

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**RUBERZAN RICARDO DA SILVA**

**PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA AOS COEFICIENTES TÉCNICOS,  
ECONÔMICOS E FINANCEIROS DE UMA UNIDADE AGROPECUÁRIA PILOTO  
COM PRODUÇÃO DE GRÃOS, GADO DE CORTE E PESCADO**

**MEDIANEIRA-PR  
2023**

**RUBERZAN RICARDO DA SILVA**

**PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA AOS COEFICIENTES TÉCNICOS,  
ECONÔMICOS E FINANCEIROS DE UMA UNIDADE AGROPECUÁRIA PILOTO  
COM PRODUÇÃO DE GRÃOS, GADO DE CORTE E PESCADO**

**LINEAR PROGRAMMING APPLIED TO THE TECHNICAL, ECONOMIC AND  
FINANCIAL COEFFICIENTS OF A PILOT AGRICULTURAL UNIT WITH  
PRODUCTION OF GRAINS, BEEF CATTLE AND FISH**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Tecnologias Computacionais para o Agronegócio da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Dr. Andre Sandmann

Coorientador: Dr. Jose Airton Azevedo DosSantos

**MEDIANEIRA**

**2023**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Medianeira**



**RUBERZAN RICARDO DA SILVA**

**PROGRAMAÇÃO LINEAR APLICADA AOS COEFICIENTES TÉCNICOS, ECONÔMICOS  
E FINANCEIROS DE UMA UNIDADE AGROPECUÁRIA PILOTO COM PRODUÇÃO DE  
GRÃOS, GADO DE CORTE E PESCADO**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Tecnologias Computacionais para o Agronegócio da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 07 de Março de 2024

Dr. Andre Sandmann, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Ma. Jessica Caroline Zanette Barbieri, Mestrado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Jose Airton Azevedo Dos Santos, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Luciana Del Castanhel Peron Da Silva, Doutorado - Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 07/03/2024.

**Medianeira – PR  
2023**

Dedico este trabalho à minha esposa Pricila e aos  
meus filhos Bernardo e Gabriel, sopros de  
esperança e inspiração em nossas vidas. Amo  
vocês!

## AGRADECIMENTOS

Uma das admiráveis qualidades do ser humano é a gratidão. Saber reconhecer as boas ações que alguém fez por nós é, no mínimo, estar a sua disposição para quando precisar.

Assim, agradeço primeiramente a Deus, pela vida, e por permitir que eu chegasse até aqui. À minha família, principalmente aos meus pais, Guiomarino e Tânia, e aos meus irmãos, que sempre me incentivaram durante todo o processo.

Às razões de minha vida, minha esposa Pricila e meus filhos que são meus maiores tesouros Bernardo e Gabriel, pela paciência e pelo apoio em todas as etapas dessa caminhada. Obrigado por fazerem parte da minha vida.

Aos meus colegas do Mestrado, amigos e amigas, por dividirem as experiências neste processo de construção do saber. Que Deus ilumine todos vocês.

As minhas amigas, Ana Caroline e Márcia, pelo incentivo e pelo exemplo de esforço e dedicação. Ao meu amigo Juliano que sempre me incentivou e contribuiu com esse trabalho. Ao meu professor e orientador, Dr. André Sandmann, pela competência e apoio no processo desta pesquisa, trilhando comigo o melhor caminho. A todos os docentes do Programa de Pós Graduação em Tecnologias Computacionais para o Agronegócio, que colaboraram com a minha formação, pelo incentivo e pelas contribuições na construção desse projeto. Ao Coorientador, Dr. José Airton, pelas contribuições no aprendizado. Aos profissionais entrevistados, pela concessão de informações valiosas para a realização deste estudo. Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

## RESUMO

O presente estudo teve como objetivo desenvolver um modelo matemático para pequenas unidades de produção agropecuárias visando maximizar o resultado econômico. O trabalho foi desenvolvido em uma propriedade rural, localizada no interior do município de Medianeira – PR. Para isto, foi necessário conhecer a dinâmica do sistema de produção agropecuário, de uma unidade de produção piloto, por meio de entrevistas e estimativas de custos dentro da propriedade. Por meio desta abordagem, levantou-se dados que auxiliam na investigação e na análise da unidade de produção, para a formulação do Modelo Matemático que possibilitou a elaboração de alternativas de desenvolvimento pertinentes à realidade da propriedade rural. A partir dos dados coletados foram realizados cálculos econômicos no *Software* LINGO, do balanço energético das pastagens da unidade em questão; estabelecendo-se Restrições - técnicas; financeiras; de superfície; de mão-de obra; de máquinas, equipamentos e instalações; de rotação de culturas, fertilidade do ecossistema; do impacto ambiental e de tratamento de resíduos. A partir dos resultados, constatou-se que a partir do modelo seja possível verificar a maximização do resultado econômico bianual mais eficaz, no aproveitamento da superfície de área útil e dos resíduos gerados na atividade agropecuária e ainda, que a modelagem matemática é uma ferramenta eficaz no desenvolvimento, gerenciamento e tomada de decisões em atividades agrárias com elevados impactos ambientais.

Palavras-chave: modelo matemático; unidades de produção; proteína animal e vegetal.

## **ABSTRACT**

The present study aimed to develop a mathematical model for small agricultural production units in order to maximize the economic result. The work was carried out on a rural property, located in the interior of the municipality of Medianeira – PR. For this, it was necessary to understand the dynamics of the agricultural production system, of a pilot production unit, through interviews and cost estimates within the property. Through this approach, data was collected that assists in the investigation and analysis of the production unit, for the formulation of the Mathematical Model that enabled the elaboration of development alternatives relevant to the reality of the rural property. From the collected data, economic calculations were carried out in the LINGO Software, of the energy balance of the pastures of the unit in question; establishing Restrictions - techniques; financial; of surface; of labor; of machines, equipment and installations; crop rotation, ecosystem fertility; environmental impact and waste treatment. From the results, it was found that from the model it is possible to verify the maximization of the most effective biannual economic result, in the use of the useful surface area and waste generated in agricultural activity and also that mathematical modeling is an effective tool in development, management and decision-making in agricultural activities with high environmental impacts.

Keywords: mathematical model; production units; animal and vegetable protein.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

[WFEVEREIRO1].	Mão de Obra Mês Fevereiro Ano 1
BVD.	Quantidade de Boi Vendido por lote
CN.	Valor Compra da Novilha
CPMIN1.	Custo Plantio de Milho Inverno Ano 1
CPMIN2.	Custo Plantio de Milho Inverno Ano 2
CPMV1.	Custo Plantio de Milho Verão ano 1
CPMV2.	Custo Plantio de Milho Verão ano 2
CPSOJA1.	Custo Plantio de Soja Ano 1
CPSOJA2.	Custo Plantio de Soja Ano 2
CR.	Despesas com o rebanho
CSILIN1.	Custo Plantio de Silagem Inverno Ano 1
CSILIN2.	Custo Plantio de Silagem Inverno Ano 2
CSILV1.	Custo Plantio de Silagem Verão Ano 1
CSILV2.	Custo Plantio de Silagem Verão Ano 2
CTPS.	Custo Pescado
CW.	Custo Mão de Obra
EUA.	Estados Unidos da América
FAO.	Organização da Alimentação e Agricultura da ONU
IBGE.	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
LOTENV.	Número total de lotes
MN.	Matéria Natural
MS.	Matéria Seca
NC.	Número de Cabeças de Gado
NVC.	Custo Compra Novilha
OCDE.	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PIB.	Produto Interno Bruto
PL.	Programação Linear
PN.	Valor da Venda Novilha
PO.	Pesquisa Operacional
REA.	Resultado Econômico Bianual, Resultado anual
ResABRIL1.	Resultado Econômico Abril Ano 1
ReABRIL2.	Resultado Econômico Abril Ano 2
ResAGOSTO1.	Resultado Econômico Agosto Ano 1
ResAGOSTO2.	Resultado Econômico Agosto Ano 2
ResDEZEMBRO1.	Resultado Econômico Dezembro Ano 1
ResDEZEMBRO2.	Resultado Econômico Dezembro Ano 2
ResFEVEREIRO1.	Resultado Econômico Fevereiro ano 1
ResFEVEREIRO2.	Resultado Econômico Fevereiro Ano 2
ResJANEIRO2.	Resultado Econômico Janeiro Ano 2
ResJANEIRO3.	Resultado Econômico Janeiro Ano 3
ResJULHO1.	Resultado Econômico Julho Ano 1
ResJULHO2.	Resultado Econômico Julho Ano 2
ResJUNHO1.	Resultado Econômico Junho Ano 1
ResJUNHO2.	Resultado Econômico Junho Ano 2
ResMAIO1.	Resultado Econômico Maio Ano 1
ResMAIO2.	Resultado Econômico Maio Ano 2
ResMARCO1.	Resultado Econômico Março Ano 1

ResMARCO2.	Resultado Econômico Março Ano 2
ResNOVEMBRO1.	Resultado Econômico Novembro Ano 1
ResNOVEMBRO2.	Resultado Econômico Novembro Ano 2
ResOUTUBRO1.	Resultado Econômico Outubro Ano 1
ResOUTUBRO2.	Resultado Econômico Outubro Ano 2
ResSETEMBRO1.	Resultado Econômico Setembro Ano 1
ResSETEMBRO2.	Resultado Econômico Setembro Ano 2
SAU.	Superfície Agrícola Útil
SAUSOJA1.	Superfície Área Útil de Soja Ano 1
SAUSOJA2.	Superfície Área Útil de Soja Ano 2
SILPROIN1.	Produção Total Silagem Inverno Ano 1
SILPROIN2.	Produção Total Silagem Inverno Ano 2
SILPROV1.	Produção Total Silagem Verão Ano 1
SILPROV2.	Produção Total Silagem Verão Ano 2
UPA.	Unidade de Produção Agropecuária
VDMILHOV1.	Valor de Venda Milho Verão Ano 1
VDMILHOV2.	Valor de Venda Milho Verão Ano 2
VDPESCADO.	Valor Venda Pescado
VDSOJA1.	Valor Venda Soja Ano 1
VDSOJA2.	Valor Venda Soja Ano 2
VOLUMOSO.	Quantidade de Alimentação por lote de Gado
W.	Horas Trabalhadas
WABRIL1.	Mão de Obra Mês Abril Ano 1
WABRIL2.	Mão de Obra Mês Abril Ano 2
WAGOSTO1.	Mão de Obra Mês Agosto Ano 1
WAGOSTO2.	Mão de Obra Mês Agosto Ano 2
WDEZEMBRO1.	Mão de Obra Mês Dezembro Ano 1
WDEZEMBRO2.	Mão de Obra Mês Dezembro Ano 2
WFEVEREIRO2.	Mão de Obra Mês Fevereiro Ano 2
WG.	Horas Trabalhadas Gado
WJANEIRO2.	Mão de Obra Mês Janeiro Ano 2
WJANEIRO3.	Mão de Obra Mês Janeiro Ano 3
WJULHO1.	Mão de Obra Mês Julho Ano 1
WJULHO2.	Mão de Obra Mês Julho Ano 2
WJUNHO1.	Mão de Obra Mês Junho Ano 1
WJUNHO2.	Mão de Obra Mês Junho Ano 2
WMAIO1.	Mão de Obra Mês Maio Ano 1
WMAIO2.	Mão de Obra Mês Maio Ano 2
WMARCO1.	Mão de Obra Mês Março Ano 1
WMARCO2.	Mão de Obra Mês Março Ano 2
WNOVEMBRO1.	Mão de Obra Mês Novembro Ano 1
WNOVEMBRO2.	Mão de Obra Mês Novembro Ano 2
WOUTUBRO1.	Mão de Obra Mês Outubro Ano 1
WOUTUBRO2.	Mão de Obra Mês Outubro Ano 2
WP.	Horas Trabalhadas Pescado
WSETEMBRO1.	Mão de Obra Mês Setembro Ano 1
WSETEMBRO2.	Mão de Obra Mês Setembro Ano 2

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Piscicultura em números .....	21
Figura 2 - Linha Saúde – Medianeira - Paraná .....	25
Figura 3 - Mapa do Estado do Paraná .....	25
Figura 4 - Foto aérea da propriedade .....	27
Figura 5 - Primeira parte do relatório de solução do software LINGO .....	34
Figura 6 - Segunda parte do relatório de solução do software LINGO .....	35

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA.....</b>	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>Modelagem matemática .....</b>	<b>15</b>
<b>2.2</b>	<b>Programação linear .....</b>	<b>16</b>
<b>2.3</b>	<b>Modelagem matemática agropecuária.....</b>	<b>17</b>
<b>2.4</b>	<b>Produção de proteína animal .....</b>	<b>17</b>
<b>2.5</b>	<b>Produção de grãos e pastagens.....</b>	<b>19</b>
<b>2.6</b>	<b>Sistema de criação de gado em confinamento.....</b>	<b>20</b>
<b>2.7</b>	<b>Piscicultura na região oeste paranaense.....</b>	<b>21</b>
<b>3.</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>23</b>
<b>3.1</b>	<b>Elementos gerais da pesquisa.....</b>	<b>23</b>
<b>3.2</b>	<b>Caracterização da unidade de produção .....</b>	<b>24</b>
<b>3.3</b>	<b>Dados da upa .....</b>	<b>26</b>
<b>3.3.1</b>	<b>Procedimentos gerais da pesquisa.....</b>	<b>27</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Formulação do modelo matemático .....</b>	<b>27</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Software Lingo .....</b>	<b>28</b>
<b>3.4</b>	<b>Descrição do modelo .....</b>	<b>29</b>
<b>3.5</b>	<b>Função objetiva .....</b>	<b>29</b>
<b>3.5.1</b>	<b>Dados de entrada e restrições.....</b>	<b>29</b>
<b>3.6</b>	<b>Estrutura formal do modelo .....</b>	<b>30</b>
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>33</b>
<b>4.1</b>	<b>Comparação do modelo com a situação atual.....</b>	<b>33</b>
<b>4.2</b>	<b>Sistema de produção proposto nas soluções do modelo .....</b>	<b>35</b>
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>39</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>40</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Com o aumento, cada vez mais frequente e exorbitante da população mundial nas áreas urbanas, houvesse a necessidade de aumentar também, a produção em grande escala de alimentos, para que o mesmo pudesse abastecer o comércio (SANDMANN, 2013).

Segundo T. Santos (2022), o Brasil é hoje o segundo maior exportador de alimentos, atrás apenas dos Estados Unidos. O Brasil ampliou sua produção de grãos, por exemplo, em 500% nas últimas quatro décadas com um aumento de apenas 70% na área plantada.

A Pecuária Brasileira é considerada hoje uma das mais produtivas a nível mundial. Além de ser também um dos maiores exportadores de carne bovina, o país também se destaca na criação de aves, que compõem mais de 70% do efetivo dos rebanhos brasileiros (NUNES, 2022).

Segundo Teixeira e Hespanhol (2015), no Brasil a atividade pecuária ainda se pratica nos modelos antigos, tradicionais, ou seja, o gado é criado livre em pastagens naturais ou plantadas no sistema extensivo, porém foram introduzidas novas técnicas produtivas na pecuária bovina, mas tais avanços ainda são limitados.

A primeira pecuária de corte no sul do Brasil veio de fazendas paraguaias (FORTES, 1981). O autor afirma que esses animais vieram dos primeiros rebanhos do capitão São Vicente e foram levados no século XVII para o sul do Brasil pelo padre jesuíta Cristovão de Mendoza.

As estimativas disponíveis (IBGE, 2021) revelam que o rebanho bovino nacional cresceu 1,5%, chegando a 218,2 milhões de cabeças, maior efetivo desde 2016. Desse total, aproximadamente 84% são bovinos de corte. Em relação ao total do efetivo bovino da região Sul do Brasil os rebanhos no Rio Grande do Sul, Paraná e Santa Catarina, correspondem, respectivamente, a 52, 34 e a 14% desse total.

Com novas técnicas e equipamentos modernos, o produtor passa a depender cada vez menos da “generosidade” da natureza, adaptando-a mais facilmente de acordo com seus interesses. No entanto, por esse caminho a agricultura está cada vez mais subordinada à indústria, que dita as regras de produção (TEIXEIRA, 2005).

Já nos setores de piscicultura, a produção cresceu 4,3%, chegando a 551,9 mil toneladas. O Paraná continua líder, com 25,4% do total nacional. Nova Aurora (PR) concentra 3,6% da piscicultura do país (IBGE, 2021).

O Brasil desempenha um papel importante na produção de pescado, principalmente devido à disponibilidade de água, clima favorável e ocorrência natural de espécies aquáticas, que aliam interesse zootécnico e mercadológico (BRABO *et al.*, 2016).

Segundo o levantamento da Associação Brasileira da Piscicultura (PEIXE BR, 2023) revela que o Brasil produziu, no ano passado, 841.005 toneladas de peixes de cultivo (tilápia, peixes nativos e outras espécies), gerando receita de R\$ 8 bilhões. O Paraná é o líder nacional de produção de peixes, com 172 mil toneladas em 2020 contra 154,2 mil toneladas no ano anterior. Um dos grandes destaques no estado é a tilápia, que cresceu 11,5%. Uma explicação para os excelentes números é o desempenho cooperativista, com incentivos à produção<sup>1</sup>.

As procuras pela carne de peixe vêm aumentando nos últimos anos, como causa principal podemos citar o aumento populacional e também pela tendência mundial de se ter uma alimentação mais saudável, e indicados para a saúde humana, como o pescado. Nessa busca incessante pela captura de um número maior de peixes, a pesca extrativa aliada a degradação ambiental, aos poucos tem afetado o equilíbrio populacional e desse modo os estoques naturais de águas continentais e dos mares que se constituíam na principal fonte de pescado tiveram sua capacidade de produção drasticamente limitada (ANDRADE; YASUI, 2003).

Segundo Almeida e Palharini (2012) uma atividade de Modelagem Matemática tem seu início em uma situação problema, tendo como característica essencial à possibilidade de envolver a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática.

A modelagem visa melhorar ou otimizar as operações de uma organização para alcançar os melhores resultados, com a ajuda de modelos e algoritmos matemáticos e estatísticos que resolvem problemas complexos do mundo real (BRIESEMEISTER; BORBA, 2014).

Segundo Bernardes (2000), a modelagem matemática permite a integração de

---

<sup>1</sup> 1. <https://www.peixebr.com.br/>. Acesso em: 08 abr. 2023.

grupos multidisciplinares para construir modelos simplificados de sistemas reais com o objetivo de sintetizar, apresentar e analisar diferentes aspectos produtivos.

Os modelos podem ser desenvolvidos utilizando métodos e técnicas matemáticas especiais como programação linear, teoria de estoque, filas ou jogos, simulação, análise de risco (SANTOS *et al.*, 2010).

Segundo Barboza (2005), a programação linear é uma das técnicas mais utilizadas por ser simples e possuir inúmeros *softwares* robustos e confiáveis. Um exemplo é o *software* LINGO, que ajuda a resolver modelos de problemas de otimização linear.

Em meio a um ambiente com tantas incertezas, variáveis, como por exemplo, o clima, que condiciona todas as atividades produtivas, implicando riscos para a agricultura, e um mercado cada vez mais competitivo, é indispensável que o produtor rural planeje suas atividades, apure os custos de seus produtos, podendo assim optar por melhores decisões.

A pesquisa é inicialmente dividida em etapas denominadas tópicos, que fornecem a justificativa e os objetivos do estudo. Isto é seguido por uma revisão da literatura que inicialmente contextualiza métodos de pesquisa operacional, mostra a utilidade de modelos matemáticos na dinâmica de sistemas agrícolas e descreve aspectos-chave da programação linear.

Com vistas a estes fatores o presente estudo foi realizado em uma propriedade rural piloto, com a finalidade de analisar e diagnosticar a mesma, propondo alternativas de melhoria, buscando assim uma maior rentabilidade para a propriedade, utilizando um modelo matemático voltado à programação linear, elaborado no *software* LINGO 18.0 (*Lindo Systems Inc*, Chicago, EUA), uma ferramenta que permite a aplicação de modelagem matemática para otimizar a agricultura. O desenvolvimento deste conceito, visa uma produção sustentável, possibilita melhores resultados, bem como melhorias na produtividade, na qualidade e nos negócios.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste tópico apresentam-se elementos que deram embasamento ao desenvolvimento desta dissertação tais como: Modelagem Matemática e sua aplicação nas atividades agropecuárias, bem como o uso do *Software* Lingo. Dentro dessa perspectiva, adota-se a Modelagem Matemática como fundamentação norteadora para as práticas inerentes à presente pesquisa.

### 2.1 Modelagem matemática

Por diversas vezes, a Modelagem é conceituada, em termos genéricos, como a aplicação de matemática em outras áreas do conhecimento. Essa estratégia de ensino, busca aproximar o estudante as situações corriqueiras do seu dia a dia, deixando de ser um modelo comum.

Segundo Bassanezi (2004), a modelagem matemática é um processo dinâmico usado para obter e verificar modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização para prever tendências. Ela consiste basicamente na arte de converter situações reais em problemas matemáticos, cuja solução deve ser interpretada na linguagem usual.

A Modelagem Matemática vem sendo há algum tempo, tema de muitas pesquisas, além de ser regularmente utilizada como estratégia de ensino-aprendizagem de Matemática, devendo isso ao fato de se resgatar a possibilidade de contribuir para a autonomia e independência do aluno, modificando sua forma de agir diante de conteúdos do currículo de Matemática, além de outras implicações como as que associam a modelagem à cidadania e à uma educação mais crítica (BARBOSA, 2006).

De acordo com Daúde (2012), a modelagem é tão antiga quanto à própria matemática, se pararmos para refletir, desde o início da organização do conhecimento humano já se pensava em replicar modelos para obter informações de algum fenômeno que se repetia ou para verificar como que de fato se dava tal acontecimento e como agiam.

Ainda, para Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 13), “um modelo matemático é, portanto, uma representação simplificada da realidade, sob a ótica daqueles que a investigam”.

Os pontos de partida para a criação de um modelo matemático são:

- a) Definir as variáveis da tarefa;

- b) Especificar uma função objetivo: uma expressão matemática para a qual você deseja otimizar com a melhor combinação de variáveis-chave (maximização ou minimização);
- c) Definir um conjunto de restrições. De acordo com Horngren, Foster e Datar (2000, p. 286).

Um dos conceitos relacionados à aplicação de ferramentas matemáticas na abordagem sistêmica de unidades de produção agrícola que muitas vezes gera problemas é o conceito de "atividade". Como sabemos, em geral, a matemática não lida diretamente com "conteúdo", mas apenas com quantidades e símbolos (geralmente usados quando não sabemos ou não queremos atribuir alguma quantidade específica). Por exemplo, de um ponto de vista matemático, a variável "cultura da soja" não tem relação com qualquer espécie de planta, mas sim com um conjunto de "números" (quantidades) que definem o que é uma cultura de soja (SILVA NETO; OLIVEIRA, 2007).

A modelagem matemática é uma técnica usada para descrever um fenômeno ou sistema do mundo real usando equações matemáticas. Através da modelagem matemática, podemos entender melhor o comportamento do sistema, prever como ele pode mudar no futuro e tomar decisões informadas com base nas previsões.

## **2.2 Programação linear**

Segundo Sandmann (2013), a programação linear foi um dos primeiros métodos matemáticos desenvolvidos, que foi projetado durante a segunda guerra por um grupo de pesquisadores a mando do governo EUA para resolver problemas de logística militar.

Programação Linear é uma técnica matemática utilizada para otimizar uma função linear sujeita a um conjunto de restrições lineares. O objetivo é encontrar a melhor solução possível que maximize ou minimize uma determinada função objetivo, levando em consideração as restrições impostas. A PL é amplamente utilizada em problemas de otimização em diversas áreas, como produção, logística, finanças, engenharia, entre outras. O método é especialmente útil quando se trata de decisões que envolvem a alocação de recursos limitados, como tempo, dinheiro, mão-de-obra ou matéria-prima.

Segundo Lachtermacher (2009), a programação linear é um campo da matemática que estuda como maximizar ou minimizar uma função linear de diversas variáveis se as variáveis satisfizerem restrições expressas na forma de desigualdades lineares.

### **2.3 Modelagem matemática agropecuária**

A modelagem matemática é um dos campos mais crescentes e interessantes nas últimas décadas. Ela pode ser utilizada em diversas áreas da agricultura como planejamento de plantio e colheita, controle de pragas e doenças, avaliação da qualidade do solo, nutrição animal, entre outros. Por exemplo, modelos podem ser usados para prever o crescimento e a produção de plantas e animais, calcular a quantidade de insumos necessários para uma produção eficiente, simular o comportamento de um sistema de produção em diferentes cenários e otimizar o uso dos recursos disponíveis.

Segundo Sandmann (2009), a modelagem matemática utiliza extensivamente a computação matemática e científica para buscar resolver problemas práticos em diversas áreas como: Matemática, Física, Engenharia, Ciências Agrárias, Economia, Ciências da Saúde e do Meio Ambiente, Biologia, Química, Computação de Ciências da Vida, etc.

Os modelos matemáticos podem ser divididos em duas categorias: modelos de simulação e modelos de otimização. Os modelos de simulação permitem que alternativas sejam construídas e analisadas antes que quaisquer alternativas sejam realmente implementadas. Proporciona um grau de flexibilidade na escolha da opção mais adequada (ANDRADE, 1998).

Por outro lado, em um modelo de otimização, o analista deve encontrar a melhor alternativa por meio de análise matemática, ou seja, deve escolher apenas uma chamada alternativa ótima. Assim, diferentemente do modelo anterior, este modelo não permite flexibilidade na escolha de alternativas (ANDRADE, 1998).

A modelagem matemática é uma ferramenta poderosa para a gestão sustentável da agropecuária, permitindo otimizar a produção e reduzir os impactos ambientais, ao mesmo tempo em que atende às necessidades de alimentação da população.

### **2.4 Produção de proteína animal**

Desde a década de 1960, a agricultura brasileira passou por grandes mudanças. As políticas nacionais desempenham um papel na formação do ambiente institucional. Favorável à inovação e adaptação de conhecimento e tecnologia (Vieira Filho; Fishlow, 2017), resultando em aumentos vertiginosos na produção agrícola.

A produção de proteína animal é uma atividade fundamental para a alimentação humana em todo o mundo. Ela envolve a criação de animais como bovinos, suínos, aves

e peixes, com o objetivo de fornecer carne, leite, ovos outros produtos de origem animal.

Em relação à produção total de carnes (bovina, suína e de frango), segundo os dados da FAOSTAT o Brasil ocupou a 3ª posição mundial com 9,4% em 2021, ou 29 milhões de toneladas. Nos últimos 22 anos a participação brasileira foi de 8,8%.

Em quantidade de carnes exportadas, em 2021, segundo a fonte citada anteriormente, o Brasil ocupou o segundo lugar com 7,8 milhões de toneladas, representando 13,7% do total mundial. Nos últimos 22 anos, a participação relativa do Brasil não se alterou drasticamente.

Em 2022 o Brasil exportou 8,366 milhões de toneladas de carnes, volume que representou aumento de 8% em relação ao ano anterior. Mas a receita proveniente dessas exportações apresentou evolução bem mais significativa, pois subiu de menos de US\$20 bilhões para US\$25,670 bilhões, um aumento de 29,26% no ano (Damasceno, 2023).

Compreendendo os estados do Paraná (PR), Rio Grande do Sul (RS) e Santa Catarina (SC), a região Sul ocupa uma área de 580 mil km<sup>2</sup>, o que equivale a 6,8% do território Brasileiro, e conta com 14,8% da população (IBGE, 2021). O Sul se diferencia do resto do país principalmente pelo seu clima sub-tropical, o que lhe garante a existência de estações bem definidas. Em consequência disso, o desenvolvimento da aquicultura tem tomado um rumo de certa forma diferente do resto do país.

A produção brasileira de Tilápia foi de 357.639 toneladas em 2017, de acordo com levantamento da Associação Brasileira da Piscicultura (PEIXE BR, 2023). É um volume e tanto, que coloca o nosso país entre os quatro maiores produtores do mundo, atrás de China, Indonésia e Egito.

O Pescado é, de longe, a proteína de origem animal mais produzida no planeta. De acordo com estudo da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico) e a FAO (Organização da Alimentação e Agricultura da ONU), em 2017 foram produzidos 172 milhões de toneladas de Pescado (peixes de cultivo e peixes de captura), bem acima da carne suína (2ª colocada), responsável por 120 milhões de toneladas.

As opiniões estão divididas em relação ao desenvolvimento do Brasil no mercado internacional de tilápia. Para alguns, é melhor concentrar-se nos mercados locais que têm um enorme potencial de crescimento. Isto é verdade e requer menos investimento (isto também é lógico). Ou seja, o mercado internacional terá que esperar um pouco por esse grupo.

## 2.5 Produção de grãos e pastagens

A produção de grãos e pastagens é uma das principais atividades agrícolas em todo o mundo, e desempenha um papel vital na alimentação da população global. Os grãos, como o trigo, o milho e o arroz, são fontes importantes de carboidratos, proteínas e outras vitaminas e minerais essenciais.

No que se refere à produção agrícola, o Brasil possui extensas terras agricultáveis adequadas para a produção de grãos. Além disso, possui clima, água e condições tecnológicas favoráveis para a produção em regiões tropicais. Os principais grãos produzidos são: soja, milho, arroz, trigo e feijão (BORTOLAIA, 2011).

O clima é o principal fator que determina a adaptação e o crescimento das forrageiras (McCLOUD; BULA, 1985). O Paraná está localizado na zona de transição climática (mudanças de clima subtropical para tropical). É necessário mencionar que no estado as condições de luz, temperatura e precipitação permitem uma alta resposta na produtividade de forragem.

Devido ao aumento da demanda por alimentos proteicos nos países industrializados, a soja tornou-se uma das leguminosas mais consumidas no Brasil e no mundo. A soja triturada é derivada do farelo e do óleo, e por ser rica em propriedades como proteína, a é destinada principalmente à alimentação animal, mas também é um produto importante para a alimentação humana (MÖHLER, 2010).

Devido ao seu alto valor alimentício, a soja é de grande importância para a economia brasileira. No entanto, seu armazenamento e secagem ainda são problemas enfrentados pelos agricultores quanto ao melhor método de secagem, armazenamento e conservação (BARBOZA, 2016).

Dentre as múltiplas aplicações da produção do milho, cerca de 60 a 80% é empregada na produção animal, estando diretamente ligada sua produção às cadeias produtivas de aves e suínos, atividades altamente dependentes da produção de milho, elevando seu valor comercial e cultural (ALVARENGA *et al.*, 2011).

O milho é uma das principais culturas de grãos do mundo, sendo amplamente cultivado em diversas regiões, desde as Américas até a Ásia e a África. Por ser uma planta de clima quente, se adapta bem a diferentes tipos de solos e condições climáticas.

É também uma importante fonte alimentar e um componente permanente da dieta humana, além de representar 60 a 70% da nutrição de suínos e aves. Além disso, sua qualidade alimentícia oferece um substrato ideal para propriedades que, aliadas ao clima tropical e subtropical do Brasil (temperatura e umidade), favorecem o crescimento de

fungos, um problema constante (RODRIGUEZ-AMAYA, 2000).

## 2.6 Sistema de criação de gado em confinamento

Segundo Peixoto, Haddad e Boin (1989), o confinamento de bovinos destinados a produção de carne é o sistema onde os animais são colocados em piquetes ou currais para engorda, com área que restringe a locomoção dos mesmos, e onde os alimentos são fornecidos de forma controlada em cochos. É mais frequente na fase de terminação de bovino, mas também é utilizado para engordar bezerros desmamados, novilhos e novilhas, e vacas de descarte até atingirem peso de abate.

A criação de gado em confinamento tem como objetivo acelerar o ganho de peso e melhorar a qualidade da carne, permitindo um controle mais preciso da alimentação e do ambiente em que os animais são mantidos. Os bovinos em confinamento são alimentados com rações balanceadas que atendem às suas necessidades nutricionais para um crescimento rápido.

A Tabela 1 apresenta uma simulação de consumos de matéria seca e matéria natural para bezerros (150 kg de peso vivo em jejum) e touros (500 kg de peso vivo em jejum) consumindo forragem verde (25% MS), forragem seca (50% MS<sup>2</sup>), silagens de milho (20% ou 45% MS) e ração/concentrado (88% MS).

**Tabela 1: Consumo matéria seca, kg diário**

Categori a	Consumo (Kg MS*/cab/dia)	Consumo, kg MN*/cab/dia				
		Pasto verde (25% MS)	Pasto seco (50% MS)	Silage m milho (20% MS)	Silage m milho (45% MS)	Ração (88% MS)
Bezerro	4,050	16,200	8,100	20,250	9,000	4,602
Touro	11,250	45,000	22,500	56,250	25,000	12,784

Fonte: Brito, 2017.

A adoção do sistema de confinamento de bovinos permite controlar melhor os custos de produção dentro e fora do portão. Portanto, o lucro do produtor aumenta. Contudo, o levantamento dos custos da quarentena deve ser bem planejado, pois requer enormes recursos financeiros. A maior parte dos custos operacionais totais

<sup>2</sup> MS: matéria seca (alimento sem água); \*MN: matéria natural (alimento com água).

está relacionada com a compra de animais, seguida pela nutrição, que representa quase 90% (BARBOSA *et al.*, 2006).

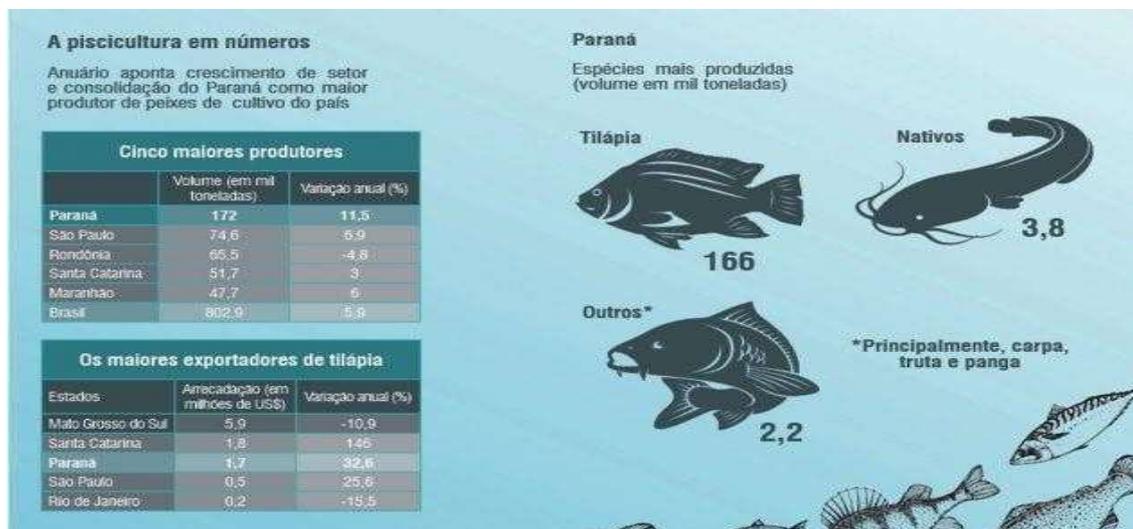
## 2.7 Piscicultura na região oeste paranaense

Segundo Scorvo, Martin e Ayroza (1998), a piscicultura tem sido impulsionada pela demanda e pela oferta simultaneamente. As taxas de retorno e de lucratividade são altas, comparativamente às de outras opções de investimento, enquanto a mudança do hábito alimentar a favor do pescado tem estimulado a produção de peixes in natura e industrializados.

A piscicultura no Oeste do Paraná tem se destacado como uma alternativa rentável e sustentável, contribuindo para o desenvolvimento econômico da região e para a geração de empregos. Além disso, a produção de peixes em sistema de cultivo intensivo tem se mostrado uma opção interessante para suprir a demanda crescente por alimentos saudáveis e de qualidade.

O bom desempenho da piscicultura no Paraná está diretamente relacionado à tilápia, considerada o carro-chefe da atividade no Estado, como podemos observar na Figura 1. A espécie começou a ser produzida no interior ainda na década de 1980, mas em pequena escala. Por ser um peixe com muito espinho, os produtores enfrentaram entraves na comercialização naqueles primórdios. Na década de 1990, no entanto, o produto passou a ser vendido em filés, agregando valor. Uma das viradas que contribuiu para a profissionalização do setor ocorreu no início dos anos 2000, quando as cooperativas passaram a apostar na tilápia. Com isso, a atividade ganhou em escala e atraiu novos produtores.

Figura 1 - Piscicultura em números



Fonte: Senkovski, 2021.

Os piscicultores da região utilizam técnicas modernas de criação, como a utilização de tanques-rede, onde os peixes são criados em ambientes controlados. Além disso, a região conta com uma vocação natural para a atividade, com clima adequado.

Atualmente o país é o 14º produtor mundial com uma produção de 562,5 mil toneladas de peixes, sendo 69,9% oriunda da criação de peixes, gerando um Produto Interno Bruto - PIB pesqueiro de cerca de R\$ 4,39 bilhões (FAO, 2016). Nesse cenário, o Paraná tem apresentado um expressivo crescimento na produção com aproximadamente 20,8% de acréscimo entre 2014 e 2015. Em relação ao total produzido no país, segundo dados do IBGE (2016), atualmente o estado ocupa o 2º lugar, com uma participação de 14,3% do total produzido no país. Esse crescimento foi mais intenso na região Oeste do estado, com uma forte expansão dos níveis de produtividade.

### 3 METODOLOGIA

Neste tópico serão abordados os elementos gerais da pesquisa, onde serão descritos os procedimentos utilizados para realização desse projeto; como também a descrição e interpretação da unidade de produção, os materiais e os métodos utilizados para alcançar o objetivo pretendido.

#### 3.1 Elementos gerais da pesquisa

Em relação ao tipo de pesquisa e sua forma de abordagem, este trabalho é classificado como pesquisa exploratória quantitativa, pois irá utilizar de um questionário com perguntas quantitativas para coleta dos dados, ou seja, traduzindo em números as opiniões e informações coletadas para classificá-las e analisá-las. Segundo Zanella *et al.* (2013), a pesquisa quantitativa é caracterizada pelo uso de instrumentos estatísticos, tanto para a coleta como também no tratamento dos dados, que tem como finalidade medir as possíveis relações entre as variáveis.

Quanto à natureza da pesquisa, este trabalho se classifica em pesquisa aplicada e operacional, que segundo Fleury e Werlang (2016), a pesquisa aplicada pode ser definida como um conjunto de atividades, nas quais os conhecimentos previamente adquiridos serão utilizados para a coleta, seleção e processamento dos fatos e dos dados captados, afim de se obter e confirmar resultados, e se gerar um impacto.

Segundo Andrade (2009), a Pesquisa Operacional (PO) é um método administrativo que engloba conceitos da economia, da matemática, da estatística e da informática. A partir da junção destes quatro conceitos, é possível analisar e tomar decisões com o intuito de otimizar uma gama diversificada de problemas.

Referente ao objetivo, esta pesquisa se classifica como exploratória, que segundo Piovesan e Temporini (1995), pode ser definida como: o estudo prévio realizado com a finalidade de melhor adequar o instrumento de medida à realidade que se pretende conhecer. Ou seja, tem por finalidade a ampliação do conhecimento a respeito de um determinado fenômeno, conhecer a variável de estudo tal como se apresenta, seu significado e o contexto onde ela será inserida.

Quanto aos procedimentos técnicos, esta pesquisa se classifica em um estudo de caso. Para Yin (2005), “o estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenômeno contemporâneo dentro de seu contexto da vida real” adequado quando “as circunstâncias são complexas e podem mudar, quando as condições que dizem respeito não foram encontradas antes, quando as situações são altamente politizadas e onde existem muitos interessados”.

Yin (2005) destaca também que muitos pesquisadores são pouco criteriosos em relação à estratégia de estudo de caso, devido a três fatores:

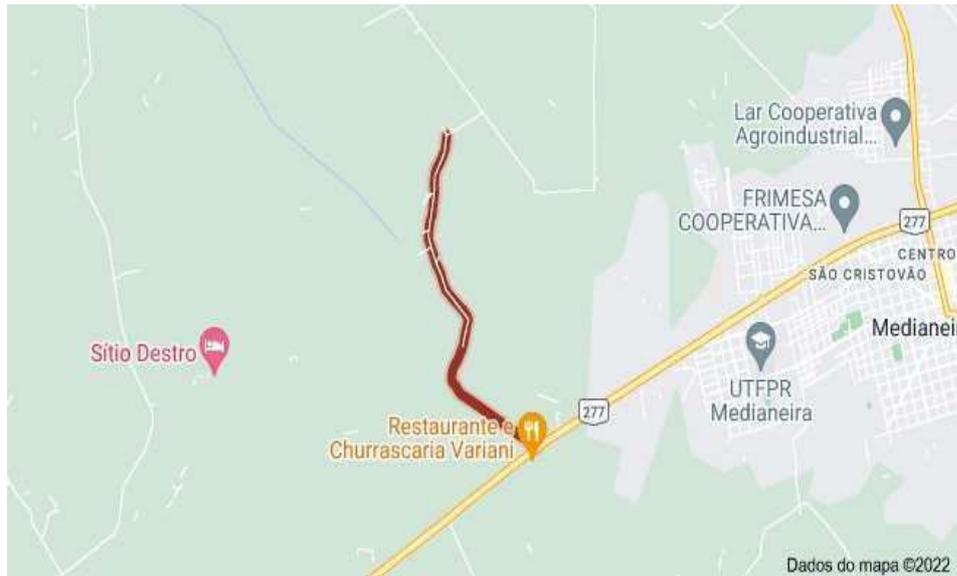
- a) à falta de rigor nas investigações;
- b) fornecem pouca base para generalizações;
- c) consomem muito tempo.

Desse modo deve-se evidenciar a classificação dos procedimentos como estudo de caso, pois busca analisar uma unidade de produção agropecuária – UPA e elaborar um modelo matemático tomando como base esta UPA.

### **3.2 Caracterização da unidade de produção**

Para a realização deste trabalho, fundamentado em pesquisas bibliográficas, foi selecionado uma propriedade rural de pequeno porte onde será realizada a coleta de dados. A UPA (unidade de produção agropecuária) estudada, encontra-se situada no interior do município de Medianeira, na área rural da Linha Saúde (Figura 2). A mesma foi selecionada pois, atende as principais necessidades específicas de uma pequena propriedade agrofamiliar, sendo composta por policulturas para uma pesquisa com captação de dados e entrevista.

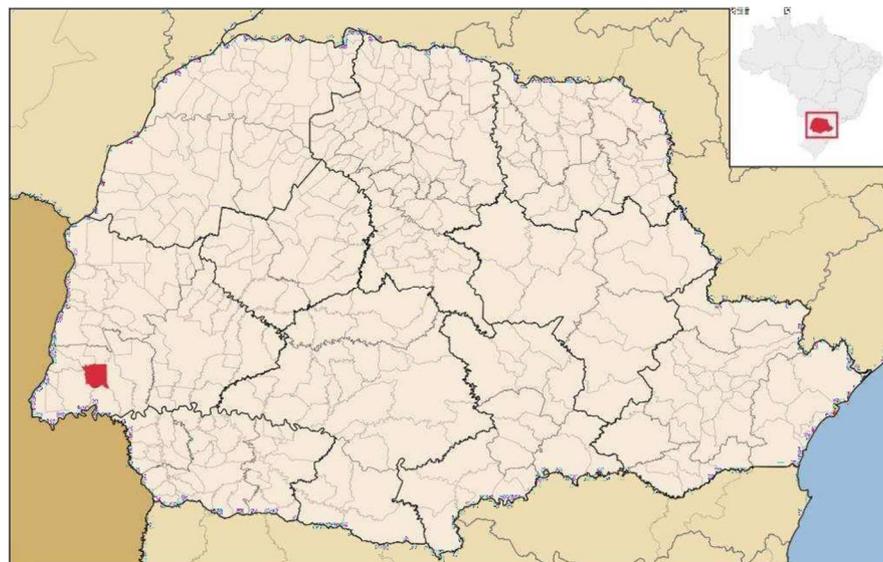
**Figura 2– Linha Saúde – Medianeira - Paraná**



Fonte: Google Maps, 2023.

Medianeira é uma cidade do Estado do Paraná. Os habitantes se chamam medianeirenses. O município se estende por 328,7 km<sup>2</sup> e contava com 46.198 habitantes no último censo (2019). Vizinho dos municípios de São Miguel do Iguçu, Matelândia e Iguçu, Medianeira se situa a 55 km ao Norte-Leste de Foz do Iguçu, a maior cidade nos arredores, como se pode observar na Figura 3.

**Figura 3 - Mapa do Estado do Paraná**



Fonte: Medianeira, PR.<sup>3</sup>

<sup>3</sup> <http://www.medianeira.pr.gov.br>. Acesso em: 8 abr. 2023.

O clima de Medianeira é subtropical úmido, com temperatura média anual de 19°C. O mês mais quente é dezembro com máxima pouco superior a 30 °C e o mais frio julho com mínima próxima dos 8 °C. As chuvas são abundantes durante o ano todo, não havendo a ocorrência de uma estação seca. O índice pluviométrico do município é de 1 920 mm/ano, sendo o mês mais chuvoso outubro e agosto o menos chuvoso.

### **3.3 Dados da UPA**

Neste item serão apresentadas as principais características da Unidade de Produção Agropecuária escolhida, como a divisão das áreas para os cultivos das plantas, como estão organizadas as instalações, máquinas e equipamentos, além também da caracterização do rebanho da propriedade.

A UPA escolhida é composta por 19,99 hectares. Deste total, 15,72 ha são utilizados para agricultura, 2,05 ha para produção de proteína animal, 1,0 ha para moradia, com área de preservação de 1,22 hectares (Figura 4).

Na agricultura são cultivados soja e milho, tendo uma média de 850 sacas de soja, e 985 sacas de milho anuais. Já para a atividade de piscicultura é utilizada 1,05 ha, com cerca de 65 mil.ano-1 peixes da espécie Tilápia do Nilo.

É feito também na área de 1,0 ha, o plantio de gramíneas Estrela Africana (*Cynodon nlemfuensis*) usada tanto para o trato dos animais como no comércio para outros produtores em propriedades vizinhas.

Embora esse tipo de forragem reúna características nutricionais e também produtivas que permitam elevada produtividade por animal e por área, ainda é bastante restrito a informação disponível sobre o efeito de fatores ambientais, com a disponibilidade de N (nitrogênio) no solo, em relação aos componentes do crescimento vegetativo dessas pastagens.

**Figura 4 – Foto aérea da propriedade.**



**Fonte: Google Maps, 2023.**

### 3.3.1 Procedimentos gerais da pesquisa

A partir da revisão de literatura, analisaram-se os principais coeficientes zootécnicos e financeiros relacionados à produção de proteína animal (gado de corte e pescado) e produção vegetal (soja e milho).

Para isso, num primeiro momento, foram realizadas visitas e entrevistas ao agricultor da propriedade escolhida, para obter a interpretação da unidade de produção agropecuária e caracterização dos elementos relevantes à obtenção de resultados.

Após a coleta dos dados realizou-se a análise, e desenvolveu-se um modelo matemático para otimização de uma UPA caracterizada pela integração lavoura-pecuária. A técnica utilizada para modelar o problema foi a Programação Linear, que se insere na área do conhecimento denominada Pesquisa Operacional. Foi elaborado um modelo de otimização a fim de minimizar os impactos ambientais e maximizar a produção agropecuária de uma UPA.

### 3.3.2 Formulação do modelo matemático

Para a construção do modelo de otimização agropecuário é necessário seguir alguns procedimentos. Segundo Moreira (2010) primeiramente tem-se a necessidade de

realizar a identificação das variáveis relevantes, para então formular a função objetiva e as restrições. Para isso foram realizadas coletas de dados por meio de questionários (APÊNDICE A) aplicados ao produtor rural durante as entrevistas e visitas feitas na propriedade. Foram realizadas três visitas ao produtor, além de contato por *e-mail* e telefone.

A interpretação dos dados envolveu a utilização do programa *Excel* para criação de tabelas para organizar os dados e facilitar o desenvolvimento da identificação de variáveis relevantes, formulação de funções objetivo e formulação de restrições.

Para compor o modelo, foram levantadas a partir da literatura e dos dados coletados nas entrevistas um quadro representativo das relações e das restrições das atividades praticadas na UPA, disponível no Apêndice A. Na criação do modelo básico foram criados subprogramas cuja finalidade é criar o sistema de produção mais adequado para a unidade agrícola analisada.

Após a realização de tais procedimentos, houve então a necessidade de se aplicar e resolver o modelo matemático. Para isso, foi necessário escolher algum método de solução, como pacotes computacionais ou ferramentas de programação. O modelo matemático de otimização desta pesquisa ocorreu pelo processamento com o uso do *software* LINGO.

Os resultados foram então avaliados e modificados para garantir que o modelo fosse consistente com a proposta original. O objetivo desta verificação é fornecer um nível de confiança aceitável. Para Sandmann e Barros (2010), a variação entre o modelo e o sistema real observado tem que ser inferior a 20%. Por fim, sugere-se a implementação da solução na prática, transformando os resultados do modelo em decisões.

Portando, o resultado do modelo foi avaliado e verificado se condizia com a realidade, podendo assim o agricultor implementar e programar em sua propriedade e verificar os resultados na prática.

### 3.3.3 *Software* Lingo

LINGO 18.0 (*Lindo Systems Inc*, Chicago, EUA) é uma ferramenta abrangente projetada para acelerar e construir e resolver modelos lineares e não lineares com mais eficiência. A linguagem de modelagem LINGO permite que você expresse seu modelo de forma intuitiva e direta usando variáveis de soma e subscrito, assim como usar lápis e papel (LINDO SYSTEMS INC., 2019).

LINGO permite construir modelos que extraem informações diretamente de bancos de dados e planilhas. Além disso, as informações da solução podem ser enviadas diretamente para um banco de dados ou planilha, facilitando a geração de relatórios na aplicação de sua preferência (LINDO SYSTEMS INC., 2019).

### **3.4 Descrição do modelo**

O modelo matemático foi desenvolvido pela plataforma LINGO 4.0, que consiste em um conjunto de equações para descrever o sistema produtivo das unidades de produção agrícola, incluindo suinocultura, avicultura e produção de grãos.

As equações foram estruturadas na forma de um modelo de programação matemática, a qual utiliza a técnica da programação linear e se divide em três partes: função objetiva, restrições e um conjunto de condições de não negatividade para as  $n$  variáveis de escolha (MACUCULE; SANDMANN; HELLMANN, 2015). O modelo pode ser visualizado na íntegra no Apêndice B.

A otimização deste modelo está sujeita a restrições. Ou seja, os valores das variáveis de decisão que maximizam o conjunto de funções objetivo são motivados a respeitar determinadas restrições técnicas e comportamentais. A restrição não negativa é imposta pelo fato de que valores negativos não têm significado físico (SANDMANN, 2009).

### **3.5 Função Objetiva**

Observando-se que, na maioria das propriedades, se inserem nas dificuldades de compreensão sobre as tecnologias, segue as sequencias, das formas de aplicação das Para obtenção dos resultados foi analisada uma função objetivo que visa maximizar o desempenho econômico do mês e do ano.

Considerou-se, para a elaboração das funções objetivas:

- a) Valor de venda e ganho por lotes de bovinos;
- b) Custos gerados para a produção dos bovinos;
- c) Valor agregado bruto por hectare para o plantio da cultura da soja e domilho grão.

#### **3.5.1 Dados de entrada e restrições**

Partindo da descrição da função objetiva, foram elaboradas as restrições que se basearam na produção bovinos e pescados; distribuição da superfície de área útil;

produção de proteína vegetal para venda e suas restrições e necessidades em relação aos nutrientes para a otimização da produção.

### **3.6 Estrutura formal do modelo**

A estrutura formal do modelo agropecuário é composta por diversos elementos que interagem entre si para garantir a produção agrícola e pecuária. Esses elementos incluem:

- i. Propriedades rurais: são as áreas onde ocorre a produção agropecuária. Podem variar em tamanho, tipo de produção e localização.
- ii. Máquinas e equipamentos agrícolas: são utilizados para o preparo do solo, plantio, colheita, irrigação, transporte, entre outras atividades. Esses equipamentos podem ser movidos a combustíveis fósseis ou elétricos.
- iii. Insumos agrícolas: incluem fertilizantes, pesticidas, sementes, rações, entre outros. São utilizados para melhorar a produtividade e a qualidade dos produtos agrícolas e pecuários.
- iv. Genética: é utilizada para selecionar as espécies e variedades mais adaptadas às condições de clima e solo. A seleção genética pode ser feita por meio de cruzamento, mutação ou engenharia genética.
- v. Mão de obra: são os trabalhadores que atuam na produção agropecuária. Podem ser empregados diretos ou terceirizados e podem atuar em diversas funções, desde o plantio até a colheita, transporte e venda dos produtos.
- vi. Infraestrutura de transporte e armazenagem: são os meios utilizados para transportar os produtos agrícolas e pecuários até os locais de consumo. Incluem estradas, ferrovias, portos, entre outros. A armazenagem é importante para garantir a qualidade e a conservação dos produtos.
- vii. Legislação e regulamentação: incluem as leis e normas que regulam a produção agropecuária, visando garantir a segurança alimentar, a proteção do meio ambiente e a saúde dos trabalhadores e consumidores.

Esses elementos formam uma estrutura formal que pode variar de acordo com as características locais e as demandas do mercado. Eles trabalham juntos para compor a estrutura formal do modelo agropecuário e garantir a produção de alimentos e recursos naturais de forma eficiente e sustentável.

Existem muitas fórmulas e modelos matemáticos para diferentes áreas de estudo.

$$\text{Maximizar } \sum cx$$

Sujeito a:

$$Ax \leq f$$

$$Bx \leq b$$

Onde:

C = vetor linha da margem bruta anual das atividades (grãos, pescado, etc.);

x = vetor linha das atividades do sistema de produção (animais, pastagens, culturas, concentrados, etc.);

A = matriz envolvendo as restrições de alimentação dos bovinos;

B = matriz das restrições de superfície e mão de obra;

b = vetor coluna de restrições relativas à mão de obra e a superfície;

A partir das matrizes A e B, temos os seguintes conjuntos de restrições:

$Ax \leq f$  (restrições para alimentação dos bovinos):

$$ep_t + em_t \leq ea_t \quad (t = 1, 2, \dots, 12)$$

Onde:

$ep_t$  = energia necessária para a produção pescado no mês t;

$em_t$  = energia necessária para manutenção pescado no mês t;

$ea_t$  = energia disponível nos alimentos para o pescado no mês t

As restrições de mão- de- obra e superfície:

$Bx \leq b$ , restrições de superfície e de mão de obra, as únicas limitadas por um  $b > 0$ .

$$\sum h * w_t < I * W_t$$

$$\sum x_t < SAU$$

Onde:

$\sum h * w_t$  = soma de horas de mão-de-obra;

SAU = Superfície Agrícola Útil;

O modelo prevê ainda restrições relativas a rotações de culturas e ligação entre restrições, as quais devem ser formuladas de acordo com as especificidades da unidade de produção (SILVA NETO; OLIVEIRA, 2007).

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O modelo de programação, elaborado conforme o procedimento descrito acima foi utilizado para analisar as possibilidades de melhoria da renda do produtor, podendo auxiliar o mesmo onde melhor investir seu capital econômico.

Assim, este tópico apresenta os principais resultados e discussões relativos às soluções propostas pelo modelo sobre o sistema de produção animal e vegetal.

### 4.1 Comparação do modelo com a situação atual

A partir dos dados coletados nas entrevistas com o agricultor referente aos condicionantes econômicos e financeiros calculou-se o rendimento líquido da situação atual da propriedade que resultou em um valor bianual de R\$ 570.680,00. Vale destacar que não foram considerados os gastos com infraestrutura.

Com uso do Modelo desenvolvido alcançou-se o resultado econômico anual de R\$602.742,00. Comparando-se este valor com o obtido pela situação atual verifica-se uma diferença de 5,3%. Este valor está de acordo com os achados de Sandmann e Barros (2010) que desenvolveu modelo de uma unidade de produção agropecuária de pequeno porte.

Segundo Sandmann e Barros (2010), O *software* LINGO pode ser uma ótima ferramenta de otimização matemática voltada ao agronegócio. Isso porque após a construção do modelo, o programa exibe um relatório de solução mostrando a quantidade de variáveis e o resultado ótimo da função objetivo. Na primeira consta os nomes das variáveis ("*Variable*") e cujos valores se encontram na coluna central ("*Value*"). A última coluna é denominada "*Reduced Cost*" para cada variável do problema (Figura 5).

**Figura 5 - Primeira parte do relatório de solução do software LINGO**

Variable	Value	Reduced Cost
REA	621080.6	0.000000
SAU	14.40000	0.000000
W	216.0000	0.000000
WP	64.80000	0.000000
WG	151.2000	0.000000
CW	2000.000	0.000000
PN	3250.000	0.000000
NC	50.00000	0.000000
BVD	162500.0	0.000000
LOTENV	8.000000	0.000000
CR	500.0000	0.000000
CN	2200.000	0.000000
VOLUMOSO	39000.00	0.000000
NVC	110000.0	0.000000
LOTENV1	1.000000	-42584.28
LOTENV2	1.000000	-42584.28
LOTENV3	1.000000	-42584.28
LOTENV4	1.000000	-42584.28
LOTENV5	1.000000	-42584.28
LOTENV6	1.000000	-42584.28
LOTENV7	1.000000	-42584.28
LOTENV8	1.000000	-42584.28
LOTEGADO	8.000000	0.000000

**Fonte: Autoria própria, 2023.**

Na segunda parte do relatório, como mostra na Figura 6, a coluna da esquerda (“Row”), são apresentados nomes, desde que tenham sido atribuídos, ou seja, destacados entre colchetes ou número de linhas do programa. O “Slack” ou “*Surplus*”, na coluna central, indica o excesso ou folga em restrições. A coluna à direita, “*Dual Price*”, pode ser compreendida como a quantia pela qual a função objetiva melhoraria/pioraria, quando o lado direito das restrições é aumentado ou diminuído em uma unidade (SANDMANN; BARROS, 2010).

**Figura 6 - Segunda parte do relatório de solução do software LINGO**

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	621080.6	1.000000
SUPERFICIE	0.000000	13431.00
MAODEOBRA	0.000000	0.000000
MAODEOBRAPESCADO	0.000000	0.000000
MAODEOBAGADO	0.000000	0.000000
MAODEOBRA TOTAL	0.000000	0.000000
CUSTOWORK	0.000000	-24.000000
PRECOVENDANOVIHA	0.000000	400.000000
NUMEROCABECAS	0.000000	8400.000000
BOIVENDA	0.000000	8.000000
LOTENOVIHA	0.000000	0.000000
CUSTODOREBANHO	0.000000	0.000000
CUSTONOVIHA	0.000000	-400.000000
VOLUMOSOPORLOTE	0.000000	-2.033994
NOVIHACOMPRA	0.000000	-8.000000
NUMEROLOTE1	0.000000	0.000000
NUMEROLOTE2	0.000000	0.000000
NUMEROLOTE3	0.000000	0.000000
NUMEROLOTE4	0.000000	0.000000
NUMEROLOTE5	0.000000	0.000000
NUMEROLOTE6	0.000000	0.000000
NUMEROLOTE7	0.000000	0.000000
NUMEROLOTE8	0.000000	0.000000
LOTEGADO1	0.000000	0.000000
TOTALDELOTESNOVIHA	0.000000	0.000000

Fonte: Autoria própria, 2023.

As diferenças entre os resultados obtidos no modelo e a situação atual estão relacionadas com diferenças na distribuição das culturas. No verão o proprietário planta soja em toda a área e no inverno planta milho em toda a área. Isso significa que não haverá plantio de milho no verão. Esse modelo divide a terra de forma diferente e em vez de plantar toda a terra com soja no verão e no inverno, planta-se apenas milho.

Na situação atual, o agricultor considera a rotatividade das culturas – folha larga e folha estreita – motivado por um maior equilíbrio no que tange ao controle de pragas e doenças, característica de cada cultura, e ainda o melhor aproveitamento dos nutrientes do solo.

#### 4.2 Sistema de produção proposto nas soluções do modelo

A função objetiva da primeira simulação realizada buscou maximizar o resultado econômico bianual (REA), o que forneceu um resultado econômico anual maior sobre o sistema atual.

As simulações são apresentadas na Tabela 2 na qual se verificam as principais diferenças entre as simulações e a situação atual. Pode-se observar que, de uma maneira geral, os sistemas de produção indicados pelas simulações diferem pouco em

relação a situação atual. O resultado econômico em MAX = REA foi de R\$602.742,00; deve-se levar em consideração que o modelo trabalhou com dois anos de produção da UPA, no qual se fosse dividido anualmente teríamos um valor estimado de R\$ 301.371,00 e na situação atual R\$ 278.000,00.

**Tabela 2 - Resultados da otimização do modelo (REA) e da situação atual (observada)**

<b>Variável</b>	<b>Descrição (Ano 1 e Ano 2)</b>	<b>Unidade</b>	<b>Modelo (REA)</b>	<b>Modelo atual</b>
<b>REA</b>	Resultado econômico bianual	Reais	R\$ 602.742,00	R\$ 556.000,00
<b>SAUV</b>	Área disponível utilizada verão	Hectare	15.7	15.7
<b>SAUI</b>	Área disponível utilizada inverno	Hectare	15.7	15.7
<b>SOJA 1</b>	Quant. Hectare plantiodes Soja	Hectare	15.7	15.7
<b>SOJA 2</b>	Quant. Hectare plantiodes Soja	Hectare	0	15.7
<b>MILHO INV 1</b>	Quant. Hectare plantiodes Milho Inverno	Hectare	11.28	11.28
<b>MILHO INV 2</b>	Quant. Hectare plantiodes Milho Inverno	Hectare	15.7	15.7
<b>SILAGEM INV 1</b>	Quant. Hectare plantiodes Silagem Inverno	Hectare	4.42	4.42
<b>SILAGEM INV 2</b>	Quant. Hectare plantiodes Silagem Inverno	Hectare	0	0
<b>MILHO VER 1</b>	Quant. Hectare plantiodes Milho Verão	Hectare	0	0
<b>MILHO VER 2</b>	Quant. Hectare plantiodes Milho Verão	Hectare	11.8	11.8
<b>SILAGEM VER1</b>	Quant. Hectare plantiodes Silagem Verão	Hectare	0	0

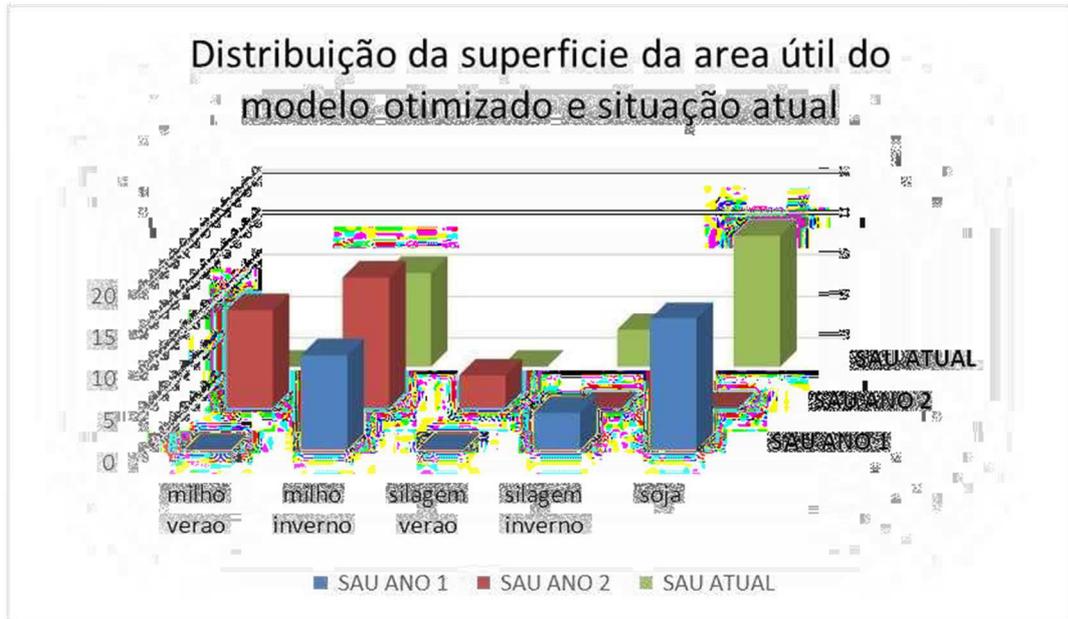
<b>Variável</b>	<b>Descrição (Ano 1 e Ano 2)</b>	<b>Unidade</b>	<b>Modelo (REA)</b>	<b>Modelo atual</b>
<b>SILAGEM VER2</b>	Quant. Hectare plantiõe de Silagem Verão	Hectare	3.9	3.9
<b>LOTE BOVINO 1</b>	Quant. Lote Bovino Ano 1	Unidade	4	4
<b>VENDA BOVINO 1</b>	Rendimento anual lote bovino	Reais	R\$ 196.000,00	R\$ 196.000,00
<b>LOTE BOVINO 2</b>	Quant. Lote Bovino Ano 2	Unidade	4	4
<b>VENDA BOVINO 2</b>	Rendimento anual lote bovino	Reais	R\$ 196.000,00	R\$ 196.000,00
<b>LOTE PESCADO 1</b>	Quant. Lote Pescado Ano 1	Unidade	2	2
<b>VENDA PESCADO 1</b>	Rendimento anual lote pescado 1	Reais	R\$ 37.000,00	R\$ 37.000,00
<b>LOTE PESCADO 2</b>	Quant. Lote Pescado Ano 1	Unidade	1	1
<b>VENDA PESCADO 2</b>	Rendimento anual lote pescado 2	Reais	R\$ 74.000,00	R\$ 74.000,00

**Fonte: Autoria própria, 2023.**

Pode-se observar na Tabela 2, que ao compilar a função objetiva 1, a UPA tem condição de utilizar uma área de 15,7 ha, isto é, utilizar toda a área própria, utilizando assim, 100% de toda SAU para a produção de soja e milho destinados a venda.

Na busca de uma compreensão melhor dos resultados obtidos nas simulações, construiu-se o Gráfico 1, o qual ilustra a distribuição da superfície da área útil do modelo otimizado e situação atual.

**Gráfico 1 - Distribuição da superfície da área útil do modelo otimizado e situação atual**



**Fonte: Autoria própria, 2023.**

No Gráfico 1, o modelo otimizado escolhe plantar soja somente no primeiro ano e no segundo, os 15.7 de milho, dos quais 4.42 há serão destinados a produção de silagem para o trato do animal de corte.

O modelo da situação atual o produtor faz a chamada rotação de cultura entre soja e milho, com objetivo principal de melhorar a saúde do solo, prevenir o esgotamento de nutrientes, impedir possíveis erosões, reduzir o risco de pragas e danos, além de diversificar as fontes de renda do produtor ao longo do ano.

Os agricultores geralmente fazem escolhas com base em uma avaliação cuidadosa das condições locais do solo, clima, histórico de cultivo e objetivos agrícolas específicos. Recomenda-se que os agricultores busquem orientação agrônômica local ou consultem especialistas em extensão agrícola para desenvolver planos de rotação de culturas adaptados às suas circunstâncias específicas.

## 5 CONCLUSÃO

A partir da revisão de literatura, buscou-se entendimento acerca da produção de proteína animal e vegetal, verificando-se a importância da modelagem matemática para otimização de uma UPA objetivando o aumento na produtividade ensejando-se maior lucratividade ao produtor.

Para finalizar conseguiu-se, com o presente trabalho, definir um sistema de produção, conforme o modelo acima mencionado que, por meio das simulações e dos resultados acerca do sistema de produção apresentado pelo modelo que maximiza o resultado econômico anual, ambos se adaptam bem a UPAs de pequeno porte. Pode-se, também, elaborar procedimentos que permitam a avaliação e a análise de outros resultados.

Para trabalhos futuros sugere-se a inserção de outras pastagens além da silagem, a utilização do esterco dos bovinos como complementação da adubação do solo, adequando a parte ambiental da propriedade.

Deste modo, pode-se construir outros modelos com outros objetivos para introdução de novas atividades na agricultura. Pode-se, também, elaborar procedimentos que permitam a avaliação e a análise de outros resultados.

## REFERÊNCIAS

- ABREU, L. S. **Impactos sociais e ambientais na agricultura: uma abordagem histórica de um estudo de caso.** EMBRAPA-SPI, p. 17-43, 1994.
- ALMEIDA, L. M. W. & PALHARINI, B. N. **Os mundos da matemática em atividades de modelagem matemática.** Bolema vol. 26, n. 43, Rio Claro, ago.2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica.** 1ª ed. São Paulo: Editora Contexto, 2013.
- ALVARENGA, R. C.; NETO, M. M. G.; CASTRO, A. A. D. N.; COELHO, A. M.;
- CLEMENTE, E. P. Rendimento do consórcio milho - Urochloa brizantha afetado pela localização do adubo e aplicação de herbicida. **Revista brasileira de milho e sorgo, Sete Lagoas**, v. 10, n. 3, p. 224-234, 2011.
- ANDRADE, D. R.; YASUI, G. S. Manejo da reprodução natural e artificial e sua importância na produção de peixes no Brasil. **Revista brasileira de reprodução animal**, v. 27, n. 2, p. 166-172, 2003.
- ANDRADE, E. L. de. **Introdução à pesquisa operacional: Métodos e Modelos Para a Análise de Decisão.** 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- ANDRADE, E. L. **Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisão.** 2ª ed., p. 276, 1998.
- ARAGÃO, A; CONTINI, E. **O Agro no Brasil e no mundo.** Ed. 2022. Brasília: Embrapa, 2022. Disponível em:  
<https://www.embrapa.br/documents/10180/26187851/O+agro+no+Brasil+e+no+mundo/098fc6c1-a4b4-7150-fad7-aaa026c94a40>. Acesso em: 30 nov. 2023.
- BARBOSA, F. A.; GUIMARÃES, P. H. S.; GRAÇA, D. S.; ANDRADE, V. J.; CEZAR, I. M.; SOUZA, R. C.; LIMA, J. B. M. P. **Análise da viabilidade econômica da terminação de bovinos de corte em confinamento: uma comparação de dois sistemas.** In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 43., João Pessoa, PB. Anais[...]. João Pessoa, PB: SBZ, 2006. CD-ROM.
- BARBOSA, J. C. **Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective.** Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, v. 38, n. 3, p. 293-301, 2006.
- BARBOZA, A. O. **Simulação e técnicas da computação evolucionária aplicadas a problemas de programação linear inteira mista.** 2005. Pós-Graduação em Eng. Elétrica e Informática Industrial. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2005.
- Barboza, J. V. **Modelagem matemática e computacional do escoamento de grãos de soja utilizando o método dos elementos discretos.** 2016.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática.** São Paulo: Contexto, 2004.

BERNARDES, M. S. **Modelagem matemática aplicada à agricultura**. FNP CONSULTORIA & COMÉRCIO. AGRIANUAL, 2000. Anuário de agricultura brasileira, São Paulo, 2000

BORTOLAIA, L. A. **Modelagem matemática e simulação do processo de secagem artificial de grãos de soja em secadores de fluxo contínuo**. 2011.

Brabo, M. F., et al. "Cenário atual da produção de pescado no mundo, no Brasil no estado do Pará: ênfase na aquicultura." *Acta of Fisheries and Aquatic Resources* 4.2 (2016): 50-58.

BRIESEMEISTER, M.; BORBA, M. P. de. **Programação matemática aplicada ao gerenciamento de projetos**. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 34., 2014, Curitiba. Engenharia de Produção, Infraestrutura e Desenvolvimento Sustentável: a Agenda Brasil+10. Curitiba - PR, 2014.

BRITO, F. Ajuste na matéria seca (MS) da dieta de bovinos e corte. **Agroceres**, São Paulo, 2017. Disponível em: <https://agroceresmultimix.com.br/blog/ajuste-materia-seca/>. Acesso em: 30 nov. 2023.

DAMASCENO, D. Em 2022 exportação brasileira de carne gerou aumento de quase 30% na receita cambial. **Sou Agro**, Cascavel, 2023. Disponível em: <https://souagro.net/noticia/2023/01/em-2022-exportacao-brasileira-de-carne-gerou-aumento-de-quase-30-na-receita-cambial/>. Acesso em: 30 nov. 2023.

DAUDE, B. **Ensino e aprendizagem de matemática por meio da modelagem matemática: EXPERIÊNCIA NUMA ALDEIA INDÍGENA**. *Building the way* - Revista do Curso de Letras da UEG/Itapuranga, p. 90-102, 2012.

FLEURY, M. T. L.; DA COSTA WERLANG, S. R. Pesquisa aplicada: conceitos e abordagens. **Anuário de pesquisa GVPesquisa**, 2016.

FORTES, A.B. **Compêndio de história do Rio Grande do Sul**. Porto Alegre: Editora Sulina, p. 174, 1981.

GOOGLE. **Google Maps**. Disponível em: <https://mymaps.google.com/>. Acesso em: 30 nov. 2023.

HERMES, ZANELLA, LIANE, et al. **Técnicas de pesquisa**. 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/192011>. Acesso em: 30 nov. 2023.

HORNGREN, C. T.; FOSTER, G.; DATAR, S. M. **Contabilidade de custos**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000, p. 286.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. 4 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

MACUCULE, O. E.; SANDMANN, A.; HELLMANN, L. Produção de proteína animal e reuso na própria unidade produtora. **Revista eletrônica científica inovação e tecnologia**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Medianeira. Medianeira – PR. v. 2, n. 12, p. 78-85, jul./dez. 2015.

McCLOUD, D.E.; BULA, R.J. **Climatic factors in forage production.** *In:* HEATH, M.E.; BARNES, R.F.; METCALFE, D.S. Forages. The Science of Grassland Agriculture. Ames: Iowa State university Press, 1985, p.33-42.

MÖHLER, B.C. **Avaliação das características de secagem dos grãos de soja.** Porto Alegre, 2010.

NUNES, L. R. **Saiba como funciona a pecuária brasileira no mundo.** Faculdade de Gestão e Inovação, 2023. Disponível em: <https://www.fgi.edu.br/post/saiba-como-funciona-a-pecuaria-brasileira-no-mundo>. Acesso em: 30 nov. 2023.

PEIXOTO, A. M.; HADDAD, C. M.; BOIN, C. BOSE, M. L. V. **O confinamento de bois.** 4. ed. São Paulo: Globo, 1989.

PIOVESAN, A.; TEMPORINI, E. R. Pesquisa exploratória: procedimentometodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública. **Revista de saúde pública**, v. 29, p. 318-325, 1995.

PPM 2020: rebanho bovino cresce 1,5% e chega a 218,2 milhões de cabeças. IBGE, 2021. Editora: Estatísticas Econômicas, 2021. Disponível em: <https://agenciadenoticias.ibge.gov.br/agencia-sala-de-imprensa/2013-agencia-de-noticias/releases/31722-ppm-2020-rebanho-bovino-cresce-1-5-e-chega-a-218-2-milhoes-de-cabecas>. Acesso em: 08 abr. 2023.

Prefeitura Municipal de Medianeira – Paraná. Disponível em: <http://www.medianeira.pr.gov.br>. Acesso em: 8 abr. 2023.

Produção da Pecuária Municipal 2015. Rio de Janeiro: IBGE, 2016.

RODRIGUEZ-AMAYA, D. B. **Occurrence of micotoxins and micotoxin-producing fungi in Latin America.** *In:* DE KOE, W. J.; SAMSON, R. A.; VAN EGMOND, H. P.;

GILBERT, J.; SABINO, M. (Ed.). Mycotoxins and phycotoxins in perspective at the turn of the millennium. Wageningen: Ponsen and Looyen, 2000, p. 309-320.

SANDMANN, A. e BARROS, M. J. **Modelagem matemática dos condicionantes técnicos econômicos financeiros de uma unidade de produção agropecuária com bovinocultura de leite.** Medianeira: Editora Independente, 2010.

SANDMANN, A. **Maximização econômica em unidade produtiva agropecuária com reutilização dos efluentes gerados.** Tese de (doutorado) – Universidade Federal de Campina Grande, 2013.

SANDMANN, A. **Modelagem matemática dos condicionantes técnicos, econômicos e financeiros de uma unidade de produção agropecuária com bovinocultura de leite.** 2009. 76 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática), UNIJUI – Universidade regional do Noroeste do Estado do Rio GrandeDo Sul, Ijuí – RS, 2009.

SANTOS, M. O. **Programação matemática - otimização linear.** Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC, Universidade de São Paulo – USP, 2010.

SANTOS, MV et al. **Novos desafios da pesquisa em nutrição e produção animal.** Pirassununga: Editora D, 2010.

SANTOS, T. **Brasil produz comida para alimentar até 1,6 bilhão de pessoas.** Cotripal, 2022. Disponível em: <https://cotripal.com.br/brasil-produz-comida-para-alimentar-ate-16-bilhao-de-pessoas>. Acesso em: 30 nov. 2023.

SCORVO FILHO, J. D.; MARTIN, N. B.; AYROZA, L. M.S. **Piscicultura em São Paulo: custos e retornos de diferentes sistemas de produção na safra 1996/97.** Informações econômicas, 28(3): 41-60, mar. 1998.

SENKOVSKI, A. Paraná amplia liderança como maior produtor de peixes de cultivo do país. **Sistema FAEP**, Curitiba, 2021. Disponível em: <https://www.sistemafaep.org.br/parana-amplia-lideranca-como-maior-produtor-de-peixes-de-cultivo-do-pais/#:~:text=Til%C3%A1pia%3A%20o%20carro%2Dchefe,1980%2C%20mas%20em%20pequena%20escala>. Acesso em: 30 nov. 2023.

SILVA NETO, B.; OLIVEIRA, A. de. **A programação matemática na análise de sistemas de produção agropecuária.** Parte I. Ed. UNIJUÍ – Ijuí, 2007.

Teixeira, J. C., & Hespanhol, A. N. **A trajetória da pecuária bovina brasileira.** *Caderno Prudentino De Geografia*, 2(36), 26–38, 2015.

Teixeira, J.D. **Modernização da agricultura no Brasil: impactos econômicos, sociais e ambientais,** Revista Eletrônica da Associação dos Geógrafos Brasileiros –Seção Três Lagoas, 2005.

**The state of world fisheries and aquaculture: opportunities and challenges.** Rome: FAO, p. 243, 2016.

VIEIRA FILHO, J. E. R.; FISHLOW, A. **Agricultura e indústria no Brasil: inovação e competitividade.** Brasília: Ipea, 2017.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos.** 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.