

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

PATRICIA BENETI DE OLIVEIRA

**METODOLOGIAS ATIVAS E TECNOLOGIAS DE ENSINO: UMA PROPOSTA DE
AUTOESTUDO PARA NIVELAMENTO DE ESTUDANTES DE CURSOS DE
ENGENHARIAS DA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**

PONTA GROSSA

2024

PATRICIA BENETI DE OLIVEIRA

**METODOLOGIAS ATIVAS E TECNOLOGIAS DE ENSINO: UMA PROPOSTA DE
AUTOESTUDO PARA NIVELAMENTO DE ESTUDANTES DE CURSOS DE
ENGENHARIAS DA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**

**ACTIVE METHODOLOGIES AND TEACHING TECHNOLOGIES: A SELF-STUDY
PROPOSAL FOR LEVELING STUDENTS ON ENGINEERING COURSES IN THE
DISCIPLINE OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS**

Tese apresentada como requisito para obtenção do
título de Doutor em Ensino de Ciência e Tecnologia/
PPGECT da Universidade Tecnológica Federal do
Paraná (UTFPR).
Orientador: André Luis Trevisan

PONTA GROSSA

2024



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



PATRICIA BENETI DE OLIVEIRA

**METODOLOGIAS ATIVAS E TECNOLOGIAS DE ENSINO: UMA PROPOSTA DE
AUTOESTUDO PARA NIVELAMENTO DE ESTUDANTES DE CURSOS DE
ENGENHARIAS DA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**

Trabalho de pesquisa de doutorado apresentado como requisito para obtenção do título de Doutor Em Ensino De Ciência E Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ciência, Tecnologia E Ensino.

Data de aprovação: 17 de Junho de 2024

Andre Luis Trevisan, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Alessandra Dutra Silva, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Anna Flavia Magnoni Vieira, Doutorado - Colégio Platão de Apucarana

Dr. Diego Fogaca Carvalho, Doutorado - Universidade Norte do Paraná (Unopar)

Dra. Helenara Regina Sampaio Figueiredo, Doutorado - Universidade Norte do Paraná (Unopar)

Dr. Luiz Alberto Pilatti, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 17/06/2024.

Aos meus pais, maiores exemplos de perseverança
na busca do conhecimento e que apesar das
dificuldades souberam transmitir sabedoria e apoio
constante.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que todos os dias de minha vida me deu forças para nunca desistir.

Ao meu orientador, professor Dr. André Luis Trevisan, por sua dedicação, competência e especial atenção nas revisões e sugestões, fatores fundamentais para a conclusão deste trabalho.

Aos professores Dr.^a Helenara Regina Sampaio Figueiredo, Dr. Diego Fogaça Carvalho, Dr. Luiz Alberto Pillati, Dr.^a Alessandra Dutra pelas valiosas contribuições apresentadas no exame de qualificação.

Aos alunos participantes desta pesquisa, pela disposição e valorosa colaboração.

Aos professores do doutorado, pelas trocas de experiências e ensinamentos preciosos para a construção dos meus conhecimentos.

Aos meus pais, Antônio Ricardo de Oliveira e Marcia Beneti de Oliveira, pelo amor, incentivo, carinho e apoio nesta conquista.

Ao meu esposo, Adilson Koizumi, por ter me ajudado de muitas formas, especialmente, pela atenção e compreensão sempre.

Aos colegas do doutorado, pela amizade construída.

“Temos que continuar aprendendo. Temos que estar abertos. E temos que estar prontos para espalhar nosso conhecimento a fim de chegar a uma compreensão mais elevada da realidade.”

Thich Nhat Hanh

RESUMO

Este trabalho aborda as metodologias ativas e tecnologias digitais de ensino aplicadas por meio de uma pesquisa em uma Universidade do Norte do Paraná, no qual se objetivou realizar uma proposta de autoestudo para nivelamento de estudantes de cursos de Engenharias na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que se configure, no âmbito das metodologias ativas, como um ambiente de aprendizagem matemática. Para o referencial foi realizada uma revisão no panorama sobre as seguintes temáticas: ensino do Cálculo Diferencial e Integral, o Ensino de Funções, Metodologias Ativas e Tecnologias Digitais de Ensino. A partir disso, configurou-se um ambiente virtual de aprendizagem para autoestudo juntamente com dois instrumentos de coletas de dados organizados em uma avaliação diagnóstica e uma avaliação pós-autoestudo. Nos resultados se apresenta uma análise da autoavaliação dos estudantes em relação ao instrumento de pesquisa e as potencialidades do ambiente virtual para o processo de ensino e aprendizagem e se evidencia que os estudantes necessitam de intervenção para que ocorra o nivelamento do conteúdo de funções, que pode ser tomado como base para orientar a prática pedagógica no decorrer do desenvolvimento de seus estudos na área da Engenharia.

Palavras-chave: educação matemática; metodologias ativas; tecnologias de ensino; engenharia; cálculo diferencial e integral.

ABSTRACT

This work discuss active methodologies and digital teaching technologies applied through research at a university in the north of Paraná, in which the objective was to conduct a self-study proposal for the leveling up of students in Engineering courses in the Calculus discipline. Differential and Integral that is configured, within the scope of active methodologies, as a mathematical learning environment. For the reference, a review of the panorama was conducted on the following themes: teaching Differential and Integral Calculus, Teaching Functions, Active Methodologies and Digital Teaching Technologies. From this, a virtual learning environment for self-study was configured together with two data collection instruments organized into a diagnostic assessment and a post-self-study assessment. In the results, an analysis of the students' self-assessment concerning the instrument is presented. of research and the potential of the virtual environment for the teaching and learning process and it is evident that students need intervention so that the leveling of the content of functions occurs, which can be taken as a basis to guide pedagogical practice during development of his studies in the field of Engineering.

Keywords: mathematics education; active methodologies; teaching technologies; engineering; differential and integral calculus.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Comparação entre características de metodologias tradicionais e metodologias ativas	36
Figura 2– Fatores na proposta das metodologias ativas. Proposta didática integral	37
Figura 3– Página desenvolvida no padlet para realização de autoestudo	45
Figura 4 – Atividade 1 postada no padlet	46
Figura 5 – Atividade 2 postada no padlet	47
Figura 6 – Atividade 3 postada no padlet	48
Figura 7 – Atividade 4 postada no padlet	49
Figura 8 – Atividade 2 postada no padlet	50
Figura 9 – Folder de divulgação realização da proposta de atividades	51
Figura 10 – Termo de consentimento livre esclarecido	52

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Índices de evasão nos cursos de engenharias	18
Gráfico 2 – Análise da questão 14	60
Gráfico 3 – Análise da questão: Quando se trata de estudar Cálculo, sempre busco um jeito de deixar para mais tarde	62
Gráfico 4 – Análise da questão: Eu me esforço bastante com o objetivo de tirar nota boa em Cálculo	63
Gráfico 5 – Análise da questão: Sou capaz de me privar da TV, computador ou outras diversões para dar conta dos estudos de Cálculo	63
Gráfico 6 – Análise da questão: Acho difícil seguir à risca um horário para estudar Cálculo	64
Gráfico 7 – Análise da questão: Faço com capricho as tarefas de casa descritas pelo professor de Cálculo	64
Gráfico 8 – Análise da questão: Nas aulas de Cálculo, tomo notas para usá-las quando for estudar depois	65
Gráfico 9 – Análise da questão: Costumo deixar para estudar Cálculo apenas nas vésperas das provas	65
Gráfico 10 – Análise da questão: Normalmente ando em dia com as tarefas escolares de Cálculo	66

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Levantamento bibliográfico	22
Quadro 2 - A transformação de representações semióticas	33
Quadro 3 - Blended Learning	39
Quadro 4 - Procedimentos metodológicos	42
Quadro 5- Questionário sobre o perfil dos estudantes	53
Quadro 6 - Questionário para autoavaliação	54
Quadro 7 – Média EPE da questão 14	60
Quadro 8 – Média MAC da questão 14	61
Quadro 9 – Análise das questões da primeira avaliação.....	67
Quadro 10 – Análise dos acertos obtidos pelos estudantes na primeira avaliação	69
Quadro 11 – Análise das questões da segunda avaliação	70
Quadro 12 – Análise dos acertos obtidos pelos estudantes na segunda avaliação	71
Quadro 13 - Transcrição do áudio da avaliação pós-autoestudo	72

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 PANORAMA GERAL ACERCA DO CDI E SEU ENSINO.....	16
2.1 Considerações sobre o processo de ensino e aprendizagem de cdi.....	17
2.2 Desenvolvimento acadêmico de alunos de engenharia na disciplina de cdi.....	21
3 TÊNDÊNCIAS DE ENSINO APLICADAS AO CDI	28
3.1 Considerações sobre o ensino de funções	28
3.2 Metodologias ativas	34
3.3 Tecnologias de ensino.....	38
4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	41
4.1 Caracterização da pesquisa	41
4.2 Elaboração da proposta de autoestudo e instrumento de pesquisa	43
4.3 Aplicação da avaliação diagnóstica e pós-autoestudo.....	50
5 ANÁLISES DOS RESULTADOS.....	56
5.1 Análise da autoavaliação dos estudantes participantes da pesquisa.....	56
5.2 Análise da potencialidade da proposta de autoestudo.....	66
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	75
REFERÊNCIAS	78
APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA.....	83
APÊNDICE B - AVALIAÇÃO PÓS-AUTOESTUDO	104
APÊNDICE C - SLIDES DAS VIDEOAULAS GRAVADAS PARA POSTAGEM NO PADLET.....	120

1 INTRODUÇÃO

Em cursos de Engenharia, a Matemática é utilizada como ferramenta para descrições e análises de situações-problemas, de modo que o avanço tecnológico das últimas décadas fez com que a complexidade de aplicações em Engenharia aumentasse e se tornasse cada vez mais imprescindível para a eficácia de cálculos matemáticos. Além disso, a busca por soluções de problemas possibilitou o desenvolvimento de áreas da própria Matemática como, por exemplo, a criação de modelos de aplicação.

De acordo com o parecer do Conselho Nacional de Educação, que instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais dos cursos de Engenharia se tem que:

Art. 3º O perfil do egresso do curso de graduação em Engenharia deve compreender, entre outras, as seguintes características: I - ter visão holística e humanista, ser crítico, reflexivo, criativo, cooperativo e ético e com forte formação técnica; II - estar apto a pesquisar, desenvolver, adaptar e utilizar novas tecnologias, com atuação inovadora e empreendedora; III - ser capaz de reconhecer as necessidades dos usuários, formular, analisar e resolver, de forma criativa, os problemas de Engenharia; IV - adotar perspectivas multidisciplinares e transdisciplinares em sua prática; V - considerar os aspectos globais, políticos, econômicos, sociais, ambientais, culturais e de segurança e saúde no trabalho; VI - atuar com isenção e comprometimento com a responsabilidade social e com o desenvolvimento sustentável (Brasil, 2019, p.1-2).

Nesse sentido, o estudo de metodologias que contribuam com a formação matemática de futuros engenheiros é uma temática relevante para contribuir com os avanços entre essas duas áreas de conhecimento, visto que, por um lado, a relação entre a Matemática e a Engenharia favorece o desenvolvimento tecnológico e humano, e por outro a capacitação de engenheiros depende de uma boa formação matemática. Desse modo, torna-se relevante que os ingressantes em cursos de Engenharia adquiram proficiência nos requisitos matemáticos e obtenham resultados satisfatórios em suas vivências acadêmicas e, futuramente, em atuação profissional.

Para tanto, optou-se em direcionar esta pesquisa para a área do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), pois é uma das subáreas da Matemática que permeia a maioria das áreas específicas da Engenharia.

Autores como Almeida, Queiruga-Dios e Cáceres (2021), ao abordarem sobre os tópicos da disciplina de CDI, destacam que os estudos dessa disciplina são

a melhor forma de construir uma base teórica necessária para o futuro profissional de Engenharia, sendo uma disciplina essencial nesses cursos de graduação.

Por sua vez, pesquisas como a de Zarpelon, Resende e Reis (2017) destacam que dificuldades encontradas por alunos ingressantes no Ensino Superior, em particular, em cursos das áreas de Engenharia impactam em um alto índice de reprovação na disciplina de CDI, sendo esse um dos motivadores para a evasão escolar nos cursos de Engenharia. Este cenário de defasagem de conhecimento de parte dos alunos de graduação, principalmente, no que é usualmente chamado de “conteúdos de matemática básica” (Menestrina, 2011) evidenciam a urgência em pensar alternativas que possam contribuir para reverter esse quadro.

São diferentes as ações adotadas por Instituições de Ensino Superior que objetivam apoiar os alunos no enfrentamento de dificuldades provenientes de lacunas de aprendizagem em alguma área de conhecimento ao longo do curso e/ou anteriores a esse, que incluem, por exemplo: atendimento psicopedagógico; desenvolvimento de objetos de aprendizagem; monitorias em diferentes áreas de conhecimento; oficinas de reforço e organização de ambientes virtuais de autoestudo (Bersch; Nascimento; Backendorf, 2015).

Em especial, essa última ação, foco de investigação nesta tese, é uma temática de pesquisa ainda incipiente voltada para o autoestudo do estudante, na qual no levantamento bibliográfico realizado via plataforma de periódicos da CAPES se detecta a ausência de trabalhos específicos ao tema, sendo direcionado para CDI.

Para conduzir esta pesquisa se definiu como questão norteadora: *quais características uma proposta de autoestudo para o nivelamento de estudantes do curso de Engenharia na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral deve possuir para que possa, no âmbito das metodologias ativas, configurar-se um ambiente de aprendizagem matemática?*

Assim, o objetivo é *realizar uma proposta de autoestudo para nivelamento de estudantes de cursos de Engenharias na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral que se configure, no âmbito das metodologias ativas, como um ambiente de aprendizagem matemática*, no qual se tem como objetivos específicos:

- Verificar o cenário atual sobre o ensino do CDI;
- Elaborar uma proposta de autoestudo que propicie o nivelamento do estudante de CDI;

- Analisar o processo de autoavaliação, avaliação diagnóstica, a implementação da proposta de autoestudo e avaliação pós-autoestudo.

Nesse sentido, a partir da construção do referencial teórico, recorre-se às metodologias ativas e tecnologias de ensino que auxiliem a promover o autoestudo desses estudantes juntamente com instrumentos de coletas de dados.

Para isso, o Capítulo 2 expõe sobre a trajetória do ensino do CDI por meio de uma abordagem sobre o panorama do ensino da matemática na atualidade.

No Capítulo 3 se explana sobre as tendências de ensino aplicadas ao CDI na qual se apresenta o referencial teórico da pesquisa e são identificados autores que corroboram com esta temática envolvendo estudos relacionados aos estudantes de Engenharias. Foram considerados trabalhos relacionados com a formação na Educação Básica e o desenvolvimento de habilidades, que é propiciada pelo estudo desta disciplina, por meio de uma discussão sobre o desenvolvimento acadêmico, os processos de ensino envolvidos nas metodologias ativas e auxiliadas pelas tecnologias de ensino.

No Capítulo 4 são apresentados os aspectos metodológicos, expondo a natureza qualitativa da pesquisa e as estratégias para elaboração da proposta de autoestudo, na qual são demonstrados os aspectos relevantes para a elaboração dos instrumentos de coleta de dados, juntamente com a criação do ambiente virtual de aprendizagem.

No Capítulo 5 são apresentadas as análises dos dados obtidos e das potencialidades da implementação da proposta de autoestudo e, na sequência, as considerações finais.

2 PANORAMA GERAL ACERCA DO CDI E SEU ENSINO

A Matemática é uma ciência aplicada em diversas áreas do conhecimento, como nas Engenharias, na Arquitetura, na Administração, na Economia, nas Tecnologias da Informação e Comunicação, entre outras. Sendo assim, a Matemática não é uma área do conhecimento fechada em si mesma, mas se relaciona com diferentes áreas, sendo utilizada na resolução de situações problemas que atendam às mais diferentes necessidades humanas, intervindo no mundo que os rodeia. Assim, inicia-se este capítulo discorrendo sobre alguns aspectos históricos do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) e abordando sobre um panorama deste CDI na atualidade.

De acordo com Boyer (1996) e Eves (2004), Newton e Leibniz realizaram grandes contribuições para o desenvolvimento da Matemática com seus estudos iniciados no século XVII sobre o CDI, em geral, relacionados com problemas cotidianos como, por exemplo, métodos para calcular a área de terrenos com formas irregulares. Como resultado dessas pesquisas surgiram métodos que hoje são conhecidos como integração e diferenciação. Em princípio, como métodos independentes, pois a integração surge de situações problemas sobre comprimentos, áreas e volumes e a diferenciação de outras situações sobre tangentes de curvas. Com os avanços de estudos nessa área foi possível relacionar esses dois conceitos por meio do Teorema Fundamental do Cálculo.

De acordo com Miorim (1998), desde o século XIX, já eram ministradas aulas sobre ensino do CDI, entretanto, este foi institucionalizado gradativamente no século XX, de modo que:

O ensino secundário brasileiro, entretanto, percorreu um longo caminho desde o descobrimento do Brasil, em pleno Renascimento, até 1931 para começar a ser organizado em um sistema nacional. O ensino de Matemática, também teve um longo caminho a percorrer. Num primeiro momento, para conseguir que suas várias áreas fossem consideradas importantes para a formação geral do estudante. Num segundo momento, para modernizar seus conteúdos (Miorim, 1998, p. 81).

No decorrer do século XX ocorreram diversas aplicações do CDI em outras áreas de conhecimentos, que recorriam a Matemática como base, entre essas as Engenharias, sendo aplicadas, por exemplo, em: processamento de sinais; redes elétricas; geração, distribuição e análise do consumo de energia elétrica; o

tratamento de águas e afluentes; o lançamento de aeronaves no espaço; mecânica dos fluidos; viscoelasticidade; pesquisas com células-tronco; biologia matemática; economia e teoria de controle; estatística; entre outros.

Boyer e Merzbach (2012, p. 431) discutem o panorama atual da Matemática, levando em conta as últimas três décadas, tendo como característica que:

centros significativos de atividade matemática se espalharam pela Ásia, e a comunicação matemática se tornou mais rápida e mundial, em grande parte com o auxílio da internet [...]. Diversos problemas, inclusive questões importantes sem solução há muito tempo, foram resolvidos com computadores; a teoria da complexidade e outros desenvolvimentos matemáticos serviram para aumentar o poder computacional dirigido à resolução de problemas matemáticos (Boyer; Merzbach, 2012, p. 431).

Analisando esse panorama se percebe que, embora tenha ocorrido avanços com o aprimoramento do CDI, seu ensino foi segmentado, passando a ser aplicado como uma instrumentação da Matemática. Mais especificamente, após a década de 1950, passa a ser ensinado de forma institucionalizada nas Universidades, com bases axiomáticas e aplicado um rigor formal. Somente na década de 1980, é que começam a serem desenvolvidas pesquisas na Educação Matemática nessa área do conhecimento. Em função dessa repercussão histórica, ainda na atualidade, o ensino do CDI ocorre de modo tradicional, isto é, cabendo ao estudante aprender por meio da repetição de exercícios similares aos que são propostos pelo professor.

2.1 Considerações sobre o processo de ensino e aprendizagem de cdi

De acordo com Moura (2012), no aprender Matemático, o estudante precisa ter um desenvolvimento lógico, rapidez do pensamento e a capacidade de selecionar informações, aplicando conceitos de modo eficaz para o desenvolvimento coletivo e individual, de modo inovador e produtivo. Além disso, Blumenthal (2002) considera as variáveis afetivas associadas aos sentimentos, crenças, atitudes, valores e apreciações do estudante podem proporcionar dificuldades de aprendizagem em Matemática vinculadas ao:

[...] modo como o sujeito percebe a utilidade da Matemática; o sentimento de capacidade ou incapacidade percebido pelo sujeito diante de uma tarefa matemática; a confiança ou a ansiedade sentida quando o sujeito é solicitado a resolver um problema matemático; a motivação para o aprender; o prazer, o interesse, a frustração no fazer matemático; a crença sobre a natureza da Matemática; a atitude percebida pelo estudante, quanto ao modo como seus pais ou professores se percebem a si mesmos quando

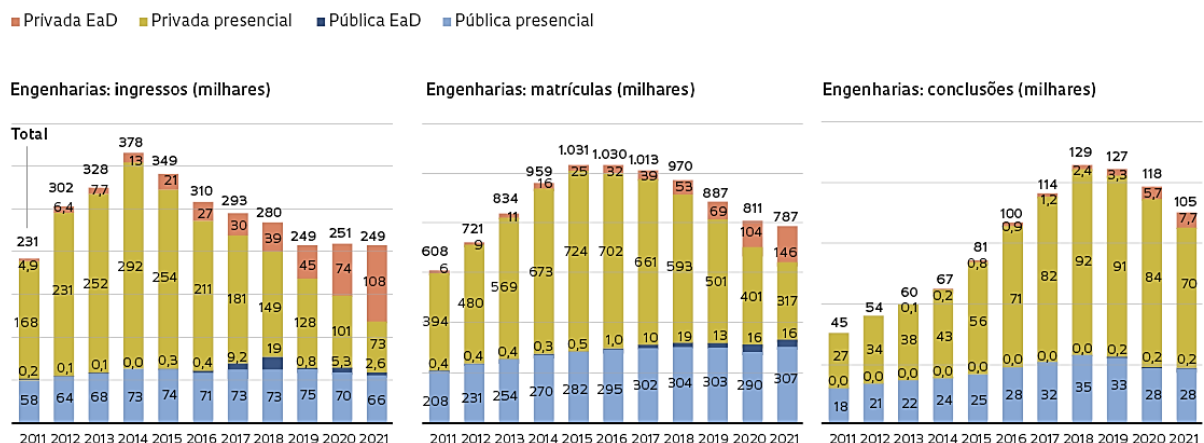
foram estudantes de Matemática ou, o modo como o sujeito atribui as causas de seu sucesso ou de seu fracasso diante de tarefas Matemáticas (Blumenthal, 2002, p. 31).

Sendo assim, o processo precisa considerar as dificuldades de aprendizagem de Matemática, principalmente, relacionadas como a numeração, a quantificação ou ao fazer cálculos. De acordo com Guerra (2002), as principais dificuldades estão relacionadas com: a contagem; a aritmética, leituras de enunciados, o formato e a forma, o tamanho e o comprimento, os símbolos visuais, a relação de correspondência. Tais dificuldades prejudicam as habilidades matemáticas comprometendo a realização de operações e o entendimento do conteúdo. Além disso, existem dificuldades específicas com o conteúdo, provocando a defasagem dos prerrequisitos; metodologias inadequadas para o ensino; além de outros fatores que podem prejudicar o desenvolvimento do estudante. A respeito disso, Silva (2011, p. 400) ressalta que, ao:

[...] ingressarem no curso superior, os estudantes trazem suas expectativas: Aqueles que no Ensino Médio logravam sempre boas avaliações em matemática, levam para a universidade a esperança de que o curso de Cálculo não deva representar obstáculos para o seu aprendizado. Entretanto, ao se depararem com questões globais envolvendo os temas anteriormente estudados, em geral de modo departamentalizado, acrescidas de novas ideias impactantes como o infinito, as aproximações, a continuidade, a incomensurabilidade, etc., quase sempre veem frustradas suas expectativas iniciais (Silva, 2011, p. 400).

Com relação aos índices de evasão, a FAPESP (2023) realizou uma pesquisa sobre as tendências recentes na formação em Engenharia e como conclusão do estudo foi diagnosticado que há evasão de 39% dos estudantes desses cursos, índice obtido baseado nos dados apresentados no Gráfico 1.

Gráfico 1- Índices de evasão nos cursos de engenharias.



Fonte: FAPESP, 2023.

Por meio dos dados apresentados nos gráficos se pode verificar que a trajetória das conclusões apresenta defasagem nas áreas das Engenharias, em função dos números de ingressantes que efetivam suas matrículas e os concluintes de cursos.

Outro fator relevante é reprovação, sendo que impede a progressão do estudante, além de indicar que houve falhas no processo de ensino-aprendizagem. Em disciplinas como CDI, há números elevados de reprovações, sendo um obstáculo nesses cursos. Lopes (1999) destaca a importância dos conhecimentos matemáticos adquiridos durante a Educação Básica como um dos fatores que contribuem para o alto índice de reprovações em disciplinas de CDI, nas Universidades brasileiras.

Isso sugere que uma base sólida em matemática é fundamental para o sucesso acadêmico nessas disciplinas de nível superior. A falta de compreensão prévia ou habilidades matemáticas adequadas pode dificultar a assimilação dos conceitos mais avançados apresentados nos cursos de Cálculo, resultando em dificuldades e, em alguns casos, em reprovações. Essa observação ressalta a importância de fortalecer o ensino de Matemática, a fim de preparar os estudantes para os desafios acadêmicos posteriores.

Frescki e Pigatto (2009) investigaram sobre as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem do CDI, apontando para problemas que vêm se acumulando no decorrer de toda Educação Básica, culminando no Ensino Superior, relacionados com a forma como os conteúdos são estudados durante a formação, baseadas em ‘macetes’ e ‘fórmulas decoradas’, sem estabelecer relações entre os conceitos básicos. Assim, conforme expressam Frescki e Pigatto (2009, p. 911):

No Ensino Superior [...] se encontra um paradigma de educação baseado no modelo tradicional de ensino, no qual a metodologia utilizada é, em boa parte, apenas expositiva e dialogada. Desta maneira, perpetua-se o desenvolvimento nos estudantes das mesmas habilidades de memorização e reprodução da Educação Básica (Frescki; Pigatto, 2009, p. 911).

De acordo com Bohlmann, Prince e Deacon (2017), as competências e habilidades desenvolvidas na Educação Básica são fatores significativos que influenciam o sucesso acadêmico. Zhao (2016) concorda com essa perspectiva, apontando que estudantes em níveis desiguais de aprendizagem prejudicam o desenvolvimento de uma disciplina.

Segundo Bianchini e Bianchini (2004), há competências e habilidades necessárias ao professor de matemática para atuar com as novas tecnologias aplicadas ao ensino para promover a aprendizagem dos estudantes. Os autores apontam que seriam os professores da nova geração ‘conectados’ e capazes de atender às exigências atuais de ensino, de modo a proporcionar um ensino de qualidade. Desse modo, Bianchini e Bianchini (2004, p. 8) explicam que:

uma importante mudança é a necessidade de alterar o “status” do professor: seria muito bom se ele deixasse de ser onisciente, deixasse de ser o centro das atenções na sala de aula, deixasse de ser o detentor do “poder” e passasse a ser o facilitador, o mediador, o organizador, o orientador das atividades (Bianchini; Bianchini, 2004, p. 8).

Essa perspectiva descreve uma abordagem pedagógica conhecida como ‘aprendizagem colaborativa’ ou ‘aprendizagem ativa’. Nesse modelo, o professor atua como um facilitador do processo de aprendizagem, enquanto os estudantes são motivados a participarem ativamente, compartilhar conhecimento, trabalharem em equipe e resolverem problemas juntos.

Essa mudança de papel do professor de detentor exclusivo do conhecimento para um moderador do processo de aprendizagem é fundamental para acompanhar as demandas da sociedade atual, em que o acesso à informação é amplo e rápido. Ao invés de simplesmente transmitir informações, o professor passa a auxiliar os estudantes a desenvolverem habilidades como pensamento crítico, resolução de problemas, colaboração e comunicação.

É importante que os professores estejam abertos a essa nova dinâmica e se sintam confortáveis para assumirem o papel de facilitadores. Isso requer uma mudança de mentalidade e uma disposição para adotar novas abordagens de ensino. Ao motivar os estudantes, diversificar as atividades, em sala de aula, e propor desafios estimulantes, os professores podem criar um ambiente propício para o engajamento e a aprendizagem dos estudantes.

Nessa nova abordagem não diminui a importância do professor, mas se reconhece a necessidade de adaptação às mudanças no cenário educacional e no perfil dos estudantes. Ao aceitar e abraçar essa nova realidade, os professores podem contribuir para uma experiência de aprendizagem mais enriquecedora e eficaz no processo de ensino-aprendizagem.

Quando ao desempenho, na área da Matemática, para acadêmicos de Engenharia, este tem sido um ponto essencial para o sucesso nessa profissão. Para estudantes concluintes de um curso dessa área, o perfil do egresso compreenderá:

[...] formular e conceber soluções desejáveis de engenharia, analisando e compreendendo os usuários dessas soluções e seu contexto: a) ser capaz de utilizar técnicas adequadas de observação, compreensão, registro e análise das necessidades dos usuários e de seus contextos sociais, culturais, legais, ambientais e econômicos; b) formular, de maneira ampla e sistêmica, questões de engenharia, considerando o usuário e seu contexto, concebendo soluções criativas, bem como o uso de técnicas adequadas (Brasil, 2019, p. 2).

Almeida, Queiruga-Dios e Cáceres (2021) destacam que houve, nos últimos anos, um debate crescente sobre a relação entre o desenvolvimento de habilidades decorrentes da formação da Educação Básica, principalmente do Ensino Médio e o fracasso no ensino de matemática na Engenharia. Sendo que a aquisição de conhecimentos básicos e elementares, essenciais para a formação do estudante de Engenharias, tem sido um dos principais motivos de insucesso no Ensino Superior.

De acordo com Zarpelon (2018), autores como Almeida, Queiruga-Dios e Cáceres (2021); Bohlmann, Prince e Deacon (2017); Chédru (2015); D'ambrósio (2016); Salleh e Zakaria (2013); Silveira e Santos (2015); Pohjolainen *et al.*, (2018); convergem sobre os problemas enfrentados pelas Universidades a respeito da proficiência matemática de seus estudantes ingressantes, pois esses são fruto de um ensino escolar deficitário.

D'Ambrósio e Valente (2016) apontam que os ingressantes ao Ensino Superior iniciam os cursos com uma bagagem pobre de conceitos matemáticos, não conseguindo visualizar e discernir aplicações da matemática na vida prática e acadêmica, sendo que as principais dificuldades são relacionadas à integração dos princípios matemáticos em outras disciplinas dos cursos.

2.2 Desenvolvimento acadêmico de alunos de engenharia na disciplina de cdi

Diante do exposto, investigou-se sobre o desenvolvimento acadêmico de estudantes de Engenharia na área da Matemática, buscando relações específicas com o CDI. Para isso, foram realizados o levantamento bibliográfico para identificar

o que é abordado sobre disciplinas iniciais dessa área, visando o entendimento do que seria relevante para o bom andamento no início da formação de futuros engenheiros, dando base matemática para o seu bom desempenho durante a graduação.

Foram pesquisados no portal de periódicos da CAPES, em dezembro de 2023, na área de Ciências Exatas e da Terra, utilizando como palavras-chave ‘Cálculo Diferencial e Integral’ e aplicados os filtros de serem avaliados pelos pares, bem como a análise desta autora após a leitura dos artigos que se apresentavam vinculados a: Promoção do Raciocínio Matemático (Integrar práticas pedagógicas refletidas e planejadas); Motivação Estudantil (aumentar o engajamento dos alunos e melhorar o desempenho geral); Uso de Tecnologia (ensinar conceitos complexos, como limite, pode tornar o aprendizado mais interativo e acessível); Avaliações Adaptativas (proporcionar feedback imediato e personalizado, ajudando os alunos a identificarem e corrigirem suas dificuldades de forma mais eficiente).

Desta busca emergiram 26 artigos que tinham proximidade com o objetivo desta pesquisa, foram analisadas essas publicações por meio da verificação das palavras-chaves e leitura do resumo, a partir disso foi aplicada uma escala de relevância sendo: A - converge para o tema desta pesquisa; B- converge parcialmente para o tema desta pesquisa; C - converge minimamente para o tema desta pesquisa, na qual se apresentam os títulos a seguir:

Quadro 1 – Levantamento bibliográfico.

Título	Relevância
Ações do professor para a promoção do raciocínio matemático em aulas de cálculo diferencial e integral	A
Aspectos Motivacionais na Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral	B
Atividades de investigação em Cálculo Diferencial e Integral: uma proposta para o ensino do conceito de limite de uma função com o software GeoGebra	A
Contribuições do sistema didático Galperin, Talízina e Majmutov para formação da habilidade de resolver problemas em Cálculo Diferencial e Integral em estudantes de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco	C

Cálculo diferencial e integral: uma (re)construção de significados utilizando tecnologia	B
Desenvolvendo abordagens de ensino para conceitos de cálculo diferencial e integral com Geogebra	C
Um mapeamento das pesquisas sobre Tecnologias Digitais e Modelagem Matemática no Cálculo Diferencial e Integral do Ensino Superior	B
A utilização de TDIC em tarefas de avaliação: uma possibilidade para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral	A
Tecnologias digitais e Modelagem Matemática: um mapeamento de dissertações e teses brasileiras no ensino de Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Superior	B
O uso do Geogebra para o ensino de cálculo diferencial e integral, um mapeamento de suas publicações	C
Análise do desempenho de alunos ingressantes de Engenharia na disciplina de cálculo diferencial e integral I	B
TIC na prática docente: o olhar de um professor de cálculo diferencial e integral	A
O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino de Cálculo Diferencial e Integral: reflexões a partir de uma metanálise	B
Cálculo Diferencial e Integral e o Uso de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação: uma Discussão de Pesquisas nos Últimos Onze Anos	C
Construção do conceito de integral definida em um ambiente de análise de modelos com uso de tecnologias digitais	A
Proposição de tarefas com TDIC em aulas de Cálculo	A
Tecnologias da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia	B
Reflexões Sobre a Sala de Aula Invertida para o Ensino de Cálculo em Cursos de Engenharia	A
Um trabalho com tecnologias digitais em cursos de formação de professores de Matemática: possibilidades para o pensar	B

Ações do professor para a promoção do raciocínio matemático em aulas de cálculo diferencial e integral	B
O contexto digital e os estilos de aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral	B
Dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral	C
A Resolução de Problemas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral nos Cursos de Engenharia: uma experiência	C
Entre a Teoria e a Prática: uma proposta no processo de aprendizagem de cálculo diferencial e integral em Engenharia Civil	C
Tecnologias no Ensino Superior: uso do GeoGebra mobile como ferramenta didática	A
A tecnologia nas práticas pedagógicas do ensino superior: o software Graphmatica no ensino de cálculo	A

Fonte: Autoria própria (2024).

O que se encontrou em comum no estudo dos artigos buscados no levantamento bibliográfico é que há evidências das dificuldades enfrentadas pelos estudantes ingressantes em cursos de Engenharias e que diversos autores têm buscado meios de trazer propostas, de acordo com as tendências atuais de ensino, recorrendo principalmente às tecnologias de ensino. Nesse levantamento não foram evidenciadas propostas relacionadas à promoção do autoestudo do estudante cursante de disciplinas de CDI, visando o nivelamento dele por meio de metodologias ativas, sendo uma lacuna de pesquisa existente.

Entende-se nesta pesquisa que a Matemática é uma linguagem universal e que as dificuldades específicas, encontradas por estudantes de Engenharias, são similares a de outras áreas do conhecimento nas quais são cursadas a disciplina de CDI, de modo que em diversos cursos superiores existem estudantes apresentando dificuldades ao cursar essa disciplina. De acordo com Reis (2009, p.81), essa disciplina “tem sido foco de discussões e investigações, tanto sobre questões curriculares quanto sobre questões metodológicas”. Além disso, Reis (2009, p. 81) aponta que:

[...] a prática pedagógica do professor de Cálculo deve se pautar, primeiramente, na reflexão e compreensão sobre que papel o Cálculo Diferencial e Integral representa pela formação matemática dos estudantes.

Somente estabelecendo elementos que esclareçam a real função do Cálculo na formação matemática do estudante é que o professor terá condições de refletir sobre que objetivos traçar, que conteúdos estabelecer, que metodologias desenhar; enfim, que práticas pedagógicas desenvolver no ensino de tal conteúdo (Reis, 2009, p. 81).

Diversos autores como Wrobel, Zeferino e Carneiro (2013) e, também, Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014) apontam que há um grande índice de reprovações de estudantes matriculados nas disciplinas de CDI. Desse modo, argumentam pela necessidade de buscar estratégias metodológicas que minimizem esses resultados. Corroborando com o exposto, Bonomi (1999, p. 5) destaca que: “para a maioria dos alunos, o conhecimento matemático, desenvolvido anteriormente, na escola secundária, pouco ou nada tem a ver com o que lhe é apresentado no curso de Cálculo”. Além disso, Barufi, (2002, p. 69) expõe que:

[...] para a maioria dos alunos a Matemática da Escola no Ensino Médio pouco ou nada tem a ver com o que lhes é apresentado no Cálculo, e o caráter de análise com o qual passa a se defrontar parece se constituir em grande dificuldade (Barufi, 2002, p. 69).

Para estudantes ingressantes em Engenharia, geralmente, são dadas as aulas de forma tradicional, no qual os conceitos são apresentados por meio de definições e exemplos e resolução de outros exercícios similares, em que é cobrada a réplica do exemplo dado pelo professor, esse tipo de prática somada com a defasagem de conceitos aprendidos na Educação Básica promove uma grande dificuldade de aprendizagem.

Trevisan e Mendes (2017, p. 4) ressaltam que Freudenthal (1973) já indicava “que o CDI não seja tratado com um amontoado de definições que estão acima de qualquer suspeita”. Além disso, para Lima (2014), o ensino de CDI, por uma longa data, teve como foco a apresentação formal e rigorosa do conteúdo matemático, em uma abordagem centrada nela mesma, vinculada a uma estratégia tradicional de ensino, pautada no tripé definição-exemplo-exercício. Para Alvarenga e Sampaio (2016, p. 132):

[...] nosso estudante do ensino superior chega às salas de aula com uma visão projetada da maneira como foi aprendida via seus professores e livros didáticos, logo chega com uma visão compartimentada e restrita, mas se depara com, por exemplo, na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral a necessidade de mobilizar conhecimentos integrados, inter-relacionados e na busca de compreender e analisar fenômenos os quais aí são tratados, ele se vê numa situação de inércia (Alvarenga; Sampaio, 2016, p.132).

Os autores ressaltam sobre as taxas de insucesso e abandono nos cursos de Engenharia, evidenciando a relevância de pesquisas sobre metodologias e abordagens de ensino que são aplicadas a esses cursos. De modo que envolva ambientes de aprendizagem, que são desenvolvidos para possibilitar uma melhor experiência aos estudantes de modo a tornarem corresponsáveis em seu processo educativo, possibilitando melhores desempenhos em avaliações e, conseqüentemente, conduzindo ao sucesso escolar a uma aprendizagem dos conteúdos propostos.

Corroborando com o exposto, Lima (2014) destaca que no processo da transição dos estudantes da Educação Básica para o Ensino Superior, muitos não estão preparados para formular hipóteses, discutir estratégias, elaborar questões, interpretar os resultados obtidos nas tarefas matemáticas. Essas são ações importantes, em qualquer nível de ensino e, no âmbito do Ensino Superior, essas são fundamentais para a formação de futuros engenheiros.

Andrade, Dias e Campos (2014) apontam que, no Brasil, os cursos de Exatas, geralmente, introduzem uma disciplina de nivelamento no primeiro ano do Ensino Superior, que possuem a disciplina de CDI, mas quase sempre o que se faz é reproduzir o trabalho já realizado no Ensino Médio. Assim, em pouco ou nada contribuem para o desenvolvimento das habilidades apontadas por Lima (2014).

Um ponto relevante é considerar que o curso de CDI apresenta muitas reprovações. A falta de base matemática que os estudantes apresentam não é particular, mas sim nacional como ressaltam Pagani e Allevato (2014) e, também, internacional, como pontua o trabalho de Rasmussen, Marrongellee e Borba (2014). Desse modo, a defasagem de conteúdos matemáticos não pode ser, exclusivamente, a responsável pelo alto índice de reprovação.

Segundo Huete e Bravo (2006), o ensino de matemática possui processos autênticos de aprendizagem por meio do fazer matemática, indo para além de técnicas, de repetições e de memorizações, priorizando um processo de construção do conhecimento matemático por meio de metodologias ativas, com investigação, reflexão, discussão, criatividade e proatividade do estudante, aplicando resoluções de problemas voltadas para a sua prática profissional.

Assim, frente às dificuldades apresentadas por estudantes ingressantes em cursos de Engenharia, no contexto desta pesquisa, torna-se relevante buscar formas

de apoio e a promover atividades para complementar seus estudos e contribuir para o 'nivelamento' de conceitos, minimizando índices de reprovação e evasão de disciplinas de Matemática, em especial o CDI.

3 TENDÊNCIAS DE ENSINO APLICADAS AO CDI

Com base no exposto, verificou-se a relevância para desenvolver uma proposta de autoestudo para estudantes ingressantes de cursos de Engenharia. Entende-se que a proposta de autoestudo é o processo de aprendizado, em que o estudante realiza atividades direcionadas e elaboradas por um professor, buscando conhecimento de forma independente e autodirigida.

Desse modo, o estudante utiliza recursos, por meio dos materiais educacionais, para adquirir novas habilidades, aprofundar seu conhecimento matemático, promovendo o nivelamento para o estudo do CDI. Para tanto, o autoestudo envolve disciplina, organização e motivação intrínseca por parte do estudante, que é responsável por estabelecer metas de aprendizado, planejar seu tempo de estudo e avaliar seu progresso ao longo do tempo. Sendo assim, são investigadas as tendências de ensino voltadas ao ensino do CDI.

3.1 Considerações sobre o ensino de funções

Entende-se que para atingir o objetivo desta pesquisa é preciso elencar um conteúdo para elaborar uma proposta de autoestudo para nivelamento de estudantes de Engenharia na disciplina de CDI. Desse modo, foram analisadas as provas do Exame Nacional de Desempenho dos Estudantes (ENADE) de 2019 e 2017, com a finalidade de identificar os conteúdos matemáticos mais recorrentes nas questões aplicadas e a partir disso definir o conteúdo abordado na proposta de autoestudo.

Considerando que as questões do ENADE da área de Engenharias são aplicações diretas das áreas de formação, e que a pesquisadora possui, além da formação em Matemática, formação na área de Engenharia Elétrica, foram selecionadas as questões dessa área, entretanto, ressalta-se que a disciplina de CDI é parte integrante do núcleo comum de todas as Engenharias, sendo que os

conteúdos bases para o nivelamento seriam adequados aos matriculados nessa disciplina.

Na prova de 2017, foram aplicados os conceitos de relações, funções, manipulações algébricas e gráficos tendo um percentual de 27,5 % das questões da prova que recorrem a esses conteúdos. Enquanto na prova de 2019, as questões que recorrem a algum conceito envolvendo relações, funções, manipulações algébricas e representações gráficas correspondem a cerca de 32,5% da prova. Com base no exposto, verifica-se que o conteúdo de funções é recorrente em ambas as provas e em diversas questões, sendo esse o tópico relevante e selecionado para o desenvolvimento da proposta de autoestudo.

Para iniciar a elaboração desta proposta, foram analisados os documentos oficiais. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), entende-se nesta pesquisa que competência corresponde “a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.” Dá-se destaque para a habilidade EM13MAT404, que corresponde a:

Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais (Brasil, 2018).

Também se destaca a competência específica 3 de Matemática da BNCC de:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (Brasil, 2018).

Tal competência e habilidade foram adotadas com base para o direcionamento da elaboração da proposta de autoestudo. Com relação ao ensino da Matemática, na Educação Básica e do CDI no Ensino Superior, precisa-se ir além do raciocínio lógico formal, oportunizando o desenvolvimento de habilidades e competências, promovendo a compreensão dos conteúdos, segundo Moreno (2006, p. 51):

[...] todo o conhecimento novo é construído apoiando-se sobre os conhecimentos anteriores que, ao mesmo tempo, são modificados. Na

interação desenvolvida por um aluno em situação de ensino, ele utiliza seus conhecimentos anteriores, submete-os à revisão, modifica-os, rejeita-os ou os completa, redefine-os, descobre novos contextos de utilização e, dessa maneira, constrói novas concepções (Moreno, 2006, p. 51).

Na Educação Básica é preciso promover aos estudantes situações de aprendizagem, que propiciem a eles pensarem e raciocinarem, para que assim sejam capazes de formularem ideias e relacionarem informações. Sendo assim, a construção do pensamento matemático é fundamental para desenvolver habilidades e competências relacionadas aos objetos matemáticos.

O raciocínio matemático necessário para aprendizagem do CDI depende, entre outros, do pensamento algébrico e da aplicação de linguagem simbólica convencional na resolução de tarefas. Os estudantes precisam atribuir significados para termos notacionais, associando a linguagem simbólica com formas de pensamento algébrico.

De acordo com Fiorentini, Miguel e Miorim (1993, p. 95), mesmo possuindo diferentes concepções sobre o ensino da álgebra, em geral, na escola, há uma “redução do pensamento algébrico à linguagem algébrica”, em que se priorizam tarefas que versam em converter a linguagem corrente em linguagem simbólica e aplicar algoritmos para a resolução. Nessa abordagem tradicional de ensino, o professor resolve exemplos, em geral, aplicando algoritmos, e os alunos reproduzem o modelo em outros exercícios similares. As consequências dessa abordagem metodológica é não propiciar ao estudante estabelecer conexões entre os conteúdos e os objetos matemáticos, já que em muitos casos há somente a priorização do ensino de técnicas sem favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico e, consequentemente, o pensamento matemático.

O desenvolvimento do pensamento algébrico necessita da produção de significados, além de recorrer à aritmética para subsidiar a realização de situações de aprendizagem pelos estudantes para que se apropriem do conhecimento matemático justificando e generalizando conceitos. Nesse sentido, a aritmética e álgebra estão relacionadas por meio do pensamento algébrico, mesmo antes da introdução da linguagem simbólica. Sobre esse tema, autores como Booth (1995) e Kieran (1981) já há algumas décadas apontaram que certas dificuldades dos estudantes com a Matemática estão relacionadas ao fato de aprenderem aritmética desvinculada do pensamento algébrico, passando a utilizar procedimentos

aritméticos em resoluções algébricas. Nesse sentido, Booth (1995) afirma que os estudantes:

- tendem a dar soluções particulares em vez de uma solução geral;
- não compreendem expressões algébricas como procedimento, agrupando termos distintos e respostas reduzindo a um único termo;
- conferem ao sinal + apenas o conceito de adição e = significa indica uma única resposta;
- apresentam dificuldades em atribuir significados às incógnitas e variáveis;
- tendem a atribuir valores únicos para variáveis.

A partir desses indícios, pode-se perceber que o ensino de aritmética desvinculado de significados algébricos coopera para que os estudantes tenham dificuldades na aprendizagem de procedimentos algébricos e, se não forem sanadas, consequentemente, também terão dificuldades no desenvolvimento de cálculos de limites, derivadas e integrais em um curso específico de CDI. Além disso, Silva (2011, p. 399) expõem que:

Os conteúdos tratados nos cursos de Cálculo remontam ao conceito de função. Ao introduzir a palavra função, Leibniz visava designar qualquer das variáveis geométricas associadas a uma determinada curva. Paulatinamente tal noção foi assumindo especificidades, passando a designar a relação de dependência entre uma variável dependente e outras variáveis independentes, desvinculadas de uma determinada curva particular. Em consequência a palavra continuidade ficou por muito tempo associada à permanência de uma mesma expressão analítica que defina a função (Silva, 2011, p. 399).

Kieran (2007, p. 709) aponta que “reformas nos programas de álgebra tendem a dar maior relevância para as funções, às várias maneiras de representar as situações funcionais e para a solução de problemas do ‘mundo real’ por métodos diferentes daqueles dos manuais de manipulação simbólica”.

De acordo com Ferreira e Allevato (2012), a abordagem para o ensino de função na Educação Básica deveria partir do princípio de que os estudantes constroem o conceito formal de função em estágios, começando com a noção de relação entre conjuntos e gradativamente refinando o vocabulário e o simbolismo, explorando representações gráficas, realizando operações sobre funções e explorando propriedades internas de funções específicas. Os estudantes do Ensino Médio podem compreender a ideia básica de uma função com ‘uma regra de correspondência’, tanto em situações mais abstratas quanto em contextos aplicados. Podem-se identificar padrões, completar informações sobre o domínio e a imagem, e

descrever verbalmente as regras de associação. No estudo de funções, muitas das dificuldades apresentadas pelo estudante se devem à falta de conhecimentos na decodificação dos símbolos utilizados. As nomenclaturas e as simbologias devem ser introduzidas, gradativamente, ao longo de todo o processo. O professor deve estar atento para as dificuldades do estudante referentes a essa questão (Ferreira; Allevato, 2012).

Para discutir a respeito de processos de ensino e aprendizagem do conceito de função, recorre-se à teoria de representações semióticas de Duval (2011). Esse autor aponta três processos mentais fundamentais para que haja um registro de representação, a partir de um sistema semiótico: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

Segundo Duval (1993, p. 37): “um registro é um campo de variação de representação semiótica em função de fatores cognitivos que lhe são próprios”. Para ilustrar isso, o autor apresenta dois exemplos de registro, sendo o primeiro desses o registro das representações gráficas e o outro o registro das figuras geométricas, ambas relacionadas com as variações de visualizações de uma função afim e uma relação de homotetia, respectivamente. Em resoluções de problemas relacionados com pelo menos um desses conceitos são mobilizados:

- a capacidade para produzir ou reconhecer de modo espontâneo;
- a coordenação, em cada um desses campos de variação, em outro campo de variação:
- o registro da expressão algébrica das relações para visualizar as funções ou o registro de uma fração para a relação das configurações geométricas.

Damm (2012), corroborando com a teoria de Duval, afirma que a formação de uma representação identificável pode estar em uma linguagem natural como no enunciado de um problema, no desenho de uma figura geométrica, em um gráfico, na escrita de uma fórmula, entre outros, que conforme Damm (2012, p. 178), ocorre quando há: “[...] uma seleção de características e de dados do conteúdo a ser representado e isso depende de regras, que asseguram o reconhecimento das representações e a possibilidade de sua utilização para tratamento”.

De acordo com Duval (2011, p. 16), os tratamentos “são transformações de representações dentro de um mesmo registro”. Para Damm (2012, p. 179), “existem regras de tratamentos próprias a cada registro, sua natureza e número variam

consideravelmente, de um registro ao outro". A autora ainda afirma que o tratamento só será significativo se existir a compreensão dessas regras.

Ainda, segundo Duval (2011, p.16), as conversões são: "transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica".

Apresenta-se no Quadro 2 a seguir uma síntese das representações semióticas propostas por Duval (2011), diferenciando os tratamentos e conversões.

Quadro 2 - A transformação de representações semióticas.

Permanecendo no mesmo sistema: <i>tratamento</i>	Mudando de sistema, mas conservando a referência aos mesmos objetos: <i>conversão</i>
Quase sempre, é somente este tipo de transformação que chama a atenção porque esse corresponde a procedimentos de justificação. De um ponto de vista "pedagógico", tenta-se algumas vezes procurar o melhor registro de representação a ser utilizado para que os estudantes possam compreender.	Este tipo de transformação enfrenta os fenômenos de não congruência. Isso se traduz pelo fato de os estudantes não reconhecerem o mesmo objeto através de duas representações diferentes. A capacidade de converter implica a coordenação de registros mobilizados. Os fatores de não congruência mudam conforme os tipos de registro entre os quais a conversão é, ou deve ser, efetuada.

Fonte: adaptação de Duval (2011).

Além disso, baseados em Damm (2012), tem-se que quando se lida com muitos registros é possível haver a transformação de representações e aprimoramento de significados entre esses, e desse modo se efetuam os tratamentos de forma mais econômica e poderosa. Cada registro possui características próprias sejam de: objeto, conceito, situação, na qual precisa de elementos significativos ou informações do conteúdo, que esse está representando. Essa complementaridade exige que o estudante trabalhe com várias representações do mesmo objeto, pois ao perceber as especificidades de cada um, e reforçá-las se torna um caminho do entendimento do objeto como um todo, sendo essa uma condição fundamental para a compreensão.

Dos autores trazidos, entende-se que o ensino de funções necessita de práticas na qual se estabeleçam relações com situações contextualizadas, além de se explorar diferentes formas de representação, entre essas a algébrica e a gráfica.

Ressalta-se que o ensino de funções, tanto na Educação Básica quanto em cursos de "nivelamento" no Ensino Superior, é baseado na teoria dos conjuntos, de modo em geral, com abordagem essencialmente algébrica, sendo reduzida à

resolução de equações construídas por meio de uma lei de formação. Nesse modo de ensino não são exploradas, por exemplo, as relações de dependência entre variáveis, sendo esta historicamente uma das motivações centrais para o desenvolvimento do conceito de função. Considerando que muitos estudantes possuem dificuldades quando se confrontam com situações problema a serem resolvidas utilizando, implicitamente, o conceito de função, propor diferentes abordagens para o ensino minimiza tais dificuldades.

3.2 Metodologias ativas

Para subsidiar esta proposta se busca, nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de graduação em Engenharia (2019), o que é exposto sobre estrutura curricular para tais cursos que atenda às demandas de formação de engenheiros com competências e habilidades que supram às necessidades do mercado e a adoção de metodologias de ensino mais modernas e adequadas à nova realidade global.

Assim, o “ponto principal é imprimir maior sentido, dinamismo e autonomia ao processo de aprendizagem em Engenharia, por meio do engajamento do aluno em atividades práticas, preferencialmente desde os primeiros anos do curso” (Brasil, 2019, p. 30).

O meio no qual o estudante está envolvido, suas experiências sociais e culturais são o que possibilitam um processo de aprendizagem consistente, em que as novas experiências proporcionadas ampliam sua visão de mundo, além de agregar conteúdos teóricos. Para tanto, é preciso desenvolver competências e habilidades desde a Educação Básica para que o ingressante de um curso de Engenharia tenha condições de desenvolver as atividades previstas no curso. Sobre o assunto, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e inventar soluções com base nos conhecimentos das diferentes áreas (Brasil, 2018, p. 18).

Caso o estudante não tenha tais habilidades e competências, faz-se necessário um processo de nivelamento para cursar uma graduação nessa área.

Ao se questionar como oferecer ao estudante oportunidades para que ele seja um sujeito ativo em seu processo de aprendizagem, bem como metodologias que contribuam nesse sentido, chega-se ao conceito de metodologias ativas como um ponto de partida para se discorrer sobre o assunto.

Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014) apontam que as últimas décadas de pesquisa em CDI fornecem contribuições para uma melhor compreensão do modo como se organiza o pensamento matemático e a aprendizagem de conceitos como limite, derivada e integral. Esses resultados proveem elementos para compreender diversas dificuldades e obstáculos encontrados pelos estudantes na aprendizagem da disciplina e de como eles aprendem.

Há uma preocupação, não somente vinculada com a dificuldade de aprendizagem dos conceitos de CDI, mas também com a metodologia empregada durante as aulas, desse modo as metodologias ativas fornecem o subsídio para o desenvolvimento deste trabalho. Logo, a atenção também envolve o papel do professor e o contexto que este apresenta durante a discussão de um conceito. Para Trevisan e Mendes (2018, p. 211):

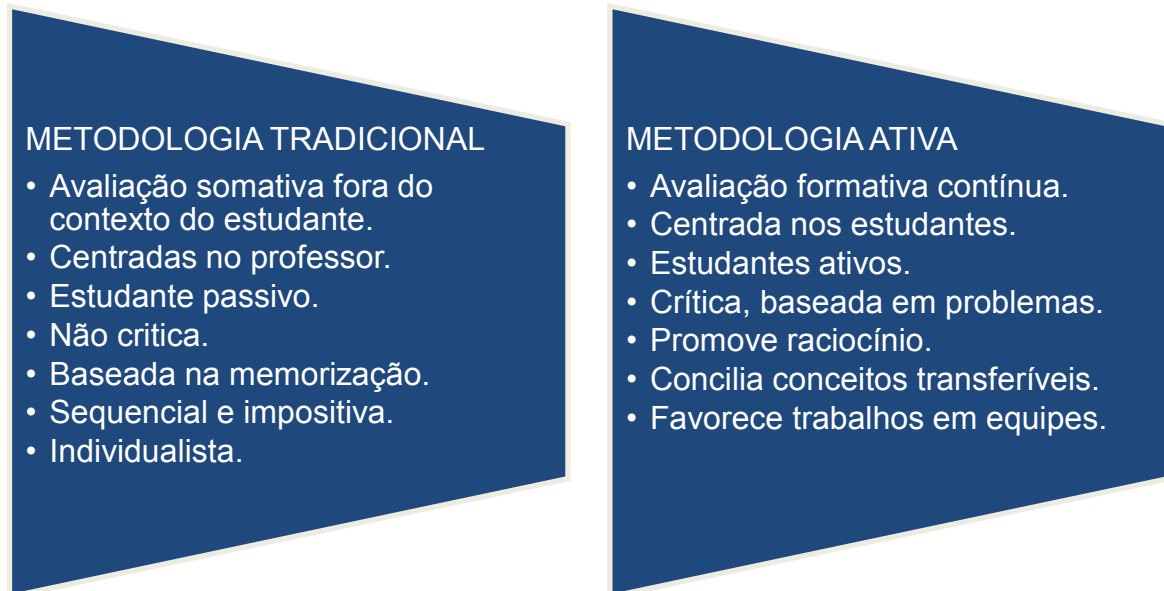
O papel do professor, ao invés de sempre fornecer explicações, é incentivar os estudantes a apresentarem e discutirem suas ideias durante as realizações das tarefas propostas, bem como conduzir a sistematização dos conceitos a elas subjacentes. Assim, antes de introduzir um conceito mediante sua definição formal, o estudante é convidado a explorá-lo intuitivamente, levando em conta suas concepções e imagens conceituais prévias (Trevisan; Mendes, 2018)

As metodologias ativas diferem das metodologias ditas tradicionais. De acordo com Venturelli (1997, p. vi), pode-se caracterizar uma metodologia tradicional como aquela em que os estudantes:

[...] não são chamados a saber, mas a memorizar o conteúdo dito pelo professor. [...] Não permite que os alunos pratiquem processos cognitivos, uma vez que os objetivos contra os quais devem agir são propriedades do professor e não um meio que evoque uma reflexão crítica tanto do professor como o aluno (Venturelli, 1997)

Para diferenciar as características de metodologias tradicionais e de metodologias ativas, no diagrama apresentado a seguir são comparadas as características de cada uma dessas, segundo a perspectiva de Venturelli (1997):

Figura 1 – Comparação entre características de metodologias tradicionais e metodologias ativas.



Fonte: Adaptado de Venturelli (1997).

Com base na comparação apresentada, Venturelli (1997) faz seus apontamentos e define características das metodologias ativas, na qual se podem adotar como princípios que nortearam os pontos principais das práticas chamadas pelo autor como práticas educacionais inovadoras.

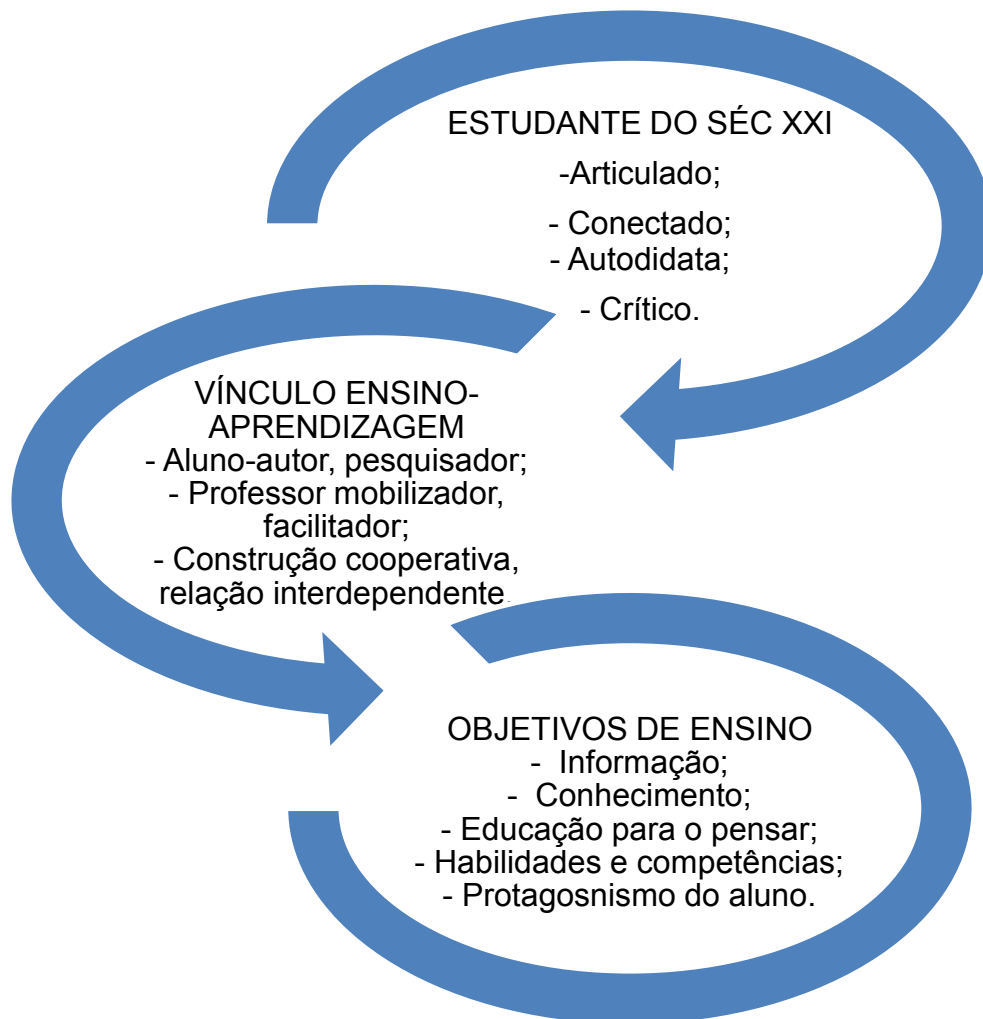
As metodologias ativas são chamadas de métodos inovadores e dinâmicos, que motivam a participação ativa do estudante em seu processo de aprendizagem, podendo utilizar recursos didáticos distintos. Nesse aspecto, essas metodologias promovem um processo interativo mobilizando conhecimento para aplicar em situações de análises, estudos e pesquisas, além da tomada de decisões em seu processo de aprendizagem, na busca de soluções de problemas propostos, ou seja, “aprendizado se dá a partir de problemas e situações reais; os mesmos que os alunos vivenciarão depois na vida profissional de forma antecipada, durante o curso” (Morán, 2015, p.19).

Nesse sentido, uma metodologia ativa é baseada em pressupostos construtivistas, no qual o estudante está no centro do processo de aprendizagem e a atividade é baseada em situações do contexto do estudante e suas experiências

vivenciadas por meio de esquemas mentais construídos pelos processos de assimilação e acomodação dos conceitos.

Soares (2021) aponta uma proposta das metodologias ativas propícias ao estudante do século XXI, vínculo de ensino-aprendizagem e objetivos de ensino, conforme indicado no diagrama a seguir:

Figura 2– Fatores na proposta das metodologias ativas. Proposta didática integral.



Fonte: Adaptado de Soares, 2021 (p.72).

De acordo com Soares (2021), as metodologias ativas estão relacionadas ao ato de aprender, sendo o papel do professor de mediador da aprendizagem. Sendo assim, são empregadas ações previstas pelo professor que promovem o desenvolvimento do estudante por meio de métodos interativos, de modo que, nessa abordagem, o estudante é corresponsável por seu processo de aprendizagem. Além

disso, as metodologias ativas são elaboradas por meio das seguintes etapas: apresentação da problemática; diagnóstico do que já se sabe; pesquisa, leitura, debate; produção de textos, entrevistas, relatórios, protótipos; resultado; avaliação integral e intervenção.

Nesse sentido, ao se recorrer a uma metodologia ativa para o ensino de Matemática por meio do autoestudo mediado pelas tecnologias de ensino, na qual se tem a possibilidade de minimizar a dificuldade do estudante em relação aos conteúdos matemáticos e, assim, desenvolver as competências e habilidades necessárias para contextualizar a teoria e a prática dentro da sua área de formação.

3.3 Tecnologias de ensino

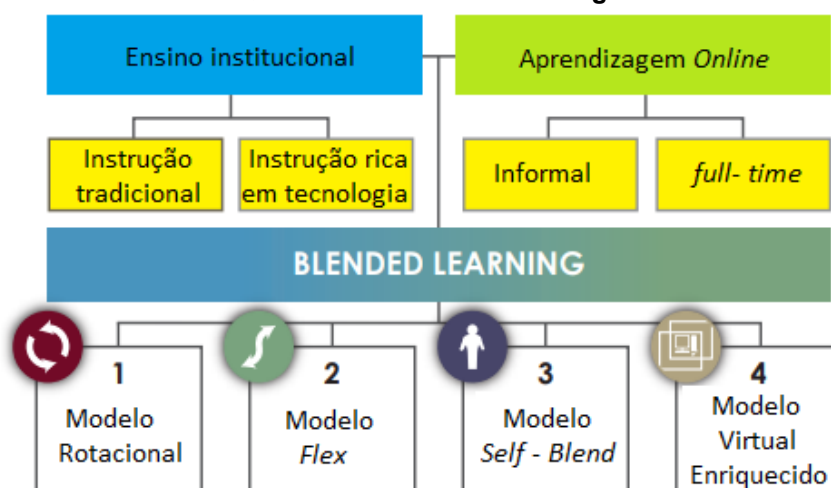
As Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) vêm favorecendo as metodologias ativas de ensino, de modo que além do momento estipulado para as aulas regulares sejam fornecidos aos estudantes recursos didáticos que sejam capazes de subsidiar a compreensão dos conteúdos no decorrer de um encontro ao outro. Atualmente, têm-se metodologias de ensino que fornecem estratégias de complementação do ensino regular, como a *flipped classroom* e *blended learning*, que se adequam ao ensino híbrido ou *blended learning*.

Conforme afirma Valente (2014, p. 83), se tem que a “modalidade de *e-learning* é quando parte das atividades são realizadas totalmente a distância e parte é realizada em sala de aula”. Enquanto a modalidade, que é denominada *blended learning*, segundo Staker e Horn (2012, p. 4), essas possuem definições amplas e uma taxonomia de utilização. Os autores definem *blended learning* como:

um programa de educação formal em que um aluno aprende, pelo menos em parte, através da entrega on-line de conteúdo e instrução com algum elemento de controle do aluno ao longo do tempo, local, caminho e/ou ritmo e pelo menos em parte em um ensino institucional supervisionado localizado longe de casa.

Na modalidade *blended learning*, o conteúdo e as instruções necessitam de preparação de acordo com a especificidade de cada disciplina. Para ilustrar a modalidade de ensino, estes autores organizam o seguinte diagrama:

Quadro 3 - Blended Learning.



Fonte: adaptado de Starker e Horn (2012, p. 5, tradução nossa).

Por meio da ilustração se verificam formas de aplicação no ensino *blended learning*, que incluem uma estreita relação entre o que é ensinado no ensino institucional e na aprendizagem online, na qual se adota o modelo flex, em que o estudante desenvolve um guia de atividades on-line compartilhado no ambiente virtual, nesta pesquisa adotado como recurso o padlet.

De acordo com Valente (2014), não há um consenso sobre a nomenclatura empregada, mas sua essência consiste em relacionar a realidade do estudante com o conteúdo a ser ministrado de forma flexível, sendo baseado nas necessidades do processo de ensino e de aprendizagem, sendo o conteúdo da disciplina a ser trabalhada.

Nesse sentido, justifica-se a relevância da proposta desta pesquisa na medida em que o estudante tem a possibilidade de desenvolver o autoestudo de forma direcionada como estratégia de nivelamento para o aprendizado do CDI.

Para tanto pode-se utilizar uma plataforma on-line para estabelecer uma dinâmica de trabalho juntamente com o desenvolvimento das aulas, favorecendo a aprendizagem dos estudantes e o nivelamento dos conteúdos a serem aprendidos. Nesse sentido, faz-se necessário o uso de recursos integrados a um ambiente virtual de aprendizagem. Segundo Moreira (2007, sp.):

O ambiente de aprendizagem escolar é um lugar previamente organizado para promover oportunidades de aprendizagem e que se constitui de forma única na medida em que é socialmente construído por alunos e professores a partir das interações que estabelecem entre si e com as demais fontes materiais e simbólicas do ambiente.

Segundo Valente (2014), o ensino aplicado de forma flexível e adaptável fornece um suporte ao estudante antes do momento de aula regular, sendo uma atividade desenvolvida com o acompanhamento e a supervisão de um professor certificado na área do conhecimento.

Desse modo, nos momentos de interação com o professor é possível avaliar as necessidades do estudante e complementar com as atividades on-line, possibilitando um processo de aprendizagem mais eficiente, interessante e personalizado. Com relação aos recursos direcionados para a aprendizagem em Matemática, pode-se relacionar as vivências do estudante além das suas experiências sociais e culturais.

Pohjolainen *et al.* (2018) enfatizam que a motivação do estudante é maior quando são empregadas situações nas quais a matemática é utilizada no cotidiano, ou seja, novas abordagens de ensino fomentam a motivação para aprender matemática. Sobre a temática, Almeida, Queiruga-Dios e Cáceres (2021) apontam sobre a relevância das práticas docentes, ao inferirem que:

[...] é prioritário que os professores de matemática dos cursos de engenharia, principalmente os que lecionam no primeiro ano, busquem mudanças em suas práticas pedagógicas. É importante adaptar as estratégias educacionais às características dos alunos, seus modos de comunicação, dificuldades e estilos de aprendizagem. (Almeida; Queiruga-Dios; Cáceres, 2021, p. 6, tradução nossa).

De acordo com Silva (2016), cabe aos professores buscarem alternativas para minimizar o baixo rendimento estudantil e desenvolver práticas pedagógicas que proporcionem o desenvolvimento integral dos estudantes, auxiliando na superação das dificuldades matemáticas herdadas na formação da Educação Básica ou pelas dificuldades resultantes do processo de inserção na Educação Superior. A ação docente deve considerar o estudante de forma integral e fornecer os recursos necessários para executar suas atividades de modo eficaz.

Nesse aspecto se entende que as TIC podem ser utilizadas como um facilitador nas abordagens inovadoras aplicadas no ensino de matemática, sendo um recurso para estimular o desenvolvimento, ou ainda o aperfeiçoamento das habilidades decorrentes da formação básica do estudante. Nesta pesquisa se adota como recurso no padlet, que se trata de um painel interativo, no qual são construídas sequências de atividades direcionadas, em que o estudante possui acesso a vídeos, slides, links de pesquisa, imagens entre outros materiais para direcionar o autoestudo.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo se apresenta o processo de desenvolvimento da proposta de autoestudo, bem como a elaboração dos instrumentos de coleta de dados, organizados em duas seções, sendo a primeira sobre a caracterização da pesquisa e a segunda sobre as etapas de elaboração dos recursos envolvidos na pesquisa.

4.1 Caracterização da pesquisa

Com base no referencial apresentado, após o delineamento da pesquisa, inicia-se a elaboração da proposta de autoestudo para nivelamento, sendo direcionada para estudantes ingressantes nos cursos de Engenharias matriculados na disciplina de CDI de uma Universidade do Norte do Paraná, convidados a participarem desta pesquisa. Tem-se que a proposta de autoestudo para nivelamento dos estudantes ingressantes em Engenharia, com foco em relações e funções, propicia o nivelamento de conhecimento, considerando que os estudantes ingressantes podem ter formações básicas diversas, sendo que alguns podem estar mais familiarizados com conceitos matemáticos do que outros. O autoestudo de relações e funções permite que todos os estudantes comecem em uma base comum de conhecimento matemático essencial para o curso.

Destaca-se que esta pesquisa é de natureza qualitativa, na perspectiva da Educação Matemática, baseados em Bogdan e Biklen (1994) e Lüdke e André (1986). Quanto a Bogdan e Biklen (1994) se tem que a abordagem qualitativa de pesquisa enfatiza a descrição, a indução, a teoria fundamentada, o estudo das percepções pessoais, e a questão de pesquisa tem o objetivo de investigar um fenômeno, em seu contexto natural, e buscar seu entendimento por meio das perspectivas dos participantes da pesquisa. Quanto a Lüdke e André (1986), tem-se cinco características básicas associadas à pesquisa qualitativa, sendo:

1ª) A pesquisa qualitativa é desenvolvida, em seu ambiente natural, como fonte direta de dados e o pesquisador seu principal instrumento de pesquisa.

2ª) Os dados coletados são predominantemente descritivos, sendo importantes todos os dados da realidade, sendo o pesquisador o responsável por buscar o maior número possível de elementos relativos à situação analisada.

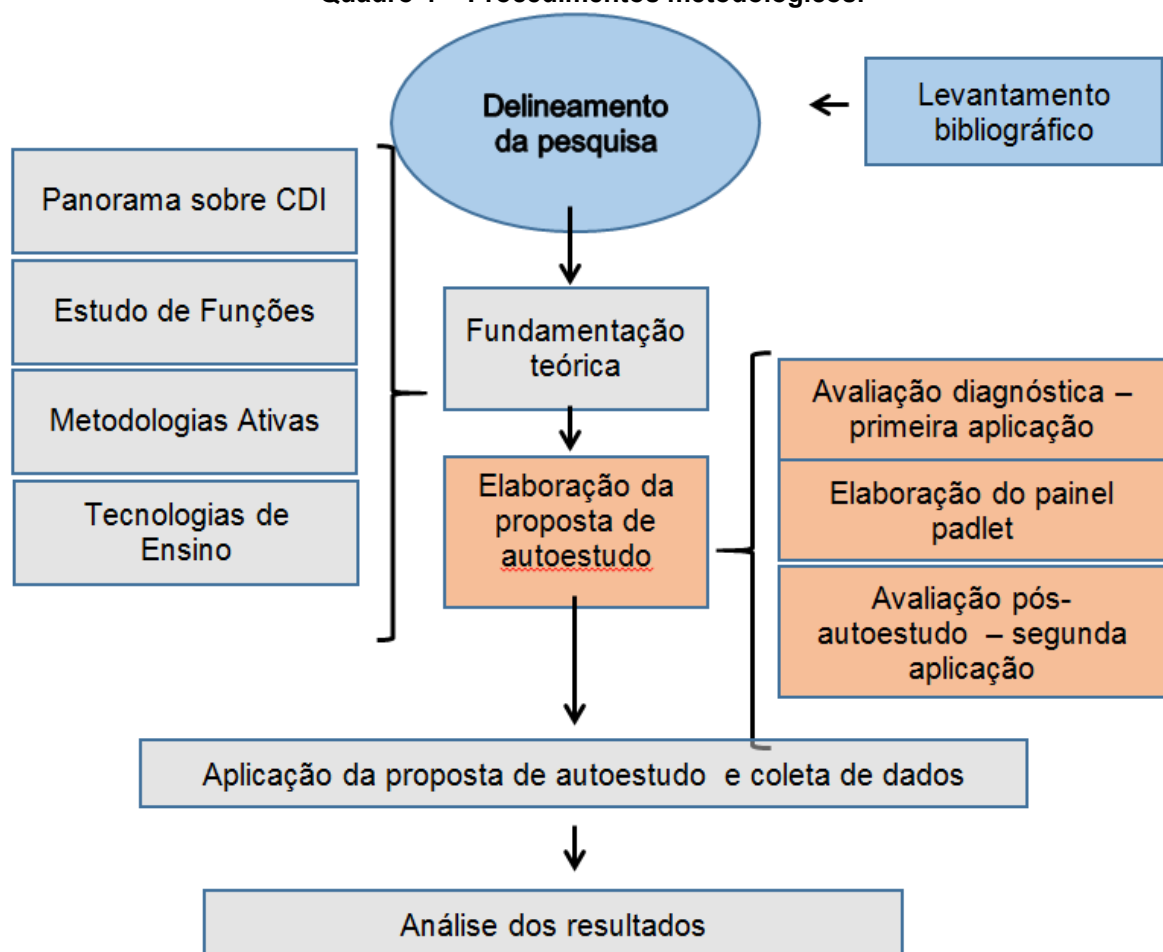
3ª) A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto.

4ª) O significado que as pessoas atribuem são o foco do pesquisador, que busca a perspectiva desses participantes.

5ª) A análise de dados tende a ser um processo indutivo.

Veja-se na Quadro 4 a representação dos procedimentos aplicados na pesquisa.

Quadro 4 - Procedimentos metodológicos.



Fonte: Autoria própria (2024).

Na sequência se faz detalhamento de como foi elaborada a proposta de autoestudo e os instrumentos de pesquisa.

4.2 Elaboração da proposta de autoestudo e instrumento de pesquisa

Ao considerar um conteúdo para elaboração da proposta de autoestudo, foram elencados os conceitos sobre relações e funções, que são fundamentais para a disciplina de CDI e, posteriormente, podem ser aplicadas em diversos contextos, incluindo análise de circuitos, mecânica, termodinâmica, entre outros. Por meio da proposta de autoestudo, os estudantes podem aprender em seu próprio ritmo e de acordo com suas próprias necessidades.

Promovendo a autonomia e a responsabilidade pelo próprio aprendizado, sendo habilidades importantes para os engenheiros em formação. Também se recorre às tendências de ensino da atualidade, como recursos on-line, vídeos educacionais, tutoriais interativos e aplicativos de aprendizado postados em um ambiente virtual organizado no painel on-line padlet, no qual os estudantes podem explorar uma variedade de recursos que se adequem ao seu estilo de aprendizado.

Sendo que o autoestudo não se limita apenas ao período de nivelamento, aplicado na coleta de dados desta pesquisa, os materiais ficaram disponíveis para utilização no decorrer da disciplina de CDI, sendo um suporte pedagógico para as aulas regulares dessa disciplina. Utilizou-se para elaboração das tarefas uma coletânea de questões aplicadas no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), sendo selecionadas trinta questões que abordam sobre estudo de funções polinomiais do primeiro e segundo grau, subdivididas em duas aplicações com quinze questões cada, indicadas juntamente com suas resoluções no apêndice A, cuja aplicação foi utilizada como avaliação diagnóstica, e no Apêndice B, cuja aplicação foi realizada após a interação dos estudantes com os materiais disponibilizados para o autoestudo e que serão utilizadas para as análises posteriormente.

No processo de elaboração da proposta de autoestudo, a primeira avaliação tem caráter diagnóstico, na sequência foi preparada uma programação de autoestudo mediado pelas TIC organizadas em dois momentos. Para o primeiro momento foi preparado um painel, criado na página do padlet, em que se tem acesso a miniaulas gravadas juntamente com materiais de apoio como os slides, links de objetos didáticos, estudos dirigidos, entre outros, relevantes para o autoestudo no decorrer do período de uma semana, após esse período foi aplicada

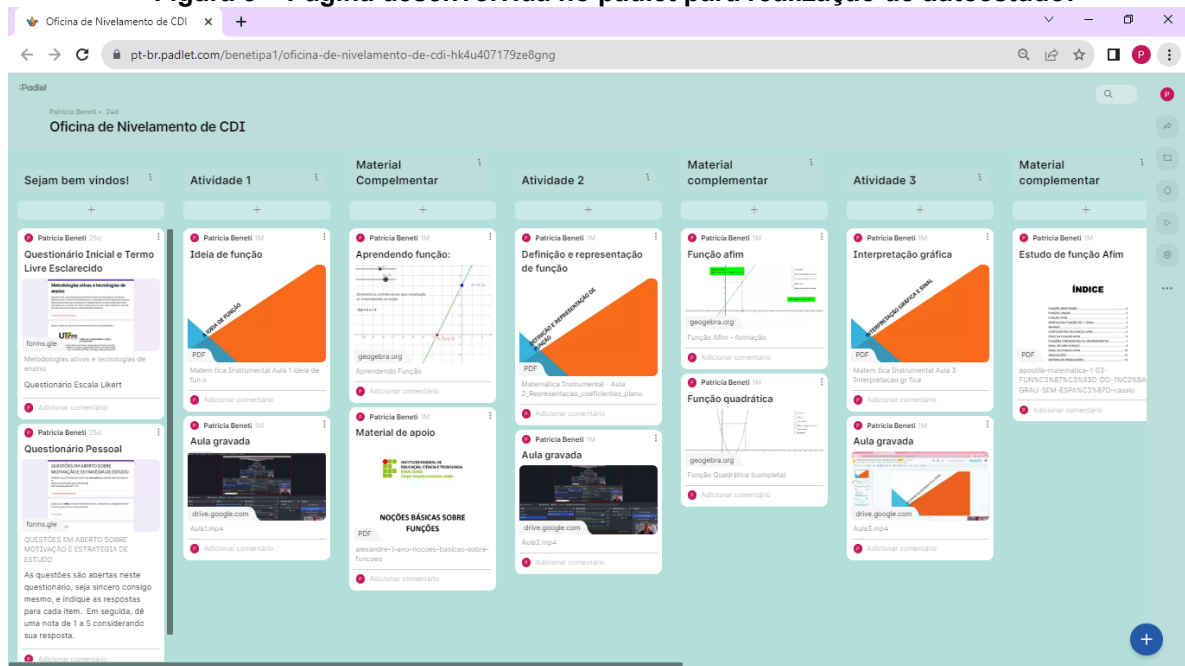
a segunda avaliação com um caráter formativo, por meio da qual se avaliou o progresso dos estudantes por meio de uma análise comparativa.

Para organização da proposta, foram selecionadas trinta questões das Provas do ENEM dos anos de 2000, 2009, 2011, 2013, 2014, 2016, 2015, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021, 2022. Sendo realizada uma categorização dessas questões, com base nas competências e habilidades da BNCC em Matemática e suas Tecnologias (Brasil, 2018), para organizar, as questões foram agrupadas por temas que formam separados em dois grupos para a avaliação diagnóstica e a avaliação pós-autoestudo.

Com relação à comunicação, os estudantes poderiam se comunicar com a pesquisadora de forma direta por mensagens pelo próprio padlet, ou ainda, por meio de um grupo de WhatsApp, no qual ele é convidado a participar para esclarecimentos de dúvidas no decorrer desse período de aplicação do instrumento de pesquisa. Destaca-se que por meio do desenvolvimento de materiais projetados foi dado suporte aos processos de ensino e de aprendizagem (Gravemeijer; Cobb, 2006).

Também foi elaborado um ambiente virtual de aprendizagem, utilizando como recurso tecnológico o padlet, que permite o compartilhamento de materiais, bem como a interação desses estudantes como meio de viabilizar a aplicação de atividades de autoestudo sobre o conteúdo de funções, conforme se pode verificar na ilustração da página desenvolvida disponibilizada via link e convite aos participantes, conforme indicado na Figura 3.

Figura 3 – Página desenvolvida no padlet para realização de autoestudo.

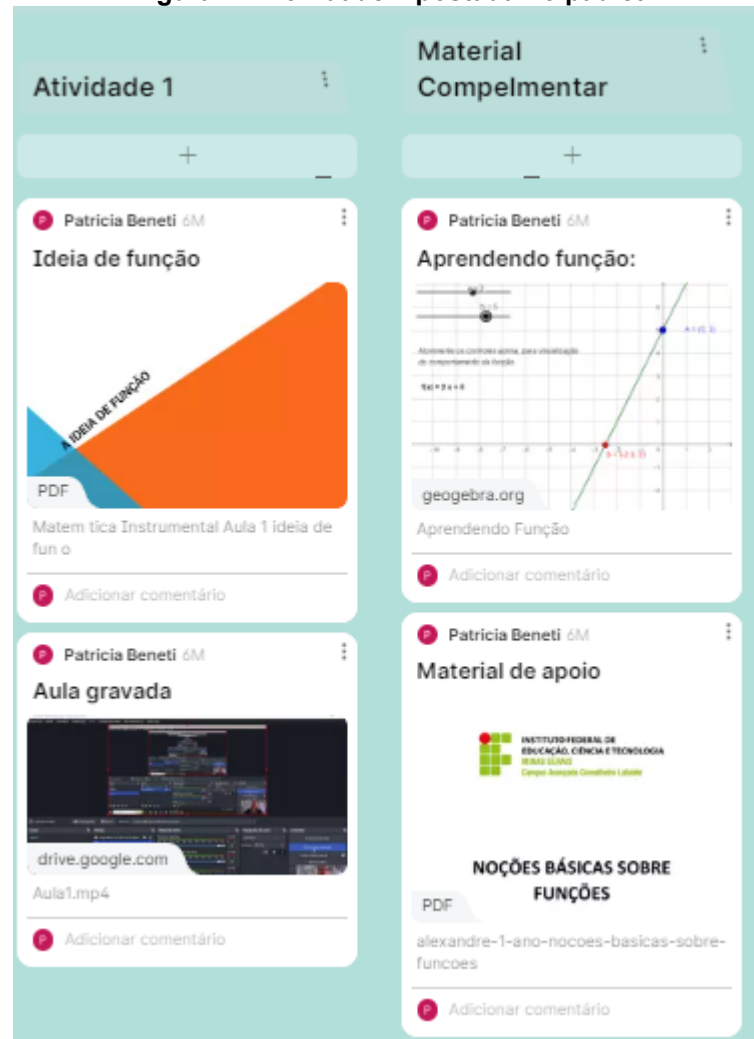


Fonte: Autoria própria (2024).

Além disso, foram postadas as sequências de atividades e materiais complementares que se descrevem a seguir:

Atividade 1: nessa atividade foi elaborado um material em slides para conceituar sobre funções, posteriormente, foi gravada uma videoaula com duração de 11'35" (disponibilizada no link <https://drive.google.com/file/d/1SIGyBKmxV9WrV8YJID2vfyf6sESa9xhR/view>), também foram inseridos dois materiais complementares, sendo o primeiro uma integração com objeto didático disponibilidade no geogebra.org sobre função afim e o segundo um e-book sobre noções básicas de funções que trazem os conceitos, exemplos e proposta de atividades complementares. Segue o print dessa postagem:

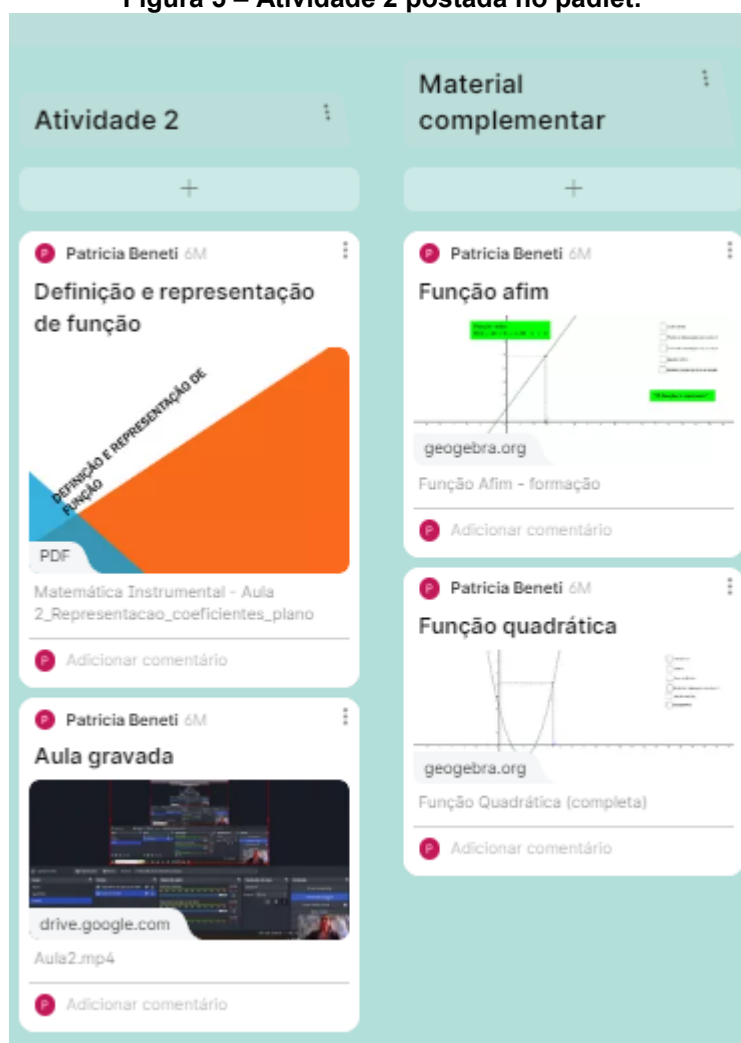
Figura 4 – Atividade 1 postada no padlet.



Fonte: Autoria própria (2024).

Atividade 2: nessa atividade foi elaborado um material em slides para relacionar a definição e representação de função, posteriormente, foi gravado um vídeo de 15'25" (disponibilizada no link <https://drive.google.com/file/d/1T-uOJpFaQSrEOwhN4MdIEU3wKC4-0jz9/view>) e inseridos dois objetos didáticos do geogebra.org sobre função afim e função quadrática. Segue o print dessa postagem.

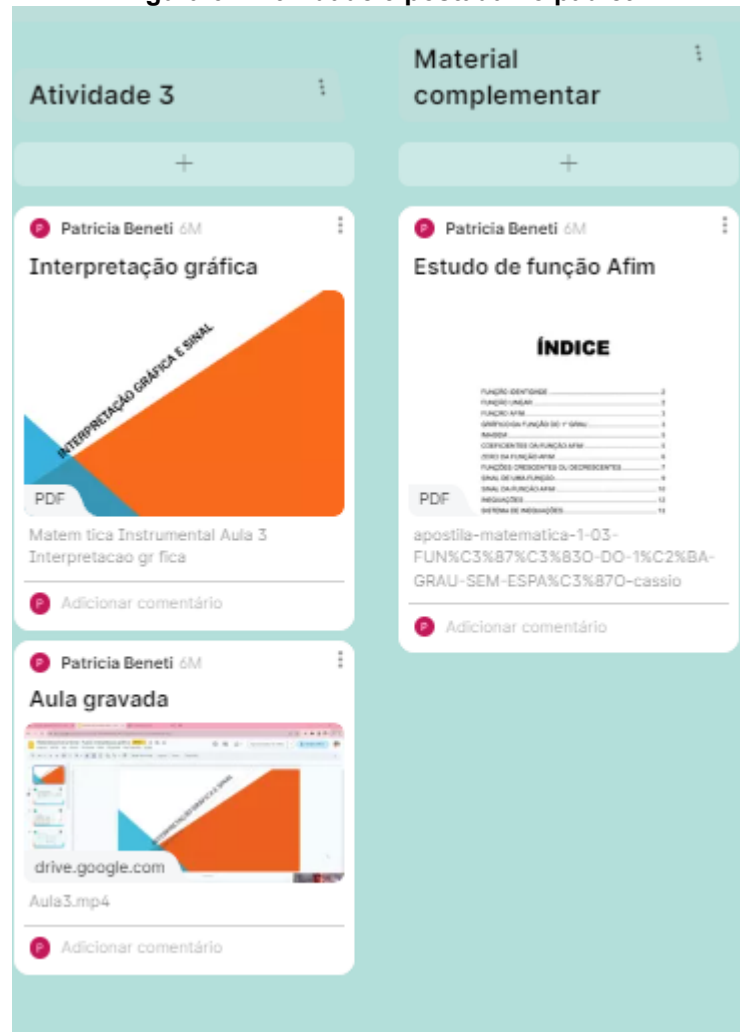
Figura 5 – Atividade 2 postada no padlet.



Fonte: Autoria própria (2024).

Atividade 3: nessa atividade foi elaborado um material em slides para realizar a interpretação gráfica de funções, posteriormente, foi gravado um vídeo de 9'30" (disponibilizada no link <https://drive.google.com/file/d/16z3AeEfwT8PHSuMwuAGjK2YIbRgBhrEm/view>). Além disso, foi disponibilizado um material complementar de um e-book sobre o estudo de função afim. Veja-se o print dessa postagem:

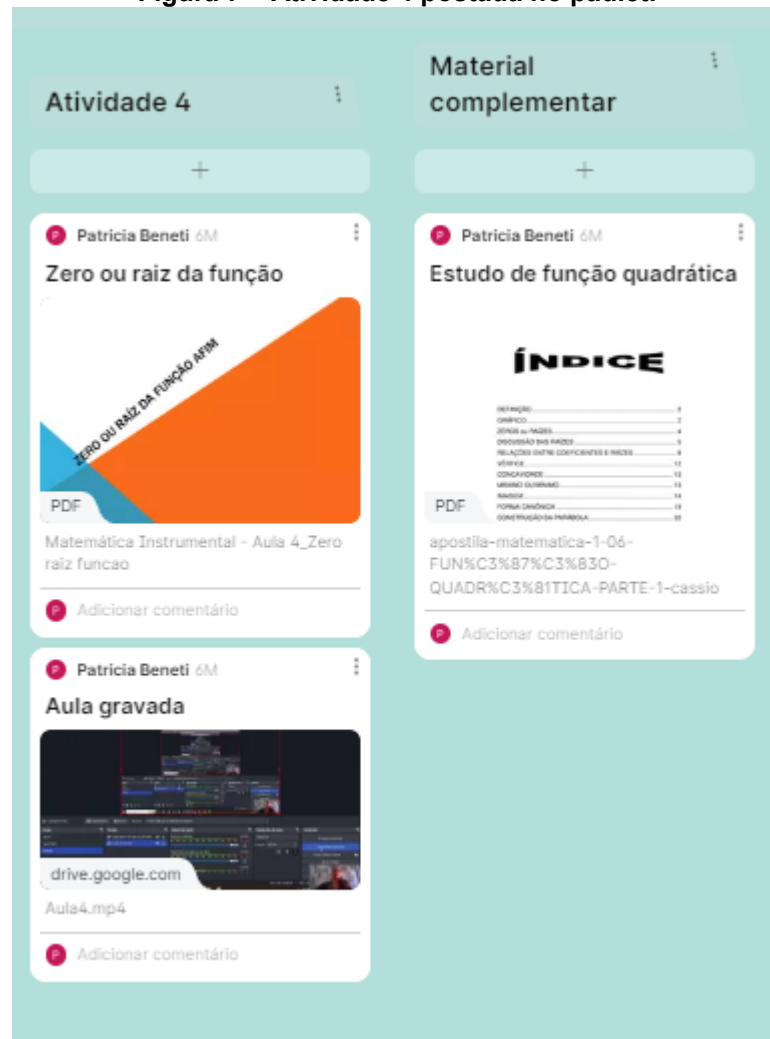
Figura 6 – Atividade 3 postada no padlet.



Fonte: Autoria própria (2024).

Atividade 4: nessa atividade foi elaborado um material em slides para conceituar o zero ou a raiz de uma função, posteriormente foi gravado um vídeo de 6'08" (disponibilizado no link <https://drive.google.com/file/d/11aqvfZRfeL0SPCF6xcs9BAopne97r4wm/view>) e inserido um material complementar de um e-book sobre o estudo de função quadrática. Veja-se o print:

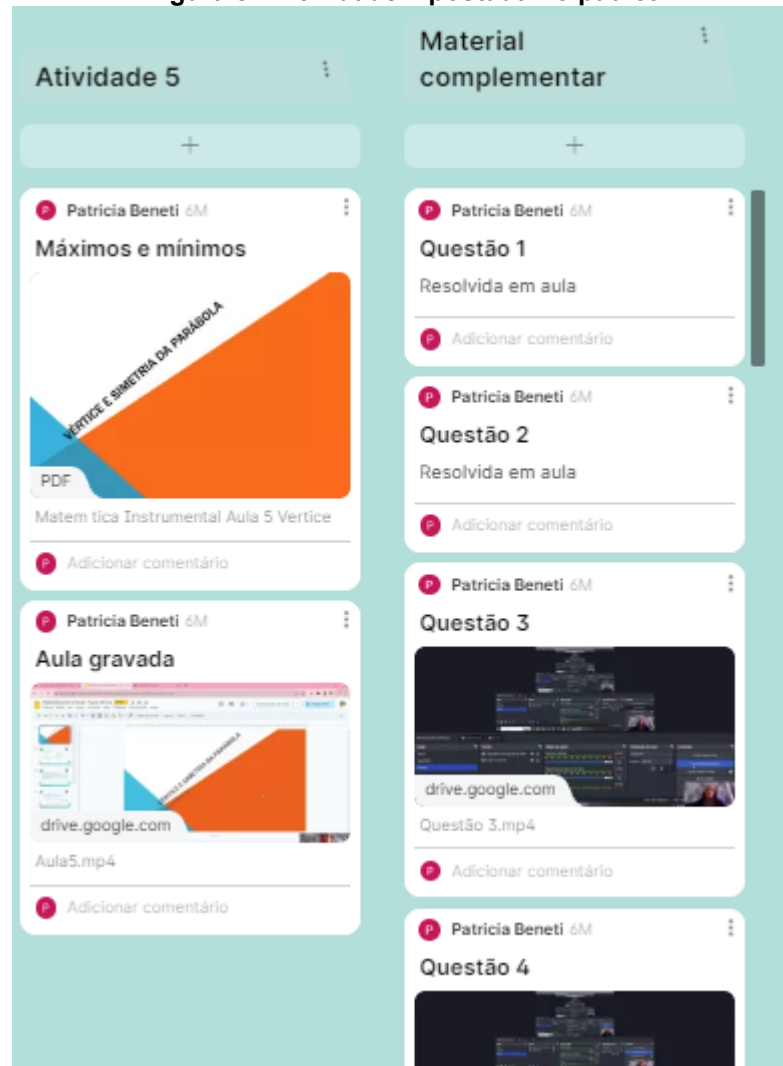
Figura 7 – Atividade 4 postada no padlet.



Fonte: Autoria própria (2024).

Atividade 5: nessa atividade foi elaborado um material em slides para conceituar máximo e mínimos de funções e gravado um vídeo de 9'16" (disponibilizado no link <https://drive.google.com/file/d/1JyEmmU5sfmQpMC6o1TCHyNomrQi7sN4J/view>). Nos materiais complementares foi realizada a gravação de videoaulas com as resoluções das questões aplicadas na avaliação diagnóstica para que os estudantes sanassem as principais dúvidas referentes às questões selecionadas. Veja-se um print dessa postagem.

Figura 8 – Atividade 2 postada no padlet.



Fonte: Autoria própria (2024).

Na sequência se indica o relato sobre a aplicação das avaliações diagnósticas e após autoestudo.

4.3 Aplicação da avaliação diagnóstica e pós-autoestudo

Para a aplicação da proposta foram convidados estudantes de uma Universidade do Norte do Paraná para participar da pesquisa, com a devida autorização da instituição. A partir do dia 09/08/2023, com o retorno das aulas para o 2º semestre do ano letivo, foi inicialmente divulgado o curso via e-mail para os inscritos do 1º e 2º semestres nos cursos de Engenharia. O modelo foi enviado pela

Secretaria de Graduação convidando os estudantes para participação em dois momentos e duas turmas, sendo aplicada de acordo com a programação:

- Avaliação diagnóstica: 14/08/23 - Primeira turma 13h30 e segunda turma 18h30.
- Avaliação pós-autoestudo: 21/08/23 - Primeira turma 13h30 e segunda turma 18h30.

Foram divulgados dois horários de turma, no intuito de obter o maior número de participantes possível para a aplicação das atividades. Foi elaborado um folder de divulgação, com formulário de inscrição via *google forms*, conforme ilustrado a seguir:

Figura 9 – Folder de divulgação realização da proposta de atividades.



Fonte: Autoria própria (2024).

No primeiro dia (14/08/2023), durante o primeiro encontro os estudantes tiveram três horas para o desenvolvimento das quinze primeiras questões indicadas para a avaliação diagnóstica. Entretanto, passaram um pouco do horário, a primeira turma ficou até as dezesseis horas, e a segunda turma até as vinte duas horas, os últimos participantes. Neste primeiro dia, no período vespertino, houve a

participação de dois estudantes. Foi apresentada a proposta de autoestudo pelo ambiente virtual do padlet, com o login de acesso e senha. Também foram adicionados ao grupo de WhatsApp criado para suporte técnico, caso fosse necessário, em função de alguma dúvida de acesso ou mesmo a não abertura da plataforma, ou ainda links que pudessem apresentar quebra e não abrir.

Na página foi inserida uma página do *google forms* com o termo livre esclarecido e um questionário inicial para conhecer o perfil dos estudantes, além de um questionário pessoal. Apresenta-se a seguir o termo de consentimento livre esclarecido, na Figura 10:

Figura 10 – Termo de consentimento livre esclarecido.



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, Patricia Beneti de Oliveira, doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia (PPGECT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) – Campus Ponta Grossa estou realizando o projeto de pesquisa intitulado: **Metodologias ativas e tecnologias de ensino: uma proposta de auto estudo para nivelamento de estudantes de cursos de engenharias da disciplina de Cálculo diferencial e integral** mediante orientação do Professor André Trevisan

O objetivo deste trabalho é verificar a aprendizagem de conceitos iniciais da disciplina de Cálculo a partir da mediação de uma metodologia ativa com proposta de auto estudo.

Não haverá despesas pessoais para o participante em qualquer fase do estudo. Também não há compensação financeira relacionada à sua participação. Fica claro que através deste termo não há nenhum benefício direto para o participante, trata-se apenas de um levantamento.

Os dados obtidos nesta pesquisa serão utilizados na publicação de artigos científicos. Contudo, assumimos a total responsabilidade de não publicar qualquer dado que comprometa o sigilo da participação dos integrantes como nome, endereço e outras informações pessoais, bem como da identidade do Colégio.

Acredito (a) ter sido (a) suficientemente informado (a) a respeito das informações que li ou que foram lidas para mim e afirmo que aceitei participar de minha própria vontade com a finalidade de exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa.

Eu dou meu consentimento livre e esclarecido para participar como voluntário do projeto de pesquisa. Tenho ciência de que estou livre para interromper, a qualquer momento, minha participação na pesquisa sem sofrer nenhuma retaliação.

- ☒ Aceito participar voluntariamente da pesquisa.
- ☐ Não aceito participar desta pesquisa

Fonte: Autoria própria (2024).

No quadro 5, a seguir, são indicadas as questões inseridas no questionário sobre o perfil dos estudantes, utilizada posteriormente como base para análise da autoavaliação dos estudantes:

Quadro 5- Questionário sobre o perfil dos estudantes.

Questões	
1	Quando se trata de estudar Introdução a Engenharia, sempre busco um jeito de deixar para mais tarde:
2	Eu me esforço bastante com o objetivo de tirar nota boa em Cálculo:
3	Sou capaz de me privar da TV, computador ou outras diversões para dar conta dos estudos de Cálculo:
4	Acho difícil seguir à risca um horário para estudar Cálculo:
5	Faço com capricho as tarefas de casa descritas pelo professor de Cálculo:
6	Nas aulas de Cálculo, tomo notas para usá-las quando for estudar depois:
7	Costumo deixar para estudar Cálculo apenas nas vésperas das provas:
8	Normalmente ando em dia com as tarefas escolares de Cálculo:
9	Mesmo quando os conteúdos de Cálculo são desinteressantes, eu me dedico a aprender tudo até dar conta:
10	Em Cálculo eu só quero ter desempenho de alta qualidade:
11	Quando não faço alguma tarefa de Cálculo prescrita, fico pensando em alguma desculpa:
12	Quando vejo que uma matéria de Cálculo é difícil, eu estudo só as partes mais fáceis:
13	Eu faço todas as leituras exigidas pelo professor de Cálculo:
14	Quase para cada prova de Cálculo eu acabo estudando afobado, por causa do curto tempo:
15	Para os estudos de Cálculo eu aproveito bem o tempo que tenho fora das aulas:
16	Quando decido estudar Cálculo, reservo um bom tempo para isso e não largo fácil:
17	Vou estudando a matéria, mesmo que a prova de Cálculo não esteja próxima.
18	Eu estudo mais Cálculo do que minha obrigação:
19	Venho para as aulas de Cálculo sem ter lido nada sobre a matéria a ser dada:
20	Costumo ficar tanto tempo com meus amigos que acabo prejudicando os estudos de Cálculo:

Fonte: Autoria própria (2024).

Para cada questão foram inseridos cinco itens da escala Likert indicadas pelos termos: 1- Nada verdadeiro; 2 - Um pouco verdadeiro; 3 - Meio verdadeiro; 4 - Bastante verdadeiro; 5 - Totalmente verdadeiro.

Também foi complementado um segundo questionário por meio do *google forms* para que o estudante realizasse uma autoavaliação sobre o seu desempenho com o uso do ambiente virtual, indicado no quadro 6 a seguir:

Quadro 6 - Questionário para autoavaliação.

Nota indicada em uma escala de 1 a 5	Questão discursiva sobre o indicador
Nota para META	Sobre a sua meta: procurei entender bem os conteúdos ou simplesmente fiz o mínimo para tirar a nota suficiente
Nota para EMPENHO	Sobre o seu empenho: esforcei-me em ler a teoria e resolver os problemas indicados pelo professor de Cálculo ou esperei que ele passasse poucos exercícios e não pedisse nenhuma tarefa extra.
Nota para IMPORTÂNCIA	Sobre a importância dada: procurei aprender o máximo ou me contentei em aprender o mínimo para não ser reprovado.
Nota para SENTIDO	Sobre o sentido: Por que devo estudar Cálculo? Encontrei algum sentido, alguma justificativa para mim mesmo, para estudar Cálculo?
Nota para ESTRATÉGIA DE ESTUDO	Procurei ter uma estratégia de estudo para esta disciplina (fiz esquemas ou diagramas, dividi a matéria em tópicos, escrevi as ideias principais, destaquei os problemas principais, consegui localizar e resolver as minhas dúvidas) ou simplesmente utilizei os exemplos dados em aula de maneira aleatória, procurando memorizar e torcer para que caísse aquela questão na prova.
Nota para TRABALHO pedido pelo PROFESSOR	Quando fiz um trabalho pedido pelo professor, procurei fazer a relação entre o que estava fazendo com o que estava aprendendo nas aulas ou simplesmente procurei ver o que os meus colegas estavam escrevendo para que eu também pudesse escrever algo e o professor não me desse uma nota baixa.
Nota para CÁLCULO COM O DIA A DIA	Eu tentei relacionar o que estava aprendendo em Cálculo com o que vejo no dia a dia ou simplesmente só fiquei preocupado em memorizar bem o que o professor poderia pedir na prova.
Nota para PLANEJAMENTO	Faço um planejamento do meu tempo para estudar Cálculo bem antes das provas e consigo seguir o que planejei, leio algo sobre a matéria a ser dada antes das aulas?

Fonte: Autoria própria (2024).

Após a instrução de acesso à plataforma e indicação das aulas, foi iniciado o momento presencial sem consulta a qualquer dispositivo físico ou digital. Aos estudantes foi disponibilizado material impresso para realização da avaliação diagnóstica, inclusive, sendo solicitada justificativa de resolução ou mesmo o desenvolvimento das questões no campo comentário. A justificativa foi solicitada em todas as situações possíveis:

- Se resolveu e chegou a solução, como foi o raciocínio;
- Se resolveu parcialmente e o que faltou;
- Se não resolveu, mas associou ao conteúdo específico;
- Se não resolveu e o porquê;

Ao terminar as atividades, os estudantes entregaram a doutoranda e foram orientados a disponibilização da plataforma do dia 15/08/2023 a 20/08/2023, para entrar e acessar: material, videoaulas, atividades, materiais complementares, e resolução da avaliação do dia 14/08/2023 em vídeos. Quanto à segunda aplicação do primeiro dia (14/08/23), no período noturno houve 22 participantes, que dispuseram de mesmas orientações do período da tarde. Logo, após a aplicação da atividade.

Para o segundo momento de aplicação pós-autoestudo realizado no dia 21/08/23, os mesmos dois participantes da avaliação anterior do período vespertino compareceram a aplicação, e realizaram o segundo momento de questões a partir das 13h30 até as 15 horas.

A solicitação das justificativas foi novamente explicada para melhor condução das análises futuras. Já no período noturno houve menos participantes, sendo treze participantes, sendo que quatro participantes desenvolveram completamente as atividades de autoestudo proposta. A estes foi realizada uma rápida entrevista coletiva em áudio, já que a avaliação tem um viés formativo e não punitivo, todos poderiam se sentir a vontade para apresentar como utilizaram, se gostaram ou não, realmente a opinião de cada um sobre a metodologia ativa utilizada.

Na sequência foram realizadas as análises dos resultados obtidos para esta pesquisa.

5 ANÁLISES DOS RESULTADOS

Discutem-se neste capítulo os resultados obtidos por meio da implementação da proposta de autoestudo, além da aplicação dos instrumentos de pesquisa. No primeiro momento se realiza a análise sobre a participação dos estudantes na pesquisa, por meio de um processo auto avaliativo realizado via padlet, e na sequência são discutidas as potencialidades da proposta de autoestudo para a prática do professor em suas aulas.

5.1 Análise da autoavaliação dos estudantes participantes da pesquisa

Utiliza-se para esta parte da análise, o questionário de autoavaliação disponibilizado via padlet, juntamente com o Termo de Livre Esclarecido, na qual dos quinze participantes, quatorze deles realizaram o aceite e responderam os questionários do *google forms*, sendo desconsiderado o estudante E15 para análise e tratamento dos dados. Para o tratamento estatístico da informação, foi utilizado o software IBM SPSS Statistics. O teste foi aplicado de forma inicial, após o primeiro encontro presencial, no qual os alunos já haviam realizado o primeiro teste de conhecimentos sobre o cálculo, antes de utilizar os recursos do produto educacional.

O processo de autoavaliação vai ao encontro do exposto em Moura (2012), sobre o aprender Matemática, na qual o estudante precisa ter um desenvolvimento lógico, rapidez do pensamento e a capacidade de selecionar informações, aplicando conceitos de modo eficaz para o desenvolvimento coletivo e individual, de modo inovador e produtivo.

A elaboração do questionário foi baseada na Estratégia Pessoal de Estudo (EPE) e Motivação para Aprender Cálculo (MAC), que foram quantificados de acordo com a Escala Likert de um a cinco, uma adaptação do questionário encontrado na literatura (Locatelli, 2004; Bzuneck, 2009). Dessa forma, a fim de seguir uma padronização durante a quantificação de todas as variáveis apresentadas nas análises, foi utilizado escalonamento segundo valor máximo de 5,0 (cinco), ou seja, todas as atividades foram avaliadas e quantificadas na escala de 1 até 5.

O primeiro instrumento que os participantes responderam foi um questionário, com perguntas de múltipla escolha. Todas as questões continham as indicações como resposta: (1) nada verdadeiro; (2) um pouco verdadeiro; (3) meio verdadeiro; (4) bastante verdadeiro; (5) totalmente verdadeiro. Considerando a aplicação deste instrumento para esta pesquisa, buscou-se avaliar a motivação que os alunos demonstraram ao estudar conteúdos de Cálculo, fazendo uso de uma metodologia ativa, além do tempo e esforço empregados na própria valorização do autoestudo.

Essa abordagem corrobora com o exposto por Alvarenga e Sampaio (2016), na qual é preciso mobilizar conhecimentos dos estudantes para compreender e analisar fenômenos. Nesse sentido, o ambiente de aprendizagem possibilita uma experiência para o estudante buscar o autodesenvolvimento de suas habilidades no processo de autoestudo.

O segundo instrumento composto por duas questões, com quatro itens cada, compõe a segunda parte de análise com questões em aberto, envolvendo uma nota em escala Likert, mas também uma descrição pessoal dos itens Meta, Empenho, Importância, Sentido, Estratégias de Estudo, Trabalho, Dia a Dia, Planejamento. Com este instrumento, busca-se avaliar além da motivação e aprendizagem, as metas de vida dos participantes.

Para comparação dos dados dos questionários, foram analisados os componentes principais e o levantamento de consistência interna da escala, fazendo uso do alfa de Cronbach¹ (Hora *et al.*, 2010), segundo o autor, em toda medição o valor observado X é composto aditivamente por duas variáveis: o valor verdadeiro da medição “ V ”, e um erro aleatório de medição “ E ”. De modo que, se a variância associada aos erros aleatórios diminui, o valor observado “ X ” se aproxima do valor verdadeiro “ V ”, o que representa maior precisão nas medições, ocasionando uma maior confiabilidade no instrumento utilizado para a coleta dos dados (no caso, o questionário). Sendo assim, a confiabilidade reflete o quanto os valores observados estão correlacionados aos verdadeiros valores. A partir disso, parte-se dos pressupostos:

¹ O Coeficiente Alfa de Cronbach é uma medida comumente utilizada de confiabilidade (ou seja, a avaliação da consistência interna dos questionários) para um conjunto de dois ou mais indicadores de construto (Hora *et al.*, 2010).

- 1 . Os instrumentos utilizados devem ser divididos e agrupados em “dimensões” (construtos), logo questões que abrangem o mesmo assunto.
2. Que os instrumentos utilizados foram aplicados em uma amostra significativa, como realizado pelos autores Locatelli (2004) e Bzuneck (2009).
3. Validar a escala, ou seja, o instrumento está realmente medindo o que se propõe a medir.

Freitas e Rodrigues (2005) sugerem a classificação da confiabilidade do coeficiente alfa de Cronbach de acordo com os seguintes limites:

- a) $\alpha \leq 0,30$ – Muito baixa
- b) $0,30 < \alpha \leq 0,60$ - Baixa
- c) $0,60 < \alpha \leq 0,75$ - Moderada
- d) $0,75 < \alpha \leq 0,90$ - Alta
- e) $\alpha > 0,90$ – Muito alta

No decorrer da análise quantitativa dos questionários, foram obtidos em análise geral um índice de consistência interna pelo alpha de Cronbach de 0,79, na análise de 28 itens. Compondo uma subdivisão dos instrumentos em construtos (Hora *et al.*, 2010), têm-se três fatores que se apresentam nesta análise.

Para o Fator A, separa-se do primeiro instrumento as questões (2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 13, 15, 16, 17, 18 e 19) que se referem ao quanto de motivação os alunos têm para os estudos, nesse quesito também se considera o empenho, a dedicação e o desempenho nas tarefas acadêmicas. A consistência interna pelo alpha de Cronbach foi de 0,86.

Para o Fator B, separa-se do primeiro instrumento as questões (1, 4, 7, 11, 12, 14 e 20) que se referem às estratégias pessoais de estudo abordando o gerenciamento do tempo, o grau de esforço dos alunos nos estudos, bem como a forma de lidar com a pressão das avaliações acadêmicas. A consistência interna pelo alpha de Cronbach foi de 0,71.

Ainda, referente ao Fator B, uma informação relevante que se observa, na variação do alfa de Cronbach, é a exclusão da questão 14 - Quase para cada prova de Cálculo eu acabo estudando afobado, por causa do curto tempo (alfa = 0,54) demonstrando uma queda grande e significativa para a estratégia pessoal de estudo. Essa inconsistência reflete, negativamente, o tempo/momento de estudos

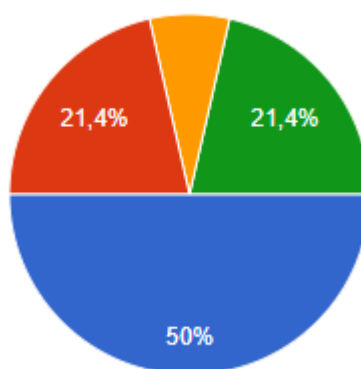
dedicado anteriormente a prova, ou seja, ocorre normalmente para 50% dos participantes, o estudo na véspera da prova.

Incluiu-se o segundo instrumento no Fator C, sendo o momento em que o aluno avalia a percepção de instrumentalidade, ou seja, o quanto é a valoração dos estudos hoje como atividade/meio para chegar às suas metas de profissão futura. O alpha de Cronbach para este conjunto foi de 0,87.

O teste de confiabilidade alfa de Cronbach indicou uma boa confiabilidade ao gerar os seguintes valores: motivação para aprender cálculo ($\alpha=0,86$) e estratégia pessoal de estudo ($\alpha=0,71$).

Na sequência são destacadas algumas análises individuais, obtidas por meio dos dados do software:

Gráfico 2 – Análise da questão 14.



Fonte: Autoria própria (2024).

Com a utilização do software de análise foram obtidos os seguintes indicadores:

Quadro 7 – Média EPE da questão 14.

Média EPE	
	Alfa de Cronbach
P1	0,674
P4	0,655
P7	0,642
P11	0,712

P12	0,662
P14	0,542
P20	0,756

Fonte: Autoria própria (2024).

Com relação ao questionário Motivação para Aprender Cálculo, o alfa de Cronbach não apresenta ampla variação, quanto à análise de exclusão de alguma pergunta, demonstrando ampla consistência das questões, bem como a interação entre cada uma.

Quadro 8 – Média MAC da questão 14.

Média MAC	
	Alfa de Cronbach
P2	0,856
P3	0,847
P5	0,846
P6	0,853
P8	0,858
P9	0,841
P10	0,866
P13	0,83
P15	0,83
P16	0,845
P17	0,834
P18	0,855
P19	0,867

Fonte: Autoria própria (2024).

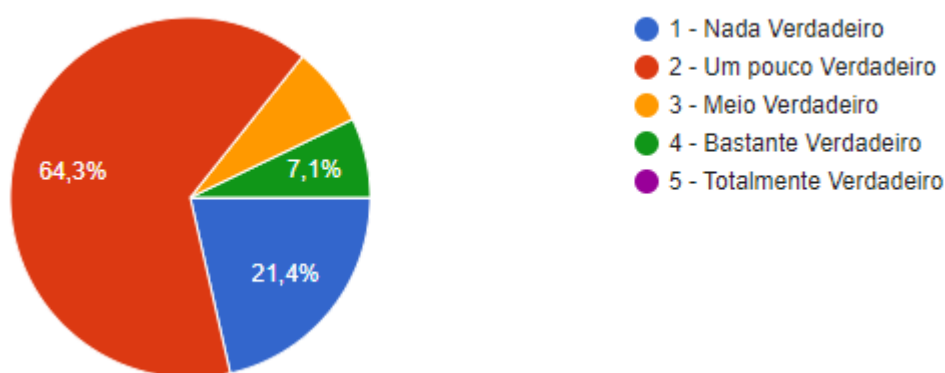
Para a correlação entre o questionário fechado em escala Likert e o questionário aberto, que envolve Motivação para Aprender Cálculo e Estratégia Pessoal de Estudo, ambos possuem consistência entre as questões (alfa = 0,78) sem exclusão de nenhum item.

O questionário sobre o perfil dos estudantes foi respondido por 14 alunos que fizeram parte da Oficina de Cálculo e tiveram acesso ao Padlet. Inicialmente, foram fornecidas as instruções para que respondessem o mais verdadeiro possível

as questões: quanto as suas motivações, objetivos, distrações, nota, modos e rotina de estudar, principalmente, junto a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Considerando que a disciplina de Cálculo envolve diversos conceitos matemáticos e ao serem questionados quanto ao momento de estudo, 64,3% afirmam ser um pouco verdadeira a situação de postergar os estudos para um momento futuro. Segue a análise da questão referente:

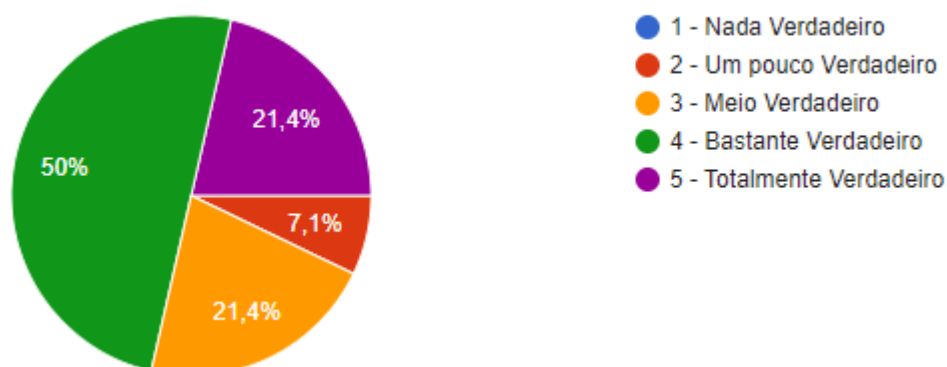
Gráfico 3 – Análise da questão: Quando se trata de estudar Cálculo, sempre busco um jeito de deixar para mais tarde.



Fonte: Autoria própria (2024).

Outro item que preocupa os estudantes são as notas. Ao serem questionados, 50% demonstram ser uma preocupação recorrente em tirar notas boas, recompensando o esforço despendido naquele semestre. Segue a análise da questão referente:

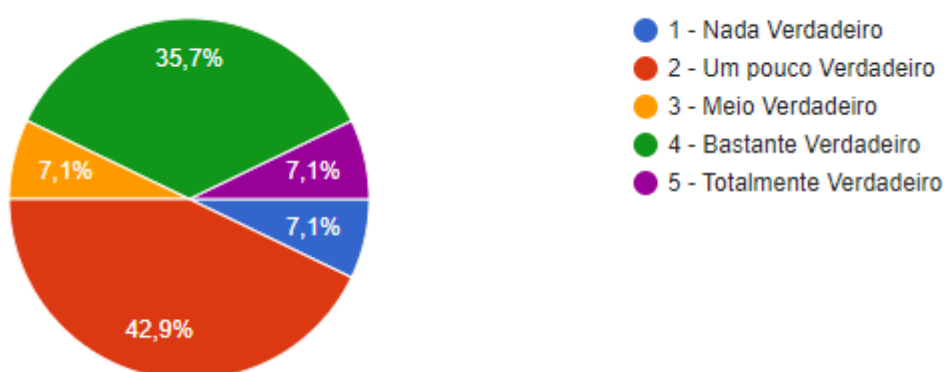
Gráfico 4 – Análise da questão: Eu me esforço bastante com o objetivo de tirar nota boa em Cálculo.



Fonte: Autoria própria (2024).

Para uma rotina e dedicação total ao estudo de um conceito, é preciso privacidade para se concentrar e realizar as atividades propostas da disciplina. Claro, visa-se a autonomia do aluno, sendo ele capaz de distinguir cada momento e tempo no percentual de 35,7% dos participantes. Percebeu-se que as distrações acabam retirando do aluno um tempo precioso de seus estudos, já que 42,9% afirmam terem dificuldade de se privar das distrações. Segue a análise da questão referente:

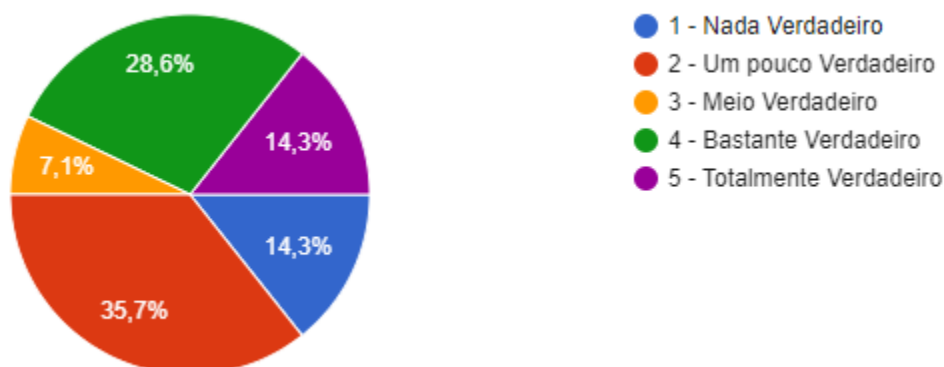
Gráfico 5 – Análise da questão: Sou capaz de me privar da TV, computador ou outras diversões para dar conta dos estudos de Cálculo.



Fonte: Autoria própria (2024).

A situação de não ter uma rotina ou mesmo privacidade para o estudo se reafirma com a questão a seguir, ter um horário fixo para o estudo de Cálculo, sendo que apenas 14,3% afirmam realizar assiduamente o estudo. Segue a análise da questão referente:

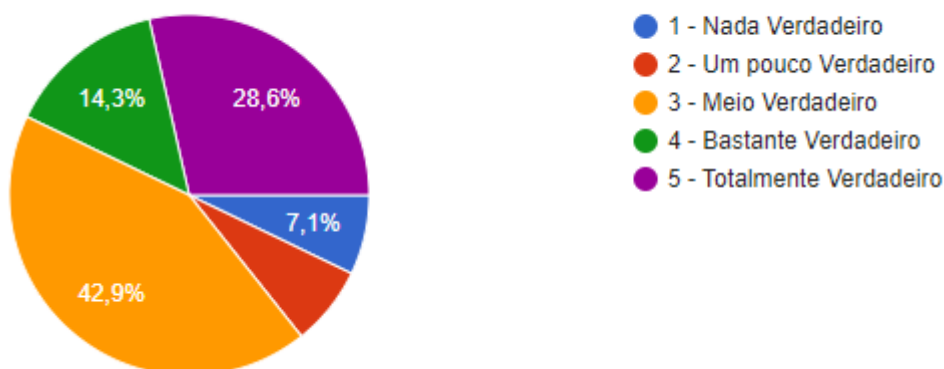
Gráfico 6 – Análise da questão: Acho difícil seguir à risca um horário para estudar Cálculo.



Fonte: autoria própria (2024)

Nota-se que estudar em casa não é rotina para 57,1% dos participantes desta pesquisa, já que esses afirmam ser meio verdadeiro (42,9%), um pouco verdadeiro (7,1%) e nada verdadeiro (7,1%), a situação de realizar as tarefas descritas pelo professor.

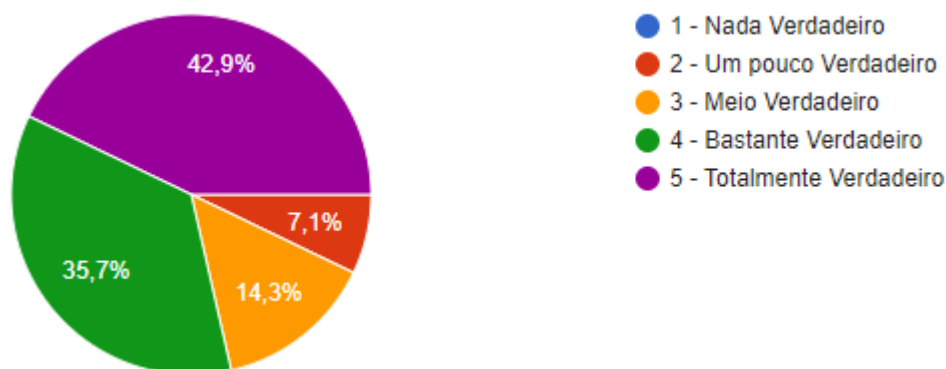
Gráfico 7 – Análise da questão: Faço com capricho as tarefas de casa descritas pelo professor de Cálculo



Fonte: Autoria própria (2024).

Entretanto, tem-se que na contramão de fazer as tarefas em casa, durante a aula a participação é importante, assim como as anotações para futura consulta, sendo 78,6% tomam notas no momento de aula para futuros estudos.

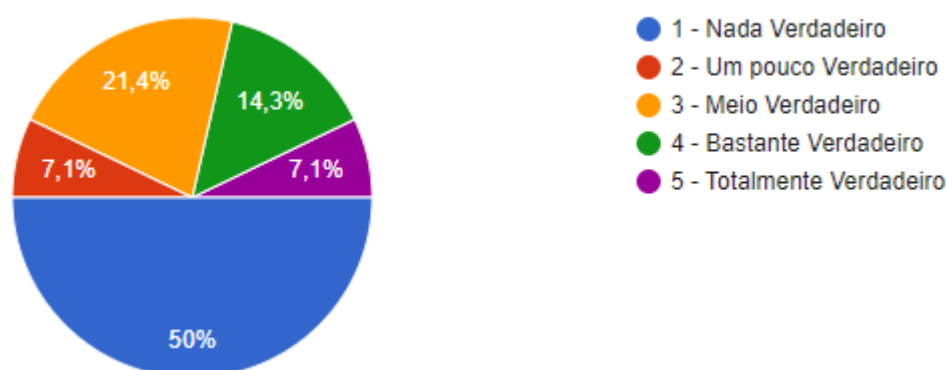
Gráfico 8 – Análise da questão: Nas aulas de Cálculo, tomo notas para usá-las quando for estudar depois.



Fonte: Autoria própria (2024).

Neste resultado, tem-se um contraponto já que se têm 50% que realizam seus estudos com antecedência, e os 50% apenas nas vésperas de provas, representando a questão 7 no gráfico 11. Ressalta-se que, de acordo com Libâneo (2011), é preciso promover condições e modos de sustentar a relação cognitiva e interativa dos alunos com os objetos de conhecimento, nesse sentido, em um curso de CDI é preciso de uma constância de estudos para melhor compreensão dos conceitos.

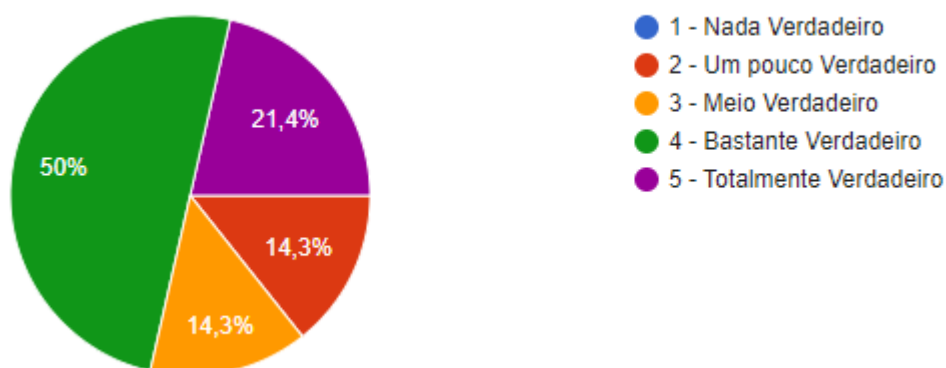
Gráfico 9 – Análise da questão: Costumo deixar para estudar Cálculo apenas nas vésperas das provas.



Fonte: Autoria própria (2024).

Ressalta-se que não é coincidência, para este público de pesquisa, a relação de deixar as tarefas em dia, já que a participação em aula, ou seja, tomar notas é muito relevante, as tarefas seguem o mesmo caminho com 71,4%.

Gráfico 10 – Análise da questão: Normalmente ando em dia com as tarefas escolares de Cálculo.



Fonte: Autoria própria (2024).

Os dados analisados permitem uma avaliação do perfil dos estudantes participantes da pesquisa, por meio da análise dos dados obtidos a partir dos questionários respondidos. Segundo Libâneo (2011), ao se apoiar nas tecnologias de informação e comunicação se têm elementos didáticos propiciadores e mobilizadores das interações dos alunos, nesse caso, essa interação ocorreu por meio dos questionários de autoavaliação obtidos pelo Ambiente Virtual de Avaliação (AVA), sendo uma estratégia didática que o professor pode aplicar juntamente com a proposta de autoestudo, direcionando o trabalho acadêmico na disciplina do CDI, e, no decorrer do processo pode ocorrer o processo avaliativo formativo e possibilitar o replanejamento das ações direcionadas ao autoestudo, baseada nas tarefas indicadas no instrumento de coleta de dados da pesquisa.

Nessa abordagem, o professor atua como facilitador e não só auxilia os estudantes a adquirirem conhecimento, mas também os orienta no desenvolvimento de habilidades essenciais para o sucesso na vida pessoal e profissional, como pensamento crítico, resolução de problemas, colaboração e comunicação. Isso requer uma abordagem mais interativa e centrada no aluno, em que o professor atua como guia, motivador e mediador do processo de aprendizagem na qual se pode utilizar o processo auto avaliativo para orientar a sua prática.

Nesse sentido, é fundamental que os professores estejam abertos a essa mudança de paradigma e estejam dispostos a se atualizarem constantemente, buscando novas metodologias e estratégias de ensino que promovam o engajamento e a participação ativa dos alunos. Isso pode incluir o uso de tecnologia

educacional, métodos de ensino baseados em projetos, aprendizagem colaborativa e outras abordagens inovadoras utilizando as tecnologias de ensino disponíveis.

Desse modo, os professores não apenas se mantêm relevantes no contexto educacional atual, mas também promovem uma experiência de aprendizagem mais eficaz para os estudantes. Eles se tornam facilitadores do processo de construção do conhecimento, capacitando os alunos a serem aprendizes autônomos e críticos.

5.2 Análise da potencialidade da proposta de autoestudo

Nesta etapa se realiza uma análise dos dados, para tanto foram selecionadas as questões de ambas as versões das avaliações aplicadas aos participantes da pesquisa. Com relação à primeira aplicação de avaliação, foi utilizado o código P1 para a primeira aplicação seguido pelo número da questão indicada de Q1 ... Q15, e as análises das potencialidades da proposta de autoestudo considera a sua implementação em uma disciplina regular, na qual o tempo didático não seja restrito a apenas duas intervenções como ocorreu na coleta de dados, vejam-se os comentários específicos de cada questão no quadro 9 a seguir:

Quadro 9 – Análise das questões da primeira avaliação.

Questão	Comentário
P1Q1	Dos quatorze participantes, houve na questão: 10 acertos, 0 tentativa parcial, 1 erro e 3 em branco.
P1Q2	Dos quatorze participantes, houve na questão: 8 acertos, 0 tentativas parciais, 3 erros e 3 em branco.
P1Q3	Dos quatorze participantes, houve na questão: 8 acertos, 0 tentativa parcial, 5 erros e 1 em branco.
P1Q4	Dos quatorze participantes, houve na questão: 7 acertos, 0 tentativa parcial, 7 erros e 0 em branco.
P1Q5	Dos quatorze participantes, houve na questão: 6 acertos, 1 tentativas parciais, 6 erros e 1 em branco.
P1Q6	Dos quatorze participantes, houve na questão: 1 acerto, 0 tentativa parcial, 3 erros e 10 em branco.
P1Q7	Dos quatorze participantes, houve na questão: 2 acertos, 2 tentativas parciais, 1 erro e 9 em branco.
P1Q8	Dos quatorze participantes, houve na questão: 7 acertos, 1 tentativa parcial,

	3 erros e 3 em branco.
P1Q9	Dos quatorze participantes, houve na questão: 2 acertos, 0 tentativa parcial, 2 erros e 10 em branco.
P1Q10	Dos quatorze participantes, houve na questão: 6 acertos, 1 tentativa parcial, 6 erros e 1 em branco.
P1Q11	Dos quatorze participantes, houve na questão: 2 acertos, 0 tentativa parcial, 1 erros e 11 em branco.
P1Q12	Dos quatorze participantes, houve na questão: 7 acertos, 1 tentativa parcial, 3 erros e 3 em branco.
P1Q13	Dos quatorze participantes, houve na questão: 4 acertos, 0 tentativa parcial, 3 erros e 7 em branco.
P1Q14	Dos quatorze participantes, houve na questão: 11 acertos, 0 tentativa parcial, 3 erros e 0 em branco.
P1Q15	Dos quatorze participantes, houve na questão: 9 acertos, 0 tentativa parcial, 4 erros e 1 em branco.

Fonte: Autoria própria (2024).

Com base nessa análise da primeira aplicação do instrumento de coleta de dados pode-se observar que as P1Q6, P1Q7, P1Q9 E P1Q11 foram que apresentaram o maior nível de dificuldades entre os estudantes, sendo o tema comum das questões relacionadas com funções quadráticas, sendo o ponto com maior dificuldade a transposição da função para a sua análise gráfica. Sendo evidenciado que, de acordo com Duval (2011), há a necessidade de três processos mentais fundamentais para que haja um registro de representação a partir de um sistema semiótico: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

Neste caso, a proposta de autoestudo pode ser retomada no decorrer do processo de ensino e aprendizagem e sendo discutida com os estudantes os pontos da ATIVIDADE 3 – Interpretação gráfica e sinal, disponibilizado no padlet para que o estudante entenda como ocorre a representação gráfica de funções polinomiais e a partir desse conceito, assista a correção dessas questões disponibilizadas no material complementar da ATIVIDADE 5, com esses encaminhamentos didáticos tem-se um suporte para o estudante por meio do autoestudo.

Com relação ao tópico de funções afim, houve melhores resultados do que com as questões envolvendo função quadrática, observa-se que não era desconhecido para a maioria do grupo, em função dos resultados apresentados nas

P1Q1, P1Q2, P1Q3, P1Q4, P1Q5, P1Q14, P1Q15, entretanto, de forma mais pontual, têm-se estudantes que precisavam compreender tal conceito.

Ressalta-se que Kieran (2007, p. 709) aponta que “reformas nos programas de álgebra tendem a dar maior relevância para as funções, as várias maneiras de representar as situações funcionais e para a solução de problemas do ‘mundo real’ por métodos diferentes daqueles dos manuais de manipulação simbólica”. Sendo assim, foram indicadas as ATIVIDADES 1 e 2 na proposta de autoestudo. Na sequência, apresenta-se o número de acertos na avaliação diagnóstica:

Quadro 10 – Análise dos acertos obtidos pelos estudantes na primeira avaliação.

Prova 1	Acertos	Acertos (%)
E1	10	66,67
E2	9	60,00
E3	8	53,33
E4	3	20,00
E5	6	40,00
E6	11	73,33
E7	7	46,67
E8	13	86,67
E9	9	60,00
E10	5	33,33
E11	1	6,67
E12	10	66,67
E13	2	13,33
E14	7	46,67

Fonte: Autoria própria (2024).

Por meio do quadro 10 se verifica que apenas dois estudantes obtiveram aproveitamento superior que 70%, os E6 e E8, sendo média 7 o parâmetro da instituição de ensino a qual os estudantes são vinculados, nesse caso, tem-se mais uma justificativa plausível para que seja realizado pelo grupo a proposta de autoestudo para que ocorra o nivelamento dos conteúdos apontados como base para o estudo do CDI.

De fato, a avaliação diagnóstica reflete no apontamento de Rasmussen, Marrongelle e Borba (2014) sobre a pesquisa em CDI que fornecem contribuições para uma melhor compreensão do modo como se organiza o pensamento matemático.

Após a realização da primeira avaliação foram disponibilizados os materiais de autoestudo, uma semana após a aplicação da segunda avaliação. Sendo que no

decorrer de uma aplicação para outra os estudantes tiveram acesso aos recursos do ambiente virtual com a postagem inicial das cinco atividades, foram recomendadas uma média de duas horas de estudo diárias, esclarecido que o fato de se ter inserido cinco atividades para cada dia da semana, em que ocorresse o autoestudo focando nos aspectos teóricos dos conceitos, por meio de uma videoaula e materiais complementares, conforme indicado anteriormente. Além disso, o gabarito comentado da avaliação diagnóstica foi disponibilizado no decorrer dessa semana, após o segundo dia de autoestudo, com base nas principais dificuldades apresentadas nas resoluções das questões, conforme indicado no material complementar da ATIVIDADE 5.

A segunda avaliação tem como característica a seleção de questões com conteúdos similares as da primeira aplicação, sendo de outras versões de prova do ENEM, entretanto, essas questões traziam abordagens diferenciadas, neste caso emergiram novas dificuldades que seriam base para implementar novos materiais se houvesse a continuidade do processo de ensino e aprendizagem. Vejam os comentários específicos de cada questão no quadro 11, a seguir:

Quadro 11 – Análise das questões da segunda avaliação.

Questão	Comentário
P2Q1	Dos quatorze participantes, houve na questão: 4 acertos, 9 erros e 1 em branco.
P2Q2	Dos quatorze participantes, houve na questão: 3 acertos, 10 erros e 1 em branco.
P2Q3	Dos quatorze participantes, houve na questão: 9 acertos, 4 erros e 1 em branco.
P2Q4	Dos quatorze participantes, houve na questão: 12 acertos, 2 erros e 0 em branco.
P2Q5	Dos quatorze participantes, houve na questão: 8 acertos, 5 erros e 1 em branco.
P2Q6	Dos quatorze participantes, houve na questão: 10 acerto, 3 erros e 1 em branco.
P2Q7	Dos quatorze participantes, houve na questão: 10 acerto, 1 erro e 3 em branco.
P2Q8	Dos quatorze participantes, houve na questão: 8 acertos, 2 erros e 4 em branco.
P2Q9	Dos quatorze participantes, houve na questão: 8 acertos, 4 erros e 2 em branco.

P2Q10	Dos quatorze participantes, houve na questão: 5 acertos, 4 erros e 5 em branco.
P2Q11	Dos quatorze participantes, houve na questão: 5 acertos, 6 erros e 3 em branco.
P2Q12	Dos quatorze participantes, houve na questão: 11 acertos, 2 erros e 1 em branco.
P2Q13	Dos quatorze participantes, houve na questão: 7 acertos, 5 erros e 2 em branco.
P2Q14	Dos quatorze participantes, houve na questão: 12 acertos, 1 erro e 1 em branco.
P2Q15	Dos quatorze participantes, houve na questão: 5 acertos, 5 erros e 4 em branco.

Fonte: Autoria própria (2024).

Também se elenca o quadro 12 com o número de acertos da segunda aplicação:

Quadro 12 – Análise dos acertos obtidos pelos estudantes na segunda avaliação.

Prova 2	Acertos	Acertos (%)
E1	13	86,67
E2	10	66,67
E3	15	100,00
E4	3	20,00
E5	8	53,33
E6	9	60,00
E7	7	46,67
E8	13	86,67
E9	10	66,67
E10	10	66,67
E11	3	20,00
E12	9	60,00
E13	7	46,67
E14	7	46,67

Fonte: autoria própria (2024)

Observa-se que com os resultados obtidos na segunda aplicação, outros alunos atingiram o aproveitamento superior a 70%, os E1, E3, E8, em comparação com a primeira aplicação, entretanto uma limitação da coleta de dados é identificar o quanto a proposta de autoestudo interferiu nesse processo, dessa forma se entende que, pelo prazo restrito entre a primeira e a segunda aplicação, ambas possuem

características diagnósticas em relação à apreensão do conteúdo, sendo essas indicadas como instrumentos para que professores possam utilizar em seu processo de ensino e aprendizagem como meio de estimular e adaptar o ambiente virtual de aprendizagem, conforme as necessidades grupais ou individuais dos estudantes, segundo já exposto na potencialidade da primeira avaliação.

Por meio da avaliação diagnóstica, implementação da proposta de autoestudo e avaliação pós-autoestudo, avalia-se que as metodologias ativas e as tecnologias de ensino propiciaram o aprendizado por meio de problemas e situações reais que, conforme Morán (2015) antecipa, propiciam vivências que ocorrerão na vida profissional do estudante.

No dia da segunda aplicação, alguns estudantes foram abordados sobre o desempenho na pesquisa, na qual foram apresentados os nomes fictícios. Segue a transcrição do áudio, no quadro 13²:

Quadro 13 - Transcrição do áudio da avaliação pós-autoestudo.

00:00:00 (Patrícia) - Tá vamos lá então. Eh perguntas a respeito da plataforma PADLET? (Participantes) Gabriela, Luana. Pedro. Luna.
(Patrícia) - Vocês conheciam a plataforma antes da aplicação? (Participantes) Não, não.
00:00:20 - (Patrícia) - vocês eh consideraram que o tempo que vocês tiveram pra acesso na plataforma foi suficiente?
(Luana) - Consideramos trinta e três conteúdos e talvez o cronograma de aula pessoas imagino que seja por isso que algumas não terminaram de acessar o conteúdo completo.
00:00:33 - (Patrícia) - Como trinta e três conteúdos?
(Luana) - É porque, por exemplo, a gente de Engenharia Ambiental tem mais aula no período da tarde e aí o pessoal costuma chegar mais tarde em casa e acordar mais tarde.
00:00:47 – (Luana) - Então, talvez por isso não tiveram o interesse de acessar a plataforma. (Patrícia) Ah, entendi, vocês tem como período de aula é mais eh à tarde assim o pessoal acaba matando um pouquinho manhã e noite. É. Pra dormir, descansar.
00:01:02 – Vocês, eh como que é seu nome mesmo? Luana. Luana, Gabriela. Concordam com isso? (Gabriela) - Concordo.
(Pedro) - Nós somos de Engenharia Química.
(Patrícia) – Vocês são de Engenharia Química, como que é o curso?
00:01:18 - (Luana) - Eu tô assim extremamente lotada de manhã até a noite, eu só consegui fazer fim de semana.
(Patrícia) - Só final de semana.
(Luna) - Um tempo bem curtinho que eu tive pra fazer.

² A transcrição mantém a forma como ocorreram as falas, sem correção.

00:01:31 - (Patrícia) - Tá, entendi. Vocês consideram que se tivesse, por exemplo, o período de duas semanas no intervalo pra poder fazer o acesso à plataforma. Vocês conseguiriam ter acessado todo o conteúdo?

(Gabriela) - Eu acredito que sim, porque a gente distribuiria um tempo de uma maneira melhor pra talvez quinze num final de semana, quinze no outro.

00:01:47 - (Patrícia) Tá. Eu não entendi ainda o que que são os trinta e três. Ficou trinta e três quadradinhos na plataforma?

(Gabriela) Foram trinta e três páginas pra mudar.

00:02:03 - (Patrícia) - Ah, trinta e três páginas pra mudar, tá. Vocês eh acessaram o primeiro e aí foi avançando ou vocês acessavam cada momento?

(Luna) - A gente pelo menos eu fiquei no primeiro, fui até embaixo, vi tudo, aí lá em cima tinha opção de seta e um de trinta e três e aí ia pra lateral, via, subia a tela, muda e assim por diante.

00:02:16 - (Patrícia) Ah, entendi, você foi num fluxo contínuo, você não foi clicando nos bloquinhos, mas alguém fez isso?

(Gabriela) - Eu brinquei primeiro no PDF e depois na vídeo aula, depois seguiu. (Patrícia) Aí você foi, então você clicou mais nos bloquinhos.

(Gabriela) Sim.

00:02:33 - (Luna) Fui acompanhando o PDF com a videoaula, abri duas telas. (Pedro) - Eu também foi o mesmo da Luna.

00:02:48 - (Patrícia) Na opinião de vocês a formulação, a parte pedagógica do Padlet agora, porque a parte técnica eu mandei um questionário ali a respeito do funcionamento dele, mas a parte pedagógica

00:03:02 - (Patrícia) a parte ao qual foi abordado os conteúdos, como eles foram abordados, a quantidade de vídeo pra cada conteúdo, qual que é a opinião de vocês a respeito disso? Eh

00:03:17 - (Patrícia) por exemplo eh teve uma satisfação em assistir por lá, era o que você já sabia, apareceu conteúdos novos?

00:03:30 - Luna, vamos conversar com você.

(Luna) Ah, eu gostei muito da plataforma, tipo, eu nunca tinha visto uma plataforma daquela, que você interagia com o gráfico pra responder as questões, eu achei incrível tipo, o conteúdo, aí eu estava ligado com as questões.

00:03:45 - eu ia fazer as questões eu eu amei tipo mexer no gráfico pra responder? É tipo, isso é muito prático, né? Você vê aquilo acontecendo, você vai mudando. Eu gostei muito.

(Patrícia) Mas você já conheceu o Geogebra antes ou não?

(Luna) O professor indicou semestre passado, mas eu não mexia, mas tipo

00:04:03 - (Luna) as questões, mexer com gráfico, essa tipo, associação da questão com gráfico, foi muito bom.

(Pedro) Pra mim também foi muito bom, porque é uma novidade, falou que eu nunca tive acesso antes

00:04:17 - e também exercer a criatividade, identificando os gráficos e vendo na prática como que eles são.

(Patrícia) Em razão do conteúdo de funções ali, né? Que a gente tava focando em funções. Você não lembra o seu nome? Luana.

(Luana) Eu gostei da plataforma, eu achei assim como ela achei que a

00:04:33 – (Luana) entre os vídeos que a gente assiste, a maneira que a gente projeta a imagem ficou muito boa. Pra não ficar apenas no teórico da gente ficar imaginando ou então ter que se dar o trabalho de desenhar. A gente vê imediatamente como seria projetada a imagem daquele gráfico

00:04:47 – (Luana) com auxílio do Geogebra.

(Gabriela) Eu gostei bastante também da plataforma e eu também nunca tinha acessado o Geogebra e foi bem legal eh poder visualizar o gráfico

00:05:01 – (Gabriela) E eu também gostei dos slides da videoaula porque tipo eu achei uma linguagem simples e que dava pra entender.

(Patrícia) Eh então vocês acabaram conhecendo a plataforma aqui com a aplicação? (Participantes) sim

(Patrícia) O geogebra

00:05:19 – (Patrícia) A Gabriela falou que conheceu, você conheceu ali pelo por esse estudo ou você já sabia que existia o Geogebra?

(Gabriela) tipo semana passada que meu professor de cálculo passou 00:05:30 – (Gabriela) só que eu nunca tinha acessado.

(Patrícia) Você é o primeiro semestre? (Gabriela) Não, sou do segundo. (Patrícia) É Engenharia?

(Gabriela) É de materiais aqui. Primeiro período foi fundamento de cálculo, nesse que foi o meu cálculo mesmo.

00:05:47 – (Patrícia) Entendi. Ah, eu acho que é isso. Então, pessoal, obrigada.

Fonte: Autoria própria (2024).

Ao analisar o exposto pelos estudantes, identifica-se em um primeiro momento que ocorreu uma dificuldades com as funcionalidades do *padlet*, mas que foi superada a partir do momento que eles interagiram com os materiais postados no ambiente. Identifica-se como favorável o modo dinâmico que eles acessaram os recursos, sendo por meio do uso do geogebra, slides, videoaulas e materiais complementares.

Neste capítulo de análises se avalia a participação dos estudantes nesta pesquisa de três formas distintas, primeiramente por meio da autoavaliação e a consistência dos dados, aspecto que forneceu o perfil dos estudantes, em seguida, com a análise da avaliação diagnóstica, implementação da proposta de autoestudo e avaliação pós-autoestudo que permitiu identificar as principais dificuldades dos estudantes em relação aos conteúdos necessários ao nivelamento matemático para

a disciplina de CDI e, por fim, a entrevista a alguns dos participantes que possibilitou compreender as interações com o AVA.

Ressalta-se que é esperado que o ensino de Matemática na Educação Básica, especialmente no Ensino Médio, forneça a base fundamental para disciplinas mais avançadas nas áreas de Engenharia e Ciências Exatas. Entretanto, se os alunos não adquirirem adequadamente essas habilidades básicas, é esperado que enfrentem dificuldades quando ingressam no Ensino Superior, em que os conceitos matemáticos são aplicados de forma mais complexa e abstrata.

Essas dificuldades podem ter várias origens, desde lacunas no currículo até problemas na metodologia de ensino. Portanto, é crucial para que haja um nivelamento dos estudos, o professor desenvolva estratégias para fortalecer o ensino de matemática, possibilitando que os estudantes que adquiram conhecimentos superficiais, cheguem a uma compreensão sólida dos princípios matemáticos fundamentais.

Além disso, os programas de Engenharia podem precisar ajustar suas abordagens de ensino para acomodar uma diversidade de preparação matemática entre os alunos ingressantes, oferecendo suporte adicional e recursos para aqueles que necessitam de reforço, por essa razão a proposta de autoestudo se torna uma opção relevante para essa ação, visando melhorar a qualidade do ensino de matemática, que é essencial para preparar os futuros profissionais de Engenharia e promover o sucesso acadêmico e profissional nessa área.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta tese, primeiramente se investigou sobre o cenário atual do CDI e se verificou que é preciso proporcionar aos estudantes o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico e resolução de problemas. Isso envolve não apenas resolver problemas padrão, mas também a capacidade de aplicar os conceitos do Cálculo para situações novas e desafiadoras.

Por meio das TIC e com o avanço da tecnologia educacional, há uma tendência crescente em direção à personalização do aprendizado por meio dos ambientes virtuais de aprendizagem, disponibilizando ao estudante materiais de estudo personalizados, permitindo que eles aprendam em seu próprio ritmo. Desse modo, torna-se relevante que os professores conheçam tecnologias que auxiliem no ensino do Cálculo, por exemplo, softwares como: Mathematica, Wolfram Alpha, Geogebra e MATLAB, que permitem uma exploração mais dinâmica e visual dos conceitos, tornando o aprendizado mais acessível e interativo.

As metodologias ativas são abordagens educacionais que colocam os estudantes no centro do processo de aprendizagem, incentivando sua participação ativa e engajamento. Estas metodologias utilizam uma variedade de recursos didáticos e técnicas para criar um ambiente de aprendizagem dinâmico e interativo.

Segundo Moran (2015), o aprendizado através das metodologias ativas ocorre a partir de problemas e situações reais, antecipando experiências que os alunos enfrentarão na vida profissional. Esse método promove a mobilização de conhecimentos para a aplicação em análises, estudos, pesquisas e na tomada de decisões, buscando soluções para problemas propostos.

De acordo com Soares (2021), as metodologias ativas destacam a importância do envolvimento ativo dos estudantes no processo de aprendizagem. Nesta abordagem, o professor atua como um mediador que facilita o aprendizado, criando um ambiente em que os estudantes são incentivados a participarem ativamente e a assumirem responsabilidades pelo seu próprio desenvolvimento.

Além disso, o uso de metodologias ativas, ao invés de aulas tradicionais, vem se mostrando como abordagens mais ativas de aprendizagem, como a sala de aula invertida, em que os estudantes estudam o material antes da aula e usam o tempo em sala para discussões, resolução de problemas e projetos práticos. Nesse

sentido, o ensino do Cálculo tem se concentrado, cada vez mais, em suas aplicações no mundo real e isso ajuda os estudantes a verem a relevância e a utilidade dos conceitos que estão aprendendo.

Nesse sentido se recorrem às metodologias ativas e tecnologias de ensino para desenvolver estratégias para promover o autoestudo desses estudantes, direcionada ao nivelamento do CDI, juntamente com instrumento de coleta de dados para analisar a implementação da proposta. Definiu-se como objetivo *desenvolver uma proposta de autoestudo para nivelamento de estudantes de cursos de Engenharias na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral*.

Diante desse objetivo, realizou-se um estudo teórico e metodológico para planejar a condução desta pesquisa, desse modo elaborou-se a fundamentação teórica e a proposta de nivelamento com base nas orientações do currículo para o ensino do CDI, tomando como aporte o conteúdo de funções, em decorrência de relevância para o bom desenvolvimento dessa disciplina.

Destaca-se que compreender e decodificar a simbologia matemática é um aspecto crucial para o estudo eficaz das funções. Segundo Ferreira e Allevato (2012), muitas das dificuldades que os estudantes encontram ao estudarem funções derivam da falta de familiaridade com os símbolos utilizados. É essencial que essas nomenclaturas e simbologias sejam introduzidas de maneira gradual ao longo do processo de ensino. Os professores devem estar atentos e sensíveis às dificuldades dos estudantes nesse aspecto, garantindo que eles compreendam plenamente os símbolos antes de avançar para conceitos mais complexos.

Com relação às análises realizadas, teve duas etapas: a primeira com base nos questionários de autoavaliação dos estudantes, na qual foi realizado um tratamento estatístico dos dados, enquanto a segunda parte foi direcionada para as potencialidades da proposta de autoestudo proporcionada aos estudantes participantes desta pesquisa.

Por meio da análise do alfa de Cronbach foi possível identificar a confiabilidade dos dados fornecidos para validação da autoavaliação realizada pelos estudantes. Além disso, ao analisar a implementação da proposta de autoestudo juntamente com as aplicações das avaliações se tem um diagnóstico, que possibilita detectar as principais dificuldades dos estudantes e suas defasagens de conteúdos, sendo assim, em um processo de ensino e aprendizagem viabilizaria a continuidade da implementação da proposta de autoestudo para um período maior

de tempo, que auxiliasse os estudantes a melhorarem seu desempenho em sala de aula.

Com base no exposto, evidenciam-se que os estudantes necessitam de intervenção para que ocorra o nivelamento do conteúdo de funções, que pode ser tomado como base para orientar a prática pedagógica no decorrer do desenvolvimento da disciplina de CDI. De modo geral, a pesquisa possibilita que professores dessa disciplina utilizem os dados e recursos apresentados para adaptar e elaborar seus planejamentos para promover outras versões de propostas de autoestudo para os estudantes de CDI.

Além disso, a metodologia empregada nesta pesquisa pode ser aplicada em um plano de ensino, com adaptações, de modo que sejam realizadas as avaliações diagnósticas e implementado de modo similar com os recursos disponíveis, como por exemplo, substituir o padlet pelo uso do classroom.

Destaca-se que ocorrem limitações no decorrer desta pesquisa, principalmente, perante a aplicação da proposta de nivelamento ocorrer em uma oficina de extensão universitária com carga horária reduzida, entretanto, os dados obtidos foram de fundamental importância para analisar as possibilidades de implementações da proposta de autoestudo.

De modo geral, as contribuições apresentadas permitem que outros docentes e pesquisadores tenham parâmetros para analisarem o processo de ensino e aprendizagem na disciplina de CDI. Para dar continuidade a pesquisa, pretende-se publicar artigos que apresentem a análise dos registros escritos obtidos e ambas as avaliações dos estudantes participantes desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, M. E. B. de; QUEIRUGA-DIOS, A.; CÁCERES, M. J. **Differential and Integral Calculus in First-Year Engineering Students: A Diagnosis to Understand the Failure. Mathematics**, v. 9, n. 61, p. 1-18, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.3390/math9010061> . Acesso em: 10 mai. 2022.
- ALVARENGA, K. B.; DORR, R. C.; VIEIRA, V. D.. **O ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral: características e interseções no centro-oeste brasileiro**. Revista Brasileira de Ensino Superior, Passo Fundo, v. 2, n. 4, p. 46-57, mar. 2017. ISSN 2447-3944. doi:<https://doi.org/10.18256/2447-3944/rebes.v2n4p46-57> Disponível em: <https://seer.imed.edu.br/index.php/REBES/article/view/1518> . Acesso 15 jan. 2021.
- ALVARENGA, K.B.; SAMPAIO, M.M.de. Obstáculos referentes às relações de representação aritmética e algébrica de grandezas. In: FONSECA, L. (Org.). **Didática do Cálculo: epistemologia, ensino e aprendizagem**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016, p. 131-144.
- ANDRADE, S. N.; DIAS, M. A.; CAMPOS, T. M. M. **Pesquisas sobre a transição Ensino Médio e Ensino Superior**. In: Comitê Internacional de Matemática Educativa e Colégio Mexicano de Matemática Educativa. (Org.). Acta Latino-americana de Matemática Educativa. 27ed. Buenos Aires: ALME 27, 2014, v. 27, p. 171-180.
- BARUFI, M. C. B. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2002.
- BERSCH, M. E.; NASCIMENTO, S. M. S.; BACKENDORF, V.. **Sistemas recomendadores de conteúdo como estratégia para apoiar alunos com dificuldades nas disciplinas de cálculo**, 2015. Disponível em: <https://periodicos.unemat.br/index.php/recs/article/view/8021/5933> . Acesso em: 02 abr. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 14 mar. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. Parecer **CNE/CES Nº: 1/2019**. Brasília, 2019. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/docman/marco-2019-pdf/109871-pces001-19-1/file> . Acesso em: 14 mar. 2022.
- BIANCHINI, B. L.; BIANCHINI, M. A.. **Considerações sobre as competências e habilidades necessárias ao professor de matemática para atuar com novas tecnologias aplicadas ao ensino**, 2004. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/06/1RE03442487803.pdf> . Acesso em: dez. 2023.

BLUMENTHAL, G.. Educação matemática, inteligência e afetividade. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 9, n. 12, p. 30-35, jun. 2002.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma Introdução à Teoria e aos Métodos**. Porto: Porto Editora, 1999.

BOHLMANN, C. A., PRINCE, R. N., DEACON, A. Mathematical errors made by high performing candidates writing the National Benchmark Tests. **Pythagoras**, v. 38, n. 1, abr. 2017. DOI: <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v38i1.292>. Disponível em: <https://pythagoras.org.za/index.php/pythagoras/article/view/292>. Acesso em: 10 mai. 2022.

BONOMI, M. C. **A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1999.

BOYER, C. B.. **História da Matemática**. 2. Ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA, 1996.

BOYER, C. B.; MERZBACK, U. C.. **História da Matemática**. 2. Ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher LTDA, 2012.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Parecer CNE/CES nº 22019/2019, aprovado em 24 de abril de 2019 - Diretrizes Curriculares Nacionais dos Cursos de Engenharia**. Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/pdf/CNE_RES_CNECESN22019.pdf. Acesso em: 05 mai. 2022.

D'AMBRÓSIO, U.; VALENTE, C. Os primórdios da epistemologia do Cálculo: dos babilônios a Arquimedes. In: FONSECA, Laerte (org.). **Didática do Cálculo: epistemologia, ensino e aprendizagem**, 2016. p. 10-25.

EVES, H.. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

FAPESP. **Tendências recentes na formação em Engenharia**. 2023. Disponível em: <https://revistapesquisa.fapesp.br/tendencias-recentes-na-formacao-em-engenharia/>. Acesso em dez. 2023.

GUERRA, L. B. **A criança com dificuldades de aprendizagem: considerações sobre a teoria-modos de fazer**. Rio de Janeiro: Enelivros, 2002.

FREITAS, A. L. P., RODRIGUES, S. G. A. Avaliação da confiabilidade de questionário: uma análise utilizando o coeficiente alfa de Cronbach In: **Simpósio de Engenharia de Produção**, 12, 2005, 07-09 nov, Bauru-SP. Anais... Bauru-SP: UNESP, 2005. Disponível em: https://simpep.feb.unesp.br/anais/anais_12/copiar.php?arquivo=Freitas_ALP_A%20a%20valia%E7%E3o%20da%20confiabilidade.pdf . Acesso em: 01 maio 2023.

HANH, Thich Nhat. **Aprendendo a lidar com a raiva: sabedoria para a paz interior**. Rio de Janeiro: Sextante, 2003. 4ed.

HORA, H. R. M.; MONTEIRO, G. T. R.; ARICA, J. **Confiabilidade em Questionários para Qualidade: Um estudo com o Coeficiente Alfa de Cronbach**. Produto & Produção, v.11, n.2, p.85-103, 2010.

LIMA, G. L. Contextualizando momentos da trajetória de ensino de cálculo na graduação em matemática da USP. **Educação Matemática e Pesquisa**. v. 16, n. 1, p. 125-149, 2014.

LOPES, A. Algumas reflexões sobre a questão do alto índice de reprovação no curso de Cálculo da UFRGS. **Matemática Universitária**. n.26/27, 1999.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo, EPU, 1986.

MENESTRINA, T. C.. **Alternativas para uma aprendizagem significativa em engenharia: curso de matemática básica**, 2011. Disponível em: <http://revista.educacao.ws/revista/index.php/abenge/article/view/97> . Acesso em 02 abr. 2024.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MOREIRA, M. A.. **Teorias de Aprendizagem**. 2ª ed. São Paulo- SP: EPU, 2015.

MORENO, B. R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, Mabel. (Org.). **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006. p. 43-76.

MOURA, J. F. **O ensino da matemática nas classes de alfabetização: como é? Como deveria ser?** 2012. Disponível em: <http://www.pedagogia.com.br/artigos/matematicanaalfabetizacao/> Acesso em: 10. Jul. 2022.

PAGANI, E. M. L.; ALLEVATO, N. S. G.. **Ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral: Um mapeamento de algumas teses e dissertações produzidas no Brasil**. 2014. 14 p.. ISSN, [S.I.], 2014. 34. Disponível em: <http://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/42/166> . Acesso em: 24 fev. 2022.

RASMUSSEN, C.; MARRONGELLE, K.; BORBA, M. Research on calculus: what do we know and where do we need to go? **ZDM Mathematics Education**, v. 46, p. 507–515, 2014.

POHJOLAINEN, S. *et al.* **Modern Mathematics Education for Engineering Curricula in Europe: A comparative analysis of EU, Russia, Georgia and Armenia**. Springer International Publishing, 2018.

REIS, F. S. **Rigor e intuição no ensino de cálculo e análise**. In: FROTA, M. C. R., NASSER, L. Educação Matemática no Ensino Superior: pesquisa e Debates. Recife: SBEM, 2009. p. 81-97.

REZENDE, W. M. **Ensino de Cálculo**: dificuldades de natureza epistemológica. 2003. 450f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SILVA, B. A.. **Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.13, n.3, 2011. p.393-413.

SILVA, J. L. **Sentidos e significados da reprovação para estudantes universitários do Amazonas**. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Universidade Federal de Rondônia, Porto Velho, 2016. Disponível em: <http://www.ri.unir.br/jspui/handle/123456789/1541>. Acesso em: 10 mar. 2022.

SOARES, C. . **Metodologias ativas: uma nova experiência de aprendizagem**. 1^a ed. São Paulo: Cortez, 2021.

STAKER, H.; HORN, M. B. **Classifying K–12 blended learning**. Mountain View, CA: Innosight Institute, Inc. 2012. Disponível em: <http://www.christenseninstitute.org/wp-content/uploads/2013/04/Classifying-K-12-blended-learning.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2022.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 3, p. 353-373, 2017.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T.. Ambientes de ensino e aprendizagem de cálculo diferencial e integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **R. Bras. Ens. Ci. Tecnol.**, Ponta Grossa, v. 11, n. 1, p. 209-227, jan./abr. 2018.

VALENTE, J. A.. *Blended learning* e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida, 2014. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S010440602014000800079&script=sci_abstract&tlng=pt. Acesso em: 27 abr. 2022.

VENTURELLI, J. . **Educación Médica: nuevos enfoques, metas y métodos**. Washington: Organización Panamericana da Saúde. Série PALTEX Salud e Sociedad 2000, 5, pp 155-17, 1997.

WROBEL, J. S.; ZEFERINO, M. V. C.; CARNEIRO, T. C. J. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na última década do ENEM: uma análise usando o Alceste. In: XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Curitiba, PR. **Anais...** Curitiba, Paraná, 2013. ISSN 2178–034X.

ZARPELON, E.. **Análise de indicadores do Perfil discente e docente para estimativas de desempenho acadêmico: um estudo com alunos de Cálculo Diferencial e Integral I em escolas de engenharia no Brasil e na França**. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Tecnologia, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2022.

ZARPELON, E.; RESENDE, L. M. M.; REIS, E. F. . **Análise do desempenho de alunos ingressantes de engenharia na disciplina de cálculo diferencial e integral I** , 2017. Disponível em:

<https://periodicosonline.uems.br/index.php/interfaces/article/view/1416> . Acesso em: 01 abr. 2024.

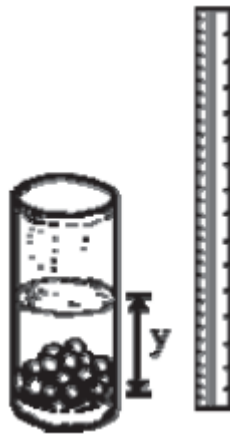
ZHAO, J.. **Study on the Innovation Mechanism of College Mathematics Teaching Based on Digital Multimedia Technology**. RISTI, n. E10, p. 417-429, 2016. Disponível em: <http://go.galegroup.com/ps/anonymous?id=GALE%7CA473924042&sid=googleScholar&v=2.1&it=r&linkaccess=abs&issn=16469895&p=AONE&sw=w>. Acesso em: 10 mai.

APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Aluno(a): _____
 E-mail: _____
 Semestre: _____

Questões retiradas das Provas do ENEM – Classificação com competências e habilidades da BNCC em Matemática e suas Tecnologias

- 1) (ENEM 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
 Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

- a) $y = 30x$
- b) $y = 25x + 20,2$
- c) $y = 1,27x$
- d) $y = 0,7x$
- e) $y = 0,07x + 6$

RESOLUÇÃO

São duas as formas de resolver o exercício exposto, analisando a tabela de dados e a partir das alternativas.

- Pela tabela de dados:

Olhando para as duas variáveis, temos que o nível da água (y) depende da quantidade de bolas (x) colocadas dentro do recipiente. Desta forma, analisando o número de bolas ocorre um aumento a cada 5 unidades, e o nível de água sobe a cada 0,35 cm ao inserirmos 5 bolas dentro do recipiente. Assim, vamos encontrar o valor desta relação para 1 bola.

$$5b = 0,35\text{cm}$$

$$1b = x$$

Dividindo a expressão inicial por 5, temos que

$$1b = 0,07x$$

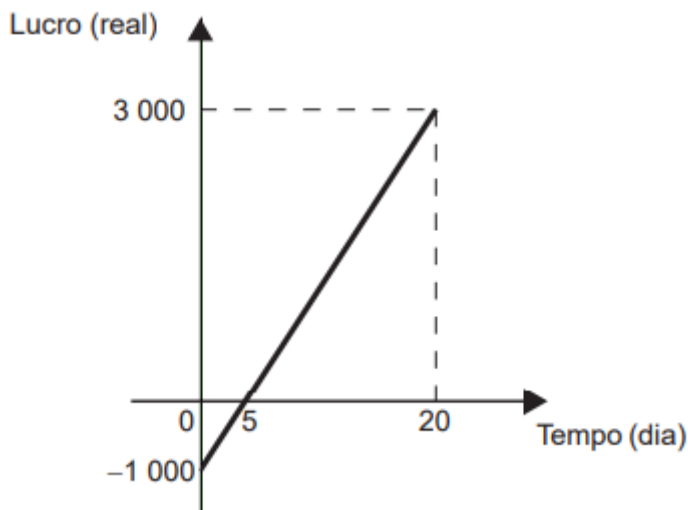
Logo, qual é o nível de água y , sem nenhuma das bolas (x) dentro?

Seria quando $x = 0$, usando a estratégia menos 0,35cm, temos que a altura inicial da coluna de água é de 6 cm.

Assim, temos que $y = 6 + 0,07x$

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302, EM13MAT501
Resposta	Letra E

- 2) (ENEM 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é

a) $L(t) = 20t + 3000$

b) $L(t) = 20t + 4000$

c) $L(t) = 200t$

d) $L(t) = 200t - 1000$

e) $L(t) = 200t + 3000$

RESOLUÇÃO

Ao considerar o problema, deve-se analisar o gráfico e retirar algumas informações fazendo uso do conceito de função afim, em que $y = ax + b$, sendo que x é a variável dependente, e b é o valor de deslocamento da função no eixo Y.

A partir da observação, tem-se o valor de b sendo -1000, em função da sua sobreposição no eixo y, e a partir do cálculo de zero da função, em que $x = -\frac{b}{a}$, sendo o valor de b -1000, pode-se encontrar o valor que representa a na função afim, sendo $a = -\frac{b}{x}$, sendo o valor de $x = 5$ para quando $y = 0$, logo

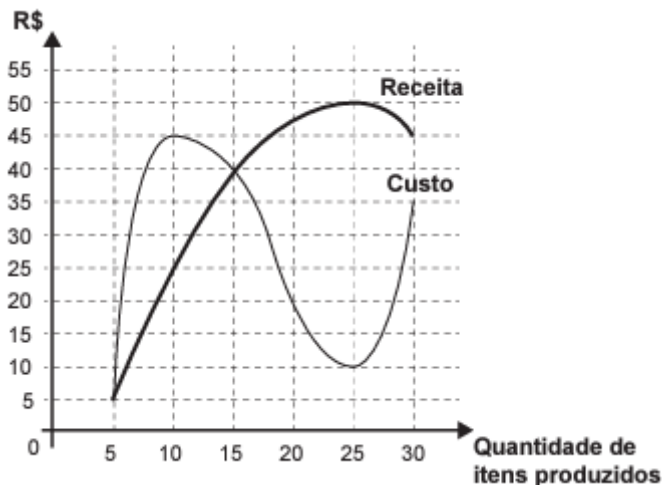
$$a = -\frac{1000}{5} = 200$$

Dessa forma, a partir da lei de formação da função afim $y = ax + b$, tem-se $y = 200x - 1000$, como o gráfico traz o lucro em função do tempo, altera-se a variável x por t e reescreve-se a função

$$L(t) = 200t - 1000$$

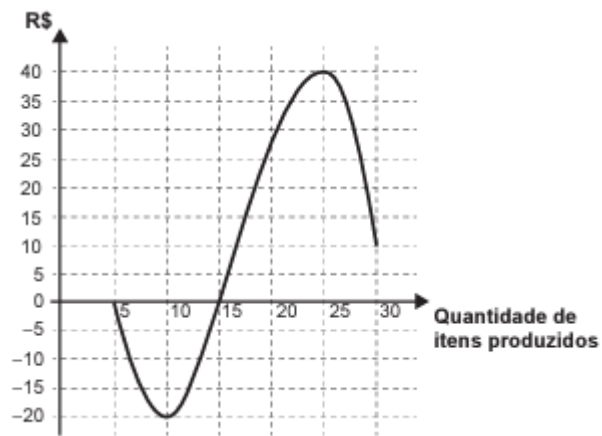
Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT302, EM13MAT501
Resposta	Letra D

- 3) (ENEM 2020) Um administrador resolve estudar o lucro de sua empresa e, para isso, traça o gráfico da receita e do custo de produção de seus itens, em real, em função da quantidade de itens produzidos.

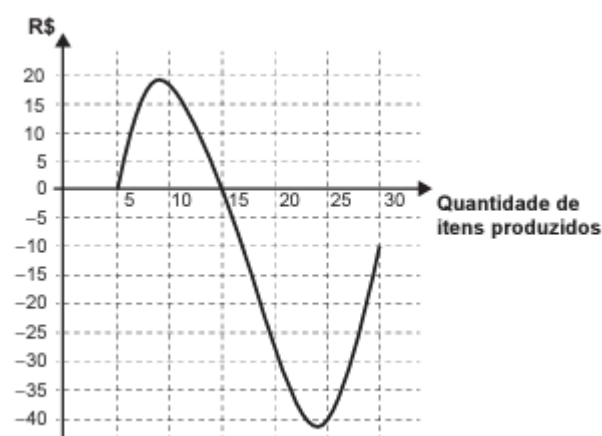


O lucro é determinado pela diferença: Receita – Custo. O gráfico que representa o lucro dessa empresa, em função da quantidade de itens produzidos, é

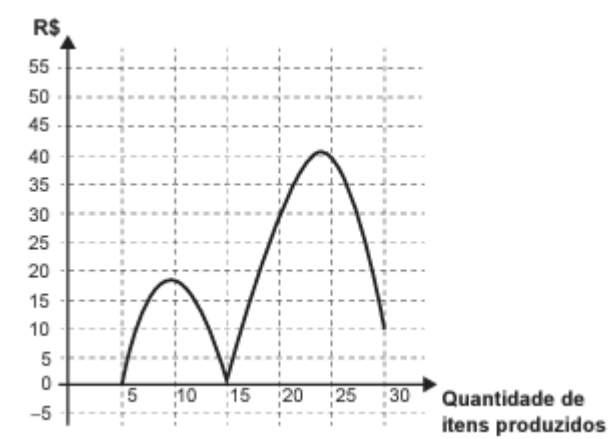
a)



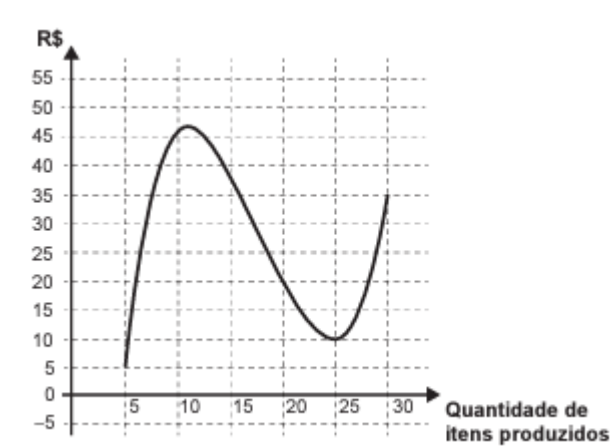
b)



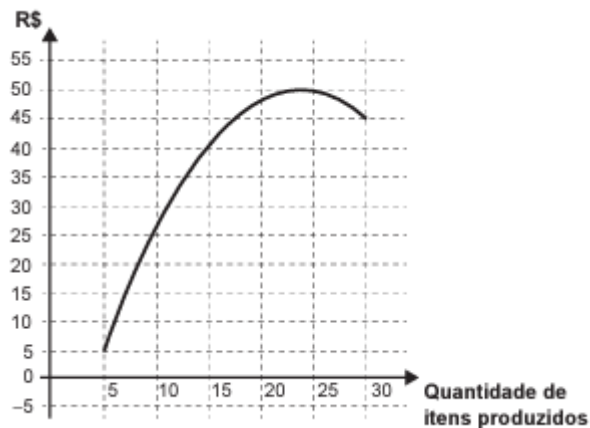
c)



d)



e)

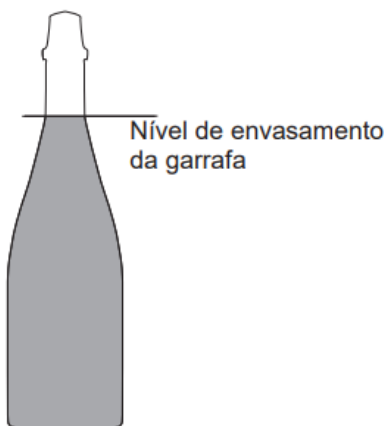
**RESOLUÇÃO**

É definido pelo gráfico que a representação do lucro é obtido por meio da diferença entre a receita e o custo. Alguns pontos importantes devem ser observados:

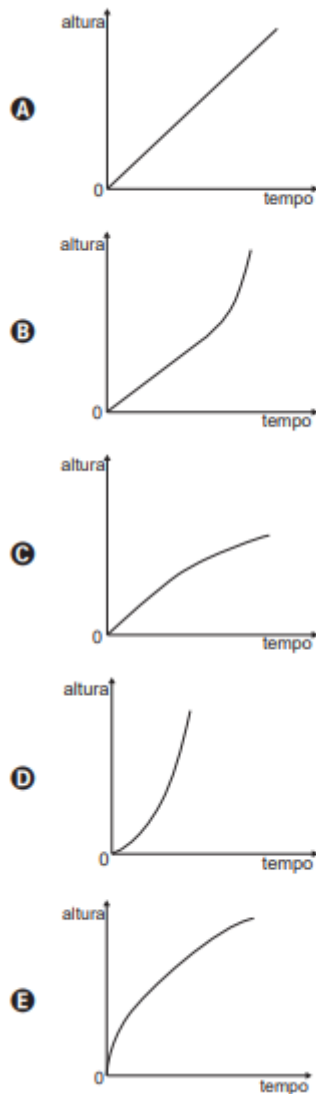
- Em até 5 peças produzidas a receita e os custos são iguais e o lucro é ZERO.
- Em até 15 peças produzidas a receita e os custos são iguais e o lucro é ZERO.
- Ponto de intersecção onde o lucro é zero quando atinge a produção de 15 peças
- Entre 5 e 15 peças a curva do custo está sempre acima da curva da receita, gerando um lucro negativo.
- Entre 15 e 30 peças, a curva da receita está acima do custo, gerando lucro positivo.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT302
Resposta	Letra A

- 4) (ENEM 2021) O consumo de espumantes no Brasil tem aumentado nos últimos anos. Uma das etapas do seu processo de produção consiste no envasamento da bebida em garrafas semelhantes às da imagem. Nesse processo, a vazão do líquido no interior da garrafa é constante e cessa quando atinge o nível de envasamento.

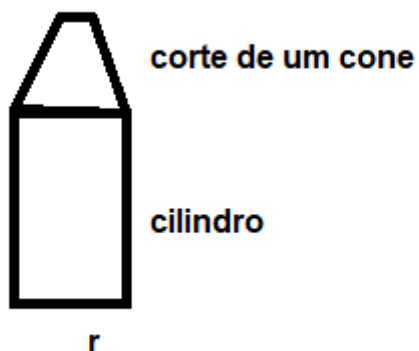


Qual esboço de gráfico melhor representa a variação da altura do líquido em função do tempo, na garrafa indicada na imagem?



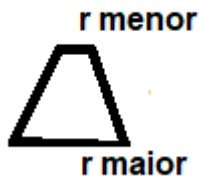
RESOLUÇÃO

Ao considerar o formato da garrafa, temos um cilindro até a parte que será preenchida com o líquido.



O cilindro é composto pelo raio, e deve se observar que o que irá variar é a altura, mantendo o mesmo tamanho do raio. Assim, como a área é constante, teremos um aumento linear do líquido.

Já na parte em que ocorre o corte de um cone, temos um raio maior na parte de baixo e um raio menor na parte de cima, neste sentido a área possui uma variação a depender do raio.

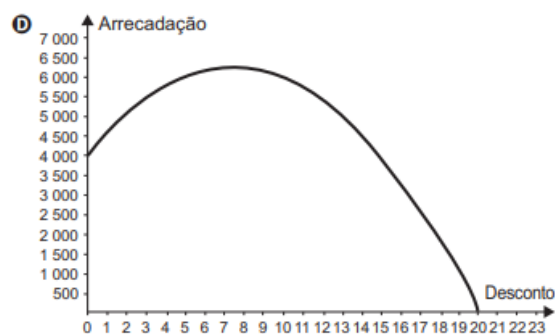
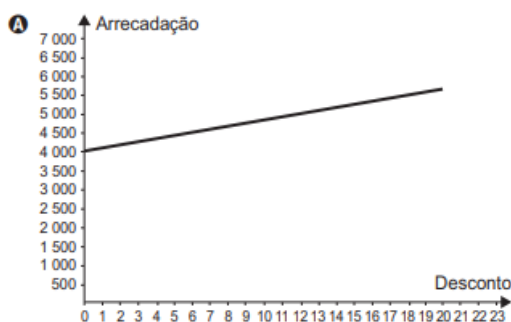


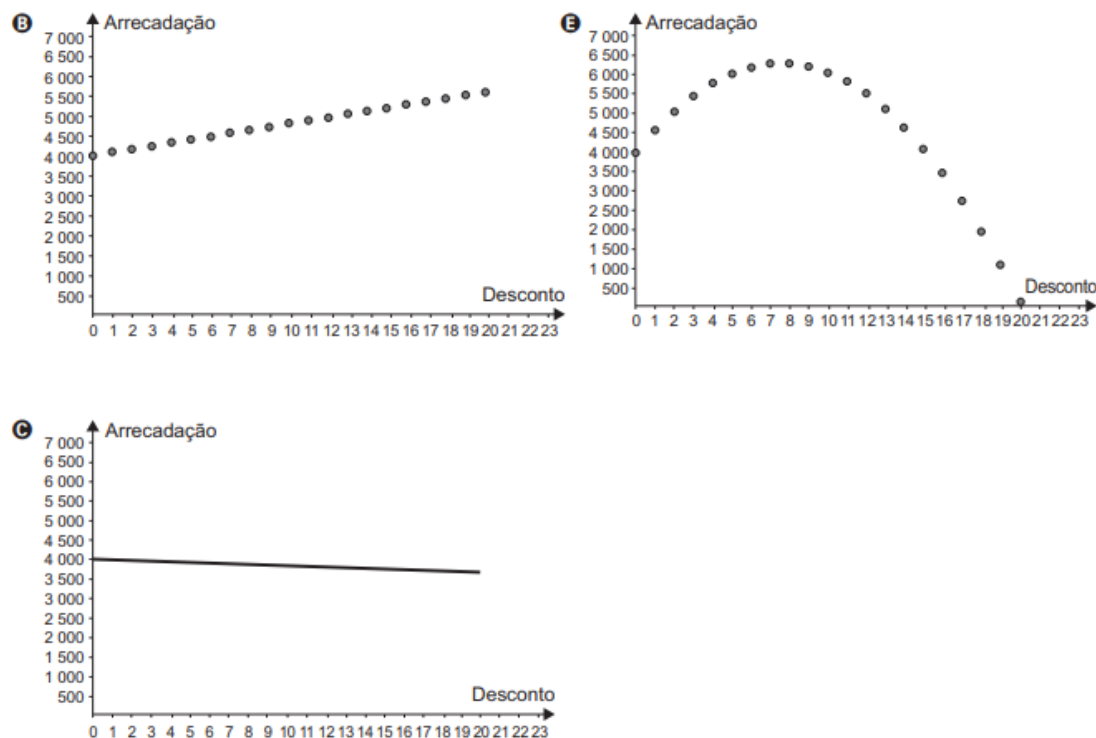
Conforme a área diminui, ao se aproximar do raio menor, temos uma curva ascendente na representação gráfica, por isso a letra B, melhor representa a variação da altura do líquido em função do tempo.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT506

- 5) (ENEM 2021) O administrador de um teatro percebeu que, com o ingresso do evento a R\$ 20,00, um show conseguia atrair 200 pessoas e que, a cada R\$ 1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40. Ele sabe que os donos do teatro só admitem trabalhar com valores inteiros para os ingressos, pela dificuldade de disponibilizar troco, e pretende convencê-los a diminuir o preço do ingresso. Assim, apresentará um gráfico da arrecadação em função do valor do desconto no preço atual do ingresso.

O gráfico que mais se assemelha ao que deve ser elaborado pelo administrador é





RESOLUÇÃO

As informações que podem ser relacionadas são: o valor do ingresso e a quantidade de pessoas, sendo o valor da arrecadação,

$$A = 20 \cdot 200 = 4000$$

O valor de 4 mil não auxilia de forma significativa, pois todos os gráficos apresentam o seu início em 4 mil. Deve-se analisar a indicação do desconto, sendo:

$(20-1) \cdot (200+40)$, a cada um real que é descontado do valor do ingresso, tem-se 40 pessoas a mais participando, assim:

$$(20-2) \cdot (200+80)$$

$$(20-3) \cdot (200+120)$$

Até um valor aleatório:

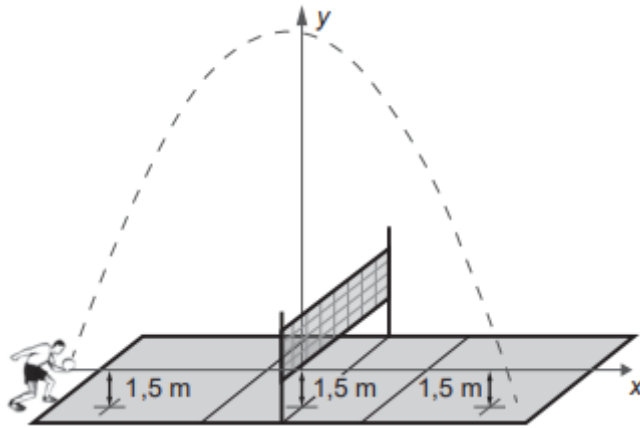
$(20-x) \cdot (200+40 \cdot x)$ o que nos leva a uma equação de segundo grau, ou seja, uma parábola.

Outra informação relevante, é que os valores dos ingressos são inteiros, pela dificuldade de troco, desta forma não há possibilidade de a parábola ser contínua, pois se teria o valor dos ingressos sendo 18,50; quando deveria ser número inteiro 18. Dessa forma, a parábola com valores discretos representada da forma pontilhada é a melhor representação da venda dos ingressos em números inteiros.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra E

6) (ENEM 2022) Em jogos de voleibol, um saque é invalidado se a bola atingir o teto do ginásio onde ocorre o jogo. Um jogador de uma equipe tem um saque que atinge uma grande altura. Seu recorde foi quando a batida do saque se iniciou a uma altura de 1,5 m do piso da quadra, e a

trajetória da bola foi descrita pela parábola $y = -\frac{x^2}{6} - \frac{7x}{3} + 12$, em que y representa a altura da bola em relação ao eixo x (das abscissas) que está localizado a 1,5 m do piso da quadra, como representado na figura. Suponha que em todas as partidas algum saque desse jogador atinja a mesma altura do seu recorde.



A equipe desse jogador participou de um torneio de vôleibol no qual jogou cinco partidas, cada uma delas em um ginásio diferente. As alturas dos tetos desses ginásios, em relação aos pisos das quadras, são:

- ginásio I: 17 m;
- ginásio II: 18 m;
- ginásio III: 19 m;
- ginásio IV: 21 m;
- ginásio V: 40 m.

O saque desse atleta foi invalidado:

- a) apenas no ginásio I.
- b) apenas nos ginásios I e II.
- c) apenas nos ginásios I, II e III.
- d) apenas nos ginásios I, II, III e IV.
- e) em todos os ginásios.

RESOLUÇÃO

A questão apresenta a análise de uma parábola, onde o y do vértice demonstrará a altura máxima que a bola irá chegar, e precisa-se descobrir em quais ginásios isso irá ocorrer. O ponto de partida em X está a 1,5m do chão, desta forma é necessário somar ao y vértice este valor.

Calculando

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y_v = -\frac{(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}{4a}$$

$$y_v = -\frac{\left(\left(\frac{7}{3}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot 12\right)}{4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)}$$

$$y_v = -\frac{\left(\frac{49}{9} - 4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot 12\right)}{4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)}$$

$$y_v = -\frac{\left(\frac{49}{9} - 4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \cdot 12\right)}{4 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)}$$

$$y_v = \frac{\frac{49}{9} + 8}{\frac{4}{6}}$$

$$y_v = \frac{\frac{49}{9} + 8}{\frac{4}{6} \cdot \frac{2}{3}}$$

$$y_v = \frac{\frac{49 + 72}{9}}{\frac{2}{3}}$$

$$y_v = \frac{\frac{49 + 72}{9} \cdot 3}{\frac{2}{3} \cdot 3}$$

$$y_v = \frac{121}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{121}{6} = 20 + \frac{1}{6}$$

Considerando que o x inicia em 1,5 devemos somar ao resultado, ficando

$$y_v = 20 + \frac{1}{6} + 1,5 = 21,5 + \frac{1}{6}$$

Desta maneira, temos que o teto dos ginásios I, II, III, e IV serão atingidos seus tetos.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra D

7) (ENEM 2017) A Igreja de São Francisco de Assis, obra arquitetônica modernista de Oscar Niemeyer, localizada na Lagoa da Pampulha, em Belo Horizonte, possui abóbadas parabólicas. A seta na Figura 1 ilustra uma das abóbadas na entrada principal da capela. A Figura 2 fornece uma vista frontal desta abóbada, com medidas hipotéticas para simplificar os cálculos.

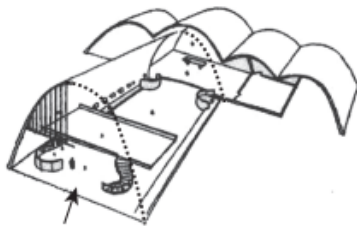


Figura 1

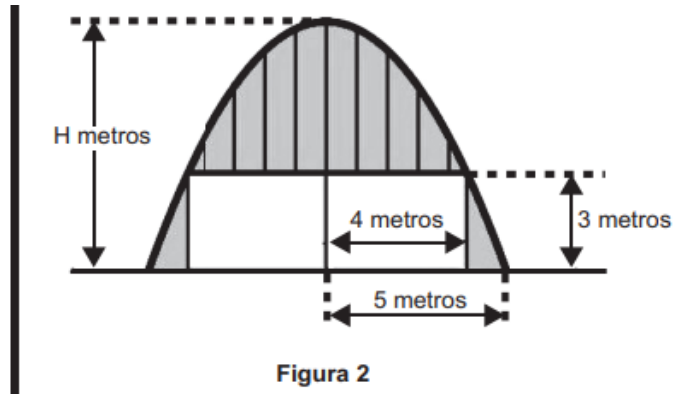


Figura 2

Qual a medida da altura H , em metro, indicada na Figura 2?

- a) $\frac{16}{3}$
- b) $\frac{31}{5}$
- c) $\frac{25}{4}$
- d) $\frac{25}{3}$
- e) $\frac{75}{2}$

RESOLUÇÃO

Na representação gráfica, deve-se considerar a sobreposição do plano cartesiano e a demarcação das raízes, como é uma parábola temos dois momentos 5 e -5 em x . A curvatura máxima da parábola, será a maior altura que podemos atingir, e que deverá ser calculada.

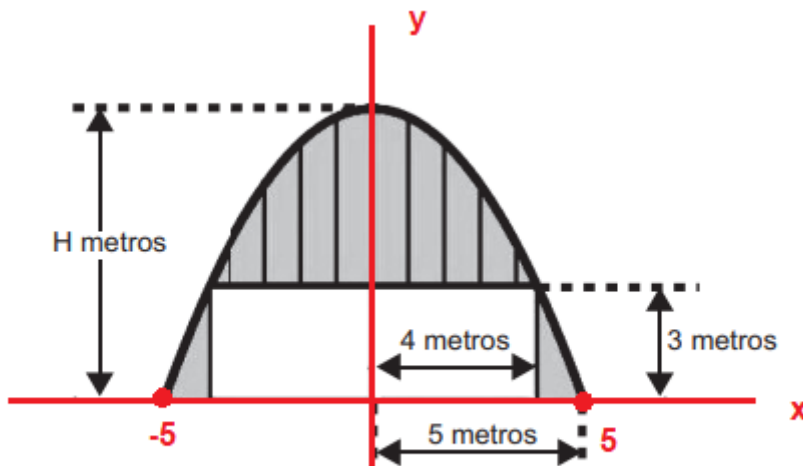


Figura 2

É preciso lembrar a forma fatorada à equação de segundo grau:

$$Y = a(x - x')(x - x'')$$

Aplicando as raízes

$$Y = a(x - 5)(x + 5)$$

Com as informações adicionais de um ponto demarcado na parábola, em que $x = 4$ e $y = 3$, vamos descobrir o valor de a

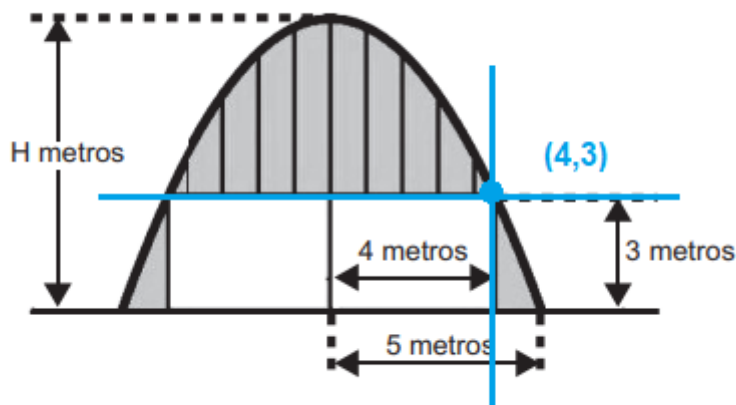


Figura 2

$$\begin{aligned}
 3 &= a(4 - 5)(4 + 5) \\
 3 &= a(-9) \\
 a &= -\frac{3}{9}, \text{ simplificando } -\frac{1}{3} \\
 \text{Substituindo na equação} \\
 Y &= -\frac{1}{3}(x - 5)(x + 5)
 \end{aligned}$$

Como a altura máxima está sob o eixo y e o valor para x no ponto mais alto é 0, substituímos na expressão, vamos calcular o y do vértice

$$\begin{aligned}
 y_v &= -\frac{1}{3}(0 - 5)(0 + 5) \\
 y_v &= -\frac{1}{3}(-5)(5) = \frac{25}{3}
 \end{aligned}$$

Assim, a altura máxima é de $\frac{25}{3}m$.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra D

8) (ENEM 2014) Um professor, depois de corrigir as provas de sua turma, percebeu que várias questões estavam muito difíceis. Para compensar, decidiu utilizar uma função polinomial f , de grau menor que 3, para alterar as notas x da prova para notas $y = f(x)$, da seguinte maneira:

- A nota zero permanece zero.
- A nota 10 permanece 10.
- A nota 5 passa a ser 6.

A expressão da função $y = f(x)$ a ser utilizada pelo professor é

- a) $y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$
- b) $y = -\frac{1}{10}x^2 + 2x$
- c) $y = \frac{1}{24}x^2 + \frac{7}{12}x$

$$d) y = \frac{4}{5}x + 2$$

$$e) y = x$$

RESOLUÇÃO

Tem-se que $f(x) = ax^2 + bx + c$ é a função que muda da nota x para a nota $f(x)$.

Assim, tem-se:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0, \text{ logo, } c = 0$$

Dessa forma, observa-se que sendo o $c = 0$, esse não irá aparecer na função.

Para a nota igual a 10

$$f(10) = a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 10$$

Simplificando todos por 10, tem-se

$$10 \cdot a + b = 1$$

Agora quando a nota for 5, deverá virar nota 6

$$f(5) = a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + c = 6$$

$$25 \cdot a + 5 \cdot b = 6$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} 10 \cdot a + b = 1 \\ 25a + 5b = 6 \end{cases}$$

$$- \begin{cases} 10 \cdot a + b = 1(x5) \\ 25a + 5b = 6 \end{cases}$$

$$- \begin{cases} 50 \cdot a + 5b = 5 \\ 25a + 5b = 6 \end{cases}$$

$$25a = -1$$

$$a = -\frac{1}{25}$$

Para encontrar o b , substituindo na primeira equação

$$10 \left(-\frac{1}{25} \right) + b = 1$$

$$b = 1 + \frac{2}{5}$$

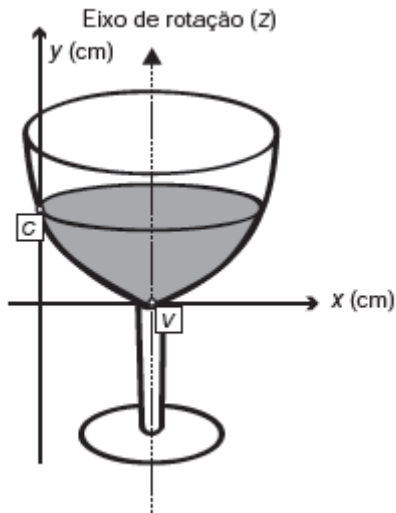
$$b = \frac{7}{5}$$

Logo, a função $f(x)$ é dada por:

$$a) y = -\frac{1}{25}x^2 + \frac{7}{5}x$$

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302, EM13MAT301
Resposta	Letra A

9) (ENEM 2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z , conforme mostra a figura.



A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei $f(x) = \frac{3}{2}|x^2| - 6x + C$ onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V , na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x . Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 5
- e) 6

RESOLUÇÃO

Tem-se as seguintes informações na imagem, C é a altura do líquido que se deseja descobrir, e V é o vértice da parábola sob o eixo x . Assim, pode-se fazer uso do x do vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-6)}{2 \cdot \frac{3}{2}} = 2$$

Com esta informação, tem-se que o ponto V está em $(2,0)$.

Com o valor de x , substitui-se na função

$$\begin{aligned} f(2) &= \frac{3}{2}|2^2| - 6x + C = 0 \\ 6 - 12 + c &= 0 \\ C &= 6 \end{aligned}$$

Altura é de 6 centímetros. Resposta Letra E.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302

--	--

10) (ENEM 2000) Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo R a rapidez de propagação, P o público-alvo e x o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se:

$R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$, em que k é uma constante positiva característica do boato.

Considerando o modelo acima descrito, se o público-alvo é de 44.000 pessoas, então a máxima rapidez de propagação ocorrerá quando o boato for conhecido por um número de pessoas igual a:

- a) 11.000.
- b) 22.000.
- c) 33.000.
- d) 38.000.
- e) 44.000.

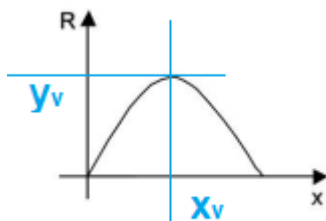
RESOLUÇÃO

Já que o enunciado apresenta o público-alvo de 44.000 pessoas, substitui-se na expressão

$$R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$$

$$R(x) = 4000k \cdot x - kx^2$$

Precisa-se identificar a quantidade de pessoas que conhecem o boato no momento em que esse está se propagando com a máxima rapidez



Assim, precisa-se encontrar a coordenada em y vértice que nos dá a rapidez de propagação do boato, e a coordenada x indica a quantidade de pessoas que conhecia o boato nesse momento, sendo o que se deseja encontrar:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-44000k}{-2k} = 22.000$$

Resposta letra b.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT502, EM13MAT404, EM13MAT302

11) (ENEM 2016) Um túnel deve ser lacrado com uma tampa de concreto. A seção transversal do túnel e a tampa de concreto têm contornos de um arco de parábola e mesmas dimensões. Para determinar o custo da obra,

um engenheiro deve calcular a área sob o arco parabólico em questão. Usando o eixo horizontal no nível do chão e o eixo de simetria da parábola como eixo vertical, obteve a seguinte equação para a parábola:

$y = 9 - x^2$, sendo x e y medidos em metros.

Sabe-se que a área sob uma parábola como esta é igual a $\frac{2}{3}$ da área do retângulo cujas dimensões são, respectivamente, iguais à base e à altura da entrada do túnel. Qual é a área da parte frontal da tampa de concreto, em metro quadrado?

- a) 18
- b) 20
- c) 36
- d) 45
- e) 54

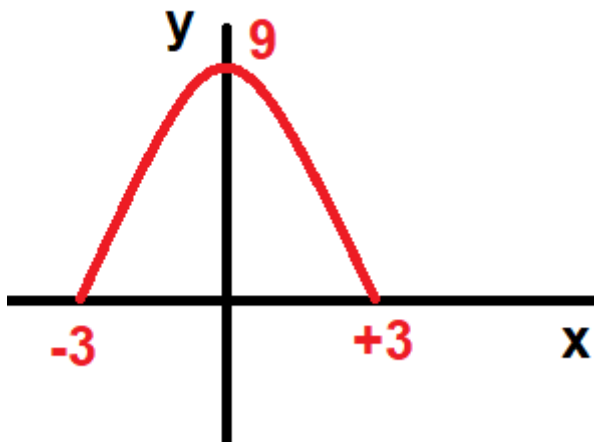
RESOLUÇÃO

Como a equação de segundo grau apresentada está incompleta, sem o termo bx , podemos encontrar as raízes da função, igualando a zero:

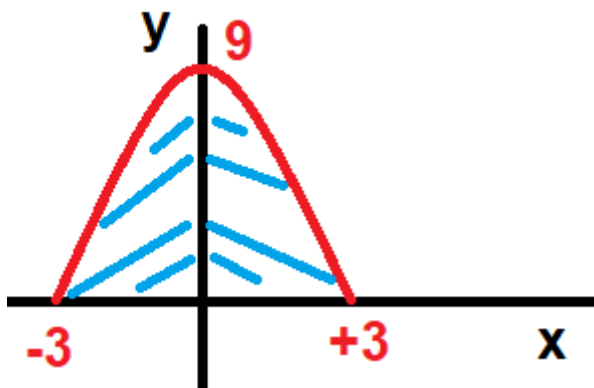
$$0 = 9 - x^2$$

$$x = \sqrt{9} = \mp 3$$

Representando, para $x=0$, $y=9$ temos:



Calculando a área do retângulo, é $\frac{2}{3}(B \times H)$, assim, tem-se a área sob a parábola



$$A = \frac{2}{3}(6 \times 9) = 36m^2$$

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT506
Resposta	Letra C

12) (ENEM 2013) Uma pequena fábrica vende seus bonés em pacotes com quantidades de unidades variáveis. O lucro obtido é dado pela expressão $L(x) = -x^2 + 12x - 20$, onde x representa a quantidade de bonés contidos no pacote. A empresa pretende fazer um único tipo de empacotamento, obtendo um lucro máximo. Para obter o lucro máximo nas vendas, os pacotes devem conter uma quantidade de bonés igual a:

- a) 4
- b) 6
- c) 9
- d) 10
- e) 14

RESOLUÇÃO

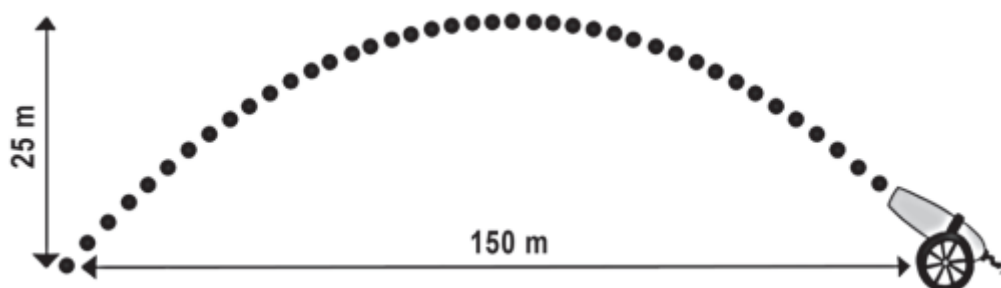
Como deseja-se o lucro máximo, e o x é a quantidade de bonés a ser vendido, tem-se o cálculo do x do vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2 \cdot (-1)} = 6$$

Em cada pacote serão colocados 6 bonés. Letra B

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT503

13) (ENEM 2018) Um projétil é lançado por um canhão e atinge o solo a uma distância de 150 metros do ponto de partida. Ele percorre uma trajetória parabólica, e a altura máxima que atinge em relação ao solo é de 25 metros.



Admita um sistema de coordenadas xy em que no eixo vertical y está representada a altura e no eixo horizontal x está representada a distância, ambas em metro. Considere que o canhão está no ponto $(150; 0)$ e que o projétil atinge o solo no ponto $(0; 0)$ do plano xy . A equação da parábola que representa a trajetória descrita pelo projétil é

a) $y = 150x - x^2$

b) $y = 3750x - 25x^2$

c) $75y = 300x - 2x^2$

d) $125y = 450x - 3x^2$

e) $225y = 150x - x^2$

RESOLUÇÃO:

Como deve-se considerar uma parábola, parte-se da equação a partir de suas raízes:

$$y = a(x - x')(x - x'')$$

Para as duas raízes, $x' = 0$ e $x'' = 150$

$$y = a(x - 0)(x - 150)$$

$$y = ax(x - 150)$$

Dessa forma, na metade do percurso, essa atinge sua altura máxima, em que $f(75) = 25$, assim:

$$f(75) = a(75)^2 - 150 \cdot a \cdot 75$$

$$25 = 5625a - 11250a$$

$$a = -\left(\frac{25}{5625}\right) = -\frac{1}{225}$$

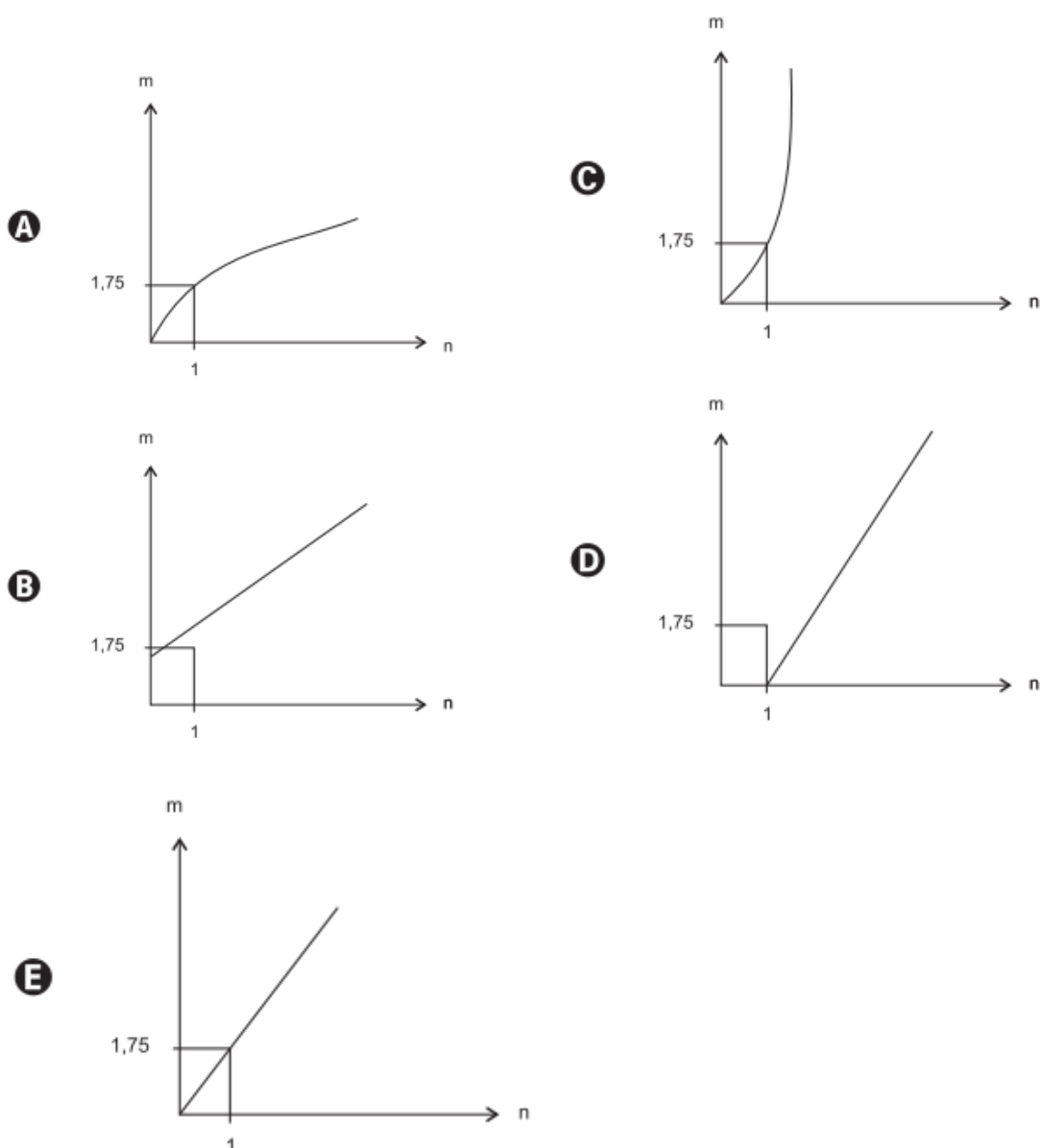
Substituindo o valor de a na equação, tem-se que:

$$y = -\frac{x^2}{225} + \frac{150x}{225}$$

Multiplicando todos os itens por 225, tem-se: $225y = 150x - x^2$.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT502, EM13MAT302
Resposta	Letra E

14) (ENEM 2011) As frutas que antes se compravam por dúzias, hoje em dia, podem ser compradas por quilogramas, existindo também a variação dos preços de acordo com a época de produção. Considere que, independente da época ou variação de preço, certa fruta custa R\$ 1,75 o quilograma. Dos gráficos a seguir, o que representa o preço m pago em reais pela compra de n quilogramas desse produto é



RESOLUÇÃO

Considerando que o valor por kilo é de 1,75, tem-se a indicação da função
 $f(n) = 1,75n$.

Quando eu não comprar nenhuma fruta, ou seja, 0 kilos, não gasto nada, por isso minha função terá o ponto inicial em (0,0). Sendo o expoente em n igual a 1, a função é de primeiro grau, com índice crescente conforme aumenta a quantidade de kilos comprada. Assim, a melhor representação é a Letra E.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT510, EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra E

15) (ENEM 2011) O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R\$ 100 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 350 000,00, enquanto a segunda cobrou R\$ 120 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R\$ 150 000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada. Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

- a) $100n + 350 = 120n + 150$
- b) $100n + 150 = 120n + 350$
- c) $100(n + 350) = 120(n + 150)$
- d) $100(n + 350\,000) = 120(n + 150\,000)$
- e) $350(n + 100\,000) = 150(n + 120\,000)$

RESOLUÇÃO

Como tem-se duas empresas, tem-se duas expressões:

Sobre o trabalho de cada empresa, tem-se $T1(n) = 100.000n + 350.000$

Para a empresa 2, tem-se $T2(n) = 120.000n + 150.000$

Tem-se valores indiferentes, quando houver a igualdade entre as empresas.

$$T1(n) = T2(n)$$

$$100.000n + 350.000 = 120.000n + 150.000$$

Simplificando a expressão por 1000, tem-se $100n + 350 = 120n + 150$.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT302
Resposta	Letra A

APÊNDICE B - AVALIAÇÃO PÓS-AUTOESTUDO

Aluno(a): _____

Email: _____

Semestre: _____

Questões retiradas das Provas do ENEM – Classificação com competências e habilidades da BNCC em Matemática e suas Tecnologias

- 1) (ENEM 2011) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4 300 vagas no setor, totalizando 880 605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: <http://www.folha.uol.com.br>. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

- a) $y = 4.300x$
- b) $y = 884.905x$
- c) $y = 872.005 + 4.300x$
- d) $y = 876.305 + 4.300x$
- e) $y = 880.605 + 4.300x$

RESOLUÇÃO

Ao ler o problema fica claro que o valor ao qual ocorrerá a variação de vagas é de 4300 vezes o mês, representado por x , ficando $4300 \cdot x$ para representar o total de trabalhadores com carteira assinada.

O número de trabalhadores disponibilizado 880605 corresponde ao mês de fevereiro, portanto quando o valor de x for igual a 2. Desta forma, devemos retirar duas vezes o incremento de 4300 trabalhadores do valor total de fevereiro, para encontrar o valor inicial sem os incrementos dos meses do ano.

$$2 \times 4.300 = 8.600$$

$$880.605 - 8.600 = 872.005$$

Logo, a expressão algébrica que representa o saldo de contratações, mês a mês, durante o ano é:

$$y = 872.005 + 4300 \cdot x$$

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra C

- 2) (ENEM 2019) Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R\$ 1 000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R\$ 80,00 por dia trabalhado. Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a

quantia Y , em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por

- a) $y = 80x + 920$
- b) $y = 80x + 1000$
- c) $y = 80x + 1080$
- d) $y = 160x + 840$
- e) $y = 160x + 1000$

RESOLUÇÃO

Primeiro ao analisar o enunciado não identificamos a quantidade de funcionários, mas um deles é gerente, ou seja, $x - 1$ são os funcionários que trabalham 2 dias por semana, ganhando R\$ 80,00 cada dia. Da expressão inicial temos:

$$y = 1000 + 160(x - 1)$$

$$y = 1000 + 160x - 160$$

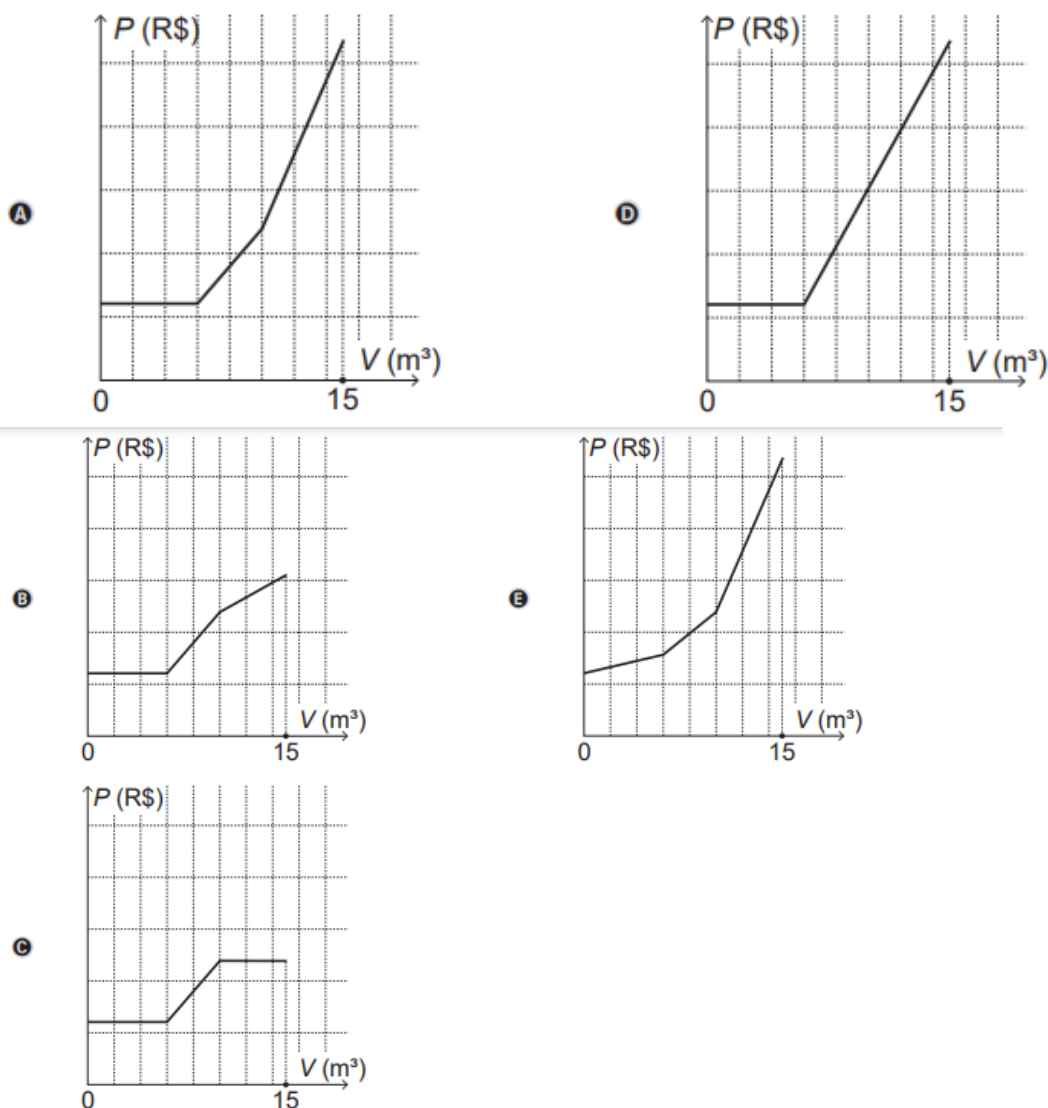
$$y = 160x + 840$$

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT302
Resposta	Letra D

- 3) (ENEM 2019) Uma empresa presta serviço de abastecimento de água em uma cidade. O valor mensal a pagar por esse serviço é determinado pela aplicação de tarifas, por faixas de consumo de água, sendo obtido pela adição dos valores correspondentes a cada faixa.

- Faixa 1: para consumo de até 6 m³, valor fixo de R\$ 12,00;
- Faixa 2: para consumo superior a 6 m³ e até 10 m³, tarifa de R\$ 3,00 por metro cúbico ao que exceder a 6 m³;
- Faixa 3: para consumo superior a 10 m³, tarifa de R\$ 6,00 por metro cúbico ao que exceder a 10 m³. Sabe-se que nessa cidade o consumo máximo de água por residência é de 15 m³ por mês.

O gráfico que melhor descreve o valor P , em real, a ser pago por mês, em função do volume V de água consumido, em metro cúbico, é



RESOLUÇÃO

Devemos considerar as faixas informadas no enunciado para a análise. A faixa 1 apresenta valor constante até $6 m^3$, independente se consumir 1, 2, 3... sucessivamente até 6 metros cúbicos, o valor será de R\$ 12,00 reais. Logo, temos um percurso constante em linha horizontal no gráfico.

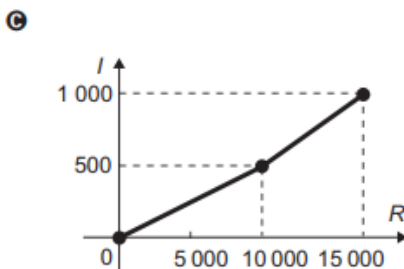
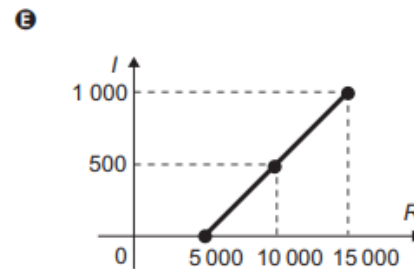
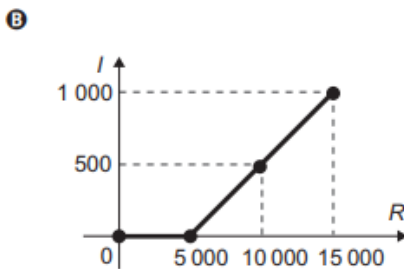
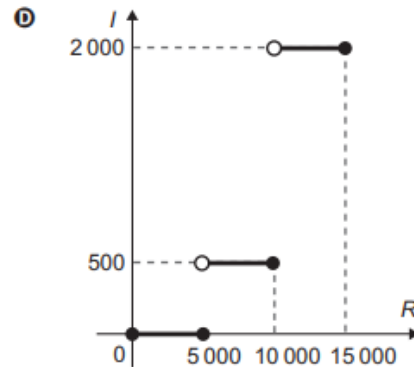
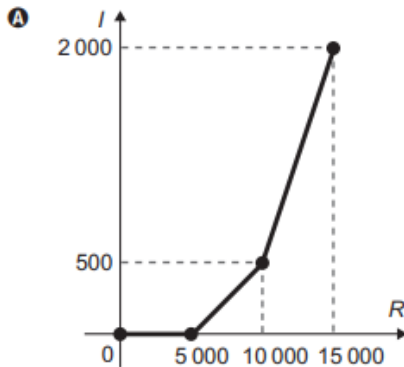
Em análise das divisões gráficas temos demarcações inteiras até o meio para completar $15 m^3$ sendo o valor médio de consumo informado, assim para cada demarcação temos o consumo de $2 m^3$, a imagem da letra A indica essa constante até o momento de $6 m^3$, após a segunda faixa quando ultrapassar $6 m^3$ até $10 m^3$ a tarifa é de R\$ 3,00 por metro que exceder o $6 m^3$, então tivemos um aumento do valor, sendo um valor crescente. Na terceira faixa 3, para um consumo superior de $10 m^3$ até o limite de R\$ 15,00, é o dobro de R\$ 3,00 que estava cobrando antes, o gráfico ficará mais inclinado. O que atende essa condição é a Letra A.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT503, EM13MAT501

- 4) (ENEM 2021) O quadro representa a relação entre o preço de um produto (R) e seu respectivo imposto devido (I).

Preço do produto (R)	Imposto devido (I)
$R \leq 5\,000$	isento
$5\,000 < R \leq 10\,000$	10% de $(R - 5\,000)$
$10\,000 < R \leq 15\,000$	$500 + 30\%$ de $(R - 10\,000)$

O gráfico que melhor representa essa relação é



RESOLUÇÃO

A questão trabalha a compreensão em três níveis numéricos o imposto devido pelo produto. Desta forma, é preciso analisar cada um dos níveis até o seu valor máximo para representar graficamente a variação.

Na primeira faixa, até o valor de 5.000, o valor do imposto é isento, assim, não temos variação no eixo y , ficando a reta paralela constante sob o eixo x , até o limite de 5 mil.

A segunda faixa, que varia o valor do produto de 5 mil até 10 mil, o seu limite é 10 mil. Aplicando ao cálculo do imposto, temos:

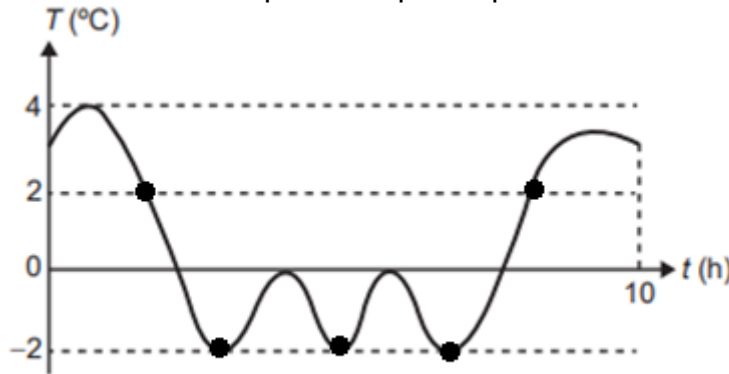
$$10\%(R - 5000)$$

$$T^2 = 4$$

$$T = \sqrt{4}$$

$$T = \mp 2$$

Nesse sentido, as falhas ocorrem quando a temperatura está em $+2$ e -2 . Analisando o gráfico, temos as indicações da temperatura durante o funcionamento da máquina. Nos instantes de temperatura $+2$ e -2 , temos velocidade nula, assim são 5 momentos que a máquina apresenta velocidade nula em seu funcionamento.



Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra E

6) (ENEM 2022) Ao analisar os dados de uma epidemia em uma cidade, peritos obtiveram um modelo que avalia a quantidade de pessoas infectadas a cada mês, ao longo de um ano. O modelo é dado por $p(t) = -t^2 + 10t + 24$, sendo t um número natural, variando de 1 a 12, que representa os meses do ano, e $p(t)$ a quantidade de pessoas infectadas no mês t do ano. Para tentar diminuir o número de infectados no próximo ano, a Secretaria Municipal de Saúde decidiu intensificar a propaganda oficial sobre os cuidados com a epidemia. Foram apresentadas cinco propostas (I, II, III, IV e V), com diferentes períodos de intensificação das propagandas:

- I: $1 \leq t \leq 2$;
- II: $3 \leq t \leq 4$;
- III: $5 \leq t \leq 6$;
- IV: $7 \leq t \leq 9$;
- V: $10 \leq t \leq 12$.

A sugestão dos peritos é que seja escolhida a proposta cujo período de intensificação da propaganda englobe o mês em que, segundo o modelo, há a maior quantidade de infectados. A sugestão foi aceita. A proposta escolhida foi a

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) IV.
- e) V

RESOLUÇÃO

Após a leitura da questão, compreende-se que é preciso calcular o valor máximo de x em que a intensificação da propaganda ocorra no mês em que há maior quantidade de infectados.

Neste sentido, o valor máximo de x é trabalhando pelo x do vértice, onde $x_v = \frac{-b}{2a}$

$$x_v = \frac{-10}{2 \cdot (-1)} = 5$$

A opção III das propostas apresentadas, inclui o tempo do quinto mês, ou seja, a intensificação da propaganda deverá ocorrer entre os meses de maio e junho.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT503
Resposta	Letra C

7) (ENEM 2016) Para evitar uma epidemia, a Secretaria de Saúde de uma cidade dedetizou todos os bairros, de modo a evitar a proliferação do mosquito da dengue. Sabe-se que o número f de infectados é dado pela função $f(t) = -2t^2 + 120t$ (em que t é expresso em dia e $t = 0$ é o dia anterior à primeira infecção) e que tal expressão é válida para os 60 primeiros dias da epidemia. A Secretaria de Saúde decidiu que uma segunda dedetização deveria ser feita no dia em que o número de infectados chegasse à marca de 1 600 pessoas, e uma segunda dedetização precisou acontecer. A segunda dedetização começou no

- A) 19° dia .
- B) 20° dia.
- C) 29° dia.
- D) 30° dia.
- E) 60° dia.

RESOLUÇÃO

A função que calcula o número f de infectados é dada por: $f(t) = -2 \cdot t^2 + 120 \cdot t$

Fazendo: $f(t) = 1600 \rightarrow -2 \cdot t^2 + 120 \cdot t = 1600$

Dividindo a expressão por -2, temos:

$$t^2 - 60 \cdot t + 800 = 0$$

Calculando por soma para $b=60$ e produto para $c = 800$, temos

$T' = 20$ ou $t'' = 40$

Quando ocorreu a segunda dedetização será no 20° dia, na qual o número de infectados chegou em 1600.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra B

8) (ENEM 2013) A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento ($t = 0$) e varia de acordo com a expressão $T(t) = -\frac{t^2}{4} + 400$ com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39 °C.

Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

- a) 19,0
- b) 19,8
- c) 20,0
- d) 38,0
- e) 39,0

RESOLUÇÃO

O tempo mínimo de espera ocorre quando a temperatura chega à 39°C, assim:

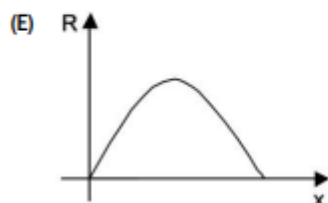
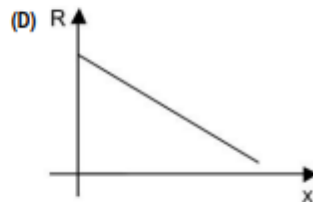
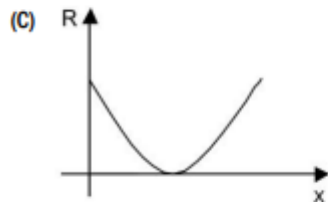
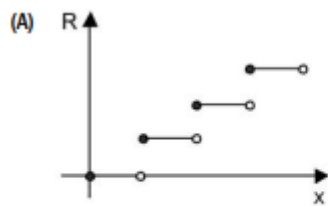
$$\begin{aligned}
 T(t) &= -\frac{t^2}{4} + 400 \\
 39 &= -\frac{t^2}{4} + 400 \\
 t^2 &= (400 - 39) \cdot 4 \\
 t &= \sqrt{361 \cdot 4} \\
 t &= 19 \cdot 2 = 38 \text{ min}
 \end{aligned}$$

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra D

9) (ENEM 2000) Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo R a rapidez de propagação, P o público-alvo e x o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se:

$R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$, em que k é uma constante positiva característica do boato.

O gráfico cartesiano que melhor representa a função R(x), para x real, é:



RESOLUÇÃO

Considerando a expressão, e aplicando a distributiva temos:

$$R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$$

$$R(x) = k \cdot x \cdot P - kx^2$$

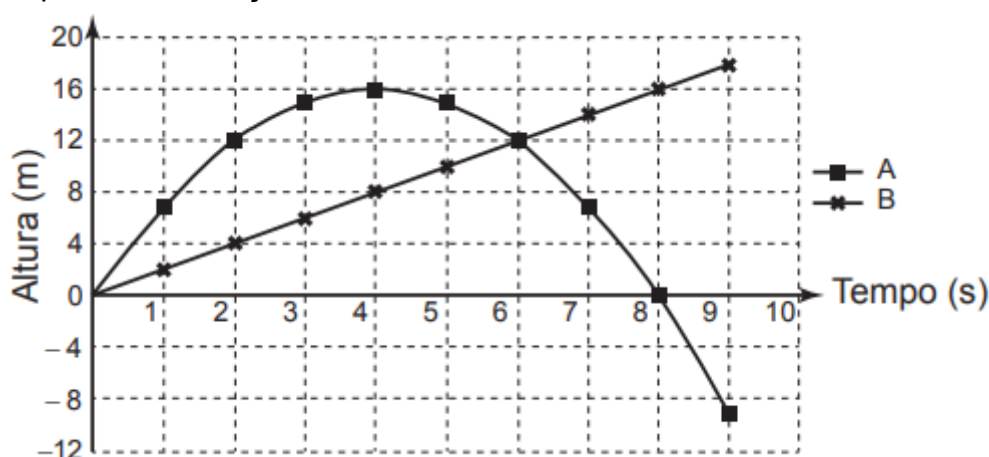
Temos para os coeficientes ($f(x) = ax^2 + bx + c$) $a = -k$ e $b = kx$.

Como o coeficiente a é negativo, a representação é a parábola voltada para baixo.

Letra E a alternativa correta.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT502, EM13MAT404, EM13MAT302

10) (ENEM 2016) Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado. Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que

- diminuir em 2 unidades.
- diminuir em 4 unidades.
- aumentar em 2 unidades.
- aumentar em 4 unidades.
- aumentar em 8 unidades.

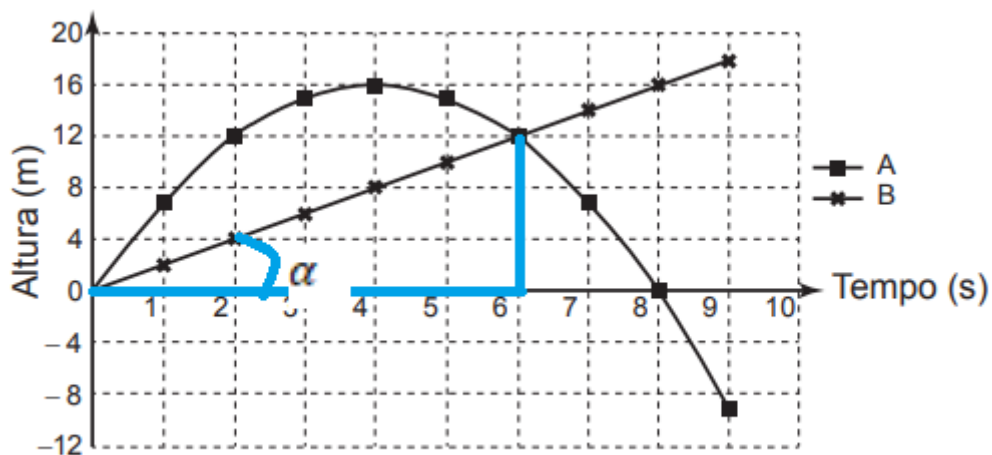
RESOLUÇÃO

O coeficiente angular da reta é calculado a partir da tangente, sendo:

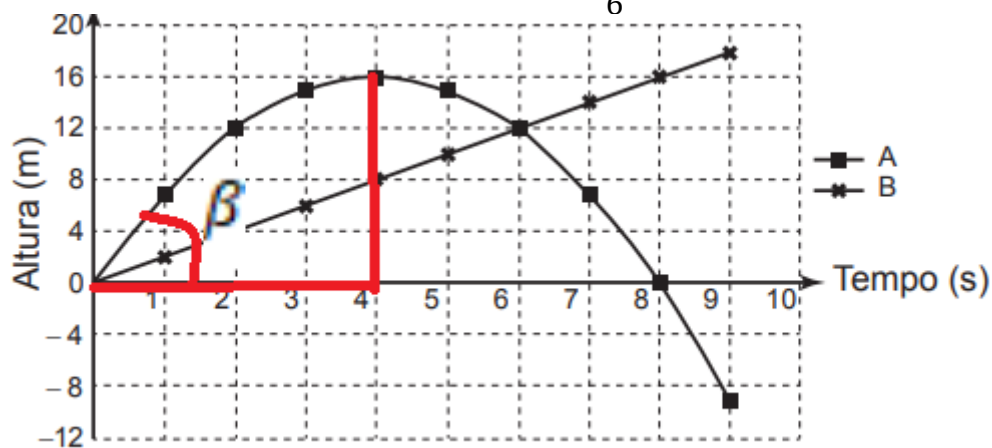
$$tg\theta = \frac{co}{ca}$$

Analisando as trajetórias, o projétil B não alcança o projétil A no seu momento máximo que deveria em A ocorrer no momento 4s.

Desta forma, vamos calcular a tangente para os dois momentos que temos:



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{6} = 2$$



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{16}{4} = 4$$

De um momento angular para o outro, é preciso que o coeficiente da reta aumente duas unidades, letra C.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT308, EM13MAT101

11) (ENEM 2015) Um meio de transporte coletivo que vem ganhando espaço no Brasil é a van, pois realiza, com relativo conforto e preço acessível, quase todos os tipos de transportes: escolar e urbano, intermunicipal e excursões em geral. O dono de uma van, cuja capacidade máxima é de 15 passageiros, cobra para uma excursão até a capital de seu estado R\$ 60,00 de cada passageiro. Se não atingir a capacidade máxima da van, cada passageiro pagará mais R\$ 2,00 por lugar vago. Sendo x o número de lugares vagos, a expressão que representa o valor arrecadado $V(x)$, em reais, pelo dono da van, para uma viagem até a capital é:

a) $V(x) = 902x$

b) $V(x) = 930x$

c) $V(x) = 900 + 30x$

d) $V(x) = 60x + 2x^2$

e) $V(x) = 900 - 30x - 2x^2$

RESOLUÇÃO:

Seja x o número de pessoas que não compareceram, ou seja, os lugares vagos. Já os lugares ocupados correspondem a $15 - x$.

O pagamento pelo lugar ocupado é calculado por $60 \cdot (15 - x)$.

Além disso, cada um pagará 2 reais por vaga não ocupada, ou seja, $2x (15 - x)$, então, somando as duas expressões para ter o valor final:

$$V(x) = 60 (15 - x) + 2x (15 - x)$$

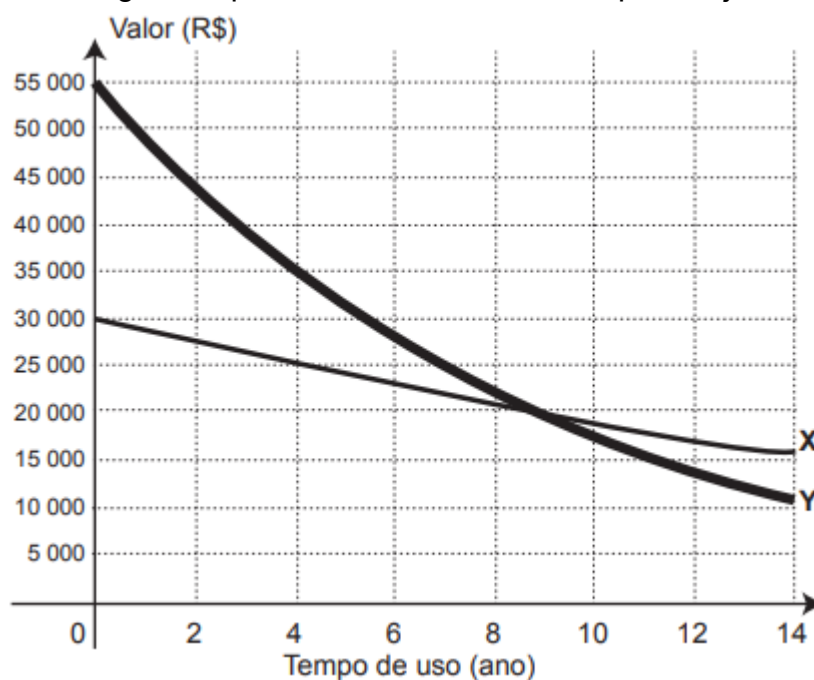
$$V(x) = 900 - 60x + 30x - 2x^2$$

$$V(x) = 900 - 30x - 2x^2$$

EM13MAT302

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra E

12) (ENEM 2015) Alguns brasileiros têm o hábito de trocar de carro a cada um ou dois anos, mas essa prática nem sempre é um bom negócio, pois o veículo desvaloriza com o uso. Esse fator é chamado de depreciação, sendo maior nos primeiros anos de uso. Uma pessoa realizou uma pesquisa sobre o valor de mercado dos dois veículos (X e Y) que possui. Colocou os resultados obtidos em um mesmo gráfico, pois os veículos foram comprados juntos.

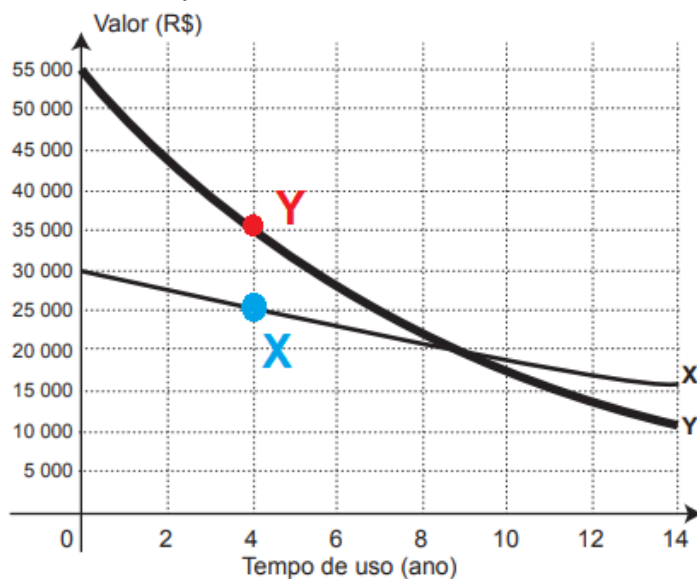


Após a pesquisa, ela decidiu vender os veículos no momento em que completarem quatro anos de uso. Disponível em: www.carrosnaweb.com.br. Acesso em: 3 ago. 2012 (adaptado). Considerando somente os valores de compra e de venda dos veículos por essa pessoa, qual a perda, em reais, que ela terá?

- a) 10 000,00
- b) 15 000,00
- c) 25 000,00
- d) 35 000,00
- e) 45 000,00

RESOLUÇÃO

A partir da análise gráfica temos:



Para o carro Y: Comprou por R\$55.000, vendeu por R\$35.000. Logo, tem-se R\$20.000 reais de prejuízo

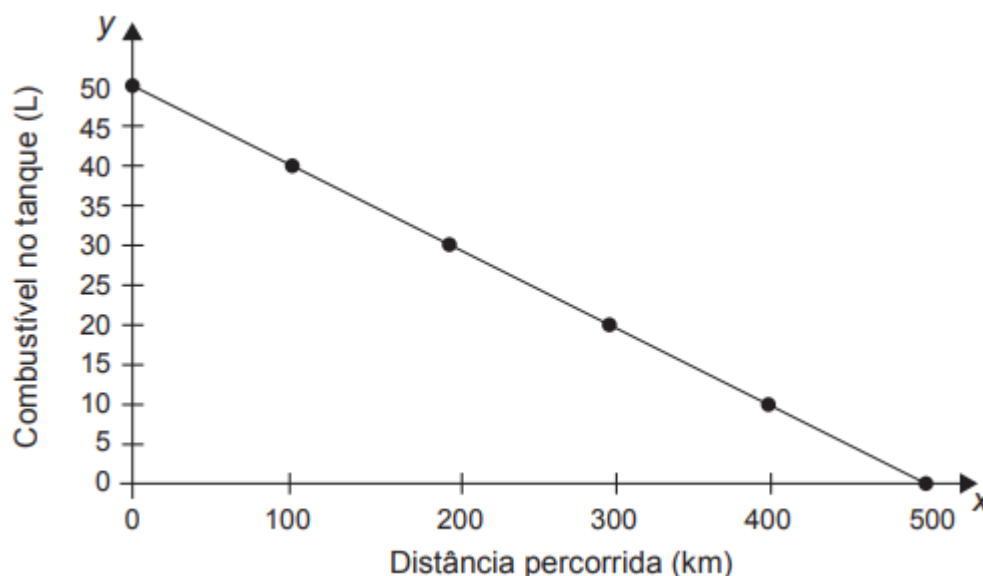
Para o carro X: Comprou por R\$30.000, vendeu por R\$25.000. Logo, perdeu R\$5.000 reais.

O prejuízo total é de R\$25.000.

EM13MAT510

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra C

13) (ENEM 2018) Uma indústria automobilística está testando um novo modelo de carro. Cinquenta litros de combustível são colocados no tanque desse carro, que é dirigido em uma pista de testes até que todo o combustível tenha sido consumido. O segmento de reta no gráfico mostra o resultado desse teste, no qual a quantidade de combustível no tanque é indicada no eixo y (vertical), e a distância percorrida pelo automóvel é indicada no eixo x (horizontal).



A expressão algébrica que relaciona a quantidade de combustível no tanque e a distância percorrida pelo automóvel é

a) $y = -10x + 500$

b) $y = \frac{-x}{10} + 50$

c) $y = \frac{-x}{10} + 500$

d) $y = \frac{x}{10} + 50$

e) $y = \frac{x}{10} + 500$

RESOLUÇÃO

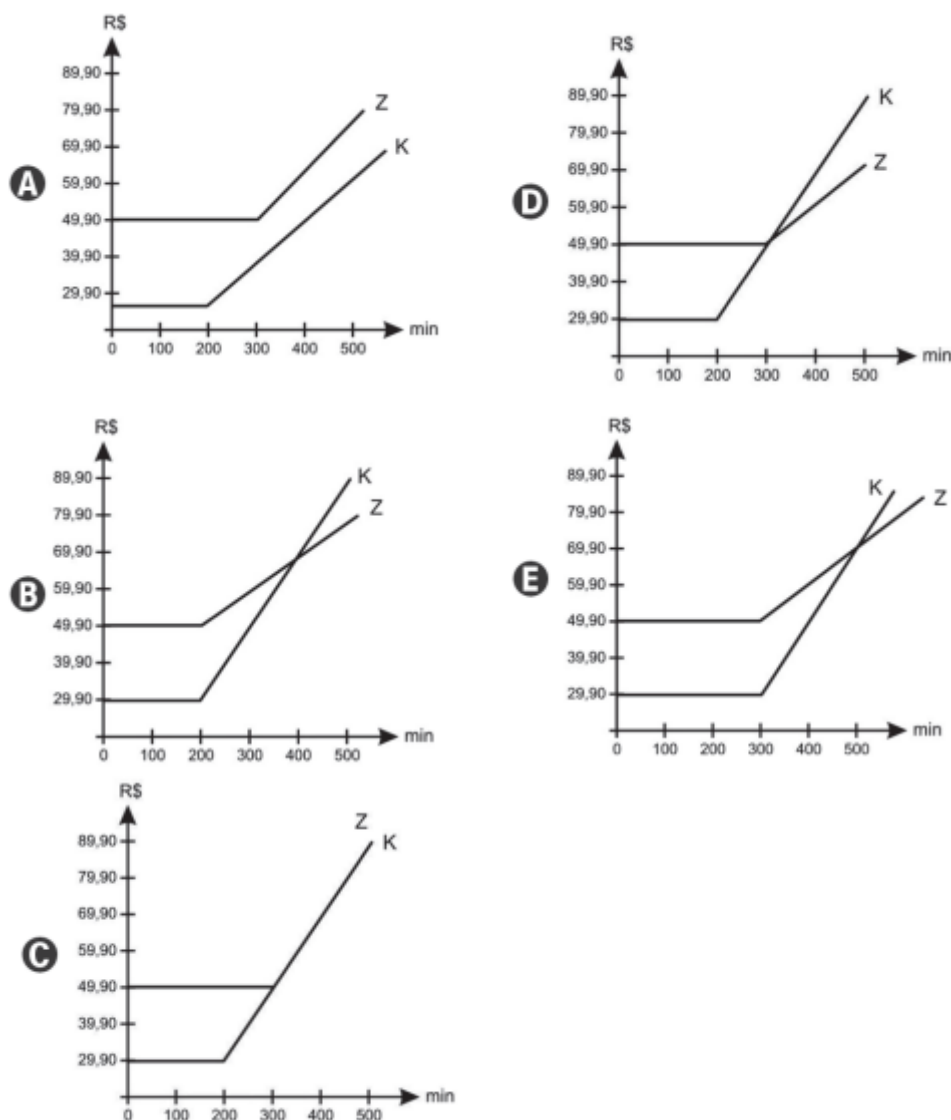
O Gráfico apresenta uma função afim decrescente, assim $f(x) = -ax + b$. Desta forma, eliminamos as alternativas D e E.

Analisando o gráfico, quando $x = 0, y = 50$

Substituindo na expressão $f(x) = -ax + b$, temos $f(0) = -a \cdot 0 + b = 50$, logo $b = 50$. Das alternativas, a que satisfaz a condição do gráfico ser decrescente e $b = 50$ é a letra B.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT404, EM13MAT302
Resposta	Letra B

14) (ENEM 2011) Uma empresa de telefonia fixa oferece dois planos aos seus clientes: no plano K, o cliente paga R\$ 29,90 por 200 minutos mensais e R\$ 0,20 por cada minuto excedente; no plano Z, paga R\$ 49,90 por 300 minutos mensais e R\$ 0,10 por cada minuto excedente. O gráfico que representa o valor pago, em reais, nos dois planos em função dos minutos utilizados é



RESOLUÇÃO

Para o Plano K, até 200 min, o valor de R\$ 29,90 será constante. Para o plano Z, até 300 min, temos R\$ 49,90 sendo constante. Já nesta primeira análise, percebe-se na representação gráfica em A e B, que não seguem estas informações. Já a Letra C, o coeficiente angular (ou seja, a variação de valores em função dos minutos excedentes não é igual em K temos 0,20 e em Z 0,10 o minuto. O que nos retorna a Letra D como a alternativa correta. Pois K tem uma inclinação maior que Z.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT101, EM13MAT510

15) (ENEM 2015) Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, R\$ 300,00. Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação

$q = 400 - 100p$, na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e p , o seu preço em reais. A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão especial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda desse produto. O preço p , em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo

- a) R\$ $0,50 \leq p < \text{R\$ } 1,50$
- b) R\$ $1,50 \leq p < \text{R\$ } 2,50$
- c) R\$ $2,50 \leq p < \text{R\$ } 3,50$
- d) R\$ $3,50 \leq p < \text{R\$ } 4,50$
- e) R\$ $4,50 \leq p < \text{R\$ } 5,50$

RESOLUÇÃO

Primeira informação relevante é que se deseja a maior arrecadação possível, mantendo a média de vendas em R\$ 300,00. Podemos afirmar que a padaria vende cada pão a R\$ 3, já que são 100 pães e tem R\$ 300,00 de média de vendas.

Assim, temos a arrecadação sendo $a = p \cdot q$; sendo $q = 400 - 100p$, substituindo

$$a = p(400 - 100p)$$

$$a = 400p - 100p^2$$

Mantendo a arrecadação em 300, tem-se

$$300 = 400p - 100p^2$$

Simplificando

$$3 = 4p - 1p^2$$

Igualando a zero tem-se:

$$p^2 - 4p + 3 = 0$$

Utilizando soma para 4 e produto para 3, tem-se

$$S = 4$$

$$P = 3$$

$P' = 1$ ou $p'' = 3$, R\$ 3 já tínhamos este valor. Se a padaria abaixar para R\$ 1 o valor de cada pão na promoção, permanecerá com o valor de R\$ 300 como média de vendas.

Dificuldade	Médio
Competência Específica	CEMAT04
Habilidade	EM13MAT302
Resposta	Letra A

**APÊNDICE C - SLIDES DAS VIDEOAULAS GRAVADAS PARA POSTAGEM NO
PADLET**

Videoaula 1: ideia de função

A IDEIA DE FUNÇÃO



A IDEIA DE FUNÇÃO

Relacionar os valores de duas grandezas variáveis.

Considere o consumo de combustível por um automóvel

Número de litros (x)	Preço a pagar (y)
1	3,50
2	7,00
3	10,50
⋮	⋮
10	
⋮	⋮
	105



SITUAÇÃO PROBLEMA

Se o valor por litro é unitário, qual a fórmula que associa o preço a pagar (y) em função ao número de litros (x)?

Número de litros (x)	Preço a pagar (y)
1	1. $3,50 = 3,50$
2	2. $3,50 = 7,00$
3	3. $3,50 = 10,50$
$\vdots$	$\vdots$
l	$l. 3,50 = p$



SITUAÇÃO PROBLEMA

Qual seria o preço de 10 litros de combustível?

Número de litros (x)	Preço a pagar (y)
1	1. $3,50 = 3,50$
2	2. $3,50 = 7,00$
3	3. $3,50 = 10,50$
$\vdots$	$\vdots$
x	$x. 3,50 = y$

► $y(x) = 3,50 \cdot x$

► $y(10) = 3,50 * 10$

► $y = 35,00$



SITUAÇÃO PROBLEMA

Quantos litros de combustível poderiam ser comprados com R\$ 105,00?

Número de litros (x)	Preço a pagar (y)
1	3,50
2	7,00
3	10,50
⋮	⋮
10	35
⋮	⋮
x	105

► $y(x) = 3,50 \cdot x$

► $105 = 3,50 \cdot x$

► $x = \frac{105}{3,50} = 30$

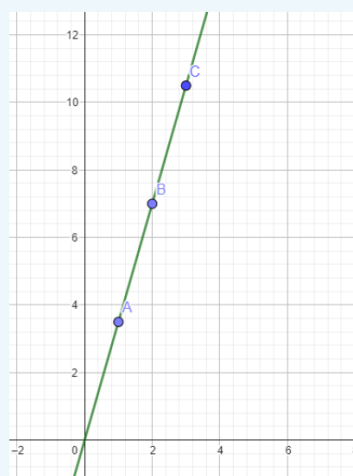
► Portanto, foram comprados 30 litros.



SITUAÇÃO PROBLEMA

Representação no plano $y(x) = 3,50 \cdot x$

Número de litros (x)	Preço a pagar (R\$ - y)
1	3,50
2	7,00
3	10,50
⋮	⋮
10	35
⋮	⋮
30	105





SITUAÇÃO PROBLEMA

Se houver um valor fixo a ser pago, devido a venda do produto, além do preço por litro. Por exemplo uma taxa de R\$ 3 reais por venda, como ficaria a expressão?

► $y(x) = 3,50.x + 3$

► $y(x) = ax + b$

► a = taxa de variação/coeficiente angular/declividade

► b = valor inicial/coeficiente linear

Demonstração no Geogebra



REFERENCIAS

- DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contexto: função afim e função quadrática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020
- GIOVANNI, J. R. ; GIOVANNI JUNIOR, J. R.. **Matemática: pensar & descobrir**. São Paulo: FDT, 2005.

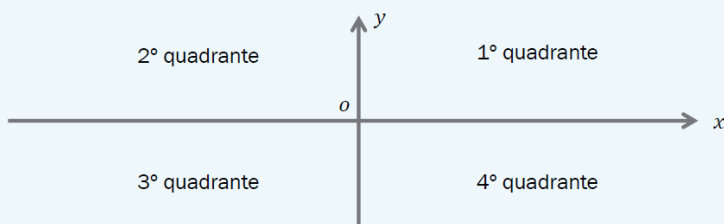
Videoaula 2: representação de funções

DEFINIÇÃO E REPRESENTAÇÃO DE
FUNÇÃO



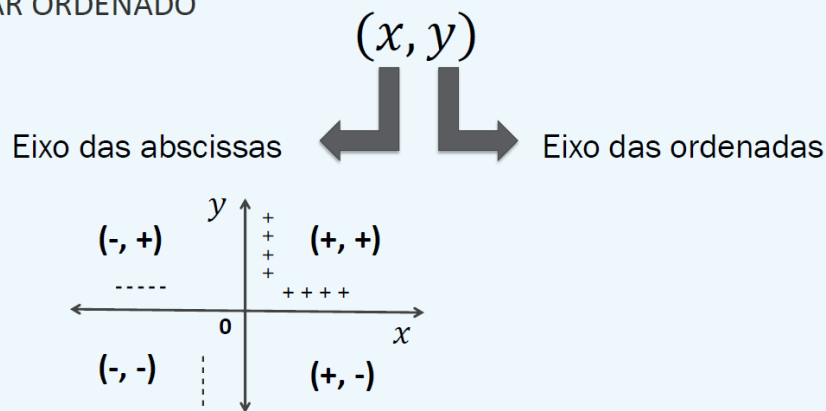
PLANO CARTESIANO

Cada eixo está associado ao conjunto dos números reais, temos o que se denomina de sistema de coordenadas cartesianas (ou plano cartesiano)





PAR ORDENADO



NOTAÇÃO

A notação usual para indicar que uma variável y resulta de uma função sobre x é a **notação de função de Euler** indicada por:

$y = f(x)$ (lê-se: “ y igual a f de x ” ou “o valor de f em x ”)

Onde x é a **variável independente** e $y = f(x)$ é a **variável dependente**.



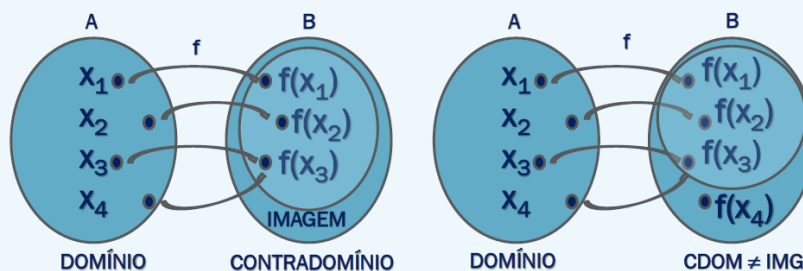
FUNÇÃO

Uma função de um conjunto A em um conjunto B é uma lei, ou ainda, uma regra de formação que associa todo elemento em A a um único elemento em B.

- **DOMÍNIO:** o conjunto A é o domínio da função.
- **IMAGEM:** é o conjunto B, formado por todos os valores produzidos por essa lei de formação.
- **CONTRADOMÍNIO:** pode ser o conjunto B, ou um conjunto C, que contém outros elementos além dos pertencentes a B.



EXEMPLOS





CONTRAEXEMPLO

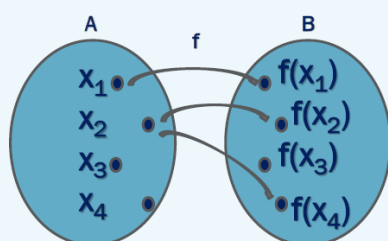
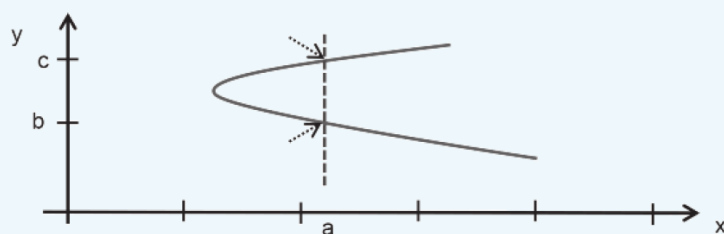


GRÁFICO DE UMA RELAÇÃO QUE NÃO É FUNÇÃO





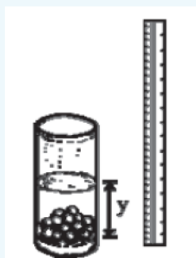
RESOLUÇÃO – QUESTÃO ENEM

(ENEM 2009) Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



RESOLUÇÃO – QUESTÃO ENEM

O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.



número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).



Representando graficamente

Analisando o número de bolas ocorre um aumento a cada 5 unidades, e o nível de água sobe a cada 0,35 cm ao inserirmos 5 bolas dentro do recipiente. Assim, vamos encontrar o valor desta relação para 1 bola.

$$5b = 0,35\text{cm}$$

$$1b = x$$

:

$$1b = 0,07x$$

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).



Representando graficamente

Logo, qual é o nível de água ,y, sem nenhuma das bolas (x) dentro?

Seria quando $x = 0$, usando a estratégia menos 0,35cm, temos que a altura inicial da coluna de água é de 6 cm.

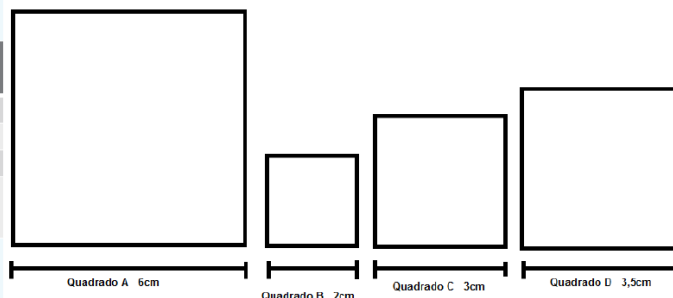
Assim, temos que $y = 6 + 0,07x$



FUNÇÃO QUADRÁTICA

Ao considerar o lado do quadrado, podemos propor a área

	Medida do lado (cm)	Área (cm ²)
Quadrado A	6	36
Quadrado B	2	4
Quadrado C	3	9
Quadrado D	3,5	12,25



NOTAÇÃO

A área (y) do quadrado é função da medida (x) do lado.

$y = f(x) = x^2 \rightarrow$ relação de dependência ou lei de formação da função.



REFERÊNCIAS

- DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contexto: função afim e função quadrática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020
- GIOVANNI, J. R. ; GIOVANNI JUNIOR, J. R.. **Matemática: pensar & descobrir**. São Paulo: FDT, 2005.

Videoaula 3 : interpretação gráfica de funções

INTERPRETAÇÃO GRÁFICA E SINAL



2

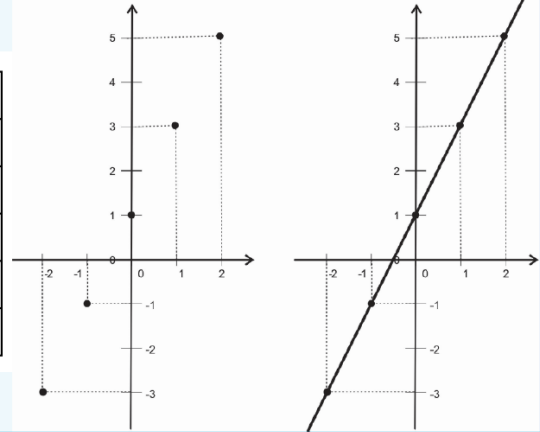
Representando graficamente

Considere a seguinte função: $f(x) = 2x + 1$, escreva os pares ordenados (x, y) , tais que $x \in A = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \subset D(f)$ e $y = f(x)$. Qual o gráfico da função?



Temos que:

x	$y = f(x) = 2x+1$	(x,y)
-2	$y = f(-2) = 2(-2) + 1 = -3$	(-2, -3)
-1	$y = f(-1) = 2(-1) + 1 = -1$	(-1, -1)
0	$y = f(0) = 2 \cdot 0 + 1 = 1$	(0, 1)
1	$y = f(1) = 2 \cdot 1 + 1 = 3$	(1, 3)
2	$y = f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5$	(2, 5)



EXEMPLOS DE FUNÇÕES AFIM:

a) $f(x) = -5x + 3$ ➡ Função decrescente

b) $f(x) = 5x + 3$ ➡ Função crescente

c) $f(x) = -5x$ ➡ Função linear

d) $f(x) = 3$ ➡ Função constante



FUNÇÕES AFIM CRESCENTE E DECRESCENTE

Definição:

Seja f uma função definida em um intervalo I e sejam x_1 e x_2 dois pontos em I :

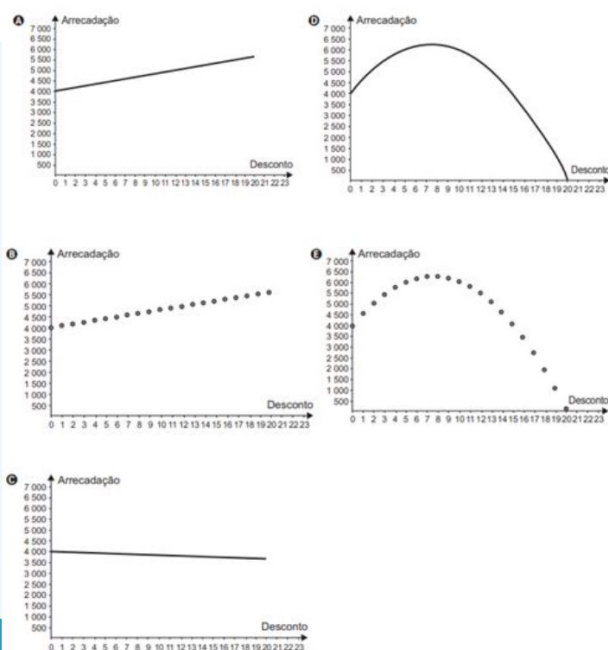
- 1) Se $f(x_2) > f(x_1)$ sempre que $x_1 < x_2$, então f é crescente em I .
- 2) Se $f(x_2) < f(x_1)$ sempre que $x_1 < x_2$, então f é decrescente em I .



SITUAÇÃO PROBLEMA

(ENEM 2021) O administrador de um teatro percebeu que, com o ingresso do evento a R\$ 20,00, um show conseguia atrair 200 pessoas e que, a cada R\$ 1,00 de redução no preço do ingresso, o número de pessoas aumentava em 40. Ele sabe que os donos do teatro só admitem trabalhar com valores inteiros para os ingressos, pela dificuldade de disponibilizar troco, e pretende convencê-los a diminuir o preço do ingresso. Assim, apresentará um gráfico da arrecadação em função do valor do desconto no preço atual do ingresso.

O gráfico que mais se assemelha ao que deve ser elaborado pelo administrador é



SITUAÇÃO PROBLEMA

A primeira informação que podemos trabalhar é o valor do ingresso e a quantidade de pessoas, sendo o valor da arrecadação:

$$A = 20 \cdot 200 = 4000$$

O valor de 4 mil não auxilia muito, pois todos os gráficos apresentam o seu início em 4 mil.



SITUAÇÃO PROBLEMA

Devemos analisar a indicação do desconto, sendo:

$(20-1).(200+40)$, a cada um real que é descontado do valor do ingresso, tem-se 40 pessoas a mais participando, assim:

$(20-2).(200+80)$

$(20-3).(200+120)$

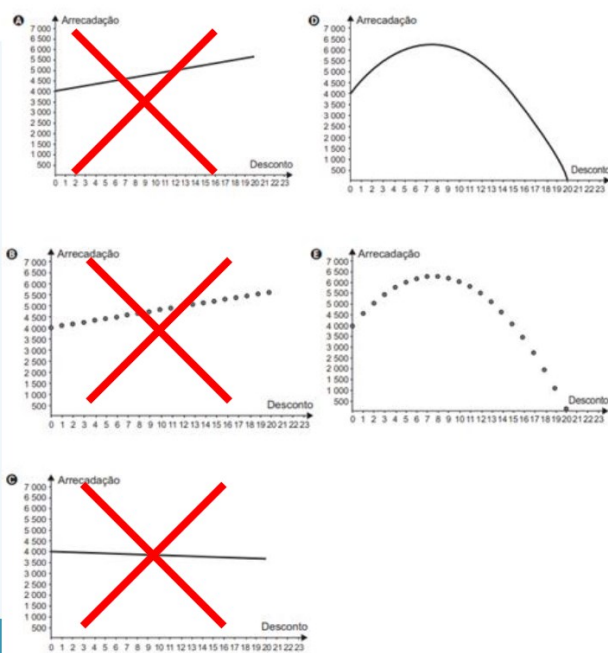
Até um valor aleatório: $(20-x).(200+40.x)$



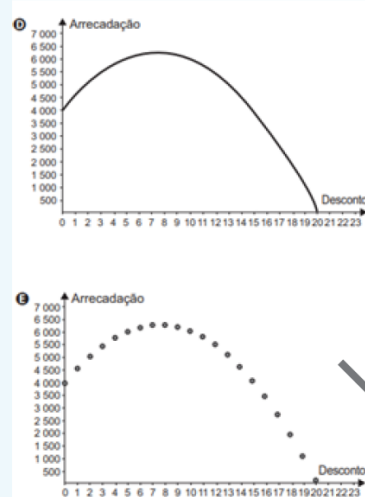
SITUAÇÃO PROBLEMA

$$(20 - x). (200 + 40. x)$$

$$4000 + 800x - 200x - 40x^2 \text{ (equação quadrática)}$$



Dificuldade troco
Valores inteiros





REFERENCIAS

- DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contexto: função afim e função quadrática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020
- GIOVANNI, J. R. ; GIOVANNI JUNIOR, J. R.. **Matemática: pensar & descobrir**. São Paulo: FDT, 2005.

Videoaula 4 : funções quadráticas

ZERO OU RAÍZ DA FUNÇÃO AFIM



ZERO OU RAÍZ DA FUNÇÃO AFIM

Chama-se zero ou raiz da função do 1º grau

$f(x) = ax + b$ o número real x tal que $f(x) = 0$.

Basta resolver a equação $ax + b = 0$



ZERO OU RAIZ DA FUNÇÃO AFIM

O zero da função $f(x) = 3x + 2$

$$0 = 3x + 2$$

$$3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$



ZERO OU RAIZ DA FUNÇÃO AFIM

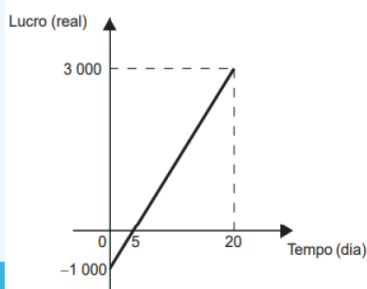
Sendo $a = 3$ e $b = 2$, afirmamos que o zero da função é descrito por:

$$x = \frac{-b}{a}$$



RESOLUÇÃO DA QUESTÃO

(ENEM 2017) Em um mês, uma loja de eletrônicos começa a obter lucro já na primeira semana. O gráfico representa o lucro (L) dessa loja desde o início do mês até o dia 20. Mas esse comportamento se estende até o último dia, o dia 30.



RESOLUÇÃO DA QUESTÃO

A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é

- a. $L(t) = 20t + 3\,000$
- b. $L(t) = 20t + 4\,000$
- c. $L(t) = 200t$
- d. $L(t) = 200t - 1\,000$
- e. $L(t) = 200t + 3\,000$

► A representação algébrica do lucro (L) em função do tempo (t) é

- a. $L(t) = 20t + 3\,000$
- b. $L(t) = 20t + 4\,000$
- c. $L(t) = 200t$
- d. $L(t) = 200t - 1\,000$
- e. $L(t) = 200t + 3\,000$



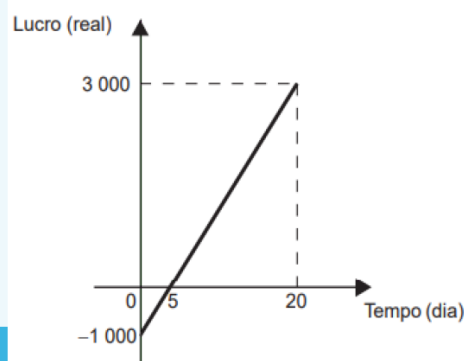
RESOLUÇÃO DA QUESTÃO

Para $x = 0$, temos $y = -1000$, como o valor inicial da função, ou mesmo o coeficiente linear da reta.

Para $x = 5$; $y = 0$,

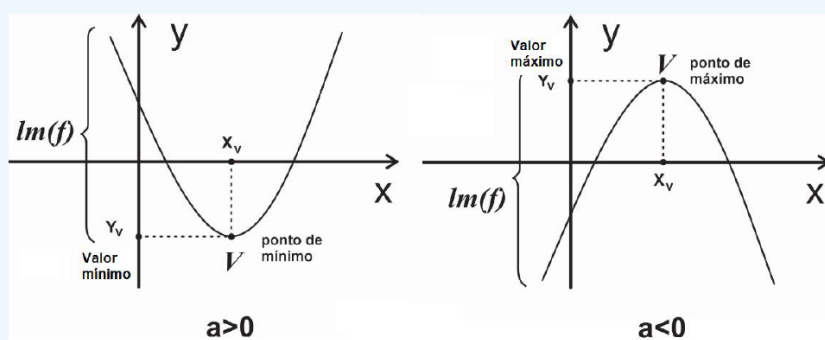
Temos:

$$a = \frac{-b}{x} = \frac{-1000}{5} = 200$$



REFERENCIAS

- DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. Matemática em contexto: função afim e função quadrática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020
- GIOVANNI, J. R. ; GIOVANNI JUNIOR, J. R.. Matemática: pensar & descobrir. São Paulo: FDT, 2005.

Videoaula 5: estudo do vértice de funções quadráticas**VÉRTICE E SIMETRIA DA PARÁBOLA****FUNÇÕES QUADRÁTICAS**



VÉRTICE E SIMETRIA DA PARÁBOLA

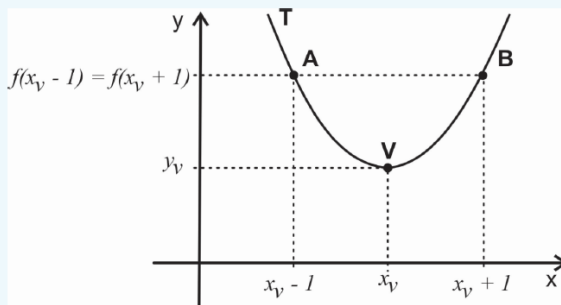
Em função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, se:

- $a > 0$, o gráfico tem concavidade voltada para cima, e o vértice é seu ponto mais baixo;
- $a < 0$, o gráfico tem concavidade voltada para baixo, e o vértice é seu ponto mais alto.



VÉRTICE E SIMETRIA DA PARÁBOLA

A parábola é simétrica em relação ao seu vértice



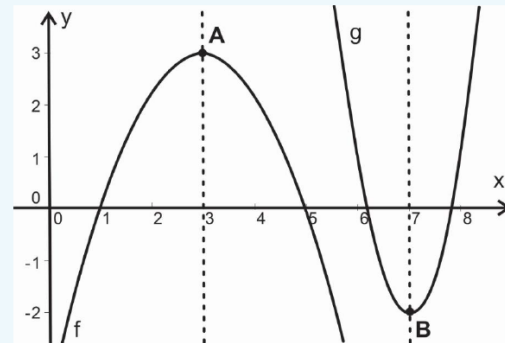
$$V = (x_v; y_v) = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a} \right)$$



VÉRTICE E SIMETRIA DA PARÁBOLA

Dada $f(x) = -0,75x^2 + 4,5x - 3,75$, e

$g(x) = 3x^2 - 42x + 145$, temos:

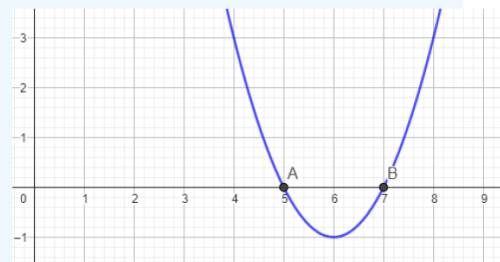


x_v e y_v

Simetria parábola

$$x^2 - 12x + 35$$

Raízes 5 e 7 $x_v = \frac{x' + x''}{2} = \frac{5 + 7}{2} = 6$



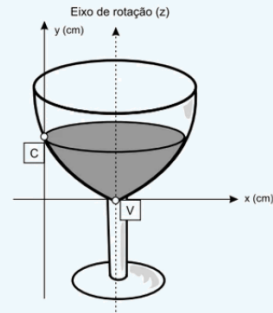
Substituindo $x = 6$ na lei de formação da função, para y_v

$$6^2 - 12 \cdot 6 + 35 = 36 - 72 + 35 = -1$$



SITUAÇÃO PROBLEMA

(Enem-2013) A parte interior de uma taça foi gerada pela rotação de uma parábola em torno de um eixo z , conforme mostra a figura.

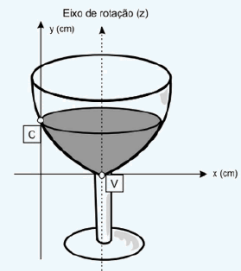


SITUAÇÃO PROBLEMA

A função real que expressa a parábola, no plano cartesiano da figura, é dada pela lei :

$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$, onde C é a medida da altura do líquido contido na taça, em centímetros. Sabe-se que o ponto V , na figura, representa o vértice da parábola, localizado sobre o eixo x . Nessas condições, a altura do líquido contido na taça, em centímetros, é:

- a) 1 b) 2 c) 4 d) 5 e) 6





RESOLVENDO A SITUAÇÃO PROBLEMA

Temos que terminar o $y_v = 0$, assim:

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C, a = \frac{3}{2}, b = -6, c = C:$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$y_v = -\frac{(-6)^2 - 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) \cdot C}{4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{36 - 6C}{6} = 0$$

$$36 - 6C = 0 \rightarrow -6C = -36 \rightarrow C = 6$$

Portanto, a altura da taça é de 6 cm, alternativa a.



REFERENCIAS

- DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contexto: função afim e função quadrática**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2020
- GIOVANNI, J. R. ; GIOVANNI JUNIOR, J. R.. **Matemática: pensar & descobrir**. São Paulo: FDT, 2005.