

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

CRISLAINE APARECIDA HISSAI MIYASAKI MARINELLI

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO
DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS PARA ESTUDANTES DO 6º ANO**

TOLEDO

2024

CRISLAINE APARECIDA HISSAI MIYASAKI MARINELLI

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS PARA ESTUDANTES DO 6º ANO

A didactic sequence proposal for teaching geometric solids to 6th grade students

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Matemática do PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Dra. Rosangela Aparecida Botinha Assumpção

Coorientador: Dr. Renato Francisco Merli

TOLEDO - PR

2024



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original. É a licença mais flexível de todas as licenças disponíveis. É recomendada para maximizar a disseminação e uso dos materiais licenciados.

CRISLAINE APARECIDA HISSAI MIYASAKI MARINELLI

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS PARA ESTUDANTES DO 6º ANO

Dissertação apresentada como requisito para
obtenção do título de Mestre em Matemática do
PROFMAT - Mestrado Profissional em Matemática
da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Data de aprovação: 05 de Abril de 2024.

Francieli Cristina Agostinetti Antunes
Doutorado
Universidade Estadual do Oeste do Paraná

Renato Francisco Merli
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Toledo

Vanessa Largo de Andrade
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Toledo

TOLEDO - PR

2024

13/05/24, 10:51



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Toledo



CRISLAINE APARECIDA HISSAI MIYASAKI MARINELLI

UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA NO ENSINO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS PARA ESTUDANTES DO 6º ANO

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Matemática.

Data de aprovação: 05 de Abril de 2024

Dra. Francieli Cristina Agostinetti Antunes, Mestrado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

Dr. Renato Francisco Merli, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Vanessa Largo Andrade, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 05/04/2024.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me conceder força, sabedoria e orientação durante essa jornada acadêmica, guiando meus passos e iluminando meu caminho.

Ao meu amado marido, Paulo, e à minha querida filha, Liz, por sua constante compreensão, amor e apoio incondicional, mesmo durante os momentos de maior dedicação à pesquisa. Vocês me incentivaram a seguir em frente, mesmo quando as dificuldades pareciam insuperáveis.

À minha mãe, por seu amor incondicional e apoio constante, mesmo que nem sempre entendesse os detalhes da minha pesquisa. Sua presença foi fundamental para me manter motivada durante essa jornada. Aos meus orientadores, Rosângela e Renato, por acreditarem em meu potencial e me guiarem com sabedoria, paciência e dedicação. Agradeço pelas horas de orientação, pelas críticas construtivas e pelo incentivo constante, mesmo nos momentos desafiadores. Vocês foram essenciais para o meu crescimento profissional e pessoal.

Aos professores do PROFMAT da UTFPR - campus Toledo, por seus ensinamentos, pelo apoio e pela oportunidade de me aprofundar na área de Educação Matemática. Agradeço também aos meus colegas, que me proporcionaram momentos de aprendizado e companheirismo, especialmente durante a preparação para o Exame Nacional de Qualificação (ENQ).

Ao meu amado filho Davi e ao meu pai Itiro, que, mesmo ausentes fisicamente, sei que estão sempre comigo em meu coração. Agradeço o amor, apoio e orgulho que sempre me dedicaram. Vocês são a minha maior inspiração.

A todos que, de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização desta pesquisa, meus sinceros agradecimentos. Sem o apoio e a colaboração de cada um de vocês, este trabalho não teria sido possível.

Agradeço a todos que acreditaram em mim e me ajudaram a alcançar este objetivo. Que Deus os abençoe.

*A educação é a arma mais poderosa que
você pode usar para mudar o mundo.
Nelson Mandela*

RESUMO

O ensino de sólidos geométricos no 6º ano é desafiador devido às dificuldades dos alunos com a abstração espacial. Os professores podem utilizar abordagens metodológicas ativas como Modelagem Matemática e Jogos, para que os estudantes alcancem a aprendizagem. Este trabalho visa criar uma Sequência Didática para o ensino de sólidos geométricos, fundamentada nos níveis de Van Hiele para o desenvolvimento do pensamento geométrico. A pesquisa envolveu revisão de literatura, análise qualitativa de textos e produção da Sequência Didática composta por quatro aulas, distribuindo os níveis de Van Hiele: nível zero na aula 1, nível um nas aulas 1 e 2 e nível dois nas aulas 3 e 4. Como resultado, infere-se que a Sequência Didática pode diminuir as dificuldades dos alunos na construção do pensamento geométrico, especialmente em relação aos sólidos geométricos, e auxiliar os professores na implementação de um ensino ativo.

Palavras-chave: Abordagens metodológicas ativas; Abstração Espacial; Jogos; Níveis de Van Hiele.

ABSTRACT

Teaching geometric solids in the 6th grade is challenging due to students' difficulties with spatial abstraction. To overcome this, teachers seek to implement active approaches such as Mathematical Modeling and Games, but they only sometimes link them to learning theories. This work aims to create a didactic sequence for teaching geometric solids grounded in Van Hiele's levels for the development of geometric thinking. The research involved a literature review, a qualitative analysis of texts, and the production of the didactic sequence in four lessons, distributing Van Hiele's levels: level zero in lesson 1, level one in lessons 1 and 2, and level two in lessons 3 and 4. As a result, the didactic sequence can reduce students' difficulties in building geometric thinking, especially regarding geometric solids, and assist teachers in implementing more active teaching.

Keywords: Active Learning Approaches; Spatial Abstraction; Games; Van Hiele Levels.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fases da Modelagem Matemática	22
Figura 2 - Corpo Redondo.....	25
Figura 3 - Poliedros	26
Figura 4 - Prisma Retangular	26
Figura 5 - Pirâmides	27
Figura6 – Prismas	27
Figura 7 - Planificação de Poliedros.....	28
Figura 8 - Mapa mental (esboço)	43
Figura 9 - Jogo da Velha	45
Figura 10 - A figura Chave	47
Figura 11 - Pirâmide planificada.....	49
Figura 12 - Jogo combine as faces da pirâmide com suas formas.....	49

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Casos da Modelagem Matemática	22
Quadro 2 - Escala de Van Hiele	29
Quadro 3 - Relação entre Habilidades da BNCC e os Níveis de Van Hiele (adaptado)	31
Quadro 4 - Relação dos níveis de Van Hiele e a Sequência Didática.....	40
Quadro 5 - Plano de aula 1	41
Quadro 6 - Plano de aula 2	43
Quadro 7 - Plano de aula 3	45
Quadro 8 - Plano de aula 4	48

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
PNLD	Plano Nacional de Desenvolvimento do Livro Didático
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Aresta
V	Vértice
F	Face

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	JUSTIFICATIVA	13
1.2	OBJETIVOS	14
1.2.1	<i>Objetivo Geral</i>	14
1.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	14
1.3	O QUE ESTÁ POR VIR	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	METODOLOGIAS ATIVAS	15
2.1.1	<i>Gamificação</i>	18
2.1.2	<i>Modelagem Matemática</i>	21
2.2	CONCEITOS DE GEOMETRIA	24
2.2.1	<i>Níveis de Van Hiele</i>	28
2.2.2	<i>Modelo de aprendizagem de Geometria pelos Níveis de Van Hiele</i>	31
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	35
4	SEQUÊNCIA DIDÁTICA	38
4.1	PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA	39
4.1.1	<i>1ª Fase - Nível 0 da escala de Van Hiele - Visualização ou Conhecimentos Prévios</i>	41
4.1.2	<i>2ª Fase - Nível 1 da escala de Van Hiele – Análise ou Reconhecimento</i>	42
4.1.3	<i>3ª Fase - Nível 2 da escala de Van Hiele – Dedução informal</i>	45
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	50
	REFERÊNCIAS	52
	APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA	56
	APÊNDICE B – FOLHA PARA ATIVIDADE DA AULA 3	58
	APÊNDICE C – AVALIAÇÃO FINAL	59

1 INTRODUÇÃO

A Geometria tem um papel importante na Matemática, pois sendo uma das suas principais áreas de estudo, ela oferece base para conceitos fundamentais como ponto, reta e plano. Na sequência, ela subsidia o entendimento perímetro e área das figuras além dos objetos tridimensionais como o de prisma retangular (caixa de leite), cone (casquinha de sorvete), esfera (bola de futebol) entre outros. Esses conceitos matemáticos perpassam a vida dos estudantes, mostrando a eles como tais conceitos são essenciais no seu dia a dia.

Neste contexto da sala de aula, estamos convencidos de que o ensino da Geometria é essencial desde o Ensino Fundamental anos iniciais; dessa forma, devemos propor aulas que incentivam e atraem os estudantes.

Dessa forma, ao integrar a Gamificação e a Modelagem Matemática a Sequência Didática para o ensino da Geometria, podemos tornar as aulas atrativas, promover um ambiente capaz de engajar os estudantes e facilitar sua compreensão e aplicação dos conceitos geométricos.

No entanto, a Gamificação vai além da mera distração. Como destacam Alves, Minho e Diniz (2012), não se trata apenas de levar jogos para a sala de aula, mas sim de utilizá-los como ferramentas de aprendizagem com objetivos e resultados esperados.

Além disso, a Modelagem Matemática, utilizando materiais manipuláveis, segundo Lorenzato (2008), tem um papel importante pois enquanto o estudante observa, manipula, monta e desmonta ele sai do concreto para o abstrato.

Implementar a proposta didática no Modelo de Van Hiele beneficia os processos de ensino e aprendizagem de Geometria para alunos do sexto ano. Pois o Modelo de Van Hiele descreve os diferentes níveis de compreensão geométrica, desde o reconhecimento de figuras até a compreensão dos princípios e teoremas. Ao implementar essa abordagem, os educadores podem adaptar o ensino de acordo com o nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos, fornecendo atividades e desafios adequados para cada estágio do aprendizado geométrico.

1.1 JUSTIFICATIVA

Discussões sobre o ensino eficaz da Geometria por meio de Metodologias Ativas no Ensino Fundamental – Anos Finais, não são recentes. Haja vista, que isso me remete a lembranças que tenho da escola, lembranças essas, sempre ligadas a viagens ou atividades práticas. Lembro de uma vez que, na aula de Artes, fizemos máscaras no rosto utilizando gesso; plantamos Pingo de Ouro na aula de Meio Ambiente, que hoje não se enquadra nas componentes curriculares; apresentamos teatro para contar a história de Tales de Mileto e Pitágoras. Isso me faz pensar o quão importante e significativas foram essas abordagens.

Me formei no ano de 2008 e desde então sou professora de matemática na área pública e privada e ao longo da minha trajetória acadêmica e profissional em aulas de sólidos geométricos com estudantes do Ensino Fundamental – anos Finais, foi possível identificar que eles têm problemas com a abstração de tais conceitos. Nesse contexto, a hipótese é a de que utilizar Metodologias Ativas, com materiais manipuláveis, pode melhorar o desempenho desses estudantes ao longo dos anos.

A utilização de materiais manipuláveis desempenha um papel importante na aprendizagem de Geometria pois estimula o pensamento matemático. Silva e Martins (2000, p. 4), ao tratarem de materiais manipuláveis, ressaltam ainda que “[...] os materiais manipuláveis são fundamentais se pensarmos em ajudar a criança na passagem do concreto para o abstrato”. Para construção da aprendizagem com materiais manipuláveis, podemos fazer uso de algumas abordagens metodológicas ativas, tais como a Modelagem Matemática e a Gamificação. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) evidencia a importância de Jogos como estratégia para a aprendizagem.

Nesse contexto, esse trabalho se propõe a responder à pergunta: *como elaborar uma Sequência Didática para o ensino de sólidos geométricos para estudantes do sexto ano por meio de abordagens metodológicas ativas?*

Assim, com o intuito de responder à pergunta norteadora deste trabalho, adotaremos uma pesquisa que assume um caráter qualitativo, pois o interesse é de compreender maneiras de melhorar a aprendizagem de estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental – Anos Finais sobre os conceitos relacionados aos sólidos geométricos.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Apresentar uma Sequência Didática utilizando abordagens metodológicas ativas para o ensino de sólidos geométricos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Utilizar os pressupostos teóricos de Modelagem Matemática e Gamificação para um ensino ativo;
- Desenvolver atividades específicas sobre os sólidos geométricos para promover a transição entre os diferentes níveis de aprendizagem de Van Hiele;
- Elaborar uma Sequência Didática para o ensino de sólidos geométricos.

1.3 O QUE ESTÁ POR VIR

Para alcançar os objetivos e responder à pergunta de pesquisa, no Capítulo 2 são discutidos os pressupostos teóricos da pesquisa, a saber: Metodologias Ativas, Modelagem Matemática, Gamificação e os Níveis de Aprendizagem de Van Hiele. No Capítulo 3 são trazidos os procedimentos metodológicos. Na sequência, Capítulo 4, são apresentadas as sequências didáticas bem como são realizadas algumas reflexões sobre o processo de constituição dessas sequências articuladas aos níveis de aprendizagem de Van Hiele.

Por fim, são trazidas as conclusões do trabalho e as referências utilizadas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

John Dewey, filósofo e pedagogo americano, enfatizou a importância da aprendizagem experiencial e prática. Sua abordagem enfatiza a resolução de problemas do mundo real e a participação ativa do estudante no processo de aprendizagem. Para ele, “[...] a educação torna-se, desse modo, uma contínua reconstrução de experiência” (Dewey, 1978, p. 7).

Esta, porém, ainda por se provar que o ato de aprender se realiza mais adequadamente quando é transformado em uma ocupação especial e distinta. A aquisição isolada do saber intelectual, tentando muitas vezes impedir o sentido social que só a participação em uma atividade de interesse comum pode dar, deixa de ser educativa, contradizendo o seu próprio fim. O que é aprendido, sendo aprendido fora do lugar real que tem na vida, perde com isso o seu sentido e o seu valor (Dewey, 1978, p. 27).

De acordo com o autor, o estudante compreende o conceito e até mesmo o seu contexto social ao participar de atividades ligadas ao seu cotidiano.

Em outro viés, para Freire (2007), a aprendizagem deve ser centrada no estudante, fazendo dele o ator principal, atuando de forma ativa e não passiva.

Antes de qualquer tentativa de discussão de técnicas, de materiais, de métodos para uma aula dinâmica assim, é preciso, indispensável mesmo, que o professor se ache “repousado” no saber de que a pedra fundamental é a curiosidade do ser humano. É ela que me faz perguntar, conhecer, atuar, mais perguntar, reconhecer (Freire, 2007, p. 86).

O autor desenvolveu uma abordagem baseada na educação problematizadora, em que o professor passa a ser um mediador utilizando das curiosidades e necessidades dos estudantes, pois isso permite a eles investigar problemas sociais, refletir sobre suas próprias experiências e desenvolver habilidades críticas de pensamento e resolução de problemas.

No contexto de uma aprendizagem experiencial (Dewey, 1978) e libertadora e problematizadora (Freire, 2007), as Metodologias Ativas são essenciais para a realização dessa empreitada.

2.1 METODOLOGIAS ATIVAS

Metodologias ativas são estratégias pedagógicas dinâmicas que engajam ativamente os estudantes no processo de construção do conhecimento. Ao contrário das tradicionais abordagens passivas, as Metodologias Ativas colocam o estudante no centro do processo educativo, incentivando a participação ativa, a resolução de

problemas e a aplicação prática dos conceitos, como salientam Bacich e Moran (2018) que,

[...] as Metodologias Ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida. As Metodologias Ativas, num mundo conectado e digital, expressam por meio de modelos híbridos, com muitas combinações. A junção de Metodologias Ativas com modelos flexíveis e híbridos traz contribuições importantes para o desenho de soluções atuais para os aprendizes de hoje (Bacich; Moran, 2018, p. 4).

Nesse contexto, Bacich e Moran (2018) ressaltam que as Metodologias Ativas representam estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do conhecimento, de forma flexível e interligada.

Adicionalmente, Diesel *et al.* (2017) delineiam outras características fundamentais das Metodologias Ativas, como: a) o estudante como o centro do processo de aprendizagem, b) autonomia, c) problematização da realidade e d) o professor como mediador (Diesel *et al.*, 2017).

De acordo com os mesmos autores a Metodologia Ativa tem vários princípios e aqui descrevemos os principais:

a) estudante como centro do processo de aprendizagem

Os estudantes estão conectados globalmente, com acesso a uma grande quantidade de informações, com constantes transformações. Isso levanta a discussão sobre o papel do estudante nos processos de ensino e aprendizagem, destacando a necessidade de uma posição central e participativa em oposição ao papel de mero espectador de conteúdo. Nesse contexto, as Metodologias Ativas para o ensino são mencionadas como uma alternativa para ativar o aprendizado dos estudantes, colocando-os no centro do processo.

b) autonomia

Autonomia é estimular o engajamento do estudante em novas aprendizagens, suas escolhas, compreensão e interesses, criando condições para que ele tenha autonomia e liberdade na tomada de decisões em diversos momentos do processo educacional.

O papel do professor é essencial nesse processo de desenvolvimento da autonomia do estudante, pois pode contribuir promovendo recursos motivacionais,

oferecendo explicações racionais, sendo paciente com o ritmo de aprendizagem do estudante e aceitando as expressões de sentimentos negativos. Quando as Metodologias Ativas são adotadas, elas podem contribuir significativamente para o desenvolvimento da autonomia e motivação dos estudantes.

c) problematização da realidade

No contexto da sala de aula, problematizar significa analisar a realidade como uma maneira de conscientização. Além disso, o professor deve instigar o desejo de aprender dos estudantes, problematizando os conceitos, o que pode ser desafiador quando o professor não está familiarizado com as situações e problemas relacionados ao conteúdo.

O método ativo de ensino se configura como uma abordagem inovadora na educação, contrapondo-se ao modelo tradicional passivo. Nessa perspectiva, o estudante assume o papel central no processo de aprendizagem, tornando-se protagonista e corresponsável por seu próprio conhecimento. O método visa estimular a reflexão crítica sobre a realidade, o desejo de aprender e a autonomia na busca por soluções para problemas. Através de atividades que demandam análise, síntese, dedução e generalização, o estudante desenvolve habilidades essenciais para o século XXI, como autonomia, pensamento crítico, criatividade, comunicação e trabalho em equipe.

Essa abordagem exige do professor um papel mediador, criando situações de aprendizagem que incentivem a participação ativa dos alunos e promovam o desenvolvimento de habilidades e conhecimentos relevantes para a formação de cidadãos críticos e atuantes na sociedade (Medeiros, 2014).

A ênfase é dada ao papel ativo do estudante no processo de aprendizagem, que é encorajado a refletir, observar, comparar, inferir e participar ativamente da discussão em sala de aula, em vez de apenas receber informações em aulas expositivas.

Além disso, o conceito de Metodologia Ativa é ampliado para incluir estratégias didáticas que coloquem o estudante no centro do processo de aprendizagem, superando a ideia de que o professor e o livro didático são as únicas fontes de conhecimento em sala de aula.

d) professor como mediador

Paulo Freire descreve que a responsabilidade do educador vai além de transmitir conteúdos; inclui também ensinar os estudantes a refletir e a desafiar suas próprias ideias.

Nesse contexto, o uso de Metodologias Ativas é mencionado, enfatizando o papel do professor como orientador. O professor deve escolher informações relevantes, ajudar os estudantes a encontrar sentido no material e atividades disponíveis, cuidar de cada estudante, oferecer apoio, orientação e inspiração. O professor deve adotar uma postura investigativa em relação à sua própria prática, refletindo sobre problemas e propondo soluções. Isso requer conhecimentos abrangentes, acadêmicos, especializados e baseados na experiência. Além disso, a importância de um professor reflexivo, que presta atenção aos estudantes e permite que eles expressem suas opiniões, elaborando sua aula com base no conhecimento tácito expresso pelos aprendizes.

O professor deve ser um mediador que contribui para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, ao mesmo tempo em que cria um ambiente de acolhimento e promove a expressão verbal dos estudantes perante seus colegas. Vale ressaltar que a mudança na prática docente não deve ser imposta aos professores nem aos estudantes, como enfatiza Borges e Alencar (2014) ao considerar que a alegria de ensinar não pode ser tirada do professor.

Conceber o ato de ensinar como ato de facilitar o aprendizado dos estudantes faz com que o professor os veja como seres ativos e responsáveis pela construção de seus conhecimentos, enquanto ele passa a ser visto pelos estudantes como facilitador dessa construção, como mediador do processo de aprendizagem, e não como aquele que detém os conhecimentos a serem distribuídos (Oliveira, 2010, p. 29).

O professor passa a ser visto como um mediador do processo de aprendizagem, facilitando a construção de conhecimento pelos estudantes, em vez de ser apenas o detentor do conhecimento.

Após a apresentação dos conceitos básicos sobre Metodologias Ativas, serão exploradas a Gamificação e a Modelagem Matemática como exemplos, bem como serão discutidas suas características, as quais serão utilizadas nas sequências didáticas para o ensino dos principais sólidos geométricos.

2.1.1 Gamificação

A Gamificação é uma Metodologia Ativa que tem conquistado espaço na educação ao transformar os processos de ensino e aprendizado em uma experiência

envolvente e motivadora. Quando aplicada em contextos educacionais, a Gamificação promove o envolvimento dos estudantes, incentivando a resolução de problemas, a colaboração e o desenvolvimento de habilidades.

De acordo com Fadel *et al.* (2014), a Gamificação representa uma das abordagens metodológicas ativas que estimula a participação dos estudantes por meio dos desafios e metas incorporados nos elementos de jogo oferecidos. Essa prática visa motivar os participantes a se envolverem no processo de aprendizagem.

Para Vianna *et al.* (2013) a Gamificação

[...] aponta para circunstâncias que envolvam criação ou adaptação da experiência do usuário a determinado produto, serviço ou processo; intenção de despertar emoções positivas, explorar aptidões pessoais ou atrelar recompensas virtuais ou físicas ao cumprimento de tarefas. À exceção dos chamados Jogos Sérios e, de acordo com sua definição mais aclamada, submeter-se a um processo de Gamificação não significa necessariamente participar de um jogo, mas sim apoderar-se de seus aspectos mais eficientes (estética, mecânicas e dinâmicas) para emular os benefícios que costumam ser alcançados com eles (VIANNA *et al.*, 2013, p.17).

O autor identifica quatro características (metas, regras, feedback e participação voluntária) presentes em um ambiente gamificado:

1. A Meta do jogo geralmente tem objetivos claros a serem alcançados. Isso pode incluir ganhar pontos, subir de nível ou completar missões.

2. As Regras em Ambientes Narrativos: Em ambientes narrativos, as regras assumem um papel fundamental na construção da experiência imersiva e desafiadora para o jogador. Elas definem os parâmetros de comportamento e ação, guiando o indivíduo na superação dos desafios presentes no mundo ficcional. Mais do que meros instrumentos de controle, as regras servem como ferramentas para estimular a criatividade e o pensamento estratégico do jogador. Ao ajustar o nível de complexidade das ações às atividades propostas, as regras permitem que o jogador explore suas habilidades e desenvolva soluções inovadoras para os problemas encontrados. Através da experimentação e da tomada de decisões estratégicas, o jogador molda sua própria narrativa e conquista seus objetivos dentro do ambiente narrativo.

3. O Sistema fornece Feedbacks imediatos sobre o desempenho dos jogadores. Na Gamificação, o feedback é usado para motivar os participantes e orientá-los na direção certa.

4. A Participação Voluntária permite aos estudantes escolherem submetas dentro de uma tarefa maior, ter várias rotas para o sucesso. Para isso, o indivíduo deve aceitar a meta, as regras e o sistema de feedbacks propostos pelo jogo.

Collantes (2013) define a Gamificação como uma atividade intrinsecamente motivadora, autônoma e estruturada. Ela se distingue da realidade cotidiana e se baseia em regras claras e objetivas. O desenvolvimento da atividade, por parte do jogador, é de certo modo imprevisível, pois depende da superação de obstáculos e desafios. Essa imprevisibilidade contribui para a geração de suspense e engajamento, elementos essenciais para a experiência gamificada.

Para os autores Zichermann e Cunningham (2011) o sistema do jogo possui várias ferramentas, as principais são:

- **Pontos:** serve de estímulo ou parâmetro para o jogador acompanhar os resultados, recompensados por alcançar metas ou superar desafios. Isso pode incluir distintivos, medalhas, emblemas, prêmios virtuais ou até mesmo recompensas tangíveis, como cupons ou descontos.
- **Níveis:** indica crescimento do jogador tanto em habilidades como em conhecimentos.
- **Placar:** pode envolver competição e comparações entre os participantes, estimulando o espírito competitivo. Além disso, a colaboração entre os jogadores também pode ser promovida, incentivando a cooperação e o trabalho em equipe.
- **Desafios e missões:** série de desafios que se tornam progressivamente mais difíceis à medida que avançam. Isso mantém o interesse e a motivação à medida que os jogadores buscam melhorar.
- **Personalização:** permite que os participantes personalizem suas experiências de acordo com suas preferências e objetivos individuais. Isso aumenta o envolvimento, uma vez que os participantes se sentem investidos na atividade.

Zichermann e Cunningham (2011) propõem que a motivação para jogar reside em quatro pilares: o domínio de um assunto, o alívio do estresse, o entretenimento e a socialização. Os autores reconhecem que ambientes que interagem com as emoções e desejos dos jogadores são eficazes para promover o engajamento e a participação.

Assim, a Gamificação na educação oferece um caminho para aprimorar a qualidade do ensino e envolver os estudantes de maneira eficaz. Ao alavancar os princípios dos jogos, os educadores podem criar experiências de aprendizado, promovendo desenvolver habilidades para o sucesso no mundo atual.

A Gamificação não substitui a instrução tradicional, mas complementa, tornando a jornada de aprendizado emocionante e recompensadora para todos os envolvidos no processo educacional. Existem vários exemplos de Gamificação na Educação, como Aplicativos Educacionais, Jogos de Sala de Aula, Plataformas de Aprendizado Online entre outros. Na Sequência Didática será utilizada uma adaptação do Jogo da Velha para o ensino de prismas e pirâmides, além disso, a plataforma *Matific*¹ também será utilizada com os jogos “*Combine as faces dos prismas*” que auxilia na planificação e o jogo “*A figura chave*” que ajuda a quantificar o número de vértices, arestas e faces.

2.1.2 Modelagem Matemática

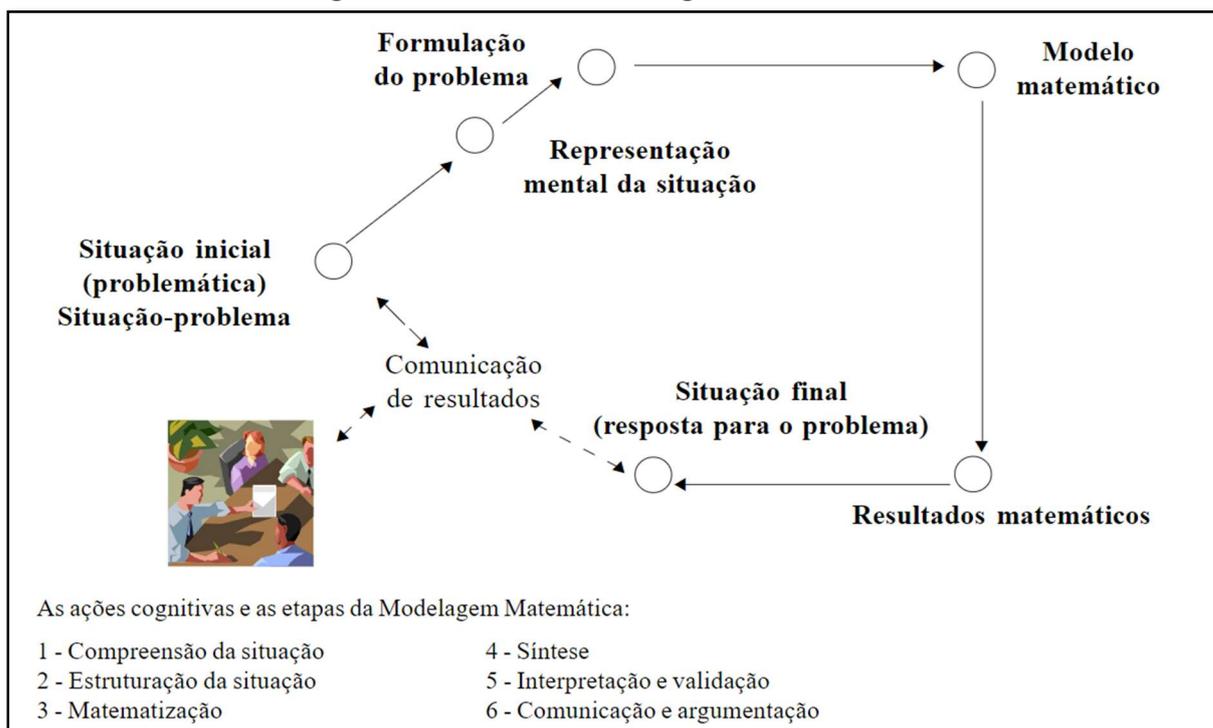
Tomando então a Modelagem Matemática como uma Metodologia Ativa pode-se refletir sobre sua utilização no ensino da Matemática, como sendo frequente e, até mais presente do que outras Metodologias Ativas. Paiva (2016) constata que a Modelagem Matemática,

[...] tem ocupado um papel mais presente no meio das Metodologias Ativas voltadas para a Matemática no Brasil, uma vez que outras metodologias como a Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP) e a Aprendizagem Baseada em Projetos (ABProj) não tiveram a mesma repercussão (Paiva, 2016, p. 24).

A Modelagem Matemática para Almeida, Silva e Vertuan (2021) parte de uma problemática não-Matemática para uma solução Matemática, utilizando de seis etapas (Figura 1): compreensão da situação, estruturação da situação, matematização, síntese, validação e argumentação.

¹ Matific - Plataforma digital para o ensino de conteúdos matemáticos. Disponível em: <https://www.matific.com/bra/pt-br/home/>

Figura 1 - Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2021, p. 19)

Para esses autores, as atividades de Modelagem Matemática:

[...] têm em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática, caracterizando-se como um conjunto de procedimentos mediante o qual se definem estratégias de ação do sujeito em relação a um problema (Almeida; Silva; Vertuan, 2016, p. 15).

Podemos observar, assim como Almeida e Vertuan (2014), que a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos.

O modelo matemático, neste caso, é o que dá forma à solução do problema e a Modelagem Matemática é a atividade de busca por essa solução. A atividade diz respeito ao conjunto de ações em que se envolvem os modeladores (aqueles que desenvolvem a atividade de modelagem) e não se refere apenas a ações físicas desenvolvidas por um indivíduo, mas também as ações psíquicas conscientemente controladas como a memorização ativa, o pensamento, o comportamento intencional (Almeida; Vertuan, 2014, p. 2).

Para Barbosa (2004), podemos utilizar a Modelagem Matemática em sala de aula por meio de três casos, conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Casos da Modelagem Matemática

Processo	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno

Processo	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Coleta de Dados	professor	professor/aluno	professor/aluno
Solução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 5)

No caso 1, Barbosa (2004, p. 4) afirma que, o professor deve apresentar o problema “[...]devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa” (Barbosa, 2004, p. 4).

Já no caso 2, o autor descreve que,

[...] os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas (Barbosa, 2004, p. 4).

E no caso 3, “[...] trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas ‘não-matemáticos’, que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos” (Barbosa, 2004, p. 5).

Utilizando o caso 1 inspirado na teoria de Barbosa (2004) realizamos duas atividades envolvendo a Modelagem Matemática: uma foi “Carimbando prismas e pirâmides” com o intuito de identificar suas diferenças e a outra a “Construção da estrutura de poliedro” para facilitar que os estudantes identifiquem a quantidade de vértices, arestas e faces. Cada caso é composto por quatro etapas: formulação do problema, simplificação, coleta de dados e solução. Em capítulo posterior, essas atividades serão descritas com detalhes.

As Metodologias Ativas, como a Modelagem Matemática e a Gamificação, promovem uma abordagem inovadora e envolvente para o estudo dos conceitos da Geometria. A Modelagem Matemática, ao desafiar os estudantes a aplicarem conceitos geométricos em situações do mundo real, proporciona uma compreensão prática e contextualizada. A Gamificação, por sua vez, introduz elementos lúdicos e competitivos, transformando o processo de aprendizagem em uma experiência interativa e motivadora. Ao integrar essas abordagens, os estudantes experimentam uma imersão ativa e participativa, proporcionando uma aprendizagem de forma dinâmica dos conceitos geométricos.

2.2 CONCEITOS DE GEOMETRIA

A Geometria é uma parte da Matemática que pode ser introduzida de maneira acessível e envolvente nos Anos Iniciais da Educação Básica. Ao explorar os conceitos geométricos, os estudantes desenvolvem habilidades visuais e espaciais, promovendo a compreensão do mundo ao seu redor.

As crianças podem começar a reconhecer e nomear formas simples, como círculos, quadrados, triângulos e retângulos (Brasil, 2018).

De acordo com o destacado no documento Brasil (2018), na habilidade 11, do primeiro ano do Ensino Fundamental (EF01MA11), as crianças devem compreender direções básicas, como acima, abaixo, à esquerda e à direita, pois são essenciais ao processo de desenvolvimento cognitivo. Além disso, é muito importante explorar as noções de proximidade e distância em relação a objetos próximos e distantes (EF01MA12) (Brasil, 2018).

Essa etapa desempenha um papel significativo em atividades educativas, pois como afirmam Monteiro e Ribeiro (2022), ao utilizar músicas infantis como uma abordagem ativa de ensino, elas incorporam esses conceitos de maneira lúdica e envolvente, proporcionando uma experiência sensorial que facilita a assimilação desses conceitos pelos pequenos aprendizes. Integrar tais elementos em contextos musicais não apenas torna o aprendizado acessível, mas também contribui para a formação de uma base sólida na compreensão espacial, enriquecendo o desenvolvimento cognitivo das crianças.

A BNCC mostra quais os conceitos de Geometria devem ser alcançados no Ensino Fundamental - Anos iniciais. Segundo Brasil (2018, p. 272),

[...] espera-se que os alunos identifiquem e estabeleçam pontos de referência para a localização e o deslocamento de objetos, construam representações de espaços conhecidos e estimem distâncias, usando, como suporte, mapas (em papel, tablets ou smartphones), croquis e outras representações. Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. O estudo das simetrias deve ser iniciado por meio da manipulação de representações de figuras geométricas planas em quadriculados ou no plano cartesiano, e com recurso de softwares de Geometria dinâmica (Brasil, 2018, p. 272).

Em seguida demonstramos os conceitos de Geometria que devem ser adquiridos para os Anos Finais, incluindo o sexto ano que é foco deste trabalho.

No Ensino Fundamental – Anos Finais, o ensino de Geometria precisa ser visto como consolidação e ampliação das aprendizagens realizadas. Nessa etapa, devem ser enfatizadas também as tarefas que analisam e produzem transformações e ampliações/ reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, de modo a desenvolver os conceitos de congruência e semelhança. Esses conceitos devem ter destaque nessa fase do Ensino Fundamental, de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes e que saibam aplicar esse conhecimento para realizar demonstrações simples, contribuindo para a formação de um tipo de raciocínio importante para a Matemática, o raciocínio hipotético-dedutivo. Outro ponto a ser destacado é a aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da Geometria analítica. As atividades envolvendo a ideia de coordenadas, já iniciadas no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, podem ser ampliadas para o contexto das representações no plano cartesiano, como a representação de sistemas de equações do 1º grau, articulando, para isso, conhecimentos decorrentes da ampliação dos conjuntos numéricos e de suas representações na reta numérica (Brasil, 2018, p. 272).

A Sequência Didática para o Ensino de Sólidos Geométricos a estudantes do 6º ano, portanto se faz necessário entender os conceitos associados aos sólidos geométricos como sendo figuras espaciais não planas que, de acordo com suas características, podem ser classificados em poliedros e corpos redondos (Giovanni; Castrucci, 2018, p. 91).

Os corpos redondos têm como principal característica a superfície arredondada. Alguns exemplos são a esfera (bola de futebol), cone (casquinha de sorvete) e cilindro (pilha) (Figura 2).

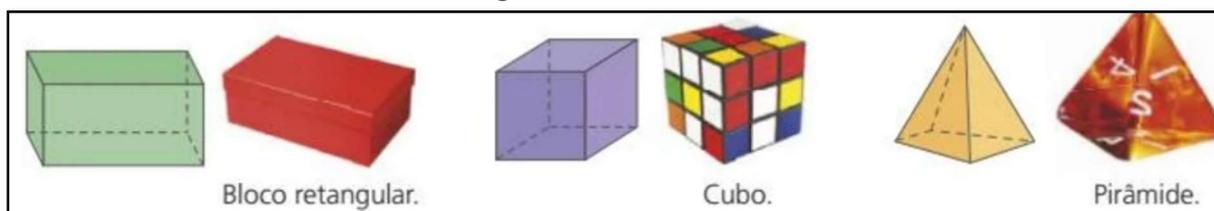
Figura 2 - Corpo Redondo



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 91)

Já os poliedros (*poli = muitos* e *edros = faces*) têm como principal característica ter faces planas (Figura 3).

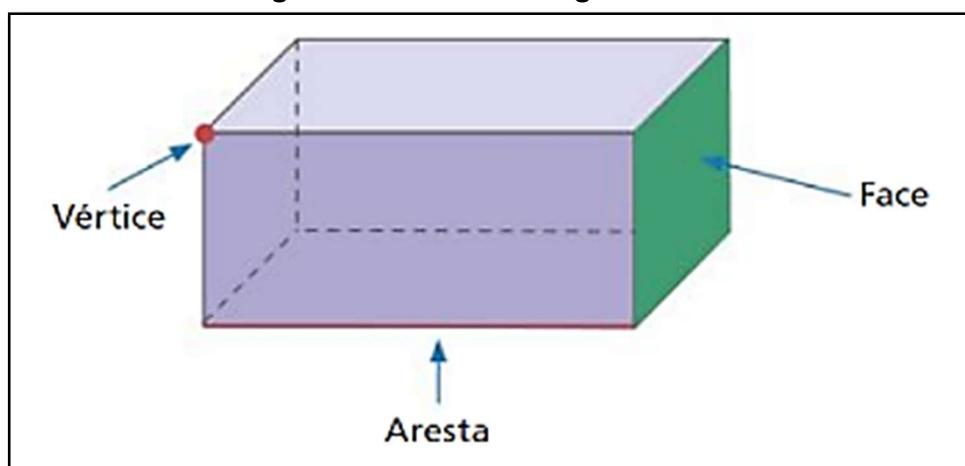
Figura 3 - Poliedros



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 91)

O bloco retangular é um exemplo de poliedro, conforme pode ser visto na Figura 4.

Figura 4 - Prisma Retangular

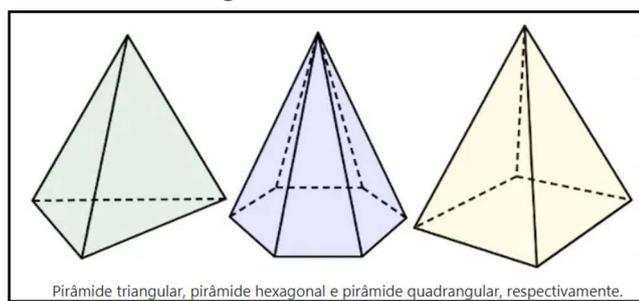


Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 92)

A parte verde representa a face, o bloco retangular possui seis faces. As arestas são os encontros das faces, representada na figura pelo segmento de reta vermelha. O vértice é representado pelo ponto vermelho que é o encontro das arestas. Com isso podemos dizer que todos os poliedros possuem faces, arestas e vértices. Os poliedros podem ser classificados como Prisma ou Pirâmide, de acordo com suas características.

As Pirâmides possuem uma base, as faces laterais são triangulares e as arestas laterais têm um único vértice em comum (Figura 5).

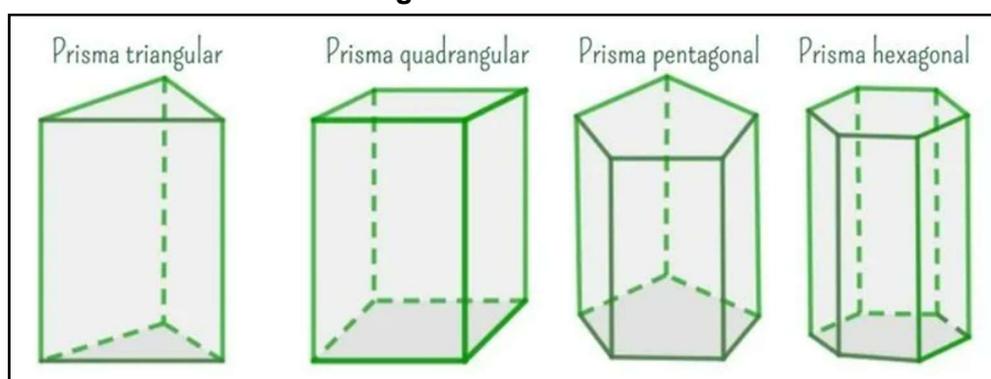
Figura 5 - Pirâmides



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 92)

Os Prismas possuem faces laterais retangulares e duas bases idênticas e paralelas entre si (Figura 6).

Figura 6 – Prismas



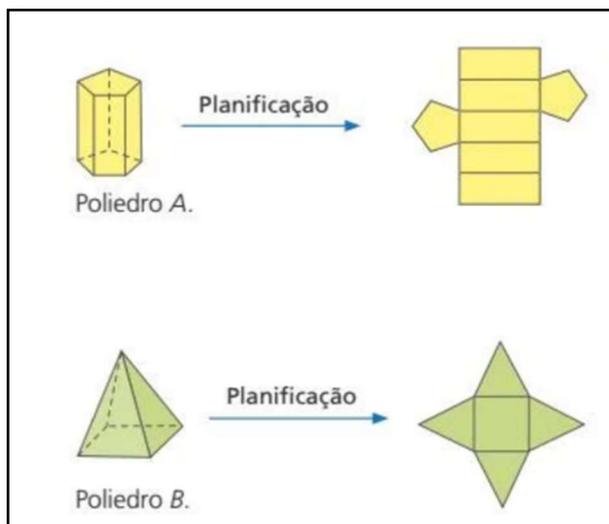
Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 92)

O matemático suíço Leonhard Euler descobriu a relação do número de faces, vértices e arestas dos poliedros $V + F = A + 2$, onde $V = \text{número de vértices}$, $F = \text{número de faces}$ e $A = \text{número de arestas}$. A relação de Euler ajuda a trabalhar a habilidade da BNCC (EF06MA17) “Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial” (Brasil 2018, p. 303).

Os poliedros podem ter sua superfície planificada. A planificação de poliedros refere-se à representação bidimensional de um sólido tridimensional, desdobrando suas faces em uma superfície plana de maneira que todas as arestas e vértices do poliedro sejam preservados. Esse processo é fundamental para compreender a estrutura de sólidos geométricos, permitindo uma visualização clara de suas características.

A nomenclatura dos prismas e pirâmides é de acordo com a base. O Poliedro A na Figura 7, é um prisma hexagonal, enquanto o Poliedro B é uma pirâmide quadrangular.

Figura 7 - Planificação de Poliedros



Fonte: Giovanni e Castrucci (2018, p. 93)

Esses conceitos formam a base para explorações na Geometria e têm aplicações práticas em várias disciplinas. Ao internalizar esses princípios, os estudantes não apenas desenvolvem habilidades Matemáticas sólidas, mas também ganham uma apreciação profunda pela ordem e estrutura que a Geometria oferece ao nosso mundo.

2.2.1 Níveis de Van Hiele

Os educadores holandeses Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele desenvolveram uma escala com níveis de aprendizagem dos estudantes em relação ao pensamento geométrico². Esta escala descreve os níveis de 0 a 4 para compreensão e desenvolvimento do pensamento geométrico em estudantes, dividindo-os em cinco fases distintas, conforme Quadro 2.

² Pensamento Geométrico é o “[...] pensamento necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes” (Brasil, 2018, p. 271).

Quadro 2 - Escala de Van Hiele

Nível 0	Visualização	Neste nível, os estudantes reconhecem as figuras geométricas por sua aparência global. Reconhecem triângulos, quadrados, paralelogramos, entre outros, por sua forma, não conseguindo identificar suas partes ou propriedades. São capazes de reproduzir figuras dadas e aprender um vocabulário geométrico básico.
Nível 1	Análise	É onde se inicia a análise dos conceitos geométricos. Neste nível, os estudantes começam a discernir as características e propriedades das figuras, mas não conseguem ainda estabelecer relações entre essas propriedades e nem entendem as definições ou veem inter-relações entre figuras.
Nível 2	Dedução informal	Aqui o estudante começa a estabelecer inter-relações de propriedades dentro de figuras e entre figuras, deduzindo propriedades e reconhecendo classes de figuras. Agora, a definição já tem significado; todavia, o estudante ainda não entende o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas nas provas formais.
Nível 3	Dedução formal	Neste estágio, o estudante analisa e compreende o processo dedutivo e as demonstrações com o processo axiomático associado. Agora, ele já consegue construir demonstrações e desenvolvê-las de uma maneira, também faz distinções entre uma afirmação e sua recíproca.
Nível 4	Rigor	Agora, o estudante já é capaz de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos; analisa e compreende Geometrias não euclidianas. A Geometria é entendida sob um ponto de vista abstrato.

Fonte: Mazzini e Santos (2015, p. 36)

A teoria de Van Hiele se destaca por concentrar sua atenção no processo de aprendizagem, concebendo-o como um caminho para o desenvolvimento do estudante (Sampaio e Alves, 2010). O modelo, elaborado pelo casal Van Hiele, é sequencial e hierárquico, subdividido em cinco níveis que descrevem a progressão da compreensão dos alunos em Geometria (Braga e Dorneles, 2011). Essa progressão não se trata apenas de acumulação de conhecimentos, mas sim de uma mudança qualitativa na forma como o estudante pensa e raciocina sobre figuras geométricas.

Villiers (2010) destaca a distinção dos cinco níveis de raciocínio como a principal característica do modelo de Van Hiele. Cada nível exige do estudante uma compreensão e utilização diferenciadas dos conceitos geométricos, o que se evidencia na maneira como ele os interpreta, define, classifica e demonstra. A progressão entre os níveis é sequencial e hierárquica, não permitindo que o estudante avance sem dominar os níveis anteriores. Essa relação garante uma base sólida para o desenvolvimento do raciocínio geométrico, conduzindo o estudante a um nível de compreensão cada vez mais sofisticado.

A passagem de um nível para o seguinte se dá pela vivência do estudante as atividades adequadas e ordenadas. Para abordar essas questões, os Van Hiele

propõem cinco fases de aprendizagem: interrogatório, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração. Eles afirmam que o ensino progressivo nessas etapas contribui para o avanço nos níveis do pensamento geométrico (Crowley, 1994).

Conforme descrito por Crowley, as fases de aprendizagem e suas características são as seguintes:

Fase 1 - Questionamento ou Informação: nesta fase, professores e estudantes interagem, desenvolvendo atividades com os objetos de estudo dos respectivos níveis. O objetivo é entender os conhecimentos básicos dos alunos sobre o tópico a ser estudado.

Fase 2 - Orientação Dirigida: os estudantes exploram o conteúdo por meio de materiais organizados em sequência pelo professor. Gradualmente, o professor revela as estruturas e características desse nível, orientando a exploração dos estudantes.

Fase 3 - Explicação: nesta fase, o papel do professor é mínimo. Ele orienta o uso de linguagem precisa e observa enquanto os estudantes trocam experiências. Diferentes pontos de vista contribuem para a análise de ideias.

Fase 4 - Orientação Livre: os estudantes, agora autônomos, enfrentam tarefas complexas, admitindo várias formas de resolução. Eles têm a liberdade de abordar as soluções de maneira própria, orientando-se no campo da pesquisa.

Fase 5 - Integração: ao final desta fase, os estudantes atingem um novo nível de pensamento que substitui o anterior. Estão, assim, preparados para repetir as fases de aprendizagem no nível seguinte. Essa progressão contínua permite um desenvolvimento sólido do pensamento geométrico e do entendimento do tema em estudo.

Ao contrário de uma visão tradicional que associa o desenvolvimento do raciocínio geométrico à idade ou maturação do indivíduo, a teoria de Van Hiele propõe que o progresso nos níveis está intimamente ligado ao processo de aprendizagem (Nasser e Lopes, 1996). Segundo essa perspectiva, um nível superior é atingido quando as regras do nível precedente se tornam explícitas, servindo de base para a construção de novas estruturas de conhecimento. Vale ressaltar que a maturação do indivíduo também é considerada um fator relevante nesse processo, mas não como único determinante.

2.2.2 Modelo de aprendizagem de Geometria pelos Níveis de Van Hiele

O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico pode ser utilizado para orientar a formação, assim como para avaliar as habilidades dos estudantes.

O Quadro 3, a seguir, possui três colunas. Na primeira, são especificados os anos do Ensino Fundamental - Anos Iniciais (1º ao 5º Ano) e Ensino Fundamental - Anos Finais (6º Ano). Na segunda coluna, são detalhadas as habilidades e objetos de conhecimento nos quais serão expostas as competências relacionadas à Geometria Espacial contidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) pertinentes à proposta do trabalho. Na terceira coluna, são apresentados os níveis de desenvolvimento de Van Hiele associados a cada competência.

Quadro 3 - Relação entre Habilidades da BNCC e os Níveis de Van Hiele (adaptado)

Ano	Habilidades e Objetos de Conhecimento	Níveis de Van Hiele
1º Ano	<ul style="list-style-type: none"> Figuras geométricas espaciais: reconhecimento e relações com objetos familiares do mundo físico; Figuras geométricas planas: reconhecimento do formato das faces de figuras geométricas espaciais. <p>(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico.</p> <p>(EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos.</p>	NÍVEL 0 – RECONHECIMENTO / VISUALIZAÇÃO
2º Ano	<ul style="list-style-type: none"> Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características. <p>(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico.</p> <p>(EF02MA15) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.</p>	NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE
3º Ano	<ul style="list-style-type: none"> Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características. <p>(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras;</p> <p>(EF03MA14) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones), relacionando-as com suas planificações.</p>	NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE
4º Ano	<ul style="list-style-type: none"> Figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera): reconhecimento e características. <p>(EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e</p>	NÍVEL 1 – DESCRIÇÃO / ANÁLISE

Ano	Habilidades e Objetos de Conhecimento	Níveis de Van Hiele
	analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais.	
5º Ano	<ul style="list-style-type: none"> Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características. (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	NÍVEL 2 – ABSTRAÇÃO / DEDUÇÃO INFORMAL
6º Ano	<ul style="list-style-type: none"> Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas). (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial. Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados.	NÍVEL 2 – ABSTRAÇÃO / DEDUÇÃO INFORMAL

Fonte: Lara (2022, p. 31-32)

A habilidade do 1º Ano (EF01MA13) prevê relacionar figuras geométricas espaciais (cones, cilindros, esferas e blocos retangulares) a objetos familiares do mundo físico (Brasil, 2018). Sendo assim, essas habilidades parecem estar associadas ao Nível 0 de Van Hiele, que é essencialmente visual.

“As figuras geométricas, por exemplo, são reconhecidas por sua forma como um todo, isto é, por sua aparência física, não por suas partes ou propriedades” (Crowley, 1994, p. 2). A habilidade (EF01MA14) do 1º Ano prevê “[...] identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo) em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos” (Brasil, 2018, p. 279).

No 1º Ano do Ensino Fundamental, as habilidades geométricas do aluno se concentram no reconhecimento de formas básicas, como quadrados, retângulos e círculos (Souza, 2018). O estudante nesse nível consegue reproduzir essas formas no papel e identificar a característica circular do círculo. No entanto, seu desenvolvimento geométrico ainda se limita à percepção visual, pois não há reconhecimento de elementos como ângulos e lados paralelos. Logo a habilidade (EF01MA14) pode ser associada ao Nível 0 de Van Hiele.

No 2º Ano as habilidades (EF02MA14) “Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera), relacionando-as com objetos do mundo físico” (Brasil, 2018, p. 283) e (EF02MA15) “Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos

apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos” (Brasil, 2018, p. 283) visam a comparação e nomeação de figuras podendo ser relacionadas ao Nível 1 de Van Hiele.

A criança pode agrupar um quadrado (que é sempre um retângulo) e um retângulo (que pode ser um quadrado) no mesmo conjunto, baseando-se apenas na contagem da quantidade de lados. Ao focar exclusivamente nesse critério, a criança evita incluir essas figuras em categorias distintas, mesmo que quadrados e retângulos compartilhem a característica de possuírem quatro lados. Nesse contexto, a observação da quantidade de lados prevalece sobre outras características, resultando na consideração de quadrados e retângulos como conjuntos independentes (Burger; Shaughnessy, 1986).

Já a habilidade (EF03MA13) “Associar figuras geométricas espaciais (cubo, bloco retangular, pirâmide, cone, cilindro e esfera) a objetos do mundo físico e nomear essas figuras” (Brasil, 2018, p. 287) pode ser relacionada ao nível 0 de Van Hiele por ser essencialmente visual, conforme a sua semelhança com a habilidade (EF01MA13) e (EF03MA14) “Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais (prismas retos, pirâmides, cilindros, cones)” (Brasil, 2018, p. 287) e (EF04MA17) “Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais” (Brasil, 2018, p. 293) pode ser associado ao Nível 1, uma vez que, nessa etapa, o estudante explora e examina as propriedades das figuras geométricas.

Conforme Kuhn e Quadros (2020) indicam, a utilização de sólidos geométricos e diferentes tipos de embalagens, como latas e caixas, possibilita estabelecer conexões entre figuras geométricas tridimensionais e bidimensionais. Esses materiais oferecem a oportunidade de criar planificações, contribuindo para a compreensão de perspectivas. Esse método, baseado em perguntas e na formulação de hipóteses, visa estimular a investigação e promover a exploração, tentativa e erro por parte dos estudantes.

A habilidade (EF05MA16) “Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos” (Brasil, 2018, p. 297) e (EF06MA17) “Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial”

(Brasil, 2018, p. 303). Vamos relacionar com a Teoria dos Van Hiele, como indicado por Kuhn e Quadros (2020), que vinculam esse estágio ao Nível 2 - Abstração.

Conforme a perspectiva de Nasser e Sant'anna (1997), este nível representa a ordenação. Nesse contexto, os estudantes estão engajados em relacionar as figuras com base em suas propriedades, embora ainda não demonstrem um domínio completo do raciocínio dedutivo.

Dessa forma, a integração entre as habilidades da BNCC e a escala de Van Hiele ofereçam uma base sólida para o desenho de estratégias instrucionais eficazes e aprimoramento contínuo no ensino da Geometria “[...] o processo, ou a falta dele, de um nível para outro, depende dos conteúdos e métodos de ensino recebidos do que da idade” (Kaleff *et al.*, 1994, p. 6). Por isso,

[...] é fundamental que os professores conheçam o nível de pensamento geométrico em que os estudantes estão. Orientando-se pela teoria dos Van Hiele é possível promover essa observação e, assim, propor ações para o desenvolvimento da aprendizagem. [...] Pautado na teoria dos Van Hiele e por meio de atividades adequadas, respeitando os níveis e as fases de aprendizagem, é que o professor deveria planejar suas aulas, para auxiliar na construção do conhecimento geométrico pelos estudantes (Kuhn; Quadros, 2020, p. 249-250).

Embasados na teoria dos Van Hiele e por meio de atividades cuidadosamente elaboradas, respeitando os diferentes níveis e fases de aprendizagem, os educadores estão aptos a planejar suas aulas de forma a catalisar a construção do conhecimento geométrico pelos estudantes.

Nesse contexto, a integração da teoria dos Van Hiele torna-se, assim, uma ferramenta valiosa para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

No capítulo, a seguir, apresentamos os procedimentos metodológicos que foram utilizados ao longo desta elaboração da Sequência Didática.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Toda pesquisa segue um caminho traçado, guiado pelos pressupostos teóricos que norteiam o investigador. Neste capítulo, traçamos a jornada percorrida nesta pesquisa, utilizando como bússola a obra de Gil (2002), que classifica as pesquisas segundo seus objetivos e procedimentos técnicos.

Seguindo a classificação de Gil (2002), quanto aos objetivos, nossa pesquisa se configura como exploratória. Essa tipologia visa proporcionar maior familiaridade com o problema em questão, tornando-o claro e compreensível. Ela permite um trabalho flexível, pois considera diversos aspectos do tema em estudo, promovendo a compreensão por meio de levantamentos bibliográficos.

Quanto aos procedimentos técnicos, Gil (2002) define que estes se relacionam diretamente à forma como os dados são coletados. Em nossa pesquisa, utilizamos duas ferramentas: 1) Pesquisa Bibliográfica: mergulhamos em material já existente, como livros, artigos científicos e outros documentos relevantes, buscando embasamento teórico e contextual para o estudo; 2) Pesquisa Documental: analisamos documentos oficiais, leis, decretos e outros registros que complementam a pesquisa bibliográfica e oferecem uma visão ampla do tema.

Ao combinar pesquisa bibliográfica e documental, buscamos construir um panorama abrangente do problema em estudo, trilhando um caminho sólido e confiável para a investigação. A análise dos dados produzidos nos permitiu desenvolver a Sequência Didática para o ensino de Sólidos Geométricos.

Assim, o primeiro passo para a construção do presente trabalho foi realizar uma busca no site de pesquisa Google Acadêmico sobre o termo *Metodologias Ativas*. Entre os resultados da pesquisa o artigo da Revista Thema, escrito em 2017, com o título “*Os princípios das Metodologias Ativas de ensino: uma abordagem teórica*” dos autores Aline Diesel, Alda Leila Santos Baldez e Silvana Neumann Martins, cita que a transição de uma metodologia tradicional³ para uma metodologia cujo enfoque está no processo ativo de aprendizagem, se dá a partir das teorias de aprendizagem, como a Aprendizagem pela Interação Social, proposto por Lev Vygotsky (1896-1934), a

³ Metodologia tradicional pode ser definida pela lógica: o professor tem a responsabilidade de dominar uma área do ensino científico e transmitir seus conhecimentos para os estudantes em uma aula expositiva por meio do uso da oratória.

Aprendizagem pela Experiência, de John Dewey (1859-1952), bem como a Perspectiva freiriana da Autonomia (Paulo Freire, 1921-1997).

No próximo passo a pesquisa no site “Dia a dia educação”⁴ do governo estadual do Paraná, encontramos vídeos sobre abordagens metodológicas ativas, como Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), Aprendizagem Baseada em Projetos (ABPj), Sala de Aula Invertida (SAI), Gamificação, entre outras. Sobre a Gamificação, utilizamos o livro “Gamificação na Educação”, cujos organizadores são Fadel, Batista, Ulbricht e Vanzin (2014), sendo esta uma referência importante para professores que desejam aprender sobre essa abordagem educacional inovadora. O livro fornece uma visão abrangente sobre a Gamificação, incluindo fundamentos, elementos e estratégias. Além disso, o livro é escrito por autores brasileiros, o que garante que ele esteja alinhado com a realidade educacional do país. Os organizadores referentes a seção 1 que está sendo utilizada, são Luciane Maria Fadel, Vania Ribas Ulbricht e Raul Inácio Busarello que caracterizam e exemplificam a Gamificação na educação.

Em relação a Modelagem Matemática, foram utilizados os pressupostos teóricos de Barbosa (2004), Bassanezi (2002) e Almeida, Silva e Vertuan (2016), citados em vários trabalhos como sendo uma referência sobre o assunto.

Buscamos os conceitos de Geometria presente na coleção dos livros didáticos “*A conquista da Matemática*” dos autores José Ruy Giovanni Júnior, Benedicto Castrucci, usada em várias das escolas do Paraná e aprovada no Plano Nacional de Desenvolvimento do Livro Didático (PNLD) nos anos de 2011 a 2013 e 2020 a 2023 como podemos verificar no Sistema do Material Didático (SIMAD)⁵.

O artigo “*Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométrico de estudantes concluintes do Ensino Fundamental*”, escrito por Márcio Eugen Klingenschmid Lopes dos Santos e Talita Freitas dos Santos Mazzini, é o texto base para elaborar as sequências didáticas a partir dos níveis de aprendizagem dos estudantes no ensino da Geometria.

Dando continuidade, foi realizada uma revisão sistemática sobre sequências didáticas, a partir do site da “Revista Nova Escola”⁶, pois trata-se de uma das principais plataformas educacionais brasileiras que oferece uma variedade de

⁴ Disponível em: <https://x.gd/e6yzv>. Acesso em: 22 nov. 2023.

⁵ Disponível em: <https://www.fn.de.gov.br/distribuicaoosimadnet/>. Acesso em: 24 fev. 2024.

⁶ Disponível em: <https://x.gd/OPUhG>. Acesso em: 24 fev. 2024.

recursos, informações e ferramentas para professores, educadores e pais. O site é conhecido por fornecer conteúdo sobre educação, incluindo: artigos, plano de aula, atividades pedagógicas, notícias, vídeos e outras informações úteis relacionadas à educação.

Para a formulação da avaliação diagnóstica realizada na aula 1 foi realizada uma busca no produto educacional “*Guia para ensino de prisma com aprendizagem baseada em problemas*” escrito por Elisandra Picinin e Adriano Canabarro Teixeira, pois aborda Geometria espacial, escala de Van Hiele e tecnologias digitais. Por fim, o último passo foi desenvolver as sequências didáticas.

4 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Na perspectiva de Zabala (1998), a Sequência Didática é entendida como um conjunto de atividades pedagógicas planejadas de forma sequencial e articulada, com o objetivo de promover a aprendizagem dos estudantes em relação a um tema específico.

Por sua vez, Barbosa (2002), complementa essa visão ao ressaltar que a Sequência Didática não apenas organiza atividades, mas também cria um ambiente propício para a Modelagem Matemática. As etapas planejadas por esse autor visam não apenas ensinar conteúdos específicos, mas também alinhar-se aos objetivos de aprendizagem estabelecidos pelo professor para seus estudantes.

A proposta de Giordan *et al.* (2011) para a Sequência Didática se destaca por oferecer uma estrutura sistemática para o ensino de gêneros textuais. Essa estrutura se baseia em cinco etapas interligadas:

1. Apresentação da Situação, Definição e Formulação da Tarefa: nesta etapa, o professor contextualiza o gênero textual a ser trabalhado, definindo seus objetivos e características principais. A tarefa a ser realizada pelos alunos é claramente formulada, orientando-os sobre o que se espera que aprendam e produzam.

2. Produção Inicial: os alunos têm um primeiro contato com o gênero textual, realizando uma produção inicial que serve como ponto de partida para o processo de aprendizagem. Essa produção permite ao professor avaliar o conhecimento prévio dos alunos e identificar suas necessidades específicas.

3. Módulos de Atividade: o professor planeja e desenvolve atividades cuidadosamente elaboradas para que os alunos explorem o gênero textual em profundidade. As atividades podem incluir leitura, análise, produção textual, debate e outras estratégias que promovam a compreensão e o domínio do gênero.

4. Sistematização: após a realização das atividades, o professor sistematiza os conhecimentos e as habilidades desenvolvidas pelos alunos, reforçando os conceitos aprendidos e esclarecendo dúvidas. Essa etapa é para consolidar a aprendizagem e garantir a retenção do conteúdo.

5. Produção Final: os alunos realizam uma produção final individual, demonstrando o domínio do gênero textual e a aplicação dos conhecimentos

adquiridos ao longo da sequência didática. Essa produção pode ser um texto escrito, uma apresentação oral, um projeto multimídia ou outro formato que atenda aos objetivos de aprendizagem.

A Sequência Didática de Giordan *et al.* (2011) se configura como uma ferramenta valiosa para o professor, pois oferece um roteiro claro e estruturado para o ensino de gêneros textuais. Através das diferentes etapas, os alunos são guiados de forma gradual e sistemática no processo de aprendizagem, desde o contato inicial com o gênero até a produção textual final. Essa abordagem contribui para o desenvolvimento de habilidades essenciais para a comunicação eficaz, como leitura crítica, escrita proficiente e argumentação fundamentada.

Em conjunto, essas perspectivas enriquecem a compreensão da Sequência Didática como uma ferramenta pedagógica robusta, capaz de potencializar a aprendizagem ao fornecer uma estrutura organizada e criar situações didáticas que reproduzem aspectos do trabalho científico, contribuindo assim para uma construção sólida de conhecimentos.

Não se limita à simples transmissão de informações, mas busca envolver os estudantes em uma jornada de descoberta, reflexão e construção do conhecimento.

4.1 PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A seguir, é apresentada a proposta da Sequência Didática para o ensino de Sólidos Geométricos dividindo-a em fases, as quais correspondem a cada um dos níveis de Van Hiele e são compostas por uma ou mais aulas, com o objetivo principal da aprendizagem do conteúdo abordado (Quadro 4).

Quadro 4 - Relação dos níveis de Van Hiele e a Sequência Didática

Fase	Nível de Van Hiele	Aula	Objetivos
1ª FASE	Nível 0: Visualização ou Conhecimentos Prévios	Aula 1: Momento 1: Manusear sólidos geométricos. Momento 2: Aplicação da avaliação diagnóstica.	Objetivos: Relacionar sólidos geométricos e objetos do dia a dia. Verificar o nível de Van Hiele em que a turma se encontra.
2ª FASE	Nível 1: Análise ou Reconhecimento	Aula 1: Momento 3: Mapa mental.	Objetivos: Diferenciar poliedros e corpo redondo. Nomear os principais corpos redondos (cone, esfera e cilindro)
		Aula 2: Momento 1: relembrando. Momento 2: carimbando prisma e pirâmides. Momento 3: jogo da velha.	Objetivos: Diferenciar prismas e pirâmides de acordo com os seus conceitos. Nomear os poliedros de acordo com a base.
3ª FASE	Nível 2: Dedução informal	Aula 3: Momento 1: relembrando. Momento 2: construção dos poliedros. Momento 3: exposição dos poliedros e relação de Euler. Momento 4: Jogo da Plataforma <i>Matific</i> .	Objetivos: Identificar e quantificar vértices, arestas e faces. Utilizar a relação de Euler.
		Aula 4: Momento 1: pirâmide triangular planificada. Momento 2: Jogo "Combine as faces das pirâmides com suas formas" <i>MATIFIC</i> . Momento 3: Perguntas adaptadas na forma de avaliação formativa. Avaliação Final.	Identificar a planificação dos poliedros.

Fonte: Da autora

4.1.1 1ª Fase - Nível 0 da escala de Van Hiele - Visualização ou Conhecimentos Prévios

A primeira fase do processo está vinculada ao nível 0 da escala de Van Hiele e abrange dois momentos na Aula 1. O principal objetivo dessa etapa é diagnosticar o nível de compreensão da turma.

Esta fase ocorre a aplicação da avaliação diagnóstica apresentada no Apêndice A. Ela tem como objetivo verificar o nível de Van Hiele em que os estudantes se encontram. Caso seja identificado que alguns estudantes se encontram no nível 0, a Aula 1 oferece atividades que possibilita a elevação destes alunos para o Nível 1.

Ainda nesta fase os estudantes fazem o reconhecimento das figuras geométricas. Reconhecem triângulos, quadrados, paralelogramos, entre outros, por sua forma, não conseguindo identificar suas partes ou propriedades. São capazes de reproduzir figuras dadas e aprender um vocabulário geométrico básico. No Quadro 5, há uma descrição detalhada da Aula 1.

Quadro 5 - Plano de aula 1

PLANO DE AULA 1	
Componente Curricular: Matemática	Área do Conhecimento: Grandezas e medidas
Etapa/Ano/Série: 6º Ano	Metodologia Ativa:
Habilidades da BNCC: (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.	
Objeto de conhecimento: Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	
Objetivos de aprendizagem: <ul style="list-style-type: none"> ● Identificar o nível na escala de Van Hiele. ● Diferenciar corpo redondo e poliedros. ● Nomear os principais corpo redondos (cone, esfera e cilindro) 	
Encaminhamentos Metodológicos: Momento 1 (tempo estimado de 10 min): Manusear sólidos geométricos. e estabelecer comparação entre eles e objetos encontrados em nosso dia a dia. Momento 2(tempo estimado de 30 min): Aplicação da avaliação diagnóstica, para identificar o nível dos estudantes na escala de Van Hiele. Momento 3(tempo estimado de 10 min): Desenvolver de um Mapa mental, possibilitando aos estudantes a percepção de que já conhecem e utilizam alguns sólidos geométricos.	
Recursos Pedagógicos/Digitais: Televisão e sólidos geométricos	

Fonte: Da autora

Momento 1: Manusear sólidos geométricos e estabelecer comparação entre eles e os objetos encontrados em nosso dia a dia.

O professor iniciará a aula apresentando aos estudantes os sólidos geométricos de acrílico e alguns sólidos trazidos de casa pelos estudantes como por exemplo caixa de leite, cubo mágico, chapéu de aniversário, distribuindo alguns exemplares para que sejam manuseados.

Os estudantes são convidados a responder alguns questionamentos feitos oralmente como:

- a) Você conhece alguns destes sólidos? Que nome eles tem?
- b) De quantas partes ele é formado?
- c) Quais destas partes poderiam ser chamadas de faces?
- d) Desenhe em seu caderno as faces que você identificou no sólido. Você sabe o nome destas figuras?
- e) Existe alguma semelhança entre estas figuras? Quais?
- f) Existem diferenças? Quais?
- g) Quais sólidos geométricos vocês já viram? Onde podemos encontrá-los no nosso dia a dia? Com qual objeto de nosso uso o cone se assemelha?

O professor segue investigando e questionando os estudantes para estabelecerem comparações entre os sólidos manuseados e elementos de suas rotinas.

Momento 2: Aplicação da avaliação diagnóstica, para identificar o nível dos estudantes na escala de Van Hiele.

Ainda na Aula 1, segue-se para a 2ª Fase, o Nível 1 da escala de Van Hiele.

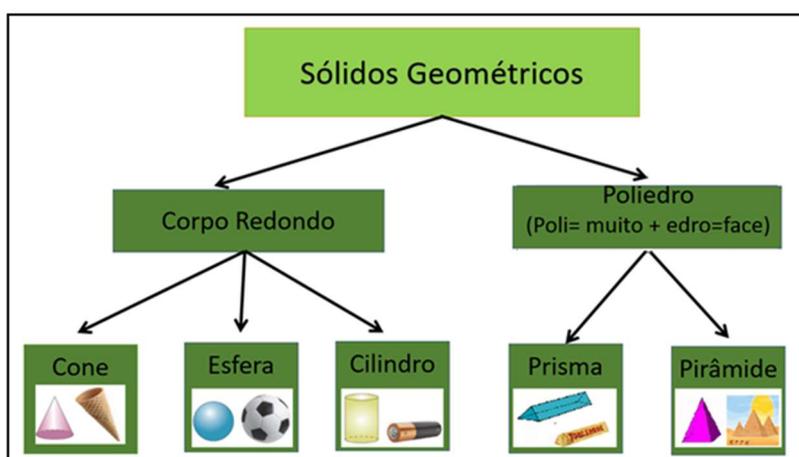
4.1.2 2ª Fase - Nível 1 da escala de Van Hiele – Análise ou Reconhecimento

Essa é a fase a qual se inicia a análise dos conceitos geométricos. Neste nível, os estudantes começam a discernir as características e propriedades das figuras, mas não conseguem ainda estabelecer relações entre essas propriedades e nem entendem as definições ou veem inter-relações entre figuras.

No prosseguimento da Aula 1, inicia-se a 2ª Fase, em que os estudantes devem separar os sólidos por suas semelhanças e diferenças. Essa atividade ajuda a compreender a diferença entre poliedro e corpo redondo.

Momento 3: Desenvolver de um Mapa mental, possibilitando aos estudantes a percepção de que já conhecem e utilizam alguns sólidos geométricos. É apresentado o esboço de um Mapa mental (Figura 8) que, começando pelos sólidos geométricos, mostra que todos os elementos são tridimensionais. Estabelece-se por meio do mapa uma divisão entre corpos redondos (aqueles que rolam ou possuem face circular) e poliedros (que possuem muitas faces).

Figura 8 - Mapa mental (esboço)



Fonte: Da autora

Na sequência, será mostrada uma esfera, um cone e um cilindro e os estudantes serão convidados a citar objetos com os quais tais sólidos se parecem. Depois, explica-se que os poliedros se dividem em prismas e pirâmides. E encerra-se a aula.

No Quadro 6, dando sequência à 2ª Fase, é apresentado o Plano de Aula da segunda aula.

Quadro 6 - Plano de aula 2

PLANO DE AULA 2	
Componente Curricular: Matemática	Área do Conhecimento: Grandezas e medidas
Etapa/Ano/Série: 6º Ano	Metodologia Ativa: Modelagem Matemática
Habilidades da BNCC: (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.	
Objeto de conhecimento: Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas).	
Objetivos de aprendizagem:	
<ul style="list-style-type: none"> • Diferenciar prismas e pirâmides de acordo com os seus conceitos. • Nomear os poliedros de acordo com a base 	

Encaminhamentos Metodológicos:

Momento 1(tempo estimado de 5 min): Relembrando, partimos do uso de sólidos geométricos como o prisma quadrangular que é representado pelos estudantes com a caixa de leite e a pirâmide quadrangular que os estudantes fazem ligação com a “pirâmide do Egito”, saindo assim de algo ligado a realidade para a Matemática

Momento 2(tempo estimado de 30 min): Carimbando prisma e pirâmides os estudantes utilizarão a Modelagem Matemática com a atividade carimbando prisma e pirâmides, com isso eles percebem com facilidade que prismas tem duas bases e as laterais retangulares, e as pirâmides têm uma base e as laterais triangulares, facilitando também a nomeação dos sólidos como por exemplo a pirâmide do Egito que é uma pirâmide quadrangular.

Momento 3(tempo estimado de 15 min): Jogo da velha de prisma e pirâmides na quadra.

Recursos Pedagógicos/Digitais:

Televisão, sólidos geométricos, cartolina, tinta guache e giz ou bambolê.

Fonte: Da autora

Momento 1 começamos relembrando que a caixa de leite representa um prisma e a pirâmide é representada pela pirâmide do Egito.

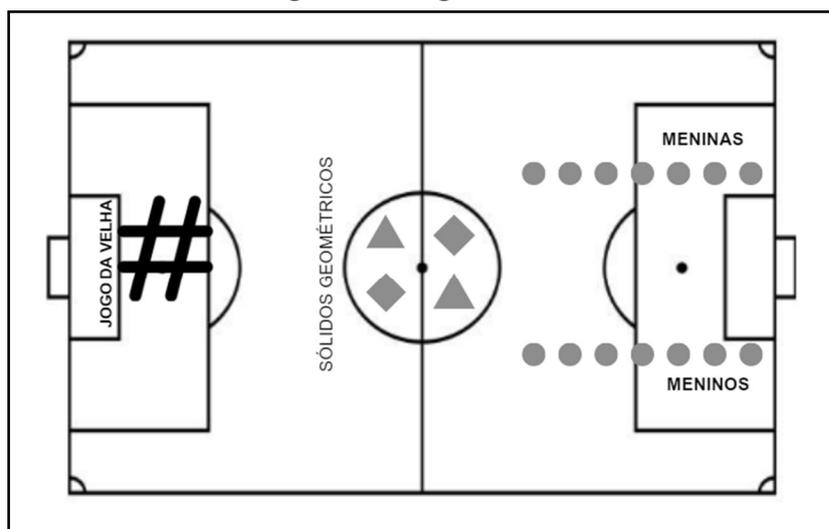
Momento 2 os estudantes, que estarão em grupos, devem dividir uma cartolina ao meio e, em um dos lados, registrarão o termo “lateral” e do outro, o termo “base”. Eles escolherão um prisma ou pirâmide de acrílico ou madeira, na sequência irão pintar com tinta guache a lateral e carimbar na cartolina, depois pintar a base e carimbar na outra parte da cartolina.

Quando os trabalhos forem colocados em exposição, eles conseguirão diferenciar prismas e pirâmides de forma investigativa, lhes permitindo nomeá-los de forma sistemática.

Os estudantes devem perceber que os prismas têm duas bases e as laterais são retangulares, e que as pirâmides têm uma base e as laterais triangulares. Com isso, compreendem que, diante de um prisma ou de uma pirâmide, a classificação desses elementos se faz de acordo com a base, como por exemplo as pirâmides do Egito, cuja base é de uma superfície quadrangular e, portanto, é considerada uma pirâmide quadrangular. A atividade também permite reconhecer e identificar a planificação de prismas e pirâmides.

Momento 3 os estudantes deverão realizar a atividade em um espaço amplo, como a quadra de uma escola. Para essa atividade serão necessários 9 bambolês para formar o jogo da velha ou pode-se desenhar no chão, com giz, um quadrado grande dividido em 9 quadradinhos. Os estudantes formam duas filas do lado oposto ao jogo da velha, sendo uma fila representando os prismas e a outra representando as pirâmides. No centro da quadra, ficam expostos alguns poliedros de madeira ou acrílico (Figura 9).

Figura 9 - Jogo da Velha



Fonte: Da autora

O primeiro estudante de cada fila corre, passa pelo centro da quadra, pega o seu poliedro correspondente, coloca no jogo da velha e volta para tocar a mão do próximo. Ganha a fila que marcar primeiro uma linha, coluna ou diagonal com três poliedros correspondentes. Após o jogo a aula é encerrada.

4.1.3 3ª Fase - Nível 2 da escala de Van Hiele – Dedução informal

Esta fase é composta pelas Aulas 3 e 4. Neste momento, o estudante começa a estabelecer as relações e as propriedades dos sólidos e entre os sólidos, deduzindo-as e reconhecendo classes. Nesse nível, a definição já tem significado; todavia, o estudante ainda não entende o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas nas provas formais. No Quadro 7, a seguir, é apresentado o Plano da Aula 3.

Quadro 7 - Plano de aula 3

PLANO DE AULA 3	
Componente Curricular: Matemática	Área do Conhecimento: Grandezas e medidas
Etapa/Ano/Série: 6º Ano	Metodologia Ativa: Modelagem Matemática e Gamificação.
Objeto de conhecimento: Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	
Objetivos de aprendizagem: <ul style="list-style-type: none"> • Identificar e quantificar vértices, arestas e faces • Utilizar a relação de Euler 	
Habilidades da BNCC: (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas	

e desenvolver a percepção espacial.

Encaminhamentos Metodológicos:

Momento 1(tempo estimado de 5 min): Relembrando partimos do cubo que na realidade é representado pelo brinquedo “cubo mágico” e da pirâmide quadrangular que os estudantes fazem ligação com a “pirâmide do Egito” e assim partimos da realidade para a Matemática.

Momento 2(tempo estimado de 20 min): Construção dos poliedros utilizando balas de goma como vértices e palitos de dentes como as arestas. Os estudantes devem construir em grupos um prisma ou uma pirâmide. Depois da construção eles anotam em um papel o nome do sólido construído e a quantidade de vértices, arestas e faces.

Momento 3(tempo estimado de 10 min): Exposição dos poliedros e relação de Euler, os sólidos e as anotações são colocados em exposição e testados na fórmula de Euler $V + F = A + 2$, sabendo que vértice será representado com a letra V, aresta que será a letra A e as faces por F, mostrando a igualdade.

Momento 4(tempo estimado de 15 min): Jogo da Plataforma Matific *A Figura Chave*.

Recursos Pedagógicos/Digitais: Sólidos geométricos, palito de dente, balas de goma e Televisão ou sala de computação.

Fonte: Da autora

Para o desenvolvimento do Plano da Aula 3 são necessários quatro momentos.

Momento 1, o professor inicia a aula mostrando os sólidos estudados na aula anterior, ou seja, o cone, a esfera e o cilindro, relembrando alguns conceitos e nomenclaturas, como corpos redondos, e as diferenças entre prismas e pirâmides.

O professor faz a apresentação da pirâmide quadrangular que será desenhada no quadro e mostra nomenclaturas como: vértice, aresta e face.

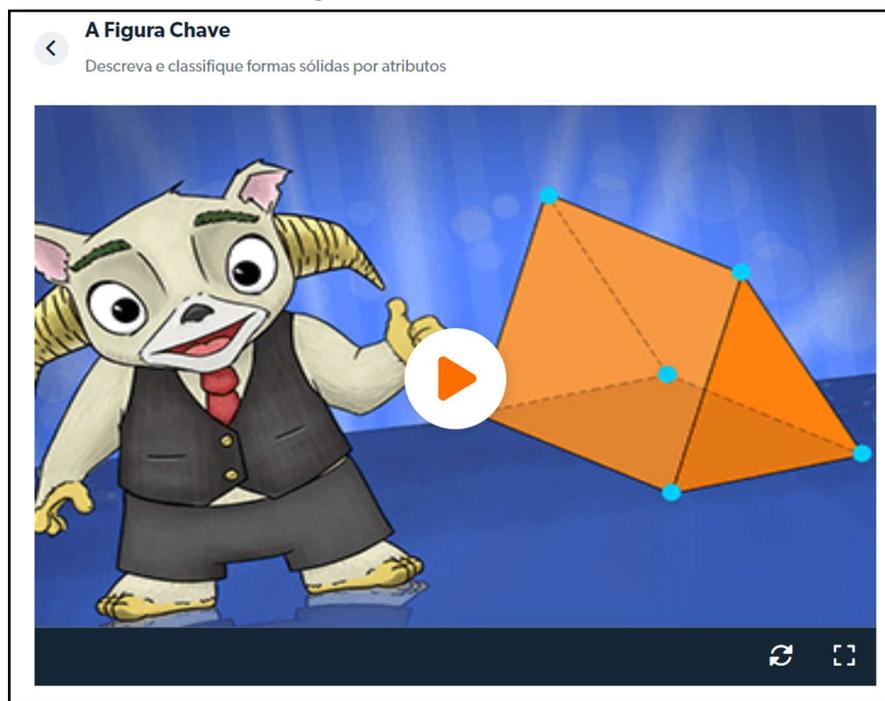
Momento 2, os estudantes formam grupos e constroem sólidos geométricos utilizando palito de dente para representar, as arestas; e balas de goma, para representar os vértices. De acordo com os exemplos dos poliedros, os estudantes devem construir as estruturas e anotar na folha de atividade da Aula 3 (conforme pode ser visto no Apêndice B) o nome do poliedro que foi construído, a quantidade de vértices, de arestas e faces.

Momento 3, os trabalhos são colocados em exposição. Por exemplo, ao escolhermos uma pirâmide triangular, contamos o número de vértices, que será 4; o número de arestas, que é 6; e de faces, que é igual a 4. Testamos na fórmula

A construção facilita a contagem e a diferenciação entre vértice, que representamos pela letra V; aresta, que será representada pela letra A; e face, pela letra F. Assim, eles conseguem utilizar a relação de Euler que é $V + F = A + 2$. Para facilitar a memorização, pode ser utilizado o macete “Vamos Fazer Arroz a 2”, mostrando a igualdade. Fazemos o mesmo exemplo para o prisma quadrangular e outros poliedros construídos.

Momento 4, os estudantes poderão encerrar esta aula no laboratório de informática, utilizando o jogo *A Figura Chave* da plataforma *Matific* (Figura 10).

Figura 10 - A figura Chave



Fonte: Plataforma *Matific*⁷

Este jogo tem como objetivo auxiliar na contagem de vértices, arestas e faces de sólidos geométricos de forma lúdica e interativa. Cinco sólidos geométricos são apresentados ao jogador, um dos quais contém um prêmio escondido. Ao longo de rodadas, o jogador recebe pistas sobre as propriedades de um dos sólidos e precisa eliminar aqueles que não as satisfazem. A cada rodada, um sólido é eliminado até que apenas o sólido com o prêmio permaneça. O cenário do jogo é apresentado como um programa de adivinhação, com um apresentador que guia o jogador e anuncia as pistas.

Após o jogo, a Aula 3 é encerrada e prossegue-se para a Aula 4, ainda na 3ª Fase, no nível de dedução informal. No Quadro 8, a seguir, temos a descrição detalhada do Plano de Aula 4.

⁷ Disponível em: <https://www.matific.com/bra/pt-br/home/maths/episode/the-key-figure/>. Acesso em: 13 mar. 2024.

Quadro 8 - Plano de aula 4

PLANO DE AULA 4	
Componente Curricular: Matemática	Área do Conhecimento: Grandezas e medidas
Etapa/Ano/Série: 6º Ano	Metodologia Ativa: Jogos online na plataforma <i>Matific</i>
Objeto de conhecimento: Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	
Objetivos de aprendizagem: <ul style="list-style-type: none"> Planificar poliedros. 	
Habilidades da BNCC: (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.	
Encaminhamentos Metodológicos: Momento 1(tempo estimado de 10 min): Pirâmide triangular planificada, iniciar a aula disponibilizando uma pirâmide triangular planificada em branco que os estudantes deverão colorir e montar de forma tridimensional, de acordo com o exemplo 3d já colorido e exposto. Momento 2(tempo estimado de 15 min): Jogo na plataforma <i>MATIFIC</i> , os estudantes jogarão “Combine as faces das pirâmides com suas formas” e/ou “Combine as faces dos prismas com suas formas”, utilizando a plataforma <i>MATIFIC</i> de preferência no laboratório de informática. O professor pode realizar o login e abrir o jogo em sala, utilizando tv ou data show, para que os estudantes respondam. Momento 3(tempo estimado de 5 min): Perguntas adaptadas na forma de avaliação formativa, os estudantes poderão expor as suas dificuldades e estratégias durante os jogos. Momento 4(tempo estimado de 20 min): Avaliação Final.	
Recursos Pedagógicos/Digitais: Televisão ou sala de computação.	

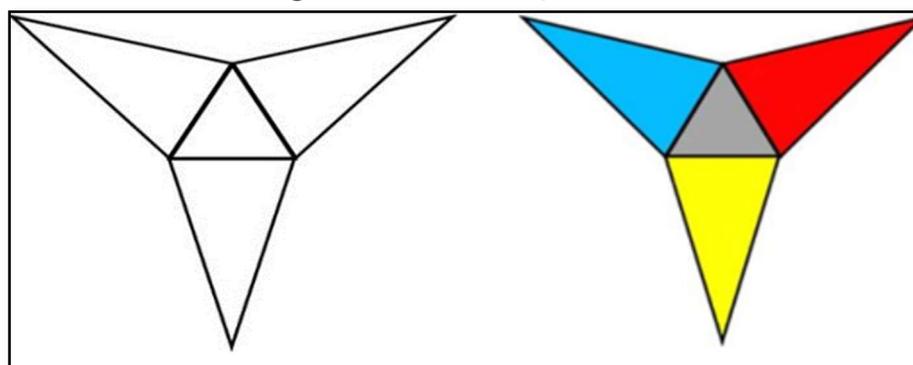
Fonte: da autora

A Aula 4 é dividida em quatro momentos.

Momento 1, os estudantes receberão uma pirâmide triangular planificada para que realizem a montagem (Figura 11).

Na sequência, realiza-se a apresentação da pirâmide de base triangular colorida tridimensional e planificada bidimensional em branco. Na atividade, os estudantes receberão uma pirâmide de base triangular planificada em branco e, com a visualização de uma pirâmide de base tridimensional colorida, eles deverão colorir da mesma forma. Depois, utilizando fita adesiva, os estudantes devem montar a pirâmide triangular que foi colorida por eles, conforme o exemplo apresentado.

Figura 21 - Pirâmide planificada



Fonte: Plataforma *Matific*

Momento 2, do desenvolvimento, os estudantes irão jogar “Combine as faces das pirâmides com suas formas” cujo objetivo é relacionar a planificação bidimensional com a pirâmide tridimensional. Cada tela exige que seus estudantes selecionem as cores corretas para cada face da planificação, para que elas se alinhem com a pirâmide mostrada (Figura 12). Na sequência, os estudantes poderão jogar também “Combine as faces de prismas com suas formas” que objetiva relacionar a planificação bidimensional com o prisma tridimensional. Cada tela exige que os estudantes selecionem as cores corretas para cada face da planificação, para que elas se alinhem com o prisma mostrado.

Figura 32 - Jogo combine as faces da pirâmide com suas formas



Fonte: Plataforma Matific

Momento 3 dessa atividade, algumas perguntas, na forma de uma avaliação formativa, e adaptadas do próprio manual do Matific (2015)⁸, poderão ser feitas aos alunos.

Pergunta: O que foi desafiador no processo de colorir as planificações?

Embora os estudantes tenham alguma experiência com a relação entre objetos bidimensionais e objetos tridimensionais neste ponto, ainda há desafios espaciais e conceituais a serem abordados.

Pergunta: Como vocês superaram esses desafios? Que estratégias vocês utilizaram?

Como acontece com quase todos os obstáculos em Matemática, existem vários caminhos para o sucesso. Compartilhar as estratégias desenvolvidas por alguns estudantes, ajudará outros estudantes a perceberem a multiplicidade de possíveis soluções. Por sua vez, esperamos com isso, mais resiliência na resolução de problemas no futuro.

Momento 4 : avaliação final (Apêndice C) sobre os conceitos adquiridos pode ser realizada pelo professor a fim de analisar a aprendizagem e evolução dos estudantes.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando as dificuldades que os estudantes enfrentam ao desenvolver o pensamento geométrico, o trabalho objetivou desenvolver uma Sequência Didática utilizando Metodologias Ativas para o ensino de sólidos geométricos. Para isso, foram utilizados os pressupostos teóricos de Modelagem Matemática e da Gamificação, bem como foram criadas atividades específicas sobre os sólidos geométricos para promover a transição entre os diferentes níveis de aprendizagem de Van Hiele.

Ao elaborar a Sequência Didática para o ensino de sólidos geométricos, traçamos atividades que incentivam os estudantes a criarem autonomia para a sua aprendizagem.

⁸ MATIFIC Combine as faces <https://www.matific.com/bra/pt-br/home/maths/episode/push-the-envelope-match-faces-of-rectangular-prisms-with-their-nets> /Planificação de Prismas Retangulares. 2015. Disponível em: <https://encurtador.com.br/gpGQ1>. Acesso em: 13 abr. 2024.

A primeira fase do processo estava vinculada ao nível 0 da escala de Van Hiele e abrangia dois momentos na Aula 1. O principal objetivo dessa etapa era diagnosticar o nível de compreensão da turma. Caso fosse identificado que alguns estudantes se encontravam no nível 0, a mesma Aula 1 ofereceria atividades que visassem possibilitar a elevação destes alunos para o Nível 1.

A segunda fase correspondia ao Nível 1 da escala de Van Hiele e era composta por duas aulas. Nessa etapa, foram disponibilizados um Mapa mental e atividades envolvendo materiais manipuláveis. Durante essa fase, os estudantes poderiam participar ativamente do processo de aprendizagem, engajando-se em diálogos que visassem levar aqueles que estão no Nível 1 para o Nível 2.

A terceira fase estava associada ao Nível 2 da escala de Van Hiele e englobava as Aulas 3 e 4. Nestas aulas, as atividades de Modelagem Matemática incluíam a construção de sólidos geométricos utilizando balas de goma como vértices e palitos de dentes como arestas. A Gamificação foi abordada com a plataforma *Matific* que possui narrativas, avatares, recompensas e utiliza-se de fases para a compreensão eficaz de planificação e contagem do número de vértices, arestas e faces dos poliedros.

Destaca-se que os níveis de Van Hiele foram o fio condutor das atividades desenvolvidas, uma vez que eles permitiram dosar os tipos e níveis dos problemas propostos.

Assim, acredita-se que a Sequência Didática produzida pode contribuir para a aprendizagem dos alunos na construção do pensamento geométrico, especialmente em relação aos sólidos geométricos, e auxiliar os professores na implementação de um ensino ativo.

Como próximos passos da pesquisa, essa Sequência Didática pode ser aplicada e, uma avaliação pode ajudar a verificar a viabilidade dela. Além disso, essa Sequência pode ser utilizada para a formação continuada de professores que buscam aprimorar seus conceitos e suas metodologias de ensino.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1 ed. 2ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2016.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2021.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na educação Matemática. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle; SILVA, Karina Pessoa. (Org.). **Modelagem Matemática em foco**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.
- ALVES, Lynn Rosalina; MINHO, Marcelle Rose da Silva; DINIZ, Marcelo Vera Cruz. Gamificação: diálogos com a educação. In: FADEL, Maria Luciane; BATISTA, Claudia Regina; ULBRICHT, Ribas Vania; VANZIN, Tarcísio. **Gamificação na educação**. Pimenta Cultural, 2014.
- BACICH, Lilian; MORAN, José. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Penso Editora, 2018.
- BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004. Disponível em: <https://encurtador.com.br/rxABS>. Acesso em: 19 mar. 2024.
- BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrimos a Geometria fractal: para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BORGES, Tiago Silva; ALENCAR Gidéia. Metodologias ativas na promoção da formação crítica do estudante: o uso das Metodologias Ativas como recurso didático na formação crítica do estudante do ensino superior. **Cairu em Revista**. Ano 03, n. 04, p. 119-143, Jul/Ago 2014. Disponível em: <https://encurtador.com.br/ajFMP>. Acesso em: 27 fev. 2024.
- BRAGA, Elisabete Rambo; DORNELES, Beatriz Vargas. Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 13, n. 2, p. 273 - 289, 2011. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/6014>. Acesso em: 27 fev. 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 27 nov. 2023.
- BURGER, William. F.; SHAUGHNESSY, J. Michael. Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 17, n. 1, p. 31-48, 1986. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/749317>. Acesso em: 28 fev. 2024.

BUSARELLO, Raul Inácio *et al.* A Gamificação e a sistemática de jogo. In: FADEL, Maria Luciane; BATISTA, Claudia Regina; ULBRICHT, Ribas Vania; VANZIN, Tarcísio. (Org.). **Gamificação na educação**. São Paulo: Pimenta Cultural, 2014.

COLLANTES, Xavier Ruiz. Juegos y videojuegos. Formas de vivencias narrativas. In: SCOLARI, Carlos A. **Homo Videoludens 2.0**. De Pacman a la gamification. Colleccion Transmedia XXI. Laboratori de Mitjans Interactius. Universitat de Barcelona. Barcelona. 2013. Disponível em: <https://www.untdf.edu.ar/uploads/archivos/Vol II 1 49 51 2019 Mangin 16325876 09.pdf>. Acesso em: 28 fev. 2024.

CROWLEY, Mary L. **O modelo van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico**. Aprendendo e ensinando Geometria. São Paulo: Atual, 1994.

DEWEY, John. **Vida e educação**. 10. ed. São Paulo: Melhoramentos, 1978.

DIESEL, A.; SANTOS BALDEZ, A. L.; NEUMANN MARTINS, S. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, Pelotas, v. 14, n. 1, p. 268–288, 2017. DOI: 10.15536/thema.14.2017.268-288.404. Disponível em: <https://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/404>. Acesso em: 15 mar. 2024.

FADEL, Maria Luciane; BATISTA, Claudia Regina; ULBRICHT, Ribas Vania; VANZIN, Tarcísio. **Gamificação na educação**. Pimenta Cultural, 2014.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 35 ed. São Paulo: Paz e Terra, 2007.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GIORDAN, Marcelo; GUIMARÃES, Yara Araújo Ferreira; MASSI, Luciana. Uma análise das abordagens investigativas de trabalhos sobre sequências didáticas: tendências no ensino de ciências. In: Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 8, v. 5, 2011. **Anais [...]**. Disponível em: http://www.lapeq.fe.usp.br/textos/ec/ecpdf/giordan_guimaraes_massi-enpec-2012.pdf. Acesso em: 27 fev. 2024.

Giovanni Júnior, José Ruy, Benedicto Castrucci. A conquista da matemática: 6º ano, ensino fundamental anos finais. 4ª edição. FTD. São Paulo, 2018

HIELE, Pierre; HIELE, Maurice Van. **Structure and insight: a theory of mathematics education**. Nova York: Academic Press, 1986.

KALEFF, Ana Maria; HENRIQUES, Almir de Souza; REI, Duke Monteiro; FIGUEIREDO, Luiz Guilherme. Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele. **Bolema**, v. 10, p. 21–30, 1994. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/download/10671/7055>. Acesso em: 15 mar. 2024.

KUHN, Malcus Cassiano; QUADROS, Bruna Mendel. Geometria nos anos iniciais: possíveis conexões teóricas e prática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 13, n. 3, p. 246 – 254, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2020v13n3p226-254>. Acesso em: 28 fev. 2024.

LARA, Victor. **Relações entre habilidades da BNCC e a teoria de Van Hiele**: propostas de atividades para o Ensino Fundamental I. 2022. 54 f. Monografia (Graduação em Matemática - Licenciatura) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022. Disponível em: <https://monografias.ufop.br/handle/35400000/3839>. Acesso em: 24 fev. 2024.

LORENZATO, Sergio. **Educação infantil e percepção Matemática**. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

MAZZINI, T. F. dos S. .; SANTOS, M. E. K. L. dos . Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do Ensino fundamental. *Revista de Casos e Consultoria*, [S. l.], v. 12, n. 1, p. e27013, 2021. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/casoseconsultoria/article/view/27013>. Acesso em: 6 maio. 2024

MEDEIROS, Amanda. **Docência na socioeducação**. Brasília: Universidade de Brasília, Campus Planaltina, 2014.

MONTEIRO, Estefânia Silva; RIBEIRO, António José Pacheco. Descobrir, explorar, imaginar: a influência da música no desenvolvimento da criança. **Revista Linhas**, Florianópolis, v. 23, n. 53, p. 264–284, 2022. Disponível em: <https://revistas.udesc.br/index.php/linhas/article/view/20301>. Acesso em: 27 nov. 2023.

NASSER, Lilian, LOPES, Maria Laura Leite. **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro: Projeto Fundação IM/UFRJ, 1996.

NASSER, Lilian; SANT'ANNA, Neide da Fonseca Parracho. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro: Projeto Fundação, Instituto de Matemática, 1997.

OLIVEIRA, Luciano, Amaral. **Coisas que todo professor de português precisa saber**: a teoria na prática. São Paulo: Parábola Editorial, 2010.

PAIVA, Thiago Yamashita. **Aprendizagem ativa e colaborativa**: uma proposta de uso de metodologias ativas no ensino da matemática. 2016. Disponível em: <http://repositorio.unb.br/handle/10482/21707>. Acesso em: 15 mar. 2024.

PICININ, Elisandra. **O estudo de prismas a partir da utilização do modelo Van Hiele em um contexto de aprendizagem baseada em problemas com apoio das tecnologias digitais**. 2020. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de Passo Fundo, 2020. Disponível em: <http://tede.upf.br/jspui/bitstream/tede/1953/2/2020ElisandraPicinin.pdf> Acesso em: 15 mar. 2024.

PICININ, Elisandra; TEIXEIRA, Canabarro, Adriano. **Guia para ensino de prisma com aprendizagem baseada em problemas**, 2020. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2020. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/581810/2/ProdutoEduccional.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2024.

SAMPAIO, Fábio Ferrentini; ALVES, George de Souza. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da Geometria dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, n. 5, p. 69–76, 2010. Disponível em: <https://encurtador.com.br/bqzCX>. Acesso em: 27 nov. 2023.

SILVA, Anabela; MARTINS, Susana. Falar de Matemática hoje é **Millenium – Revista do ISPV: Instituto Superior Politécnico de Viseu**, n. 20, out., 2000. Disponível em: <https://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/897>. Acesso em: 24 fev. 2024.

SOUZA, Patrícia Priscilla Ferraz da Costa. **O desenvolvimento do pensamento geométrico**: uma proposta de recurso didático por meio da HQ. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica) – Universidade Estadual Paulista. Bauru, p. 146, 2018. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/153792>. Acesso em: 24 fev. 2024.

VIANNA, Ysmar; VIANNA, Maurício; MEDINA, Bruno; TANAKA, Samara. **Gamification**, Inc.: como reinventar empresas a partir de jogos. MJV Press: Rio de Janeiro, 2013.

VILLIERS, Michael. Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 12, n. 3, p. 400–431, 2010. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5167>. Acesso em: 24 fev. 2024.

ZABALA, Antoni. **A Prática educativa**: como ensinar. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZICHERMANN, Gabe; CUNNINGHAM, Christopher. **Gamification by Design: Implementing Game Mechanics in Web and Mobile Apps**. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, Inc. 2011.

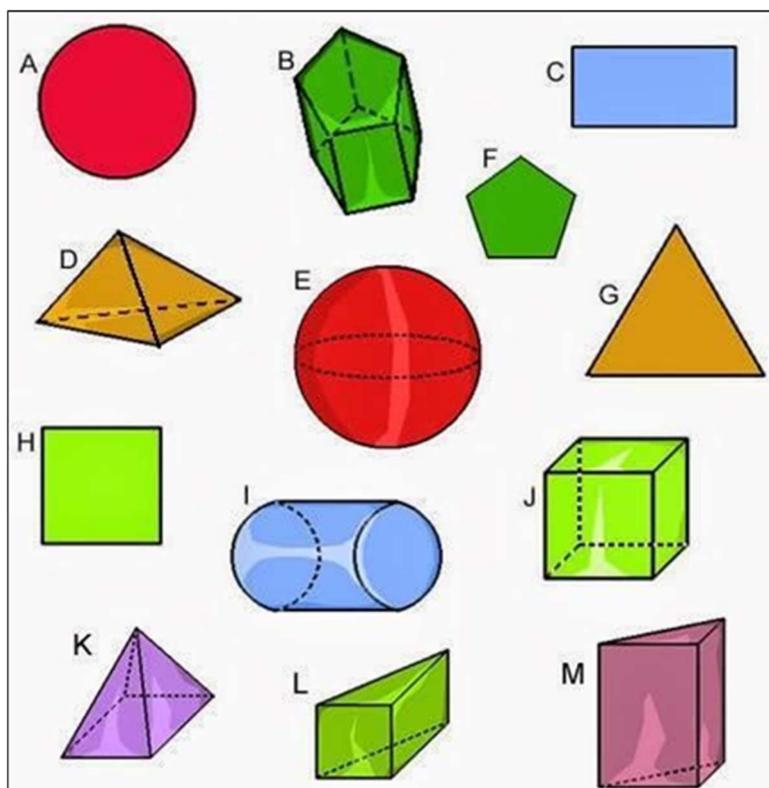
APÊNDICE A - AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA⁹

Nome: _____ Data: _____ Série: _____

1) Quando se observa ao redor pode-se notar formas e sólidos geométricos. Cite alguns deles.

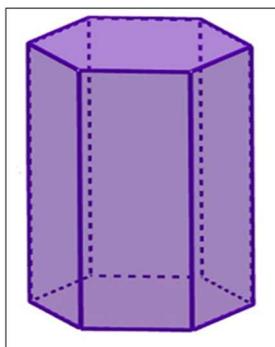
2) Você considera importante o uso de materiais manipulativos em sala de aula para sua aprendizagem no conteúdo de Geometria espacial? Por quê?

3) Geometria Espacial é o estudo da Geometria no espaço, onde se estudam as figuras que possuem três dimensões. No quadro a seguir, assinale com um x as formas geométricas espaciais.

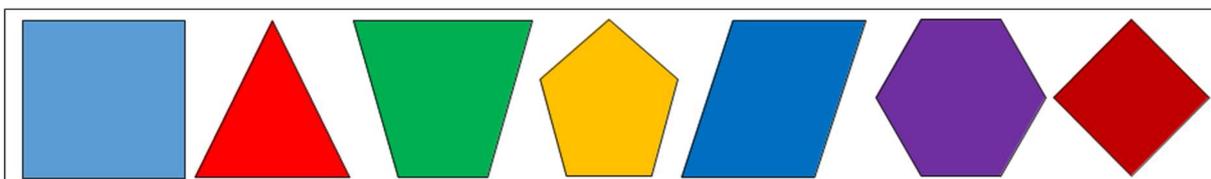


⁹ Essa Avaliação foi adaptada de Picinin (2020).

4) Quais formas geométricas planas você observa na composição do prisma abaixo?

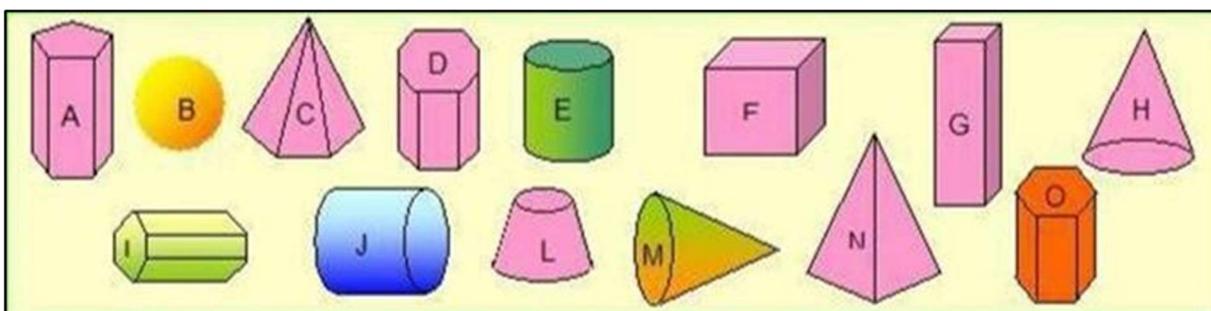


5) Escreva o nome de cada figura, o número de faces, vértices e arestas?



6) Diferencie figuras geométricas planas de sólidos geométricos, descrevendo suas características.

7) Observe os sólidos geométricos abaixo. Crie uma característica que os diferencie (cite esta). Agrupe os mesmos conforme esta característica.



APENDICE B – FOLHA PARA ATIVIDADE DA AULA 3

Nome: _____ Data: _____ Série: _____

NOME DO POLIEDRO	
QUANTIDADE DE VÉRTICES	
QUANTIDADE DE ARESTAS	
QUANTIDADE DE FACES	

APÊNDICE C – AVALIAÇÃO FINAL

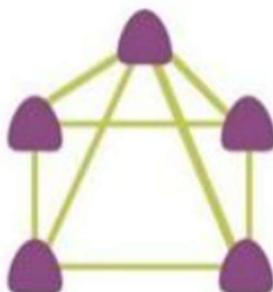
Nome: _____ Data: _____ Série: _____

Avaliação sobre Sólidos Geométricos

1. Nomeie o sólido geométrico e forneça um exemplo do dia a dia.

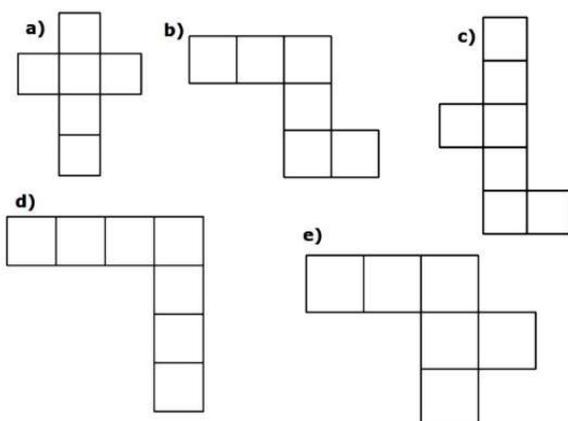
Nome do sólido geométrico	Exemplo

2. Explique a diferença entre arestas, vértices e faces em um sólido geométrico. Dê um exemplo de cada no poliedro abaixo.

**Pirâmide regular de base quadrada**

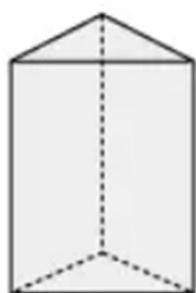
3. Diferencie um prisma de uma pirâmide utilizando figuras e fornecendo uma breve explicação.

4. Identifique qual das figuras abaixo representa a planificação de um cubo:



5. Nomeie um sólido geométrico que possui a forma de um corpo redondo.

6. Conte o número de vértices, arestas e faces do prisma triangular com a figura fornecida.



Prisma
Triangular

7. Desenhe a planificação da pirâmide quadrangular.