

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

JOÃO LUCAS FERREIRA DOS SANTOS

**COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS BOX & JENKINS, SUAVIZAÇÃO E
ENSEMBLES: UM ESTUDO PARA PREVISÃO DO PREÇO DO PETRÓLEO
BRUTO WTI**

PONTA GROSSA

2024

JOÃO LUCAS FERREIRA DOS SANTOS

**COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS BOX & JENKINS, SUAVIZAÇÃO E
ENSEMBLES: UM ESTUDO PARA PREVISÃO DO PREÇO DO PETRÓLEO
BRUTO WTI**

**Comparison between Box & Jenkins, Smoothing and Ensembles models: A
study for forecasting the price of WTI crude oil**

Dissertação apresentada como requisito para
obtenção do título de Mestre em Engenharia de
Produção da Universidade Tecnológica Federal do
Paraná (UTFPR).

Área de Concentração: Gestão Industrial.

Orientador: Prof. Dr. Hugo Valadares Siqueira
Coorientadora: Profa. Dra. Yslene Rocha Kachba

PONTA GROSSA

2024



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Ponta Grossa**



JOAO LUCAS FERREIRA DOS SANTOS

**COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS BOX & JENKINS, SUAVIZAÇÃO E ENSEMBLES: UM ESTUDO PARA
PREVISÃO DO PREÇO DO PETRÓLEO BRUTO WTI**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Engenharia De Produção da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Gestão Industrial.

Data de aprovação: 03 de Junho de 2024

Dr. Hugo Valadares Siqueira, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Flavio Trojan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Laura Silva De Assis, Doutorado - Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (Cefet/Rj)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 03/06/2024.

Dedico este trabalho à minha família, pelos
momentos de ausência.

AGRADECIMENTOS

Certamente, esses parágrafos não abrangem todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Mas agradeço especialmente à minha família pelo carinho, incentivo e total apoio em todos os momentos da minha vida, mesmo que distantes Pai, Mãe e Paulinho. E à minha nova família, meu eterno amor Giovanna.

Ao meu orientador, professor Dr. Hugo, que me mostrou os caminhos a serem seguidos e pela confiança depositada, juntamente com as coorientações da professora Dr(a). Yslene.

A todos os colegas do LICON, que ajudaram direta e indiretamente na realização e conclusão deste trabalho.

Aos demais que, de alguma forma, contribuíram para meu crescimento pessoal e profissional.

Agradeço também à agência de fomento: O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior — Brasil (CAPES) — Código de Financiamento 001.

“Até onde as leis da matemática se referem à realidade, não são certas; e até onde são certas, não se referem à realidade.” (EINSTEIN, 1921, tradução)^a.

Primeira Lei: um robô não pode ferir um ser humano ou, por omissão, permitir que um ser humano sofra algum mal. Segunda Lei: um robô deve obedecer às ordens que lhe sejam dadas por seres humanos, exceto nos casos em que tais ordens contrariem a Primeira Lei. Terceira Lei: um robô deve proteger sua própria existência desde que tal proteção não entre em conflito com a Primeira ou Segunda Leis. (ASIMOV, 1950, p. 37, tradução)^b.

^a “As far as the laws of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality.” (EINSTEIN, 1921).

^b “First Law: a robot may not injure a human being or, through inaction, allow a human being to come to harm. Second Law: a robot must obey the orders given it by human beings except where such orders would conflict with the First Law. Third Law: a robot must protect its own existence as long as such protection does not conflict with the First or Second Laws.” (ASIMOV, 1950, p. 37).

RESUMO

Este trabalho investigou a utilização de uma gama de modelos com vistas a realizar previsões do preço do petróleo bruto WTI, enfatizando sua importância para os mercados financeiros e a economia global. O principal objetivo foi desenvolver modelos preditivos utilizando técnicas de análise de séries temporais, como o Autorregressivo (AR), autorregressivo de médias móveis ARMA, autorregressivo integrado de médias móveis (ARIMA), além das variantes ARMA ajustadas por algoritmos genéticos (ARMA- AG) e otimização por enxame de partículas (ARMA- PSO). Técnicas de suavização exponencial, incluindo SES, Holt, e Holt-Winters, nas formas aditiva e multiplicativa, também foram abordadas. Os modelos foram integrados por meio de técnicas de ensemble, por meio de média, mediana, pseudo-inversa de Moore-Penrose, além de médias ponderadas com AG e PSO. A metodologia adotada incluiu um pré-processamento que aplicou técnicas para assegurar a estacionariedade dos dados, essencial para a confiabilidade na modelagem. Os resultados indicaram que para previsões de um passo à frente, o ensemble de média ponderada com PSO superou os modelos tradicionais em termos de MSE, MAE e MAPE. Para previsões de múltiplos passos (3, 6, 9 e 12), o ensemble com a pseudo-inversa de Moore-Penrose apresentou melhores resultados. Este estudo mostrou a eficácia de se combinar modelos preditores para prever valores futuros nos preços do petróleo WTI, oferecendo uma ferramenta útil para análise e aplicações. De tal sorte, fica evidente que é possível expandir a ideia de aplicação de modelos de natureza linear. Recomenda-se a exploração destas técnicas em outras variáveis para avaliar a robustez dos métodos ensembles além de introduzir modelos não lineares para a avaliação.

Palavras-chave: petróleo; séries temporais; ensembles; modelos lineares; metaheurísticas.

ABSTRACT

This work investigated the use of a range of models aimed at forecasting WTI crude oil prices, emphasizing their importance to financial markets and the global economy. The main objective was to develop predictive models using time series analysis techniques, such as Autoregressive (AR), Autoregressive Moving Average (ARMA), and Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA), in addition to ARMA variants adjusted by Genetic Algorithms (ARMA-GA) and Particle Swarm Optimization (ARMA-PSO). Exponential smoothing techniques, including SES, Holt, and Holt-Winters, in both additive and multiplicative forms, were also addressed. The models were integrated using ensemble techniques, through mean, median, Moore-Penrose pseudo-inverse, as well as weighted averages with GA and PSO. The adopted methodology included preprocessing that applied techniques to ensure data stationarity, essential for reliable modeling. The results indicated that for one-step-ahead forecasts, the weighted average ensemble with PSO outperformed traditional models in terms of MSE, MAE, and MAPE. For multi-step forecasts (3, 6, 9, and 12), the ensemble with the Moore-Penrose pseudo-inverse showed better results. This study demonstrated the effectiveness of combining predictive models to forecast future WTI crude oil prices, providing a useful tool for analysis and applications. Thus, it becomes evident that it is possible to expand the application idea of linear nature models. It is recommended to explore these techniques in other variables to assess the robustness of ensemble methods and to introduce nonlinear models for evaluation.

Keywords: petroleum; time series; ensembles; linear models; metaheuristics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Fluxograma para busca de trabalhos	21
Figura 2- Palavras chaves mais utilizadas	32
Figura 3 - Fluxograma Box & Jenkins	50
Figura 4 - Exemplo de um cromossomo com codificação real	54
Figura 5 - Exemplo seleção torneio hipotético	56
Figura 6 - Representação crossover de um ponto	58
Figura 7 - Representação crossover de dois pontos	58
Figura 8 - Representação crossover uniforme	59
Figura 9 - Representação mutação uniforme.....	60
Figura 10 - Etapas de um AG clássico	61
Figura 11- Fluxograma PSO básico	64
Figura 12 - Fluxograma de ensemble não treináveis	69
Figura 13 - Fluxograma de ensemble treináveis.....	71
Figura 14 - Fluxograma da metodologia.....	73

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Percentuais de trabalhos	26
Gráfico 2 - Percentuais de trabalhos relacionados	27
Gráfico 3 - Utilização dos modelos lineares – comparação	30
Gráfico 4 - Utilização dos modelos lineares – hibridização.....	31
Gráfico 5 - Produção anual de artigos.....	32
Gráfico 6 - Componentes de uma série temporal	38
Gráfico 7 - Exemplo seleção por roleta hipotética	56
Gráfico 8 - Preço do petróleo bruto WTI 1987 - 2023	75
Gráfico 9 - Divisão do conjunto de dados.....	76
Gráfico 10 - Decomposição dos dados	77
Gráfico 11 - Transformação da série	79
Gráfico 12 - Auto correlação e auto correlação parcial	81
Gráfico 13 - O fitness ao longo das gerações modelo ARMA - GA.....	94
Gráfico 14 - O fitness ao longo das gerações modelo ARMA - PSO	94
Gráfico 15 - O Fitness ao longo das gerações ensemble 4	96
Gráfico 16 - O Fitness ao longo das gerações ensemble 5	98
Gráfico 17 - O melhor modelo para previsão 1 passo à frente.....	101
Gráfico 18 – O melhor modelo para previsão 3 passos à frente	104
Gráfico 19 - O melhor modelo para previsão 6 passos à frente.....	106
Gráfico 20 - O melhor modelo para previsão 9 passos à frente.....	108
Gráfico 21– O melhor modelo para previsão 12 passos à frente	110
Gráfico 22 - Dispersão dos modelos após as 30 simulações.....	111

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Trabalhos relacionados	22
Quadro 2 - Lista de siglas e significados	28
Quadro 3 - Teste não paramétrico para a tendência	44
Quadro 4 - Teste não paramétrico para a sazonalidade	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Estatística dos dados	75
Tabela 2 - Teste Dickey Fuller	76
Tabela 3 - Teste não paramétricos.....	77
Tabela 4 - Teste Dickey Fuller	79
Tabela 5 - Teste não paramétricos.....	80
Tabela 6 - Descrição dos parâmetros AG.....	83
Tabela 7 - Descrição dos parâmetros PSO	85
Tabela 8 - Descrição dos parâmetros do AG para otimização dos pesos em um ensemble de média ponderada	87
Tabela 9 - Descrição dos parâmetros do PSO para otimização dos pesos em um ensemble de média ponderada.....	88
Tabela 10 - Coeficientes modelos de suavização.....	92
Tabela 11 - Coeficientes modelos Box & Jenkins	92
Tabela 12 - Modelo ARMA (p,q) AG e PSO	93
Tabela 13 - Pesos associados ao ensemble 3	95
Tabela 14 - Pesos associados ao ensemble 4	96
Tabela 15 - Pesos associados ao ensemble 5	97
Tabela 16 - Avaliações 1 passo à frente	99
Tabela 17 - Ranking por tipo de modelo considerando as previsões 1 passo à frente	99
Tabela 18 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 1 passo à frente	100
Tabela 19 - Avaliações 3 passos à frente.....	101
Tabela 20 - Previsões 3 passo à frente ranking por tipo de modelo.....	102
Tabela 21 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 3 passos à frente	103
Tabela 22 - Avaliações 6 passos à frente.....	104
Tabela 23 - Previsões 6 passo à frente ranking por tipo de modelo.....	105
Tabela 24 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 6 passos à frente	105
Tabela 25 - Avaliações 9 passos à frente.....	106
Tabela 26 - Previsões 9 passo à frente Ranking por Tipo de Modelo.....	107
Tabela 27 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 9 passos à frente	107
Tabela 28 - Avaliações 12 passos à frente.....	108
Tabela 29 - Previsões 12 passo à frente Ranking por Tipo de Modelo.....	109
Tabela 30 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 12 passos à frente	110
Tabela 31 - Coeficientes modelo Suavização - (continua).....	135
Tabela 32 - Coeficientes modelo Suavização - (continua).....	136
Tabela 33 - Coeficientes modelo Suavização - (continua).....	137
Tabela 34 - Coeficientes modelo Suavização - (continua).....	138
Tabela 35 - Coeficientes modelo Suavização -(continua).....	139
Tabela 36 - Coeficientes modelo Suavização – (continua)	140
Tabela 37 - Coeficientes modelo Suavização – (conclusão)	141
Tabela 38 - Coeficientes modelo Holt – (continua).....	143
Tabela 39 - Coeficientes modelo Holt – (continua).....	144

Tabela 40 - Coeficientes modelo Holt – (continua).....	145
Tabela 41 - Coeficientes modelo Holt – (continua).....	146
Tabela 42 - Coeficientes modelo Holt – (continua).....	147
Tabela 43 - Coeficientes modelo Holt – (continua).....	148
Tabela 44 - Coeficientes modelo Holt – (conclusão).....	149
Tabela 45 - Coeficientes modelo Holt Winters aditivo – (continua)	152
Tabela 46 - Coeficientes modelo Holt Winters aditivo – (continua)	153
Tabela 47 - Coeficientes modelo Holt Winters Aditivo – (continua)	154
Tabela 48 - Coeficientes modelo Holt Winters aditivo – (continua)	155
Tabela 49 - Coeficientes modelo Holt Winters Aditivo - (continua)	156
Tabela 50 - Coeficientes modelo Holt Winters aditivo – (continua)	157
Tabela 51 - Coeficientes modelo Holt Winters Aditivo – (conclusão).....	158
Tabela 52 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua).....	160
Tabela 53 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua).....	161
Tabela 54 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua).....	162
Tabela 55 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua).....	163
Tabela 56 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua).....	164
Tabela 57- Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua).....	165
Tabela 58 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (conclusão)....	166
Tabela 59 - Parâmetros Modelo AR	168
Tabela 60 - Parâmetros Modelo ARMA	170
Tabela 61 - Parâmetros Modelo ARIMA – (continua).....	172
Tabela 62 - Parâmetros Modelo ARIMA – (conclusão).....	173
Tabela 63 - Resultados dos testes com diferentes pesos	175
Tabela 64 - Resultados dos testes com diferentes pesos	177
Tabela 65 - Resultados dos testes com diferentes pesos	179
Tabela 66 - Resultados dos testes com diferentes pesos	181

LISTA DE SIGLAS

ADF	Teste de Dickey-Fuller aumentado
AG	Algoritmo Genético
AIC	Critério de Informação de Akaike
AR	Auto Regressivo
ARIMA	Auto Regressivo Integrado de Médias Móveis
ARMA	Auto Regressivo de Médias Móveis
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EIA	Energy Information Administration
JCR	Journal Citation Reports
MAE	Mean Absolute Error
MAPE	Mean Absolute Percentual Error
MSE	Mean Squared Error
NYMEX	New York Mercantile Exchange
PSO	Particle Swarm Optimization
SEH	Suavização Exponencial de Holt
SES	Suavização Exponencial Simples
SJR	Scientific Journal Rankings
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
WTI	West Texas Intermediate

LISTA DE SÍMBOLOS

xn	Coleção de dados
Z	Conjunto de todas as observações na série temporal
xt	Variável aleatória
t	Tempo
T	Subconjunto dos números reais
R	Conjunto dos números reais
Δ	Diferenciação
X	Processo estocástico
Z^+	Conjunto dos números inteiros positivos
$f_p(\cdot)$	Função de probabilidade
τ	Deslocamento ou lag no tempo
k	Índice de tempo ou posição na série
E	Esperança Matemática
μ	Média amostral
Var	Variância
σ^2	Variância do processo estocástico
Cov	Covariância
γ_k	Covariância entre os tempos t e $t + k$ no processo estocástico
ρ_k	Autocorrelação de passo k , medida de correlação normalizada entre as observações separadas por k períodos de tempo
N	Número de elementos
Tt	Tendência
St	Sazonalidade
at	Aleatoriedade
$L(t)$	Logarítmico aplicado a série
$M(t)$	Média Móvel aplicado a série
i	Iteração
λ	Coeficiente de autoregressão no Teste de Dickey-Fuller Aumentado, utilizado para testar a presença de uma raiz unitária
ϵt	Termo de erro em modelos estatísticos, especificamente no Teste de Dickey-Fuller Aumentado
Zt	Valor exponencialmente suavizado no momento t no modelo de Suavização Exponencial Simples
α	Parâmetro de suavização na suavização exponencial simples
Zt	Valor atual da série temporal no momento t no modelo de Suavização Exponencial Simples
h	Horizonte de previsão
T_{t-1}	Valor da tendência no tempo $t - 1$ no modelo de Holt
Tt	Valor da tendência estimada no tempo t no modelo de Holt
β	Coeficiente de suavização para a estimativa da tendência no modelo de Holt
φ	Coeficiente de suavização para a estimativa da sazonalidade no modelo de Holt Winters
ϕ	Coeficientes do modelo autoregressivo (AR)
p	Ordem do modelo autoregressivo, indicando o número de lags
θ	Coeficiente dos termos de erro em um modelo (MA)

Q	Ordem máxima dos termos de erro em um modelo ARIMA ou similar
J_w	Função custo no contexto de algoritmos genéticos, onde um valor menor indica melhor adaptação
J_{fit}	Pontuação de fitness de um indivíduo, utilizada para medir a adaptação ao ambiente em algoritmos genéticos
v	Constante de combinação linear em cruzamento genético, representando a proporção dos genes dos pais na geração dos filhos
v_p	Velocidade da partícula no PSO
ω	Coefficiente de inércia no PSO, influencia a amplitude da exploração da partícula
c_1	Coefficiente cognitiva no PSO
p_{best}	Melhor posição pessoal de uma partícula no PSO
x_p	Posição atual da partícula no PSO
c_2	Coefficiente social no PSO
g_{best}	Melhor posição global encontrada por todas as partículas no PSO

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Objetivos do trabalho	17
1.2	Delimitação da pesquisa	17
1.3	Trabalhos relacionados	19
1.4	Justificativa	33
2	ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS	35
2.1	Séries temporais.....	36
2.2	Estacionaridade.....	38
2.3	Processos estocásticos.....	39
2.4	Ferramentas de análises de series temporais	40
2.4.1	Autocovariância e autocorrelação	40
2.4.2	Tendência e sazonalidade.....	41
2.4.3	Teste para tendência e sazonalidade.....	43
2.4.4	Verificação da estacionariedade – raiz unitária	44
2.4.5	Modelos para previsão do preço do petróleo bruto	44
<u>2.4.5.1</u>	<u>Modelos de suavização exponencial</u>	<u>45</u>
<u>2.4.5.2</u>	<u>Suavização exponencial simples (SES)</u>	<u>45</u>
<u>2.4.5.3</u>	<u>Moldelo de <i>Holt</i>.....</u>	<u>46</u>
<u>2.4.5.4</u>	<u>Modelo de <i>Holt</i> – <i>Winters</i></u>	<u>47</u>
<u>2.4.5.5</u>	<u>Modelos <i>Box & Jenkins</i></u>	<u>48</u>
<u>2.4.5.6</u>	<u>Modelo autorregressivo AR(p).....</u>	<u>48</u>
<u>2.4.5.7</u>	<u>Modelo autorregressivo de médias móveis MA(q).....</u>	<u>49</u>
<u>2.4.5.8</u>	<u>Modelo autorregressivo de médias móveis ARMA(p,q).....</u>	<u>49</u>
<u>2.4.5.9</u>	<u>Modelo autorregressivo de médias móveis integrado ARIMA (p, d, q).....</u>	<u>50</u>
<u>2.4.5.10</u>	<u>Etapas de implementação modelo <i>Box & Jenkins</i> classico</u>	<u>50</u>
3	FERRRAMENTAS BIOINSPIRADAS DE OTIMIZAÇÃO	52
3.1	Algoritmos genéticos.....	52
3.1.1	População inicial.....	54
3.1.2	Codificação dos indivíduos	54
3.1.3	Seleção	55
3.1.4	Avaliação do grau de adaptação do indivíduo	56
3.1.5	Crossover (recombinação).....	57
3.1.6	Mutação.....	59
3.1.7	Elitismo e busca local	60

3.1.8	Etapas de um AG-clássico	61
3.2	Otimização por enxame de partículas (PSO)	61
4	FERRRAMENTAS DE COMBINAÇÃO DE PREDITORES OS ENSEMBLES	65
4.1	Geração	66
4.2	Seleção	67
4.3	Combinação	67
5	METODOLOGIA	73
5.1	Enquadramento metodológico	73
5.2	Estruturação dos modelos utilizados nesta pesquisa	74
5.2.1	Pré-processamento dos dados	74
5.2.2	Descrição da série temporal	74
5.2.3	Testes estatísticos	76
5.2.4	Estimação dos coeficientes dos modelos de suavização	80
5.2.5	Estimação dos coeficientes dos modelos <i>Box & Jenkins</i>	80
5.2.6	Ensembles	85
5.2.7	Pós processamento de dados	89
5.2.7.1	<u>Desempenho dos modelos</u>	<u>90</u>
5.2.7.2	<u>Erro quadrático médio</u>	<u>90</u>
5.2.7.3	<u>Erro percentual absoluto médio</u>	<u>90</u>
5.2.7.4	<u>Erro absoluto médio</u>	<u>91</u>
5.2.7.5	<u>Critério de informação de Akaike</u>	<u>91</u>
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	92
6.1	Ajuste dos modelos suavização	92
6.2	Ajuste dos modelos Box-Jenkins	92
6.3	Ajuste dos modelos ensembles	95
6.4	Análise estatística e comparação dos resultados	98
7	CONCLUSÕES	112
	REFERÊNCIAS	114
	APÊNDICE A - Testes dos coeficientes de suavização	134
	APÊNDICE B - Testes dos coeficientes <i>Holt</i>	142
	APÊNDICE C - Testes dos coeficientes <i>Holt Winters</i> aditivo	151
	APÊNDICE D - Testes dos coeficientes <i>Holt Winters</i> multiplicativo	159
	APÊNDICE E - Testes dos coeficientes <i>ar</i> (<i>p</i>)	167
	APÊNDICE F - Testes dos coeficientes <i>arma</i> (<i>p,q</i>)	169

APÊNDICE G - TESTES DOS COEFICIENTES ARIMA (p, d, q)	171
APÊNDICE H - Testes dos coeficientes ARMA (p, q) – AG.....	174
APÊNDICE I - Testes dos coeficientes ARMA (p, q) – PSO	176
APÊNDICE J - Testes dos pesos ensemble média ponderada AG..	178
APÊNDICE K - Testes dos pesos ensemble média ponderada – PSO	180

1 INTRODUÇÃO

O panorama global de consumo de energia é caracterizado por utilizar fontes não renováveis, como carvão, petróleo e gás natural dentre outras. Segundo a Energy Information Administration EIA Administration (2023) este consumo está dividido até o ano de 2022 em (29,5%) para o petróleo e seus derivados, (26,8%) para o carvão mineral (23,7%), gás natural (9,8%), biomassa (5,0%), energia nuclear (2,7%) hidráulica e outras (2,5%). Projeta-se para os próximos anos que a tendência é de que o petróleo e o gás mantenham sua posição de destaque (GUO, Z. et al., 2023). Esta é impulsionada pelo desenvolvimento de nações, notadamente a China, que se consolidou como o maior importador de petróleo do mundo e o segundo maior consumidor, ficando atrás apenas dos Estados Unidos (DUAN et al., 2023).

É importante observar que o petróleo ganhou notoriedade por ser uma matéria prima de valor industrial. Devido à sua relevância e importância, as reservas estratégicas estão distribuídas em todo o mundo, de modo que aspectos econômicos e geopolíticos globais influenciam seu preço (BALCILAR; GABAUER; UMAR, 2021; LYU et al., 2021; KHAN et al., 2021; WANG; LI; LI, 2022; KARASU; ALTAN, 2022; REN; LIU et al., 2023; YUAN; LI; HAO, 2023). Em meio a esta questão, o preço é determinado por um sistema não linear complexo combinado com muitas incertezas (ZHANG; TANG, 2023).

Nos últimos anos, especialmente desde 2008, a queda dos preços do petróleo foi influenciada pela desaceleração econômica global e pela instabilidade geopolítica (WANG; LI; LI, 2022), além de uma crise entre a China e os EUA. Logo depois, com a pandemia de COVID-19 e a guerra entre Rússia e Ucrânia, novas incertezas surgiram, afetando a formação do preço (WANG; LI; LI, 2022; INACIO; KRISTOUFEK; DAVID, 2023; AN et al., 2023). Esses eventos causaram flutuações espúrias nos preços, tornando as decisões ainda mais desafiadoras para o mercado, bem como para os formuladores de políticas públicas. Entretanto, também emerge uma oportunidade para os pesquisadores explorarem métodos de previsões.

Neste sentido, questiona-se: É possível melhorar as previsões do preço do petróleo dos modelos individuais a partir da utilização de estratégias de combinações?

1.1 Objetivos do trabalho

O objetivo central deste trabalho é investigar modelos de previsão para os preços do Petróleo Bruto, utilizando a metodologia Box & Jenkins e de Suavização, aliados a combinação dos mesmo por meio de Ensembles visando melhorar a precisão e a robustez das respostas.

Os objetivos específicos do trabalho, são:

- Identificar na literatura estudos relacionados às previsões de preços do Petróleo Bruto do tipo WTI e analisar os métodos de previsão;
- Aplicar os Métodos de Previsões e Ensembles;
- Avaliar os modelos com as métricas de erros;
- Rankear os preditores de acordo com a qualidade de sua resposta.

1.2 Delimitação da pesquisa

Para realizar a revisão sistemática da literatura, foram inicialmente definidas as palavras-chave que relacionam três grandes eixos de pesquisa. Além disso, considerou-se a utilização do operador *OR* e *AND* para investigar o mesmo conceito, porém com diferentes termos, conforme já mencionado na Figura 1. Os eixos de pesquisa destacados são:

- a) **Eixo A:**Forecasting *OR* Petroleum *OR* Demand Forecast;
- b) **Eixo B:**Petroleum *OR* Crude Oil *OR* Wti Price *OR* Crude Oil Price;
- c) **Eixo C:**Ensemble.

As buscas foram conduzidas nas bases de dados Scopus e Web of Science, ambas acessíveis por meio do portal de periódicos da CAPES. Essas bases foram selecionadas devido à sua relevância para o tema de pesquisa em questão e à capacidade de realizar buscas detalhadas, incluindo por títulos, resumos, palavras-chave, autores, restrição de áreas e expressões booleanas.

A seleção das bases de dados foi realizada considerando em função do uso de métricas amplamente reconhecidas na avaliação da qualidade dos periódicos. A base Scopus é conhecida por utilizar a métrica Scientific Journal Rankings (SJR), que avalia a influência e o impacto das publicações científicas. Por outro lado, a base Web of Science emprega a métrica Journal Citation Reports (JCR), que também é amplamente reconhecida para avaliação da qualidade e impacto dos periódicos.

Além disso, é importante mencionar que a pesquisa estabeleceu um critério temporal, como brevemente relatado na Seção 1.3, abrangendo o período de 2013 a 2023. Essa restrição foi aplicada com o objetivo de dar enfocar nos artigos mais recentes e relevantes para o tema em estudo, garantindo que a análise contemplasse os avanços e

descobertas dos últimos 10 anos. Essa abordagem visa reduzir a quantidade de artigos a serem analisados, ao mesmo tempo em que assegura a inclusão de trabalhos recentes e pertinentes ao escopo da pesquisa.

Dada a relevância contínua da aplicação de modelos lineares e o potencial aprimorado ao combinar esses resultados por meio de Ensembles, esta pesquisa optou por explorar diversas técnicas. Inicialmente, foram selecionados modelos clássicos, como a Suavização Exponencial Simples e as técnicas de Holt Winters (aditivo e multiplicativo), que são amplamente reconhecidos na literatura por sua simplicidade e eficácia em previsões de séries temporais.

Além destes, foram investigados os métodos mais avançados frente aos modelos citados anteriormente, como modelos Auto Regressivo (AR), Auto Regressivo de Médias Móveis (ARMA) e Auto Regressivo de Médias Móveis Integrados (ARIMA), que são capazes de capturar padrões mais complexos nos dados e considerar relações de dependência entre as observações ao longo do tempo. Para incrementar a performance desses modelos, foram aplicados o Algoritmo Genético (AG) e a Otimização por Enxame de Partículas (PSO) para ajustar os parâmetros dos modelos ARMA. Posteriormente (Capítulo 5 Seções 5.2.4 e 5.2.5) serão discutidos em detalhes como estes modelos foram aplicados.

Por fim, para a análise final, os resultados desses modelos foram combinados usando Ensembles, uma técnica poderosa para aumentar a precisão das previsões por meio da combinação de múltiplos preditores. Foram considerados diferentes métodos de combinação, como Média, Mediana, pseudo-inversa de Moore-Penrose e Ensembles com a média ponderada usando AG e PSO.

Para comparar as técnicas de previsões, utilizou-se medidas de qualidade reconhecidas na literatura, como o Erro Quadrático Médio (MSE) - Mean Squared Error, Erro Absoluto Médio (MAE) - Mean Absolute Error) e o Erro Percentual Médio Absoluto (MAPE) - Mean Absolute Percentage Error). Essas métricas foram escolhidas por sua capacidade de avaliar a precisão das previsões e a magnitude dos erros cometidos.

Após a aplicação das técnicas de previsão, os resíduos foram avaliados para o melhor modelo em todos os horizontes de previsões. Tal procedimento, além da avaliação das métricas de erros, permitiu identificar padrões ou tendências nos resíduos, fornecendo informações valiosas sobre a qualidade das previsões realizadas.

É importante ressaltar que essa análise foi limitada à aplicação em séries temporais específicas, particularmente no contexto de previsão do preço do Petróleo Bruto do tipo WTI.

1.3 Trabalhos relacionados

Este capítulo realiza uma revisão sistemática da literatura considerando as pesquisas relacionadas à previsão do preço do petróleo bruto do tipo WTI. Para conduzir tal análise foram seguidas etapas inspiradas na metodologia denominada Knowledge Development Process - Constructivist (Proknow-C), como ilustra a Figura 1.

Tal metodologia foi desenvolvida pelo Laboratório de Metodologia Multicritério de Apoio à Decisão Construtivista (LabMCDA-C) (ENSSLIN et al., 2019). O objetivo é permitir que o pesquisador examine de maneira sistemática a temática de investigação, resultando em uma compreensão mais profunda das possíveis lacunas de pesquisa deixadas por outros autores (LACERDA; ENSSLIN; ENSSLIN, 2012).

A etapa inicial deste capítulo, como representado na Figura 1, concentrou-se na definição das palavras-chave empregadas na busca dentro das bases de dados. Destaca-se que tais palavras-chave foram utilizadas em conjunto com os operadores booleanos OR e AND. A aplicação destes operadores possibilitou a exploração do mesmo tema, possivelmente expresso através de terminologia variada, mediante o uso de OR, e sua subsequente combinação por meio de AND.

Após esta etapa, os artigos foram selecionados nas bases de dados Scopus e Web of Science. Neste estágio, foram identificados 3.842 artigos na base de dados Scopus e 636 na base de dados Web of Science, totalizando 4.478 artigos para as etapas subsequentes.

Procedeu-se à análise considerando duas categorias: artigos de aplicação e artigos de revisão de literatura publicados em periódicos. A escolha dessas categorias deve-se aos rigorosos critérios de avaliação por pares adotados pelas revistas científicas. Como resultado, foram excluídos os artigos indexados nas bases de dados, mas provenientes de congressos, eventos, livros e artigos ainda não publicados. Com esta etapa, o número final de artigos para a etapa subsequente foi estabelecido em 3.841.

Com a implementação das etapas anteriores, outra estratégia empregada foi a delimitação das áreas nas quais os artigos, juntamente com os periódicos, foram publicados, de forma a garantir que essas áreas estejam diretamente relacionadas ao objetivo desta pesquisa. Como resultado, restaram 2.842 artigos.

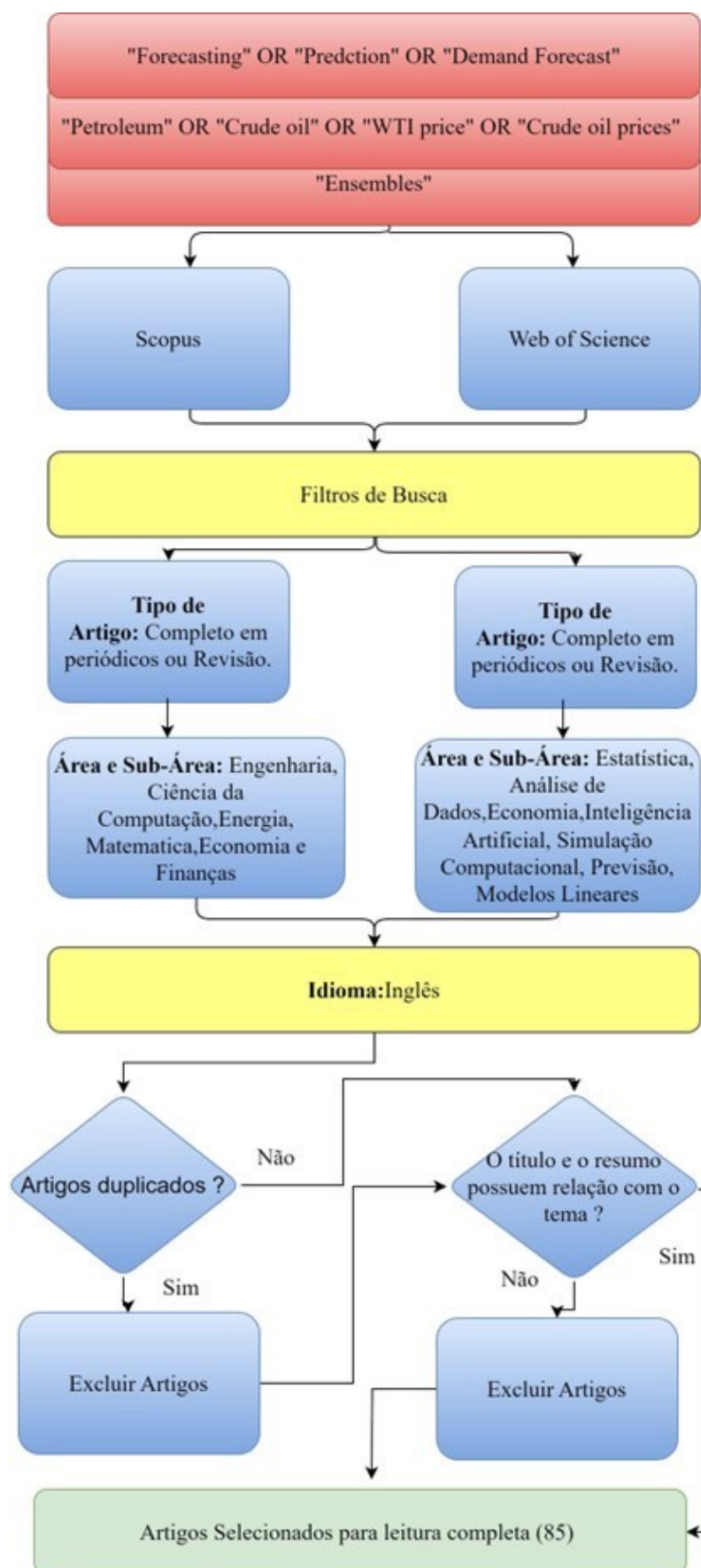
É sabido que as bases de dados selecionadas contêm artigos em diversos idiomas. No entanto, nesta pesquisa, apenas os trabalhos em inglês avançaram para as etapas subsequentes. Após essa avaliação, restaram 2.396 artigos.

Além das etapas anteriores, optou-se por avaliar a existência de possíveis artigos duplicados, especialmente por estarmos lidando com duas bases de dados. Ao concluir essa etapa, restaram 2.149 artigos.

A etapa penúltima envolveu a análise dos títulos e resumos dos artigos, visando examinar os resultados preliminares. Durante esta fase, foram investigadas as variáveis utilizadas, o objetivo dos estudos selecionados em prever o preço do petróleo bruto, e os métodos empregados, resultando em 184 artigos. Essa fase foi crucial para a seleção final, uma vez que, apesar do uso de palavras-chave e dos processos de filtragem realizados, alguns artigos foram identificados que previam variáveis como volatilidade, produção, entre outras, que podem até estar relacionadas ao preço final, mas que atualmente estão fora do escopo deste trabalho.

Por fim, após a seleção dos artigos para leitura completa, restaram 85. Relacionando com a etapa anterior, os artigos que não foram selecionados apresentavam previsões do preço de outros tipos de petróleo, como o tipo Brent. Com a seleção desses artigos, foi possível organizá-los de acordo com sua finalidade, conforme apresentado com os Quadros 1, 2, 3. Esta separa os artigos em três categorias: primeiro, os que desenvolveram ensembles; em seguida, aqueles que realizaram comparação de modelos; por fim, os artigos que foram desenvolvidos métodos híbridos de previsão.

Figura 1 - Fluxograma para busca de trabalhos



Fonte: Autoria própria (2024)

Quadro 1 - Trabalhos relacionados

Número	Autor(es)	Métodos	Finalidade
1	(YU; XU; TANG, 2017)	LSSVR	Ensemble
2	(FATHALLA et al., 2023)	ARIMA; VAR; RW; RF	Ensemble
3	(SHIN et al., 2013)	SVR-Poly; SVR-rbf; ANN; AR	Comparação
4	(CHIROMA; ABDULKAREEM; HE-RAWAN, 2015)	ANN-MLP; SVM	Comparação
5	(AZEVEDO; CAMPOS, 2016)	SES; ARIMA; HOLT; HW; Regressão	Comparação
6	(CHEN, 2022)	ANN	Comparação
7	(YU; DAI; TANG; WU, 2016)	ARIMA; LSSVR	Comparação
8	(TZU-KUANG HSU; CHENG, 2016)	RW; ARMA	Comparação
9	(WANG, Y. et al., 2015)	Regressão	Comparação
10	(DRACHAL, 2016)	DMA; DMS; ARIMA; Naive	Comparação
11	(BARUNÍK; MALINSKÁ, 2016)	Nelson-Siegel; FTDNN; AR; VAR; RW	Comparação
12	(ZHAO; LI; YU, 2017)	SDAE; Bagging	Comparação
13	(CEN; WANG, 2017)	RNN; LSTM	Comparação
14	(BEKIROGLU et al., 2018)	SARIMA; HWD; HWM; ANN-MLP; ARDL; ANFIS;	Comparação
15	(NADEMI; NADEMI, 2018)	AR-ARCH; ARIMA; GARCH	Comparação
16	(HE, K. et al., 2018)	VMD; QRNN; ARMA-GARCH;	Comparação
17	(WANG; TIAN; ZHOU, 2018)	SES; ARIMA; ANN-RBF; DFNPM;	Comparação
18	(BILDIRICI; BAYAZIT; UCAN, 2020)	GARCH; LSTARGARCH; LSTAR-GARCHLSTM	Comparação
19	(SENGUPTA; NGANJE; HANSON, 2020)	BN-S; LSTM; Regressão logística; Random Forest	Comparação
20	(BRISTONE; PRASAD; ABUBAKAR, 2020)	LSTM	Comparação
21	(ZHAO; WANG; ZHANG, 2020)	AR; ARIMA	Comparação
22	(CORTAZAR; ORTEGA; VALENCIA, 2020)	Modelo Estocástico Multifatorial	Comparação
23	(DENG; MA; ZENG, 2021)	LSTM; ARIMA; DAMPED Trend exponential smoothing	Comparação
24	(HE, M. et al., 2021)	s-PCA; Lasso; Elastic net; Futures-based; Ridge	Comparação
25	(KARASU; ALTAN, 2022)	LSTM	Comparação
26	(GAO; WANG; YANG, 2022)	MLR; KNN; RF; XGB; LGM; CATB;	Comparação
27	(XIUWEN CHEN; LI, 2020)	VAR	Comparação
28	(LIN; SUN, 2020)	ML-GRU; GRU; LSTM; LSSVR; ANN-MLP; ARIMA; Naive	Comparação
29	(BUSARI; LIM, 2021)	LSTM; GRU; Adaboost-LSTM; Adaboost-GRU	Comparação
30	(BABOSHKIN; UANDYKOVA, 2021)	ANN-MLP	Comparação
31	(JIANG et al., 2022)	SOA-LSTM; SOA-GRU; WOA-LSTM; WOA-GRU; EMD-WOA-LSTM; EMD-WOA-GRU; EMD-SOA-LSTM; EMD-SOA-GRU; EEMD-WOA-LSTM; EEMD-WOA-GRU; EEMD-SOA-LSTM; EEMD-SOA-GRU	Comparação
32	(FTITI; TISSAOUI; BOUBAKER, 2022)	ARX; ARXpolinomial; ARX-saturation; ARX-dead zone	Comparação
33	(LIN, Y. et al., 2022)	BiLSTM; BLAC; CNN-LSTM; CNN;	Comparação

		CNN-BiLSTM; GRU; LSTM; BiLSTM-CNN; LSTM-CNN; BP; SVR	
34	(LI; YIN; YANG, 2022)	ICEEMDAN-SSCE-TVMD-GTO-KELM	Comparação
35	(PARVIZ SOHRABI; RAFIE, 2022)	ANN-MLP	Comparação
36	(GUO, J. <i>et al.</i> , 2022)	LSTM; LSTM-BD	Comparação
37	(CHEN, 2022)	HIAO; ARIMA	Comparação
38	(JAHANSHAHI <i>et al.</i> , 2022)	SVM; RF; LR; LSTM; Bi-LSTM	Comparação
39	(CHENG <i>et al.</i> , 2023)	GCT-SFA; RFE; Lasso; Elastic net; Stepwise regression; BMA; DMA; AR; RWF	Comparação
40	(WANG; HAO, 2023)	Rolling Window	Comparação
41	(QIN <i>et al.</i> , 2023)	LR; SVR; BPNN; LSTM; GRU; RF; ET; Adaboost; GDT; Xgboost	Comparação
42	(ALAM <i>et al.</i> , 2023)	ARIMA; SES; KNN	Comparação
43	(THEERTHAGIRI; RUBY, 2023)	LSTM; XGBoost; SARIMA; DBN	Comparação
44	(KIM; JANG, 2023)	LSTM	Comparação
45	(GODARZI <i>et al.</i> , 2014)	ANN; NARX	Híbrido
46	(YU; WANG; TANG, 2014)	EEMD-DCD-ANN; EEMD-NR-ANN; EEMD-SE-ANN; EEMD-RLJ-ANN; EEMD-FTC-ANN; EMD-DCD-ANN; EMD-NR-ANN; SVR	Híbrido
47	(YU; ZHAO; TANG, 2014)	ARIMA; ANN; LSSVR; ES	Híbrido
48	(BILDIRICI; ERSIN, 2014)	LSTAR-LST-GARCH	Híbrido
49	(XU; CHEN; XU, 2014)	VECM-STEPMRS; SVM; ARIMA; VECM; NN; STEPMRS	Híbrido
50	(MOSTAFA; EL-MASRY, 2016)	GEP; MLP; ARIMA	Híbrido
51	(YU; DAI; TANG, 2016)	ANN-MLP; LSSVR; ELM; ARIMA	Híbrido
52	(E; BAO; YE, 2017)	VMD-ICA-ARIMA	Híbrido
53	(CHEN <i>et al.</i> , 2018)	RW; ARMA; Grey Wave	Híbrido
54	(DEHGHANI; ZANGENEH, 2018)	GARCH; ARCH; MA; ARMA; AR; BMMR	Híbrido
55	(WANG, M. <i>et al.</i> , 2020)	RBFNN; ELM	Híbrido
56	(LI; HU <i>et al.</i> , 2020)	SBL; ARIMA; ANN-LSSVR; EEMD-ARIMA; EEMD-ANN; EEMD-LSSVR; EMD-SBL	Híbrido
57	(SUN, S. <i>et al.</i> , 2018)	Holt; MLP; BDE	Híbrido
58	(TANG; WU; YU, 2018)	RVFL; ELM; KRR; RF; BPNN;	Híbrido

		LSSVR; ARIMA; EEMD-RVFL; EEMD-ELM; EEMD-RF; EEMD-KRR; EEMD-BPNN; EEMD-LSSVR; EEMD-ARIMA	
59	(DING, 2018)	ANN; ADD Ensemble	Híbrido
60	(CHAI <i>et al.</i> , 2018)	PPM-KM; TVTP-MRS; BMA; TVP-STSM	Híbrido
61	(BISOI; DASH; MISHRA, 2019)	VMD-RVFLN; EMD-RVFLN; VMD-ELM; EMD-ELM; RVFLN; ; ELM; BPNN; ARIMA; LSSVR; ANFIS; RNN	Híbrido
62	(LI; ZHOU <i>et al.</i> , 2019)	VRR; LinRR; PolyRR; SigRR; Rb-fRR; MKRR; LSSVR; BPNN; ARIMA; RW	Híbrido
63	(DENG; XIANG <i>et al.</i> , 2019)	MDTW	Híbrido
64	(LI; ZHU; WU, 2019)	SVM; BPNN; EEMD; ARIMA	Híbrido
65	(ZHU <i>et al.</i> , 2019)	ARMA-GARCH; VMD-CNN; MEMD CNN	Híbrido
66	(ABDOLLAHI, 2020)	SVM; M-GARCH	Híbrido
67	(LIN, L. <i>et al.</i> , 2020)	WPD-EMD-ARMA-FIGARCH-M	Híbrido
68	(LI; TANG; WANG, 2020)	SED; LR; SVR; BP; ELM; RVFL	Híbrido
69	(YU; MA, 2021)	ARIMA; GRNN; SVR; ELM	Híbrido
70	(HUANG; DENG, 2021)	VMD-LSTM-MW	Híbrido
71	(YU; WU <i>et al.</i> , 2021)	RVFLN	Híbrido
72	(LI; QIAN <i>et al.</i> , 2021)	SBL; ANN; LSSVR; RSBL	Híbrido
73	(SU <i>et al.</i> , 2022)	SVR; ELM; LSTM; GRU; Xgboost; MLP	Híbrido
74	(WANG; HAO, 2022)	OLS; RWLS	Híbrido
75	(ZOU; HE, 2022)	ARMA-GARCH; VMD-CNN; MEMD-CNN; ARMA-GARCH; VMD-CNN; MEMD-CNN	Híbrido
76	(LERTTHAWEEDECH; KANTAVAT; KIJSIRIKUL, 2022)	ANN; LSTM; CNN	Híbrido
77	(DING <i>et al.</i> , 2022)	RF; XGB; LightGBM; ARIMA; SVR	Híbrido
78	(KAKADE <i>et al.</i> , 2023)	LSTM; ARIMA	Híbrido
79	(WU, J. <i>et al.</i> , 2023)	ESN	Híbrido
80	(TISSAOUI <i>et al.</i> , 2023)	SVR; XGB; SVR; ARMAX	Híbrido
81	(SAGHI; JAHANGOSHAI REZAEE,	MLP; RBF; GMDH; ANFIS; SVR	Híbrido

	2023)		
82	(WU, J. <i>et al.</i> , 2023)	LSTM; GRU	Híbrido
83	(HUANG, A. <i>et al.</i> , 2023)	GRU; CNN	Híbrido
84	(YUAN; LI; HAO, 2023)	ELM; LSTM; SVR; ARIMA; Xgboost; LightGMB	Híbrido
85	(FANG; ZHENG; WANG, 2023)	ANN-MLP; ELM; SVR; ES	Híbrido

Fonte: Autoria própria (2024)

Ao analisar os resultados apresentados no Quadro 1, nota-se que a maioria das pesquisas, 42 artigos ou aproximadamente 49,5% dos casos, concentrou-se na realização de comparações entre modelos individuais. Em contrapartida, 41 artigos, cerca de 48,23% das pesquisas, direcionaram seus esforços para o desenvolvimento de modelos híbridos de previsão. Por fim apenas 2 artigo, ou 2,35%, optaram por utilizar abordagens de Ensembles em suas investigações.

Ao analisar os resultados apresentados com o Gráfico 1, observa-se que apenas dois estudos empregaram técnicas de Ensemble. Entre eles, o trabalho de Yu, Xu e Tang (2017) aplicou a média ponderada para combinar as saídas dos modelos. Por outro lado, o estudo de Fathalla et al. (2023) adotou uma técnica de snapshot ensemble, uma estratégia desenvolvida por Gao Huang et al. (2017), na qual Ensembles são construídos durante a fase de treinamento de modelos de aprendizado de máquina. Esta abordagem permite ao usuário obter múltiplos modelos sem a necessidade de treinar cada um individualmente¹.

Para uma compreensão mais aprofundada dos métodos Ensemble, o Capítulo 4 oferece uma discussão detalhada sobre essas técnicas. Este abrange desde a formação e seleção dos modelos até os métodos de combinação, distinguindo entre Ensembles que requerem treinamento e aqueles que não são treináveis durante sua fase de construção.

No que tange às comparações entre modelos, é perceptível que a maioria das pesquisas direcionou seus esforços para modelos não lineares, como evidenciado nos estudos de Chiroma, Abdulkareem e Herawan (2015), Zhao, Li e Yu (2017), Cen e Wang (2017), Cortazar, Ortega e Valencia (2020), Busari e Lim (2021), Baboshkin e Uandykova (2021), Chen (2022), Karasu e Altan (2022), Jiang et al. (2022), Ftiti, Tissaoui e Boubaker (2022), Yu Lin et al. (2022), Li, Yin e Yang (2022), Parviz Sohrabi e Rafie (2022), Jingjun Guo et al. (2022) e Kim e Jang (2023).

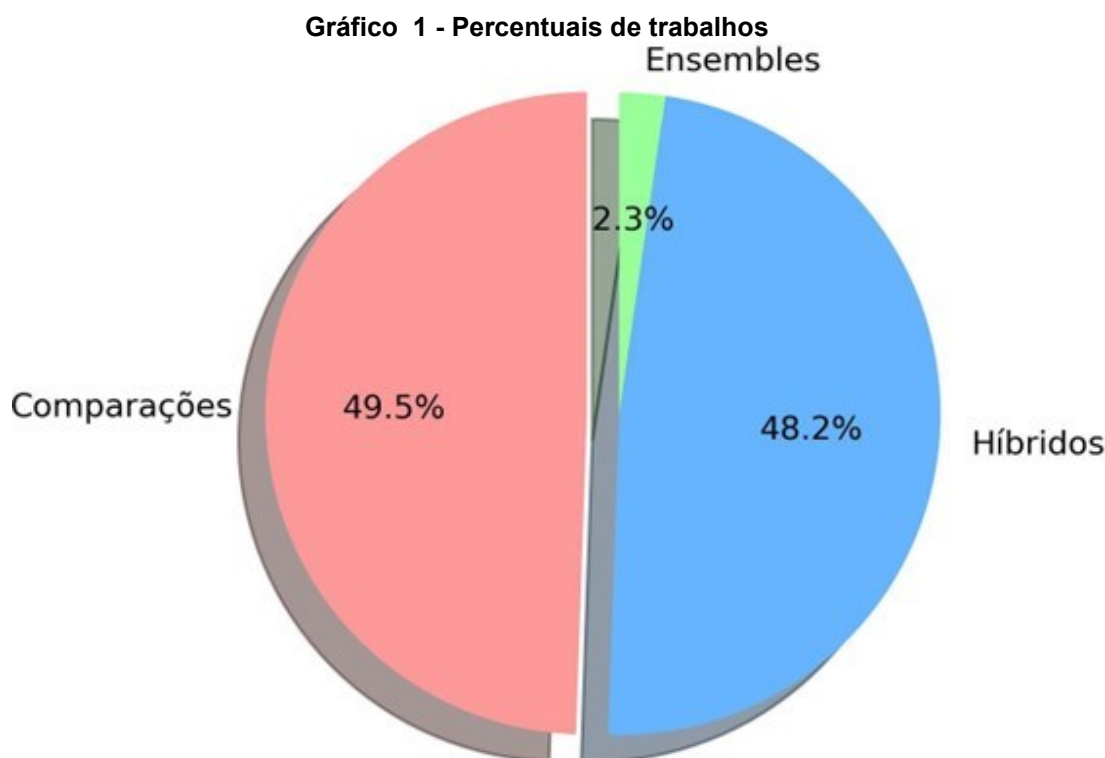
Percebe-se também pesquisas que incluíram métodos lineares no mesmo contexto. Os autores incorporam métodos amplamente reconhecidos na literatura, que

¹ Para mais detalhes sobre a técnica de *snapshot ensemble*, ver Gao Huang *et al.* (2017).

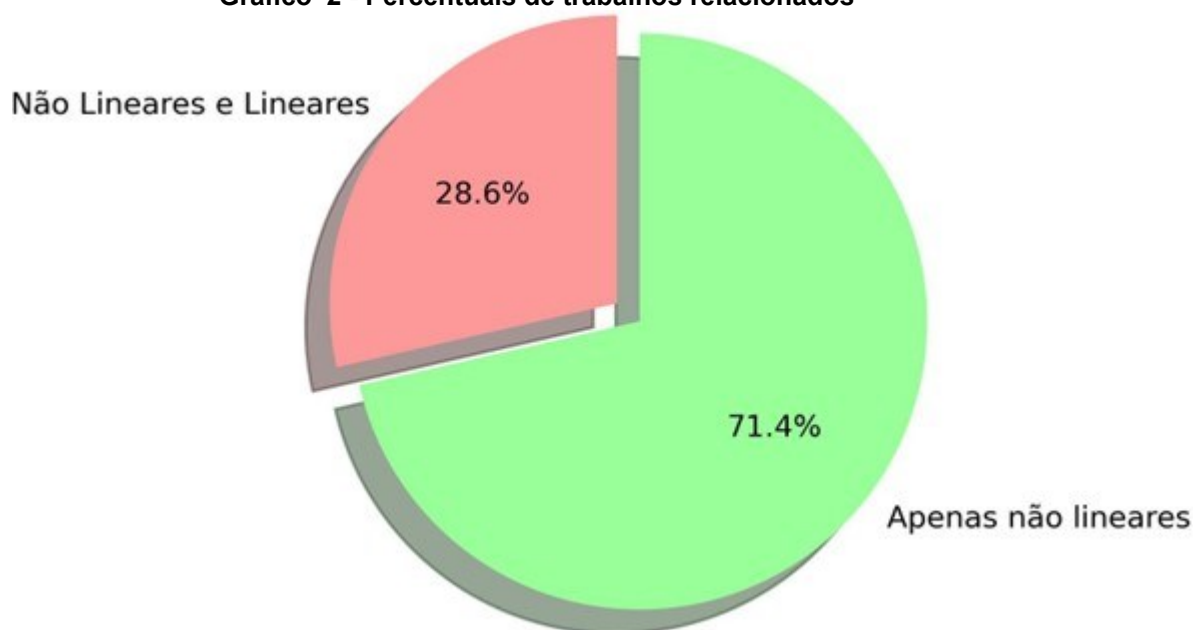
desempenham um papel tanto de referência quanto de padrão de comparação, como é evidenciado por modelos da categoria de suavização e Box & Jenkins. Estes são utilizados para avaliar o desempenho de outras propostas como em Shin et al. (2013), Yu, Dai, Tang e Wu (2016), Drachal (2016), Baruník e Malinská (2016), Bekiroglu et al. (2018), Nademi e Nademi (2018), Safari e Davallou (2018), Kaijian He et al. (2018), Wang, Tian e Zhou (2018), Bildirici, Bayazit e Ucan (2020), SenGupta, Nganje e Hanson (2020), Bristone, Prasad e Abubakar (2020), Deng, Ma e Zeng (2021), Lin e Sun (2020), Chen (2022), Cheng et al. (2023), Nasir, Nugroho e Lakner (2022), Qin et al. (2023) e Alam et al. (2023).

Após considerações sobre os métodos de previsão, com o Quadro 1 apresenta as definições das siglas utilizadas com o Quadro 2. Essas definições visam facilitar a compreensão do texto. A organização não tem como objetivo estabelecer uma ordem de prioridade entre os modelos, métodos de decomposição ou otimização, mas sim destacar aqueles que foram utilizados.

Da mesma forma alguns estudos se dedicaram à avaliação exclusiva do desempenho de modelos de natureza linear. Para este caso, é possível observar as contribuições e variações, como é o caso dos trabalhos dos autores Yudong Wang et al. (2015), Azevedo e Campos (2016), Tzu-Kuang Hsu e Cheng (2016), Zhao, Wang e Zhang (2020) e Wang e Hao (2023).



Fonte: Autoria própria (2024)

Gráfico 2 - Percentuais de trabalhos relacionados

Fonte: Autoria própria (2024)

Embora a maioria das pesquisas tenha optado por comparar modelos não lineares, ainda há espaço na literatura para abordagens de natureza linear, tendo em vista sua grande utilização em trabalhos de previsão devido a sua simplicidade de compreensão e implementação, além de serem tema ainda frequente em estudos similares. Neste contexto, o Gráfico 2 apresenta ocorrência com que os modelos lineares foram utilizados em comparação com modelos não lineares.

Conforme observado com o Gráfico 3, os modelos ARIMA, SARIMA, AR e ARMA da categoria Box & Jenkins têm demonstrado um interesse crescente por parte dos pesquisadores para comparações com outros modelos. Por outro lado, os modelos de suavização apresentaram resultados semelhantes entre si, embora inferiores aos modelos Box & Jenkins.

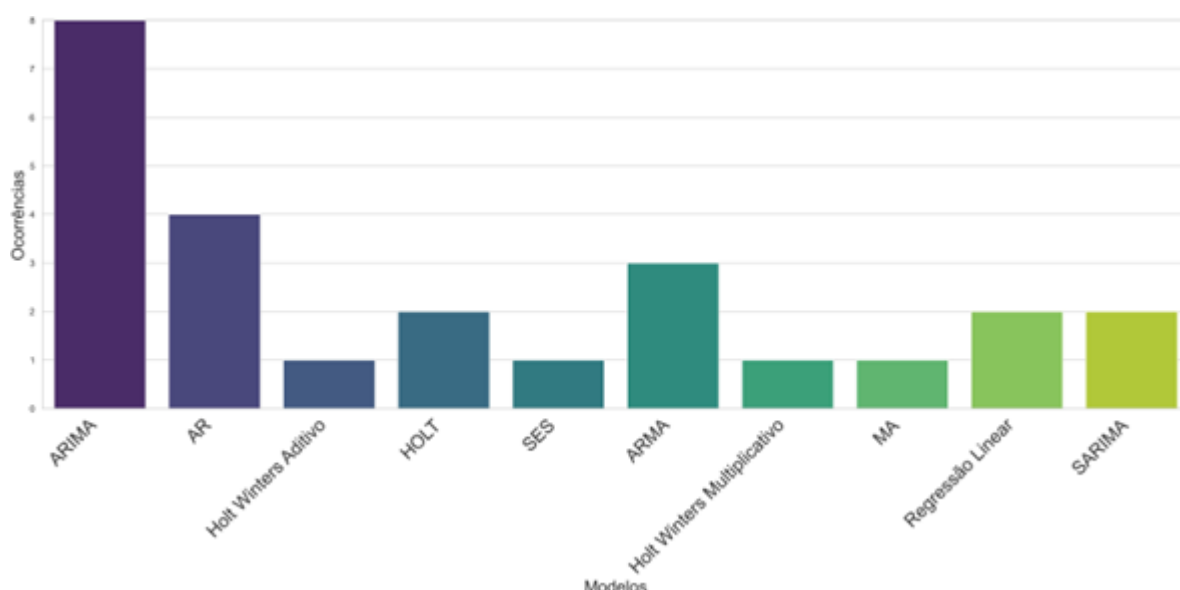
Além das comparações entre modelos, outra abordagem que tem sido amplamente explorada é a utilização de modelos híbridos. Esta foi inicialmente descrita por Zhang (2003) e envolve a modelagem de séries temporais incorporando tanto padrões lineares quanto não lineares na estrutura de previsão (SANTOS JÚNIOR; OLIVEIRA; MATTOS NETO, 2019). A introdução desses padrões ocorre em alguma fase específica do processo de modelagem.

Quadro 2 - Lista de siglas e significados

Sigla	Significado
ANN-MLP	<i>Artificial Neural Networks - Multilayer Perceptrons</i>
ELM	<i>Extreme Learning Machine</i>
LSSVR	<i>Least Squares Support Vector Regression</i>
ARIMA	<i>Autoregressivo Integrado de Médias Móveis</i>
GRNN	<i>General regression neural network</i>
SVR	<i>Support Vector Regression</i>
VAR	<i>Vector autoregression</i>
RW	<i>Random Walk</i>
SVM	<i>Support Vector Machine</i>
RF	<i>Random Forest</i>
ARMA	<i>Autoregressivo de Médias Móveis</i>
LSTM	<i>Long short-term memory</i>
XgBoost	<i>Extreme Gradient Boosting</i>
LightGBM	<i>Gradient Boosting Decision Tree</i>
SVR-Poly	<i>Support Vector Regression - Kernel Polly</i>
SVR-RBF	<i>Support Vector Regression - Kernel RBF</i>
AR	<i>Autoregressivo</i>
SES	<i>Suavização Exponencial Simples</i>
HOLT	<i>Método de Holt</i>
HW	<i>Método de Holt Winters</i>
DMA	<i>Dynamic Model Averaging</i>
DMS	<i>Dynamic Model Selection</i>
Naive	<i>Método Ingênuo</i>
Nelson Siegel	<i>Modelo de Nelson Siegel</i>
FTDNN	<i>Focused Time-Delay Neural Network</i>
SDA	<i>The Stacked Denoising Autoencoder</i>
Bagging	<i>Agregação de Bootstrap</i>
RNN	<i>Recurrent neural network</i>
SARIMA	<i>Autoregressivo Integrado de Médias Móveis Sa- zonal</i>
HWD	<i>Método de Holt Winters Aditivo</i>
HWM	<i>Método de Holt Winters Multiplicativo</i>
ARDL	<i>Auto Regressive Distributed Lag</i>
ANFIS	<i>Adaptive neuro fuzzy inference system</i>
ARCH	<i>Autoregressive conditional heteroskedasticity</i>
GARCH	<i>Generalized autoregressive conditional heteros- kedasticity</i>
VMD	<i>Variational mode decomposition</i>
QRNN	<i>Quasi Recurrent Neural Network</i>
ANN-RBF	<i>Artificial Neural Networks - Radial basis Function</i>
DFNPM	<i>Data Fluctuation networks predictive model</i>
BN-S	<i>Barndorff-Nielsen and Shephard model</i>
S-PCA	<i>Principal component analysis</i>
MLR	<i>Multiple Linear Regression</i>
KNN	<i>K-Nearest Neighbor Regression</i>
CATBOSST	<i>Catboost is a novel gradient boosting algorithm</i>
SOA	<i>Seagull optimization algorithm</i>
EEMD	<i>Ensemble empirical mode decomposition</i>

GRU	<i>Gated recurrent units</i>
ARX	<i>AutoRegressive with exogenous inputs</i>
BILSTM	<i>Bidirectional LSTM</i>
ICEEMDAN-SSCE-TVMD-GTO-KELM	<i>Extreme learning machine by artificial gorilla troops optimizer</i>
ACO	<i>Colony optimization</i>
HIAO	<i>Hybridization of artificial immune system and ACO approaches optimization</i>
GCT	<i>Granger causality test</i>
RFE	<i>Recursive feature elimination</i>
LASSO	<i>Least absolute shrinkage selection operator</i>
BMA	<i>Bayesian model averaging</i>
NARX	<i>Dynamic Nonlinear Auto Regressive model with exogenous input</i>
DC	<i>Components deterministics</i>
STPEMRS	<i>Stochastic Time Effective Pattern Modelling and Recognition System</i>
GEP	<i>Evolutionary techniques such as gene expression programming</i>
ICA	<i>Independent component analysis</i>
BMMR-BBO	<i>Time series and biogeography-based optimization</i>
RBFNN	<i>Radial basis function network</i>
SBL	<i>Sparse Bayesian learning</i>
BEMD	<i>Bivariate empirical mode decomposition</i>
IMF	<i>Intrinsic mode functions</i>
PPM-KM	<i>Partition model-K-means</i>
TVTP-MRS	<i>Time-varying transition probability Markov regime switching</i>
TVP-STSM	<i>Time-varying parameter structure time series model</i>
RVFLN	<i>Random vector functional link network</i>
RR	<i>Ridge regression</i>
LinRR	<i>Ridge regression With a linear kernel</i>
PolyRR	<i>Ridge regression with a polynomial kernel</i>
SigRR	<i>Ridge regression with sigmoid kernel</i>
RBFR	<i>Ridge regression with a radial basis functional kernel</i>
MKRR	<i>Ridge regression with multiple kernels as formulated</i>
DE	<i>Differential Evolution</i>
MDTW	<i>Multiple Dynamic Time Wrapping</i>
MEMD	<i>Multivariate empirical mode decomposition</i>
VMD-LSTM-MW	<i>Variational mode decomposition long short-term memory moving-window strategy</i>
OLS	<i>Ordinary Least Squares</i>
RWLS	<i>Robust weighted least squares</i>
GMDH	<i>Group method of data handling</i>

Fonte: Autoria própria (2024)

Gráfico 3 - Utilização dos modelos lineares – comparação

Fonte: Autoria própria (2024)

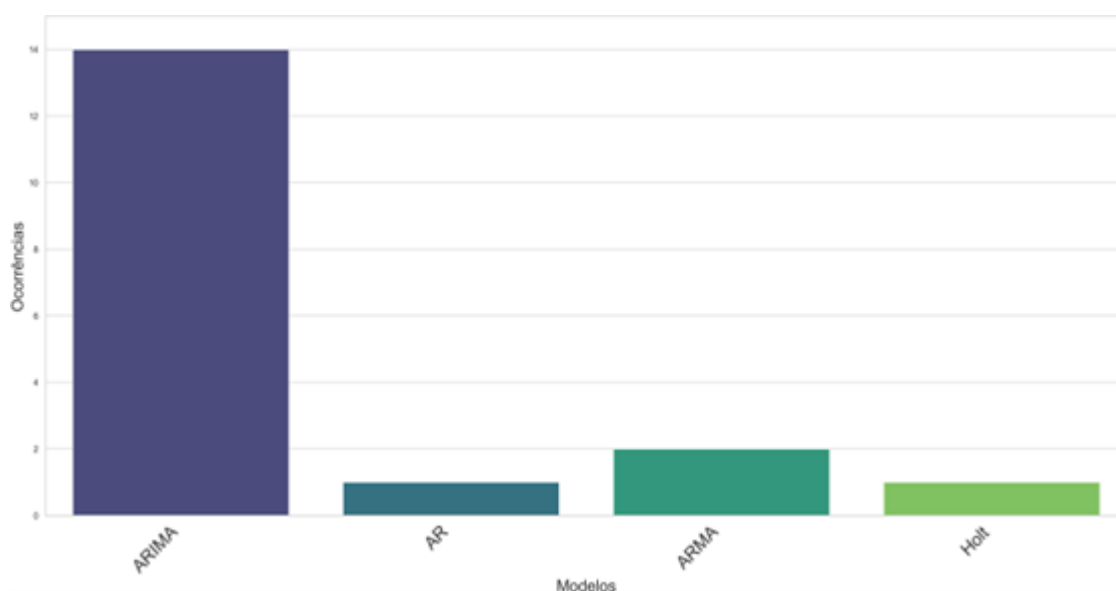
No que se refere à abordagem de natureza linear para os métodos híbridos, observa-se que as pesquisas incorporaram modelos tradicionais. Primeiramente, muitas delas se inspiraram nas categorias Box & Jenkins, enquanto outras se inspiraram na categoria de suavização. Portanto um resultado análogo a abordagem de comparação. No primeiro contexto, destacam-se os trabalhos de Yu, Zhao e Tang (2014), Xu, Chen e Xu (2014), Mostafa e El-Masry (2016), E, Bao e Ye (2017), Chen et al. (2018), Dehghani e Zangeneh (2018), Li, Hu et al. (2020), Tang, Wu e Yu (2018), Li, Zhou et al. (2019), Li, Zhu e Wu (2019), Ling Lin et al. (2020), Huang e Deng (2021), Zou e He (2022), Kakade et al. (2023) e Tissaoui et al. (2023). No segundo caso, ressalta-se os trabalhos de (SUN, S. et al., 2018; ZHU et al., 2019). Uma outra observação é desenvolver modelos Híbridos com métodos de decomposição ou de otimização (GODARZI et al., 2014; YU; WANG; TANG, 2014; BILDIRICI; ERSIN, 2014; WANG, M. et al., 2020; CHAI et al., 2018; DENG; XIANG et al., 2019; ABDOLLAHI, 2020; LI; TANG; WANG, 2020; YU; WU et al., 2021; LI; QIAN et al., 2021; SU et al., 2022; WANG; HAO, 2022; LERTTHAWEEDECH; KANTAVAT; KIJSIRIKUL, 2022; WU, J. et al., 2023; SAGHI; JAHANGOSHAI REZAEE, 2023; WU, J. et al., 2023; HUANG, A. et al., 2023).

De maneira análoga às observações anteriores, o Gráfico 4 mostra as vezes em que os modelos lineares foram utilizados para compor um modelo híbrido. Neste contexto, considerou-se a ocorrência de cada modelo apenas uma única vez na construção da abordagem híbrida. Por exemplo, se um modelo ARIMA foi utilizado mais de uma vez em um estudo, registrou-se apenas uma ocorrência.

Destaca-se que, semelhante à abordagem de comparação, no caso híbrido os modelos ARIMA, AR e ARMA continuam sendo os mais utilizados, reforçando então a robustez da categoria Box & Jenkins para estudos de séries temporais.

Após essas análises iniciais, procedeu-se à visualização das palavras-chave dos artigos listados na Quadro 1. Para esta etapa, utilizou-se o *software R Studio* com a biblioteca *bibliometrix*. Dentre as várias funcionalidades disponíveis nesta biblioteca, optou-se pelo uso do mapa de palavras-chave, que identifica quais foram mais utilizadas pelos pesquisadores. Tal informação pode ser útil para futuros pesquisadores que desejem utilizar esta pesquisa como referência, ao selecionar palavras-chave que estão diretamente relacionadas e conectadas ao tema da pesquisa.

Gráfico 4 - Utilização dos modelos lineares – hibridização



Fonte: Autoria própria (2024)

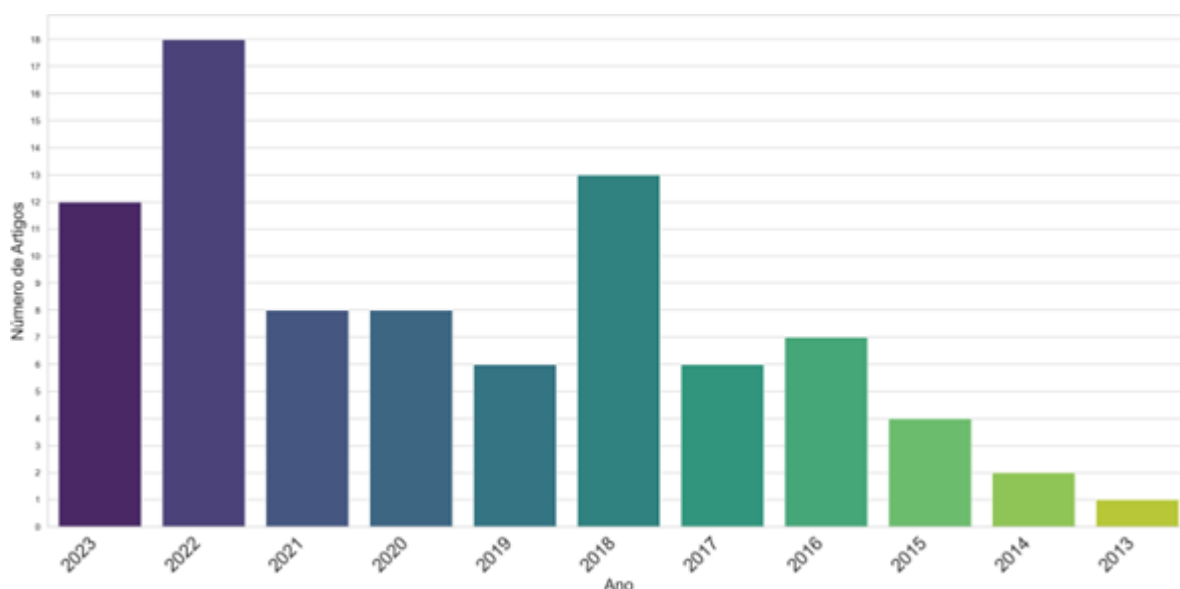
Após a visualização das palavras-chave mais utilizadas nos trabalhos, destacadas pela sua "visibilidade" conforme apresentado na Figura 2, observou-se também, com o Gráfico 5 a produção de artigos ao longo do período estabelecido de dez anos de investigação (2013-2023).

Figura 2- Palavras chaves mais utilizadas



Fonte: Autoria própria (2024)

Gráfico 5 - Produção anual de artigos



Fonte: Autoria própria (2024)

Observa-se que houve um aumento nas publicações ao longo dos anos, com destaque para 2022, que registrou o maior número de artigos publicados. Em contraste, 2013 foi o ano com menos publicações. Considerando que esta pesquisa foi iniciada antes do término de 2023, é provável que os números para este ano ainda apresentem um aumento.

Com as considerações desta seção foi possível observar que literatura tem evoluído nos últimos anos no que diz respeito aos modelos de previsão para o preço do petróleo bruto WTI. Neste contexto, percebe-se a utilização de modelos clássicos até a implementação de abordagens mais sofisticadas. Apesar da emergência de novas

técnicas, os modelos lineares continuam sendo amplamente utilizados, variando desde simples comparações até a formação de modelos híbridos. Notou-se também que, embora os modelos Ensemble representem uma metodologia promissora devido à sua capacidade de melhorar a precisão das previsões através da combinação de múltiplos modelos, eles ainda são pouco explorados na literatura específica foco deste estudo. Esta observação sugere uma oportunidade para futuras investigações.

1.4 Justificativa

Como observado na seção anterior, a literatura apresenta uma variedade de abordagens para a previsão dos preços do petróleo bruto, uma vez que entender a dinâmica desses preços é uma questão econômica e estratégica importante, influenciando políticas energéticas e o mercado financeiro global. Historicamente, os modelos lineares têm sido utilizados devido à sua simplicidade de aplicação e à relativa facilidade de interpretação dos parâmetros modelados. No entanto, a natureza não convencional e não linear dos preços muitas vezes torna inadequado o uso exclusivo de modelos lineares. Essa limitação revela uma oportunidade para a aplicação de outras técnicas, que podem oferecer insights mais precisos e robustos sobre a dinâmica dos preços. Portanto, o principal objetivo deste estudo é explorar e identificar padrões nos dados utilizando uma combinação de modelos, incluindo modelos Ensemble, para ajustar um modelo capaz de prever padrões temporais futuros com maior acurácia e confiabilidade. Neste contexto, este trabalho propõe uma abordagem que utiliza técnicas de ensembles para melhorar a acurácia das previsões, superando os modelos lineares individuais. A utilização de Ensembles em séries temporais envolve, essencialmente, a combinação de múltiplos modelos preditivos, formando assim uma nova abordagem que geralmente apresenta desempenho superior em comparação com qualquer caso individual. Esta vantagem é possível porque os Ensembles podem capturar representações dos dados aumentando a capacidade de generalização, além do potencial natural de reduzir a variabilidade dos dados previstos.

Conforme mencionado anteriormente, existem diversas estratégias para combinar as saídas de modelos preditivos, que variam desde abordagens simples, como médias, medianas ou médias ponderadas, até métodos mais sofisticados. As contribuições de Yu e Ma (2021) e Fathalla et al. (2023), discutidas na seção anterior, ilustram a eficácia dessas técnicas simples, destacando-se por baixo custo computacional e facilidade de implementação. Alternativamente, técnicas mais avançadas, como a aplicação da pseudo-inversa de Moore-Penrose e o uso de algoritmos de otimização (metaheurísticas) para ajustar dinamicamente os pesos dos Ensembles com base no

desempenho individual de cada modelo, podem também levar a resultados significativamente superiores em comparação com os modelos individuais. Estas abordagens apresentam potencial para a melhoria da precisão das previsões, justificando a exploração e a aplicação dessas técnicas.

Contudo, o desafio na aplicação dos Ensembles reside na seleção e parametrização adequada dos modelos individuais que servirão de base para o desenvolvimento dos Ensembles. Além disso, a escolha do método de combinação para o Ensemble adequado pode ser crucial para garantir uma boa generalização quando os modelos são combinados.

A aplicação deste estudo pode ser benéfica para gestores, investidores e formuladores de políticas públicas. Do ponto de vista acadêmico, ele não apenas proporciona um entendimento aprofundado sobre modelos Ensembles no contexto de uma variável econômica significativa, mas também incentiva sua aplicação em outros setores da sociedade. Esta extensão é viável desde que os dados em consideração apresentem características apropriadas para análise em séries temporais.

2 ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS

Uma ampla variedade de fenômenos naturais pode ser descrita e analisada utilizando modelos de séries temporais (MORETTIN; TOLOI, 2004). Exemplos práticos incluem o monitoramento de processos de produção, análise do consumo de energia, controle de qualidade, avaliação dos tempos de ciclo de operações, previsão de falhas em equipamentos, análise de flutuações nos preços de matérias-primas e previsão da demanda por produtos. Essas aplicações se estendem a diversos outros setores da economia (MORETTIN; TOLOI, 2004).

Neste sentido, tem-se os dois principais tipos de petróleo comercializados globalmente: em primeiro lugar o WTI, originário do estado do Texas e transacionado na Bolsa de Nova York (NYMEX); e o petróleo Brent, extraído do Mar do Norte, mas também proveniente do Oriente Médio, África, Europa e Noruega (MEEK; HOELSCHER, 2023). A precificação de ambos está sujeita às influências especulativas do mercado global de commodities (TIWARI et al., 2023).

Considerando sua importância no panorama global, especialmente em termos de industrialização, a qual afeta diretamente o progresso econômico das nações, os preços do petróleo exercem um papel crucial. Especificamente, as oscilações no custo do petróleo bruto impactam nos preços dos bens comercializados internacionalmente (SUN; WANG; JIA, 2023). Isto é evidente nos custos associados ao comércio internacional, no qual os preços dos insumos de produção são impactados, visto que o petróleo serve como matéria-prima essencial para diversos setores produtivos (LONG; LIANG, 2018; XU; FU; WANG, 2022).

Com essas considerações, percebe-se que são várias as análises a serem feitas sobre o preço do petróleo, sendo importante considerar como eles impactam diversos setores da sociedade. No entanto, neste estudo, a análise de séries temporais será focada apenas em avaliar alguns modelos preditivos para o preço do petróleo bruto do tipo WTI.

Para a análise de séries temporais, duas abordagens metodológicas predominam. A primeira envolve a construção de modelos preditivos focados no domínio temporal, classificados como modelos paramétricos, que são caracterizados por possuir um número finito de parâmetros (MORETTIN; TOLOI, 2004). Esta categoria inclui os modelos lineares Box & Jenkins e de Suavização, que serão explorados detalhadamente nesta pesquisa.

No contexto da primeira abordagem mencionada, é crucial que se cumpram várias etapas fundamentais, particularmente no que diz respeito aos modelos lineares conhecidos como Box & Jenkins. Esses modelos exigem a execução de diversas fases: inicialmente, a observação detalhada dos dados para entender suas características fundamentais,

seguida pelo pré-processamento, que prepara os dados para análise ao corrigir anomalias ou eventuais dados espúrios; a seleção dos atrasos (lags) mais relevantes, que são essenciais para capturar a dinâmica temporal das observações; e, finalmente, a determinação dos coeficientes dos modelos, que quantificam as relações entre os atrasos selecionados e as variáveis preditas (SIQUEIRA, 2013).

A segunda abordagem opera predominantemente no domínio das frequências. Dentro deste contexto, a análise espectral se destaca por decompor a série em componentes de frequência, em que o fator espectro se faz valer, oferecendo ampla aplicabilidade em diversas áreas, como as ciências físicas e a engenharia (MORETTIN; TOLOI, 2004).

2.1 Séries temporais

Uma Série Temporal pode ser definida como uma coleção de dados sequenciados ao longo do tempo $(x_1, x_2, 3 \dots x_n)$ (MONTGOMERY D.; JENNINGS C.L.; KULACHI, 2008; REIS FILHO; MARCACINI; REZENDE, 2022).

Neste caso, diferentemente dos modelos de regressão em que a ordem dos dados passados ou históricos não tem importância, para as séries temporais esta ordem é importante e não deve ser alterada, tendo em vista a dependência estatística entre as amostras temporalmente mais próximas.

Os autores Box, Jenkins e Reinsel (2008) em sua obra, fazem uma definição formal para as séries temporais de modo que, um conjunto de observações $\mathbb{Z}$ de uma variável aleatória x_t em $\mathbb{Z}$, t pertencente a T , que é um subconjunto de $\mathbb{R}$, geradas sequencialmente no tempo, sendo $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais e T um subconjunto arbitrário. Neste contexto, a modelagem de séries temporais é valorizada por sua capacidade de prever valores futuros de variáveis, permitindo a geração de sequências sintéticas que são estatisticamente robustas e probabilisticamente válidas (QI; ZHANG, 2008). Esta pode apresentar características, tais como a não-linearidade dos dados que implica em variância e média não constantes (MORETTIN; TOLOI, 2004).

Das componentes usualmente detectadas em séries temporais, pode-se elencar:

- **Tendência:** refere-se a um padrão de longo prazo observado nos dados de uma série temporal que mostra um aumento ou diminuição sistemática. Isso significa que, ao longo do tempo, os valores da série podem crescer, diminuir ou até manter um padrão estável. A tendência pode ser causada por uma variedade de fatores, como crescimento econômico, inflação, aumento da população,

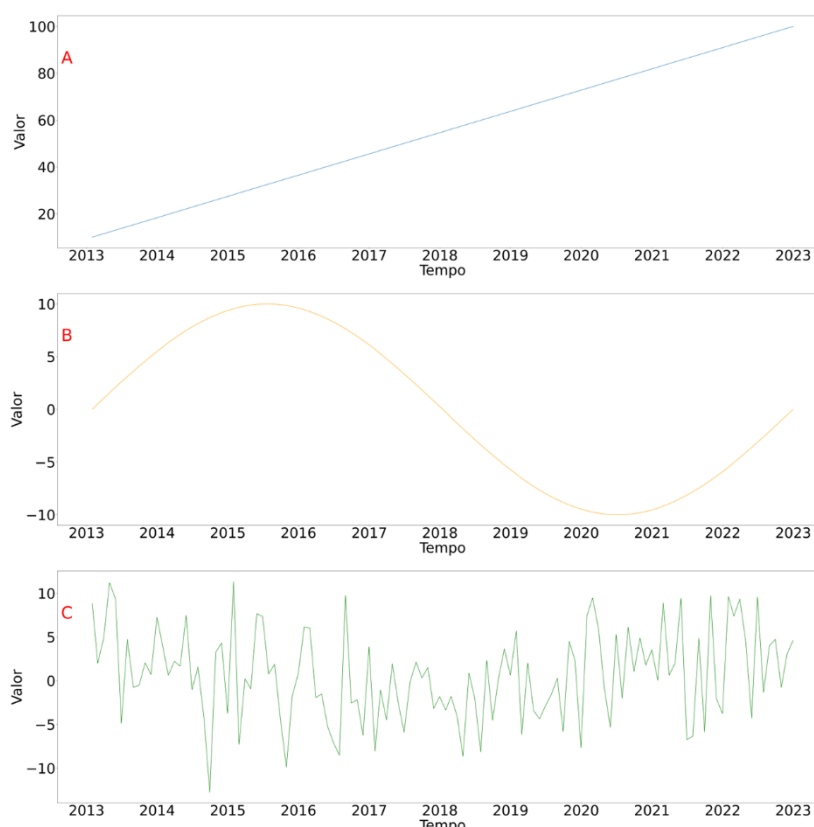
entre outros. Identificar a tendência é essencial para entender a direção geral dos dados ao longo do tempo;

- Sazonalidade: indica variações regulares e previsíveis que ocorrem em um período específico, como diariamente, semanalmente, mensalmente ou sazonalmente. Essas variações são influenciadas por fatores que se repetem em intervalos regulares devido a comportamentos, eventos ou influências ambientais;
- Ruído: refere-se às flutuações aleatórias que são irregulares e imprevisíveis. O ruído é o componente de uma série temporal que não pode ser diretamente atribuído à tendência ou à sazonalidade. É frequentemente considerado como o "erro" ou a "variação residual" que não pode ser explicada pelos modelos usuais de previsão. Podem ser classificados como espúrios.

É válido lembrar que para modelar estas componentes a literatura apresenta modelos clássicos de decomposição como é o caso de decompor a série na forma aditiva ou multiplicativa. Neste caso considera-se a série como uma combinação destas componentes. Ainda, é possível trabalhar com modelos estatísticos/econométricos que modelem tais comportamentos. O Gráfico 6 destaca o comportamento das componentes mencionadas anteriormente.

A análise do Gráfico 6 revela que, neste exemplo, a tendência, representada com a primeira sub-gráfico (A), apresenta um crescimento linear contínuo ao longo do tempo. Quanto à componente sazonal, segunda sub-gráfico (B), observa-se um comportamento cíclico com periodicidade anual. Por último, a componente de ruído, sub-gráfico (C), é caracterizada por flutuações aleatórias distribuídas em torno de zero (ruído branco).

É crucial enfatizar que o processo ilustrado com o Gráfico 6 corresponde a uma simulação puramente teórica, projetada exclusivamente para demonstrar visualmente o comportamento e as características dessas componentes. Na aplicação prática, esses comportamentos nem sempre são evidentes ou intuitivos, especialmente em séries temporais que são influenciadas por variáveis exógenas, sendo elas quantitativas ou qualitativas.

Gráfico 6 - Componentes de uma série temporal

Fonte: Autoria própria (2024)

Outro fator crítico é o conceito de estacionariedade de séries temporais que possui relação com as componentes citadas anteriormente. As chamadas séries estacionárias têm a característica de média constante, variância constante e autocovariância e não depende do tempo, refletindo um comportamento mais estável dos dados, o que para a modelagem, sobretudo os métodos de *Box & Jenkins*, é condição *sine qua non* (CHYON et al., 2022).

2.2 Estacionariedade

Como mencionado na Seção anterior as séries temporais possuem normalmente componentes que podem, dependendo da modelagem escolhida, comprometer a qualidade dos resultados das previsões. Neste caso, parte-se do princípio que toda série temporal não é estacionária.

Alguns autores, como De Losso da Silveira Bueno (2012) relatam que no campo da Economia séries de crescimento do PIB e retorno de ações, por exemplo, costuma ser estacionárias. Por outro lado, índices de preços e nível de produtos, são exemplos clássicos de séries não estacionárias.

Como relatado por Morettin e Tolo (2004), a estacionalidade da série pode variar ao longo do tempo, ou seja, em períodos longos a série é estacionária ou em períodos

curtos ela pode ser estacionária, mudando de nível ou inclinação. Ainda segundo os mesmos autores, este tipo de comportamento pode ser chamado de homogêneo, de modo que a série é estacionária por um determinado tempo dentro de um nível, mas depois ela pode flutuar em torno de um outro, e assim por diante.

Partindo do princípio que as séries temporais sejam não estacionárias, Box, Jenkins e Reinsel (2008) discutem que a forma mais comum (clássica) em torná-las estacionária quando há presença da componente de tendência é realizar diferenciações. Deste modo, deve-se tomar diferenças sucessivas da série em estudo até se obter a versão estacionária. A primeira diferença de $Z(t)$ é definida com a Equação 1:

$$\Delta Z(t) = Z(t) - Z(t - 1) \quad (1)$$

A segunda diferença pode ser escrita com a Equação 2

$$\Delta^2 Z(t) = \Delta[\Delta Z(t)] = \Delta Z(t) - Z(t - 1) \quad (2)$$

ou seja, com a Equação 3

$$\Delta^2 Z(t) = Z(t) - 2Z(t - 1) + Z(t - 2) \quad (3)$$

De maneira geral a n -ésima diferença de $Z(t)$ pode ser escrita com a Equação 4

$$\Delta^n Z(t) = \Delta^n [\Delta^{n-1} Z(t)] \quad (4)$$

É válido lembrar que utilizar-se entre uma ou duas diferenças pode ser suficiente para tornar as séries estacionárias. Neste sentido, garantir a estacionariedade é imprescindível para que possa realizar boas inferências nos coeficientes dos parâmetros dos modelos com base na realização de um processo estocástico (DE LOSSO DA SILVEIRA BUENO, 2012).

2.3 Processos estocásticos

Segundo Morettin e Toloi (2004), um processo estocástico é definido como uma família $X = \{x_t, t \in T\}$, em que para cada $t \in T$, x_t é uma variável aleatória (v.a.). Supondo que $T \subset \mathbb{Z}^+$, sendo este o conjunto dos números inteiros positivos, as observações que caracterizam uma série temporal podem ser descritas por uma

v.a. $\{x_t\} t \in T$, com função de probabilidade conjunta $f p (.) (x_1, x_2, \dots, x_n)$ conforme descreve (BOX; JENKIS et al., 2015).

Um processo estocástico $X = \{x_t, t \in T\}$ é considerado estritamente estacionário (ou fortemente estacionário) quando todas as distribuições de probabilidade $f (.)$ (dos elementos de X permanecem inalteradas sob deslocamentos τ no tempo, como apresenta a Equação 5.

$$F (x_1, \dots, x_n; t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau) = F (x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) \quad (5)$$

para todo $t_1, t_2, \dots, t_n \tau \in T$ (MORETTIN; TOLOI, 2004).

De maneira equivalente, uma série temporal é considerada estritamente estacionária quando a origem do tempo é deslocada por τ unidades e a distribuição de probabilidade permanece constante, uma vez que ela depende apenas dos intervalos entre tk e $tk+1$.

Um processo estocástico $X = \{x_t, t \in T\}$ é considerado estacionário de segunda ordem (ou fracamente estacionário) se e somente se:

- Média: A média é constante: $E = \mu t = \mu$, para todo $t \in T$;
- Variância: A variância é constante: $Var = E = \sigma^2$, para todo $t \in T$;
- Covariância: A covariância $Cov = E = \gamma k$ é uma função exclusiva de k .

2.4 Ferramentas de análises de series temporais

2.4.1 Autocovariância e autocorrelação

A autocovariância e a autocorrelação quantificam a relação até a segunda ordem entre duas observações consecutivas. Estas observações, distanciadas por um intervalo fixo k , são representadas por x_t e x_{t+k} . A covariância entre x_t e x_{t+k} é conhecida como autocovariância de ordem k e pode ser expressa pela Equação 6.

$$\gamma k = E[(x_t - \mu)] \quad (6)$$

em que γk é a autocovariância de passo k e μ representa a média.

De forma similar, a autocorrelação de passo k pode se expressão pela Equação 7.

$$\rho k = \frac{E[(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu)]}{\sqrt{E[(x_t - \mu)^2] E[(x_{t+k} - \mu)^2]}} = \frac{\gamma k}{\sigma^2} \quad (7)$$

Neste caso, se $\sigma^2 = \gamma_0$, pode-se reescrever a Equação 7, com uma nova Equação 8.

$$\rho k = \frac{\gamma k}{\gamma_0} \quad (8)$$

Como relatado na Seção 2.3, processos fracamente estacionários possuem variância igual para t e $t + k$, o que resulta em $\rho_0 = 1$ (BOX; JENKIS et al., 2015).

2.4.2 Tendência e sazonalidade

Conforme mencionado no início da Seção 2, as séries temporais podem incluir componentes, a saber: tendência, sazonalidade e ruído. Neste contexto, conforme descrito por Morettin e Toloi (2004), uma série temporal Z_t , $t = 1, \dots, N$, pode ser decomposta conforme apresenta a Equação 9.

$$Z_t = T_t + S_t + a_t \quad (9)$$

em que $T_t + S_t$ representam a tendência e sazonalidade, respectivamente, enquanto a_t representa a aleatoriedade, neste caso, caracterizada por ter média zero e variância constante σ_a^2 . Se a_t for um ruído branco, considerando a_t como um processo estacionário, resulta que Z_t , de modo geral, será uma série não estacionária.

Ao considerar por exemplo que a componente sazonal S_t não esteja presente, o modelo a ser considerado pode ser descrito como a Equação 10.

$$Z_t = T_t + a_t \quad (10)$$

de modo que a_t é um ruído branco, com variância σ_a^2 .

De maneira análoga, mas agora considerando a sazonalidade é possível escrever o modelo na sua forma aditiva ou multiplicativa. Neste caso, a Equação 11 apresenta o modelo na sua forma multiplicativa.

$$Z_t = T_t \cdot S_t \cdot a_t \quad (11)$$

Neste contexto, os autores Morettin e Toloi (2004) mencionam várias técnicas para tratar a tendência, tais como: ajustar uma função do tempo com um polinômio, uma exponencial ou outra função que suavize t ; filtrar os valores da série; e, por fim, suavizar os valores da série mediante o uso de vários ajustes de retas por meio de mínimos quadrados ponderados (*lowess*)².

Ainda é possível observar outras técnicas de remoção de tendência e sazonalidade em séries temporais, como os filtro de suavização Savitzky-Golay e funções logísticas duplas, decomposição sazonal por *lowess*, a decomposição clássica separando as séries em suas componentes de tendência sazonalidade e ruído, ou ainda utilizar uma média móvel com uma janela específica (KARAMI et al., 2012; HU et al., 2023; KUMAWAT; KHAPARDE, 2024).

Em estudos correlatos, a indução da estacionariedade, através da remoção de tendência e sazonalidade, foi alcançada mediante a aplicação de técnicas como diferenciação e dessazonalização dos dados, conforme descrito por Deina et al. (2023). Similarmente, Barchi et al. (2024) adotaram a diferenciação para eliminar tendências e sazonalidades, assegurando assim a estacionariedade dos dados.

Especificamente em relação a comportamento sazonal com o objetivo de estabilizar a variância e neutralizar o efeito sazonal, alguns autores como Morettin e Toloi (2004), Marrocu (2006), Lütkepohl e Xu (2012), Montgomery, Jennings e Kulahci (2015), Salles et al. (2019) e Sirisha, Belavagi e Attigeri (2022) relatam o uso de funções logarítmicas para garantir tais premissas, sobretudo quando os dados são oriundos de naturezas econômicas.

Conforme mencionado na Seção 2.2, o procedimento clássico para tornar uma série estacionária quando possui tendência envolve a aplicação de uma ou n

² A sigla significa *locally weight regression scatter plot smothing*, ou seja suavizações feitas por meio de sucessivos ajustes de retas de mínimos quadrados ponderados a subconjuntos de dados.

diferenciações nos dados. Contudo, dependendo da natureza dos mesmos, é viável combinar este método com outras técnicas, como é o caso da transformação logarítmica e da média móvel, conforme abordado neste trabalho (SALLES et al., 2019; PETELIN; CENIKJ; EFTIMOV, 2023). Pela Equação 12 aplica-se o logaritmo na série $Z(t)$. Já para a média móvel tem-se a Equação 13. Por fim, a Equação 14 mostra a diferenciação de primeira ordem.

$$L(t) = \log(Z(t)) \quad (12)$$

neste caso $L(t)$ será valor do logaritmo de $Z(t)$ representa a série temporal no tempo t .

$$M(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=t-n+1}^t L(i) \quad (13)$$

neste caso $M(t)$ representa o valor da média móvel no tempo t . A média móvel é calculada como a média dos valores $L(i)$ com uma janela de N períodos. Já i representa a iteração sobre todos os pontos na janela de N períodos.

Aplicando-se então uma diferenciação utilizando a Equação 1, tem-se:

$$\Delta = (L(t) - M(t)) - (L(t-1) - M(t-1)) \quad (14)$$

Unindo todas as partes, a transformação completa da série temporal incluindo o logaritmo, média móvel e diferenciação é representado por Δ .

Após a aplicação destas transformações, a literatura apresenta testes estatísticos que garantem a verificação das transformações realizadas nas séries temporais. A próxima seção apresenta algumas das técnicas existentes.

2.4.3 Teste para tendência e sazonalidade

Conforme apresentado por Morettin e Tolo (2004), a presença de uma tendência pode ser comprovada usando o teste de Cox-Stuart, apresentado no Quadro 3.

Quadro 3 - Teste não paramétrico para a tendência

Teste	p	Descrição
H_0	$> 5\%$	Não constatada presença de tendência
H_1	$< 5\%$	Constatada presença de tendência

Fonte: Adaptado de (MORETTIN; TOLOI, 2004)

Para identificar a presença de sazonalidade os mesmos autores mencionam o teste de Friedman, que, assim como o anterior, considera duas hipóteses como apresenta o Quadro 4.

Quadro 4 - Teste não paramétrico para a sazonalidade

Teste	p	Descrição
H_0	$> 5\%$	Não constatada presença de sazonalidade
H_1	$< 5\%$	Constatada sazonalidade na série

Fonte: Adaptado de (MORETTIN; TOLOI, 2004)

Após a aplicação dos testes apresentados verificando a presença das componentes de tendência e sazonalidade, sobretudo para os modelos autorregressivos, é necessário, garantir o princípio da estacionariedade. Neste sentido, existem alguns testes específicos para tal operação.

2.4.4 Verificação da estacionariedade – raiz unitária

O Teste de *Dickey-Fuller* Aumentado (ADF) Dickey e Fuller (1979) é utilizado para detectar a presença de uma raiz unitária em séries temporais, o que é uma indicação de não estacionariedade. A Equação 15 representa o teste ADF em sua forma simplificada.

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \epsilon_t \quad (15)$$

em que Δy_t representa a primeira diferença da série temporal, $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$, λy_{t-1} é o coeficiente para y_{t-1} (o lag de y por um período), sendo o principal foco do teste e ϵ_t é o termo de erro.

A hipótese nula (H_0) para o teste é que $\lambda = 0$, o que indica a presença de uma raiz unitária (série não estacionária). Por sua vez, a hipótese alternativa H_1 é que não há nenhuma raiz unitária e consequentemente $\lambda < 0$.

2.4.5 Modelos para previsão do preço do petróleo bruto

Esta seção apresenta os métodos de previsão utilizados neste trabalho, os quais estão organizados em três categorias: Modelos de Suavização Exponencial, iniciando com os Métodos de Suavização Exponencial Simples, Modelo de Holt,

Modelo de Holt- Winters e suas variações Aditivas e Multiplicativas; Modelos baseados na metodologia de Box & Jenkins, sendo eles, Modelo Autorregressivo $AR(p)$, Modelo de Médias Móveis $MA(q)$, Modelo Autorregressivo de Médias Móveis $ARMA(p,q)$, Modelo Autorregressivo de Médias Móveis Integrado $ARIMA(p,d,q)$ e, por fim, os Ensembles.

2.4.5.1 Modelos de suavização exponencial

Grande parte dos modelos utilizados para a previsão em séries temporais parte do pressuposto de que as observações anteriores contêm informações cruciais acerca do padrão de comportamento da série temporal (WHEELWRIGHT; MAKRIDAKIS; HYNDMAN, 1998). Tal premissa é especialmente evidente nos Modelos de Box & Jenkins, que serão abordados subsequentemente após a discussão sobre os modelos de suavização.

Os modelos de suavização têm como objetivo distinguir o padrão presente nas observações da série temporal, eliminando possíveis ruídos, e utilizar esse padrão para realizar previsões dos valores futuros da série temporal (WHEELWRIGHT; MAKRIDAKIS; HYNDMAN, 1998).

Neste sentido, segundo Hyndman e Khandakar (2008), dentre os modelos que tratam dessas causas de flutuações em séries temporais, destacam-se os modelos de suavização. Para tal, estas técnicas assumem que valores extremos no conjunto de dados são tratados como comportamentos aleatórios e, assim, por meio da suavização desses extremos, pode-se identificar qual o padrão básico de comportamento que poderá "suavizar" estas amostras. Além disso, estes apresentam um baixo custo computacional e simplicidade de implementação, como será observado nesta seção.

2.4.5.2 Suavização exponencial simples (SES)

A Suavização Exponencial Simples (SES) faz parte de um conjunto de métodos que são característicos da suavização dos dados, aplicando valores ou pesos que não correspondem necessariamente aos valores fundamentais da série temporal (GARDNER, 2006; SAPUTRA; AZIZ; HARJITO, 2016).

Considere uma série temporal $Z_1, \dots, Z_n$. Assim, pode-se escrever um modelo SES matematicamente com a Equação 16 (SAPUTRA; AZIZ; HARJITO, 2016):

$$\bar{Z}_t = \alpha Z_t + (1 - \alpha) \bar{Z}_{t-1}, Z_{t_0} = Z_{t_1}, \quad t = 1, \dots, N \quad (16)$$

em que Z_t representa o valor suavizado, α é a constante de suavização (sabendo que $0 < \alpha < 1$), e Z_t é o valor atual observado na série temporal. Valores de α próximos de zero indicam que as previsões são mais lentas e o modelo não reage rapidamente às mudanças nos dados. Em contraste, valores de α próximos de um significam que o modelo responde mais rapidamente às mudanças recentes na série temporal. Neste caso, o modelo atualiza a componente de nível rapidamente para cada observação utilizando a constante α .

Neste sentido pode-se escrever a previsão para o modelo SES com a Equação 17.

$$\hat{Z}_t(h) = \bar{Z}_t, \forall h > 0 \quad (17)$$

em que $\hat{Z}_t(h)$ representa a previsão no tempo t para um horizonte de previsão h , a qual pode ser interpretada como uma Equação de atualização de previsão ao obter um novo dado ou observação.

Após a definição para a modelagem de um modelo SES e como ele pode ser apresentado em termos de previsões, a próxima seção apresentará o modelo de Holt, que se comporta como uma extensão do modelo de suavização.

2.4.5.3 Moldelo de Holt

Os modelos de Suavização Exponencial de Holt (SEH), nesta pesquisa denominado como Holt, são amplamente utilizados em séries temporais, especialmente quando apresentam um comportamento de tendência linear (HYNDMAN; KHANDAKAR, 2008), pois diferentemente do modelo anterior SES que "apenas" suaviza a série, este preocupa-se em modelar a tendência. Suas respectivas Equações podem ser descritas por 18, 19 e 20.

$$\bar{Z}_t = \alpha Z_t + (1 - \alpha) (\bar{Z}_{t-1} + T_{t-1}), 0 < \alpha < 1, t = 2, \dots, N \quad (18)$$

$$\hat{T}_t = \beta (\bar{Z}_t - \bar{Z}_{t-1}) + (1 - \beta) T_{t-1}, 0 < \beta < 1, t = 2, \dots, N \quad (19)$$

neste caso β é o coeficiente de suavização para a estimativa da tendência. Para valores pequenos de β faz com que o modelo realize os ajustes lentamente em relação a tendência. Por outro lado, valores mais elevados indicam que o modelo está reagindo

rapidamente às mudanças dos dados, indicando que a tendência na série está mudando rapidamente.

Assim, pode-se escrever a Equação 20 para a previsão do modelo em $Z_t(h)$ com origem em t .

$$\widehat{Z}_t(h) = \overline{Z}_t + h\widehat{T}_t, \forall h > 0 \quad (20)$$

Após a definição para a modelagem de um modelo SES e como ele pode ser apresentado em termos de previsões, a próxima seção apresentará o modelo de *Holt-Winters*, que possui a capacidade de modelar a sazonalidade na forma aditiva ou multiplicativa.

2.4.5.4 Modelo de Holt – Winters

De acordo com Hyndman R.J; Athanasopoulos (2021), o modelo de *Holt-Winters*, também conhecido como método de tripla suavização, é normalmente utilizado para dados que apresentam comportamento de tendência, nível e sazonalidade. Para estas componentes são estimados coeficientes que normalmente decaem ao longo do tempo, caracterizando assim uma média móvel ponderada dos dados, sendo que estes podem variar entre 0 e 1. Este método possui duas variações, o Método Aditivo e Multiplicativo.

Método Aditivo de Holt-Winters: a estimativa dos componentes do modelo pode ser expressa pelas Equações 21, 22 e 23:

$$\widehat{F}_t = \varphi(Z_t - \overline{Z}_t) + (1 - \varphi)\widehat{F}_{t-s}, 0 < \varphi < 1 \quad (21)$$

$$\overline{Z}_t = \alpha(Z_t - \overline{Z}_t) + (1 - \alpha)\widehat{F}_{t-s}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (22)$$

$$\widehat{T}_t = \beta(\overline{Z}_t - \overline{Z}_{t-1}) + (1 - \beta)\widehat{T}_{t-1}, 0 < \beta < 1 \quad (23)$$

de modo que, para esta pesquisa, utilizou-se a sazonalidade φ , considerando $0 < \varphi < 1$. Um valor de φ próximo de 1 para a constante sazonal representa uma resposta mais rápida às mudanças nos padrões sazonais, sendo indicado quando a sazonalidade pode mudar rapidamente. Por outro lado, valores de φ próximos de 0 indicam que a sazonalidade

está se ajustando lentamente, o que pode ser adequado quando os padrões sazonais permanecem estáveis.

Modelo Sazonal Multiplicativo: O método pode ser apresentado usando as Equações 24, 25 e 26.

$$\widehat{F_t} = \varphi \left(\frac{Z_t}{\overline{Z}_{t-s}} \right) + (1 - \varphi) \widehat{F}_{t-s} \quad 0 < \varphi < 1 \quad (24)$$

$$\widehat{Z}_t = \alpha \left(\frac{Z_t}{\widehat{F}_{t-s}} \right) + (1 - \alpha) (\overline{Z}_{t-1} \cdot T_{t-1}) \quad 0 < \alpha < 1 \quad (25)$$

$$T_t = \beta \left(\frac{Z_t}{\overline{Z}_{t-1}} \right) + (1 - \beta) T_{t-1}, \quad 0 < \beta < 1, \quad (26)$$

Neste sentido, os modelos de suavização possuem a capacidade de modelar a série temporal ajustando o nível com o coeficiente α . O ajuste da tendência pode ser realizado com o coeficiente β e, por fim, a componente sazonal pode ser modelada de forma aditiva ou multiplicativa com o coeficiente φ .

2.4.5.5 Modelos *Box & Jenkins*

Os modelos da família Box & Jenkins com destaque para o autorregressivo de médias móveis integrado - ARIMA (p, d, q) - desenvolvidos por Box, Jenkins et al. (2015) ganharam notoriedade pela capacidade de lidar com a modelagem de várias situações envolvendo séries temporais devido à sua precisão na realização de previsões (HYNDMAN R.J; ATHANASOPOULOS, 2021; THEERTHAGIRI; RUBY, 2023). A seguir discute-se alguns dos representantes deste grupo.

2.4.5.6 Modelo autorregressivo AR(p)

O primeiro modelo a ser discutido é o Autorregressivo de ordem p , conhecido como AR(p), que utiliza p atrasos (*lags*) temporais como entradas para prever futuras observações. Este modelo pode ser representado pela combinação linear $Z_{t-1} + \dots + Z_{t-p}$ dos termos passados da série temporal, considerando a multiplicação pelos coeficientes.

ϕp e adicionando um termo de ruído branco gaussiano a_t (SIQUEIRA; BOCCATO et al., 2014; HAYKIN, 2014).

O AR (p) é baseado em uma abordagem determinística, utilizando as equações de Yule – Walker para estimar seus coeficientes, de modo a minimizar o erro entre os dados

observados e as previsões geradas pelo modelo (BOX; JENKIS et al., 2015). A Equação 27 representa o modelo.

$$\hat{Z}_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + at \quad (27)$$

neste contexto, ϕ_p é o coeficiente de ponderação para o atraso de $p \in \{1, 2, \dots, P\}$.

Note que a aplicação direta deste modelo exige a estacionariedade dos dados.

2.4.5.7 Modelo autorregressivo de médias móveis MA(q)

Enquanto o modelo anterior caracteriza-se com a combinação linear dos atrasos, o modelo de médias móveis MA (q) é representado pela Equação 28 combina choques aleatórios retardados, os quais são modelados como os erros temporais de previsões anteriores ponderados por parâmetros livres θ_q para fazer novas previsões (SIQUEIRA; BOCCATO et al., 2014).

$$Z_t = -\theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} - \dots - -\theta_q Q + at \quad (28)$$

em que θ_q representam os parâmetros livres e $q \in \{1, 2, \dots, Q\}$.

Diferentemente do caso AR, não há fórmula fechada para determinação dos parâmetros deste modelo (SHADAB; AHMAD; SAID, 2023). Deve-se resolver um sistema não-lineares de equações. Uma alternativa é lançar mão do estimador de máxima verossimilhança (BOX; JENKIS et al., 2015; SIQUEIRA; BOCCATO et al., 2014).

2.4.5.8 Modelo autorregressivo de médias móveis ARMA(p,q)

Conhecendo os componentes relacionados à autorregressão AR e médias móveis MA o Modelo Autorregressivo de Médias Móveis - ARMA (p,q) pode ser descrito como uma extensão dos anteriores (SHADAB; AHMAD; SAID, 2023; SIQUEIRA; BOCCATO et al., 2014). Análogo ao modelo MA não existe uma forma fechada para estimar os seus coeficientes. A Equação 29 descreve o modelo:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-p} + \phi_2 Z_{t-p-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p-p+1} - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} + at \quad (29)$$

2.4.5.9 Modelo autorregressivo de médias móveis integrado ARIMA (p, d, q)

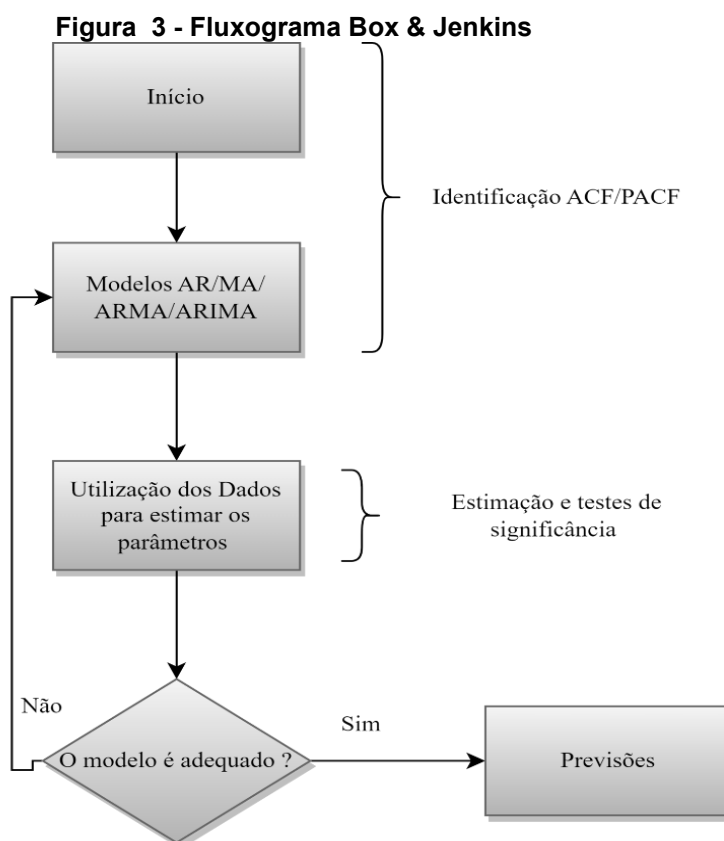
Considerando um modelo ARMA (p, q), mas com uma ordem de diferenciação d , caso necessário para remoção da componente de tendência da série, Almasarweh e Wadi (2018) relatam a necessidade de torná-la estacionária removendo esta componente. A Equação 30 representa um modelo ARIMA (p, d, q):

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_t \quad (30)$$

Neste contexto, a Equação 30 representa a aplicação direta do modelo, em que p é a ordem do componente autorregressivo, d é o grau de diferenciação e q é a ordem do componente de média móvel. Este permite modelar os choques aleatórios do processo MA utilizando o erro da previsão do passo anterior ε_{t-1} , considerando cada período no tempo. Em outras palavras, $\varepsilon_t = at$.

2.4.5.10 Etapas de implementação modelo Box & Jenkins classico

De maneira simplificada a Figura 3 apresenta as etapas principais para a construção de um modelo *Box & Jenkins*.



Fonte: Adaptado de Gairaa et al. (2016)

Com a Figura 3 em relação as condições de estacionaridade por exemplo não foi relatado. Mas como mencionado nesta seção, são etapas fundamentais para alguns

modelos que não tem a capacidade de lidar "sozinhos" com eventuais componentes que podem não induzir a estacionariedade. Neste sentido, na Seção 5.2.1 será apresentado detalhadamente como foram abordadas estas etapas.

Após a definição dos modelos e das etapas a serem seguidas, a próxima seção apresentará algumas ferramentas bio-inspiradas que foram combinadas com o modelo ARMA na fase de estimação dos coeficientes, conforme ilustrado na Figura 3.

3 FERRAMENTAS BIOINSPIRADAS DE OTIMIZAÇÃO

Nesta seção, apresentamos os algoritmos utilizados na otimização dos modelos ARMA (p, q), valendo-nos de duas estratégias distintas: Algoritmos Genéticos (AG) e Otimização por Enxame de Partículas (PSO). O detalhamento de como esses algoritmos foram aplicados ao problema em questão será fornecido na Seção 5.2.5. Além disso, utilizou-se estes algoritmos como o otimizador de um Ensemble, que será detalhado na Seção 5.2.6.

3.1 Algoritmos genéticos

A otimização usando AG é uma das abordagens mais utilizadas entre os algoritmos inspirados em processos biológicos. Esses baseiam-se nos princípios da teoria da evolução de Darwin (KENNEDY; EBERHART, 1995; CORTEZ; ROCHA; NEVES, 2012; BINITHA; SATHYA et al., 2012), modelando comportamentos biológicos para resolver problemas de otimização. Foram inicialmente introduzidos por Holland (1975) e, posteriormente, refinados por Goldberg (1989) e Michalewicz e Schoenauer (1996). São reconhecidos por sua capacidade de identificar soluções ótimas ou subótimas em contextos de otimização, evidenciando-se como ferramentas robustas para a resolução de problemáticas diversificadas no campo por buscarem uma solução ótima global (EREN et al., 2014). Os AGs constituem uma vertente da inteligência computacional.

Dada a afinidade do processo com os conceitos biológicos, é essencial destacar a inter-relação de termos específicos discutidos neste estudo. Tais termos foram previamente definidos por Bäck (2018), abrangendo noções como gene, cromossomo ou indivíduo, população, geração, pais, filhos, genótipo e fenótipo. A seguir, são apresentadas as definições desses termos:

- Gene: unidade fundamental responsável por codificar características individuais;
- Cromossomo ou Indivíduo: sequência organizada de genes. No contexto de algoritmos de otimização, são considerados como possíveis soluções candidatas;
- População: refere-se ao conjunto global de indivíduos (cromossomos). O AG atua sobre essa população, buscando a melhor solução possível;
- Geração: cada iteração completa é caracterizada por processos seletivos, reprodutivos e mutacionais, todos os quais serão abordados em detalhes posteriormente;

- Pais: cromossomos específicos escolhidos para passarem por alterações genéticas, utilizando técnicas como crossover e/ou mutação;
- Filhos: indivíduos originados da modificação da carga genética dos pais;
- Genótipo: o agrupamento de genes dentro de um cromossomo específico;
- Fenótipo: expressão das características genéticas em resposta ao ambiente em que se desenvolve.

Como mencionado, destaca-se pela sua robustez e versatilidade na solução de um amplo espectro de problemas de otimização em variados campos, incluindo engenharia, ciência da computação e análise de dados. De forma especial, sua aplicabilidade no estudo de séries temporais tem sido amplamente explorada (VAN CALSTER; BAESSENS; LEMAHIEU, 2017; GUNASEKAR; KUMAR; AGBULU, 2022; SIQUEIRA; BELOTTI et al., 2023), sublinhando a importância e o impacto dessas técnicas no progresso da pesquisa científica.

Neste contexto, a modelagem do problema é realizada por meio da representação de indivíduos, os quais se associam aos parâmetros e coeficientes dos modelos a serem otimizados. Esta relação é avaliada conforme o grau de adaptação ao ambiente, denominado fitness (SIQUEIRA; BELOTTI et al., 2023). Esta abordagem permite estabelecer uma analogia direta entre a capacidade de um indivíduo de prosperar em um ambiente específico e a eficácia de determinados parâmetros e coeficientes em produzir uma solução ótima para o problema em questão.

O processo iterativo de exploração das soluções potenciais e sua subsequente avaliação é conduzido por meio de operações genéticas, que facilitam a modificação genotípica ao longo das gerações. Essas operações genéticas, inspiradas nos mecanismos de evolução natural, permitem a adaptação e aprimoramento das soluções ao longo do tempo, refletindo uma busca contínua pela otimização no espaço de soluções do problema.

Conforme elucidado por Castro (2006), além de se fundamentar nas operações genéticas inspiradas nos mecanismos da evolução natural, os passos essenciais para a elaboração de um AG podem ser delineados da seguinte maneira: i) representação genotípica (codificação), que estabelece a forma como a população e as soluções são representadas; ii) função de avaliação (fitness), que determina o quão bem uma solução se adapta ao problema; iii) definição dos operadores genéticos a serem empregados e a configuração dos parâmetros operacionais, tais como o tamanho da população e as probabilidades de aplicação dos operadores genéticos, entre outros aspectos críticos para o desempenho e a eficácia do algoritmo.

3.1.1 População inicial

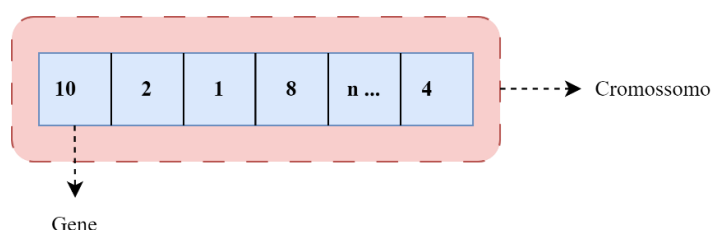
A população inicial em um algoritmo genético é fundamental para iniciar o processo de evolução e busca por soluções ótimas. Essa etapa é realizada mediante a inclusão de características desejadas para cada indivíduo, que representam possíveis soluções para o problema em questão. A configuração dessas características pode ser realizada de forma aleatória e uniforme, com base na distribuição de valores possíveis no espaço de busca, por exemplo, estimando as ordens e coeficientes de modelos ARMA e ARIMA (SIQUEIRA; BELOTTI et al., 2023; NAGVANSI et al., 2023). Essa abordagem visa maximizar a diversidade genética da população, explorando uma ampla gama de soluções potenciais desde o início do processo evolutivo. Ao distribuir os indivíduos de forma abrangente no espaço de busca, aumentamos a probabilidade de encontrar soluções de alta qualidade ao longo das iterações do algoritmo genético (DEIF; SOLYMAN; HAMMAM, 2012; GUO, Y., 2024).

3.1.2 Codificação dos indivíduos

A codificação de indivíduos é uma etapa fundamental no delineamento do espaço de busca a ser explorado em algoritmos genéticos. Conforme proposto inicialmente por Holland (1975) e Goldberg (1985), a codificação binária, na qual as variáveis de interesse (genes) são representadas por bits, constitui uma das abordagens básicas para a representação dos indivíduos.

Entretanto, essa abordagem binária não é exclusiva. Posteriormente, desenvolveu-se a codificação real, ampliando significativamente o espectro de aplicabilidade desses algoritmos. A principal distinção entre a codificação binária e a real, conforme elucidado por Tsutsui e Goldberg (2001), Kuo e Chen (2004) e Chang (2007), está na natureza dos valores atribuídos aos indivíduos: enquanto a primeira utiliza valores discretos, a segunda emprega números reais para uma representação mais precisa e diversificada. A Figura 4 mostra visualmente como pode ocorrer a codificação real.

Figura 4 - Exemplo de um cromossomo com codificação real



Fonte: Adaptado de Farsi et al. (2021)

No entanto, é crucial considerar as especificidades de cada problema durante o processo de codificação para minimizar a geração de soluções inviáveis pelos procedimentos estocásticos do algoritmo. Isso pode mitigar o risco de uma convergência desafiadora ou até mesmo inviável.

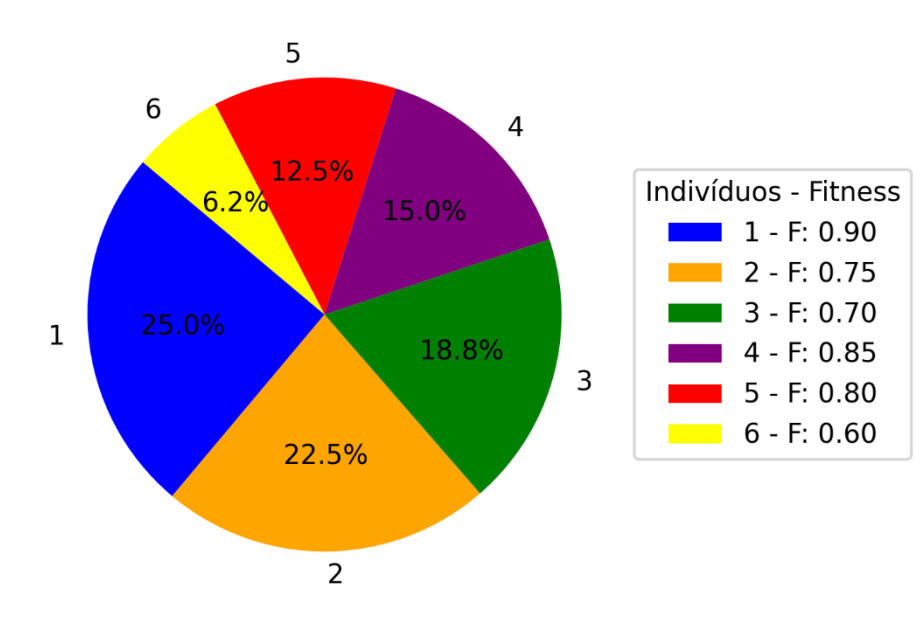
3.1.3 Seleção

O processo de seleção é fundamental em cada geração, determinando quais indivíduos da população atual são escolhidos para a criação da próxima geração. Essencialmente, essa seleção favorece os indivíduos com maior fitness, aumentando a probabilidade de que sua herança genética seja perpetuada (SIQUEIRA; MACEDO et al., 2020).

Tal operador de seleção é crucial, pois estabelece que, quanto maior o valor de fitness de um indivíduo, maior será sua probabilidade de ser envolvido em operações genéticas posteriores (SMITH; BULL, 2005; KATOCH; CHAUHAN; KUMAR, 2021). Este mecanismo assegura a progressiva evolução da população em direção a soluções mais ótimas, alinhando-se aos princípios evolutivos.

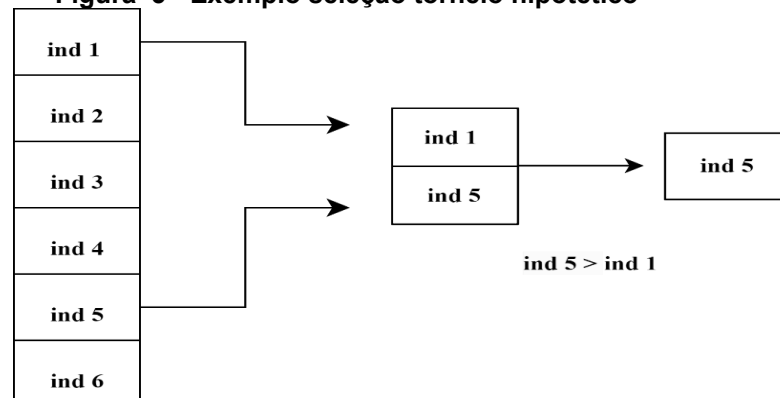
As duas formas clássicas de seleção, como relatado por Zhong et al. (2005) e Smith e Bull (2005), podem ser por torneio ou roleta:

Método da Roleta: Este método de seleção caracteriza-se pela escolha aleatória dos indivíduos, baseada na alocação de uma fração que é proporcional ao seu grau de adaptação ou fitness. A probabilidade de um indivíduo específico ser selecionado é, portanto, diretamente proporcional à porção que este ocupa no espectro total de seleção (LUKOSEVICIUTE; RAGULS- KIS, 2010; ERVURAL; BEYCA; ZAIM, 2016). É importante ressaltar que essa abordagem pode levar a uma significativa variabilidade nos resultados, privilegiando desproporcionalmente os indivíduos com níveis de aptidão superiores (SHUKLA; PANDEY; MEHROTRA, 2015). Esse fenômeno pode resultar na seleção repetida do mesmo indivíduo, acelerando a convergência para uma solução potencial (KAYA, 2011). Contudo, verifica-se que, à medida que o processo evolutivo se aproxima de sua maturidade, um fenômeno de estagnação se manifesta, atenuando o progresso do algoritmo. Para ilustrar a ideia mencionada, o Gráfico 7 demonstra como esse operador genético se comporta.

Gráfico 7 - Exemplo seleção por roleta hipotética

Fonte: Autoria própria (2024)

- **Seleção por Torneio:** Este método inicia a seleção a partir de um subconjunto aleatoriamente escolhido da população total, em vez de envolver todos os indivíduos simultaneamente (WU, D. et al., 2023). O processo envolve a seleção aleatória de um grupo de k indivíduos, seguida pela identificação e seleção do indivíduo com o maior nível de aptidão (fitness) dentro desse grupo, que é então transferido para uma nova população (GUPTA et al., 2023). Este procedimento é repetidamente realizado, com reposição, até que a nova população alcance o mesmo tamanho da população da geração anterior. Para ilustrar a ideia mencionada, a Figura 5 representa como esse operador genético se comporta.

Figura 5 - Exemplo seleção torneio hipotético

Fonte: Autoria própria (2024)

3.1.4 Avaliação do grau de adaptação do indivíduo

Cada indivíduo na população é representado por um conjunto de cromossomos que codificam os parâmetros e coeficientes do modelo ARMA. A aptidão é determinada pelo seu

fitness, sendo avaliada com base na sua capacidade de ajustar o modelo aos dados observados.

Após a aplicação dos operadores genéticos, tais como seleção, cruzamento e mutação, os indivíduos são submetidos a uma reavaliação e recebem uma pontuação com base em sua eficácia na otimização dos parâmetros e coeficientes do modelo. Quanto maior o valor de *fitness*, maior é a adaptação do indivíduo ao ambiente, aumentando assim suas chances de sobrevivência (BOCCATO *et al.*, 2009). Essa avaliação depende da função custo J_w desejada, sendo que geralmente busca-se reduzir essa função custo para aumentar o nível de adaptação do indivíduo J_{fit} . A Equação 31 descreve o processo de avaliação de cada conjunto de soluções.

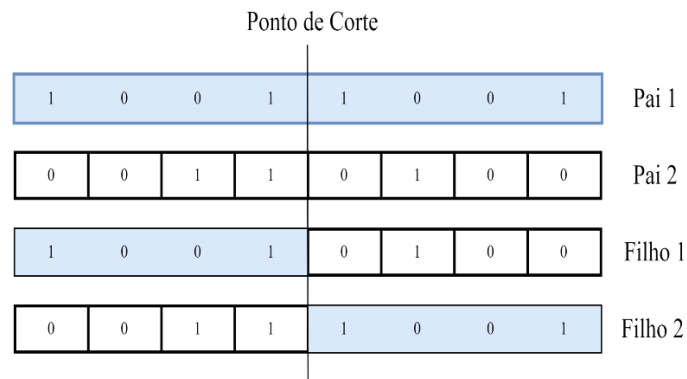
$$J_{fit} = \frac{1}{1 + J_w} \quad (31)$$

Neste caso, o processo é realizado iterativamente utilizando os operadores genéticos selecionados.

3.1.5 Crossover (recombinação)

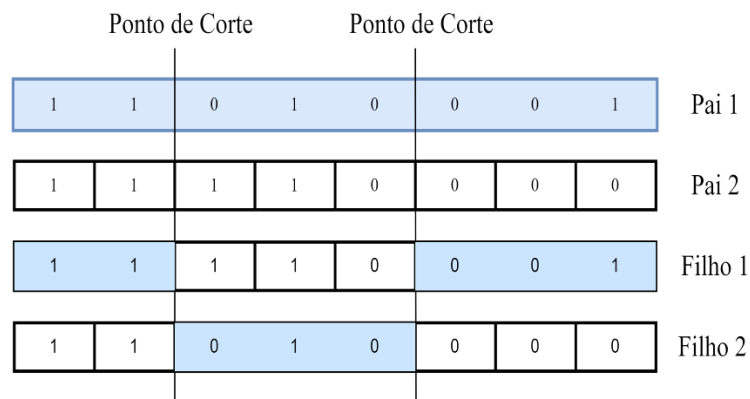
O operador de recombinação, popularmente conhecido como crossover, desempenha um papel fundamental na criação de descendentes que herdam características genéticas de seus progenitores (WANG, J. *et al.*, 2019). Sua função essencial reside em mesclar informações genéticas de dois indivíduos (pais) para gerar novas soluções (filhos) que combinam e aprimoram características das soluções parentais. Essa técnica é caracterizada por sua capacidade exploratória, permitindo que o algoritmo conduza buscas locais e otimize soluções preexistentes. Diversos métodos de crossover são empregados na literatura, incluindo o crossover de um ponto, o crossover de dois pontos e o crossover uniforme (KATOCH; CHAUHAN; KUMAR, 2021).

- a) **Crossover de um ponto:** No crossover de um ponto, após a seleção de dois indivíduos (pais) pelo operador de seleção, um ponto de corte é aleatoriamente determinado no cromossomo (SOON *et al.*, 2010). A partir deste, ocorre a troca de segmentos genéticos entre os pais, resultando na formação de novos indivíduos (filhos), conforme ilustrado na Figura 6. A metade do cromossomo à esquerda do ponto de corte compõe o material genético de um filho, enquanto a metade à direita é transferida para outro filho.

Figura 6 - Representação crossover de um ponto

Fonte: Autoria própria (2024)

- b) **Crossover de dois pontos:** O crossover de dois pontos, como relatado por Soon et al. (2010), assemelha-se ao crossover de um ponto, divergindo apenas na quantidade de pontos de corte no cromossomo: neste caso, dois pontos de corte são escolhidos aleatoriamente. A Figura 7 ilustra a formação de novos filhos com base nessa condição de crossover.

Figura 7 - Representação crossover de dois pontos

Fonte: Autoria própria (2024)

- c) **Crossover uniforme:** O crossover uniforme, segundo Soon et al. (2010), para cada gene sorteia um número 0 ou 1. Caso o valor sorteado seja igual a 1, o Filho 1 recebe o gene da posição corrente do Pai 1 e o Filho 2 o gene corrente do Pai 2. Por outro lado, se o valor sorteado for igual a 0, as atribuições são invertidas. A Figura 8 ilustra a formação de novos filhos inspirada nessa condição de crossover.

Figura 8 - Representação crossover uniforme

1	1	0	1	0	1	1	0	Pai 1
0	0	1	1	1	0	0	0	Pai 2
1	0	1	1	1	0	1	0	Filho 1
0	1	0	1	0	1	0	0	Filho 2

Fonte: Autoria própria (2024)

Os exemplos ilustrados com as Figuras 6, 7 e 8 mostram cromossomos representados por genes binários. No entanto, para representações reais, Michalewicz e Schoenauer (1996) desenvolveram um método no qual a combinação percentual dos pais ($p1$ e $p2$) gera novos filhos ($f1$ e $f2$) ao utilizar uma combinação linear entre seus genes, conforme Equações 32 e 33.

$$f1 = (1 - \vartheta)p1 + \vartheta p2 \quad (32)$$

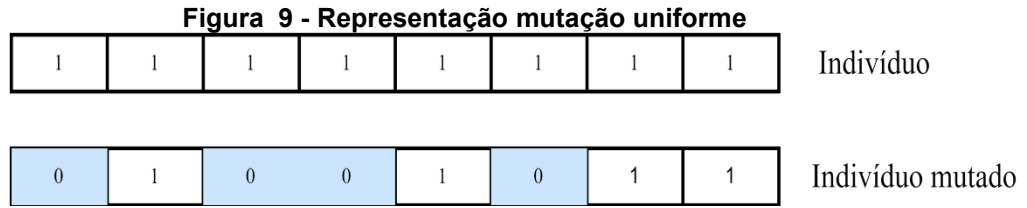
$$f2 = \vartheta p1 + (1 - \vartheta)p2 \quad (33)$$

Neste caso, o termo ϑ será uma constante predefinida pelo usuário, sujeita à restrição $0 < \vartheta < 1$.

3.1.6 Mutação

A mutação desempenha um papel fundamental nos AG, pois sua função primordial é introduzir diversidade na população. Essa diversidade é crucial, pois permite que o Algoritmo Genético explore um espectro mais amplo de soluções candidatas, evitando assim a convergência prematura para uma solução local. A convergência prematura ocorre quando o algoritmo fica estagnado em mínimos ou máximos locais, limitando sua capacidade de encontrar soluções ótimas globais (KATOCH; CHAUHAN; KUMAR, 2021).

Além disso, é importante considerar diversos aspectos ao realizar a mutação em um cromossomo. Isso inclui a proporção da população que será submetida à mutação, bem como a sua intensidade, que se refere à magnitude da perturbação introduzida no cromossomo. Esses parâmetros devem ser cuidadosamente ajustados para garantir um equilíbrio entre a exploração do espaço de busca e a preservação de boas soluções na população (DEEP; THAKUR, 2007). Lembre-se que, dentre os vários tipos de mutação, vamos discutir a uniforme e a gaussiana. A Figura 9 faz alusão ao processo de mutação uniforme.



Fonte: Autoria própria (2024)

Na mutação gaussiana, os genes de um cromossomo c são modificados aleatoriamente dentro de uma população, seguindo um vetor gaussiano com média zero e desvio padrão fixo σ (MICHALEWICZ; SCHOENAUER, 1996), conforme apresentado pela Equação 34. Essa abordagem é comumente utilizada para introduzir pequenas perturbações nos valores genéticos, permitindo uma exploração mais suave do espaço de busca. O desvio padrão σ controla a magnitude das perturbações, sendo importante ajustá-lo de acordo com a natureza do problema e a fase de busca em que o algoritmo se encontra. Dessa forma, a mutação gaussiana contribui para a diversidade genética da população e ajuda a evitar a estagnação em ótimos locais.

$$c' = c + N(0, \sigma) \quad (34)$$

em que c' representa a formação do novo cromossomo.

3.1.7 Elitismo e busca local

O elitismo se caracteriza pela introdução sistemática dos n indivíduos com as melhores avaliações pelo fitness em todas as gerações. Em outras palavras, as características consideradas como a melhor solução são mantidas e copiadas para a próxima geração, garantindo que esses cromossomos não sejam perdidos durante a substituição da população atual pela nova geração ou durante a aplicação dos operadores genéticos crossover ou mutação (GOSSELIN; TYE-GINGRAS; MATHIEU-POTVIN, 2009). Esse processo assegura que o melhor indivíduo da próxima geração contenha, no mínimo, as mesmas características favoráveis ou até mesmo melhores em comparação com a geração atual (KATOCH; CHAUHAN; KUMAR, 2021).

A busca local, por outro lado, pode ser conduzida em um grupo de indivíduos com os melhores valores de aptidão (fitness). Nessa abordagem, são aplicadas pequenas perturbações pseudo-gaussianas a um gene por vez, visando explorar a vizinhança e determinar se alguma solução nesse espaço de busca proporciona uma adaptação superior (MIEBS; KADZIŃSKI, 2021). Normalmente, essa operação é executada após um número específico de iterações, permitindo uma análise detalhada da região próxima às soluções promissoras. Tal estratégia auxilia no refinamento das soluções e na exploração

de potenciais melhorias na adaptação dos indivíduos selecionados (KATOCH; CHAUHAN; KUMAR, 2021).

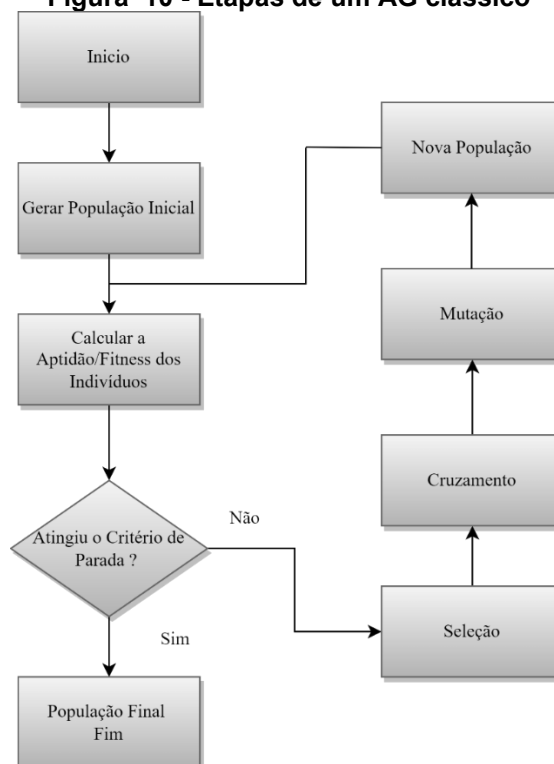
3.1.8 Etapas de um AG-clássico

As etapas essenciais de um AG clássico, conforme proposto por Holland (1975), podem ser representadas pelas etapas apresentadas na Figura 10.

Destaca-se que as configurações do AG devem ser pré-definidas pelo usuário, assim como o critério de parada a ser adotado.

A próxima seção apresentará os conceitos da Otimização por Enxame de Partículas (PSO).

Figura 10 - Etapas de um AG clássico



Fonte: Autoria própria (2024)

3.2 Otimização por enxame de partículas (PSO)

Uma grande vantagem das metaheurísticas   sua independência em relação a derivadas. Isso contrasta com as técnicas clássicas de otimização, como o gradiente descendente ou métodos de Newton, que demandam a disponibilidade das primeiras e, às vezes, segundas derivadas do preditor em relação ao vetor de parâmetros (ALJAMAAN; ALENANY, 2022). Essa característica das metaheurísticas as torna especialmente úteis e aplicáveis em problemas em que as derivadas não estão disponíveis ou são difíceis de calcular.

Inspirado no comportamento social e na dinâmica de movimentos e comunicação observados em pássaros e peixes, a Otimização por Enxame de Partículas (PSO),

proposta por Kennedy e Eberhart (1995), aproveita a experiência individual e coletiva do grupo para resolver problemas de forma colaborativa. A estrutura do PSO delimita a distribuição dos membros do enxame no espaço de busca por meio de dois componentes fundamentais: a posição atual da partícula (x_p) e sua velocidade (v_p) (EDALATPANAH et al., 2024). A busca pela melhor solução é guiada por duas forças aleatórias: uma relacionada à melhoria da posição local da partícula ($pbest$) e outra pela melhor posição global encontrada pelo enxame ($gbest$).

No algoritmo PSO proposto por Kennedy e Eberhart (1995), a cada iteração, os componentes x_p e v_p são atualizados de acordo com as Equações 35 e 36, com a velocidade máxima da partícula ($Vmax$) servindo como limite. Este é crucial para controlar o movimento das partículas, evitando saltos excessivamente grandes ou movimentos lentos.

$$V_p^{(i+1)} = V_p^i + C1.rand_1^i [pbest_p - x_p^i] + C2.rand_2^i [gbest_p - x_p^i] \quad (35)$$

$$x_p^{i+1} = x_p^i + V_p^{i+1} \quad (36)$$

em que v_p representa a velocidade da partícula; $c1$ e $c2$ representam coeficientes cognitivos e sociais; $pbest$ a melhor posição que a partícula p já obteve durante a busca; $gbest$ a melhor posição encontrada na vizinhança da partícula p ; $rand()$ função aleatória de distribuição uniforme entre 0 e 1; x_p^{i+1} a posição da partícula p ; i iteração atual.

Após alguns anos, Kennedy, Eberhart e Shi (2001) propuseram uma modificação no PSO original, introduzindo um novo termo, denominado coeficiente de inércia (ω), conforme ilustrado pela Equação 37. Nesse contexto, os autores observaram que a inclusão deste poderia restringir a amplitude da área explorada pela partícula, o que pode resultar em uma busca em um raio menor quando o coeficiente é menor e vice-versa. Portanto, essa ponderação pode ser considerada como influenciadora crucial para a convergência. A escolha de um valor equilibrado para esse parâmetro pode afetar significativamente as capacidades das partículas na exploração global e local. Os valores típicos para o peso inercial, conforme relatados inicialmente por Kennedy, Eberhart e Shi (2001), podem variar entre $\omega = 0,9$ para uma busca mais abrangente e $\omega = 0,4$ para restringir a exploração.

$$V_p^{(i+1)} = \omega V_p^i + C1.rand_1^i [pbest_p - x_p^i] + C2.rand_2^i [gbest_p - x_p^i] \quad (37)$$

Outro aspecto destacado por Kennedy, Eberhart e Shi (2001) é o impacto das componentes cognitivas $c1$ e $c2$ no desempenho final do algoritmo. Essas componentes possuem a capacidade de influenciar significativamente a qualidade da solução ao utilizar a experiência acumulada da própria partícula ($pbest$) e do grupo ($gbest$), controlando, assim, a velocidade e a direção do processo de busca. Conforme inicialmente mencionado por Kennedy, Eberhart e Shi (2001), os valores iniciais das constantes $c1$ e $c2$ são geralmente definidos como dois (2). Sob essa condição, a partícula tem seu espaço de busca estatisticamente reduzido, direcionando o enxame para a melhor posição atual ($gbest$).

As etapas do algoritmo PSO proposto por Kennedy, Eberhart e Shi (2001), podem ser visualizadas na Figura 11. Ao iniciar um enxame de partículas, é essencial limitar suas posições dentro do espaço de busca do problema, distribuindo os membros do enxame de forma aleatória e variando suas posições para evitar a aglomeração. Cada partícula é avaliada pela função de aptidão (fitness), representando uma solução pontual dentro do espaço de busca. Se a posição de uma partícula for a melhor já encontrada, ela é armazenada na variável $pbest$. O valor da componente cognitiva $pbest$ é determinado pela constante de aceleração $c1$ (termo cognitivo), que atualiza a velocidade de uma partícula em direção ao melhor resultado local, considerando as experiências passadas.

Da mesma forma, quando o enxame encontra uma melhor posição global, ela é armazenada na variável $gbest$. A velocidade para disseminar essa melhor posição encontrada para o enxame é determinada pela constante $c2$, que é um termo de aceleração dessa troca de informação. O alcance da exploração ao redor da solução pontual é determinado pelo coeficiente de inércia (ω), influenciando a movimentação das partículas e a exploração do espaço de busca.

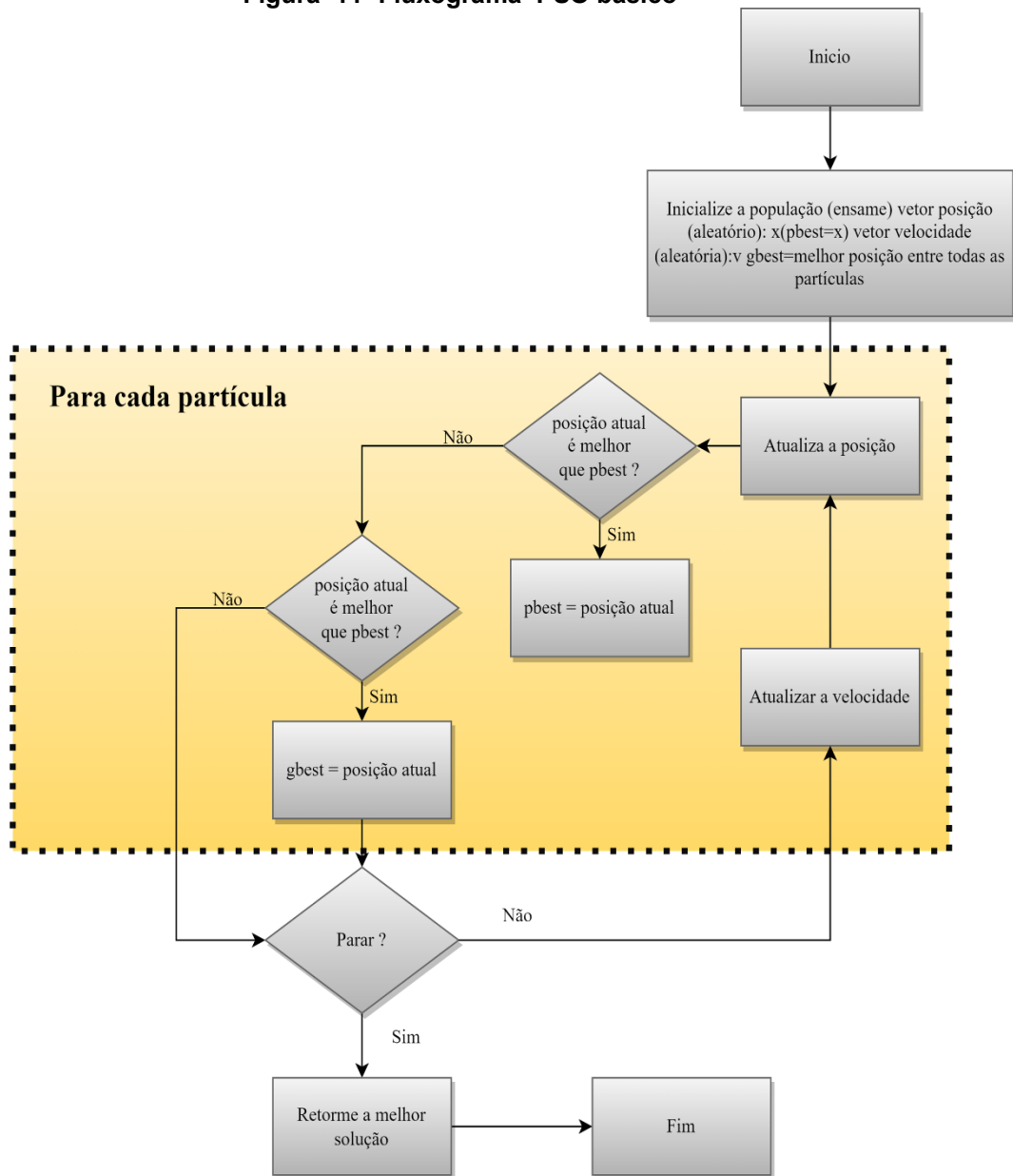
Neste contexto, a velocidade de cada partícula será atualizada a cada iteração com base nos valores de $pbest$ e $gbest$, mantendo-se esse processo até que o critério de parada seja atingido. Após essa atualização, a posição de cada partícula será ajustada de acordo com a variação da velocidade.

O PSO apresenta semelhanças com o AG na medida em que ambos iniciam e distribuem suas populações de forma aleatória. No entanto, ao contrário dos AGs, no qual cada potencial solução é representada por um indivíduo com características genéticas, no PSO as soluções são chamadas de partículas e possuem velocidades iniciais aleatórias (GONG et al., 2016; EL RASSY et al., 2021).

Essas partículas "sobrevivem" o espaço de busca, ajustando seu "voo" com base em sua própria experiência e na experiência coletiva do enxame (KENNEDY; EBERHART; SHI, 2001). Outras semelhanças incluem o fato de ambos serem baseados em populações

e que tanto partículas quanto indivíduos representam soluções para um problema. As diferenças significativas residem no fato de que o PSO não inclui um processo de seleção e todos os membros da população inicial (ensame) permanecem ativos até que uma solução para o problema seja encontrada.

Figura 11- Fluxograma PSO básico



Fonte: Autoria própria (2024)

4 FERRAMENTAS DE COMBINAÇÃO DE PREDITORES OS ENSEMBLES

Nos últimos anos, pesquisas apontam para a investigação de métodos e propostas para aprimorar a precisão e a estabilidade dos sistemas preditivos utilizando métodos Ensemble. Destaca-se a contribuição de Yu, Xu e Tang (2017) e Qi e Zhang (2008) alinhados ao contexto desta pesquisa.

Uma das principais vantagens dos Ensembles está na capacidade de combinar de forma sinérgica diferentes modelos individuais, o que pode resultar em melhorias notáveis no processo de generalização e precisão dos modelos preditivos, como mencionado por Donate et al. (2013), Silva et al. (2018) e Lin Wang et al. (2018). Portanto, pode-se afirmar que um Ensemble possui a capacidade de reduzir a variância do erro. Neste caso, existe uma prova teórico-matemática que afirma que é possível decompor o viés-variância-covariância por meio das Equações 38, 39, 40, 41.

$$E [\hat{z} - z^2] = bias^2 + \frac{1}{m} var + \left(1 - \frac{1}{m}\right) \cdot covar \quad (38)$$

e o viés é definido por:

$$bias = \frac{1}{m} \sum_i (E[\hat{z}_i] - z) \quad (39)$$

e a variância:

$$var = \frac{1}{m} \sum_i E[Z_i - E[\hat{z}_i]]^2 \quad (40)$$

e a covariância:

$$covar = \frac{1}{m(m-1)} \sum_i \sum_{i \neq j} E[\hat{z}_i - E[\hat{z}_i]](\hat{z}_j - E[\hat{z}_j]) \quad (41)$$

de modo que z representa o valor desejado, z_i é a saída do modelo i , e m é a quantidade de modelos utilizados na combinação.

Desta forma, o erro da combinação utilizada é composto pela soma das médias do viés, variância e covariância dos modelos.

No entanto, é importante destacar que a eficácia dos Ensembles está diretamente ligada à assertividade dos modelos individuais, sendo esta influenciada pelo método de combinação adotado, conforme apontado por Perrone M.P.; Cooper (1995). Entretanto, não existe uma definição ou consenso sobre qual estratégia de Ensemble deve ser utilizada (SUN, Y. et al., 2018).

Um Ensemble pode ser constituído de algumas etapas, como a fase de geração dos modelos individuais, a seleção dos modelos e, por fim, a combinação ou agregação destes (BRITTO; SABOURIN; OLIVEIRA, 2014; NOSRATI; RAHMANI, 2022).

4.1 Geração

A etapa de geração, também conhecida como fase de formação, engloba o processo de criar a diversidade dentro do Ensemble (NOSRATI; RAHMANI, 2022). Nesta fase, as abordagens podem ser classificadas como heterogêneas ou homogêneas. A abordagem heterogênea envolve a utilização de diversos modelos com arquiteturas distintas, enquanto a abordagem homogênea consiste na utilização de modelos com a mesma arquitetura no qual a diferença é caracterizado no conjunto de dados (BRITTO; SABOURIN; OLIVEIRA, 2014; WILSON; CHAUDHURY; LALL, 2023)

A combinação de abordagens heterogêneas e homogêneas é uma prática amplamente adotada na construção de Ensembles diversificados (MENDES-MOREIRA et al., 2012; HEINERMANN; KRAMER, 2016). No entanto, os métodos heterogêneos podem enfrentar desafios no controle da diversidade dos modelos, uma vez que suas arquiteturas distintas podem resultar em representações muito similares, reduzindo a eficácia do conjunto final (MENDES-MOREIRA et al., 2012). Deste modo, a combinação

destes resultados poderia ser descrita como as saídas dos k preditores $\{Y_1, \dots, Y_k\}$ com o objetivo de formar um novo preditor (RE; VALENTINI, 2011).

Por outro lado, os modelos homogêneos oferecem maior controle sobre a diversidade, pois são explicitamente desenvolvidos com diferentes perspectivas do conjunto de dados, gerando uma ampla variedade de modelos e aumentando a probabilidade de criar um Ensemble diversificado e preciso (MENDES-MOREIRA et al., 2012).

É importante, portanto, considerar cuidadosamente a seleção e combinação dos modelos no processo de formação do Ensemble, buscando encontrar um equilíbrio entre a diversidade e a precisão das previsões.

4.2 Seleção

Uma parte fundamental na composição de um Ensemble diz respeito à seleção dos preditores. Essa etapa pode envolver a escolha de todos os preditores disponíveis, considerando-os integralmente para a formação da resposta final, ou a seleção de um grupo ou subgrupo específico de preditores, seguindo critérios. A seleção dos preditores pode ser realizada de maneira dinâmica ou estática, dependendo das características e exigências.

Quando se trata de seleção estática, essa abordagem emprega um modelo ou um subgrupo de modelos para fazer previsões para todo o conjunto de teste. Nas previsões de séries temporais, é frequente adotar essa estratégia de seleção estática, na qual os k melhores modelos são escolhidos para realizar previsões sobre o conjunto de teste (MA; DAI, 2016; OLIVEIRA; SILVA; MATTOS NETO, 2022).

Na seleção dinâmica, os modelos são escolhidos de acordo com uma região específica de interesse durante a fase de teste. Nesse contexto, os modelos são selecionados com base na região de competência, ou seja, o modelo mais adequado para aquela região é selecionado para realizar as previsões (BRITTO; SABOURIN; OLIVEIRA, 2014; CRUZ; SABOURIN; CAVALCANTI, 2018).

Embora não seja uma exigência nesta etapa, a seleção pode potencialmente influenciar os resultados, como discutido por Cruz, Sabourin e Cavalcanti (2018). Nesse sentido, considerar todos os preditores para a próxima e última fase pode ser uma abordagem prudente. Isso se deve ao risco associado à seleção de um subgrupo de modelos que apresentam bom desempenho na fase de treino, mas podem ter um desempenho inferior no conjunto de teste.

4.3 Combinação

Esta etapa é responsável por integrar os resultados das previsões geradas pelos preditores individuais, formando assim a previsão de um Ensemble ($\hat{Z}_{t+1}$). Em problemas de séries temporais, em que se parte do pressuposto de um problema de regressão, é comum agregar as previsões dos k preditores para obter resultados mais precisos. Nesse contexto, a técnica utilizada geralmente é a média ou a mediana das previsões dos preditores (BARROW; CRONE; KOURENTZES, 2010; KOURENTZES; BARROW; CRONE, 2014).

Outro aspecto crucial a ser considerado é que tanto a média quanto a mediana são métodos de Ensemble não treináveis, o que pode resultar em redução nos custos

computacionais, já que não é necessário retreinar os modelos repetidamente. Essa abordagem é especialmente vantajosa em cenários nos quais o treinamento de modelos individuais é computacionalmente custoso ou impraticável devido a restrições de recursos. A utilização da média é representada pela seguinte Equação 42.

$$\hat{z}_{t+1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m y_i \quad (42)$$

de modo que y_i representa as previsões do preditor i , enquanto m é o número total de preditores utilizados para formar esse Ensemble.

A média é uma abordagem simples e eficaz para combinar as previsões dos diferentes modelos, dando peso igual a cada previsão.

Por outro lado, ao utilizar a mediana, representada pela Equação 43, tem-se que:

$$\hat{z}_{t+1} = \text{mediana} [y^1, y^2, \dots, y^m] \quad (43)$$

a mediana é calculada a partir das previsões geradas pelos preditores, utilizando a ordenação dos valores. Caso o número de preditores seja ímpar, a mediana será o valor central; se for par, será a média dos dois valores centrais (KOURENTZES; BARROW; CRONE, 2014).

Essas estratégias de combinação são fundamentais na construção de Ensembles para problemas de séries temporais. A utilização da média permite suavizar as flutuações extremas nas previsões dos diferentes modelos, proporcionando uma visão mais estável e robusta das tendências temporais (KOURENTZES, 2014). Por sua vez, a mediana é particularmente útil na presença de outliers nos dados, pois é menos sensível a valores extremos e oferece uma estimativa mais robusta da tendência central das previsões (HYNDMAN; FAN, 2010).

Ao integrar a média e a mediana em estratégias de combinação de Ensembles, é possível obter uma abordagem equilibrada que captura múltiplas perspectivas e minimiza o impacto de dados outliers nas previsões finais (SMYL, 2010).

Nesse contexto, a Figura 12 ilustra o processo da arquitetura regular e simples de combinação dos modelos previamente treinados, utilizando uma abordagem de Ensemble não treináveis.

recebem pesos mais elevados, enquanto os modelos menos significativos, com maiores erros ou menor desempenho, recebem pesos menores. Isto permite que o Ensemble dê mais importância aos modelos mais confiáveis, ou seja, aqueles que apresentarem o menor erro.

É importante ressaltar que todos os modelos participam do processo de formação do Ensemble, mesmo que alguns recebam pesos menores. Essa inclusão contribui para a diversidade e robustez do método.

Uma abordagem interessante para este caso é utilizar a pseudo-inversa de *Moore-Penrose* para o cálculo dos pesos. Ao contrário dos Ensembles não treináveis, em que todos os preditores recebem pesos iguais, esta abordagem utiliza técnicas para selecionar pesos específicos para cada preditor com base nas saídas dos modelos individuais (BAKSALARY; TRENKLER, 2021). Embora o custo computacional possa ser maior devido à necessidade de realizar o cálculo dos pesos, a acurácia tende a ser melhor, uma vez que o Ensemble pode adaptar-se de forma mais eficaz às características e desempenhos variáveis dos diferentes preditores.

Para tal, considere o vetor da Equação 44, que representa as saídas dos modelos $\hat{y}$.

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \hat{y}_3 \\ \hat{y}_n \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_n \end{bmatrix} \quad (45)$$

A Equação 45 apresenta os valores desejados (esperados) para os modelos.

Já a Equação 46 ilustra como determinar o menor peso representado por w , entre as previsões $\mathbf{Y}_w$ e o vetor de resposta $\mathbf{y}$.

$$\text{minimizar} = \|\mathbf{Y}_m - \mathbf{y}\|_2^2 \quad (46)$$

Portanto, esse problema pode ser formulado com uma otimização de mínimos quadrados, utilizando a Equação 47:

$$\mathbf{W} = (\mathbf{Y}^T \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^T \mathbf{y} \quad (47)$$

A inversa de *Moore-Penrose*, 47, fornece a solução para esse problema. Uma vez que os pesos $\mathbf{W}$ são determinados, as previsões do Ensemble podem ser realizadas com a Equação 48.

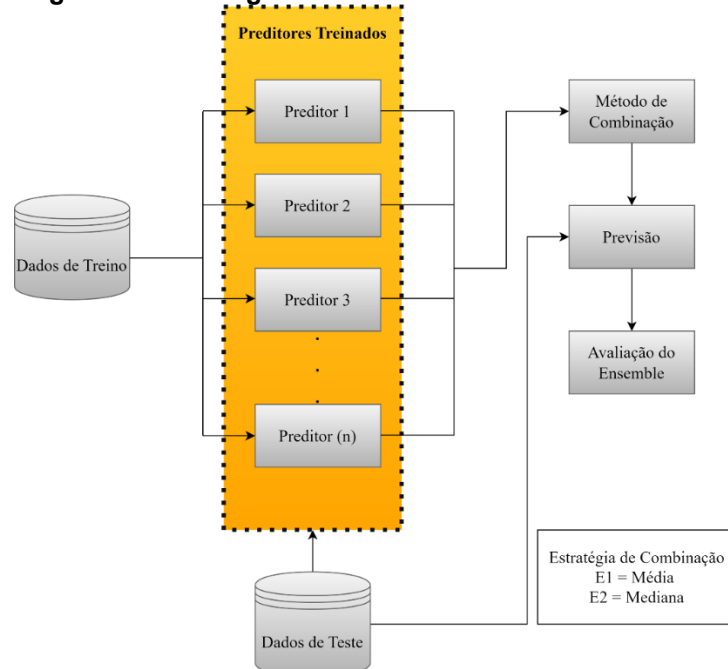
$$\mathbf{Z}_{t+1} = \mathbf{Y} \mathbf{W} \quad (48)$$

No contexto abordado, a Figura 13 esquematiza o procedimento da arquitetura convencional de combinação de modelos previamente treinados, com a distinção de incorporar uma etapa adicional de retreinamento do Ensemble.

Essa etapa adicional de retreinamento, como mencionado anteriormente, reforça o propósito de ajustar os pesos dos modelos do Ensemble de acordo com a evolução dos dados ou das condições do problema ao longo do tempo, resultando em uma abordagem de Ensemble treinável. Ainda, podem ser escolhidos os modelos para participarem da formação do Ensemble, utilizando algum critério ou método de seleção para os preditores (CARUANA; NICULESCU-MIZIL et al., 2004; CARUANA; MUNSON; NICULESCU-MIZIL, 2006).

Neste trabalho, propomos a utilização de um Ensemble de modelos preditivos, em que a saída final é calculada como a média ponderada das previsões individuais dos modelos.

Figura 13 - Fluxograma de ensemble treináveis



Neste sentido, a previsão do Ensemble é representada pela Equação 49.

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^M w_i \cdot \hat{y}_i, \quad (49)$$

de modo que $\hat{y}_i$ representa a previsão do i -ésimo modelo, w_i é o peso associado ao i -ésimo modelo, e M é o número total de modelos no ensemble.

Os pesos w_i , em que $i = 1, 2, \dots, M$, são obtidos com a Equação 50 em que:

$$\sum_{i=1}^M w_i = 1 \text{ e } 0 \leq w_i \leq 1 \forall i \quad (50)$$

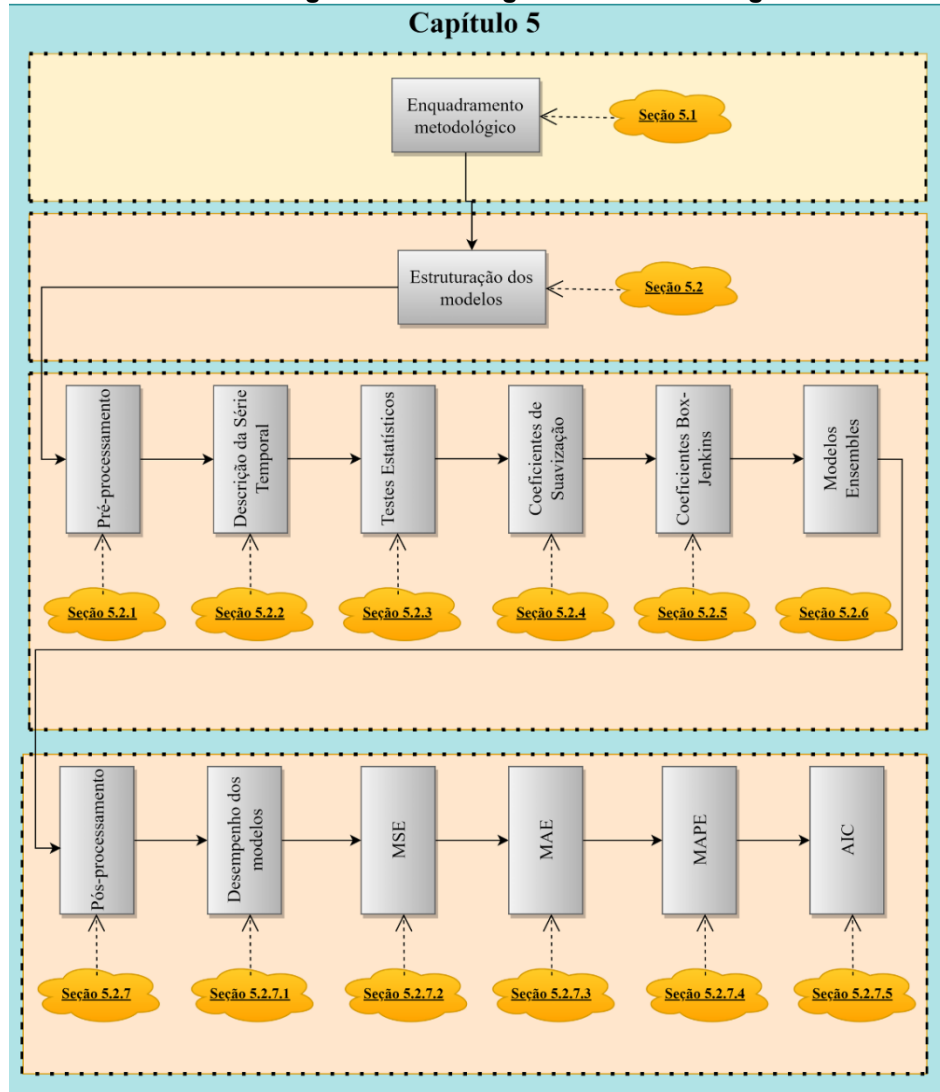
Para determinar os valores ótimos dos pesos w_i , utilizou-se duas estratégias de otimização: o Algoritmo Genético (AG) e a Otimização por Enxame de Partículas (PSO). Ambas as estratégias visam minimizar o erro de previsão do Ensemble, ajustando os pesos de maneira que a soma ponderada das previsões dos modelos se aproxime o máximo possível dos valores reais observados.

Tal metodologia já foi aplicada por Safari e Davallou (2018), embora em suas pesquisas tenham feito uma combinação híbrida, utilizando modelos não lineares e modelos lineares, ressaltando que neste caso os pesos foram ajustados utilizando apenas o AG.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo, serão apresentadas as etapas para o desenvolvimento desta pesquisa. Nesse sentido, a Figura 14 ilustra a organização das etapas e as respectivas seções correspondentes.

Figura 14 - Fluxograma da metodologia



Fonte: Autoria própria (2024)

Após a apresentação da estruturação da metodologia, desde o enquadramento metodológico até as etapas finais de avaliação dos modelos, a seção a seguir inicia com a descrição do enquadramento metodológico.

5.1 Enquadramento metodológico

O enquadramento metodológico desta pesquisa adotou as definições estabelecidas por Gil (2017), caracterizando-o como um estudo explicativo. Isso se deve ao fato de que foi utilizada a literatura disposta nos artigos, como base para construir o embasamento teórico, estabelecendo correlações com artigos já consolidados. Além disso, a pesquisa buscou expandir os resultados ao incluir análises sobre a eficácia e

aplicabilidade dos Ensembles em um contexto específico, mais precisamente, em previsões de séries temporais com o preço do petróleo bruto do tipo WTI.

A pesquisa em questão integra conhecimentos teóricos com a aplicação prática dos modelos estudados. Em termos de sua natureza, é considerada uma pesquisa aplicada devido à sua capacidade de gerar conhecimento ao aplicar os modelos propostos. Quanto à abordagem metodológica, adotou-se uma perspectiva quantitativa para analisar e interpretar os dados. Isso envolve desde a coleta dos dados iniciais, o pré-processamento necessário, com o objetivo de garantir premissas essenciais para a utilização dos modelos preditivos. Por fim, os modelos são treinados, testados e avaliados em relação algumas métricas de desempenho.

Este estudo adota uma metodologia de pesquisa que se enquadra nos seguintes tipos: bibliográfica, documental e operacional. A abordagem bibliográfica é utilizada devido à fundamentação nos estudos científicos existentes sobre a previsão do preço do petróleo bruto do tipo WTI. Já a abordagem documental é empregada ao levar em consideração artigos científicos já publicados e dados históricos disponíveis para a modelagem. Por fim, a abordagem operacional se faz presente por meio da utilização de simulações e ferramentas quantitativas no processo de previsões em séries temporais.

5.2 Estruturação dos modelos utilizados nesta pesquisa

5.2.1 Pré-processamento dos dados

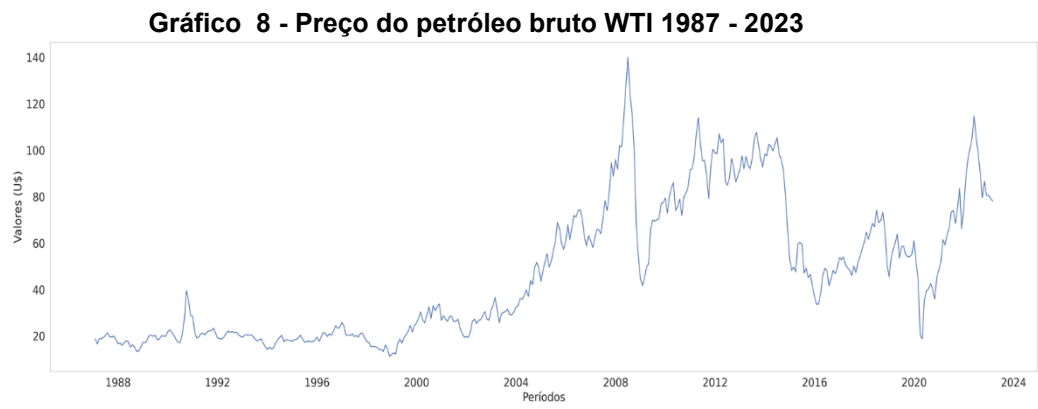
Nesta seção, apresenta-se todo o processamento de dados para a aplicação dos métodos de previsão. É importante destacar que esta etapa é crucial para uma modelagem adequada, abrangendo desde a identificação de eventuais dados faltantes, que podem comprometer a capacidade de generalização dos modelos, até a detecção de estacionaridade dos dados (pré-requisito para os modelos *Box & Jenkins*). Caso esta não seja detectada, eventuais transformações nos dados precisam ser realizadas para garantir estes pré-requisito. Por tanto, a visualização da série temporal, testes estatísticos e o pré-processamento necessário, seguindo os requisitos de cada modelo.

É importante destacar que, a partir desta seção, todos os resultados obtidos nesta pesquisa foram desenvolvidos utilizando a linguagem de programação *Python*.

5.2.2 Descrição da série temporal

O Gráfico 8 representa a série temporal do preço mensal do petróleo, na qual não foram identificados dados faltantes, o que pode ser comprovado, com o Gráfico 8 e a Tabela 1.

Inicialmente é necessário conhecer o conjunto de dados a serem trabalhados. Neste caso pode-se descrever a série a partir dos dados fornecidos pela Administration (2023), correspondente aos valores mensais em (U\$) de janeiro de 1987 até fevereiro de 2024.



Fonte: Autoria própria (2024)

A Tabela 1 a seguir apresenta a estatística descritiva dos dados, a saber:

Tabela 1- Estatística dos dados	
Descrição	Valor
Valores disponíveis	434.0000
Média	47.2295
Desvio Padrão	29.5822
Menor Valor	11.2200
1º Quartil (25%)	20.3200
2º Quartil (mediana 50%)	39.3900
3º Quartil (75%)	68.8950
Maior Valor	140.0000

Fonte: Autoria própria (2024)

Como indicado na Tabela 1, das 434 observações, nenhum dado está faltante, garantindo a integridade do conjunto de dados. Portanto, nesta fase inicial, não será necessário adotar técnicas para remoção ou imputação de valores ausentes. Outro aspecto relevante diz respeito ao desvio padrão, que foi de 29.5822, enquanto a média dos dados foi de 47.2295. Isso indica uma variação considerável nos dados, sugerindo que a maioria dos valores está significativamente dispersa em relação à média.

A análise dos quartis revela insights adicionais sobre a distribuição dos dados. A diferença entre a mediana (2º quartil) e o 1º quartil é significativamente menor do que a diferença entre o 3º quartil e a mediana, o que pode indicar uma assimetria na distribuição. Normalmente, essa diferença é visualizada com um *boxplot*, que facilita a identificação da concentração dos dados. O espaçamento entre o 1º e o 3º quartil, representa onde a maior parte dos dados está concentrada.

A próxima etapa concentrou-se em dividir as amostras em conjuntos de treinamento (para ajuste dos parâmetros) e teste (para avaliação dos modelos). A separação foi

realizada com os seguintes critérios: as 75% primeiras amostras foram destinadas ao treinamento, e os últimos 25% para o teste. Tal separação fica evidente com o Gráfico 9.

Uma prática de avaliação é comparar os dados previstos com os dados reais, separando o conjunto de treinamento do conjunto de teste, de modo que a existência de dependência entre ocorrências em diferentes períodos possa influenciar os valores mais antigos destinados ao treinamento. Em contraste, os valores mais recentes são usados para testar os modelos (TRAN, 2020; NUNES et al., 2023). Observa-se assim a capacidade de generalização dos modelos frente aos dados teste, os quais não são "vistos" durante o ajuste.



Fonte: Autoria própria (2024)

Seguindo as considerações iniciais sobre visualização e compreensão prévia dos conjuntos de dados, a etapa subsequente foca na aplicação de testes para assegurar a estacionariedade dos dados – um requisito necessário para os modelos *Box & Jenkins*. Caso os dados não satisfaçam este critério, uma transformação se faz necessária antes de prosseguir com a modelagem.

5.2.3 Testes estatísticos

Utilizando os dados discutidos na seção anterior, procedeu-se com a aplicação do teste *Dickey-Fuller* a fim de avaliar a estacionariedade da série temporal em questão. Os resultados desta análise são sistematicamente apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Teste Dickey Fuller

Teste de Dickey Fuller	Valor
1% Valores Críticos	-3.445
5% Valores Críticos	-2.868
10% Valores Críticos	-2.570
Estatística do Teste	-2.275
P-value	0.180

Fonte: Autoria própria (2024)

Os resultados apresentados na Tabela 2, que consistem nos valores críticos de 1%, 5% e 10%, são empregados para comparar com o valor do teste estatístico, a fim de

determinar a estacionaridade da série temporal em questão. Caso o valor do teste estatístico seja inferior aos valores críticos mencionados, a hipótese de estacionaridade dos dados é rejeitada. Quanto ao valor p , se este for menor que o nível de significância predefinido (0.05), a hipótese nula é rejeitada.

A análise realizada com os testes estatísticos nos dados originais conduz à aceitação da hipótese nula, sugerindo que a série temporal analisada não apresenta propriedades de estacionariedade, conforme discutido por (AWAN; ASLAM, 2021). Adicionalmente, foi executada uma decomposição da série temporal, permitindo a separação e identificação de suas principais componentes: tendência, sazonalidade e resíduos. Esta decomposição é detalhadamente representada com o Gráfico 10, evidenciando a estrutura subjacente dos dados.

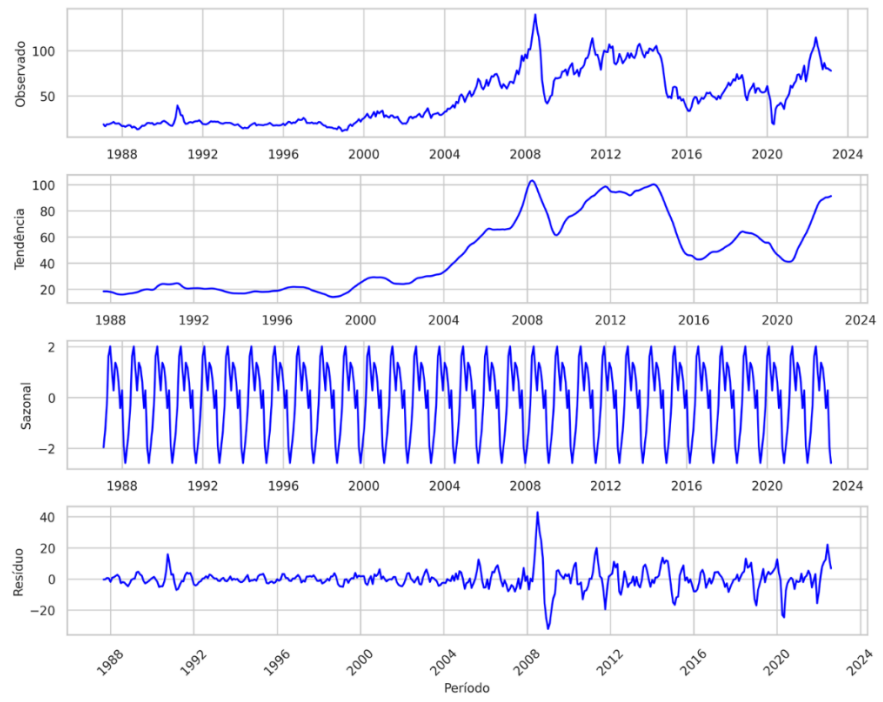
As representações Gráficas 10 evidenciam os elementos de tendência e sazonalidade presentes na série temporal. A identificação desses componentes foi realizada mediante a aplicação dos testes estatísticos de Cox-Stuart e Friedman, escolhidos por sua adequação na análise de séries temporais para detectar a presença de tendências e variações sazonais. Os dados obtidos por meio desses testes são expostos na Tabela 3.

Tabela 3 - Teste não paramétricos

Testes	P-Value
Cox-Stuart	0.0
Friedman	3.96×10^{-58}

Fonte: Autoria própria (2024)

Gráfico 10 - Decomposição dos dados



Fonte: Autoria própria (2024)

Ressalta-se que o teste de Cox-Stuart sugere fortemente evidências contra a hipótese nula de tendência, com um resultado de 0, indicando tendências. Analogamente, o teste de Friedman apresentou resultados próximos de 0, indicando forte evidência contra a hipótese nula de ausência de sazonalidade, o que sugere evidências significativas para a presença de sazonalidade nos dados.

Conforme ilustrado com os Gráficos 10, os dados apresentados na Tabela 3 corroboram a existência de sazonalidade e tendência. Essa evidência leva à rejeição da hipótese nula para ambos os fenômenos, dado que os p-valores obtidos nos testes são inferiores ao limiar de significância de 5%.

Diante dessas constatações, procedeu-se com a implementação de técnicas para induzir a estacionariedade na série temporal, eliminando os efeitos de tendência e sazonalidade, conforme demonstrado com o Gráfico 11. As etapas de transformações podem variar de acordo com a complexidade do problema (SALLES et al., 2019).

A estratégia adotada nesta pesquisa, envolveu a aplicação de uma transformação logarítmica (Equação 12) seguida de um filtro de média móvel com um período de 12 meses (Equação 13), visando a estabilização da média, variância, autocovariância e, por consequência, a obtenção de uma série temporal estacionária (MARAVALL; LÓPEZ-PAVÓN; PÉREZ-CAÑETE, 2015; LIU; GU; BAO, 2017; MEISENBACHER et al., 2017). Como já relatado por Salles et al. (2019), a utilização de médias móveis e transformações logarítmicas mostram-se técnicas úteis para remoção de componentes que podem inviabilizar a indução da estacionariedade.

Com a utilização da média móvel nos dados, estes foram suavizados reduzindo efeitos de flutuações. Pesquisas correlatas de Sirisha, Belavagi e Attigeri (2022) foram conduzidas também por estas transformações, embora o período escolhido para o filtro de médias móveis foi de 24 meses. Para garantir a estacionariedade da série, procedeu-se à subtração da série transformada em logarítmica com a média móvel calculada, e após essa operação realizou-se diferenciação dos dados (Equação 14). Esta diferença é útil para garantir a remoção de tendência dos dados, consolidando assim a estacionariedade requerida (URSU; PEREAU, 2016).



Fonte: Autoria própria (2024)

A metodologia utilizada possibilitou a análise do desvio padrão dos dados transformados, e com isso a distribuição da variabilidade. Ao considerar o desvio padrão em conjunto com a média móvel é possível observar como os dados variam em relação a uma medida de tendência central, de maneira que estes valores podem ser comparados com os dados iniciais antes do pré-processamento, conforme a Tabela 1. Essa abordagem contribui significativamente para a identificação de padrões sazonais e tendências na série temporal.

Após a aplicação dessas técnicas, os testes de Dickey-Fuller foram novamente realizados para verificar a estacionariedade das respostas resultantes. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 4.

Finalmente, como evidenciado com o Gráfico 11, confirmou-se a eficácia das operações realizadas em induzir a estacionariedade nos dados da série temporal. Como resultado direto dessa transformação, o valor de p observado é significativamente inferior aos limiares de significância estabelecidos, demonstrando a adequação dos procedimentos adotados.

Tabela 4 - Teste Dickey Fuller

Teste de <i>Dickey Fuller</i>	Valor
1% critical values	3.446
5% critical values	2.868
10% critical values	-2.570
Statistical test	-2.275
P-value	-5.83×10^{-10}

Fonte: Autoria própria (2024)

Os resultados obtidos dos testes, apresentados na Tabela 5, evidenciam que os valores de p são substancialmente inferiores a 5%. Tal constatação confirma a eficácia das operações realizadas, permitindo aceitar a hipótese de que as tendências e sazonalidades foram efetivamente eliminadas dos dados.

Após as etapas descritas anteriormente, os testes de *Cox-Stuart* e *Friedman* foram novamente realizados, conforme ilustrado na Tabela 5.

Tabela 5 - Teste não paramétricos

Testes	P-Value
Cox-Stuart	0.05639
Friedman	0.49084

Fonte: Autoria própria (2024)

Após todas as etapas anteriormente descritas e testes estatísticos realizados, na próxima seção será apresentada a forma de determinações dos coeficientes dos modelos. Destaca-se que mesmo para os modelos de Suavização optou-se por realizar a modelagem com os dados estacionários. Sequencialmente tem-se os modelos *Box & Jenkins* e por fim os Ensembles.

5.2.4 Estimação dos coeficientes dos modelos de suavização

Os modelos de Suavização Exponencial apresentados na Seção 2.4.5.1 possuem coeficientes que devem ser determinados, representados por α , β e φ . A literatura relata que não há consenso quanto a um método "ideal" para determinar esses parâmetros (MONTGOMERY D.; JENNINGS C.L.; KULACHI, 2008). Ao avaliar numericamente a função custo, método L-BFGS-B³ que minimize o MSE e o (AIC), foi possível definir os parâmetros a serem utilizados utilizando o conjunto de treinamento.

A vantagem de utilizar o AIC como critério reside na possibilidade de penalizar possíveis preditores, operando com um trade-off entre a qualidade do ajuste dos modelos e a complexidade dos mesmos (AZEVEDO; CAMPOS, 2016). Em contrapartida, alguns autores como Shaolong Sun et al. (2018) avaliaram apenas o MSE para definir tais coeficientes na fase de ajuste.

Estes modelos não exigem, diferentemente dos modelos *Box & Jenkins*, a condição de estacionariedade da série. Mas nesta pesquisa, optou-se por utilizar os dados com a condição de estacionariedade para os modelos de Suavização.

5.2.5 Estimação dos coeficientes dos modelos *Box & Jenkins*

Para os Modelos *Box & Jenkins* as ordens e os coeficientes foram determinados de duas formas, sendo que a primeira estratégia é considerada uma abordagem "clássica".

³ algoritmo padrão da biblioteca *scipy.optimize*, busca o valor dos coeficientes que minimiza o erro quadrático médio utilizando o método de Quasi-Newton, em que o usuário não precisa fornecer informações sobre a matriz hessiana ou estrutura da função objetivo.

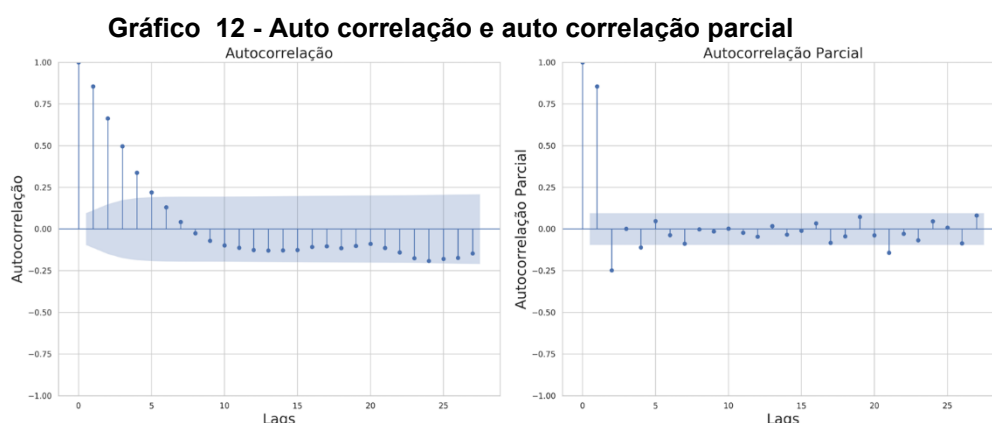
A segunda corresponde apenas ao Modelo $ARMA(p,q)$ com uma correção ao utilizar a otimização utilizando AG e PSO para determinar os coeficientes.

Para os modelos apresentados na Seção 2.4.5.5, algumas questões devem ser levadas em consideração. As ordens candidatas a serem testadas podem ser avaliadas utilizando os gráficos de Função de Autocorrelação (ACF) e Função de Autocorrelação Parcial (PACF). Já os coeficientes θ_i podem ser estimados, como relatado por Siqueira e Luna (2015), a partir da resolução das equações de *Yule-Walker* para um Modelo $AR(p)$.

Já para os Modelos $ARMA(p,q)$ e $ARIMA(p,d,q)$ apresentados nas Seções 2.4.5.8 e 2.4.5.9, respectivamente, pode-se lançar mão do estimador de máxima verossimilhança para determinar os coeficientes do modelo (ZHONG, 2024). E para o modelo $ARIMA(p,d,q)$ a parte d corresponde a ordem de diferenciação, está é determinado como 1, ao aplicar apenas uma diferenciação aos dados, utilizando a Equação 14.

Deve-se ainda definir quais os *lags* significativos para os modelos, esta etapa pode ser realizada com a análise do Gráfico 12, facilitando a compreensão dos padrões de autocorrelação presentes na série temporal ajustada.

O ACF auxilia na identificação de componentes significativos de atrasos que influenciam a média móvel, enquanto o PACF facilita a identificação de atrasos pertinentes à componente autorregressiva (AWAN; ASLAM, 2021). Contudo, a estimação desses parâmetros essenciais pode apresentar desafios, especialmente devido à complexidade e ao volume dos dados em análise, principalmente se a série temporal exibir vários *lags* com potenciais candidatos, computacionalmente inviabilizado testar todas as combinações possíveis.



Fonte: Autoria própria (2024)

Portanto, nesta pesquisa, utilizou-se a adoção de uma abordagem de busca exaustiva (Grid Search) para determinar a ordem dos modelos, com o objetivo de explorar um vasto conjunto de possibilidades até a identificação da configuração que minimiza o erro MSE, além de otimizar o processo de escolha de lags (GUO, J., 2019; MWANA; HAJIME, 2021; KUMAR; HARIHARAN, 2022). Este método envolve um processo iterativo

de avaliação, neste caso considerando o MSE e o AIC (ROSTAMI; BAHAGHIGHAT; ZANJIREH, 2011; ABDOLLAHI, 2020; SAH et al., 2022).

Destaca-se uma questão em relação às ordens para o modelo AR (p). Embora a Figura 12 sugira testar até o lag 2, pois todos os outros lags até o 25 estão dentro do intervalo de confiança, para o modelo AR (p) observaram-se todos os lags de 1 até 6. Esses testes estão dispostos no Apêndice E.

Para os modelos ARMA(p,q) testados, as ordens estão dispostas no Apêndice F. Neste caso a parte MA (q) também foi testado até a ordem 6, pois, conforme observado na Figura 12, após os lags 6 todos estão dentro do intervalo de confiança.

Para o modelo ARIMA (p,d,q) as mesmas ordens foram testadas como nos dois últimos modelos. Destaca-se que, neste caso conforme apresentado na seção anterior, ao realizar uma diferenciação dos dados de ordem $d = 1$, define-se a ordem de diferenciação dos modelos candidatos, fixados em 1. Os testes para o modelo ARIMA também estão dispostos no Apêndice G.

Após a análise e teste das ordens para os modelos supracitados, como detalhado nos Anexos referenciados, optou-se por refinar a escolha dos parâmetros desses modelos, sobretudo ao modelo ARMA(p,q), pois a eficácia em prever séries temporais vai além da natureza dos dados, mas da precisão dos parâmetros escolhidos. Nesse contexto, as abordagens convencionais de seleção de parâmetros podem não ser suficientemente robustas, especialmente para modelos que operam com complexidades elevadas ou dados não estacionários.

Conforme discutido por Alsharef et al. (2022), diversas estratégias são empregadas em algoritmos de natureza não lineares para determinação de parâmetros, estratégias estas que também são aplicáveis a modelos lineares (UBAID; HUSSAIN; SAQIB, 2021). Dentre estas, destacam-se os algoritmos de otimização bio-inspirados, que neste estudo foram aplicados ao modelo ARMA(p,q) Siqueira, Belotti et al. (2023). Esses métodos revelam-se como promissores, sobretudo para investigações dos coeficientes ϕ e θ uma vez que os *lags* já foram exaustivamente testados.

Essa abordagem busca explorar de forma mais abrangente e eficaz o espaço de busca paramétrico, visando identificar soluções ótimas que resultem em modelos mais precisos e robustos. A utilização de metaheurísticas proporciona uma estratégia flexível e poderosa para lidar com a complexidade e a não linearidade inerentes aos processos de otimização envolvidos na modelagem de séries temporais, uma vez que os ajustes dos algoritmos bio-inspirados são feitos pelo próprio usuário.

No primeiro caso estudado, implementou-se um AG com o objetivo de otimizar os parâmetros de ϕ e θ . Definiu-se a ordem do modelo ARMA (p, q) com $p = 1$ e $q = 3$. A representação da codificação real, conforme discutido na Seção 3.1.2 envolve então a

busca de $(\phi_1, \theta_1, \theta_2, \theta_3) \in \mathbb{R}$ que formaram um indivíduo, isto é, um potencial solução.

Após uma análise detalhada dos resultados obtidos através de testes sistemáticos com diversos operadores genéticos, decidiu-se adotar o crossover de um ponto, a mutação dinâmica, e a seleção por roleta. Os parâmetros específicos empregados para cada um desses operadores estão detalhados na Tabela 6.

Conforme os dados apresentados na Tabela 6, relativos aos operadores genéticos utilizados, o método de crossover gera dois descendentes (filhos) para cada par de progenitores (pais) selecionados. A taxa de mutação é ajustada dinamicamente, com o desvio padrão decrescendo ao longo das gerações para refinar a exploração do espaço de solução. A implementação de uma periodicidade consistente na aplicação da busca local evita que o algoritmo fique "preso" em mínimos locais, melhorando assim a robustez da busca. O parâmetro Delta é utilizado para realizar ajustes sutis nos genes durante a busca local, permitindo otimizações incrementais. Os parâmetros ϕ e θ são estrategicamente definidos dentro de um intervalo de $[-1, 1]$, delimitando o espaço de busca que será explorado.

Tabela 6 - Descrição dos parâmetros AG

Parâmetros	Valor
Tamanho da População	50
Número de iterações	30
Filhos gerados por crossover	50
Regulador de amplitude de mutação	0,1
Taxa de percentual de mutação	10%
Periodicidade de uso da busca local	100
Delta da busca local	0,05
Número máximo de gerações	150
Intervalo de busca para ϕ	$[-1, 1]$
Intervalo de busca para θ	$[-1, 1]$

Fonte: Autoria própria (2024)

Para avaliar as soluções, a função Fitness foi definida como o inverso do MSE, conforme mencionado na Seção 3.1.4 e detalhado na Equação 31. Assim, a cada geração, as soluções que apresentassem um valor elevado de MSE receberiam uma pontuação mais baixa, e vice-versa para valores baixos de MSE.

Após a conclusão do processo de otimização utilizando o AG, procedeu-se com a aplicação do método PSO. Detalhado na Seção 3.2, este é um algoritmo de enxame que se baseia na interação entre agentes, denominados partículas, que exploram o espaço de

soluções de forma cooperativa. Para este caso utilizou-se a Equação 37 e as etapas como relatado com a Figura 11.

Cada partícula ajusta sua trajetória com base nas experiências ótimas individuais ($pbest$) e globais ($gbest$), promovendo uma convergência adaptativa em direção ao ótimo global. Os coeficientes de inércia (w), cognitivo ($c1$) e social ($c2$) modulam a dinâmica de busca do enxame, influenciando diretamente a eficácia e a rapidez da convergência. Dada a relevância desses parâmetros, realizou-se uma avaliação empírica das configurações variadas desses coeficientes. Neste contexto, conduziram-se de testes sistemáticos assim como no AG para definição dos parâmetros. Após realizou-se 30 simulações com o intuito de identificar a configuração 'ótima'.

O enxame então é formado por um conjunto de partículas em que cada uma representa uma solução candidata $(\phi1, \theta1, \theta2, \theta3) \in R$. No início do algoritmo cada partícula é inicializada com valores aleatórios para ϕ e θ dentro dos intervalos especificados e com velocidades iniciais aleatórias. Neste caso, cada partícula armazena sua melhor posição ($pbest$) encontrada até então, que é sua posição inicial.

A atualização da velocidade e posição é guiada por três componentes: a inércia (w) guiando a partícula a seguir sua direção anterior, o componente cognitivo ($c1$) reside na influência da melhor solução já encontrada pela própria partícula ($pbest$), e por fim, componente social ($c2$) influência da melhor solução encontrada por qualquer partícula no enxame ($gbest$).

Após a atualização da velocidade a posição da partícula é ajustada com base em sua nova velocidade. Se uma partícula ultrapassa os limites do espaço de busca, ela é restringida dentro dos limites definidos. Para avaliar as soluções, análogo ao AG a função Fitness foi definida como o inverso do MSE, detalhado na Equação 31.

Após cada partícula ser movida o Fitness de suas novas posições é calculado novamente. Se uma nova posição de partícula oferece um melhor fitness do que seu ($pbest$), então seu ($pbest$) é atualizado para esta nova posição. Similarmente, se qualquer ($pbest$) supera o ($gbest$) atual do enxame, então ($gbest$) é atualizado. Este processo é repetido para um número de iterações. A cada iteração, as posições, velocidade e ($pbest$) das partículas são ajustadas, visando aproximar-se cada vez mais da solução ótima. Os parâmetros específicos empregados para cada um desses termos estão detalhados na Tabela 7.

Após a aplicação do AG e PSO com o modelo ARMA, todos os modelos lineares estão dispostos para serem combinados. Assim, os Ensemble podem ser desenvolvidos utilizando as técnicas apresentadas na Seção 4.

Tabela 7 - Descrição dos parâmetros PSO

Parâmetros	Valor
Número de Partículas	150
Número iterações	150
Coeficientes de Inércia w	0,7
Termo Cognitivo c_1	2,0
Termo Social c_2	2,0
Intervalo de busca para ϕ	[-1,1]
Intervalo de busca para θ	[-1,1]
Número Máximo de Execuções	30

Fonte: Autoria própria (2024)

5.2.6 Ensembles

Para construir o Ensemble 1, que se baseia na média das previsões de todos os modelos, utilizou-se a metodologia descrita na Equação 42. Especificamente, para cada um dos horizontes de previsão avaliados - 1, 3, 6, 9 e 12 passos à frente - as previsões dos modelos foram coletadas e, em seguida, calculou-se a média aritmética das respostas. É fundamental ressaltar, conforme mencionado anteriormente na Seção 4, que neste tipo de Ensemble, as saídas de todos os modelos contribuem igualmente para a previsão final, sem que haja a necessidade de reajustes ou retreinamento dos modelos. Posteriormente, procedeu-se ao cálculo dos erros individuais para cada horizonte de previsão.

Em relação ao Ensemble 2, este foi desenvolvido com base no cálculo da mediana das previsões dos modelos, seguindo as mesmas etapas descrita na construção do Ensemble 1. Para realizar este cálculo das saídas dos modelos preditivos, adotou-se a Equação 43. Por fim, procedeu-se à avaliação individual de cada modelo.

O Ensemble 3, diferentemente dos Ensemble 1 e 2 que são não treináveis, configura-se como uma abordagem treinável. Conforme mencionado na Equação 44, a primeira etapa consiste em organizar em uma matriz $\mathbf{Y}$ todas as saídas dos modelos preditivos, denotadas por $\hat{y}_n$ organizadas como linhas. Neste contexto, cada linha da matriz corresponde às previsões de um modelo ao longo de todos os horizontes estabelecidos.

A segunda etapa envolve a organização de um vetor $\mathbf{y}$ com os valores reais neste caso, representado pelo conjunto de teste (observados). Para esta operação, utilizou-se a Equação 45. Com ambos os vetores, contendo as previsões dos modelos preditivos e os valores reais, procedeu-se ao cálculo dos pesos que minimizam a diferença quadrática entre as previsões e os valores reais, utilizando a Equação 46.

Como mencionado, seja $\mathbf{Y}$ a matriz de previsões dos modelos, em que cada linha representa as previsões de um modelo específico ao longo de todos os pontos de dados, e $\mathbf{y}$ é o vetor de valores de teste (observados). Ao aplicar a minimização da norma

Euclidiana (ou norma L2), representada por $\|\cdot\|_2^2$ calcula-se o vetor de erros (resíduos) entre as previsões combinadas e os valores reais.

Para resolver este problema de minimização, frequentemente recorre-se à técnica dos mínimos quadrados, envolvendo a resolução de uma equação matricial que pode não ter uma solução única ou que pode envolver uma matriz $Y^T Y$ não invertível (singular). Neste estudo, adotou-se a pseudo-inversa de *Moore-Penrose*, que permite encontrar uma solução mesmo quando a matriz não é invertível de forma convencional. Calcula-se $Y^T Y$, o produto da transposta de Y por Y . Esta operação resulta em uma matriz que representa a covariância entre as previsões de cada par de modelos ao longo de todos os pontos de dados. A pseudo-inversa é então calculada, e com isso, utiliza-se a Equação 47 para encontrar os pesos finais para cada modelo. Finalmente, aplica-se a Equação 48 para calcular as previsões para os horizontes correspondentes. Ainda explorando os Ensembles treináveis para a elaboração do Ensemble 4, observa-se que este foi desenvolvido a partir da média ponderada dos modelos, cujos pesos foram inicialmente otimizados utilizando um AG.

A primeira etapa consiste em formar um cromossomo, ou seja, definir como as soluções candidatas serão representadas. Neste caso, elas podem ser representadas como um vetor de pesos W , em que cada componente w_i do vetor representa o peso atribuído ao i -ésimo modelo no Ensemble. A restrição de que todos os pesos devem somar 1 e ser não-negativos é uma característica típica dos problemas de mistura ou combinação convexa⁴. Neste contexto, o vetor de peso pode ser definido como $W = (w_1, w_2 \dots w_n)$: $w_i \geq 0$ para todo i ; $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Aqui, n é o número total de modelos no Ensemble. Cada peso w_i é maior ou igual a zero, $w_i \geq 0$ para todo $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. A soma de todos os pesos é igual a 1, o que garante que o vetor de pesos represente uma combinação convexa das previsões dos modelos $\sum_{i=1}^n w_i = 1$.

No contexto do AG para determinar os valores de w , este é inicializado aleatoriamente para cada indivíduo da população e então ajustado ao longo de várias gerações por meio de operações genéticas. Como já mencionado, cada indivíduo representa uma possível solução.

Após uma análise dos parâmetros e da determinação de quais tipos de operadores genéticos utilizar, decidiu-se aplicar um crossover de um ponto, mutação dinâmica e seleção por torneio. No que concerne aos parâmetros utilizados nas operações genéticas, a Tabela 8 dispõe dos dados utilizados.

⁴ Combinação Linear em que os coeficientes de ponderação, ou pesos são não negativos e somam um.

Neste caso, o crossover em cada geração resulta em filhos que compõem metade da população, promovendo uma renovação substancial da população e incentivando a exploração genética. Uma alta taxa de crossover de 90% indica que dois pais selecionados passam por um processo de recombinação para criar filhos. Isso induz a combinação de diferentes características dos pais, potencialmente levando a novas soluções.

Tabela 8 - Descrição dos parâmetros do AG para otimização dos pesos em um ensemble de média ponderada

Parâmetro	Valor
Tamanho da População	150
Número de Gerações	150
Filhos gerados por crossover	Por geração, metade da população
Taxa de crossover	90%
Taxa de mutação	50%
Amplitude da mutação (Desvio padrão)	0,1
Tamanho do Torneio	4
Número de Modelos por Indivíduo	9
Número de Execuções	30

Fonte: Autoria própria (2024)

A mutação permite que ajustes significativos sejam feitos ao longo das gerações, sobretudo porque usamos uma taxa de 50%, induzindo assim a diversidade genética. O desvio padrão na mutação gaussiana controla o quão grande é a alteração aplicada durante a mutação. Neste caso, com um valor de 0,1, sugerem-se mutações moderadas nos valores dos pesos, representando um desafio para equilibrar os ajustes a serem feitos ao longo das gerações, mas também para manter a estabilidade das características hereditárias.

O método de seleção utilizado orientou-se por aplicar um torneio com valor de 4. Este número reflete a quantidade de indivíduos que competem em cada evento de seleção. Como o número de modelos é igual a 9, usar 4 para a seleção pode levar a um bom equilíbrio, proporcionando competições suficientes para que os melhores indivíduos se destaquem, sem ser tão grande que a seleção se torne puramente aleatória.

Por fim, a avaliação das soluções na função *Fitness* foi definida como o inverso do MSE, conforme mencionado na Seção 3.1.4 e detalhado na Equação 31.

Em termos práticos, aplicando a Equação 49 no contexto de otimização dos pesos w , obtém-se um conjunto de soluções em que a previsão do Ensemble é expressa $\text{Previsão do Ensemble} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \text{Preditor } i$. Neste caso, w_i são os pesos 96 atribuídos aos modelos e satisfazem as condições mencionadas anteriormente, como não-negatividade e soma totalizando um. Após considerações iniciais sobre a formação de um Ensemble desenvolvido com a média ponderada, o próximo modelo utiliza-se das mesmas restrições de não negatividade e de soma dos pesos w totalizando um. A distinção deste próximo modelo reside no método utilizado para determinar os valores de w . Neste caso, optou-se

pelo uso do PSO. Após algumas simulações e testes, optou-se por utilizar os parâmetros para o PSO descritos na Tabela 9. Detalhado na Seção 3.2, segue-se a aplicação da Equação 37 e as etapas como relatado com a Figura 11 para a aplicação dos parâmetros da Tabela 9.

Tabela 9 - Descrição dos parâmetros do PSO para otimização dos pesos em um ensemble de média ponderada

Parâmetro	Valor
Número de Partículas	150
Número de iterações	150
Coeficiente de Inércia (ω)	0.9
Coeficiente Cognitivo ($c1$)	2.0
Coeficiente Social ($c2$)	2.0
Número de Modelos por Partícula	9
Número Máximo de Execuções	30
Número de Partículas	150
Número de iterações	150

Fonte: Autoria própria (2024)

A primeira etapa iniciou-se com a formação de um enxame, em que cada partícula representa uma solução potencial do problema, que, neste caso, é um vetor de pesos W . Cada peso no vetor é inicialmente aleatório, e juntos, eles somam 1, mantendo a propriedade de uma média ponderada. Essa normalização é essencial para garantir que cada partícula represente uma combinação válida dos modelos no Ensemble.

Já o **pbest** para cada partícula no enxame, este mantém uma memória de sua melhor posição, que é a posição que resultou no melhor valor de fitness desde o início do processo. O fitness de uma partícula representa a precisão das previsões do Ensemble, para o qual foram utilizadas as mesmas considerações apresentadas na Seção 3. 1.4 e detalhadas na Equação 31. Para o **gbest**, dentre todas as melhores posições mantidas por cada partícula **pbest**, a posição que possui o melhor valor de fitness é selecionada como **gbest**. O **gbest** representa, então, a melhor solução encontrada por todo o enxame até o momento.

A velocidade de cada partícula é atualizada em cada geração para refletir três comportamentos: a inércia, representada por ω , na qual uma fração da velocidade anterior, controlada pelo coeficiente inercial, ajuda a manter a direção do movimento da partícula; o coeficiente cognitivo, influenciado por **pbest**, que desloca a partícula na direção de sua própria melhor posição, ponderada por um coeficiente cognitivo $c1$ e um número aleatório que garante a diversidade na exploração; e o coeficiente social, influenciado por **gbest**, que desloca todas as partículas na direção da melhor posição encontrada por qualquer partícula no enxame, ponderada por um coeficiente social $c2$ e um número aleatório.

A atualização da posição de cada partícula é realizada somando a nova velocidade à posição atual. A posição atualizada é renormalizada para garantir que a soma dos pesos continue sendo 1, preservando a condição de combinação convexa. Portanto, as influências sociais e cognitivas no PSO ajudam a balancear entre a exploração (descoberta de novas áreas do espaço de solução) e o refinamento de novas soluções encontradas. O componente cognitivo incentiva as partículas a explorar com base em seu próprio sucesso, enquanto o componente social encoraja o enxame a convergir para a melhor solução encontrada coletivamente.

As previsões dos modelos serão avaliadas considerando então as previsões para $h = 1, 3, 6, 9, 12$ passos à frente, neste caso representando meses à frente $w_i \cdot$ Previsão do preditor i . Neste caso, w_i são os pesos atribuídos aos modelos e satisfazem as condições mencionadas anteriormente, como não-negatividade e soma totalizando um.

5.2.7 Pós processamento de dados

Após a aplicação das transformações iniciais nos dados da série temporal, foi necessário executar etapas de pós-processamento para reverter as modificações e recuperar os valores previstos a escala original $\hat{Z}_t$.

A diferenciação de primeira ordem, definida pela Equação 14 na Seção 2.4.2, foi a primeira etapa a ser revertida. Utilizamos a soma cumulativa dos valores de Δ , iniciando do valor ajustado ($L(1) - M(1)$) conforme a Equação 51.

$$L(t) - M(t) = \sum_{i=1}^t \Delta(i) + (L(1) - M(1)) \quad (51)$$

Em seguida, para restaurar $L(t)$, adicionou-se de volta o filtro de média móvel $M(t)$, calculada sobre uma janela de 12 períodos. Tem-se a Equação 52.

$$L(t) = \sum_{i=1}^t \Delta(i) + (L(1) - M(1) + M(t)) \quad (52)$$

A última etapa do pós-processamento envolveu reverter a transformação logarítmica aplicada à série temporal, realizada por meio da exponenciação de $L(t)$ para retornar aos valores originais de $Z(t)$ pode-se utilizar a Equação 53.

$$\hat{Z}(t) = \exp(L(t)) = \exp(\sum_{i=1}^t \Delta(i) + (L(1) - M(1) + M(t))) \quad (53)$$

Após reverter os valores previstos para a escala original para cada horizonte de previsão, a próxima seção apresentará as métricas de erro utilizadas para avaliar os resultados obtidos pelos modelos. Destaca-se que reverter os dados para a escala original facilita uma compreensão mais clara e uma visualização mais precisa dos resultados, assegurando que as métricas de precisão estejam na mesma escala que os dados originais.

5.2.7.1 Desempenho dos modelos

Nesta seção será apresentado as métricas de erros utilizadas para avaliar o desempenho dos modelos preditivos. Neste sentido, será utilizado o MSE, MAE e MAPE.

5.2.7.2 Erro quadrático médio

O Erro quadrático médio (MSE - *Mean Square Error*) calcula a média dos erros elevados ao quadrado, conforme descrito por (ADEKOYA; NTI; WEYORI, 2022). Em outras palavras, ela é a média das diferenças entre os valores reais e os valores estimados com o resultado elevado ao quadrado. Essa métrica produz valores não negativos e quanto mais próxima de zero, melhor o desempenho do modelo. A Equação a 54 ilustra o MSE:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y - \hat{y})^2 \quad (54)$$

Neste caso y representa os valores observados $\hat{y}$ os valores previstos e n é o número de amostras consideradas.

5.2.7.3 Erro percentual absoluto médio

A métrica Erro percentual absoluto médio (MAPE - *Mean Absolute Percentage Error*) evita uma possível penalização que pode ocorrer no MSE se estiverem em escalas diferentes ao calcular a porcentagem de erro (NAYAK; NAYAK; DAS, 2022). Sua Equação

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y - \hat{y}}{\hat{y}} \right| \quad (55)$$

característica é representada na por 55.

5.2.7.4 Erro absoluto médio

O Erro absoluto médio (MAE - *Mean Absolute Error*) representa a média dos erros absolutos para os valores como já relatado por Liu e Wei (2022) e pode ser descrito conforme a Equação 56:

$$MAE = \sum_{t=1}^n |y - \hat{y}| \quad (56)$$

5.2.7.5 Critério de informação de Akaike

O Critério de Informação de Akaike (AIC) é uma métrica de avaliação usada para determinar a qualidade de resposta de modelos, mas também considera a parcimônia entre esta qualidade e quantidade de entradas. Em outras palavras, para se elevar a ordem de um modelo linear, deve-se considerar se tal aumento traz mudanças significativas na redução do erro (WENG et al., 2022). Sua Equação matemática é descrita em 57.

$$AIC = 2M - 2\ln(\hat{L}) \quad (57)$$

em que M é o número de parâmetros do modelo e $(\hat{L})$ é o valor da máxima verossimilhança.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir das previsões dos modelos lineares (Seção 2.4.5) e dos modelos Ensembles (Seção 4) referentes ao preço do Petróleo Bruto WTI. Inicialmente, detalham-se os parâmetros empregados em cada modelo. Posteriormente, expõem-se os valores acompanhados das métricas de erros (Seção 5.2.7.1), o ranking que avalia o desempenho dos modelos preditivos e, finalmente, os gráficos que ilustram o desempenho do melhor modelo em cada horizonte de previsão.

6.1 Ajuste dos modelos suavização

Para os métodos de Suavização apresentados nas Seções 2.4.5.2, 2.4.5.3 e 2.4.5.4, os valores previstos são ajustáveis com base nos coeficientes de suavização α , β e φ . Estes coeficientes, que representam, respectivamente, o nível, a tendência e a sazonalidade, são determinadas durante a fase de treinamento. O processo detalhado para tal encontra-se descrito na Seção 5.2.4. Embora a Tabela 10 apresente os coeficientes otimizados para a modelagem, é fundamental considerar as especificidades do conjunto de dados em análise.

Tabela 10 - Coeficientes modelos de suavização

Modelos	α	β	φ
SES	1.0000	-	-
Holt	1.0000	1.09E-4	-
Holt Winters Aditivo	9.99E-3	4.65E-8	3.17E-8
Holt Winters Multiplicativo	0,99999	8.75E-11	6.67E-11

Fonte: Autoria própria (2024)

6.2 Ajuste dos modelos Box-Jenkins

Para os modelos abordados na Seção 2.4.5.5, os resultados serão inicialmente apresentados conforme as ordens dos modelos AR (p), ARMA (p, q) e ARIMA (p, d, q). Subsequentemente, serão expostos os coeficientes ϕ e θ pertinentes ao modelo ARMA (p, q).

Tabela 11 - Coeficientes modelos Box & Jenkins

Modelos	p	d	q
AR	1	-	-
ARMA	1	-	3
ARIMA	6	1	6

Fonte: Autoria própria (2024)

Todos os testes relacionados à determinação destes parâmetros, realizados de maneira exaustiva, estão documentados no Apêndice E para o modelo AR (p), no Apêndice F para o modelo ARMA (p, q), e no Apêndice G para o modelo ARIMA (p, d, q).

De acordo com a Tabela 11 e conforme discutido na Seção 5.2.5, para o modelo AR (p) foram empregadas as Equações de Yule-Walker. Para os modelos ARMA (p, q) e ARIMA (p, d, q), utilizou-se o estimador de máxima verossimilhança. A Tabela 12 apresenta os valores de ϕ e θ otimizados por meio dos algoritmos AG (Seção 3.1) e PSO (Seção 3.2).

Tabela 12 - Modelo ARMA (p,q) AG e PSO

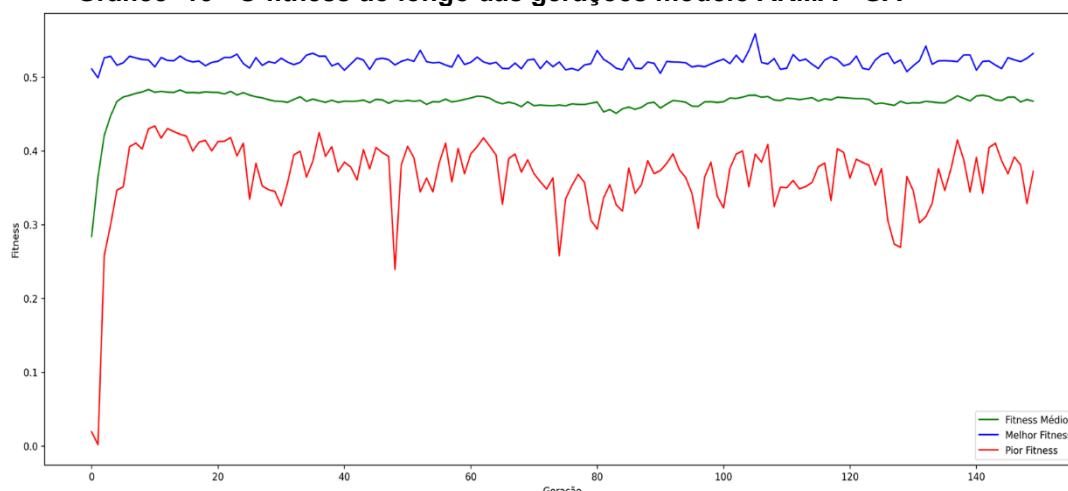
Modelo	ϕ_1	Θ_1	Θ_2	Θ_3
ARMA-AG	0.11926	-0.0081	-0.0586	-0.1268
ARMA-PSO	0.6036	-0.5537	0.1161	-0.0438

Fonte: Autoria própria (2024)

Conforme abordado na Seção 5.2.5 e detalhado nas Tabelas 8 e 9 para os modelos ARMA-AG e ARMA-PSO respectivamente, a seleção de coeficientes é seguida por trinta inicializações independentes. Nesse contexto, o modelo ARMA, tradicionalmente determinístico, é empregado em um cenário estocástico (Seção 2.3) quando submetido aos algoritmos de otimização AG e PSO. Esses algoritmos introduzem um elemento de aleatoriedade no processo de otimização, pois cada iteração depende de uma série de decisões aleatórias (como seleção, cruzamento e mutação no AG, ou a atualização de partículas no PSO), o que transforma o processo de ajuste dos coeficientes em um procedimento estocástico. Esta abordagem permite que o modelo explore o espaço de soluções de forma mais dinâmica, evitando mínimos locais e melhorando a robustez das soluções ao longo das iterações. Este processo é importante para assegurar que o espaço de parâmetros seja explorado de maneira a maximizar a possibilidade de encontrar uma combinação ótima de coeficientes ϕ e θ .

Todas as iterações sobre este processo e os resultados dos testes paramétricos realizados podem ser consultados no Apêndice H para o modelo ARMA-AG e no Apêndice I para o modelo ARMA-PSO.

Após a obtenção dos resultados citados anteriormente, os Gráfico 13 e 14 ilustram a evolução dos coeficientes selecionados ao longo das gerações (soluções candidatas), em conformidade com os parâmetros estabelecidos na Seção 5.2.5 e detalhados nas Tabelas 8 e 9. Ambos os Gráficos registram o Fitness de cada iteração, destacando o melhor em azul, o médio em verde e o pior em vermelho.

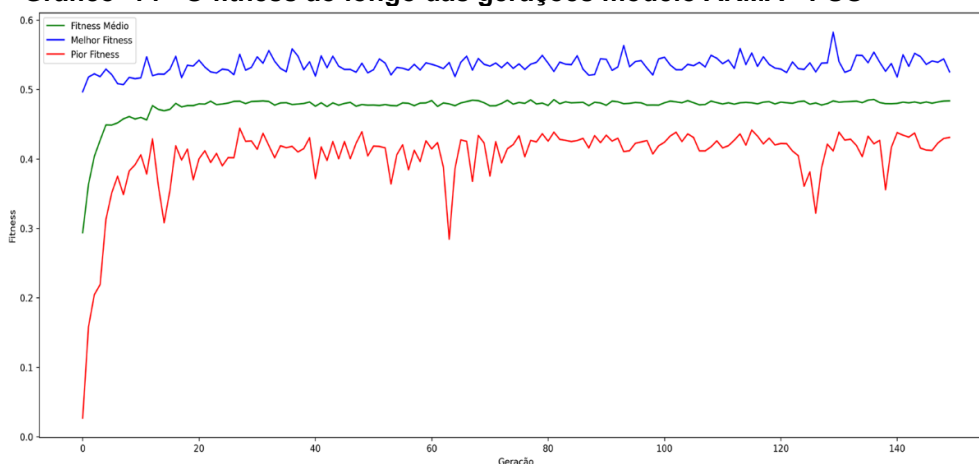
Gráfico 13 - O fitness ao longo das gerações modelo ARMA - GA

Fonte: Autoria própria (2024)

Nota-se com os Gráficos 13 e 14 que o melhor Fitness apresenta uma tendência contínua, embora ao longo das gerações observa-se pequenos picos ascendentes. Neste caso, o AG e o PSO estão encontrando soluções cada vez melhores e assim explorando espaços de buscas diferentes.

Já em relação ao Fitness médio, este inicia com valores distantes dos valores máximos, mas ao longo das gerações os valores médios se aproximam dos valores máximos, sugerindo que o AG e o PSO estão explorando bons resultados de busca e um bom sinal de convergência robusta. Embora, não tenha acontecido, como apresenta os Gráficos 13 e 14 se a diferença entre o Fitness médio e máximo estivessem discrepantes, sugeriria-se então, que poucas soluções tivessem um alto desempenho, enquanto a maioria da população não está se adaptando bem ao ambiente.

Por outro lado, o pior Fitness apresenta uma evolução ao longo das gerações, indicando que até os indivíduos menos adaptados da população estão se tornando mais aptos. Neste sentido, pode-se afirmar que está havendo uma melhoria global na população ao longo das gerações.

Gráfico 14 - O fitness ao longo das gerações modelo ARMA - PSO

Fonte: Autoria própria (2024)

Após a determinação dos parâmetros e coeficientes dos modelos lineares, a próxima etapa orientou-se em determinar os parâmetros utilizados para a formação dos modelos Ensembles.

6.3 Ajuste dos modelos ensembles

Como mencionado na (Seção 4) e discutido na (Seção 5.2.6), os Ensembles nesta pesquisa foram divididos em duas categorias: os modelos que não-treináveis, destacados pelos Ensemble 1 e Ensemble 2, utilizando a média e a mediana, respectivamente; e os modelos que foram treináveis, denominados Ensemble 3, Ensemble 4 e Ensemble 5. Neste caso, foram consideradas a pseudo-inversa de Moore-Penrose, a média ponderada com AG e a média ponderada com PSO, respectivamente.

Assim, a etapa inicial que diz respeito ao ajuste dos modelos será válida apenas para os Ensemble 3, Ensemble 4 e Ensemble 5, por razões óbvias. Neste contexto, para o Ensemble treinado, a Tabela 13 apresenta os pesos para cada modelo individual.

Os pesos associados definidos pelo método de Moore-Penrose refletem a contribuição relativa de cada modelo à previsão combinada do Ensemble. Um peso positivo indica que o modelo contribui positivamente para a previsão final, enquanto um peso negativo sugere uma influência contrária. A combinação desses modelos.

Tabela 13 - Pesos associados ao ensemble 3

Modelos	pesos
SES	5.3110
ARMA	0.3103
AR	0.9854
ARMA-PSO	-0.0534
HOLT AD	0.6266
HOLT M	-1.0575
HOLT	-4.8867
ARIMA	-1.1908
ARMA-AG	0.6770

Fonte: Autoria própria (2024)

Portanto, neste contexto, é mais relevante avaliar o desempenho geral do Ensemble em termos de métricas de erro global, tais como MSE, MAE e MAPE, do que comparar diretamente os pesos atribuídos. Conforme evidenciado na Seção 4 e discutido na Seção 5.2.6, é crucial destacar que os Ensemble, desenvolvidos a partir de combinações, tendem a apresentar desempenho superior ao dos modelos individuais. Neste caso, contribuindo para a redução da variância do erro, como demonstrado nas Equações 38, 39, 40 e 41.

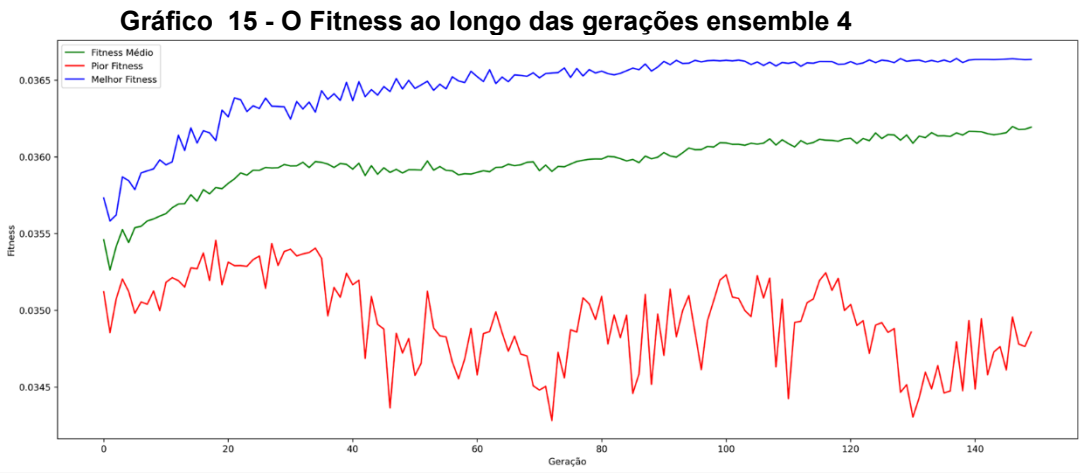
Tabela 14 - Pesos associados ao ensemble 4

Modelos	Pesos
SES	0.000e+00
ARMA-PSO	4.722e-01
ARMA-AG	5.207e-01
AR	0.000e+00
ARMA	0.000e+00
ARIMA	2.000e-04
HOLT	6.900e-03
HOLT M	0.000e+00
HOLT AD	0.000e+00
Soma dos Pesos	1.0000

Fonte: Autoria própria (2024)

A Tabela 14 apresenta os pesos atribuídos aos modelos no Ensemble 4, neste caso utilizando a média ponderada com AG. É importante observar que, ao contrário do Ensemble anterior, alguns modelos receberam peso zero, indicando que não tiveram contribuição na construção do Ensemble. Em contrapartida, outros, como os ARMA- AG e ARMA-PSO, tiveram uma contribuição significativa na formação do Ensemble, refletindo sua maior relevância ao longo das gerações.

O Gráfico 15 a seguir apresenta a evolução do Fitness ao longo das gerações.



Fonte: Autoria própria (2024)

Como observado com o Gráfico15, o melhor Fitness, representado pela cor azul, está aumentando ao longo das gerações, evidenciando um processo de evolução. No contexto do Ensemble, a cada geração o AG está descobrindo diferentes valores de pesos para a construção do Ensemble. De maneira análoga ao comportamento do melhor, o Fitness médio, representado pela cor verde, também sugere uma evolução contínua ao longo das gerações. Neste caso, não são apenas alguns indivíduos que estão melhorando, mas toda a população está se tornando mais apta, o que é um indicativo robusto de convergência do AG. Por fim, o pior Fitness mostra um comportamento geralmente mais

estagnado, embora se observe uma diversidade genética crescente, mesmo entre os indivíduos com piores desempenhos.

A Tabela 15 apresenta os pesos associados ao Ensemble 5. Neste caso, assim como no Ensemble 4, utilizando a média ponderada, embora agora com os pesos otimizados utilizando o PSO.

Observa-se na Tabela 15 que os pesos atribuídos pelo PSO foram mais diversificados em comparação com o AG. O AG atribuiu pontuação zero a 5 dos 9 modelos utilizados, enquanto o PSO penalizou totalmente apenas 3. Em ambos os casos, o modelo SES não participou da formação do Ensemble. Destaca-se ainda que, entre os modelos que receberam pontuação zero, encontra-se o ARMA-PSO, que na configuração anterior com o AG teve uma contribuição significativa na composição do Ensemble. No caso do AG, todos os modelos de suavização (SES, HOLT, HOLT M e HOLT AD) receberam peso zero ou pesos muito baixos, como observado no modelo HOLT.

Tabela 15 - Pesos associados ao ensemble 5

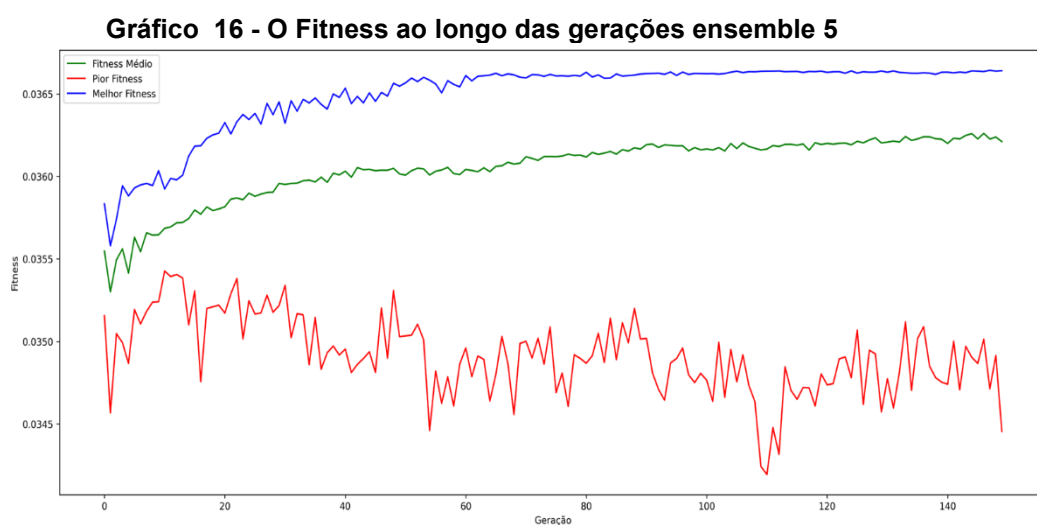
Modelos	Pesos
SES	0.000e+00
ARMA-PSO	0.000e+00
ARMA-AG	0.1145
AR	0.2768
ARMA	0.000e+00
ARIMA	0.0638
HOLT	0.1566
HOLT M	0.2022
HOLT AD	0.1861
Soma dos Pesos	1.0000

Fonte: Autoria própria (2024)

O Gráfico 16 a seguir apresenta a evolução das soluções ao longo das iterações considerando o PSO.

Da mesma forma com os Gráficos 15 e 16, o Fitness em azul representa as melhores soluções, isto é, os melhores pesos para a formação do Ensemble. Utilizando o PSO, a cor azul indica então as melhores soluções encontradas por qualquer partícula em todo o enxame na presente geração. Analogamente ao comportamento do melhor Fitness com AG, com o PSO observa-se uma evolução ao longo das gerações, indicando que o enxame, como um todo, está se movendo em direção a uma solução progressivamente melhor, neste caso, encontrando pesos que minimizam o MSE entre as previsões. A cor verde ilustra que o Fitness médio representa o desempenho de todas as partículas no enxame. Assim como o comportamento do melhor Fitness, apresenta uma evolução ao longo das gerações, indicando uma boa convergência de todas as partículas, ou seja, o enxame como um todo está se tornando mais apto ao longo das iterações. Com a cor

vermelha, representando o pior Fitness, observa-se o desempenho da partícula menos apta em cada geração. Embora esse comportamento seja mais linear, nota-se, assim como nos Fitness médio e melhor, uma diversidade entre as partículas menos aptas, indicando que estão sendo puxadas para melhores regiões do espaço de busca pelas partículas mais aptas. Após esta primeira etapa dos resultados, que consistiu em apresentar os parâmetros de todos os modelos utilizados para realizar as previsões, a próxima Seção 6.4 apresentará os resultados finais com os modelos já ajustados.



Fonte: Autoria própria (2024)

6.4 Análise estatística e comparação dos resultados

Nesta seção, para cada horizonte de previsão, apresentam-se os resultados dos modelos avaliados com base nos respectivos erros MSE, MAE e MAPE. Em seguida, desenvolve-se um ranking dos modelos. Após essas avaliações, apenas o melhor para cada passo de previsão será exibido graficamente

Observa-se nos resultados apresentados na Tabela 16 que, neste primeiro horizonte de previsão ($h = 1$), o Ensemble 5 obteve resultados superiores nas três métricas de avaliação em comparação aos demais modelos.

Com o objetivo de realizar uma avaliação individual, a Tabela 17 apresenta um *ranking* de desempenho. Neste caso, atribui-se uma nota de acordo com a performance dos modelos, sendo que os melhores recebem as notas mais altas. Como observado na Tabela 17 e destacado também na Tabela 16 para o primeiro tipo de modelo considerando os Box & Jenkins destaca-se o desempenho dos algoritmos de otimização aplicados ao modelo ARMA, sobretudo o ARMA-PSO, o qual apresenta uma notável diferença aos treinados com algoritmos padrão (AR, ARMA e ARIMA). Neste sentido atribui-se a eficiência do PSO em explorar o espaço de busca mais eficaz que os demais modelos. Os modelos AR, ARMA e ARIMA obtiveram resultados similares entre si, com pequenas

diferenças sugerindo que sem a otimização bio-inspirada, a escolha entre esses modelos pode ser menos crítica. Dentre os modelos listados, o AR teve o pior desempenho, resultado este não surpreendente, uma vez que se trata de um modelo linear que utiliza apenas os lags passados da variável dependente como preditores.

Tabela 16 - Avaliações 1 passo à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE
AR	42,5677	5,0139	0,0924
ARMA	42,1666	4,9635	0,0917
ARIMA	42,2707	4,9896	0,0915
ARMA-AG	36,0904	4,5779	0,0845
ARMA-PSO	35,7461	4,5461	0,0836
SES	39,3276	4,7244	0,0878
<i>Holt</i>	39,739	4,7383	0,0881
<i>Holt Winters</i> Mult	43,6446	5,0792	0,0931
<i>Holt Winters</i> Adit	42,7063	5,0471	0,0940
<i>Ensemble</i> 1	26,5979	3,8855	0,0748
<i>Ensemble</i> 2	38,1103	4,8385	0,0888
<i>Ensemble</i> 3	47,2520	3,8363	0,0732
<i>Ensemble</i> 4	42,8594	5,0280	0,9389
<i>Ensemble</i>5	26,1324	3,8052	0,7321

Fonte: Autoria própria (2024)

Tabela 17 - Ranking por tipo de modelo considerando as previsões 1 passo à frente

Tipo	Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
Box - Jenkins	AR	1	1	1	3
	ARMA	3	3	2	8
	ARIMA	2	2	3	7
	ARMA-PSO	5	5	5	15
Suavização	ARMA-AG	4	4	4	12
	SES	4	4	4	12
	<i>Holt</i>	3	3	3	9
	<i>Holt Winters</i> Mult	1	1	1	3
	<i>Holt Winters</i> Adit	2	2	2	6
	<i>Ensemble</i> 1	4	3	4	11
Ensemble	<i>Ensemble</i> 2	3	2	3	8
	<i>Ensemble</i> 3	1	4	5	10
	<i>Ensemble</i> 4	2	1	1	4
	<i>Ensemble</i> 5	5	5	2	12

Fonte: Fonte: Autoria própria (2024)

Para a categoria dos modelos de suavização, destaca-se o mais simples, o SES. Este resultado sugere que, para este estudo, um modelo mais simples é adequado principalmente ao nível da série. Neste caso, utilizaram-se dados em condição estacionária, isto é, sem apresentar tendência ou sazonalidade, conforme relatado na Seção 5.2.4. Essas transformações podem ter beneficiado o modelo SES, pois as previsões não precisam se ajustar a mudanças de tendência ou variações sazonais. Por outro lado, quando essas transformações são aplicadas nos dados e utilizadas em modelos

projetados para capturar tendência e sazonalidade, como o Holt e o Holt Winters, a transformação pode remover informações que esses modelos visam explorar. Portanto, uma explicação para o desempenho superior do modelo SES em comparação aos demais pode ser justificada pela utilização dos dados na condição de estacionaridade.

Em relação aos Ensembles, nota-se que o PSO provou ser superior às demais técnicas de otimização. Este é reconhecido por sua flexibilidade e capacidade de evitar mínimos locais durante a busca por soluções ótimas (pesos). Neste horizonte de previsão, o Ensemble 3, considerando a pseudo-inversa de Moore-Penrose, obteve o pior resultado em comparação aos demais modelos. O Ensemble 3 pressupõe que todos os modelos individuais possam participar da combinação; assim, se alguns são desproporcionalmente ruins, isso pode afetar a qualidade da resposta.

Com o intuito de avaliar o melhor modelo dentre todos, considerando a previsão de um passo à frente, a Tabela 18 apresenta o Ranking geral.

Tabela 18 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 1 passo à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
AR	5	4	5	14
ARMA	7	6	6	19
ARIMA	6	5	7	18
ARMA-PSO	12	11	12	35
ARMA-AG	11	10	11	32
SES	9	9	10	28
Holt	8	8	9	25
Holt Winters Mult	2	1	4	7
Holt Winters Adit	4	2	3	9
Ensemble 1	14	14	2	30
Ensemble 2	10	7	8	25
Ensemble 3	1	13	14	28
Ensemble 4	3	3	1	7
Ensemble 5	13	12	13	38

Fonte: Autoria própria (2024)

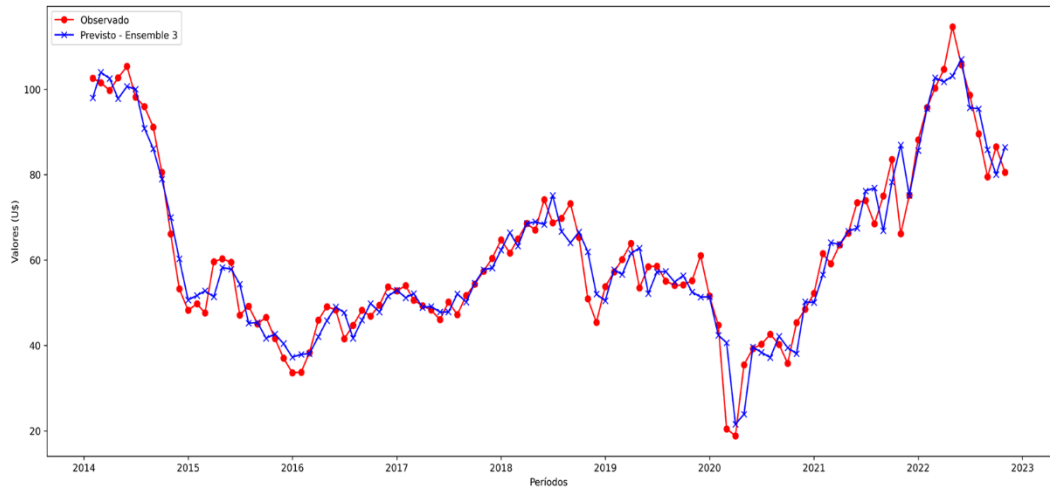
Como demonstrado na Tabela 18, ao avaliar todos os modelos, o Ensemble 5, considerando a média ponderada com PSO, destacou-se resultado já esperado conforme observado com a Tabela 16. Neste caso, o PSO ajustou os pesos atribuídos a cada modelo no Ensemble, permitindo que este maximize a precisão global dinamicamente como as diferentes previsões combinadas com base no desempenho histórico. Essa capacidade de otimização justifica o desempenho superior do modelo. Neste sentido, como já mencionado anteriormente, o Ensemble com PSO se beneficia da flexibilidade de ajustar os pesos de cada modelo, permitindo uma resposta adaptativa às características dos dados. Esse comportamento contrasta com os Ensembles 1 e 2, que consideram cada modelo de maneira igualitária.

Após os resultados apresentados com o Gráfico 17 ilustra o melhor modelo

considerando a previsão de um passo à frente ao longo do conjunto de teste, neste caso denominado como observado.

Com as considerações em relação às previsões para um passo à frente, procedeu-se à avaliação dos próximos horizontes. De forma análoga ao caso anterior, a Tabela 19 apresenta os resultados de todos os modelos, considerando as métricas de erro MSE, MAE e MAPE para $h = 3$.

Gráfico 17 - O melhor modelo para previsão 1 passo à frente



Fonte: Autoria própria (2024)

Tabela 19 - Avaliações 3 passos à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE
AR	97,7222	7,4393	0,1572
ARMA	93,7271	4,3698	0,1500
ARIMA	94,1366	7,1262	0,1451
ARMA-AG	62,9834	4,5779	0,1230
ARMA-PSO	72,1269	6,2979	0,1148
SES	85,8354	6,8282	0,1371
Holt	87,445	6,9225	0,1385
Holt Winters Mult	105,9239	7,5685	0,1528
Holt Winters Adit	100,0355	7,1951	0,1491
Ensemble 1	80,2616	6,6111	0,1325
Ensemble 2	116,4333	8,1610	0,1540
Ensemble 3	31,5856	4,2631	0,0809
Ensemble 4	62,1147	6,0290	0,1206
Ensemble 5	46,6288	5,1197	0,1039

Fonte: Autoria própria (2024)

Como ilustrado na Tabela 19, para este horizonte, o Ensemble 3 superou todos os modelos. A técnica da pseudo-inversa de Moore-Penrose, apresentou combinações que aproveitaram de forma superior as características de cada modelo individual. É importante destacar que os Ensembles 4 e 5 também apresentaram resultados superiores aos modelos individuais. Esta constatação sugere que, mesmo neste horizonte de previsões, tanto a abordagem usando AG quanto PSO contribuem significativamente para a melhoria das previsões. Nota-se que os modelos individuais, como AR, ARMA e ARIMA,

apresentam uma tendência a erros relativamente altos em todas as três métricas. Especificamente, o modelo Holt Winters Multiplicativo apresentou o MSE mais alto, sugerindo que, para este conjunto de previsões, obteve o pior resultado.

Com essas considerações, de forma análoga ao passo anterior, pode-se avaliar os modelos e seus desempenhos em forma de *ranking*. A Tabela 20 contém tais desempenhos.

Tabela 20 - Previsões 3 passo à frente ranking por tipo de modelo

Tipo	Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
Box - Jenkins	AR	1	1	1	3
	ARMA	3	5	2	10
Suavização	ARIMA	2	2	3	7
	ARMA-PSO	4	4	5	13
	ARMA-AG	5	5	4	14
	SES	4	4	4	12
	Holt	3	3	3	9
	Holt Winters Mult	1	1	1	3
	Holt Winters Adit	2	2	2	6
	Ensemble 1	1	1	2	4
	Ensemble 2	2	2	3	7
	Ensemble 3	5	5	5	15
Ensemble	Ensemble 4	4	4	1	9
	Ensemble 5	3	3	4	10

Fonte: Fonte: Autoria própria (2024)

Observando os resultados da Tabela 19 e 20, nota-se que, considerando os modelos do tipo Box & Jenkins analogamente ao passo anterior, o modelo AR teve o pior desempenho. Novamente, destaca-se a importância do AG e do PSO, que mostraram melhores resultados frente aos modelos ARMA e ARIMA.

É importante notar que, no caso anterior, o modelo ARMA-PSO obteve o melhor destaque, enquanto que neste horizonte de previsão (três passos à frente), o modelo ARMA-AG obteve o melhor resultado. Uma possível justificativa para tal feito pode ser as incertezas inerentes ao processo de seleção de parâmetros, resultando em soluções melhores.

Para os modelos de Suavização, o comportamento foi análogo às previsões de um passo à frente. Destaca-se, no entanto, que ao realizar previsões multipassos, os erros tendem a ser maiores, embora a magnitude dos resultados continue semelhante ao caso anterior.

Considerando os modelos Ensemble, os resultados também foram parecidos com os do caso anterior. O destaque é o Ensemble 3, que superou os demais nesta fase.

Tabela 21 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 3 passos à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
AR	4	3	2	9
ARMA	6	14	5	25
ARIMA	5	5	7	17
ARMA-PSO	10	9	11	30
ARMA-AG	12	13	13	38
SES	9	8	10	27
<i>Holt</i>	8	7	8	23
<i>Holt Winters Mult</i>	2	2	3	7
<i>Holt Winters Adit</i>	3	4	6	13
<i>Ensemble 1</i>	1	1	4	6
<i>Ensemble 2</i>	7	6	9	22
Ensemble 3	14	12	14	40
<i>Ensemble 4</i>	13	11	1	25
<i>Ensemble 5</i>	11	10	12	33

Fonte: Fonte: Autoria própria (2024)

Como já mencionado anteriormente e demonstrado pela Tabela 19, o Ensemble 3 obteve melhores resultados em comparação a todos os modelos preditivos. Isso ocorre porque o Ensemble 3 apresenta maior precisão ao ajustar os pesos, minimizando diretamente o erro de previsão. Neste caso, são apresentadas respostas mais sensíveis e precisas às flutuações que são mais evidentes em previsões de horizontes mais longos. Vale destacar, no entanto, que assim como no passo anterior, os Ensembles 4 e 5 obtiveram bons resultados frente aos demais Ensemble, ressaltando novamente a eficiência da utilização do AG e do PSO.

Neste sentido o Gráfico 18 apresenta o melhor modelo de previsão, obtida pelo Ensemble 3.

Da mesma forma, prosseguiu-se a avaliação de outros horizontes de previsão, neste caso para seis passos à frente, conforme apresentado na Tabela 22

Observa-se que, mesmo aumentando o número de passos adiante, o Ensemble 3 continua como campeão, Tabela 22.

De maneira análoga aos resultados anteriores, observa-se o mesmo comportamento para os modelos conforme indicado na Tabela 23, na qual, mais uma vez, os métodos de otimização AG e PSO obtiveram bons resultados ao serem combinados com o modelo ARMA. Neste caso, observa-se a magnitude das diferenças de erros em comparação com os modelos individuais. Para os modelos de suavização, com destaque para o melhor desempenho do modelo SES. Mais uma vez, apesar do desempenho razoável dos Ensembles 4 e 5, utilizando AG e PSO respectivamente, eles não superaram o Ensemble 3.

Gráfico 18 – O melhor modelo para previsão 3 passos à frente



Fonte: Autoria própria (2024)

Tabela 22 - Avaliações 6 passos à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE
AR	141,2104	8,6026	0,16339
ARMA	136,2695	8,8349	0,1656
ARIMA	143,9546	8,5516	0,16333
ARMA-AG	108,8052	7,9844	0,1469
ARMA-PSO	102,7793	7,6440	0,1418
SES	145,3774	6,6541	0,1718
Holt	151,8369	8,87019	0,17475
Holt Winters Mult	181,0155	9,7933	0,1855
Holt Winters Adit	152,3447	8,8144	0,1734
Ensemble 1	113,8113	7,7389	0,1515
Ensemble 2	92,1716	6,9610	0,1375
Ensemble 3	36,6887	4,8088	0,0940
Ensemble 4	42,2360	5,1421	0,9854
Ensemble 5	70,8841	6,1835	0,1182

Fonte: Autoria própria (2024)

Da mesma forma, prosseguiu-se a avaliação de outros horizontes de previsão, neste caso para seis passos à frente, conforme apresentado na Tabela 22

Observa-se que, mesmo aumentando o número de passos adiante, o Ensemble 3 continua como campeão, Tabela 22.

De maneira análoga aos resultados anteriores, observa-se o mesmo comportamento para os modelos conforme indicado na Tabela 23, na qual, mais uma vez, os métodos de otimização AG e PSO obtiveram bons resultados ao serem combinados com o modelo ARMA. Neste caso, observa-se a magnitude das diferenças de erros em comparação com os modelos individuais. Para os modelos de suavização, com destaque para o melhor desempenho do modelo SES. Mais uma vez, apesar do desempenho razoável dos Ensembles 4 e 5, utilizando AG e PSO respectivamente, eles não superaram o Ensemble 3.

Com essas considerações, foi possível avaliar de maneira geral o desempenho de todos os modelos, conforme apresentado na Tabela 24.

Como já esperado, o Ensemble 3 foi novamente superior a todos os demais, reforçando a capacidade do método de determinar as melhores ponderações para horizontes de previsões mais longos. Novamente, o Ensemble 5 está entre os melhores resultados, mostrando a eficiência dos algoritmos de otimização. O que chama atenção neste caso é o desempenho razoável do Ensemble 2, que utiliza a mediana. Nota-se que, à medida que os passos aumentam, as incertezas e os erros também aumentam, e esta estratégia torna-se uma medida robusta contra outliers. Isso ocorre porque a variabilidade nos resultados dos modelos individuais pode começar a afetar mais os resultados, por exemplo, o Ensemble 1. Assim, utilizar medidas centrais, como é o caso da mediana, pode ser útil.

Com o Gráfico 19 é possível observar o melhor resultado para este horizonte, obtido pelo Ensemble 3.

Após essas considerações, as previsões para os modelos considerando nove passos à frente foram avaliadas, conforme apresentado na Tabela 25.

Tabela 23 - Previsões 6 passo à frente ranking por tipo de modelo

Tipo	Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
Box - Jenkins	AR	2	2	2	6
	ARMA	3	1	1	5
	ARIMA	1	3	3	7
	ARMA-PSO	5	5	5	15
Suavização	ARMA-AG	4	4	4	12
	SES	4	4	4	12
	<i>Holt</i>	3	2	2	7
	<i>Holt Winters</i>	1	1	1	3
	Mult				
	<i>Holt Winters</i>	2	3	3	8
Ensemble	Adit				
	<i>Ensemble 1</i>	1	1	1	3
	<i>Ensemble 2</i>	2	2	3	7
	<i>Ensemble 3</i>	5	5	5	15
	<i>Ensemble 4</i>	4	4	2	10
	<i>Ensemble 5</i>	3	3	4	10

Fonte: Fonte: Autoria própria (2024)

Tabela 24 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 6 passos à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
AR	6	6	7	19
ARMA	7	3	6	16
ARIMA	5	5	8	18
ARMA-PSO	10	10	11	31
ARMA-AG	9	8	10	27
SES	4	5	5	14
<i>Holt</i>	3	2	3	8
<i>Holt Winters</i> Mult	1	2	2	5
<i>Holt Winters</i> Adit	2	1	4	6
<i>Ensemble 1</i>	9	1	9	19
<i>Ensemble 2</i>	11	11	12	34
<i>Ensemble 3</i>	14	14	14	38

Ensemble 4	13	13	1	27
Ensemble 5	12	12	13	37

Fonte: Fonte: Autoria própria (2024)

Gráfico 19 - O melhor modelo para previsão 6 passos à frente



Fonte: Autoria própria (2024)

Tabela 25 - Avaliações 9 passos à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE
AR	207,423	10,7631	0,1998
ARMA	183,863	10,2683	0,1816
ARIMA	235,277	11,7777	0,2230
ARMA-AG	116,782	8,25921	0,1580
ARMA-PSO	138,900	8,3752	0,1573
SES	195,832	10,2751	0,2050
Holt	209,916	10,7295	0,2121
Holt Winters Mult	262,916	12,3568	0,2253
Holt Winters Adit	254,086	12,4684	0,2357
Ensemble 1	131,765	8,6014	0,1707
Ensemble 2	107,055	7,7230	0,1550
Ensemble 3	40,7999	5,1785	0,0996
Ensemble 4	42,8763	5,0218	0,9484
Ensemble 5	76,2204	6,6119	0,1212

Fonte: Autoria própria (2024)

Análogo aos resultados anteriores, o Ensemble 3 destacou-se, conforme observado na Tabela 25. À medida que os horizontes aumentam, percebe-se um aumento significativo nos erros dos modelos individuais, o que não se observa de forma evidente nos Ensemble.

Conforme observado na Tabela 26, nos modelos individuais da categoria *Box & Jenkins*, os algoritmos de otimização AG e PSO continuam a obter resultados superiores quando aplicados, consolidando as observações feitas nos casos anteriores. Nos modelos de Suavização, o modelo SES ainda se destaca como o melhor da categoria. Quanto aos modelos de combinação, o Ensemble 3 permanece sendo o mais eficaz, embora o

Ensemble 4 também tenha apresentado resultados consideráveis, apesar de não ser o melhor.

Tabela 26 - Previsões 9 passo à frente Ranking por Tipo de Modelo

Tipo	Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
Box - Jenkins	AR	2	2	2	6
	ARMA	3	3	3	9
	ARIMA	1	1	1	3
Suavização	ARMA-PSO	4	4	5	13
	ARMA-AG	5	5	4	14
	SES	4	4	4	12
	Holt	3	3	3	9
	Holt Winters Mult	1	2	2	5
Ensemble	Holt Winters Adit	2	1	1	4
	Ensemble 1	1	1	1	3
	Ensemble 2	2	2	3	7
	Ensemble 3	5	5	5	15
	Ensemble 4	4	4	2	10
	Ensemble 5	3	3	4	10

Fonte: Autoria própria (2024)

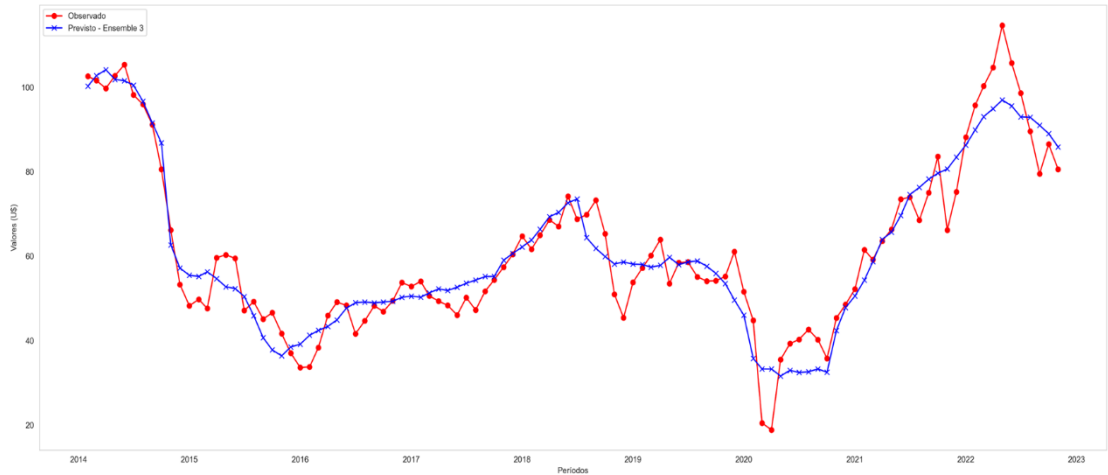
Tabela 27 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 9 passos à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
AR	1	1	1	3
ARMA	7	7	8	22
ARIMA	4	4	5	13
ARMA-PSO	8	6	11	25
ARMA-AG	10	10	10	30
SES	6	6	7	19
Holt	5	5	6	16
Holt Winters Mult	2	3	4	9
Holt Winters Adit	3	2	3	8
Ensemble 1	9	8	9	27
Ensemble 2	11	11	12	34
Ensemble 3	14	14	14	38
Ensemble 4	13	13	2	28
Ensemble 5	12	12	13	37

Fonte: Fonte: Autoria própria (2024)

É possível observar novamente que o Ensemble 3 se destaca como o melhor para nove passos à frente, conforme ilustrado com o Gráfico 20. Nota-se também, como foi relatado no horizonte anterior, os modelos *Box & Jenkins* mantiveram o mesmo comportamento, destacando a eficiência dos algoritmos AG e PSO. Também vale lembrar que, embora não tenha representado o melhor modelo, o Ensemble 2 obteve resultados consideráveis, o que demonstra mesmo que em meio a simplicidade de aplicação, sua robustez frente a previsões de maior horizonte em função da possível redução da variabilidade por trabalhar com valores centrais.

Gráfico 20 - O melhor modelo para previsão 9 passos à frente



Fonte: Autoria própria (2024)

Por fim, em relação ao último horizonte de previsão, considerando doze passos à frente, a Tabela 28 apresenta os resultados de todos os modelos.

Tabela 28 - Avaliações 12 passos à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE
AR	179,3992	9,7180	0,1840
ARMA	160,8367	9,5246	0,1768
ARIMA	191,2371	9,7794	0,1891
ARMA-AG	120,2188	8,4345	0,1550
ARMA-PSO	147,1678	8,9393	0,16,41
SES	346,1113	13,1934	0,2469
Holt	379,3841	13,874	0,2570
Holt Winters Mult	238,7421	11,3661	0,2129
Holt Winters Adit	190,4970	9,9673	0,1967
Ensemble 1	122,8396	8,0137	0,1633
Ensemble 2	106,8666	7,3913	0,1541
Ensemble 3	42,399	4,9668	0,0980
Ensemble 4	59,7894	5,7881	0,1103
Ensemble 5	84,6815	6,7984	0,12868

Fonte: Autoria própria (2024)

Observa-se que os modelos *Box & Jenkins* continuaram com os mesmos resultados como observado nos casos anteriores. Já para os modelos de Suavização, percebe-se uma pequena alteração nos resultados, já que os que anteriormente eram os piores, neste cenário passaram a serem os melhores, como é o caso do modelo *Holt Winters Adit* e *Holt Winters Mult*. Já para os Ensembles o modelo Ensemble 3 continua sendo o melhor.

Nota-se com a Tabela 29 um comportamento peculiar em relação aos modelos *Box & Jenkins*. Neste horizonte, o ARIMA apresentou um desempenho inferior em comparação aos modelos AR e ARMA. Isto pode ser justificado pela componente de diferenciação, que, ao adicionar complexidade ao modelo em horizontes de previsão mais longos, não beneficiou os resultados. Contudo, os modelos que utilizaram algoritmos de

otimização bio-inspirados mantiveram-se entre os melhores, conforme observado em análises anteriores.

Tabela 29 - Previsões 12 passo à frente Ranking por Tipo de Modelo

Tipo	Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
Box - Jenkins	AR	2	2	2	6
	ARMA	3	3	3	9
	ARIMA	1	1	1	3
	ARMA-PSO	4	4	4	12
	ARMA-AG	5	5	5	15
Suavização	SES	1	1	1	3
	Holt	2	2	2	6
	Holt Winters Mult	3	3	3	9
	Holt Winters Adit	4	4	4	12
Ensemble	Ensemble 1	1	1	1	3
	Ensemble 2	2	2	-	6
	Ensemble 3	5	5	-	13
	Ensemble 4	4	4	-	12
	Ensemble 5	3	3	-	11

Fonte: Autoria própria (2024)

Observa-se nos modelos de suavização exponencial uma ligeira variação nos resultados. Holt Winters Adit tornou-se o mais eficaz. Similarmente, o modelo SES se beneficiou da condição de estacionariedade em previsões de menores passos (1 e 3). Agora, nota-se que a forma aditiva lida melhor com essas características em previsões mais longas. O modelo de Holt Winters Adit é projetado para adicionar incrementos constantes às componentes de tendência e sazonalidade, ao contrário da forma multiplicativa, que escala essas componentes de forma proporcional aos valores da série temporal. Isso significa que o modelo aditivo é geralmente mais estável e previsível em horizontes de previsão mais longos, especialmente em séries temporais nas quais a tendência e a sazonalidade não são exponencialmente crescentes. Essa característica torna o modelo aditivo particularmente eficaz para dados que não exibem mudanças drásticas na tendência ou padrões sazonais ao longo do tempo.

Por fim, conforme já esperado, os resultados reforçam que o Ensemble 3 obteve resultados significativamente melhores em comparação aos modelos individuais. De maneira similar em outros horizontes de previsão, os Ensemble demonstraram ser superioridade em relação aos modelos individuais.

Após as considerações mencionadas para um horizonte de previsão de doze passos à frente, a Figura 21 apresenta a melhor resposta, neste caso o Ensemble 3.

Com os modelos apresentados para todos os horizontes selecionados, após esta etapa e conforme mencionado na Seção 5.2.5, o MSE das 30 simulações está ilustrado com o Gráfico 22. O objetivo desta figura é observar a dispersão dos resultados ao longo

das simulações, neste caso, utilizando o MSE normalizado, garantindo que todos sejam avaliados na mesma escala erros.

Tabela 30 - Ranking de todos os modelos considerando as previsões 12 passos à frente

Modelos	MSE	MAE	MAPE	Pontuação Total
AR	1	1	1	3
ARMA	7	7	8	22
ARIMA	4	4	5	13
ARMA-PSO	8	6	11	25
ARMA-AG	10	10	10	30
SES	6	6	7	19
<i>Holt</i>	5	5	6	16
<i>Holt Winters Mult</i>	2	3	4	9
<i>Holt Winters Adit</i>	3	2	3	8
<i>Ensemble 1</i>	9	8	9	27
<i>Ensemble 2</i>	11	11	12	34
<i>Ensemble 3</i>	14	14	14	38
<i>Ensemble 4</i>	13	13	2	28
<i>Ensemble 5</i>	12	12	13	37

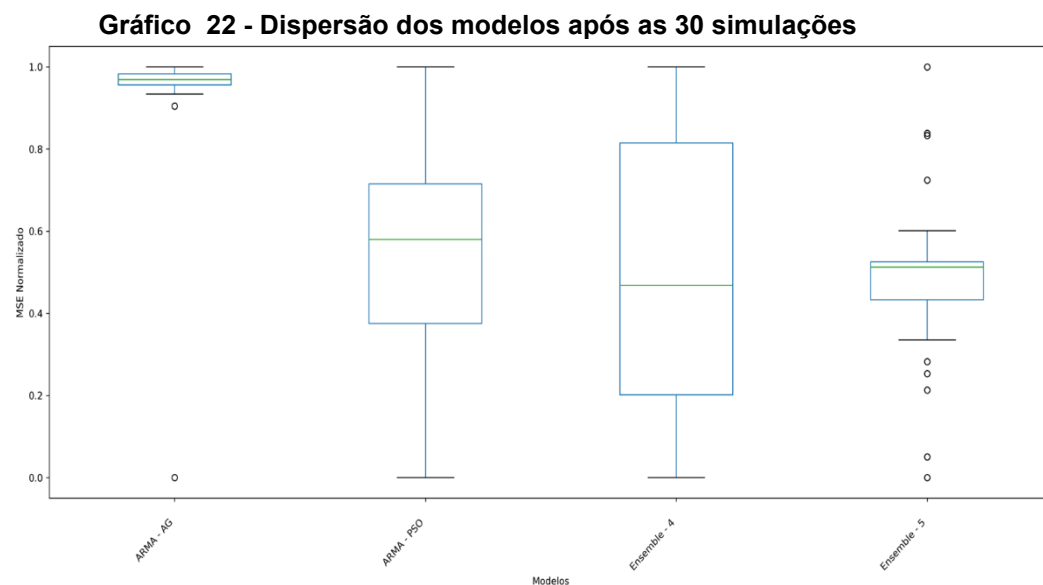
Fonte: Autoria própria (2024)

Gráfico 21– O melhor modelo para previsão 12 passos à frente



Fonte: Autoria própria (2024)

Como já sabido, nos modelos que não utilizaram metaheurísticas, não existe dispersão, pois a cada simulação o resultado é determinístico. No entanto, ao introduzir o uso do PSO e do AG, mesmo com os parâmetros já selecionados, é notável a presença de resultados variados em cada simulação. Tais variações podem não ficar evidentes apenas observando os resultados descritos para as previsões e rankings, uma vez que as dispersões, podem ser próximas ou muito próximas. Assim torna-se uma boa pratica, avaliar a dispersão ao introduzir o Gráfico de *Boxplot*.



Fonte: Autoria própria (2024)

Considerando os modelos que apresentaram dispersão, observa-se na Figura 22 que para o ARMA-AG, o *Boxplot* está relativamente estreito, mas com a mediana elevada, indicando que este modelo, em média, não performa tão bem. No entanto, a distribuição dos resultados mostra uma amplitude mais estável, ao observar os valores entre o limite superior e inferior, e nota-se a presença de outliers abaixo do limite inferior. Para o modelo ARMA-PSO, não há presença de outliers, mas a amplitude dos resultados é maior que no modelo ARMA-AG, indicando que, ao longo das simulações, foram encontrados valores tanto "bons" quanto "ruins". Observa-se também, que a mediana não está centrada, como no caso do modelo ARMA-AG, mas está mais baixa, indicando que a maioria dos dados para este modelo são menores.

Por fim, considerando os dois últimos modelos, os Ensembles 4 e 5, estes também apresentaram resultados variados. Para o Ensemble 4 observou-se maior amplitude e uma distribuição mais ampla dos resultados, sem apresentar outliers, com a maioria dos valores situados acima da mediana. Com o Ensemble 5, percebe-se uma dispersão estreita dos resultados, embora exista a presença de outliers e a maioria dos resultados encontre-se abaixo da mediana.

Observando o Gráfico 22, vê-se então que a menor dispersão pode ser observada com o Ensemble 5 e a maior dispersão com o Ensemble 4.

Os resultados apresentados nesta seção confirmam os conceitos discutidos no (Capítulo 4), demonstrando a robustez dos métodos de Ensemble em diversos horizontes de previsão. Especificamente, o Ensemble 5 mostrou-se superior no horizonte de previsão para um passo à frente, enquanto para previsões abrangendo 3, 6, 9 e 12 passos à frente, o Ensemble 3 foi superior a todos os modelos.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foram realizadas previsões dos preços do petróleo bruto WTI utilizando modelos lineares SES, AR, ARMA, ARIMA ARMA-AG, ARMA-PSO e Ensembles para horizontes de 1, 3, 6, 9 e 12 passos à frente. A revisão de trabalhos relacionados a essa temática revelou uma crescente utilização de diversos métodos nos últimos anos, com diferentes finalidades. Observou-se que os modelos lineares estiveram presentes em uma boa parte das pesquisas, tanto em comparações quanto na formação de modelos híbridos, que combinam partes estratégicas de diferentes modelos para formar um novo modelo. Além disso, notou-se que poucos trabalhos utilizaram Ensembles.

Após o pré-processamento dos dados, os parâmetros dos métodos abordados foram determinados de formas distintas: para os modelos de suavização, adotou-se um método numérico que minimiza a função de custo estimando os parâmetros de cada modelo; para os modelos Box & Jenkins, utilizaram-se as equações de Yule-Walker e os estimadores de máxima verossimilhança, enquanto os atrasos foram testados exaustivamente. Especificamente para o modelo ARMA, foram utilizadas duas técnicas de otimização dos coeficientes: AG e PSO. Para os Ensembles, testaram-se diversas estratégias, incluindo a média aritmética, mediana, a pseudo-inversa de Moore-Penrose e duas estratégias utilizando média ponderada com AG e PSO. Os resultados revelaram que as abordagens com Ensembles foram superiores aos modelos individuais, com destaque ao Ensemble de média ponderada com PSO (Ensemble 5) no passo 1, e nos demais passos destaque para a pseudo-inversa de Moore-Penrose referente ao modelo Ensemble 3.

A pesquisa limita-se à aplicação do estudo em questão, e não foram realizados testes com outras variáveis de naturezas distintas. No entanto, os modelos de séries temporais utilizados nesta pesquisa podem ser aplicados em outras abordagens.

Por fim, os resultados apontam para a viabilidade da utilização de Ensembles no contexto de previsões de séries temporais, possibilitando a aplicação desses combinadores com outros métodos de previsão, não se restringindo apenas aos lineares.

Para pesquisas futuras, recomenda-se explorar outras abordagens de pré-processamento de dados para avaliar os modelos discutidos nesta pesquisa, observando se tal procedimento pode impactar na qualidade do resultado final.

Conforme observado nas discussões sobre trabalhos relacionados na Seção 1.3, os modelos não lineares têm sido trabalhado em estudos recentes. Neste contexto, as técnicas de Ensembles, aplicadas a esses tipos de modelos, podem oferecer novas perspectivas e possíveis melhorias significativas nos resultados.

Adicionalmente, sugere-se investigar o uso de metodologias de otimização alternativas, tais como algoritmos imunológicos, algoritmos de colônia de formigas, entre outros.

Por último, seria pertinente testar a eficácia de modelos híbridos, que combinam elementos de modelos lineares e não lineares, em comparação aos Ensembles.

REFERÊNCIAS

- ABDOLLAHI, H. A novel hybrid model for forecasting crude oil price based on time series decomposition. **Applied Energy**, Elsevier, v. 267, p. 3349–3362, 2020. ISSN 03062619. DOI: 10.1016/j.apenergy.2020.115035.
- ADEKOYA, A. F.; NTI, I. K.; WEYORI, Benjamin Asubam. Long Short-Term Memory Network for Predicting Exchange Rate of the Ghanaian Cedi. **FinTech**, Mdpi, v. 1, p. 25–43, 2022. ISSN 2674-1032. DOI: 10.3390/fintech1010002.
- ADMINISTRATION, U.S. Energy Information. **Petroleum & Other Liquids**. [S. l.: s. n.], out. 2023. Website. Disponível em: <https://www.eia.gov/petroleum/>. Acesso em: 5 jun. 2023.
- ALAM, M. S. *et al.* Forecasting oil, coal, and natural gas prices in the pre-and post-COVID scenarios: Contextual evidence from India using time series forecasting tools. **Resources Policy**, Elsevier, v. 123, p. 103342, 2023. ISSN 0301-4207. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.103342>.
- ALJAMAAN, I.; ALENANY, A. Identification of Wiener Box-Jenkins Model for Anesthesia Using Particle Swarm Optimization. **Applied Sciences (Switzerland)**, Scopus, v. 12, n. 10, p. 107–136, 2022. ISSN 20763417. DOI: 10.3390/app12104817.
- ALMASARWEH, M.; WADI, S. AL. ARIMA Model in Predicting Banking Stock Market Data. **Modern Applied Science**, Canadian Center of Science e Education, v. 12, p. 309–312, 2018. ISSN 1913-1844. DOI: 10.5539/mas.v12n11p309.
- ALSHAREF, A. *et al.* Review of ML and AutoML Solutions to Forecast Time-Series Data. **Archives of Computational Methods in Engineering**, Springer, v. 46, p. 5297–5311, 2022. ISSN 1886-1784. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11831-022-09765-0>.
- AN, S. *et al.* Early warning of critical transitions in crude oil price. **Energy**, Elsevier Ltd, v. 280, 2023. ISSN 0360-5442. DOI: 10.1016/j.energy.2023.128089.
- ASIMOV, I. I, **Robot**. New York, NY, USA: Bantam Books, dez. 1950. 218 p. (Doubleday Science Fiction). ISBN 9780451012821.
- AWAN, T. M.; ASLAM, F. Prediction of daily COVID-19 cases in European countries using automatic ARIMA model. **Journal of public health research**, Awan, Tahir Mumtaz and Aslam, Faheem, p. 4101–4111, 2021. ISSN 2279-9028. DOI: 10.4081/jphr.2020.1765.
- AZEVEDO, V. G.; CAMPOS, L. M.S. Combination of forecasts for the price of crude oil on the spot market. **International Journal of Production Research**, Scopus, v. 54, n. 17, p. 5219–5235, 2016. ISSN 00207543. DOI: 10.1080/00207543.2016.1162340.
- BABOSHKIN, P.; UANDYKOVA, M. Multi-source model of heterogeneous data analysis for oil price forecasting. **International Journal of Energy Economics and Policy**, Elsevier, v. 155, p. 384–391, 2021. ISSN 21464553. DOI: 10.32479/ijee.10853.

BÄCK, T. **Evolutionary computation 1: Basic algorithms and operators**. [S. l.]: CRC press, 2018.

BAKSALARY, O. M.; TRENKLER, G. ARIMA Model in Predicting Banking Stock Market Data. **European Physical Journal H**, THE EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL H, v. 46, p. 309–312, 2021. ISSN 1913-1844. DOI: 10.1140/epjh/s13129-021-00011-y.

BALCILAR, M.; GABAUER, D.; UMAR, Z. Crude Oil futures contracts and commodity markets: New evidence from a TVP-VAR extended joint connectedness approach. **Resources Policy**, v. 73, out. 2021. ISSN 0301-4207. DOI: 10.1016/j.resourpol.2021.102219.

BARADARAN, R.; AMIRKHANI, H. Ensemble learning-based approach for improving generalization capability of machine reading comprehension systems. **Neurocomputing**, Scopus, v. 33, n. 6, p. 229–242, 2021. ISSN 0925-2312. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2021.08.09>.

BARCHI, T. M. *et al.* Comparative Analysis of Linear Models and Artificial Neural Networks for Sugar Price Prediction. **Fintech**, Mdpi, v. 3, n. 1, p. 216–235, 2024. ISSN 2674-1032. DOI: 10.3390/fintech3010013.

BARROW, D. K.; CRONE, S. F.; KOURENTZES, N. An evaluation of neural network ensembles and model selection for time series prediction. *In*: THE 2010 International Joint Conference on Neural Networks IJCNN. [S. l.]: IEEE, 2010. P. 1–8. DOI: 10.1109/IJCNN.2010.5596686. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5596686>.

BARUNÍK, J.; MALINSKÁ, B. Forecasting the term structure of crude oil futures prices with neural networks. **Applied Energy**, Elsevier, v. 164, p. 366–379, 2016. ISSN 03062619. DOI: 10.1016/j.apenergy.2015.11.051.

BEKIROGLU, K. *et al.* Predictive analytics of crude oil prices by utilizing the intelligent model search engine. **Applied Energy**, Elsevier, v. 228, p. 2387–2397, 2018. ISSN 03062619. DOI: 10.1016/j.apenergy.2018.07.071.

BILDIRICI, M.; BAYAZIT, N. G.; UCAN, Y. Analyzing crude oil prices under the impact of COVID-19 by using Istargarchlstm. **Energies**, Scopus, v. 13, p. 201–212, 2020. ISSN 0140-9883. DOI: 10.3390/en13112980.

BILDIRICI, M.; ERSIN, Ö. Forecasting volatility in oil prices with a class of nonlinear volatility models: smooth transition RBF and MLP neural networks augmented GARCH approach. **Petroleum Science**, China University of Petroleum Beijing, v. 12, n. 3, p. 534–552, 2014. ISSN 16725107. DOI: 10.1007/s12182-015-0035-8.

BINITHA, S; SATHYA, S. S. *et al.* A survey of bio inspired optimization algorithms. **International journal of soft computing and engineering**, Citeseer, v. 2, n. 2, p. 137–151, 2012. DOI: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:8589556>.

BISOI, R.; DASH, P.K.; MISHRA, S.P. Modes decomposition method in fusion with robust random vector functional link network for crude oil price forecasting. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 80, p. 475–493, 2019. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.04.026>.

BOCCATO, L. *et al.* A study on the application of bio-inspired algorithms to the problem of direction of arrival estimation. **Controle y Automacao**, Scopus, v. 20, n. 4, p. 609–626, 2009. ISSN 01031759. DOI: 10.1590/s0103-17592009000400012.

BOX, G. E.; JENKIS, G. C. *et al.* Time series analysis: forecasting and control, **Wiley series in probability and statistics: New Jersey**, v. 301, p. 1–709, 2015. ISSN 978-1-118-67502-1. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jviromet.2021.114433>.

BOX, G. E.P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. [S. l.]: Wiley, 2008. (Wiley Series in Probability and Statistics). ISBN 9780470272848. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=IJnnPQAACAAJ>.

BRISTONE, M.; PRASAD, R.; ABUBAKAR, A. A. CPPCNDL: Crude oil price prediction using complex network and deep learning algorithms. **Petroleum**, Scopus, v. 8, p. 353–361, 2020. ISSN 24056561. DOI: 10.1016/j.petlm.2019.11.009.

BRITTO, A. S.; SABOURIN, R.; OLIVEIRA, L. E.S. Dynamic selection of classifiers - A comprehensive review. **Pattern Recognition**, Scopus, v. 47, n. 11, p. 3665–3680, 2014. ISSN 00313203. DOI: 10.1016/j.patcog.2014.05.003.

BUSARI, G. A.; LIM, D. H. Crude oil price prediction: A comparison between AdaBoost-LSTM and AdaBoost-GRU for improving forecasting performance. **Computers & Chemical Engineering**, Mdpi, v. 155, p. 107513, 2021. ISSN 0098-1354. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2021.107513>.

CARUANA, R.; MUNSON, A.; NICULESCU-MIZIL, A. Getting the Most Out of Ensemble Selection. *In*: SIXTH International Conference on Data Mining (ICDM'06)g. [S. l.]: Association for Computing Machinery, 2006. P. 828–833. DOI: 10.1109/ICDM.2006.76. Disponível em: http://www.niculescu-mizil.org/papers/enssel_most.pdf.

CARUANA, R.; NICULESCU-MIZIL, A. *et al.* Ensemble selection from libraries of models. *In*: PROCEEDINGS of the twenty-first international conference on Machine learning. [S. l.]: Association for Computing Machinery, 2004. P. 18. DOI: 10.1145/1015330.1015432. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8489697>.

CASTRO, L. N. de. **Fundamentals of Natural Computing: Basic Concepts, Algorithms, and Applicationsg**. [S. l.: s. n.], 2006. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=2wTOBQAAQBAJ>.

CEN, Z.; WANG, J. Crude oil price prediction model with long short term memory deep learning based on prior knowledge data transfer. **Energy**, Elsevier, v. 169, p. 160–171, 2017. ISSN 0360-5442. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.12.016>.

CHAI, J. *et al.* Forecasting the WTI crude oil price by a hybrid-refined method. **Energy Economics**, Elsevier, v. 71, p. 114–127, 2018. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.02.004>.

CHANG, W. Nonlinear system identification and control using a real-coded genetic algorithm. **Applied Mathematical Modelling**, Frontiers Media S.A., v. 31, p. 541–550, 2007. ISSN 0307-904X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2005.11.024>.

CHEN, Y. *et al.* Multi-step-ahead crude oil price forecasting using a hybrid grey wave model. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 501, p. 98–110, 2018. ISSN 0378-4371. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.02.061>.

CHEN, Z. A Computational Intelligence Hybrid Algorithm Based on Population Evolutionary and Neural Network Learning for the Crude Oil Spot Price Prediction. **International Journal of Computational Intelligence Systems**, Scopus, v. 15, p. 5219–5235, 2022. ISSN 18756891. DOI: [10.1007/s44196-022-00130-4](https://doi.org/10.1007/s44196-022-00130-4).

CHENG, X. *et al.* An integrated model for crude oil forecasting: Causality assessment and technical efficiency. **Energy Economics**, Elsevier, v. 117, p. 106467, 2023. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2022.106467>.

CHIROMA, H.; ABDULKAREEM, S.; HERAWAN, T. Evolutionary Neural Network model for West Texas Intermediate crude oil price prediction. **Applied Energy**, Scopus, v. 142, p. 266–273, 2015. ISSN 03062619. DOI: [10.1016/j.apenergy.2014.12.045](https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2014.12.045).

CHUNG, D. *et al.* Predictive model of employee attrition based on stacking ensemble learning. **Expert Systems with Applications**, Scopus, v. 215, n. 1, p. 119364, 2023. ISSN 0957-4174. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.119364>.

CHYON, F. A. *et al.* Time series analysis and predicting COVID-19 affected patients by ARIMA model using machine learning. **Journal of Virological Methods**, Elsevier Ltd, v. 301, p. 114433, 2022. ISSN 0166-0934. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jviromet.2021.114433>.

CORTAZAR, G.; ORTEGA, H.; VALENCIA, C. How good are analyst forecasts of oil prices? **Energy Economics**, Elsevier, v. 102, p. 105500, 2020. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2021.105500>.

CORTEZ, P.; ROCHA, M.; NEVES, J. Evolving Time Series Forecasting ARMA Models. **Journal of Heuristics**, Citeseer, v. 10, p. 137–151, 2012. ISSN 1572-9397. DOI: [10.1023/B:HEUR.0000034714.09838.1e](https://doi.org/10.1023/B:HEUR.0000034714.09838.1e).

CRUZ, R. M.O.; SABOURIN, R.; CAVALCANTI, G. D.C. Dynamic classifier selection: Recent advances and perspectives. **Information Fusion**, Scopus, v. 41, n. 11, p. 195–216, 2018. ISSN 1566-2535. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.inffus.2017.09.010>.

DE LOSSO DA SILVEIRA BUENO, R. **Econometria de séries temporais**. [S. l.]: Cengage Learning, 2012. ISBN 9788522128259. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=NX9IzgEACAAJ>.

DEEP, K.; THAKUR, M. A new mutation operator for real coded genetic algorithms. **Applied Mathematics and Computation**, sciencedirect, v. 193, n. 1, p. 211–230, 2007. ISSN 0096-3003. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.amc.2007.03.046>.

DEHGHANI, H.; ZANGENEH, M. Crude oil price forecasting: a biogeography-based optimization approach. **Energy Sources, Part B: Economics, Planning, and Policy**, Taylor & Francis, v. 13, p. 328–339, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1080/15567249.2018.1501121>.

DEIF, Mohanad A.; SOLYMAN, Ahmed A. A.; HAMMAM, Rania E. ARIMA Model Estimation Based on Genetic Algorithm for COVID-19 Mortality Rates. **International Journal of Information Technology and Decision Making**, World Scientific, v. 20, n. 6, p. 1175–1798, 2012. ISSN 02196220. DOI: 10.1142/S0219622021500528.

DEINA, C. *et al.* Forecasting Electricity Demand by Neural Networks and Definition of Inputs by Multi-Criteria Analysis. **Energies**, Mdpi, v. 16, n. 4, 2023. ISSN 1996-1073. DOI: 10.3390/en16041712.

DENG, C.; MA, L.; ZENG, T. Crude Oil Price Forecast Based on Deep Transfer Learning: Shanghai Crude Oil as an Example. **Sustainability**, Mdpi, v. 13, p. 105500, 2021. ISSN 2071-1050. DOI: <https://doi.org/10.3390/su132413770>.

DENG, S.; XIANG, Y. *et al.* A hybrid method for crude oil price direction forecasting using multiple timeframes dynamic time wrapping and genetic algorithm. **Applied Soft Computing**, Mdpi, v. 82, p. 105566, 2019. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105566>.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**, American Statistical Association, Taylor & Francis, Ltd., v. 74, n. 366, p. 427–431, 1979.

ISSN 01621459. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/2286348>. Acesso em: 3 mai. 2024.

DING, X. *et al.* A novel hybrid method for oil price forecasting with ensemble thought. **Energy Reports**, Elsevier, v. 8, p. 15365–15376, 2022. ISSN 23524847. DOI: 10.1016/j.egy.2022.11.061.

DING, Y.. A novel decompose-ensemble methodology with AIC-ANN approach for crude oil forecasting. **Energy**, Elsevier, v. 154, p. 328–336, 2018. ISSN 0360-5442. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.04.133>.

DONATE, J. P. *et al.* Time series forecasting using a weighted cross-validation evolutionary artificial neural network ensemble. **Neurocomputing**, Elsevier, v. 109, p. 27–32, 2013. ISSN 0925-2312. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2012.02.053>.

DRACHAL, K. Forecasting spot oil price in a dynamic model averaging framework — Have the determinants changed over time? **Energy Economics**, Elsevier, v. 60, p. 35–46, 2016. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2016.09.020>.

DUAN, K. *et al.* Evolution of the information transmission between Chinese and international oil markets: A quantile-based framework. **Journal of Commodity Markets**, v. 29, mar. 2023. ISSN 2405-8513. DOI: 10.1016/j.jcomm.2022.100304.

E, J.; BAO, Y.; YE, J. Crude oil price analysis and forecasting based on variational mode decomposition and independent component analysis. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 484, p. 412–427, 2017. ISSN 0378-4371. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.04.160>.

EDALATPANAH, S. A. *et al.* A hybrid time series forecasting method based on neutrosophic logic with applications in financial issues. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Scopus, v. 129, n. 10, p. 107531, 2024. ISSN 0952-1976. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.107531>.

EINSTEIN, A. **Geometry and Experience**. Berlin, Heidelberg, Germany, jan. 1921. Lecture at the Prussian Academy of Science.

EL RASSY, E. *et al.* On the Potential of the Particle Swarm Algorithm for the Optimization of Detailed Kinetic Mechanisms. Comparison with the Genetic Algorithm. **IEEE Transactions on Cybernetics**, Scopus, v. 125, n. 23, p. 5180–5189, 2021. ISSN 10895639. DOI: [10.1021/acs.jpca.1c02095](https://doi.org/10.1021/acs.jpca.1c02095).

ENSSLIN, L. *et al.* Avaliação do desempenho de empresas terceirizadas com o uso da metodologia multicritério de apoio à decisão - construtivista. **Pesquisa Operacional**, v. 30, n. 1, p. 125–152, 2019. ISSN 1678-5142. DOI: [10.1590/S0101-74382010000100007](https://doi.org/10.1590/S0101-74382010000100007).

EREN, B. *et al.* A modified genetic algorithm for forecasting fuzzy time series. **Applied Intelligence**, Scimedirect, v. 41, p. 453–463, 2014. ISSN 1573-7497. DOI: [10.1007/s10489-014-0529-x](https://doi.org/10.1007/s10489-014-0529-x).

ERVURAL, B. C.; BEYCA, O. F.; ZAIM, S. Model Estimation of ARMA Using Genetic Algorithms: A Case Study of Forecasting Natural Gas Consumption. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, Scimedirect, v. 235, p. 537–545, 2016. ISSN 1877-0428. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.11.066>.

FANG, T.; ZHENG, C.; WANG, D. Forecasting Crude Oil Prices with a WT-FNN Model. **Energy**, Elsevier, v. 15, p. 125407, 2023. ISSN 1996-1073. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.125407>.

FARSI, M. *et al.* Parallel genetic algorithms for optimizing the SARIMA model for better forecasting of the NCDC weather data. **Alexandria Engineering Journal**, Scopus, v. 60, n. 1, p. 1299–1316, 2021. ISSN 1110-0168. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2020.10.052>.

FATHALLA, A. *et al.* A Deep Learning Ensemble Method for Forecasting Daily Crude Oil Price Based on Snapshot Ensemble of Transformer Model. **Computer Systems Science and Engineering**, Scopus, v. 46, p. 929–950, 2023. ISSN 02676192. DOI: [10.32604/csse.2023.035255](https://doi.org/10.32604/csse.2023.035255).

FTITI, Z.; TISSAOUI, K.; BOUBAKER, S. On the relationship between oil and gas markets: a new forecasting framework based on a machine learning approach. **Annals of Operations Research**, Elsevier, v. 313, p. 915–943, 2022. ISSN 0301-4207. DOI: [10.1007/s10479-020-03652-](https://doi.org/10.1007/s10479-020-03652-).

GAIRAA, K. *et al.* Estimation of the daily global solar radiation based on Box–Jenkins and ANN models: A combined approach. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 57, p. 238–249, 2016. ISSN 1364-0321. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2015.12.111>.

GAO, X.; WANG, J.; YANG, L. An Explainable Machine Learning Framework for Forecasting Crude Oil Price during the COVID-19 Pandemic. **Axioms**, MpdI, v. 11, 2022. ISSN 2075-1680. DOI: 10.3390/axioms11080374.

GARDNER, E. S. Exponential smoothing: The state of the art—Part II. **International Journal of Forecasting**, ScienceDirect, v. 22, n. 4, p. 637–666, 2006. ISSN 0169-2070. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2006.03.005>

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. [S. l.]: Atlas, São Paulo, 2017. (6ed). ISBN 978-85-97-01292-7. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/7237624/mod_resource/content/1/Ant%C3%B4nio%20C.%20Gil_Como%20Elaborar%20Projetos%20de%20Pesquisa.pdf.

GODARZI, A. A. *et al.* Predicting oil price movements: A dynamic Artificial Neural Network approach. **Energy Policy**, Elsevier, v. 68, n. 3, p. 371–382, 2014. ISSN 03014215. DOI: 10.1016/j.enpol.2013.12.049.

GOLDBERG, D.E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. [S. l.: s. n.], 1989. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=2IIJAAAACAAJ>.

GOLDBERG, D.E. **Optimal Initial Population Size for Binary-coded Genetic Algorithms**. [S. l.]: Clearinghouse for Genetic Algorithms, Department of Engineering Mechanics, University of Alabama, 1985. (TCGA report). Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=JZFYGwAACAAJ>.

GONG, Y. *et al.* Genetic Learning Particle Swarm Optimization. **IEEE Transactions on Cybernetics**, Scopus, v. 46, n. 10, p. 2277–2290, 2016. ISSN 21682267. DOI: 10.1109/TCYB.2015.2475174.

GOSSELIN, L; TYE-GINGRAS, M; MATHIEU-POTVIN, F. Review of utilization of genetic algorithms in heat transfer problems. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 52, n. 9, p. 2168–2188, 2009. ISSN 0017-9310. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2008.11.015>.

GUNASEKAR, S; KUMAR, G; AGBULU, G. P. Air Quality Predictions in Urban Areas Using Hybrid ARIMA and Metaheuristic LSTM. **Computer Systems Science & Engineering**, v. 43, n. 3, 2022.

GUO, J. *et al.* Multi-perspective crude oil price forecasting with a new decomposition-ensemble framework. **Resources Policy**, Elsevier, v. 17, p. 2083728, 2022. ISSN 0301-4207. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2022.102737>.

GUO, J. Oil Price Forecast Using Deep Learning and ARIMA. *In*: 2019 International Conference on Machine Learning, Big Data and Business Intelligence (MLBDBI). [S. l.]: IEEE, 2019. P. 241–247. DOI: 10.1109/MLBDBI48998.2019.00054.

GUO, Y. Integrating genetic algorithm with ARIMA and reinforced random forest models to improve agriculture economy and yield forecasting. **Soft Computing**, Springer Link, v. 28, p. 1685–1706, 2024. ISSN 1433-7479. DOI: 10.1007/s00500-023-09516-8.

GUO, Z. *et al.* Impact of New Energy Vehicle Development on China's Crude Oil Imports: An Empirical Analysis. **World Electric Vehicle Journal**, v. 14, n. 2, dez. 2023. ISSN 2032-6653. DOI: 10.3390/wevj14020046.

GUPTA, N. *et al.* Lightweight Artificial Intelligence Technology for Health Diagnosis of Agriculture Vehicles: Parallel Evolving Artificial Neural Networks by Genetic Algorithm. **International Journal of Parallel Programming**, Springer, v. 50, 2023. ISSN 1573-7640. DOI: 10.1007/s10766-020-00671-1.

HAYKIN, S.S. **Adaptive Filter Theory**. [S. l.]: Pearson, 2014. ISBN 9780132671453. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=J4GRKQEACAAJ>.

HE, K. *et al.* Crude oil risk forecasting: New evidence from multiscale analysis approach. **Energy Economics**, Scopus, v. 76, p. 574–583, 2018. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.10.001>.

HE, M. *et al.* Forecasting crude oil prices: A scaled PCA approach. **Energy Economics**, Elsevier, v. 97, p. 105500, 2021. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2021.105189>.

HEINERMANN, J; KRAMER, O. Machine learning ensembles for wind power prediction. **Renewable Energy**, Scopus, v. 89, p. 671–679, 2016. ISSN 0960-1481. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2015.11.073>.

HOLLAND, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence. *In*. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:58781161>.

HU, Y. *et al.* Application of hybrid improved temporal convolution network model in time series prediction of river water quality. **Scientific Reports**, Nature Research, v. 13, n. 1, 2023. ISSN 20452322. DOI: 10.1038/s41598-023-38465-3.

HUANG, A. *et al.* The Analysis of Enterprise Improvement in Global Commodity Price Prediction Based on Deep Learningt. **Journal of Global Information Management**, IGI Global, v. 31, n. 3, 2023. ISSN 10627375. DOI: 10.4018/JGIM.321115.

HUANG, G. *et al.* Snapshot ensembles: Train 1, get M for free. *In*. Disponível em: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85088231359&partnerID=40&md5=59d41edb65770c0853659aa1572d025b>.

HUANG, Y; DENG, Y. A new crude oil price forecasting model based on variational mode decomposition. **Knowledge-Based Systems**, Elsevier, v. 213, n. 5, p. 106669, 2021. ISSN 0950-7051. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2020.106669>.

HYNDMAN R.J; ATHANASOPOULOS, G.. **Forecasting Principles and Practice**. [S. l.: s. n.], 2021. v. 3, p. 1–442.

HYNDMAN, R. J.; FAN, S. Density Forecasting for Long-Term Peak Electricity Demand. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 25, n. 2, p. 1142–1153, 2010. ISSN 1558-0679. DOI: 10.1109/TPWRS.2009.2036017.

HYNDMAN, R. J.; KHANDAKAR, Y. Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R. **Journal of Statistical Software**, ScienceDirect, v. 27, n. 3, p. 1–22, 2008. DOI: 10.18637/jss.v027.i03.

INACIO, C.M.C.; KRISTOUFEK, L.; DAVID, S.A. Assessing the impact of the Russia–Ukraine war on energy prices: A dynamic cross-correlation analysis. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 626, p. 129084, set. 2023. ISSN 0378-4371. DOI: [10.1016/j.physa.2023.129084](https://doi.org/10.1016/j.physa.2023.129084).

JAHANSHAHI, H. *et al.* Artificial Intelligence-Based Prediction of Crude Oil Prices Using Multiple Features under the Effect of Russia Ukraine War and COVID-19 Pandemic. **Mathematics**, Mdpi, v. 10, 2022. ISSN 2227-7390. DOI: [10.3390/math10224361](https://doi.org/10.3390/math10224361).

JIANG, H. *et al.* A decomposition ensemble based deep learning approach for crude oil price forecasting. **Resources Policy**, Elsevier, v. 78, p. 102855, 2022. ISSN 0301-4207. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2022.102855>.

KAKADE, K. A. *et al.* A Novel Approach to Forecast Crude Oil Prices Using Machine Learning and Technical Indicators. **Journal of Advances in Information Technology, Engineering e Technology Publishing**, v. 14, n. 2, p. 302–310, 2023. ISSN 17982340. DOI: [10.12720/jait.14.2.302-310](https://doi.org/10.12720/jait.14.2.302-310).

KARAMI, M. *et al.* Detecting and removing the explainable patterns of the daily counts of suspected cases of measles as a prediagnostic data source in Iran. **Iranian Journal of Epidemiology**, v. 8, n. 3, p. 12–21, 2012. ISSN 17357489. Disponível em: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84929446008&partnerID=40&md5=e125d6a1d68ad12d12ffc108e47d53c8>.

KARASU, S; ALTAN, A. Crude oil time series prediction model based on LSTM network with chaotic Henry gas solubility optimization. **Energy**, Elsevier, v. 242, p. 122964, 2022. ISSN 0360-5442. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.122964>.

KATOCH, S; CHAUHAN, S. S; KUMAR, V. A review on genetic algorithm: past, present, and future. **Multimedia Tools and Applications**, Springer, v. 80, p. 8091–8126, 2021. ISSN 1573-7772. DOI: [10.1007/s11042-020-10139-6](https://doi.org/10.1007/s11042-020-10139-6).

KAYA, M. The effects of a new selection operator on the performance of a genetic algorithm. **Applied Mathematics and Computation**, Sciencedirect, v. 217, n. 19, p. 7669–7678, 2011. ISSN 0096-3003. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.amc.2011.02.070>.

KAZMAIER, J; VAN VUUREN, J. H. The power of ensemble learning in sentiment analysis. **Expert Systems with Applications**, Scopus, v. 187, p. 115819, 2022. ISSN 0957-4174. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.115819>.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: BASTOS FILHO, C. J. A.; POZO, A. R.; LOPES, H. S. (Ed.). **Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks**. [S. l.: s. n.], 1995. 1942–1948 vol.4. DOI: [10.1109/ICNN.1995.488968](https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968).

KENNEDY, J.; EBERHART, R.C.; SHI, Y. **Swarm Intelligence**. [S. l.]: Elsevier Science, 2001. (Evolutionary Computation Series). ISBN 9781558605954. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=vOx-QV3sRQsC>.

KHAN, K. *et al.* Do crude oil price bubbles occur? **Resources Policy**, v. 71, ago. 2021. ISSN 0301-4207. DOI: [10.1016/j.resourpol.2020.101936](https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2020.101936).

KIM, G. II; JANG, B. Petroleum Price Prediction with CNN-LSTM and CNN-GRU Using Skip-Connection. **Mathematics**, v. 11, n. 3, 2023. ISSN 2227-7390. DOI: 10.3390/math11030547. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2227-7390/11/3/547>.

KOURENTZES, N. On intermittent demand model optimisation and selection. **International Journal of Production Economics**, ScienceDirect, v. 156, n. 9, p. 180–190, 2014. ISSN 0925-5273. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.06.007>.

KOURENTZES, N; BARROW, D. K.; CRONE, S. F. Neural network ensemble operators for time series forecasting. **Expert Systems with Applications**, ScienceDirect, v. 41, n. 9, p. 4235–4244, 2014. ISSN 0957-4174. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2013.12.011>.

KUMAR, P. B.; HARIHARAN, K. Time Series Traffic Flow Prediction with Hyper-Parameter Optimized ARIMA Models for Intelligent Transportation System. **Journal of Scientific and Industrial Research**, Scopus, v. 81, n. 4, p. 408–415, 2022. ISSN 00224456.

KUMAWAT, M; KHAPARDE, A. Land cover change detection using TIMESAT software and machine learning algorithms near Ujani Dam: A case study. **Journal of Integrated Science and Technology**, ScienceIn Publishing, v. 12, n. 1, 2024. ISSN 23214635. Disponível em: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85172243090&partnerID=40&md5=39c3b21f0ea6d34c2e580a43d22bb729>.

KUNCHEVA, L I.; RODRÍGUEZ, J. J. A weighted voting framework for classifiers ensembles. **Knowledge and Information Systems**, Springer, v. 38, p. 259–275, 2014. ISSN 0219-3116. DOI: 10.1007/s10115-012-0586-6.

KUO, R. J; CHEN, J. A. A decision support system for order selection in electronic commerce based on fuzzy neural network supported by real-coded genetic algorithm. **Expert Syst. Appl.**, Sciencedirect, v. 26, n. 2, p. 141–154, 2004. DOI: 10.1016/S0957-4174(03)00115-5.

LACERDA, O. de T. R; ENSSLIN, L; ENSSLIN, R. S. A bibliometric analysis of strategy and performance measurement. **Gestão & Produção**, Universidade Federal de São Carlos (UFScar) São Carlos, v. 19, n. 1, p. 59–78, 2012. DOI: 10.1590/S0104-530X2012000100005.

LARGE, J; LINES, J; BAGNALL, A. A probabilistic classifier ensemble weighting scheme based on cross-validated accuracy estimates. **Data Mining and Knowledge Discovery**, Springer, v. 33, n. 6, p. 1674–1709, 2019. ISSN 1573-756X. DOI: 10.1007/s10618-019-00638-y.

LERTTHAWEEDECH, W; KANTAVAT, P; KIJSIRIKUL, B. Effective Crude Oil Trading Techniques Using Long Short-Term Memory and Convolution Neural Networks. **Journal of Advances in Information Technology**, Engineering e Technology Publishing, v. 13, n. 6, p. 645–651, 2022. ISSN 17982340. DOI: 10.12720/jait.13.6.645-651.

LI, G; YIN, S; YANG, H. A novel crude oil prices forecasting model based on secondary decomposition. **Energy**, Elsevier, v. 257, p. 124684, 2022. ISSN 0360-5442. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.124684>.

LI, J; ZHU, S; WU, Q. Monthly crude oil spot price forecasting using variational mode decomposition. **Energy Economics**, Elsevier, v. 83, p. 240–253, 2019. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2019.07.009>.

LI, J; TANG, L; WANG, S. Forecasting crude oil price with multilingual search engine data. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 551, p. 124178, 2020. ISSN 0378-437. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2020.124178>.

LI, T; HU, Z. *et al.* Forecasting crude oil prices using ensemble empirical mode decomposition and sparse bayesian learning. **Energies**, Mdpi, v. 11, n. 7, p. 480–495, 2020. ISSN 19961073. DOI: 10.3390/en11071882.

LI, T; QIAN, Z. *et al.* Forecasting crude oil prices based on variational mode decomposition and random sparse Bayesian learning. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 113, n. 5, p. 108032, 2021. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.108032>.

LI, T; ZHOU, Y. *et al.* Forecasting Daily Crude Oil Prices Using Improved CEEMDAN and Ridge Regression-Based Predictors. **Energies**, Mdpi, v. 12, 2019. ISSN 1996-1073. DOI: 10.3390/en12193603.

LIN, H.; SUN, Q. Crude Oil Prices Forecasting: An Approach of Using CEEMDAN-Based Multi-Layer Gated Recurrent Unit Networks. **Energies**, Mdpi, v. 13, 2020. ISSN 1996-1073. DOI: 10.3390/en13071543.

LIN, L. *et al.* Crude oil price forecasting based on a novel hybrid long memory GARCH-M and wavelet analysis model. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 543, p. 123532, 2020. ISSN 03062619. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.123532>.

LIN, Y. *et al.* Forecasting crude oil futures prices using BiLSTM-Attention-CNN model with Wavelet transform. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 130, p. 109723, 2022. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.109723>.

LIU, D; WEI, A. Regulated LSTM Artificial Neural Networks for Option Risks. **FinTech**, Mdpi, v. 1, p. 180–190, 2022. ISSN 2674-1032. DOI: 10.3390/fintech1020014.

LIU, S; GU, S; BAO, T. An automatic forecasting method for time series. **Chinese Journal of Electronics**, Scopus, v. 26, n. 3, p. 445–452, 2017. ISSN 10224653. DOI: 10.1049/cje.2017.01.011.

LONG, S; LIANG, J. Asymmetric and nonlinear pass-through of global crude oil price to China's PPI and CPI inflation. **Economic Research-Ekonomska Istraživanja**, Routledge, v. 31, n. 1, p. 240–251, 2018. DOI: 10.1080/1331677X.2018.1429292.

LUKOSEVICIUTE, K; RAGULSKIS, M. Evolutionary algorithms for the selection of time lags for time series forecasting by fuzzy inference systems. **Neurocomputing**, Sciencedirect, v. 10, n. 73, p. 2077–2088, 2010. ISSN 0925-2312. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2010.02.014>.

LÜTKEPOHL, H; XU, F. The role of the log transformation in forecasting economic variables. **Empirical Economics**, Springer, v. 42, n. 3, p. 619–638, 2012. ISSN 03611981. DOI: 10.1007/s00181-010-0440-1.

LYU, Y. *et al.* Time-varying effects of global economic policy uncertainty shocks on crude oil price volatility: New evidence. **Resources Policy**, v. 70, out. 2021. ISSN 0301-4207. DOI: [10.1016/j.resourpol.2020.101943](https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2020.101943).

MA, Z; DAI, Q. Selected an Stacking ELMs for Time Series Prediction. **Neural Processing Letters**, Springer, v. 44, n. 1, 2016. ISSN 1573-773X. DOI: [10.1007/s11063-016-9499-9](https://doi.org/10.1007/s11063-016-9499-9).

MARAVALL, A; LÓPEZ-PAVÓN, R; PÉREZ-CAÑETE, D. Reliability of the automatic identification of ARIMA models in program TRAMO. **Advanced Studies in Theoretical and Applied Econometrics**, Elsevier, v. 48, p. 105–122, 2015. ISSN 15705811. DOI: [10.1007/978-3-319-03122-4_7](https://doi.org/10.1007/978-3-319-03122-4_7).

MARROCU, E. An Investigation of the Effects of Data Transformation on Nonlinearity. **Empirical Economics**, Springer, v. 31, n. 4, 2006. ISSN 1435-8921. DOI: [10.1007/s00181-006-0055-8](https://doi.org/10.1007/s00181-006-0055-8).

MEEK, A. C; HOELSCHER, S. A. Day-of-the-week effect: Petroleum and petroleum products. **Cogent Economics & Finance**, Taylor & Francis, v. 11, n. 1, p. 2213876, 2023.

MEISENBACHER, S. *et al.* Review of automated time series forecasting pipelines. **WIREs Data Mining and Knowledge Discovery**, Scopus, v. 12, n. 6, e1475, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1002/widm.1475>.

MENDES-MOREIRA, J. *et al.* Ensemble approaches for regression: A survey. **ACM Comput. Surv.**, Scopus, v. 45, n. 1, p. 1–40, 2012. ISSN 0360-0300. DOI: [10.1145/2379776.2379786](https://doi.org/10.1145/2379776.2379786).

MICHALEWICZ, Z.; SCHOENAUER, M. Evolving Time Series Forecasting ARMA Models. **Evolutionary computation**, MIT Press One Rogers Street, Cambridge, MA 02142-1209, USA journals-info, v. 4, n. 1, p. 1–32, 1996. ISSN 1063-6560. DOI: [10.1162/evco.1996.4.1.1](https://doi.org/10.1162/evco.1996.4.1.1).

MIEBS, G; KADZIŃSKI, M. Heuristic algorithms for aggregation of incomplete rankings in multiple criteria group decision making. **Information Sciences**, Elsevier, v. 560, p. 107–136, 2021. ISSN 0020-0255. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2021.01.055>.

MONTGOMERY, D. C; JENNINGS, C. L; KULAHCI, M. **Introduction to time series analysis and forecasting**. [S. l.]: John Wiley & Sons, 2015.

MONTGOMERY D.; JENNINGS C.L.; KULACHI, M. **Introduction to time series analysis and forecasting**. Cambridge, MA, USA: Press, abr. 2008. 469 p. ISBN 978-0-4 71-65397-4.

MORETTIN, P..A; TOLOI, C. M. **Time series analysis**. [S. l.: s. n.], 2004. P. 1–564.

MOSTAFA, M. M.; EL-MASRY, A. A. Oil price forecasting using gene expression programming and artificial neural networks. **Economic Modelling**, Elsevier, v. 54, p. 40–53, 2016. ISSN 0264-9993. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2015.12.014>.

MWANA, S. O; HAJIME, K. Comparison between the Holt-Winters and SARIMA Models in the Prediction of NDVI in an Arid Region in Kenya using Pixel-wise NDVI Time Series. **Academic Journal of Research and Scientific Publishing**, Scopus, v. 2-23, p. 1–15, 2021. ISSN 2706-6495. DOI: [10.52132/ajrsp/en.2231](https://doi.org/10.52132/ajrsp/en.2231).

NADEMI, A; NADEMI, Y. Forecasting crude oil prices by a semiparametric Markov switching model: OPEC, WTI, and Brent cases. **Energy Economics**, Scopus, v. 74, p. 757–766, 2018. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.06.020>.

NAGVANSI, S S. *et al.* Nonstationary time series forecasting using optimized-EVDHM-ARIMA for COVID-19. **Frontiers in Big Data**, Frontiers Media S.A., v. 6, p. 1685–1706, 2023. ISSN 2624909X. DOI: [10.3389/fdata.2023.1081639](https://doi.org/10.3389/fdata.2023.1081639).

NASCIMENTO, F. *et al.* Meta-Heurística Otimização por Enxame de Partículas Aplicada ao Planejamento Florestal. **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional Omnipax**, Curitiba, PR, Brazil, p. 355–366, 2013.

NASIR, M. A; NUGROHO, A. D; LAKNER, Z. Impact of the Russian–Ukrainian Conflict on Global Food Crops. **Foods**, Scopus, v. 11, n. 19, p. 1–16, 2022. ISSN 23048158. DOI: [10.3390/foods11192979](https://doi.org/10.3390/foods11192979).

NAYAK, S. K; NAYAK, S. C; DAS, S. Modeling and Forecasting Cryptocurrency Closing Prices with Rao Algorithm-Based Artificial Neural Networks: A Machine Learning Approach. **FinTech**, Mdpi, v. 1, p. 47–62, 2022. ISSN 2674-1032. DOI: [10.3390/fintech1010004](https://doi.org/10.3390/fintech1010004).

NOSRATI, V; RAHMANI, M. An ensemble framework for microarray data classification based on feature subspace partitioning. **Computers in Biology and Medicine**, Scopus, v. 148, p. 105820, 2022. ISSN 0010-4825. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.combiomed.2022.105820>.

NUNES, L. R. M. *et al.* Use of ARIMA and SVM for forecasting time series of the Brazilian electrical system. **Research, Society and Development**, v. 12, e8112340438, 2023. ISSN 2525-3409. DOI: [10.33448/rsd-v12i3.40438](https://doi.org/10.33448/rsd-v12i3.40438).

OLIVEIRA, J. F. L. de; SILVA, E. G.; MATTOS NETO, P. S. G. de. A Hybrid System Based on Dynamic Selection for Time Series Forecasting. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, Scopus, v. 33, n. 8, p. 3251–3263, 2022. ISSN 2162-2388. DOI: [10.1109/TNNLS.2021.3051384](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2021.3051384).

PARVIZ SOHRABI, H. D; RAFIE, R. Forecasting of WTI crude oil using combined ANN-Whale optimization algorithm. **Energy Sources, Part B: Economics, Planning, and Policy**, Taylor & Francis, v. 17, p. 2083728, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1080/15567249.2022.2083728>.

PERRONE M.P.; COOPER, L.N. **When Networks Disagree: Ensemble Methods for Hybrid Neural Networks**. [S. l.: s. n.], 1995. v. 109, p. 1–404.

PETELIN, G; CENIKJ, G; EFTIMOV, T. Towards understanding the importance of time-series features in automated algorithm performance prediction. **Expert Systems with Applications**, v. 213, p. 119023, 2023. ISSN 0957-4174. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.119023>.

POLIKAR, R. **Ensemble Machine Learning: Methods and Applications**. [S. l.]: Springer, 2012. (McGraw-Hill series in system science). ISBN 978-1-4419-9326-7. DOI: 10.1007/978-1-4419-9326-7_1. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9326-7_1.

QI, M; ZHANG, G. P. Trend Time–Series Modeling and Forecasting With Neural Networks. **IEEE Transactions on Neural Networks**, v. 19, n. 5, p. 808–816, 2008. DOI: 10.1109/TNN.2007.912308.

QIN, Q. *et al.* Crude oil price forecasting with machine learning and Google search data: An accuracy comparison of single-model versus multiple-model. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Elsevier, v. 123, p. 106266, 2023. ISSN 0952-1976. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106266>.

RE, M; VALENTINI, G. Ensemble methods: a review. Data mining and machine learning for astronomical applications. **Data Mining and Knowledge Discovery Series, Chapman & Hall**, 2011.

REIS FILHO, I. J; MARCACINI, R. M; REZENDE, S. O. On the enrichment of time series with textual data for forecasting agricultural commodity prices. **MethodsX**, Elsevier Ltd, v. 9, p. 101758, 2022. ISSN 2215-0161. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mex.2022.101758>.

REN, X; LIU, Z. *et al.* Oil price uncertainty and enterprise total factor productivity: Evidence from China. **International Review of Economics & Finance**, v. 83, p. 201–218, mai. 2023. ISSN 1059-0560. DOI: 10.1016/j.iref.2022.08.024.

REN, Y; ZHANG, L; SUGANTHAN, P.N. Ensemble Classification and Regression-Recent Developments, Applications and Future Directions [Review Article]. **IEEE Computational Intelligence Magazine**, v. 11, n. 1, p. 41–53, 2016. ISSN 1556-6048. DOI: 10.1109/MCI.2015.2471235.

ROSTAMI, M; BAHAGHIGHAT, M; ZANJIREH, M. M. Bitcoin daily close price prediction using optimized grid search method. **Acta Universitatis Sapientiae, Informatica**, v. 13, n. 2, p. 265–287, 2011. DOI: <https://doi.org/10.2478/ausi-2021-0012>.

SAFARI, A.; DAVALLOU, M. Oil price forecasting using a hybrid model. **Energy**, Scopus, v. 148, p. 49–58, 2018. ISSN 0360-5442. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2018.01.007>.

SAGHI, F; JAHANGOSHAI REZAEE, M. Integrating Wavelet Decomposition and Fuzzy Transformation for Improving the Accuracy of Forecasting Crude Oil Price. **Computational Economics**, Springer, v. 61, n. 2, p. 559–591, 2023. ISSN 09277099. DOI: 10.1007/s10614-021-10219-1.

SAH, S. *et al.* Covid-19 cases prediction using SARIMAX Model by tuning hyperparameter through grid search cross-validation approach. **Expert Systems**, John Wiley e Sons Inc, 2022. ISSN 02664720. DOI: 10.1111/exsy.13086.

SALLES, R. *et al.* Nonstationary time series transformation methods: An experimental review. **Knowledge-Based Systems**, Elsevier, v. 164, p. 274–291, 2019. ISSN 0950-7051. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2018.10.041>.

SANTOS JÚNIOR, D. O.; OLIVEIRA, J. F.L. de; MATTOS NETO, P. S.G. de. An intelligent hybridization of ARIMA with machine learning models for time series forecasting. **Knowledge-Based Systems**, Elsevier, v. 175, n. 3, p. 72–86, 2019. ISSN 0950-7051. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2019.03.011>.

SAPUTRA, N. D; AZIZ, A; HARJITO, B. Parameter optimization of Brown's and Holt's double exponential smoothing using golden section method for predicting Indonesian Crude Oil Price (ICP). *In*: 2016 3rd International Conference on Information Technology, Computer, and Electrical Engineering (ICITACEE). [S. l.: s. n.], 2016. P. 356–360. DOI: 10.1109/ICITACEE.2016.7892471.

SENGUPTA, I; NGANJE, W; HANSON, E. Refinements of Barndorff-Nielsen and Shephard Model: An Analysis of Crude Oil Price with Machine Learning. **Annals of Data Science**, Scopus, v. 8, p. 39–55, 2020. ISSN 21985804. DOI: <https://doi.org/10.1007%2Fs40745-020-00256-2>.

SHADAB, T; AHMAD, S; SAID, S. Spatial forecasting of solar radiation using ARIMA model. **Remote Sensing Applications: Society and Environment**, v. 20, p. 100427, 2023. ISSN 2352-9385. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rsase.2020.100427>.

SHIN, H. *et al.* Prediction of movement direction in crude oil prices based on semi-supervised learning. **Decision Support Systems**, ScienceDirect, v. 55, n. 1, p. 348–358, 2013. ISSN 0167-9236. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dss.2012.11.009>.

SHUKLA, A; PANDEY, H. M; MEHROTRA, D. Comparative review of selection techniques in genetic algorithm. *In*: 2015 International Conference on Futuristic Trends on Computational Analysis and Knowledge Management (ABLAZE). [S. l.]: IEEE, 2015. P. 515–519. DOI: 10.1109/ABLAZE.2015.7154916. Disponível em: https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7154916?casa_token=jj_PC0dCvqoAAAAA:pR_Now8npCRK6hcBmdU6DNNikeHILdgDviOUxbg5yfQ3QdHufx4AwmjbXxW-duoY6coQY6Qy6bw.

SILVA, E. G. *et al.* Improving the accuracy of intelligent forecasting models using the Perturbation Theory. *In*: 202018 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). [S. l.]: IEEE, 2018. P. 1–7. DOI: 10.1109/IJCNN.2018.8489697. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8489697>.

SIQUEIRA, H; BELOTTI, J.T. *et al.* Recursive linear models optimized by bioinspired metaheuristics to streamflow time series prediction. **International Transactions in Operational Research**, Wiley, v. 30, n. 2, p. 742–773, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1111/itor.12908>.

SIQUEIRA, H; BOCCATO, L. *et al.* Unorganized machines for seasonal streamflow series forecasting. **International Journal of Neural Systems**, Scopus, v. 24, n. 3, p. 1299–1316, 2014. ISSN 01290657. DOI: 10.1142/S0129065714300095.

SIQUEIRA, H; MACEDO, M. *et al.* Selection of Temporal Lags for Predicting Riverflow Series from Hydroelectric Plants Using Variable Selection Methods. **Energies**, Sciencedirect, v. 13, n. 16, p. 265–281, 2020. ISSN 1996-1073. DOI: 10.3390/en13164236.

SIQUEIRA, H. V. **Máquinas desorganizadas para previsão de séries de vazões**. 2013. 218 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP. Disponível em: <http://paginapessoal.utfpr.edu.br/hugosiqueira/tese-e-dissertacao/Tese%20-%20Hugo%20Valadares%20Siqueira.pdf/view>. Acesso em: 16 mar. 2024.

SIQUEIRA, H. V.; LUNA, I. Modelos Lineares Realimentados de Previsão: Um Estudo Utilizando Algoritmos Evolucionários. *In*: BASTOS FILHO, C. J. A.; POZO, A. R.; LOPES, H. S. (Ed.). **Anais do 12 Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional**. Curitiba, PR: ABRICOM, 2015. P. 1–6.

SIRISHA, U. M; BELAVAGI, M. C.; ATTIGERI, G. Profit Prediction Using ARIMA, SARIMA and LSTM Models in Time Series Forecasting: A Comparison. **IEEE Access**, v. 10, n. 6, p. 124715–124727, 2022. ISSN 2169-3536. DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3224938.

SMITH, M. G; BULL, L. Genetic programming with a genetic algorithm for feature construction and selection. **International Journal of Information Technology and Knowledge Management**, Springer, v. 6, p. 265–281, 2005. ISSN 1573-7632. DOI: 10.1007/s10710-005-2988-7.

SMYL, S. A hybrid method of exponential smoothing and recurrent neural networks for time series forecasting. **International Journal of Forecasting**, Scopus, v. 36, n. 1, p. 75–85, 2010. ISSN 01692070. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2019.03.017.

SOON, G. K. *et al.* A comparison on the performance of crossover techniques in video game. *In*: PROCEEDINGS - 2013 IEEE International Conference on Control System, Computing and Engineering, ICCSCE 2013. [S. l.]: IEEE, 2010. P. 493–498. DOI: 10.1109/ICCSCE.2013.6720015. Disponível em: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84894175388&doi=10.1109%2fICCSCE.2013.6720015&partnerID=40&md5=28a1b5ee8c0685c25fe1c8dfe2a9dc32>.

SU, M. *et al.* A new crude oil futures forecasting method based on fusing quadratic forecasting with residual forecasting. **Digital Signal Processing**, Elsevier, v. 130, n. 5, p. 103691, 2022. ISSN 1051-2004. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2022.103691>.

SUN, Q; WANG, Z; JIA, N. Revisiting the Dynamic Response of Chinese Price Level to Crude Oil Price Shocks Based on a Network Analysis Method. **Entropy**, Scopus, v. 24, n. 7, p. 106766, 2023. ISSN 10994300. DOI: 10.3390/e24070944.

SUN, S. *et al.* Interval decomposition ensemble approach for crude oil price forecasting. **Energy Economics**, Mdpi, v. 76, p. 274–287, 2018. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.10.015>.

SUN, Y. *et al.* Concept Drift Adaptation by Exploiting Historical Knowledge. **IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems**, IEEE, v. 29, n. 10, p. 4822–4832, 2018. ISSN 2162-2388. DOI: 10.1109/TNNLS.2017.2775225.

TANG, L; WU, Y; YU, L. A non-iterative decomposition-ensemble learning paradigm using RVFL network for crude oil price forecasting. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 70, p. 1097–1108, 2018. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.02.013>.

THEERTHAGIRI, P; RUBY, A. U. Seasonal learning based ARIMA algorithm for prediction of Brent oil Price trends. **Multimedia Tools and Applications**, v. 18, p. 2485–24504, 2023. ISSN 0169-2070. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11042-023-14819-x>.

TISSAOUI, K. *et al.* Do Gas Price and Uncertainty Indices Forecast Crude Oil Prices? Fresh Evidence Through XGBoost Modeling. **Computational Economics**, Springer, v. 62, n. 2, p. 663–687, 2023. ISSN 09277099. DOI: [10.1007/s10614-022-10305-y](https://doi.org/10.1007/s10614-022-10305-y).

TIWARI, A. K. *et al.* An empirical analysis of the dynamic relationship between clean and dirty energy markets. **Energy Economics**, ScienceDirect, v. 124, n. 4, p. 106766, 2023. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2023.106766>.

TRAN, T. N. Analysis of load Forecasting Accuracy Based ON HO CHI MINH City Data. **Journal of Science and Technology**, Scopus, v. 47, p. 1–10, 2020. ISSN 2706-6495. DOI: <https://doi.org/10.46242/jst-ih.v47i05.755>.

TSUTSUI, S; GOLDBERG, D. E. Search space boundary extension method in real-coded genetic algorithms. **Information Sciences**, Sciencedirect, v. 133, n. 3, p. 229–247, 2001. ISSN 0020-0255. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0020-0255\(01\)00087-1](https://doi.org/10.1016/S0020-0255(01)00087-1).

TZU-KUANG HSU, C. T; CHENG, K. Forecast of 2013–2025 crude oil prices: Quadratic sine-curve trend model application. **Energy Sources, Part B: Economics, Planning, and Policy**, Taylor & Francis, v. 11, p. 205–211, 2016. ISSN 15567249. DOI: [10.1080/15567249.2013.797053](https://doi.org/10.1080/15567249.2013.797053).

UBAID, A; HUSSAIN, F; SAQIB, M. Container Shipment Demand Forecasting in the Australian Shipping Industry: A Case Study of Asia–Oceania Trade Lane. **Journal of Marine Science and Engineering**, Mdpi, v. 9, p. 1–20, 2021. ISSN 2077-1312. DOI: [10.3390/jmse9090968](https://doi.org/10.3390/jmse9090968).

URSU, E; PEREAU, J. Application of periodic autoregressive process to the modeling of the Garonne river flows. **Stochastic Environmental Research and Risk Assessment**, Springer, v. 30, p. 1785–1795, 2016. DOI: [10.1007/s00477-015-1193-3](https://doi.org/10.1007/s00477-015-1193-3).

VAN CALSTER, T; BAESENS, B; LEMAHIEU, W. ProfARIMA: A profit-driven order identification algorithm for ARIMA models in sales forecasting. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 60, n. 2, p. 775–785, 2017. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.02.011>.

WANG, J. *et al.* An Improved Real-Coded Genetic Algorithm Using the Heuristical Normal Distribution and Direction-Based Crossover. **Computational intelligence and neuroscience**, epublish, 2019. DOI: [10.1155/2019/4243853](https://doi.org/10.1155/2019/4243853).

WANG, L. *et al.* Optimal Forecast Combination Based on Neural Networks for Time Series Forecasting. **Applied Soft Computing**, ScienDirect, v. 66, p. 1–17, 2018. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.02.004>.

WANG, M; TIAN, L; ZHOU, P. A novel approach for oil price forecasting based on data fluctuation network. **Energy Economics**, Elsevier, v. 71, p. 201–212, 2018. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2018.02.021>.

WANG, M. *et al.* A novel hybrid method of forecasting crude oil prices using complex network science and artificial intelligence algorithms. **Applied Energy**, Elsevier, v. 220, p. 480–495, 2020. ISSN 03062619. DOI: [10.1016/j.apenergy.2018.03.148](https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.03.148).

WANG, X; LI, X; LI, S. Point and interval forecasting system for crude oil price based on complete ensemble extreme-point symmetric mode decomposition with adaptive noise and intelligent optimization algorithm. **Resources Policy**, v. 328, mai. 2022. ISSN 0306-2619. DOI: [10.1016/j.apenergy.2022.120194](https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2022.120194).

WANG, Y; HAO, X. Forecasting the real prices of crude oil: A robust weighted least squares approach. **Energy Economics**, Elsevier, v. 116, n. 5, p. 106405, 2022. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2022.106405>.

WANG, Y; HAO, X. Forecasting the real prices of crude oil: What is the role of parameter instability? **Energy Economics**, Scopus, v. 117, p. 106483, 2023. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2022.106483>.

WANG, Y. *et al.* Forecasting the real prices of crude oil under economic and statistical constraints. **Energy Economics**, v. 51, p. 599–608, 2015. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2015.09.003>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0140988315002534>.

WENG, F. *et al.* Gold price forecasting research based on an improved online extreme learning machine algorithm. **Research, Society and Development**, Springer, v. 1, p. 180–190, 2022. ISSN 1868-5145. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12652-020-01682-z>.

WHEELWRIGHT, S; MAKRIDAKIS, S; HYNDMAN, R. J. **Forecasting: methods and applications**. [S. l.]: John Wiley & Sons, 1998.

WILSON, J; CHAUDHURY, S; LALL, B. Homogeneous–Heterogeneous Hybrid Ensemble for concept-drift adaptation. **Neurocomputing**, Scopus, v. 557, p. 126741, 2023. ISSN 0925-2312. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2023.126741>.

WU, D. *et al.* AutoML With Parallel Genetic Algorithm for Fast Hyperparameters Optimization in Efficient IoT Time Series Prediction. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, Sciencedirect, v. 19, n. 9, p. 9555–9564, 2023. ISSN 1941-0050. DOI: [10.1109/TII.2022.3231419](https://doi.org/10.1109/TII.2022.3231419).

WU, J. *et al.* A novel hybrid model based on deep learning and error correction for crude oil futures prices forecast. **Resources Policy**, Elsevier, v. 83, n. 2, p. 103602, 2023. ISSN 0301-4207. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2023.103602>.

XIUWEN CHEN, X. S; LI, J. How does economic policy uncertainty react to oil price shocks? A multi-scale perspective. **Applied Economics Letters**, Routledge, v. 27, p. 188–193, 2020. ISSN 2075-1680. DOI: <https://doi.org/10.1080/13504851.2019.1610704>.

XU, D; CHEN, T; XU, W. A support vector machine-based ensemble prediction for crude oil price with VECM and STEPMRS. **International Journal of Global Energy Issues**, Inderscience Publishers, v. 38, n. 38, p. 18–48, 2014. ISSN 09547118. DOI: [10.1504/IJGEI.2015.069488](https://doi.org/10.1504/IJGEI.2015.069488).

XU, Q; FU, B; WANG, B. The effects of oil price uncertainty on China's economy. **Energy Economics**, ScienceDirect, v. 107, p. 105840, 2022. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2022.105840>.

YU, L; DAI, W; TANG, L. A novel decomposition ensemble model with extended extreme learning machine for crude oil price forecasting. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Elsevier, v. 47, p. 110–121, 2016. ISSN 0952-1976. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2015.04.016>.

YU, L; DAI, W; TANG, L; WU, J. A hybrid grid-GA-based LSSVR learning paradigm for crude oil price forecasting. **Neural Computing and Applications**, Scopus, v. 27, p. 2193–2215, 2016. ISSN 18756891. DOI: 10.1007/s00521-015-1999-4.

YU, L; MA, M. A memory-trait-driven decomposition–reconstruction–ensemble learning paradigm for oil price forecasting. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 111, p. 107699, 2021. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2021.107699>.

YU, L; WANG, Z; TANG, L. A decomposition-ensemble model with data-characteristic-driven reconstruction for crude oil price forecasting. **Applied Energy**, Elsevier, v. 156, n. 3, p. 251–267, 2014. ISSN 03062619. DOI: 10.1016/j.apenergy.2015.07.025.

YU, L; WU, Y. *et al.* Investigation of diversity strategies in RVFL network ensemble learning for crude oil price forecasting. **Soft Computing**, Springer, v. 25, n. 5, p. 3609–3622, 2021. ISSN 14327643. DOI: 10.1007/s00500-020-05390-w.

YU, L; XU, H; TANG, L. LSSVR ensemble learning with uncertain parameters for crude oil price forecasting. **Applied Soft Computing**, Elsevier, v. 56, p. 692–701, 2017. ISSN 1568-4946. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2016.09.023>.

YU, L; ZHAO, Y; TANG, L. A compressed sensing based AI learning paradigm for crude oil price forecasting. **Energy Economics**, Elsevier, v. 46, n. 3, p. 236–245, 2014. ISSN 01409883. DOI: 10.1016/j.eneco.2014.09.019. YUAN, J; LI, J; HAO, J. A dynamic clustering ensemble learning approach for crude oil price forecasting. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, Elsevier Ltd, v. 123, p. 106408, 2023. ISSN 0952-1976. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.106408>.

ZHANG, G.P. Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. **Neurocomputing**, Elsevier, v. 50, n. 3, p. 159–175, 2003. ISSN 0925-2312. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(01\)00702-0](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(01)00702-0).

ZHANG, T; TANG, Z. The dependence and risk spillover between economic uncertainties and the crude oil market: New evidence from a Copula-CoVaR approach incorporating the decomposition technique. **Environmental Science and Pollution Research**, v. 83, p. 104116–104134, set. 2023. ISSN 1614-7499. DOI: 10.1007/s11356-023-29624-0.

ZHAO, L; WANG, S; ZHANG, Z. Oil Price Forecasting Using a Time-Varying Approach. **Energies**, Mdpi, v. 13, p. 353–361, 2020. ISSN 1996-1073. DOI: <https://doi.org/10.3390/en13061403>.

ZHAO, Y; LI, J; YU, L. A deep learning ensemble approach for crude oil price forecasting. **Energy Economics**, Elsevier, v. 66, p. 9–16, 2017. ISSN 0140-9883. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2017.05.023>.

ZHONG, C. Oracle-efficient estimation and trend inference in non-stationary time series with trend and heteroscedastic ARMA error. **Computational Statistics and Data Analysis**, Elsevier, v. 193, n. 6, e1475, 2024. ISSN 01679473. DOI: 10.1016/j.csda.2024.107917.

ZHONG, J. *et al.* Comparison of performance between different selection strategies on simple genetic algorithms. *In*: INTERNATIONAL conference on computational intelligence for modelling, control and automation and international conference on intelligent agents, web technologies and internet commerce (CIMCA-IAWTIC'06). [S. l.]: IEEE, 2005. P. 1115–1121. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1631619/>.

ZHU, J. *et al.* A novel decomposition-ensemble approach to crude oil price forecasting with evolution clustering and combined model. **International Journal of Machine Learning and Cybernetics**, Springer, v. 10, p. 3349–3362, 2019. ISSN 18688071. DOI: 10.1007/s13042-019-00922-9.

ZOU, Y; HE, K. Forecasting Crude Oil Risk Using a Multivariate Multiscale Convolutional Neural Network Model. **Mathematics**, Mdpi, v. 10, n. 14, p. 106405, 2022. ISSN 22277390. DOI: 10.3390/math10142413.

APÊNDICE A - Testes dos coeficientes de suavização

Tabela 31 - Coeficientes modelo Suavização - (continua)

Iteração	Alpha	MSE	AIC
1	0	2225,6980	30,5082
2	0,003086	2202,8413	29,4541
3	0,006173	2145,0492	26,9483
4	0,009259	2074,8692	24,1903
5	0,012346	2006,3438	21,7699
6	0,015432	1944,6093	19,7974
7	0,018519	1890,6001	18,2189
8	0,021605	1843,8143	16,9537
9	0,024691	1803,3747	15,9310
10	0,027778	1768,3779	15,0960
11	0,030864	1737,9991	14,4067
12	0,033951	1711,5193	13,8316
13	0,037037	1688,3248	13,3467
14	0,040123	1667,8979	12,9338
15	0,04321	1649,8053	12,5787
16	0,046296	1633,6855	12,2706
17	0,049383	1619,2374	12,0009
18	0,052469	1606,2104	11,7628
19	0,055556	1594,3958	11,5509
20	0,058642	1583,6191	11,3610
21	0,061728	1573,7345	11,1895
22	0,064815	1564,6197	11,0337
23	0,067901	1556,1715	10,8912
24	0,070988	1548,3031	10,7602
25	0,074074	1540,9406	10,6390
26	0,07716	1534,0213	10,5263
27	0,080247	1527,4918	10,4211
28	0,083333	1521,3061	10,3224
29	0,08642	1515,4249	10,2294
30	0,089506	1509,8142	10,1415
31	0,092593	1504,4447	10,0581
32	0,095679	1499,2907	9,9786
33	0,098765	1494,3303	9,9028
34	0,101852	1489,5439	9,8301
35	0,104938	1484,9147	9,7604
36	0,108025	1480,4278	9,6932
37	0,111111	1476,0700	9,6285
38	0,114198	1471,8299	9,5659
39	0,117284	1467,6972	9,5052
40	0,12037	1463,6629	9,4464
41	0,123457	1459,7189	9,3893
42	0,126543	1455,8582	9,3337
43	0,12963	1452,0743	9,2795
44	0,132716	1448,3616	9,2266
45	0,135802	1444,7149	9,1750
46	0,138889	1441,1297	9,1246

Tabela 32 - Coeficientes modelo Suavização - (continua)

Iteração	Alpha	MSE	AIC
47	0,141975	1437,6018	9,0752
48	0,145062	1434,1276	9,0268
49	0,148148	1430,7037	8,9794
50	0,151235	1427,3270	8,9328
51	0,154321	1423,9950	8,8872
52	0,157407	1420,7050	8,8423
53	0,160494	1417,4548	8,7982
54	0,16358	1414,2425	8,7548
55	0,166667	1411,0660	8,7121
56	0,169753	1407,9238	8,6701
57	0,17284	1404,8142	8,6287
58	0,175926	1401,7359	8,5880
59	0,179012	1398,6875	8,5478
60	0,182099	1395,6678	8,5082
61	0,185185	1392,6757	8,4691
62	0,188272	1389,7103	8,4305
63	0,191358	1386,7705	8,3925
64	0,194444	1383,8555	8,3550
65	0,197531	1380,9645	8,3179
66	0,200617	1378,0967	8,2813
67	0,203704	1375,2515	8,2451
68	0,20679	1372,4282	8,2094
69	0,209877	1369,6262	8,1740
70	0,212963	1366,8449	8,1391
71	0,216049	1364,0839	8,1046
72	0,219136	1361,3425	8,0705
73	0,222222	1358,6205	8,0368
74	0,225309	1355,9173	8,0035
75	0,228395	1353,2325	7,9705
76	0,231481	1350,5658	7,9378
77	0,234568	1347,9168	7,9055
78	0,237654	1345,2851	7,8736
79	0,240741	1342,6705	7,8420
80	0,243827	1340,0726	7,8107
81	0,246914	1337,4911	7,7798
82	0,25	1334,9259	7,7491
83	0,253086	1332,3765	7,7188
84	0,256173	1329,8428	7,6887
85	0,259259	1327,3245	7,6590
86	0,262346	1324,8214	7,6296
87	0,265432	1322,3333	7,6004
88	0,268519	1319,8600	7,5716
89	0,271605	1317,4013	7,5430
90	0,274691	1314,9570	7,5147
91	0,277778	1312,5269	7,4866
92	0,280864	1310,1109	7,4589
93	0,283951	1307,7088	7,4313

Tabela 33 - Coeficientes modelo Suavização - (continua)

Iteração	Alpha	MSE	AIC
94	0,287037	1305,3204	7,4041
95	0,290123	1302,9455	7,3771
96	0,29321	1300,5841	7,3503
97	0,296296	1298,2360	7,3238
98	0,299383	1295,9010	7,2976
99	0,302469	1293,5791	7,2715
100	0,305556	1291,2700	7,2458
101	0,308642	1288,9737	7,2202
102	0,311728	1286,6900	7,1949
103	0,314815	1284,4189	7,1698
104	0,317901	1282,1602	7,1449
105	0,320988	1279,9137	7,1203
106	0,324074	1277,6795	7,0958
107	0,32716	1275,4574	7,0716
108	0,330247	1273,2473	7,0476
109	0,333333	1271,0491	7,0238
110	0,33642	1268,8627	7,0002
111	0,339506	1266,6880	6,9768
112	0,342593	1264,5250	6,9537
113	0,345679	1262,3735	6,9307
114	0,348765	1260,2334	6,9079
115	0,351852	1258,1048	6,8853
116	0,354938	1255,9874	6,8629
117	0,358025	1253,8812	6,8407
118	0,361111	1251,7862	6,8187
119	0,364198	1249,7023	6,7969
120	0,367284	1247,6294	6,7752
121	0,37037	1245,5674	6,7538
122	0,373457	1243,5162	6,7325
123	0,376543	1241,4759	6,7114
124	0,37963	1239,4463	6,6905
125	0,382716	1237,4273	6,6697
126	0,385802	1235,4190	6,6492
127	0,388889	1233,4212	6,6288
128	0,391975	1231,4338	6,6085
129	0,395062	1229,4570	6,5885
130	0,398148	1227,4904	6,5685
131	0,401235	1225,5342	6,5488
132	0,404321	1223,5883	6,5292
133	0,407407	1221,6525	6,5098
134	0,410494	1219,7269	6,4906
135	0,41358	1217,8114	6,4715
136	0,416667	1215,9060	6,4525
137	0,419753	1214,0105	6,4337
138	0,42284	1212,1250	6,4151
139	0,425926	1210,2495	6,3966
140	0,429012	1208,3838	6,3783

Tabela 34 - Coeficientes modelo Suavização - (continua)

Iteração	Alpha	MSE	AIC
141	0,432099	1206,5279	6,3601
142	0,435185	1204,6818	6,3421
143	0,438272	1202,8454	6,3242
144	0,441358	1201,0187	6,3064
145	0,444444	1199,2017	6,2888
146	0,447531	1197,3943	6,2713
147	0,450617	1195,5964	6,2540
148	0,453704	1193,8081	6,2368
149	0,45679	1192,0292	6,2198
150	0,459877	1190,2598	6,2029
151	0,462963	1188,4999	6,1861
152	0,466049	1186,7493	6,1695
153	0,469136	1185,0081	6,1530
154	0,472222	1183,2761	6,1366
155	0,475309	1181,5535	6,1204
156	0,478395	1179,8401	6,1042
157	0,481481	1178,1359	6,0883
158	0,484568	1176,4408	6,0724
159	0,487654	1174,7550	6,0567
160	0,490741	1173,0782	6,0411
161	0,493827	1171,4105	6,0256
162	0,496914	1169,7519	6,0102
163	0,5	1168,1023	5,9950
164	0,503086	1166,4617	5,9799
165	0,506173	1164,8300	5,9649
166	0,509259	1163,2073	5,9500
167	0,512346	1161,5935	5,9353
168	0,515432	1159,9885	5,9206
169	0,518519	1158,3924	5,9061
170	0,521605	1156,8052	5,8917
171	0,524691	1155,2267	5,8774
172	0,527778	1153,6570	5,8632
173	0,530864	1152,0961	5,8492
174	0,533951	1150,5438	5,8352
175	0,537037	1149,0003	5,8214
176	0,540123	1147,4654	5,8077
177	0,54321	1145,9392	5,7940
178	0,546296	1144,4215	5,7805
179	0,549383	1142,9125	5,7671
180	0,552469	1141,4121	5,7538
181	0,555556	1139,9202	5,7406
182	0,558642	1138,4368	5,7275
183	0,561728	1136,9619	5,7146
184	0,564815	1135,4955	5,7017
185	0,567901	1134,0375	5,6889
186	0,570988	1132,5880	5,6762
187	0,574074	1131,1468	5,6637

Tabela 35 - Coeficientes modelo Suavização -(continua)

Iteração	Alpha	MSE	AIC
188	0,57716	1129,7141	5,6512
189	0,580247	1128,2897	5,6388
190	0,583333	1126,8737	5,6266
191	0,58642	1125,4660	5,6144
192	0,589506	1124,0666	5,6023
193	0,592593	1122,6754	5,5903
194	0,595679	1121,2926	5,5785
195	0,598765	1119,9179	5,5667
196	0,601852	1118,5515	5,5550
197	0,604938	1117,1932	5,5434
198	0,608025	1115,8432	5,5319
199	0,611111	1114,5013	5,5205
200	0,614198	1113,1675	5,5092
201	0,617284	1111,8418	5,4979
202	0,62037	1110,5242	5,4868
203	0,623457	1109,2147	5,4758
204	0,626543	1107,9133	5,4648
205	0,62963	1106,6199	5,4539
206	0,632716	1105,3345	5,4432
207	0,635802	1104,0571	5,4325
208	0,638889	1102,7876	5,4219
209	0,641975	1101,5261	5,4114
210	0,645062	1100,2726	5,4009
211	0,648148	1099,0270	5,3906
212	0,651235	1097,7892	5,3803
213	0,654321	1096,5594	5,3702
214	0,657407	1095,3374	5,3601
215	0,660494	1094,1232	5,3501
216	0,66358	1092,9169	5,3402
217	0,666667	1091,7184	5,3303
218	0,669753	1090,5276	5,3206
219	0,67284	1089,3446	5,3109
220	0,675926	1088,1694	5,3013
221	0,679012	1087,0019	5,2918
222	0,682099	1085,8421	5,2824
223	0,685185	1084,6900	5,2730
224	0,688272	1083,5456	5,2637
225	0,691358	1082,4089	5,2545
226	0,694444	1081,2798	5,2454
227	0,697531	1080,1583	5,2364
228	0,700617	1079,0444	5,2274
229	0,703704	1077,9381	5,2185
230	0,70679	1076,8394	5,2097
231	0,709877	1075,7482	5,2010
232	0,712963	1074,6645	5,1923
233	0,716049	1073,5884	5,1837
234	0,719136	1072,5198	5,1752

Tabela 36 - Coeficientes modelo Suavização – (continua)

Iteração	Alpha	MSE	AIC
235	0,722222	1071,4587	5,1668
236	0,725309	1070,4050	5,1584
237	0,728395	1069,3588	5,1501
238	0,731481	1068,3200	5,1419
239	0,734568	1067,2886	5,1337
240	0,737654	1066,2646	5,1256
241	0,740741	1065,2481	5,1176
242	0,743827	1064,2388	5,1097
243	0,746914	1063,2370	5,1018
244	0,75	1062,2424	5,0940
245	0,753086	1061,2552	5,0863
246	0,756173	1060,2753	5,0786
247	0,759259	1059,3026	5,0710
248	0,762346	1058,3373	5,0635
249	0,765432	1057,3792	5,0560
250	0,768519	1056,4283	5,0486
251	0,771605	1055,4846	5,0413
252	0,774691	1054,5482	5,0341
253	0,777778	1053,6189	5,0269
254	0,780864	1052,6968	5,0197
255	0,783951	1051,7819	5,0127
256	0,787037	1050,8741	5,0057
257	0,790123	1049,9735	4,9988
258	0,79321	1049,0799	4,9919
259	0,796296	1048,1935	4,9851
260	0,799383	1047,3141	4,9784
261	0,802469	1046,4419	4,9717
262	0,805556	1045,5766	4,9651
263	0,808642	1044,7184	4,9585
264	0,811728	1043,8673	4,9520
265	0,814815	1043,0231	4,9456
266	0,817901	1042,1860	4,9392
267	0,820988	1041,3558	4,9329
268	0,824074	1040,5326	4,9267
269	0,82716	1039,7164	4,9205
270	0,830247	1038,9071	4,9144
271	0,833333	1038,1047	4,9083
272	0,83642	1037,3092	4,9023
273	0,839506	1036,5207	4,8964
274	0,842593	1035,7390	4,8905
275	0,845679	1034,9642	4,8847
276	0,848765	1034,1963	4,8789
277	0,851852	1033,4353	4,8732
278	0,854938	1032,6810	4,8675
279	0,858025	1031,9336	4,8619
280	0,861111	1031,1931	4,8564
281	0,864198	1030,4593	4,8509

Tabela 37 - Coeficientes modelo Suavização – (conclusão)

Iteração	Alpha	MSE	AIC
282	0,867284	1029,7323	4,8455
283	0,87037	1029,0121	4,8401
284	0,873457	1028,2987	4,8348
285	0,876543	1027,5920	4,8296
286	0,87963	1026,8920	4,8244
287	0,882716	1026,1989	4,8192
288	0,885802	1025,5124	4,8141
289	0,888889	1024,8326	4,8091
290	0,891975	1024,1596	4,8041
291	0,895062	1023,4932	4,7992
292	0,898148	1022,8335	4,7943
293	0,901235	1022,1805	4,7895
294	0,904321	1021,5342	4,7848
295	0,907407	1020,8945	4,7801
296	0,910494	1020,2615	4,7754
297	0,91358	1019,6351	4,7708
298	0,916667	1019,0153	4,7663
299	0,919753	1018,4021	4,7618
300	0,92284	1017,7956	4,7573
301	0,925926	1017,1957	4,7529
302	0,929012	1016,6023	4,7486
303	0,932099	1016,0155	4,7443
304	0,935185	1015,4354	4,7401
305	0,938272	1014,8618	4,7359
306	0,941358	1014,2947	4,7318
307	0,944444	1013,7342	4,7277
308	0,947531	1013,1803	4,7237
309	0,950617	1012,6329	4,7197
310	0,953704	1012,0920	4,7158
311	0,95679	1011,5577	4,7119
312	0,959877	1011,0299	4,7081
313	0,962963	1010,5087	4,7043
314	0,966049	1009,9939	4,7006
315	0,969136	1009,4856	4,6969
316	0,972222	1008,9839	4,6933
317	0,975309	1008,4887	4,6897
318	0,978395	1007,9999	4,6862
319	0,981481	1007,5177	4,6827
320	0,984568	1007,0419	4,6793
321	0,987654	1006,5727	4,6759
322	0,990741	1006,1099	4,6726
323	0,993827	1005,6536	4,6693
324	0,996914	1005,2038	4,6661
325	1	1004,7604	4,6629

APÊNDICE B - Testes dos coeficientes *Holt*

Tabela 38 - Coeficientes modelo Holt – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	MSE	AIC
1	0	0	2183,194	1386,437
2	0	0,010101	2183,194	1386,437
3	0	0,020202	2183,194	1386,437
4	0	0,030303	2183,194	1386,437
5	0	0,040404	2183,194	1386,437
6	0	0,050505	2183,194	1386,437
7	0	0,060606	2183,194	1386,437
8	0	0,070707	2183,194	1386,437
9	0	0,080808	2183,194	1386,437
10	0	0,090909	2183,194	1386,437
11	0	0,10101	2183,194	1386,437
12	0	0,111111	2183,194	1386,437
13	0	0,121212	2183,194	1386,437
14	0	0,131313	2183,194	1386,437
15	0	0,141414	2183,194	1386,437
16	0	0,151515	2183,194	1386,437
17	0	0,161616	2183,194	1386,437
18	0	0,171717	2183,194	1386,437
19	0	0,181818	2183,194	1386,437
20	0	0,191919	2183,194	1386,437
21	0	0,20202	2183,194	1386,437
22	0	0,212121	2183,194	1386,437
23	0	0,222222	2183,194	1386,437
24	0	0,232323	2183,194	1386,437
25	0	0,242424	2183,194	1386,437
26	0	0,252525	2183,194	1386,437
27	0	0,262626	2183,194	1386,437
28	0	0,272727	2183,194	1386,437
29	0	0,282828	2183,194	1386,437
30	0	0,292929	2183,194	1386,437
31	0	0,30303	2183,194	1386,437
32	0	0,313131	2183,194	1386,437
33	0	0,323232	2183,194	1386,437
34	0	0,333333	2183,194	1386,437
35	0	0,343434	2183,194	1386,437
36	0	0,353535	2183,194	1386,437
37	0	0,363636	2183,194	1386,437
38	0	0,373737	2183,194	1386,437
39	0	0,383838	2183,194	1386,437
40	0	0,393939	2183,194	1386,437
41	0	0,40404	2183,194	1386,437
42	0	0,414141	2183,194	1386,437
43	0	0,424242	2183,194	1386,437
44	0	0,434343	2183,194	1386,437
45	0	0,444444	2183,194	1386,437
46	0	0,454545	2183,194	1386,437

Tabela 39 - Coeficientes modelo Holt – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	MSE	AIC
47	0	0,464646	2183,194	1386,437
48	0	0,474747	2183,194	1386,437
49	0	0,484848	2183,194	1386,437
50	0	0,494949	2183,194	1386,437
51	0	0,505051	2183,194	1386,437
52	0	0,515152	2183,194	1386,437
53	0	0,525253	2183,194	1386,437
54	0	0,535354	2183,194	1386,437
55	0	0,545455	2183,194	1386,437
56	0	0,555556	2183,194	1386,437
57	0	0,565657	2183,194	1386,437
58	0	0,575758	2183,194	1386,437
59	0	0,585859	2183,194	1386,437
60	0	0,59596	2183,194	1386,437
61	0	0,606061	2183,194	1386,437
62	0	0,616162	2183,194	1386,437
63	0	0,626263	2183,194	1386,437
64	0	0,636364	2183,194	1386,437
65	0	0,646465	2183,194	1386,437
66	0	0,656566	2183,194	1386,437
67	0	0,666667	2183,194	1386,437
68	0	0,676768	2183,194	1386,437
69	0	0,686869	2183,194	1386,437
70	0	0,69697	2183,194	1386,437
71	0	0,707071	2183,194	1386,437
72	0	0,717172	2183,194	1386,437
73	0	0,727273	2183,194	1386,437
74	0	0,737374	2183,194	1386,437
75	0	0,747475	2183,194	1386,437
76	0	0,757576	2183,194	1386,437
77	0	0,767677	2183,194	1386,437
78	0	0,777778	2183,194	1386,437
79	0	0,787879	2183,194	1386,437
80	0	0,79798	2183,194	1386,437
81	0	0,808081	2183,194	1386,437
82	0	0,818182	2183,194	1386,437
83	0	0,828283	2183,194	1386,437
84	0	0,838384	2183,194	1386,437
85	0	0,848485	2183,194	1386,437
86	0	0,858586	2183,194	1386,437
87	0	0,868687	2183,194	1386,437
88	0	0,878788	2183,194	1386,437
89	0	0,888889	2183,194	1386,437
90	0	0,89899	2183,194	1386,437
91	0	0,909091	2183,194	1386,437
92	0	0,919192	2183,194	1386,437

Tabela 40 - Coeficientes modelo Holt – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	MSE	AIC
93	0	0,929293	2183,194	1386,437
94	0	0,939394	2183,194	1386,437
95	0	0,949495	2183,194	1386,437
96	0	0,959596	2183,194	1386,437
97	0	0,969697	2183,194	1386,437
98	0	0,979798	2183,194	1386,437
99	0	0,989899	2183,194	1386,437
100	0	1	2183,194	1386,437
101	0,010101	0	2095,907	448,6976
102	0,010101	0,010101	2095,907	448,6976
103	0,010101	0,020202	2095,907	448,6976
104	0,010101	0,030303	2095,907	448,6976
105	0,010101	0,040404	2095,907	448,6976
106	0,010101	0,050505	2095,907	448,6976
107	0,010101	0,060606	2095,907	448,6976
108	0,010101	0,070707	2095,907	448,6976
109	0,010101	0,080808	2095,907	448,6976
110	0,010101	0,090909	2095,907	448,6976
111	0,010101	0,10101	2095,907	448,6976
112	0,010101	0,111111	2095,907	448,6976
113	0,010101	0,121212	2095,907	448,6976
114	0,010101	0,131313	2095,907	448,6976
115	0,010101	0,141414	2095,907	448,6976
116	0,010101	0,151515	2095,907	448,6976
117	0,010101	0,161616	2095,907	448,6976
118	0,010101	0,171717	2095,907	448,6976
119	0,010101	0,181818	2095,907	448,6976
120	0,010101	0,191919	2095,907	448,6976
121	0,010101	0,20202	2095,907	448,6976
122	0,010101	0,212121	2095,907	448,6976
123	0,010101	0,222222	2095,907	448,6976
124	0,010101	0,232323	2095,907	448,6976
125	0,010101	0,242424	2095,907	448,6976
126	0,010101	0,252525	2095,907	448,6976
127	0,010101	0,262626	2095,907	448,6976
128	0,010101	0,272727	2095,907	448,6976
129	0,010101	0,282828	2095,907	448,6976
130	0,010101	0,292929	2095,907	448,6976
131	0,010101	0,30303	2095,907	448,6976
132	0,010101	0,313131	2095,907	448,6976
133	0,010101	0,323232	2095,907	448,6976
134	0,010101	0,333333	2095,907	448,6976
135	0,010101	0,343434	2095,907	448,6976
136	0,010101	0,353535	2095,907	448,6976
137	0,010101	0,363636	2095,907	448,6976
138	0,010101	0,373737	2095,907	448,6976

Tabela 41 - Coeficientes modelo Holt – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	MSE	AIC
139	0,010101	0,383838	2095,907	448,6976
140	0,010101	0,393939	2095,907	448,6976
141	0,010101	0,40404	2095,907	448,6976
142	0,010101	0,414141	2095,907	448,6976
143	0,010101	0,424242	2095,907	448,6976
144	0,010101	0,434343	2095,907	448,6976
145	0,010101	0,444444	2095,907	448,6976
146	0,010101	0,454545	2095,907	448,6976
147	0,010101	0,464646	2095,907	448,6976
148	0,010101	0,474747	2095,907	448,6976
149	0,010101	0,484848	2095,907	448,6976
150	0,010101	0,494949	2095,907	448,6976
151	0,010101	0,505051	2095,907	448,6976
152	0,010101	0,515152	2095,907	448,6976
153	0,010101	0,525253	2095,907	448,6976
154	0,010101	0,535354	2095,907	448,6976
155	0,010101	0,545455	2095,907	448,6976
156	0,010101	0,555556	2095,907	448,6976
157	0,010101	0,565657	2095,907	448,6976
158	0,010101	0,575758	2095,907	448,6976
159	0,010101	0,585859	2095,907	448,6976
160	0,010101	0,59596	2095,907	448,6976
161	0,010101	0,606061	2095,907	448,6976
162	0,010101	0,616162	2095,907	448,6976
163	0,010101	0,626263	2095,907	448,6976
164	0,010101	0,636364	2095,907	448,6976
165	0,010101	0,646465	2095,907	448,6976
166	0,010101	0,656566	2095,907	448,6976
167	0,010101	0,666667	2095,907	448,6976
168	0,010101	0,676768	2095,907	448,6976
169	0,010101	0,686869	2095,907	448,6976
170	0,010101	0,69697	2095,907	448,6976
171	0,010101	0,707071	2095,907	448,6976
172	0,010101	0,717172	2095,907	448,6976
173	0,010101	0,727273	2095,907	448,6976
174	0,010101	0,737374	2095,907	448,6976
175	0,010101	0,747475	2095,907	448,6976
176	0,010101	0,757576	2095,907	448,6976
177	0,010101	0,767677	2095,907	448,6976
178	0,010101	0,777778	2095,907	448,6976
179	0,010101	0,787879	2095,907	448,6976
180	0,010101	0,79798	2095,907	448,6976
181	0,010101	0,808081	2095,907	448,6976
182	0,010101	0,818182	2095,907	448,6976
183	0,010101	0,828283	2095,907	448,6976
184	0,010101	0,838384	2095,907	448,6976

Tabela 42 - Coeficientes modelo Holt – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	MSE	AIC
185	0,010101	0,848485	2095,907	448,6976
186	0,010101	0,858586	2095,907	448,6976
187	0,010101	0,868687	2095,907	448,6976
188	0,010101	0,878788	2095,907	448,6976
189	0,010101	0,888889	2095,907	448,6976
190	0,010101	0,89899	2095,907	448,6976
191	0,010101	0,909091	2095,907	448,6976
192	0,010101	0,919192	2095,907	448,6976
193	0,010101	0,929293	2095,907	448,6976
194	0,010101	0,939394	2095,907	448,6976
195	0,010101	0,949495	2095,907	448,6976
196	0,010101	0,959596	2095,907	448,6976
197	0,010101	0,969697	2095,907	448,6976
198	0,010101	0,979798	2095,907	448,6976
199	0,010101	0,989899	2095,907	448,6976
200	0,010101	1	2095,907	448,6976
201	0,020202	0	1992,239	88,87491
202	0,020202	0,010101	1992,239	88,87491
203	0,020202	0,020202	1992,239	88,87491
204	0,020202	0,030303	1992,239	88,87491
205	0,020202	0,040404	1992,239	88,87491
206	0,020202	0,050505	1992,239	88,87491
207	0,020202	0,060606	1992,239	88,87491
208	0,020202	0,070707	1992,239	88,87491
209	0,020202	0,080808	1992,239	88,87491
210	0,020202	0,090909	1992,239	88,87491
211	0,020202	0,10101	1992,239	88,87491
212	0,020202	0,111111	1992,239	88,87491
213	0,020202	0,121212	1992,239	88,87491
214	0,020202	0,131313	1992,239	88,87491
215	0,020202	0,141414	1992,239	88,87491
216	0,020202	0,151515	1992,239	88,87491
217	0,020202	0,161616	1992,239	88,87491
218	0,020202	0,171717	1992,239	88,87491
219	0,020202	0,181818	1992,239	88,87491
220	0,020202	0,191919	1992,239	88,87491
221	0,020202	0,20202	1992,239	88,87491
222	0,020202	0,212121	1992,239	88,87491
223	0,020202	0,222222	1992,239	88,87491
224	0,020202	0,232323	1992,239	88,87491
225	0,020202	0,242424	1992,239	88,87491
226	0,020202	0,252525	1992,239	88,87491
227	0,020202	0,262626	1992,239	88,87491
228	0,020202	0,272727	1992,239	88,87491
229	0,020202	0,282828	1992,239	88,87491
230	0,020202	0,292929	1992,239	88,87491

Tabela 43 - Coeficientes modelo Holt – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	MSE	AIC
231	0,020202	0,30303	1992,239	88,87491
232	0,020202	0,313131	1992,239	88,87491
233	0,020202	0,323232	1992,239	88,87491
234	0,020202	0,333333	1992,239	88,87491
235	0,020202	0,343434	1992,239	88,87491
236	0,020202	0,353535	1992,239	88,87491
237	0,020202	0,363636	1992,239	88,87491
238	0,020202	0,373737	1992,239	88,87491
239	0,020202	0,383838	1992,239	88,87491
240	0,020202	0,393939	1992,239	88,87491
241	0,020202	0,40404	1992,239	88,87491
242	0,020202	0,414141	1992,239	88,87491
243	0,020202	0,424242	1992,239	88,87491
244	0,020202	0,434343	1992,239	88,87491
245	0,020202	0,444444	1992,239	88,87491
246	0,020202	0,454545	1992,239	88,87491
247	0,020202	0,464646	1992,239	88,87491
248	0,020202	0,474747	1992,239	88,87491
249	0,020202	0,484848	1992,239	88,87491
250	0,020202	0,494949	1992,239	88,87491
251	0,020202	0,505051	1992,239	88,87491
252	0,020202	0,515152	1992,239	88,87491
253	0,020202	0,525253	1992,239	88,87491
254	0,020202	0,535354	1992,239	88,87491
255	0,020202	0,545455	1992,239	88,87491
256	0,020202	0,555556	1992,239	88,87491
257	0,020202	0,565657	1992,239	88,87491
258	0,020202	0,575758	1992,239	88,87491
259	0,020202	0,585859	1992,239	88,87491
260	0,020202	0,59596	1992,239	88,87491
261	0,020202	0,606061	1992,239	88,87491
262	0,020202	0,616162	1992,239	88,87491
263	0,020202	0,626263	1992,239	88,87491
264	0,020202	0,636364	1992,239	88,87491
265	0,020202	0,646465	1992,239	88,87491
266	0,020202	0,656566	1992,239	88,87491
267	0,020202	0,666667	1992,239	88,87491
268	0,020202	0,676768	1992,239	88,87491
269	0,020202	0,686869	1992,239	88,87491
270	0,020202	0,69697	1992,239	88,87491
271	0,020202	0,707071	1992,239	88,87491
272	0,020202	0,717172	1992,239	88,87491
273	0,020202	0,727273	1992,239	88,87491
274	0,020202	0,737374	1992,239	88,87491
275	0,020202	0,747475	1992,239	88,87491
276	0,020202	0,757576	1992,239	88,87491
277	0,020202	0,767677	1992,239	88,87491

Tabela 44 - Coeficientes modelo Holt – (conclusão)

Iteração	Alpha	Beta	MSE	AIC
278	0,020202	0,777778	1992,239	88,87491
279	0,020202	0,787879	1992,239	88,87491
280	0,020202	0,79798	1992,239	88,87491
281	0,020202	0,808081	1992,239	88,87491
282	0,020202	0,818182	1992,239	88,87491
283	0,020202	0,828283	1992,239	88,87491
284	0,020202	0,838384	1992,239	88,87491
285	0,020202	0,848485	1992,239	88,87491
286	0,020202	0,858586	1992,239	88,87491
287	0,020202	0,868687	1992,239	88,87491
288	0,020202	0,878788	1992,239	88,87491
289	0,020202	0,888889	1992,239	88,87491
290	0,020202	0,89899	1992,239	88,87491
291	0,020202	0,909091	1992,239	88,87491
292	0,020202	0,919192	1992,239	88,87491
293	0,020202	0,929293	1992,239	88,87491
294	0,020202	0,939394	1992,239	88,87491
295	0,020202	0,949495	1992,239	88,87491
296	0,020202	0,959596	1992,239	88,87491
297	0,020202	0,969697	1992,239	88,87491
298	0,020202	0,979798	1992,239	88,87491
299	0,020202	0,989899	1992,239	88,87491
300	0,020202	1	1992,239	88,87491
301	0,030303	0	1917,657	28,42869
302	0,030303	0,010101	1917,657	28,42869
303	0,030303	0,020202	1917,657	28,42869
304	0,030303	0,030303	1917,657	28,42869
305	0,030303	0,040404	1917,657	28,42869
306	0,030303	0,050505	1917,657	28,42869
307	0,030303	0,060606	1917,657	28,42869
308	0,030303	0,070707	1917,657	28,42869
309	0,030303	0,080808	1917,657	28,42869
310	0,030303	0,090909	1917,657	28,42869
311	0,030303	0,10101	1917,657	28,42869
312	0,030303	0,111111	1917,657	28,42869
313	0,030303	0,121212	1917,657	28,42869
314	0,030303	0,131313	1917,657	28,42869
315	0,030303	0,141414	1917,657	28,42869
316	0,030303	0,151515	1917,657	28,42869
317	0,030303	0,161616	1917,657	28,42869
318	0,030303	0,171717	1917,657	28,42869
319	0,030303	0,181818	1917,657	28,42869
320	0,030303	0,191919	1917,657	28,42869
321	0,030303	0,20202	1917,657	28,42869
322	0,030303	0,212121	1917,657	28,42869
323	0,030303	0,222222	1917,657	28,42869
324	0,030303	0,232323	1917,657	28,42869
325	0,030303	0,232323	1917,657	28,42869

APÊNDICE C - Testes dos coeficientes *Holt Winters* aditivo

Tabela 45 - Coeficientes modelo Holt Winters aditivo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
1	1,00E+00	5,60E-08	3,54E-08	1022,5156	6365,7735
2	1,00E+00	1,05E-04	7,79E-09	1233,2506	3189,4216
3	1,00E+00	4,31E-07	7,92E-09	1236,2116	2126,8326
4	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1238,9328	1595,1434
5	1,00E+00	7,21E-08	9,47E-23	1241,6130	1276,1321
6	1,00E+00	3,08E-04	4,82E-10	1244,4078	1063,4484
7	1,00E+00	3,78E-05	1,14E-09	1246,9787	911,6782
8	1,00E+00	2,20E-07	1,56E-22	1249,6583	797,9777
9	1,00E+00	1,48E-04	2,35E-09	1252,4425	709,4501
10	1,00E+00	1,22E-04	2,42E-09	1255,1147	638,6479
11	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1257,7643	580,9002
12	1,00E+00	4,50E-08	1,03E-09	1260,5072	532,7599
13	1,00E+00	8,07E-05	1,29E-07	1263,2712	492,1030
14	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1265,9994	457,3187
15	1,00E+00	2,45E-06	8,94E-20	1268,7781	426,8313
16	1,00E+00	1,37E-05	6,42E-17	1271,4311	400,2562
17	1,00E+00	8,67E-05	1,25E-09	1274,1430	376,8300
18	1,00E+00	3,67E-06	3,90E-08	1276,8037	356,4213
19	1,00E+00	1,07E-05	4,72E-08	1279,6861	337,7215
20	1,00E+00	1,10E-07	9,32E-23	1282,3470	320,8740
21	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1284,9987	305,6115
22	1,00E+00	4,94E-05	8,38E-09	1287,6615	291,7630
23	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1290,2911	279,1633
24	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1292,9948	267,7036
25	1,00E+00	1,86E-04	3,39E-06	1295,7723	257,0862
26	1,00E+00	0,00E+00	6,67E-10	1298,3718	247,1989
27	1,00E+00	0,00E+00	8,66E-10	1300,9891	238,0842
28	1,00E+00	2,18E-07	8,65E-09	1303,6316	229,5922
29	1,00E+00	1,69E-04	4,84E-06	1306,3290	221,7434
30	1,00E+00	5,35E-08	2,96E-23	1308,9112	214,3542
31	1,00E+00	2,23E-05	4,10E-08	1311,5317	207,5806
32	1,00E+00	4,93E-05	2,23E-09	1314,2553	201,1139
33	1,00E+00	5,26E-07	9,08E-09	1316,8542	195,2134
34	1,00E+00	6,31E-07	1,58E-06	1319,6224	189,4809
35	1,00E+00	0,00E+00	3,18E-07	1322,2247	184,0725
36	1,00E+00	2,00E-05	4,77E-07	1324,8301	179,0641
37	1,00E+00	3,28E-05	2,01E-11	1327,5244	174,3994
38	1,00E+00	0,00E+00	4,35E-09	1330,2729	169,9601
39	1,00E+00	0,00E+00	8,89E-08	1333,0113	165,7363
40	1,00E+00	0,00E+00	5,59E-07	1335,7354	161,6442
41	1,00E+00	4,38E-07	2,73E-08	1338,3713	157,7980
42	1,00E+00	0,00E+00	3,37E-07	1341,0551	154,0624
43	1,00E+00	2,14E-05	5,82E-07	1343,6645	150,7778
44	1,00E+00	5,99E-05	1,69E-05	1346,6075	148,4251
45	1,00E+00	1,66E-06	1,62E-07	1350,4360	149,0786
46	1,00E+00	1,15E-05	3,30E-08	1357,8240	146,1130

Tabela 46 - Coeficientes modelo Holt Winters aditivo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
47	1,00E+00	8,44E-05	1,65E-06	1360,7744	143,9709
48	1,00E+00	5,70E-06	1,22E-07	1364,5526	140,9762
49	1,00E+00	6,90E-06	1,58E-07	1367,1402	138,6732
50	1,00E+00	5,05E-05	1,21E-06	1370,4946	136,1520
51	1,00E+00	2,06E-05	5,66E-07	1373,4030	133,4867
52	1,00E+00	6,94E-06	2,44E-08	1375,9854	130,9749
53	1,00E+00	0,00E+00	9,52E-07	1378,6267	128,5106
54	1,00E+00	5,33E-07	4,63E-06	1381,2112	126,1556
55	1,00E+00	6,22E-06	7,13E-06	1383,8235	123,8784
56	1,00E+00	2,59E-05	3,84E-05	1386,4418	121,6731
57	1,00E+00	2,97E-07	1,90E-16	1388,9780	119,5467
58	1,00E+00	9,18E-05	1,95E-10	1391,5834	117,5530
59	1,00E+00	0,00E+00	7,69E-07	1394,2147	115,6312
60	1,00E+00	2,18E-05	1,93E-06	1396,8960	113,7997
61	1,00E+00	2,31E-05	6,86E-07	1399,6083	111,9730
62	1,00E+00	1,69E-05	1,02E-05	1402,2321	110,1936
63	1,00E+00	0,00E+00	4,49E-09	1404,8100	108,4450
64	1,00E+00	0,00E+00	3,46E-09	1407,3563	106,7961
65	1,00E+00	1,74E-05	3,88E-07	1409,9906	105,1567
66	1,00E+00	3,58E-07	4,55E-07	1412,5305	103,5805
67	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1415,1009	102,0346
68	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1417,6385	100,5361
69	1,00E+00	1,68E-04	3,10E-05	1420,2783	99,0915
70	1,00E+00	1,73E-05	1,61E-07	1422,7369	97,6773
71	1,00E+00	0,00E+00	4,77E-08	1425,2607	96,3109
72	1,00E+00	5,88E-08	1,77E-06	1427,8088	94,9750
73	1,00E+00	1,12E-06	5,05E-06	1430,3377	93,7585
74	1,00E+00	0,00E+00	1,10E-06	1433,0316	92,4978
75	1,00E+00	6,34E-05	4,67E-07	1435,5884	91,2803
76	1,00E+00	7,40E-05	5,60E-07	1438,1440	90,0808
77	1,00E+00	1,56E-06	4,36E-06	1440,6353	88,9324
78	1,00E+00	1,68E-07	8,01E-06	1443,1966	87,8288
79	1,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	1445,7855	86,7345
80	1,00E+00	0,00E+00	3,55E-07	1448,3309	85,6527
81	1,00E+00	5,16E-07	4,47E-07	1450,8415	84,6121
82	1,00E+00	1,54E-05	2,10E-05	1453,4121	83,5946
83	1,00E+00	9,22E-05	7,57E-09	1455,9529	82,6165
84	1,00E+00	2,37E-05	3,98E-06	1458,4993	81,6504
85	1,00E+00	4,87E-07	9,51E-16	1461,0278	80,7737
86	1,00E+00	4,56E-05	2,70E-07	1463,7441	79,8687
87	1,00E+00	0,00E+00	6,47E-07	1466,3039	78,9546
88	1,00E+00	5,26E-05	1,56E-07	1468,8247	78,1196
89	1,00E+00	7,05E-05	2,52E-07	1471,4812	77,2469
90	1,00E+00	4,05E-05	4,11E-06	1473,9727	76,3927
91	1,00E+00	4,30E-05	2,69E-09	1476,4592	75,5596
92	1,00E+00	2,43E-05	9,20E-06	1478,9665	74,8197

Tabela 47 - Coeficientes modelo Holt Winters Aditivo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
93	1,00E+00	2,24E-05	3,10E-10	1481,6472	74,0381
94	1,00E+00	0,00E+00	1,28E-06	1484,1794	73,2546
95	1,00E+00	1,52E-04	6,18E-08	1486,7256	72,4838
96	1,00E+00	3,89E-05	1,61E-05	1489,1712	71,7292
97	1,00E+00	7,08E-05	6,62E-08	1491,6330	71,0397
98	1,00E+00	0,00E+00	1,15E-06	1494,2174	70,3221
99	1,00E+00	2,27E-05	5,24E-07	1496,7118	69,6122
100	1,00E+00	9,14E-07	1,29E-15	1499,1692	68,9351
101	1,00E+00	5,47E-05	4,24E-06	1501,7150	68,3035
102	1,00E+00	0,00E+00	5,61E-07	1504,2939	67,6722
103	1,00E+00	8,00E-07	8,82E-06	1506,8789	67,0152
104	1,00E+00	2,39E-04	9,39E-10	1509,4241	66,3722
105	1,00E+00	3,47E-06	1,76E-07	1511,7817	65,7410
106	1,00E+00	1,61E-06	2,20E-08	1514,2306	65,1286
107	1,00E+00	1,86E-04	1,49E-16	1516,7830	64,5225
108	1,00E+00	1,57E-06	2,67E-07	1519,1532	63,9449
109	1,00E+00	4,17E-07	2,90E-08	1521,6581	63,3591
110	1,0000	0,0000	0,0000	1524,103	62,7900
111	1,0000	0,0000	0,0000	1526,56	62,2344
112	1,0000	0,0000	0,0000	1529,03	61,6789
113	1,0000	0,0000	0,0000	1531,471	61,1734
114	1,0000	0,0000	0,0000	1534,037	60,6414
115	1,0000	0,0000	0,0000	1536,485	60,1182
116	1,0000	0,0000	0,0000	1538,927	59,6317
117	1,0000	0,0000	0,0000	1541,467	59,1848
118	1,0000	0,0000	0,0000	1544,129	58,6838
119	1,0000	0,0000	0,0000	1546,54	58,1918
120	1,0000	0,0000	0,0000	1548,963	57,7479
121	1,0000	0,0000	0,0000	1551,536	57,2712
122	1,0000	0,0000	0,0000	1553,953	56,9903
123	1,0000	0,0000	0,0000	1557,104	56,5322
124	1,0000	0,0001	0,0000	1559,568	56,0763
125	1,0000	0,0000	0,0000	1561,943	55,6277
126	1,0000	0,0000	0,0000	1564,353	55,2048
127	1,0000	0,0000	0,0000	1566,835	54,7703
128	1,0000	0,0000	0,0000	1569,233	54,3444
129	1,0000	0,0000	0,0000	1571,641	53,9565
130	1,0000	0,0000	0,0000	1574,181	53,5450
131	1,0000	0,0000	0,0000	1576,597	53,1658
132	1,0000	0,0000	0,0000	1579,111	52,7806
133	1,0000	0,0000	0,0000	1581,582	52,3927
134	1,0000	0,0000	0,0000	1584,014	52,0520
135	1,0000	0,0000	0,0000	1586,637	51,6701
136	1,0000	0,0000	0,0000	1589,019	51,2902
137	1,0000	0,0000	0,0000	1591,424	50,9207
138	1,0000	0,0000	0,0000	1593,807	50,5666

Tabela 48 - Coeficientes modelo Holt Winters aditivo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
139	1,0000	0,0001	0,0000	1596,297	50,2030
140	1,0000	0,0000	0,0000	1598,635	49,8492
141	1,0000	0,0000	0,0000	1601,031	49,5707
142	1,0000	0,0000	0,0000	1603,759	49,2281
143	1,0000	0,0000	0,0000	1606,16	48,9548
144	1,0000	0,0000	0,0000	1608,871	48,6200
145	1,0000	0,0000	0,0000	1611,279	48,3180
146	1,0000	0,0000	0,0000	1613,794	47,9976
147	1,0000	0,0000	0,0000	1616,209	47,7604
148	1,0000	0,0000	0,0000	1619,019	47,4657
149	1,0000	0,0000	0,0000	1621,525	47,1869
150	0,9999	0,0000	0,0000	1624,089	46,9011
151	1,0000	0,0000	0,0000	1626,589	46,5980
152	1,0000	0,0000	0,0000	1628,98	46,3093
153	1,0000	0,0000	0,0000	1631,434	46,0572
154	0,9999	0,0000	0,0000	1634,052	45,7833
155	1,0000	0,0000	0,0000	1636,527	45,5434
156	1,0000	0,0000	0,0000	1639,166	45,2580
157	0,9999	0,0000	0,0000	1641,555	45,0466
158	1,0000	0,0000	0,0000	1644,311	44,7883
159	1,0000	0,0000	0,0000	1646,801	44,6333
160	1,0000	0,0000	0,0000	1649,839	44,3615
161	1,0000	0,0000	0,0000	1652,226	44,1317
162	1,0000	0,0000	0,0000	1654,819	43,9172
163	1,0000	0,0000	0,0000	1657,48	43,8177
164	1,0000	0,0000	0,0000	1660,779	43,7493
165	1,0000	0,0000	0,0000	1664,25	43,5080
166	0,9999	0,0000	0,0000	1666,727	43,2898
167	1,0000	0,0000	0,0000	1669,316	43,0384
168	1,0000	0,0000	0,0000	1671,688	43,0770
169	1,0000	0,0000	0,0000	1675,744	42,8832
170	1,0000	0,0000	0,0000	1678,437	42,6556
171	1,0000	0,0000	0,0000	1680,918	42,4283
172	1,0000	0,0000	0,0000	1683,378	42,2120
173	1,0000	0,0000	0,0000	1685,894	41,9709
174	1,0000	0,0000	0,0000	1688,234	41,7694
175	0,9999	0,0000	0,0000	1690,806	41,5307
176	1,0000	0,0000	0,0000	1693,138	41,2978
177	1,0000	0,0000	0,0000	1695,469	41,1304
178	1,0000	0,0000	0,0000	1698,201	40,9116
179	1,0000	0,0000	0,0000	1700,6	40,7002
180	1,0000	0,0000	0,0000	1703,016	40,4758
181	1,0000	0,0000	0,0000	1705,344	40,2567
182	1,0000	0,0000	0,0000	1707,684	40,0484
183	1,0000	0,0000	0,0000	1710,078	39,9072
184	1,0000	0,0000	0,0000	1712,896	39,6964

Tabela 49 - Coeficientes modelo Holt Winters Aditivo - (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
185	1,0000	0,0000	0,0000	1715,243	39,5179
186	1,0000	0,0000	0,0000	1717,79	39,3121
187	1,0000	0,0000	0,0000	1720,144	39,1019
188	0,9999	0,0000	0,0000	1722,445	38,9117
189	1,0000	0,0000	0,0000	1724,862	38,7250
190	1,0000	0,0000	0,0000	1727,29	38,5520
191	1,0000	0,0000	0,0000	1729,803	38,3506
192	1,0000	0,0000	0,0000	1732,102	38,2537
193	1,0000	0,0000	0,0000	1735,107	38,1214
194	1,0000	0,0000	0,0000	1737,862	37,9528
195	1,0000	0,0000	0,0000	1740,357	37,9716
196	1,0000	0,0000	0,0000	1744,154	37,9160
197	1,0000	0,0000	0,0000	1747,431	37,7760
198	1,0000	0,0000	0,0000	1750,11	37,5853
199	1,0000	0,0000	0,0000	1752,39	37,3968
200	1,0000	0,0000	0,0000	1754,684	37,2135
201	1,0000	0,0000	0,0000	1756,994	37,0480
202	1,0000	0,0000	0,0000	1759,424	36,8675
203	1,0000	0,0000	0,0000	1761,73	36,6948
204	1,0000	0,0000	0,0000	1764,078	36,5376
205	1,0000	0,0000	0,0000	1766,525	36,3735
206	1,0000	0,0000	0,0000	1768,91	36,2225
207	1,0000	0,0000	0,0000	1771,381	36,0538
208	1,0000	0,0000	0,0000	1773,704	35,8956
209	1,0000	0,0000	0,0000	1776,093	35,7408
210	1,0000	0,0000	0,0000	1778,496	35,6224
211	1,0000	0,0000	0,0000	1781,171	35,6645
212	1,0000	0,0000	0,0000	1785,094	35,5128
213	1,0000	0,0000	0,0000	1787,505	35,6427
214	1,0000	0,0000	0,0000	1792,115	35,5173
215	1,0000	0,0000	0,0000	1794,732	35,3837
216	1,0000	0,0000	0,0000	1797,236	35,3699
217	1,0000	0,0000	0,0000	1800,711	35,3667
218	1,0000	0,0000	0,0000	1804,27	35,2374
219	1,0000	0,0000	0,0000	1806,806	35,1158
220	1,0000	0,0000	0,0000	1809,395	35,0970
221	1,0000	0,0000	0,0000	1812,818	34,9496
222	1,0000	0,0000	0,0000	1815,183	34,8693
223	1,0000	0,0000	0,0000	1818,083	34,7789
224	1,0000	0,0000	0,0000	1820,905	34,9253
225	0,9999	0,0000	0,0000	1825,697	34,7969
226	1,0000	0,0000	0,0000	1828,179	34,7865
227	1,0000	0,0000	0,0000	1831,654	34,6580
228	1,0000	0,0000	0,0000	1834,129	34,5704
229	1,0000	0,0000	0,0000	1836,942	34,6914
230	1,0000	0,0000	0,0000	1841,543	34,7809

Tabela 50 - Coeficientes modelo Holt Winters aditivo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
231	1,0000	0,0000	0,0000	1845,865	34,7156
232	1,0000	0,0000	0,0000	1848,872	34,6955
233	1,0000	0,0000	0,0000	1852,264	34,5537
234	1,0000	0,0000	0,0000	1854,594	34,4258
235	1,0000	0,0000	0,0000	1857,035	34,2794
236	1,0000	0,0000	0,0000	1859,295	34,2188
237	1,0000	0,0000	0,0000	1862,318	34,2835
238	1,0000	0,0000	0,0000	1866,422	34,1846
239	1,0000	0,0000	0,0000	1869,089	34,1272
240	1,0000	0,0000	0,0000	1872,123	34,0024
241	1,0000	0,0001	0,0000	1874,579	33,8791
242	1,0000	0,0000	0,0000	1876,959	33,7734
243	1,0000	0,0000	0,0000	1879,532	33,6767
244	1,0000	0,0000	0,0000	1882,173	33,5387
245	1,0000	0,0000	0,0000	1884,431	33,4247
246	1,0000	0,0000	0,0000	1886,91	33,4422
247	1,0000	0,0000	0,0000	1890,579	33,5174
248	1,0000	0,0000	0,0000	1894,825	33,4606
249	1,0000	0,0000	0,0000	1897,787	33,5881
250	1,0000	0,0001	0,0000	1902,539	34,2209
251	0,9999	0,0000	0,0000	1911,949	34,2184
252	0,9999	0,0000	0,0000	1915,466	34,2966
253	0,9999	0,0000	0,0000	1919,744	34,2054
254	0,9999	0,0000	0,0000	1922,446	34,4090
255	1,0000	0,0000	0,0000	1927,886	34,2797
256	1,0000	0,0000	0,0000	1930,222	34,7093
257	1,0000	0,0000	0,0000	1937,81	35,2597
258	1,0000	0,0000	0,0000	1946,557	35,6802
259	1,0000	0,0000	0,0000	1954,09	36,5801
260	1,0000	0,0000	0,0000	1966,05	36,7350
261	1,0000	0,0001	0,0000	1971,184	37,4031
262	1,0000	0,0000	0,0000	1980,896	41,2046
263	1,0000	0,0000	0,0000	2018,573	41,7138
264	1,0000	0,0000	0,0000	2026,754	41,9277
265	1,0000	0,0000	0,0000	2032,376	41,7840
266	1,0000	0,0000	0,0000	2034,901	41,6429
267	1,0000	0,0000	0,0000	2037,453	41,5462
268	1,0000	0,0000	0,0000	2040,354	41,3979
269	0,9999	0,0000	0,0000	2042,831	42,0065
270	1,0000	0,0000	0,0000	2051,914	41,8774
271	1,0000	0,0000	0,0000	2054,555	41,7241
272	1,0000	0,0000	0,0000	2056,965	41,5718
273	1,0000	0,0000	0,0000	2059,364	41,4251
274	1,0000	0,0000	0,0000	2061,806	41,4921
275	1,0000	0,0000	0,0000	2066,168	41,3430
276	1,0000	0,0000	0,0000	2068,577	41,2108

Tabela 51 - Coeficientes modelo Holt Winters Aditivo – (conclusão)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
277	1,0000	0,0000	0,0000	2071,131	41,1704
278	1,0000	0,0000	0,0000	2074,514	41,1395
279	1,0000	0,0000	0,0000	2077,987	41,0266
280	1,0000	0,0000	0,0000	2080,693	40,8980
281	1,0000	0,0000	0,0000	2083,247	41,3869
282	1,0000	0,0000	0,0000	2091,518	41,2419
283	1,0000	0,0000	0,0000	2093,926	41,1323
284	1,0000	0,0000	0,0000	2096,659	41,1602
285	1,0000	0,0000	0,0000	2100,663	41,2761
286	1,0000	0,0000	0,0000	2105,492	41,1563
287	1,0000	0,0000	0,0000	2108,136	41,0461
288	1,0000	0,0000	0,0000	2110,828	41,0911
289	1,0000	0,0000	0,0000	2115,001	40,9615
290	0,9999	0,0000	0,0000	2117,533	40,8652
291	1,0000	0,0000	0,0000	2120,339	40,9845
292	1,0000	0,0000	0,0000	2125,218	41,0127
293	0,9999	0,0000	0,0000	2129,256	41,3760
294	1,0000	0,0000	0,0000	2136,446	41,4669
295	1,0000	0,0000	0,0000	2141,077	41,3264
296	1,0000	0,0000	0,0000	2143,476	41,3397
297	1,0000	0,0000	0,0000	2147,36	41,4866
298	1,0000	0,0000	0,0000	2152,524	42,1150
299	1,0000	0,0000	0,0000	2162,319	42,1627
300	1,0000	0,0000	0,0000	2166,547	42,0307
301	1,0000	0,0000	0,0000	2169,048	41,8927
302	1,0000	0,0000	0,0000	2171,486	41,9330
303	1,0000	0,0000	0,0000	2175,652	41,8857
304	1,0000	0,0000	0,0000	2178,974	41,7554
305	0,9999	0,0000	0,0000	2181,467	42,8038
306	1,0000	0,0000	0,0000	2195,413	42,6824
307	0,9999	0,0000	0,0000	2198,044	42,5711
308	1,0000	0,0000	0,0000	2200,726	42,6787
309	1,0000	0,0000	0,0000	2205,575	42,5850
310	1,0000	0,0000	0,0000	2208,433	42,5318
311	1,0000	0,0000	0,0000	2211,687	42,4214
312	1,0000	0,0000	0,0000	2214,38	42,3119
313	0,9999	0,0000	0,0000	2217,09	42,3210
314	0,9998	0,0000	0,0000	2220,99	42,3337
315	1,0000	0,0000	0,0000	2224,86	42,2517
316	1,0000	0,0000	0,0000	2227,799	42,1719
317	0,9999	0,0000	0,0000	2230,786	42,0493
318	1,0000	0,0000	0,0000	2233,315	41,9630
319	1,0000	0,0000	0,0000	2236,204	42,0436
320	1,0000	0,0000	0,0000	2240,783	41,9358
321	0,9998	0,0000	0,0000	2243,491	41,8735
322	1,0000	0,0000	0,0000	2246,585	41,8208
323	1,0000	0,0000	0,0000	2249,81	41,7296
324	1,0000	0,0000	0,0000	2252,639	41,6979
325	1,0000	0,0000	0,0000	2256,072	41,5696

APÊNDICE D - Testes dos coeficientes *Holt Winters* multiplicativo

Tabela 52 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
1	0,999999979	8,75978E-09	6,67264E-09	1005,209	6784,719
2	0,999999954	2,25028E-07	1,53714E-09	1217,595	3396,186
3	0,999999998	1,87253E-08	3,52525E-09	1220,431	2265,125
4	0,999994202	8,78074E-05	2,26202E-06	1223,199	1698,879
5	0,999999961	6,05599E-08	1,53631E-08	1225,777	1359,104
6	0,999999936	1,60131E-06	9,89447E-09	1228,405	1132,716
7	0,999843106	5,6526E-07	3,93969E-05	1231,079	971,1613
8	0,999897896	4,46198E-06	3,54611E-05	1233,747	849,884
9	0,999999933	2,06094E-06	2,76617E-08	1236,363	755,4913
10	0,999999981	1,84907E-05	1,24226E-11	1238,998	679,9839
11	0,997044223	0,000768337	0,000263746	1242,483	618,4745
12	0,999999967	7,05293E-08	6,53549E-09	1244,309	567,1947
13	0,999999311	0,000103886	2,60375E-08	1247,066	523,734
14	0,999959835	0,000123724	8,87495E-08	1249,747	486,4799
15	0,999991921	5,14725E-06	2,61795E-06	1252,329	454,0707
16	0,9996852	2,51091E-06	0,000121393	1255,013	425,8032
17	0,998450271	0,001985543	0,000219044	1259,198	400,8229
18	0,999992839	2,31155E-05	3,75382E-06	1260,216	378,8693
19	0,999999918	2,99741E-07	1,19404E-08	1262,945	359,0245
20	0,999999934	3,20254E-07	3,41556E-09	1265,581	341,0922
21	0,999999968	5,57525E-08	8,32566E-09	1268,176	324,9241
22	0,999998244	7,60249E-06	2,57412E-07	1270,807	310,162
23	0,999999985	0	1,86884E-09	1273,385	296,7734
24	0,99996694	2,60748E-05	8,12324E-07	1276,043	284,5684
25	0,999957493	0,000248999	5,75317E-06	1278,876	273,2313
26	0,999999984	2,44884E-09	7,30885E-09	1281,307	262,7353
27	0,999483178	0,000990493	9,19633E-13	1284,612	253,0845
28	0,999999985	6,29695E-08	7,79091E-09	1286,512	244,0648
29	0,999998691	6,17299E-06	2,7305E-07	1289,097	235,6943
30	0,999755149	2,72425E-06	9,91366E-05	1291,757	227,8419
31	0,999999963	5,13635E-08	1,61002E-08	1294,251	220,5854
32	0,999999135	4,32717E-07	1,29879E-07	1296,884	213,7299
33	0,999985644	0,000189719	1,91589E-06	1299,601	207,374
34	0,999829825	0,000623115	8,1597E-05	1302,614	201,2749
35	0,999999967	9,99569E-07	1,05148E-07	1304,681	195,5292
36	0,999944397	7,90959E-06	1,62006E-05	1307,247	190,2065
37	0,999999523	1,75558E-06	9,75196E-08	1309,884	185,2315
38	0,999821323	4,59346E-06	1,19518E-05	1312,624	180,4482
39	0,999978491	4,79248E-05	6,54955E-06	1315,273	175,9162
40	0,999994939	2,2335E-05	1,90636E-06	1317,894	171,5569
41	0,999529537	0,001308532	6,11496E-05	1321,471	167,4459
42	0,999999814	0,00011345	5,13064E-08	1323,151	163,4622
43	0,999927908	8,16407E-06	2,06085E-05	1325,618	160,0047
44	0,999997558	1,09657E-05	4,9832E-07	1328,565	157,5728
45	0,999999825	6,07623E-07	3,19319E-08	1332,634	157,9379
46	0,999998519	8,58189E-06	1,46342E-07	1340,219	154,807

Tabela 53 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
47	0,999964461	3,82927E-05	2,18724E-05	1343,182	152,5659
48	0,999996959	1,81885E-05	5,47974E-07	1347,107	149,3901
49	0,999996962	1,5127E-07	5,61995E-07	1349,632	146,8146
50	0,999751142	4,7125E-06	3,16015E-06	1352,867	144,065
51	0,999999142	4,11264E-08	3,42956E-08	1355,636	141,2405
52	0,999999894	4,63449E-08	1,56883E-08	1358,165	138,588
53	0,999968958	1,71461E-05	2,49669E-06	1360,805	135,9771
54	0,999883701	0,000157831	3,62901E-05	1363,459	133,4657
55	0,999999819	8,61609E-07	1,64509E-08	1365,849	131,0735
56	0,999981784	1,33908E-05	3,78548E-06	1368,436	128,7595
57	0,999929504	0,000187536	1,80071E-05	1371,132	126,5085
58	0,999999972	6,21181E-08	2,89478E-09	1373,509	124,3657
59	0,999974361	7,16655E-05	9,8381E-06	1376,152	122,343
60	0,99998998	8,11312E-06	4,0093E-06	1378,783	120,3932
61	0,999991142	3,58841E-05	9,91854E-07	1381,437	118,4438
62	0,999982282	2,35624E-05	9,85566E-07	1383,977	116,5436
63	0,999992534	7,65267E-05	7,90161E-07	1386,534	114,6943
64	0,999952125	0,000398052	5,85973E-06	1389,28	112,9571
65	0,999999429	4,03382E-06	1,0152E-08	1391,583	111,2255
66	0,999990207	2,84451E-05	2,86036E-06	1394,111	109,5446
67	0,999999904	3,25658E-07	1,52969E-08	1396,588	107,9138
68	0,999851691	2,19283E-05	6,01916E-05	1399,145	106,3277
69	0,999999971	5,1716E-08	5,38187E-09	1401,572	104,7988
70	0,999937633	8,75474E-05	2,33467E-05	1404,163	103,3099
71	0,999999565	0,000289014	1,60316E-07	1406,795	101,8699
72	0,999999972	5,94725E-06	7,86722E-09	1409,094	100,4566
73	0,999999727	8,96517E-07	6,94554E-08	1411,57	99,14799
74	0,999998427	1,38454E-05	4,78058E-10	1414,206	97,80915
75	0,999943541	0,000341206	2,21421E-05	1416,945	96,51348
76	0,99999961	2,62211E-05	1,01129E-07	1419,177	95,24799
77	0,999847942	0,000176968	5,83025E-05	1421,813	94,02771
78	0,999973732	2,3066E-06	6,23931E-06	1424,146	92,84028
79	0,99144312	0,003412286	0,002648489	1431,903	91,67431
80	0,999993361	7,28672E-05	8,30925E-07	1429,178	90,53916
81	0,99988226	1,38646E-05	8,82886E-05	1444,762	89,4299
82	0,99999991	2,88719E-07	1,69662E-08	1434,097	88,36959
83	0,999999522	2,17055E-06	6,82995E-08	1436,629	87,34078
84	0,999999673	1,15463E-06	7,1245E-08	1439,172	86,31867
85	0,999999392	4,89299E-06	1,67316E-11	1441,67	85,35372
86	0,999997536	3,56046E-06	9,56443E-07	1444,252	84,37701
87	0,99999998	1,30455E-08	7,62365E-09	1446,735	83,40734
88	0,99999917	0,000247685	5,3909E-07	1449,371	82,52813
89	0,999830644	0,000172965	3,72708E-05	1451,982	81,60998
90	0,99999992	1,87755E-07	2,80127E-08	1454,274	80,71546
91	0,999934333	6,95739E-05	3,168E-05	1456,819	79,84335
92	0,999915046	0,000320853	1,49413E-05	1459,486	79,0264

Tabela 54 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
93	0,999581135	2,59662E-06	7,61771E-05	1461,884	78,19703
94	0,999999414	7,22349E-05	1,43641E-07	1464,342	77,36524
95	0,999999997	5,58185E-08	6,02727E-09	1466,711	76,55243
96	0,999867858	0,000221151	2,08192E-05	1469,341	75,75563
97	0,999999909	2,49035E-07	2,29553E-08	1471,562	75,01355
98	0,999996394	1,90542E-06	7,73195E-07	1474,105	74,25015
99	0,999591141	0,001028033	7,44581E-05	1477,456	73,50023
100	0,999999594	9,63153E-07	1,93489E-07	1478,941	72,79273
101	0,999999675	8,1267E-07	1,29266E-07	1481,442	72,11572
102	0,999801449	6,79145E-07	9,14348E-05	1484,076	71,43092
103	0,999999853	5,22142E-07	2,89306E-08	1486,479	70,73872
104	0,999991482	6,22096E-06	1,46657E-06	1488,895	70,06466
105	0,999999998	3,23776E-08	2,0735E-11	1491,312	69,39798
106	0,999999737	0,001871072	4,50819E-08	1495,341	68,74426
107	0,999999937	1,92081E-07	1,24877E-08	1496,118	68,10265
108	0,999997976	4,69525E-06	9,86033E-07	1498,521	67,49087
109	0,999999973	3,31103E-08	9,71473E-09	1500,978	66,87298
110	0,999999023	2,57375E-06	4,49461E-07	1503,38	66,2798
111	0,999999924	1,69538E-07	2,61822E-08	1505,818	65,69893
112	0,999999962	7,49339E-08	9,41718E-09	1508,265	65,11278
113	0,999648751	0,000594098	0,000155012	1511,263	64,57512
114	0,999998216	8,00802E-06	4,13325E-07	1513,185	64,02029
115	0,999999769	8,1314E-07	4,97182E-08	1515,605	63,46415
116	0,999958271	0,000263995	1,62615E-16	1518,207	62,96742
117	0,999999677	2,47997E-06	1,46373E-11	1520,563	62,49699
118	0,999995707	9,52952E-05	1,96862E-06	1523,284	61,9709
119	0,999911031	0,000688399	1,89584E-05	1526,183	61,45016
120	0,999999983	6,40782E-09	6,96883E-09	1527,963	60,9797
121	0,999999942	1,249E-07	1,83772E-08	1530,502	60,47588
122	0,999900005	9,74085E-05	3,00397E-05	1532,979	60,15206
123	0,999999418	1,56229E-06	2,32911E-07	1535,953	59,66511
124	0,999999706	1,019E-06	7,26154E-08	1538,324	59,18452
125	0,999950799	0,00017859	1,51257E-05	1540,849	58,71109
126	0,999999991	2,83072E-07	1,72152E-08	1543,046	58,25463
127	0,999893057	0,000203562	1,35073E-05	1545,635	57,79845
128	0,999993421	5,20251E-05	1,98216E-06	1547,858	57,34692
129	0,999948168	0,000474073	8,65963E-06	1550,579	56,93777
130	0,999972137	3,9405E-05	5,51925E-06	1552,715	56,50023
131	0,999999984	1,98627E-07	1,51068E-08	1555,027	56,1064
132	0,999943165	0,000270833	1,96424E-05	1557,791	55,69799
133	0,99861016	0,003533134	0,000353554	1563,934	55,28349
134	0,999999969	1,10979E-07	1,59206E-11	1562,335	54,90901
135	0,999999985	4,07196E-07	4,51965E-10	1564,855	54,50293
136	0,999858639	0,001120153	3,5386E-05	1568,237	54,10226
137	0,999985628	8,63112E-06	5,42563E-06	1569,548	53,71029
138	0,999995623	2,15708E-05	6,44652E-07	1571,908	53,32873

Tabela 55 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
139	0,999998733	1,01637E-07	8,04149E-08	1574,251	52,94534
140	0,999999714	0,001711371	4,21595E-08	1578,173	52,56896
141	0,999999952	7,68928E-08	2,23519E-08	1578,918	52,26843
142	0,999975089	3,36716E-07	1,77427E-06	1581,616	51,91537
143	0,999999686	1,42781E-06	4,25007E-08	1584,012	51,63249
144	0,999999767	3,25758E-05	3,13105E-08	1586,774	51,27902
145	0,999972818	0,000151393	1,46181E-05	1589,237	50,94258
146	0,999868801	0,000449086	4,81115E-06	1591,929	50,59865
147	0,999998522	1,47504E-05	3,74817E-18	1593,858	50,36983
148	0,999999927	4,48718E-05	1,03635E-08	1596,814	50,06467
149	0,999878247	0,00028264	2,8948E-05	1599,558	49,76637
150	0,999996989	1,09919E-05	4,731E-19	1601,803	49,47438
151	0,999999944	1,4659E-07	1,32515E-08	1604,321	49,16096
152	0,999993332	1,51391E-05	3,21785E-06	1606,725	48,86848
153	0,999999549	8,64055E-07	2,91015E-07	1609,188	48,60947
154	0,999990663	2,2636E-05	2,68679E-06	1611,852	48,32996
155	0,999999973	8,21781E-08	2,34402E-11	1614,337	48,06087
156	0,999949256	2,49345E-07	9,55122E-06	1616,894	47,76007
157	0,999998364	1,51014E-05	1,31523E-08	1619,237	47,55309
158	0,999999968	5,26256E-08	8,64292E-09	1622,082	47,27805
159	0,999999124	4,35786E-06	1,29648E-07	1624,534	47,10632
160	0,999996051	0,000156328	1,37827E-06	1627,695	46,81394
161	0,999999971	6,22172E-08	3,24414E-09	1629,864	46,56333
162	0,999975306	4,4492E-05	1,04538E-05	1632,451	46,35002
163	0,999999902	2,85997E-07	2,15442E-08	1635,132	46,20127
164	0,999901078	0,000313259	4,54562E-06	1638,554	46,1707
165	0,999999859	3,92096E-07	3,56178E-08	1642,066	45,90196
166	0,999819589	0,000462434	3,36514E-05	1644,863	45,65873
167	0,999963023	3,05236E-05	2,53411E-05	1646,968	45,38819
168	0,999897433	0,000131756	2,70994E-05	1649,366	45,40701
169	0,999971264	1,38584E-05	8,18127E-06	1653,317	45,22293
170	0,999970522	6,94571E-06	2,34492E-06	1656,126	44,98254
171	0,99998011	5,93082E-07	4,33393E-06	1658,568	44,74056
172	0,999999988	5,60696E-07	1,24923E-08	1660,983	44,52475
173	0,999826221	0,00015188	1,10144E-05	1663,709	44,27237
174	0,999999696	3,50021E-08	1,01029E-07	1665,861	44,04511
175	0,999968887	5,67397E-07	6,34597E-06	1668,325	43,79455
176	0,999999995	2,96127E-05	3,49409E-09	1670,629	43,5591
177	0,999780446	0,000192678	5,34472E-05	1673,196	43,36409
178	0,999999926	0,000178746	5,74243E-09	1675,74	43,14039
179	0,999855135	5,62987E-06	5,60049E-05	1678,046	42,92219
180	0,999994397	2,75515E-05	1,06313E-06	1680,435	42,6851
181	0,999999552	1,45418E-06	1,41362E-07	1682,689	42,45522
182	0,999932604	8,9178E-05	4,72295E-06	1685,089	42,23812
183	0,999968331	1,32912E-05	5,87884E-06	1687,394	42,09255
184	0,999965922	0,000156842	8,75732E-06	1690,386	41,87666

Tabela 56 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
185	0,999946625	1,9058E-05	1,51433E-05	1692,62	41,6916
186	0,999999983	1,46136E-08	5,32882E-11	1695,138	41,47986
187	0,999999066	3,87379E-06	3,45679E-07	1697,49	41,25942
188	0,999932869	4,00378E-06	1,06592E-14	1699,771	41,07739
189	0,999916539	0,00041675	9,82617E-06	1702,672	40,88785
190	0,999978095	3,72622E-05	6,17231E-06	1704,782	40,71167
191	0,999944976	1,08315E-06	9,30775E-06	1707,291	40,50092
192	0,999988799	4,05454E-05	5,46022E-06	1709,588	40,3925
193	0,999957483	0,001201714	1,62386E-05	1713,688	40,28309
194	0,999999994	9,03052E-06	2,92564E-08	1715,588	40,09917
195	0,999992606	1,37175E-08	9,38349E-07	1718,008	40,11968
196	0,999998463	4,57248E-06	4,50945E-07	1721,942	40,02214
197	0,999999972	3,46367E-08	1,0738E-08	1724,993	39,86599
198	0,999698681	0,00011458	8,69192E-05	1727,79	39,66629
199	0,999986895	4,65206E-05	5,41173E-06	1729,905	39,46966
200	0,999844961	3,98952E-06	2,95253E-05	1732,166	39,28825
201	0,999998325	0,000347595	6,84361E-07	1734,804	39,10392
202	0,999999936	1,73592E-07	1,47813E-08	1736,816	38,91125
203	0,999999985	2,43444E-10	8,34293E-12	1739,063	38,72389
204	0,999963675	2,8573E-05	1,20735E-06	1741,367	38,55797
205	0,999978646	5,56535E-06	7,50648E-06	1743,778	38,40682
206	0,999997718	0,001270426	5,33922E-07	1747,467	38,24012
207	0,999999972	4,78689E-07	2,68197E-09	1748,706	38,06429
208	0,999823212	0,000490604	3,44051E-05	1751,484	37,90856
209	0,999984891	3,57586E-07	7,32585E-07	1753,473	37,7369
210	0,999999556	1,66071E-06	1,06689E-07	1755,78	37,59735
211	0,999953235	4,03025E-05	1,11445E-05	1758,385	37,66553
212	0,999999914	1,81226E-07	2,64631E-08	1762,595	37,48969
213	0,999998737	3,0002E-05	9,37033E-08	1764,863	37,6733
214	0,999989522	3,73246E-05	2,23289E-08	1770,067	37,53903
215	0,999973708	3,2358E-05	2,31369E-07	1772,639	37,41509
216	0,99995917	0,000121968	9,90769E-06	1775,36	37,38585
217	0,999999741	7,00145E-07	5,78254E-08	1778,677	37,48469
218	0,999775567	0,00059099	1,99864E-05	1783,653	37,33121
219	0,999944316	2,31675E-07	6,44464E-06	1785,592	37,18513
220	0,999999997	2,2065E-08	1,47491E-08	1788,014	37,10687
221	0,999999986	4,10923E-07	2,0459E-08	1791,006	36,94178
222	0,999999989	3,49895E-05	3,56468E-08	1793,281	36,86642
223	0,999981297	8,26313E-07	1,39226E-08	1796,267	36,79652
224	0,999999434	1,51506E-06	1,45231E-07	1799,307	37,0654
225	0,999999958	3,85555E-08	1,11277E-08	1805,226	36,90491
226	0,999999965	3,5479E-08	6,57959E-09	1807,491	36,87211
227	0,999999924	1,35095E-07	3,12118E-08	1810,829	36,75147
228	0,999995664	2,11578E-07	2,65258E-06	1813,419	36,6623
229	0,999999977	1,40601E-08	7,71412E-09	1816,27	37,00579
230	0,999999942	7,43531E-07	3,37882E-08	1822,865	37,16922

Tabela 57- Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (continua)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
231	0,999999936	6,49981E-08	3,98479E-08	1827,875	37,06264
232	0,999999985	0	1,8051E-09	1830,583	37,10766
233	0,999999985	5,99286E-10	3,29252E-09	1834,598	36,98054
234	0,999998311	2,02634E-09	1,00954E-06	1837,112	36,8475
235	0,999999984	2,7497E-07	5,29002E-09	1839,564	36,69471
236	0,999999985	1,7802E-09	8,58227E-09	1841,832	36,57259
237	0,999998441	9,79014E-08	7,48836E-07	1844,357	36,5478
238	0,999999983	5,6691E-07	8,90986E-09	1847,737	36,43012
239	0,999999956	4,60055E-08	2,62496E-08	1850,29	36,34132
240	0,999999944	3,36704E-07	1,71105E-08	1853,098	36,20471
241	0,999999965	2,78118E-08	2,14652E-08	1855,46	36,05545
242	0,999999655	3,33021E-08	1,84084E-07	1857,696	35,9272
243	0,999999958	4,20564E-06	1,85471E-08	1860,114	35,79997
244	0,999999984	2,10188E-08	4,29187E-09	1862,527	35,65857
245	0,999999983	4,20406E-07	1,12838E-08	1864,798	35,56359
246	0,999999889	8,43578E-07	6,03907E-08	1867,492	35,58323
247	0,999999985	1,82143E-10	6,34669E-09	1871,259	35,69545
248	0,999999985	1,43085E-10	7,41941E-09	1875,882	35,57877
249	0,999999975	8,27813E-09	1,77321E-08	1878,358	35,82416
250	0,999999985	2,57797E-06	6,65173E-09	1884,217	36,54146
251	0,999999979	0,000295446	6,91544E-09	1894,346	36,58791
252	0,999999985	3,56859E-09	3,60549E-09	1898,273	36,67564
253	0,999999979	0,000292821	5,84869E-09	1902,617	36,53472
254	0,999999985	0,000356315	2,63784E-09	1904,894	36,62125
255	0,999999983	0,000864075	2,82049E-09	1909,192	36,53
256	0,999999969	0,00063656	1,06191E-08	1911,895	37,11665
257	0,999999985	0,001443331	7,5969E-10	1920,64	37,414
258	0,999998667	0,002115287	1,31837E-07	1926,705	37,73302
259	0,999999983	0,002761933	3,00306E-09	1932,879	38,65017
260	0,999999984	0,00169545	3,39266E-09	1943,839	38,65452
261	0,999999981	0,001305019	2,99354E-09	1947,406	39,10801
262	0,999999631	0,000531157	1,87029E-07	1954,832	42,86107
263	0,999999983	8,68597E-07	1,16726E-08	1990,753	43,40935
264	0,999982843	5,67442E-05	1,0316E-05	1999,455	43,62212
265	0,999999086	9,32311E-11	2,37256E-07	2005,151	43,45846
266	0,999997971	6,3206E-07	1,22841E-06	2007,511	43,3059
267	0,999999492	1,59604E-06	2,54678E-07	2009,957	43,19367
268	0,999999979	9,4185E-09	1,30026E-08	2012,762	43,044
269	0,999999839	2,74686E-07	8,09653E-08	2015,214	43,54221
270	0,999993573	6,53365E-08	1,08341E-06	2023,637	43,3981
271	0,999999963	5,01757E-07	4,69121E-09	2026,144	43,24073
272	0,999999978	8,42445E-08	3,74106E-12	2028,52	43,10415
273	0,999999962	6,19304E-07	1,39107E-08	2031,075	42,98155
274	0,999999947	6,42084E-06	2,57858E-08	2033,75	43,1324
275	0,999999948	3,00007E-07	2,79591E-08	2038,927	42,9771
276	0,999997578	3,37005E-08	8,09818E-20	2041,291	42,84054

Tabela 58 - Coeficientes modelo Holt Winters multiplicativo – (conclusão)

Iteração	Alpha	Beta	Gamma	MSE	AIC
277	0,999999984	1,07214E-09	5,10169E-11	2043,814	42,70259
278	0,999999983	2,86336E-09	2,55057E-09	2046,314	42,61531
279	0,999999983	3,27237E-06	2,45411E-09	2049,276	42,4736
280	0,999999981	2,42938E-09	5,00305E-09	2051,723	42,35036
281	0,999999974	6,20102E-09	6,86022E-09	2054,331	43,09768
282	0,999999965	2,52521E-08	1,32427E-08	2064,986	42,94485
283	0,999999843	1,30903E-05	5,63574E-08	2067,345	42,87097
284	0,999244549	0,000547346	0,000367034	2070,992	42,8092
285	0,999999768	2,27773E-07	1,32032E-07	2073,588	43,04134
286	0,999999964	6,25061E-06	6,96369E-09	2079,59	42,95138
287	0,99999998	4,55958E-09	5,02157E-09	2082,516	42,83381
288	0,999999976	2,7212E-08	9,76934E-09	2085,174	42,87362
289	0,999999979	2,40316E-09	3,94607E-09	2089,306	42,8469
290	0,999997701	1,15064E-07	5,70325E-07	2092,8	42,70558
291	0,999988793	3,03198E-09	5,09383E-06	2095,219	42,71644
292	0,999999977	0,000288335	9,11242E-09	2099,033	42,76165
293	0,999999976	0,000658053	8,26168E-09	2103,147	43,38115
294	0,999999985	0	5,24932E-09	2112,423	43,54784
295	0,999999928	9,81926E-10	3,40748E-08	2117,729	43,41075
296	0,999999966	1,16164E-08	1,23713E-08	2120,198	43,31918
297	0,999992759	1,79716E-07	2,78199E-06	2123,093	43,34795
298	0,999979057	8,78761E-08	1,49973E-05	2127,148	44,11011
299	0,999999976	6,53793E-08	1,44792E-08	2138,305	44,14439
300	0,999999983	3,6685E-10	2,87198E-09	2142,403	44,01005
301	0,999999961	5,27826E-08	1,88083E-08	2144,904	43,93791
302	0,999999899	6,84454E-05	5,70035E-08	2147,986	43,86917
303	0,999999972	0,000180258	1,49897E-08	2151,09	43,93392
304	0,999958984	2,73383E-06	2,70181E-05	2155,449	43,79711
305	0,999999912	8,93871E-09	5,00777E-08	2157,88	45,00225
306	0,999968458	9,82454E-07	6,06982E-06	2173,082	44,88288
307	0,999999975	1,13044E-08	6,37278E-09	2175,738	44,79745
308	0,999999975	1,41228E-07	7,43384E-09	2178,73	45,0651
309	0,999999979	7,6585E-09	4,42054E-09	2185,154	44,92386
310	0,999999646	2,21823E-07	2,0701E-07	2187,599	44,83194
311	0,999995342	3,97925E-09	1,04565E-06	2190,513	44,70587
312	0,999999296	2,81916E-08	2,72807E-07	2193,088	44,58544
313	0,999907621	2,41726E-06	3,02559E-05	2195,744	44,76489
314	0,999999951	3,82769E-06	2,9801E-08	2201,266	44,91279
315	0,999985865	1,41571E-06	8,01627E-06	2206,488	44,78916
316	0,999993253	2,46869E-08	2,29611E-06	2209,073	44,70279
317	0,99999993	3,42986E-08	4,15334E-08	2212,018	44,57223
318	0,999993357	7,61178E-08	4,24176E-06	2214,525	44,46685
319	0,999999925	2,94927E-08	4,89977E-08	2217,271	44,61748
320	0,999999983	5,75658E-10	9,3147E-09	2222,576	44,56685
321	0,999819129	4,00818E-05	0,000136632	2225,951	44,43809
322	0,999999146	3,06273E-08	7,5142E-07	2228,358	44,33941
323	0,999999971	4,35824E-08	1,78548E-08	2231,149	44,25535
324	0,999999974	1,61404E-06	1,59313E-08	2234,083	44,20487
325	0,99999995	1,07E-06	3,64154E-08	2237,357	44,09795

APÊNDICE E - Testes dos coeficientes $\alpha_r(p)$

Tabela 59 - Parâmetros Modelo AR

p	AIC	MSE
1	2072,566	329,9023
2	2053,83	573,4560
3	2050,14	601,9190
4	2046,68	630,0120
5	2041,40	564,45460
6	2033,898	471,528

APÊNDICE F - Testes dos coeficientes arma (p,q)

Tabela 60 - Parâmetros Modelo ARMA

p	q	AIC	MSE
1	1	1919,341	634,5895
1	2	1919,877	623,554
1	3	1921,047	603,2828
1	4	1920,813	581,2912
1	5	1919,029	687,435
1	6	1919,558	892,199
2	1	1919,275	600,6167
2	2	1921,273	600,8655
2	3	1918,622	1103,327
2	4	1917,692	1135,932
2	5	1911,621	1311,921
2	6	1913,145	1198,122
3	1	1921,503	606,5119
3	2	1923,272	599,1345
3	3	1913,298	1207,691
3	4	1912,659	656,8231
3	5	1910,236	1197,508
3	6	1914,586	1198,938
4	1	1923,142	594,7699
4	2	1917,554	612,1315
4	3	1915,024	1235,039
4	4	1909,33	861,3702
4	5	1910,665	845,0228
4	6	1912,682	1023,229
5	1	1924,838	587,2549
5	2	1918,697	601,3197
5	3	1920,508	714,3997
5	4	1917,15	896,9438
5	5	1912,499	840,215
5	6	1922,621	621,5246
6	1	1912,414	1158,749
6	2	1914,029	699,8988
6	3	1913,054	763,2139
6	4	1916,079	679,6347
6	5	1917,046	1069,632
6	6	1904,402	1226,365

APÊNDICE G - TESTES DOS COEFICIENTES ARIMA (p, d, q)

Tabela 61 - Parâmetros Modelo ARIMA – (continua)

p	d	q	AIC	MSE
6	1	6	1895,576	1598,665
4	1	6	1896,317	1665,877
6	1	3	1896,409	1634,11
2	1	5	1896,548	1676,986
1	1	5	1897,681	1625,044
4	1	4	1897,848	1753,294
4	1	5	1898,115	1597,941
5	1	1	1898,67	1655,09
4	1	1	1898,887	1627,74
2	1	4	1899,13	1658,795
6	1	1	1899,251	1650,969
1	1	6	1899,342	1627,235
4	2	5	1899,521	2990,765
2	1	3	1899,548	1624,074
5	1	2	1899,825	1651,195
4	1	2	1900,046	1637,162
3	1	6	1900,104	1674,737
5	2	6	1900,467	2887,925
3	1	2	1900,665	1649,44
6	1	4	1900,748	1625,863
2	1	6	1900,809	1626,575
6	1	2	1901,004	1654,205
5	1	4	1901,019	1577,478
3	1	3	1901,263	1624,17
5	1	3	1901,575	1649,191
2	1	1	1901,931	1550,918
6	2	6	1902,465	2875,998
5	1	5	1902,599	1589,61
3	1	5	1902,897	1654,905
6	2	3	1902,962	3337,315
3	1	4	1903,081	1669,059
1	1	4	1903,959	1575,333
6	2	1	1904,445	3074,518
6	2	5	1904,472	2991,696
5	2	5	1904,475	2833,959
1	1	3	1904,948	1547,65
2	2	4	1905,278	2879,761
5	2	1	1905,35	3020,337
4	2	6	1905,903	2827,548
6	2	2	1906,724	3065,377
3	2	3	1907,856	2711,824
1	1	1	1908,015	1650,964
4	2	3	1908,043	2861,716
1	2	1	1908,076	2740,649
3	2	5	1908,943	2689,121

Tabela 62 - Parâmetros Modelo ARIMA – (conclusão)

p	d	q	AIC	MSE
2	2	6	1909,166	2813,843
3	2	4	1909,307	2735,209
2	2	5	1909,674	2749,524
1	2	2	1909,855	2755,089
2	2	1	1909,863	2756,137
1	1	2	1910,011	1651,973
5	2	3	1911,057	2738,739
4	2	4	1911,197	2749,099
5	2	4	1911,299	2784,802
3	2	6	1911,447	2727,327
2	2	2	1911,81	2724,192
3	2	1	1911,811	2754,491
3	1	1	1911,959	1651,921
2	1	2	1912,014	1650,547
1	2	3	1912,374	2732,556
1	2	5	1912,447	2840,744
4	2	1	1913,267	2792,05
2	2	3	1913,434	2786,396
3	2	2	1913,706	2755,331
1	2	4	1914,053	2753,052
4	2	2	1915,738	2764,53
1	2	6	1915,792	2804,295
5	2	2	1917,069	2778,614

APÊNDICE H - Testes dos coeficientes ARMA (p, q) – AG

Tabela 63 - Resultados dos testes com diferentes pesos

Execuções	ϕ_1	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	MSE
1	-0.1287	0.1730	0.0811	0.0217	0.8505
2	0.0004	0.0161	-0.1101	0.4478	0.8588
3	-0.0594	-0.0871	-0.0620	0.0234	0.8258
4	0.1530	-0.0871	-0.0620	0.0234	0.8509
5	-0.1640	0.0357	-0.0167	-0.0646	0.8397
6	0.2747	-0.2945	0.0924	-0.0751	0.8302
7	-0.0568	0.1138	0.0558	-0.0698	0.8396
8	-0.2336	0.2865	-0.0270	-0.0965	0.8120
9	-0.0096	0.1310	0.0078	-0.1736	0.8637
10	0.0120	-0.0349	0.0243	-0.0218	0.8585
11	0.1193	-0.0410	-0.0487	-0.0121	0.7892
12	0.1055	-0.0410	-0.0487	-0.0121	0.8216
13	-0.2095	-0.0140	-0.1190	-0.0644	0.8201
14	-0.3423	0.3512	-0.0548	0.0801	0.8408
15	0.0641	-0.1069	0.0127	0.0958	0.0846
16	0.0276	0.1652	0.0708	0.0238	0.8589
17	-0.1616	0.1698	0.1088	-0.0918	0.8589
18	0.1246	-0.1812	0.0444	0.0749	0.8489
19	0.1522	-0.1976	0.0314	-0.0974	0.8424
20	-0.2351	0.1214	0.0905	0.0817	0.8343
21	-0.1794	0.1480	0.0547	-0.0276	0.8447
22	0.0845	0.1480	0.0055	-0.0276	0.8317
23	-0.1460	0.1015	0.0785	0.2327	0.8541
24	-0.1460	0.0324	-0.0187	-0.1406	0.8499
25	0.1508	-0.2379	-0.0297	0.0345	0.8349
26	0.0174	0.0005	-0.0193	-0.1350	0.8324
27	-0.2254	0.1972	0.1372	-0.0139	0.8428
28	-0.0740	0.0036	0.0869	0.1479	0.8271
29	-0.3113	0.3130	-0.8092	0.1276	0.8291
30	-0.1315	0.4049	-0.1330	-0.0496	0.8356

APÊNDICE I - Testes dos coeficientes ARMA (p, q) – PSO

Tabela 64 - Resultados dos testes com diferentes pesos

Execuções	ϕ_1	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	MSE
1	-0.1830	-0.0002	0.1110	-0.0435	0.7421
2	-0.0558	-0.0041	-0,0715	0.0977	0.7927
3	-0.5023	0.5983	0.2348	0.1903	0.7673
4	-0.2587	0.4101	-0.0032	0.1499	0.7846
5	-0.3152	0.2452	0.0021	0.0530	0.7254
6	0.6036	-0.5537	0.1161	-0.0438	0.7164
7	-0.2036	0.0809	-0.0226	0.0268	0.7671
8	-0.3768	0.1940	0.1496	-0.1525	0.7795
9	0.4486	-0.4619	0.2366	0.0489	0.7704
10	-0.3925	0.5346	0.0935	-0.0988	0.7492
11	0.2380	-0.1134	-0.0302	-0.0530	0.7317
12	0.0468	-0.0343	-0.0408	0.1193	0.7911
13	0.3851	-0.4066	0.0348	-0.0255	0.7460
14	-0.3004	0.2080	-0.0180	0.0763	0.7694
15	-0.1781	0.1186	0.1196	0.1761	0.7969
16	-0.1041	0.1178	-0.0810	-0.0298	0.7286
17	0.3672	-0.4146	-0.2833	0.0498	0.7495
18	-0.4526	0.0403	0.1551	0.0162	0.7977
19	-0.1936	0.1661	-0.0300	0.0221	0.7507
20	0.3909	-0.3768	-0.0398	-0.1792	0.7743
21	0.4170	-0.3168	-0.0398	-0.1792	0.7744
22	-0.5162	0.6749	0.0221	0.1942	0.7938
23	-0.4317	0.4381	-0.0853	-0.1304	0.7777
24	-0.1509	0.0470	-0.1726	-0.0770	0.7576
25	-0.0467	0.0904	-0.0467	0.0512	0.7594
26	0.0541	0.0603	0.1062	0.0790	0.7680
27	0.0292	-0.0600	0.2133	0.0497	0.7473
28	0.5583	-0.5461	0.2108	-0.5608	0.8040
29	0.0516	-0.1214	0.0056	0.1556	0.7581
30	0.4920	-0.5527	-0.1136	0.0113	0.7670

APÊNDICE J - Testes dos pesos ensemble média ponderada AG

Tabela 65 - Resultados dos testes com diferentes pesos

Exe cuç ões	Holt Mult	Holt Ad	Holt	SES	ARIMA	ARMA	AR	ARMA AG	ARMA PSO	So ma	MSE
1	0,00	0,019	0,2213	0,0293	0,0001	0,5706	0,0113	0,172	0,000	1,00	26,1
2	0,00	0,003	0,2494	0,0000	0,0000	0,5891	0,0084	0,152	0,000	1,00	26,2
3	0,00	0,002	0,2680	0,0000	0,0034	0,6170	0,0000	0,117	0,000	1,00	26,2
4	0,00	0,000	0,2502	0,0008	0,0000	0,5870	0,0186	0,155	0,000	1,00	26,2
5	0,00	0,000	0,1682	0,0792	0,0000	0,5725	0,0248	0,156	0,000	1,00	26,2
6	0,00	0,000	0,2539	0,0038	0,0000	0,5879	0,0015	0,158	0,000	1,00	26,1
7	0,00	0,000	0,1197	0,1315	0,0000	0,5752	0,0295	0,155	0,000	1,00	26,2
8	0,00	0,000	0,2523	0,0000	0,0000	0,5845	0,0146	0,154	0,000	1,00	26,1
9	0,00	0,001	0,0000	0,2596	0,0000	0,5626	0,0421	0,146	0,000	1,00	26,2
10	0,00	0,001	0,2280	0,0000	0,0000	0,5935	0,0273	0,152	0,000	1,00	26,2
11	0,00	0,000	0,2508	0,0000	0,0001	0,5815	0,0185	0,154	0,000	1,00	26,1
12	0,00	0,000	0,0042	0,2356	0,0000	0,5904	0,0209	0,158	0,000	1,00	26,2
13	0,00	0,003	0,2676	0,0000	0,0001	0,5874	0,0080	0,147	0,000	1,00	26,2
14	0,00	0,000	0,2514	0,0000	0,0000	0,5889	0,0108	0,152	0,000	1,00	26,1
15	0,00	0,002	0,2521	0,0000	0,0000	0,5403	0,0720	0,142	0,000	1,00	26,1
16	0,00	0,000	0,0000	0,2616	0,0000	0,0000	0,5841	0,006	0,151	1,00	26,1
17	0,00	0,002	0,0116	0,2435	0,0000	0,5869	0,0145	0,151	0,000	1,00	26,1
18	0,00	0,000	0,2212	0,0123	0,0000	0,4822	0,1420	0,150	0,000	1,00	26,2
19	0,0000	0,0000	0,1426	0,1223	0,0001	0,5975	0,0000	0,149	0,000	1,00	26,2
20	0,0009	0,0000	0,2515	0,0002	0,0000	0,5892	0,0071	0,153	0,000	1,00	26,2
21	0,0001	0,0003	0,0002	0,2419	0,0000	0,5839	0,0272	0,156	0,000	1,00	26,1
22	0,0000	0,0000	0,2485	0,0000	0,0000	0,5782	0,0238	0,151	0,000	1,00	26,1
23	0,0000	0,0000	0,1877	0,0656	0,0000	0,5953	0,0058	0,155	0,000	1,00	26,1
24	0,0000	0,0000	0,2425	0,0000	0,0000	0,6073	0,0017	0,150	0,000	1,00	26,1
25	0,0000	0,0000	0,0002	0,2590	0,0000	0,5727	0,0174	0,151	0,000	1,00	26,2
26	0,0000	0,0000	0,1515	0,0944	0,0001	0,5877	0,0020	0,167	0,000	1,00	26,1
27	0,0000	0,0000	0,2504	0,0007	0,0000	0,5848	0,0181	0,153	0,000	1,00	26,1
28	0,0000	0,0000	0,0679	0,1826	0,0000	0,6108	0,0027	0,139	0,000	1,00	26,1
29	0,0000	0,0017	0,2396	0,0000	0,0000	0,5851	0,0312	0,143	0,000	1,00	26,2
30	0,0000	0,0000	0,2509	0,0003	0,0000	0,5769	0,0253	0,153	0,000	1,00	26,1

APÊNDICE K - Testes dos pesos ensemble média ponderada – PSO

Tabela 66 - Resultados dos testes com diferentes pesos

Exe cuç ões	Holt Mult	Holt Ad	Holt	SES	ARIMA	ARMA	AR	ARMA AG	ARMA PSO	So ma	MSE
1	0,00	0,019	0,2213	0,0293	0,0001	0,5706	0,0113	0,172	0,000	1,00	26,1
2	0,00	0,003	0,2494	0,0000	0,0000	0,5891	0,0084	0,152	0,000	1,00	26,2
3	0,00	0,002	0,2680	0,0000	0,0034	0,6170	0,0000	0,117	0,000	1,00	26,2
4	0,00	0,000	0,2502	0,0008	0,0000	0,5870	0,0186	0,155	0,000	1,00	26,2
5	0,00	0,000	0,1682	0,0792	0,0000	0,5725	0,0248	0,156	0,000	1,00	26,2
6	0,00	0,000	0,2539	0,0038	0,0000	0,5879	0,0015	0,158	0,000	1,00	26,1
7	0,00	0,000	0,1197	0,1315	0,0000	0,5752	0,0295	0,155	0,000	1,00	26,2
8	0,00	0,000	0,2523	0,0000	0,0000	0,5845	0,0146	0,154	0,000	1,00	26,1
9	0,00	0,001	0,0000	0,2596	0,0000	0,5626	0,0421	0,146	0,000	1,00	26,2
10	0,00	0,001	0,2280	0,0000	0,0000	0,5935	0,0273	0,152	0,000	1,00	26,2
11	0,00	0,000	0,2508	0,0000	0,0001	0,5815	0,0185	0,154	0,000	1,00	26,1
12	0,00	0,000	0,0042	0,2356	0,0000	0,5904	0,0209	0,158	0,000	1,00	26,2
13	0,00	0,003	0,2676	0,0000	0,0001	0,5874	0,0080	0,147	0,000	1,00	26,2
14	0,00	0,000	0,2514	0,0000	0,0000	0,5889	0,0108	0,152	0,000	1,00	26,1
15	0,00	0,002	0,2521	0,0000	0,0000	0,5403	0,0720	0,142	0,000	1,00	26,1
16	0,00	0,000	0,0000	0,2616	0,0000	0,0000	0,5841	0,006	0,151	1,00	26,1
17	0,00	0,002	0,0116	0,2435	0,0000	0,5869	0,0145	0,151	0,000	1,00	26,1
18	0,00	0,000	0,2212	0,0123	0,0000	0,4822	0,1420	0,150	0,000	1,00	26,2
19	0,0000	0,0000	0,1426	0,1223	0,0001	0,5975	0,0000	0,149	0,000	1,00	26,2
20	0,0009	0,0000	0,2515	0,0002	0,0000	0,5892	0,0071	0,153	0,000	1,00	26,2
21	0,0001	0,0003	0,0002	0,2419	0,0000	0,5839	0,0272	0,156	0,000	1,00	26,1
22	0,0000	0,0000	0,2485	0,0000	0,0000	0,5782	0,0238	0,151	0,000	1,00	26,1
23	0,0000	0,0000	0,1877	0,0656	0,0000	0,5953	0,0058	0,155	0,000	1,00	26,1
24	0,0000	0,0000	0,2425	0,0000	0,0000	0,6073	0,0017	0,150	0,000	1,00	26,1
25	0,0000	0,0000	0,0002	0,2590	0,0000	0,5727	0,0174	0,151	0,000	1,00	26,2
26	0,0000	0,0000	0,1515	0,0944	0,0001	0,5877	0,0020	0,167	0,000	1,00	26,1
27	0,0000	0,0000	0,2504	0,0007	0,0000	0,5848	0,0181	0,153	0,000	1,00	26,1
28	0,0000	0,0000	0,0679	0,1826	0,0000	0,6108	0,0027	0,139	0,000	1,00	26,1
29	0,0000	0,0017	0,2396	0,0000	0,0000	0,5851	0,0312	0,143	0,000	1,00	26,2
30	0,0000	0,0000	0,2509	0,0003	0,0000	0,5769	0,0253	0,153	0,000	1,00	26,1