UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

MILENA PEREIRA DALLE CORT

ESTUDO EXPERIMENTAL DE UM MOTOR-FOGUETE DE PROPULSÃO SÓLIDA COM A APLICAÇÃO DE CATENOIDE NO BOCAL CONVERGENTE-DIVERGENTE

PATO BRANCO

2023

# MILENA PEREIRA DALLE CORT

# ESTUDO EXPERIMENTAL DE UM MOTOR-FOGUETE DE PROPULSÃO SÓLIDA COM A APLICAÇÃO DE CATENOIDE NO BOCAL CONVERGENTE-DIVERGENTE

# Experimental study of a solid propellant rocket motor with the application of a catenoid in the convergent-divergent nozzle

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica do Curso de Bacharelado em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Marcio Tadayuki Nakaura

# PATO BRANCO 2023



Esta licença permite download e compartilhamento do trabalho desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es), sem a possibilidade de alterá-lo ou utilizá-lo para fins comerciais. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

# MILENA PEREIRA DALLE CORT

# ESTUDO EXPERIMENTAL DE UM MOTOR-FOGUETE DE PROPULSÃO SÓLIDA COM A APLICAÇÃO DE CATENOIDE NO BOCAL CONVERGENTE-DIVERGENTE

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica do Curso de Bacharelado em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Data de aprovação: 30 de novembro de 2023

Prof. Francisco Augusto Aparecido Gomes Doutor Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Fabiano Ostapiv Doutor Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof. Marcio Tadayuki Nakaura - Orientador Mestre Universidade Tecnológica Federal do Paraná

> PATO BRANCO 2023

Aos meus pais, por tudo que fizeram ao longo de suas vidas para que este momento se tornasse possível.

#### AGRADECIMENTOS

Expresso minha sincera gratidão ao Prof. Marcio Tadayuki Nakaura, cujo apoio e dedicação foram essenciais ao longo deste trabalho. Desde a escolha do tema até o incentivo contínuo para melhorias, ele revelou um comprometimento notável. Seu incansável empenho e apoio incondicional foram indispensáveis. Agradeço sinceramente por sua orientação valiosa, que tornou possível a conclusão deste trabalho.

Agradeço ao Prof. Guilherme Bertoldo, por compartilhar sua bancada de testes e por ter disponibilizado seu tempo para auxiliar nos primeiros testes.

Aos meus pais, Gilmar e Elaine, e aos meus irmãos, Luidgi e Eduardo, por terem insistido tanto para que eu não desistisse dos meus sonhos e me apoiado durante toda a graduação, meu muito obrigada por acreditarem em mim.

Também agradeço ao NUAPE (Núcleo de Acompanhamento Psicopedagógico e Assistência Estudantil da UTFPR), que desempenhou um papel crucial no meu percurso acadêmico. Em especial, agradeço à psicóloga Giliane e à pedagoga Eliane, cujo suporte e acolhimento foram fundamentais e contribuíram significativamente para o meu desenvolvimento acadêmico e pessoal.

"Não há nada impossível; há só vontades mais ou menos enérgicas". Jules Gabriel Verne

#### RESUMO

Embora os princípios fundamentais dos motores-foguete estejam bem consolidados, tornando essa tecnologia consideravelmente madura, ainda há amplas oportunidades para conquistar avanços significativos nessa área. Um exemplo notável são as inovações introduzidas por empresas privadas que compõem o "NewSpace", como a SpaceX. No contexto do desenvolvimento espacial, o estudo do motor-foguete abrange várias áreas, incluindo a engenharia, que aborda desde o projeto da geometria até a análise do comportamento da combustão. O estudo apresentado neste trabalho foca na implementação de uma curva catenária para fazer a transição da seção convergente-divergente do bocal. O propelente sólido utilizado no motor-foguete foi uma composição de nitrato de potássio e sacarose. O bocal convergente-divergente, também conhecido como tubeira, que incorporou a curva catenária, resultando na formação de um catenoide, demonstrou um excelente desempenho nos testes experimentais. Foram conduzidos mais de dez testes estáticos, todos os quais foram bem-sucedidos, com uma taxa de sucesso de 100%. O impulso específico de 100,31 s, máximo alcançado pelo motor-foguete nos testes, utilizou 72,99 g de propelente com uma densidade de 1569,29 kg/m<sup>3</sup>.

**Palavras-chave:** bocal convergente-divergente; tubeira de foguete; catenária; propelente sólido; motor-foguete.

#### ABSTRACT

Although the fundamental principles of rocket motors are well-established, rendering this technology considerably mature, there remain ample opportunities to achieve significant advancements in this field. A notable example lies in the innovations introduced by private companies comprising the "NewSpace", such as SpaceX. Within the context of space development, the study of rocket motors encompasses various areas, including engineering, which spans from geometric design to combustion behavior analysis. The study presented in this work focuses on implementing a catenary curve to transition the convergent-divergent section of the nozzle. The solid propellant used in the rocket motor was a composition of potassium nitrate and sucrose. The convergent-divergent nozzle which incorporated the catenary curve, resulting in the formation of a catenoid, exhibited excellent performance in experimental tests. Over ten static tests were conducted, all of which were successful, with a success rate of 100%. The specific impulse of 100.31 s, the maximum achieved by the rocket engine in tests, utilized 72.99 g of propellant with a density of 1569.29 kg/m<sup>3</sup>.

Keywords: convergent-divergent nozzle; rocket nozzle; catenary; solid propellant; rocket motor.

#### **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 – Terce	ira lei de Newton	17
Figura 2 – Relaç	ões das razões de pressão, temperatura e área em função do nú-	
mero	de Mach	20
Figura 3 – Variáv	veis fundamentais para caracterização de um motor-foguete	21
Figura 4 – Princi	ipais componentes de um motor-foguete a propelente sólido	23
Figura 5 – Relaç	ão entre os diferentes núcleos de grão-propelente e o empuxo	
produ	Jzido	24
Figura 6 – Estru	tura molecular da Sacarose e do Sorbitol	26
Figura 7 – Press	ao na câmara de combustão	28
Figura 8 – Repre	esentação das seções de uma tubeira	29
Figura 9 – Gráfic	co da variação do empuxo ao longo do tempo para um motor-foguete	30
Figura 10 – Famíl	ia de curvas da catenária	33
Figura 11 – Difere	ença entre as curvas da catenária e da parábola	34
Figura 12 – Repre	esentação da catenoide.	34
Figura 13 – Caten	noide produzida utilizando a técnica da película de sabão	35
Figura 14 – Tubei	ra do motor-foguete A-100	36
Figura 15 – Motor	r-foguete A-100M	37
Figura 16 – Vista	lateral em corte da tubeira projetada	38
Figura 17 – Caten	nárias aplicadas somente na região da garganta	38
Figura 18 – Tubei	ra fabricada	39
Figura 19 – Vista	lateral da câmara de combustão projetada	39
Figura 20 – Câma	aras de Combustão	40
Figura 21 – Otimi	zação volumétrica da câmara de combustão	40
Figura 22 – Vista	lateral em corte do bulkhead	41
Figura 23 – Conju	unto Bulkhead e câmara de combustão	41
Figura 24 – Motor	r-foguete	42
Figura 25 – Proce	edimento de padronização da granulometria (150 μm)	43
Figura 26 – Mediç	ção da massa de Nitrato de Potássio	44
Figura 27 – Matriz	z de compactação	45
Figura 28 – Proce	edimento de prensagem	45

Figura 29 – Fonte utilizada para ignição	46
Figura 30 – Sistema de ignição	46
Figura 31 – Detalhe do acionamento do sistema de ignição	47
Figura 32 – Execução do teste estático do motor-foguete	47
Figura 33 – Empuxo produzido pelo propelente KNSu obtido a partir do fertilizante	50
Figura 34 – Empuxo médio produzido pelo propelente KNSu obtido a partir do fer-	
tilizante KNO3	51
Figura 35 – Empuxo do motor-foguete propelido a KNSu (utilizando KNO <sub>3</sub> puro) $\dots$	51
Figura 36 – Gráfico do teste porpelido a KNSb (utilizando KNO3 puro)	52
Figura 37 – Relações das razões de pressão, temperatura e área em função do nú-	
mero de Mach - KNSu (com KNO $_3$ Fertilizante e Puro)	55
Figura 38 – Relações das razões de pressão, temperatura e área em função do nú-	
mero de Mach - KNSb (com KNO $_3$ Puro) $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	56

#### LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Componentes da re	ção de combustão do KNSu	26
------------	-------------------	--------------------------	----

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

# Siglas

CNC	Comando Numérico Computadorizado
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
KNSb	Nitrato de Potássio - Sorbitol
KNSu	Nitrato de Potássio - Sacarose
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

# LISTA DE SÍMBOLOS

## LETRAS LATINAS

$\dot{m}$	Vazão mássica dos gases da combustão	[kg/s]
ρ	Densidade estática local	$[kg/m^3]$
$\rho^*$	Densidade crítica	$[kg/m^3]$
$ ho_0$	Densidade local deestagnação isentrópica	$[kg/m^3]$
A	Área local da tubeira	[m <sup>2</sup> ]
$A^*$	Área da garganta da tubeira	[m <sup>2</sup> ]
$A_2$	Área de saída da tubeira	[m <sup>2</sup> ]
$A_t$	Área da garganta	[m <sup>2</sup> ]
$c^*$	Velocidade característica	[s]
F	Força de empuxo	[N]
$g_0$	Aceleração gravitacional	$[m/s^2]$
$I_s$	Impulso específico	[s]
$I_t$	Impulso total	[Ns]
k	Razão de calor específico	[adimensional]
M	Número de Mach	[adimensional]
$m_p$	Massa do propelente	[kg]
p	Pressão estática local	[Pa]
$p^*$	Pressão crítica	[Pa]
$p_0$	Pressão local de estagnação isentrópica	[Pa]
$p_1$	Pressão na câmara de combustão	[Pa]
$p_2$	Pressão de saída da tubeira	[Pa]
$p_3$	Pressão ambiente	[Pa]
T	Temperatura estática local	[K]
t	Tempo	[s]
$T^*$	Temperatura crítica	[K]
$T_0$	Temperatura local de estagnação isentrópica	[K]
$v_2$	Velocidade de saída dos gases expelidos	[m/s]

### SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Considerações iniciais	14
1.2	Objetivos	15
1.2.1	Objetivo geral	15
1.2.2	Objetivos específicos	15
1.3	Justificativa	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO	17
2.1	Conceitos fundamentais da propulsão de um motor-foguete	17
2.1.1	Princípios básicos de operação	17
2.1.2	Relações termodinâmicas para um motor-foguete ideal	18
2.1.3	Етрихо	21
2.1.4	Classificação dos motores-foguete	22
2.2	Motor-foguete a propelente sólido	22
2.2.1	Grão-propelente	23
2.2.2	Câmara de combustão	27
2.2.3	Bocal convergente-divergente	28
2.2.4	Ignição	30
2.3	Parâmetros propulsivos de avaliação de desempenho	30
2.3.1	Impulso Total	31
2.3.2	Impulso Específico	31
2.3.3	Velocidade característica	32
2.4	A curva catenária	32
2.4.1	Definição da catenária	32
2.4.2	Catenária e parábola	34
2.4.3	A catenoide	34
3	MATERIAIS E MÉTODOS	36
3.1	Testes experimentais	36
3.1.1	Projeto do motor-foguete	36
3.1.2	Projeto do bocal convergente-divergente	37
3.1.3	Projeto da câmara de combustão	39

3.1.4	Produção do propelente	42
3.1.5	Matriz de compactação do propelente	44
3.1.6	Sistema de ignição	46
3.1.7	Bancada de ensaios	47
3.2	Modelo simplificado para avaliação teórica de um motor-foguete	48
4	RESULTADOS	49
4.1	Testes estáticos do motor-foguete	49
4.2	Análise estequiométrica da combustão	52
5	CONCLUSÃO	57
5.1	Segestões para trabalhos futuros	57
	REFERÊNCIAS	59
	APÊNDICE A DESENHOS MECÂNICOS DO MOTOR-FOGUETE	62
	APÊNDICE B DESENHOS MECÂNICOS DO DISPOSITIVO DE COM-	
	PACTAÇÃO DE PROPELENTE	67

#### 1 INTRODUÇÃO

#### 1.1 Considerações iniciais

De acordo com evidências históricas, foram os chineses do século XII que deram início ao desenvolvimento dos primeiros foguetes do mundo, as chamadas "flechas de fogo". Essas flechas eram utilizadas como armas durante a época da invasão mongol e apresentam uma fabricação simples, que consistia em tubos de bambu preenchidos com pólvora negra presos a hastes ou flechas. No decorrer dos séculos, com o surgimento de grandes conflitos bélicos, outras nações passaram a utilizar e desenvolver este tipo de tecnologia, também se restringindo a aplicações militares (ANGELO JR, 2006).

A história da propulsão de foguetes possui três grandes nomes que são considerados os pioneiros da astronáutica: o professor de física russo Konstantin Tsiolkovsky (1857-1935), o engenheiro norte-americano Robert Goddard (1882-1945) e o físico alemão Hermann Julius Oberthpor (1894-1992). Eles foram os responsáveis pelo desenvolvimento dos fundamentos teóricos e experimentais aplicados até hoje em projetos de foguetes.

A principal parte de um foguete é o seu motor, cujo papel é gerar o empuxo necessário para superar a atração gravitacional da Terra. Para isso, o escoamento dos gases da combustão são direcionados a um bocal, também conhecido como tubeira, que acelera os gases até velocidades supersônicas por meio da conversão da energia térmica da combustão do propelente em energia cinética. A geometria mais utilizada nos motores-foguetes modernos é a de um bocal convergente-divergente, desenvolvido no final do século XIX por Carl de Laval para a aplicação em turbinas a vapor (ANGELO JR, 2006).

Apesar dos princípios fundamentais dos motores-foguete serem bem definidos, o que caracteriza a tecnologia como madura, ainda existem oportunidades para conquistar avanços e evoluções significativas nessa área. Um bom exemplo disso são as inovações desenvolvidas por empresas privadas que compõem o chamado "NewSpace", como a SpaceX, que permitem a recuperação e reutilização de seu primeiro estágio e carenagem de seus foguetes, reduzindo os custos de cada lançamento consideravelmente e permitindo a expansão da quantidade de lançamentos realizados a fim de suprir a demanda causada pelo crescimento exponencial das tecnologias (PESSOA, 2021).

A utilização de minifoguetes experimentais é bastante comum para fins de ensino e compreensão do funcionamento da propulsão de foguetes. Esses minifoguetes possuem a essência operacional semelhante aos foguetes maiores. Além disso, eles permitem a aplicação prática desse conhecimento, oferecendo a possibilidade de desenvolver e testar novos projetos de modo mais barato, seguro e simples.

Uma das partes mais críticas do motor-foguete que pode ser aprimorado e estudado por meio de motor de minifoguete é a garganta da tubeira. A garganta, que correspondente à área da seção transversal mínima, tem um papel fundamental no desempenho do motor. É crucial que a

garganta seja cuidadosamente dimensionada, de modo a permitir que o escoamento de gases atinja a velocidade do som nesse ponto específico. Caso contrário, ocorrerá a desaceleração no fluxo de gases, comprometendo a eficiência e o desempenho do motor. A curva formada entre a seção convergente e divergente do bocal deve ser muito suave para impedir a ocorrência de turbulências que podem gerar ondas de expansão que diminuem a eficiência da propulsão e causam danos a estrutura da tubeira (SHAPIRO, 1953).

Neste contexto, o presente trabalho irá abordar o estudo teórico e experimental do funcionamento de um motor-foguete de propulsão sólida com aplicação da curva catenária, que gera uma superfície de contato mínima, durante a construção da tubeira para a transição da parte convergente-divergente.

#### 1.2 Objetivos

#### 1.2.1 Objetivo geral

Ao estudar e experimentar novas opções de curvas, como a catenária, abre-se um caminho promissor para avanços significativos no projeto e na otimização de motores-foguete. Portanto, este trabalho busca, por meio de uma abordagem investigativa, impulsionar o desenvolvimento de tecnologias aeroespaciais mais avançadas e eficientes, avaliando a utilização da catenária no desenvolvimento de tubeiras.

#### 1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do trabalho são:

- · Realizar uma revisão bibliográfica dos motores-foguete;
- · Projetar e confeccionar uma tubeira utilizando a curva catenária;
- · Construir um motor-foguete de baixo empuxo;
- Realizar ensaios experimentais.

#### 1.3 Justificativa

A compreensão do funcionamento de motores-foguete é indispensável para o desenvolvimento das tecnologias propulsivas. Pesquisas relacionadas ao tema beneficiam não somente o setor de exploração espacial, responsável pelo lançamento de foguetes para envio de satélites, missões e cargas ao espaço, mas também influenciam diretamente em ramos que precisam da prestação desses serviços, como o da comunicação e de segurança. A sua aplicação também engloba propósitos militares, com o uso desta tecnologia em diferentes tipos de mísseis e aeronaves não tripuladas. Além disso, os motores-foguete podem ser empregados em atividades não convencionais, tal qual a pesquisa desenvolvida no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) por Viegas (2004), cujo o objetivo é a perfuração de rochas utilizando o material ejetado por um motor-foguete.

Um dos aspectos mais críticos desse sistema é a seção da garganta, responsável pela aceleração e controle da vazão mássica dos gases expelidos provenientes da queima do propelente para geração de empuxo. Por meio deste estudo, busca-se aprimorar o desempenho da transição entre a parte convergente-divergente da tubeira, o que pode resultar em benefícios significativos para a operação dos motores.

#### 2 REFERENCIAL TEÓRICO

#### 2.1 Conceitos fundamentais da propulsão de um motor-foguete

#### 2.1.1 Princípios básicos de operação

Segundo Sutton e Biblarz (2017), a propulsão pode ser dita como o ato de alterar o movimento de um corpo em relação a uma referência inercial. Na propulsão de foguetes a ejeção de matéria resultante da queima do propelente no motor-foguete é responsável pela geração da força de maior magnitude que atua no sistema, denominada empuxo (PALMERIO, 2017).

No trabalho de Issac Newton intitulado "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica" (Princípios Matemáticos da Filosofia Natural), publicado pela primeira vez em 1687, diz: "Lex III: Actioni contrariam semper et æqualem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse æquales et in partes contrarias dirigi". A qual pode ser traduzida como: para cada ação, há sempre uma reação igual oposta; ou seja, as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e direcionadas para partes opostas (NEWTON, 1871).

Assim, o funcionamento de todos os tipos de foguetes, independentes do seu tamanho, é baseado na terceira lei de Newton.



#### Figura 1 – Terceira lei de Newton

Fonte: Adaptado de Wikipédia (2005).

A lei de ação e reação é fundamental para entender o princípio de propulsão dos foguetes. A Figura 1 ilustra como um foguete é lançado, as setas representam a direção e sentido das forças envolvidas. Por meio do bocal os gases são expulsos em alta velocidade pela sua parte traseira. Essa expulsão é a ação, e, como resposta, o foguete é impulsionado na direção oposta, devido à reação gerada pela expulsão dos gases.

#### 2.1.2 Relações termodinâmicas para um motor-foguete ideal

A simplificação de um sistema de motor-foguete real para um ideal é muito utilizada com a intenção de simplificar as relações matemáticas que descrevem o escoamento na tubeira. Por se tratarem de soluções simplificadas, são muito empregadas durante a fase de projeto, apresentando um desvio de 1 à 6% dos valores reais em relação ao desempenho real medido (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

Algumas hipóteses precisam ser admitidas neste tipo de sistema ideal, Sutton e Biblarz (2017) descrevem essas suposições como sendo:

- 1. Fluido de trabalho homogêneo;
- 2. Fluido de trabalho gasoso, cuja qualquer fase condensada possui uma massa considerada insignificante;
- 3. Fluido de trabalho obedece à lei dos gases perfeitos;
- 4. Fluxo adiabático;
- 5. Não apresenta atrito na parede considerável e todos os efeitos na camada limite podem ser negligenciados;
- 6. Não apresenta ondas de choque ou outras descontinuidades no fluxo do bocal;
- 7. A taxa de fluxo de propelente é contante. A expansão do fluido de trabalho é uniforme e constante, sem pulsações de gás ou turbulência significativa;
- Efeitos transitórios (inicialização e desligamento) são de duração tão curta que podem ser negligenciados;
- Todos os gases que saem dos bocais viajam com uma velocidade paralela ao eixo do bocal;
- A velocidade do gás, pressão e densidade são todas uniformes em qualquer seção normal ao eixo do bocal;
- O equilibrio químico é estabelecido dentro da câmara de combustão e a composição do gás não muda no bocal (fuxo de composição congelada).

As Equações 1, 2 e 3 representam as razões entre as propriedades locais de estagnação isentrópica e as correspondentes propriedades estáticas em qualquer ponto do escoamento

para um gás ideal. elas foram obtidas a partir da aplicação do princípio de conservação de massa e da equação da quantidade de movimento considerando um processo de desaceleração isentrópico do fluido no volume de controle.

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{-\frac{k}{k-1}}$$
(1)

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{-1}$$
(2)

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)^{-\frac{1}{k-1}}$$
(3)

onde,

- p: Pressão estática local (Pa);
- *p*<sub>0</sub>: Pressão local de estagnação isentrópica (Pa);
- *M*: Número de Mach (adimensional);
- k: Razão de calor específico (adimensional);
- T: Temperatura estática local (K);
- *T*<sub>0</sub>: Temperatura local de estagnação isentrópica (K);
- ρ: Densidade estática local (kg/m<sup>3</sup>);
- $\rho_0$ : Densidade local de estagnação isentrópica (kg/m<sup>3</sup>).

Para permitir a aceleração do escoamento ao longo da tubeira, é necessário que ocorra um aumento da velocidade até atingir a velocidade do som na garganta. Com essa informação é possível simplificar ainda mais as equações para a área de seção mínima da tubeira onde o número de Mach é igual a 1, conforme demosntrado nas Equações 4, 5 e 6.

$$\frac{p_0}{p^*} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$
(4)

$$\frac{T_0}{T^*} = \left(\frac{k+1}{2}\right) \tag{5}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho^*} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$
(6)

onde,

- p\*: Pressão crítica (Pa);
- $T^*$ : Temperatura crítica (K);
- $\rho^*$ : Densidade crítica (kg/m<sup>3</sup>).

Relacionando a equação da continuidade e as equações acima, se obtem a razão entre áreas (Equação 7).

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{k+1} \left( 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$$
(7)

onde,

- A: Área local da tubeira (m<sup>2</sup>);
- A\*: Área da garganta da tubeira (m<sup>2</sup>).

Sutton e Biblarz (2017) apresentam um gráfico que representa essas relações para uma razão entre os calores específicos de 1,2 e 1,3, conforme a Figura 2





Fonte: Adaptado de Sutton e Biblarz (2017).

#### 2.1.3 Empuxo

Conforme abordado anteriormente, o empuxo representa a grandeza vetorial definida por magnitude, direção e sentido. Ele é composto pela contribuição de duas parcelas de forças com origens diferentes (conforme a Equação 8): a primeira é obtida pela associação entre a alta vazão mássica e a velocidade de escape dos gases e representa a maior proporção do empuxo, e a segunda cuja origem é a diferença de pressão entre a saída da tubeira e o ambiente, sendo responsável por uma pequena contribuição que pode causar a redução do empuxo (PALMERIO, 2017).

$$F = \dot{m}v_2 + (p_2 - p_3)A_2 \tag{8}$$

onde,

- *F*: Força de empuxo (N);
- m: Vazão mássica dos gases da combustão (kg/s);
- v<sub>2</sub>: Velocidade média de escape dos gases (m/s);
- p<sub>2</sub>: Pressão de saída da tubeira (Pa);
- p<sub>3</sub>: Pressão ambiente (Pa);
- $A_2$ : Área de saída da tubeira (m<sup>2</sup>).

A Equação 8, é uma consequência da aplicação da equação da quantidade de movimento no volume de controle, que por sua vez está representado na Figura 3.



Figura 3 – Variáveis fundamentais para caracterização de um motor-foguete

Fonte: Adaptado de Sutton e Biblarz (2017).

#### 2.1.4 Classificação dos motores-foguete

Há diversas maneiras de classificar os motores-foguete, abrangendo desde o empuxo produzido, função básica, tamanho e até mesmo o tipo de veículo propelido, dentre inúmeras outras categorias específicas. Uma classificação particulamente usual é pelo tipo de fonte de energia utilizada, propulsores que cuja fonte energética é de origem química são os mais comuns e podem ser subclassificados em relação ao estado físico de seu propelente, dividindo-se em propelente líquido, sólido, gasoso e híbrido (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

**Propelente líquido:** Este tipo de propelente possui tanto o oxidante quanto o combustível no estado líquido armazenados em tanques separados dentro do foguete. A mistura e queima desses componentes só ocorre na câmara de combustão, onde, com o auxílio de bombas, eles são injetados a alta pressão como um spray (ANDERSON, 2015).

De acordo com Sutton e Biblarz (2017), alguns motores de foguete líquido permitem operação repetitiva e podem ser iniciados e desligados à vontade. No entanto, o fato de precisarem de várias válvulas de precisão e alguns tipos requererem mecanismos de alimentação complexos incluindo bombas de propelente, turbinas e geradores de gás, torna necessária uma estrutura mais robusta e pesada para suportar a produção do empuxo desejado.

**Propelente sólido:** Este propelente possui o oxidante e combustível misturados e armazenados no estado sólido na própria câmara de combustão ou em um invólucro introduzido na mesma. Ele não permite o desligamento da sua operação, ou seja, realizará a queima completa do grão-propelente a partir da superfície exposta a ignição (SUTTON; BIBLARZ, 2017). Este tópico será abordado de modo mais detalhado na Seção 2.2.1.

**Propelente gasoso:** Possui o oxidante e combustível no estado gasoso e um sistema de operação semelhante ao do proplente líquido, logo também necessita de estrutura reforçada para suportar a alta pressão (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

**Propelente híbrido:** Este tipo de propelente é uma mistura do sistema líquido e sólido. Utiliza uma bomba para enviar o oxidante no estado líquido para a câmara de combustão onde o combustível sólido fica previamente armazenado e onde ocorrerá a combustão (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

Neste trabalho será utilizado propelente sólido (a saber, nitrato de potássio e sacarose, e nitrato de potássio e sorbitol)

#### 2.2 Motor-foguete a propelente sólido

Segundo Sutton e Biblarz (2017), os motores-foguete a propelente sólido foram os primeiros a serem desenvolvido devido a sua estrutura simples, quando comparado a outros modelos que necessitam de um sistema de alimentação mais complexo, possuindo atualmente uma tecnologia relativamente madura. Devido o armazenamento do propelente ser realizado diretamente na câmara de combustão, existe uma maior facilidade no acoplamento e ignição desse sistema. Outras características próprias são a baixa manutenção quando comparado a outros tipos de motor-foguete, possibilitando um longo armazenamento a depender da sua composição, e o fato de não permitir a ocorrência de vazamentos por se tratar de algo sólido. No entanto, deve-se atentar ao fato da impossibilidade de controlar facilmente sua força propulsora, já que após a ignição a tendência é que a queima ocorra de forma contínua até o consumo total do propelente (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

Os principais componentes de um motor-foguete a propelente sólido são apresentados na Figura 4, e consistem no grão-propelente, envelope-motor (câmara de combustão), sistema de ignição e tubeira.



Figura 4 – Principais componentes de um motor-foguete a propelente sólido

Fonte: Adaptado de Aclk (2010).

#### 2.2.1 Grão-propelente

O grão-propelente corresponde a uma mistura sólida de oxidante e combustível armazenado no motor-foguete, ele é o responsável pelo fornecimento da energia química necessária para geração de empuxo. Após a ignição toda superfície exposta entra em combustão, produzindo assim os gases quentes direcionados ao bocal de exaustão (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

O formato cilindrico, utilizado em sua fabricação, serve para se obter a maximização da eficiência volumétrica, e permite que mais de um segmento seja agrupado como cartuchos (NAKKA, 2001).

Existem diversas classificações para os propelentes, Aclk (2010) descreve a divisão de acordo com a configuração principal: o chamado *case-bonded*, quando o grão-propelente é diretamente moldado na estrutura do motor-foguete, que possui geralmente um isolamento térmico, e como *free-standing*, quando o propelente é produzido em um molde independente da estrutura do motor.

Angelo Jr (2006) esclarece que o empuxo produzido pelo motor-foguete está diretamente relacionado com a composição química do propelente utilizado e o formato da área de queima exposta. Portanto, o tipo de empuxo obtido irá depender da geometria inicial do grãopropelente.

Alguns dos comportamentos apresentados no empuxo pelo uso de diferentes geometrias no núcleo do grão-propelente são representados na Figura 5, os principais são: o progressivo, que produz um aumento do empuxo que é fornecido a partir da queima crescente da área superficial; o neutro, que resulta em um empuxo mais constante ao longo do tempo por manter uma área de queima igualmente constante; e por fim, o regressivo, que possui uma área superficial de queima que diminui com o passar do tempo e causa a diminuição da força propulsora produzida (HILL; PETERSON, 1991).





Fonte: Adaptado de Hill e Peterson (1991).

A composição dos propelentes varia conforme o uso, para aplicações em motoresfoguete experimentais propulsores a base de Nitrato de Potássio - Sacarose (KNSu) e Nitrato de Potássio - Sorbitol (KNSb) são muito utilizados. Na sua composição o nitrato de potássio (KNO<sub>3</sub>) desempenha a função de oxidante e a sacarose ( $C_{12}H_{22}O_{11}$ ) ou o sorbitol ( $C_6H_{14}O_6$ ) de combustíveis (NAKKA, 2017).

A Tabela 1 apresenta as principais propriedades químicas e físicas destes três componentes.

Nakka (2017) realizou um profundo estudo teórico e experimental sobre a utilização do KNSu em motores-foguete, a partir dos resultados de testes-estáticos ele foi capaz de determinar a proporção ideal de oxidante/combustível (O/C), para isso mediu a taxa de queima a várias

	Nitrato de Potássio	Sacarose	Sorbitol
Fórmula química	KNO <sub>3</sub>	$C_{12}H_{22}O_{11}$	$C_{6}H_{14}O_{6}$
Massa Molar (g/mol)	101,103	342,296	182,171
Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	2109	1581	1489
Temperatura de Fusão (°C)	337	185	111

Tabela 1 – Propriedades físicas e químicas dos componentes do propelente

Fonte: Adaptado de Olde (2019) e Foltran et al. (2015).

temperaturas, pressões e proporções de O/C, além de utilizar diferentes granulometrias dos materiais componentes e realizar a análise dos produtos da combustão. Dentre suas conclusões, destaca-se que a melhor proporção mássica dos componentes, sendo de 65% de nitrato de potássio e 35% de sacarose.

Outros autores, como Vyverman (1978), divergem em relação ao valor ideal do percentual em massa dos componentes da mistura, indicando 60% para o oxidante e 40% para o combustível, mas apesar disso ambos os autores mantêm um consenso sobre o método de fabricação deste tipo de propelente, utilizando a fundição. Nesse método é necessário aquecer a mistura do combustível e oxidante em pó até que atinja o estado líquido, em seguida deve ser realizada a sua fundição por meio da introdução dessa mistura líquida em um molde com a geometria desejada para o grão propulsor (NAKKA, 2017).

Embora não seja o método de fabricação mais popular, também é possível produzir o grã-propelente de KNSu utilizando a prensagem a frio, o que simplifica o processo e diminui os riscos de acidentes, já que não haverá fundição. O método de produção é basicamente o mesmo, no entanto após a mistura dos grãos eles são prensados mecanicamente e em seguida podem ou não passar por um processo de sinterização. Na pesquisa desenvolvida por Foltran *et al.* (2015), analisou-se o comportamento da densidade e da taxa de queima em função da pressão de compressão na prensagem a frio, concluindo que "embora os valores de densidade observados tenham sido, em geral, inferiores aos obtidos pelo processo de fusão, para as maiores pressões de compressão aplicadas (em torno de 80 MPa), os resultados foram semelhantes aos obtidos por Vyverman (1978)", comprovando que é um processo viável.

A combustão é uma reação química irreversível, sendo representada por uma equação química que inclui os reagentes (componentes do propelente antes da ignição) e os produtos resultantes da queima. Nakka (2001) lembra que este processo é extremamente complexo, uma vez que é necessário assumir quais poderiam ser os produtos resultantes, estabelecendo relações entre os reagentes e produtos levando em consideração as condições impostas pelos princípios de conservação de massa, equilíbrio químico e energético. Por este motivo, determina que a solução computacional é a única maneira prática viável de realizar este processo iterativo e convergir para uma solução final.

Em relação aos produtos gerados pela combustão, Nakka (2017) determina que para uma porção de 100 gramas do propulsor KNSu, com uma relação oxidante-combustível (O/F)

de 65/35, a equação de combustão teórica a uma pressão de 68 atm (1000 psi) é a seguinte:

$$C_{12}H_{22}O_{11} + 6,288 \ KNO_3 \rightarrow 3,796 \ CO_2 + 5,205 \ CO + 7,794 \ H_2O$$

+ 3,065  $H_2$  + 3,143  $N_2$  + 2,998  $K_2CO_3$  + 0,274 KOH

Substância	Estado	Fórmula química	
Sacarose	Sólido	$C_{12}H_{22}O_{11}$	
Nitrato de potássio	Sólido	$KNO_3$	
Dióxido de carbono	Gás	$CO_2$	
Monóxido de carbono	Gás	СО	
Vapor de água	Gás	$H_2O$	
Hidrogênio	Gás	$H_2$	
Nitrogênio	Gás	$N_2$	
Carbonato de potássio	Líquido	$K_2CO_3$	
Hidrogênio de potássio	Gás	KOH	
Eanta, Adantada da Nakka (2017)			

Quadro 1 - Componentes da reação de combustão do KNSu

Fonte: Adaptado de Nakka (2017).

Ao contrário da sacarose, que é um hidrato de carbono composto por carbono, hidrogênio e oxigênio na proporção (CH<sub>2</sub>O)n, o sorbitol é classificado como um hexaálcool, ou seja, sua molécula contém seis grupos hidroxila (-OH). Essa estrutura molecular lhe confere uma vantagem significativa devido ao seu tamanho molecular reduzido em comparação com a sacarose. Essa característica é apresentada na figura 6 relevante porque moléculas menores geralmente têm um ponto de fusão mais baixo e uma menor propensão à decomposição quando aquecida (NAKKA, 2017).







Sua temperatura de fusão, que é aproximadamente 111°C, é cerca de 68% menor do que a da sacarose (185°C), confere uma maior segurança no processo de preparo, uma vez que a temperatura de ignição do KNSb é de 300°C. No entanto, mesmo que isso lhe conceda uma vantagem durante a fase de preparo por fundição, ainda resulta em um impulso específico aproximadamente 40% inferior quando comparado a outros propelentes comerciais (OLDE, 2019).

Considerando que a razão mássica do KNSb seja de 65% de nitrato de potássio e 35% de sorbitol, Olde (2019) determina a razão estequimétrica da combustão como:

$$5 C_6 H_{14} O_6 + 26 K N O_3 \rightarrow 17 C O_2 + 35 H_2 O_1 + 13 N_2 + 12 K_2 C O_3$$

#### 2.2.2 Câmara de combustão

Em um motor-foguete a propelente sólido o próprio envelope-motor é responsável por armazenar a mistura de combustível e oxidante, no entanto Kuentzmann (2004) esclarece que esse mesmo componente passa ser considerado a própria câmara de combustão, já que é ali o local em que ocorrerá a queima do propelente. Por se tratar do local com os maiores valores de pressão e temperatura de todo o motor-foguete, também carece de uma estrutura reforçada para suportar tais esforços.

Nakka (2001) explica as três fases de pressão distintas que ocorrem na câmara de combustão conforme a Figura 7. A primeira é um tipo de fase transiente, ela ocorre durante o processo de ignição que é considerado hipoteticamente muito curto, apesar da ignição não ser instântanea ao longo de todo propelete. A segunda fase é do tipo estacionária, ela representa o aumento da pressão durante o período de queima do propelente dependendo diretamente da geometria de seu núcleo que irá influenciar a taxa de queima, conforme discutido na Seção 2.2.1.

Por fim, a terceira fase, que também é uma fase transiente idealmente representando o período seguinte a queima total do propelente, no entanto, como esse processo não ocorre de modo instântaneo, percebe-se que haverá um decrésimo da pressão da câmara até atingir a pressão atmosférica devido a presença de alguns fragmentos do grão propelente remanescentes após o consumo de sua maior proporção na fase estacionária.

Embora o aumento da pressão da câmara seja algo desejado para melhorar seu desempenho, Palmerio (2017) destaca que quanto maior a pressão da câmara, maior é a massa estrutural necessária.

Kuentzmann (2004) salienta que as condições severas de pressão e temperatura na câmara tornam quase impossível a realização de qualquer mensuração detalhada, sendo que a única medição possível é a da pressão estática, com o uso de um tubo de pressão.

Para realizar a verificação dessa pressão na câmara durante um teste-estático, é necessário fazer uma conexão entre a câmara de combustão e o manômetro (ou sensor de pres-



Figura 7 – Pressão na câmara de combustão

Fonte: Adaptado de Nakka (2001).

são) para obter os dados das leituras ao longo da duração do teste. Independentemente do componente utilizado, é crucial protegê-lo dos gases quentes e corrosivos gerados durante a combustão

#### 2.2.3 Bocal convergente-divergente

O processo de combustão produz gases com elevada pressão e alta temperatura, no entanto um simples orifício de saída não é capaz de converter toda a energia térmica disponível em energia cinética para o motor gerar o empuxo, pois segundo a equação de Tsiolkovsky, a velocidade de escape dos gases da combustão é proporcional a velocidade do movimento gerado. Para isso, é necessário utilizar um bocal específico (tubeira), que seja capaz de acelerar o escoamento do fluido durante seu trajeto.

Apesar de existir diversos tipos bocais o mais eficiente é o chamado bocal convergentedivergente, ele possui três regiões diferentes denominadas convergente, garganta e divergente, conforme a Figura 8. A seção convergente é responsável por receber os gases gerados na câmara de combustão em uma velocidade subsônica, e então acelerá-los até a velocidade do som na região da garganta, em seguida a velocidade de escoamento segue aumentando ao passar pela seção divergente até atingir níveis supersônicos na saída da tubeira (ANGELO JR, 2006).

Palmerio (2017) denota que neste processo ocorre a diminuição da pressão estática e a elevação da pressão dinâmica dos gases, lembrando ainda que idealmente, a pressão estática de saída dos gases deve ser igual à pressão ambiente externa.



Figura 8 – Representação das seções de uma tubeira

Fonte: Adaptado de Anderson (2015).

Como o objetivo da tubeira é obter altas velocidades dos gases (Mach > 1), é necessário considerar o escoamento como sendo compressível. Esse escoamento apresenta variações significantes na densidade do fluido.

Segundo Brown (1996), o bocal de um foguete com propulsão sólida é a parte mais quente do motor, especialmente na garganta, isto se deve ao fato de a garganta se tratar de uma seção de estricção onde passa o maior fluxo de massa, tornando-a um local de pressão crítica. Observa-se também valores de temperatura elevados, muito próximos da temperatura atingida na câmara de combustão (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

Por estar submetido a condições de pressão e temperaturas muito elevadas, é necessário realizar a escolha do material a ser utilizado capaz de suportar tal carga estrutural e térmica, além de possuir uma superfície lisa para não aumentar o atrito entre o fluido e a superfície de contato afim de evitar alterações no escoamento. Dentre as opções mais utilizadas estão o aço comum (doce) laminados a frio ou a quente, este último facilita a usinagem por ter baixa dureza, no entanto o laminado a frio produz mais facilmente um melhor acabamento superficial (NAKKA, 2004).

Portanto, a tubeira, assim como os componentes anteriores, deve ser projetada de acordo com as condições de temperatura e pressão que precisarão ser suportadas. Além disso, é preciso considerar os desgastes devido ao uso, principalmente na região da garganta, cuja seção de área transversal é pré-dimensionada para alcançar uma velocidade de escoamento dos gases igual a velocidade do som, caso contrário o efeito resultante será a diminuição da velocidade do escoamento durante o trajeto para a seção divergente (BROWN, 1996).

#### 2.2.4 Ignição

O ignitor de um motor-foguete é o componente responsável por aquecer e gerar os gases necessários para a ignição do motor. O processo de ignição consiste no envio de um sinal, geralmente elétrico, para o ignitor que pode causar um aquecimento direto no propelente, ou em um material também inflamável (por exemplo, a pólvora) responsável por distribuir uma chama por toda a superfície de queima. Esse processo ocorre muito rapidamente, e precisa ser feito assim para evitar oscilações na combustão.

Nesse instante, conforme indica a Figura 7, ocorre um aumento abrupto da pressão na câmara de combustão até a pressão de operação definida, para isso acontecer de forma segura é necessário que o ignitor seja suficientemente potente para inflamar uma área suficiente da superfície do grão-propelente com sucesso (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

#### 2.3 Parâmetros propulsivos de avaliação de desempenho

Os parâmetros propulsivos são responsáveis pela caracterização do comportamento do motor-foguete, a partir deles é possível realizar uma análise do desempenho obtido pelo projeto. Eles podem ser utilizados para comparação de foguetes com diferentes tipos de propulsores e propelente, pois a questão das reações físico-químicas da combustão não são abordadas de modo profundo (PALMERIO, 2017).



Figura 9 – Gráfico da variação do empuxo ao longo do tempo para um motor-foguete

Fonte: Adaptado de Angelo Jr (2006).

#### 2.3.1 Impulso Total

De acordo com Brown (1996), o impulso total é a mudança no momento causada por uma força atuando ao longo do tempo. O Impulso Total ( $I_t$ ) é obtido a partir integral da força de empuxo ao longo do tempo, que corresponde a área sob a curva do gráfico de empuxo-tempo (Figura 9), isso o torna essencialmente proporcional à energia total liberada pelo propelente utilizado (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

$$I_t = \int_0^t F \, dt \tag{9}$$

onde,

- *I<sub>t</sub>*: Impulso total (N s);
- *F*: Força de empuxo (N);
- *t*: Tempo (s).

#### 2.3.2 Impulso Específico

O impulso específico é um importante parâmetro de avaliação de desempenho para qualquer motor-foguete, quanto mais alto seu valor melhor é o desempenho. (SUTTON; BI-BLARZ, 2017).

$$I_{s} = \frac{\int_{0}^{t} F \, dt}{g_{0} \int_{0}^{t} \dot{m} \, dt} = \frac{I_{t}}{g_{0} \, m_{p}} \tag{10}$$

onde,

- *I<sub>s</sub>*: Impulso específico (s);
- *F*: Força de empuxo (N);
- *t*: Tempo (s);
- g<sub>0</sub>: Aceleração gravitacional (m/s<sup>2</sup>);
- m: Vazão mássica dos gases da combustão (kg/s);
- $m_p$ : Massa de propelente (kg).

#### 2.3.3 Velocidade característica

Apesar de não ser uma velocidade física ela é utilizada para comparar o desempenho relativo de diferentes projetos de sistemas de propulsão de foguetes, seu valor pode ser obtido a partir da vazão mássica, da pressão na câmara de combustão e da área da seção transversal da garganta (SUTTON; BIBLARZ, 2017).

$$c^* = \frac{p_1 A_t}{\dot{m}} \tag{11}$$

onde,

- *c*\*: Velocidade característica (m/s);
- *p*<sub>1</sub>: Pressão na câmara de combustão (Pa);
- $A_t$ : Área da garganta (m<sup>2</sup>);
- *m*: Vazão mássica dos gases da combustão (kg/s).

#### 2.4 A curva catenária

#### 2.4.1 Definição da catenária

A catenária é um tipo de curva especial que descreve de modo idealizado a forma assumida por uma corrente, suspensa livremente pelo seu próprio peso em dois pontos fixos (GIL, 2005). Uma de suas propriedades que a tornam tão utilizadas, principalmente na engenharia e arquitetura, é a capacidade de fornecer mais estabilidade a uma estrutura, pois uma força aplicada em qualquer ponto é distribuida de modo homogêneo por toda curva.

A origem de seu nome remete ao latin *catena*, que significa "corrente", o termo foi usado pela primeira vez no ano de 1960 em uma carta que descrevia uma curva semelhante a catenária, escrita por Christiaan Huygens para Leibniz. Anos depois, David Gregory escreveu um extenso tratado aprofundando ainda mais o conhecimento disponível sobre ela (UDIIT; NAGA-RANI; HARIHARAN, 2018).

De acordo com Udiit, Nagarani e Hariharan (2018), seu estudo teve início no século XVII com Galileu Galilei, que erroneamente acreditava se tratar de uma parábola. Foi somente em 1961 que James Bernoulli, um matemático suíço, desenvolveu uma solução com base na equação diferencial (Equação 12) e estabeleceu algumas de suas propriedades matemáticas (ABBENA; SALAMON; GRAY, 2006).

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{a}\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \tag{12}$$

A solução da equação diferencial acima é uma função cosseno hiperbólica, representada na Equação 13, onde: *c* é uma constante que determina o deslocamento vertical da curva definindo a posição vertical da catenária em relação ao ponto de referência e *a* é uma constante que determina a escala horizontal da curva por meio do controle da "abertura" da catenária e afeta a sua forma.

$$y(x) = c + a \cosh \frac{x}{a} \tag{13}$$



Fonte: Adaptado de SOUSA, Alves e Souza (2022).

A Equação 13 pode ser parametrizada de diversas maneiras, abaixo é apresentada duas parametrizações diferentes e seus respectivos sistemas de Equações 14 e 15, para t > 0 como:

$$\begin{cases} y(t) = a \cosh \frac{t}{a} \\ x(t) = t \end{cases}$$
(14)

$$\begin{cases} y(t) = \frac{a}{2} \left( t + \frac{1}{t} \right) \\ x(t) = a \ln(t) \end{cases}$$
(15)

#### 2.4.2 Catenária e parábola

Em relação a comparação da catenária com uma parábola, Lockwood (1961) comenta que quanto mais próximo do vértice mais difícil é distinguir as duas curvas, como é possível verificar na Figura 11, e conforme seus valores se afastam desta posição a catenária passa a apresentar seu comportamento característico. Isso é importante, pois significa que para certos valores as propriedades físicas da catenária não se diferem das de uma parábola.



Figura 11 – Diferença entre as curvas da catenária e da parábola

Fonte: Adaptado de Abbena, Salamon e Gray (2006).

#### 2.4.3 A catenoide

A catenoide é a superfície de revolução da curva catenária e lhe é a atribuida a característica de possuir a mínima superfície de revolução, segue representado na Figura 12 (UDIIT; NAGARANI; HARIHARAN, 2018).



Figura 12 – Representação da catenoide.

Fonte: Gil (2005).
É possível obter a catenoide utilizando a técnica da película de sabão. Uma catenoide é formada quando dois anéis circulares paralelos são separados lentamente após serem mergulhados em uma solução de água e sabão (FUTURA, 2023). Essa é a superfície mínima que se forma entre esses dois círculos. A equação que descreve sua área é uma solução de um problema de cálculo variacional.



Figura 13 – Catenoide produzida utilizando a técnica da película de sabão

Fonte: Futura (2023).

## **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

Neste capítulo serão descritos os materiais e procedimentos realizados para atingir os objetivos do trabalho descritos na Seção 1.2. Para a execução dos testes experimentais que forneceram as informações do desempenho do motor-foguete projetado foi necessário produzir o grão-propelente e implementar uma bancada de testes-estáticos capaz de fornecer os dados coletados durante os experimentos para posterior análise.

## 3.1 Testes experimentais

### 3.1.1 Projeto do motor-foguete

O desenvolvimento do projeto do motor-foguete testado teve como base a proposta elaborada nos motores A-100 e A-100M (Figuras 14 e 15, respectivamente), concebidos pelo engenheiro canadense Richard Nakka. Essa escolha foi feita levando em consideração o fato de os referidos motores já terem sido amplamente utilizados em testes com 100% de sucesso. No entanto, não será realizada uma comparação direta dos resultados obtidos com o motorfoguete desenvolvido neste trabalho e o do Nakka, já que ele utilizou o propelente fundido, e não prensado como o desenvolvido neste trabalho.



Figura 14 – Tubeira do motor-foguete A-100

Fonte: Nakka (1999).

#### Figura 15 – Motor-foguete A-100M



Fonte: Nakka (2021).

#### 3.1.2 Projeto do bocal convergente-divergente

Como um dos objetivos do trabalho é a aplicação de uma catenoide na região de transição entre a seção convergente e divergente da tubeira, foi necessário garantir que a curva desenhada no projeto possuisse a geometria desejada. Para isso o desenho foi produzido utilizando a ferramenta "Curva Acionada por Equação" disponível no *software* de desenho SolidWorks™. Essa ferramenta permite criar curvas personalizadas por meio de equações matemáticas ou paramétricas, possibilitando uma maior precisão e controle sobre a forma da curva. Dessa forma, foi possível aplicar a equação parametrizada da catenária (Equação 14), de modo a assegurar que a superfície revolucionada representaria uma catenoide.

O desenho em corte na Figura 16 apresenta o projeto desenvolvido para a tubeira, nele é possível perceber que houve a necessidade de se aplicar a catenária em uma área maior do que a prevista inicialmente porque as suas características geométricas não permitiram o acoplamento correto entre as seções convergentes e divergentes sem alterar bruscamente o diâmetro da garganta, como demonstrado na Figura 17. Portanto, além da região da curva de suavização ela também foi inserida até o final da seção convergente, aumentando sua superfície de aplicação.



#### Figura 16 – Vista lateral em corte da tubeira projetada

Fonte: Autoria própria (2023).



Figura 17 – Catenárias aplicadas somente na região da garganta

Considerando que a tubeira é uma parte crítica do projeto do motor-foguete e que haveria a necessidade de executar vários testes experimentais, definiu-se que o material utilizado na fabricação desse componente seria o aço Inconel 600. Essa liga de níquel-cromo possui uma boa resistência à oxidação a altas temperaturas, permitindo o seu uso em ambientes de alta temperatura e pressão, gerados pelos gases da combustão. Nesse sentido, também optouse pela utilização de um torno de Comando Numérico Computadorizado (CNC) pelas diversas vantagens oferecidas, como a sua capacidade de utilizar ferramentas de corte de alta qualidade e possuir um controle preciso dos parâmetros de usinagem, resultando em uma peça final de maior qualidade e conformidade com o projeto.

Figura 18 – Tubeira fabricada

Fonte: Autoria própria (2023).

## 3.1.3 Projeto da câmara de combustão

A câmara de combustão também foi desenvolvida de modo que o propelente fosse prensado diretamente nela. Isso não só facilitou o processo de prensagem, pelo fato da câmara possuir uma espessura maior e consequentemente maior resistência a compressão, como também diminuiu o peso final do motor-foguete. A Figura 19 apresenta o desenho mecânico da câmara de combustão desenvolvida.







Inicialmente foram produzidas três câmaras de combustão, no entanto após o início dos testes verificou-se a necessidade de mais uma câmara que foi produzida posteriormente, sendo um número suficiente para permitir um maior número de testes por vez, conforme mostra a Figura 20.



Fonte: Autoria própria (2023).

Como se sabe do cálculo diferencial e integral, o volume otimizado de uma geometria cilíndrica é quando a altura do cilindro é igual ao seu diâmentro. Assim, a câmara de combustão foi projetada para comportar o equivalente a 4 grãos-propelente de volume otimizado (Figura 21).



Figura 21 – Otimização volumétrica da câmara de combustão

Fonte: Autoria própria (2023).

A tampa responsável por vedar a parte oposta a tubeira impedindo que os gases da combustão escapem é conhecida como *bulkhead* (Figura 22), para melhorar a vedação no local foi utilizado um anel O-Ring acoplado em sua estrutura, conforme pode ser visto na Figura 23, tanto a câmara quanto o bulkhead foram fabricado em alumínio 6351-T6.



Figura 22 – Vista lateral em corte do bulkhead

Fonte: Autoria própria (2023).



Figura 23 – Conjunto Bulkhead e câmara de combustão

Fonte: Autoria própria (2023).

Todo o projeto do motor-foguete (Figura 24) está melhor detalhado nos desenhos presentes no Apêndice A.



Fonte: Autoria própria (2023).

#### 3.1.4 Produção do propelente

Conforme abordado previamente na Seção 2.2.1, a mistura KNSu prensada a frio foi utilizada como propelente do motor-foguete e a execução do seu processo de fabricação está de acordo com as orientações e informações já disponíveis na literatura, presentes principalmente no artigo elaborado por Alves *et al.* (2020), visando garantir uma maior segurança e desempenho. Além disso, para fins de comparação, também foi testada mistura KNSd, seguindo o mesmo método de preparo.

Pelo fato do nitrato de potásio ser uma substância cuja composição pura possui sua comercialização controlada pelo Exército Brasileiro, foi utilizada duas versões desse produto, a pura, obtida em pequena quantidade no laboratório de química da universidade, e como fertilizante, facilmente encontrado em loja de produtos agrícolas. Embora o fertilizante não possua uma pureza de 100%, esse adubo apresenta resultados razoáveis e pode ser facilmente adquirido em lojas de produtos agrícolas. Tais escolhas possibilitaram uma avaliação do desempenho do propelente com o mesmo oxidante obtido em diferentes níveis de pureza.

A marca de fertilizante utilizada foi a Agroadubo, que, de acordo com o fabricante, possui uma pureza de 98% e composição de 13% de N, 2%  $P_2O_5$  e 44%  $K_2O$ . O fabricante não indica quais os outros componentes presentes no produto.

A sacarose foi obtida por meio do açúcar refinado comestível, observando que o produto não possuísse amidos na sua composição, evitando assim que ocorresse a contaminação da mistura final interferindo nos resultados obtidos. A marca selecionada foi a Alto Alegre na versão refinada.

O sorbitol utilizado foi adquirido comercialmente e suas etapas de preparo, armazenamento e percentual de massa utilizados foram o mesmo da sacarose afim de permitir uma comparação. O processo de secagem das substâncias foi realizado durante várias etapas do processo de fabricação em um forno mufla. Isso foi necessário para diminuir a influência da umidade no desempenho da combustão. O procedimento consistiu em secar os produtos separadamente por 1 hora a 120°C, esse processo era realizado antes do processo de fabricação do propelente.

Com o material já seco e em temperatura ambiente, efetuou-se a moagem do nitrato de potássio, sacarose e sorbitol, separadamente com o auxílio de um moedor elétrico (de grãos de café). Adotou-se como procedimento o processamento de 100 gramas de material por vez, e o tempo de processamento para garantir a obtenção de um pó extremamente fino foi de 115 segundos, sendo que a cada 15 segundos precisou-se realizar uma pausa para, com o auxílio de um pincel, soltar o pó encrustado no equipamento.

Em seguida cada um dos materiais produzidos passou por uma peneira de malha 150 µm para selecionar um tamanho padrão dos grãos a ser utilizado em todos os testes. Todo o material que não estava dentro dessa faixa de granulometria estabelecida foi processado no-vamente no moedor.



Figura 25 – Procedimento de padronização da granulometria (150 µm)

Fonte: Autoria própria (2023).

Tanto o nitrato de potássio quanto a sacarose e o sorbitol foram armazenados separadamente em sacos com fecho hermético após a peneiração. Em seguida, foram dispostos em potes herméticos juntamente com sílica gel para evitar a absorção de umidade do ambiente e ainda, armazenados dentro de uma estufa.

Os materiais foram misturados somente antes da prensagem do grão propelente, evitando o armazenamento de uma mistura inflamável. O procedimento seguiu o padrão de utilizar material suficiente para três testes, cujo propelente possuisse uma densidade de aproximadamente 1500 kg/m<sup>3</sup>, e mais algumas gramas devido as perdas ocorridas no processo. A pesagem foi realizada em uma balança de precisão de 0,001 g (Figura 26).



Figura 26 – Medição da massa de Nitrato de Potássio

Fonte: Autoria própria (2023).

Por fim, foi desenvolvido um documento para registro das informações dos parâmetros de granulometria, temperatura e tempo de secagem aplicados durante a produção. Esse documento serviu como um protocolo padrão a ser seguido, garantindo a consistência e a repetibilidade do processo de fabricação. Além disso, ele também foi útil para fins de rastreabilidade, controle de qualidade e análise de resultados, auxiliando na identificação de possíveis melhorias e correções futuras.

### 3.1.5 Matriz de compactação do propelente

Para obter a densidade desejada do propelente foi fabricado um dispositivo de compactação. Desse modo, o projeto considerou não somente as características geométricas da câmara de combustão, reponsável por armazenar o grão-propelente, mas também a geometria do grão desejado, conforme demonstrado no Apêndice B.

Os materiais para a fabricação dessa matriz precisam possuir uma boa resistência a compressão devido o uso da prensa hidráulica de 100 toneladas para conformar o grãopropelente, para isso foi selecionado o aço ABNT 1045 e teflon para guia-limitador.

O modelo de núcleo do grão-propelente selecionado foi o tubular, por se tratar de uma geometria mais simples de se fabricar, apresentando a queima progressiva. O diâmetro externo do grão-propelente foi de 25,4 mm e o diâmetro interno do furo foi de 8 mm, conforme detalhado nos desenhos nos Apêndices A e B.



Figura 27 – Matriz de compactação

Fonte: Autoria própria (2023).

O precedimento de prensagem também foi padronizado para produzir todos os grãospropelente de forma semelhante. Inicialmente o processo consistia em ir adicionando 6 gramas do propelente com o auxílio de uma colher e compactando manualmente até completar metade da carga total. Em seguida foi utilizada a prensa hidráulica para compactar o propelente até obter a densidade desejada. Por fim, foi adicionada a outra metade da massa do propelente e feita a compactação completa com o auxílio do guia-limitador como mostra a Figura 28.



## Figura 28 – Procedimento de prensagem

Fonte: Autoria própria (2023).

#### 3.1.6 Sistema de ignição

O sistema de ignição desenvolvido utilizou um *skib*, feito por palito de fósforo para acionar um segmento de pólvora, responsável pela ignição inicial ao longo de toda a seção de área longitudinal do furo do propelente, fazendo com que a queima iniciase em toda superfície no mesmo instante.

Foi testada várias formas de ignitar o propelente, entre as características desejadas estava a baixa produção de fuligem com intuito de evitar uma obstrução na garganta, que poderia resultar em uma explosão.

Por fim, utilizou-se de uma fonte de 12 V (Figura 29) responsável por aquecer uma pequena resitência, que por sua vez acionava um palito de fósforo na ponta do cordão de pólvora. A pólvora era fixada em uma fita durex de 4 mm de largura e com 22 cm de comprimento e inserida no furo de 8 mm do propelente.



Figura 29 – Fonte utilizada para ignição

Fonte: Autoria própria (2023).



Figura 30 – Sistema de ignição

Fonte: Autoria própria (2023).



Figura 31 – Detalhe do acionamento do sistema de ignição

Fonte: Autoria própria (2023).

## 3.1.7 Bancada de ensaios

Para a realização dos testes estáticos, foi utilizada uma bancada desenvolvida na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus de Francisco Beltrão, que já contava com um sistema composto por uma célula de carga em conjunto com um Arduino para realizar a aquisição de dados do empuxo. No entanto, fez-se necessário realizar algumas adaptações físicas na bancada, de modo que permitisse um acoplamento seguro e preciso do motor-foguete projetado para não ocorrer erros durante a coleta.



Figura 32 – Execução do teste estático do motor-foguete

Fonte: Autoria própria (2023).

#### 3.2 Modelo simplificado para avaliação teórica de um motor-foguete

Em acordo com as informações presentes na revisão bibliográfica para realizar o estudo de um foguete é necessário considerar uma série de simplificações, portanto neste trabalho também será admitida a ocorrência das condições necessárias para um motor-foguete ideal discutidas na seção 2.1.2. Isso significa que os resultados obtidos são simplificações das condições reais, proporcionando uma visão idealizada do desempenho do motor-foguete.

Essa abordagem é comum na pesquisa inicial e no desenvolvimento de motores-foguete, pois permite uma compreensão clara dos princípios fundamentais e das relações entre diferentes parâmetros de desempenho. No entanto, é importante lembrar que as condições reais de operação de um motor-foguete podem ser significativamente mais complexas devido a fatores como perdas de calor, efeitos de compressibilidade, eficiência de combustão e outros fenômenos físicos e químicos.

Foram utilizados os *softwares* MATLAB e Excel, otimizando o tempo para obtenção dos resultados.

Conforme abordado na Seção 2.2.1, a obtenção da equação da combustão devido a reação química proporcionada pela queima do propelente é muito complexa, por este motivo optou-se por utilizar um *software* livre de equilíbrio químico chamado PROPEP 3. Este *software* utiliza o método de minimização da energia livre de Gibbs para equilibrar a equação relacionando os reagentes e os produtos do propelente de interesse.

Para isso, ele faz algumas simplificações, como admitir que o propelente é transformado de maneira adiabática (sem trocar calor com o ambiente) nos constituintes do produto da reação. Essas quantidades são determinadas pelas relações de equilíbrio, pressão da câmara e equilíbrio de massa a uma temperatura de reação fixada pela energia de reação disponível.

## 4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos durante os testes estáticos realizados, contendo gráficos do empuxo gerado e os valores dos parâmetros de ensaios calculados.

### 4.1 Testes estáticos do motor-foguete

Durante um período de nove meses foram realizados diversos testes com intuito de avaliar e estudar o desempenho do motor-foguete desenvolvido. Os testes estáticos dos motoresfoguete foram ensaiados no banco de testes. Foram fabricadas quatro câmaras de combustão e todas compartilharam o mesmo bocal convergente-divergente (tubeira). Na Tabela 2 seguem as especificações dos motores-foguete utilizados em cada teste.

Teste	Data	Câmara	Propelente	Massa (g)	Volume (m <sup>3</sup> )	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )
01	20/12/2022	2	KNSu	75,09	4,34E-5	1731,701
02	20/12/2022	3	KNSu	75,07	4,34E-5	1731,240
03	28/06/2023	1	KNSu	73,26	4,65E-5	1575,096
04	28/06/2023	2	KNSu	73,12	4,65E-5	1572,086
05	28/06/2023	3	KNSu	73,00	4,65E-5	1569,506
06	05/07/2023	1	KNSu	73,04	4,65E-5	1570,366
07	07/07/2023	4	KNSu (Puro)	72,99	4,65E-5	1569,291
08	24/08/2023	4	KNSb (Puro)	82,56	4,65E-5	1775,047

 Tabela 2 – Especificações dos motores-foguete testados

Fonte: Autoria própria (2023).

Em relação aos motores-foguete que utilizavam o KNSu produzido com fertilizante foi necessário realizar uma etapa de seleção de dados, para que fosse levado em conta certos critérios a fim de ser possível estabelecer um valor médio para seus resultados. Os critérios adotados dizem respeito a quantidade de massa, volume e densidade obtidos no grão-propelente. Portanto, para avaliação do desempenho desse propelente foram selecionados o teste 01, teste 02 e teste 03, e a média de suas propriedades físicas está disponível na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores médios - KNSu (F)

Massa (g)	Volume (m <sup>3</sup> )	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )
73,12	4,65E-5	1572,086
Fo	nte: Autoria pr	ópria (2023).

Com o auxílio do *software* MATLAB foi possível reproduzir as curvas que representassem, por meio de uma interpolação *spline* cúbica dos dados de empuxo do teste do motorfoguete, o comportamento dos motores-foguetes testados, conforme Figura 33.



Figura 33 – Empuxo produzido pelo propelente KNSu obtido a partir do fertilizante

A Tabela 4 apresenta os valores de tempo de queima, empuxo máximo e empuxo médio de cada um destes testes.

Teste	Tempo de queima (s)	Empuxo máximo (N)	Empuxo médio (N)
03	1,72	62,89	34,54
04	1,70	64,01	34,55
05	1,76	59,87	33,00

Tabela 4 – Resultados obtidos a partir do gráfico de empuxo x tempo - KNSu (Fertilizante)

Fonte: Autoria própria (2023).

A partir destas curvas interpoladas foi produzida uma curva média de resultados dos teste, e assim foi possível determinar a área abaixo da curva, que representa o impulso total do motor-foguete, conforme a Figura 34.



Figura 34 – Empuxo médio produzido pelo propelente KNSu obtido a partir do fertilizante KNO<sub>3</sub> Gráfico do resultado médio dos testes de KNSu (Fertilizante)

Devido a pouca quantidade disponível do nitrato de potássio em seu estado puro, realizou-se apenas um teste estático para o propelente KNSu e KNSb, que são os testes 07 e 08 respectivamente. A partir dos dados coletados foi possível produzir os gráfico de empuxo produzido pelo motor com estas composições de propelentes, conforme as Figuras 35 e 36, respetivamente.



Figura 35 – Empuxo do motor-foguete propelido a KNSu (utilizando KNO<sub>3</sub> puro)



Figura 36 – Gráfico do teste porpelido a KNSb (utilizando KNO3 puro)

#### 4.2 Análise estequiométrica da combustão

Conforme definido na metodologia, foi utilizado um programa para resolver a equação de equilíbrio químico da combustão de todos os propelentes testados. Em relação as propriedades do nitrato de potássio obtido a partir do fertilizante a análise considerou os mesmos parâmetros do puro devido a falta da informação completa da composição por parte do fabricante. A seguir seguem as Tabelas 5, 6 e 7 representando os produtos da combustão obtidos e suas respectivas propriedades.

Para obter as informações referentes as variáveis de pressão, temperatura e densidade do escoamento na tubeira foram utilizadas as equações de relações termodinâmicas para um escoamento isentrópico conforme abordado anteriormente na Seção 2.1.2, ou seja, considerouse que o escoamento ocorreu de modo isentrópico (sem transferência de calor) e reversível (sem dissipação de energia), nestas condições a entropia do fluido permanece constante em todo o escoamento.

Sabendo que o diâmetros da tubeira projetada na seção convergente, da garganta e da seção divergente são respectivamente de 25,3 mm, 7,14 mm e 25,02 mm foi possível determinar a razão entre as áreas utilizando a Equação 7:

$$\frac{A_1}{A^*} = \left(\frac{25,3}{7,14}\right) = 3,543\tag{16}$$

$$\frac{A_2}{A^*} = \left(\frac{25,02}{7,14}\right) = 3,504\tag{17}$$

Easa	Droduto	Massa molecular	Molo	Fração	Massa	Fração n	nássica
rase	Floauto	(g/mol)	IVIOIS	Molar	(g)	Gas/cond.	Mistura
С	K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	138,21	2,08E-01	1,000	2,87E+01	1,000	3,93E-01
G	H <sub>2</sub> O	18,02	5,70E-01	3,21E-01	1,03E+01	2,31E-01	1,41E-01
G	CO	28,01	3,89E-01	2,19E-01	1,09E+01	2,46E-01	1,49E-01
G	CO <sub>2</sub>	44,01	3,00E-01	1,69E-01	1,32E+01	2,97E-01	1,80E-01
G	N <sub>2</sub>	28,01	2,35E-01	1,32E-01	6,58E+00	1,48E-01	9,00E-02
G	H <sub>2</sub>	2,02	2,27E-01	1,28E-01	4,58E-01	1,03E-02	6,26E-03
G	KHO	56,11	4,94E-02	2,78E-02	2,77E+00	6,24E-02	3,79E-02
G	K	39,10	4,55E-03	2,57E-03	1,78E-01	4,01E-03	2,44E-03
G	$K_2H_2O_2$	112,21	2,50E-04	1,41E-04	2,80E-02	6,31E-04	3,83E-04
G	NH <sub>3</sub>	17,03	2,02E-05	1,14E-05	3,44E-04	7,74E-06	4,70E-06
G	KH	40,11	1,84E-05	1,04E-05	7,38E-04	1,66E-05	1,01E-05
G	Н	1,01	1,62E-05	9,14E-06	1,64E-05	3,68E-07	2,24E-07
G	KCN	65,12	5,53E-06	3,11E-06	3,60E-04	8,11E-06	4,92E-06
		TOTAL FASE GAS.	1,78				
		TOTAL MISTURA	1,98				

Tabela 5 – Produtos da combustão do propelente KNSu (com KNO<sub>3</sub> obtido a partir do fertilizante)

Fonte: Autoria própria (2023).

Tabela 6 – Produtos da combustão do propelente KNSu (utilizando KNO<sub>3</sub> puro)

Eaco	Produto	Massa molecular	Mole	Fração	Massa	Fração n	nássica
rase	Floauto	(g/mol)	WOIS	Molar	(g)	Gas/cond.	Mistura
С	K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	138,21	2,07E-01	1,000	2,87E+01	1,000	3,93E-01
G	H <sub>2</sub> O	18,02	5,69E-01	3,21E-01	1,03E+01	2,31E-01	1,40E-01
G	CO	28,01	3,90E-01	2,20E-01	1,09E+01	2,46E-01	1,49E-01
G	CO <sub>2</sub>	44,01	2,99E-01	1,69E-01	1,32E+01	2,97E-01	1,80E-01
G	N <sub>2</sub>	28,01	2,35E-01	1,32E-01	6,57E+00	1,48E-01	9,00E-02
G	H <sub>2</sub>	2,02	2,27E-01	1,28E-01	4,57E-01	1,03E-02	6,27E-03
G	KHO	56,11	4,92E-02	2,77E-02	2,76E+00	6,22E-02	3,78E-02
G	K	39,10	4,54E-03	2,56E-03	1,77E-01	4,00E-03	2,43E-03
G	$K_2H_2O_2$	112,21	2,49E-04	1,40E-04	2,79E-02	6,30E-04	3,82E-04
G	$NH_3$	17,03	2,02E-05	1,14E-05	3,44E-04	7,76E-06	4,71E-06
G	KH	40,11	1,83E-05	1,03E-05	7,35E-04	1,66E-05	1,01E-05
G	Н	1,01	1,62E-05	9,12E-06	1,63E-05	3,68E-07	2,23E-07
G	KCN	65,12	5,53E-06	3,12E-06	3,60E-04	8,12E-06	4,93E-06
		TOTAL FASE GAS.	1,77				
		TOTAL MISTURA	1,98				

Fonte: Autoria própria (2023).

Admitindo que a expansão dos gases se deu de modo otimizado, isso significa que a pressão na saída da seção divergente é igual a pressão ambiente, seu valor é apresentado abaixo.

$$p_2 = p_{amb} = 101325 \, Pa = 14,7 \, psi \tag{18}$$

Easa	Droduto	Massa molecular	Molo	Fração	Massa	Fração n	nássica
rase	Produto	(g/mol)	IVIOIS	Molar	(g)	Gas/cond.	Mistura
С	K <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>	138,21	2,51E-01	1,000	3,47E+01	1,000	4,20E-01
G	H <sub>2</sub> O	18,02	7,58E-01	3,62E-01	1,36E+01	2,85E-01	1,65E-01
G	CO	28,01	3,95E-01	1,89E-01	1,11E+01	3,23E-01	1,34E-01
G	H <sub>2</sub>	2,02	0,339286	1,62E-01	6,85E-01	2,96E-02	8,30E-03
G	CO <sub>2</sub>	44,01	3,06E-01	1,46E-01	1,35E+01	5,99E-01	1,63E-01
G	N <sub>2</sub>	28,01	2,65E-01	1,27E-01	7,43E+00	8,23E-01	9,00E-02
G	KHO	56,11	2,68E-02	1,28E-02	1,50E+00	9,44E-01	1,82E-02
G	K	39,10	1,85E-03	8,82E-04	7,22E-02	8,09E-01	8,74E-04
G	$K_2H_2O_2$	112,21	1,41E-04	6,73E-05	1,58E-02	9,26E-01	1,91E-04
G	NH <sub>3</sub>	17,03	4,21E-05	2,01E-05	7,17E-04	5,64E-01	8,69E-06
G	Н	1,01	8,30E-06	3,97E-06	8,37E-06	1,51E-02	1,01E-07
G	KH	40,11	7,26E-06	3,47E-06	2,91E-04	5,34E-01	3,53E-06
G	KCN	65,12	3,91E-06	1,87E-06	2,54E-04	1,00E+00	3,08E-06
		TOTAL FASE GAS.	2,09				
		TOTAL MISTURA	2,34				

Tabela 7 – Produtos da combustão do propelente KNSb (utilizando KNO<sub>3</sub> puro)

Fonte: Autoria própria (2023).

O software PROPEP foi novamente utilizado para auxiliar no processo de iteração a fim de se estimar a pressão na câmara de combustão, que por sua vez convergiu para um valor de 250 psi ( $p_1 = 14,7$  psi). Assim, o próprio programa foi capaz de informar o valor da temperatura na câmara de combustão ( $T_1$ ) e da razão entre os calores específicos (k) de cada um dos propelentes por meio das informações já conhecidas, como massa e temperatura de armazenamento do propelente ( $25^{\circ}C = 298$  K). Os resultados são apresentados na Tabela 8.

	k	M <sub>sub</sub>	M <sub>sup</sub>	p* (psi)	p <sub>2</sub> (psi)	Т <sub>1</sub> (К)	Т* (К)	T <sub>2</sub> (K)
KNSu (F)	1,138418	0,173	2.438	144,2	14,7	1664,9	1557,2	1179,6
KNSu (P)	1,138431	0,171	2,438	144,2	14,7	1664,7	1556,9	1178,9
KNSb (P)	1,139028	0,171	2,439	144,2	14,7	1573,0	1470,8	1112,8

Tabela 8 – Resultados teóricos dos motores-foguete testados

Também foi possível produzir o gráfico que relaciona as razões de pressão temperatura e área em função do número de Mach para estas configurações de propelentes em específico, conforme as Figuras 37 e 38.

Fonte: Autoria própria (2023).

# Figura 37 – Relações das razões de pressão, temperatura e área em função do número de Mach - KNSu (com KNO<sub>3</sub> Fertilizante e Puro)



# Figura 38 – Relações das razões de pressão, temperatura e área em função do número de Mach - KNSb (com KNO<sub>3</sub> Puro)



Fonte: Autoria própria (2023).

Os parâmetros de avaliação comentados na Seção 2.3 foram calculados e organizados na Tabela 9.

	KNSu (com KNO <sub>3</sub> Fertilizante)	KNSu (com KNO <sub>3</sub> Puro)	KNSb (com KNO <sub>3</sub> Puro)
I <sub>t</sub> (N s)	59,19	71,83	66,43
m <sub>p</sub> (g)	73,12	72,99	82,56
l <sub>s</sub> (s)	82,52	100,31	82,02

Tabela 9 – Parâmetros de avaliação dos motores-foguete testados

Fonte: Autoria própria (2023).

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho, realizou-se uma análise abrangente do estudo de um motor-foguete, incluindo testes experimentais e avaliação teórica de parâmetros críticos, como pressão, temperatura e densidade. Além disso, foi efetuada uma análise comparativa do equilíbrio químico entre diferentes tipos de propelentes estudados.

Os resultados obtidos forneceram informações relevantes sobre o desempenho do motor-foguete que utiliza uma curva catenária entre a seção convergente e divergente para diferentes tipos de propelentes. Inicialmente foi possível identificar a dificultade de se aplicar este tipo de curva em uma seção tão pequena, isso significa que caso aplicada em um bocal de pequenas dimensões (como o testado) suas propriedades de distribuição de pressão serão inexistentes devido a proximidade geometrica com uma parábola.

No projeto do motor-foguete, ficou claro que a utilização da liga inconel para a produção da tubeira foi uma decisão acertada para manter as suas características geométricas. Entretanto, a câmara de combustão produzida com a liga de alumínio acabou sofrendo deformações consideráveis devido o processo de prensagem, sendo que esta deformação acabou também limitando a densidade obtida pelo propelente, tanto que fez necessário a fabricação de mais uma câmara de combustão para dar segmento aos experimentos.

Em relação ao desempenho do motor-foguete, pode-se perceber que para o propelente KNSu houve um desempenho conforme o esperado pela literatura, com uma queima progressiva, devido a geometria do propelente. Já em relação ao KNSb houve uma redução da taxa de queima, coincindindo com o que está presente na literatura, sendo facilmente percebido na análise dos gráficos.

No entanto, apesar de produzirem diferentes curvas de empuxo, estes propelentes apresentam coeficientes isentrópicos extremamente semelhantes, o que faz com que reproduzam curvas praticamente identicas em relação as razões das propriedades termodinâmicas.

Vale ressaltar que o uso do nitrato de potássio puro teve um impacto significativo na melhora no desempenho do grão-propelente quando comparado ao obtido a partir do fertilizante, além de fornecer uma maior facilidade durante a prensagem também foi possível perceber um aumento de cerca de 18% no impulso específico.

Em conclusão, este estudo contribui para a compreensão dos fatores que influenciam o desempenho de um motor-foguete e fornece uma base para futuras pesquisas e desenvolvimentos da utilização da curva catenária em bocais do tipo convergente-divergente.

#### 5.1 Segestões para trabalhos futuros

Como sugestão inicial, por intermédio do programa PROPEP, é possível variar a proporção na composição da mistura do propelente, considerando ainda a inclusão de diferentes combustíveis ou oxidantes. Posteriormente, a confirmação da pesquisa poderia ser efetuada por meio de ensaios experimentais.

Outra proposta envolve a fabricação de um bocal convergente-divergente sem recorrer a aplicação da catenoide, permitindo a comparação dos resultados com o estudo atual.

Uma alternativa adicional refere-se à análise numérica dos resultados deste estudo e à validação do modelo matemático empregado. Essa validação tem o potencial de simplificar de forma significativa o desenvolvimento de outros motores de foguetes que utilizam propelente sólido.

## REFERÊNCIAS

ABBENA, E.; SALAMON, S.; GRAY, A. **Modern differential geometry of curves and surfaces with Mathematica**. 3. ed. Philadelphia, PA: Chapman & Hall/CRC, 2006. (Textbooks in Mathematics).

ACIK, S. Internal ballistic design optimization of a solid rocket motor. 2010.

ALVES, A. L. *et al.* Minifoguete a propelente sólido: aspectos teóricos e propostas experimentais para o ensino de física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Sociedade Brasileira de Física, v. 42, p. e20200390, 2020. ISSN 1806-1117. Disponível em: https://doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2020-0390.

ANDERSON, J. Introduction to Flight. 8. ed. New York, NY: McGraw-Hill Professional, 2015.

ANGELO JR, J. A. Rockets. New York, NY: Facts On, 2006. (Frontiers in Space).

BROWN, C. D. **Spacecraft Propulsion**. Reston, VA: American Institute of Aeronautics & Astronautics, 1996. (AIAA Education Series).

FOLTRAN, A. C. *et al.* Burning rate measurement of knsu propellant obtained by mechanical press. **Journal of Aerospace Technology and Management [online]**, v. 7, n. 2, 05 2015.

FUTURA. **Calcul variationnel : qu'est-ce que c'est ?** 2023. Online. Disponível em: https: //www.futura-sciences.com/sciences/definitions/mathematiques-calcul-variationnel-10313/. Acesso em: 17 jun. 2023.

GIL, J. B. The catenary (almost) everywhere. **Boletin de la Asociación Matemática Venezolana**, v. 12, n. 2, 2005.

HILL, P.; PETERSON, C. **Mechanics and thermodynamics of propulsion**. 2. ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson, 1991.

KUENTZMANN, P. Introduction to solid rocket propulsion. p. 17, 01 2004.

LOCKWOOD, E. H. Book of Curves. [S.I.]: Cambridge University Press, 1961.

NAKKA, R. **A-100 Rocket Motor**. 1999. Online. Disponível em: https://www.nakka-rocketry.net/ engine3.html#Nozzle. Acesso em: 19 mai. 2023.

NAKKA, R. **Solid Rocket Motor Theory**. 2001. Online. Disponível em: https://www. nakka-rocketry.net/rtheory.html. Acesso em: 23 abr. 2023.

NAKKA, R. **Machining of Rocket Nozzles**. 2004. Online. Disponível em: https://www. nakka-rocketry.net/nozmach.html#Materials. Acesso em: 20 abr. 2023.

NAKKA, R. **Potassium Nitrate/Sucrose Propellant (KNSU)**. 2017. Online. Disponível em: https://www.nakka-rocketry.net/sucrose.html. Acesso em: 28 abr. 2023.

NAKKA, R. **A-100M Rocket Motor**. 2021. Online. Disponível em: https://www.nakka-rocketry. net/A-100M.html. Acesso em: 19 mai. 2023.

NEWTON, I. **Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (Latin Edition)**. [*S.l.*]: Glasgow University, 1871.

OLDE, M. Potassium Nitrate Sorbitol Propellant: Experimental Investigation of Solid Propellant Characteristics. 2019. Delft University of Technology - Aerospace Engineering Programme. Disponível em: https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid% 3Abd9fbf03-bf45-4bfe-aa27-39e1492de3e4. Acesso em: 01 oct. 2023.

PALMERIO, A. F. Introdução à Tecnologia de Foguetes. 2. ed. São José dos Campos/SP: SindCT, 2017.

PESSOA, J. Space age: Past, present and possible futures. **Journal of Aerospace Technology** and Management [online], v. 13, 2021.

SHAPIRO, A. H. **The dynamics and thermodynamics of compressible fluid flow, volume 1**. New York, NY: The Ronald Press Company, 1953.

SOUSA, R. T. de; ALVES, F. R. V.; SOUZA, M. J. A. Aspectos da parábola e da catenária: um estudo à luz da geometria dinâmica. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 17, p. 1–22, 2022.

SUTTON, G.; BIBLARZ, O. **Rocket Propulsion Elements, Ninth Edition**. John Wiley & Sons (US), 2017. Disponível em: https://books.google.com.br/books?id=gS9gswEACAAJ.

UDIIT, S. A.; NAGARANI, S.; HARIHARAN, A. Catenary curve - a case study. **International Journal of Management, Technology And Engineering**, p. 644–649, 2018.

VIEGAS, F. L. **Perfuração de rochas por jato supersônico quente**. São José dos Campos: [*s.n.*], 2004. 146 p. Disponível em: http://urlib.net/ibi/6qtX3pFwXQZ3P8SECKy/CfQTd.

VYVERMAN, T. The Potassium Nitrate - Sugar Propellant. Belgium: [s.n.], 1978.

WIKIPÉDIA. Ficheiro: Motor foguete.gif. 2005. Online. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/ wiki/Ficheiro:Motor\_foguete.gif. Acesso em: 28 abr. 2023.

APÊNDICE A – Desenhos mecânicos do motor-foguete









APÊNDICE B – Desenhos mecânicos do dispositivo de compactação de propelente



∢	۵	O	۵	Ш			<sup> </sup>	<u> </u>	
ω		(-)			DIMENSÃO BRUTA: $\Phi = 3^{*}$	DIMENSÃO BRUTA: Φ = 2* OBSERVAÇÃO	DATA 11/09/2022	DATA DATA DATA DATA	
					AÇO ABNT 1045 TEFLON	AÇO ABNT 1045 POLIDO AÇO ABNT 1045 MATERIAL	DESENHISTA MILENA PEVISOR MÁRCIO	ALTERAÇÃO	
~					01 01	01 01 QTD.	Å		1
					DC - 22.2.5 DC - 22.2.4	DC - 22.2.3 DC - 22.2.1 N° DESENHO	DERAL DO PARAN	NHARIA MECÂNICA D DE COMPACTAÇÃO	TOLERÂNCIA ±
ω					PUNÇÃO PROLONGADOR	HASTE BASE INTERNA DESCRIÇÃO	DE TECNOLÓGICA FEI	DEPARTAMENTO DE ENGE CONJUNTO DISPOSITIV	o DC - 22.2.6
 					04 03	02 01 ITEM	UNIVERSIDA		
									+
4	(m)								-
	4								-
5									c
									•
	<u> </u>	Ö	Δ	Ш			r	<u></u>	
	1	-		·		<b>I</b>			






