

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

RODRIGO DO NASCIMENTO E SILVA

**COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ESTRUTURA TIPO TORRE: PULVERIZADOR
DE POMAR, ESTUDO DE CASO**

PONTA GROSSA

2024

RODRIGO DO NASCIMENTO E SILVA

**COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ESTRUTURA TIPO TORRE: PULVERIZADOR
DE POMAR, ESTUDO DE CASO**

Dynamic behavior of tower type structure: orchard sprayer, case study

Tese apresentada como requisito para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção, do Programa de Pós - Graduação em Engenharia de Produção – PPGEPP da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. José Manoel Balthazar.

Coorientador: Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset.

PONTA GROSSA

2024



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



RODRIGO DO NASCIMENTO E SILVA

COMPORTAMENTO DINÂMICO DE ESTRUTURA TIPO TORRE: PULVERIZADOR DE POMAR, ESTUDO DE CASO

Trabalho de pesquisa de doutorado apresentado como requisito para obtenção do título de Doutor Em Engenharia De Produção da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Gestão Industrial.

Data de aprovação: 24 de setembro de 2024

Dr. Jose Manoel Balthazar, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Clivaldo De Oliveira, Doutorado - Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD)

Dr. Hugo Valadares Siqueira, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Jeferson Jose De Lima, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Jorge Luis Palácios Felix, Doutorado - Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 24/09/2024.

Dedico esta tese à minha querida esposa Marilay.
Sem ela por perto os resultados não seriam os
mesmos. Grato pela sua compreensão e presença

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus.

Minha Esposa e meus filhos pela paciência e compreensão, pelo tempo que foi dedicado para conclusão dessa pesquisa.

Ao orientador José Manoel Balthazar.

Ao co-orientador Ângelo Marcelo Tusset.

A coordenação do curso.

Ao colega de pós-graduação Mauricio Ribeiro.

Aos professores.

A Secretaria do Curso, pela cooperação.

Aos Membros da Banca Examinadora.

Aos colegas do doutorado.

“Pensar é o trabalho mais difícil que existe. Talvez por isso tão poucos se dediquem a ele.”

(Henry Ford, 1928)

RESUMO

Os pulverizadores de torre desempenham um papel vital na agricultura, sendo projetados para aplicar pesticidas e fertilizantes de forma eficaz. A dinâmica deste equipamento, especialmente a vibração da torre, desempenha um papel crucial no sucesso das operações agrícolas. Analisar e entender essa vibração é fundamental para garantir a precisão da aplicação, minimizando as variações na distribuição química. Esse entendimento contribui diretamente para a cobertura uniforme da planta, melhorando a eficiência da pulverização e reduzindo as perdas de insumos. Além disso, a análise prática da vibração estende a vida útil dos componentes da torre, otimiza a segurança operacional e promove a eficiência energética ao reduzir o consumo de combustível. A estabilidade da torre se torna crucial para evitar derramamentos e garantir o uso eficiente dos recursos disponíveis. Em suma, a dinâmica e a análise de vibração em pulverizadores de torre são elementos essenciais para a aplicação precisa, eficiente e segura de insumos agrícolas. Essa abordagem promove práticas sustentáveis e contribui significativamente para o sucesso das operações agrícolas. Como resultado deste estudo, utilizando ferramentas de computacionais como o *software MATLAB*[®], empregando métodos de *Runge-Kutta* e Transformada Rápida de Fourier (FFT), analisando a dinâmica não linear do pulverizador, foi obtido uma redução de 23,68% na amplitude de vibração do reboque.

Palavras-chave: pulverizadores de torre; vibração; dinâmica; precisão na pulverização; eficiência agrícola.

ABSTRACT

Tower sprayers play a vital role in agriculture, being designed to apply pesticides and fertilizers effectively. The dynamics of this equipment, especially tower vibration, play a crucial role in the success of agricultural operations. Analyzing and understanding this vibration is essential to ensure application precision, minimizing variations in chemical distribution. This understanding directly contributes to uniform plant coverage, improving spraying efficiency and reducing input losses. Additionally, practical vibration analysis extends the life of tower components, optimizes operational safety and promotes energy efficiency by reducing fuel consumption. Tower stability becomes crucial to prevent spills and ensure efficient use of available resources. In short, vibration dynamics and analysis in tower sprayers are essential elements for the accurate, efficient and safe application of agricultural inputs. This approach promotes sustainable practices and significantly contributes to the success of agricultural operations. As a result of this study, using computational tools such as MATLAB® software, using Runge-Kutta and Fast Fourier Transform (FFT) methods, analyzing the nonlinear dynamics of the sprayer, a reduction of 23.68% in the amplitude of trailer vibration.

Keywords: tower sprayers; vibration; dynamics; application precision; agricultural efficiency.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|-----|
| Figura 1 - Circuito hidráulico de um pulverizador tipo torre | 22 |
| Figura 2 - Pulverizador costais | 34 |
| Figura 3 - Pulverizador tratorizados | 35 |
| Figura 4 - Pulverizador autopropelidos | 36 |
| Figura 5 - Pulverizador aéreos | 37 |
| Figura 6 - Pulverizador manual estacionário. | 38 |
| Figura 7 - Pulverizador Torre para plantações de árvores frutíferas | 39 |
| Figura 8 - Pulverizador tipo torre | 40 |
| Figura 9 - Amortecedor MR | 42 |
| Figura 10 - (a) Microfotografia MR sem campo magnético, (b). Microfotografia MR com um campo magnético aplicado com cadeias paralelas de ferro carbônio. | 44 |
| Figura 11 - Modelo de Bingham para amortecimento controlável | 45 |
| Figura 12 - Modelo proposto por Gamota e Filisko, 1991 | 46 |
| Figura 13 - Modelo Bouc-Wen para amortecedor MR | 47 |
| Figura 14 - Modelo mecânico de um amortecedor MR proposto por Spencer <i>et al.</i> , 1997. | 48 |
| Figura 15 - Pulverizador Torre de Pomar | 56 |
| Figura 16 - Simplificações do modelo real, a) esquema do pulverizador, b) primeira simplificação, c) segunda simplificação, d) terceira simplificação | 56 |
| Figura 17 - Modelo Simplificado do pulverizador de torre - a) em posição de equilíbrio - b) fora de posição de equilíbrio. | 57 |
| Figura 18 - Modelo matemático teórico do pulverizador tipo torre..... | 67 |
| Figura 19 - Representação de um motor de corrente contínua..... | 73 |
| Figura 20 - Parâmetros estruturais e sua influência na movimentação dos pulverizadores | 83 |
| Figura 21 - Parâmetros das forças não conservativas e sua influência no movimento do pulverizador..... | 84 |
| Figura 22 - Fluxograma de como o trabalho foi realizado | 87 |
| Figura 23 – Modelo Pulverizador simplificado com tanque e circuito hidráulico | 100 |

LISTA DE GRÁFICOS

| | |
|---|----|
| Gráfico 1 - Relação entre Torque x Variação angular | 76 |
| Gráfico 2 - Relação entre Torque x Variação angular | 88 |
| Gráfico 3 – Troca de energia entre Motor CC e Torre | 89 |
| Gráfico 4 – Efeito Sommerfeld com e sem MR | 90 |
| Gráfico 5 - a) deslocamento da roda, b) Deslocamento da carreta c) Deslocamento da torre | 92 |
| Gráfico 6 – Resposta da FFT sem MR | 93 |
| Gráfico 7 – Resposta da FFT com MR | 94 |
| Gráfico 8 – Resposta do Mapa de Fase com e sem MR | 95 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|--|-----------|
| Quadro 1 - Modelos de pulverizadores e sua descrição..... | 21 |
| Quadro 2 - Nomenclatura do modelo | 58 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 - Parâmetros utilizados para as simulações computacionais do modelo matemático | 86 |
| Tabela 2 - Valores dos parâmetros adimensionais para o sistema de suspensão com MR | 91 |
| Tabela 3 - Valores atribuídos aos parâmetros relativos ao amortecedor MR | 91 |

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| | |
|------------------|---|
| AFA | Jato de ar axial |
| DFT | Coeficiente |
| DGPS | sistemas de posicionamento global diferencial |
| FFT | Transformada Rápida de Fourier |
| EUA | Estados Unidos da América |
| MR | Magneto-Reológico |
| N ₂ O | Óxido Nitroso |
| RK4 | Runge-Kutta de quarta ordem |
| SSCDS | Sistema de distribuição de cobertura sólida |
| PWM | Modulação por Largura de Pulso |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|-----------------|---|
| F | Força de Amortecimento |
| F_c | Componente controlável da força de amortecimento |
| F_n | Componente não controlável da força de amortecimento |
| F_v | Força viscoplástica |
| F_a | Força de atrito |
| A_0 | Área do pistão |
| h | Altura de abertura do pistão |
| l | Comprimento da abertura do pistão |
| v | Velocidade do pistão |
| c | Constante |
| B_{mr} | Densidade de fluxo magnético no fluido |
| k_h | Coefficiente de ganho |
| U | Tensão de alimentação |
| τ_0 | Tensão de cisalhamento do fluido |
| R_1 | Raio do cilindro |
| R_2 | Raio do pistão |
| μ | Coefficiente de viscosidade do fluido |
| k_v | Coefficiente de ganho |
| $F_{a,d}$ | Força de amortecimento dinâmico |
| $F_{a,e}$ | Força de amortecimento estático |
| F_e | Força estática |
| D | Coefficiente de ganho do amortecimento dinâmico entre pistão-cilindro |
| β | Parâmetro dependente das características do amortecedor |
| α | Coefficiente de rigidez elástica |
| k_0 | Constante de rigidez elástica |
| c_0 | Coefficiente de amortecimento viscoso |
| \ddot{x} | Aceleração no sentido horizontal x |
| \dot{x} | Velocidade no sentido horizontal x |
| x | Deslocamento no sentido horizontal |
| x_0 | Deslocamento inicial no sentido horizontal |
| \ddot{y} | Aceleração no sentido vertical y |
| \dot{y} | Velocidade no sentido vertical y |
| y | Deslocamento no sentido vertical |
| $\ddot{\phi}_1$ | Aceleração angular da torre |
| $\dot{\phi}_1$ | Velocidade angular da torre |
| ϕ_1 | Deslocamento angular da torre |
| $\ddot{\phi}_2$ | Aceleração angular do motor desbalanceado |
| $\dot{\phi}_2$ | Velocidade angular do motor desbalanceado |
| ϕ_2 | Deslocamento angular do motor desbalanceado |
| γ | Parâmetro dependente das características do amortecedor |
| λ | Constante dependente das características do amortecedor |
| n | Constante |
| z | Varável evolucionaria |
| y | Deslocamento no sentido vertical |
| K_1 | Constante de rigidez elástica do pneu |

| | |
|------------|--|
| k_1 | Constante de rigidez elástica |
| K_2 | Constante de rigidez elástica da suspensão |
| k_2 | Constante de rigidez elástica |
| c_1 | Coefficiente de amortecimento viscoso |
| α_b | Coefficiente de rigidez que depende diretamente da tensão elétrica |
| σ | Parâmetro que depende das características do amortecedor |
| u | Corrente elétrica aplicada a bobina do amortecedor |
| m_1 | massa da roda |
| m_2 | massa da carreta |
| m_3 | massa concentrada dos ventiladores e do motor |

SUMÁRIO

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 16 |
| 1.1 | Objetivos | 24 |
| 1.2 | Justificativa da pesquisa | 24 |
| 1.3 | Contribuição para engenharia de produção | 27 |
| 1.4 | Estrutura do trabalho | 28 |
| 2 | REFERENCIAL TEÓRICO | 29 |
| 2.1 | Síntese histórica sobre o uso de agrotóxicos | 29 |
| 2.2 | Tipos de pulverizadores | 32 |
| 2.2.1 | Pulverizadores costais..... | 33 |
| 2.2.2 | Pulverizadores tratorizados | 34 |
| 2.2.3 | Pulverizadores autopropelidos | 35 |
| 2.2.4 | Pulverizadores aéreos..... | 36 |
| 2.2.5 | Pulverizadores estacionários..... | 37 |
| 2.2.6 | Pulverizador de pomar tipo torre | 38 |
| 3 | DESENVOLVIMENTO | 41 |
| 3.1 | Amortecedor Magneto-Reológico | 41 |
| 3.2 | Características Amortecedores Magneto-Reológico (MR) | 42 |
| 3.3 | Características do Fluido MR | 43 |
| 3.4 | Modelos Matemáticos para Amortecedores Magneto-Reológico | 44 |
| 3.4.1 | Modelo de Bingham para Amortecimento Controlável | 44 |
| 3.4.2 | Modelo de Bingham Modificado | 45 |
| 3.4.3 | Modelo de Bouc-Wen para Amortecedor MR | 47 |
| 3.4.4 | Modelo de Bouc-Wen Modificado para Amortecedor MR..... | 47 |
| 3.5 | Transformada rápida de Fourier (FFT) | 49 |
| 3.5.1 | Algoritmo de Transformada rápida de Fourier (FFT) | 49 |
| 3.6 | Método RK45 para Solução de Equações Diferenciais Ordinárias .. | 51 |
| 3.6.1 | Método RK45 | 51 |
| 3.6.2 | Conceito de Passo Adaptativo | 52 |
| 3.6.3 | Estágios do Método RK45..... | 52 |
| 3.7 | Efeito Sommerfeld e suas implicações em motores elétricos e estruturas | 54 |
| 4 | DISCUSÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS DE PULVERIZADORES DE POMARES | 55 |

| | | |
|----------------|---|------------|
| 4.1 | Modelo matemático I | 55 |
| 4.2 | Modelo matemático II | 64 |
| 4.3 | Modelo matemático III | 66 |
| 4.3.1 | Método das energias de Euler-Lagrange | 68 |
| 4.3.2 | Energia cinética total do sistema | 68 |
| 4.3.3 | Energia potencial total do sistema..... | 72 |
| 4.3.4 | Trabalho das forças não-conservadas | 72 |
| <u>4.3.4.1</u> | <u>Seção 1: amortecedor magneto reológico (MR)</u> | <u>72</u> |
| <u>4.3.4.2</u> | <u>Seção 2: Motor de corrente contínua</u> | <u>73</u> |
| <u>4.3.4.3</u> | <u>Determinação da potência do motor</u> | <u>76</u> |
| 5 | RESULTADOS E DISCUSSÕES DO MODELO PROPOSTO | 85 |
| 5.1 | Resposta do torque motor CC | 87 |
| 5.2 | Análise da interação entre o motor e a torre do pulverizador | 88 |
| 5.3 | Efeito Sommerfeld com e sem MR | 89 |
| 5.4 | Respostas do sistema no domínio do tempo | 91 |
| 5.5 | Respostas do sistema no domínio da frequência | 93 |
| 5.6 | Resultado do mapa de fase da carreta | 94 |
| 6 | CONCLUSÃO | 97 |
| 7 | TRABALHOS FUTUROS | 99 |
| | REFERÊNCIAS | 101 |

1 INTRODUÇÃO

O uso de pulverizadores de pomar convencionais que aplicam uma quantidade notável de pesticidas fora da área alvo pode causar danos drásticos ao meio ambiente devido aos pesticidas lançados no ar e no solo. Estes produtos químicos perigosos causam poluição subterrânea da água, do solo e do ar, que é considerada uma ameaça real à saúde e ao bem-estar dos seres humanos e de outras criaturas vivas. (ASAEI; JAFARI; LOGHAVI, 2019).

A agricultura intensiva, que utiliza de agroquímicos, é essencial para responder à procura global de alimentos, mas também é prejudicial ao ambiente. A emissão de gases do efeito estufa (por exemplo, N_2O), a contaminação das águas subterrâneas e a deriva de pesticidas são apenas alguns dos mecanismos poluentes associados à agricultura moderna. A pulverização que sai de um pulverizador inicia sua trajetória na forma de gotículas, que através da evaporação podem alterar em tamanho e concentração química (dependendo da formulação, da pressão de vapor do pesticida e condições meteorológicas). Uma parte significativa das soluções pulverizadas não atinge o alvo pretendido (ou seja, as folhas ou frutos) e acaba por escapar da área alvo tanto durante (deriva primária) como após a aplicação (deriva secundária) a deriva da pulverização é afetada pelas características do pulverizador e pelas condições climáticas (KIRA; DUBOWSKI; LINKER, 2018).

Segundo Li *et al.*, (2022), a utilização eficiente da pulverização é um pré-requisito para a redução de pesticidas, e um padrão de distribuição de fluxo de ar adequado desempenha um papel fundamental no aumento da eficácia da aplicação de pesticidas por pulverizadores de pomares assistidos por ar, mas o mecanismo disto não é claro.

A tecnologia de pulverização inteligente de taxa variável guiada por laser reduz o uso de pesticidas na produção de culturas e protege o meio ambiente. Contudo, a capacidade desta tecnologia para controlar eficazmente pragas de insetos e doenças das culturas deve ser validada antes de se tornar parte de programas de gestão integrada de pragas (CHEN *et al.*, 2021).

Para aplicação de agrotóxicos em fruticulturas e viveiros ornamentais, os equipamentos de pulverização mais utilizados são os pulverizadores radiais pneumáticos, que fornecem pesticidas a uma taxa constante. Esses pulverizadores são configurados para aplicar pesticidas em todo o campo e em áreas não alvo,

ocorrendo desperdício de pesticidas, contaminação do meio ambiente, expondo aplicadores, trabalhadores e outras pessoas aos agrotóxicos, o que aumenta os custos de produção (CHEN *et al.*, 2021).

O sistema de pulverização inteligente utiliza um sensor para controlar a taxa de aplicação de pesticidas, ajustando a saída de pulverização de cada bico com base na presença, estrutura e densidade da folhagem. Blanco *et al.*, (2019) constataram que no estado de Washington (EUA), metade de todas as doenças relacionadas com pesticidas na agricultura resulta da deriva, o movimento de pesticidas para fora do alvo. Destes, uma proporção significativa envolve trabalhadores em aplicações de jato de ar em explorações agrícolas e pomares.

Os pulverizadores de jato de ar axial (AFA) são amplamente utilizados em pomares de árvores frutíferas de Washington desde a década de 1950. Esses pulverizadores foram originalmente projetados para impulsionar gotículas de pesticidas radialmente para a copa das árvores, mas as mudanças modernas no formato das árvores e a redução da altura das árvores tornaram esta tecnologia mais propensa a produzir deriva em comparação com décadas atrás, devido a uma proporção maior da pulverização atingindo acima da copa. (LU *et al.*, 2022).

Existem muitos fatores importantes que afetam a deriva da pulverização além da distância. O mais importante é o tamanho inicial da gota, uma vez que partículas menores levarão mais tempo para cair e viajar mais longe com ventos turbulentos. Acredita-se que gotículas abaixo de 100 µm tenham alto potencial de deriva. Alguns outros fatores que afetam a deriva incluem a velocidade do vento, tipo de pulverizador, desenvolvimento da copa (foliada versus dormente), estabilidade do ar, umidade relativa e temperatura. (GRELLA *et al.*, 2017).

Xun *et al.*, (2022) ressaltam que embora muitos pulverizadores pneumáticos de diferentes designs possam ser usados para aplicação de pesticidas em pomares, a falta de ajustes adequados de acordo com as características específicas da cultura leva a ineficiências e falhas na aplicação.

Conforme Sinha *et al.*, (2019), o sistema de distribuição de cobertura sólida (SSCDS), que consiste em micro emissores de pulverização fixos distribuídos por toda a copa das árvores ou videiras, tem o potencial de reduzir a deriva e deposição de pulverização fora do alvo porque não utiliza assistência aérea para distribuição de pulverização.

A deriva da pulverização continua a ser uma fonte importante de exposição humana aos pesticidas em ambientes agrícolas e pode resultar em doenças agudas. Por exemplo, 56% dos trabalhadores agrícolas e 28% das doenças residenciais relacionadas com pesticidas no estado de Washington, entre 2005 e 2017, foram consideradas resultado da deriva da pulverização. (SINHA *et al.*, 2019)

A aplicação eficaz de pesticidas implica aumentar a deposição e cobertura da pulverização em diferentes zonas da copa e superfícies foliares, ao mesmo tempo em que minimiza a deriva da pulverização. O grande volume e velocidade do ar nos pulverizadores assistidos, especialmente quando não combinados com o volume da copa da cultura são os principais contribuintes para a deriva da pulverização. Este problema é frequentemente agravado em copas de vinhas que são curtas e têm volumes de copa reduzidos em comparação com culturas de árvores frutíferas (SINHA *et al.*, 2019).

Asaei; Jafari; Loghavi, (2019) estudaram a liberação de produtos químicos tóxicos ao meio ambiente através de desperdícios de pesticidas gerados pela pulverização contínua convencional, que não é direcionada para a copa das árvores. Isso ocorre devido ao espaçamento considerável entre as árvores ao longo das fileiras do pomar. Nesse caso, o local pode ser projetado e desenvolvido usando tecnologia de visão mecânica que aplica uma quantidade precisa de pesticida com base na copa verde da árvore e melhora a eficiência da aplicação de produtos químicos nos pomares.

Através da modificação dos pulverizadores, a aplicação excessiva de pesticidas poderia ser reduzida para minimizar os riscos de poluição e para melhorar o desempenho dos pulverizadores, e os pulverizadores tipo torre foram projetados para direcionar os pesticidas diretamente para as árvores alvo. Esse método, no entanto, não consegue reduzir a quantidade de pesticida transportada pelo ar. Mais tarde, os pulverizadores de túnel foram usados para árvores anãs em pomares nos quais o produto químico fora do alvo era reciclado usando um mecanismo especial e a quantidade de produto químico transportado pelo ar foi significativamente reduzida. (ASAEI; JAFARI; LOGHAVI, 2019).

A pulverização convencional de alto volume de pesticidas em culturas cítricas com pulverizadores de barra oscilante resulta em baixos níveis de retenção de pesticidas nas árvores e altos níveis de perdas fora do alvo. Os pulverizadores de

pomar com jato de ar de baixo perfil aplicam volumes médios de pulverização, mas têm limitações na produção de cobertura uniforme em todas as árvores cítricas, sendo a maior deficiência a fraca cobertura de pesticidas no topo das árvores. A redução da deposição no topo da árvore está relacionada à distância que a pulverização deve percorrer da saída do leque até o topo da árvore e às grandes quantidades de folhas, frutos e galhos que filtram as gotas para fora da pluma de pulverização antes que ela atinja as partes mais distantes da árvore. Mesmo quando o volume de ar disponível nos pulverizadores de baixo perfil é suficiente para deslocar o ar retido dentro da copa da árvore, (CUNNINGHAM; HARDEN, 1999).

Pulverizadores de torre de ar com fluxos de ar uniformes divididos superam os problemas de cobertura associados aos pulverizadores de jato de ar de baixo perfil e reduzem significativamente a pulverização e perdas devido ao desgaste do dossel e deriva. Estimar a deriva da pulverização de pesticidas, que faz parte da perda total por deriva, é uma tarefa complexa, pois as concentrações de pesticidas no ar são baixas e dependem de múltiplos fatores. (KIRA; DUBOWSKI; LINKER, 2018).

Perticarrari, Chavarette, Manfrim, (2013) analisaram a dinâmica do sistema de pulverização que consiste em uma torre de pulverização montada em carreta e sua principal contribuição foi considerar um vão no ponto de junção entre carreta e torre de pulverização. A análise da estabilidade dinâmica do sistema, da torre de pulverização, é de fundamental importância, pois as vibrações mecânicas do sistema afetam a qualidade e a eficiência da aplicação.

Árvores cultivadas em contêineres com múltiplas fileiras requerem pulverizadores especialmente projetados para obter uma distribuição de pulverização eficiente. O pulverizador assistido por ar desenvolvido nos modos VRA e CRA é capaz de descarregar a deposição de pulverização adequada dentro de plantas arbóreas com múltiplas fileiras, ao mesmo tempo em que conservava o pesticida. (ZHU *et al.*, 2017).

Testes de campo demonstraram que o pulverizador de taxa variável, guiado por laser e assistido por ar, juntamente com bicos controlados por válvula solenoide PWM, reduz significativamente o volume de pulverização para a produção de culturas em viveiros de múltiplas fileiras, ao mesmo tempo em que fornece deposição e cobertura de pulverização adequada dentro das copas. Esse processo proporciona uma tecnologia de pulverização ambientalmente responsável para a indústria de

viveiros para proteger as colheitas contra danos causados por insetos e doenças (ZHU *et al.*, 2017).

A pulverização agrícola para controle de pragas é de grande importância nos pomares e hortas. Em geral, a pulverização dos pomares é feita com o auxílio de um equipamento denominado torre pulverizador, composto por um reservatório e diversos ventiladores montados em uma torre articulada, que é sustentada por um veículo suspensão. (CUNHA; FELIX; BALTHAZAR, 2017).

Cunha Jr, Felix e Balthazar (2017) analisaram a dinâmica estocástica não linear de um pulverizador torre de pomar submetido a excitações aleatórias devido a irregularidades do solo. Um modelo estocástico consistente de incertezas é construído para descrever cargas aleatórias e prever variabilidades na resposta do sistema mecânico. De acordo com o demonstrado pelos autores, a dinâmica é abordada nos domínios do tempo e da frequência.

Conforme Sartori, Balthazar, Pontes (2009) numa construção simples a estrutura vertical é fixada diretamente atrás do trator agrícola. Numa construção mais complexa, a estrutura vertical é fixada num reboque, com ou sem suspensão. Em algumas situações, as oscilações laterais podem afetar negativamente os resultados do tratamento. Assim, é importante reconhecer e até mesmo controlar estas oscilações laterais.

Na agricultura, conforme (SOUZA, 2020) os pulverizadores desempenham um papel crucial na aplicação eficiente de pesticidas, herbicidas, fertilizantes e outros produtos químicos. No Quadro 1 estão alguns tipos comuns de pulverizadores agrícolas, com sua descrição:

Quadro 1 - Modelos de pulverizadores e sua descrição

| Tipos de Pulverizadores | Descrição |
|--------------------------------|--|
| acoplados a trator | São acoplados diretamente a um trator e são rebocados pelo campo. Podem ter barras que se estendem ao longo do trator para cobrir uma área maior. |
| reboque | São rebocados por um veículo, seja um trator ou um veículo especialmente projetado para esse fim. São versáteis e são usados em campos maiores. |
| Costal | Embora menores, alguns agricultores utilizam pulverizadores de costal para aplicações mais precisas em áreas menores ou terrenos irregulares. |
| autopropelidos | São veículos independentes com sistemas de pulverização incorporados. Oferecem maior mobilidade e capacidade para cobrir grandes extensões de terreno. |
| torre central | Utilizam uma torre central com braços giratórios para proporcionar uma cobertura ampla e eficiente em campos agrícolas. São comuns na agricultura de pivô central. |
| barras de pulverização | Equipados com barras horizontais que podem se estender ao longo da largura do campo. Permitem uma distribuição uniforme do líquido sobre o cultivo. |

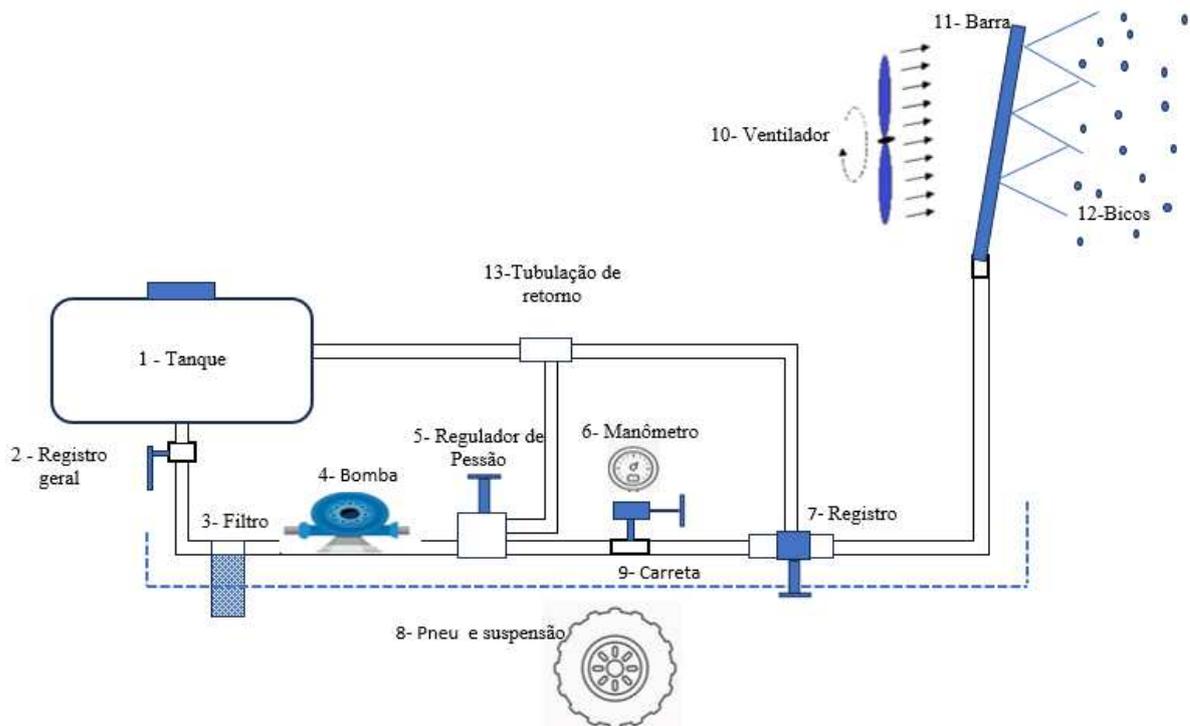
Fonte: Adaptado de Souza (2020)

A escolha do tipo de pulverizador agrícola dependerá de vários fatores, como o tamanho do campo, o tipo de cultura, a topografia do terreno e os produtos químicos que serão aplicados. É importante selecionar o pulverizador adequado para garantir uma aplicação eficiente e reduzir o desperdício de produtos químicos (CONTIERO, R.L., BIFFE, D.F., e CATAPAN, V 2018).

No desenvolvimento desse artigo o enfoque principal na utilização do pulverizar será do tipo torre, sua eficiência e a redução de vibração para melhor direcionamento de produtos químicos.

Na Figura 1 abaixo demonstra o circuito hidráulico de um pulverizador tipo torre.

Figura 1 - Circuito hidráulico de um pulverizador tipo torre



Fonte: Autoria própria (2021)

Onde temos que: (1) tanque, (2) registro geral, (3) filtro, (4) bomba, (5) regulador de pressão, (6) manômetro, (7) registro, (8) pneus e suspensão, (9) carreta, (10) ventilador, (11) barra, (12) bicos e (13) tubulação de retorno.

O circuito hidráulico de um pulverizador de pomar desempenha um papel fundamental na eficácia e precisão da aplicação de produtos fitossanitários. Cada componente desse circuito desempenha uma função específica para garantir que a solução de pulverização seja distribuída de maneira uniforme e eficiente sobre o alvo.

Começando pelo tanque, que serve como reservatório para a solução de pulverização, sua capacidade define a quantidade de produto que o pulverizador pode transportar. Equipado com um agitador mecânico, o tanque evita que os produtos se acumulem no fundo, garantindo uma mistura homogênea da solução. Além disso, uma peneira na entrada do tanque retém sujeiras maiores, prevenindo obstruções no sistema.

Antes que a solução alcance a bomba, ela passa por um filtro, responsável por remover partículas indesejadas que possam obstruir os bicos de pulverização. A limpeza frequente deste filtro é essencial para manter o fluxo de líquido sem

interrupções. Um registro localizado antes do filtro facilita o acesso para manutenção, mesmo com o tanque cheio.

A câmara de compensação de pressão desempenha um papel crucial na estabilização da pressão, amortecendo as pulsações geradas pela ação da bomba de pistão. Isso garante uma aplicação uniforme da solução, evitando variações na taxa de aplicação ao longo do percurso do pulverizador. Um dreno na câmara permite a remoção de água quando necessário, mantendo seu funcionamento adequado.

No regulador de pressão, a solução é dividida em dois fluxos: parte é direcionada para os bicos de pulverização, enquanto o restante retorna ao tanque. A proporção entre esses fluxos pode ser ajustada por meio de uma manopla, que comprime uma mola controladora. Isso permite variar a taxa de aplicação e a pressão nos bicos, conforme necessário para diferentes condições de aplicação.

A barra de pulverização suporta os bicos e determina a largura da faixa de tratamento. Seu comprimento influencia diretamente na capacidade operacional do pulverizador, sendo mais longa para uma maior cobertura. Entretanto, barras mais longas podem apresentar maior oscilação, afetando a uniformidade da pulverização. Os bicos de pulverização são posicionados de maneira uniforme ao longo da barra e são responsáveis pela aplicação da solução no alvo desejado. O posicionamento correto dos bicos é crucial para garantir uma distribuição homogênea da solução, maximizando a eficácia do tratamento.

Por fim, os turbos pulverizadores, equipados com ventiladores, são especialmente adequados para culturas de porte arbustivo e arbóreo. O ventilador projeta um grande volume de ar para auxiliar na dispersão das gotas, garantindo uma cobertura mais eficaz. Seu circuito hidráulico é semelhante ao dos pulverizadores de barra, com a adição do ventilador para melhor dispersão das gotas (NBR 12936, 1993).

Em resumo, o circuito hidráulico de um pulverizador é um sistema complexo, composto por diversos componentes que trabalham em conjunto para garantir uma aplicação precisa e eficiente dos produtos fitossanitários, essenciais para o manejo adequado das culturas agrícolas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é reduzir a vibração do pulverizador tipo torre em determinada faixa de frequência para melhorar a estabilidade operacional, minimizando assim o desgaste excessivo de componentes mecânicos, otimizando a precisão da aplicação de pesticidas e aumentando a segurança durante o uso do equipamento.

1.1.2 Objetivos Específicos

Aumentar a eficiência da aplicação: Reduzir a vibração do pulverizador para garantir uma distribuição mais uniforme dos produtos químicos aplicados, evitando sobreposições excessivas ou lacunas na pulverização.

Melhorar a qualidade da pulverização: Minimizar a vibração para manter a altura de trabalho consistente do pulverizador, resultando em uma cobertura mais uniforme das plantas e uma redução na deriva de pulverização.

Proteger a estrutura do equipamento: Reduzir a vibração para prolongar a vida útil dos componentes mecânicos e estruturais do pulverizador, diminuindo o risco de falhas prematuras e necessidade de manutenção corretiva.

Aprimorar o conforto do operador: Minimizar a vibração transmitida para a cabine ou plataforma de operação, proporcionando um ambiente de trabalho mais confortável e seguro para o operador, reduzindo a fadiga e melhorando a produtividade durante longas jornadas de trabalho.

1.2 Justificativa da pesquisa

A realização de modelagem matemática para o pulverizador tipo torre de palmares é de suma importância para a engenharia de produção por uma série de motivos cruciais. Primeiramente, através do modelamento matemático, é possível aprimorar a compreensão dos intrincados parâmetros que regem o funcionamento do pulverizador. Esta compreensão refinada é essencial para otimizar variáveis como

taxa de fluxo, pressão e altura da torre, resultando em uma distribuição mais eficiente dos agroquímicos sobre as plantações.

Ademais, a modelagem matemática oferece uma via para a redução de custos na produção agrícola. Ao ajustar criteriosamente os parâmetros do pulverizador, é viável minimizar o desperdício de insumos, como pesticidas e fertilizantes, contribuindo diretamente para a economia financeira dos agricultores.

Além disso, a modelagem matemática é uma ferramenta poderosa para mitigar o impacto ambiental da atividade agrícola. Ao entender como as práticas de pulverização afetam o meio ambiente, é possível desenvolver estratégias que reduzem a contaminação do solo e da água, promovendo assim a sustentabilidade ambiental.

Outro benefício significativo da modelagem matemática é o aumento da eficiência operacional. Com base em simulações precisas, é viável desenvolver rotas de pulverização otimizadas, reduzindo o tempo necessário para a aplicação dos agroquímicos e aumentando, portanto, a produtividade agrícola.

Por fim, a modelagem matemática contribui diretamente para a melhoria da qualidade dos produtos agrícolas. Ao garantir uma distribuição uniforme dos agroquímicos sobre as plantas, o pulverizador otimizado resultante do modelamento assegura colheitas de melhor qualidade e maior rendimento, garantindo assim a competitividade e a sustentabilidade econômica dos produtores agrícolas.

Em resumo, a modelagem matemática do pulverizador tipo torre de pomares desempenha um papel crucial na engenharia de produção, promovendo a eficiência, redução de custos, sustentabilidade ambiental, eficiência operacional e qualidade do produto na agricultura moderna.

Considerando as áreas do conhecimento em Engenharia de Produção, destaca-se que esta pesquisa contribui com as áreas: **Engenharia de Operações e Processos da Produção** tem grande relevância, pois o estudo envolve a otimização do processo de pulverização, buscando maior eficiência operacional e redução do desperdício de insumos, além de contribuir para o funcionamento mais eficaz dos equipamentos agrícolas; **Engenharia da Qualidade** também é diretamente impactada, já que a análise de vibrações permite melhorar a precisão na aplicação dos insumos agrícolas, resultando em maior uniformidade e qualidade nas operações de pulverização e nos resultados obtidos no campo; Por fim, a **Engenharia da**

Sustentabilidade é uma das áreas centrais deste trabalho, uma vez que o estudo busca promover práticas agrícolas mais sustentáveis, como o uso eficiente de recursos, a redução do consumo de energia e o menor impacto ambiental, contribuindo para a sustentabilidade da produção agrícola.

Esses três campos estão diretamente conectados à melhoria dos processos produtivos, à qualidade das operações e à promoção de práticas mais sustentáveis na agricultura, tornando-se as atividades profissionais mais relevantes para o trabalho descrito.

Esta tese apresenta uma contribuição significativa para diversos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), primeiramente, em relação à **fome zero e agricultura sustentável**, a otimização do uso de insumos agrícolas, como pesticidas e fertilizantes, proporcionada pela análise das vibrações dos pulverizadores, promove uma agricultura mais eficiente e sustentável. Isso resulta em maior produtividade agrícola e em sistemas alimentares mais sustentáveis, com menos desperdício e mais segurança alimentar.

No que se refere ao **consumo e produção responsáveis**, a redução de desperdícios no uso de insumos e a melhora na eficiência energética dos pulverizadores minimizam o impacto ambiental. A extensão da vida útil dos equipamentos e o uso otimizado de recursos contribuem diretamente para padrões de produção mais responsáveis e sustentáveis.

Quanto a **ação contra a mudança global do clima**, a maior eficiência energética, proporcionada pela redução de vibrações e pelo menor consumo de combustível, ajuda a reduzir as emissões de gases de efeito estufa, alinhando-se com as metas de mitigação das mudanças climáticas. A diminuição do uso de insumos e recursos energéticos também contribui para reduzir o impacto ambiental das operações agrícolas.

Por fim, em relação a **vida terrestre**, o uso mais eficiente de produtos químicos na agricultura, garantido pela aplicação mais precisa devido à análise de vibrações, auxilia na proteção dos ecossistemas terrestres, evitando a poluição do solo e da água e preservando a biodiversidade.

Assim, este estudo promove inovações tecnológicas que tornam as operações agrícolas mais sustentáveis, contribuindo diretamente para o desenvolvimento de

práticas agrícolas alinhadas aos princípios da sustentabilidade e ao cumprimento dos ODS.

1.3 Contribuição para engenharia de produção

Esta tese oferecerá uma contribuição significativa para a engenharia de produção na agricultura, demonstrando o potencial do estudo da dinâmica e modelagem matemática e otimização do pulverizador tipo torre de pomares para melhorar a eficiência, reduzir os custos, minimizar o impacto ambiental e garantir a qualidade dos produtos agrícolas. Espera-se que os resultados deste trabalho possam ser aplicados na prática para beneficiar agricultores, empresas agrícolas e o meio ambiente como um todo. É de grande importância para a engenharia de produção por várias razões:

1. **Otimização de Processos:** A análise da vibração e dinâmica dos pulverizadores de torre permite uma aplicação mais precisa de pesticidas e fertilizantes, resultando em processos agrícolas mais eficientes e com menor desperdício de recursos. Isso se traduz em uma produção mais sustentável e econômica.
2. **Redução de Custos:** Ao compreender e reduzir as vibrações, é possível aumentar a vida útil dos componentes do equipamento, reduzindo a necessidade de manutenção e substituição frequente. Isso gera economia significativa em termos de custos operacionais.
3. **Melhoria na Qualidade do Produto:** A aplicação uniforme de insumos agrícolas contribui para uma colheita de maior qualidade, pois assegura que todas as plantas recebam a quantidade adequada de nutrientes e proteção contra pragas.
4. **Segurança Operacional:** A redução de vibrações melhora a estabilidade do equipamento, diminuindo o risco de acidentes e derramamentos de produtos químicos, o que é crucial para a segurança dos trabalhadores e do meio ambiente.
5. **Eficiência Energética:** Equipamentos que operam de maneira mais estável e eficiente consomem menos combustível, o que não apenas reduz os custos operacionais, mas também diminui a emissão de carbono da operação do pulverizador.

6. **Inovação e Sustentabilidade:** Este trabalho fomenta a inovação no design e operação de equipamentos agrícolas, promovendo práticas mais sustentáveis e alinhadas com as exigências ambientais contemporâneas.

Em resumo, este estudo oferece conhecimentos valiosos que podem ser aplicados para melhorar a eficiência, segurança e sustentabilidade das operações agrícolas, refletindo diretamente na melhoria dos processos e práticas dentro da engenharia de produção.

1.4 Estrutura do trabalho

Para atingir os objetivos propostos, dividiu-se essa tese em capítulos:

- ✓ Capítulo 1: estado da arte pulverizadores agrícolas, temos os objetivos e objetivos específicos, justificava e contribuição da tese.
- ✓ Capítulo 2: Traz a história do uso de produtos químicos para controle de pragas na agricultura, modelos e tipos e pulverizadores agrícolas, e o modelo de pulverizador tipo torre utilizado como inspiração para essa tese.
- ✓ Capítulo 3: A metodologia utilizada para desenvolvimento da tese, ferramentas de cálculos e modelos de amortecimento descritos na literatura.
- ✓ Capítulo 4: Modelos matemáticos existentes e modelo matemático III: Modelo matemático teórico do pulverizador tipo torre, e suas considerações incluindo as cargas não conservativas.
- ✓ Capítulo 5: Nesse capítulo apresentamos os resultados das simulações do modelo matemático III proposto, sendo elas a série temporal, transformada rápida de Fourier e mapa de fase, com e sem amortecimento.
- ✓ Capítulo 6: Conclusão da tese, trabalho futuro, referência bibliográfica, e sumula curricular.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo, exploraremos a evolução dos produtos fitossanitários, pulverizadores agrícolas, tipos e seus respectivos modelos.

2.1 Síntese histórica sobre o uso de agrotóxicos

Numa síntese histórica do aparecimento dos agrotóxicos Bohmont (1981) relata que, os romanos antigos já usavam a fumaça proveniente da queima de enxofre para controlar pulgões que atacavam as plantações de trigo e também usavam sal para controlar ervas daninhas (CHAIN, 1999).

No início do XIX o uso de arsênico como agente de controle de pragas na agricultura tem suas origens na antiguidade, sendo documentado que os chineses já empregavam soluções de arsênio misturadas com água para combater insetos em suas plantações. Essa abordagem histórica ilustra um dos primeiros usos do controle químico de pragas na agricultura, destacando a longa trajetória dos esforços humanos para gerenciar infestações por meio de métodos inovadores e eficazes. O arsênico, conhecido por suas intensas propriedades tóxicas, era considerado uma ferramenta valiosa contra as pragas agrícolas, espelhando práticas agrícolas pioneiras que estabeleceram as bases para as estratégias contemporâneas de manejo de pragas (GUO *et al.*, 2022).

Com a evolução do tempo e o avanço das pesquisas, a comunidade científica começou a investigar os efeitos adversos da contaminação por arsênio no ambiente, especialmente sua presença no solo, na água e nas plantações. Esses estudos enfatizaram a urgente necessidade de desenvolver e implementar medidas de controle de pragas que fossem tanto sustentáveis quanto ecológicas, com o objetivo de mitigar os impactos ambientais adversos decorrentes do uso prolongado de compostos arsenicais (BENIWAL; YADAV; RAMAKRISHNA, 2023). A pesquisa contemporânea nessa área também começou a explorar alternativas inovadoras, como o uso de plantas hiper acumuladoras de arsênio que, através de processos biotecnológicos, poderiam ser desenvolvidas para atuar como bioinseticidas. Essas plantas têm a capacidade de acumular altas concentrações de arsênio sem sofrer danos, podendo ser utilizadas para eliminar pragas de maneira mais natural e menos prejudicial ao meio ambiente (ZHANG *et al.*, 2021).

Este panorama revela não apenas uma evolução nas práticas de manejo de pragas, mas também um crescente reconhecimento da importância de abordagens ambientalmente responsáveis e sustentáveis na agricultura moderna. A transição do uso de arsênico, de um agente eficaz, mas altamente tóxico, para métodos que preservam a saúde do solo e da água, reflete uma mudança significativa na maneira como os humanos interagem com os ecossistemas naturais em busca de produtividade agrícola.

Produtos derivados de plantas, como a rotenona e a piretrina, têm sido reconhecidos por suas propriedades inseticidas, fornecendo alternativas aos compostos arsenicais para o controle de pragas (ZHANG *et al.*, 2021), (SA'ADAH *et al.*, 2023). A rotenona, extraída de plantas do gênero *Tephrosia*, tem sido amplamente estudada devido às suas eficazes atividades inseticidas contra diversas pragas, enquanto a deguelina, outro composto encontrado nas mesmas plantas, também demonstra potencial inseticida. A síntese de rotenona e deguelina pode apresentar variações significativas entre as espécies de *Tephrosia* e mesmo entre diferentes cepas da mesma espécie, o que pode influenciar sua eficácia no combate a pragas (KUMAR *et al.*, 2023).

Ademais, a utilização de inseticidas botânicos, que incluem compostos baseados em extratos de plantas, está se consolidando como uma abordagem sustentável para o manejo de pragas, especialmente contra pragas economicamente significativas, como as do grupo dos Lepidópteros (KUMAR *et al.*, 2023). Esses produtos naturais representam alternativas ecológicas aos pesticidas sintéticos, abordando preocupações relacionadas à toxicidade, desenvolvimento de resistência e impactos ambientais adversos. A transição para o uso de inseticidas derivados de plantas reflete uma mudança na busca por soluções que preservem a saúde ambiental e a biodiversidade, alinhando a produção agrícola com práticas mais sustentáveis.

Em 1867, o verde parisiense, uma combinação de arsênico e cobre, foi introduzido como uma medida eficaz de controle contra o besouro da batata do Colorado (BOHINC; VUČAJNK; TRDAN, 2019). Posteriormente, em 1882, a mistura de Bordeaux, composta por sulfato de cobre e cal, foi descoberta como um fungicida potente para o controle do míldio da videira (KUEHNE *et al.*, 2017). Essas inovações representaram marcos importantes no controle de pragas e doenças na agricultura.

O sucesso do verde parisiense no combate ao besouro da batata do Colorado e a eficácia da mistura de Bordeaux contra o míldio da videira pavimentaram o caminho para o desenvolvimento de estratégias modernas de proteção de plantas. Até os dias atuais, a mistura de Bordeaux continua sendo uma ferramenta valiosa no manejo de doenças em diversas culturas, demonstrando o impacto duradouro dessas descobertas pioneiras nas práticas agrícolas.

A introdução do pó contendo mercúrio no tratamento de sementes estabeleceu uma barreira eficaz contra uma ampla gama de pragas e doenças, protegendo as plantas desde a sua germinação. O uso desse composto químico sublinhou a importância de salvaguardar as plantas em seus estágios iniciais, uma prática que tem repercussões duradouras na saúde e produtividade das culturas (SMART, 1968).

Avançando nas inovações, em 1915 foi desenvolvida uma formulação líquida que também incluía mercúrio. Esta nova formulação foi projetada especificamente para o controle de doenças fúngicas e para o tratamento de sementes. O emprego de formulações líquidas facilitou a aplicação, melhorou a aderência do produto às sementes e plantas, e proporcionou uma proteção mais uniforme. Estas abordagens baseadas no uso de mercúrio destacaram-se pela eficácia no controle de doenças e pragas, mas também levantaram questões significativas relacionadas à segurança e ao impacto ambiental (BECKER, 2018).

A trajetória do uso de mercúrio na agricultura exemplifica a evolução contínua das práticas de manejo agrícola, bem como a necessidade urgente de desenvolver alternativas mais seguras e sustentáveis. À medida que novas informações sobre os impactos ambientais e de saúde se tornaram disponíveis, cresceu a conscientização sobre os riscos associados a esses compostos químicos, impulsionando a busca por soluções que respeitassem tanto a produtividade agrícola quanto a sustentabilidade ambiental (BECKER, 2018).

Podemos reafirmar que na utilização de produtos químicos para controle de pragas em plantações também uma crescente preocupação com a contaminação dos alimentos e solo, no desenvolvimento e busca da redução ou alternativas seguras e sustentáveis.

2.2 Tipos de pulverizadores

Os pulverizadores agrícolas desempenham um papel crucial no controle de pragas, doenças e na aplicação de nutrientes nas plantas. Eles representam avanços tecnológicos significativos, adaptando-se às necessidades individuais dos agricultores, bem como às características específicas das lavouras e das áreas cultivadas. A importância desses equipamentos reside na capacidade de proporcionar uma aplicação precisa e eficiente de defensivos agrícolas e nutrientes foliares, contribuindo para a saúde das plantas e o aumento da produtividade (MIRANDA-FUENTES *et al.*, 2017).

Existem diversos tipos de pulverizadores utilizados no segmento agrícola, cada um com suas características e aplicações específicas. Alguns dos principais tipos incluem:

- 1 Pulverizadores costais:** São equipamentos portáteis utilizados principalmente em pequenas áreas ou em locais de difícil acesso. Podem ser operados manualmente ou com o auxílio de baterias.
- 2 Pulverizadores tratorizados:** Acoplados a tratores agrícolas, esses pulverizadores são ideais para o tratamento de grandes áreas. Permitem uma aplicação mais rápida e eficiente, sendo bastante utilizados em culturas extensivas.
- 3 Pulverizadores autopropelidos:** São máquinas que possuem um sistema de locomoção próprio, o que as torna mais ágeis e versáteis. Podem ser utilizados em diferentes tipos de terreno e são especialmente indicados para áreas de médio a grande porte.
- 4 Pulverizadores aéreos:** Utilizam aeronaves para a aplicação de defensivos agrícolas em grandes áreas. São empregados principalmente em culturas extensivas, como as plantações de grãos, onde a aplicação terrestre pode ser inviável.
- 5 Pulverizadores estacionários:** São sistemas fixos instalados em estruturas como pivôs centrais ou torres de irrigação. Realizam a pulverização de forma automatizada durante a irrigação, garantindo uma distribuição uniforme dos defensivos e nutrientes.
- 6 Pulverizador de pomar tipo torre:** Um pulverizador de pomar tipo torre é um equipamento utilizado na agricultura para aplicação de defensivos

agrícolas em pomares de forma eficiente e uniforme. Ele consiste em uma estrutura alta, semelhante a uma torre, que permite que os bicos pulverizadores alcancem toda a área da plantação. Esse tipo de pulverizador é especialmente útil em pomares de árvores altas, como citros e pomares de frutas de caroço, garantindo uma distribuição adequada dos produtos fitossanitários e otimizando a proteção das plantas contra pragas e doenças.

Cada tipo de pulverizador possui vantagens e desvantagens, e a escolha do equipamento mais adequado depende de diversos fatores, como o tipo de cultura, o tamanho da área cultivada, a topografia do terreno e a disponibilidade de recursos. O uso correto e eficiente dos pulverizadores é essencial para garantir uma agricultura sustentável e produtiva.

A seguir explicitaremos cada um dos pulverizadores e suas características (VINODHKUMAR *et al.*, 2024).

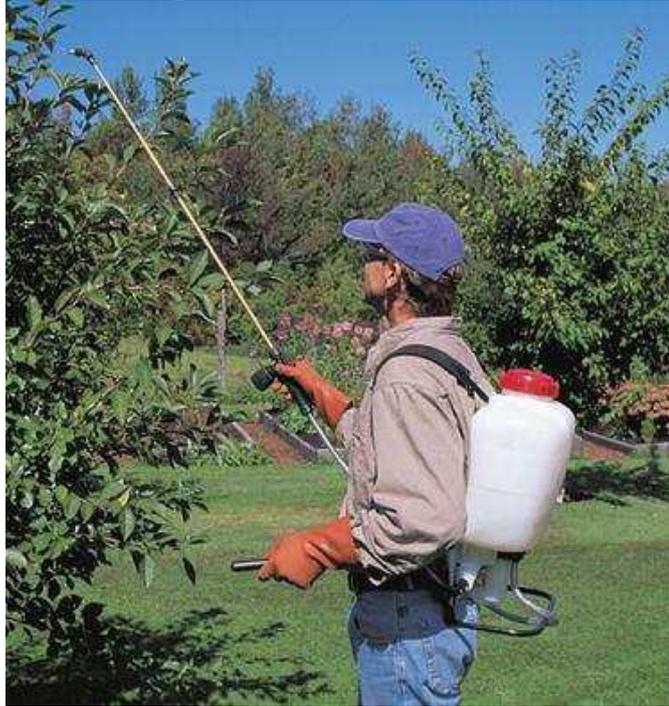
2.2.1 Pulverizadores costais

Os pulverizadores manuais conforme a Figura 2 são os modelos mais compactos disponíveis no mercado agrícola. Sua capacidade de armazenamento pode variar de apenas 1,0 litro, adequados para aplicações localizadas em sementeiras, estufas e viveiros, até reservatórios com 20 litros ou mais.

Devido ao seu tamanho, esses pulverizadores podem ser utilizados de forma manual, carregados no ombro ou como uma mochila costal. Geralmente, para aplicações no campo ao longo das fileiras da lavoura, o pulverizador costal de 20 litros é o mais comumente utilizado.

Sua popularidade é mais evidente entre os pequenos agricultores, que tendem a ter áreas de cultivo menores. Para eles, esses pulverizadores são equipamentos indispensáveis para a condução e proteção eficaz da lavoura. Além de serem portáteis, muitos desses modelos apresentam tecnologia embarcada, permitindo conexão com smartphones para uma gestão mais eficiente da pulverização e o acesso a informações importantes (WADT; REBELLO, 2019)

Figura 2 - Pulverizador costais



Fonte: Das; Khawas; Maske, (2015)

2.2.2 Pulverizadores tratorizados

Os pulverizadores tratorizados para grãos são máquinas agrícolas essenciais para a aplicação de herbicidas, pesticidas e fertilizantes em campos de cultivo extensos. Eles são projetados para serem acoplados a tratores e possuem uma barra de pulverização que é movida pelo próprio trator. Isso permite uma distribuição precisa e eficiente dos produtos químicos sobre as plantas, garantindo um controle eficaz de pragas, doenças e o fornecimento adequado de nutrientes.

Esses equipamentos são amplamente empregados em grandes propriedades agrícolas devido à sua capacidade de cobrir vastas áreas em um curto período de tempo. Além disso, possuem tanques com grande capacidade de armazenamento, geralmente capazes de conter várias centenas de litros de líquido. Isso minimiza as interrupções frequentes para reabastecimento, aumentando a eficiência do trabalho no campo.

No entanto, é crucial ressaltar que o uso desses pulverizadores requer cuidado e atenção às diretrizes de segurança e recomendações de uso. É essencial seguir as práticas corretas para evitar possíveis danos ao meio ambiente e à saúde humana. Isso inclui a escolha adequada dos produtos químicos, a calibração correta

dos equipamentos, a aplicação em condições climáticas apropriadas e o descarte responsável de embalagens e resíduos. O uso responsável desses equipamentos é fundamental para garantir uma agricultura sustentável e segura, como exemplo na Figura 3. (SAPKOTA; VIRK; RAINS, 2023).

Figura 3 - Pulverizador tratorizados



Fonte: Sapkota; Virk; Rains, (2023)

2.2.3 Pulverizadores autopropelidos

Um pulverizador autopropelido de acordo com a Figura 4, é uma máquina agrícola com motor e transmissão próprios, conferindo-lhe autonomia. Esse equipamento é utilizado principalmente em áreas de médio a grande porte para aplicar produtos fitossanitários de forma precisa e específica, principalmente nas folhas das culturas.

Também conhecido como veículo automotriz ou de autopropulsão, o pulverizador autopropelido opera com tecnologia avançada e um sistema eletrônico que oferece controle total sobre a pulverização.

Ele proporciona um desempenho excepcional, permitindo ao operador uma velocidade de pulverização ótima, que pode variar entre 15 e 30 km/h, podendo alcançar velocidades próximas a 40 km/h em condições favoráveis.

Essa máquina é capaz de realizar aplicações de defensivos agrícolas de maneira eficaz, cobrindo uma área maior em menos tempo, o que contribui para a redução dos custos por hectare e aumenta a eficiência operacional no campo (FÁBIO H. R. BAILO, *et.al*, 2004)

Figura 4 - Pulverizador autopropelidos



Fonte: SENAR (2016)

2.2.4 Pulverizadores aéreos

A utilização da pulverização aérea é considerada segura devido a uma série de tecnologias empregadas nessa atividade. No entanto, é importante ressaltar que sua aplicação não é adequada para todas as plantações.

Antes de realizar a pulverização, um responsável técnico qualificado, com habilitação para emissão de receituário agrônomo, deve analisar a cultura agrícola. Essa análise considera o tipo de cultura, as pragas presentes e determina o tipo de defensivo a ser aplicado, bem como a proporção necessária para a preparação da solução de pulverização.

Além disso, a capacitação técnica do aplicador é crucial para evitar riscos e prejuízos. Portanto, pilotos profissionais altamente treinados e capacitados, que possuem licenças especiais, conduzem essas atividades. É responsabilidade do piloto estudar o terreno, planejar a rota de aplicação e observar as condições ambientais, como umidade, temperatura e velocidade do vento, para decidir se é seguro realizar a aplicação naquele momento.

A tecnologia dos equipamentos utilizados também desempenha um papel fundamental. O avião utilizado precisa ser específico para essa atividade e contar com tecnologias adequadas para as operações. Isso inclui o uso de sistemas de posicionamento global diferencial (DGPS) de alta precisão, além de dispersores com fluxômetros integrados para monitorar com precisão a quantidade de solução aplicada na plantação (DAS; KHAWAS; MASKE, 2015). Podemos observar modelo de pulverizador aéreo na Figura 5.

Figura 5 - Pulverizador aéreos



Fonte: Das; Khawas; Maske, (2015)

2.2.5 Pulverizadores estacionários

Um pulverizador estacionário é uma ferramenta fundamental em muitos setores, especialmente na agricultura, para aplicação controlada de líquidos como pesticidas, herbicidas ou fertilizantes (MACIEL *et al.*, 2018). Sua descrição envolve vários componentes essenciais:

Na sua base, o pulverizador tem uma estrutura fixa, geralmente construída com materiais resistentes como metal ou plástico reforçado. Esse suporte é essencial para garantir estabilidade e segurança durante a operação. O tanque de armazenamento, montado sobre a estrutura, contém o líquido a ser pulverizado. Sua capacidade pode variar dependendo da necessidade e do tamanho da área a ser tratada (WADT; REBELLO, 2019).

Uma bomba de pressão, acoplada ao tanque, é responsável por extrair o líquido e pressurizá-lo. Essa pressurização é crucial para garantir uma pulverização eficaz através dos bicos. Os bicos de pulverização são os dispositivos pelos quais o líquido é disperso. Existem vários tipos de bicos, cada um adequado para diferentes necessidades de aplicação, como jatos concentrados ou neblina fina.

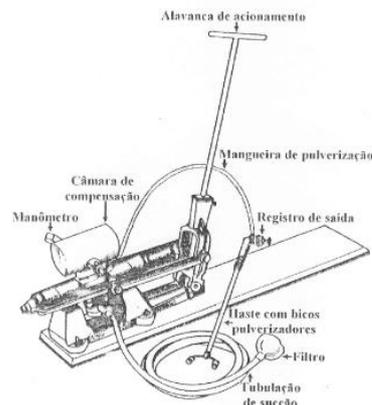
Um sistema de controle permite ajustar a taxa de aplicação, a pressão da bomba e outras configurações importantes para garantir uma distribuição uniforme do líquido. Muitos pulverizadores estacionários são equipados com uma barra de

pulverização, que contém vários bicos ao longo de sua extensão. Isso facilita a cobertura de uma área maior de forma eficiente.

A fonte de energia do pulverizador pode ser elétrica ou baseada em combustíveis como gasolina ou diesel, dependendo do modelo e das condições de operação. Dispositivos de segurança, como válvulas de alívio de pressão e sistemas de desligamento automático, são incorporados para garantir a segurança do operador e proteger o equipamento contra danos (MACIEL *et al.*, 2018).

A manutenção regular é essencial para garantir o bom funcionamento do pulverizador, incluindo limpeza dos bicos, verificação dos filtros e lubrificação de componentes móveis, conforme Figura 6.

Figura 6 - Pulverizador manual estacionário.



Fonte: Anjos, (1999)

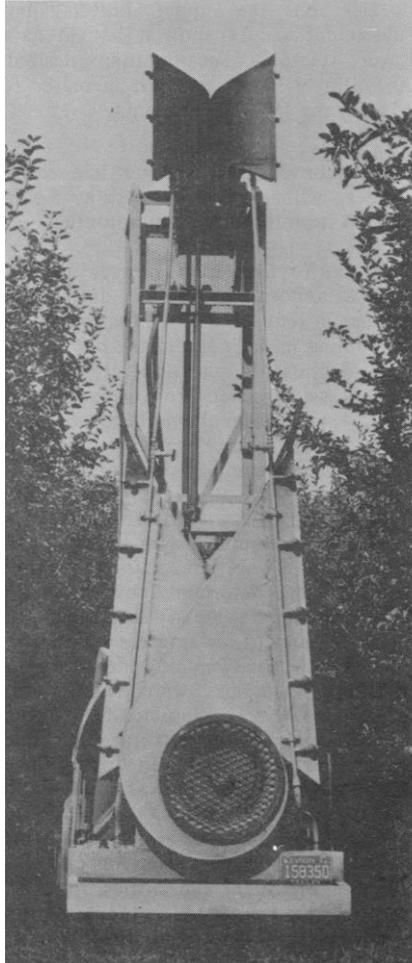
2.2.6 Pulverizador de pomar tipo torre

Podemos verificar historicamente a preocupação em otimização da pulverização agrícola, podemos verificar na pesquisa realizada por McMechan e Gaunce, tendo início no ano de 1968, experimento por cerca de 2 anos, na coleta de dados, para realizar a comparação da eficiência do pulverizador convencional e o modificado

Segue a descrição do pulverizador de torre experimental tendo quatro saídas de ar, duas de cada lado conforme a Figura 7. As saídas inferiores têm 127 cm de comprimento e 2,2 cm de largura; os superiores têm 53 cm comprimento e 2,5 cm de largura. O ar das saídas inferiores são direcionadas horizontalmente, e ligeiramente

para cima, para fornecer cobertura os 2,8 m inferiores das árvores; o ar das saídas superiores é direcionado horizontalmente e ligeiramente para baixo, para fornecer cobertura nas partes superiores do árvores. Há alguma sobreposição de correntes de ar. A velocidade média do ar de cada saída é de 170 km/h e o ar o volume é de cerca de 116m³ /min por lado.

Figura 7 - Pulverizador Torre para plantações de árvores frutíferas



Fonte: Mcmechan e Gaunce (1974)

Na atualidade, podemos descrever que o pulverizador tipo torre é um dispositivo montado sobre uma estrutura vertical, que se destaca por sua capacidade de atingir eficientemente alvos em áreas de difícil acesso, como o interior da copa das árvores. Esta configuração é particularmente útil em pomares densos e altos, onde a aplicação uniforme de produtos químicos é essencial para o controle de pragas e doenças (LI *et al.*, 2022b).

Este tipo de pulverizador é equipado com múltiplos ventiladores elétricos, que são responsáveis por criar um fluxo de ar direcionado para a pulverização. Esses ventiladores podem ser ajustados para controlar a velocidade do ar, permitindo uma distribuição precisa do líquido pulverizado (LI *et al.*, 2022b).

O sistema de aplicação convergente permite que o pulverizador atinja alvos em áreas internas da copa das árvores, como próximo ao tronco, onde pragas e doenças podem se esconder. Isso é alcançado por meio da capacidade de ajuste da distância dos defletores na planta, garantindo que o produto seja direcionado de maneira eficiente para os locais desejados (SARTORI, 2008).

Além disso, o pulverizador tipo torre pode ser equipado com tecnologias avançadas de controle, como o sistema *Multicontrol*, que permite a variação da taxa de pulverização de acordo com as necessidades específicas do cultivo. Por exemplo, em plantios novos ou replantados, apenas as seções inferiores da torre podem ser acionadas, economizando insumos e reduzindo desperdícios (BLANCO *et al.*, 2019).

Modelo que motivou a desenvolvimento dessa tese, que anteriormente já foi estudo do grupo de pesquisa do professor Balthazar, mencionado nesse texto item 4.3. Na Figura 8 demonstra modelo de pulverizador tipo torre.

Figura 8 - Pulverizador tipo torre



Fonte: RURAL, (2023) Cortesia Máquinas Agrícolas Jacto S.A.

3 DESENVOLVIMENTO

Parte principal do trabalho, em que se define o tipo de amortecedor utilizado para suprir as oscilações do pulverizador, e a metodologia utilizada para verificar a eficiência da redução da vibração do pulverizador entre elas a Transformada Rápida de Fourier (FFT) e método de *Runge-Kutta* de quarta ordem (RK4).

3.1 Amortecedor Magneto-Reológico

Os amortecedores magneto-reológicos representam uma fascinante inovação na engenharia de materiais e na tecnologia de amortecimento. Esses dispositivos utilizam fluidos magneto-reológicos, compostos por partículas ferromagnéticas suspensas em um fluido base, cuja viscosidade pode ser alterada instantaneamente por meio de um campo magnético aplicado. Essa capacidade de ajuste dinâmico da viscosidade confere aos amortecedores magneto-reológicos uma gama de aplicações em sistemas de suspensão veicular, construção civil, engenharia sísmica e muito mais.

Em seu funcionamento básico, os amortecedores magneto-reológicos consistem em um cilindro cheio de fluido magneto-reológico, através do qual passa um eixo conectado ao sistema a ser amortecido, como o conjunto de suspensão de um veículo. Quando um campo magnético é aplicado ao fluido, as partículas ferromagnéticas se alinham, aumentando a viscosidade do fluido e conseqüentemente proporcionando maior resistência ao movimento do eixo. Por outro lado, quando o campo magnético é desligado, as partículas se dispersam, reduzindo a viscosidade e permitindo um movimento mais livre do eixo.

A capacidade de ajustar a viscosidade do fluido em tempo real torna os amortecedores magneto-reológicos altamente versáteis. Eles podem ser ajustados instantaneamente para se adaptar às condições de condução, proporcionando um conforto superior ao motorista e passageiros. Em situações de condução suave, o fluido pode ser ajustado para oferecer uma resposta macia, absorvendo pequenas irregularidades na estrada. Por outro lado, em situações de condução mais agressiva, como curvas acentuadas ou mudanças rápidas de direção, o fluido pode ser instantaneamente ajustado para proporcionar uma resposta mais firme, garantindo estabilidade e controle.

Além de seu uso em veículos, os amortecedores magneto-reológicos também têm aplicações importantes em outras áreas da engenharia. Por exemplo, na construção civil, esses amortecedores podem ser empregados em sistemas de amortecimento de vibrações em pontes, edifícios e estruturas de grande porte, proporcionando maior segurança e conforto em situações de ventos fortes, terremotos ou outras cargas dinâmicas.

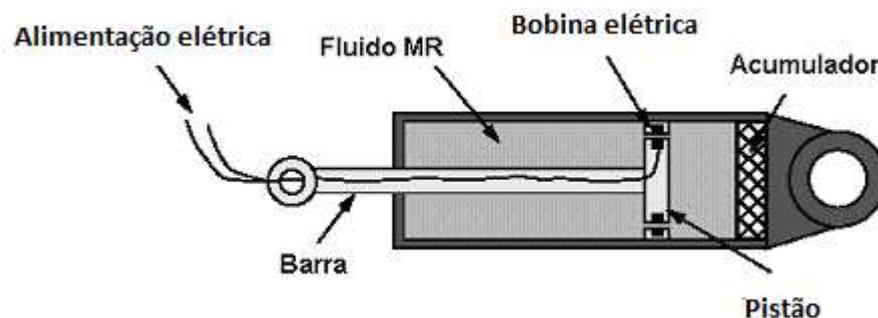
3.2 Características Amortecedores Magneto-Reológico (MR)

Amortecedores MR são semelhantes aos amortecedores convencionais. Na condição de não magnetizado, o fluido pode passar através do orifício, mas quando a suspensão é necessária, a bobina é ligada e inicia-se a passagem de corrente através das bobinas, e desenvolve-se um campo magnético. (NAIK; SINGRU, 2011).

Devido ao efeito deste campo magnético, o fluido no orifício se comporta como um semi-sólido e oferece resistência ao fluxo de fluido. Assim, o fluido na câmara começa a se comportar como um meio de absorção de choque.

Na Figura 9 podemos observar a estrutura com seus principais componentes constituintes para um amortecedor MR.

Figura 9 - Amortecedor MR



Fonte: Medina; Marichal; Simón, (2008).

Os amortecedores magneto reológicos representam uma evolução significativa na tecnologia de suspensão automotiva, oferecendo um controle altamente preciso da rigidez da suspensão em tempo real. Esses sistemas empregam uma combinação de componentes eletrônicos e hidráulicos para ajustar dinamicamente a resposta do amortecedor às condições da estrada e ao estilo de condução do veículo.

Componentes do Amortecedor Magneto Reológico:

- **Fonte Elétrica:**
 - Fornece energia elétrica para o sistema.
 - Integrada ao sistema elétrico do veículo.
 - Controlada pelo sistema de gerenciamento do veículo.
- **Fluido MR (Reológico Magneto):**
 - Composto por partículas magnéticas suspensas em um líquido.
 - Altera sua viscosidade em resposta a um campo magnético.
 - Responsável por ajustar a rigidez do amortecedor.
- **Acumulador:**
 - Armazena o fluido MR.
 - Consiste em câmaras separadas por um pistão.
 - Ajuda a manter a pressão e fornece uma resposta rápida às mudanças nas condições da estrada.
- **Barra do Pistão:**
 - Conectada ao pistão interno do amortecedor.
 - Transmite os movimentos das rodas para o amortecedor.
 - Permite uma resposta rápida às mudanças nas condições da estrada.
- **Pistão:**
 - Localizado dentro do amortecedor.
 - Movimenta-se em resposta aos movimentos da barra do pistão.
 - Controla o fluxo do fluido MR, ajustando a rigidez do amortecedor.

Esses elementos formam um sistema dinâmico e integrado que proporciona uma experiência de condução suave, estável e adaptável às mais diversas condições de condução.

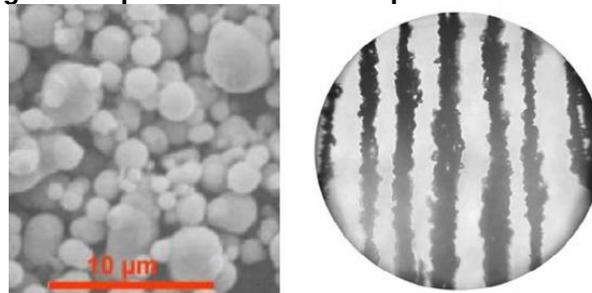
3.3 Características do Fluido MR

De acordo como com Spaggiari, (2012), os fluidos magnetos reológicos (MR) são constituídos por materiais líquidos, inteligentes e controláveis, embora à uma primeira vista não pareçam tão impressionantes. São misturas de partículas não coloidal ferromagnéticas dispersas aleatoriamente em óleo ou água, além de alguns

aditivos inseridos para evitar a sedimentação das partículas em suspensão. Em aspecto geral é como uma lama bastante pesada e gordurosa, sendo muitas vezes mais densos que a água.

As partículas ferromagnéticas a presença de um campo de indução, passam a adquirir um bipolo magnético, em seguida, se deslocam e se reformulam dando início a um arranjo de fluxo de forma a formar cadeias microscópicas, como efeito altera-se a viscosidade do fluido (BARANWAL; DESHMUKH, 2012)

Figura 10 - (a) Microfotografia MR sem campo magnético, (b). Microfotografia MR com um campo magnético aplicado com cadeias paralelas de ferro carbônio.



(a)

(b)

Fonte: Spaggiari (2012)

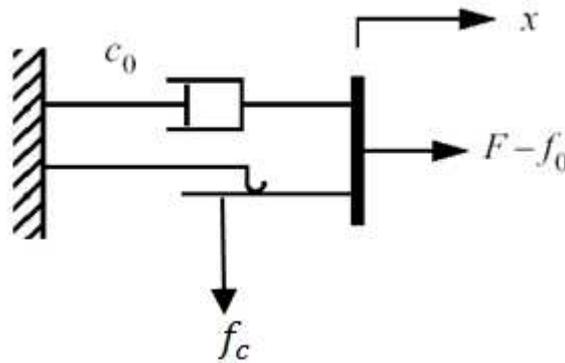
3.4 Modelos Matemáticos para Amortecedores Magneto-Reológico

Um número grande de modelos analíticos baseados em diferentes descrições de funções tem surgido com o objeto de descrever as propriedades não-lineares dos amortecedores MR (MA *et al.*, 2003).

3.4.1 Modelo de Bingham para Amortecimento Controlável

Stanway; Sproston; Stevens, 1985, e Spencer Jr *et al.*, 1996, propuseram o modelo mecânico denominado de Modelo de Bingham. O qual consiste em um componente que represente a fricção de Coulomb em paralelo com um amortecedor viscoso, conforme Figura 11.

Figura 11 - Modelo de Bingham para amortecimento controlável



Fonte: Spencer *et al.* (1997)

O modelo matemático que representa a dinâmica do sistema a Figura 11 é dado pela equação 1:

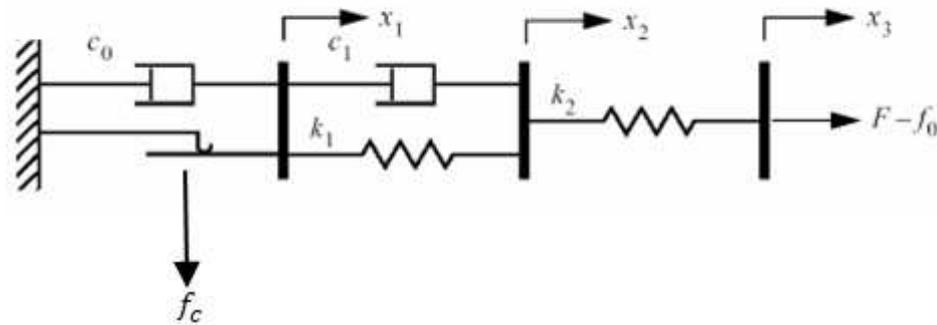
$$F = f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}) + c_0 \dot{x} + f_0 \quad (1)$$

Sendo c_0 o coeficiente de amortecimento viscoso, f_c é a amplitude da força de atrito de Coulomb, e f_0 representa o acumulador do amortecedor.

3.4.2 Modelo de Bingham Modificado

(GAMOTA; FILISKO, 1992) propuseram uma extensão ao modelo de Bingham, sendo que o novo modelo composto por um elemento de fricção em paralelo com um amortecedor viscoso em série com um sistema linear que representa um elemento através de amortecedor e molas.

Figura 12 - Modelo proposto por Gamota e Filisko, 1991



Fonte: Spencer *et al.*, (1997)

As equações dinâmicas que representam o modelo são agora denotadas por:

Quando: $|F| > f_c$, temos a equação 2:

$$F = k_1(x_2 - x_1) + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + f_0 = c_0\dot{x}_1 + f_c \operatorname{sgn}(\dot{x}_1) + f_0 = k_2(x_3 - x_2) + f_0 \quad (2)$$

Quando a inequação é satisfeita: $|F| \leq f_c$, temos a equação 3:

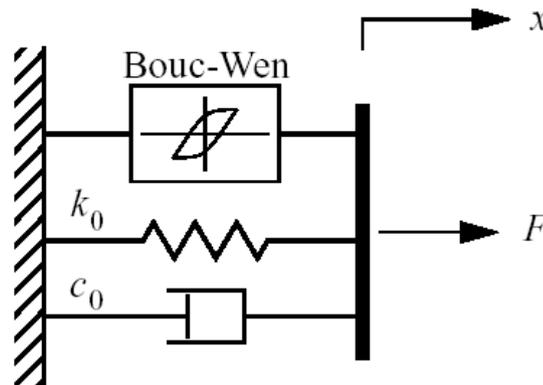
$$F = k_1(x_2 - x_1) + c_1\dot{x}_2 + f_0 = k_2(x_3 - x_2) + f_0 \quad (3)$$

onde: F é a força total do amortecedor [N], c_0 é o coeficiente de amortecimento viscoso associado com o modelo de Bingham [Ns/m] Butz, T. 2002, k_1 e k_2 são os coeficientes de rigidez [N/m] e c_1 coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m], f_0 é a força que representa a presença do acumulador do amortecedor [N], f_c é a força de atrito de Coulomb [N], x_1 , x_2 e x_3 são respectivamente as variáveis de estado de deslocamentos [m] e \dot{x}_1 e \dot{x}_2 são as variáveis de estado velocidade de deslocamento [m/s] (Tusset, 2008).

3.4.3 Modelo de Bouc-Wen para Amortecedor MR

O modelo de Bouc-Wen (BUTZ; VON STRYK, 2002) é considerado extremamente versátil e pode exibir o comportamento de histerese. A Figura 13 mostra o esquema do modelo:

Figura 13 - Modelo Bouc-Wen para amortecedor MR



Fonte: Spencer *et al.* (1997)

A força F é determinada pela equação 4:

$$F = c_0 \dot{x} + k_0(x - x_0) + \alpha z \quad (4)$$

onde z é obtido da equação 5 segundo (BUTZ; VON STRYK, 2002):

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x}| |z|^{n-1} - \beta \dot{x} |z|^n + A \dot{x} \quad (5)$$

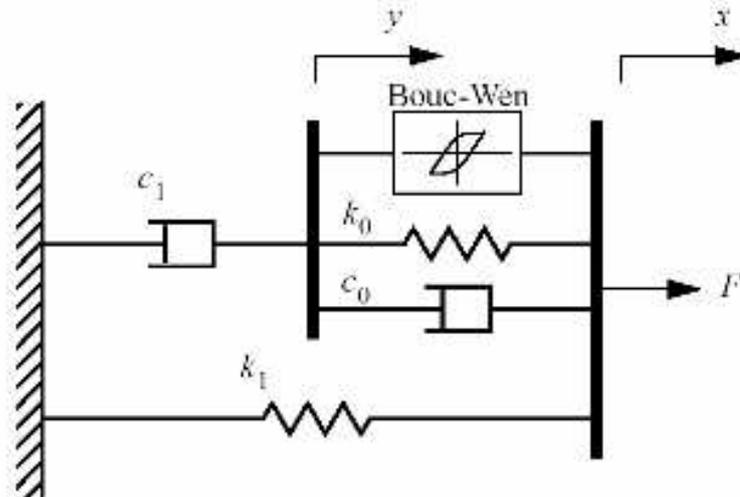
Os parâmetros do modelo são: α [N/m], c_0 [Ns/m], k_0 [N/m], γ [m^{-2}], β [m^{-2}], x_0 [m], e as constantes n e A que dependem das características do amortecedor.

3.4.4 Modelo de Bouc-Wen Modificado para Amortecedor MR

O comportamento de histerese do amortecedor é descrito pelo modelo de Bouc-Wen. (SPENCER JR *et al.*, 1996), propôs algumas alterações no modelo Bouc-

Wen para determinar o comportamento do modelo mecânico do amortecedor MR, como pode ser observado na Figura 14 (LIAO; LAI, 2002):

Figura 14 - Modelo mecânico de um amortecedor MR proposto por Spencer *et al.*, 1997.



Fonte: Liao e Lai (2002)

A força F pode ser escrita como pela equação 6:

$$F = c_1 \dot{y} + k_1(x - x_0) \quad (6)$$

a variável \dot{y} pode ser obtida de a equação 7:

$$\dot{y} = \frac{1}{(c_0 + c_1)} [\alpha z + k_0(x - y) + c_0 \dot{x}] \quad (7)$$

a variável z pode ser obtida de conforme a equação 8:

$$\dot{z} = \gamma |\dot{x} - \dot{y}| |z|^{n-1} z - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + A(\dot{x} - \dot{y}) \quad (8)$$

Os parâmetros do modelo são: α [N/m], c_0 [Ns/m], c_1 [Ns/m], k_0 [N/m], k_1 [N/m], γ [m^{-2}], β [m^{-2}], x_0 [m], e as constantes n e A que dependem das características do amortecedor.

O presente trabalho usará Modelo de Bouc-Wen Modificado para Amortecedor MR, devido suas características magnéticas que se utiliza pouca energia tendo uma grande capacidade de amortecimento e um rápido tempo de resposta para realizar o amortecimento (LIAO; LAI, 2002).

3.5 Transformada rápida de Fourier (FFT)

A Transformada Rápida de Fourier (FFT, do inglês Fast Fourier Transform) é um algoritmo eficiente para calcular a Transformada de Fourier discreta (DFT) de uma sequência de números. A DFT é uma ferramenta matemática fundamental para análise de sinais e sistemas, decompondo um sinal em suas componentes de frequência.

A principal vantagem da FFT é sua eficiência computacional. Enquanto o cálculo direto da DFT requer $O(n^2)$ operações, onde n é o número de pontos na sequência, a FFT reduz esse custo computacional para $O(n \log n)$, o que é significativamente mais rápido para sequências grandes (SMITH, 2002).

A FFT é amplamente utilizada em uma variedade de áreas, incluindo processamento de sinais, telecomunicações, processamento de imagens, física, engenharia, entre outras. Alguns exemplos de aplicações incluem análise espectral de sinais de áudio, compressão de dados, filtragem de ruído, e resolução de equações diferenciais parciais (BYRNE, 2017).

Para usar a FFT, geralmente se utiliza alguma biblioteca ou função específica disponível em linguagens de programação como Python, MATLAB, C++, entre outras. Essas bibliotecas geralmente oferecem uma implementação eficiente do algoritmo FFT, permitindo aos usuários calcular rapidamente a Transformada de Fourier de uma sequência de dados (SMITH, 2002).

3.5.1 Algoritmo de Transformada rápida de Fourier (FFT)

A FFT permite, a partir de um sinal no domínio do tempo, obter o sinal correspondente no domínio da frequência, usando as funções de seno e cosseno. A fala é um sinal real, mas sua FFT tem componentes reais e imaginários, porém apenas os valores absolutos são utilizados para este fim (PEREIRA, 2015).

O Algoritmo da FFT escrevendo $F(u)$ na forma:

$$F(u) \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) W_N^{ux} \quad (9)$$

Onde $W_n = \exp \left[\frac{-i2\pi}{N} \right]$ e N é uma potência de 2, ou seja, $N = 2^n$.

Assim, N pode ser escrito também como $N = 2M$. Substituindo na expressão original teremos:

$$F(u) = \frac{1}{2} \sum_{x=0}^{2M-1} f(x) W_{2M}^{ux} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x) W_{2M}^{u(2x)} + \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_{2M}^{u(2x+1)} \right] \quad (10)$$

Da definição de W é fácil ver que $W_{2M}^{u(2x)} = W_M^{ux}$. Assim a expressão acima pode ser reescrita como:

$$F(u) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x) W_M^{ux} + \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_M^{ux} W_{2M}^u \right] \quad (11)$$

Para

$$F_{par}(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x) W_M^{ux} \quad \text{e} \quad F_{impar}(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(2x+1) W_M^{ux} W_{2M}^u \quad (12)$$

Assim,

$$F(u) = \frac{1}{2} [F_{par}(u) + F_{impar}(u) W_{2M}^u] \quad (13)$$

mas, como $W_M^{u+M} = W_M^u$ e $W_{2M}^{u+M} = -W_{2M}^u$, podemos escrever:

$$F(u+M) = \frac{1}{2} [F_{par}(u) + F_{impar}(u) W_{2M}^u] \quad (14)$$

Para computar uma transformada de N pontos, pode-se decompor o cálculo em duas metades, como visto em (13) e (14). A primeira metade (13) demanda duas transformadas com $N/2$ pontos cada (12). Os valores são substituídos em (13) para obter a primeira metade de $F(u)$ para $u = 0, 1, \dots, (N/2 - 1)$. A segunda metade é obtida de (14) sem nova transformada (PEREIRA, 2015), (BYRNE, 2017), (SMITH, 2002).

3.6 Método RK45 para Solução de Equações Diferenciais Ordinárias

Equações diferenciais ordinárias (EDOs) surgem em uma ampla gama de problemas científicos e de engenharia, desde a modelagem de sistemas dinâmicos até a simulação de fenômenos físicos. No entanto, muitas dessas equações não possuem soluções analíticas exatas ou apresentam formas que são difíceis de resolver diretamente. Por esse motivo, métodos numéricos são amplamente utilizados para obter soluções aproximadas.

Entre os métodos numéricos mais utilizados para a solução de EDOs estão os métodos de Runge-Kutta, que se destacam pela combinação de simplicidade e precisão. Esses métodos resolvem EDOs da forma geral:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), y(t_0) = y_0 \quad (15)$$

onde $y(t)$ é a solução desconhecida que depende do tempo t , e $f(t, y)$ é uma função conhecida que governa a dinâmica do sistema. O método RK45 (Runge-Kutta de quarta e quinta ordem) é um dos mais importantes dessa família, devido à sua capacidade adaptativa de ajustar o tamanho do passo de integração.

3.6.1 Método RK45

O método RK45 é uma variante avançada dos métodos de Runge-Kutta, combinando a precisão de um esquema de quarta ordem com um esquema de quinta ordem para controlar o erro. Essa técnica permite que o algoritmo ajuste dinamicamente o tamanho do passo h durante a solução da EDO, otimizando a eficiência computacional e mantendo a precisão dentro de limites aceitáveis.

3.6.2 Conceito de Passo Adaptativo

Nos métodos tradicionais de Runge-Kutta, o tamanho do passo de integração h é fixo, o que pode ser ineficiente em regiões da solução onde o comportamento da função $f(t, y)$ é suave. Por outro lado, em regiões onde a solução muda rapidamente, um tamanho de passo muito grande pode comprometer a precisão. O método RK45 resolve essa limitação através da introdução de um passo adaptativo (FREITAS, 2000). A cada passo de integração, o método calcula simultaneamente duas estimativas da solução:

- Uma aproximação de quarta ordem.
- Uma aproximação de quinta ordem (mais precisa).

A diferença entre essas duas soluções serve como uma medida do erro. Se o erro for maior que uma tolerância predefinida, o tamanho do passo h é reduzido; caso contrário, o passo é aumentado para reduzir o tempo simulação (EDUARDO, 2018).

3.6.3 Estágios do Método RK45

O método RK45 utiliza seis estágios intermediários para calcular a solução em um ponto t_{n+1} a partir de um ponto t_n . esses estágios são representados pelas seguintes equações (FREITAS, 2000):

$$\begin{aligned}
 k_1 &= hf(t_n, y_n) \\
 k_2 &= hf\left(t_n + \frac{1}{4}h, y_n + \frac{1}{4}k_1\right) \\
 k_3 &= hf\left(t_n + \frac{3}{8}h, y_n + \frac{3}{32}k_1 + \frac{9}{32}k_2\right) \\
 k_4 &= hf\left(t_n + \frac{12}{13}h, y_n + \frac{1932}{2197}k_1 - \frac{7200}{2197}k_2 + \frac{7296}{2197}k_3\right) \\
 k_5 &= hf\left(t_n + h, y_n + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 \frac{3680}{513}k_3 + \frac{845}{4104}k_4\right) \\
 k_5 &= hf\left(t_n + h, y_n + \frac{439}{216}k_1 - 8k_2 \frac{3680}{513}k_3 + \frac{845}{4104}k_4\right)
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$k_6 = hf \left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n - \frac{8}{27}k_1 + 2k_2 - \frac{3544}{2565}k_3 + \frac{1859}{4104}k_4 - \frac{11}{40}k_5 \right)$$

Esses valores intermediários $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ são usados para calcular as soluções de quarta e quinta ordens.

A solução de quarta ordem, que é usada para avançar a solução, é dada pela combinação linear dos k_i intermediários na equação 17:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{25}{216}k_1 + \frac{1408}{2565}k_3 + \frac{2197}{4104}k_4 - \frac{1}{5}k_5 \quad (17)$$

A solução de quinta ordem, que é usada para estimar o erro, é dada por:

$$z_{n+1} = y_n + \frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{5643}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6 \quad (18)$$

A diferença entre as soluções de quarta e quinta ordem fornece uma estimativa do erro:

$$erro = z_{n+1} - y_{n+1} \quad (19)$$

Com a estimativa do erro disponível, o método RK45 ajusta o passo h de maneira adaptativa. O novo passo é calculado da seguinte forma:

$$h_{novo} = h \cdot \left(\frac{\epsilon}{erro} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (20)$$

Aqui, ϵ representa a tolerância de erro desejada, e a razão $\frac{\epsilon}{erro}$ é elevada à potência de $\frac{1}{4}$, garantindo que o ajuste do passo seja proporcional ao comportamento da solução.

Na prática, o método RK45 é amplamente utilizado em softwares de cálculo numérico, como o MATLAB®, onde o comando `ode45` implementa automaticamente

o ajuste adaptativo do passo. A simplicidade de uso e a eficiência do controle de erro tornam o método RK45 uma ferramenta poderosa para resolver uma ampla variedade de problemas em modelagem matemática e simulação computacional (PEREIRA, 2015).

3.7 Efeito Sommerfeld e suas implicações em motores elétricos e estruturas

O efeito Sommerfeld ocorre em motores que estão acoplados a uma estrutura flexível ou a um sistema com um grau de liberdade. A principal característica do efeito é que, ao invés de aumentar a velocidade de rotação de forma contínua com o aumento de torque, a velocidade se estabiliza ou até diminui em certos pontos, mesmo com o torque ainda sendo aplicado. Isso acontece porque parte da energia que deveria ser usada para acelerar o motor é dissipada na forma de vibração (KARTHIKEYAN *et al.*, 2015).

Quando um motor elétrico é instalado em uma estrutura que possui frequências naturais de vibração próximas à frequência de rotação do motor, o efeito Sommerfeld pode ser observado de maneira mais intensa. Isso gera uma "armadilha" de energia vibracional, onde o sistema entra em um estado de ressonância ou quase ressonância, dificultando o aumento da rotação do motor até que uma quantidade significativa de energia seja fornecida para superar esse estado (KARTHIKEYAN *et al.*, 2015).

As vibrações causadas pelo efeito Sommerfeld podem aumentar a fadiga estrutural e reduzir a vida útil dos componentes, tanto do motor quanto da estrutura onde ele está montado. Em aplicações práticas, isso pode se traduzir em uma perda de eficiência, pois o motor não consegue atingir sua rotação nominal sem dissipar muita energia na forma de vibração. Sistemas de controle, como inversores de frequência, podem ter dificuldades em ajustar a rotação de motores sujeitos ao efeito Sommerfeld, já que a relação entre torque e velocidade se torna não-linear (SINHA *et al.*, 2020).

Para reduzir o impacto do efeito Sommerfeld, são utilizadas técnicas de isolamento de vibração, como o uso de amortecedores, suportes flexíveis ou a desacoplagem do motor da estrutura. Além disso, o projeto da estrutura pode ser ajustado para que suas frequências naturais fiquem distantes da faixa de operação do motor, evitando ressonâncias (CASTAÑO; GOES; BALTHAZAR, 2011).

4 DISCUSSÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS DE PULVERIZADORES DE POMARES

Existe vários modelos na literatura de pulverizadores de pomares, no entanto citaremos aqueles modelos que relacionam com o presente trabalho:

- Modelo I: este modelo foi originalmente explorado por Sartori e Balthazar e Silva et.al. (SARTORI JUNIOR; BALTHAZAR; PONTES JUNIOR, 2009a), (SILVA *et al.*, 2022)
- Modelo II: posteriormente foi atualizado por Cunha e Balthazar. (CUNHA; PALACIOS FELIX; BALTHAZAR, 2017a), (CUNHA; FELIX; BALTHAZAR, 2017)
- O modelo III: será usado no presente trabalho.

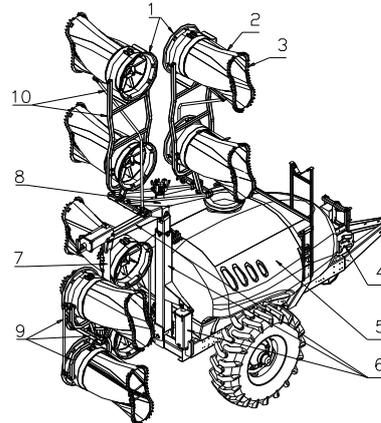
A seguir descreveremos estes modelos.

4.1 Modelo matemático I

Este modelo é baseado (SARTORI, 2008) (SARTORI JUNIOR; BALTHAZAR; PONTES JUNIOR, 2009a) no equipamento descrito na Figura 1. Ele tem vários graus de liberdade. O problema de estabilidade em questão são as oscilações laterais do pulverizador de torre, chamadas a partir de agora de movimento de rolagem. A Figura 15 ilustra um modelo simplificado para este equipamento considerando apenas o movimento do rolo. A Figura 16a mostra o modelo em posição de equilíbrio. A Figura 16b mostra o modelo fora da posição de equilíbrio. O modelo simplificado é composto por um reboque com massa m_1 , com dois pneus; a torre é representada por uma massa concentrada m_2 apoiada por uma barra com comprimento L_1 e sem peso. A torre é conectada ao chassi do reboque na junta P , colocada a distância L_1 acima do centro de gravidade do reboque. A articulação P permite apenas movimentos laterais.

Considerando um sistema inercial $X - Y$ este modelo simplificado tem graus de liberdade de árvore: y_1 : deslocamento vertical do centro de gravidade do reboque, x_2 : deslocamento lateral do centro de gravidade da torre e y_2 : deslocamento vertical do centro de gravidade da torre. O deslocamento lateral do centro de gravidade do reboque, x_1 , limitado por pneus, é muito pequeno em comparação com as magnitudes de outros deslocamentos. Assim, assume-se x_1 constante.

Figura 15 - Pulverizador Torre de Pomar

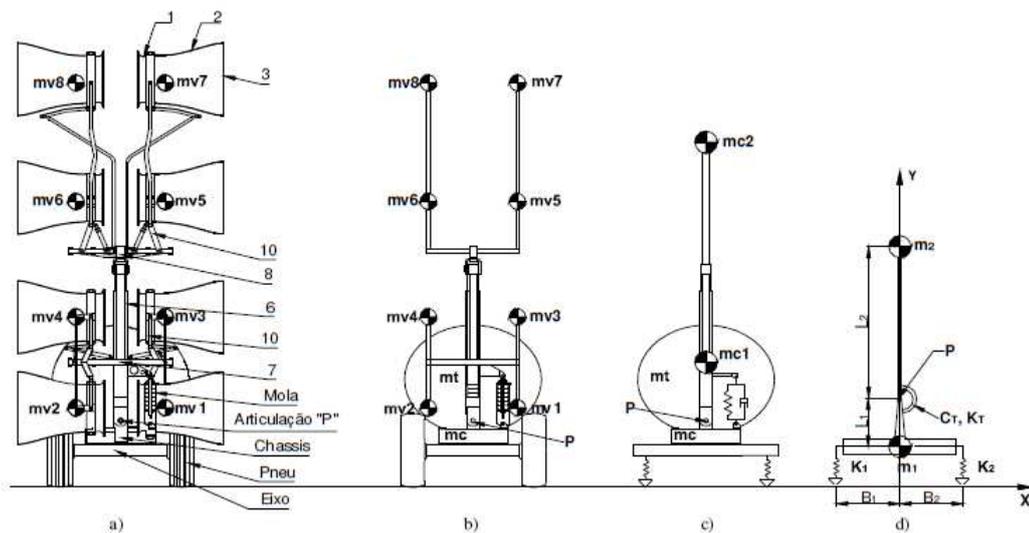


Fonte: Sartori *et.al.* (2007) (cortesia da Máquinas Agrícolas Jacto S/A)

Onde temos a descrição de cada componente do pulverizador:

Com oito ventiladores (1), oito bicos de ar (2) e vários jatos de pulverização (3), tanque principal de armazenamento de produtos químicos (5), bomba de produtos químicos (4), diversas estruturas de apoio aos ventiladores (6, 7, 8, 9 e 10) permitem uma posição adequada entre os ventiladores e a planta de cultivo. O reboque possui eixos rígidos e pneus agrícolas de alta flutuação.

Figura 16 - Simplificações do modelo real, a) esquema do pulverizador, b) primeira simplificação, c) segunda simplificação, d) terceira simplificação

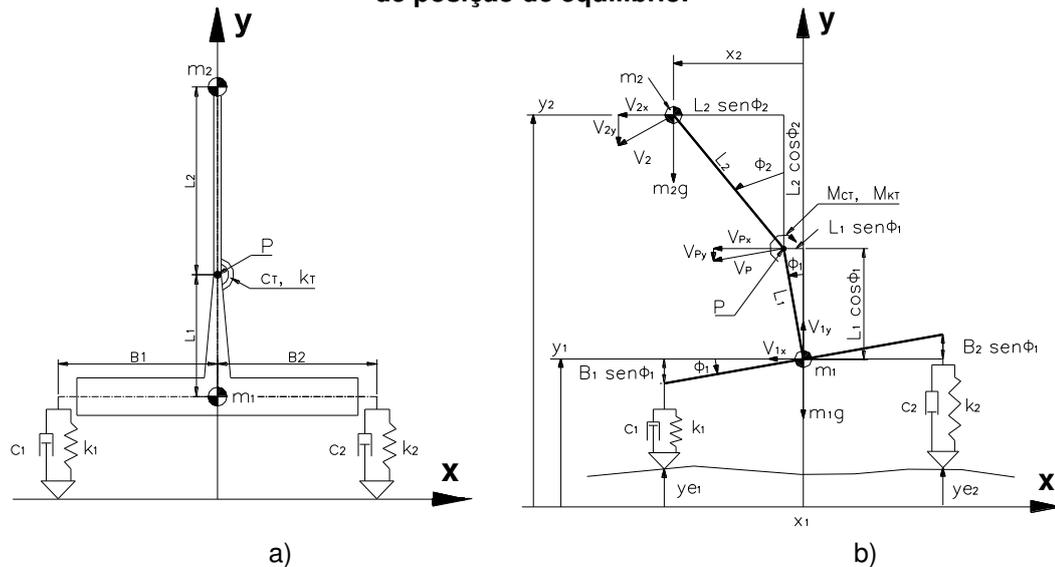


Fonte: Sartori *et.al* (2008, p 39)

Mas, observa-se que na simplificação apresentada (Fig. 16d)) o modelo apresentado possui quatro graus de liberdade, com apenas a massa dos ventiladores concentrada no topo da torre, chamada de m_2 na figura 17b, e sem levar em

consideração a massa das rodas. Por fim a próxima simplificação será adicionar o motor de massa desbalanceada no topo da torre e a massa de uma roda, transformando assim o modelo em $\frac{1}{4}$ de veículo (*Quarter-car*). Finalmente, todas as simplificações citadas anteriormente são representadas em um esquema teórico apresentado na figura a seguir, Figura 17b.

Figura 17 - Modelo Simplificado do pulverizador de torre - a) em posição de equilíbrio - b) fora de posição de equilíbrio.



Fonte: Sartori *et.al* (2007)

A Figura 17 ilustra um modelo simplificado deste equipamento considerando apenas o movimento do rolo. A Figura 17a mostra o modelo na posição de equilíbrio. A Figura 17b mostra o modelo fora da posição de equilíbrio. O modelo simplificado consiste em um reboque de massa m_1 , com dois pneus; a torre é representada por uma massa concentrada m_2 sustentada por uma barra de comprimento L_2 e sem peso. A torre é conectada ao chassi do reboque na junta P , colocada a distância L_1 acima do centro de gravidade do reboque. A articulação P permite apenas movimentos laterais.

Considerando um sistema inercial X - Y este modelo simplificado possui três graus de liberdade: y_1 : deslocamento vertical do centro de gravidade do reboque; x_2 : deslocamento lateral do centro de gravidade da torre e y_2 : deslocamento vertical do centro de gravidade da torre. O deslocamento lateral do centro de gravidade do reboque, x_1 , limitado pelos pneus, é muito pequeno comparado às magnitudes de outros deslocamentos. Portanto, assume-se x_1 constante.

No Quadro 2, temos a descrição de todas as variáveis do modelo do pulverizador.

Quadro 2 - Nomenclatura do modelo

| | |
|--|---|
| B1: centro de distância ao pneu esquerdo, | $\dot{\phi}_2$: velocidade angular da torre |
| B2: centro de distância ao pneu direito | $\ddot{\phi}_1$: aceleração angular da torre |
| C1: amortecimento do pneu esquerdo, | x_1 : movimento horizontal do chassi |
| C2: amortecimento do pneu direito | \dot{x}_1 : velocidade horizontal do chassi |
| TC: amortecimento torcional articular | \ddot{x}_1 : aceleração horizontal do chassi |
| I1: momento de inércia do reboque | x_2 : movimento horizontal do reboque |
| I2: momento de inércia da torre | \dot{x}_2 : velocidade horizontal do reboque |
| K1: rigidez do pneu esquerdo, | \ddot{x}_2 : aceleração horizontal do reboque |
| K2: rigidez direita do pneu, | y_1 : movimento vertical da torre |
| KT: rigidez torcional articular | \dot{y}_1 : velocidade vertical da torre |
| L ₁ : distância do reboque GC à junta P | \ddot{y}_1 : aceleração vertical da torre |
| L ₂ : distância da torre GC à junta P | y_2 : movimento vertical do reboque |
| M1: massa do reboque (centro de gravidade) | \dot{y}_2 : movimento vertical do reboque |
| m2: massa da torre (centro de gravidade) | \ddot{y}_2 : movimento vertical do reboque |
| ϕ_1 : deslocamento angular do chassi | y_{e1} : deslocamento vertical do pneu esquerdo |
| $\dot{\phi}_1$: velocidade angular do chassi | \dot{y}_{e1} : deslocamento vertical do pneu esquerdo |
| $\ddot{\phi}_1$: aceleração angular do chassi | y_{e2} : deslocamento vertical do pneu direito |
| ϕ_2 : deslocamento angular da torre | \dot{y}_{e2} : velocidade vertical do pneu direito |

Fonte: Sartori *et.al*, (2007)

Para derivar as equações do modelo de movimentos, uma das maneiras possíveis é usar equações de Lagrange (SARTORI, 2008):

$$L = E_c - W_c - W_{NC} \quad (21)$$

E o princípio de Hamilton:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial q} \right) + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \right) = 0 \quad (22)$$

Onde E_C é a energia cinética, CC é o trabalho de forças conservadoras, neste caso a energia potencial de peso e forças de rigidez. W_{NC} são os trabalhos das forças não conservadoras, ou energia dissipada de forças de amortecimento.

A energia cinética total deste sistema é a soma da energia cinética do reboque, E_{C1} , e da energia cinética da torre, E_{C2} :

$$E_C = E_{C1} + E_{C2} \quad (23)$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}_1^2 = \frac{1}{2}m_1(V_{1x}^2 + V_{1y}^2) + \frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}_1^2 = \frac{1}{2}m_1(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}_1^2 \quad (24)$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2}m_2V_2^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\varphi}_2^2 = \frac{1}{2}m_2(V_{2x}^2 + V_{2y}^2) + \frac{1}{2}I_2\dot{\varphi}_2^2 = \frac{1}{2}m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2}I_2\dot{\varphi}_2^2 \quad (25)$$

Da geometria da Figura 17:

$$x_2 = x_1 - L_1 \text{sen} \varphi_1 - L_2 \text{sen} \varphi_2 \quad (26)$$

$$y_2 = y_1 + L_1 \text{cos} \varphi_1 + L_2 \text{cos} \varphi_2 \quad (27)$$

E seus derivados de tempo:

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 - L_1\dot{\varphi}_1 \text{cos} \varphi_1 - L_2\dot{\varphi}_2 \text{cos} \varphi_2 \quad (28)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y}_1 - L_1\dot{\varphi}_1 \text{sen} \varphi_1 - L_2\dot{\varphi}_2 \text{sen} \varphi_2 \quad (29)$$

Os deslocamentos laterais do centro de gravidade do reboque, x_1 , são muito pequenos em comparação com as magnitudes de outros deslocamentos. Assim, presume-se que:

$$x_1 \cong \text{cte} \Rightarrow \dot{x}_1 = \dot{x}_2 = 0$$

Substituindo a Eq. (24), Eq. (25), Eq. (26), Eq. (27), Eq. (28), e Eq. (29) por Eq. (21) e Eq. (23):

$$E_C = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2L_1^2\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}m_2L_2^2\dot{\varphi}_2^2 + m_2L_1L_2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2 \text{cos}(\varphi_2 - \varphi_1) - m_2\dot{y}_1\dot{\varphi}_1L_1\text{sen}\varphi_1 + -m_2\dot{y}_1\dot{\varphi}_2L_2\text{sen}\varphi_2 + \frac{1}{2}I_1\dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\varphi}_2^2 \quad (30)$$

A energia potencial total deste sistema, E_P , é a soma da energia potencial da carreta E_{C1} e da energia potencial da torre E_{C2} :

$$E_P = E_{Pm_1} + E_{Pm_2} + E_{PK_1} + E_{PK_2} + E_{PK_T}$$

$$E_P = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + \frac{1}{2} K_1 (\Delta y_{K_1})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\Delta y_{K_2})^2 + \frac{1}{2} K_T (\Delta \varphi_{K_T})^2$$

$$E_P = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + \frac{1}{2} K_1 (y_1 - B_1 \sin \varphi_1 - y_{e_1})^2 + \frac{1}{2} K_2 (y_1 + B_2 \sin \varphi_1 - y_{e_2})^2 + \frac{1}{2} K_T (\varphi_2 - \varphi_1)^2 \quad (31)$$

Onde E_{Pm_1} , E_{Pm_2} , E_{PK_1} , E_{PK_2} , E_{PK_T} , E_{Pm_1} , estão respectivamente as energias potenciais do reboque, da torre, do pneu esquerdo, do pneu direito e da torção articular. Δy_{K_1} , Δy_{K_2} , Δy_{K_T} são respectivamente as deformações do pneu esquerdo, do pneu direito e da articulação torcional. Substituindo a Equação 30 pela Equação 31 e desenvolvendo-a, os resultados:

$$E_P = (m_1 + m_2) g y_1 + m_2 g L_1 \cos \varphi_1 + m_2 g L_2 \cos \varphi_2 + \frac{1}{2} K_1 y_1^2 + \frac{1}{2} K_1 B_1^2 \sin^2 \varphi_1 + \frac{1}{2} K_1 y_{e_1}^2 - K_1 y_1 B_1 \sin \varphi_1 - K_1 y_1 y_{e_1} + K_1 y_{e_1} B_1 \sin \varphi_1 + \frac{1}{2} K_2 y_1^2 + \frac{1}{2} K_2 B_2^2 \sin^2 \varphi_1 + \frac{1}{2} K_2 y_{e_2}^2 + K_2 y_1 B_2 \sin \varphi_1 - K_2 y_1 y_{e_2} - K_2 y_{e_2} B_2 \sin \varphi_1 + \frac{1}{2} K_T \varphi_2^2 + \frac{1}{2} K_T \varphi_1^2 - K_T \varphi_1 \varphi_2 \quad (32)$$

O amortecimento total do sistema F é a soma da energia de dissipação em pneus e junta de torção, respectivamente F_{C_1} , F_{C_2} e F_{C_T} :

$$F = F_{C_1} + F_{C_2} + F_{C_T}$$

$$F = \frac{1}{2} C_1 (\Delta \dot{y}_{C_1})^2 + \frac{1}{2} C_2 (\Delta \dot{y}_{C_2})^2 + \frac{1}{2} C_T (\Delta \dot{\varphi}_{C_T})^2 \quad (33)$$

Onde $\Delta \dot{y}_{C_1}$, $\Delta \dot{y}_{C_2}$, $\Delta \dot{\varphi}_{C_T}$ estão respectivamente as deformações da taxa de tempo do pneu esquerdo, do pneu direito e da junta torcional, deduzidas da Figura 17b.

$$F = \frac{1}{2} C_1 (\dot{y}_1 - B_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{y}_{e_1})^2 + \frac{1}{2} C_2 (\dot{y}_1 + B_2 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{y}_{e_2})^2 + \frac{1}{2} C_T (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1)^2$$

$$F = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \dot{\varphi}_1^2 \cos^2 \varphi_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{y}_1 \dot{\varphi}_1 \cos \varphi_1$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} C_1 \dot{y}_{e1}^2 + \frac{1}{2} C_2 \dot{y}_{e2}^2 - C_1 \dot{y}_1 \dot{y}_{e1} - C_2 \dot{y}_1 \dot{y}_{e2} + C_1 B_1 \dot{y}_{e1} \dot{\phi}_1 \cos \varphi_1 \\
& - C_2 B_2 \dot{y}_{e2} \dot{\phi}_1 \cos \varphi_1 + \frac{1}{2} C_T \dot{\phi}_2^2 - C_T \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \frac{1}{2} C_T \dot{\phi}_1^2
\end{aligned} \tag{34}$$

Usando o princípio de Hamilton para y_1 :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_1} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial y_1} \right) + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{y}_1} \right) = 0 \tag{35}$$

Obtemos:

$$\begin{aligned}
& (m_1 + m_2) \ddot{y}_1 - m_2 L_1 \ddot{\phi}_1 \sin \varphi_1 - m_2 L_2 \ddot{\phi}_2 \sin \varphi_2 - m_2 L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \varphi_1 - m_2 \\
& L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \varphi_2 + (C_1 + C_2) \dot{y}_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{\phi}_1 \cos \varphi_1 + (K_1 + K_2) y_1 + \\
& (K_2 B_2 - K_1 B_1) \sin \varphi_1 + (m_1 + m_2) g = K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2}
\end{aligned} \tag{36}$$

Usando o princípio de Hamilton para φ_1 :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_1} \right) + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_1} \right) = 0 \tag{37}$$

Resultados:

$$\begin{aligned}
& -m_2 L_1 \sin \varphi_1 \ddot{y}_1 + (I_1 + m_2 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \ddot{\phi}_2 - m_2 L_1 L_2 \sin \\
& (\varphi_2 - \varphi_1) \dot{\phi}_2^2 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \varphi_1 \dot{y}_1 + (C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \varphi_1) \dot{\phi}_1 \\
& - C_T \dot{\phi}_2 + (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos \varphi_1 y_1 + K_T \varphi_2 + (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 \\
& - m_2 g L_1 \sin \varphi_1 = -K_1 B_1 \cos \varphi_1 y_{e1} + K_2 B_2 \cos \varphi_1 y_{e2} - C_1 B_1 \cos \varphi_1 \dot{y}_{e1} + \\
& C_2 B_2 \cos \varphi_1 \dot{y}_{e2}
\end{aligned} \tag{38}$$

Finalmente, usando o princípio de Hamilton para φ_2 :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \varphi_2} \right) + \left(\frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_2} \right) = 0 \tag{39}$$

Resultados:

$$-m_2L_2\text{sen}\varphi_2\ddot{y}_1 + m_2L_1L_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)\ddot{\phi}_1 + (I_2 + m_2L_2^2)\ddot{\phi}_2 + m_2L_1L_2\text{sen}(\varphi_2 - \varphi_1)\dot{\phi}_1^2 - C_T\dot{\phi}_1 + C_T\dot{\phi}_2 - K_T\phi_1 + K_T\phi_2 - m_2gL_2\text{sen}\varphi_2 = 0 \quad (40)$$

As equações (36), (37) e (40) representam as equações de movimento do Modelo Não Linear mostrado na Figura 17b, que rearranjadas na forma matricial, resultam:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2L_1\text{sen}\varphi_1 & -m_2L_2\text{sen}\varphi_2 \\ -m_2L_1\text{sen}\varphi & I_1 + m_2L_1^2 & m_2L_1L_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \\ -m_2L_2\text{sen}\varphi_2 & m_2L_1L_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1) & I_2 + m_2L_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} 0 & -m_2L_1\cos\varphi_1 & -m_2L_2\cos\varphi_2 \\ 0 & 0 & -m_2L_1L_2\text{sen}(\varphi_2 - \varphi_1) \\ 0 & -m_2L_1L_2\text{sen}(\varphi_2 - \varphi_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1^2 \\ \dot{\phi}_1^2 \\ \dot{\phi}_2^2 \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & (C_2B_2 - C_1B_1)\cos\varphi_1 & 0 \\ (C_2B_2 - C_1B_1)\cos\varphi_1 & C_T + (C_1B_1^2 + C_2B_2^2)\cos^2\varphi_1 & -C_T \\ 0 & -C_T & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & 0 & 0 \\ (K_2B_2 - K_1B_1)\cos\varphi_1 & K_T & -K_T \\ 0 & -K_T & K_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} (K_2B_2 - K_1B_1)\text{sen}\varphi_1 + (m_1 + m_2)g \\ (K_1B_1^2 + K_2B_2^2)\text{sen}\varphi_1\cos\varphi_1 - m_2gL_1\text{sen}\varphi_1 \\ -m_2gL_2\text{sen}\varphi_2 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} K_1y_{e1} + K_2y_{e2} + C_1\dot{y}_{e1} + C_2\dot{y}_{e2} \\ -K_1B_1\cos\varphi_1y_{e1} + K_2B_2\cos\varphi_1y_{e2} - C_1B_1\cos\varphi_1\dot{y}_{e1} + C_2B_2\cos\varphi_1\dot{y}_{e2} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

No caso de pequenos deslocamentos angulares, pode-se assumir $\text{sen}\varphi \cong \varphi$, $\cos\varphi \cong 1$ e $\varphi\dot{y} \cong \varphi\dot{\phi} \cong \dot{y}^2 \cong 0$, resultando nas equações de movimento do Modelo Linear:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_1 + m_2L_1^2 & m_2L_1L_2 \\ 0 & m_2L_1L_2 & I_2 + m_2L_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & C_2B_2 - C_1B_1 & 0 \\ C_2B_2 - C_1B_1 & C_T + C_1B_1^2 + C_2B_2^2 & -C_T \\ 0 & -C_T & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & K_2 B_2 - K_1 B_1 & 0 \\ K_2 B_2 - K_1 B_1 & K_T + K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2 - m_2 g L_1 & -K_T \\ 0 & -K_T & K_T - m_2 g L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2} \\ -K_1 B_1 y_{e1} + K_2 B_2 y_{e2} - C_1 B_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \dot{y}_{e2} \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

(SARTORI, 2008), (SARTORI JUNIOR; BALTHAZAR; PONTES JUNIOR, 2009a) modelos matemáticos respondem consistentemente aos sinais de entrada. Principalmente o Modelo Linear indica respostas menores que o Modelo Não Linear. Para a validação final destes modelos é necessário comparar seus resultados com medidas dos equipamentos reais, o que está planejado para trabalhos futuros.

Os modelos podem auxiliar na visualização das soluções de engenharia e na seleção dos parâmetros do projeto. A construção do pêndulo invertido tem grande potencial para aumentar a estabilidade, reduzir amplitudes de oscilação, reduzir acelerações e reduzir forças no sistema.

Resultados nesse modelo observou-se nesta pesquisa são significativos e abrangentes. Inicialmente, o estudo da dinâmica do pulverizador agrícola tipo torre foi realizado, seguido pela proposição de um modelo matemático simplificado para representar esse equipamento. Em seguida, foram deduzidas as equações gerais que governam o movimento desse modelo.

Posteriormente, uma análise detalhada foi conduzida para avaliar os parâmetros e variáveis que influenciam as respostas do modelo, tanto qualitativamente quanto quantitativamente, em resposta a diferentes sinais de excitação, incluindo os encontrados em um campo agrícola. Os resultados mostraram que o modelo proposto é capaz de representar adequadamente o comportamento dinâmico do pulverizador agrícola em várias situações, o que indica o sucesso na consecução desse objetivo.

Além disso, a pesquisa também objetivou analisar a estabilidade do modelo, buscando identificar possíveis condições de instabilidade e até mesmo de caos. Os resultados indicaram que, mantidas as condições de estabilidade, não foram observados sinais significativos de caos nos deslocamentos laterais da torre do pulverizador. Essa análise contribui para uma melhor compreensão do comportamento dinâmico do equipamento e permite considerações em relação aos parâmetros de projeto que garantam sua estabilidade operacional.

Portanto, os objetivos propostos foram atingidos, demonstrando a eficácia do modelo matemático proposto e fornecendo insights valiosos para o projeto e operação de pulverizadores agrícolas do tipo torre.

Finalmente ressalta-se em (SILVA *et al.*, 2022) os resultados foram complementados esclarecendo melhor os resultados acima citados.

A seguir, descreve-se o modelo II cujo objetivo desenvolver um modelo levando as características estocásticas.

4.2 Modelo matemático II

Para Cunha *et al.*, (2016), tanto quanto é do conhecimento dos autores, não existem trabalhos na literatura aberta que investiguem outras questões de relevância associadas à dinâmica do pulverizador de torre para pomares, tais como a sua estabilidade dinâmica, a análise do quando submetido a excitações aleatórias, condição mais representativa da observada num sistema real etc. num sistema real etc.

Assim, para colmatar as lacunas no estudo da dinâmica não linear do pulverizador de pomar, quando o mecânico está sujeito a excitações aleatórias, este trabalho tem como objetivo construir um modelo estocástico consistente para ter em conta os carregamentos aleatórios, e depois calcular a propagação de incertezas através do modelo. Esta investigação tem como objetivo determinar como a resposta do sistema é afetada pelas incertezas dos parâmetros do modelo (CUNHA; PALACIOS FELIX; BALTHAZAR, 2017b).

$$y_{e1}(t) = A \sin(\omega t), \text{ e } y_{e2}(t) = A \sin(\omega t + \rho) \quad (41)$$

$$[M] \begin{pmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{\phi}_1(t) \\ \ddot{\phi}_2(t) \end{pmatrix} + [N] \begin{pmatrix} \dot{y}_1^2(t) \\ \dot{\phi}_1^2(t) \\ \dot{\phi}_2^2(t) \end{pmatrix} + [C] \begin{pmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{\phi}_1(t) \\ \dot{\phi}_2(t) \end{pmatrix} + [K] \begin{pmatrix} y_1(t) \\ \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{pmatrix} = g - h \quad (42)$$

Onde:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2 L_1 \sin \phi_1 & -m_2 L_1 \sin \phi_1 \\ -m_2 L_1 \sin \phi_1 & I_1 + m_2 L_1^2 & m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \\ -m_2 L_2 \sin \phi_1 & m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) & I_2 + m_2 L_2^2 \end{bmatrix},$$

$$[N] = \begin{bmatrix} 0 & -m_2 L_1 \cos \phi_1 & -m_2 L_2 \cos \phi_1 \\ 0 & 0 & -m_2 L_1 L_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \\ 0 & m_2 L_1 L_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) & 0 \end{bmatrix},$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & (c_2 B_2 - c_1 B_1) \cos \phi_1 & 0 \\ (c_2 B_2 - c_1 B_1) \cos \phi_1 & c_T + (c_2 B_1^2 - c_1 B_1^2) \cos^2 \phi_1 & -c_T \\ 0 & -c_T & c_T \end{bmatrix},$$

e

$$[K] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & 0 & 0 \\ (k_2 B_2 - k_1 B_1) \cos \phi_1 & k_T & -k_T \\ 0 & -k_T & k_T \end{bmatrix},$$

E g e h sejam vetores (dependentes da configuração) em \mathbb{R}^3 , respectivamente, definidos por:

$$g = \begin{pmatrix} (k_2 B_2 - k_1 B_1) \sin \phi_1 + (m_1 + m_2)g \\ (k_1 B_1^2 + k_2 B_2^2) \sin \phi_1 \cos \phi_1 - m_2 g L_1 \sin \phi_1 \\ -m_2 g L_2 \sin \phi_2 \end{pmatrix},$$

e

$$h = \begin{pmatrix} k_1 y_{e1} + k_2 y_{e2} + c_1 \dot{y}_{e1} + c_2 \dot{y}_{e2} \\ -k_1 B_1 \cos \phi_1 y_{e1} + k_2 B_2 \cos \phi_1 y_{e2} + c_1 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{e1} + c_1 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{e2} \\ 0 \end{pmatrix},$$

Este trabalho apresentou o estudo da dinâmica não linear de um pulverizador de torre agrícola, acoplado a uma suspensão do veículo, que está sujeita a excitações aleatórias devido às irregularidades do solo, modelada como um duplo invertido pêndulo sobre uma suspensão móvel, com três graus de liberdade (uma translação e duas rotações). Para levando em conta as cargas aleatórias, foi empregada uma abordagem probabilística paramétrica, onde o valor externo a força foi assumida como um processo aleatório harmônico com amplitude e frequência aleatórias (CUNHA JR; PALACIOS FELIX; BALTHAZAR, 2016a).

A probabilidade distribuição desses parâmetros aleatórios foi construída com base nas informações conhecidas através do máximo princípio da entropia. Os resultados da simulação numérica mostram que grandes discrepâncias na resposta do sistema podem ser vistas quando se compara a média do modelo estocástico com

o modelo nominal (determinístico). Isso é também observado que estas respostas estão sujeitas a um elevado nível de incerteza. Além disso, uma análise do sistema distribuições de probabilidade de resposta mostra que elas apresentam assimetrias em relação à média e unimodal comportamento.

Com esse modelo observou-se uma compreensão aprofundada da dinâmica não linear de um pulverizador agrícola de torre, que está acoplado a uma suspensão de veículo e sujeito a excitações aleatórias devido a irregularidades do solo. O modelo proposto considerou o pulverizador como um pêndulo duplo invertido sobre uma suspensão em movimento, com três graus de liberdade (uma translação e duas rotações).

Para levar em conta as cargas aleatórias, uma abordagem paramétrica probabilística foi empregada, onde a força externa foi assumida como um processo aleatório harmônico com amplitude e frequência aleatórias. A distribuição de probabilidade desses parâmetros aleatórios foi construída com base nas informações conhecidas através do princípio da entropia máxima.

Os resultados das simulações numéricas mostram que grandes discrepâncias na resposta do sistema podem ser observadas quando se compara a média do modelo estocástico com o modelo nominal (determinístico). Também foi observado que essas respostas estão sujeitas a um alto nível de incerteza. Além disso, uma análise das distribuições de probabilidade da resposta do sistema mostra que elas apresentam assimetrias em relação à média e um comportamento unimodal.

Portanto, o resultado desse trabalho foi uma compreensão detalhada do comportamento dinâmico do pulverizador agrícola em condições de excitação aleatória, considerando a incerteza inerente a essas condições. Essa compreensão é fundamental para o desenvolvimento de estratégias de projeto mais robustas e eficazes para sistemas agrícolas desse tipo (CUNHA; PALACIOS FELIX; BALTHAZAR, 2017b).

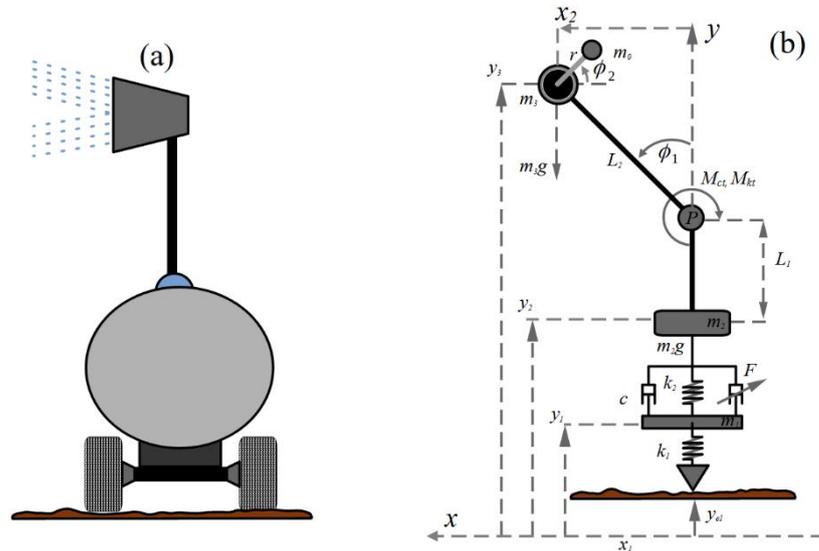
Finalmente a seguir mostra-se o modelo utilizaremos em presente trabalho.

4.3 Modelo matemático III

O estudo de modelos matemáticos para a dinâmica dos sistemas mecânicos é essencial para seu entendimento. A partir destes modelos matemáticos faz-se

possível simular inúmeras condições operacionais e avaliar como parâmetros externos e/ou da própria estrutura afetam sua resposta às condições iniciais.

Figura 18 - Modelo matemático teórico do pulverizador tipo torre



Fonte: Silva *et al.* (2022)

Esquema teórico do pulverizador analisado, sendo x_1 deslocamento horizontal da carreta, x_2 deslocamento horizontal da carreta, y_1 deslocamento vertical da carreta, y_2 deslocamento vertical da torre, y_3 deslocamento vertical do conjunto torre e carreta, y_{e1} deslocamento vertical do pneu, k_1 constante de rigidez elástica do pneu, k_2 constante de rigidez elástica da suspensão, k_T rigidez da junta torcional, L_1 distância do CG da Carreta até a junção "P", L_2 distância da junção no ponto "P" até o centro de gravidade da Torre, m_0 massa desbalanceamento do motor, m_1 massa da roda, m_2 massa da carreta, m_3 massa concentrada dos ventiladores e do motor, ϕ_1 deslocamento angular da torre, ϕ_2 deslocamento angular do motor desbalanceado, r raio do motor, C amortecimento dos pneus, C_T amortecimento da junta torcional, F força de Amortecimento, P ponto de articulação da torre.

As equações diferenciais de movimento são obtidas a partir do Método das Energias e Forças Conservativas, que é empregado utilizando-se as chamadas Equações de Euler- Lagrange.

4.3.1 Método das energias de Euler-Lagrange

Equação de Euler-Lagrange é definida como:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j \quad (45)$$

com $j = 1, 2, 3 \dots$. Onde $L = T_T - V_T$, denominado Lagrangiano onde T_T representa a energia cinética total do sistema, V_T é o trabalho das forças conservativas (energia potencial das massas do chassi, da torre e da massa desbalanceada do motor, e a energia potencial dos elementos elásticos). E Q é o trabalho de todas as forças não-conservativas (como a energia dissipada pelos elementos amortecedores).

4.3.2 Energia cinética total do sistema

A energia cinética total do sistema T_T é a soma das parcelas de energias cinéticas da carreta, da torre, da massa desbalanceada do motor, e ainda do pneu que são representados por T_c , T_t , T_0 e T_p respectivamente. T_T então é definido como:

$$T_T = T_p + T_c + T_t + T_0 \quad (46)$$

T_T – Energia cinética total

T_p – Energia cinética do pneu

T_c – Energia cinética da carreta.

T_t – Energia cinética da torre.

T_0 – Energia cinética da massa desbalanceada do motor.

Onde:

$$T_p = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) \quad (47)$$

$$T_c = \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_2^2) \quad (48)$$

$$T_t = \frac{1}{2}(m_3)V_3^2 = \frac{1}{2}(m_3)(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_3^2) + \frac{1}{2}m_3L_2^2\dot{\phi}_1^2 \quad (49)$$

Com $m_3 = M + m$, onde M representa a massa concentrada dos ventiladores e m a massa do motor. O termo $m_3L_2^2$ na equação 49, representa o momento de inércia da torre.

$$T_o = \frac{1}{2}m_0(\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) + \frac{1}{2}m_0r^2\dot{\phi}_2^2 \quad (50)$$

As posições horizontal e vertical da massa da torre m_3 são dadas da seguinte forma, respectivamente:

A posição horizontal é

$$x_2 = L_2 \sin \phi_1 - x_1 \quad (51)$$

e suas derivadas primeira e segunda, respectivamente no tempo:

$$\dot{x}_2 = L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{x}_1 \quad (52)$$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 L_2 \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 \quad (53)$$

A posição vertical é:

$$y_3 = y_2 + L_1 + L_2 \cos \phi_1 \quad (54)$$

e suas derivadas primeira e segunda, respectivamente no tempo:

$$\dot{y}_3 = \dot{y}_2 + L_1 + L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 \quad (55)$$

$$\ddot{y}_3 = \ddot{y}_2 - L_2 \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 \quad (56)$$

As posições horizontal e vertical da massa desbalanceada m_0 , podem ser descritas da seguinte forma:

$$x_0 = L_2 \sin \phi_1 - r \cos \phi_2 \quad (57)$$

$$y_0 = L_2 \cos \phi_1 - r \sin \phi_2 + L_1 + y_2 \quad (58)$$

Com as suas derivadas \dot{x}_0 e \dot{y}_0 no tempo dadas por:

$$\dot{x}_0 = \dot{\phi}_1 L_2 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 r \sin \phi_2 \quad (59)$$

$$\dot{y}_0 = -\dot{\phi}_1 L_2 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_2 r \cos \phi_2 + \dot{y}_2 \quad (60)$$

representando as coordenadas da velocidade angular da massa desbalanceada m_0 .

Desta forma, substituindo as equações 47 a 50 na equação 46, obtém-se:

$$\begin{aligned} T_t = & \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 \\ & + \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad (61)$$

Substituindo então, as derivadas primeiras em relação ao tempo das equações 51 e 54 na equação anterior (equação 61), tem-se:

$$\begin{aligned} T_t = & \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \\ & \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_1 + L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{y}_2 - L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1)^2 + \\ & \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad (62)$$

E agora as derivadas primeiras em relação ao tempo das equações 61 e 62 na equação 63, obtém-se:

$$\begin{aligned} T_T = & \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 \\ & + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_1 + L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{y}_2 - L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1)^2 + \\ & \frac{1}{2} m_0 (\dot{\phi}_1 L_2 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 r \sin \phi_2)^2 + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad (63)$$

$$\frac{1}{2}m_0(-\dot{\phi}_1 L_2 \sin\phi_1 + \dot{\phi}_2 r \cos\phi_2 + \dot{y}_2)^2$$

$$\begin{aligned} T_T = & \frac{1}{2}m_3\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_2^2 - m_3\dot{x}_1 L_2 \dot{\phi}_1 \cos\phi_1 - m_3\dot{y}_2 L_2 \dot{\phi}_1 \sin\phi_1 + \\ & \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 (\cos^2\phi_1 + \sin^2\phi_1) + \frac{1}{2}m_0 \dot{\phi}_1^2 L_2^2 (\cos^2\phi_1 + \sin^2\phi_1) + \\ & \frac{1}{2}m_0 \dot{\phi}_2^2 r^2 (\cos^2\phi_2 + \sin^2\phi_2) - \\ & m_0 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 r (\cos\phi_2 \sin\phi_1 - \cos\phi_1 \sin\phi_2) + \\ & \frac{1}{2}m_0 \dot{y}_2^2 - m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 L_2 \sin\phi_1 + m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 r \cos\phi_2 + \\ & \frac{1}{2}m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad (63b)$$

O deslocamento lateral do centro de gravidade da carreta, x_1 , limitado pelos pneus, é muito pequeno comparado com as magnitudes dos demais deslocamentos. Assim, será assumido que x_1 é constante (SARTORI JUNIOR; BALTHAZAR; PONTES JUNIOR, 2009b). Então: se constante, logo: se $x_1 \cong \text{constante}$, logo: $\dot{x}_1 \cong \ddot{x}_1 \cong 0$.

Desta forma, fazendo uso das identidades trigonométricas abaixo:

$$\sin^2\phi_2 + \cos^2\phi_2 = 1$$

$$\cos\phi_2 \cos\phi_1 + \sin\phi_1 \sin\phi_2 = \cos(\phi_2 - \phi_1)$$

tem-se a seguinte equação para energia cinética total do sistema:

$$\begin{aligned} T_T = & \frac{1}{2}m_3\dot{y}_2^2 - m_3\dot{y}_1 L_2 \dot{\phi}_1 \sin\phi_1 + \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}m_0 \dot{\phi}_1^2 L_2^2 + \frac{1}{2}m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \\ & - m_0 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 r \cos(\phi_2 - \phi_1) + \frac{1}{2}m_0 \dot{y}_2^2 - m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 L_2 \sin\phi_1 \\ & + m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 r \cos\phi_2 + \frac{1}{2}m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} T_T = & \frac{1}{2}(m_2 + m_3 + m_0)\dot{y}_2^2 - (m_3 + m_0)L_2\dot{y}_2\dot{\phi}_1\sin\phi_1 + \\ & m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 + m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 r \cos\phi_2 - \\ & m_0 r \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) + \frac{1}{2}m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_0 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 \end{aligned} \quad (64a)$$

4.3.3 Energia potencial total do sistema

A energia potencial total do sistema ou o trabalho das forças conservativas do sistema V_T é dado pela soma das parcelas das energias potenciais dos elementos elásticos do sistema K_1 , K_2 e K_T , da seguinte forma:

$$V_T = E_{Pk1} + E_{Pk2} + E_{PkT} \quad (65)$$

A equação da energia potencial anterior pode então ser reescrita da seguinte forma:

$$V_T = \frac{1}{2}K_1(\Delta y_{K_1})^2 + \frac{1}{2}K_2(\Delta y_{K_2})^2 + \frac{1}{2}K_T(\Delta y_{K_T})^2 \quad (66)$$

Substituindo os devidos deslocamentos, obtém-se a equação que segue:

$$V_T = \frac{1}{2}K_1(y_1 - y_{e1})^2 + \frac{1}{2}K_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}K_T\phi_1^2 \quad (67)$$

$$V_T = \frac{1}{2}K_1(y_1^2 - 2y_1y_{e1} + y_{e1}^2) + \frac{1}{2}K_2(y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2) + \frac{1}{2}K_T\phi_1^2 \quad (67a)$$

A partir da equação anterior (eq. 67a), verifica-se que o efeito da gravidade como força conservativa foi desconsiderado, devido a sua pouca influência na resposta do sistema.

4.3.4 Trabalho das forças não-conservadas

4.3.4.1 Seção 1: amortecedor magneto reológico (MR)

O trabalho das forças não-conservadas ou amortecimento total do sistema Q , representa a energia total dissipada pelos elementos de amortecimento, e é dada pela soma das parcelas de energias dissipadas pelo amortecedor da suspensão (F_c) e pelo amortecedor da junção torcional (F_{c_T}), além da energia dissipada pelo amortecedor com MR (F), da seguinte forma:

$$Q = F_c + F_{c_T} + F \quad (68)$$

Então a equação anterior é reescrita como segue:

$$Q = C(\Delta\dot{y}_C) + C_T(\Delta\dot{y}_{C_T}) + F \quad (69)$$

Onde os termos $\Delta\dot{y}_C$ e $\Delta\dot{y}_{C_T}$ representam as velocidades de deformação dos elementos amortecedores, respectivamente. E são dados da seguinte forma:

$$\Delta\dot{y}_C = \dot{y}_2 - \dot{y}_1 \quad (70)$$

$$\Delta\dot{y}_{C_T} = \dot{\phi}_1 \quad (71)$$

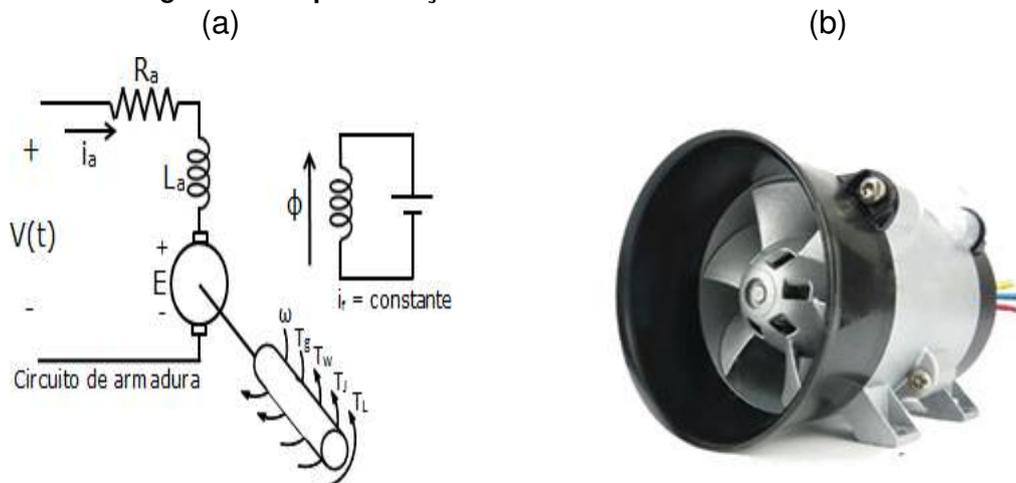
A força do amortecedor MR é representada matematicamente pelo modelo de Bounce- Wen. E então, substituindo as equações 70 e 71 na 72, pode-se reescrever a expressão para Q da seguinte forma:

$$Q = C(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + C_T(\dot{\phi}_1) + \alpha z \quad (72)$$

4.3.4.2 Seção 2: Motor de corrente contínua

Para completar as forças consideradas como não conservativas, a Figura 19 a seguir apresenta em a) um esquema do circuito elétrico de um motor de corrente contínua b).

Figura 19 - Representação de um motor de corrente contínua



Fonte: adaptado Kononenko, (1969)

onde V_a é a tensão de alimentação, i_a é a corrente de alimentação, Φ é o fluxo magnético e ϕ é a posição angular do motor.

A equação governante do motor de corrente contínua, de acordo com o esquema mostrado na figura acima (Fig. 19a) é dada por:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + E_b = V_a \quad (73)$$

Onde E_b é a força contra-eletromotriz entre os terminais da armadura do motor dada por:

$E_b = k_E \frac{d\phi_2}{dt}$ onde k_E é a constante de voltagem do motor e ϕ_2 a posição angular do motor.

A descrição da força não conservativa do motor do pulverizador, considerando um motor de corrente contínua, pode ser feita através do torque do motor. De acordo com a equação fornecida, o torque do motor M_m pode ser expresso como:

$$M_m = a - b\dot{\phi}_2 \quad (74)$$

Onde:

a está relacionado com a tensão elétrica aplicada ao motor de corrente contínua.

b está relacionado com o tipo do motor.

$\dot{\phi}_2$ é a velocidade angular da torre do pulverizador.

As expressões para a e b são dadas por:

$$a = \frac{k_m V_a}{R_a} \quad (75)$$

$$b = \frac{k_m k_b}{R_a} \quad (76)$$

Onde:

R_a é a resistência elétrica do motor.

k_b é a constante da tensão elétrica do motor.

V_a é a tensão de entrada aplicada na armadura do motor.

k_m é a constante de torque do motor.

Portanto, a força não conservativa Q_4 pode ser escrita como:

$$Q_4 = a - b\dot{\phi}_2 \quad (77)$$

Essa expressão descreve como o torque do motor varia em relação à velocidade angular da torre do pulverizador. O termo a representa o componente relacionado à tensão elétrica aplicada, b está relacionado com o tipo do motor, enquanto o termo $\dot{\phi}_2$ representa o componente relacionado à velocidade angular da torre e à constante do motor. Essa força não conservativa é fundamental para entender o comportamento dinâmico do sistema e é crucial para o projeto eficientes do pulverizador.

Ainda de acordo com Palacios, (2002) para se estudar a interação entre a torre e o motor considera-se o motor de corrente contínua da forma simplificada, e portanto o torque gerado pelo motor pode ser expresso da seguinte forma:

$$M_m = \hat{a} - \hat{b}\dot{\phi}_2 \quad (78)$$

onde o parâmetro \hat{a} está relacionado com a tensão elétrica aplicada ao motor de corrente contínua e \hat{b} relacionado ao tipo de motor empregado, ambos definidos da seguinte forma, respectivamente:

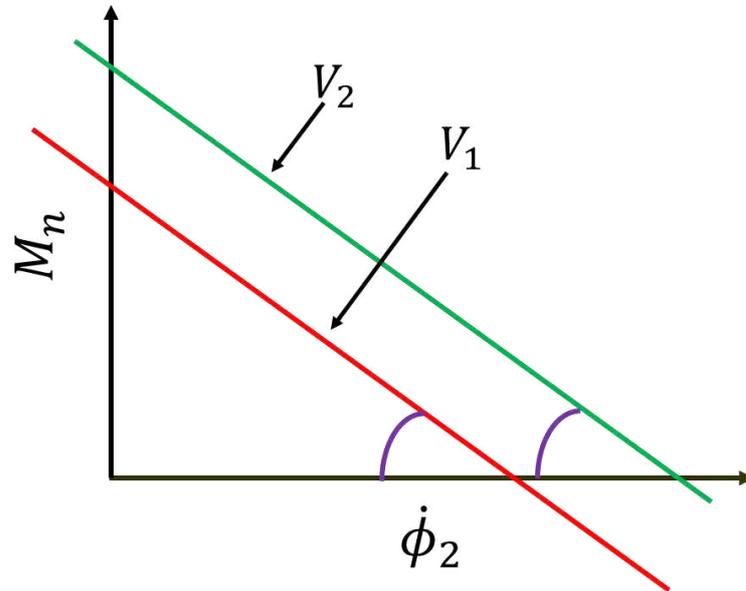
$$\hat{a} = \frac{k_m V_a}{R_a} \quad (79)$$

$$\hat{b} = \frac{k_m k_b}{R_a} \quad (80)$$

Onde R_a é a resistência elétrica do motor, k_b a constante da tensão elétrica do motor, V_a a tensão de entrada aplicada na armadura do motor, k_m e a constante de torque do motor.

E temos que a relação linear indica que à medida que $\dot{\phi}_2$ aumenta, o torque M_m diminui é apresentado no Gráfico 1.

Gráfico 1 - Relação entre torque x variação angular



Fonte: Autoria própria (2021)

4.3.4.3 Determinação da potência do motor

Para determinar a potência do motor de corrente contínua, podemos usar a relação básica entre potência, torque e velocidade angular. A potência do motor (P) pode ser expressa como o produto do torque (M) pela velocidade angular (ω) (BHURTUN; JAHMEERBACUS; BUSSOOA, 2012):

$$P = M \cdot \omega \quad (81)$$

Dado que o torque do motor é dado pela equação:

$$Mm = a' - b'\dot{\phi}_2 \quad (82)$$

Onde a' e b' são os parâmetros relacionados à tensão elétrica aplicada e ao tipo de motor, respectivamente. E a velocidade angular da torre do pulverizador é $\dot{\phi}_2$.

Substituindo Mm na expressão da potência, obtemos:

$$P = (a' - b'\dot{\phi}_2) \cdot \phi_2 \quad (83)$$

$$P = a'\phi_2 - b'(\dot{\phi}_2)^2 \quad (84)$$

Agora, podemos substituir a' e b' pelas expressões fornecidas:

$$a' = \frac{k_m \cdot V_a}{R_a} \quad (85)$$

$$b' = \frac{k_m \cdot k_b}{R_a} \quad (86)$$

Então, a potência do motor P é dada por:

$$P = \left(\frac{k_m \cdot V_a}{R_a} \right) \phi_2 - \frac{k_m \cdot k_b}{R_a} (\dot{\phi}_2)^2 \quad (87)$$

Essa é a expressão para a potência do motor em termos da tensão de entrada V_a , das constantes do motor k_m e k_b , da resistência elétrica R_a e da velocidade angular $\dot{\phi}_2$. Essa potência representa a taxa na qual o motor realiza trabalho sobre o sistema de pulverização (QAWAQZEH *et al.*, 2019).

Então, substituindo a equação 82, reescreve-se a equação 72 como segue:

$$Q = C(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + C_T(\dot{\phi}_1) + \alpha z + \hat{a} - \hat{b}\dot{\phi}_2 \quad (88)$$

2.4 Aplicação da equação de Euler-Lagrange

O Lagrangeano do sistema em estudo é calculado pela diferença entre energia cinética total, a energia potencial total e a energia de dissipação do sistema, isto é $L = T_T - V_T$. O Lagrangeano é então obtido através da diferença entre as Equações 45, 52 o que resulta em:

$$\begin{aligned}
 L = & \frac{1}{2}(m_2 + m_3 + m_0)\dot{y}_2^2 - (m_3 + m_0)L_2\dot{y}_2\dot{\phi}_1\sin\phi_1 \\
 & + m_3L_2^2\dot{\phi}_1^2 + m_0r^2\dot{\phi}_2^2 - m_0\dot{y}_2\dot{\phi}_2r\cos\phi_2 - \\
 & m_0r\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2L_2\cos(\phi_2 - \phi_1) + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_0L_2^2\dot{\phi}_1^2 - \\
 & \frac{1}{2}K_1(y_1^2 - 2y_1y_{e1} + y_{e1}^2)^2 + \frac{1}{2}K_2(y_1^2 - 2y_1y_2 + y_2^2)^2 + \frac{1}{2}K_T\phi_1^2
 \end{aligned} \tag{89}$$

Para a aplicação da Equação de Lagrange deve-se determinar as coordenadas generalizadas do sistema em questão. Para o sistema do presente trabalho define-se como coordenadas generalizadas as seguintes: y_1 , y_2 , ϕ_1 e ϕ_2 , então de acordo com a Equação de Lagrange, o lagrangeano (Eq. 89) deve ser derivado em relação a estas coordenadas generalizadas.

Mas, uma vez deduzidas as equações das energias cinéticas, potencial e da dissipação pode-se utilizar o Princípio de Hamilton para cada umas das coordenadas generalizadas. Como será mostrado a seguir:

Para a coordenada y_1 , deslocamento vertical do pneu:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_1}\right) - \left(\frac{\partial L}{\partial y_1}\right) &= Q_1 \\
 \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{y}_1} - \frac{\partial V_T}{\partial \dot{y}_1}\right) - \left(\frac{\partial T_T}{\partial y_1} - \frac{\partial V_T}{\partial y_1}\right) &= Q_1
 \end{aligned} \tag{90}$$

Mas: $\frac{\partial V_T}{\partial y_1} = 0$ e $\frac{\partial T_T}{\partial y_1} = 0$ assim a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{y}_1}\right) + \frac{\partial V_T}{\partial y_1} = Q_1$$

$$m_1\ddot{y}_1 = -K_1(y_1 - y_{e1}) + K_2(y_2 - y_1) + C(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \delta z \quad (91)$$

Onde z é a variável evolucionária dada por:

$$\dot{z} = -\gamma|\dot{y}_2 - \dot{y}_1|z|z|^{n-1}z - \beta(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)|z|^n + \lambda(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) \quad (92)$$

Mais detalhes sobre a variável evolucionária z (PARLAK; SOYLEMEZ; SAHIN, 2022) e (AMBHORE; HIVARALE; PANGAVHANE, 2013).

E y_{e1} é considerada como sendo uma excitação do tipo harmônica e dada da seguinte forma $y_{e1} = A\cos(\omega t)$, sendo A a amplitude que representa as irregularidades da superfície do terreno.

Para a coordenada y_2 , deslocamento vertical do chassi:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_2} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial y_2} \right) &= Q_2 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{y}_2} - \frac{\partial V_T}{\partial \dot{y}_2} \right) - \left(\frac{\partial T_T}{\partial y_2} - \frac{\partial V_T}{\partial y_2} \right) &= Q_2 \end{aligned} \quad (93)$$

Mas: $\frac{\partial V_T}{\partial y_2} = 0$ e $\frac{\partial T_T}{\partial y_2} = 0$ assim a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{y}_2} \right) + \frac{\partial V_T}{\partial y_2} &= Q_2 \\ (m_2 + m_3 + m_0)\ddot{y}_2 - (m_3 + m_0)L_2\ddot{\phi}_1 \sin\phi_1 + m_0r\ddot{\phi}_2 \cos\phi_2 \\ &= (m_3 + m_0)L_2\dot{\phi}_1^2 \cos\phi_1 + m_0r\dot{\phi}_2^2 \sin\phi_2 + K_2(y_2 - y_1) + \\ &C(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) - \delta z \end{aligned} \quad (94)$$

Analogamente, utiliza-se o Princípio de Hamilton para a coordenada ϕ_1 , deslocamento angular da torre:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \phi_1} \right) = Q_3 \quad (95)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{\phi}_1} - \frac{\partial V_T}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \left(\frac{\partial T_T}{\partial \phi_1} - \frac{\partial V_T}{\partial \phi_1} \right) = Q_3$$

Mas: $\frac{\partial V_T}{\partial \phi_1} = 0$ e assim a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \frac{\partial T_T}{\partial \phi_1} + \frac{\partial V_T}{\partial \phi_1} = Q_3$$

$$\begin{aligned} & -(m_3 + m_0)\ddot{y}_2 L_2 \sin \phi_1 + 2m_3 L_2^2 \ddot{\phi}_1 + m_0 L_2^2 \ddot{\phi}_1 - \\ & m_0 r L_2 \ddot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) = -m_0 r L_2 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) - \\ & m_0 r L_2 \dot{\phi}_2 \dot{\phi}_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) - K_T \phi_1 - C_T \dot{\phi}_1 \end{aligned} \quad (96)$$

E agora, utilizando-se o Princípio de Hamilton para a coordenada ϕ_2 , deslocamento angular da massa desbalanceada, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \left(\frac{\partial L}{\partial \phi_2} \right) = Q_4$$

(97)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{\phi}_2} - \frac{\partial V_T}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \left(\frac{\partial T_T}{\partial \phi_2} - \frac{\partial V_T}{\partial \phi_2} \right) = Q_4$$

Mas: $\frac{\partial V_T}{\partial \phi_2} = 0$ e assim a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_T}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \frac{\partial T_T}{\partial \phi_2} + \frac{\partial V_T}{\partial \phi_2} = Q_4$$

$$\begin{aligned} & 2m_0 r^2 \ddot{\phi}_2 + m_0 r \ddot{y}_2 \cos \phi_2 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) \\ & = -m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + \\ & m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) + (\hat{a} - \hat{b} \dot{\phi}_2) \end{aligned} \quad (98)$$

Então o sistema de equações diferenciais que define os movimentos do sistema em estudo é apresentado a seguir:

$$m_1 \ddot{y}_1 = -K_1 (y_1 - y_{e1}) + K_2 (y_2 - y_1) + C (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \delta z \quad (99)$$

$$(m_2 + m_3 + m_0)\ddot{y}_2 - (m_3 + m_0)L_2\ddot{\phi}_1\sin\phi_1 + m_0r\ddot{\phi}_2\cos\phi_2 \\ = (m_3 + m_0)L_2\dot{\phi}_1^2\cos\phi_1 +$$

$$m_0r\dot{\phi}_2^2\sin\phi_2 + K_2(y_2 - y_1) + C(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) - \delta z \\ -(m_3 + m_0)\ddot{y}_2L_2\sin\phi_1 + 2m_3L_2^2\ddot{\phi}_1 + m_0L_2^2\ddot{\phi}_1 \\ -m_0rL_2\ddot{\phi}_2\cos(\phi_2 - \phi_1) = -$$

$$m_0rL_2\dot{\phi}_2\sin(\phi_2 - \phi_1)(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \\ -m_0rL_2\dot{\phi}_2\dot{\phi}_1\sin(\phi_2 - \phi_1) - K_T\phi_1 - C_T\dot{\phi}_1$$

$$2m_0r^2\ddot{\phi}_2 + m_0r\ddot{y}_2\cos\phi_2 - m_0rL_2\ddot{\phi}_1\cos(\phi_2 - \phi_1) \\ = -m_0rL_2\dot{\phi}_1\sin(\phi_2 - \phi_1)(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + \\ m_0rL_2\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2\sin(\phi_2 - \phi_1) + (\hat{a} - \hat{b}\dot{\phi}_2)$$

Quando a torre mais o motor desbalanceado não ideal são considerados como um pêndulo simples, então o ângulo ϕ_1 é considerado pequeno se comparado com ϕ_2 . Logo, a relação seguinte é válida (SARTORI JUNIOR; BALTHAZAR; PONTES JUNIOR, 2009b).

$$\begin{cases} \sin\phi_1 \cong \phi_1 \\ \cos\phi_1 \cong 1 \end{cases}$$

Desta forma o sistema de equações apresentado anteriormente equação 99, é reescrito da forma que segue abaixo:

$$m_1\ddot{y}_1 = -K_1(y_1 - y_{e1}) + K_2(y_2 - y_1) + C(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \delta z$$

$$(m_2 + m_3 + m_0)\ddot{y}_2 - (m_3 + m_0)L_2\ddot{\phi}_1\phi_1 + m_0r\ddot{\phi}_2\cos\phi_2 \\ = (m_3 + m_0)L_2\dot{\phi}_1^2 +$$

$$m_0r\dot{\phi}_2^2\sin\phi_2 + K_2(y_2 - y_1) + C(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) - \delta z \\ -(m_3 + m_0)\ddot{y}_2L_2\phi_1 + 2m_3L_2^2\ddot{\phi}_1 + m_0L_2^2\ddot{\phi}_1 \\ -m_0rL_2\ddot{\phi}_2\cos(\phi_2 - \phi_1) = -$$

(100)

$$m_0rL_2\dot{\phi}_2\sin(\phi_2 - \phi_1)(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \\ -m_0rL_2\dot{\phi}_2\dot{\phi}_1\sin(\phi_2 - \phi_1) - K_T\phi_1 - C_T\dot{\phi}_1$$

$$2m_0r^2\ddot{\phi}_2 + m_0r\ddot{y}_2\cos\phi_2 - m_0rL_2\ddot{\phi}_1\cos(\phi_2 - \phi_1) \\ = -m_0rL_2\dot{\phi}_1\sin(\phi_2 - \phi_1)(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + \\ m_0rL_2\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2\sin(\phi_2 - \phi_1) + (\hat{a} - \hat{b}\dot{\phi}_2)$$

Reescreve-se o sistema de equações anterior (Eq. 100) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_1 &= -q_1(y_1 - y_{e1}) + q_2(y_2 - y_1) + p_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \mu z \\
(1 + \alpha_1 + \alpha)\ddot{y}_2 - (\alpha_1 + \alpha)\ddot{\phi}_1\phi_1 + \alpha r\ddot{\phi}_2\cos\phi_2 \\
&= (\alpha_1 + \alpha)L_2\dot{\phi}_1^2 + \\
&\alpha r\dot{\phi}_2^2\sin\phi_2 + q_3(y_2 - y_1) + p_2(y_1' - y_2') - \mu_1 z \\
&- \frac{m_3 + m_0}{2m_3L_2}\ddot{y}_2\phi_1 + \left(1 + \frac{m_0}{2m_3}\right)\ddot{\phi}_1 - \frac{m_0r}{2m_3L_2}\ddot{\phi}_2\cos(\phi_2 - \phi_1) = - \\
&\frac{m_0r}{2m_3L_2}\dot{\phi}_2\sin(\phi_2 - \phi_1)(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \\
&- \frac{m_0r}{2m_3L_2}\dot{\phi}_2\dot{\phi}_1\sin(\phi_2 - \phi_1) - q_4\phi_1 - p_3\dot{\phi}_1 \\
&\frac{1}{2r}\ddot{y}_2\cos\phi_2 + \ddot{\phi}_2 - \frac{m_0L_2}{2r}\ddot{\phi}_1\cos(\phi_2 - \phi_1) \\
&= \frac{L_2}{2r}\dot{\phi}_1\sin(\phi_2 - \phi_1)(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + \\
&\frac{L_2}{2r}\dot{\phi}_1\dot{\phi}_2\sin(\phi_2 - \phi_1) + a - b\dot{\phi}_2
\end{aligned} \tag{101}$$

Os parâmetros considerados no sistema anterior, são listados a seguir:

$$\begin{aligned}
q_1 = \frac{K_1}{m_1}, q_2 = \frac{K_2}{m_1}, q_3 = \frac{K_2}{m_1}, q_3 = \frac{K_2}{m_2}, q_4 = \frac{K_T}{m_3L_2^2}, p_1 = \frac{C}{m_1}, p_2 = \frac{C}{m_1}, p_3 = \frac{C_T}{m_3L_2^2}, \alpha = \frac{m_0}{m_2} \\
\alpha_1 = \frac{m_3}{m_2}, \alpha_2 = \frac{m_0}{m_3}, \zeta = \frac{r}{L_2}, \mu = \frac{\delta}{m_1L_2}, \mu_1 = \frac{\delta}{m_2L_2}, a = \frac{\hat{a}}{m_0r^2}, b = \frac{\hat{b}}{m_0r^2}.
\end{aligned}$$

O sistema de equações é então reescrito, fazendo-se uso de uma mudança de variáveis empregando as seguintes variáveis de estado:

$$x_1 = y_1, x_2 = y_1', x_3 = y_2, x_4 = y_2', x_5 = \phi_1, x_6 = \phi_1', x_7 = \phi_2, x_8 = \phi_2', e x_9 = z.$$

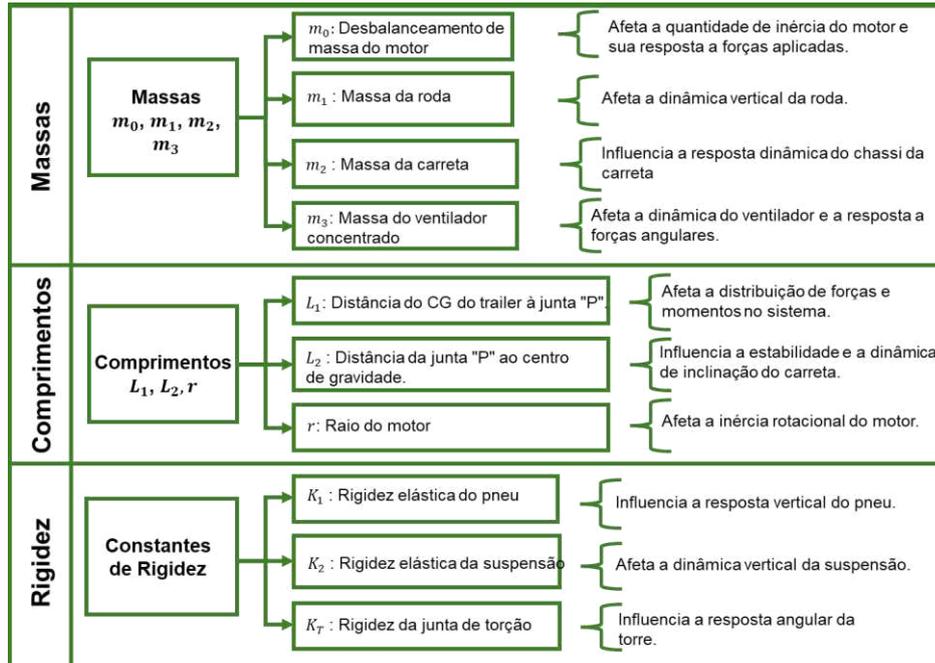
$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -\frac{K_1}{m_1}(x_1 - y_{e1}) + \frac{K_2}{m_1}(x_3 - x_1) + \frac{C}{m_1}(x_4 - x_2) - \delta x_9 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{1}{m_2 + m_3 + m_0} [(m_3 + m_0)L_2x_6^2\cos(x_5)\sin(x_5) + (m_0rx_8^2\sin(x_7) + K_2(x_3 - x_1) \\
&\quad + C(x_2 - x_4) - \delta x_9)] \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= -\frac{(m_3+m_0)L_2}{2m_3L_2}x_4x_5\cos(x_5)\sin(x_5) + \frac{(2m_3L_2^2)(2m_3L_2^2)}{m_0}x_6 - \frac{m_0rL_2}{2m_3L_2} - \cos(x_7 - x_5) + \frac{m_0L_2^2}{2m_3}x_6 - \\
&\quad \frac{m_0rL_2}{2m_3L_2}x_8\sin(x_7 - x_5) + \frac{K_T}{m_3L_2^2}x_5 - \frac{C_T}{m_3L_2^2}x_6 \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= \frac{1}{2m_0r}(x_8) - m_0rL_2\cos(x_7 - x_5)x_6\sin(x_8) - \frac{m_0rL_2x_6x_8\sin(x_7 - x_5)}{2m_0r^2} + \frac{a^2 - b^2x_8}{2m_0r^2} \\
\dot{x}_9 &= -\gamma|x_4 - x_2|x_9|^{(n-1)} - \beta(x_4 - x_2)|x_9|^n + \lambda(x_4 - x_2)
\end{aligned}$$

(102)

Tendo este modelo matemático, discute-se as simulações matemático com objetivo de redução da vibração da torre.

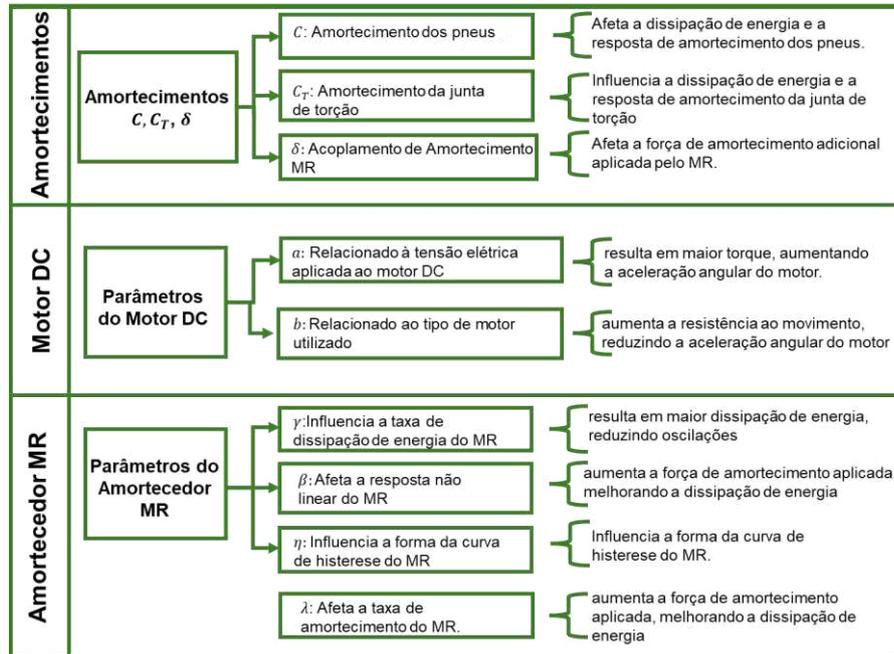
Para melhor esclarecimento, as Figuras 20 e 21 apresentam a descrição dos parâmetros estruturais e suas interferências no movimento do pulverizador.

Figura 20 - Parâmetros estruturais e sua influência na movimentação dos pulverizadores



Fonte: Adaptado Silva *et.al* (2024)

Figura 21 - Parâmetros das forças não conservativas e sua influência no movimento do pulverizador.



Fonte: Adaptado Silva *et.al* (2024)

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES DO MODELO PROPOSTO

Para a análise do modelo matemático proposto pelas equações 102, foi realizada uma análise numérica para determinar o comportamento das séries temporais e mapas de fases. As séries temporais descrevem o comportamento dos deslocamentos descritos pelas equações (88) ao longo do tempo, e os mapas de fases descrevem o comportamento das trajetórias dessas séries temporais. Para a obtenção desses resultados foi utilizado o Método de Runge e Kutta (RK) de 4ª ordem, utilizando um estimador de erro de 5º ordem, com uma etapa de integração $h=0,001$ e um tempo total de simulação computacional de 10^6 s para que pudéssemos respeitar a convergência do método. O método (RK45) é amplamente utilizado para integração de equações diferenciais não lineares como as descritas pelo modelo matemático.

Com esses resultados, a transformada rápida de Fourier (FFT) foi utilizada para as análises de frequência. FFT está em conformidade com (LI *et al.*, 2024). É uma ferramenta poderosa que nos permite expressar qualquer sinal periódico ou função como uma combinação de funções trigonométricas mais simples, como senos e cossenos. A grande vantagem do método de Fourier está em sua capacidade de dividir uma função complexa em componentes mais básicos e compreensíveis. No campo da engenharia mecânica, a Transformada Rápida de Fourier (FFT) é frequentemente usada para realizar uma conversão de sinais digitais, passando do domínio do tempo para o domínio da frequência. Esta abordagem é particularmente valiosa para identificar os parâmetros modais de vibração em sistemas mecânicos. Se, durante a vibração do sistema, o ruído é gerado, é possível gravar esse ruído em um arquivo de onda digital. Posteriormente, esses dados podem ser processados para posterior análise e compreensão do comportamento do sistema.

A Tabela 1, descreve os parâmetros utilizados para as simulações computacionais do modelo matemático proposto pelas Equações 95.

Tabela 1 - Parâmetros utilizados para as simulações computacionais do modelo matemático

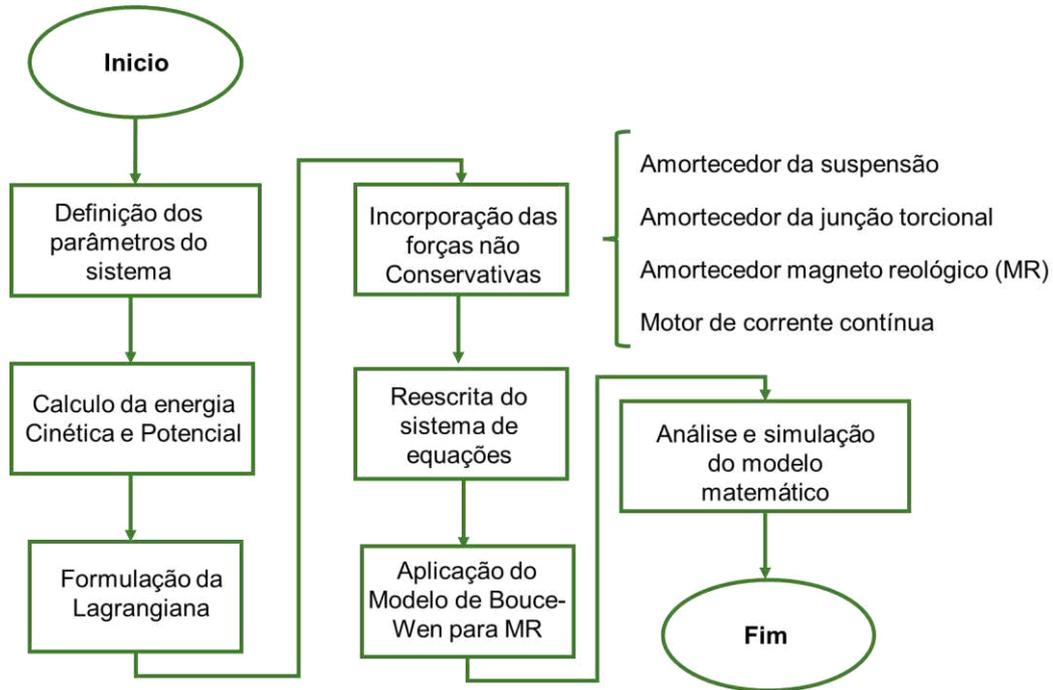
| Descrição | Parâmetro | Valor | Unidade |
|---|-----------|---------|------------------|
| Rigidez elástica constante do pneu | K_1 | 46500 | N/m |
| Rigidez elástica constante da suspensão | K_2 | 3610 | N/m |
| Rigidez articular torcional | K_T | 5000 | Nm/rad |
| Amortecimento de pneus | C | 784 | Ns/m |
| Amortecimento de juntas torcionais | C_T | 1000 | Nms/rad |
| Desequilíbrio de massa do motor | m_0 | 2.5 | Kg |
| Massa da roda | m_1 | 600 | Kg |
| Massa do reboque | m_2 | 3250 | Kg |
| Massa do motor | m | 2.0 | Kg |
| Massa concentrada de ventiladores | M | 800 | 800 Kg |
| Acoplamento de Amortecimento Magneto-Reológico | δ | 300000 | N/m |
| Raio do Motor | r | 0,6 | m |
| Distância do CG do Trailer até o entroncamento "P" | L_1 | 0,2 | m |
| Distância da junção no ponto "P" ao centro de gravidade | L_2 | 2,4 | m |
| Relacionado à tensão elétrica aplicada ao motor dc | a | 3.0 | V |
| Relacionado ao tipo de motor empregado | b | 1.0 | - |
| Parâmetro dependente das características do amortecedor | γ | 800 | 1/m ² |
| Constante varia características do amortecedor | n | 2 | 1/m ² |
| Constante dependente das características do amortecedor | β | 1000000 | 1/m ² |
| Constante dependente das características do amortecedor | λ | 1.0 | - |

Fonte: Adaptado de Sartori; Balthazar; Pontes, (2007)

Onde, K_T e C_T representam os parâmetros de mola e amortecimento do sistema rotacional. Este sistema de equações diferenciais de primeira ordem agora está na forma de espaço de estado, onde x é o vetor de estado e u é o vetor de entrada.

Na sequência temos a Figura 22, que apresenta o fluxograma do desenvolvimento do trabalho, iniciando pela definição dos parâmetros e finalizando com a análise e simulação do modelo matemático.

Figura 22 - Fluxograma de como o trabalho foi realizado



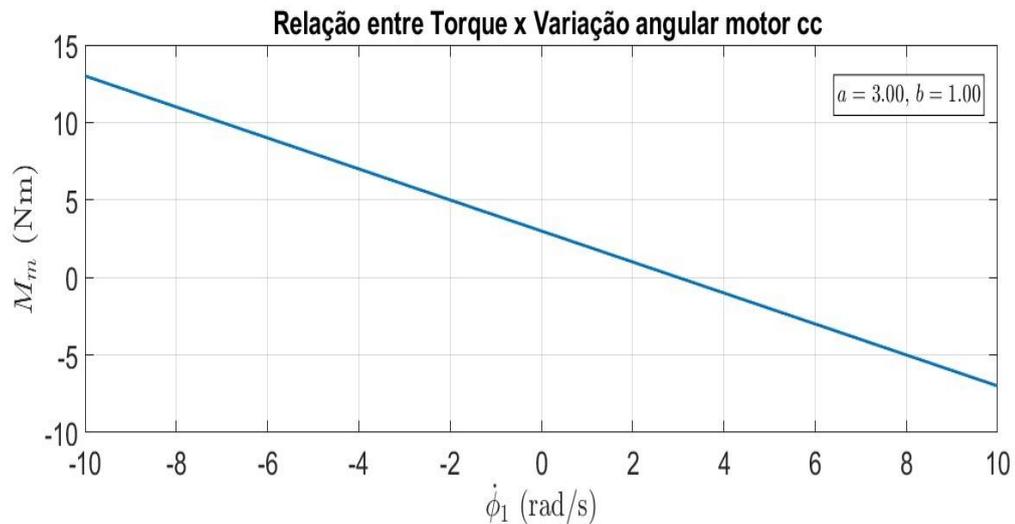
Fonte: Adaptado Silva *et.al* (2024)

5.1 Resposta do torque motor CC

No Gráfico 2, o eixo x representa $\dot{\phi}_2$ em radianos por segundo (rad/s), que é a taxa de variação angular do sistema. O eixo y , por sua vez, representa Mm em Newton-metros (Nm), que é o torque gerado pelo motor. Esses eixos fornecem um quadro claro para entender como as mudanças na taxa de variação angular afetam o torque do motor.

A relação entre Mm e $\dot{\phi}_2$ é descrita pela equação $Mm = 3 - 1\dot{\phi}_2$. Esta equação linear indica que, à medida que $\dot{\phi}_2$ aumenta, Mm diminui de forma linear. O valor de $a = 3$ representa o ponto de interseção da linha com o eixo y , indicando que quando $\dot{\phi}_2 = 0$, o torque Mm é igual a 3 Nm. O coeficiente $b = 1$ representa a inclinação da linha, o que significa que para cada aumento unitário em $\dot{\phi}_2$, o torque Mm diminui em 1 Nm. O Gráfico 1 apresenta a relação entre o torque do motor (Mm) e a taxa de variação angular ($\dot{\phi}_2$), descrita pela equação linear $Mm = 3 - 1\dot{\phi}_2$.

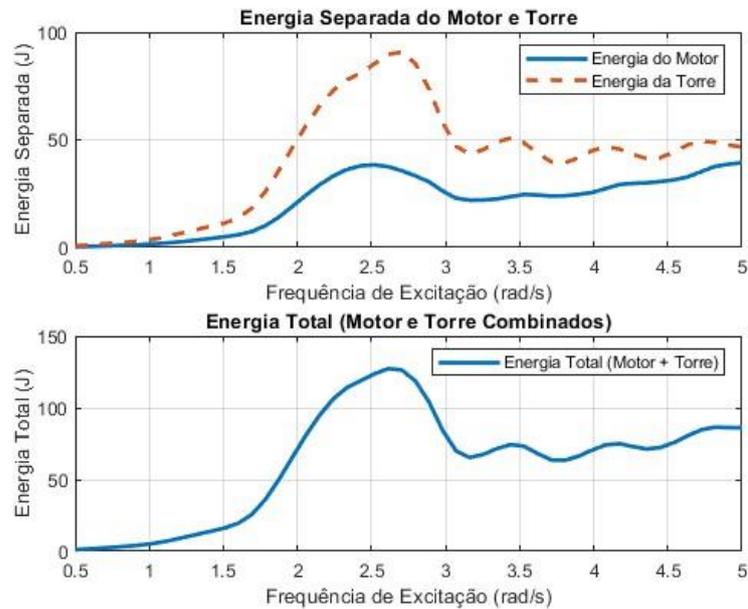
Gráfico 2 - Relação entre Torque x Variação angular



Fonte: Autoria própria (2021)

5.2 Análise da interação entre o motor e a torre do pulverizador

A análise da interação entre o motor e a torre do pulverizador revela que o sistema possui uma ressonância natural em torno de $2,5 \text{ rad/s}$ de acordo com o Gráfico 3, uma frequência crítica onde a maior parte da energia vibratória gerada pelo motor é eficientemente transmitida à estrutura da torre. Essa ressonância é um fenômeno comum em sistemas mecânicos e ocorre quando a frequência de excitação do motor se aproxima da frequência natural da torre, resultando em um aumento significativo na amplitude das vibrações (CASTAÕ; GOES; BALTHAZAR, 2011). Esse comportamento pode ser especialmente prejudicial em aplicações onde a integridade estrutural e a eficiência operacional são fundamentais (LEE; SHIM, 2022).

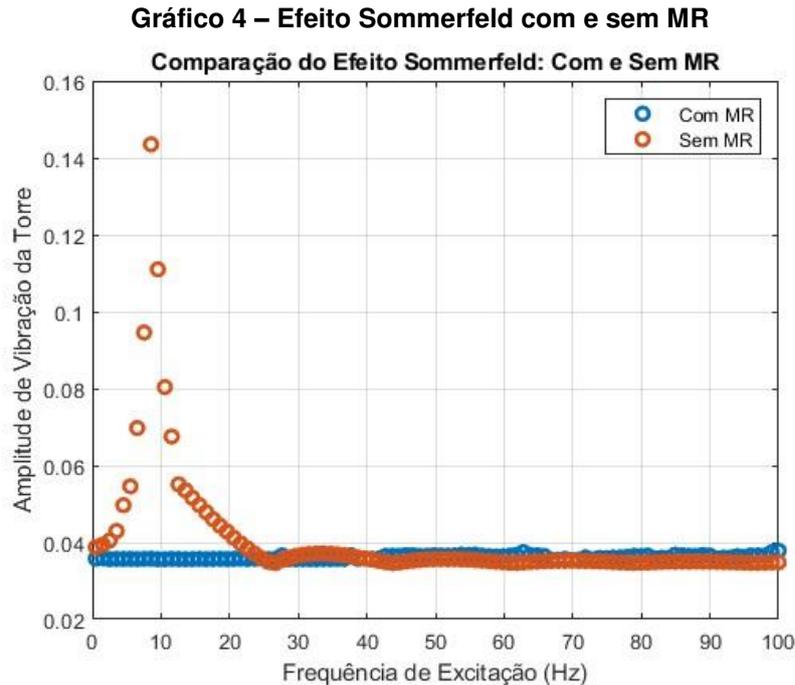
Gráfico 3 – Troca de energia entre Motor CC e Torre

Fonte: Autoria própria (2021)

Com base nessa análise, recomenda-se que intervenções de projeto sejam implementadas visando a desacoplamento das frequências naturais do motor e da torre. Isso pode incluir a reavaliação da disposição do motor, a alteração das propriedades mecânicas da torre ou a introdução de amortecedores MR que ajustem suas características em tempo real. O gerenciamento eficaz da transmissão de energia entre o motor e a torre não apenas reduzirá as vibrações, mas também melhorará a eficiência do sistema como um todo, minimizando o risco de falhas e otimizando o desempenho operacional (KONOWROCKI; INSTITUTE, 2017).

5.3 Efeito Sommerfeld com e sem MR

O Gráfico 4 apresenta uma comparação da amplitude de vibração da torre em função da frequência de excitação para dois cenários distintos: um com o uso de um amortecedor magneto-reológico (MR) e outro sem esse amortecedor. A análise foca em como o comportamento da torre varia entre os dois cenários, especialmente em relação ao efeito Sommerfeld, que ocorre devido à ressonância não controlada.



Fonte: Autoria própria (2021)

Sem o amortecedor MR representado pela curva laranja no Gráfico 4, revela um pico acentuado de amplitude de vibração entre 5 Hz e 10 Hz. Esse comportamento é típico do efeito Sommerfeld, caracterizado por um aumento significativo da amplitude de vibração quando a excitação externa coincide com a frequência natural de ressonância do sistema (CASTAÕ; GOES; BALTHAZAR, 2011).

O pico de amplitude é de 0,15cm, indicando um alto nível de vibração. Esse aumento sugere que o sistema está absorvendo uma grande quantidade de energia vibratória, onde pode comprometer a estabilidade operacional da torre. Após esse pico, por volta de 10 Hz, a amplitude de vibração cai drasticamente e se estabiliza em torno de 0,04cm, onde permanece até frequências de 100 Hz. Isso indica que o sistema, ao sair da faixa de ressonância, retorna a um estado de vibração mais controlado, mas ainda apresenta vibrações residuais.

Conforme o Gráfico 4 com o amortecedor MR ativo na curva da cor azul, o comportamento da torre é bastante diferente. Ao longo de toda a faixa de frequências de excitação, a amplitude de vibração permanece estável e controlada em torno de 0,04cm, sem apresentar os picos vistos no sistema sem o MR.

O amortecedor MR é projetado para ajustar suas propriedades de amortecimento em tempo real, respondendo à excitação vibratória. Isso evita o efeito

Sommerfeld ao dissipar a energia vibratória de forma mais eficiente. A ausência de picos de amplitude sugere que o amortecedor MR consegue controlar a ressonância de forma eficaz, limitando a transmissão de energia vibratória excessiva para a torre. Como resultado, o sistema opera de forma mais estável, mesmo em frequências que, de outra forma, poderiam causar ressonância (CASTAÕ; GOES; BALTHAZAR, 2011).

5.4 Respostas do sistema no domínio do tempo

As respostas no domínio do tempo serão analisadas para os seguintes componentes do sistema: massa da roda, massa da carreta e massa concentrada no da torre, respectivamente. A análise utiliza os parâmetros adimensionais listados na Tabela 2, considerando um período que vai de 0 a 400s, com condições iniciais estabelecidas como zero. A Tabela 2 mostra os valores dos parâmetros adimensionais para o sistema sem a implementação de suspensão com MR.

Os valores escolhidos para o amortecedor magneto-reológico (MR) foram baseados em parâmetros típicos encontrados na literatura técnica e em exemplos de aplicações de controle de vibrações e atenuação de oscilações. Esses valores podem variar dependendo das especificações do sistema e das características físicas do amortecedor MR.

Tabela 2 - Valores dos parâmetros adimensionais para o sistema de suspensão com MR

| Parâmetro | Valor | Parâmetro | Valor |
|-----------|-------|-----------|----------|
| $q1$ | 77.5 | $\alpha1$ | 0.247 |
| $q2$ | 6.016 | b | 1.3 |
| $q3$ | 1.11 | μ | 500 |
| $q4$ | 5.395 | $\mu1$ | 92.307 |
| $p1$ | 1.306 | α | 7.6910-4 |
| $p2$ | 0.241 | $p3$ | 0.108 |

Fonte: Tuset, (2008)

A próxima tabela, denominada Tabela 3, detalha os valores selecionados para os parâmetros do amortecedor MR.

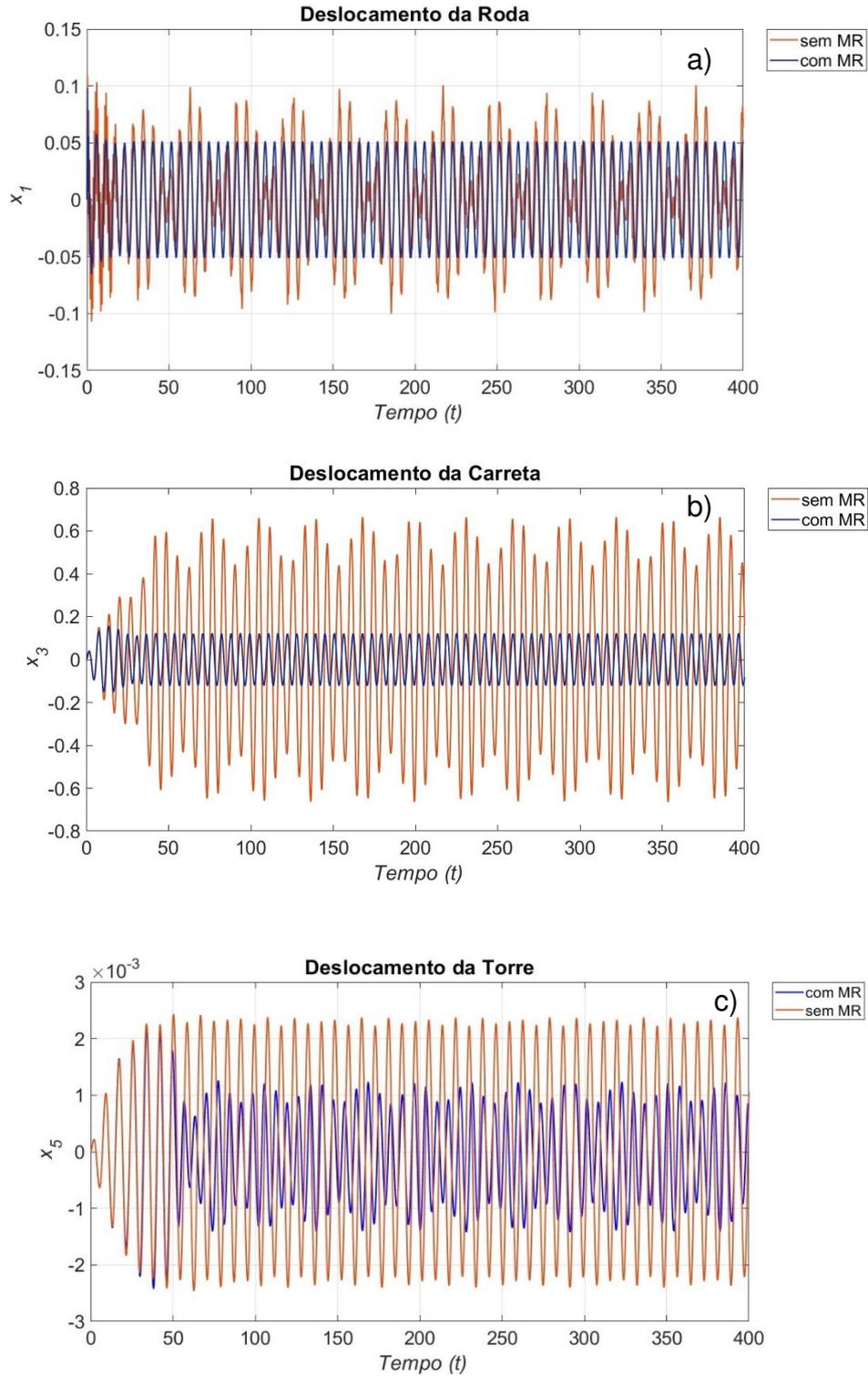
Tabela 3 - Valores atribuídos aos parâmetros relativos ao amortecedor MR

| Parâmetro | Valor |
|----------------|---------|
| $\gamma(1/m2)$ | 800 |
| $\beta(1/m2)$ | 1000000 |
| λ | 1.0 |
| n | 2.0 |

Fonte: Tuset, (2008)

A seguir, no Gráfico 5, temos os gráficos com a resposta no domínio do tempo para o sistema com $a=3.0$ com e sem MR.

Gráfico 5 - a) deslocamento da roda, b) Deslocamento da carreta c) Deslocamento da torre



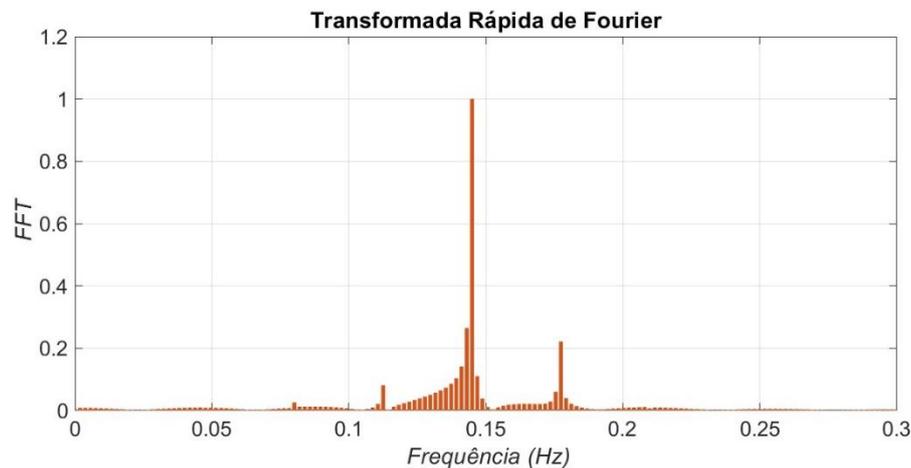
Fonte: Autoria própria (2021)

O Gráfico 5 mostra o comportamento dos deslocamentos da roda em a), da carreta em b), da torre em c), sob ação de suspensão com MR, em azul comparado à resposta sem choque de MR em laranja. Percebe-se que com a adição da suspensão com MR reduz significativamente a amplitude de movimento de cada componente do sistema, tendo menor influência, em relação aos demais componentes, no deslocamento da roda, como esperado. Verifica-se que a maior influência está no deslocamento da carreta, o que satisfaz os objetivos propostos, uma vez que a proposta é a redução das amplitudes da carreta e da torre.

5.5 Respostas do sistema no domínio da frequência

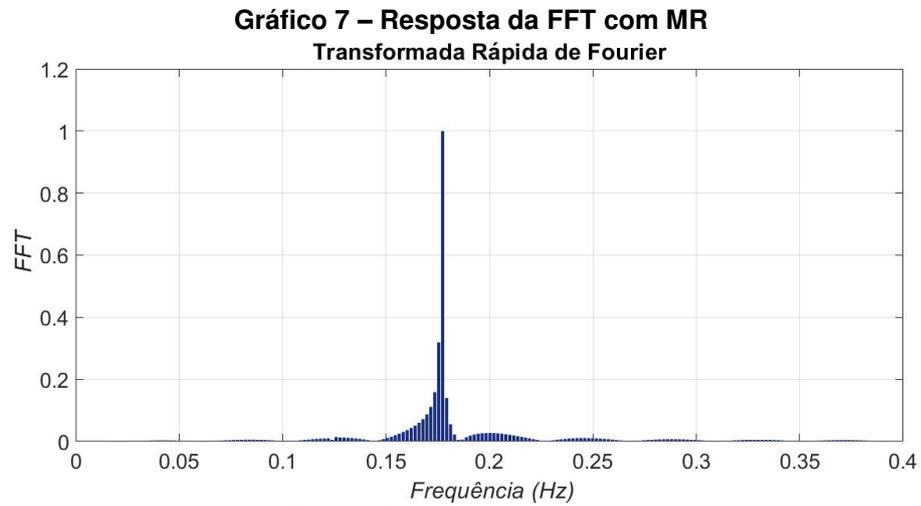
Os parâmetros descritos na Tabela 3 foram utilizados para a simulação. Dessa forma, analisamos dois casos: o primeiro é sem aplicar MR na estrutura ($\delta=0$). Podemos ver que há um pico de frequência na FFT conforme mostrado no Gráfico 6, sendo o maior pico representativo da frequência dominante do sistema, que é de 0.1445 Hz, e três picos de frequência menores de 0.1747 Hz, 0.1125 Hz e 0.02603 Hz.

Gráfico 6 – Resposta da FFT sem MR



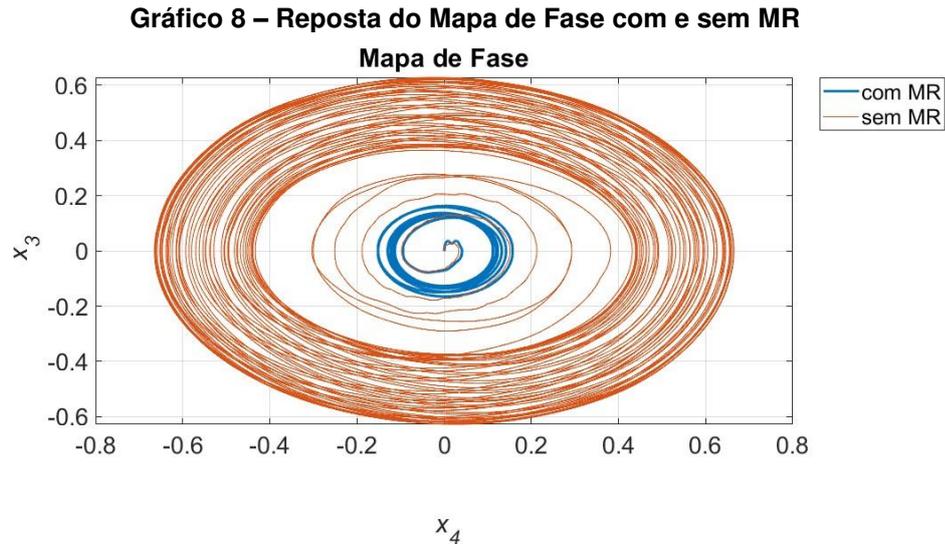
O segundo caso é com a aplicação da MR na estrutura ($\delta \neq 0$), o valor considerado está descrito na Tabela 3. Neste caso, houve redução das vibrações causadas durante o processo de operação do pulverizador. a Gráfico 7 representa o FFT com a aplicação de MR. Podemos observar no Gráfico 7 que não há presença de vibrações de picos menores como observado na Gráfico 7. Isso mostra que a

aplicação da MR reduz a intensidade dos picos das frequências mais baixas e deixa apenas a frequência dominante do sistema (pico de maior intensidade).



5.6 Resultado do mapa de fase da carreta

O Gráfico 8 mostra o comportamento mapa de fase da estrutura da carreta, na qual os parâmetros são descritos na Tabela 3, ou seja, sem amortecimento na cor laranja, e com amortecimento realizando a aplicação do MR em azul, como podemos verificar no Gráfico 8 a seguir.



Fonte: Autoria própria (2021)

No Gráfico 8, podemos comparar as amplitudes dos deslocamentos. A amplitude alcança um máximo de 0.6651hz quando o amortecedor MR não é aplicado, reduzindo-se para 0.1575hz com o uso do MR. Esse dado indica uma diminuição de 23.68% na amplitude de vibração da carreta.

Segundo Sartore 2008, os equipamentos com os pulverizadores de torre retraídos e o tanque que pode estar vazio, parcialmente cheio ou totalmente cheio podem atingir velocidades de até 20 km/h em terrenos regidos por baixa amplitude e alta frequência. Porém, durante a aplicação da pulverização, o tanque fica cheio e esvazia durante o processo, então o pulverizador se desloca a uma velocidade entre 2 e 6 km/h, o terreno pode variar dependendo da região de aplicação.

De acordo com as especificações técnicas das referências Jacto (2024), a capacidade do tanque pode atingir até 4.000 litros de defensivos para serem aplicados em pomares, porém o reboque de aplicação possui 2.350 kg. Porém, para nossas análises numéricas consideramos o tanque com 900 litros de agrotóxicos. agrícola, totalizando 3250 Kg.

Nossos resultados numéricos revelaram os benefícios da aplicação do MR durante o processo de pulverização, pois houve redução da vibração do braço que fica acoplado ao pulverizador. Porém, devido às dimensões do veículo e suas capacidades, o MR apresentou apenas uma redução nas vibrações conforme visto nos gráficos FFT, porém foi verificada uma redução na amplitude do deslocamento do

sistema nestes resultados. Portanto, para validar os resultados numéricos, pretendemos investigar experimentalmente o modelo matemático proposto.

6 CONCLUSÃO

O modelo matemático, combinado com a análise numérica, demonstrou que a aplicação de MR na estrutura do pulverizador de torre resultou em uma redução de 23,68% na amplitude das vibrações do reboque.

Ao comparar dois cenários na análise numérica do modelo matemático, com e sem o uso de MR, determinamos que a presença de MR contribuiu para uma redução significativa nas amplitudes de vibração. A análise FFT revelou que a aplicação de MR suprimiu os picos de frequência mais baixos, mantendo apenas a frequência dominante do sistema. Os picos menores identificados no cenário sem MR foram efetivamente reduzidos, promovendo um comportamento mais estável e controlado durante o processo de pulverização.

Assim, o uso de MR na estrutura do pulverizador de torre não apenas demonstrou eficácia na redução de vibrações, mas também, juntamente com o modelo matemático proposto, mostrou a viabilidade prática e eficácia da implementação de fluidos MR como estratégia para redução de vibrações em sistemas agrícolas, melhorando significativamente a operação e estabilidade de equipamentos semelhantes. Portanto, para validar os resultados numéricos, pretendemos investigar o modelo matemático proposto experimentalmente em trabalho futuro.

Apesar dos resultados deste estudo demonstrarem claramente a eficácia dos amortecedores MR, é fundamental compará-los com abordagens alternativas propostas na literatura. Em diversos trabalhos, métodos mais tradicionais, como o uso de amortecedores passivos de massa sintonizada (Tuned Mass Dampers, TMD), são comumente aplicados no controle de vibrações. Conforme Kopylov; Chen; Abdelkareem, (2021) os mesmos analisaram um sistema similar pulverizador agrícola utilizando TMD. Embora o TMD tenha mostrado uma redução de até 14% nas vibrações, a adaptação a diferentes condições operacionais foi mais limitada em comparação ao MR. Isso se deve ao fato de o MR ser um sistema semi-ativo, capaz de ajustar suas propriedades em tempo real, enquanto o TMD é um dispositivo passivo, com parâmetros fixos, limitando sua eficácia em cenários dinâmicos ou variáveis (SHARIPOV; PARAFOROS; GRIEPENTROG, 2019).

Por outro lado, um estudo de Christie *et al.*, (2019) que também investigou o uso de controladores viscoelásticos para sistemas equivalentes ao sistema agrícola,

indicou uma redução de 12,8% nas vibrações, uma melhoria em relação aos amortecedores passivos. Contudo, assim como no caso do TMD, os controladores viscoelásticos não oferecem a mesma capacidade de adaptação e controle que os fluidos MR proporcionam. O presente estudo revelou que o sistema com MR não apenas apresentou uma redução maior, mas também promoveu uma supressão mais eficiente dos picos de vibração em frequências indesejadas, especialmente as de baixa frequência.

Além disso, em uma análise feita por Qiao *et al.*, (2021), foi aplicado um controle fuzzy PID em um sistema de pulverizador. Apesar de o fuzzy PID ser amplamente utilizado e eficiente no controle de vibrações, os resultados indicaram uma redução limitada de 11,36% a 12,36%, inferior à obtida com MR. A vantagem do fuzzy PID está em sua simplicidade e custo mais baixo, mas, assim como os métodos passivos, ele não consegue reagir de forma eficaz a variações abruptas na dinâmica do sistema. O controle semi-ativo MR, por outro lado, é capaz de modificar suas características de amortecimento de acordo com as condições operacionais, garantindo um controle mais preciso e ajustado às necessidades momentâneas do sistema.

Essa comparação demonstra que, embora o MR possa ser mais complexo e de custo inicial mais elevado, sua capacidade de adaptação e eficiência no controle de vibrações oferece vantagens consideráveis em relação a soluções tradicionais. Em um contexto agrícola, onde o ambiente operacional é altamente variável, o uso de amortecedores MR parece ser uma solução mais robusta e eficaz.

O Gráfico 4 evidencia a importância de amortecedores magneto-reológicos (MR) no controle de vibrações em sistemas mecânicos. Sem o MR, o sistema sofre com o efeito Sommerfeld, levando a picos de amplitude que comprometem a segurança e a durabilidade da estrutura. Com o MR, a vibração é controlada de maneira eficiente, evitando ressonâncias e garantindo uma operação mais estável. Assim reduzindo as vibrações e aumentando a confiabilidade do sistema (CASTAÑO; GOES; BALTHAZAR, 2011).

7 TRABALHOS FUTUROS

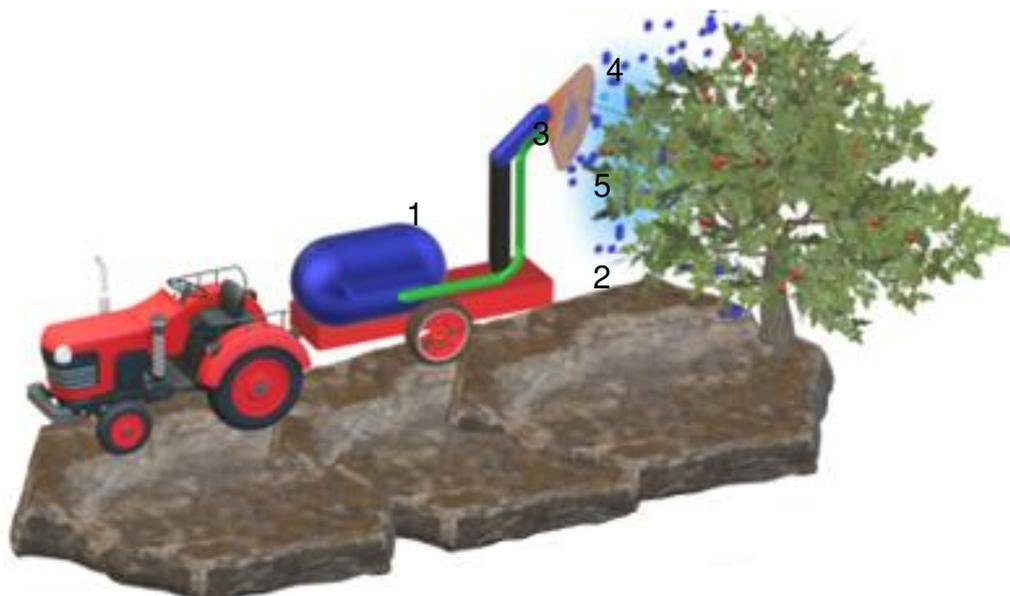
Apesar do sucesso na redução das vibrações com o uso de MR, é importante reconhecer algumas limitações da presente análise. Primeiramente, foi aplicada apenas uma técnica de controle, o MR, sem a exploração de outras soluções semi-ativas ou híbridas. Trabalhos futuros podem incluir a aplicação de outras técnicas, como controle adaptativo ou estratégias de controle híbrido, que combinam métodos passivos e ativos, para avaliar a possibilidade de melhoria adicional no desempenho do sistema.

Adicionalmente, seria interessante expandir a análise para incluir o impacto do MR em outras variáveis de desempenho, como o consumo de energia, a eficiência no processo de pulverização e o desgaste dos componentes mecânicos. A inclusão de estudos experimentais em campo também seria uma etapa fundamental para validar os resultados numéricos obtidos neste estudo. Embora os resultados teóricos e numéricos sejam promissores, a validação experimental permitiria garantir a aplicabilidade prática do sistema com MR em cenários reais de operação.

Em termos de comparação com a literatura, a análise comparativa pode ser ampliada por meio da aplicação de modelos benchmark. A literatura oferece uma gama de modelos matemáticos que poderiam ser usados para comparar o desempenho do MR com outras técnicas de controle. Por exemplo, a comparação com métodos de controle de vibrações baseados em redes neurais, como o proposto por Blachowski, Pnevmatikos, (2018) e por Zhang, *et al.*, (2021), poderia fornecer uma visão mais detalhada da eficácia do MR em relação a soluções baseadas em inteligência artificial.

Se complementar o estudo como teste em protótipo do pulverizador em escala reduzida. Como podemos observar na Figura 23, onde temos sistema hidráulico incorporado.

Figura 23 – Modelo Pulverizador simplificado com tanque e circuito hidráulico



Fonte: Autoria própria (2021)

Onde temos que: (1) Tanque, (2) Carreta, (3) Torre, (4) Motor e bico pulverizador e (5) Tubulação hidráulica.

REFERÊNCIAS

- AMBHORE, N.; HIVARALE, S.; PANGAVHANE, D. R. **A Study of Bouc-Wen Model of Magnetorheological Fluid Damper for Vibration Control**. International Journal of Engineering Research and Technology, v. 2, n. 2, p. 1–6, 2013.
- AMERICO, C. J. **Modeling of the nonlinear stochastic dynamics of an orchard sprayer tower moving in an irregular terrain**. 2016.
- ANJOS, J. B. DOS. **Testes com pulverizador manual estacionário**. In: Petrolina: ISSN 1516-1609, 1999. v. 86p. 4.
- ASAEI, H.; JAFARI, A.; LOGHAVI, M. **Site-specific orchard sprayer equipped with machine vision for chemical usage management**. Computers and Electronics in Agriculture, v. 162, n. September 2017, p. 431–439, 2019.
- BARANWAL, D.; DESHMUKH, T. S. **MR-Fluid Technology and Its Application-A Review**. International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering, p. 563–569, 2012.
- BECKER, A. G. **Avaliação da presença de agrotóxicos por cromatografia líquida acoplada à espectrometria de massas em águas subterrâneas utilizadas para abastecimento público**. [s.l.] Universidade Federal da Fronteira Sul, 2018.
- BENIWAL, R.; YADAV, R.; RAMAKRISHNA, W. **Multifarious Effects of Arsenic on Plants and Strategies for Mitigation**. Agriculture (Switzerland), v. 13, n. 2, 2023.
- BHURTUN, C.; JAHMEERBACUS, I.; BUSSOOA, D. **Real-time efficiency estimation of an electric motor**. Proceedings of the 9th Conference on the Industrial and Commercial Use of Energy, ICUE 2012, n. 3, p. 71–74, 2012.
- BLACHOWSKI, B.; PNEVMATIKOS, N. **Neural network based vibration control of seismically excited civil structures**. Periodica Polytechnica Civil Engineering, v. 62, n. 3, p. 1–9, 2018.
- BLANCO, M. N. *et al.* **Real-Time Monitoring of Spray Drift from Three Different Orchard Sprayers**. Chemosphere, v. 222, p. 46–55, 1 maio 2019.
- BOHINC, T.; VUČAJNK, F.; TRDAN, S. **The efficacy of environmentally acceptable products for the control of major potato pests and diseases**. Zemdirbyste, v. 106, n. 2, p. 135–142, 2019.
- BUTZ, T.; VON STRYK, O. **Modelling and simulation of electro- and magnetorheological fluid dampers**. ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, v. 82, n. 1, p. 3–20, 2002.
- BYRNE, C. L. **Cellular Signal Processing Second Edition**. [s.l.: s.n.].
- CASTAÕ, K. AL; GOES, L. C. S.; BALTHAZAR, J. M. **A note on the attenuation of the sommerfeld effect of a non-ideal system taking into account a MR damper and the complete model of a DC motor**. JVC/Journal of Vibration and Control, v.

17, n. 7, p. 1112–1118, 2011.

CHAIN, A. Aldemir Chaim. **A história da pulverização.** p. 1–17, 1999.

CHEN, L. *et al.* **Management of Pest Insects and Plant Diseases in Fruit and Nursery Production with Laser-guided Variable-rate Sprayers.** v. 56, n. 1, p. 94–100, 2021.

CHRISTIE, M. D. *et al.* **A variable resonance magnetorheological-fluid-based pendulum tuned mass damper for seismic vibration suppression.** Mechanical Systems and Signal Processing, v. 116, p. 530–544, 2019.

CUNHA, A.; FELIX, J. L. P.; BALTHAZAR, J. M. **Exploring the nonlinear stochastic dynamics of an orchard sprayer tower moving through an irregular terrain.** Springer Proceedings in Physics. Anais...Springer Science and Business Media, LLC, 2017.

CUNHA, A.; PALACIOS FELIX, J. L.; BALTHAZAR, J. M. **Quantification of parametric uncertainties induced by irregular soil loading in orchard tower sprayer nonlinear dynamics.** Journal of Sound and Vibration, v. 408, p. 252–269, 2017a.

CUNHA, A.; PALACIOS FELIX, J. L.; BALTHAZAR, J. M. **Quantification of parametric uncertainties induced by irregular soil loading in orchard tower sprayer nonlinear dynamics.** Journal of Sound and Vibration, v. 408, p. 252–269, 10 nov. 2017b.

CUNHA JR, A.; PALACIOS FELIX, J. L.; BALTHAZAR, J. M. **Effects of a random loading emulating an irregular terrain in the nonlinear dynamics of a tower sprayer.** 2016.

CUNNINGHAM, G. P.; HARDEN, J. **Sprayers to reduce spray volumes in mature citrus trees.** Crop Protection, v. 18, n. 4, p. 275–281, 1999.

DAS, N.; KHAWAS, V.; MASKE, N. **Agricultural fertilizers and pesticides sprayers - a review.** IJIRST –International Journal for Innovative Research in Science & Technology| Volume 1 | Issue 11 | April 2015 ISSN (online): 2349-6010, v. 1, n. 11, p. 44–47, 2015.

EDUARDO, E. C. **Aplicações da Transformada de Fourier em Soluções Numéricas de Sistemas Periódicos em Mecânica.** [s.l.] Universidade Estadual Paulista, 2018.

FÁBIO H. R. BAIO, E. A. **Modelo de programação linear para seleção de pulverizadores agrícolas de barras.** Eng. Agríc., Jaboticabal, v. p.355-363, p. 328–341, 2004.

FREITAS, S. R. DE. **Métodos Numéricos.** [s.l.] Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, 2000.

GAMOTA, D. R.; FILISKO, F. E. **Linear/nonlinear mechanical properties of**

electrorheological materials. International Journal of Modern Physics B, v. 06, n. 1793–6578, 1992.

GRELLA, M. *et al.* **Effect of sprayer settings on spray drift during pesticide application in poplar plantations (Populus spp.).** The Science of the total environment, v. 578, p. 427–439, fev. 2017.

GUO, M. *et al.* **Adsorption and Its Mechanism of Arsenate in Aqueous Solutions by Red Soil.** Water (Switzerland), v. 14, n. 4, 2022.

KARTHIKEYAN, M. *et al.* **Sommerfeld effect characterization in rotors with non-ideal drive from ideal drive response and power balance.** Mechanism and Machine Theory, v. 91, p. 269–288, 2015.

KIRA, O.; DUBOWSKI, Y.; LINKER, R. **In-situ open path FTIR measurements of the vertical profile of spray drift from air-assisted sprayers.** Biosystems Engineering, v. 169, p. 32–41, 2018.

KONOWROCKI, M. M. | Ł. J. | T. S. | R.; INSTITUTE. **Optim Control Appl Methods - 2017 - Michajłow - Semi-active reduction of vibrations in the mechanical system driven by an.** Institute of Fundamental Technological Research, v. 38, p. 922–933, 2017.

KOPYLOV, S.; CHEN, Z.; ABDELKAREEM, M. A. A. **Frequency-Based Control Strategy for Compact Electromagnetic Tuned Mass Damper.** Shock and Vibration, v. 2021, 2021.

KUEHNE, S. *et al.* The Use of Copper Pesticides in Germany and the Search for Minimization and Replacement Strategies. **Organic Farming**, v. 3, n. 1, p. 66–75, 2017.

KUMAR, V. *et al.* Composition and nematicidal activity of the essential oil from Piper longum against root knot nematode. **The Indian Journal of Agricultural Sciences**, v. 93, n. 7, p. 774–779, 2023.

LEE, H. J.; SHIM, J. K. **Multi-objective optimization of a dual mass flywheel with centrifugal pendulum vibration absorbers in a single-shaft parallel hybrid electric vehicle powertrain for torsional vibration reduction.** Mechanical Systems and Signal Processing, v. 163, n. July 2021, p. 108152, 2022.

LI, M. *et al.* **Stationary Detection for Zero Velocity Update of IMU Based on the Vibrational FFT Feature of Land Vehicle.** Remote Sensing, v. 16, n. 5, 2024.

LI, T. *et al.* **Evaluation of the Effects of Airflow Distribution Patterns on Deposit Coverage and Spray Penetration in Multi-Unit.** 2022a.

LI, T. *et al.* **Evaluation of the Effects of Airflow Distribution Patterns on Deposit Coverage and Spray Penetration in Multi-Unit Air-Assisted Sprayer.** Agronomy, v. 12, n. 4, p. 944, 14 abr. 2022b.

LIAO, W. H.; LAI, C. Y. **Harmonic analysis of a magnetorheological damper for**

vibration control. *Smart Materials and Structures*, v. 11, n. 2, p. 288–296, 2002.

LU, F. *et al.* **Photosynthetic Characteristics and Chloroplast Ultrastructure Responses of Citrus Leaves to Copper Toxicity Induced by Bordeaux Mixture in Greenhouse.** *International Journal of Molecular Sciences*, v. 23, n. 17, 2022.

MA, X. *et al.* **Evaluation of Modified Hysteresis Models for Magneto-Rheological Fluid Dampers.** Conference: Control and Automation, 2003. ICCA '03. Proceedings. 4th International Conference on, p. 760–764, 2003.

MACIEL, C. F. S. *et al.* **Droplet spectrum of a spray nozzle under different weather conditions.** *Revista Ciencia Agronomica*, v. 49, n. 3, p. 430–436, 2018.

MCMECHAN, D. A.; GAUNCE, A. **A tower sprayer for tree-wall plantings.** v. 17, n. 1, p. 1974–1976, 1974.

MEDINA, J.; MARICHAL, M.; SIMÓN, M. **Desarrollo de dos modelos inversos de un amortiguador magneto-reológico para el control de vibraciones en estructuras civiles.** *Boletín técnico IMME*, v. 46, p. 1–22, 2008.

MIRANDA-FUENTES, A. *et al.* **Improving plant protection product applications in traditional and intensive olive orchards through the development of new prototype air-assisted sprayers.** *Crop Protection*, v. 94, p. 44–58, 2017.

NAIK, R. D.; SINGRU, P. M. **Resonance, stability and chaotic vibration of a quarter-car vehicle model with time-delay feedback.** *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, v. 16, n. 8, p. 3397–3410, 2011.

NBR 12936. **NBR 12936 Pulverizador agrícola - Terminologia**, 1993.

PALACIOS FELIX, J. L. **Teoria de Sistemas Vibratórios Aporticados Não Lineares e Não Ideais.** [s.l.] Universidade Estadual de Campinas, 2002.

PARLAK, Z.; SOYLEMEZ, M. E.; SAHIN, I. **A New Methodology to Describe Non-Linear Characterization Depending on Temperature of a Semi-Active Absorber Based on Bouc-Wen Model.** *Gazi University Journal of Science*, v. 35, n. 4, p. 1624–1638, 2022.

PEREIRA, L. F. **Desenvolvimento e avaliação de desempenho do mecanismo de reconhecimento automático de voz de um sistema tutor inteligente.** [s.l.] Universidade Estadual do Ceará, 2015.

PERTICARRARI, N. J. P.; CHAVARETTE, F. R.; MANFRIM, A. L. P. **Sobre o comportamento regular e irregular de uma torre de pulverização com coeficientes periódicos.** *Revista Internacional de Matemática Aplicada*, v. 26, n. 5, p. 537–548, 2013.

QAWAQZEH, M. Z. *et al.* **The analysis of the components of the power of a direct current motor armature circuit at periodic change of voltage.** 2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering, UKRCON 2019 - Proceedings, p. 576–581, 2019.

QIAO, C. *et al.* **Damping Control and Experiment on Active Hydro-Pneumatic Suspension of Sprayer Based on Genetic Algorithm Optimization.** *Frontiers in Neurorobotics*, v. 15, n. July, p. 1–17, 2021.

RURAL, P. **Empresa Jacto apresenta novos pulverizadores para fruticultura e cultivos perenes na Agrishow 2023.** Disponível em: <<https://opresenterural.com.br/jacto-apresenta-novos-pulverizadores-para-fruticultura-e-cultivos-perenes-na-agrishow-2023/>>.

SA'ADAH, N. S. S. *et al.* **A bibliometric analysis of botanical insecticides for Lepidopteran insects over the period 1985-2022.** *Plant Science Today*, v. 10, n. 1, p. 232–241, 2023.

SAPKOTA, M.; VIRK, S.; RAINS, G. **Spray Deposition and Quality Assessment at Varying Ground Speeds for an Agricultural Sprayer with and without a Rate Controller.** *AgriEngineering*, v. 5, n. 1, p. 506–519, 2023.

SARTORI, J. S.; BALTHAZAR, J. M.; PONTES, B. R. D. J. **Modelo dinâmico de um pulverizador torre baseado em um pêndulo invertido sergio.** XXXVI Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola, 2007.

SARTORI JUNIOR, S.; BALTHAZAR, J. M.; PONTES JUNIOR, B. R. **Non-linear dynamics of a tower orchard sprayer based on an inverted pendulum model.** *Biosystems Engineering*, v. 103, n. 4, p. 417–426, 2009a.

SARTORI JUNIOR, S.; BALTHAZAR, J. M.; PONTES JUNIOR, B. R. **Non-linear dynamics of a tower orchard sprayer based on an inverted pendulum model.** *Biosystems Engineering*, v. 103, n. 4, p. 417–426, 2009b.

SARTORI, S. J. **Modelagem matemática e análise dinâmica da torre de um pulverizador de pomares.** [s.l.] Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho”, 2008.

SENAR. **Mecanização : operação de pulverizadores autopropelidos.** SENAR, 170 ed. Brasília: 2016, 2016.

SHARIPOV, G. M.; PARAFOROS, D. S.; GRIEPENTROG, H. W. **Validating the model of a no-till coulter assembly equipped with a magnetorheological damping system.** *Applied Sciences (Switzerland)*, v. 9, n. 19, 2019.

SILVA, R. N. *et al.* **On a Vehicular Suspension for a Non-ideal and Nonlinear Orchard Tower Sprayer Through an Inverted Pendulum Using Reologic Magneto (MR) BT - Nonlinear Vibrations Excited by Limited Power Sources.** In: BALTHAZAR, J. M. (Ed.). Cham: Springer International Publishing, 2022. p. 151–173.

SINHA, A. *et al.* **Sommerfeld effect in a single-DOF system with base excitation from motor driven mechanism.** *Mechanism and Machine Theory*, v. 91, p. 269–288, 2020.

SINHA, R. *et al.* **Drift potential from a solid set canopy delivery system and an**

axial–fan air–assisted sprayer during applications in grapevines. *Biosystems Engineering*, v. 188, p. 207–216, 2019.

SMART, N. A. **Use and residues of mercury compounds in agriculture.** (F. A. Gunther, Ed.) *Residue Reviews / Rückstands-Berichte. Anais...* New York, NY: Springer New York, 1968.

SMITH, J. O. **Mathematics of the Discrete Fourier Transform (DFT).** *Identity*, 2002.

SOUZA, L. F. K. DE. **Apostila Didática Para Pulverizadores Apostila Didática Para Pulverizadores.** [s.l.] Universidade Estadual De Campinas Faculdade De Engenharia Agrícola, 2020.

SPAGGIARI, A. **Properties and applications of magnetorheological fluids.** *Frattura ed Integrita Strutturale*, v. 23, n. December 2012, p. 57–61, 2012.

SPENCER JR, B. F. *et al.* **Phenomenological Model of a Magnetorheological Damper.** *Journal of Engineering Mechanics*, v. 230–238, n. 123, p. 1–23, 1996.

STANWAY, R.; SPROSTON, J. L.; STEVENS, N. G. **Non-Linear Identification of an Electro-Rheological Vibration Damper.** *IFAC Proceedings Series*, v. 18, n. 7, p. 195–200, 1985.

TUSSET, Â. M. **Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não linear controlada através de amortecedor magneto-reológico.** p. 174, 2008.

VINODHKUMAR, H. P. *et al.* **Advancements in Agricultural Spraying Techniques : A Comprehensive Review and Future Outlook.** p. 1079–1087, 2024.

WADT, A.; REBELLO, C. L. G. **Tecnologia de Aplicação de Defensivos Programa de Produção Integrada de citros , goiabas e morangos.** p. 168, 2019.

XUN, L. *et al.* **Pesticide dose based on canopy characteristics in apple trees: Reducing environmental risk by reducing the amount of pesticide while maintaining pest and disease control efficacy.** *Science of the Total Environment*, v. 826, p. 154204, 2022.

ZHANG, C. R. *et al.* **Establishment of a faba bean banker plant system with predator orius strigicollis for the control of thrips dendrothrips minowai on tea plants under laboratory conditions.** *Insects*, v. 12, n. 5, p. 1–8, 2021.

ZHANG, Y.; MA, H.; XU, J. **Neural network-based fuzzy vibration controller for offshore platform with random time delay.** *Ocean Engineering*, v. 225, n. January, p. 108733, 2021.

ZHU, H. *et al.* **Spray deposition inside multiple-row nursery trees with a laser-guided sprayer.** *Journal of Environmental Horticulture*, v. 35, n. 1, p. 13–23, 2017.