

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

PAULO HENRIQUE PEREIRA

**ANÁLISE COMPUTACIONAL NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE
RUPTURA DOS SOLOS EM FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS COM
EXCENTRICIDADE GERADA POR CARGAS HORIZONTAIS**

DISSERTAÇÃO

CURITIBA
2012

PAULO HENRIQUE PEREIRA

**ANÁLISE COMPUTACIONAL NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE RUPTURA
DOS SOLOS EM FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS COM EXCENTRICIDADE
GERADA POR CARGAS HORIZONTAIS**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de Concentração: Construção Civil. Linha de Pesquisa: Materiais e Sistemas Estruturais.

Orientador:
Prof. Dr. Ronaldo Luis dos Santos Izzo

CURITIBA
2012

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

- P436 Pereira, Paulo Henrique
Análise computacional numérica do comportamento de ruptura dos solos em fundações superficiais com excentricidade gerada por cargas horizontais / Paulo Henrique Pereira. – 2012.
93 f. : il. ; 30 cm
- Orientador: Ronaldo Luis dos Santos Izzo.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. Curitiba, 2012.
Bibliografia: f. 84-86.
1. Subestações elétricas. 2. Energia elétrica – Transmissão. 3. Fundações (Engenharia). 4. Mecânica do solo. 5. Análise numérica. 6. Método dos elementos finitos. 7. Métodos de simulação. 8. Engenharia civil – Dissertações. I. Izzo, Ronaldo Luis dos Santos, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. III. Título.

CDD (22. ed.)



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Diretoria de Pós Graduação e Pesquisa - Câmpus Curitiba
Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO N.º 22

ANÁLISE COMPUTACIONAL NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO DE RUPTURA DOS SOLOS EM FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS COM EXCENTRICIDADE GERADA POR CARGAS HORIZONTAIS

POR

PAULO HENRIQUE PEREIRA

Esta dissertação foi apresentada às 09:00 horas do dia 30 de maio de 2012, como requisito parcial para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL**, área de Construção Civil, linha de pesquisa de Materiais e Sistemas Estruturais, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. O Candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho

APROVADO

(aprovado / reprovado)

Prof. Dr. Ronaldo Luis dos Santos Izzo
(UTFPR - Orientador)

Prof. Dr. Rogério Francisco Küster Puppi
(UTFPR)

Prof. Dr. Ney Augusto Nascimento
(UFPR)

Visto da Coordenação:

Prof. Dr. Rodrigo Eduardo Catai
Coordenador do PPGEC

DEDICATÓRIA

Aos meus pais que sempre me incentivaram a buscar o aperfeiçoamento através do estudo e da dedicação.

A minha esposa pelo carinho, apoio e compreensão dedicados a mim durante todo o tempo em que estive envolvido no curso de mestrado.

AGRADECIMENTOS

Ao engenheiro Jazon Vieira da Rocha Junior da COPEL – Companhia Paranaense de Energia pela oportunidade concedida sem a qual não seria possível ingressar no curso de mestrado.

Ao corpo docente do PPGEC em especial aos professores Rogério Francisco Kuster Puppi e João Elias Abdalla Filho pelo tempo e dedicação dispensados no ensino das disciplinas do curso.

RESUMO

Em subestações de transmissão e distribuição de energia elétrica são utilizadas estruturas metálicas ou de concreto para o suporte de equipamentos e ancoragem de linhas de transmissão. Nestas estruturas os esforços principais atuam horizontalmente pela ação do vento e da tração nos cabos de transmissão de energia elétrica. Devido aos baixos esforços verticais, normalmente, utilizam-se como solução fundações rasas, uma vez que apresentam menor custo e maior facilidade de execução quando comparadas com fundações profundas. Devido a distância de aplicação das cargas horizontais em relação à base, os momentos gerados por estas se tornam elevados em relação à carga vertical atuante. Esta configuração faz com que a resultante dos esforços, frequentemente, esteja fora do núcleo central da fundação. Segundo a NBR 6122 (1996), para a avaliação da capacidade de suporte das fundações nos casos de cargas excêntricas, deve ser adotada uma área efetiva onde os esforços de compressão são considerados uniformemente distribuídos. Este procedimento simplificado muitas vezes torna os dimensionamentos extremamente conservadores, tendo em vista os baixos carregamentos verticais e as grandes excentricidades. Esta pesquisa visa, através de utilização de modelos computacionais numéricos, caracterizar o comportamento de ruptura dos solos solicitados por fundações superficiais sujeitas a esforços combinados verticais, horizontais e momentos. Além disso, os resultados obtidos nos modelos numéricos são comparados com as formulações clássicas de dimensionamento de fundações.

ABSTRACT

For power substations, both steel and reinforced concrete structures are normally used to support the equipments and the high voltage wiring. In such cases, the wind forces predominate and cause tension in the electrical cables and structures. As the vertical loads are relatively small, generally shallow foundations apply, being also easily executed under lower costs. Due to the distance between the horizontal forces and the structural foundation, high moments are generated comparatively to the vertical loads present, defining big eccentricity in the foundation.

According to ABNT-NBR 6122 (1996), to determine the foundation bearing capacity, an effective area may be considered for the compression stresses to act. This situation often yields to unrealistic foundation design.

The present dissertation intends to model the failure behavior of the soil supporting shallow foundation by means of computational methods, considering vertical and horizontal forces acting along with moments. A comparison is also made with commonly used bearing capacity equations for the same type of foundations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Pórtico de ancoragem de linhas de transmissão de energia elétrica.	13
Figura 2 - Núcleo central da fundação	14
Figura 3 - Tensões principais no solo.....	16
Figura 4 - Tensões no plano inclinado	17
Figura 5 - Corpo sobre o plano inclinado com atrito.....	18
Figura 6 – Representação gráfica das tensões – Critério de Mohr-Coulomb.....	19
Figura 7 – Estado ativo e passivo de Rankine	20
Figura 8 - Envoltórias de ruptura a) Empuxo ativo b) Empuxo passivo.....	20
Figura 9 - Modelos para o comportamento elasto-plástico.....	22
Figura 10 - Módulo de elasticidade a partir do ensaio de compressão	24
Figura 11 - Representação da superfície de escoamento segundo as tensões principais e no plano π	27
Figura 12 - Representação da superfície de escoamento de Mohr-Coulomb segundo as tensões principais e no plano π	28
Figura 13 - Discretização do meio contínuo	30
Figura 14 - Elemento triangular - Coordenadas de área.	30
Figura 15 - a) Triângulo de 6 nós b) Triângulo de 15 nós	32
Figura 16 - Área efetiva segundo a NBR 6122 (1996)	35
Figura 17 - Modos de ruptura dos solos.....	36
Figura 18 - Ábaco de Vesic para determinação do modo de ruptura dos solos	37
Figura 19 - Ponto de ruptura dos solos	38
Figura 20 - Ruptura de solos por fundações superficiais	39
Figura 21 - Ruptura de solos por fundações superficiais com cargas excêntricas	41
Figura 22 - Sapata carregada excêntrica – Teixeira e Godoy (1999).....	43
Figura 23 - Sapata carregada excêntrica (grande excentricidade) – Teixeira e Godoy (1999)	44
Figura 24 - Envoltória de ruptura tridimensional no espaço não-dimensional de fundações com cargas combinadas e momento - Taiebat 2000	46
Figura 25 - Determinação da altura do talude escavado - Burnier (2006).....	47
Figura 26 – Representação em corte da geometria do problema modelado no Plaxis	49
Figura 27 - Modelo axissimétrico para reprodução dos ensaios de placa.....	52
Figura 28 - Geometria da fundação utilizada no modelamento.....	53
Figura 29 - Discretização e refino da malha de elementos finitos	55

Figura 30 - Convergência da intensidade da carga de ruptura do solo	56
Figura 31 - Diagrama de aplicação dos esforços na fundação	57
Figura 32 - Comparativo do comportamento dos modelos em MEF em relação aos ensaios de placa	60
Figura 33 - Gráfico de deslocamentos totais gerado pelo Plaxis.....	61
Figura 34 - Posição do ponto de rotação da fundação.....	62
Figura 35 - Área comprimida da fundação em relação a variação da carga vertical aplicada.....	63
Figura 36 - Pontos definidos no Plaxis para obtenção de gráficos carga-deslocamento.....	64
Figura 37 - Deslocamento vertical no ponto C em relação a carga vertical aplicada	65
Figura 38 - Deslocamento horizontal no ponto D em relação a carga vertical aplicada	66
Figura 39 - Rotação da fundação - Deslocamento lateral	67
Figura 40 - Posição da resultante da tensão na lateral das fundações	68
Figura 41 - Tensões laterais na fundação. a) Distribuição de Rankine. b) Distribuição via MEF	69
Figura 42 - Intensidade da resultante dos esforços na lateral da fundação	70
Figura 43 - Excentricidade da carga vertical resultante na ruptura do solo.....	72
Figura 44 - Distribuição de tensões na base	73
Figura 45 - Comportamento carga-recalque para o ensaio de placa	74
Figura 46 - Momento máximo admitido pelas fundações	75
Figura 47 - Comparativo – Resultado dos modelos numéricos com o método das áreas efetivas.....	76
Figura 48 - Comparativo – Resultado dos modelos numéricos com o método de Teixeira e Godoi.....	78
Figura 49 - Comparativo – Resultado dos modelos numéricos com o método de Taiebat	79
Figura 50 - Distribuição das tensões laterais - a) Modelos em MEF b) Simplificação proposta	80
Figura 51 - Comparativo – Resultado dos modelos numéricos com o método proposto	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Módulo de elasticidade típico para argilas	24
Tabela 2 - Módulo de elasticidade típico para areias	24
Tabela 3 - Fatores de forma para fundações superficiais	41
Tabela 4 - Resultados dos ensaios de granulometria e classificação das amostras.	50
Tabela 5 - Resultados dos ensaios de cisalhamento direto	51
Tabela 6 - Parâmetros da fundação utilizados no modelo	53
Tabela 7 - Níveis de refino da malha gerada pelo Plaxis	54
Tabela 8- Plano de carregamento do modelo	57
Tabela 9 - Módulos de elasticidade para o solo	59
Tabela 10 - Capacidade última de suporte (kN/m ²)	74

LISTA DE SÍMBOLOS

σ_1	Tensão principal maior
σ_3	Tensão principal menor
σ'_v	Tensão vertical efetiva
σ'_h	Tensão horizontal efetiva
K_0	Coefficiente de empuxo no repouso
γ_s	Peso específico do solo
ϕ	Ângulo de atrito interno do solo
τ	Tensão de cisalhamento
σ	Tensões normais
α	Ângulo formado por um plano qualquer em relação ao plano de atuação das tensões principais
F	Força normal atuando sobre o corpo
T	Força tangencial atuando sobre o corpo
C	Coesão
σ_y	Tensão na direção do eixo y
σ_x	Tensão na direção do eixo x
P_P	Pressão passiva
h	Profundidade ou cota de assentamento da fundação
K_P	Coefficiente de empuxo passivo
ε	Deformação
E	Módulo de elasticidade
P_a	Pressão atmosférica
$I_{1,2,3}$	Invariantes principais do tensor de tensões
S_{ij}	Tensor desviador
$J_{1,2,3}$	Invariantes do tensor desviador
Θ	Ângulo de Lode
ψ	Ângulo de dilatação
ν	Coefficiente de Poisson
e	Excentricidade
Q	Carga vertical
D_r	Densidade relativa
i	Índice de vazios
q	Sobrecarga na superfície do solo
q_u	Capacidade de carga última
B	Largura da fundação
B'	Largura efetiva da fundação
L'	Comprimento efetivo da fundação

σ_{adm}	Tensão admissível do solo
M	Momento aplicado na fundação
W	Módulo de resistência da fundação
FV	Força vertical
FH	Força horizontal
FVu	Força última puramente vertical
FHu	Força última puramente horizontal
Mu	Momento último
H	Altura de aplicação da força horizontal em relação ao topo da fundação
FH_{res}	Força resistente horizontal na lateral da fundação
FS	Fator de segurança

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1. Caracterização do problema.....	13
1.2. Objetivos da pesquisa	15
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1. Comportamento e Características Básicas dos solos	16
2.2. Formulações Matemáticas	25
2.3. Estudos Relacionados.....	34
3. METODOLOGIA	49
3.1. Dimensões da Massa de Solo	49
3.2. Parâmetros do Solo.....	50
3.3. Delimitação do tipo de fundação	52
3.4. Plano de Carregamento	56
4. ANÁLISE DOS RESULTADOS	59
4.1. Calibração do Modelo e Retroanálise.....	59
4.2. Ponto de Rotação das Fundações e Excentricidades	61
4.3. Deslocamento.....	64
4.4. Distribuição das Tensões	67
4.5. Capacidade de Suporte.....	73
4.6. Proposta de Dimensionamento para Fundações.....	80
5. CONCLUSÕES	83
6. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
ANEXO I – RESULTADO DOS MODELOS	89
ANEXO II – LOCALIZAÇÃO DOS ENSAIOS DE PLACA	95

1. INTRODUÇÃO

1.1. CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Em subestações de transmissão e distribuição de energia elétrica as estruturas para ancoragem das linhas de transmissão, como exemplo os pórticos de entrada de linhas (Figura 1) ou para suporte de equipamentos, normalmente apresentam cargas verticais de pouca intensidade. Esta característica demanda baixa capacidade de suporte vertical dos solos sendo frequentemente adotadas fundações rasas, tendo em vista seu menor custo e maior facilidade de execução quando comparadas com as fundações profundas. Além disso, em ampliações de subestações existentes, a solução em fundações profundas é inviabilizada pelo risco elétrico, uma vez que sua execução demanda equipamentos de maior porte sob cabos e equipamentos energizados.

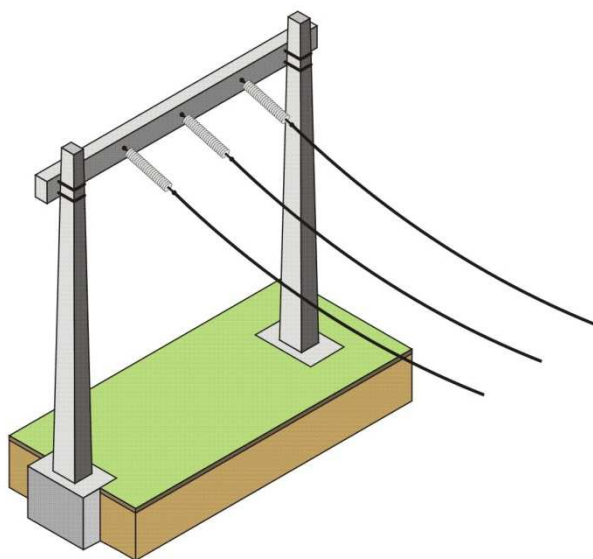


Figura 1 - Pórtico de ancoragem de linhas de transmissão de energia elétrica.

Nesse tipo de estrutura as solicitações principais são horizontais geradas devido à tração nos cabos de transmissão de energia elétrica e às cargas de vento nas estruturas, equipamentos e cabos. Estes carregamentos geram esforços resultantes com grande excentricidade atuando na maioria das vezes fora do núcleo central de inércia da fundação (Figura 2).

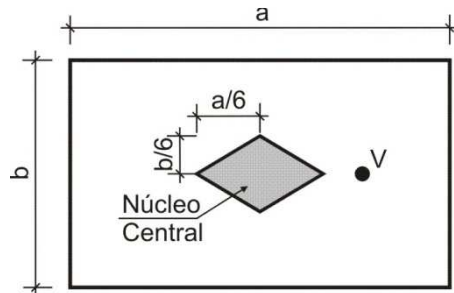


Figura 2 - Núcleo central da fundação

De maneira geral, as fundações rasas são dimensionadas atendendo a critérios simplificados de cálculo que garantam sua estabilidade. Segundo a NBR 6122 (ABNT, 2010), para o dimensionamento geométrico das fundações superficiais solicitadas a esforços excêntricos, a área comprimida deve ser de no mínimo $2/3$ da área total, além disso, a tensão máxima da borda não deve ultrapassar a tensão admissível do solo. No entanto, para efeito deste trabalho, adota-se a versão anterior, NBR 6122 (ABNT, 1996), onde o dimensionamento geométrico das fundações superficiais sujeitas a esforços excêntricos consiste em adotar uma região com cargas uniformemente distribuídas sendo esta denominada como *área efetiva da fundação*.

A utilização de uma área efetiva para determinação da capacidade de suporte de fundações superficiais sob cargas excêntricas foi adotada por Meyerhof (1953), no entanto, as experiências do autor mostraram que o método fornece resultados bastante conservadores para argilas e, no caso de areias, os resultados foram razoáveis apenas para pequenas excentricidades. Estes métodos usuais de dimensionamento não consideram nenhuma parcela de esforço resistente gerado pelo embutimento da fundação no solo.

Em estruturas cuja solicitação principal atua no sentido vertical, com pequena excentricidade, os métodos clássicos de dimensionamento apresentam resultados satisfatórios, no entanto, em fundações onde a principal solicitação atua no sentido de rotação da fundação a consideração dos esforços resistente gerados pelo empuxo do solo têm maior importância na otimização do projeto. Nestes casos, pode-se admitir o empuxo lateral de terra atuando favoravelmente a estabilidade da fundação.

Os capítulos 2 a 4 descrevem os principais conceitos no estudo do comportamento dos solos associados ao problema abordado pela pesquisa, a metodologia adotada e a análise dos resultados obtidos.

1.2. OBJETIVOS DA PESQUISA

A pesquisa tem o objetivo de identificar o comportamento do solo e as características de ruptura para fundações superficiais solicitadas a esforços combinados verticais, horizontais e momento. Desta forma busca-se:

- Estabelecer uma relação entre a variação da carga horizontal e vertical aplicadas e seus efeitos na ruptura dos solos sobre as fundações superficiais.
- Dentro de limites usuais para fundações superficiais, avaliar os efeitos do embutimento da fundação no comportamento de ruptura dos solos;
- Comparar a carga de ruptura encontrada no modelo em elementos finitos com as cargas obtidas a partir dos métodos clássicos de dimensionamento dessas fundações;

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentados os principais conceitos necessários a pesquisa. Para tanto, o mesmo está estruturado em três itens principais. No primeiro são abordados os estudos clássicos da mecânica dos solos que descrevem o comportamento e as características básicas dos mesmos. O segundo apresenta as formulações matemáticas do método dos elementos finitos e os procedimentos de cálculo utilizados pelo aplicativo Plaxis (2011). No terceiro são apresentados os principais estudos relacionados ao tema desta pesquisa.

2.1. COMPORTAMENTO E CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DOS SOLOS

2.1.1. Estado de tensões do solo

Para o estudo de solos geralmente os problemas de engenharia admitem um modelo cujo comportamento se encontra no estado plano de deformações. Esta simplificação traz resultados satisfatórios tendo em vista que a massa de solo, para efeitos de interação com estruturas, pode ser tratada como infinita.

Conforme apresentado por Pinto (2002), a tensão vertical de uma determinada massa de solo depende de sua composição e do histórico de tensões a que este já foi submetido. Adotando uma determinada profundidade, a tensão vertical do maciço em repouso será constante de acordo com o plano da superfície. Considerando uma massa de solo com a superfície horizontal, geralmente a tensão principal maior σ_1 irá coincidir com a direção da tensão vertical σ_v' , enquanto isto, a tensão principal menor σ_3 estará na direção horizontal σ_h' , conforme a Figura 3.

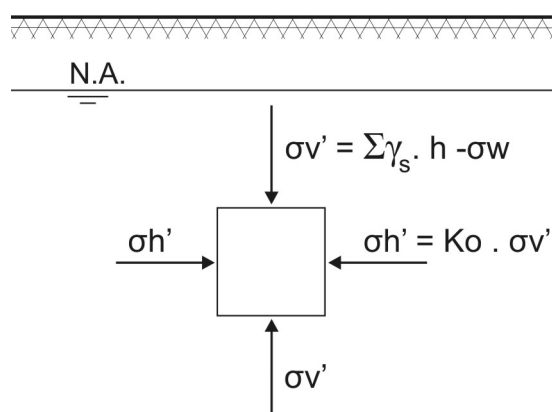


Figura 3 - Tensões principais no solo

Em termos de tensões efetivas nos solos, existe uma relação constante entre a tensão σ_3' e σ_1' denominado coeficiente de empuxo no repouso K_0 . Esta relação, conhecida como Fórmula de Jacky (1944), propõe que o coeficiente de empuxo em repouso está relacionado com o ângulo de atrito interno do solo ϕ , onde:

$$K_0 = 1 - \text{sen}\phi \quad (1)$$

$$\sigma_3' = K_0 \cdot \sigma_1' \quad (2)$$

Tomando-se um plano com inclinação qualquer, Figura 4, ou para solos com superfície diferentes da horizontal ou ainda solicitados a cargas externas, a tensão atuante não será necessariamente normal ao plano de interesse. Neste caso, a tensão pode ser decomposta em duas componentes: as tensões de cisalhamento τ paralelas ao plano e as tensões normais σ .

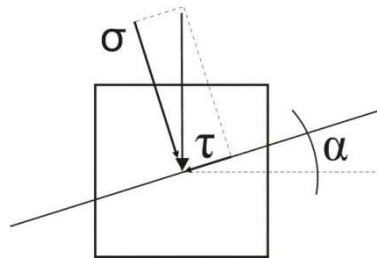


Figura 4 - Tensões no plano inclinado

Admitindo o modelo conforme descrito anteriormente, no estado plano de deformações, as tensões σ e τ podem ser calculadas para qualquer plano pelas equações de equilíbrio desde que conhecidas as tensões principais σ_1' e σ_3' conforme:

$$\sigma = \frac{\sigma_1' + \sigma_3'}{2} + \frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{2} \cdot \cos(2 \cdot \alpha) \quad (3)$$

$$\tau = \frac{\sigma_1' - \sigma_3'}{2} \cdot \text{sen}(2 \cdot \alpha) \quad (4)$$

Onde α é o ângulo formado por um plano qualquer e pelo plano de atuação da tensão principal σ_1' .

2.1.2. Ruptura de solos

A ruptura de solos em geral ocorre devido ao cisalhamento da massa. Este comportamento depende das características do material. Normalmente os solos são

compostos por grãos que possuem resistência mecânica individual muito superior a resistência das ligações entre eles. Desta forma, a ruptura dos solos ocorre pelo deslocamento entre partículas, seja por escorregamento ou rolamento dos grãos. Este comportamento pode ser associado ao problema do deslizamento de um corpo sobre um plano (Figura 5).

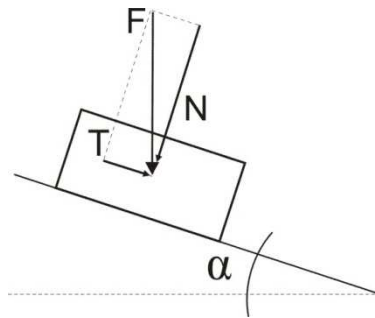


Figura 5 - Corpo sobre o plano inclinado com atrito

Aplicando um carregamento F sobre o corpo são geradas duas parcelas de força: uma atua na direção normal e a outra tangencial ao plano. A medida que o valor de α aumenta, a parcela de força T aumenta proporcionalmente. Em determinado valor de α a força T será superior a força de atrito do corpo com o plano e ocorrerá o deslizamento.

O critério mais utilizado em estudos de problemas geotécnicos para representar o comportamento de solos drenados é o de Mohr-Coulomb. Segundo Coulomb (1776) apud Pinto (2002), a ruptura do solo se dará quando a tensão de cisalhamento for superior a tensão de cisalhamento resistente τ conforme equação:

$$\tau = c' + \sigma \cdot \tan \phi \quad (5)$$

Sendo c' e ϕ a coesão e o ângulo de atrito interno respectivamente. De acordo com Mohr, o estado de tensões pode ser representado graficamente como um círculo estabelecido pelas equações (3) e (4) num sistema de coordenadas onde as abcissas são as tensões normais e as ordenadas são as tensões cisalhantes. Nesta representação, haverá ruptura quando a envoltória dos estados de ruptura tangenciar o círculo representativo dos estados de tensões conforme a Figura 6.

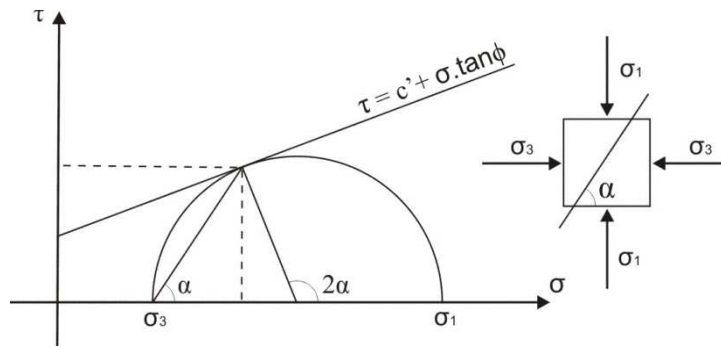


Figura 6 – Representação gráfica das tensões – Critério de Mohr-Coulomb

O critério denominado Mohr-Coulomb é dito ao se adotar a envoltória dos estados de ruptura descritos por Mohr conforme a equação (5) de Coulomb. Adotando este modelo para o comportamento de solos, o plano de ruptura se dará segundo um ângulo α em relação ao plano principal maior podendo ser determinado conforme:

$$\alpha = 45^\circ + \frac{\phi}{2} \quad (6)$$

2.1.3. Resistência horizontal do Solo

No cálculo de empuxos horizontais de solo, uma das principais teorias aceitas para determinar as distribuições de esforços entre uma massa de solo e uma estrutura é a proposta por Rankine. Nesta, adota-se um modelo no estado plano de deformações onde o equilíbrio plástico é alcançado no limite da ruptura por cisalhamento do maciço.

Considera-se uma massa semi-infinita de solo, homogêneo e isotrópico, contido por um elemento estrutural (Figura 7) com tensões principais σ_1 e σ_3 de modo que o sistema esteja em equilíbrio.

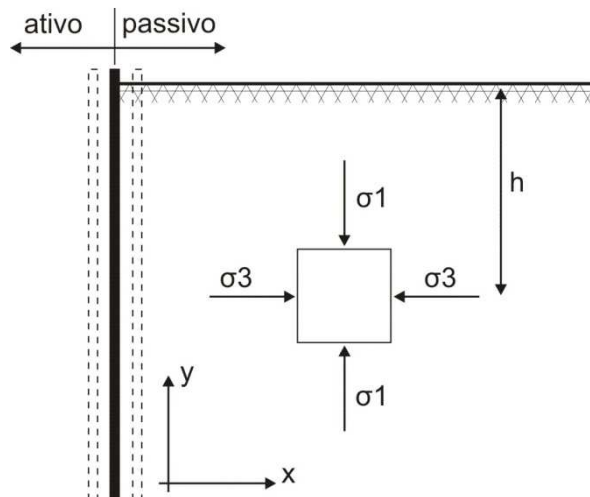


Figura 7 – Estado ativo e passivo de Rankine

Ao afastarmos a contenção da massa de solo, caso de empuxo ativo, a tensão principal maior σ_y irá se manter fixa, enquanto isso, devido ao alívio das tensões horizontais, a tensão principal menor σ_x irá reduzir até que o deslocamento seja suficientemente grande para que o círculo representativo do estado de tensões tangencie a envoltória de ruptura do solo Figura 8-a. No entanto, se o deslocamento da contenção ocorrer na direção do maciço, caso de empuxo passivo, o confinamento horizontal do solo irá gerar aumento nas tensões horizontais. Neste caso σ_x se tornará superior ao valor de σ_y . Da mesma forma, a ruptura ocorrerá quando o círculo de tensões tangenciar a envoltória de ruptura Figura 8-b, porém, o valor da tensão de cisalhamento na ruptura terá valor superior ao caso ativo.

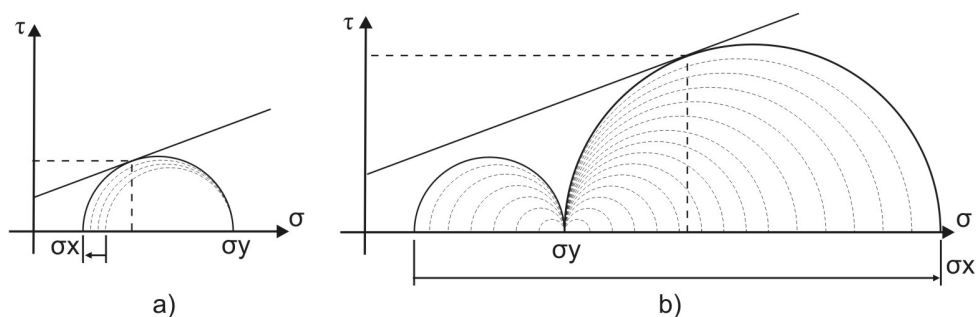


Figura 8 - Envoltórias de ruptura a) Empuxo ativo b) Empuxo passivo

Em fundações sujeitas a esforço horizontais, objeto desta pesquisa, a face lateral na direção da carga estará comprimindo o solo, desta forma, o comportamento pode ser associado ao modelo de Rankine para pressão passiva.

Assim, pela teoria clássica da mecânica dos solos, o esforço horizontal resistente pode ser estimado conforme apresentado em Craig (2007).

$$Pp = \gamma_s \cdot h \cdot Kp + 2 \cdot c \cdot \sqrt{Kp} \quad (7)$$

$$Kp = \frac{1 + \text{sen}\phi}{1 - \text{sen}\phi} \quad (8)$$

2.1.4. Comportamento elasto-plástico

Em problemas com pequenas deformações onde o interesse de estudo não atinge a tensão de escoamento do solo, podem ser utilizados modelos no estado elástico com resultados satisfatórios. No entanto, ao se buscar o limite de ruptura dos solos, este modelo se torna excessivamente simplificado. Conforme mostra a Figura 9-a, o comportamento real de ruptura dos solos apresenta grande parcela de deformação plástica que não estaria contemplada em um modelo elástico-linear. Sendo assim, para os casos de ruptura, o solo deve ser modelado segundo um comportamento elasto-plástico. Adotando inicialmente um problema unidimensional, Potts e Zdravkovic (1999) apresentam três formas clássicas para representar o comportamento dos solos que podem ser utilizadas na formulação para análise via método dos elementos finitos.

No modelo elástico perfeitamente plástico, Figura 9-b, o comportamento do solo no trecho AB será elástico. Neste estágio, caso seja retirado o carregamento, a deformação tenderá a retornar à origem no estado indeformado. No entanto, ao exceder a deformação ϵ_B a tensão σ_y permanecerá constante com deformação perfeitamente plástica. Sendo assim, ao retirar o carregamento haverá uma deformação residual. Os outros dois modelos se diferenciam do primeiro por apresentarem uma variação de rigidez do solo ao ultrapassar o valor limite do comportamento elástico. No modelo elástico com encruamento por deformação plástica, Figura 9-c, haverá um incremento da rigidez enquanto no modelo elástico com amolecimento por deformação plástica, Figura 9-d, a rigidez se reduzirá.

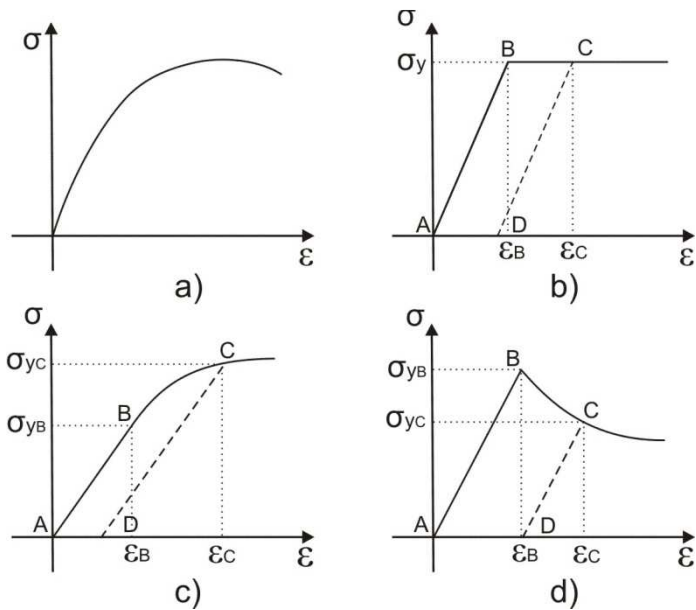


Figura 9 - Modelos para o comportamento elasto-plástico

Para a construção de um modelo que represente materiais com comportamento elasto-plástico devem ser definidas 4 componentes básicas: uma função constitutiva para o trecho elástico; uma função de plastificação; uma função de potencial plástico; e quando existente, uma função que define o comportamento encruamento do material.

A função que define a superfície de escoamento, também denominada como função de plastificação, pode ser definida em sua forma mais geral segundo a equação (9), em que σ se refere ao estado de tensões e k indica um conjunto de variáveis associadas ao encruamento do material.

$$F(\sigma, k) = 0 \quad (9)$$

Desta forma, ao se estabelecer uma função de escoamento com comportamento perfeitamente plástico o parâmetro k torna-se constante e representa a magnitude das tensões no escoamento. Após atribuída a função de plastificação ao modelo é possível avaliar a ocorrência de plastificação através da função F da seguinte forma:

- Para $F(\sigma, k) < 0$, o ponto pertence ao regime elástico;
- Quando $F(\sigma, k) = 0$, o ponto encontra-se sobre a superfície de cedência.

Em problemas unidimensionais as deformações plásticas ocorrem na mesma direção do incremento de tensão. Entretanto, em modelos mais complexos como os bidimensionais ou tridimensionais, para se determinar a direção das deformações, deve-se aplicar a derivada parcial de uma função potencial em relação às componentes do tensor de tensões.

$$d\varepsilon_i^p = d\lambda \frac{\partial G(\sigma, m)}{\partial \sigma_i} \quad (10)$$

Onde $d\lambda$ é uma constante de proporcionalidade denominado multiplicador plástico. A função G , chamada de Função de Potencial Plástico, assim como a função de escoamento, depende do estado de tensões do material. Nos casos em que é assumido $G(\sigma, m) = F(\sigma, k)$, diz-se que a deformação plástica obedece a regra do fluxo associado e seu vetor de incremento será normal à superfície de escoamento, chamada também de regra da normalidade.

2.1.5. Módulo de Elasticidade

Em estudos do comportamento do solo em modelos matemáticos uma das grandes dificuldades é estabelecer o módulo de elasticidade que represente o comportamento do material. Ao longo do tempo diversos métodos têm sido aplicados para determinar o módulo de elasticidade baseados em ensaios de laboratório, correlações com sondagens dos tipo SPT e CPT, provas de cargas, etc.

Para determinação do módulo de elasticidade do solo em laboratório, pode-se recorrer a ensaios de compressão axial simples ou triaxial. Mesmo o solo não apresentando um comportamento elástico-linear, para pequenas deformações, é possível estabelecer um módulo de elasticidade que se aproxime do comportamento real do solo em determinado estado de tensões. Os ensaios consistem, conforme Figura 10, em estabelecer uma relação entre a deformação vertical do corpo de prova pela tensão aplicada.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (11)$$

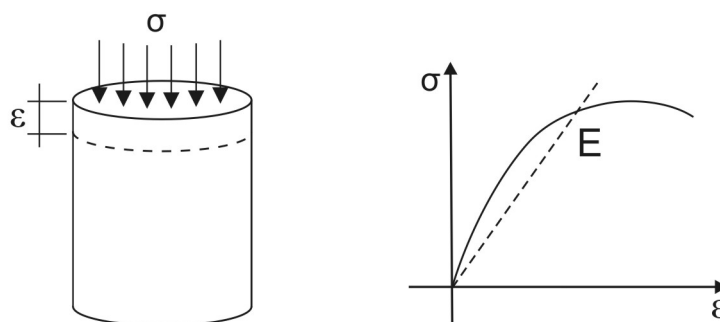


Figura 10 - Módulo de elasticidade a partir do ensaio de compressão

No entanto, os valores obtidos nestes ensaios são apenas referências e revelam a ordem de grandeza do comportamento tensão-deformação. A utilização destes parâmetros para previsão do comportamento real de uma fundação deve ser feita com muita cautela.

Nas tabelas 1 e 2 citadas por Pinto (2002), são apresentados valores típicos para argilas saturadas em solicitações rápidas e para areias em situação drenada submetida a pressões confinantes de 100kPa.

Tabela 1 - Módulo de elasticidade típico para argilas

CONSISTÊNCIA	MÓDULO DE ELASTICIDADE (kPa)
Muito Mole	< 2500
Mole	2500 a 5000
Consistência média	5000 a 10000
Rija	10000 a 20000
Muito rija	20000 a 40000
Dura	> 40000

Tabela 2 - Módulo de elasticidade típico para areias

DESCRIÇÃO DA AREIA	MÓDULO DE ELASTICIDADE (kPa)	
	Fofa	Compacta
Areais de grãos frágeis, angulares	15000	35000
Areias de grãos duros, arredondados	55000	100000
Areia basal de São Paulo, bem graduada, pouco argilosa	10000	27000

Para o caso de tensões confinantes diferentes das pressões de referência das tabelas 1 e 2, Janbu (1963) apud Duncan e Chang (1970), propôs através de estudos experimentais uma equação para estimar o valor do módulo de elasticidade:

$$E_i = K \cdot P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (12)$$

Onde E_i é módulo de elasticidade na tensão considerada, P_a a pressão atmosférica, σ_3 a tensão principal menor, K e n são parâmetros estabelecidos de acordo em uma série de ensaios. Na ausência de dados específicos, Pinto (2002) adota como fator aproximador $n=0,5$ e $K=E_a$, módulo correspondente à pressão atmosférica.

Em pesquisas com modelos numéricos, no entanto, como Almeida (2000) e Burnier (2006), normalmente o módulo de elasticidade inicialmente atribuído é ajustado através de retroanálise para que o modelo apresente um comportamento próximo ao real obtido em provas de carga.

2.2. FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS

De acordo com os princípios clássicos, o estado de tensões do solo é constituído pela soma das parcelas de tensões efetivas σ' e da tensão devido a poro-pressão σ_w .

$$\sigma = \sigma' + \sigma_w \quad (13)$$

De maneira geral, para materiais isotrópicos, o estado de tensões pode ser representado por 6 variáveis, sendo na forma matricial apresentado como:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Para um determinado estado de tensão num ponto, no entanto, os valores dos componentes de tensão dependem da escolha do sistema de coordenadas. As

tensões principais, ao contrário, para este determinado ponto atuam sempre no mesmo plano e tem sempre a mesma magnitude não importa a direção do sistema de coordenadas escolhido. Elas são, portanto invariantes da escolha dos eixos de referência. A determinação das tensões principais pode ser feita da seguinte forma:

$$\det(\sigma - \sigma I) = -\sigma^3 + I_1\sigma^2 + I_2\sigma + I_3 = 0 \quad (15)$$

Onde I_1 , I_2 e I_3 são os invariantes principais do tensor de tensões σ .

$$I_1 = \sigma_{kk} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (16)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}(\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \sigma_{ii}\sigma_{kk}) = (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \quad (17)$$

$$I_3 = \det(\sigma) = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \quad (18)$$

Outra maneira conveniente para representar os estados de tensões é a decomposição do tensor de tensões em um tensor responsável pela variação volumétrica ou hidrostático e outro responsável pela variação de forma ou desviador onde:

$$\sigma_{ij} = S_{ij} + p\delta_{ij} \quad (19)$$

$$p = \frac{1}{3}I_1 \quad (20)$$

Desta forma, podemos escrever o tensor desviador S_{ij} como:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} - p & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} - p & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} - p \end{bmatrix} \quad (21)$$

Assim como no tensor de tensões, podemos estabelecer os invariantes do tensor desviador para suas direções principais como:

$$J_1 = S_{kk} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (22)$$

$$J_2 = \frac{1}{2}(S_{ij}S_{ij} - S_{ii}S_{kk}) = (S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1) \quad (23)$$

$$J_3 = \det(S) = S_1S_2S_3 \quad (24)$$

O primeiro invariante responsável pela variação volumétrica será sempre nulo.

Fazendo uso destes invariantes, é possível escrever os critérios de escoamento propostos por diversos autores independentemente do sistema de coordenadas utilizado. A forma convencional de representação dos critérios de escoamento dos materiais são superfícies apresentadas no sistema de coordenadas das tensões principais conforme a Figura 11a. Outra maneira conveniente no estudo da plasticidade é representar o critério de cedência em um plano ortogonal ao eixo hidrostático chamado de plano desviador ou plano π conforme a Figura 11b.

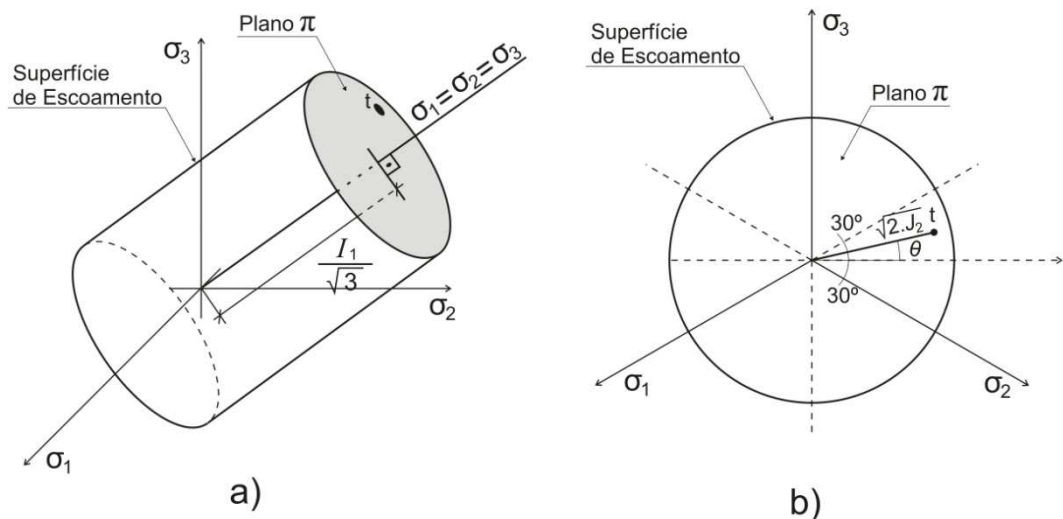


Figura 11 - Representação da superfície de escoamento segundo as tensões principais e no plano π

O ângulo θ , conhecido como ângulo de Lode, pode ser definido pelo primeiro e segundo invariantes do tensor desviador como:

$$\theta = \frac{1}{3} \arcsen \left(-\frac{\sqrt{3} \cdot J_3}{2 \cdot J_2^{3/2}} \right) \quad (25)$$

No estudo de metais a pressão hidrostática tem pouca influência no comportamento de escoamento. Desta forma a distância $I_1/\sqrt{3}$ da origem ao plano π não é incluída na função de escoamento conforme a equação (9). Dentre os

critérios clássicos, destacam-se os de Tresca e Von Mises. Nestes, as funções de plastificação são definidas como:

$$F(\sigma, k) = 2\sqrt{J_2} \cos \theta - \sigma_y \quad (\text{Tresca}) \quad (26)$$

$$F(\sigma, k) = \sqrt{J_2} - k \quad (\text{Von Mises}) \quad (27)$$

Ao contrário dos metais, para modelagem do comportamento elasto-plástico de solos a componente hidrostática possui grande importância. Desta forma, os critérios de Tresca e Von Mises têm aplicação limitada. Para aplicação em solos, um dos primeiros critérios é conhecido como critério de Mohr-Coulomb. Neste critério a resistência ao cisalhamento cresce com a tensão normal ao plano de ruptura. Reescrevendo a equação (5) em termos das tensões principais (26) ou em função dos invariantes (27) temos:

$$F(\sigma, k) = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3)\text{sen}\phi - c.\text{cos}\phi \quad (28)$$

$$F(\sigma, k) = J_1\text{sen}\phi + \sqrt{J_2}.\text{cos}\phi - \frac{\sqrt{J_2}}{3}\text{sen}\phi.\text{cos}\phi - c.\text{cos}\phi \quad (29)$$

Estas equações são representadas como uma pirâmide hexagonal irregular no espaço de tensões principais conforme a Figura 12.

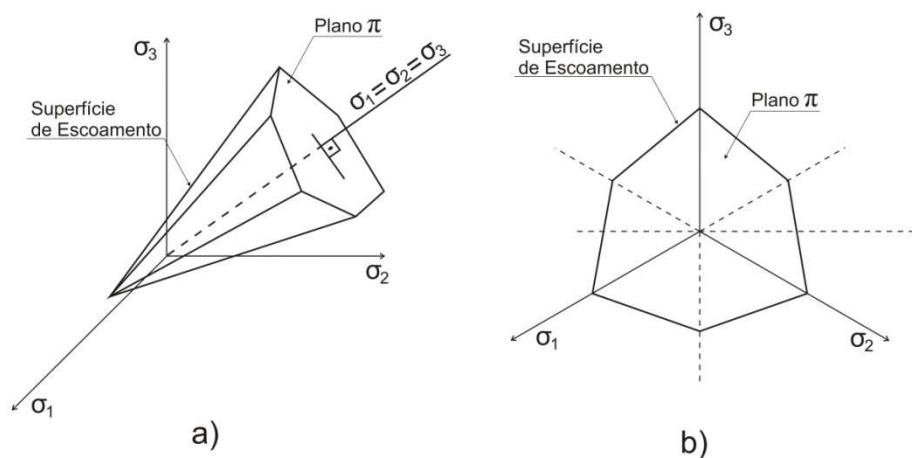


Figura 12 - Representação da superfície de escoamento de Mohr-Coulomb segundo as tensões principais e no plano π

Além da função de plastificação estabelecida, conforme descrito no item 2.1.4, é necessário estabelecer uma função de potencial plástico. Segundo Potts e Zdravkovic (1999) a utilização da função de potencial plástico associada a função de plastificação de Mohr-Coulomb conduz a grande variação volumétrica, sendo assim, é conveniente a introdução de uma função que represente melhor o comportamento do solo durante a plastificação. No programa Plaxis este problema também é abordado. Segundo Plaxis (2011), para representar melhor o comportamento dos solos pelo critério de Mohr-Coulomb é estabelecida uma função de potencial plástico não associada que leva em conta o ângulo de dilatância ψ do solo como:

$$G(\sigma, k) = \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3) \operatorname{sen} \psi \quad (30)$$

2.2.1. Formulação em elementos Finitos

O método dos elementos finitos (MEF) possui aplicações nas mais diversas áreas da engenharia. Neste item são apresentados os conceitos principais para aplicação do método na engenharia geotécnica. Do modo geral, Potts e Zdravkovic (1999) estabelecem etapas para a aplicação do MEF:

- Discretização do elemento;
- Definição do tipo de elemento finito e suas funções de forma;
- Comportamento físico do elemento;
- Montagem das equações globais;
- Condições de contorno;
- Resolução do sistema de equações.

A discretização do elemento consiste no processo de modelagem da geometria do problema. Nesta etapa, o meio contínuo é dividido em uma quantidade finita de elementos conforme a Figura 13a-b onde, para o estado plano de tensões ou deformações, normalmente são utilizados pequenos elementos quadriláteros ou triangulares. O nível de refino da malha tem grande importância na precisão do resultado final da análise. Além disso, em áreas onde ocorre concentração de tensões e/ou deformações, devem ser introduzidos refinamentos adicionais.

Com exceção de problemas extremamente simples, os resultados obtidos via MEF não podem ser comparados com formulações analíticas exatas. Desta

forma, a precisão dos resultados deve ser avaliada através comparação dos resultados obtidos pela geração de modelos com malhas refinadas gradualmente conforme a Figura 13b-c.

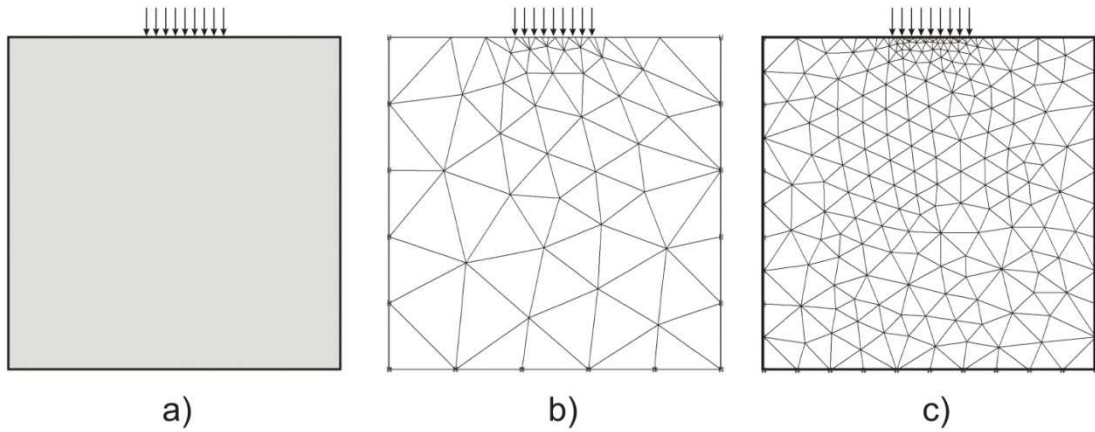


Figura 13 - Discretização do meio contínuo

O nível de refino que será necessário para obter a convergência dos resultados está diretamente ligado ao tipo de elemento utilizado na malha e suas funções de forma. Enquanto para elementos retangulares o uso de coordenadas cartesianas é a solução normalmente utilizada, para elementos triangulares planos é conveniente adotar um sistema de coordenadas de área na formulação das funções de interpolação.

Dado um ponto P no interior do elemento triangular de área total A , pode-se definir 3 sub-áreas triangulares A_1 , A_2 e A_3 conforme a Figura 14.

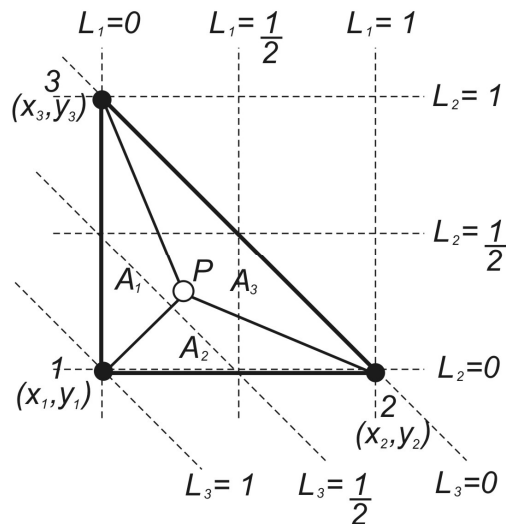


Figura 14 - Elemento triangular - Coordenadas de área.

Assim temos:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 \quad (31)$$

ou,

$$\frac{A_1}{A} + \frac{A_2}{A} + \frac{A_3}{A} = 1 \quad (32)$$

onde,

$$A_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2} \quad (33)$$

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j \quad (34)$$

$$b_i = y_j - y_k \quad (35)$$

$$c_i = x_k - x_j \quad (36)$$

$$A = 2\Delta \quad (37)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Com a introdução de coordenadas de área a posição do ponto P pode ser estabelecida em termos do sistema de coordenadas L_1 , L_2 e L_3 conforme equação 39, onde L_i ($i = 1, 2, 3$) pode variar de 0 a 1.

$$L_i = \frac{A_i}{A} \quad (39)$$

Utilizando a formulação baseada nos deslocamentos, as funções de forma para o elemento triângulo de 3 nós, Figura 14, podem ser estabelecidas por funções polinomiais lineares em termos dos deslocamentos nodais no domínio do elemento como:

$$x_p = L_1 x_1 + L_2 x_2 + L_3 x_3 \quad (40)$$

$$y_p = L_1 y_1 + L_2 y_2 + L_3 y_3 \quad (41)$$

Substituindo (39) na equação (32) temos:

$$L_1 + L_2 + L_3 = 1 \quad (42)$$

Onde tomando as equações (33) e (37) na equação (39) temos as funções de forma:

$$N_i(x, y) = L_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} \quad (43)$$

Os elementos triangulares de três nós, conforme demonstrado acima, possuem funções de forma lineares. Desta forma, para obtermos resultados com precisão satisfatória em análise sobre materiais com respostas altamente não lineares, como é o caso de solos, é necessário uma malha extremamente refinada. Para otimizar o processamento, programas de elementos finitos para análise de comportamento de solos tentem a utilizar elemento de ordem mais elevada. No Plaxis, estão disponíveis para utilização elementos triangulares de 6 e 15 nós. De acordo com o Plaxis (2011) deve ser dada preferência a utilização do triângulo de 15 nós em todos os casos sendo este o elemento padrão do programa.

A definição de funções de forma de elementos triangulares com ordens mais elevadas, assim como os triângulos de 3 nós, pode ser obtida em termos de coordenadas naturais. Silvester (1969) apud Huebner et al. (2001) utilizando coordenadas de área propõe a obtenção das funções de forma para triângulos com a introdução dos índices α , β e γ conforme a Figura 15.

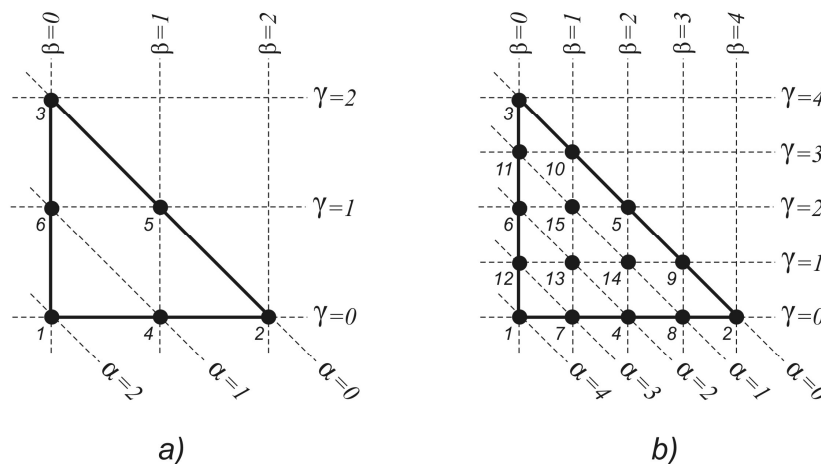


Figura 15 - a) Triângulo de 6 nós b) Triângulo de 15 nós

onde,

$$\alpha + \beta + \gamma = n \quad (44)$$

sendo n a ordem do polinômio de interpolação ou função de forma atribuída ao nó do triângulo. Silvester mostra que as funções de interpolação para elementos triangulares de ordem n podem ser expressas conforme a seguinte equação:

$$N_{\alpha\beta\gamma}(L_1, L_2, L_3) = N_\alpha(L_1)N_\beta(L_2)N_\gamma(L_3) \quad (45)$$

onde,

$$N_{(\alpha,\beta,\gamma)}(L_i) = \prod_{i=1}^{(\alpha,\beta,\gamma)} \left(\frac{nL_i - i + 1}{i} \right), \quad (\alpha, \beta, \gamma) \geq 1 \quad (46)$$

$$N_{(\alpha,\beta,\gamma)}(L_i) = 1, \quad (\alpha, \beta, \gamma) = 0 \quad (47)$$

Com a formulação dos elementos finitos acima, baseada em deslocamentos, as tensões e deformações são tratadas como variáveis secundárias. Para se determinar o campo de deformações do elemento, considerando o estado plano de tensões aplicamos o operador diferencial $[S]$ sobre o vetor de deslocamentos.

$$\{\varepsilon\} = [S][N]\{d\} \quad (48)$$

Conhecendo-se as deformações, para materiais isotrópicos com comportamento linear elástico, o campo de tensões é determinado como:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (49)$$

Onde $[D]$ é a matriz constitutiva do elemento que no estado plano de tensões é apresentada em função do módulo de Young E e do coeficiente de Poisson ν como:

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (50)$$

Após determinardos os comportamentos individuais dos elementos, para solução do sistema de equações é necessário impor as condições de contorno. Estas condições de contorno são introduzidas no sistema de equações através da imposição de forças externas ou restrições de deslocamentos nos nós do elemento.

2.3. ESTUDOS RELACIONADOS

De maneira geral as fundações rasas são dimensionadas atendendo a critérios simplificados de cálculo que garantam sua estabilidade. Segundo a NBR 6122 (ABNT, 1996), para o dimensionamento geométrico das fundações superficiais solicitadas a esforços excêntricos, devem-se considerar as cargas como uniformemente distribuídas em uma área denominada como *área efetiva da fundação*. Para determinar esta área, conforme a Figura 16, seu centro é estabelecido de modo a coincidir com uma força vertical aplicada sob determinada excentricidade, sendo esta, equivalente a resultante dos esforços que atuam na fundação. Para incidência de esforços horizontais, a mesma norma admite a utilização do empuxo passivo atuante sobre a fundação desde que se possa garantir sua atuação contínua em conjunto com as demais solicitações.

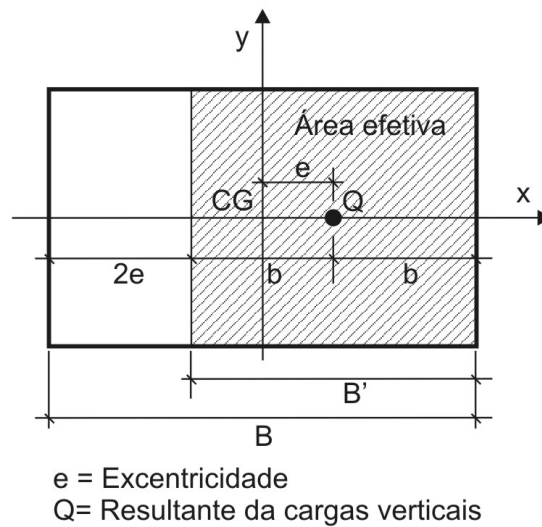


Figura 16 - Área efetiva segundo a NBR 6122 (1996)

O conceito de área efetiva foi apresentado por Meyerhof (1953) e trata-se de um dos primeiros estudos que buscou prever a capacidade de suporte de fundações superficiais solicitadas por cargas excêntricas. Baseado em diversos ensaios em modelos no laboratório, Meyerhof propôs um procedimento semi-empírico para determinação da capacidade de carga última. Este procedimento de cálculo consiste na redução, proporcional à excentricidade do carregamento, da área de apoio real da fundação para uma área realmente mobilizada pelos esforços. No entanto, as experiências do autor mostraram que o método fornece resultados bastante conservadores para argilas e, no caso de areias, os resultados foram razoáveis apenas para pequenas excentricidades. Para encontrar as dimensões da fundação que satisfazem as condições de carregamento o projetista deve aplicar um procedimento iterativo de tentativa e erro até obter as dimensões satisfatórias. Visando otimizar este processo, Highter e Anders (1984) apresentaram ábacos que conduzem os projetistas rapidamente à área efetiva da fundação.

Outro importante estudo foi apresentado por Vesic (1973), posteriormente complementado com os casos de cargas excêntricas em Vesic (1975). De acordo com Vesic, os 3 principais modos de ruptura por cisalhamento que ocorrem em fundações superficiais são descritos na literatura como: ruptura generalizada; ruptura localizada; e ruptura por punção.

A ruptura generalizada se caracteriza pela existência de padrão bem definido sendo observado o escorregamento de uma superfície de ruptura partindo da borda da fundação até o nível da superfície do solo conforme a Figura 17a.

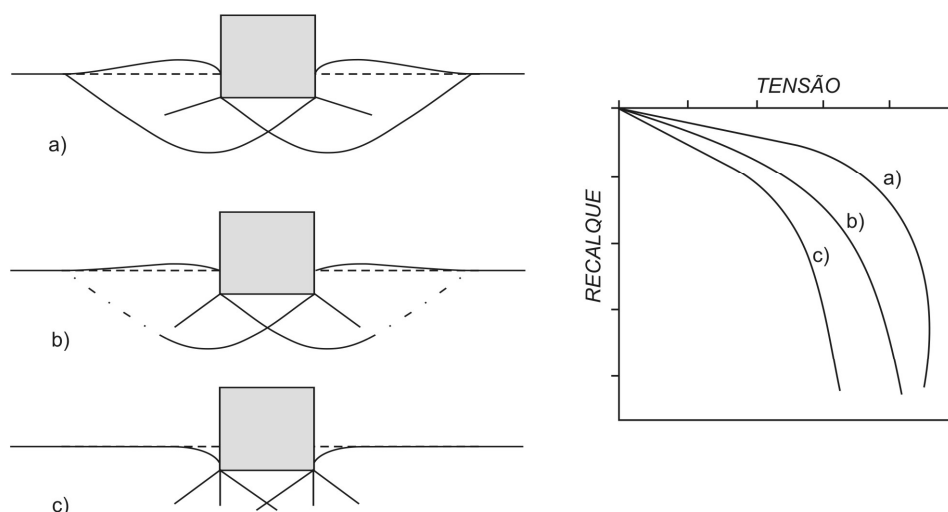


Figura 17 - Modos de ruptura dos solos

Por outro lado, na ruptura por punção, Figura 17c, o padrão não é facilmente identificado. Neste modo de ruptura, durante o carregamento a fundação se desloca verticalmente gerando a compressão do solo imediatamente abaixo da mesma. A medida que o carregamento aumenta observa-se o cisalhamento do solo no perímetro da fundação. Além disso, neste modo de ruptura o solo no entorno da fundação praticamente não apresenta deformação e colaboração para a resistência. No caso da ruptura localizada, assim como na ruptura global, ocorre o surgimento de uma superfície de ruptura que inicia na borda da fundação, no entanto, a superfície de escorregamento não atinge o nível da superfície do solo, conforme a Figura 17b.

O modo de ruptura que determinado solo irá apresentar depende muito de fatores até hoje parcialmente explorados. Em geral, os principais fatores que influenciam no modo de ruptura são a compressibilidade do solo, a geometria da fundação e as condições de carregamento. Em solos que apresentam maiores resistência ao cisalhamento, existe a tendência de ocorrer o modo de ruptura generalizada, por outro lado, solos moles tendem a apresentar uma ruptura por punção. Entretanto, as características do solo isoladamente não determinam o modo de ruptura do solo sob a fundação. Para solos arenosos Vesic (1963) propôs,

conforme a Figura 18, uma relação dos modos de ruptura com a densidade relativa D_r , largura B e profundidade de assentamento da fundação D_f .

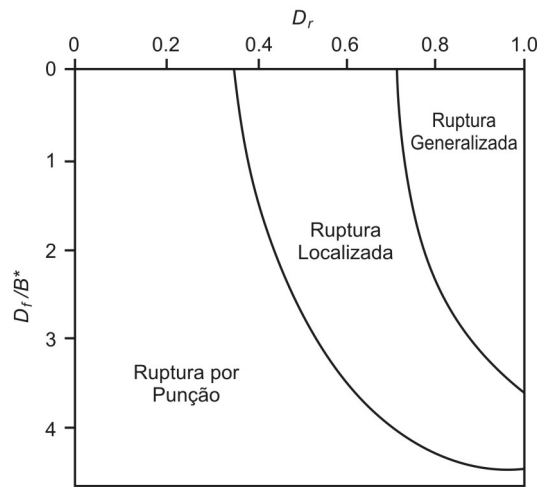


Figura 18 - Ábaco de Vesic para determinação do modo de ruptura dos solos

A densidade relativa é calculada pela equação (51). O valor de D_r é expresso em percentual indicando a compactidade do material. Areias com valor de D_r inferior a 30% são chamadas de fofas, de 30% a 70% mediamente compactas e acima de 70% compactas.

$$D_r = \frac{i_{max} - i}{i_{max} - i_{min}} \quad (51)$$

Onde,

- i_{max} = índice de vazios máximo no estado mais fofo;
- i_{min} = índice de vazios mínimo possível, no estado mais compacto;
- i = índice de vazios atual.

2.3.1. CRITÉRIO DE CARGA ÚLTIMA

A determinação da carga última de suporte de uma fundação em muitos casos pode se tornar difícil mesmo com a realização de ensaios. Em fundações onde ocorre a ruptura generalizada, conforme já descrito, a determinação da carga última pode ser estabelecida através de um gráfico carga-recalque. Neste modo,

ocorre geralmente um pico de resistência, ou seja na capacidade máxima de suporte da fundação. No entanto, para fundações onde ocorre ruptura localizada ou por punção, a determinação exata da carga última se torna mais difícil devido a não haver no gráfico carga-recalque um pico de resistência. Segundo Terzaghi (1943), onde a curva carga-recalque não apresenta um pico de resistência, a capacidade de suporte da fundação é adotada no ponto onde a curva passa a ter uma inclinação constante. Da mesma forma, para estes casos Vesic (1963), considerando solos arenosos, descreveu o critério para determinação da capacidade de carga última como o ponto onde a variação ângulo da tangente à trajetória carga-recalque atinge valor de zero ou um valor mínimo constante conforme a Figura 19.

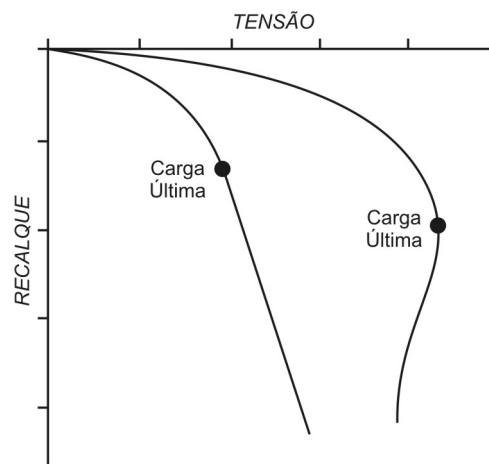


Figura 19 - Ponto de ruptura dos solos

Entretanto, estes métodos estabelecem que a capacidade de carga última de fundação é obtida somente após grandes deformações. Em outros trabalhos, conforme descrito por Skempton (1951) apud Vesic (1975), os resultados observados em ensaios realizados sobre argilas saturadas mostraram que os recalques são da ordem de 3 a 7 % da largura para fundações superficiais, enquanto que, para fundações sobre areia os valores encontrados foram na ordem de 5 a 15%. Segundo Taiebat e Carter (2000), fundações sujeitas a cargas horizontais possuem ponto de ruptura mais definido. Desta forma, em fundações solicitadas a cargas combinadas verticais e horizontais o ponto de ruptura do solo é mais facilmente determinado ao observarmos a curva carga-deslocamento horizontal.

2.3.2. CAPACIDADE DE CARGA

No desenvolvimento da engenharia de fundações muitos estudos procuraram estimar a capacidade última das fundações. Na busca de soluções analíticas através da teoria da plasticidade Prandtl (1921) e Reissner (1924) estabeleceram que o padrão de ruptura de fundações superficiais consiste em três zonas (Figura 20). A primeira parcela do solo apresenta um comportamento ativo de Rankine, que empurra a segunda chamada de zona de cisalhamento radial, que por sua vez comprime a terceira parcela passiva de Rankine.

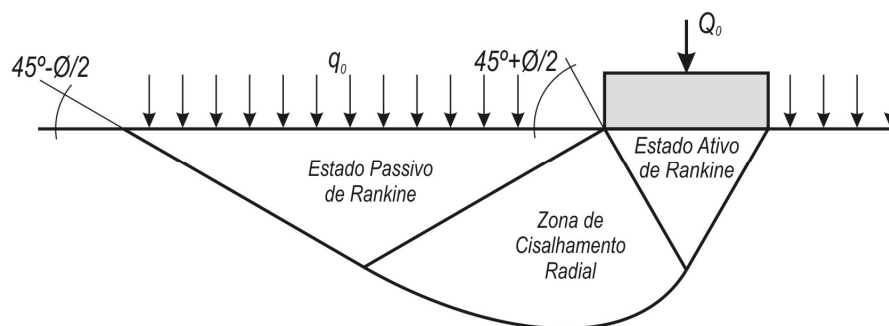


Figura 20 - Ruptura de solos por fundações superficiais

Os estudos baseados na teoria da plasticidade formulados por Prandtl e Reissner, entretanto, estavam limitados em casos onde era possível desconsiderar o peso próprio do solo. Baseado nos resultados obtidos por Prandtl (1921) e Reissner (1924), Terzaghi (1943) apresentou seu método para determinação da capacidade de suporte de fundações superficiais. Para isto, o autor introduziu algumas simplificações válidas para fundações assentadas à profundidade de até duas vezes a sua menor dimensão:

- a) A parcela de solo acima do nível de assentamento da fundação é substituída por uma carga equivalente, ou seja, a resistência cisalhante deste solo e o atrito com a fundação são desconsiderados;
- b) O comprimento da fundação L é muito maior que a largura B . Desta forma, a fundação é assumida como infinita em relação à largura.

Em fundações assentadas em pequenas profundidades os erros introduzidos por estas simplificações não são significativos, além disso, ao desprezar

tais resistências o resultado estará a favor da segurança. Assim, segundo Terzaghi (1943), a capacidade de carga q_u pode ser determinada da forma:

$$q_u = c \cdot N_c + q \cdot N_q + \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \quad (52)$$

Onde c é a coesão do solo, γ é o peso específico do solo, B é a largura da fundação, q é a sobrecarga de solo, N_c , N_q e N_γ são fatores de capacidade de carga determinados pelas seguintes equações:

$$N_c = \cot \phi \left[e^{\pi \cdot \tan \phi} \cdot \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) - 1 \right] \quad (p / \phi \neq 0, \text{ PRANDTL, 1921}) \quad (53)$$

$$N_c = 5,14 \quad (p / \phi = 0, \text{ PRANDTL, 1921}) \quad (54)$$

$$N_q = e^{\pi \cdot \tan \phi} \cdot \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (\text{REISSNER, 1924}) \quad (55)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cdot \cot \phi \quad (\text{REISSNER, 1924}) \quad (56)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \cdot \tan \phi \left(\frac{K_{p\gamma}}{\cos^2 \phi} - 1 \right) \quad (\text{TERZAGHI, 1943}) \quad (57)$$

Sendo $K_{p\gamma}$ é o coeficiente de empuxo passivo. Existe na literatura uma grande variedade de propostas para a determinação dos fatores de capacidade de carga. Enquanto as variações de N_c e N_q são relativamente insignificantes os valores de N_γ apresentam grande variação.

Devido à dificuldade em se obter formulações matemáticas para fundações retangulares ou circulares, as abordagens dos efeitos de forma das fundações foram realizadas de maneira semi-empírica com base em testes de carregamento de fundações com diferentes formas. Os fatores expressos anteriormente na equação (52) N_c , N_q e N_γ são fatores de carga considerando uma fundação com comprimento infinito. Para fundações retangulares ou circulares são introduzidos novos parâmetros chamados de fatores de forma ζ_c , ζ_q e ζ_γ da seguinte maneira.

$$q_u = c \cdot N_c \cdot \zeta_c + q \cdot N_q \cdot \zeta_q + \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot \zeta_\gamma \quad (58)$$

Estes fatores de forma também dependem do ângulo de atrito do solo além de outros parâmetros e foram determinados como:

Tabela 3 - Fatores de forma para fundações superficiais

Forma da Fundação	ζ_c	ζ_q	ζ'_γ
Sapata corrida	1,0	1,0	1,0
Retangular	$1+(B/L).(N_q/N_c)$	$1+(B/L).\tan \phi$	$1 - 0,4.(B/L)$
Circular ou Quadrada	$1+(N_q/N_c)$	$1 + \tan \phi$	0,60

Fonte: De Beer, 1967 modificado por Vesic 1970 apud Vesic 1976

Ao se considerar agora a fundação sujeita a aplicação de uma carga inclinada, excêntrica ou com ambas as características uma solução torna-se mais complexa devido à presença de uma componente de força horizontal. Assim, a ruptura pode ocorrer simplesmente se houver o escorregamento da fundação sobre sua base ou o cisalhamento do solo imediatamente abaixo da fundação.

Da mesma forma que o caso da carga vertical centrada, a ruptura generalizada pode ser dividida em 3 zonas. No entanto a zona 1 passa a ter uma forma circular cujo centro da circunferência coincide com o ponto de rotação da fundação (Figura 21).

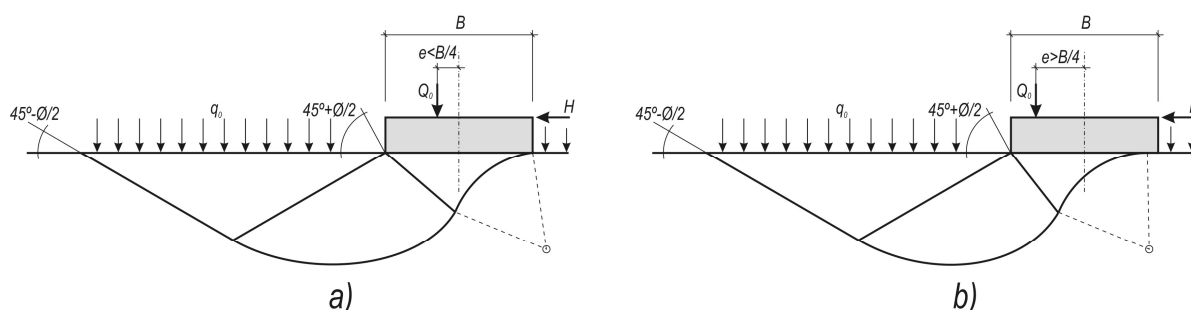


Figura 21 - Ruptura de solos por fundações superficiais com cargas excêntricas

Enquanto a excentricidade $e < B/4$ o centro de rotação da fundação estará abaixo da fundação no lado oposto da excentricidade. Quando $e = B/4$ o centro de rotação da fundação coincide com a projeção da borda da fundação oposta a excentricidade. Para $e > B/4$ ocorrerá o levantamento do lado da fundação oposto ao carregamento. Por isto, visando prover um fator de segurança, em fundações superficiais usuais recomenda-se que a excentricidade resultante não ultrapasse a $B/6$.

Para estimar a capacidade de carga em fundações superficiais solicitadas por cargas excêntricas ou inclinadas Schultzze (1952) e Hansen (1961) introduziram novos índices na equação apresentada por Terzaghi (1943) chamados de *fatores de inclinação* ζ_{ci} , ζ_{qi} e $\zeta_{\gamma i}$.

$$q_u = c \cdot N_c \cdot \zeta_c \cdot \zeta_{ci} + q \cdot N_q \cdot \zeta_q \cdot \zeta_{qi} + \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot \zeta_\gamma \cdot \zeta_{\gamma i} \quad (59)$$

$$\zeta_{qi} = \left[1 - \frac{H}{Q_0 + B' \cdot L' \cdot c \cdot \cot \phi} \right]^2 \quad (60)$$

$$\zeta_{ci} = \zeta_{qi} - \frac{1 - \zeta_{qi}}{N_c \cdot \tan \phi} \quad (61)$$

$$\zeta_{\gamma i} = \left[1 - \frac{H}{Q_0 + B' \cdot L' \cdot c \cdot \cot \phi} \right]^3 \quad (62)$$

Onde $B' \cdot L'$ é a área efetiva da fundação proposta conforme Meyerhof (1953). Além destes fatores, a profundidade de assentamento da fundação também contribui para a resistência da fundação. Estes valores frequentemente são apresentados como fatores adimensionais de embutimento da fundação.

$$q_u = c \cdot N_c \cdot \zeta_c \cdot \zeta_{ci} \cdot \zeta_{cd} + q \cdot N_q \cdot \zeta_q \cdot \zeta_{qi} \cdot \zeta_{qd} + \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot \zeta_\gamma \cdot \zeta_{\gamma i} \cdot \zeta_{\gamma d} \quad (63)$$

Para $h/B \leq 1$

$$\zeta_{qd} = 1 + 2 \cdot \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \cdot \frac{h}{B} \quad (64)$$

$$\zeta_{\gamma d} = 1 \quad (65)$$

$$\zeta_{cd} = 1 + 0,4 \frac{h}{B} \quad (66)$$

Para $h/B > 1$

$$\zeta_{qd} = 1 + 2 \cdot \tan \phi (1 - \sin \phi)^2 \cdot \tan^{-1} \left(\frac{h}{B} \right) \quad (67)$$

$$\zeta_{\gamma d} = 1 \quad (68)$$

$$\zeta_{cd} = 1 + 0,4 \cdot \tan^{-1} \left(\frac{h}{B} \right) \quad (69)$$

Onde h é a profundidade de assentamento da fundação e B a largura da mesma.

Teixeira e Godoy (1999) propõem um método de dimensionamento para fundações superficiais baseado na distribuição de tensões na base da fundação na forma apresentada na Figura 22. Assim como nos métodos anteriores, os efeitos resistentes devidos aos esforços de solo na lateral da fundação são desprezados. Para o dimensionamento, esforços horizontais fora do plano da fundação e momentos são considerados por meio da introdução de uma excentricidade equivalente aplicada sobre a carga vertical solicitante. De acordo com o método, a fundação deve ser dimensionada de modo que a tensão máxima deve ser inferior à tensão admissível adotada para o solo conforme a equação (70).

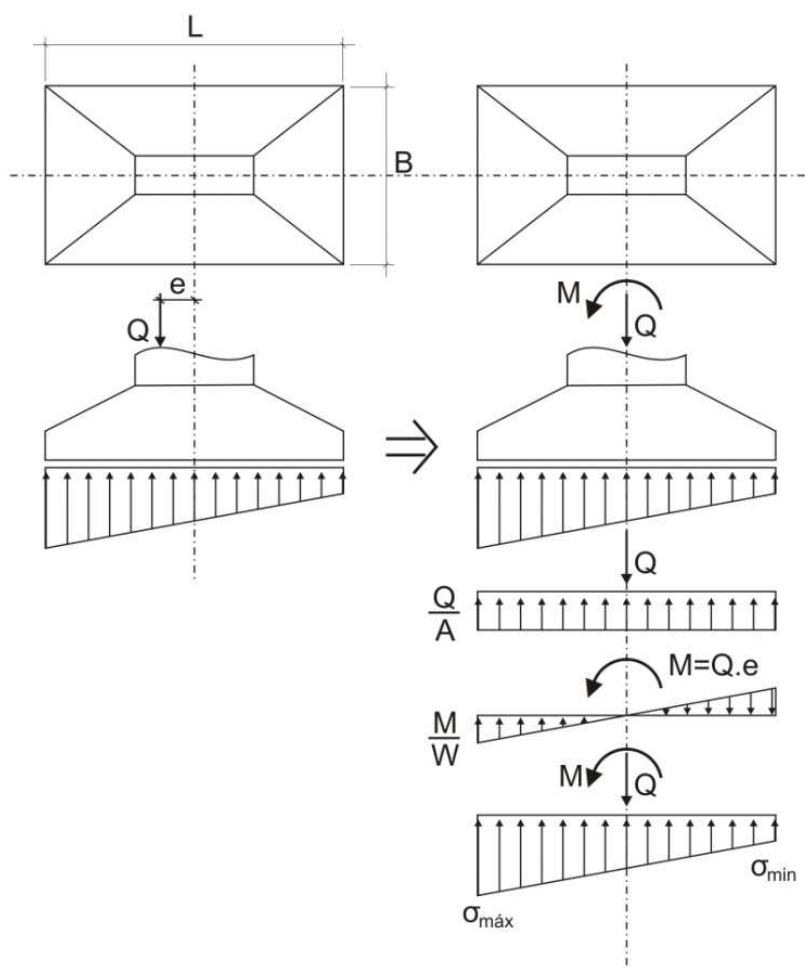


Figura 22 - Sapata carregada excentricamente – Teixeira e Godoy (1999)

$$\sigma_{\text{máx}} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (70)$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \pm \frac{M}{W} \quad (71)$$

$$\sigma_{\text{min}} = \frac{Q}{A} - \frac{M}{W} \quad (72)$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{Q}{A} + \frac{M}{W} \quad (73)$$

$$W = \frac{B \cdot L^2}{6} \quad (74)$$

Quando a excentricidade estiver dentro do núcleo central de fundação a tensão aplicada ao solo é obtida pela superposição dos efeitos de uma carga vertical centrada mais o efeito do momento conforme a Figura 22. No caso de combinações de carga onde a força resultante atue fora do núcleo central da fundação, Figura 23, apenas parte da fundação estará comprimida. Segundo Teixeira e Godoy (1999) a área efetivamente comprimida pode ser obtida conforme a equação (75).

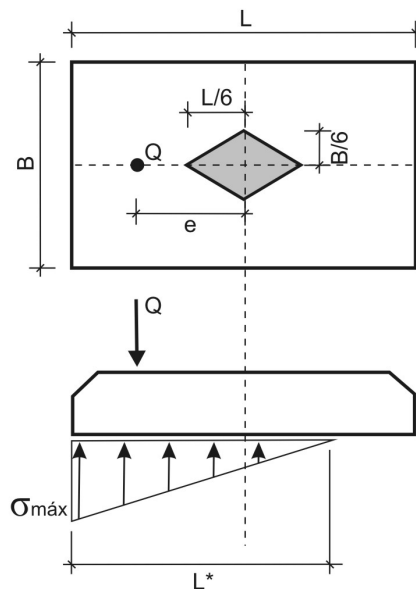


Figura 23 - Sapata carregada excentricamente (grande excentricidade) – Teixeira e Godoy (1999)

$$A_c = B \cdot L^* \quad (75)$$

$$Q = \frac{1}{2} \sigma_{\text{máx}} \cdot B \cdot L^* \quad (76)$$

Logo,

$$L^* = \frac{2Q}{\sigma_{\text{máx}} \cdot B} \quad (77)$$

Segundo Taiebat e Carter (2000) a maioria dos métodos simplificados para estimativa da carga de suporte de fundações são baseados nos estudos de Prandtl(1921) e Reissner (1924). Sobre estes então, conforme descritos anteriormente, diversos outros autores apresentam alterações através de fatores obtidos empiricamente para acomodar as situações não previstas nos estudos originais. Estes métodos devido à simplicidade de aplicação são mais facilmente incorporados ao dimensionamento prático de fundações, no entanto, podem não fornecer resultados confiáveis para fundações solicitadas a momentos ou a cargas horizontais.

Em seu estudo, Taiebat e Carter (2000) propõe um novo critério para determinar a envoltória de ruptura de fundações superficiais solicitadas a esforços combinados verticais FV , horizontais FH e momentos M . O método foi obtido por meio da observação de modelos numéricos de fundações circulares apoiadas sobre solo coesivo.

$$\left(\frac{FV}{FV_u}\right)^2 + \left[\frac{M}{M_u}\left(1 - \alpha_1 \frac{FH.M}{FH_u|M|}\right)\right]^2 + \left|\left(\frac{FH}{FH_u}\right)^3\right| - 1 = 0 \quad (78)$$

Onde α_1 é um fator que depende do perfil do solo, entretanto para solos homogêneos, objeto do estudo de Taiebat e Carter (2000), α_1 pode ser considerado igual a 0,3. FV_u , FH_u e M_u são respectivamente as cargas últimas puramente vertical, horizontal e momento estabelecidas para fundações circulares apoiadas sobre argila. O resultado do estudo proposto pelos autores é representado em um gráfico em três dimensões na Figura 24.

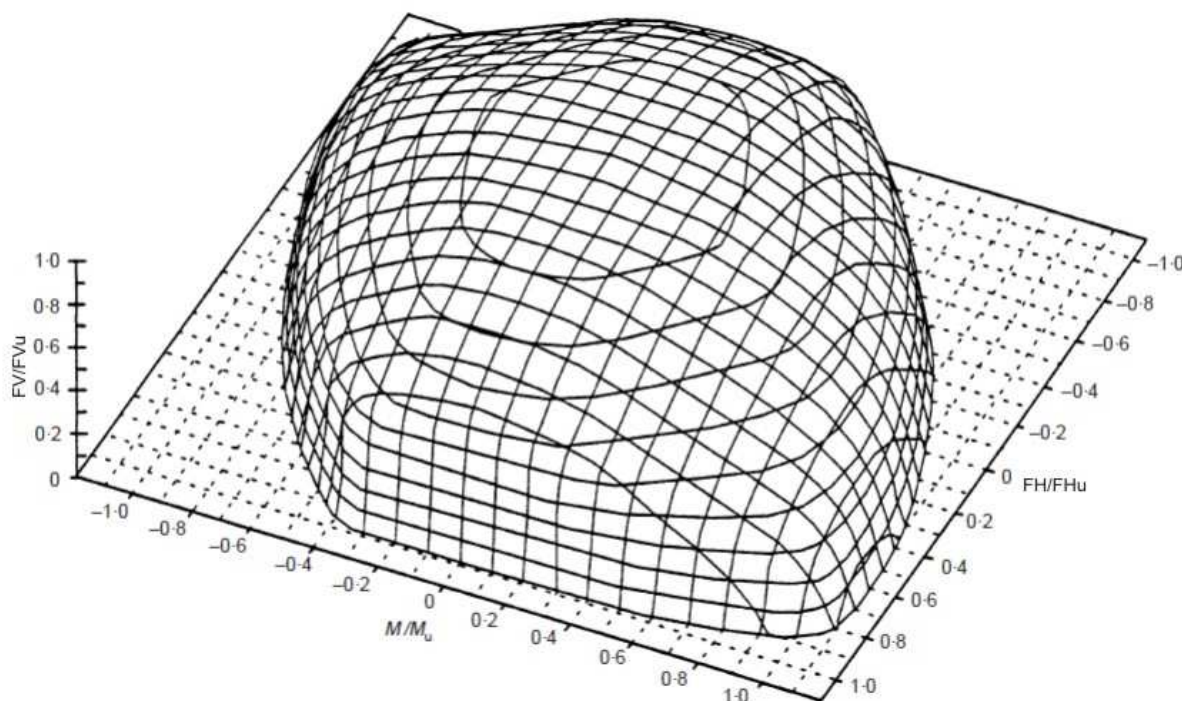


Figura 24 - Envoltória de ruptura tridimensional no espaço não-dimensional de fundações com cargas combinadas e momento - Taiebat 2000

O emprego do Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizado por Taiebat e Carter (2000) é largamente difundido nas mais diversas áreas da engenharia como ferramenta de simulação e previsão do comportamento dos materiais. Da mesma forma, na mecânica dos solos e no projeto de fundações existe uma tendência dos engenheiros utilizarem programas computacionais de dimensionamento que incorporam o MEF. Por se tratar de um material altamente heterogêneo, a grande limitação do emprego do MEF na engenharia de fundações está ligada a definição dos parâmetros de resistência e deformação dos solos. Tendo isto em vista, diversos estudos têm buscado avaliar a capacidade de resposta do MEF em relação ao comportamento real de fundações.

Na pesquisa desenvolvida por Almeida (2000) foi realizada a análise numérica de uma prova de carga executada em uma sapata quadrada em concreto armado em escala real. O comportamento tensão-deformação obtido no modelo numérico via MEF foi comparado com os resultados experimentais. Para a simulação do comportamento do solo foram avaliados os modelos linear-elástico, não linear e elástico (hiperbólico) e o elásto-plástico (Mohr-Coulomb) utilizando

elementos quadriláteros isoparamétricos de oito nós. Os parâmetros de entrada relativos ao comportamento do solo foram obtidos em ensaios triaxiais, em corpos de prova saturados, com amostras indeformadas coletadas no local da prova de carga. O primeiro modelo utilizado baseado apenas nos parâmetros obtidos nos ensaios de laboratório não se mostrou adequado para prever os recalques quando comparados com os resultados experimentais. O autor atribui este resultado a heterogeneidade do terreno aliado à condição não saturada do solo em seu estado natural. Desta forma, através de uma retroanálise, foram ajustados os parâmetros do modelo ao comportamento tensão-deformação do conjunto solo-fundação.

De maneira semelhante Burnier (2006) apresentou um estudo comparativo da resposta do modelo em elementos finitos com ensaios de prova de carga. Para tanto, os resultados obtidos nos modelos numéricos foram comparados com os estudos experimentais realizados por Gouvêa (2000) e Duarte (2006). Após definida a geometria e as condições de contorno do problema, a etapa seguinte para construção do modelo foi determinar o estado de tensão inicial do maciço. Para isto foi necessário determinar o peso específico do solo γ_{nat} e seu coeficiente de empuxo no repouso K_0 . Como as provas de cargas foram realizadas sobre um platô em uma área de corte do terreno, conforme exemplificado na Figura 25, foi necessário incorporar no estudo considerações sobre a tensão de pré-adensamento do solo no estado natural. Para isto, a autora dividiu a geometria em várias camadas, em cada uma destas foram estabelecidos γ_{nat} e K_0 que representassem o comportamento real do solo.

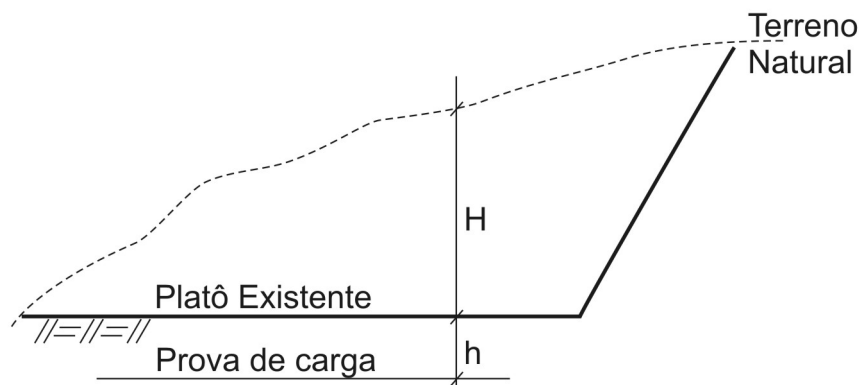


Figura 25 - Determinação da altura do talude escavado - Burnier (2006)

Para o cálculo do coeficiente do empuxo no repouso do solo pré-adensado K_0^{PA} foi utilizado conforme Mayne e Kulhawy (1982).

$$K_0^{PA} = K_0^{NA} \cdot OCR^{\tan \phi'} \quad (79)$$

Onde OCR (*Over Consolidation Ration*) é a razão de pré-adensamento do solo e K_0^{NA} é o coeficiente de empuxo do solo normalmente adensado, calculado pela expressão proposta por Jacky (1944)

$$K_0^{NA} = 1 - \tan \phi' \quad (80)$$

Em que ϕ' é o ângulo de atrito efetivo do solo. Para a determinação da tensão de pré-adensamento em cada camada do modelo numérico foram utilizados ensaios de compressibilidade e peso específico realizados no nível da prova de carga. Com base nestes dados foi possível estimar a cota original do terreno antes da escavação do platô.

$$H = \frac{\sigma_v^{PA'}}{\gamma_{nat}} - h \quad (81)$$

Em que H é a altura de solo acima do platô existente, h é a profundidade da prova de carga em relação ao platô existente, $\sigma_v^{PA'}$ é a tensão vertical de pré-adensamento e γ_{nat} o peso específico natural do solo. Com a determinação de H foi calculado o OCR como:

$$OCR = \frac{(H+h)\gamma_{nat}}{h \cdot \gamma_{nat}} = \frac{H}{h} + 1 \quad (82)$$

Sendo Z é a profundidade da camada de solo de interesse. Após a definição dos parâmetros de resistência e deformação do solo, Burnier (2006) executou as análises numéricas do comportamento do solo segundo os modelos de Mohr-Coulomb, Hiperbólico e de Lade-Kim com a utilização de elementos quadriláteros isoparamétricos de oito nós.

Em ambas as pesquisas, Almeida (2000) e Burnier (2006), para a obtenção de resultados coerentes do comportamento tensão-deformação das fundações, foi necessário um grande número de ajustes nos parâmetros do solo. Conforme citado anteriormente, este é um grande limitante para a utilização do MEF em problemas geotécnicos.

3. METODOLOGIA

A pesquisa está baseada em resultados obtidos através de modelos das fundações via Método dos Elementos Finitos (MEF). Para tanto, o modelo computacional numérico foi construído no aplicativo PLAXIS. Este programa foi desenvolvido especialmente para o estudo de deformações e estabilidades de problemas geotécnicos via MEF. A versão utilizada está restrita ao modelo em duas dimensões, desta forma, a análise está limitada ao estado plano de deformações. Nos itens a seguir são descritos os principais parâmetros de entrada utilizados, tais como, geometria do problema, propriedades físicas do solo, estudo da convergência dos resultados e plano de carregamento do modelo numérico.

3.1. DIMENSÕES DA MASSA DE SOLO

As dimensões da massa de solo foram estabelecidas da mesma forma que em Taiebat e Carter (2002), onde a profundidade do solo abaixo da fundação possui valor de $4.B$ e a largura $8.B$, sendo B a largura da fundação conforme a Figura 26. Em trabalhos semelhantes, tais como Smith-Pardo e Bobet (2007) e Ueno, Miura e Maeda (1998), também são adotados dimensões próximas a estes valores. Em todos os casos a dimensão da massa de solo tanto para modelos em elementos finitos quando em ensaios em modelos reduzidos é estabelecida de modo que seja suficientemente grande para que os efeitos nos contornos possam ser desconsiderados.

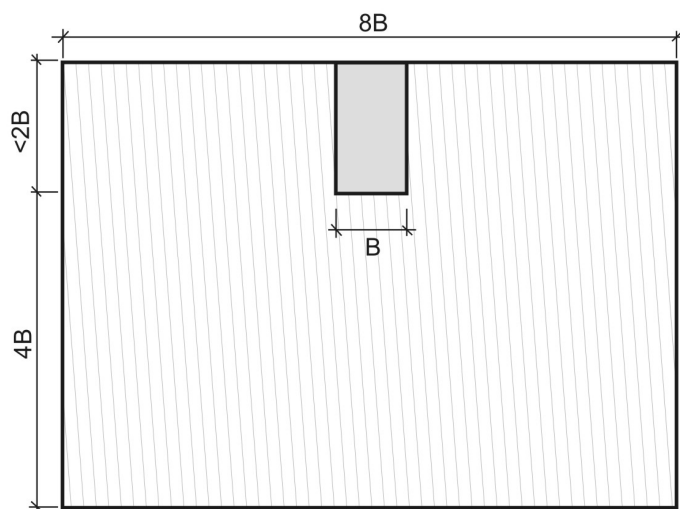


Figura 26 – Representação em corte da geometria do problema modelado no Plaxis

3.2. PARÂMETROS DO SOLO

Para modelagem do solo foram utilizados os parâmetros obtidos nos ensaios de laboratório e de placa obtidos na pesquisa realizada pelo LACTEC – Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento. Tais ensaios fazem parte do estudo sobre aterros compactados realizados em subestações de energia elétrica a pedido da COPEL – Companhia Paranaense de Energia e foram apresentados em Milléo e Nascimento (2012).

3.2.1. CARACTERÍSTICAS DAS PROVAS DE CARGA

As provas de carga foram realizadas com placas com 30 centímetros de diâmetro. Além dos ensaios de carregamento direto, foram também efetuados ensaios de granulometria (Tabela 4), compactação, CBR, adensamento e cisalhamento direto (Tabela 5). Os ensaios foram realizados em área de aterro das subestações de energia elétrica localizadas conforme anexo II: Subestação Santa Monica 230 kV; Subestação Posto Fiscal 230 kV e Subestação Prudentópolis 138 kV. Estes locais foram escolhidos devido à características dos solos onde buscava-se obter informações sobre os aterros em granulometrias argilosa, siltosa e arenosa.

Tabela 4 - Resultados dos ensaios de granulometria e classificação das amostras

Amostra	% Argila	% Silte	% Areia Fina	% Areia média	% Areia grossa	% Pedregulho	% Pedra	Classificação ABNT
SE Santa Monica	55,4	15,3	16,1	9,5	1,6	0,5	1,1	Argila Areno Siltosa
SE Posto Fiscal	5,2	2,8	82,5	8,7	0,3	0,4	0,1	Areia Argilo Siltosa
SE Prudentópolis	38,4	38,5	17,0	5,0	0,7	0,3	0	Silte Argilo Arenoso

Tabela 5 - Resultados dos ensaios de cisalhamento direto

Propriedades	SE Santa Mônica	SE Posto Fiscal	SE Prudentópolis
Peso específico aparente kN/m ³	15,14	16,08	13,09
Coesão Kpa	32,0	47,0	36,0
Ângulo de Atrito interno (°)	35,5	34,5	37,4

3.2.2. VALIDAÇÃO E CALIBRAÇÃO DOS MODELOS

Os modelos foram construídos no programa Plaxis como Elástico-Perfeitamente Plástico de Mohr-Coulomb. Para avaliar a capacidade deste modelo representar o comportamento real do solo, os ensaios de placa foram reproduzidos de acordo com os parâmetros do solo obtidos nos ensaios de laboratório conforme a Tabela 5. Além destes parâmetros, na construção do modelo foi necessário estabelecer o módulo de Young e o coeficiente de Poisson.

Conforme descrito no capítulo 2.1.5, existem na literatura diversas metodologias elaboradas na tentativa de estimar o módulo de elasticidade para solos. Nos modelos objeto desta pesquisa, os valores presentes na literatura foram utilizados em uma primeira aproximação. Na sequência, buscou-se o ajuste nos módulo de elasticidade de modo a melhorar a convergência do modelo em relação as provas de cargas realizadas.

Apesar das provas de cargas terem sido realizadas em locais de aterros compactados, os modelos numéricos apresentados não fazem referência a tensões de pré-adensamento existentes, desta forma, para a determinação do K_0 foi utilizada a equação (1). Para reprodução do ensaio de placa os modelos foram construídos em duas dimensões, axissimétricos, com elementos triangulares de 15 nós conforme a Figura 27. Foram utilizados os parâmetros retirados dos ensaios de laboratório apresentados na Tabela 5.

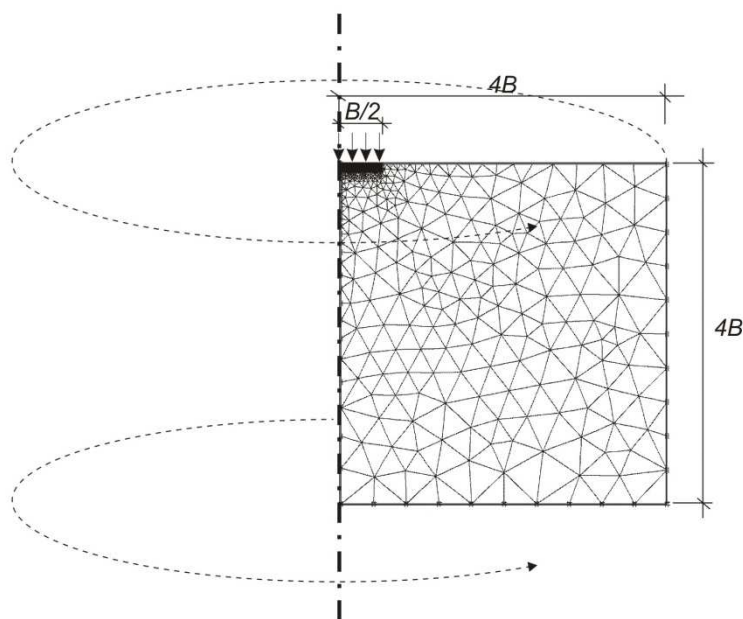


Figura 27 - Modelo axissimétrico para reprodução dos ensaios de placa

Os resultados dos modelos que reproduzem os ensaios de placa são apresentados na seção 4.1. Com base nestes resultados, foram construídos os modelos de fundações superficiais para análise da capacidade de cargas excêntricas.

3.3. DELIMITAÇÃO DO TIPO DE FUNDAÇÃO

O modelo de fundação foi adotado conforme a Figura 28. Estas fundações são classificadas como do tipo superficiais ou rasas conforme critério da NBR 6122 tendo em vista que a profundidade de assentamento não é superior a duas vezes a menor dimensão da fundação. Além disso, conforme já descrito anteriormente, o estudo está limitado ao estado plano de deformações em função das limitações da versão do Plaxis, sendo assim, as fundações são encaradas como sapatas corridas.

A largura da fundação foi mantida fixa em 1 metro, enquanto isso, a profundidade variou de 0,25 a 2,00 m, conforme a Figura 28, totalizando 5 geometrias de fundação no estudo.

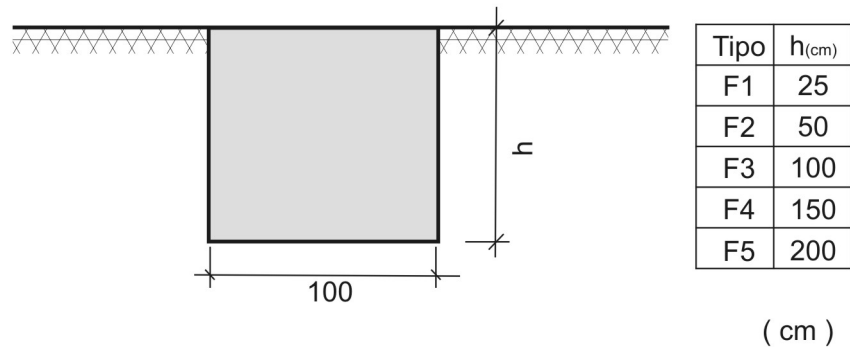


Figura 28 - Geometria da fundação utilizada no modelamento

A variação da profundidade da fundação visa avaliar a influência do embutimento da fundação no comportamento de ruptura do solo. Além da geometria, foram estabelecidas as propriedades físicas da fundação. Para isto, foi utilizado um material com comportamento elástico linear com parâmetros conforme a Tabela 6.

Tabela 6 - Parâmetros da fundação utilizados no modelo

E (kN/m ²)	ν	γ (kN/m ³)
2,1x10 ⁷	0,2	25,0

3.3.1. GERAÇÃO E REFINO DA MALHA

Após definida a geometria do problema e associada às características de cada um dos materiais, foi iniciado o processo de discretização do problema. Para a construção da malha foram empregados elementos triangulares planos de 15 nós. No aplicativo Plaxis a geração da malha inicial é realizada em um processo totalmente automatizado. De acordo com Plaxis (2011) a dimensão inicial dos elementos é definida com base na geometria do problema que estabelece uma dimensão média l_e estabelecida como:

$$l_e = \sqrt{\frac{(X_{m\acute{a}x} - X_{m\acute{i}n})(Y_{m\acute{a}x} - Y_{m\acute{i}n})}{nc}} \quad (83)$$

Onde $X_{m\acute{a}x}$, $X_{m\acute{i}n}$, $Y_{m\acute{a}x}$ e $Y_{m\acute{i}n}$ são os pontos extremos da geometria do problema. A variável nc é estabelecida pelo usuário e determina o grau de refino inicial com que a malha será construída. Para tanto, existem cinco níveis de refinamento conforme abaixo:

Tabela 7 - Níveis de refino da malha gerada pelo Plaxis

Nível do refino	nc	Nº Aprox. de elementos
<i>Very coarse</i>	25	50
<i>Coarse</i>	50	100
<i>Medium</i>	100	250
<i>Fine</i>	200	500
<i>Very Fine</i>	400	1000

Em áreas onde é esperada uma concentração de tensões e maiores deformações é necessário estabelecer um percentual de refino adicional. Para isto, seja sobre linhas ou pontos, é possível estabelecer um fator multiplicador sobre o elemento base da malha geral que pode variar de 5,0 a 0,1.

Visando avaliar a convergência dos resultados o processo de refino foi realizado de maneira gradual. A primeira malha foi gerada com o elemento “*Coarse*” sobre toda a área do problema (Figura 29a). Em seguida, foi mantida a dimensão dos elementos gerais da malha introduzindo um refinamento no contorno da fundação através da aplicação do fator multiplicador no valor de 0,1. Desta forma, os elementos do contorno da fundação têm 10% da dimensão dos elementos gerais (Figura 29b). Na terceira, quarta e quinta malhas foi mantido o fator multiplicador, no entanto, para os elementos gerais da malha foram adotados respectivamente o nível de refino “*Medium*”, “*Fine*” e “*Very Fine*”.

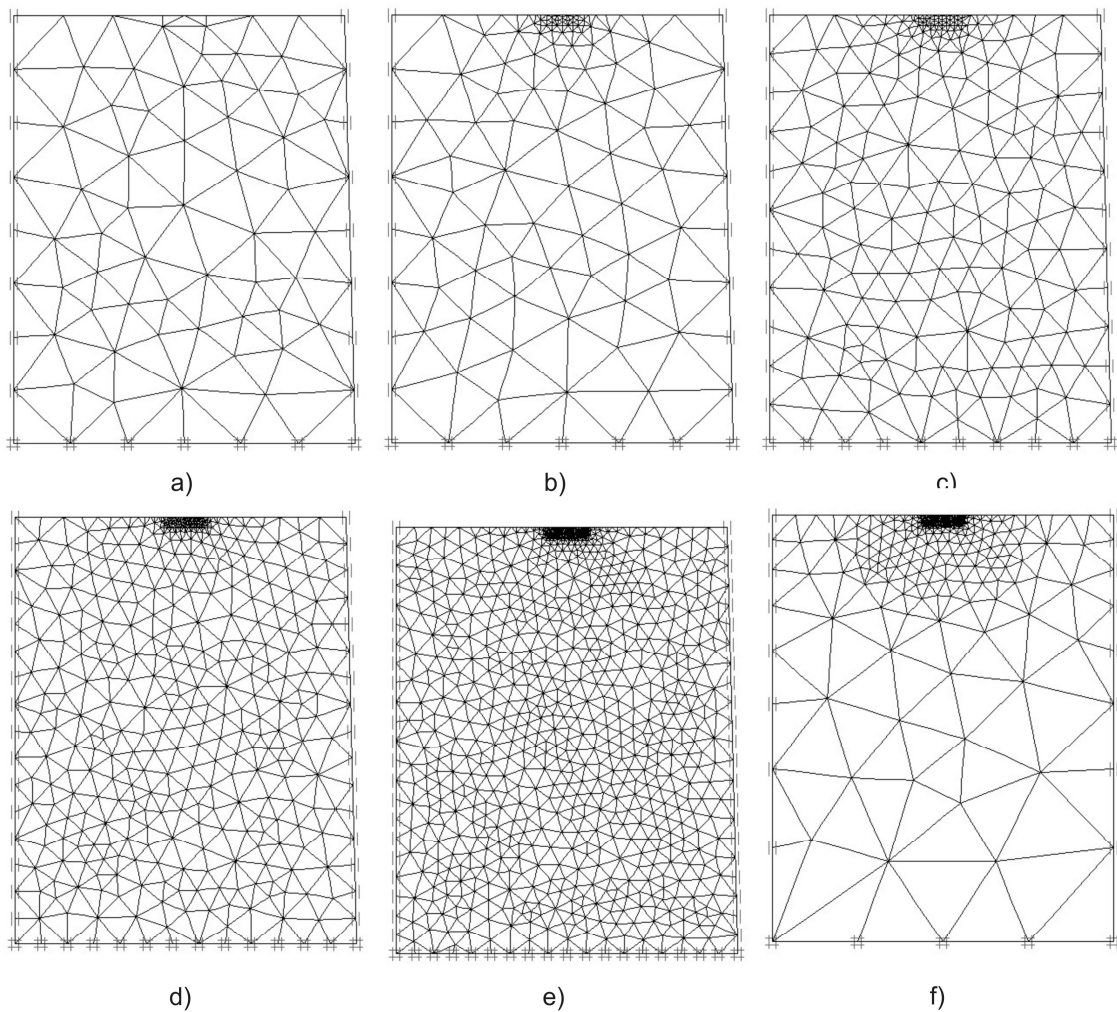


Figura 29 - Discretização e refino da malha de elementos finitos

A convergência do modelo foi avaliada em termos de carga última vertical até o escoamento. Para isto, a carga foi aplicada sobre a fundação do tipo *F1*, conforme a Figura 28, apoiada sobre o solo com propriedades descritas na Tabela 5 – Subestação Santa Mônica. Nota-se na Figura 30, que a medida que a malha é refinada a taxa de variação dos resultados em relação a malha anterior vai reduzindo. A partir da malha com elemento de dimensão “*Medium*” (Figura 29c) os valores passam a ser muito próximos aos resultados da malha com elementos de dimensões “*Fine*” (Figura 29d) e “*VeryFine*” (Figura 29e).

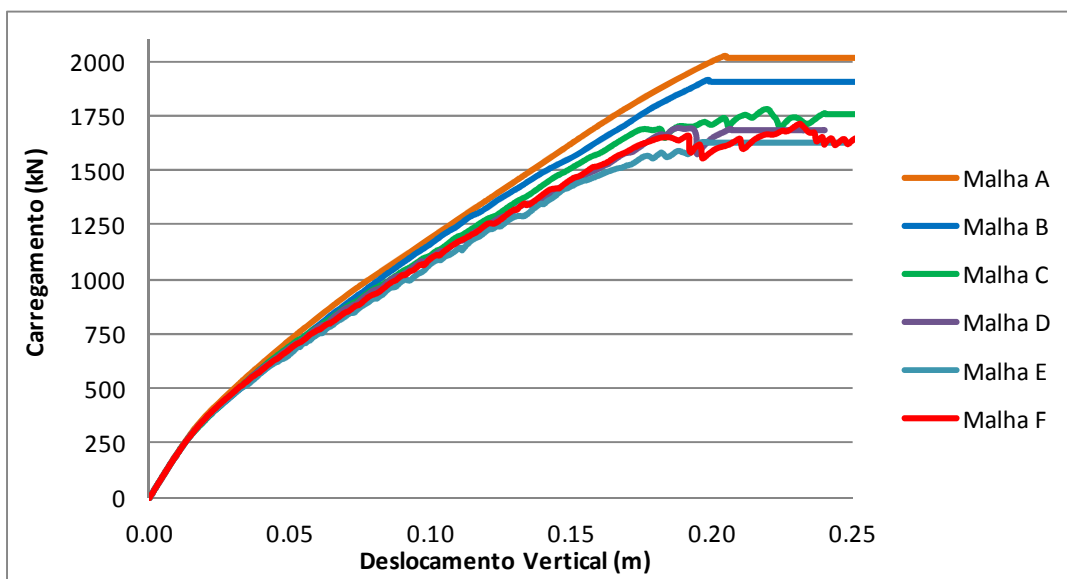


Figura 30 - Convergência da intensidade da carga de ruptura do solo

Para obtenção dos resultados nos estudos de carregamento das fundações foi adotado a malha mais refinada, com elemento identificado no Plaxis como “*VeryFine*” onde se esperam os menores erros devido a discretização do problema. Entretanto, para reduzir o número de elementos em áreas afastadas dos pontos de concentração de tensões e otimizar o processamento, foi aplicado um fator multiplicador com valor de 5.0 na linha da base inferior da massa de solo resultando na malha conforme a Figura 29f.

3.4. PLANO DE CARREGAMENTO

O Plaxis permite a introdução de carregamentos em estágios, desta forma, as cargas relativas ao estudo foram aplicadas somente após os efeitos dos esforços devidos ao peso próprio da estrutura terem sido consolidados no solo. Inicialmente, para cada dimensão de fundação foi obtido o valor de ruptura do solo para a carga puramente vertical. Em seguida, nos demais ensaios são atribuídos percentuais desta carga vertical conforme a Tabela 8. Então, sobre a fundação carregada verticalmente foram introduzidos os esforços horizontais em diferentes alturas H de aplicação da carga. Este procedimento foi executado na forma de incrementos de carga até se obter a ruptura do solo FH_{rup} .

Tabela 8- Plano de carregamento do modelo

$H(m)$ %Fvu	0	2	5	10
100	—	—	—	—
90				
80				
70				
60				
50				
40				
30				
20				
10				
0				

FH_{rup}

Este plano de carregamento tem o objetivo de representar a aplicação da carga FH em diversas alturas H . Além disso, a influência do carregamento vertical foi estudada pela introdução da variação percentual da carga vertical de ruptura em cada modelo. O diagrama típico das cargas pode ser visualizado na Figura 31a. Devido às limitações do programa Plaxis, para introduzir as solicitações de momento foi necessário utilizar um binário de forças concentradas equivalentes de acordo com a Figura 31b-c.

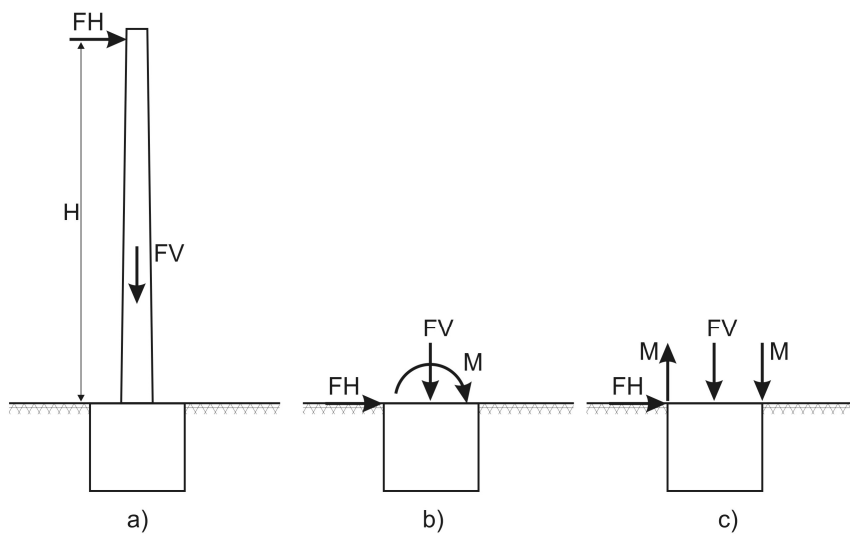


Figura 31 - Diagrama de aplicação dos esforços na fundação

3.4.1. MÉTODOS PARA ANÁLISE DOS RESULTADOS.

De maneira semelhante à pesquisa realizado por Taiebat e Carter (2000), este estudo também utiliza os modelos numéricos para estabelecer o comportamento de ruptura de fundações superficiais solicitadas a esforços combinados. Entretanto, neste trabalho serão incorporados adicionalmente os efeitos gerados pelo embutimento da fundação no solo. Através do carregamento incremental da carga vertical combinada com a variação de altura do ponto de aplicação da carga horizontal, descrito anteriormente, é estabelecido um padrão de ruptura gerado pela carga horizontal. A capacidade de suporte determinada nos modelos numéricos é comparada com os métodos de dimensionamento de fundações descritos na revisão bibliográfica. Desta forma, podem ser estimadas as variações em relação ao modelo elaborado via MEF.

4. ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1. CALIBRAÇÃO DO MODELO E RETROANÁLISE

Conforme descrito na metodologia da pesquisa, a primeira etapa da análise consiste em avaliar a capacidade do modelo representar o comportamento real de uma fundação superficial. Para tanto, os ensaios de placa executados por Milléo e Nascimento (2012) foram reproduzidos via método dos elementos finitos com o uso do programa Plaxis V8.2 considerando o critério de plastificação plástico-perfeitamente elástico de Mohr-Coulomb. Tais modelos utilizam como parâmetros de entrada o peso específico, ângulo de atrito e coesão descritos na Tabela 5, além destes, inicialmente foram utilizados valores típicos para o módulo de elasticidade, sendo estes retirados de tabelas de referência de acordo com as características dos solos conforme a Tabela 1 e Tabela 2 do item 2.1.5. Em seguida, a rigidez foi ajustada visando obter o comportamento dos modelos o mais próximo das curvas carga x recalque apresentadas pelos ensaios de placa.

Tabela 9 - Módulos de elasticidade para o solo

Amostra	E (inicial) kN/m ²	E (Ajustado) kN/m ²
SE Posto Fiscal	27000	35000
SE Prudentópolis	20000	15000
SE Santa Mônica	20000	35000

A

Tabela 9 apresenta os valores para os módulos de elasticidade E utilizados inicialmente nos modelos e os módulos posteriormente adotados após os ajustes. Na Figura 32 é possível observar a variação da trajetória do comportamento carga-deslocamento obtido nos ensaios de placa em comparação com os modelos em MEF com o módulo de elasticidade retirado da tabela e após os ajustes.

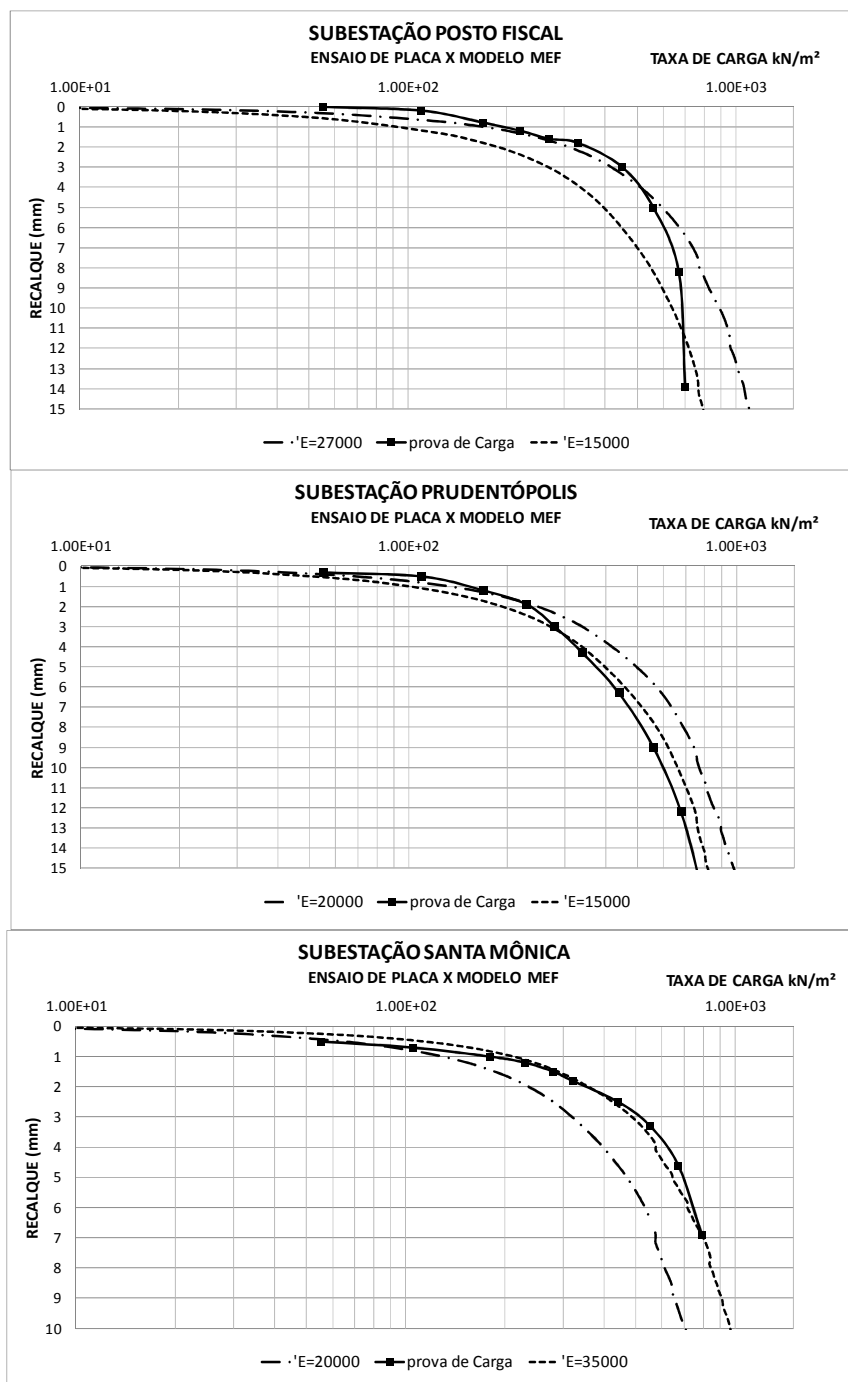


Figura 32 - Comparativo do comportamento dos modelos em MEF em relação aos ensaios de placa

Assim como descritos em diversas pesquisas apresentadas no capítulo 2.3, a utilização de um modelo em MEF que represente de maneira aproximada o comportamento real do solo depende de interações no módulo de elasticidade. Após as devidas correções os três modelos apresentaram um comportamento semelhante às provas de cargas. No entanto, nos demais ensaios que visam simular os efeitos da atuação de cargas horizontais aplicadas fora do plano da fundação foi utilizado

apenas o modelo da Subestação Santa Mônica. A escolha deste solo foi determinada pelo grau de aproximação que o modelo apresentou em relação ao ensaio de placa.

4.2. PONTO DE ROTAÇÃO DAS FUNDAÇÕES E EXCENTRICIDADES

O ponto de rotação das fundações superficiais tem grande influência no dimensionamento das mesmas assim como na determinação estimada da distribuição de tensões geradas no solo. Neste item é abordada a influência da variação na combinação de cargas aplicadas na fundação em relação à posição do ponto de rotação da fundação. Para tanto, inicialmente foram levantados todos os pontos de rotação dos modelos em MEF descritos na metodologia no item 3.4. A posição do ponto de rotação foi determinada com base em gráficos de deslocamentos totais, apresentados de modo genérico na Figura 33. Com este procedimento, é possível identificar o ponto de rotação da fundação em termos de isolinhas geradas pelo PLAXIS.

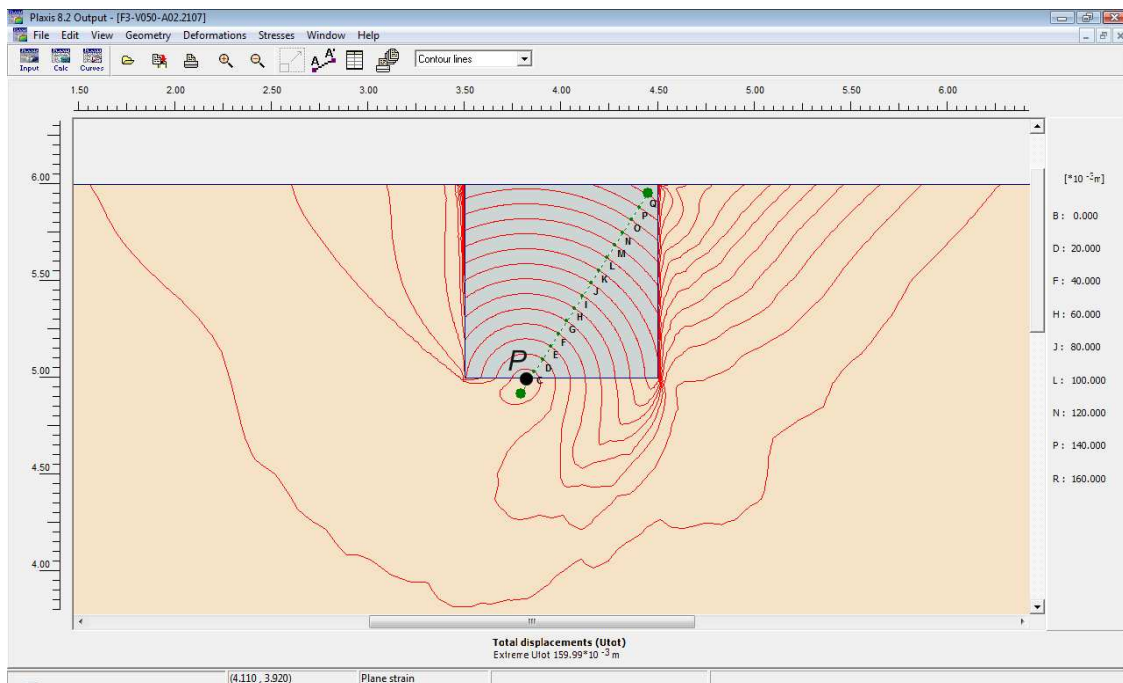


Figura 33 - Gráfico de deslocamentos totais gerado pelo Plaxis

A partir do ponto de rotação *P* da fundação foi possível estabelecer a região comprimida da fundação. A Figura 34 mostra a seção típica da fundação modelada

onde B é a largura da fundação, B' é a região comprimida na base da fundação estabelecida entre a extremidade até o ponto de rotação.

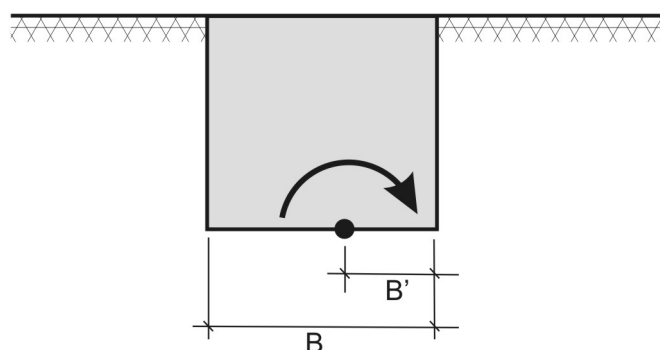


Figura 34 - Posição do ponto de rotação da fundação

A Figura 35 apresenta a variação da região comprimida da fundação em função da carga vertical aplicada para as cinco profundidades de embutimento da fundação previstas na metodologia da pesquisa. Com base nestes resultados foi possível identificar alguns padrões no comportamento dos modelos:

- Quando não existe carga vertical aplicada a fundação tende a girar em torno de sua extremidade lateral independente da profundidade de embutimento da fundação;
- A medida que se aumenta a proporção FV/FVu a excentricidade resultante diminui e a região comprimida B' tende a aumentar. No entanto, o crescimento da área comprimida não ocorre de modo linear com o incremento de carga vertical.
- A medida que a profundidade de embutimento da fundação aumenta, do modelo F1 ($h/B=0,25$) para o modelo F5 ($h/B=2,0$), a área comprimida da fundação tende a ser maior para a mesma carga vertical aplicada. Isto se deve a resistência do solo sobre a lateral tornar-se mais significativa no combate a tendência de tombamento da fundação reduzindo o momento resultante da fundação.
- Para os modelos com menor embutimento, tipo F1, com a aplicação de 20% de FVu a fundação rotacionou na região próxima ao centro da base da fundação, ou seja $B'=B/2$, e acima de 70% de FVu as fundações tendem a girar em torno da extremidade, no ponto $B'=B$,

desta forma, toda a base da fundação está comprimida. A medida que a profundidade de embutimento da fundação fica maior, a área comprimida da fundação aumenta mais rapidamente com o incremento de carga vertical. No limite admitido para fundações superficiais, $h=2B$, fundação do tipo F5, com a aplicação de 10% de FV_u a fundação tende a girar em torno do centro de sua base e com valor acima de 60% tem-se o valor de $B'=B$ e assim toda a base sendo comprimida.

- A variação da altura H de aplicação da carga horizontal FH e conseqüentemente a relação resultante M/FH não apresentaram influência na trajetória do deslocamento do ponto de rotação da fundação.

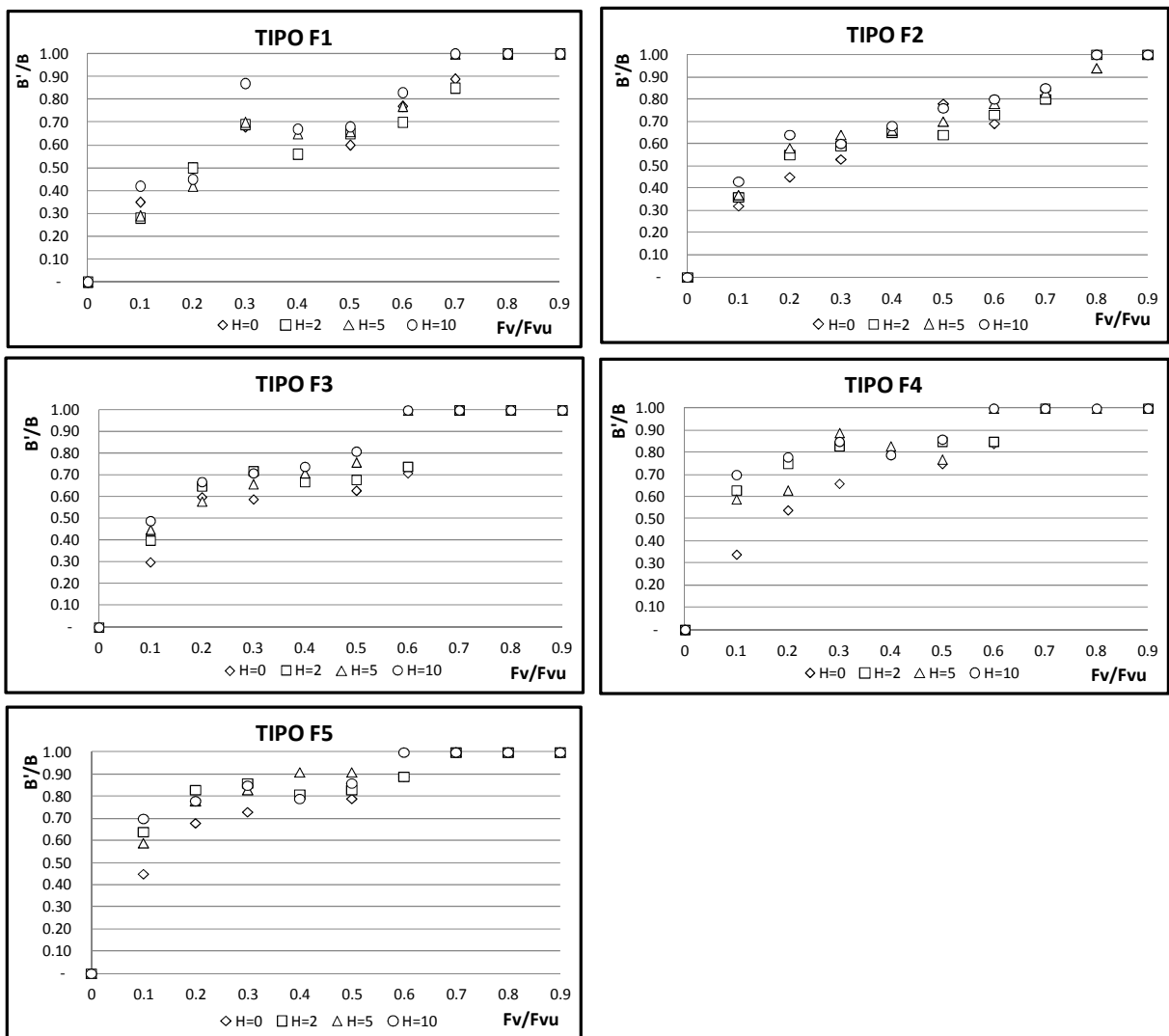


Figura 35 - Área comprimida da fundação em relação a variação da carga vertical aplicada

4.3. DESLOCAMENTO

Nesta pesquisa as fundações foram submetidas a carregamentos até o ponto de ruptura do solo. Desta forma, não são abordados os critérios referentes as condições limites de serviço das fundações. Este capítulo apresenta os resultados obtidos via MEF para as fundações superficiais solicitadas a combinações de carregamentos verticais, horizontais e momento conforme plano de carregamento descrito na metodologia.

No programa Plaxis, para que se possa extrair um gráfico em termos de tensões e deslocamentos é necessário que os pontos de interesse sejam previamente definidos. Para o caso de deslocamentos foram escolhidos os pontos das extremidades das fundações conforme a Figura 36. No caso de fundações solicitadas a combinações de esforços, objeto desta pesquisa, os pontos críticos são os pontos C para deslocamento vertical e D para deslocamento horizontal.

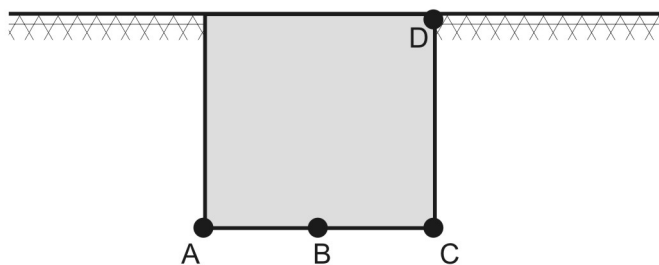


Figura 36 - Pontos definidos no Plaxis para obtenção de gráficos carga-deslocamento

Na apresentação dos resultados à frente, considera-se como ponto de deslocamento zero a posição da fundação após o carregamento puramente vertical. Assim, busca-se isolar os valores relativos apenas aos esforços horizontais aplicados e ao momento resultante dos mesmos.

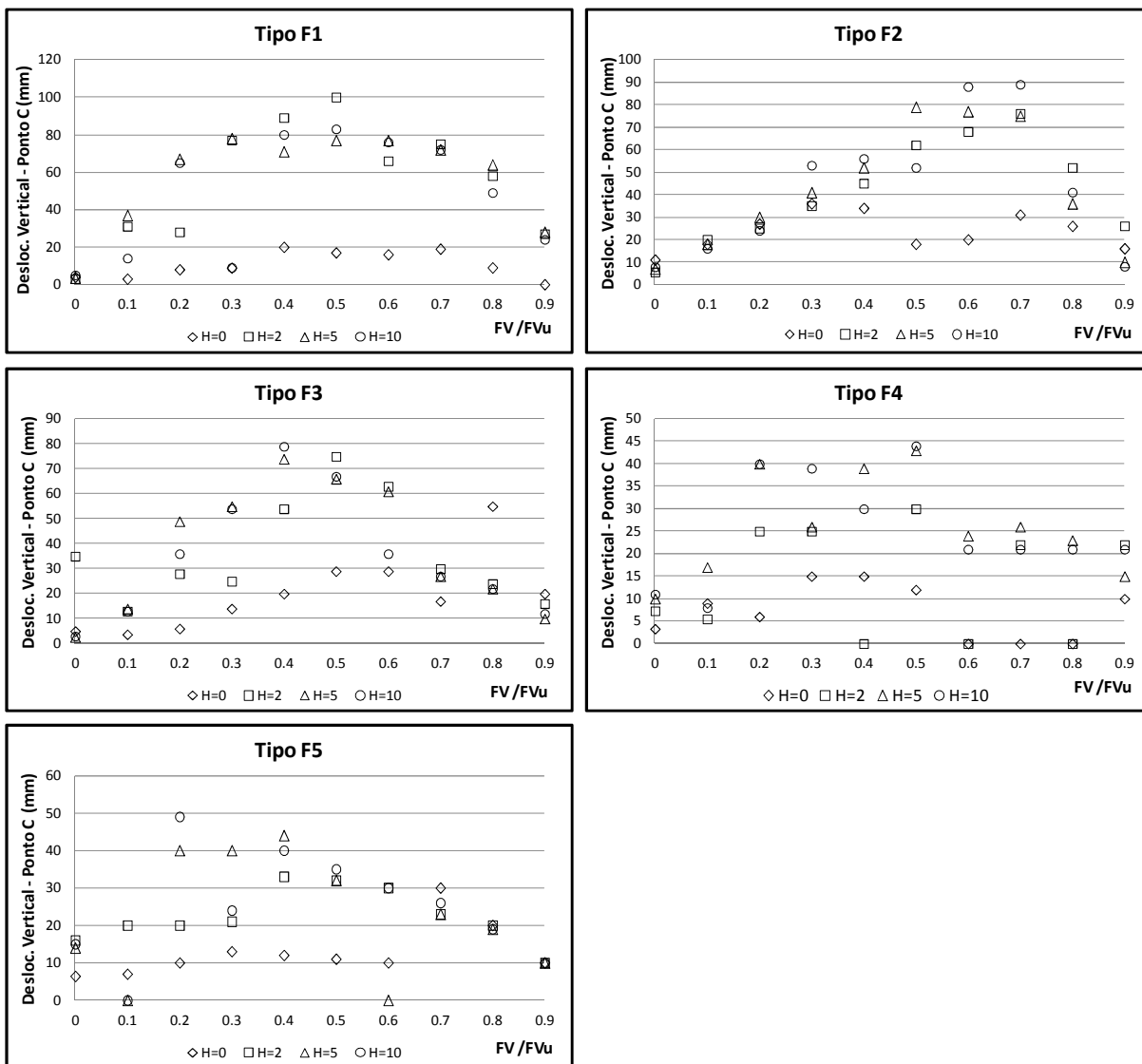


Figura 37 - Deslocamento vertical no ponto C em relação a carga vertical aplicada

A Figura 37 apresenta os gráficos com os valores de deslocamento vertical no ponto C em termos da variação de carga vertical. Os resultados obtidos para os deslocamentos verticais nos modelos apresentam grande dispersão em relação a variação da carga vertical aplicada. Desta forma não foi possível observar um padrão de deslocamento da fundação na ruptura. No entanto, é possível observar que as fundações mais rasas do tipo F1, F2 e F3 tendem a apresentar valores de deslocamentos verticais maiores na ruptura que as do tipo F4 e F5. Além disso, nota-se em todos os casos que o solo entrou em ruptura com valores de deslocamento vertical no ponto C abaixo de 10% de B.

Analisando os resultados obtidos nos modelos agora em relação aos deslocamentos horizontais no ponto D, em termos da variação da carga vertical de modo semelhante ao apresentado para o ponto C, obtém-se os valores representados na Figura 38.

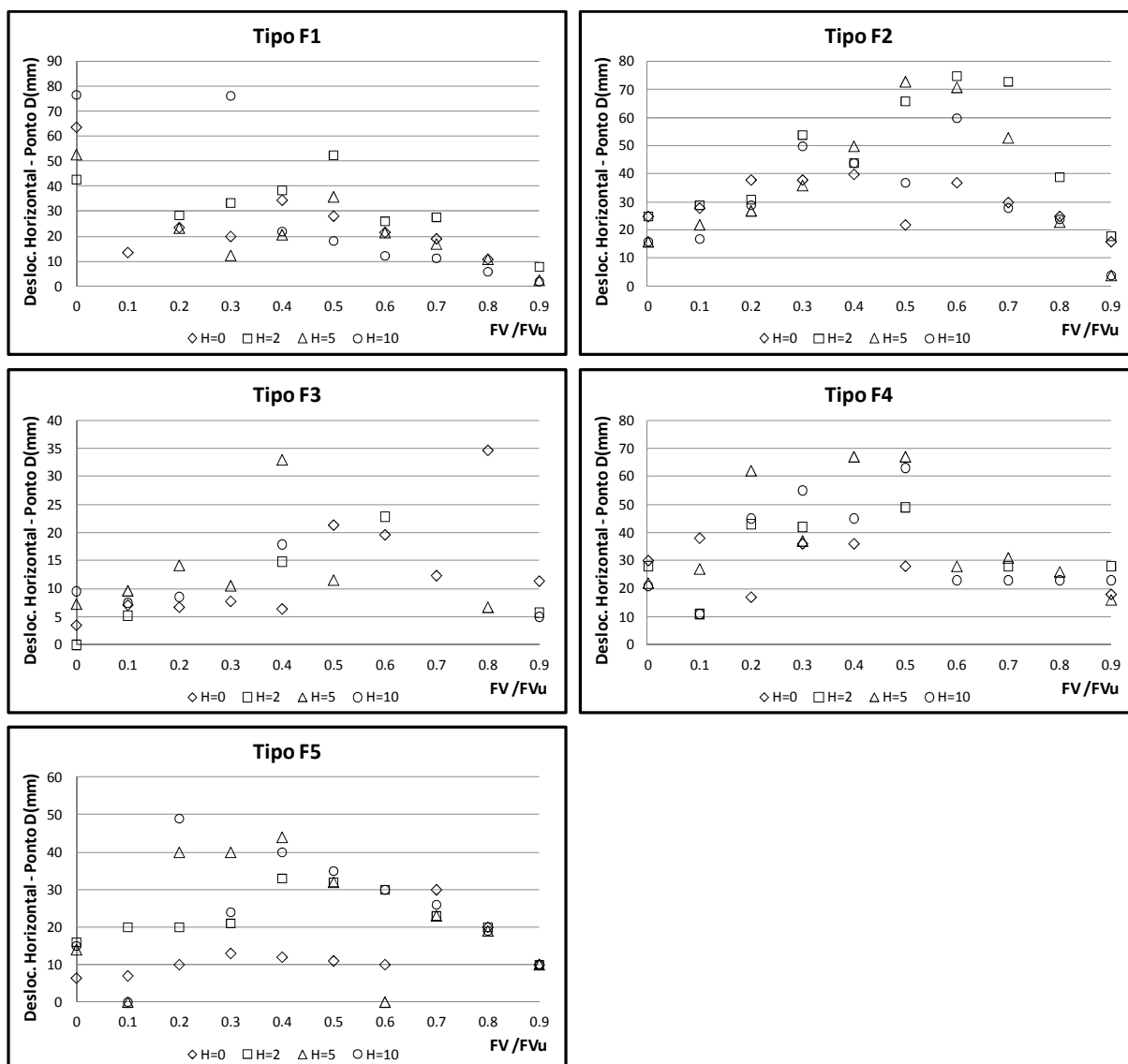


Figura 38 - Deslocamento horizontal no ponto D em relação a carga vertical aplicada

Assim como os deslocamentos verticais no ponto C, os deslocamentos horizontais no ponto D também não apresentaram um padrão consistente em relação ao incremento de carga vertical. É possível observar, no entanto, que os deslocamentos em fundações mais rasas F1, F2 e F3 são inferiores aos

deslocamentos das fundações mais profundas F4 e F5 na ruptura. Este comportamento indica uma ruptura mais repentina do solo em fundações com cotas de embutimento menores quando solicitadas por esforços horizontais.

4.4. DISTRIBUIÇÃO DAS TENSÕES

4.4.1. TENSÕES LATERAIS

Os esforços resistentes devido às forças mobilizadas na lateral de fundações sujeitas a esforços combinados, normalmente não são levados em consideração no dimensionamento de fundações superficiais. Neste item é analisada a forma da distribuição de tensões assim como a resultante dos esforços atuantes na lateral das fundações.

Em virtude da ação da carga horizontal estar aplicada geralmente fora da base da fundação, desta forma gerando o efeito de momento, ao se incrementar a solicitação horizontal a estrutura tende a rotacionar. Devido a esta rotação o deslocamento lateral “d” da fundação não é constante, como ilustra a Figura 39, variando linearmente com a profundidade “h”.

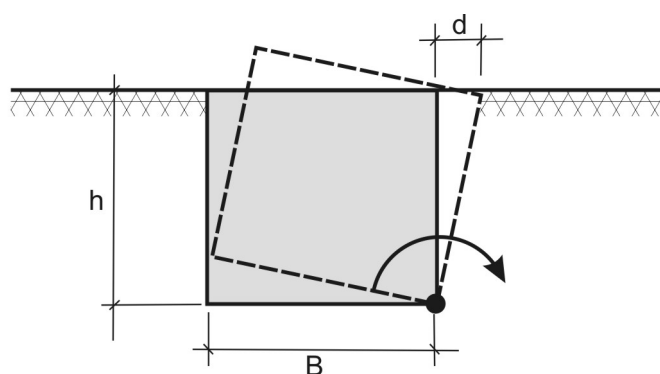


Figura 39 - Rotação da fundação - Deslocamento lateral

Esta variação faz com que em profundidades diferentes o empuxo horizontal do solo se comporte de maneira diferenciada de outras estruturas. Conforme mostrado no capítulo 2.1.3 - Resistência horizontal do solo, ao se deslocar contra o

solo o comportamento da fundação pode ser associado ao estado passivo de Rankine. No entanto, a equação (7) considera um deslocamento constante da estrutura em toda a profundidade.

A Figura 40 mostra, com base nos modelos desenvolvidos no programa Plaxis, a posição da resultante dos esforços atuantes na lateral da fundação em relação a variação do carregamento vertical aplicado. Nota-se que a resultante dos esforços, na grande maioria dos modelos analisados, está posicionada na cota entre 0,5.h a 0,6.h.

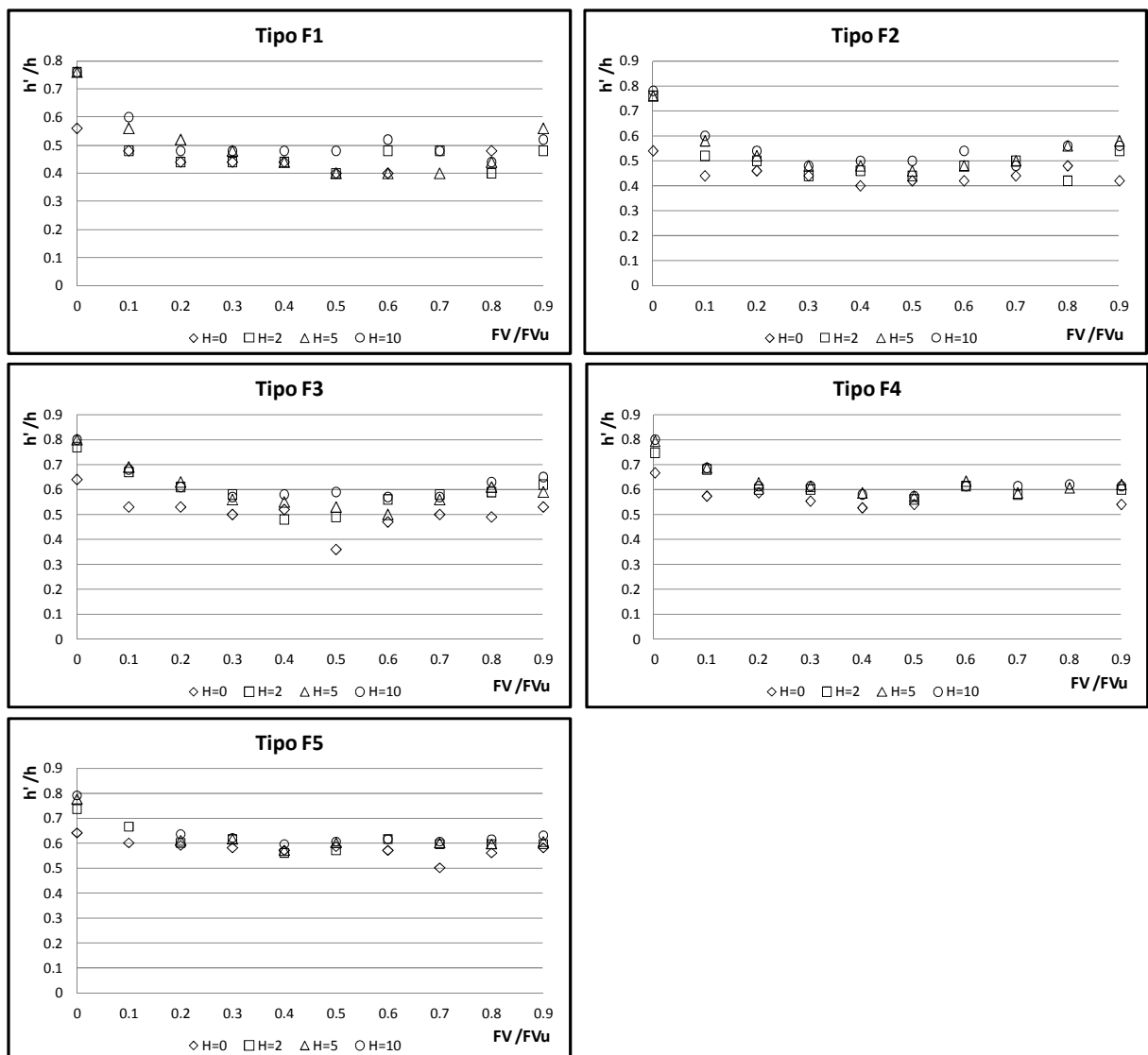


Figura 40 - Posição da resultante da tensão na lateral das fundações

Pode-se observar também na Figura 40 que para cargas verticais até 20% FVu a resultante do esforço lateral atua acima da altura média mostrada na Figura 41. No entanto, para cargas verticais acima de 20% de FVu há uma tendência a se estabilizar em torno da posição média da cota de assentamento da fundação para todas as profundidades de embutimento modeladas.

A Figura 41b mostra a forma típica da distribuição das tensões encontradas nos modelos em MEF e a posição média da resultante dos esforços. Nota-se que a resultante dos esforços atua acima da região central da fundação. Ao comparar com a proposição de empuxo passivo de Rankine, Figura 41a, observa-se que a utilização do empuxo passivo pelo método de Rankine no combate à tendência de rotação da fundação estaria a favor da segurança, tendo em vista que a resultante está posicionada no terço inferior da cota de embutimento da fundação.

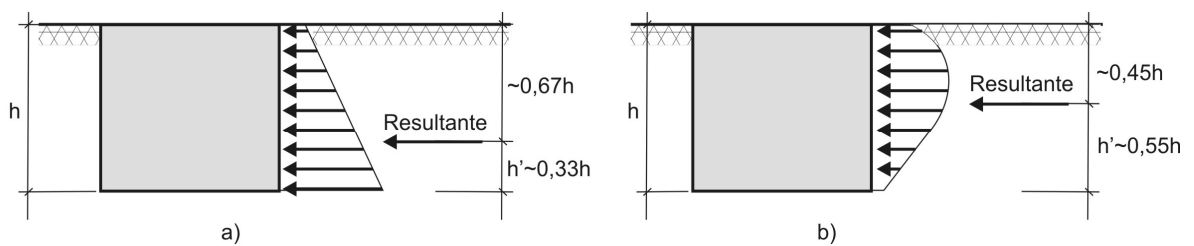


Figura 41 - Tensões laterais na fundação. a) Distribuição de Rankine. b) Distribuição via MEF

Além da análise da posição da força resultante lateral, é fundamental para o dimensionamento da fundação observar a intensidade da resistência fornecida pelo solo na lateral da fundação. Ao aplicarmos incrementos de esforço vertical, é possível observar uma tendência de aumento na resistência lateral até atingirmos o valor de 50% de FVu. Este padrão de comportamento, conforme apresentado na Figura 42, independe da profundidade de assentamento da fundação.

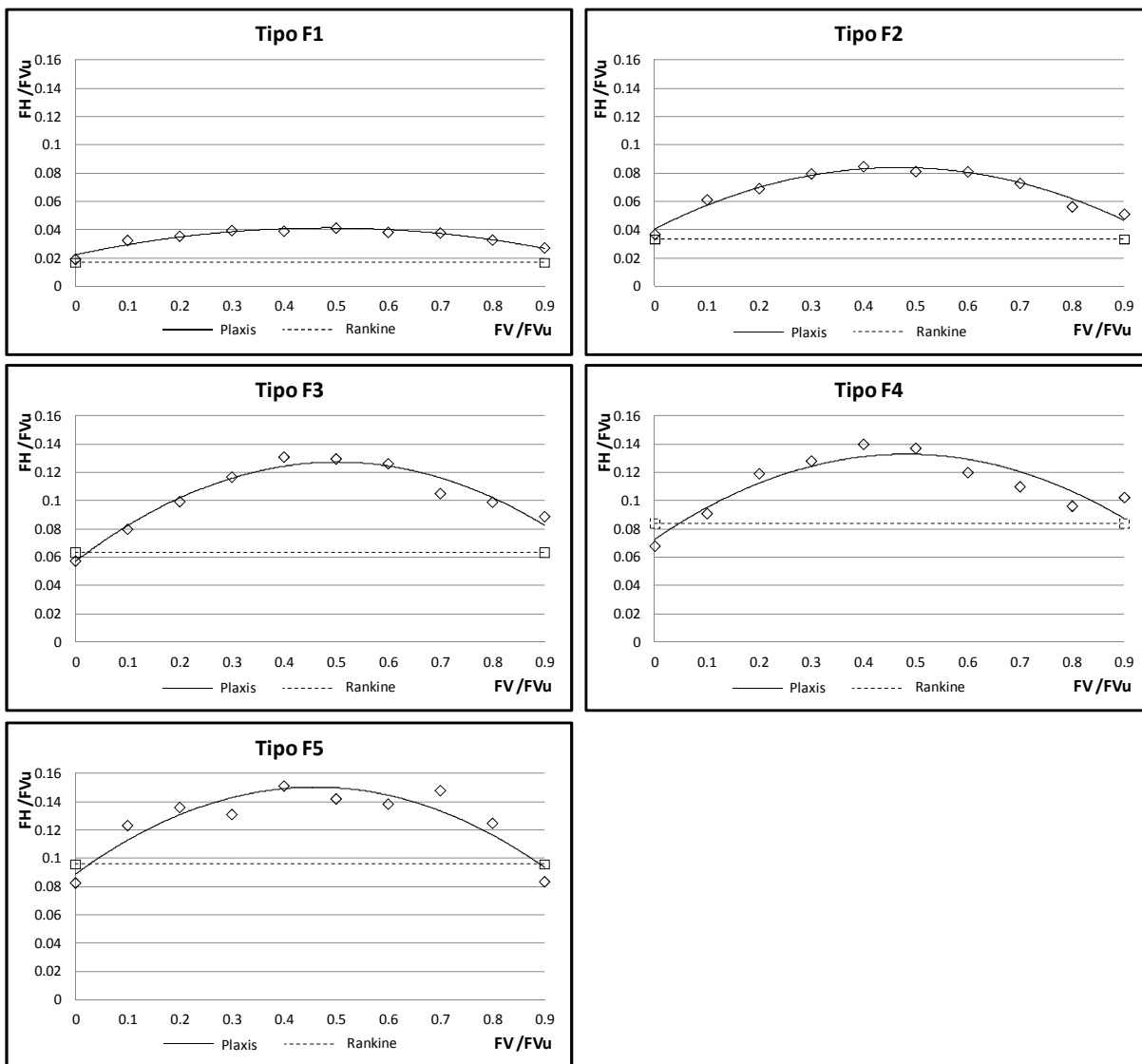


Figura 42 - Intensidade da resultante dos esforços na lateral da fundação

A intensidade das forças resistentes horizontais obtidas via MEF foi, na maioria dos modelos analisados, superior aos valores calculados pelo método de Rankine para empuxo passivo.

4.4.2. TENSÕES NA BASE

No comportamento das tensões na base da fundação, além da carga vertical FV atuante na fundação, a medida que a profundidade de embutimento aumenta, o esforço resistente lateral tem maior influência sobre a resultante da excentricidade da carga vertical e conseqüentemente sobre a distribuição das tensões na superfície de apoio da fundação.

Para avaliar ponto de excentricidade “ e ” resultante nos modelos, levando em consideração os esforços atuando na lateral da fundação, pode-se aplicar a equação (84), onde M é o momento, FV a carga vertical, FH_{res} a força horizontal resistente na lateral da fundação e h' a distância da aplicação da carga horizontal em relação à cota de apoio da fundação.

$$e = \frac{M - FH_{res} \cdot h'}{FV} \quad (84)$$

onde,

$$M = FH \cdot (H + h) \quad (85)$$

A análise da excentricidade tem o intuito de identificar a posição dos esforços resultantes em relação ao núcleo central da fundação. Conforme descrito na revisão bibliográfica, nestes casos, em que a força resultante incide sobre o núcleo central, toda a base da fundação está mobilizada à compressão. Aplicando a equação (84) para os valores de FH que provocaram a ruptura do solo nos modelos em MEF gerados no Plaxis observam-se os valores apresentados na Figura 43.

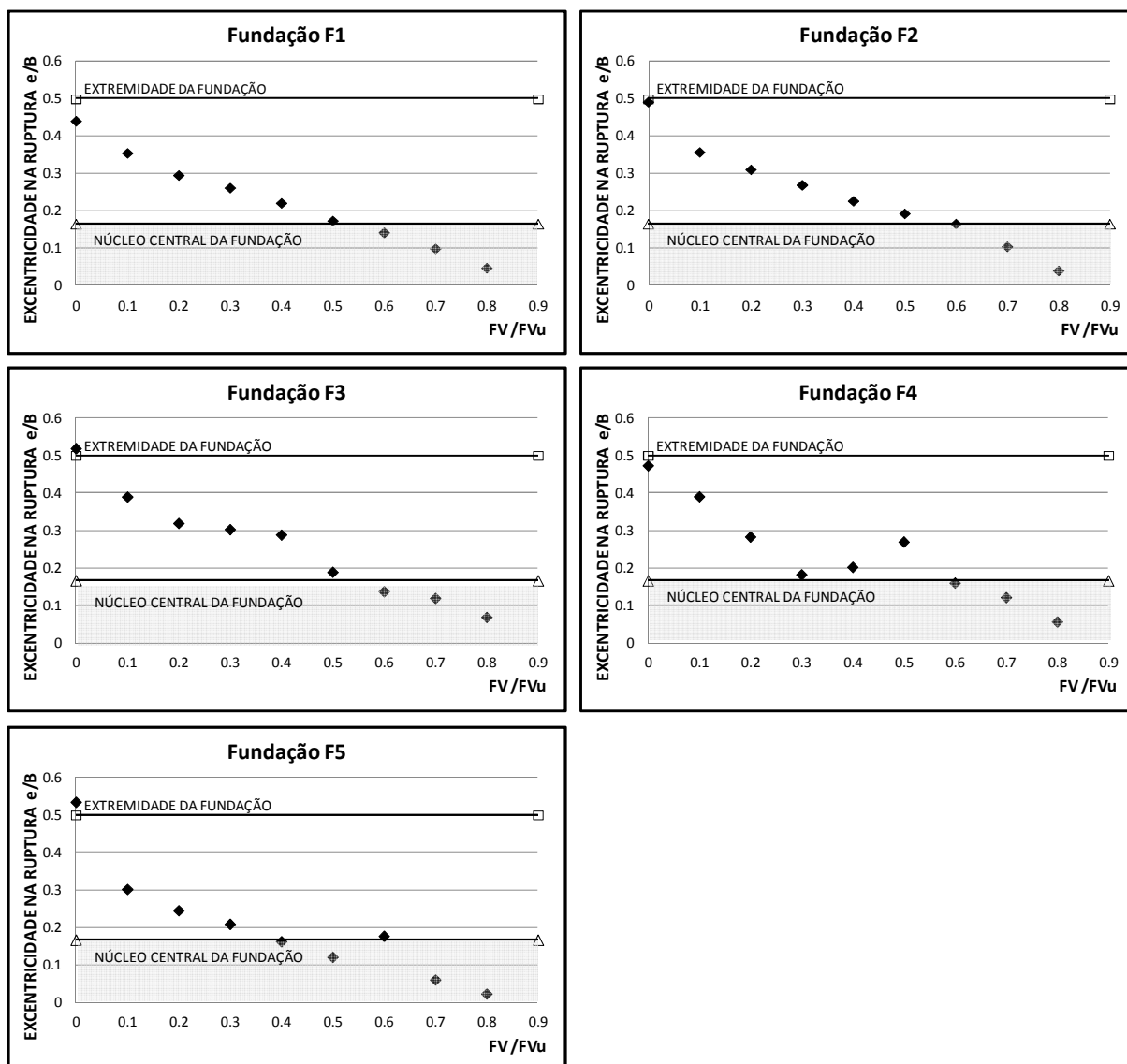
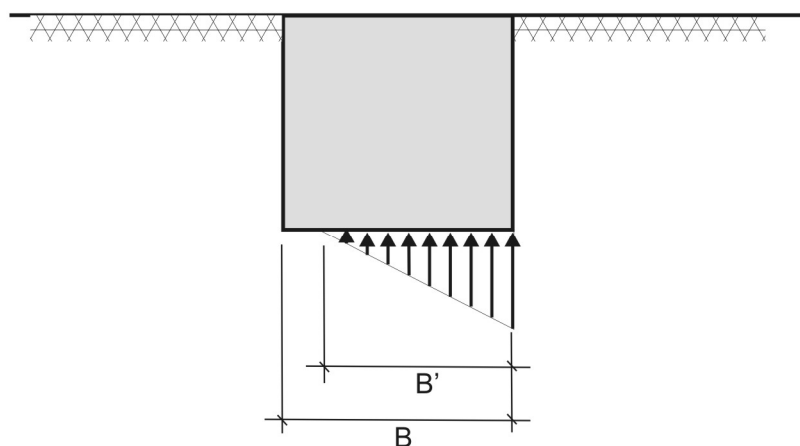


Figura 43 - Excentricidade da carga vertical resultante na ruptura do solo

Os resultados indicaram que para fundações solicitadas a cargas verticais acima de 70% de F_{Vu} , as fundações entrariam em ruptura com a resultante dos esforços dentro do núcleo central da fundação. No entanto, para cargas verticais até 10% de F_{Vu} a fundação tende a entrar em colapso quando a resultante dos esforços atinge a extremidade da fundação. Além disso, é possível observar uma tendência de variação linear inversamente proporcional entre a relação do valor de F_v/F_{Vu} com o aumento da excentricidade na ruptura.



Assim como os resultados obtidos pela equação (84), a análise feita com base nos diagramas de tensões gerados pelo PLAXIS indicam que fundações solicitadas a carregamentos verticais acima de 70% de FV_u entram em colapso pela aplicação de cargas horizontais com a resultante dos esforços no núcleo central da fundação. Em solicitações verticais abaixo de 70% de FV_u a distribuição de tensões na base da fundação tende a se apresentar conforme a Figura 44 onde apenas parte da base da fundação encontra-se comprimida.

4.5. CAPACIDADE DE SUPORTE

Esta seção apresenta o comparativo dos resultados obtidos via método dos elementos finitos em relação aos métodos semi-empíricos geralmente utilizados para o dimensionamento de fundações superficiais.

A primeira condição avaliada foi a capacidade de carga puramente vertical do modelo numérico em relação ao método estabelecido por Terzaghi. A Tabela 10 apresenta, para carga puramente vertical, os valores de tensão última de Terzaghi em comparação com os valores obtidos via MEF nos modelos gerados no programa PLAXIS. Para tanto, foram utilizados os valores de ângulo de atrito e coesão citados na tabela 5 para SE Santa Mônica.

Tabela 10 - Capacidade última de suporte (kN/m²)

Método	Tipo F1, h=0,25	Tipo F2, h=0,5	Tipo F3, h=1,0	Tipo F4, h=1,5	Tipo F5, h=2,0
PLAXIS	1738	1835	2106	2589	3261
Terzaghi	4035	4169	4437	4706	4974
Relação Terzaghi/Plaxis	2,32	2,27	2,11	1,82	1,53

Observa-se que os valores encontrados nos modelos do Plaxis são mais conservadores que os valores de Terzaghi. No entanto, a proporção entre os mesmos está em torno do fator de segurança FS=2,2 previsto na NBR 6122. Devido ao ensaio de placa descrito em 3.2 não ter sido carregado até a ruptura do solo, para se poder comparar os valores da tabela acima com os valores do ensaio, foi necessário estimar o valor de resistência última através do método de Veen (1953).

Tomando-se como referência a fundação do tipo F1 (h/B=0,25) e desprezando os efeitos de escala, é possível observar na Figura 45 que tanto o método de Terzaghi quanto o modelo desenvolvido no Plaxis apresentam valores de ruptura do solo superior ao valor obtido pelo método de Veen (1953).

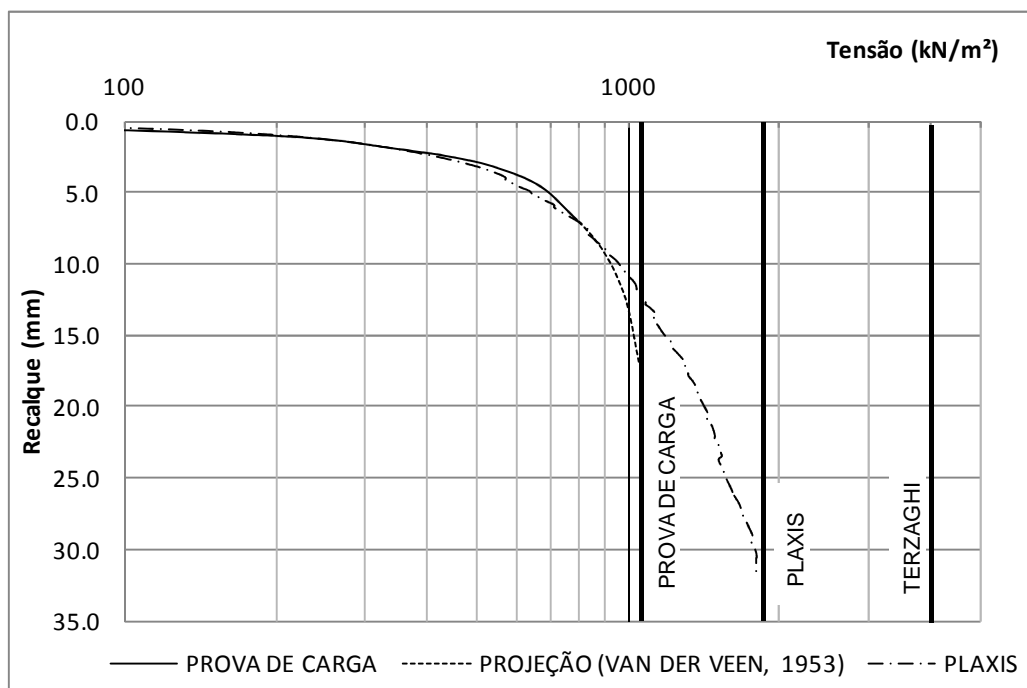


Figura 45 - Comportamento carga-recalque para o ensaio de placa

A segunda condição avaliada nos modelos considera os métodos de cálculo para fundações solicitadas a cargas excêntricas. De acordo com os resultados retirados dos modelos analisados, é possível estabelecer um padrão de variação da capacidade de carga horizontal em função da capacidade de carga última vertical. Em todos os casos analisados observa-se que a capacidade de suporte para cargas horizontais, assim como o momento gerado por estas, tendem a valores mais elevados, conforme mostra a Figura 46, quando a fundação está sujeita a um carregamento vertical na faixa de 40 a 60% de sua capacidade vertical última F_{Vu} .

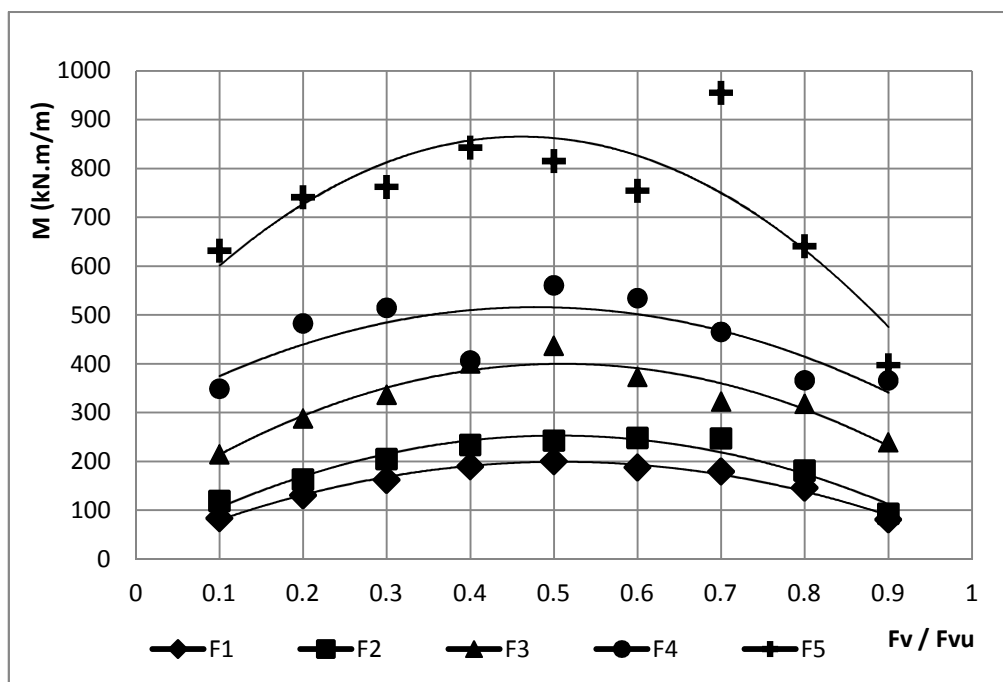


Figura 46 - Momento máximo admitido pelas fundações

O dimensionamento de fundações pelo método das áreas efetivas apresentado por Meyerhof (1953), e citado na NBR 6122 (1996), não considera nenhuma parcela de resistência do solo na lateral da fundação, assim, os efeitos relativos ao embutimento da fundação estão limitados ao incremento da capacidade suporte vertical do terreno de acordo com a altura do reaterro de solo em relação a base da fundação.

Ao compararmos os resultados dos modelos numéricos com o método das áreas efetivas, Figura 47, pode-se observar que no modelo de fundação F1, $h=25\text{cm}$, os resultados calculados pelo método das áreas efetivas foram semelhantes aos obtidos nos modelos numéricos. A medida que a profundidade da fundação aumenta, a capacidade de carga obtida via método das área efetivas tende a ser menor que os resultados obtidos via MEF. A divergência ocorre devido à maior influência dos efeitos resistentes na lateral da fundação não mensurados pelo método das áreas efetivas.

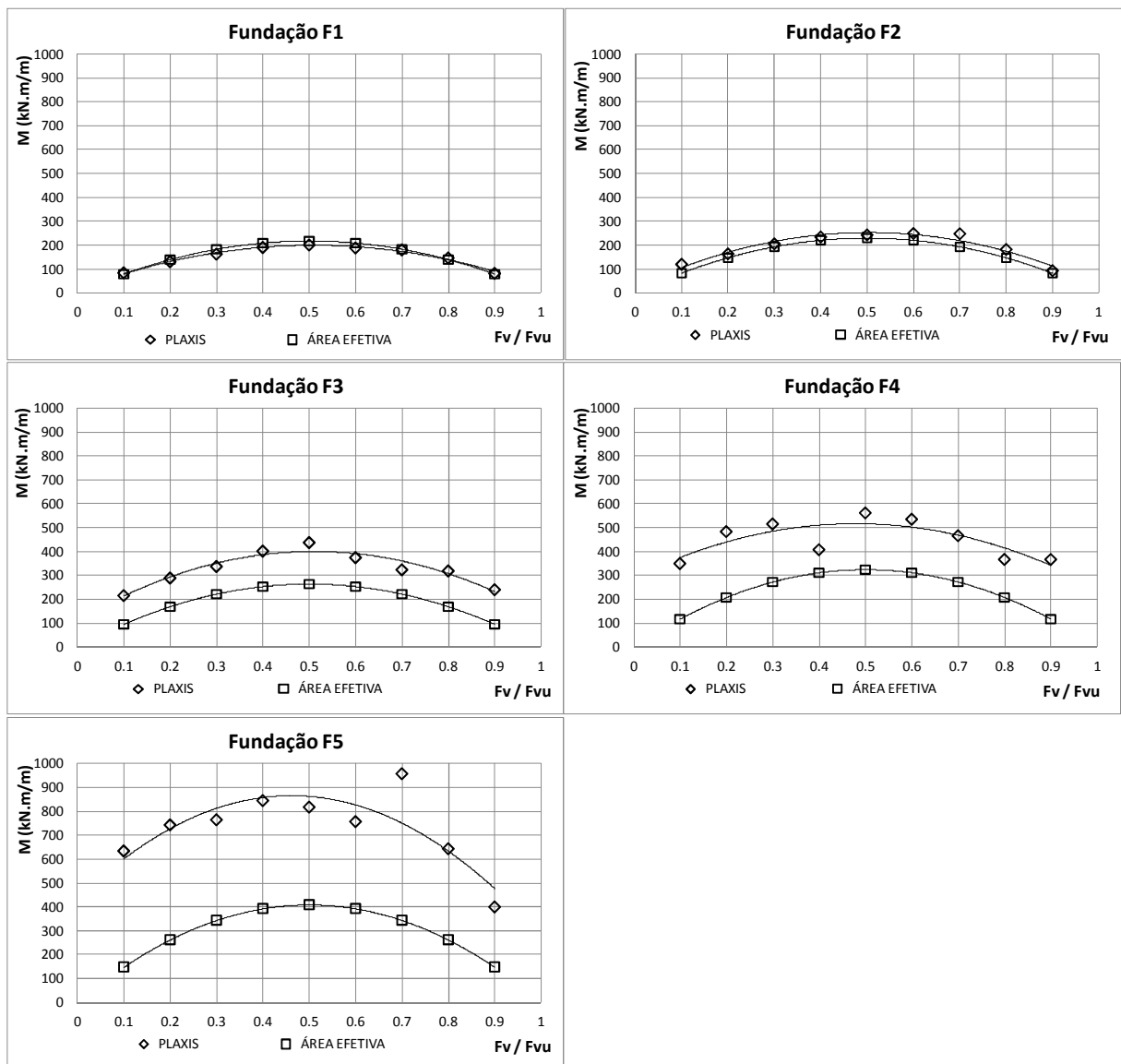


Figura 47 - Comparativo – Resultado dos modelos numéricos com o método das áreas efetivas

Embora exista um afastamento entre os resultados desses métodos à medida que a profundidade aumenta, conforme mostra a Figura 47, em todas as profundidades de fundação estudadas, para ambos os métodos, os valores da capacidade de carga em termos de momento tendem a variar parabolicamente a medida que a carga vertical sofre incrementos. Além disso, tanto no método das áreas efetivas quanto nos resultados obtidos via MEF, a capacidade de carga máxima das fundações é obtidas ao se aplicar uma carga vertical na ordem de 0,5 FVu.

Outro método bastante difundido para o cálculo de fundações superficiais sujeitas a cargas excêntricas é apresentado por Teixeira e Godoy (1999) conforme descrito no item 2.3.2 consistindo em comparar a tensão máxima gerada pelo carregamento da fundação com a tensão admissível do solo. No entanto, conforme se pode notar na Figura 48, este método não apresenta o mesmo comportamento parabólico encontrado no método das áreas efetivas e nos modelos numéricos. Ao se aplicar a variação da carga vertical observa-se que o valor admitido para o momento na fundação decresce à medida que a carga vertical sofre incrementos.

Comparando os resultados obtidos pelo método de Teixeira e Godoy com o objeto deste estudo, o método baseado na tensão máxima se torna inadequado. Em cargas verticais até 30% de FVu os resultados se apresentam contra a segurança. Este fato é demonstrado tendo em vista que em determinadas profundidades de embutimento das fundações os valores de resistência encontrados estão acima dos obtidos nos modelos em elemento finitos. Por outro lado, em valores acima de 30% de FVu a resistência passa a ser inferior aos valores obtidos tanto pelos modelos quanto pelo método das áreas efetivas.

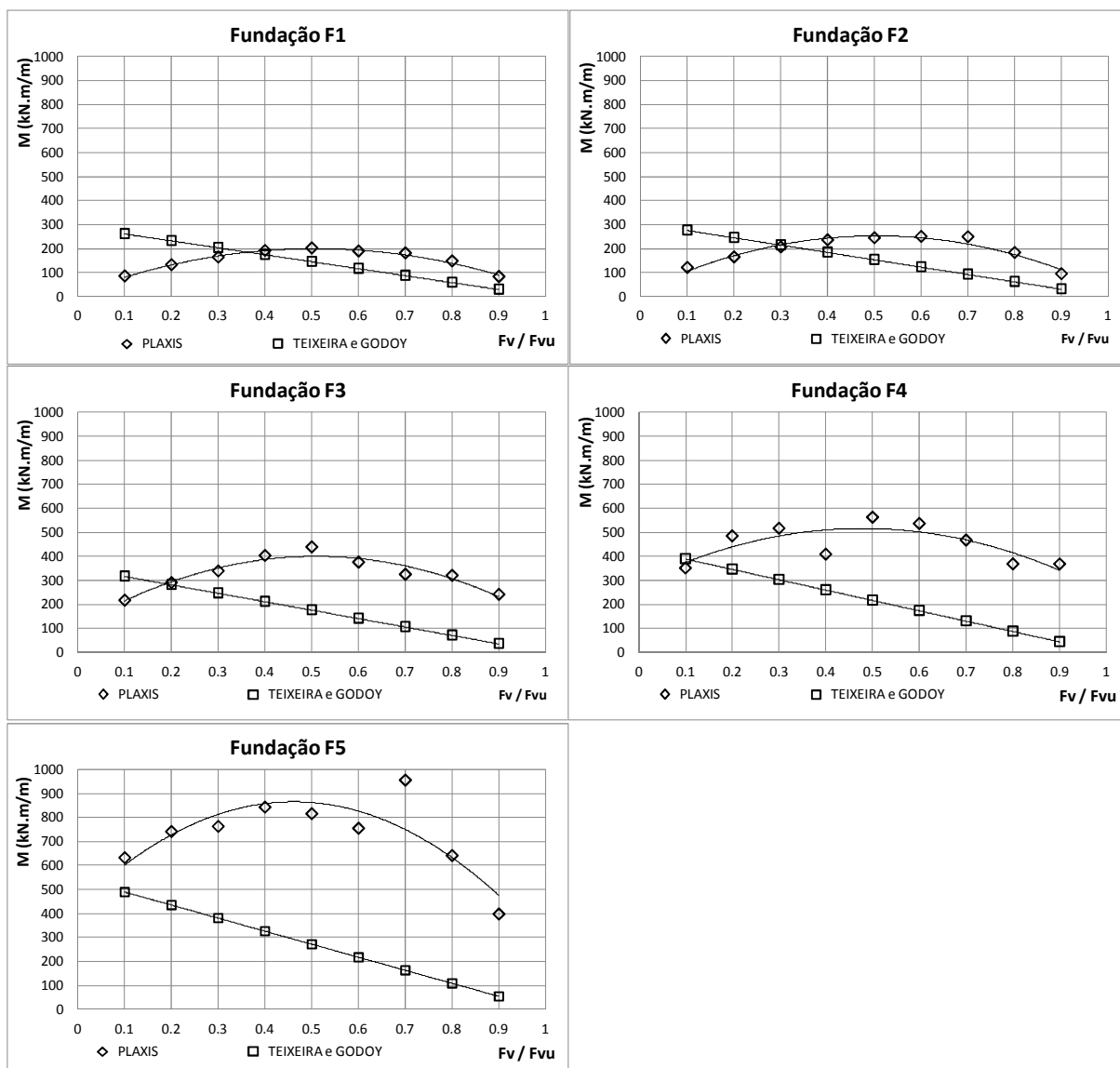


Figura 48 - Comparativo – Resultado dos modelos numéricos com o método de Teixeira e Godoi

Taiebat e Carter (2000), conforme descrito no item 2.3.2, propõe uma nova abordagem para o dimensionamento de fundações solicitadas a combinações de carga, formulada através da observação do comportamento de fundações em modelos numéricos. A equação (78) apresenta uma relação entre a força vertical, horizontal e o momento aplicados com os respectivos esforços últimos admitidos para a fundação. Para avaliar o comportamento do método em relação à variação da carga vertical aplicada, da mesma forma que os modelos gerados no Plaxis, os valores de F_H , F_V , F_{Hu} , F_{Vu} e M_u foram extraídos dos modelos deste estudo. Desta forma foi possível obter o valor do M calculado pela equação de Taiebat e comparar com os valores de momento obtidos nos modelos conforme a Figura 49.

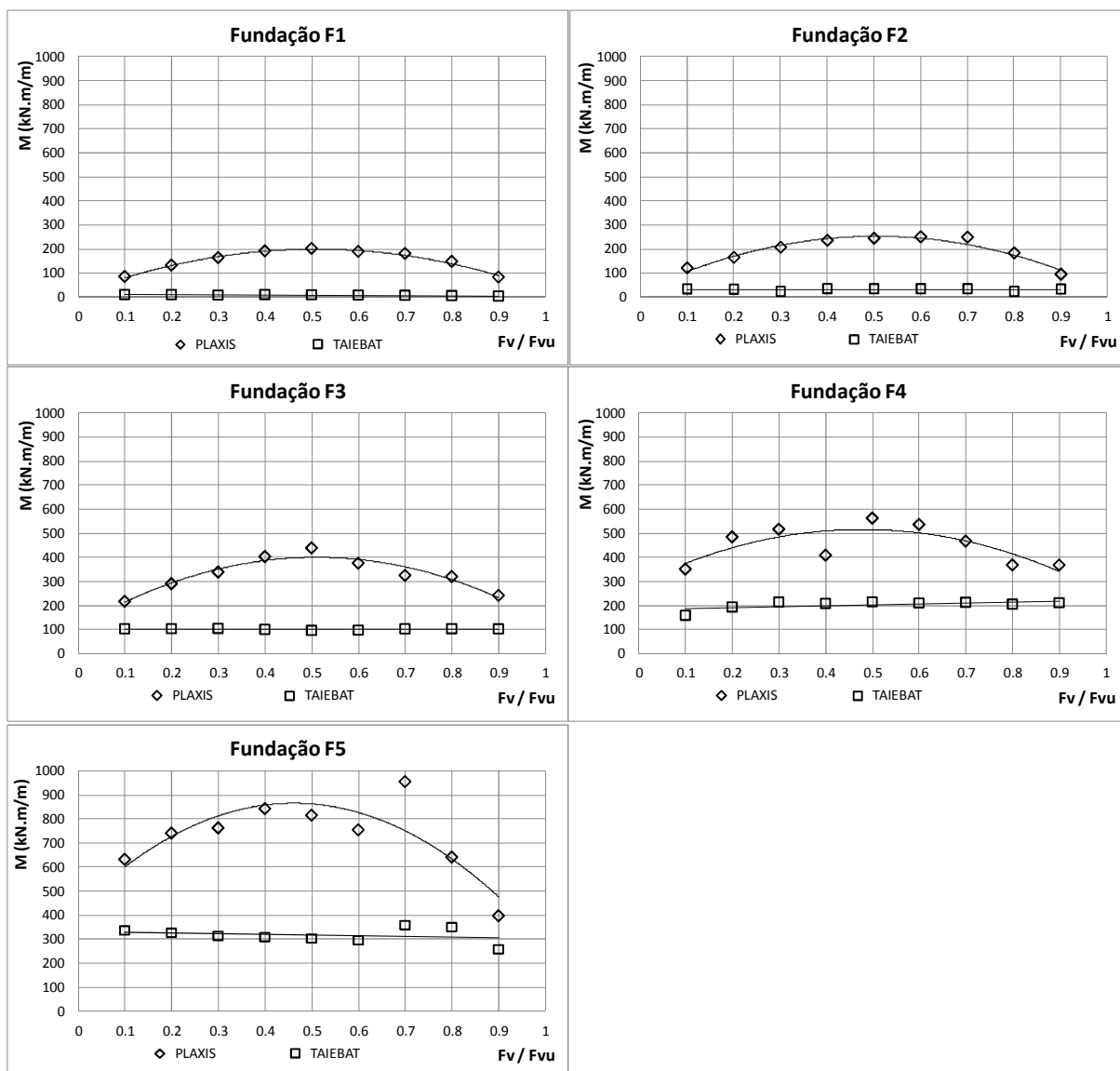


Figura 49 - Comparativo – Resultado dos modelos numéricos com o método de Taiebat

Nota-se que ao variar a carga vertical aplicada o valor do momento se mantém praticamente constante. A razão do cálculo do momento se manter constante neste trabalho, em divergência com a proposta de Taiebat e Carter (2000) apresentada na Figura 24, deve-se ao fato do autor em sua pesquisa não levar em consideração o embutimento da fundação e conseqüentemente a parcela de resistência na lateral da fundação. Desta forma o método Taiebat e Carter (2000), em comparação com os resultados dos modelos analisados nesta pesquisa, assim como o método de Teixeira e Godoy apresentam resultados incoerentes. Além disso, em grande parte das situações estudadas, os valores mostram ser excessivamente conservadores, principalmente em fundações mais profundas.

4.6. PROPOSTA DE DIMENSIONAMENTO PARA FUNDAÇÕES

Tomando como referência os resultados obtidos via MEF, é apresentada uma proposta para o dimensionamento de fundações superficiais solicitadas a esforços horizontais atuando fora do plano de assentamento das fundações, gerando assim solicitações de momento e tendência de rotação das mesmas.

Conforme demonstrado no capítulo anterior, dentre os métodos utilizados o que apresenta o comportamento semelhante ao encontrado nos modelos numéricos é o método das áreas efetivas. Entretanto, ao aumentarmos a profundidade de assentamento da fundação o método tende a resultar em valores mais conservadores que os modelos. Este fato decorre do método não incorporar o efeito resistente presente na lateral da fundação.

De acordo com o apresentado no item 4.4.1, a resultante do esforço resistente do solo na lateral da fundação, em função do efeito de rotação da mesma, tende a se posicionar na porção mediana da altura da fundação. Além disso, nesta mesma seção a intensidade da força horizontal resistente pode ser associada com a força calculada de acordo com o esforço passivo de Rankine. Desta forma, a proposta de cálculo de fundações superficiais a seguir visa incorporar a parcela resistente na lateral da fundação ao método das áreas efetivas.

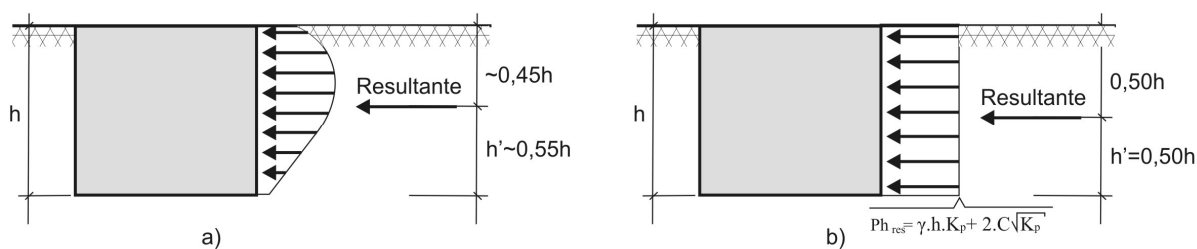


Figura 50 - Distribuição das tensões laterais - a) Modelos em MEF b) Simplificação proposta

A proposta simplifica a variação de tensões laterais encontrada nos modelos em MEF conforme mostra a Figura 50. Assim, a distribuição de tensões apresentada na seção 4.4.1 passa a ser considerada como constante aplicada em toda a lateral da fundação, podendo então, ser calculada conforme equação (86).

$$FH_{res} = (\gamma \cdot h \cdot K_p + 2 \cdot C \cdot \sqrt{K_p}) \cdot h \quad (86)$$

Em seguida, a parcela FH_{res} será incorporada ao cálculo pelo método das áreas efetivas. A equação (87) apresenta o cálculo simplificado pelo método das áreas efetivas, onde FV é a carga vertical, Ae a área efetiva e σ_{adm} é a tensão admissível para o solo.

$$\sigma_{adm} \geq \frac{FV}{Ae} \quad (87)$$

$$At = Ae + 2 \cdot e \quad (88)$$

Logo,

$$\sigma_{adm} \geq \frac{FV}{At - 2 \cdot e} \quad (89)$$

$$e = \frac{M}{FV} \quad (90)$$

$$\sigma_{adm} \geq \frac{FV}{At - 2 \cdot \frac{M}{FV}} \quad (91)$$

em função de M temos.

$$M \leq \frac{1}{2} \cdot \left(FV \cdot At - \frac{FV^2}{\sigma_{adm}} \right) \quad (92)$$

Onde M é momento atuante na fundação. Conforme descrito anteriormente, o método não faz menção a parcela de resistência do solo na lateral da fundação. Para incorporar o efeito resistente do empuxo na lateral da fundação inclui-se o valor da resultante FH_{res} aplicada no centro da profundidade da fundação, desta forma temos:

$$M \leq \frac{1}{2} \cdot \left(FV \cdot At - \frac{FV^2}{\sigma_{adm}} \right) + \frac{FH_{res} \cdot h}{2} \quad (93)$$

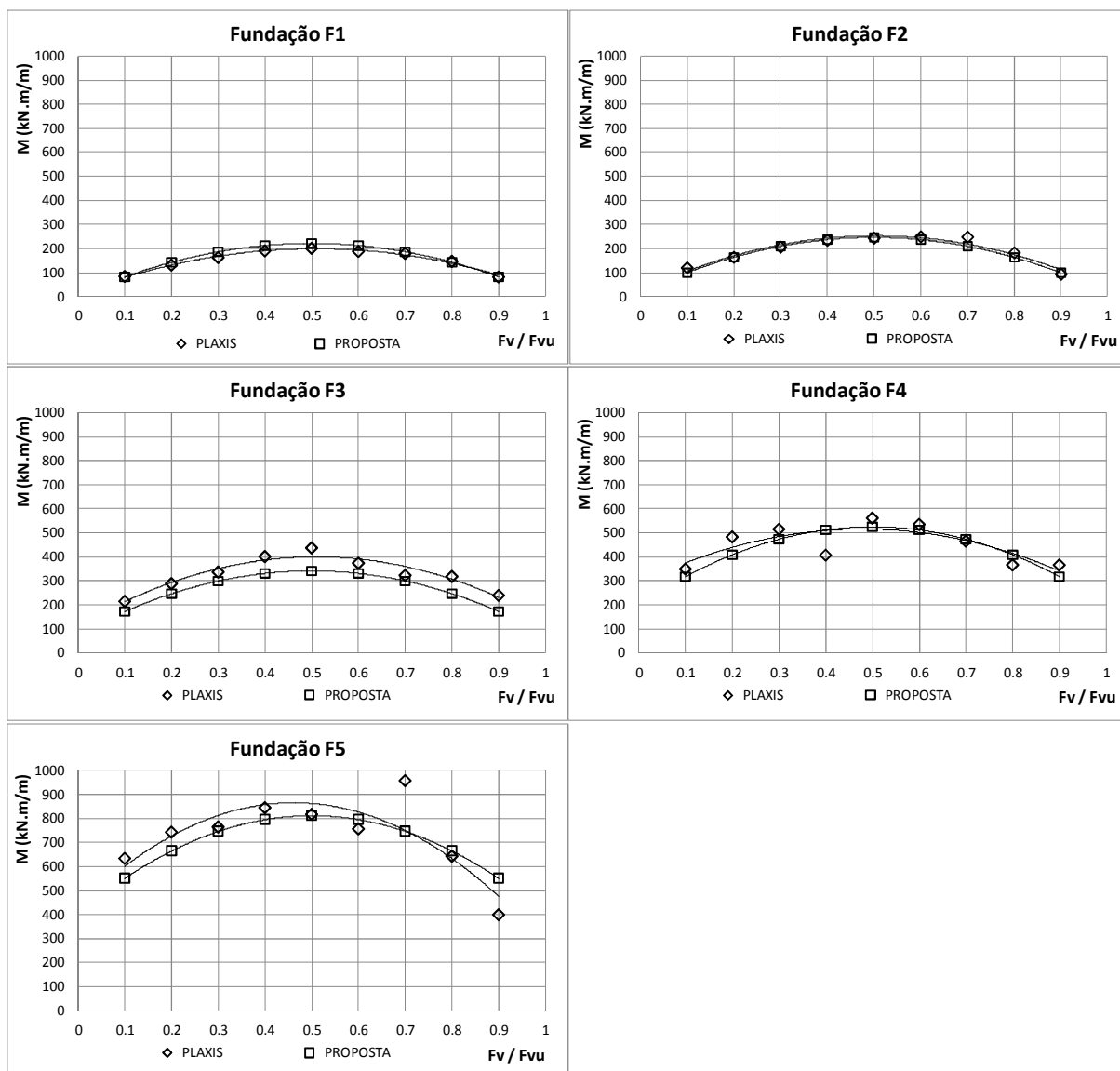


Figura 51 - Comparativo – Resultado dos modelos numéricos com o método proposto

Os resultados obtidos nos modelos em comparação com os valores calculados pela equação (93) são apresentados na Figura 51. Observa-se que em todos os casos a incorporação da parcela de esforço resistente lateral aproximou o resultado do método das áreas efetivas mostrado anteriormente na Figura 47 do resultado dos modelos numéricos gerados com o programa Plaxis.

5. CONCLUSÕES

Com base nas análises do comportamento das fundações superficiais, realizadas com a utilização de modelos em elementos finitos, assim como os resultados apresentados na seção anterior deste trabalho é possível estabelecer:

- O modelo plástico-perfeitamente elástico de acordo com o critério de plastificação de Mohr-Coulomb apresentou resultados satisfatórios ao serem utilizados os parâmetros de solo obtidos através de ensaios de laboratório. No entanto, para melhorar a resposta dos modelos, os resultados em elementos finitos necessitam ser comparados com ensaios de placa ou provas de carga de modo que se possa ajustar a rigidez do modelo.
- Fundações solicitadas puramente a cargas horizontais tendem a rotacionar em torno da extremidade oposta da fundação em relação à aplicação da carga. No entanto, o ponto de rotação se desloca ao longo da base da fundação à medida que a carga vertical sofre incrementos. De acordo com os resultados obtidos via elementos finitos, ao se incorporar uma parcela vertical próxima de 20% da carga última de suporte da fundação F_{Vu} o ponto de rotação se posiciona próximo ao ponto médio da base da fundação.
- Os modelos analisados via método dos elementos finitos através do programa Plaxis apresentam a capacidade de suporte a momentos máxima ao se aplicar uma carga vertical em torno de 50% da capacidade de carga última da fundação F_{Vu} .
- A análise do comportamento das tensões na base das fundações indicou que quando estas são submetidas a cargas verticais acima de 70% de F_{Vu} a ruptura do solo ocorre com a resultante dos esforços atuando dentro do núcleo central da fundação. Ao contrário, fundações solicitadas por cargas verticais abaixo de 10% de F_{Vu} tendem a entrar em ruptura quando a excentricidade resultante dos esforços atinge a extremidade da fundação.
- A distribuição de tensões ao longo da lateral das fundações apresenta uma variação parabólica conforme descrito no item 4.4.1 tendo sua resultante posicionada na região mediana da profundidade da fundação.

Assim, a proposta de empuxo passivo de Rankine, que não incorpora a atuação do carregamento vertical, se mostrou conservadora principalmente quando a carga vertical atuante possui intensidade de 40% a 60% de FV_u .

- A capacidade de suporte puramente vertical calculada pelo método de Terzaghi apresenta-se mais conservadora que os resultados obtidos pelos modelos numéricos conforme Tabela 10. Ao compararmos os valores com os resultados dos ensaios de placa, observa-se que a tensão admissível determinada pelo método de Terzaghi se encontra na faixa elástica do solo enquanto o valor encontrado a partir dos modelos admite uma parcela de deformação plástica.
- O método de dimensionamento de fundações superficiais sujeitas a cargas excêntricas proposto por Teixeira e Godoy (1999) apresenta uma variação linear com redução da capacidade de resistência a momento a medida que a carga vertical aplicada se aproxima da carga última suportada pela fundação. Já o método de Taiebat e Carter (2000) apresenta um valor constante para todos os valores de carga vertical aplicada. Desta forma, ambos os métodos, mostraram-se inadequados quando comparados com os resultados dos modelos gerados no Plaxis.
- O método das áreas efetivas apresenta um comportamento semelhante aos modelos em MEF. Ao variar a carga vertical aplicada à fundação de 0 a 90% da carga última de suporte da fundação FV_u , tanto o método das áreas efetivas quanto os resultados obtidos via elementos finitos tendem a apresentar um comportamento parabólico para capacidade de resistência a forças horizontais e ao momento gerado por estas. A capacidade de suporte máxima de esforços horizontais, para ambos, é alcançada quando a fundação está solicitada por 50% de FV_u .
- A solução de cálculo proposta neste trabalho, onde ao método das áreas efetivas é incorporado uma parcela esforço resistente na lateral da fundação, se mostrou compatível com os resultados obtidos nos modelos em elementos finitos.

6. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Realizar as análises presentes neste trabalho com outros tipos de solo. Desta forma, avaliar a influência dos parâmetros do solo no comportamento dos modelos em elementos finitos para fundações superficiais.
- Repetir as análises apresentadas nesta pesquisa em modelos tridimensionais.
- Reproduzir os ensaios modelados em elemento finitos em provas de carga de fundações reais. Assim, apresentar um estudo que possa demonstrar a confiabilidade dos resultados obtidos via método dos elementos finitos.
- Avaliar através de modelos reais e numéricos o deslocamento horizontal necessário para mobilizar os empuxos na lateral das fundações superficiais. Comparar estes resultados com os valores admissíveis para as estruturas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122: Projeto e execução de fundações**. Rio de Janeiro. 1996.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122: Projeto e execução de fundações**. Rio de Janeiro. 2010.
- ALMEIDA, M. S. S. **Análise Numérica de uma Prova de Carga Direta em Solo Residual de Gnaisse**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa UFV, Viçosa-MG, 2000.
- BURNIER, A. A. L. **Análise Numéricas de Provas de Carga em Sapatas Utilizando o Método dos Elementos Finitos**. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Viçosa UFV, Viçosa-MG, 2006.
- COULOMB, C. A. **Essai sur une application des règles des maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture**. In *Mémoires Académie Royale Présentés par Divers Savants*, Paris, Vol 7, 1776. Pag.343-382.
- CRAIG, R. F. **Mecânica dos Solos**. Tradução de Amir Kurbon. 7a. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2007. Cap. 4.
- DUARTE, L. N. **Análise de Prova de Carga Instrumentada em uma Sapata Rígida**. Dissertação de Mestrado. ed. Viçosa-MG: Universidade Federal de Viçosa, 2006.
- DUNCAN, J. M.; CHANG, C.-Y. **Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils**. Journal of the Mechanics and Foundation Division - Proceedings of the American Society of Civil Engineers, September 1970. PP. 1629-1651.
- GOUVÊA, M. A. S. **Análise das Relações Carga-Recalque de uma Fundação em Verdadeira Grandeza**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa - UFV, Viçosa-MG, 2000. 241p.
- HANSEN, J. B. A **General Formula for Bearing Capacity**. Danish Technical Institute, No 11, Copenhagen, 1961. pag 38-46.
- HIGHTER, W. H.; ANDERS, J. C. **Dimensioning Footings Subjected to Eccentric Loads**. Journal of Geotechnical Engineering, 27 March 1984. Vol. 11, No. 5.
- HUEBNER, K. H.; AL., E. **The Finite Element Method for Engineers**. Canadá: John Wiley & Sons, 2001.
- JACKY, J. **The Coefficient of Earth Pressure at Rest**. Journal of the Society of Hungarian Engineers and Architects, Budapest, 1944. Pag. 355-358.
- JANBU, H. E. A. **Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests**. European Conference on Soil Mechanics & Foundations Engineering, Wiesbaden, Germany, Vol. 1, 1963. pp. 19-25.

MAYNE, P. W.; KULHAWY, F. H. **K₀-OCR Relationships in Soil**. Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 108, 1982. pag. 851-872.

MEYERHOF, G. G. **The Bearing Capacity of Foundations Under Eccentric and Inclined Loads**. Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation, Switzerland, Vol 1, 1953. Pag. 440-445.

MILLÉO, I. A. F.; NASCIMENTO, N. A. **Análise Preliminar de Desempenho do Aterros Compactados para Subestações de Energia Utilizando o CBR**. GEOSUL. Porto Alegre-RS. 2012.

PINTO, C. S. **Curso Básico de Mecânica dos Solos**. 2a. ed. São Paulo: Editora Oficina de Textos, 2002. Cap. 12.

PLAXIS BV - GEOTECHNICAL SOFTWARE. **Plaxis 2D - Material Models.**, 2011.

PLAXIS BV - GEOTECHNICAL SOFTWARE. **Plaxis 2D - Reference Manual.**, 2011.

POTTS, D. M.; ZDRAVKOVIC, L. **Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering - Theory**. 1. ed. London: Thomas Telford, 1999.

PRANDTL, L. **Über die Eindringungsfestigkeit Plastischer Baustoffe und die Festigkeit von Schneiden**. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Vol 1, 1921. pag. 15-20.

REISSNER, H. **Zum Erddruckproblem**. Proceedings, First International Conference on Applied Mechanics, 1924. Pag. 295-311.

SCHULTZE, E. **Der Widerstand des Baugrundes Gegen Schräge Sohlpressungen**. Die Bautechnik, No. 12, 1952. pag 336-342.

SKEMPTON, A. W. **The Bearing Capacity of Clays**. Proceedings Building Research Congress, London, 1951. pag 180-189.

SMITH-PARDO, J. P.; BOBET, A. **Behavior of Rigid Footings on Gravel Under Axial Load and Moment**. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 133, 1 Oct 2007.

TAIEBAT, H. A.; CARTER, J. P. **Numerical Studies of the Bearing Capacity of Shallow Foundations on Cohesive Soil Subjected to Combined Loading**. Géotechnique, 50, No.4, 2000. Pag. 409-418.

TAIEBAT, H. A.; CARTER, J. P. **Bearing Capacity of Strip and Circular Foundations on Undrained Clay Subjected to Eccentric Loads**. Geotechnique, 52, 2002. Pag. 61-64.

TEIXEIRA, H. A.; GODOY, S. D. N. **Fundação Teoria e Prática**. 2a. Edição. ed. São Paulo: PINI, 1999. Pag 227-264 p.

TERZAGHI, K. **Theoretical Soil Mechanics**. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1943.

UENO, K.; MIURA, K.; MAEDA, Y. **Prediction of Ultimate Bearing Capacity of Surface Footings with Regard to Size Effects.** Soil and Foundations - Japanese Geotechnical Society, Vol. 38, Sept 1998. Pag. 165 a 178.

VEEN, V. D. **The Bearing Capacity of a pile.** Proc. 3rd ICSMFE, Zurich, 1953. Vol 2, pp. 84-93.

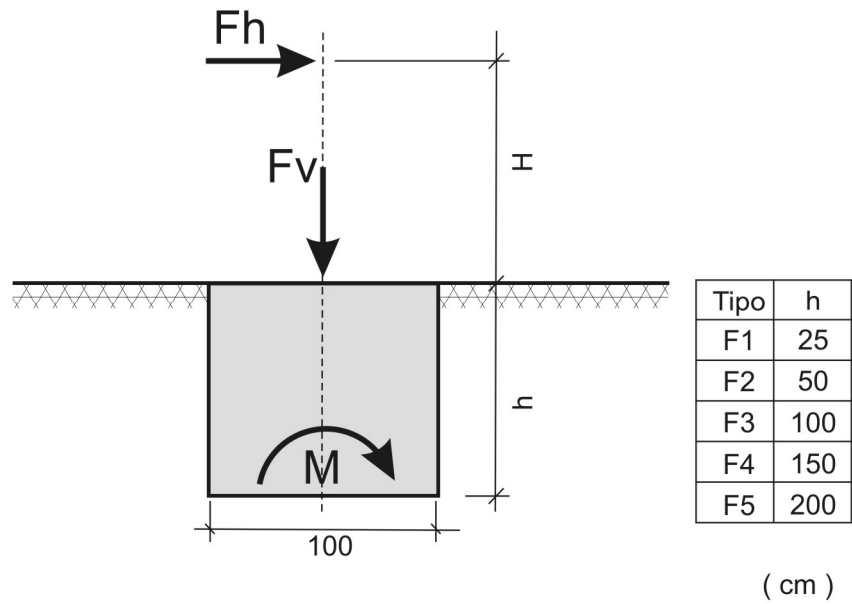
VESIC, A. **Bearing Capacity of Deep Foundations in Sand.** National Academy of Sciences, National Research Council - Highway Research Record, n. 39, 1963. pag 112-153.

VESIC, A. S. **Analysis of Ultimate loads of Shallow Foundations.** Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, January 1973. pag. 45-73.

VESIC, A. S. **Bearting Capacity of Shallow Foundations.** Foundation Engineering Handbook, New York, ed. Winterkorn & Fang 1975. pag. 121-147.

VESIC, A. S. **Foundation Engineering Handbook.** New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1976.

ANEXO I – RESULTADO DOS MODELOS



Tipo	Fv		FH		H	M	
	kN/m ²	%FVu	kN/m ²	%FVu		m	kN/m ²
F1	1738	100	-	-	-	-	-
	0	0%	45.24	2.60%	0	11.31	0.65%
			5.13	0.30%	2	11.54	0.66%
			2.17	0.12%	5	11.39	0.66%
			1.12	0.06%	10	11.48	0.66%
	173.8	10%	184.50	10.62%	0	46.13	2.65%
			44.50	2.56%	2	100.13	5.76%
			19.27	1.11%	5	101.17	5.82%
			8.65	0.50%	10	88.66	5.10%
	347.6	20%	247.55	14.24%	0	61.89	3.56%
			66.00	3.80%	2	148.50	8.54%
			29.93	1.72%	5	157.13	9.04%
			15.23	0.88%	10	156.11	8.98%
	521.4	30%	254.30	14.63%	0	63.58	3.66%
			91.00	5.24%	2	204.75	11.78%
			38.20	2.20%	5	200.55	11.54%
			17.65	1.02%	10	180.91	10.41%
	695.2	40%	294.40	16.94%	0	73.60	4.23%
			102.66	5.91%	2	230.99	13.29%
			42.94	2.47%	5	225.44	12.97%
22.56			1.30%	10	231.24	13.30%	

Tipo	Fv		FH		H	M	
	kN/m ²	%FVu	kN/m ²	%FVu	m	kN/m ²	%FVu
F1	869	50%	289.00	16.63%	0	72.25	4.16%
			110.30	6.35%	2	248.18	14.28%
			45.60	2.62%	5	239.40	13.77%
			23.70	1.36%	10	242.93	13.98%
	1042.8	60%	257.00	14.79%	0	64.25	3.70%
			99.00	5.70%	2	222.75	12.82%
			45.65	2.63%	5	239.66	13.79%
			22.00	1.27%	10	225.50	12.97%
	1216.6	70%	243.00	13.98%	0	60.75	3.50%
			98.00	5.64%	2	220.50	12.69%
			42.00	2.42%	5	220.50	12.69%
			21.22	1.22%	10	217.51	12.51%
	1390.4	80%	156.00	8.98%	0	39.00	2.24%
			77.00	4.43%	2	173.25	9.97%
			38.77	2.23%	5	203.54	11.71%
			16.60	0.96%	10	170.15	9.79%
1564.2	90%	27.32	1.57%	0	6.83	0.39%	
		44.20	2.54%	2	99.45	5.72%	
		22.40	1.29%	5	117.60	6.77%	
		10.00	0.58%	10	102.50	5.90%	
F2	1835	100	-	-	-	-	-
	0	0%	78.00	4.25%	0	39.00	2.13%
			13.55	0.74%	2	33.88	1.85%
			5.95	0.32%	5	32.73	1.78%
			3.07	0.17%	10	32.24	1.76%
	183.5	10%	231.95	12.64%	0	115.98	6.32%
			52.38	2.85%	2	130.95	7.14%
			21.17	1.15%	5	116.44	6.35%
			10.95	0.60%	10	114.98	6.27%
	367	20%	287.00	15.64%	0	143.50	7.82%
			68.30	3.72%	2	170.75	9.31%
			32.00	1.74%	5	176.00	9.59%
			15.50	0.84%	10	162.75	8.87%
	550.5	30%	325.90	17.76%	0	162.95	8.88%
			85.36	4.65%	2	213.40	11.63%
			39.00	2.13%	5	214.50	11.69%
			21.90	1.19%	10	229.95	12.53%
	734	40%	331.00	18.04%	0	165.50	9.02%
			100.37	5.47%	2	250.93	13.67%
			47.50	2.59%	5	261.25	14.24%
24.70			1.35%	10	259.35	14.13%	
917.5	50%	256.67	13.99%	0	128.34	6.99%	
		116.18	6.33%	2	290.45	15.83%	
		54.00	2.94%	5	297.00	16.19%	
		24.40	1.33%	10	256.20	13.96%	

Tipo	Fv		FH		H	M	
	kN/m ²	%FVu	kN/m ²	%FVu		kN/m ²	%FVu
F2	1101	60%	250.93	13.67%	0	125.47	6.84%
			114.45	6.24%	2	286.13	15.59%
			52.80	2.88%	5	290.40	15.83%
			27.87	1.52%	10	292.64	15.95%
	1284.5	70%	274.27	14.95%	0	137.14	7.47%
			112.93	6.15%	2	282.33	15.39%
			50.30	2.74%	5	276.65	15.08%
			28.00	1.53%	10	294.00	16.02%
	1468	80%	253.25	13.80%	0	126.63	6.90%
			89.50	4.88%	2	223.75	12.19%
			33.00	1.80%	5	181.50	9.89%
			18.63	1.02%	10	195.62	10.66%
	1651.5	90%	191.00	10.41%	0	95.50	5.20%
			58.60	3.19%	2	146.50	7.98%
			11.74	0.64%	5	64.57	3.52%
			6.35	0.35%	10	66.68	3.63%
F3	2106	100	-	-	-	-	-
	0	0%	133.88	6.36%	0	133.88	6.36%
			38.32	1.82%	2	114.96	5.46%
			17.50	0.83%	5	105.00	4.99%
			9.34	0.44%	10	102.74	4.88%
	210.6	10%	234.27	11.12%	0	234.27	11.12%
			73.70	3.50%	2	221.10	10.50%
			34.70	1.65%	5	208.20	9.89%
			17.90	0.85%	10	196.90	9.35%
	421.2	20%	255.80	12.15%	0	255.80	12.15%
			100.55	4.77%	2	301.65	14.32%
			50.74	2.41%	5	304.44	14.46%
			26.60	1.26%	10	292.60	13.89%
	631.8	30%	313.85	14.90%	0	313.85	14.90%
			102.00	4.84%	2	306.00	14.53%
			61.60	2.92%	5	369.60	17.55%
			32.60	1.55%	10	358.60	17.03%
	842.4	40%	326.00	15.48%	0	326.00	15.48%
			144.30	6.85%	2	432.90	20.56%
			72.35	3.44%	5	434.10	20.61%
37.50			1.78%	10	412.50	19.59%	
1053	50%	396.00	18.80%	0	396.00	18.80%	
		159.00	7.55%	2	477.00	22.65%	
		73.40	3.49%	5	440.40	20.91%	
		39.60	1.88%	10	435.60	20.68%	

Tipo	Fv		FH		H	M	
	kN/m ²	%FVu	kN/m ²	%FVu	m	kN/m ²	%FVu
F3	1263.6	60%	316.50	15.03%	0	316.50	15.03%
			154.00	7.31%	2	462.00	21.94%
			61.90	2.94%	5	371.40	17.64%
			31.40	1.49%	10	345.40	16.40%
	1474.2	70%	338.00	16.05%	0	338.00	16.05%
			116.25	5.52%	2	348.75	16.56%
			49.74	2.36%	5	298.44	14.17%
			27.90	1.32%	10	306.90	14.57%
	1684.8	80%	432.00	20.51%	0	432.00	20.51%
			104.21	4.95%	2	312.63	14.84%
			45.00	2.14%	5	270.00	12.82%
			23.55	1.12%	10	259.05	12.30%
	1895.4	90%	348.00	16.52%	0	348.00	16.52%
			81.00	3.85%	2	243.00	11.54%
			27.70	1.32%	5	166.20	7.89%
			18.30	0.87%	10	201.30	9.56%
F4	2589	100	-	-	-	-	-
	0	0%	185.40	7.16%	0	278.10	10.74%
			68.48	2.65%	2	239.68	9.26%
			34.00	1.31%	5	221.00	8.54%
			18.14	0.70%	10	208.61	8.06%
	258.9	10%	313.57	12.11%	0	470.36	18.17%
			83.30	3.22%	2	291.55	11.26%
			55.60	2.15%	5	361.40	13.96%
			23.80	0.92%	10	273.70	10.57%
	517.8	20%	268.00	10.35%	0	402.00	15.53%
			143.70	5.55%	2	502.95	19.43%
			77.00	2.97%	5	500.50	19.33%
			45.80	1.77%	10	526.70	20.34%
	776.7	30%	352.50	13.62%	0	528.75	20.42%
			149.60	5.78%	2	523.60	20.22%
			74.00	2.86%	5	481.00	18.58%
			45.80	1.77%	10	526.70	20.34%
	1035.6	40%	360.90	13.94%	0	541.35	20.91%
			0.00	0.00%	2	0.00	0.00%
			87.80	3.39%	5	570.70	22.04%
44.90			1.73%	10	516.35	19.94%	
1294.5	50%	324.00	12.51%	0	486.00	18.77%	
		162.00	6.26%	2	567.00	21.90%	
		92.70	3.58%	5	602.55	23.27%	
		51.20	1.98%	10	588.80	22.74%	
1553.4	60%	485.00	18.73%	0	727.50	28.10%	
		185.60	7.17%	2	649.60	25.09%	
		62.80	2.43%	5	408.20	15.77%	
		30.80	1.19%	10	354.20	13.68%	

Tipo	Fv		FH		H	M			
	kN/m ²	%FVu	kN/m ²	%FVu	m	kN/m ²	%FVu		
F4	1812.3	70%	432.00	16.69%	0	648.00	25.03%		
			120.60	4.66%	2	422.10	16.30%		
			67.30	2.60%	5	437.45	16.90%		
			30.90	1.19%	10	355.35	13.73%		
	2071.2	80%	483.00	18.66%	0	724.50	27.98%		
			0.00	0.00%	2	0.00	0.00%		
			59.80	2.31%	5	388.70	15.01%		
	2330.1	90%	30.70	1.19%	10	353.05	13.64%		
			260.70	10.07%	0	391.05	15.10%		
			120.50	4.65%	2	421.75	16.29%		
			45.70	1.77%	5	297.05	11.47%		
	F5	3261	100	-	-	-	-	-	
0				0%	257.40	7.89%	0	514.80	15.79%
					107.00	3.28%	2	428.00	13.12%
					54.80	1.68%	5	383.60	11.76%
		29.62	0.91%		10	355.44	10.90%		
326.1		10%	353.16	10.83%	0	706.32	21.66%		
			165.66	5.08%	2	662.64	20.32%		
			80.00	2.45%	5	560.00	17.17%		
			50.00	1.53%	10	600.00	18.40%		
652.2		20%	376.40	11.54%	0	752.80	23.08%		
			165.38	5.07%	2	661.52	20.29%		
			112.70	3.46%	5	788.90	24.19%		
	63.50		1.95%	10	762.00	23.37%			
978.3	30%	390.50	11.97%	0	781.00	23.95%			
		185.30	5.68%	2	741.20	22.73%			
		123.50	3.79%	5	864.50	26.51%			
		55.40	1.70%	10	664.80	20.39%			
1304.4	40%	385.20	11.81%	0	770.40	23.62%			
		223.27	6.85%	2	893.08	27.39%			
		125.20	3.84%	5	876.40	26.88%			
		69.37	2.13%	10	832.44	25.53%			
1630.5	50%	373.00	11.44%	0	746.00	22.88%			
		225.71	6.92%	2	902.84	27.69%			
		117.77	3.61%	5	824.39	25.28%			
		65.80	2.02%	10	789.60	24.21%			
1956.6	60%	358.00	10.98%	0	716.00	21.96%			
		218.00	6.69%	2	872.00	26.74%			
		100.00	3.07%	5	700.00	21.47%			
		61.00	1.87%	10	732.00	22.45%			

Tipo	Fv		FH		H	M	
	kN/m ²	%FVu	kN/m ²	%FVu	m	kN/m ²	%FVu
F5	2282.7	70%	495.00	15.18%	0	990.00	30.36%
			193.00	5.92%	2	772.00	23.67%
			120.00	3.68%	5	840.00	25.76%
			101.70	3.12%	10	1220.40	37.42%
	2608.8	80%	430.00	13.19%	0	860.00	26.37%
			156.70	4.81%	2	626.80	19.22%
			83.00	2.55%	5	581.00	17.82%
			41.51	1.27%	10	498.12	15.28%
	2934.9	90%	250.60	7.68%	0	501.20	15.37%
			97.50	2.99%	2	390.00	11.96%
			51.45	1.58%	5	360.15	11.04%
			28.28	0.87%	10	339.36	10.41%

ANEXO II – LOCALIZAÇÃO DOS ENSAIOS DE PLACA

