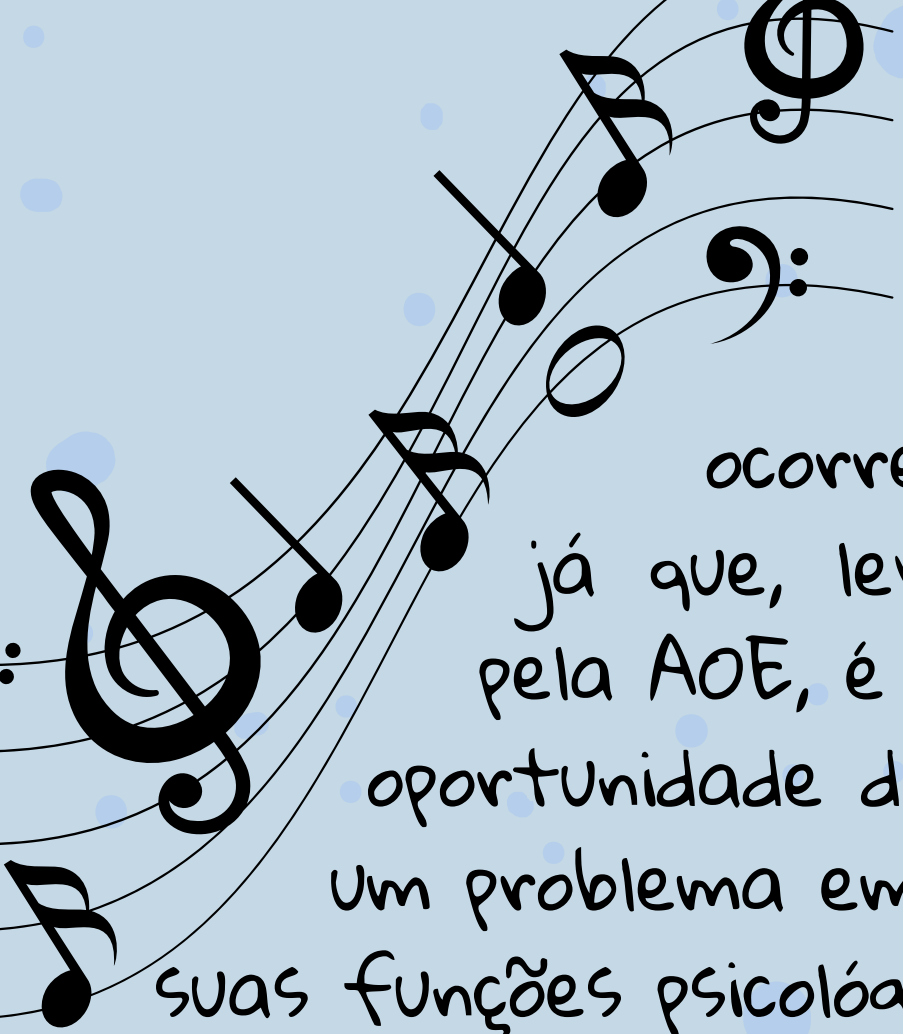


SUGESTÃO DE LEITURA:



- MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. *Bolema*, [S.l.], v.11, n. 12, 1996.





É necessário salientar que, após esta elaboração da SDA, com vistas à intencionalidade, sua aplicação deve ocorrer sempre considerando a coletividade

já que, levando em conta as bases teóricas defendidas pela AOE, é por meio do coletivo que os estudantes terão oportunidade de socializar saberes e estratégias para resolver um problema em comum, auxiliando assim no desenvolvimento de suas funções psicológicas e na apropriação de conceitos (Rubstov, 1996). Portanto, ao falarmos de Atividade Orientadora de Ensino, devemos ter em consideração os pilares intencionalidade, materialização de um problema desencadeador de aprendizagem em uma SDA, mediação, trabalho coletivo e compreensão da essência do conceito pelo estudo do movimento lógico-histórico do conceito a ser trabalhado.



E como se torna possível encontrar a essência de um conceito?

Partindo do estudo dos nexos conceituais, conteúdo que é aprofundado na dissertação que antecede este produto educacional!

De forma geral, pode-se dizer que os nexos conceituais são a ligação entre os nexos externos e internos.

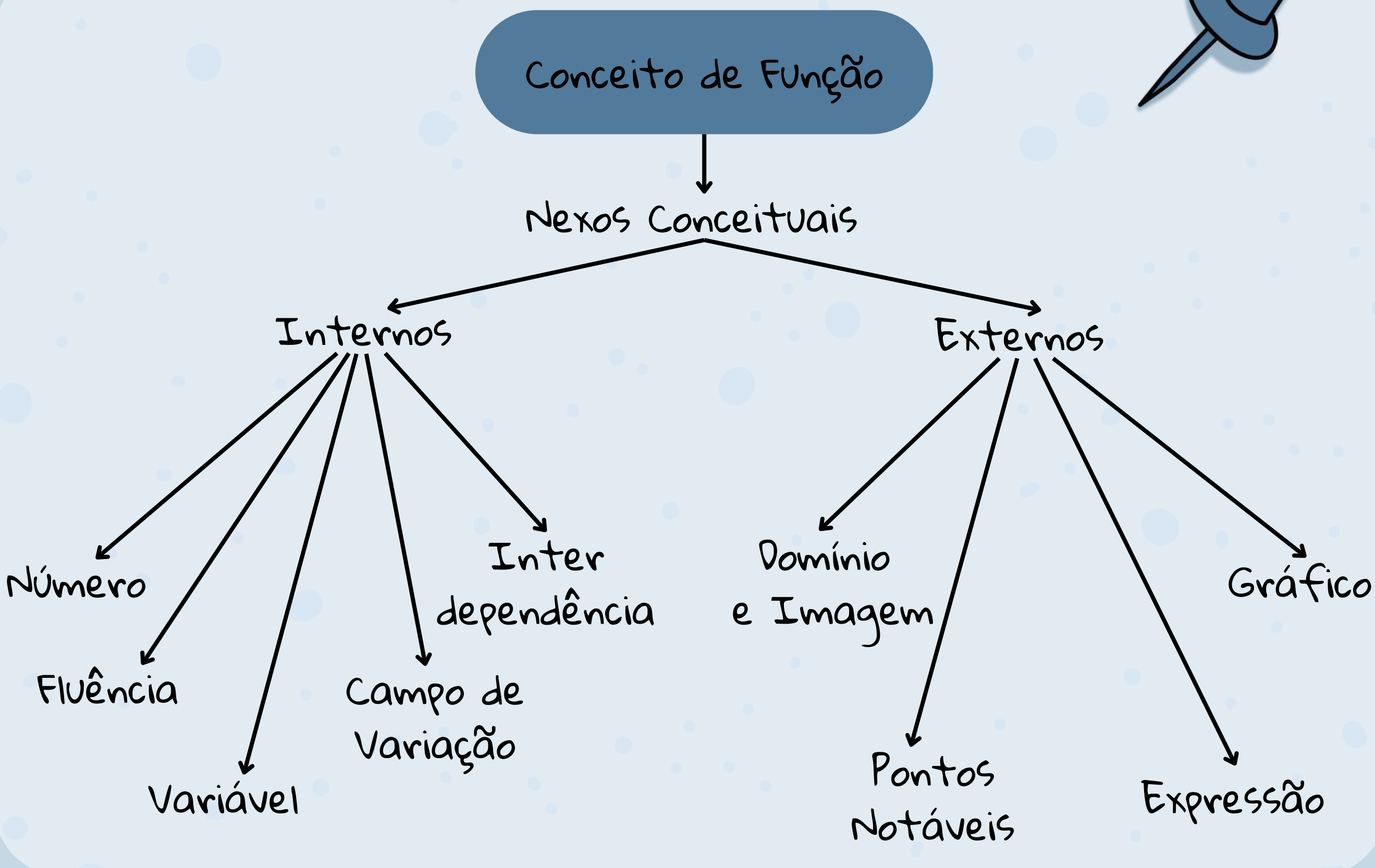
- Os nexos externos estão relacionados à linguagem formal, sem compromisso direto com qualidades culturais e sociais relacionados à história do conceito (Sousa, 2018). Dentro do conteúdo de função trigonométrica, abordado aqui, por exemplo, são nexos externos os gráficos, os conjuntos e a lei de formação de uma função.
- Os nexos internos trazem as características essenciais do conceito, isto é, abrangendo o que é fundamental no objeto de estudo. São importantes para possibilitar a construção do pensamento teórico. Alguns exemplos de nexo interno de função são: número, fluência, variável, campo de variação, relação entre grandezas, correspondência biunívoca e interdependência (Sousa; Moura, 2019).



Sendo assim, pode-se definir o nexo conceitual como sendo:

"o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens que representam o conceito matemático" (Sousa, 2018, p. 51)

Resumidamente, no esquema abaixo está como se dá a a compreensão dentro do movimento lógico-histórico, a partir de seus nexos conceituais, isto é, nexos externos e internos, do conceito de função:



Fonte: Strassemann, 2021, p. 62. Adaptado pela autora.

Logo, pensando no conteúdo apresentado até aqui, pode-se inferir que é essencial que haja a preocupação com os nexos internos do conceito para a construção do pensamento teórico e não somente com os nexos externos, como acontece na didática tradicional. Ao se trabalhar com os nexos internos, renuncia-se a prática pela prática isto é, o treinamento de conceitos (Sousa 2018) e é aberta a possibilidade de enriquecer o conhecimento com toda a lógica, a história e as abstrações feitas pelo ser humano ao longo de sua humanidade.



CAPÍTULO II



AS SITUAÇÕES
DESENCADEADORAS
DE APRENDIZAGEM



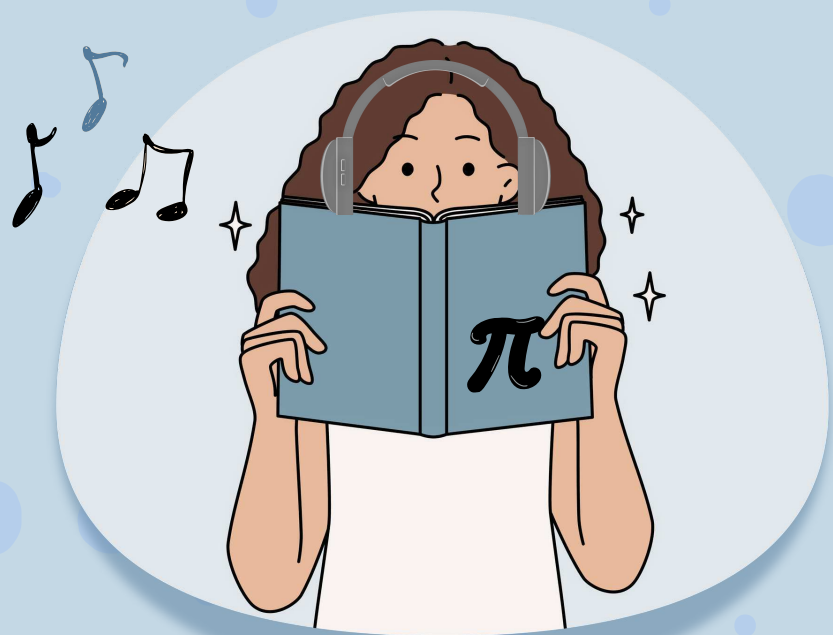


A ELABORAÇÃO DAS SITUAÇÕES DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM

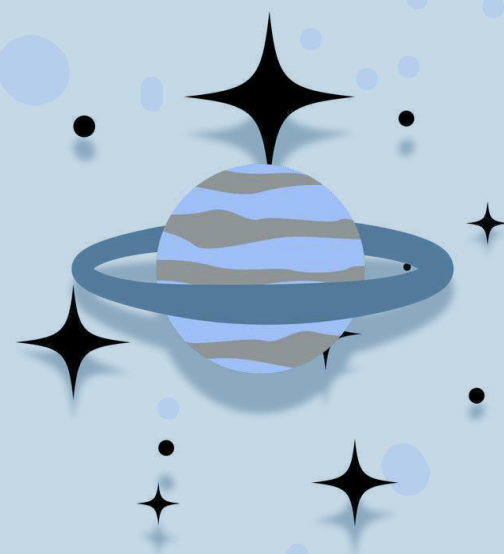
As motivações iniciais para a construção do presente trabalho e que culminaram na necessidade de juntar duas áreas de grande interesse e afeição surgiram ainda nos primeiros anos do Ensino Médio. A música, à época, era fonte de motivação e, de certa forma, alívio da realidade; seja por meio das aulas de canto e violão ou dos CDs e do fone de ouvido. Quanto à matemática, esta sempre foi uma área de grande admiração e até mesmo de certo deslumbramento. Aos 14 anos, uma adolescente pareceu encontrar as



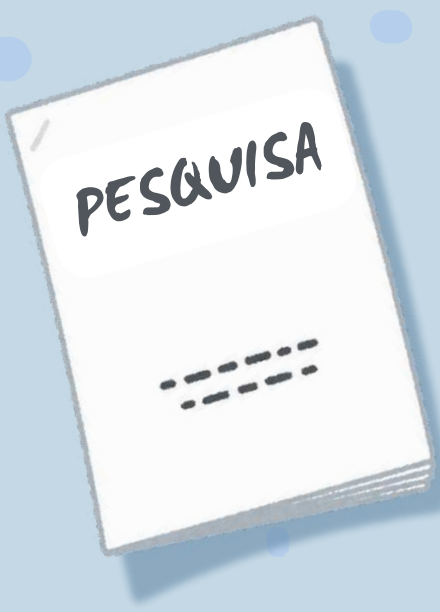
fontes de resposta para questões do universo, diante das teorias, cálculos e explicações apresentadas em sala de aula. Mais tarde, na graduação, o grande afeto pelas áreas permanecia, mas foi nos dois últimos anos da graduação, após ter encontrado quase ao acaso, em pesquisas, os postulados de Fourier que a



necessidade de se aprofundar os estudos para formular uma pesquisa que envolvesse matemática e música (e agora, a trigonometria) teve seu despertar e com ela, um mundo de possibilidades. E foi a partir da tríade música, matemática e educação que a pesquisa



começou a tomar forma e agora, na pós-graduação pôde-se materializar neste produto educacional que trabalha as possibilidades de utilizar elementos do cotidiano e do gosto de muitos adolescentes, como a música, em situações de ensino que auxiliem na apropriação de conceitos de função trigonométrica, pautando-se na teoria da Atividade Orientadora de Ensino.





O produto educacional, aqui apresentado é a história virtual "Matemúsica", composta em 3 partes, denominadas:

- Parte 1: O começo
- Parte 2: Revelando o mistério
- Parte 3: Novas Inquietações

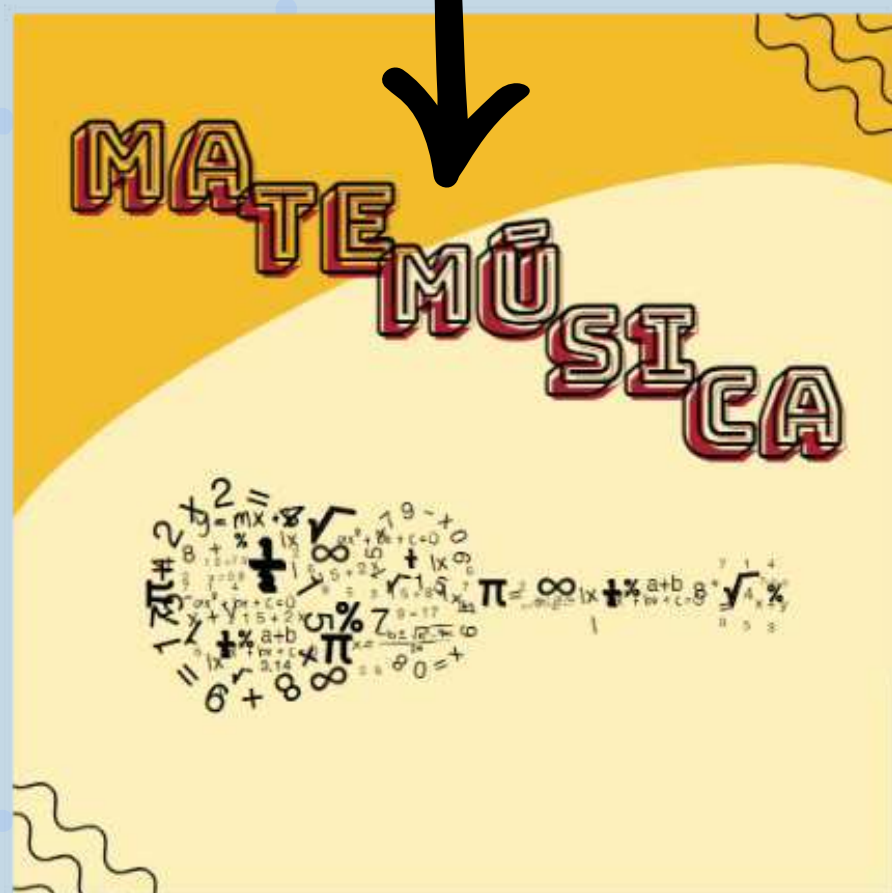
Cada parte da história virtual traz situações desencadeadoras de aprendizagem, que foram idealizadas para serem aplicadas em turmas de 2º ano do Ensino Médio, em grupos, para potencializar a solução coletiva.

Após um aprofundamento no estudo dos princípios da Situação Desencadeadora de Aprendizagem e da história virtual, o desafio foi pensar em um contexto para trazer elementos da música de forma a suscitar nos estudantes a necessidade de se utilizar de elementos associados à trigonometria, mesmo que sem rigor matemático, sem apresentar previamente os conceitos trigonométricos para eles.

Decidiu-se então narrar a história de dois colegas, Beatriz e João, que fazem parte da orquestra da cidade onde moram, onde uma toca flauta e o outro, violão. Dentro da narrativa, os colegas percebem, durante um ensaio, que a mesma nota, a saber, a nota Lá, soa diferente quando tocada na flauta e no violão e é a partir daí que as SDAs emergem.



A história completa pode ser acessada ao clicar na imagem abaixo.



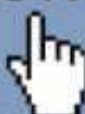
Fonte: História Virtual Matemúsica, 2023.



Antes de apresentar a História Virtual, as SDAs e orientações para a aplicação, cabe aqui identificar e explicar alguns elementos presentes na História pensados em facilitar a comunicação com o leitor e que, conseqüentemente, aparecerão na apresentação neste material. São eles os dois ícones mostrados nas imagens abaixo.


Caro leitor, que bom ter você por aqui!


Antes de começar a história, alguns lembretes:

1- Quando este ícone  aparecer em alguma parte da história, passe o cursor do mouse em cima e clique. ele te levará para outra página!

Fonte: História Virtual Matemática, 2013.

EXPLICANDO...

Logo, ao se deparar com este ícone  ao longo deste material, significa que, na íntegra da História Virtual, ao clicar neste símbolo, ele redireciona a um hiperlink que dá acesso à sons gravados e aos gráficos utilizados no enredo.

2- Quando este ícone  aparecer em alguma parte da história, significa que é o momento de resolver o problema coletivamente, ou seja, de você e seus colegas trabalharem juntos para encontrar uma solução!

Agora sim. Boa história!

Fonte: História Virtual Matemática, 2013.



ALGUMAS CARACTERÍSTICAS DO SOM

Antes de seguirmos para a apresentação da História Virtual, se faz necessário discutir algumas características do som que são importantes para a compreensão do enredo da História e das atividades de ensino aqui propostas. São elas:

- frequência, que na música é quem dita se um som é agudo (maior frequência) ou grave (menor frequência). A frequência é medida em Hertz (Hz) e está ligada ao número de oscilações por segundo que uma onda sonora completa.



- amplitude, que musicalmente é quem irá determinar a intensidade do som (mais fraco" ou mais forte). A amplitude é medida em decibéis (dB) e está associada com a quantidade de energia transportada pela onda sonora.

- comprimento de onda, denota a distância feita pelo som durante o período de vibração;
- período, intervalo de tempo entre o começo e o final de um som. Faz-se importante ressaltar que período e frequência são tidos como o inverso um do outro.
- velocidade de onda, que é a velocidade em que o som demora para se propagar no meio.



SUGESTÃO DE LEITURA:



- SERWAY, R. A.; JEWETT JR., J. W. Princípios de física. 3. ed. São Paulo: Thomson, 2013. v. 2.



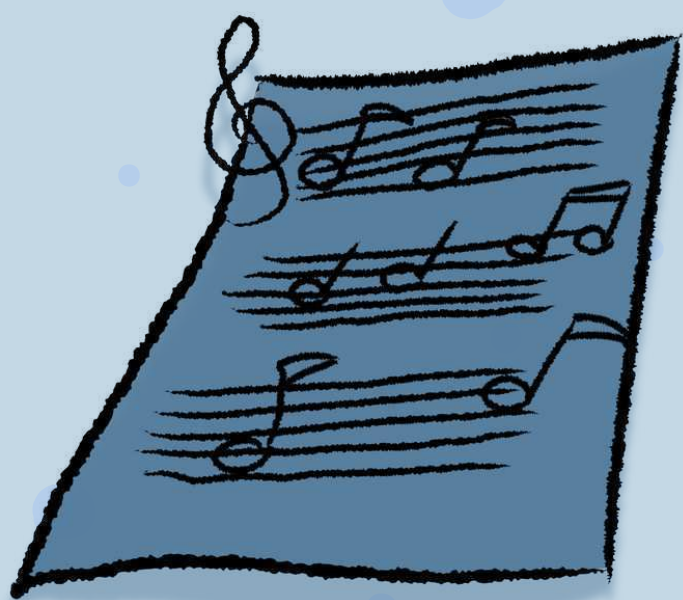
ALGUMAS CARACTERÍSTICAS DO SOM

Além das características citadas, tem-se também as chamadas qualidades fisiológicas do som:

- o timbre, que é quem dá a "cor" do som e permite que diferenciemos dois sons com mesma frequência e amplitude, porém produzidos por fontes sonoras distintas como, por exemplo, um violino de um piano, onde ambos estejam tocando a mesma nota com a mesma intensidade. Isso se torna possível pois cada instrumento, ou até mesmo a voz, produz ondas em formatos singulares. Timbres suaves são produzidos por ondas de forma arredondada/leve e timbres estridentes são produzidos por ondas com formato pontiagudo.



- a altura, que é a característica que permite que entendamos e consigamos detectar sons graves e agudos. Depende da frequência, já que quanto maior a frequência mais agudo será o som e, quanto menor for a frequência, mais grave será o som



- a intensidade, comumente associada ao que chamamos de volume, está relacionada à amplitude da onda sonora. É a qualidade fisiológica que nos permite diferenciar sons fortes (maior amplitude e intensidade) de sons fracos (menor amplitude e intensidade).



AGORA SIM! EXPLICAÇÕES FEITAS, VAMOS
PARTIR PARA A HISTÓRIA VIRTUAL!



PARTE I: O COMEÇO

Beatriz e João são os novos músicos da orquestra do município. Beatriz toca flauta doce e João toca violão. Ele é o solista da orquestra.



A flauta que Beatriz toca faz parte dos instrumentos chamados de "madeira" e o violão de João entra no naipe das cordas.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Em um dos ensaios semanais da orquestra, Beatriz percebeu que a mesma nota soava diferente quando tocado em diferentes instrumentos.




Ei, por qual razão o mesmo acorde parece diferente?


Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Beatriz, com a pulga atrás da orelha, resolveu procurar João ao término do ensaio. Perguntou-lhe então se ele tinha percebido esta diferença também.

João lhe disse, com uma cara confusa, que nunca tinha parado para prestar atenção a este detalhe.




Será que o que ela falou faz sentido? Bom, só há um jeito de saber...



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

João, para verificar se a história de Beatriz era verdade, sugeriu que eles tocassem a mesma nota (Lá), cada um em seu instrumento.

Beatriz prontamente montou a nota Lá em sua flauta e o tocou. Depois foi a vez de João tocar a nota Lá em seu violão.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



Nota Lá tocada na Flauta de Beatriz




Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Nota Lá tocada no Violão de João



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



Neste momento, o professor (a) clica nos ícones  dispostos no material completo da História Virtual para acessar as gravações da Nota Lá na flauta e no violão.

Nota Lá tocada ao mesmo tempo na Flauta de Beatriz e no Violão de João



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Após repetirem algumas vezes a mesma nota, João estava convencido de que, apesar de estarem tocando a mesma coisa, ela definitivamente soava diferente.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.




Tenho a impressão de que uma nota parece mais aguda que a outra! Mas o que será que elas têm de diferente? Como podemos explicar isso? Beatriz, o que você acha?



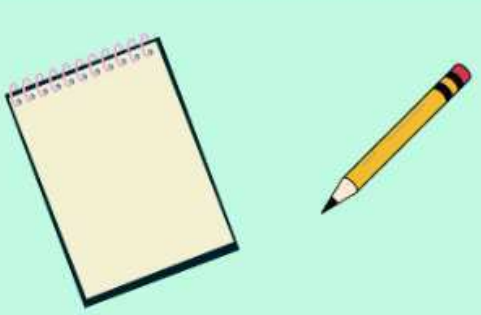
Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Beatriz, apesar de ter sido a primeira a notar a diferença dos sons da nota tocada, tampouco sabia o porquê disso acontecer ou sua explicação.


Ocorreu a ela então que eles poderiam tentar encontrar alguma forma de registrar essa diferença entre os sons.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.




Contudo, ao pensar em alguma maneira de representar graficamente a diferença, a dupla teve dificuldades. Não sabiam colocar no papel o que estavam pensando.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.


João sugeriu que tentassem utilizar o computador para auxiliar na tarefa. Questionou Beatriz se ela tinha facilidade com tecnologias, pois ele não tinha. Infelizmente, ela também não.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



João, desanimado, disse que não conhecia ninguém que pudesse ajudar. No entanto, isso não seria problema para Beatriz, pois ela conhecia a pessoa perfeita para ajudar...



e essa pessoa era...

Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

ESTÚDIO DE TECNOLOGIA
PITÁGORAS π

IDENTIFICAÇÃO



Nome: Alex

Ocupação: Especialista em desenhos e gráficos

Pronto para ajudar Beatriz e João

Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Beatriz rapidamente mandou uma mensagem de texto para Alex perguntando se ele estava livre e podia ajudar a dupla a resolver um assunto.

Ei, Alex! Você pode ajudar a mim e um colega numa questão?

Claro, Bia! O que vocês precisam?

Que você nos ajude a desenhar um acorde!

Desenhar? Hm, posso tentar ajudar. Passem aqui no estúdio mais a tarde!



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Mais tarde, no estúdio de Alex, Beatriz e João explicaram ao colega toda a história que tinha acontecido mais cedo. Levaram para ele uma gravação da nota Lá sendo tocada na flauta e no violão e então Alex os ajudou a representar graficamente a diferença.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



ATENÇÃO, PROFESSOR (A)!

A seguir, será feita a apresentação do primeiro problema desencadeador.



Quais mudanças você acha que apareceram nas duas representações dos sons do mesmo acorde sendo tocados em diferentes instrumentos?
Como você representaria?

Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



Encaminhamentos metodológicos para a sala de aula: sugestões

- Inicialmente, seguindo o propósito da coletividade proposto pela AOE, sugere-se que a sala seja dividida em grupos. É importante mencionar que este primeiro problema desencadeador foi pensado para aproximar os estudantes do tema a ser trabalhado.
- Após a apresentação da História Virtual para os estudantes, para a realização da primeira SDA, sugere-se que o professor proponha aos estudantes que façam primeiro o registro individual de suas soluções, podendo ser em folha sulfite ou até mesmo no caderno. Após isso, indica-se que o professor incentive a discussão nos pequenos grupos para que haja o compartilhamento de ideias, porém agora é o grupo quem faz o registro coletivo das soluções em conjunto. Por fim a sugestão é que o professor fomente e medie a síntese coletiva das respostas entre todos os grupos participantes.
- Este movimento do individual para o coletivo possibilita que os estudantes se desenvolvam e se apropriem de conhecimentos por meio da socialização de saberes. E também é por meio desse processo que o professor, e os próprios estudantes, poderão perceber seus progressos e desenvolvimentos no que tange ao aprofundamento dos conhecimentos trabalhados.

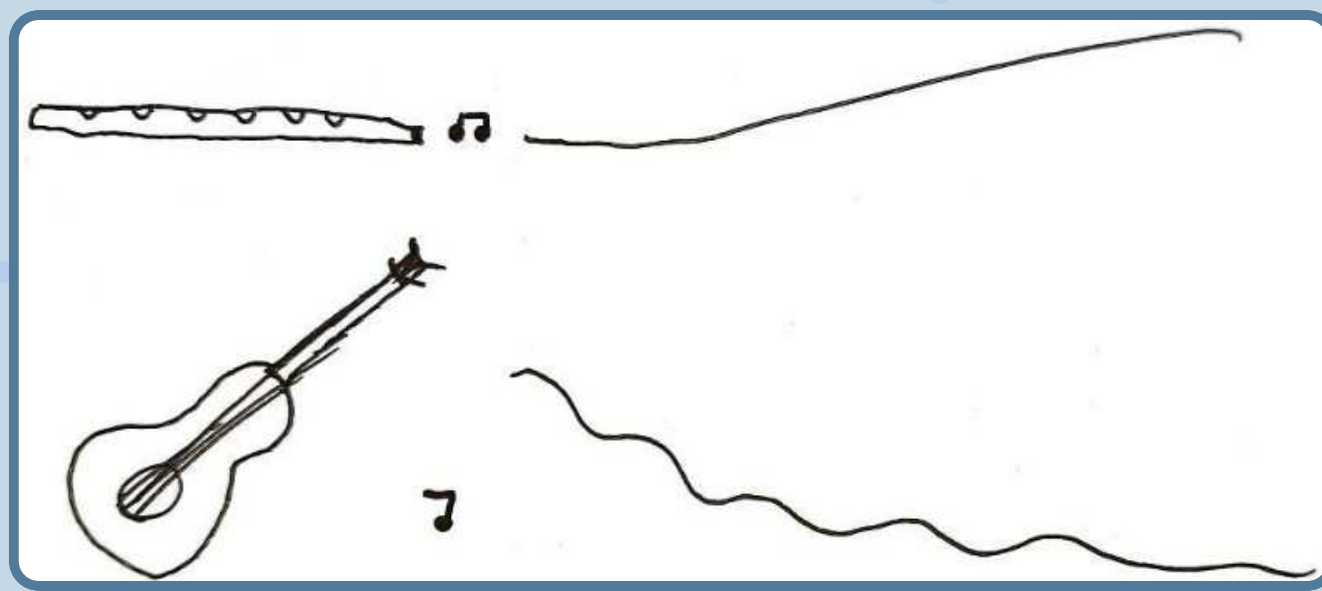


Nas palavras de Lopes e Pozebon (2018):

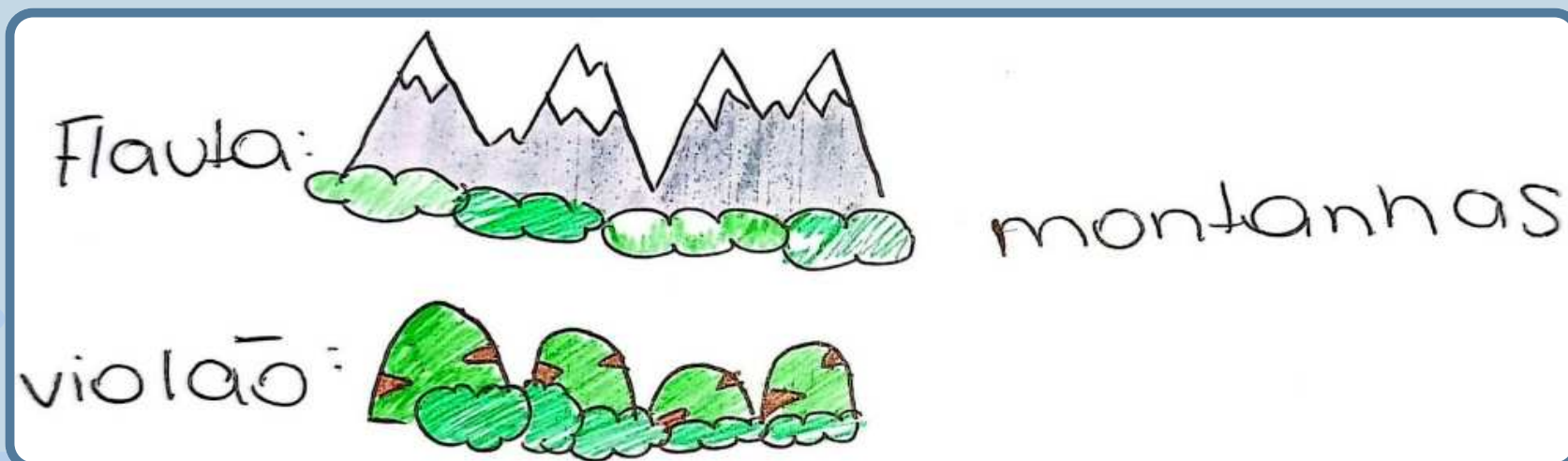
Percebe-se que, na interação entre os sujeitos, é sempre possível que um deles assuma o papel de mediador e promova o desenvolvimento do outro, o que ratifica a ideia de que a apropriação de conhecimentos acontece do plano social para o individual (LOPES E POZEBON, p. 362, 2018).



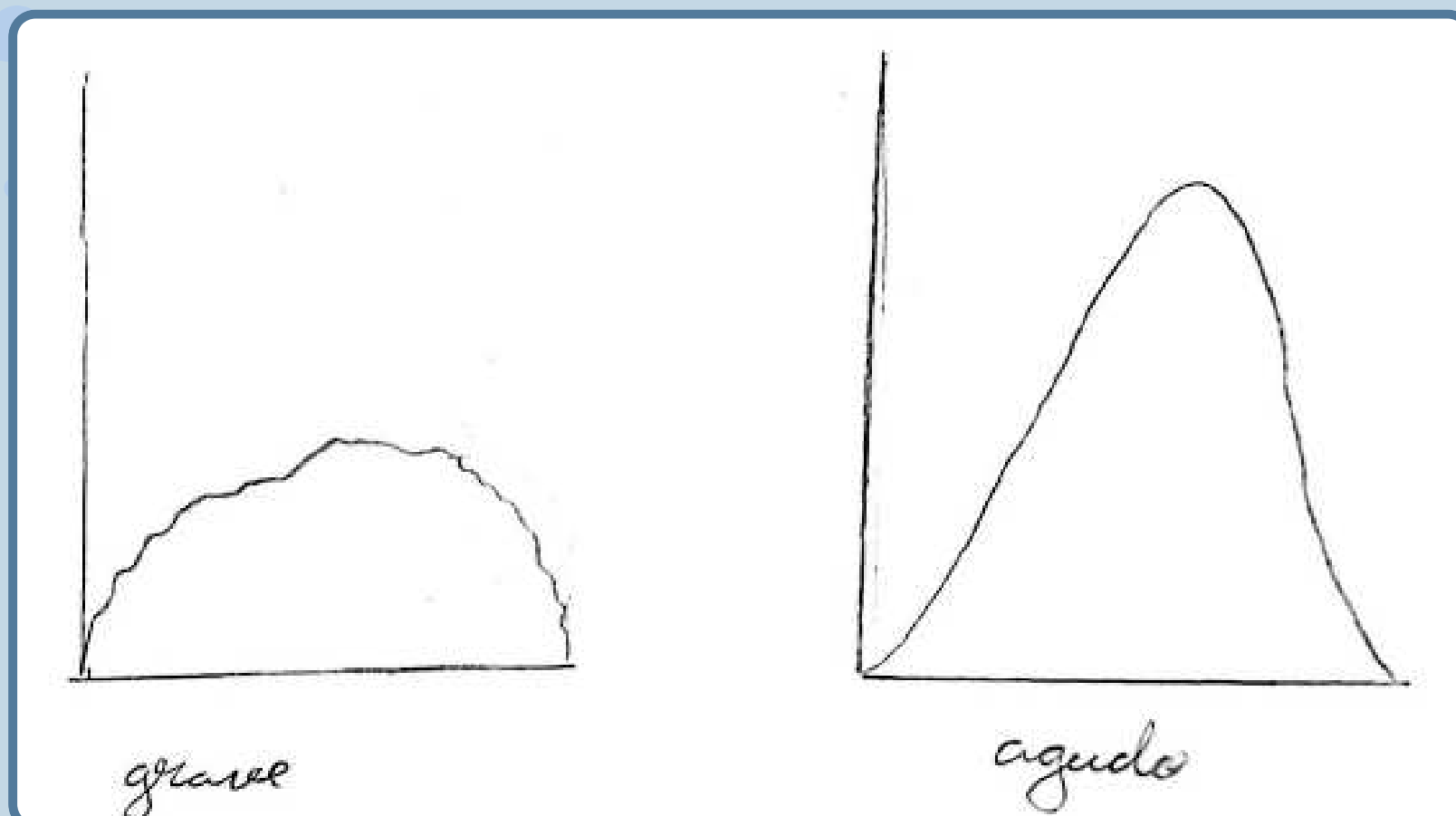
- É possível que, para realizar a representação, os estudantes peçam para que seja reproduzida mais de uma vez a gravação da nota nos diferentes instrumentos.
- É esperado que, nesta primeira aproximação com o tema trabalhado na história, os estudantes recorram à memória e aos diferentes conhecimentos que possuem para representar graficamente cada som, traduzindo os pensamentos e a própria imaginação na forma de registros, como seguem alguns exemplos a seguir:



Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.



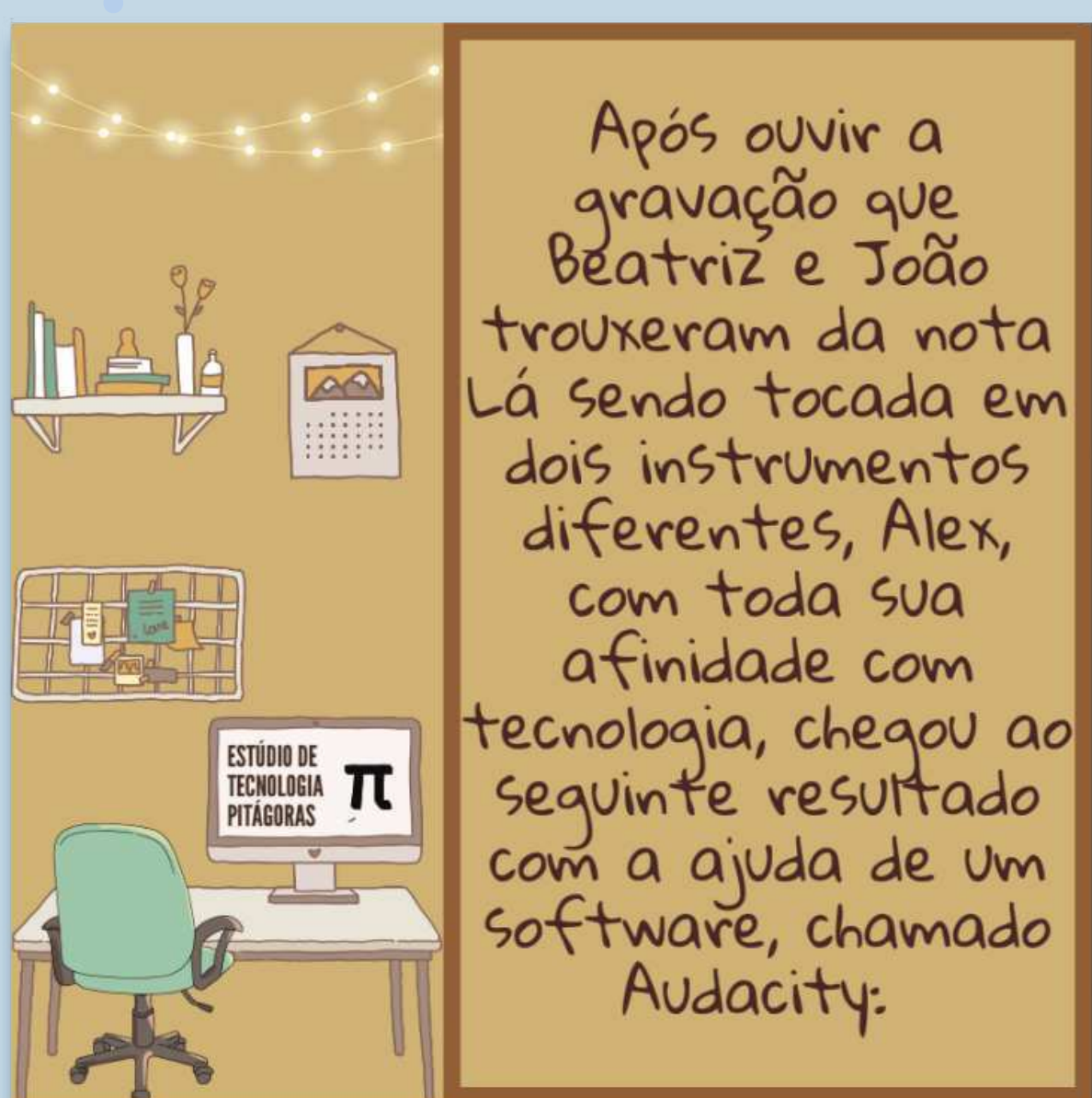
Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.



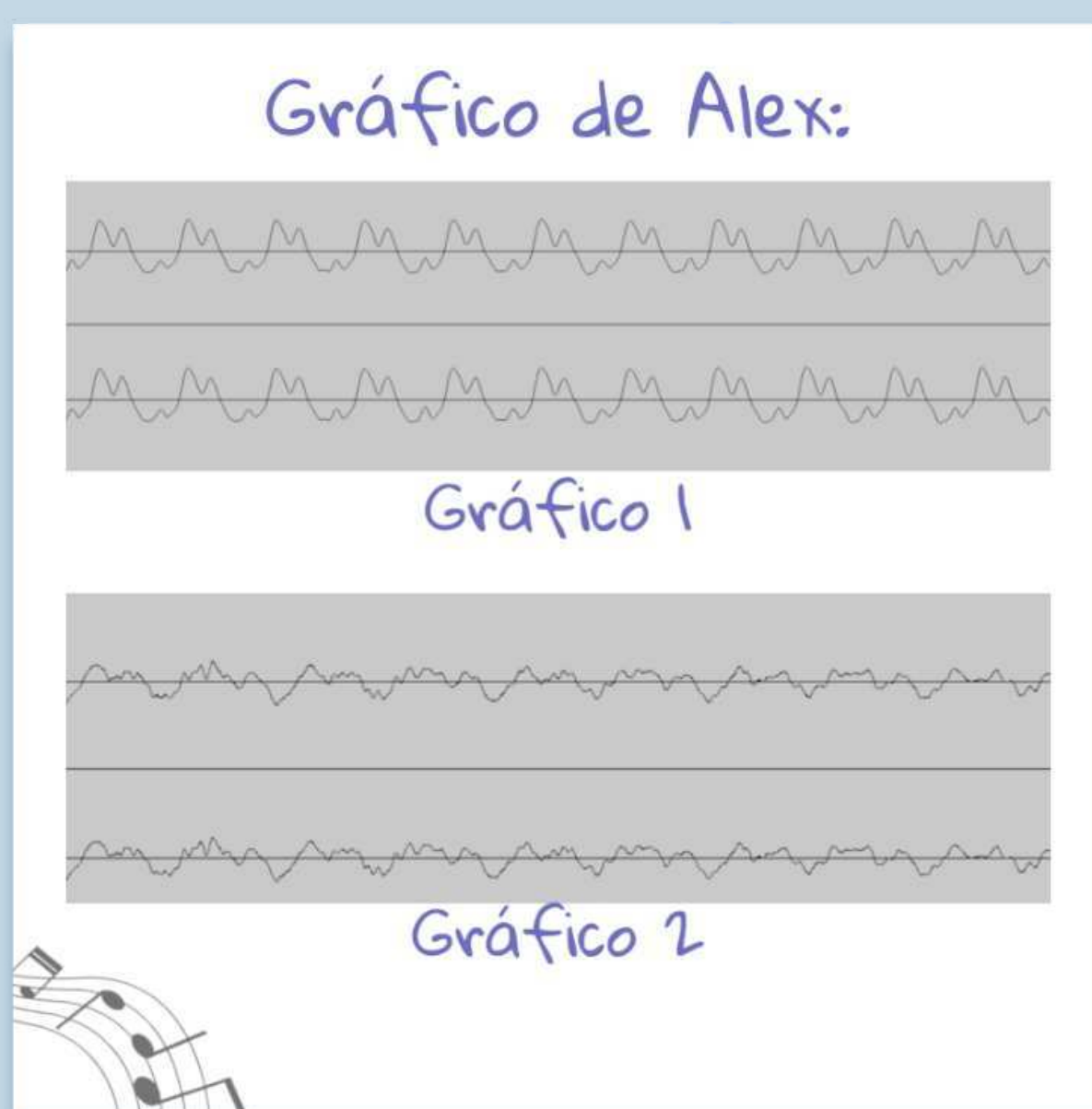
Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.



PARTE 2: REVELANDO O MISTÉRIO



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

ATENÇÃO, PROFESSOR (A)!

A seguir, será feita a apresentação do segundo problema desencadeador.



Qual gráfico
você associa a cada
instrumento?
Como você chegou a esse
resultado?



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



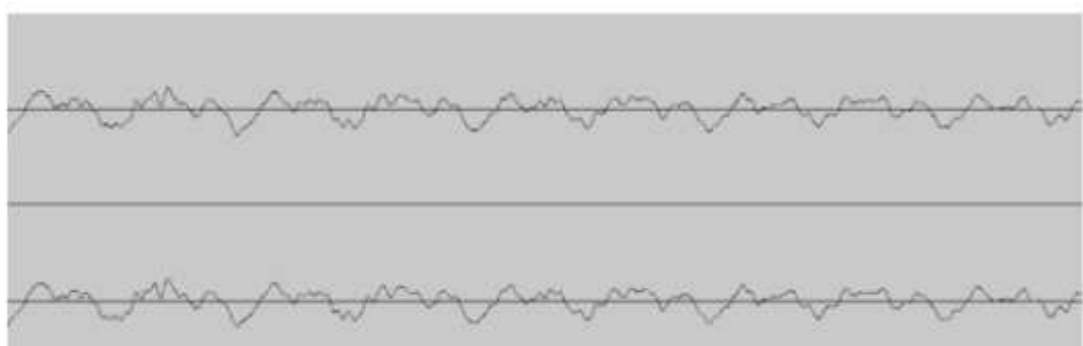
As sugestões e encaminhamentos metodológicos para o desenvolvimento deste segundo problema desencadeador serão feitos em conjunto com as do terceiro problema, após sua apresentação.



Agora sim! Eis o gráfico de Alex:



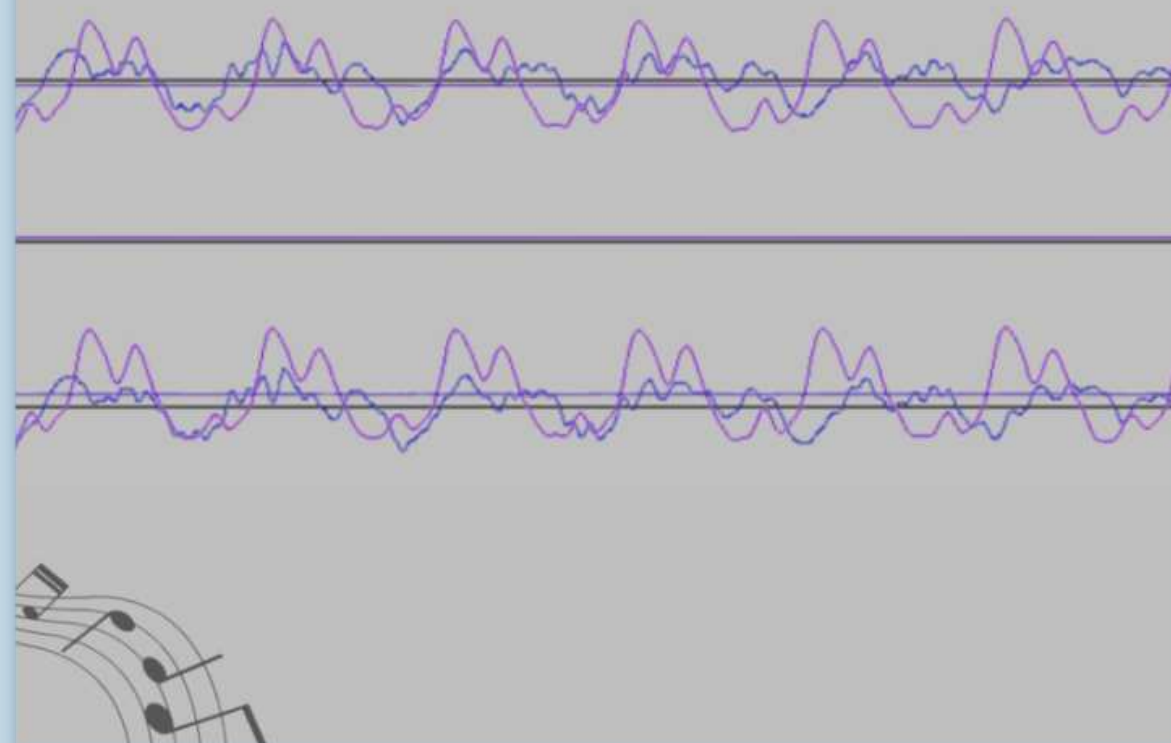
Nota Lá na flauta



Nota Lá no violão

Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Juntando as duas representações:



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

ATENÇÃO, PROFESSOR (A)!

A seguir, será feita a apresentação do terceiro problema desencadeador.



A central illustration on a light blue background. A green rectangular board is pinned to the wall. On the left side of the board, a young man with black hair and a brown turtleneck looks towards the center. On the right side, a young woman with dark skin and her hair in two buns looks towards the center. The board contains a question in blue handwritten text: "Que diferenças podemos observar e concluir com o gráfico?". In the top right corner of the board, there are three white icons: a speech bubble, a group of three people, and a small star-like symbol.

Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



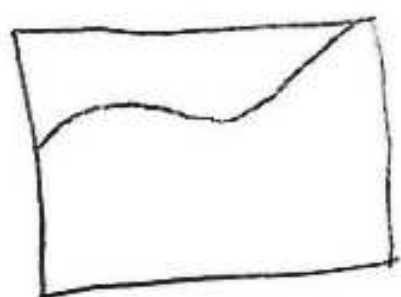
Encaminhamentos metodológicos para a sala de aula: sugestões

- Novamente, sugere-se que a sala esteja dividida em grupos para a realização destas duas SDAs.
- Posterior à continuação da história, à apresentação de cada problema desencadeador e seus gráficos, a sugestão é que após cada momento de registro, primeiro nos pequenos grupos e depois na síntese coletiva, o professor discuta com a turma sobre as representações feita por eles anteriormente e os gráficos feitos pela personagem Alex, levantando mais problemas desencadeadores como, por exemplo, se algum deles se aproximou do resultado, quais diferenças eles encontraram entre os próprios registros e o gráfico original, além de outros questionamentos. Tais questões favorecem a aproximação e entendimento do conceito trabalhado.

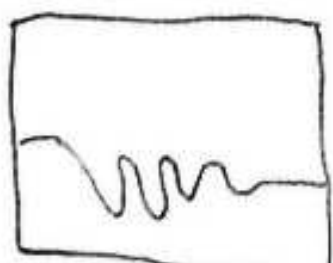


- Nestas duas situações de ensino, é esperado que os estudantes se aproximem dos nexos de função interdependência e variável, de modo a chegar em registros como os mostrados a seguir:

Há Mudanças devido a diferença dos instrumentos, a flauta é um instrumento de sopro e o violão é um instrumento de corda com uma espécie de caixa com uma única saída, diferente da flauta que tem várias



FLAUTA SOM AGUDO



VIOLÃO SOM GRAVE

O gráfico um é relacionado ao som do Violão, por conta das ondas sonoras serem mais limpas.

Já o gráfico dois é relacionado a flauta pois as ondas são mais irregulares.

Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.



PARTE 3: NOVAS INQUIETAÇÕES

Após finalmente terem desvendado o mistério do mesmo acorde sendo tocado em dois instrumentos diferentes e a partir do que aprenderam naquela tarde no estúdio de Alex, Beatriz e João se sentiram motivados a pesquisar mais sobre o assunto:



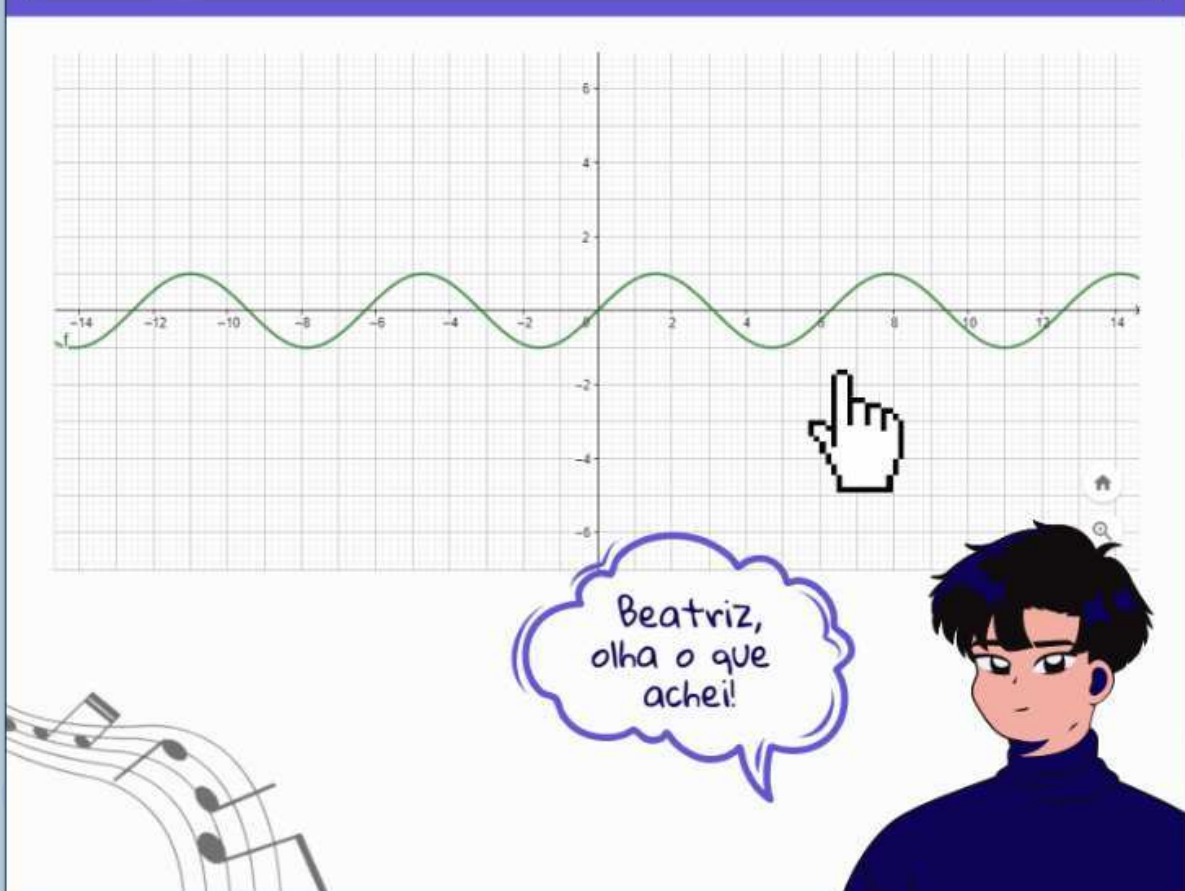
Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Beatriz e João buscaram na internet mais sobre o tema e encontraram algumas representações gráficas que lembravam aquela que Alex apresentou para eles.



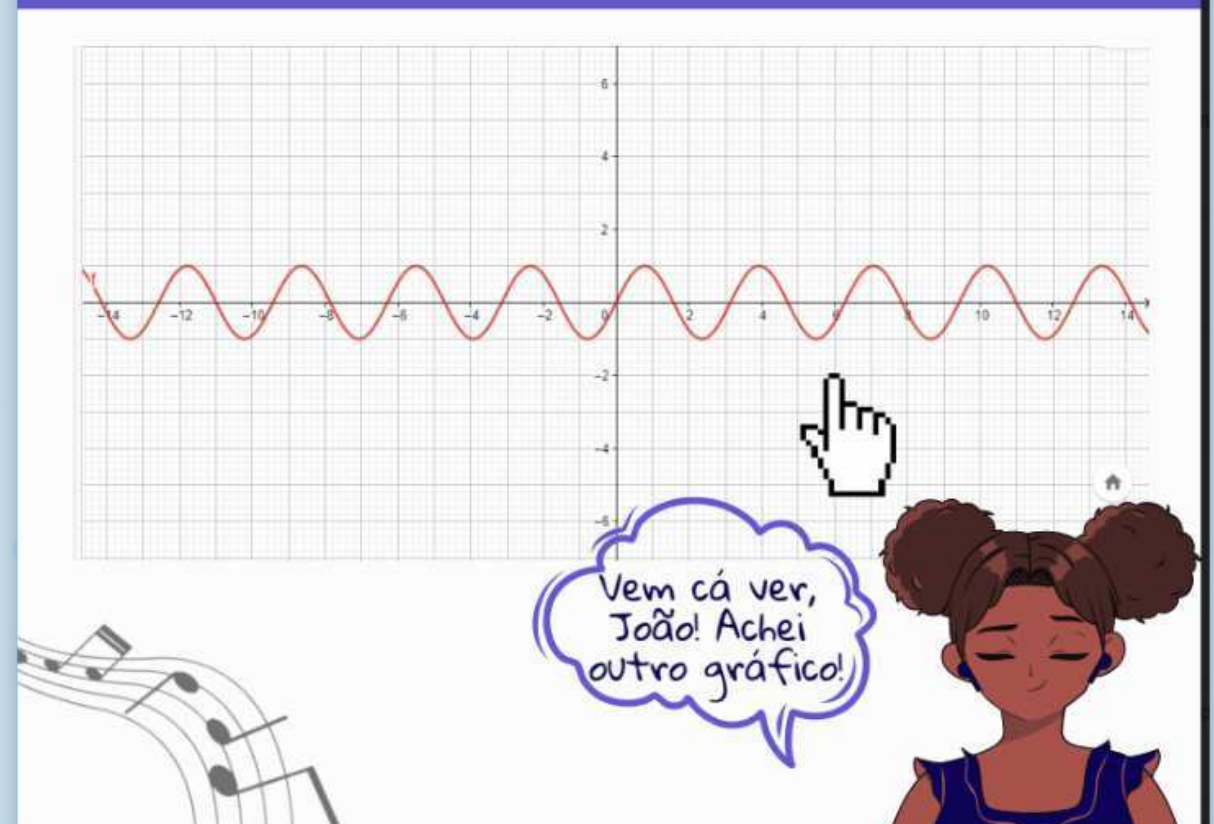
Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

João foi o primeiro a encontrar uma representação gráfica em um aplicativo chamado GeoGebra:



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Beatriz, com mais tempo de busca, também encontrou uma representação gráfica no mesmo aplicativo.




Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



A dupla resolveu então analisar os gráficos para encontrar as diferenças. Para facilitar a tarefa, Beatriz sugeriu que juntassem as duas representações



Se juntarmos os dois gráficos em um só, vai ficar mais fácil de encontrar as diferenças!



Fonte: História Virtual Matemática, 2013.

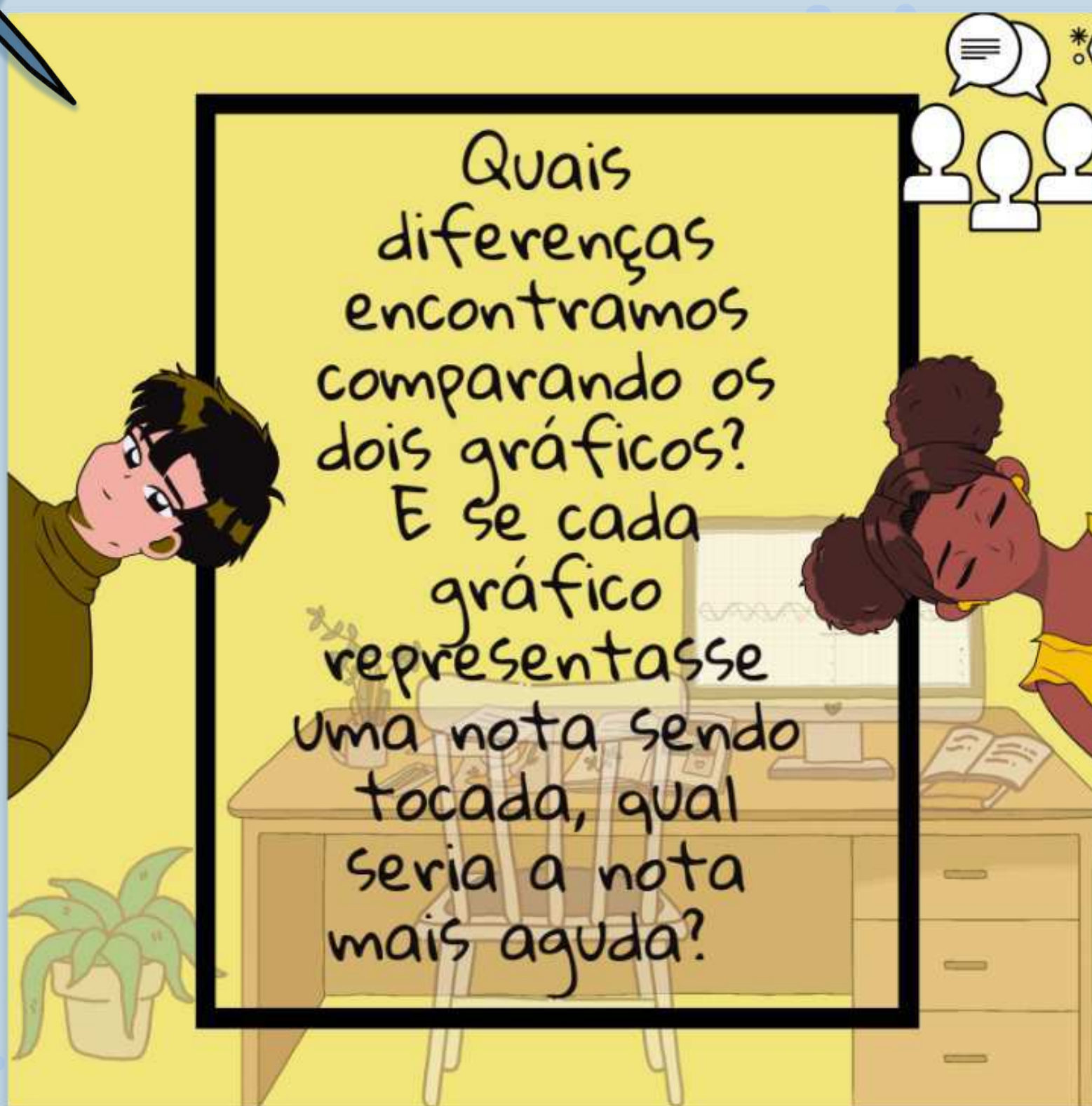
E assim ficou a junção dos gráficos de João e Beatriz:



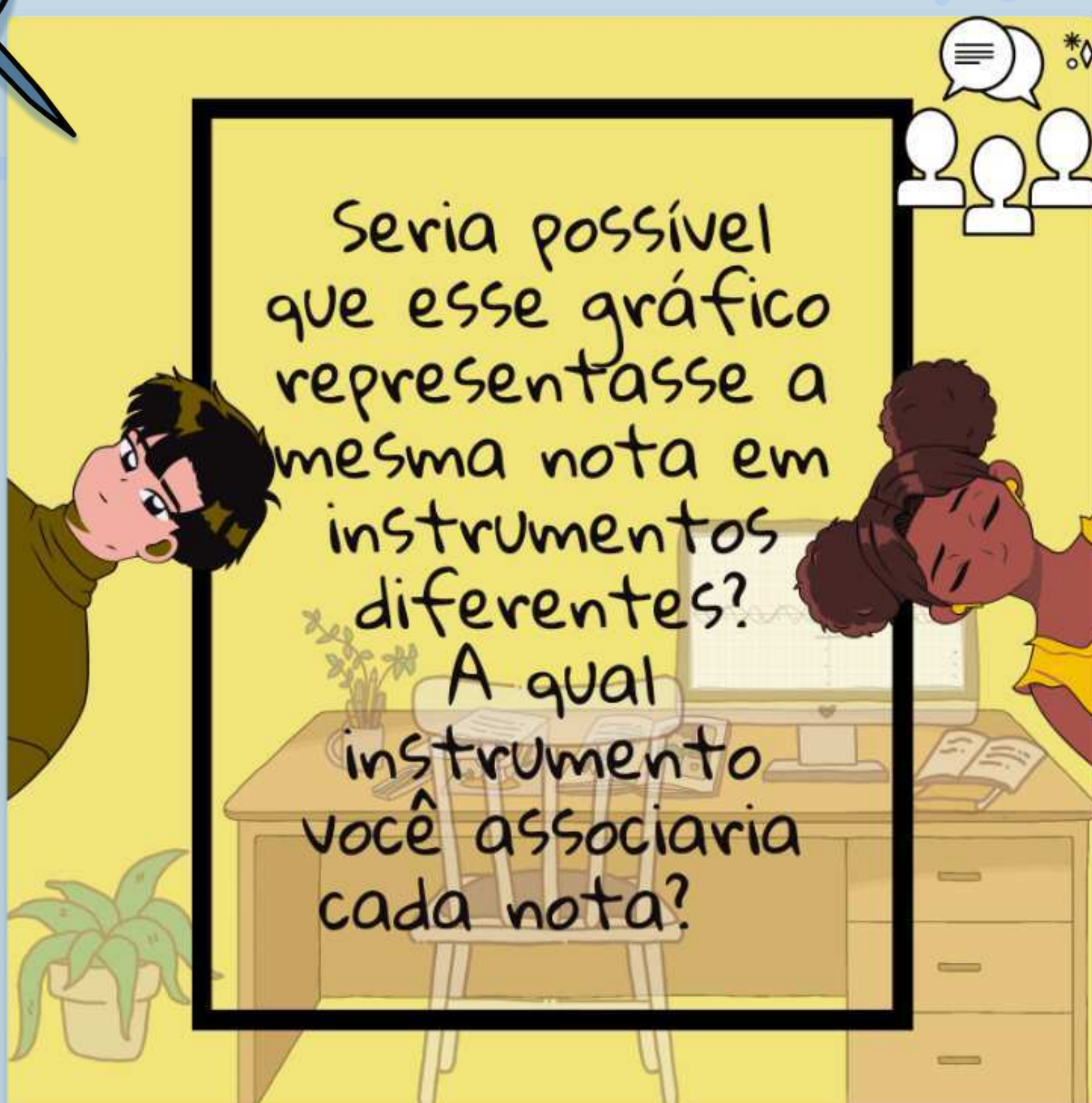
Fonte: História Virtual Matemática, 2013.

ATENÇÃO, PROFESSOR (A)!

A seguir, serão feitas as apresentações do quarto e quinto problemas desencadeadores.



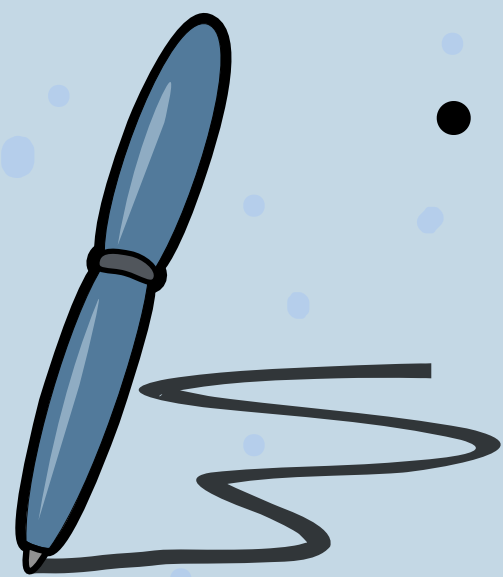
Fonte: História Virtual Matemática, 2023.




Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



Encaminhamentos metodológicos para a sala de aula: sugestões

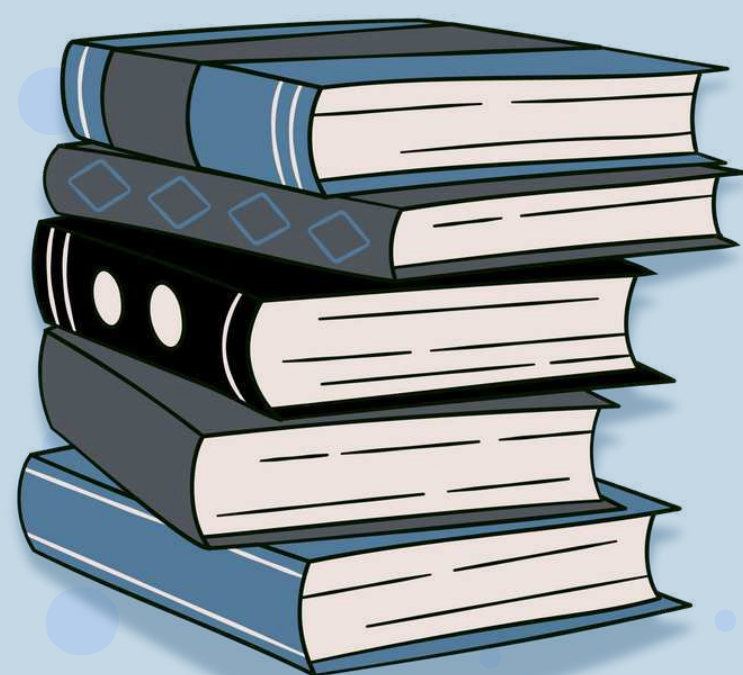


- Como encaminhamentos para esta parte do desenvolvimento das SDAs, após a leitura e apresentação dos problemas, com os estudantes já em seus grupos, o professor pode incentivar que discentes que possuem afinidade com a música utilizem seus conhecimentos para fazer o registro, assim como compartilhar o que sabem com os demais estudantes, trazendo elementos do cotidiano para resolver as situações.
- O professor também pode ampliar ou alterar parâmetros das funções dos gráficos apresentados para contribuir com o diálogo com os estudantes, ao clicar no hiperlink disponível no ícone  na história original, direcionando ao aplicativo GeoGebra.
- E, depois do momento de registro individual e nos pequenos grupos, para a síntese coletiva, além de pedir que os grupos compartilhem os resultados para fomentar a discussão, o professor pode utilizar de questionamentos, que englobam conhecimentos anteriores para auxiliar na compreensão e apropriação dos conhecimentos propostos pela história, tais como:

- Vocês que já viram gráficos antes, conseguem lembrar por meio de quê surge a representação um gráfico?
- O que significaria dizer que alguém desafinou? O que mudaria no gráfico?
- Acham que são representados pelo mesmo "tipo" de função? Qual seria?



- Tais questionamentos auxiliarão para o momento em que o professor poderá apresentar para os estudantes a função a qual a história busca explicar, que é a função trigonométrica seno.
- Para este momento, sugere-se que o professor revele que, todos os gráficos vistos na História eram representações da função trigonométrica seno e que o próprio som é representado por funções trigonométricas, chamadas de ondas senoidais.
- Este momento busca, além de nomear os conceitos vistos e registrados pelos estudantes, mostrar a eles que foi possível assimilar um conteúdo ainda não visto a partir de outra abordagem didática, que rompe com o método tradicional de ensino.
- Por fim, no desenvolvimento das situações de ensino, é esperável dos estudantes a aproximação dos nexos conceituais de função interdependência, variável e fluência alcançando resultados como os mostrados nas respostas a seguir:



1 - acredito que o primeiro gráfico seja mais agudo por ser mais "fino" ou também pode ser que os dois gráficos sejam o mesmo mas o primeiro esteja "empurrado".

Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.

Quando negativo e mais espaçado, a impressão que possa ser de ser um som mais grave (o gráfico azul), enquanto o mais agudo seria o laranja.

Laranja: mais comprimida, possa a impressão de ser mais contínua.

Azul: maior espaçamento entre as ondas.

Acredito que a maior diferença tenha sido o tom de cada instrumento.

Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.

① O agudo é o gráfico de cima por ser mais estreita e ser positiva e ter mais repetições

Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.

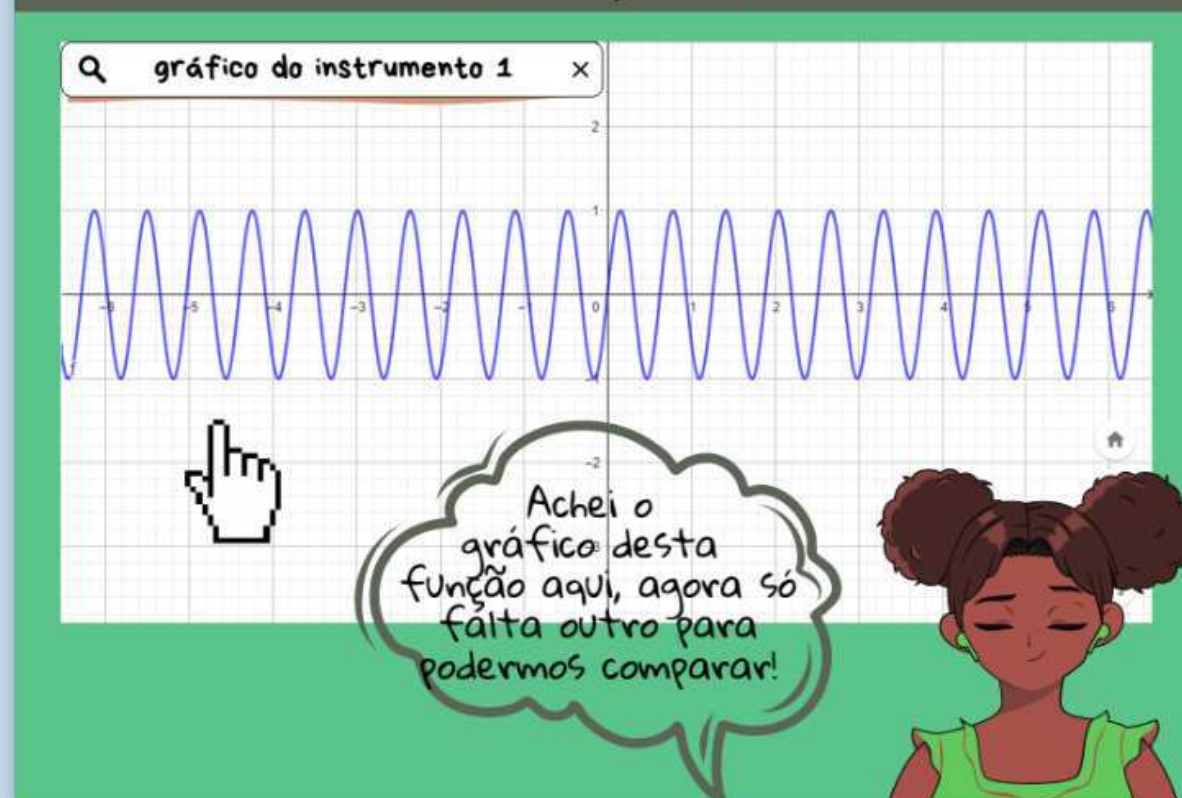


Depois de se dedicarem ao estudo inicial dos gráficos das funções e de resolverem todas as dúvidas, Beatriz e João resolveram solucionar uma última questão restante:



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Beatriz mostrou o gráfico da função que havia encontrado e logo a dupla começou a pensar em outro gráfico para que eles pudessem fazer a comparação que queriam.



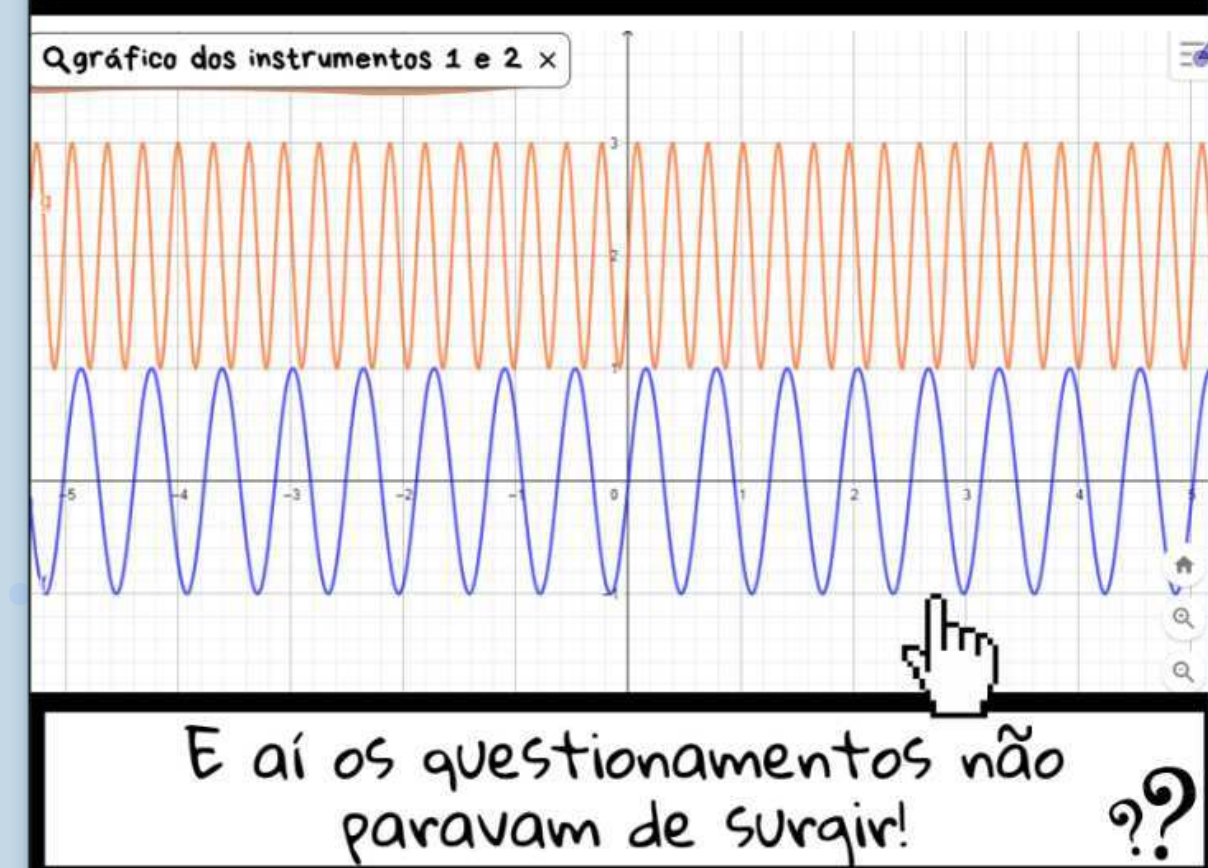
Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Após um tempo de procura, João também encontrou um gráfico para comparar com a achada por Beatriz.



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

Novamente, após encontrarem os dois gráficos, a dupla os juntou para facilitar a comparação. E ficou assim:



Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



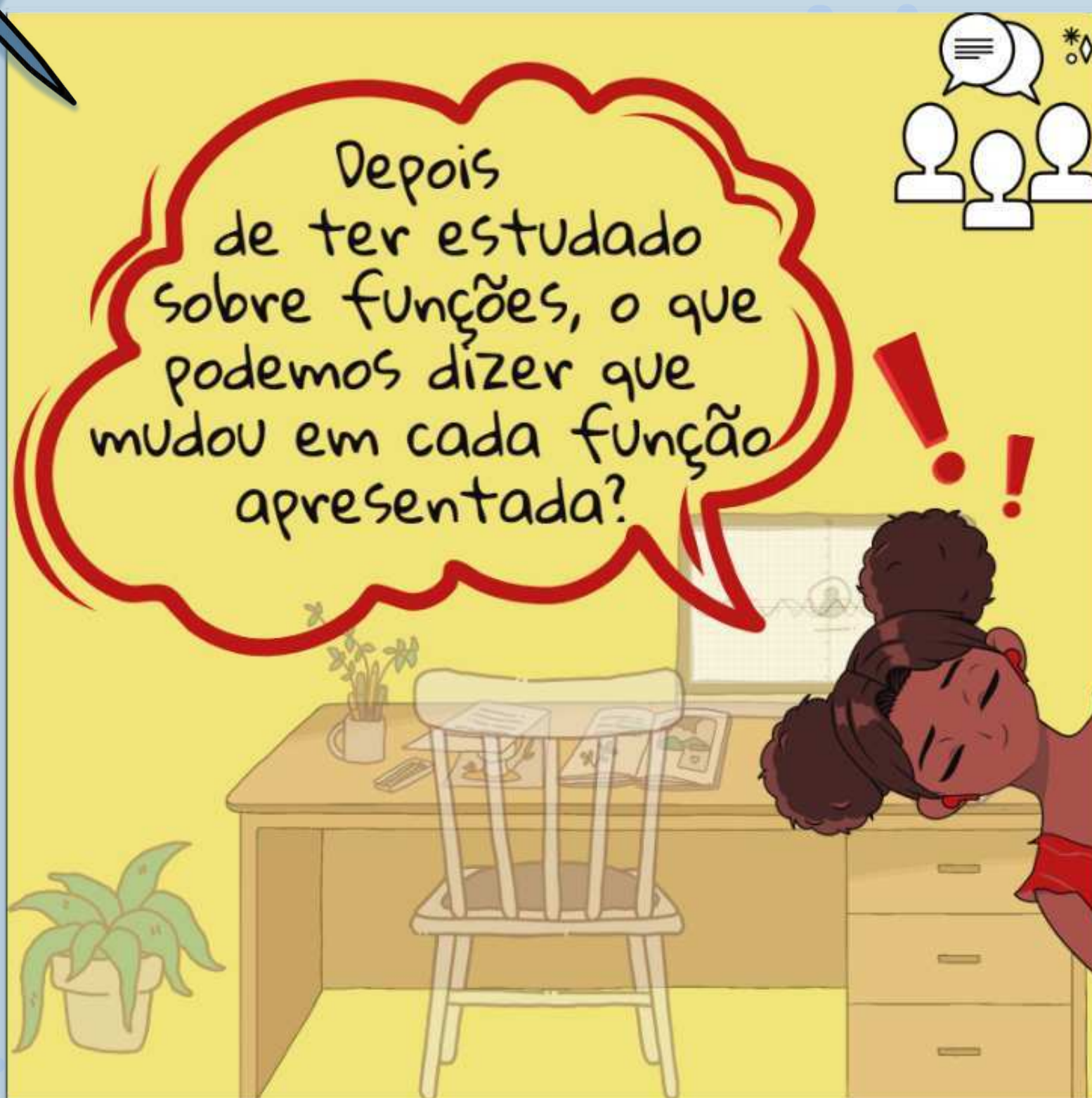
ATENÇÃO, PROFESSOR (A)!

A seguir, serão feitas as apresentações do sexto, sétimo e oitavo problemas desencadeadores.



Pensando nos gráficos como representação do som de dois instrumentos qual função seria do instrumento mais agudo? Qual função seria do instrumento mais grave?

Fonte: História Virtual Matemática, 2023.




Fonte: História Virtual Matemática, 2023.

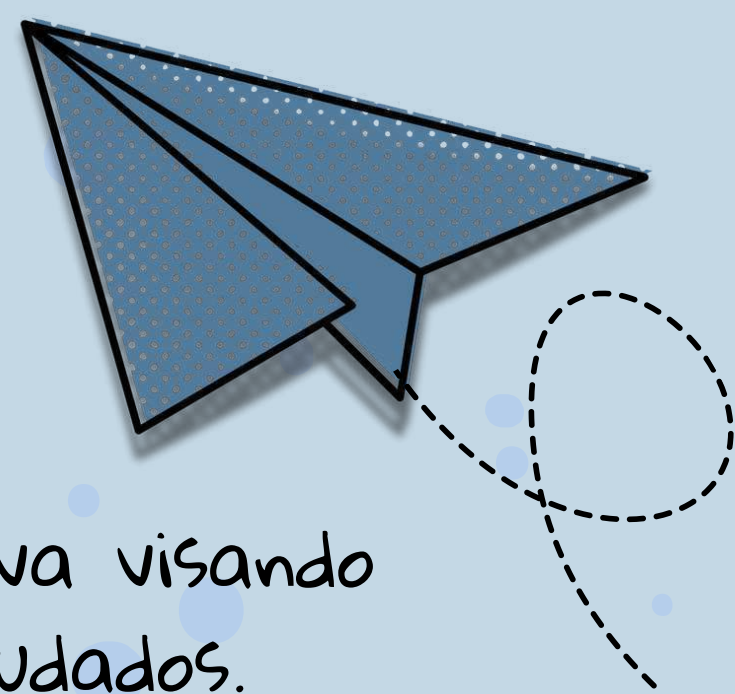


Fonte: História Virtual Matemática, 2023.



Encaminhamentos metodológicos para a sala de aula: sugestões

- Para esta última parte da aplicação das SDAs e da história, reitera-se as indicações feitas anteriormente, sendo elas: a divisão de grupos, leitura da história, apresentação dos problemas, registro primário feito individual, depois coletivo nos pequenos grupos e, por fim, a síntese coletiva visando subsidiar as compreensões sobre os conceitos estudados.
- Para os gráficos apresentados nesta parte final, o professor também tem a opção de ampliar ou alterar os parâmetros das funções dos gráficos apresentados para fomentar a discussão dos problemas, ao clicar no hiperlink disponível no ícone  na história original, que redirecionará para o GeoGebra.
- Tendo em vista a apresentação da função seno e seus parâmetros feita anteriormente, sugere-se que o professor explore esta novidade de modo a trazer mais problemas desencadeadores para enriquecer os diálogos e favorecer a consolidar a apropriação dos conceitos. Seguem alguns exemplos de questionamentos:



- Se fosse o gráfico somente do $\cos(x)$, a partir do que vocês já sabem, o que mudaria?
- Para deixar mais agudo ou mais grave, qual parâmetro seria necessário modificar?
- De que forma as representações do GeoGebra auxiliaram?
- Será que existem mais campos que articulam com a matemática?



- Resumidamente, para estas últimas situações de ensino, espera-se que os estudantes consigam se aproximar se aproximar dos nexos conceituais de função variável, interdependência e fluência, contemplando registros como os mostrados a seguir:

- Mudou o espaçamento e uma tem mais espaço que a outra

— //

- Para diminuir teria que encurta-lo e esticá-lo para cima

Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.

apenas apertar mais a roda azul já que os dois gráficos tem a mesma altura

Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.

③ Teria que estruturar o gráfico e aumentar para o positivo para ser o gráfico.

Fonte: Estudantes participantes da pesquisa, 2023.



- Um último ponto a ser destacado para a finalização da história com os estudantes é um momento para dialogar e avaliar as aulas em que foram desenvolvidas as situações de ensino, seja por meio de uma rodada de perguntas ou uma roda de conversa informal. O professor pode retomar algumas situações, pedir para que os estudantes compartilhem suas opiniões, facilidades e dificuldades, para que se possa criar um momento de avaliação das ações e resultados, tanto por parte do professor como por parte dos próprios estudantes bem como a percepção do que foi aprendido, aprofundado e apropriado ao longo dos encontros. Desta maneira, os estudantes têm a oportunidade de resgatar como reconheceram algumas relações, seja nos pequenos grupos ou por meio das sínteses coletivas.

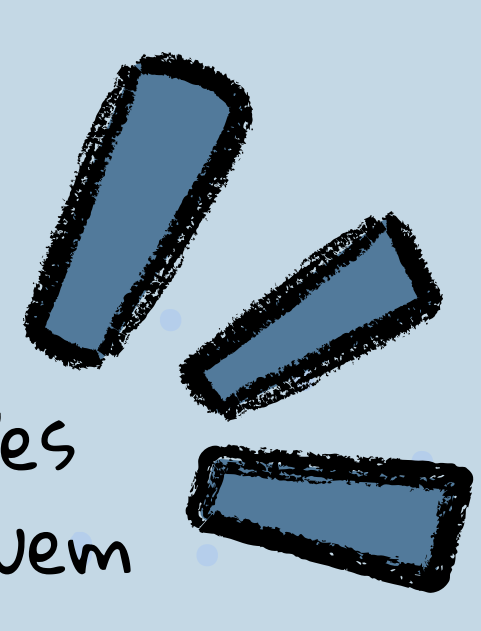
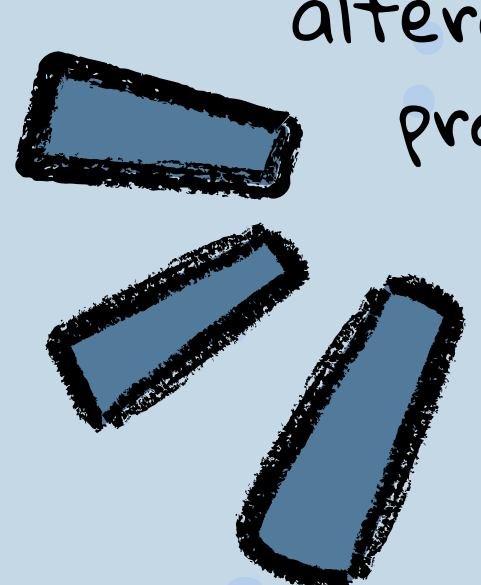
E assim, chegamos ao fim!



Se você, professor(a), gostou deste material, compartilhe com outros professores!

Foi um prazer dividir este trabalho com você. Espero que não somente lhe auxilie na atividade de ensinar mas também que incentive a conhecer mais e, quem sabe, criar novas situações Desencadeadoras de Aprendizagem! Me despeço por aqui com uma citação especial:

Ter a profissão de professor é organizar situações cujos resultados são as modificações do sujeito a quem intencionalmente visamos modificar. É claro que na sociedade as múltiplas interações são situações de ensino e aprendizagem. Basta interagirmos para que tenhamos aprendizagens. Na interação, partilhamos significados. Modificamos a realidade cognitiva dos sujeitos com quem interagimos e ao mesmo tempo estamos sofrendo alterações em nossos esquemas cognitivos no esforço de produzir sínteses que possibilitem comunicar nossas intenções (Moura 2001, p. 144).





REFERÊNCIAS

ELKONIN, D. B. **Psicologia do Jogo**. Tradução: Álvaro Cabral. São Paulo: Martins Fontes, 1988.

FERREIRA, T. C. S.; SCHLICKMANN, M. S. P. **A teoria histórico-cultural e a educação escolar numa perspectiva humanizadora**. Revista Ibero-Americana de Estudos em Educação, Araraquara, v. 17, n. esp. 1, p. 0643-0660, mar. 2022. e-ISSN: 1982-5587. DOI: <https://doi.org/10.21723/riaee.v17iesp.1.15753>

LEONTIEV, A. N. (1987). **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Nova Horizonte.

MORETTI, V.D.; MARTINS, E.; SOUZA, F. D. de. **Método histórico-dialético, teoria histórico-cultural e educação**: algumas apropriações em pesquisas sobre formação de professores que ensinam matemática. IN: MORETTI, V. D. e CEDRO, W. L (orgs.) Educação Matemática e a teoria histórico-cultural: um olhar sobre as pesquisas. Campinas: Mercado de Letras, 2017.

MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como unidade formadora**. Bolema, ano II, nº 12, 1996.

MOURA, M. O. de. **A atividade de ensino como ação formadora**. IN: CASTRO, A. D. de; CARVALHO, A. M. P. de. Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e média. São Paulo: Pioneira, 2001.

MOURA, M. O. de et al. **Atividade Orientadora de Ensino**: unidade entre ensino e aprendizagem. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr. 2010c.

MOURA, M. O. de, ARAUJO, E. S., SERRÃO, M. I. B. **Atividade Orientadora de Ensino**: fundamentos. Linhas Críticas, Brasília, DF, 2018, v.24 -Ahead of print, p.411- 430.DOI: <https://doi.org/10.26512/lc.v24i0.19817>.

MOURA, M. O. de; LANNER de MOURA, A. R. **Escola**: um espaço cultural. Matemática na educação infantil: conhecer, (re)criar - um modo de lidar com as dimensões do mundo. São Paulo: Diadema/SECEL, 1998.

POZEBON, S; LOPES, A. R. L. V. (2018). **A aprendizagem da docência de futuros professores no ensino de matemática:** reflexões a partir de ações desenvolvidas na escola. Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, 99(252), 350-369. <https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.99i252.3414>.

RUBTSOV, V. V. **A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares.** In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista: escolas russa e ocidental. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 129-137.

SOUSA, M. C. de. **O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática.** Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, p. 40-68, 2018.

SOUSA, M. C. de; MOURA, M. O. de. **Estudo das historiografias de Paul Karlson, Konstantin Ríbnikov, Howard Eves e Bento de Jesus Caraça:** diferentes modos de ver e conceber o conceito de função. Ciência & Educação (Bauru), v. 25, p. 1081-1099, 2019.

STRASSEMAN, T. G. **Introdução ao conceito de função e teoria histórico cultural:** uma proposta para o ensino médio em meio à pandemia covid-19. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo- Cefor, Espírito Santo, 2021.

