

ppgmat

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

NÁGELA MARTINS

**PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL
EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

LONDRINA

2023

NÁGELA MARTINS

**PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL
EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

**PERCEPTION OF MATHEMATICS BY ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS IN
MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva

LONDRINA

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério Da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina



NÁGELA MARTINS

**PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL
EM ATIVIDADES DEMODELAGEM MATEMÁTICA**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 20 de Outubro de 2023

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Emerson Tortola, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Lilian Akemi Kato, Doutorado - Universidade Estadual de Maringá

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 20/10/2023.

Este trabalho é dedicado a você, familiar ou amigo que contribuiu muito na minha caminhada. Sem vocês eu nada seria.

AGRADECIMENTOS

À Deus por me fortalecer em cada amanhecer, me presenteando com sabedoria nos momentos de adversidade.

À minha grande família que me compreendeu e me impulsionou durante esta caminhada. Em especial à minha mãe Maria Eunice pelo companheirismo e colo que me acolhe. A meu pai, Antonio por sempre me mostrar que resultados positivos andam lado a lado ao esforço e trabalho diário, homem íntegro e de um coração imenso. À minha irmã Nathalia e meu cunhado Vinicius por todo carinho, abraços apertados e longas conversas.

À minha orientadora, professora Dra Karina Alessandra Pessoa da Silva por sua incessante busca pela qualidade da educação, que me inspirou nos caminhos e me orientou para o desenvolvimento deste trabalho.

À professora Dra Lilian Akemi Kato e ao professor Dr Emerson Tortola que prontamente aceitaram o convite para se constituírem banca desse trabalho. Obrigada pela disponibilidade e olhar cuidadoso à leitura do texto.

Aos meus amigos do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT), com quem tive oportunidade de dividir muitos momentos de aprendizagem e convivência nas melhores tardes de sextas-feiras. Às amizades já consolidadas e às que foram construídas durante este processo.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná de Londrina/Cornélio Procópio pelo profissionalismo e pelas contribuições.

À diretora da instituição pesquisada, aos pais e as crianças, pela disponibilidade em contribuir com este trabalho. A vocês meu carinho e gratidão.

Às crianças que passaram por mim na Educação Básica. A vocês, que criam em mim motivos diários para seguir em frente.

O auxílio concedido por meio de uma bolsa de estudos da Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação do campus Londrina da Universidade Tecnológica Federal do Paraná no período de 05/2021 a 04/2022.

A todos que de forma direta ou indireta me tornaram mais humana e me fortaleceram durante a caminhada me fazendo acreditar na educação.

*“Eu acredito que às vezes são as pessoas que ninguém espera nada
que fazem as coisas que ninguém consegue imaginar.”*

Alan Turing (1912 – 1954)

MARTINS, Nágela. **Percepção da Matemática por alunos do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática**. 2023. 174 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

RESUMO

Para a presente pesquisa nos pautamos na Modelagem Matemática como alternativa pedagógica que possibilita abarcar conhecimentos matemáticos a partir de situações-problema que, de forma geral, se encontram no contexto da realidade e na Semiótica peirceana enquanto arcabouço teórico da didática da Matemática para compreender o conhecimento. A pesquisa teve como objetivo investigar “Que Matemática é percebida por alunos do Ensino Fundamental quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?”. Consideramos a percepção, no sentido semiótico, como a forma como uma pessoa interpreta o que experimenta e o processo de percepção transforma as experiências em informações compreensíveis e gerenciáveis. Com o objetivo de apresentar reflexões para a questão de pesquisa, nos debruçamos na descrição e na análise de quatro atividades de modelagem matemática desenvolvidas, com duas turmas: uma turma do 5º ano e uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental, de uma escola privada localizada em Cambé-PR. As atividades foram selecionadas considerando maior participação dos estudantes, a fim de que subsidiassem a nossa análise qualitativa de cunho interpretativo. As atividades do 5º ano – TV e redes sociais – foram desenvolvidas coletivamente com toda a turma contando com a participação ativa dos alunos. E as atividades do 9º ano – *Pizza* e Salto alto – foram desenvolvidas com os alunos organizados em grupos. Os dados coletados foram provenientes de registros escritos, fotos, gravações em vídeos e áudios. Analisando duas atividades de cada uma das turmas do Ensino Fundamental – 5º e do 9º ano –, pudemos evidenciar a Matemática percebida pelos alunos dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental nos signos que utilizaram/produziram no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, considerando a coleta de dados, a resolução do problema e a comunicação de resultado pelos pares. De modo geral, os signos produzidos pelos alunos do 5º ano foram subsidiados, em sua maioria, por gestos e falas, diferentemente dos alunos do 9º ano que procuraram organizar de maneira formal a abordagem Matemática por meio da escrita, além da fala e gesto. Mais especificamente, a Matemática percebida por cada uma das turmas estava relacionada aos conteúdos matemáticos que haviam sido estudados em aulas anteriores ao desenvolvimento de cada atividade ou a partir de uma sugestão da professora-pesquisadora. As atividades de modelagem matemática desenvolvidas durante o ano letivo de 2021, com os alunos do 5º ano e do 9º ano, nos permitiu elaborar um produto educacional que tem por objetivo orientar professores que almejam implementá-las em práticas de sala de aula no Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Semiótica. Matemática percebida. Ensino Fundamental.

MARTINS, Nágela. **Perception of Mathematics by elementary school students in mathematical modeling activities**. 2023. 174 p. Dissertation (Master's degree in Mathematics Education) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

ABSTRACT

For this present research, we centered our focus on Mathematical Modeling as a pedagogical alternative that allows the incorporation of mathematical knowledge through problem-solving situations that, in general, are found in the context of reality and in Peircean Semiotics as the theoretical framework of mathematics didactics for understanding knowledge. The research aimed to investigate 'What Mathematics is perceived by elementary school students when they engage in mathematical modeling activities?' We consider perception, in a semiotic sense, as how a person interprets what they experience, and the process of perception transforms experiences into understandable and manageable information. In order to provide reflections for the research question, we delved into the description and analysis of four mathematical modeling activities developed with two classes: one class from the 5th grade and one from the 9th grade of elementary school, at a private school located in Cambé-PR. The activities were selected considering greater student participation to support our qualitative interpretative analysis. The 5th-grade activities – TV and social networks – were developed collectively with the whole class, with active student participation. The 9th-grade activities – Pizza and High Heels – were developed with students organized into groups. The collected data included written records, photos, video recordings, and audio. Analyzing two activities from each of the elementary school classes – 5th and 9th grade – we were able to highlight the mathematical perception of students in the initial and final years of elementary school through the signs they used/produced in the development of mathematical modeling activities, considering data collection, problem-solving, and peer communication of results. In general, the signs produced by the 5th-grade students were largely supported by gestures and speech, unlike the 9th-grade students who sought to organize the mathematical approach formally through writing, in addition to speech and gesture. More specifically, the Mathematics perceived by each of the classes was related to the mathematical content that had been studied in previous classes before the development of each activity or based on a suggestion from the teacher-researcher. The mathematical modeling activities developed during the 2021 school year with 5th and 9th-grade students allowed us to create an educational product aimed at guiding teachers who wish to implement them in elementary school classroom practices."

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. Semiotics. Perception of Mathematics. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Capa do Produto Educacional.....	27
Figura 2 – Procedimento de análise da pesquisa	33
Figura 3 – Fases da Modelagem Matemática	39
Figura 4 – Ciclo de Modelagem de acordo com suas fases	40
Figura 5 – Importantes funções do signo	50
Figura 6 – Constituintes peirceanos da percepção.....	55
Figura 7 – Atividades de modelagem matemática desenvolvidas e analisadas	60
Figura 8 – Resposta da AI_9 nas escolhas das temáticas	62
Figura 9 – Imagens do questionário eletrônico enviado para os alunos	64
Figura 10 – Imagens das respostas dos alunos no questionário eletrônico	65
Figura 11 – Aluno AI_1 e aluno AI_4 representando os sentidos dos gráficos com gestos...	66
Figura 12 – Nuvem de palavras com as respostas do questionário	67
Figura 13 – O aluno AI_14 está apontando para a imagem	68
Figura 14 – Conclusão do aluno AI_1 ao olhar a nuvem de palavras	69
Figura 15 – Constituintes peirceanos da percepção na atividade da TV	69
Figura 16 – Alunos acessando o recurso tecnológico no GeoGebra sob orientação da professora-pesquisadora.....	70
Figura 17 – Aluna AI_9 representando o tamanho que se referia a TV	72
Figura 18 – Registros de alunos medindo suas televisões em casa	73
Figura 19 – Constituintes peirceanos da percepção na atividade da TV	75
Figura 20 – Captura da tela do objeto educacional.....	76
Figura 21 – Registo de AI_13 respondendo à pergunta.....	77
Figura 22 – AI_3 representando a TV e como são os quadradinhos	78
Figura 23 – AI_11 representando o vagalume do jogo.....	79
Figura 24 – Registo de AI_17 respondendo à pergunta.....	80
Figura 25 – Experimento feito por AI_17 com uma imagem	80
Figura 26 – Constituintes peirceanos da percepção na atividade da TV	81
Figura 27 – Aluno fazendo a busca no dicionário	82
Figura 28 – Registro de AI_1 fazendo a explicação e o cálculo realizado para a polegada ...	83
Figura 29 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático algoritmo da divisão na atividade da TV.....	84
Figura 30 – Captura de tela do recurso tecnológico	84

Figura 31 – Registro de AI_15 das televisões conforme o ano de lançamento.....	85
Figura 32 – Registros do AI_16 para a atividade TV	87
Figura 33 – Registro do AI_9 para a atividade TV	88
Figura 34 – Resposta da AI_7 nas escolhas das temáticas.....	89
Figura 35 – Imagem do questionário	91
Figura 36 – Resposta AI_16 ao questionário	92
Figura 37 – Participação do aluno AI_16	94
Figura 38 – Captura do formulário <i>online</i> das redes sociais.....	95
Figura 39 – Captura das respostas do formulário <i>online</i> das redes sociais.....	96
Figura 40 – Captura dos gestos de AI_17 enquanto falava.....	97
Figura 41 – Imagens enviadas por AI_19	99
Figura 42 – Tabela feita por AI_5 para a resolução	100
Figura 43 – Resolução para o <i>TikTok</i>	101
Figura 44 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático média aritmética na atividade das Redes Sociais.....	102
Figura 45 – Gráfico construído pelos alunos.....	103
Figura 46 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático gráfico na atividade das redes sociais.....	104
Figura 47 – Imagem do formulário das temáticas para atividade.....	108
Figura 48 – Roda de conversa dos alunos para o desenvolvimento da atividade <i>Pizza</i>	111
Figura 49 – O aluno AF_16 segura uma massa da <i>pizza</i> para indicar a espessura.....	112
Figura 50 – Medições realizadas pelos alunos para localização do centro da massa das <i>pizzas</i>	113
Figura 51 – Indicação de AF_14 para o corte da <i>pizza</i>	114
Figura 52 – AF_14 se referindo ao setor circular.....	116
Figura 53 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático setor circular na atividade da <i>pizza</i>	117
Figura 54 – Resolução dos grupos para a área total das <i>pizzas</i>	118
Figura 55 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático setor circular na atividade da <i>pizza</i>	119
Figura 56 – Medido os pedaços de <i>pizza</i> com o transferidor	121
Figura 57 – Cálculo feito pelo AF_16 das possibilidades de consumo e gasto	123
Figura 58 – <i>Pizza</i> assada para comer após a montagem feita pelos alunos	124
Figura 59 – Sapatos utilizados na coleta de dados	126

Figura 60 – Gestos dos alunos AF_7 e AF_14 enquanto falavam sobre o posicionamento dos pés	127
Figura 61 – Desenhos feitos pelos alunos na coleta de dados.....	127
Figura 62 – Gestos feitos por AF_14 para representar os ângulos que falava	128
Figura 63 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático ângulo na atividade do salto alto.....	129
Figura 64 – Gesto feito por AF_5 para representar o ângulo que falava	129
Figura 65 – Desenhos feitos pelos alunos na coleta de dados.....	130
Figura 66 – Momento da coleta de dados dos alunos	130
Figura 67 – Resolução apresentada pelo aluno AF_16.....	132
Figura 68 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático teorema de Pitágoras na atividade do salto alto.....	133
Figura 69 – Agrupamentos para a análise geral via fases da modelagem.....	139
Figura 70 – Síntese dos canais perceptivos nas fases de Modelagem Matemática	144

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Publicações do PPGMAT cujos autores utilizaram Modelagem Matemática no Ensino Fundamental.....	17
Quadro 2 – Atividades de modelagem desenvolvidas.....	28
Quadro 3 – Modelos representados pelos alunos	37
Quadro 4 – Publicações do IX EPMEM cujos autores utilizaram Modelagem Matemática no Ensino Fundamental.....	45
Quadro 5 – Signos classificados conforme o canal perceptivo.....	52
Quadro 6 – Organização dos alunos e problema investigado na atividade da TV.....	72
Quadro 7 – Tempo de acesso as redes sociais.....	93
Quadro 8 – Tempo médio diário de acesso.....	102
Quadro 9 – Relação de objetos matemáticos e canal perceptivo dos alunos do 5º ano nas atividades desenvolvidas	106
Quadro 10 – Valores das <i>pizzas</i> analisadas na atividade	109
Quadro 11 – <i>Pizzas</i> cortadas pelos alunos do 9º ano.....	115
Quadro 12 – Pedações das <i>pizzas</i> utilizados nos cálculos	120
Quadro 13 – Cálculo feito pelos grupos da área do setor circular das <i>pizzas</i>	121
Quadro 14 – Solução dos grupos de alunos para a atividade.....	122
Quadro 15 – Informações referente à Figura 57.....	123
Quadro 16 – Relação de objetos matemáticos e canal perceptivo dos alunos do 9º ano nas atividades desenvolvidas	135
Quadro 17 – Signos classificados conforme o canal perceptivo.....	138
Quadro 18 – Ações dos alunos referentes a Matemática percebida	139

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EPMEM	Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
MM	Modelagem Matemática
PPGMAT	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
STEAM	Science, Technology, Engineering, Arts, Mathematics
RIUT	Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	15
1 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	24
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA	24
1.2 PRODUTO EDUCACIONAL	26
1.3 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA	28
1.4 METODOLOGIA.....	31
2 MODELAGEM MATEMÁTICA	35
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA E MODELO MATEMÁTICO	35
2.2 ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA	38
2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL	41
3 SEMIÓTICA.....	48
3.1 SEMIÓTICA PEIRCEANA.....	48
3.2 PERCEPÇÃO	53
3.3 SEMIÓTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	57
4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES.....	60
4.1 ATIVIDADES COM A TURMA DO 5º ANO.....	61
4.1.1 Turma do 5º ano: ATIVIDADE TV.....	62
4.1.2 Turma do 5º ano: ATIVIDADE REDES SOCIAIS.....	89
4.1.3 Considerações sobre as atividades da turma do 5ºano: TV e REDES SOCIAIS	105
4.2 ATIVIDADES COM A Turma do 9º ano.....	108
4.2.1 Turma do 9º ano: ATIVIDADE <i>PIZZA</i>	109
4.2.2 Turma do 9º ano: ATIVIDADE SALTO ALTO	124
4.2.3 Considerações sobre as atividades da turma do 9º ano: <i>PIZZA</i> e SALTO ALTO	134
4.3 MATEMÁTICA PERCEBIDA POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	137
CONSIDERAÇÕES FINAIS	142
REFERÊNCIAS	147
APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA PESQUISA	158
APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	159

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO APLICADO ANTES DAS ATIVIDADES	
(5º ANO).....	160
APÊNDICE D – TEMÁTICAS SUGERIDAS PELOS ALUNOS DO 5º ANO..	161
APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO ELETRÔNICO	162
.....	162
APÊNDICE F – IMAGENS DO RECURSO TECNOLÓGICO	163
APÊNDICE G – IMAGENS DO RECURSO TECNOLÓGICO.....	165
APÊNDICE H – QUESTIONÁRIO APLICADO ANTES DAS ATIVIDADES	
(9º ANO).....	168
APÊNDICE I – TEMÁTICAS SUGERIDAS PELOS ALUNOS DO 9º ANO...	169
APÊNDICE J – ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA	171
ANEXO A – FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO	
EDUCACIONAL	172

INTRODUÇÃO

A busca em assegurar a aprendizagem é uma meta que o país almeja para a Educação Básica sendo um tema predominante, quando em pauta, nos debates públicos nacionais. Para tanto, o documento atual, intitulado Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), foi elaborado considerando um conjunto de aprendizagens essenciais que o aluno precisa desenvolver ao longo de todas as etapas e modalidades da Educação Básica, indicando competências e habilidades das quais se espera que o aluno desenvolva durante todo o período escolar. Deste modo, busca-se uma formação humana do educando na “construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva” (BRASIL, 2018, p. 7).

Segundo a BNCC, temos que a competência são a mobilização de conhecimentos e habilidades, as atitudes e os valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana. No decorrer da Educação Básica, espera-se o desenvolvimento de dez competências gerais¹, definidas como as aprendizagens essenciais.

A Educação Básica é composta por três etapas – Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. O Ensino Fundamental é nosso foco de investigação e “deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (BRASIL, 2018, p. 266).

Considerando as competências gerais da Educação Básica, de acordo com a BNCC, a área da Matemática, por consequência, o componente curricular de Matemática, deve garantir uma articulação aos alunos com o desenvolvimento de competências específicas em seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, em que cada um pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização.

De acordo com a BNCC, a Matemática “precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas” (BRASIL, 2018, p. 265). No Ensino Fundamental – etapa escolar focada para essa pesquisa –, inferimos que essa ideia está alinhada à proposta da Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, na qual se indica que uma das características é trabalhar com problemas vinculados a situações reais (BASSANEZI, 2002; SILVA; KATO, 2012;

¹ Não é nosso foco listar as competências nesta pesquisa, porém as dez competências estão listadas em Brasil (2018, p. 9).

MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2019; NISS; BLUM, 2020; STILLMAN, 2015; BLISS; LIBERTINI, 2006).

Nesta pesquisa nos fundamentamos em uma das caracterizações apresentadas na literatura da Educação Matemática, a qual considera a Modelagem Matemática na sala de aula como uma alternativa pedagógica de ensino e aprendizagem de matemática que possibilita a criação de um espaço que contempla o interesse e a motivação do aluno (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012). As atividades de modelagem matemática desenvolvidas com os alunos, de forma geral, permitem evidenciar que “seus conhecimentos matemáticos existentes são relevantes ou em que são auxiliados na identificação e aquisição de novos conhecimentos matemáticos potencialmente úteis na situação em questão” (NISS, 2010, p. 59).

Nesse contexto, a investigação a respeito da construção de conhecimentos matemáticos por meio de atividades de modelagem matemática tem sido foco de discussões entre diferentes pesquisadores (FOX, 2006; VERTUAN, 2007; SILVA, 2008; SILVA, 2013; SILVA; ALMEIDA, 2015; TORTOLA; ALMEIDA, 2018). Entretanto, pesquisas recentes (VILLA-OCHOA; SOARES; ALENCAR, 2019; SOARES *et al*, 2021), apontam a necessidade de estudos que tratam da Modelagem Matemática nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Essa é uma das justificativas para a gênese desta pesquisa, além do fato de a professora-pesquisadora² trabalhar com esse nível de escolaridade desde 2012.

No âmbito do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), ao qual essa pesquisa está vinculada, há desdobramentos sobre a implementação de práticas com Modelagem Matemática no Ensino Fundamental que têm sido discutidas. No Quadro 1, apresentamos as dissertações que foram desenvolvidas e publicadas no referido programa até setembro de 2023³. Na sequência, apresentamos uma breve descrição das dissertações para a identificação do que já se tem pesquisado no âmbito do PPGMAT.

Para a organização do quadro, inserimos um código para cada dissertação, o ano em que foi feita sua publicação no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT), disponível em <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/>, o nome do autor e o título.

² Utilizamos a designação professora-pesquisadora, pois a professora agiu também como pesquisadora no desenvolvimento das atividades de modelagem com os alunos do Ensino Fundamental.

³ As dissertações aqui apresentadas estavam disponíveis no site <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/> cuja consulta foi realizada em 08/09/2023.

Quadro 1 – Publicações do PPGMAT cujos autores utilizaram Modelagem Matemática no Ensino Fundamental

Código	Ano de publicação	Autor	Título
D1	2019	Rafael Machado da Silva (SILVA, R. M.)	Atividades de modelagem matemática com estudantes em vulnerabilidade social: uma análise à luz da Educação Matemática crítica
D2	2019	Rafael Montenegro Palma (PALMA, R. M.)	Manifestações da criatividade em Modelagem Matemática nos anos iniciais
D3	2020	Paulo Henrique Hideki Araki (ARAKI, P. H. H.)	Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: uma análise semiótica
D4	2021	Luana Carvalho dos Santos (SANTOS, L. C.)	Matematização em atividades de modelagem matemática nos anos finais do ensino fundamental
D5	2021	Cristiana Fadin (FADIN, C.)	Modelagem Matemática e pensamento algébrico no 6º ano do ensino fundamental
D6	2021	Andréa Regina Teixeira Nunomura (NUNOMURA, A. R. T.)	Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar para os registros de representação semiótica
D7	2023	Gizele Antunes da Luz (LUZ, G. A.)	O pensamento funcional de alunos dos anos finais do ensino fundamental em atividades de modelagem matemática
D8	2023	Susane Cristina Pasa Pelaquim (PELAQUIM, S. C. P.)	Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma interpretação dos diagramas semióticos
D9	2023	Suzana Lovos Trindade (TRINDADE, S. L.)	Análise semiótica de componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática no 8º ano do Ensino Fundamental

Fonte: Autora, 2023.

Nas dissertações supracitadas, D1 apresenta propostas e análises de atividades de modelagem matemática desenvolvidas em um ambiente que oferece qualificação profissional, por meio de cursos gratuitos para jovens e adultos em um projeto de socialização infantil, realizado em contraturno escolar para crianças e adolescentes, em vulnerabilidade social. Os alunos, envolvidos no desenvolvimento das atividades, foram organizados em dois grupos, sendo o primeiro composto por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e o segundo por alunos do Ensino Médio. Com relação aos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental destacou-se a participação ativa dos alunos na construção dos modelos matemáticos, que foram abordados, objetivando responder às problemáticas por eles criadas e que estavam associadas a

problemas que vivenciavam no dia a dia, como desperdício de alimentos e tarifas de água e energia elétrica.

Em D2, temos a descrição e a análise de quatro atividades dentre seis desenvolvidas, e sete planejadas para o 5º ano do Ensino Fundamental, utilizando como prática pedagógica a Modelagem Matemática, que tem como foco o trabalho com situações da realidade e o protagonismo dos alunos. As atividades foram desenvolvidas no período regular da respectiva turma. A ideia do tema para a pesquisa surgiu do interesse do orientador do trabalho nas questões relativas à criatividade em Modelagem Matemática e da prática profissional e apreço à Modelagem como prática de ensino do pesquisador. Concluiu-se que, por meio das relações das resoluções dos alunos com a criatividade, que as atividades de modelagem matemática possuem características que possibilitam o engajamento do indivíduo como um aluno criativo.

Já em D6, todas as três atividades foram desenvolvidas por uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental, tomando como base o interesse dos estudantes pelas temáticas, se pautando na Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica para abordar Matemática por meio de situações extra matemáticas. A pesquisa buscou evidenciar as aprendizagens que emergem quando os estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental desenvolvem atividades de modelagem matemática, possibilitando a compreensão do objeto matemático⁴ presente nas atividades. A utilização de diferentes registros de representação associados a um mesmo objeto matemático e a coordenação adequada entre estes registros representou uma possibilidade de o estudante compreender o objeto matemático. Concluiu-se que os alunos se apresentaram surpresos que aquele momento das atividades era uma aula, pois não haviam escrito nada no caderno, só conversado. Eles puderam vivenciar a mudança dos registros e como isso acontece no percurso da atividade, perceber que os registros estão interligados de forma que o aprendizado acontece naturalmente. As atividades, de forma geral, se iniciaram com o registro em língua natural, permeado pelos diálogos constantes entre estudantes e a professora.

Da leitura de D2 e D6, podemos concluir que ao desenvolver atividades de modelagem matemática foi destacado um grande interesse das turmas, não apenas pelo tema, mas também pelas aulas, uma vez que, os estudantes tiveram um papel mais participativo; agir como protagonistas durante todo o encaminhamento fez diferença no envolvimento. Isso acontece nas

⁴ Entendemos que o objeto matemático é “qualquer entidade ou coisa à qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que intervém de alguma maneira na atividade matemática” (GODINO; BATANERO; FONT, 2006, p. 5).

atividades de modelagem matemática, pois os estudantes são os protagonistas na construção do conhecimento, com auxílio do professor que age como mediador. De modo geral, nesse nível de escolaridade, os estudantes, “apresentam dependência da figura do professor, da sua aprovação em cada etapa para prosseguir” (NUNOMURA, 2021, p. 116).

A temática para as atividades de D8 foi *brincadeira*, escolhidas pelos alunos e sugeridas pela professora regente, que também era a pesquisadora. A pesquisa apresenta a análise do desenvolvimento de quatro brincadeiras, das seis que foram desenvolvidas, com alunos do 5º ano do Ensino Fundamental durante as aulas regulares. A análise, sob uma perspectiva semiótica de Peirce, possibilitou inferir que os diagramas⁵ construídos pelos alunos refletem entendimentos, referentes aos objetos matemáticos e não matemáticos, transitando do interpretante imediato para o interpretante dinâmico e final por meio de uma semiose, construindo novos signos a partir dos que já conheciam. Os momentos de familiarização dos alunos com atividades de modelagem, como sugeridos por Almeida, Silva e Vertuan (2012), proporcionaram a formação de alunos autônomos, responsáveis e comprometidos com o processo da construção de conhecimentos. E a construção do conhecimento pode ser percebida na elaboração dos diagramas feitos pelos alunos que representaram seus entendimentos por meio desses.

No que diz respeito às dissertações que abordam atividades de modelagem matemática com os anos finais do Ensino Fundamental, há cinco produções de pesquisas no PPGMAT até setembro de 2023 – D3, D4, D5, D7 e D9 – que foram desenvolvidas quase que exclusivamente no ambiente escolar, em primeiras experiências dos alunos com a Modelagem Matemática.

Evidenciamos que em três pesquisas há algumas observações para se levar em consideração em estudos futuros. Em D4, mesmo já sendo desenvolvida a atividade piloto, não se conseguiu alcançar totalmente os objetivos das atividades, devido a um problema com a tecnologia digital, o que também aconteceu em D7. A atividade de D4 foi concluída e a professora-pesquisadora identificou, por meio das análises, que os alunos gostaram da atividade, mas acharam longa e difícil e na mesma pesquisa uma atividade não foi considerada como uma atividade de modelagem matemática, os alunos também não participaram e não se interessaram pela atividade de forma satisfatória em seu desenvolvimento. Em D7, a pesquisadora afirmou que o desenvolvimento das atividades contribuiu para aperfeiçoar a

⁵ Os diagramas são tipos de signos semióticos em que se é possível evidenciar algumas regras para inferir sobre sua construção. Isso porque um diagrama indica uma similaridade com seu objeto pelas relações internas e não no nível das aparências (PEIRCE, 2005).

prática docente. Mas, alguns pontos podem ser aprimorados em atividades futuras. Já em D5, a pesquisa desenvolvida com alunos do 6º ano apresentou alguns desafios e percalços, como assevera a pesquisadora:

o estranhamento de alguns alunos com a prática da Modelagem Matemática, que não prioriza a resolução de exercícios no caderno e o uso do livro didático, como ocorre nas aulas habituais; a resistência inicial de alguns alunos em trabalhar coletivamente; a cobrança pedagógica em relação ao cumprimento dos conteúdos curriculares preestabelecidos; e a ausência de alguns alunos nas coletas de dados ponto de partida para novos estudos sobre as temáticas abordadas (FADIN, 2021, p. 153).

Esses foram alguns dos desafios enfrentados durante os desenvolvimentos das atividades no decorrer da pesquisa, com o intuito de ressaltar que o foco das autoras de D4 e D5 foi de fazer considerações para os novos estudos referentes à Modelagem Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. É possível perceber, por meio destas pesquisas, o engajamento dos estudantes no desenvolvimento das atividades, em que conteúdos matemáticos foram abordados, levando em consideração a autonomia e a reflexão nas discussões para se chegar a uma solução.

Para Alves e Souza (2021), introduzir a Modelagem nos anos iniciais, “torna possível às crianças perceber a presença dos modelos matemáticos na sociedade e seus desdobramentos sociais, políticos e econômicos em diferentes âmbitos” (ALVES; SOUZA, 2021, p. 5-6). No que diz respeito a atividades de modelagem desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental, Araki (2020, p. 24) afirma que a sua utilização pode favorecer o desenvolvimento do “senso de antecipação e de percepção dos estudantes, aspectos fundamentais para o pensamento matemático”.

De acordo com Almeida, Silva e Veronez (2021), ao se utilizar uma situação do mundo real em termos matemáticos os estudantes iniciam o processo de matematização, processo onde ocorre a transição da linguagem natural para a linguagem matemática, essa transição vem ancorada entre Matemática e realidade, podendo ser interpretada à luz da semiótica, tornando-se, portanto, “[...] indispensável a transição de linguagens, considerando especificidades de cada situação bem como da Matemática a ela articulada” (ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2021, p. 9).

Segundo Santaella (2012), Peirce caracterizou a semiótica – teoria dos signos –, como uma teoria sîgnica do conhecimento, que tem por objetivo o exame dos modos de produção de significado e de constituição de conhecimento. A semiótica é a ciência dos signos, logo os objetos de estudo da semiótica são os signos. Peirce (2005) organizou seus estudos por meio de uma arquitetura triádica, sendo constituído por três componentes: o fundamento do signo, o objeto e o interpretante. Para Peirce um signo

[...] é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do signo (PEIRCE, 2005, p. 46).

Os signos podem “desempenhar o papel de ponte entre o mundo da linguagem e o mundo lá fora” (SANTAELLA, 2012, p. 75) que é empreendida por meio da percepção. Santaella (2012) aponta que só entendemos a teoria da percepção peirceana quando a conectamos com a semiótica.

A percepção pode ser entendida como “a definição psicológica usada para descrever como você interpreta o que experimenta e o processo de percepção transforma suas experiências em informações compreensíveis e gerenciáveis” (HALL; LINGEFJÄRD, 2017, p. 444).

O que podemos evidenciar é que, em aulas de Matemática, quando solicitados para indicar uma temática de interesse de estudo, os alunos recorrem àqueles em que relações matemáticas podem se fazer presentes, configurando “condições de generalidade para significar” (SANTAELLA, 2012, p. 80) a situação-problema no contexto da Matemática. Ao desenvolver atividades de modelagem matemática, Silva e Almeida (2017) apontam que evidências sobre a percepção referente à Matemática “pode se pautar na análise dos signos produzidos por meio de registros escritos, nas falas e nos gestos que [delas] emergem” (SILVA; ALMEIDA, 2017, p. 110).

Para Hoffmann (2006), os signos representam um papel essencial na Matemática e são os produtos de pensamentos de quem os manifestam. Além disso, o conhecimento, desde a estimulação por meio dos órgãos dos sentidos até a percepção em nível de mediação (terceiridade)⁶ na qual se aloca o raciocínio matemático, é mediada por signos.

Em nossa pesquisa, nos fundamentamos na abordagem da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012) e no entendimento do signo como uma relação triádica (PEIRCE, 2005) para analisarmos os encaminhamentos de alunos dos anos iniciais e de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental ao desenvolverem atividades de modelagem matemática.

Nesse sentido, buscamos refletir acerca da seguinte questão de pesquisa: “*Que Matemática é percebida por alunos do Ensino Fundamental quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*”.

⁶ Categoria fenomenológica configurada por Peirce e que está abordada no capítulo 3.

De modo a apresentar reflexões sobre essa problemática, elaboramos duas questões norteadoras:

1. Que signos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?
2. Que signos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?

Neste texto descrevemos e analisamos quatro atividades de modelagem desenvolvidas por alunos do 5º e do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada, na qual se utiliza material apostilado para trabalhar as unidades temáticas. Com o intuito de apresentar reflexões sobre nossa questão de pesquisa, estruturamos o presente texto em cinco capítulos para além da introdução, das referências e dos elementos pós-textuais.

No Capítulo 1, apresentamos os *Aspectos Metodológicos da Pesquisa* bem como a metodologia de pesquisa utilizada. Para tanto, trazemos o delineamento da pesquisa, tomando como base a questão de pesquisa e destacando as características do ambiente no qual a coleta de dados ocorreu. Em seguida, caracterizamos os sujeitos de nossa pesquisa e as atividades desenvolvidas. Neste capítulo, também, detalhamos os instrumentos utilizados na coleta de dados. Por fim, trazemos a opção metodológica utilizada para a análise dos dados.

No segundo capítulo, intitulado *Modelagem Matemática*, apresentamos as considerações acerca da Modelagem na perspectiva da Educação Matemática que fundamentam as discussões da nossa pesquisa.

No terceiro capítulo, intitulado *Semiótica*, abordamos os fundamentos que a regem enquanto vertente científica, com base na perspectiva do filósofo norte-americano Charles Sanders Peirce, com foco na teoria da percepção. Para tanto, apresentamos algumas considerações acerca da aplicação da Semiótica na Educação Matemática. Por fim, a importância para o processo de produção ou utilização de signos.

No capítulo quatro, intitulado *Descrição e Análise das Atividades*, apresentamos a descrição de quatro atividades desenvolvidas – duas no 5º ano e outras duas no 9º ano do Ensino Fundamental – para a presente pesquisa, e analisamos os dados obtidos à luz dos pressupostos teóricos estabelecidos, para cada atividade de acordo com o ano escolar.

No capítulo cinco, apresentamos as *Considerações finais* e conclusões referente ao nosso trabalho. De modo a finalizar, trazemos as referências utilizadas em nossa pesquisa, bem como os apêndices e anexos mencionados ao longo do texto.

Como resultado da pesquisa, enquanto atendimento ao mestrado profissional, organizamos um produto educacional que se trata de um caderno interativo com as atividades

desenvolvidas no 5º e no 9º ano do Ensino Fundamental. O caderno interativo tem como título “Modelagem Matemática com alunos do Ensino Fundamental” e é destinado a professores que desejam inserir práticas de Modelagem no Ensino Fundamental. Ele está disponível para acesso no RIUT – <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>.

1 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

No presente capítulo, apresentamos os aspectos metodológicos empregados em nossa pesquisa, de modo a subsidiar nossa discussão. Primeiramente elencamos a contextualização da pesquisa, a estrutura do produto educacional e destacamos os procedimentos de pesquisa.

No que se refere à contextualização, descrevemos os sujeitos envolvidos, bem como o ambiente no qual se deu a coleta de dados. Na seção seguinte, apresentamos algumas características referentes ao produto educacional que emergiu a partir de nossa pesquisa. Quanto aos procedimentos da pesquisa, apresentamos uma síntese de algumas das atividades desenvolvidas, as estratégias empregadas na coleta de dados e a metodologia de análise à qual recorreremos.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA PESQUISA

De modo a apresentarmos reflexões acerca da questão de pesquisa “*Que Matemática é percebida por alunos do Ensino Fundamental quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*”, analisamos as estratégias adotadas pelos alunos no desenvolvimento das atividades.

Para auxiliar na apresentação das reflexões para a questão de pesquisa, nos subsidiamos nas seguintes questões norteadoras:

- *Que signos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*
- *Que signos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*

Instigadas pela forma como os alunos do Ensino Fundamental percebem a Matemática no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, destacamos que outra motivação para a pesquisa se deu devido à literatura na área da Educação Matemática.

Na área da Educação Matemática, algumas pesquisas sobre Modelagem Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental – anos iniciais e finais –, apontam que estudos têm ocorrido com mais vigor nos últimos anos (COUTINHO; TORTOLA, 2020). Entretanto em algumas delas é relatada a necessidade de maiores investimentos sobre a Modelagem Matemática nos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental (VILLA-OCHOA; SOARES; ALENCAR, 2019; SOARES *et al*, 2021). Logo, o interesse pela temática se fundamenta em

evidenciar as percepções, a partir dos pressupostos das atividades de modelagem matemática desenvolvidas com alunos dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental.

Com base nessas considerações, a coleta de dados ocorreu em uma escola localizada no município de Cambé, localizado na Região Metropolitana de Londrina do norte pioneiro paranaense. Tal escolha encontra-se justificada no fato de que a pesquisadora vem atuando na escola, como professora⁷ da disciplina de Matemática, desde o ano de 2015. A professora-pesquisadora, no momento do desenvolvimento das atividades, atuava na escola há sete anos, ministrando a disciplina de Matemática para as turmas dos anos iniciais e dos anos finais do Ensino Fundamental.

Trata-se de uma escola da rede particular de ensino, atendendo a população do próprio município. Ao todo, a escola conta com 14 turmas distribuídas entre classes de Educação Infantil e Ensino Fundamental, nos períodos matutino e vespertino. No momento da realização da pesquisa, em 2021, a escola contava com 247 alunos matriculados.

Quanto à sua infraestrutura, a escola conta, para além dos espaços destinados para salas de aula, com laboratório de Ciências, laboratório de informática, quadra poliesportiva e o refeitório.

No que diz respeito aos sujeitos envolvidos na pesquisa, a professora-pesquisadora é professora regente das turmas e já trabalhou com a maioria dos alunos por no mínimo dois anos.

- A turma dos anos iniciais do Ensino Fundamental escolhida para o desenvolvimento das atividades foi o 5º ano com a participação de 19 alunos, sendo 10 meninas e 9 meninos, cujas idades variavam entre 9 e 10 anos.
- A turma dos anos finais do Ensino Fundamental escolhida foi a do 9º ano com a participação de 20 alunos, sendo 10 meninas e 10 meninos, cujas idades variavam entre 13 e 14 anos.

Ressaltamos que, de modo a preservar suas identidades, optamos em identificá-los pelas letras AI para os alunos do 5º ano e AF para os alunos do 9º ano, seguidas de um número, atribuído de acordo com a ordenação alfabética de seus nomes. Logo nos referimos aos alunos AI_1, AI_2, ... e AI_19 para os alunos dos anos iniciais e AF_1, AF_2, ... e AF_20 para os alunos dos anos finais. Para a professora-pesquisadora nos referimos como P.

Ao todo, os alunos do 5º ano contavam com seis aulas semanais de Matemática e os alunos do 9º ano contavam com cinco aulas semanais. Cada aula tinha 50 minutos de duração.

⁷ No corpo do texto a professora é referenciada como professora-pesquisadora, visto que estava atuando tanto como professora das turmas quanto como pesquisadora na coleta de dados.

O desenvolvimento da pesquisa se deu a partir da autorização da equipe diretiva e pedagógica da escola (Apêndice A), para a utilização dos espaços físicos, bem como à concessão de algumas aulas para o desenvolvimento das atividades. Ainda, uma vez que os sujeitos da pesquisa eram crianças e adolescentes, mostrou-se necessário o consentimento dos pais ou responsáveis, a partir do preenchimento de um termo livre e esclarecido (Apêndice B), autorizando o desenvolvimento das atividades e o uso dos dados coletados.

1.2 PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional consiste em um caderno interativo digital intitulado “Modelagem Matemática com alunos do Ensino Fundamental”, decorrente desta pesquisa de Mestrado Profissional. Um caderno interativo é um livro digital que favorece a interação que os usuários possam fazer com o material, tornando-o mais dinâmico do que os cadernos convencionais. Ele está disponível para acesso no RIUT – <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>.

O referido caderno contempla atividades de modelagem matemática desenvolvidas em uma turma de 5º ano e uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental e outras propostas de atividades que possibilitem evidenciar a matemática percebida por alunos dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. Consiste em orientações voltadas a professores da área de Matemática, bem como pesquisadores interessados em utilizar as atividades em suas práticas.

A sua estruturação foi pensada de maneira a discorrer acerca de práticas de Modelagem Matemática visando em como os alunos dos anos iniciais e os dos anos finais do Ensino Fundamental podem perceber a Matemática no desenvolvimento das atividades.

Este material encontra-se dividido em duas seções. Na primeira, discorreremos acerca do aporte teórico utilizado em nossa pesquisa, apresentando os principais aspectos referentes à Modelagem Matemática e à percepção, com o objetivo de familiarizar os leitores e usuários com os termos que utilizamos ao longo do caderno. Na segunda seção, apresentamos planejamentos de atividades de modelagem, juntamente com possibilidades de resolução, conforme os encaminhamentos realizados por alunos do 5º e do 9º ano do Ensino Fundamental em que foram desenvolvidas para a sua elaboração.

A Figura 1 apresenta a capa do produto educacional.

Figura 1 – Capa do Produto Educacional



Fonte: Autora, 2023.

1.3 PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

De modo a explorar a questão de pesquisa, os alunos foram convidados a desenvolver atividades de modelagem no ano letivo de 2021. Das turmas participantes, apenas o 5º ano já havia desenvolvido uma atividade de modelagem matemática⁸ enquanto estavam no 4º ano em 2020 (BEZERRA *et al*, 2022), também orientada pela professora-pesquisadora. Esta atividade também consta no Produto Educacional.

Em 2021, ao todo, foram desenvolvidas cinco atividades de modelagem – conforme indicadas no Quadro 2 – tomando como base temáticas sugeridas pelos alunos por meio de uma pesquisa realizada previamente, via formulário digital.

Quadro 2 – Atividades de modelagem desenvolvidas

Turma	Atividade	Título	Alunos envolvidos	Data do desenvolvimento
5º ano	1	TV	Todos	07, 19, 25, 26 e 28/10/2021
5º ano	2	Redes Sociais	AI_5, AI_12, AI_13, AI_15, AI_17, AI_19	25/11; 13, 14 e 16/12/2021
9º ano	3	Recreio	Todos	07, 19, 21, 25 e 26/10/2021
9º ano	4	<i>Pizza</i>	AF_2, AF_3, AF_9, AF_12, AF_14, AF_16, AF_18.	14/12/2021
9º ano	5	Salto Alto	AF_2, AF_5, AF_7, AF_11, AF_12, AF_14, AF_16, AF_18.	16/12/2021

Fonte: Autora, 2023.

A Atividade 1 – *TV* – teve como foco estudar a evolução da TV, para isso os alunos organizaram algumas temáticas que auxiliaram no desenvolvimento da atividade: “O que são os *pixels* Quanto mais pontos você enxerga melhor será a resolução e qualidade da imagem?, Há TV com 33 polegadas? 37? Por que não?, Relação do tamanho da tela em polegadas com as dimensões da TV., Quais foram as TVs que passaram por evoluções? E Qual o melhor lugar para assistir TV?”.

A atividade TV foi desenvolvida nos dias 07, 19, 25, 26 e 28 de outubro de 2021, abordando a temática “TV”, totalizando 8 aulas. Esta atividade foi planejada pela professora-

⁸ A atividade desenvolvida obteve uma premiação do Sistema Maxi de Ensino, Professora Inovadora 2021, na categoria dos anos iniciais.

pesquisadora, junto à orientadora e uma professora da disciplina do Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) e buscou relacionar um conceito matemático não trabalhado anteriormente com os alunos (polegadas). Todos os alunos da turma participaram do desenvolvimento da atividade. Os encaminhamentos foram desenvolvidos em momentos distintos, no decorrer das aulas de Matemática. Os dados provenientes da atividade foram obtidos por registros escritos dos alunos, por meio da aplicação de questionários (Apêndices C e E) e de gravações em áudio e vídeo.

No desenvolvimento da atividade 2 – Redes Sociais –, os alunos realizaram a construção do problema partindo das informações que possuíam após responderem um questionário e fazerem uma busca de informações nos aparelhos celulares da turma: Qual o tempo médio que esse aluno passa conectado nas redes sociais que mais acessa, aproximadamente, em uma semana?

A Atividade 2, intitulada “*Redes Sociais*”, aconteceu nos dias 25, 13, 14 e 16 de novembro/ dezembro de 2021, totalizando 5 aulas. O planejamento desta atividade também se deu pela professora-pesquisadora, junto à orientadora, e buscou mobilizar conhecimentos construídos anteriormente nas aulas de Matemática. Apenas alguns alunos conseguiram participar do desenvolvimento até a finalização, devido ao fim do ano letivo. As ações referentes à atividade ocorreram, em sua totalidade, no decorrer das aulas de Matemática e as informações foram coletadas a partir de registros escritos, *prints*⁹ de mensagens enviadas via *WhatsApp* do telefone celular dos alunos, fotos e gravações de áudio e de vídeo.

A temática da atividade 3 surgiu após os alunos se manifestarem insatisfeitos com o tempo do intervalo, então a professora-pesquisadora propôs para a turma investigar a seguinte situação-problema: “Recreio de 20 minutos, é um tempo adequado para nós?”

A Atividade 3, aconteceu nos dias 07, 19, 21, 25 e 26 de outubro de 2021, constituiu uma atividade desenvolvida por todos os alunos da turma, separados em grupos, ao qual a separação foi feita de acordo com a situação investigada. Esta atividade também foi planejada pela professora-pesquisadora junto à orientadora. Denominada “*Recreio*”, foi desenvolvida no decorrer das aulas de Matemática, totalizando 5 aulas. A análise desta atividade contou com fotos dos alunos, registros escritos e gravações de áudio e de vídeo. Ao término desta atividade também foi realizada uma entrevista semiestruturada com os alunos individualmente (Apêndice J), para assim falarem dos registros apresentados nas resoluções.

⁹ A turma possuía um grupo de mensagens instantâneas (*WhatsApp*) para troca de informações das aulas devido ao momento de aulas remotas que aconteciam em 2021.

Levando em consideração uma comemoração de fim de ano que sempre acontece na escola com o cardápio de *pizza*, os alunos buscaram responder o problema: *Qual a melhor opção entre os diferentes tamanhos de pizzas, para que os alunos comam um pedaço de pizza, e na hora que cada um comer esse um pedaço, coma a maior fatia de massa possível, pagando o menor valor?*

Sendo essa a Atividade 4, intitulada “*Pizza*”, foi desenvolvida no dia 14/12/2021, por sete alunos, que foram organizados em 3 grupos de dois ou quatro integrantes. A atividade foi desenvolvida nas aulas de Matemática e os dados coletados dizem respeito aos registros escritos, às gravações em áudio e vídeo e fotografias das *pizzas*.

Considerando que o momento do desenvolvimento da atividade 5 também ocorreu próximo ao fim do ano letivo, em um momento de sessão de fotos da turma os alunos manifestaram a curiosidade sobre o salto alto, logo a situação a ser investigada surgiu: *Qual o tamanho do salto que é possível se equilibrar e andar?*

A Atividade 5, com a temática “*Salto Alto*”, foi desenvolvida no dia 16/12/2021 por um grupo de oito alunos. A coleta de dados dessa atividade se deu com base em registros escritos, fotos e gravação de vídeo.

Dessas atividades, elegemos quatro (1, 2, 4 e 5) para a realização das análises. Essa escolha encontra-se embasada para termos a mesma quantidade de atividades de cada ano escolar já com os alunos familiarizados com uma atividade de modelagem. A atividade 3 e as demais atividades mencionadas e analisadas, encontram-se disponíveis no produto educacional.

De forma geral, os dados que subsidiaram as nossas análises são:

- registros escritos coletados, como anotações dos alunos, questionários, resoluções e *feedback*;
- gravações em áudio, feito a partir de *smartphones*, da professora-pesquisadora e dos próprios alunos, de modo a permitir a transcrição dos diálogos e discussões;
- gravações em vídeo, utilizando uma filmadora e também *smartphones*, permitindo a captura de algumas imagens de modo a subsidiar a visualização dos gestos e das ações dos alunos no desenvolvimento das atividades e na entrevista individual;
- fotos, tiradas pela professora-pesquisadora e pelos alunos, de maneira a registrar situações que pudessem auxiliar na análise das atividades.

Para o desenvolvimento das atividades nas turmas, a professora-pesquisadora explicou sobre sua pesquisa e o motivo pelo qual estava filmando e gravando áudios das aulas. Em consonância com a pesquisa, os próprios estudantes colaboraram com a coleta de dados, ajudando com as gravações e registros de fotos, feitos pelos equipamentos disponibilizados e

telefones celulares dos próprios estudantes, após enviadas para a professora-pesquisadora no término de cada aula pelo *WhatsApp*.

1.4 METODOLOGIA

A presente pesquisa se embasou nos aportes teóricos referentes à pesquisa qualitativa. Considerando que a pesquisa tem como objetivo *evidenciar que Matemática é percebida por alunos do Ensino Fundamental quando desenvolvem atividades de modelagem matemática*, optamos pela pesquisa qualitativa de cunho interpretativo. Segundo Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa possui cinco características principais:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal: no nosso caso, a fonte de dados são os registros produzidos durante o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática por estudantes de uma turma dos anos iniciais e uma turma dos anos finais do Ensino Fundamental, de uma escola privada do Norte do Paraná, durante as aulas regulares de Matemática das turmas em que a professora-pesquisadora é a regente responsável por elas.

2. A investigação qualitativa é descritiva: buscamos descrever os fatos o mais fielmente possível, fundamentados nos materiais coletados por meio das filmagens, gravações, fotografias e registros escritos dos estudantes, estabelecendo conexões com os referenciais teóricos adotados, para subsidiar nossas argumentações durante a análise do material coletado.

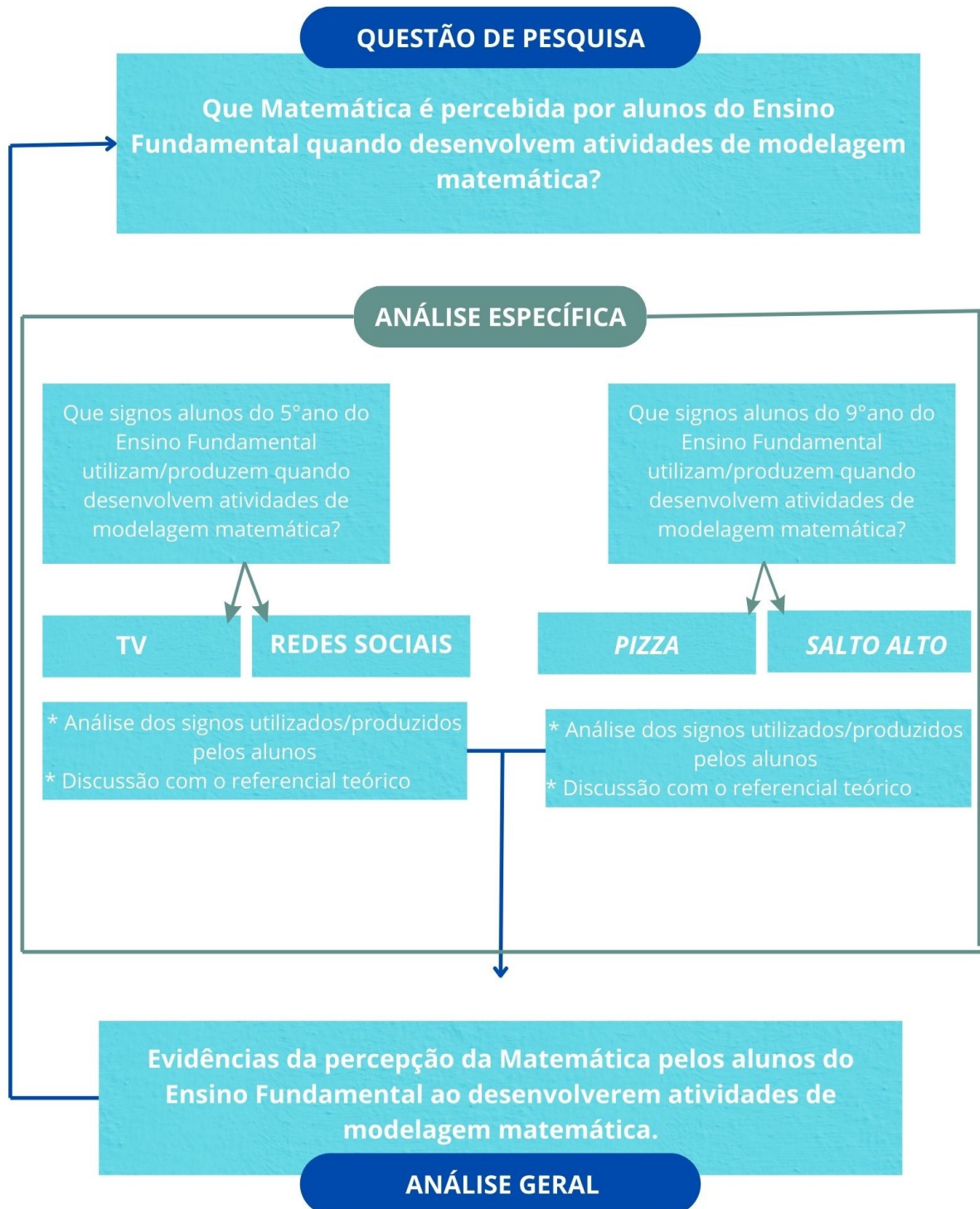
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que pelos resultados ou produtos: as estratégias qualitativas mostram o modo como as expectativas se traduzem nas atividades, procedimentos e interações diários. Uma atividade de modelagem matemática envolve fases que constituem o seu desenvolvimento. A análise das fases envolvidas na atividade de modelagem é que possibilita compreender como se deu a produção do modelo matemático, que representa uma solução para a situação-problema inicialmente proposta.

4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva: os dados coletados durante o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática não são utilizados com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente, buscamos estabelecer uma relação de proximidade com esses dados, analisando todos os materiais, a fim de demonstrar, de forma indutiva, e com base nas constatações feitas a partir dos registros dos alunos, fatos que asseguraram as induções realizadas pelo pesquisador em relação ao fenômeno investigado.

5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa: as análises realizadas estão fundamentadas nas bases teóricas enunciadas. Durante nossas análises, voltamos nosso olhar, também, para os signos utilizados/produzidos para evidenciar a Matemática percebida por alunos dos anos iniciais e dos anos finais do Ensino Fundamental no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Neste sentido, desenvolvemos uma pesquisa de cunho qualitativo, na qual buscamos subsídios em nossos dados e referencial teórico para apresentar reflexões para nossa questão de pesquisa seguindo a proposta da Figura 2. Para a análise específica buscamos subsídios no quadro teórico sobre Modelagem Matemática e Semiótica para refletir sobre as questões norteadoras. Já na análise geral, consideramos a análise específica das atividades, trazendo reflexões para a nossa questão de pesquisa (Figura 2).

Figura 2 – Procedimento de análise da pesquisa



Fonte: Autora, 2023.

Partindo desse princípio, a interpretação dos resultados de nossa pesquisa buscou identificar os signos utilizados/produzidos pelos alunos do Ensino Fundamental que emergiram a partir do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e que trazem indícios

sobre a matemática percebida. Abordagens relativas aos nossos entendimentos sobre Modelagem Matemática e Semiótica são apresentadas nos capítulos subsequentes.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Com base na questão de investigação da nossa pesquisa “*Que Matemática é percebida por alunos do Ensino Fundamental quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*”, organizamos nosso quadro teórico apresentando as caracterizações da Modelagem Matemática no contexto da Educação Matemática, evidenciando o nosso entendimento e a concepção adotada na pesquisa.

Em seguida, apresentamos algumas considerações acerca de Modelagem Matemática e modelo matemático, de modo a contextualizar a sua aplicação neste trabalho. Na seção a seguir, tratamos da abordagem cíclica da atividade de modelagem matemática, destacando as fases que a subsidiam. Para finalizar o capítulo, tratamos da Modelagem Matemática no Ensino Fundamental, observando as especificidades para cada etapa do Ensino Fundamental – anos iniciais e anos finais.

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA E MODELO MATEMÁTICO

Considerando a necessidade de ofertar um ensino mais atrativo aos alunos da Educação Básica, nas duas últimas décadas do século XX começou-se a delinear uma perspectiva na área da Educação Matemática, a Modelagem Matemática, a qual possibilita uma importância da introdução da aplicação da Matemática no âmbito escolar, mas com o surgimento dos problemas podendo ocorrer fora do contexto escolar. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a Modelagem Matemática pode favorecer a aproximação dos estudantes com a matemática escolar por meio de problemas extraescolares vivenciados por eles.

Na literatura é possível encontrar pesquisas sobre Modelagem Matemática nos diferentes níveis de ensino, mas é evidente destacar que elas apresentam algo em comum: o objetivo de resolver um problema da realidade ou de áreas do conhecimento utilizando-se para isso a Matemática.

De acordo com a BNCC, documento criado para nortear as aprendizagens tidas como essenciais em cada área de conhecimento e nos diferentes níveis de ensino no Brasil:

A Matemática não se restringe apenas à quantificação de fenômenos determinísticos – contagem, medição de objetos, grandezas – e das técnicas de cálculo com os números e com as grandezas, pois também estuda a incerteza proveniente de fenômenos de caráter aleatório. A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico (BRASIL, 2018, p. 267).

Um caminho apontado por Meyer, Caldeira e Malheiros (2019) para os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática ou para o “fazer” Matemática na escola é a Modelagem Matemática, a qual é compreendida como um processo que usa a Matemática para “representar, analisar, fazer previsões ou fornecer informações sobre fenômenos do mundo real” (BLISS; LIBERTINI, 2006, p. 8).

Além disso, Biembengut (2019) aponta que, para os alunos apresentarem interesse ao que está sendo ensinado, é necessário saber a importância dos conceitos apresentados no programa curricular para a formação dos alunos, para então, poder conduzir à aprendizagem. A Modelagem, segundo Biembengut (2019, p. 46-47, destaques da autora) “é um método para o ensino do conteúdo curricular a partir de um *tema/assunto* e, paralelamente, a orientação das crianças à pesquisa sobre algo a mais desse *tema* que lhes possa interessar”. Diante disso, é possível “ressaltar que aprendemos quando temos *necessidade* de saber” (TRIGUERO; KATO, 2022, p. 5, destaque das autoras).

Para nossa pesquisa, nos fundamentamos na Modelagem Matemática em que ela se mostra como uma alternativa pedagógica com várias potencialidades, investigando uma situação-problema não essencialmente Matemática, na qual fazemos uma abordagem por meio da Matemática para solucionar um problema. Na medida em que a atividade de modelagem pode ser pensada como “a arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos” (BASSANEZI, 2002, p. 16) e que, por essa característica, “os alunos tanto podem ressignificar conceitos já construídos quanto construir outros diante da necessidade de seu uso” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 23), cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Bassanezi (2002) afirma em seu livro, intitulado “Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática”, que a Modelagem Matemática é um processo dinâmico, que pode ser utilizado para se obter modelos matemáticos e as suas respectivas validações; consiste na condução de uma série de ensaios, que podem tomar como base o raciocínio lógico e a utilização de diversas ferramentas matemáticas. Com isso, possibilita-se à pessoa inserida em um contexto de Modelagem, a obtenção de um sistema, ao qual o autor caracteriza como sendo um modelo.

Nesse sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13), definem modelo “como representação de alguma coisa, [...] uma tentativa de expor e/ou explicar características de algo que não está presente, mas se ‘torna presente’ por meio deste modelo”.


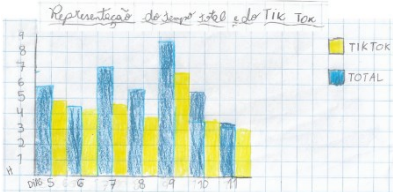
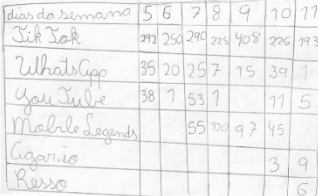
Dessa maneira, a Modelagem Matemática leva o estudante a se deparar com situações da realidade e relacioná-las com conceitos matemáticos por meio de uma investigação de um problema definido de uma situação real, o que motiva o estudante no contexto escolar, de modo

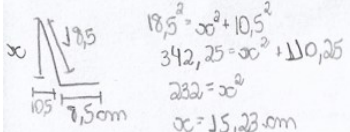
que a aprendizagem da Matemática se apresenta com mais sentido para o aluno. Para além, Rosa (2021) considera-a como uma estratégia capaz de conversar com outras áreas do conhecimento e, conseqüentemente, pode estimular uma visão mais crítica ao estudante, abordando conteúdos como um todo e não de forma fragmentada. De modo geral, “o professor escolhe um *tema/assunto* que permita com que as crianças perpassem as etapas de pesquisa até encontrarem um modelo matemático que descreva a situação proposta e, ao mesmo tempo, aprendam um ou mais conceitos do programa curricular” (TRIGUERO; KATO, 2022, p. 4).

Um modelo matemático é “um tipo especial de modelo, ou seja, uma representação de aspectos de um domínio extra-matemático por meio de algumas entidades matemáticas e relações entre elas” (NISS; BLUM, 2020, p. 6). Niss e Blum (2020) ainda evidenciam o fato em haver muitas decisões e escolhas envolvidas na resolução para se estabelecer o modelo, o que definem como sendo um processo. “Este processo é denominado *Modelagem Matemática*” (NISS; BLUM, 2020, p. 7).

Para Lesh (2010, p. 18), “um modelo é um sistema para descrever ou projetar algum outro sistema com algum propósito específico”. Logo, um modelo pode representar o objeto matemático, podendo assumir diversas representações, sendo elas: tabela, gráfico, figura, expressão algébrica, descrição em linguagem natural, entre outras. A seguir, no Quadro 3, temos alguns dos modelos matemáticos que foram representados pelos alunos do Ensino Fundamental no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

Quadro 3 – Modelos representados pelos alunos

Exemplos de modelos matemáticos	
	Algoritmo da divisão
	Gráfico de colunas
	Quadro

	Expressão algébrica
---	---------------------

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Nesse sentido, o objetivo no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática não é somente a obtenção do modelo, mas sim analisar o processo percorrido, a análise crítica e a inserção no contexto sociocultural, tendo como especificidades que nos anos iniciais os alunos estão em processo de desenvolvimento de habilidades, como raciocínio lógico-matemático, por além, o processo requer atenção e cuidado, para se ter o resultado final.

Diante das possibilidades de modelos matemáticos, English (2016) destaca que,

[...] os alunos podem representar seus dados criando listas ou tabelas ordenadas, usando código de cores ou produzindo uma variedade de gráficos. Como resultado, modelos de vários graus de sofisticação são gerados. Independentemente de seus níveis de desempenho matemático, todos os alunos podem produzir um modelo que represente sua própria solução para um determinado problema (ENGLISH, 2016, p. 187).

Dependendo do nível de escolaridade e dos conhecimentos dos alunos, modelos matemáticos com diferentes graus de sofisticação podem ser deduzidos. Ärlebäck e Doerr (2018, p. 18) afirmam que os “modelos iniciais dos alunos (ou sistemas conceituais) muitas vezes não são muito sofisticados ou úteis, mas esses modelos inicialmente explicitados podem ser avaliados, revisados e refinados”, conferindo ações que dizem respeito à atividade de modelagem.

2.2 ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

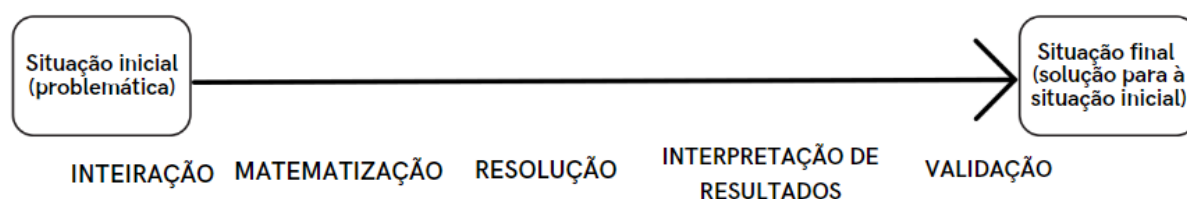
Segundo Fox (2006), as atividades de modelagem matemática vão além da tradicional forma de resolução de problemas, visto que “são atividades reveladoras do pensamento que exigem que as próprias crianças desenvolvam interpretações matemáticas das situações” (FOX, 2006, p. 225). Assim, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, os alunos empreendem diferentes ações, tais como:

a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p. 120-121).

Portanto, por meio da modelagem tem-se como princípios norteadores a observação da realidade, discussões e investigações de problemas por meio da Matemática, que podem ser organizados em um conjunto de fases mediante o qual se definem estratégias de ação em relação a um problema (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; PERRENET; ZWANEVEL, 2012; SILVA; ALMEIDA, 2015; FERRI, 2018; ALMEIDA; SILVA, 2021).

Almeida, Silva e Vertuan (2012) estruturam e descrevem as ações presentes em uma atividade de modelagem em cinco fases – inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação –, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Fases da Modelagem Matemática

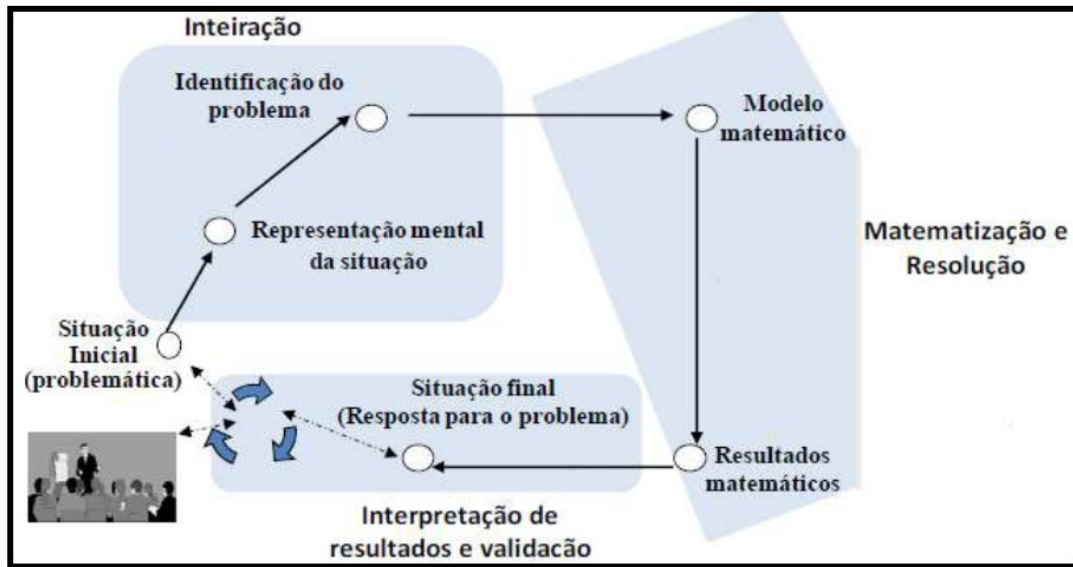


Fonte: Adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

A inteiração é a primeira fase de desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, na qual os estudantes têm um primeiro contato com uma situação-problema para assim se familiarizar com as características e as especificidades da situação, conhecendo as informações necessárias; a matematização é a fase em que os estudantes realizam a transição da situação inicial para um problema matemático em que são definidas as variáveis e levantadas as hipóteses; na resolução, os estudantes resolvem o problema, obtendo um modelo matemático; a interpretação de resultados, consiste na fase em que os estudantes analisam os resultados obtidos; e a fase de validação, em que se avalia se o processo implica ou não em uma solução para o problema em termos do problema real e da situação-problema investigada.

Entretanto, se o modelo matemático obtido não foi capaz de atender às necessidades da situação, é necessário retomar o processo em alguma de suas fases anteriores. Logo, as fases apresentadas são uma tentativa de organizar o processo de Modelagem Matemática, além de serem essenciais. Tais encaminhamentos “podem não decorrer de forma linear, e constantes movimentos de ‘ida e vinda’ entre as fases caracterizam a dinamicidade da atividade” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 17), configurando um ciclo, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Ciclo de Modelagem de acordo com suas fases



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 19).

Para Ferri (2018, p. 30), os “ciclos de modelagem representam, por um lado, um modelo de um processo de modelagem e, por outro, uma descrição idealizada e linear de como o processo de modelagem deve continuar”. No entanto, a autora entende que “os processos de modelagem dos indivíduos não são lineares” (FERRI, 2018, p. 30). Neste âmbito, de um ponto de vista cognitivo, Ferri (2018), caracteriza “rotas de modelagem”. Assim, os ciclos para além de um esquema teórico que caracteriza uma atividade de modelagem matemática, são também um instrumento de aprendizagem para os alunos e um instrumento de diagnóstico para os professores.

A caracterização de rotas de modelagem vai ao encontro das assertivas de Blum e Niss (1991), que asseveram que o caráter cíclico de uma atividade de modelagem emerge, pois:

Ao validar o modelo, discrepâncias de vários tipos podem ocorrer, o que pode conduzir a uma modificação do modelo ou a sua substituição por um novo. Em outras palavras, o processo de resolução de problemas pode exigir a volta ao ciclo várias vezes. Se, eventualmente, um modelo satisfatório for encontrado, o modelador pode usá-lo como base para fazer previsões, tomar decisões ou ações (BLUM; NISS, 1991, p. 38-39).

Atividades de modelagem matemática, em geral, não estão focadas na abordagem ou introdução de um conteúdo específico, como se costuma ocorrer no cotidiano da sala de aula da Educação Básica, mas na interpretação do fenômeno estudado que pode culminar em um modelo matemático e o processo que se realiza para obter este modelo. Sendo assim, o caminho cíclico percorrido possibilitará, muitas vezes, a inserção da abordagem de diferentes conteúdos matemáticos, conforme o decorrer da situação e os envolvimentos dos alunos.

Biembengut (2019) afirma que promover atividades de modelagem matemática em qualquer nível de escolaridade, implica em ensinar e auxiliar o estudante, a fazer pesquisa sobre um assunto de seu interesse, “ao mesmo tempo que aprende os conteúdos curriculares (e não curriculares) integralmente” (BIEMBENGUT, 2019, p. 47). Assim, “além de uma aprendizagem matemática mais significativa, possibilita estímulo à criatividade na formulação e na resolução de problemas e senso crítico em discernir os resultados obtidos” (BIEMBENGUT, 2009, p. 22).

Com base neste excerto supracitado apresentado da literatura, podemos perceber que, para os níveis de ensino que nossa investigação se direciona – o Ensino Fundamental –, as pesquisas indicam as potencialidades da Modelagem em um contexto de ensino e aprendizagem de Matemática.

2.3 MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Um aspecto relevante da Modelagem na Educação Matemática vem a ser a sua possibilidade de incursão nos diferentes níveis de ensino. Silva e Klüber (2012) afirmam que, a Modelagem associada ao Ensino Fundamental, pode ser entendida enquanto uma metodologia capaz de conciliar conhecimentos matemáticos diversos a partir de atividades de caráter lúdico e dinâmico.

Discussões sobre especificidades no que se refere à Matemática, seu ensino e sua aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental têm sido recorrentes na literatura, especialmente na área de Educação Matemática.

Pesquisas apontam relações positivas com os anos iniciais e o trabalho com a Modelagem Matemática. Neste nível de escolaridade encontra-se “[...] um modo de agir característico, com ações e encaminhamentos específicos, que constitui seu procedimento” (TORTOLA, 2016, p. 268), e que revela “[...] que as atividades de modelagem propostas pelos professores dos anos iniciais se moldam às práticas de ensino específicas dos professores deste nível” (SOUZA; LUNA, 2014, p. 62).

Alsina *et al.* (2021, p. 92) afirmam que a inserção da Modelagem Matemática desde os primeiros anos escolares “permitirá que as crianças adquiram progressivamente sólidas competências matemáticas, sempre tendo em mente a conexão entre o mundo matemático e o mundo real”. Isso porque, segundo English (2006, p. 188), “problemas que incluem dados qualitativos e quantitativos podem ajudar os alunos a lidar de forma mais eficaz com informações fora da sala de aula”.

Segundo English e Watters (2004, p. 336) “várias questões, conjecturas, conflitos, revisões e resoluções surgem à medida que as crianças desenvolvem, avaliam e se preparam para comunicar seus produtos”. Com “produtos” os autores referem-se a descrições, explicações, justificativas e representações matemáticas associadas aos modelos matemáticos.

Considerando as orientações do professor e os conhecimentos dos alunos, “modelos de variados níveis de sofisticação” (ENGLISH, 2016, p. 187) podem se fazer presentes. Isso porque atividades de modelagem despertam a curiosidade e provocam “uma mudança no ambiente do espaço escolar, em que o aluno tem mais autonomia e possibilidades de participação” (FERNANDES; TORTOLA, 2021, p. 2087).

Entretanto, de acordo com Tortola e Almeida (2018), quando se trata de alunos dos anos iniciais, a Modelagem Matemática apresenta algumas especificidades, especialmente relacionada: à simbologia Matemática, à linguagem, seja na ação que define o problema, na interpretação das informações, na coleta de dados, formulação de hipóteses e seleção de variáveis, à produção de modelos matemáticos e na apresentação de respostas para cada situação investigada. Os autores descrevem que o modelo matemático serve para representar ou tornar presente o objeto matemático, podendo este assumir diversas representações e não tendo um fim em si só, mas a sua construção, contribuindo para a resolução de um problema.

Para Alves e Souza (2021), introduzir atividades de modelagem nos anos iniciais “torna possível às crianças perceber a presença dos modelos matemáticos na sociedade e seus desdobramentos sociais, políticos e econômicos em diferentes âmbitos” (ALVES; SOUZA, 2021, p. 5-6). Alguns desses desdobramentos podem associar a abordagem da Educação STEAM (Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática) quando os alunos produzem protótipos no desenvolvimento de atividades de modelagem, “os protótipos se configuraram como resultado da produção da matematização ou mesmo como meios para realizar a matematização” (SILVA; PELAQUIM, 2022, p. 17).

A linguagem empregada, muitas vezes, por alunos dos anos iniciais parece conduzir as ações, em que parecem indicar as especificidades dos estudantes dos anos iniciais, “a linguagem utilizada pelos alunos durante a resolução é predominantemente numérica e essa foi usada com a intenção de explorar relações entre as variáveis” (TORTOLA; ALMEIDA, 2014, p. 70). Mesmo sendo possível perceber que os alunos reconhecem quais são as variáveis que influenciam na resposta do problema, não utilizam símbolos para representar as variáveis envolvidas na construção do modelo matemático do problema, como frequentemente os alunos de anos escolares mais avançados poderiam recorrer, como os dos anos finais.

Triguero e Kato (2022, p. 16), ao analisarem registros de resoluções de uma atividade de modelagem matemática desenvolvida com alunos dos anos iniciais, observaram diferentes estratégias, entre elas os alunos “usaram de seu repertório matemático e os recursos disponíveis, nesse caso, a calculadora”, trazendo assim a continuidade prevista no programa curricular, proporcionando aos alunos a utilização de seus conhecimentos prévios. As autoras também destacaram o “interesse e o comprometimento das crianças em buscar estratégias para elaborar um modelo matemático que representasse a situação” (TRIGUERO; KATO, 2022, p. 23), os alunos realizaram buscas e alinharam as informações encontradas para a resolução.

Em algumas propostas, o tema possibilitará uma abrangência, sendo assim necessária a intervenção do professor para auxiliar no sentido em que os alunos percebem “a necessidade de fazer delimitações, simplificações e a possibilidade de encontrar informações para formular um problema que pudessem resolver” (TORTOLA; ALMEIDA, 2014, p. 69). As diferentes linguagens que emergem no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática viabilizam a resolução, pois os alunos conseguem fazer uso dessas linguagens em diferentes contextos e articulações entre as características da linguagem de cada um desses contextos.

Existem pesquisas de atividades de modelagem matemática que têm mostrado os resultados criados com as crianças e pelas crianças sobre o protagonismo ao conduzirem os momentos de uma atividade de Modelagem. Alves e Souza (2021) desenvolveram uma atividade com alunos dos anos iniciais que se estruturou em nove momentos, constituídos pela escolha e pelos encaminhamentos das crianças, caracterizando uma produção partilhada, na perspectiva delas, respeitando os seus modos de ser e estar no mundo. Contudo, o protagonismo das crianças e o encaminhamento das atividades foram conduzidos pela adoção das fases da Modelagem definidas na literatura. Nesse processo “surgiram práticas matemáticas específicas, como a prática de medir e a prática de quantificar [...] uma Matemática não simbólica e não formal surgiu” (ALVES; SOUZA, 2021, p. 18-19). Com isso, evidenciaram que a Modelagem com as crianças, ou ainda na perspectiva das crianças, faz despontar uma Matemática pela problematização da situação-problema em questão.

Um levantamento apresentado por Teodoro e Kato (2021) aponta que a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental tem uma apreciável consolidação, com parcerias entre universidades e escolas – pesquisadores e professores atuantes neste nível de ensino. As autoras apresentam a descrição e análise de aspectos emergentes caracterizando em quatro categorias nesse nível de ensino, “promovendo uma discussão com a literatura, no intento de suscitar compreensões sobre questões que se revelam incomuns, articulando com as já discutidas na comunidade de Modelagem

Matemática” (TEODORO; KATO, 2021, p. 6). Sendo as categorias: “i) *A apropriação de linguagens aos anos iniciais*, ii) *A contextualização da realidade pelo/para público infantil*, iii) *A integração com recursos didáticos*, iv) *O dinamismo nas intervenções docentes*” (TEODORO; KATO, 2021, p. 18). Por meio dessas categorias compreenderam que a prática pedagógica com Modelagem Matemática nos anos iniciais apresenta suas particularidades, de acordo com esse nível de ensino, requerendo ações inerentes às práticas já consolidadas em sala de aula, evidenciando e fortalecendo a continuidade em planejar e desenvolver atividades de modelagem matemática para os anos iniciais.

A pesquisa de Bezerra *et al* (2022) apresenta que alunos dos anos iniciais, ao desenvolverem uma atividade de modelagem matemática, além de utilizarem a fala para expressarem suas respostas, usaram gestos. Segundo as autoras, os alunos mobilizaram espontaneamente os aspectos do Raciocínio Proporcional no desenvolvimento de uma atividade de modelagem que teve como temática a produção de beijinhos de leite ninho. Os alunos perceberam que, dependendo do tamanho do docinho, diferentes quantidades seriam produzidas. Para o desenvolvimento da atividade, que ocorreu no contexto remoto, os alunos, de posse de uma receita, produziram docinhos e, sob orientação das professoras, generalizaram a situação em estudo.

Alguns gestos produzidos por alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem podem ser associados a diagramas, conforme aponta a pesquisa de Pelaquim (2023). Os resultados da pesquisa revelaram “evidências de diagramas construídos pelos alunos por meio de gestos, que definimos como diagramas gesticulados” (PELAQUIM, 2023, p. 119). Os gestos foram essenciais para que a professora-pesquisadora inferisse sobre o conhecimento produzido pelos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem em que diferentes tipos de brincadeiras se fizeram presentes.

Na busca por pesquisas que abordassem de forma direcionada os anos finais do Ensino Fundamental frente à Modelagem, notou-se uma carência em estudos relatados na literatura nacional. Pereira, Dalto e Silva (2020) apresentam o quantitativo de pesquisas para as experiências nos anos finais do Ensino Fundamental com o objetivo de mostrar que, embora seja vasto o campo para estudo e divulgação de pesquisas com foco na Modelagem; quando se volta os olhos para esse grupo em específico, evidencia-se que esse número não é tão expressivo nesse nível de escolaridade.

De modo a fazer um levantamento atual das pesquisas no Ensino Fundamental, elegemos como base de dados os trabalhos apresentados na nona edição do Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (IX EPMEM), de 2022. A escolha por este

evento parte-se do princípio de ser voltado para a Modelagem Matemática na Educação Matemática e de ter tido uma edição no último ano, em nível regional.

A partir da análise preliminar dos aspectos metodológicos, da descrição e da análise dos dados evidenciados nos sessenta e dois trabalhos, observamos que há trinta e oito comunicações científicas, no qual entre eles, vinte e cinco descrevem e analisam atividades de modelagem matemática em diferentes níveis de ensino. Destacamos que apenas 1 trabalho apresenta que a atividade foi desenvolvida com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental; já com alunos dos anos finais do Ensino fundamental há 5 trabalhos. Logo, de todas as produções do evento, apenas 9,7% são destinadas ao Ensino Fundamental. Esses seis trabalhos publicados nos anais do IX EPMEM estão indicados no Quadro 4.

Quadro 4 – Publicações do IX EPMEM cujos autores utilizaram Modelagem Matemática no Ensino Fundamental

Autores	Nível de ensino	Título do trabalho
PELAQUIM, S. C. P.; SILVA, K. A. P.	Anos Iniciais	Uma Análise de Diagramas Semióticos Construídos por Alunos do 5º ano do Ensino Fundamental em uma Atividade de modelagem matemática
SANTOS, E.; TORTOLA, E.	Anos Finais	Um Olhar para as Regras em uma Atividade de modelagem matemática no Ensino Fundamental: uma perspectiva wittgensteiniana
FERNANDES, A.; TORTOLA, E.	Anos Finais	Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: a ludicidade como uma característica da investigação de temáticas associadas à realidade
LUZ, G. A.; BORSSOI, A. H.	Anos Finais	Modelagem Matemática associada ao Pensamento Funcional: uma atividade a partir de dados de um Pluviômetro Caseiro
MOLETTA, E.; CRUZ, J.; ZANIM, A. P.; VERONEZ, M. R. D.	Anos Finais	As Fases da Modelagem Matemática e a Constituição de um Ciclo de Modelagem de uma Atividade desenvolvida com Alunos do Ensino Fundamental
MARTINS, N.; SILVA, K. A. P.; MENDES, M. T.	Anos Finais	Avaliação Formativa e Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental

Fonte: Autora, 2023.

Assim, observamos que poucas foram as pesquisas desenvolvidas no nível escolar do nosso foco de estudo – Ensino Fundamental. Araki (2020, p. 24) afirma que a Modelagem Matemática no Ensino Fundamental pode favorecer o desenvolvimento do “senso de antecipação e de percepção dos estudantes, aspectos fundamentais para o pensamento matemático”.

A pesquisa de Pereira, Dalto e Silva (2020) possui como objetivo compreender como se configura a Modelagem Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental quando esta é experienciada pela primeira vez pelo docente e seus alunos. Como ponto inicial, evidenciaram a necessidade de “realizar uma transposição da linguagem tradicional empregada em atividades

de Modelagem com o intuito de tornar a leitura e interpretação da situação acessível para os alunos e o professor” (PEREIRA; DALTO; SILVA, 2020, p. 65). A discussão para as variáveis mais propícias foi crucial frente ao problema, em que o professor caracterizou esse momento como o divisor de águas acerca da orientação da atividade. “A definição das variáveis poderia comprometer o encaminhamento da atividade quando fossem realizadas as coletas de dados” (PEREIRA; DALTO; SILVA, 2020, p. 66).

Uma característica específica desse nível de escolaridade é que os alunos não apresentaram estranhamento “quanto à mudança de uma atividade tradicional para uma atividade de MM, que suscitou investigação e reflexão antes da realização de operações matemáticas” (PEREIRA; DALTO; SILVA, 2020, p. 69). Ao necessitar de conversão para medidas tradicionais, os grupos desenvolveram bem esse momento da atividade.

Segundo Santos e Teixeira (2018), muitas pesquisas e professores apresentam pontos positivos e apoiam a inserção de atividades de modelagem matemática nas aulas de Matemática, inclusive pelo fato de que ela pode oportunizar aos alunos. Porém, também apresentam uma possível justificativa para a ausência dessa alternativa pedagógica na sala de aula, pois “poucos tiveram oportunidade de vivenciá-la em sua formação, seja ela inicial ou continuada e, por isso, muitos deles se sentem inseguros” (SANTOS; TEIXEIRA, 2018, p. 147) para utilizar-se na incorporação das atividades de modelagem matemática em sala de aula.

Cabe ressaltar que Santos e Teixeira (2018) apresentaram algumas ações emergentes para o professor cujo objetivo foi apresentar uma proposta para a condução de uma atividade de modelagem matemática que encorajasse “os professores a se sentirem mais seguros na condução de aulas com essa abordagem, a iniciar um processo de familiarização de seus alunos com esse tipo de atividade e, com isso, torná-la uma prática mais frequente no cotidiano escolar” (SANTOS; TEIXEIRA, 2018, p. 146).

As adaptações dos alunos e do professor, reconhecidas por Almeida, Silva e Vertuan (2012), podem subsidiar a implementação de práticas com modelagem, considerando a “familiarização” com esse tipo de atividade, que pode ser realizada de forma gradativa em que os alunos vão adquirindo autonomia e obtendo mais responsabilidades entre as fases. Os autores caracterizam três momentos de familiarização.

No primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com um tema já definido, lhes fornece dados, informações e o problema a ser resolvido, bem como orienta nas demais fases da modelagem, deduzindo com os alunos um modelo matemático de modo a obter uma solução para o problema. O segundo momento é caracterizado por ter uma sugestão de tema e os alunos são os responsáveis pela coleta e análise de dados e informações necessárias

para resolver, assim como a escolha dos procedimentos matemáticos que irão utilizar na análise das respostas. No terceiro momento é de responsabilidade dos alunos o desenvolvimento de uma atividade como um todo, isto é, a condução, desde a escolha do tema até as fases de interpretação e validação, perpassando pela dedução de um modelo matemático. Há de se destacar que em todos os momentos de familiarização, o professor se configura como um orientador, não abdicando sua função em atender e auxiliar nas dificuldades dos alunos.

As atividades de modelagem matemática, com a requisição da interpretação matemática, favorecem as transições de linguagens, viabilizando a articulação com a simbolização matemática. Assim, a articulação da semiótica com Modelagem Matemática nos permite “sugerir e pontuar que atividades desse tipo devem promover a produção de diferentes signos interpretantes e sua ação promove a aprendizagem dos alunos ao desenvolver atividades de modelagem matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2021, p. 31). A semiótica, como ciência dos signos que tem por objetivo o exame dos modos de produção de significado e de constituição de conhecimento, confere subsídio para as análises que realizamos sobre a matemática percebida pelos alunos em atividades de modelagem.

3 SEMIÓTICA

No presente capítulo continuamos apresentando o quadro teórico a partir do qual a pesquisa em questão se embasou. Para tanto, apresentamos os pressupostos teóricos da Semiótica enquanto ciência dos signos, em especial, à vertente criada pelo filósofo norte-americano Charles Sanders Peirce (1839-1914).

Na sequência, abordamos algumas caracterizações de terminologias e dos conceitos atrelados ao estudo da Semiótica Peirceana, que se fazem necessárias para a condução de nossa pesquisa. Em seguida, apresentamos a percepção enquanto elemento fundamental relacionado à ciência dos signos. Por fim, tratamos de algumas relações já evidenciadas entre a Semiótica e a Educação Matemática, sobretudo no âmbito da Modelagem Matemática.

3.1 SEMIÓTICA PEIRCEANA

Charles Sanders Peirce foi quem desenvolveu a semiótica peirceana. De acordo com Santaella (2007, p. 7) “o nome semiótica vem de raiz grega *semeion*, que quer dizer signo. A semiótica é a ciência dos signos”. Os objetos de estudo da semiótica são os signos.

D’Amore, Pinilla e Iori (2015) afirmam que a teoria de Peirce encontra-se fundamentada no pressuposto de que pensamento e cognição possuem natureza essencialmente semiótica. Assim, para Peirce, os signos podem ser “meios utilizados para representar algo para alguém, são meios de pensamento, de compreensão, de raciocínio, de aprendizagem” (D’AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 59). Em tese, tudo pode ser considerado como sendo um signo, desde que ocorra a interpretação como tal. Diante desse contexto, a noção de signo para Peirce incorpora uma relação evidenciada entre três elementos distintos – uma arquitetura triádica – sendo constituído por três componentes: o representámen (ou fundamento do signo), o objeto e o interpretante. Uma das grandes características da concepção de Peirce vem a ser as relações triádicas dos signos. Para Peirce um signo:

[...] é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém. Dirige-se a alguém, isto é, cria na mente dessa pessoa, um signo equivalente, ou talvez um signo mais desenvolvido. Ao signo assim criado denomino interpretante do primeiro signo. O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do signo (PEIRCE, 2005, p. 46).

Peirce (1972) afirma que da relação entre signo e objeto resulta outro signo, o objeto do signo, que é chamado de interpretante, e é a ele que as questões da percepção estão mais diretamente conectadas. Esse novo signo é um processo racional que se cria na mente do

intérprete. É de se considerar que o interpretante não é sinônimo de intérprete, nem de interpretação. Intérprete é a mente interpretadora que produz o interpretante; interpretação corresponde a todo o processo de geração de interpretantes.

A ação própria do signo é determinar um interpretante, ou seja, a ação do signo é a ação de ser interpretado em outro signo. “É só na relação com o interpretante que o signo completa sua ação como signo” (SANTAELLA, 2007, p. 37). Segundo Santaella (2008, p. 58-59):

[...] A partir da relação de representação que o signo mantém com seu objeto, produz-se na mente interpretadora um outro signo que traduz o significado do primeiro (é o interpretante do primeiro). Portanto, o significado de um signo é outro signo — seja este uma imagem mental ou palpável, uma ação ou mera reação gestual, uma palavra ou mero sentimento de alegria, raiva... uma ideia, ou seja lá o que for — porque esse seja lá o que for, que é criado na mente pelo signo, é um outro signo (tradução do primeiro).

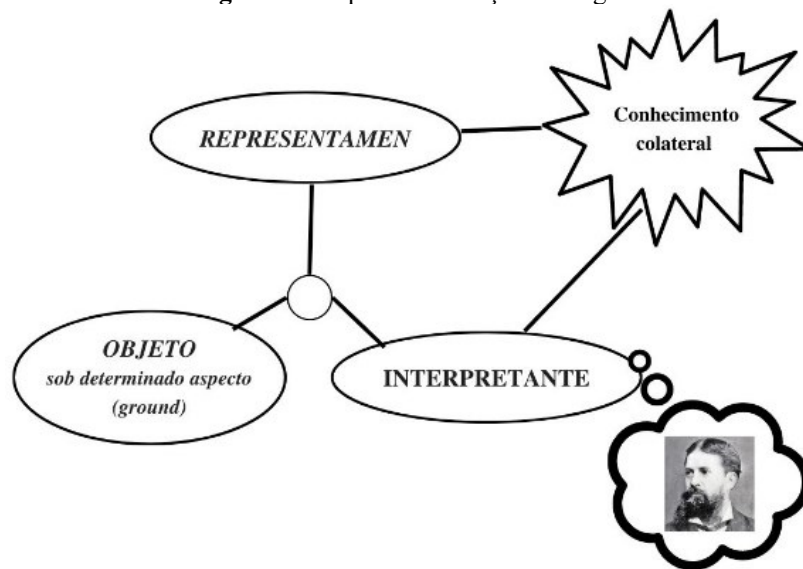
O que podemos evidenciar é que signo é “qualquer coisa que admita um ‘interpretante’ – isto é, que seja capaz de dar origem a outros signos” (PEIRCE, 1972, p. 27). O objeto do signo varia dependendo do interpretante e do fundamento. Segundo Santaella (2005, p. 45), “o signo não ocorre vazio. Ele está enraizado num vastíssimo mundo de relações com outros signos, com tudo aquilo que muito amplamente chamamos de realidade”.

Por exemplo, um desenho por si só é um objeto físico, dependendo do fundamento (representámen), o desenho pode ser um signo interpretado como indicador de um objeto, um artefato decorativo, um artesanato originado de um trabalho manual (pintura). O que devemos destacar, nesse exemplo, é que o desenho somente funciona como signo da arte, da decoração ou do trabalho de um artesão se for interpretado como tal. Nesse caso, uma mesma coisa (desenho) pode ser diferentes signos, dependendo do intérprete.

Ao se dizer a palavra “parábola”, de acordo com os conhecimentos do intérprete e da forma que foi apresentada pode ter diferentes construções: representação gráfica de uma função do segundo grau, narrativa que transmite uma mensagem ou uma relação com a antena parabólica que recebe transmissões de canais de televisão. Com esses apontamentos e considerando que “estudar, especular, ou ao menos refletir sobre signos é uma característica fundamental da espécie e da cultura humana” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 9), todos os seres vivos usam signos para se comunicar.

A relação estabelecida entre signo e objeto produz na mente do intérprete um novo signo – o interpretante –, assim como apresentado na Figura 5. O acesso ao interpretante permite que seja analisada a atribuição de significado para o objeto.

Figura 5 – Importantes funções do signo



Fonte: D'Amore, Pinilla, Iori (2015, p. 61)

Na Figura 5 é possível observar importantes funções do signo, o conhecimento colateral ao signo é “um tipo de conhecimento obtido a partir de outras experiências anteriores com aquilo que o signo denota de uma certa familiaridade com o sistema de signos” (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 60). O objeto pode ser uma coisa, mas, muitas vezes, não é. É algo diferente do signo. Santaella (2012, p. 82) apresenta que o “objeto é qualquer coisa que um signo pode denotar, a que ele pode ser aplicado, desde uma ideia abstrata de ciência, uma situação vivida ou idealizada, um tipo de comportamento, um filme, até um sonho, uma nesga de luz” (SANTAELLA, 2012, p. 82).

De acordo com D'Amore, Pinilla e Iori (2015), podemos obter duas funções do signo por meio da análise da Figura 5 – a função *representativa* e a função *epistemológica*.

Na *função representativa*, isto é, o signo como meio para remeter a um objeto, é obtida a partir da leitura da Figura 5, da esquerda para a direita: *a representação de um objeto por um interpretante*. A *função epistemológica*, ou seja, o signo como meio para construir ou gerar conhecimento, é obtida a partir da leitura da mesma relação (Figura 5) da direita para a esquerda: *o uso de um signo por parte de um interpretante como meio para significar um objeto* (HOFFMANN; ROTH, 2007).

Uma das formas de compreender as relações existentes entre o fundamento de um signo e o seu respectivo objeto é a partir da compreensão acerca do *objeto dinâmico* e do *objeto imediato*. Segundo Santaella (2012), um *objeto dinâmico* corresponde ao contexto que é reportado por um signo, ou seja, uma situação representada dentro do próprio signo. O modo

como o signo é capaz de representar o *objeto dinâmico* constitui o *objeto imediato*. Assim, um indivíduo somente tem acesso a determinado *objeto dinâmico* por meio de um *objeto imediato*.

Segundo D'Amore, Pinilla e Iorri (2015), quando se deseja fazer referência a um triângulo genérico é comum desenhar uma linha poligonal fechada, constituída por três segmentos, que logo:

remete imediatamente a um triângulo escaleno. Em termos semióticos, o triângulo desenhado é um interpretante do *representamen* “triângulo” (em língua natural) do qual o *objeto imediato* é o objeto matemático “triângulo escaleno”, mas cujo *objeto dinâmico* é o objeto matemático “triângulo” (lembramos que ambos os objetos são inacessíveis aos sentidos); o eventual reconhecimento depende do conhecimento colateral em jogo. O desenho pode, em cada caso, transmitir também outros aspectos estritamente ligados às características específicas do ente individual desenhado (sua posição, suas dimensões, eventualmente suas cores etc.), não necessárias para a representação do ente matemático (objeto dinâmico) ao qual o desenho se refere (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 61-62).

Almeida (2010) argumenta que diversas tricotomias de Peirce se tornaram conhecidas e ele sempre optou em trabalhar as relações entre palavras na forma de três elementos. Um exemplo disso, vem a ser os próprios elementos constituintes de um signo, caracterizados pela tricotomia estabelecida entre *representámen*, *objeto* e *interpretante*.

Ainda, D'Amore, Pinilla e Iori (2015) afirmam que a relação existente entre a estrutura analítica de um signo e o objeto dinâmico pode se apresentar na forma de outra tricotomia: *ícone*, *índice* e *símbolo*. O *ícone* sugere ou evoca o objeto, no qual o fundamento do objeto corresponde a uma qualidade que se assemelha a um objeto, mesmo sem possuir uma conexão dinâmica com o objeto representado. O *índice* está fisicamente relacionado com o objeto e o fundamento do objeto imediato é permeado pela existência concreta. Já o *símbolo* representa um objeto, designando o objeto com base em uma lei.

O *ícone* se distingue em três tipos diferentes de *representámen* icônicos, para que assim fique claro o que se entende por “semelhança” nesse contexto apresentado, sendo: imagem, diagrama e metáfora.

A metáfora é a “correspondência entre dois domínios conceituais. Consiste de um mecanismo que nos permite entender um domínio em termo de outro, geralmente mais familiar e próximo de nossas experiências diárias” (CARREIRA, 2001, p. 264). Já a imagem é a “semelhança com o objeto por qualidades simples” (D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015, p. 63). Os diagramas são signos “que são construídos seguindo certas regras e podem, assim, mostrar relações” (KADUNZ, 2016, p. 118). São tipos de signos construídos seguindo regras próprias de um sistema. Segundo Kadunz (2016, p. 118):

Todo desenho que obedece às regras da geometria é um diagrama. No mesmo sentido, uma frase escrita é um diagrama se seguir a gramática. Por outro lado, o leitor que lê esta frase tem que conhecer a gramática para decidir se é um diagrama. Portanto, um diagrama não é um diagrama por si só! (KADUNZ, 2016, p. 118).

Os diagramas semióticos, de acordo com Bakker e Hoffmann (2005), são meios de pensamento, de compreensão e de raciocínio, que oferecem base para abstrações hipostáticas¹⁰. Os diagramas também são “meios valiosos para a construção de novos conhecimentos” (KADUNZ, 2016, p. 112). Todavia, como já mencionado por Kadunz (2016), para se fazer uma análise dos diagramas há necessidade de se reconhecer os signos como diagramas.

De acordo com Hoffmann (2006), os signos representam um papel essencial na Matemática e são os produtos de pensamentos de quem os manifestam. Além disso, o conhecimento, desde a estimulação por meio dos órgãos dos sentidos até a percepção em nível de mediação na qual se alocam o raciocínio matemático, é mediada por signos.

Na semiótica peirceana, dizer que um signo “representa seu objeto implica que ele afete uma mente, de tal modo que, de certa maneira, determine naquela mente algo que é mediadamente devido ao objeto” (SANTAELLA, 2008, p. 58). Para Nöth e Santaella (2017, p. 11) a classificação de representação dos signos teria que “distinguir mais tipos de signos conforme outros canais perceptivos”, como apresentado no Quadro 5.

Quadro 5 – Signos classificados conforme o canal perceptivo

Canal perceptivo	Exemplos
Visual (ou tópicos)	imagens, esculturas, mercadorias, palavras escritas
Auditivo (ou acústico)	palavras da linguagem oral, gritos, música, buzinas, sirenes
Tátil	palavras “escritas” em braille, beijos, abraços
Olfativo	cheiro de flor, café, pão fresco, carne assada, perfume
Gustativo	paladar doce, ácido, amargo, sabor de vinho etc.
Térmico	sensação de calor, frio, morno etc.

Fonte: Nöth e Santaella (2017, p. 11).

Conforme o Quadro 5, um signo é algo que se refere a algo diferente de si mesmo, na qual Peirce chama de objeto do signo, que não são necessariamente coisas materiais. Assim:

¹⁰ Segundo Bakker e Hoffmann (2005) abstrações hipostáticas podem ser tomadas como base para uma teoria semiótica da aprendizagem matemática. Por exemplo, se mudarmos “o mel é doce” para “o mel possui doçura” e consideramos ‘doçura’ como um objeto sobre o qual podemos falar, temos um exemplo simples de abstração hipostática. Na primeira frase, ‘doce’ é um predicado de algo, mas na segunda frase, ‘doçura’ é considerada como um objeto em si. Em Matemática, uma coleção é um hipostático abstração. E os números cardinais são abstrações hipostáticas derivadas de um predicado de uma coleção (Peirce, CP 5.534).

Entender a semiótica como uma ciência que focaliza o “ver” por intermédio da exploração de todos os sentidos, usando-os como “antenas” de captação de mensagens verbais e não verbais, sejam visíveis ou invisíveis na estrutura dos diagramas, figuras, imagens, torna-se caminho metodológico facilitador do entendimento da interação sógnica (JORGE; REZENDE, 2013, p. 158).

Segundo Almeida, Silva e Veronez (2021, p. 24) “a expectativa de relação entre objeto, signos e intérprete, que na perspectiva peirceana constitui a construção do conhecimento, é mediada pela semiose”. De acordo com Peirce (2005), o conceito de semiose, a ação do signo, é caracterizada como uma atividade eminentemente evolutiva. A semiose é, por assim dizer, uma ação que envolve signo, objeto e interpretante, em que, nessa ação, “se localiza, exatamente, a questão da percepção” (SANTAELLA, 2012, p. 6-7).

Em nosso estudo, para evidenciar as relações Matemáticas nos signos nos amparamos na teoria da percepção da Semiótica Peirceana em que se leva em consideração as dimensões sensorio, física e cognitiva reveladas nos signos (PEIRCE, 2005).

3.2 PERCEPÇÃO

Segundo o Dicionário Brasileiro de Língua Portuguesa (MICHAELIS, 2023), perceber é uma palavra de origem latina *percipĕre*, e possui algumas acepções, como: “aprender algo, por meio dos sentidos. Abranger com a inteligência; entender. Ouvir claramente. Distinguir intuitivamente”. Já no Dicionário de Filosofia, percepção origina-se do latim *perceptio* que “designa qualquer atividade cognitiva em geral” (ABBAGNANO, 2012, p. 876).

No âmbito da semiótica, os signos podem “desempenhar o papel de ponte entre o mundo da linguagem – a consciência, o cérebro, a mente – e o mundo lá fora” (SANTAELLA, 2012, p. 75) que é empreendida por meio da percepção. Só será possível atingir o controle sobre a percepção quando o percepto – aquilo que se apresenta à percepção – é interpretado, para que assim, a percepção possa ser validada.

De acordo com Santaella (2012), a teoria da percepção – as soluções relativas a ela – datam a primeira década do século XX, quando Peirce já tinha mais de 60 anos, porém isso colaborou para resolver impasses da teoria dos signos.

Para Peirce (2005), a percepção é algo responsável por envolver elementos não cognitivos, assim como elementos inconscientes. Portanto, o signo (situação inicial), é interpretado e relacionado com a vivência do interpretante cognitivamente (diagramas) que compreende e gerencia este, criando um novo signo (percepção) que gera uma nova percepção.

Logo, a percepção desempenha o elo entre a mente e o fenômeno. Peirce (2005) chegou à conclusão de que há três elementos formais e universais em todos os fenômenos que se apresentam à percepção e à mente, e dividiu os fenômenos cognitivos em três categorias fenomenológicas: Primeiridade (qualidade), Secundidade (reação) e Terceiridade (mediação). De modo geral:

A Primeiridade refere-se à qualidade dos objetos, ao que está relacionado ao acaso, sem referência a alguma outra coisa. A Secundidade refere-se à experiência, às ideias de dependência, determinação, dualidade, ação e reação. A Terceiridade refere-se à generalização, continuidade, capacidade de construção de conhecimento (ALMEIDA; SILVA, 2018, p. 703).

Considerando a classificação fenomenológica de Peirce e as assertivas de Santaella (2012) sobre percepção, podemos inferir que a percepção, em sua realidade de acontecimentos, está no domínio da secundidade, categoria da dualidade, do confronto, da ação e reação. No entanto, Santaella (2012, p. 80) afirma que isso “não significa que ela [percepção] não tenha também a marca da terceiridade, pois é essa marca que lhe dá condições de generalidade para significar”. Mucelin e Bellini (2013), afirmam que:

Quando um observador presencia algo, no primeiro momento, tem a sensação instantânea que o conduzirá à percepção. A percepção não ocorre, entretanto, antes que o observador experiencie a secundidade, ou seja, reaja em primeira instância ao objeto como um elemento do fenômeno. Evidentemente, para que ocorra a percepção e talvez a terceiridade, alguns fatores, conhecidos como filtros individuais e/ou culturais, ocorrerão concomitantemente no processo de gestação da ideia. Os filtros que interferem na percepção das coisas podem ser os valores, os hábitos, o interesse ou necessidade que agem nos momentos de primeiridade e secundidade influenciando o julgamento perceptivo, último momento da percepção (MUCELIN; BELLINI, 2013, p. 64).

Ao realizar uma análise perceptiva de uma obra de arte, Netto, Perassi e Fialho (2013, p. 263), afirmam que “os fenômenos acontecem na mente como produtos da percepção”. Nesse sentido, a primeiridade é a qualidade da experiência, a secundidade corresponde à reflexão sobre a experiência e a terceiridade consiste na representação feita diante da reflexão sobre a experiência. Os autores concluíram, então, que “a apreensão de determinado conceito teórico (e não sua simples enunciação das mesmas ideias) envolve necessariamente a passagem por essas três categorias e, a partir do momento em que o receptor reconhece qualquer aspecto narrativo de uma imagem, ele já está agindo sob o campo da terceiridade” (NETTO; PERASSI; FIALHO, 2013, p. 263). Com isso, dependendo dos interesses e conhecimentos do observador, a percepção se localiza na categoria fenomenológica da terceiridade. Além disso, como concluem Jorge, Rezende e Wartha (2013, p. 158), “os indivíduos terão pré-concepções do real para perceber e compreender o significado dos signos de maneira diferente”.

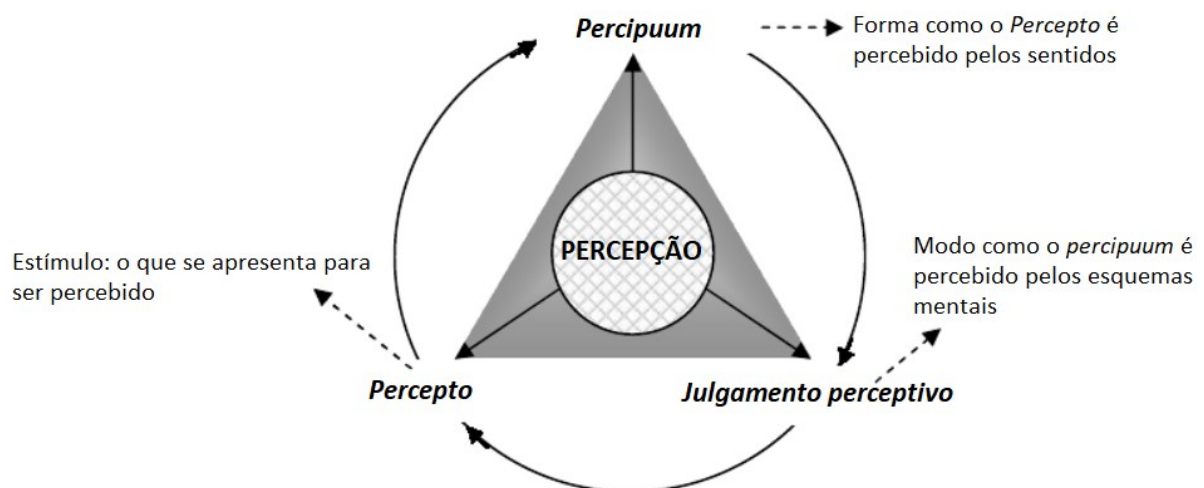
No entanto, cabe destacar que existem muitas situações em que nossa percepção falha, se equivocada. Isso ocorre, pois, perceber consiste em um ato espontâneo que ocorre de forma anterior à realidade consciente. Por exemplo, há casos que julgamos ter visto algo e, em seguida, nos damos conta de que havíamos nos enganado. O que vimos não era de fato o que pensávamos ter visto. Para Jorge, Rezende e Wartha (2013, p. 160), “a percepção não pode ser considerada muito confiável para o conhecimento, porque depende das condições específicas de quem percebe e está propensa a criar ilusões”. Neste sentido, consideramos que se faz necessário parar e observar o fenômeno, considerando nossas experiências e apresentar considerações sobre o que e como percebemos.

Santaella (2000, p. 50-51) discorre sobre uma tríade perceptiva – percepto, percipuum e julgamento perceptivo – da seguinte maneira:

Peirce chega a uma posição dialética ou esquema triádico (como não poderia deixar de ser), que determina três e não apenas dois ingredientes de toda e qualquer percepção: o percepto, o percipuum e o julgamento perceptivo. [...] Perceber é perceber algo externo a nós. Mas não podemos dizer nada sobre aquilo que é externo, a não ser pela mediação de um julgamento perceptivo. Aquilo que está fora, Peirce denomina percepto, aquilo que nos diz o que nós percebemos é o julgamento perceptivo.

A Figura 6 mostra a relação entre os constituintes peirceanos da percepção, os quais são interdependentes e indecomponíveis que permitem que se analise e caracterize isoladamente cada um deles.

Figura 6 – Constituintes peirceanos da percepção



Fonte: Adaptado de Santaella (2004, p. 51)

O *Percepto* é o conteúdo da percepção, aquilo que se apresenta para ser percebido, ele antecede qualquer interpretação de significado de sua manifestação. O *Percipuum* é a maneira

com que o *Percepto* é percebido pelos sentidos e o *Juízo Perceptivo* é a mediação, circunspeção ou julgamento da percepção (MUCELIN; BELLINI, 2013). O *Juízo Perceptivo* “é o que nos diz sobre aquilo que é percebido, o que é percebido não é outra coisa senão uma qualidade, o objeto dessa qualidade só pode ser outra qualidade” (SANTAELLA, 2012, p. 131).

Ao interpretar a teoria peirceana da percepção, no âmbito da semiótica, Santaella (2012) entende que o *percepto* funciona, semioticamente, como o objeto dinâmico enquanto que o *percipuum* seria o objeto imediato. Além disso, Santaella (1998, p. 64-65) veicula os constituintes da percepção aos signos e sugere que:

A percepção é determinada pelo percepto, mas o percepto só pode ser conhecido através da mediação do signo, que é o julgamento da percepção. Para que esse conhecimento se dê, o percepto deve, de algum modo, estar representado no signo. Aquilo que representa o percepto, dentro do julgamento perceptivo, é o *Percipuum*, meio mental de ligação entre o que está fora e o juízo perceptivo, que já é fruto de uma elaboração mental. Os julgamentos de percepção são inferências lógicas, elementos generalizantes que pertencem a terceira ordem e que fazem com que o *Percipuum* se acomode a esquemas mentais e interpretativos mais ou menos habituais (SANTAELLA, 1998, p. 64-65).

Neste contexto, Jorge e Rezende (2013) coadunam, por meio de uma interpretação subsidiada nas assertivas de Santaella (1998), que:

O que caracteriza o ato de perceber é o senso de externalidade de que o percepto vem acompanhado, junto aos esquemas mentais humanos na produção de um efeito interpretativo que, para a mente, é um primeiro. Os efeitos interpretativos são os julgamentos de percepção, ou signos. Nada se pode dizer sobre aquilo que aparece aos sentidos, senão pela mediação do juízo perceptivo, isto é, de uma interpretação (JORGE; REZENDE, 2013, p. 157).

Para Coutinho (2012, p. 4):

O processo lógico não pode portanto ser considerado um ponto de partida para as percepções, pois cada percepção não envolve elementos que exigem explicação. Quando se olha para um objeto e se pensa que ele parece branco, o que ocorre é o julgamento ou juízo sobre a percepção, mas não a própria percepção. Só é necessária uma explicação sobre isto quando houverem fatos em conexão que provoquem uma explicação necessária.

Entretanto, a percepção se dá no tempo e espaço, por mais que a situação perceptiva seja explorada, há sempre algo a mais, algo que escapa, que se oculta, que não cabe no ato perceptivo.

A semiótica aparece associada à Educação Matemática, há relatos de pesquisas e experiências fundamentadas em algum enfoque semiótico que podem ser observados em eventos científicos da área de Educação Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2015; CAZORLA; GUSMÃO, 2009; SANTOS; SANTOS, 2009), embora ainda não se possa identificar eixo exclusivo para esta temática nos eventos. As publicações com foco na

semiótica, entretanto, parecem ser mais numerosas em revistas científicas da área (ALMEIDA; SILVA, 2018).

3.3 SEMIÓTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A semiótica é uma ciência em desenvolvimento, em que se pesquisa e se investiga sobre o saber e o conhecimento dos seres pensantes e como ocorre este processo. Para analisar esse processo, precisamos conhecer as linguagens e investigá-las de modo que estas produzam fenômenos de significação e de sentido (SANTAELLA, 2005). Entendemos que a Semiótica de Charles S. Peirce é uma referência para a pesquisa em Educação Matemática e, em especial, em Modelagem Matemática, isso porque é possível analisar o papel dos signos em práticas de sala de aula.

Ao olharmos para artigos e livros da Educação Matemática, podemos encontrar inúmeras produções tratando de questões do ponto de vista semiótico (HOFFMANN, 2005; OTTE, 2006; RADFORD; SCHUBRING; SEEGER, 2008; D'AMORE; PINILLA; IORI, 2015; SÁENZ-LUDLOW; KADUNZ, 2016; YOON; MISKELL, 2016; ALMEIDA; SILVA; VERONEZ, 2021). Resultados de pesquisas sobre semiótica peirceana e Educação Matemática também se fazem presentes em dissertações (ARAKI, 2020; KOGA, 2020; ROCHA, 2021b; SANTOS, 2022; ROSA, 2022) e teses (SILVA, 2013; VERONEZ, 2013; RAMOS, 2020).

Com o intuito de identificar as publicações da área de Educação Matemática – no *BOLEMA* – Boletim de Educação Matemática –, que tematizam a semiótica na Educação Matemática, Almeida e Silva (2018) analisaram os números regulares desde o ano de 1985 até 2016 para identificar o que os artigos publicados revelam sobre as abordagens semióticas nas pesquisas em Educação Matemática. A busca identificou trinta e nove arquivos, entre eles vinte e três artigos, correspondem ao foco da investigação da pesquisa. Após a análise, as autoras concluíram que “independente do enfoque semiótico em que os autores se fundamentam, suas pesquisas se estruturam sob uma égide que estabelece que, em Matemática, o signo e o significado do objeto a ele associado são indissociáveis” (ALMEIDA; SILVA, 2018, p. 722).

Em um curso de Matemática Elementar para estudos básicos com o objetivo de qualificar alunos para o ingresso no nível superior, na Nova Zelândia, Yoon e Miskell (2016) implementaram uma atividade de modelagem, envolvendo os conceitos de área e volume. Os recursos semióticos utilizados pelos alunos do curso foram efetivos, pois permitiram a eles “visualizar, testar e examinar as abordagens Matemáticas incorretas existentes, conforme eles progrediam no ciclo de modelagem” (YOON; MISKELL, 2016, p. 89). O uso de recursos

figurais e objetos manipuláveis permitiu aos alunos reconhecerem estruturas Matemáticas necessárias para a atividade de modelagem.

Em pesquisa realizada por Silva e Veronez (2021), as autoras se valeram de triângulos epistemológicos (STEINBRING, 2006), em que evidenciaram a construção do conhecimento dos alunos referentes a objetos matemáticos e não matemáticos nas fases da Modelagem Matemática. As autoras concluíram nessa análise que:

Em tais triângulos, as conexões estabelecidas entre signos, contexto de referência conceito elucidam que os contextos de referências se alteram e se modificam ao passo que as alunas avançam no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Da mesma forma, o conceito evocado em cada fase da atividade também se altera, trazendo à tona os conhecimentos mobilizados pelas alunas para transitar da situação inicial para a situação final (SILVA; VERONEZ, 2021, p. 280).

A busca por evidências sobre a percepção com relação à Matemática no artigo de Silva e Almeida (2017) trouxe a reflexão de que argumentos para a análise pode se “pautar na análise dos signos produzidos por meio de registros escritos, nas falas e nos gestos que emergem no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática” (SILVA; ALMEIDA, 2017, p. 110). As autoras ainda apontam que a cognição, sendo estimulada desde os órgãos dos sentidos até a percepção, é mediada por signos. Logo, com isso,

defendemos que a percepção é fundamental no processo de ensino e aprendizagem da Matemática por considerarmos que diante da escolha de uma situação-problema com a qual têm familiaridade, os alunos coletam dados e trabalham matematicamente com estes por meio de signos que se situam na categoria da terceiridade e que possibilitam significar tanto a situação quanto a Matemática nela envolvida (SILVA; ALMEIDA, 2017, p. 124).

Em produção recente de um livro que abarca pesquisas sobre Modelagem Matemática e Semiótica, tanto na abordagem peirceana como naquelas subsidiadas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, Almeida, Silva e Veronez (2021, p. 31) inferem que “a produção de diferentes signos interpretantes e sua ação promove a aprendizagem dos alunos”, promovendo a construção do conhecimento. Nos capítulos relativos a articulações entre Modelagem Matemática e Semiótica, há considerações sobre a atribuição de significado para objetos matemáticos que emergem do desenvolvimento de atividades experimentais (ARAKI, 2021); investigações com foco nos interpretantes produzidos por meio da comunicação (ROCHA, 2021a; MENDES, 2021); foco nos interpretantes produzidos ao se associar recursos tecnológicos em atividades de modelagem (CHULEK, 2021); inferência sobre as estratégias heurísticas e as categorias fenomenológicas de Peirce (KOGA, 2021) e a análise dos diagramas produzidos em atividades de modelagem (RAMOS, 2021).

Nesse contexto, frente ao potencial da Modelagem Matemática atrelada à Semiótica, focamos nosso trabalho em analisar a Matemática percebida em atividades de modelagem

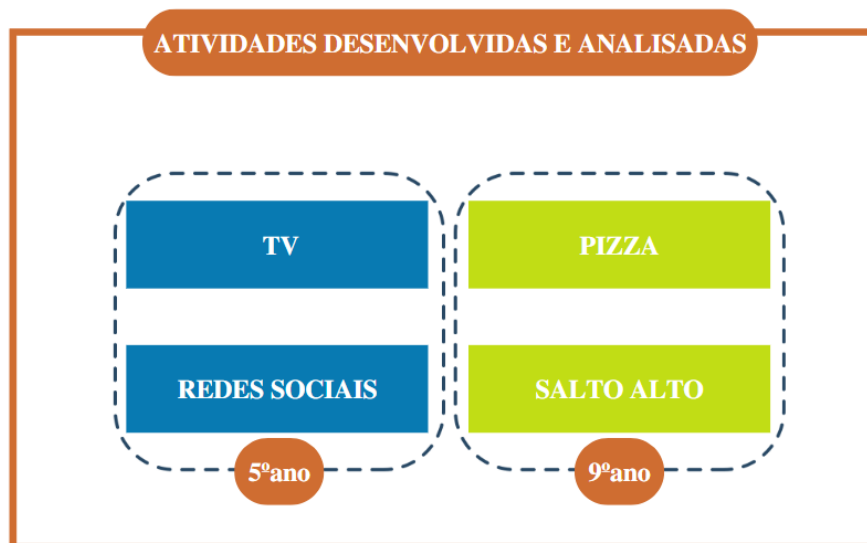
matemática desenvolvidas em sala de aula com alunos do 5º ano e do 9º ano do Ensino Fundamental, trazendo considerações e reflexões acerca desse processo com foco nos signos produzidos/utilizados pelos alunos, explicitado no capítulo seguinte: descrição e análise das atividades.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Neste capítulo apresentamos as análises realizadas a partir dos dados coletados ao longo das atividades desenvolvidas com as turmas do 5º ano e do 9º ano do Ensino Fundamental, com foco nos signos produzidos/utilizados nas estratégias e nas ações dos alunos no decorrer das atividades de modelagem matemática. Com base nas fases do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, buscamos apresentar reflexões sobre nossa questão de pesquisa: “*Que Matemática é percebida por alunos do Ensino Fundamental quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*”.

Para isso, desenvolvemos quatro atividades¹¹ que versam sobre conteúdos presentes nas matrizes curriculares do 5º ano e do 9º ano do Ensino Fundamental. As atividades desenvolvidas e as quais realizamos as análises tiveram as seguintes temáticas: turma do 5º ano – *TV e Redes Sociais*; turma do 9º ano – *Pizza e Salto Alto*, conforme apresentamos na Figura 7.

Figura 7 – Atividades de modelagem matemática desenvolvidas e analisadas



Fonte: a autora (2023).

De modo a trazer reflexões para a questão de pesquisa, nos subsidiamos em duas questões norteadoras:

¹¹ Todas as atividades são apresentadas no Produto Educacional.

1. Que signos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?
2. Que signos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?

4.1 ATIVIDADES COM A TURMA DO 5º ANO

A turma do 5º ano já havia desenvolvido uma atividade de modelagem matemática, de forma remota, quando estava no 4º ano, em 2020. O desenvolvimento da atividade apresentou um excelente resultado, conforme os relatados em Martins e Silva (2021) e Bezerra *et al* (2022) e por meio de uma premiação do Sistema Maxi de Ensino, Professora Inovadora 2021, na categoria dos anos iniciais.

Tendo em vista a necessidade de dar espaço para o registro escrito da participação de todos, foi solicitado que os alunos respondessem a um formulário (Apêndice C), com sugestões de temáticas que possuíam curiosidade em estudar, elencando as especificidades sobre o tema. Os alunos foram orientados sobre a não necessidade de indicar algo relacionado diretamente à Matemática, que no primeiro momento isso não precisaria já vir ligado a um conteúdo e sim que fosse uma curiosidade que eles já tiveram interesse de saber, mas que não pesquisaram.

Os temas foram obtidos digitalmente, em respostas ao formulário *online* – *Google Forms* – e registros escritos pelos 19 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Tendo as temáticas sugeridas pelos alunos (Apêndice D), a professora-pesquisadora escolheu duas para desenvolver o planejamento, pois identificou que entre as temáticas essas se relacionavam com os conteúdos propostos no material apostilado da escola, logo as temáticas escolhidas para o 5º ano foram: TV e Redes sociais.

A temática da “TV” foi indicada por apenas um aluno, entretanto, outro aluno sugeriu a temática do computador que se assemelhava com a ideia, referindo-se a parte histórica dos equipamentos tecnológicos. Na temática “TV”, o aluno AI_9 sugeriu o foco da evolução da televisão e na temática computador, o aluno AI_17 sugeriu como o computador foi criado.

O celular foi indicado pelo aluno AI_7, para vermos sobre o uso no dia a dia, visto que devido à pandemia por COVID 19 esse recurso se fez mais presente nas aulas e que muitas famílias da escola acabaram adquirindo novos aparelhos e até mesmo aparelhos individuais para os alunos. O uso do celular aumentou significativamente entre os alunos da turma, então a temática foi atrativa para que pudessem identificar como estão fazendo uso desse recurso tecnológico, conforme a sugestão do AI_7.

4.1.1 Turma do 5º ano: ATIVIDADE TV

A atividade TV foi desenvolvida em oito aulas de 50 minutos cada, organizadas conforme o horário escolar dos alunos, de 07 até 28 de outubro de 2021. Dentre as diferentes características relativas à Modelagem Matemática se destaca a escolha da temática por parte dos alunos. Segundo Triguero e Kato (2022), “as atividades de modelagem matemática em que o tema de investigação é do interesse dos alunos, há uma valorização dos conhecimentos prévios que dá sentido à sua realidade, o que auxilia na resolução da questão formulada” (TRIGUERO; KATO, 2022, p. 3).

Quando a professora-pesquisadora planejou a atividade, considerou a necessidade da utilização de equipamentos com acesso à internet. Na autorização da escola, solicitou que os alunos levassem para as aulas telefones celulares ou *tablets*. A professora-pesquisadora também forneceu equipamentos para os alunos que não tinham disponível e o uso foi liberado no decorrer da atividade. A turma já possuía um grupo no aplicativo *WhatsApp* e a plataforma de comunicação *Plurall*, utilizados para comunicação entre professores, alunos e responsáveis, assim, a comunicação virtual era centralizada nesses ambientes.

Para dar início ao desenvolvimento da atividade, a professora-pesquisadora apresentou a Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica aos alunos, explicando assim a dinâmica do trabalho que se daria em colaboração e sob a orientação que forneceria aos alunos no decorrer da atividade. Mesmo que os alunos já tivessem participado de um momento anterior no 4º ano, havia na sala alguns alunos novos que não haviam participado.

Conforme apresentamos na Figura 8, a sugestão da AI_9 foi a selecionada entre as temáticas: *A evolução da televisão*. Na temática apresentada há indícios de que, inicialmente, a matemática percebida foi apresentada quando a aluna usou a palavra *evolução*, bem como as expressões *finas* e *grossas* se referindo à espessura da televisão.

Figura 8 – Resposta da AI_9 nas escolhas das temáticas

Tema que tenho curiosidade para estudar nas aulas.

a evolução da televisão.

O que você quer saber desse tema?

como elas ficaram tão finas porque antes elas eram grossas.

Fonte: dados da pesquisa (2023).

No entanto, ao expor suas ideias para o interesse em saber como ficaram tão finas, a aluna indicou reconhecer relações entre a tela e o equipamento. Nos termos do que defende Santaella (2012, p. 80), essa ação de AI_9 “dá condições de generalidade para significar” a situação-problema no contexto da Matemática. Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam esse momento como sendo a inteiração, momento esse que conduz à formulação de uma situação-problema, realizando a busca de informações. “Ainda que seja uma etapa inicial, a inteiração poderá se estender durante o desenvolvimento da atividade” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16).

De acordo com Burak e Kaviatkovski (2014, p. 61), o tema escolhido pelos alunos busca “superar a visão disciplinar que tem predominado no ensino de Matemática”, além de possibilitar uma ruptura com a visão linear de currículo. O conteúdo trabalhado ganha sentido e significado em cada uma das fases da modelagem, chegando à solução da situação-problema levantada. Nossos objetivos pedagógicos estavam alinhados à possibilidade de abarcar um conteúdo do material didático apostilado – Medida de comprimento (polegada) – em uma atividade de modelagem desenvolvida no contexto de aulas regulares de Matemática.

Dando sequência ao encaminhamento da atividade, a professora-pesquisadora elaborou um questionário eletrônico – *Google Forms* (Apêndice E) – conforme a Figura 9, cujo *link* foi enviado via grupo de mensagens instantâneas – *WhatsApp* – a fim de que conseguíssemos obter algumas informações prévias das televisões que os alunos possuem em casa, e para inteirá-los com o estudo da temática. O questionário foi respondido individualmente, de modo extraclasse, pelos 19 alunos.

A inteiração com a temática em estudo, permite “conhecer as características e especificidades da situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15). Ao responder o questionário, os alunos tiveram de parar para analisar que existem diferenças no formato das TVs, bem como a relação de tamanho.

Figura 9 – Imagens do questionário eletrônico enviado para os alunos

Como medir a televisão: quanto maior, melhor?

nagelamartins@alunos.utfpr.edu.br (não compartilhado)
Alternar conta

*Obrigatório

Nome *

Sua resposta _____

Você tem TV na sua casa? *

Sim

Não

Elas possuem o mesmo tamanho? *

Sua resposta _____

Onde você sempre assiste TV na sua casa? *

Sua resposta _____

Com a ajuda de um adulto e de um instrumento de medida de comprimento, utilizando a TV que você sempre assiste, responda:

Observe a imagem. Veja que ao realizar a medida da TV, vamos considerar a informação de uma extremidade da tela até a outra. *



Qual a medida do comprimento da sua TV?

Sua resposta _____

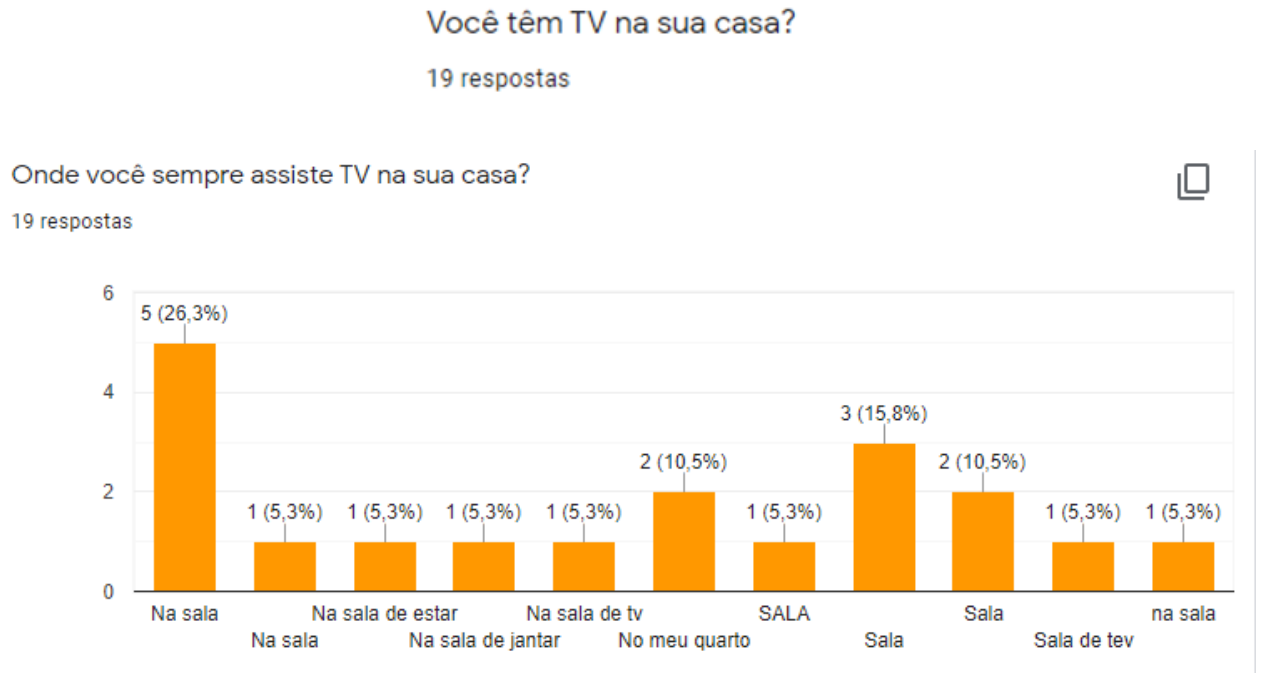
Qual a medida da altura da sua TV? *

Sua resposta _____

Fonte: dados da pesquisa (2023).

No dia 19/10, foi feita uma análise com os alunos das respostas do formulário (Figura 10) e uma investigação, do que já sabiam e o que desejavam saber sobre a temática. Segundo Almeida e Vertuan (2014), o momento de inteiração também está associado ao aluno se “cercar de informações sobre esta situação por meio de coleta de dados quantitativos e qualitativos, seja mediante contatos diretos ou indiretos” (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 4).

Figura 10 – Imagens das respostas dos alunos no questionário eletrônico



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Os alunos compreenderam a importância da pergunta “Você têm TV na sua casa?”, porque relataram conhecer pessoas que não possuem devido a questões religiosas ou por não poderem adquirir uma. Ao observar as informações do questionário utilizaram-nas para fazer a interpretação e produzir os signos. Já para a segunda pergunta: “Onde você sempre assiste TV na sua casa?”, os alunos levantaram uma curiosidade para recordarem a nomenclatura do gráfico de colunas (Figura 10). Então, o AI_1 começou a falar e fazer alguns gestos e o AI_4 também fez alguns gestos acompanhando-o para a representação do sentido que queriam representar. A Figura 11 apresenta a situação.

Figura 11 – Aluno AI_1 e aluno AI_4 representando os sentidos dos gráficos com gestos



Fonte: dados da pesquisa (2023).

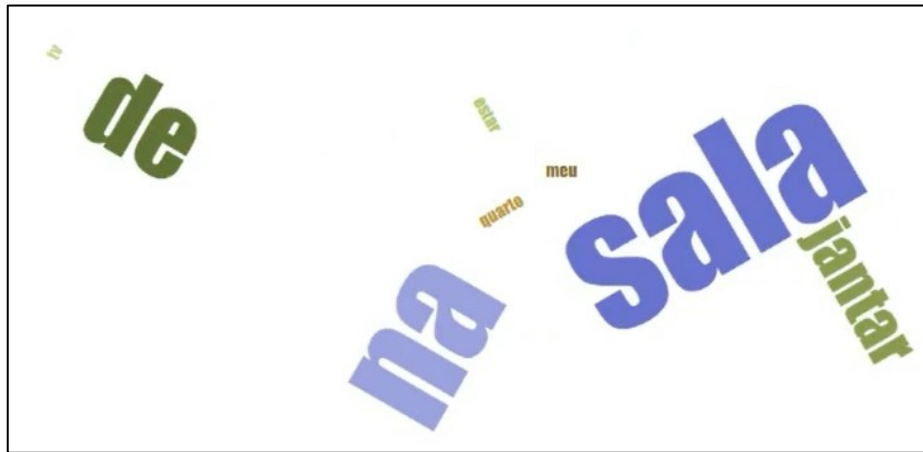
Os signos produzidos por AI_1 e AI_4, conforme o diálogo supracitado e as imagens, indicaram os entendimentos para as características do que se referiam como gráfico de barras e gráfico de colunas. Nestes casos, o objeto matemático *gráfico* foi revelado por meio da “comunicação verbal que se manifesta pela audição e por sua forma visualizável” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 10).

Na fala de AI_1 (*O gráfico de colunas é o que sobe e o gráfico de barras é o que tem linhas*) evidenciamos que o aluno produziu signos interpretantes para o objeto matemático gráfico, partindo dos canais perceptivos – visual e auditivo. No entanto, esses signos parecem revelar que o aluno considera que gráfico de barras e de colunas apresentam comportamentos diferentes, não considerando que gráfico de colunas é um tipo de gráfico de barras com a disposição vertical.

Podemos inferir, nas falas dos alunos que o objeto dinâmico – gráfico – surge por meio do objeto imediato dos signos interpretantes revelados nas falas e gestos. O aluno apresentou as ideias da construção do diagrama – gráfico – que ele possui. Os diagramas, segundo Kadunz (2016), são recursos muito importantes para auxiliar na construção de novos conhecimentos.

O gráfico representado pelo *Google Forms* juntou apenas as frases que eram idênticas para a construção das colunas, logo a professora-pesquisadora teve a iniciativa de criar uma nuvem de palavras – uma representação visual das palavras e frases mais comuns das respostas – apresentada na Figura 12, que para os alunos assemelhou-se à ideia do gráfico pictórico.

Figura 12 – Nuvem de palavras com as respostas do questionário

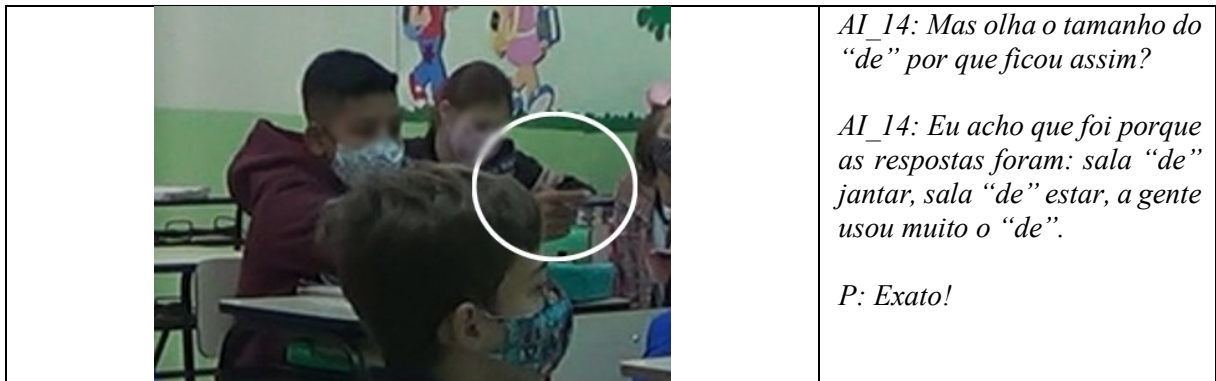


Fonte: dados da pesquisa (2023).

A intenção do uso da nuvem de palavras foi considerar as diferentes formas de responder à questão sobre onde os alunos assistem TV. Essa imagem foi construída automaticamente com as informações geradas pelo *Google Forms*. Porém, como foram utilizados conectivos nas respostas dos alunos e esses apareceram com maior frequência, na imagem, apareceram em tamanho maior.

Ao se deparar com a imagem representada na Figura 12, o AI_14 fez uma indagação, mas logo em seguida ele mesmo já respondeu de acordo com a transcrição da gravação da aula (Figura 13):

Figura 13 – O aluno AI_14 está apontando para a imagem



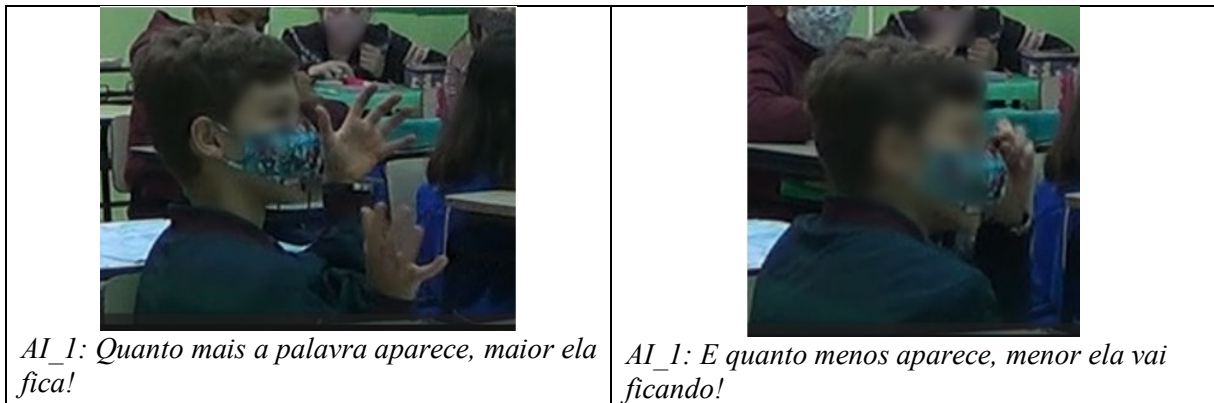
Fonte: dados da pesquisa (2023).

Considerando as informações supracitadas (Figura 13), podemos evidenciar que, o signo representado na nuvem de palavras proporcionou ao aluno manifestar sua percepção inseparável das linguagens ao se deparar com a imagem, pois ele pensou, agiu e se comunicou. Logo a imagem possibilitou “ampliar, melhorar e tornar mais eficiente o processo de interpretação e comunicação” (JORGE; REZENDE; WARTHA, 2013, p. 151) entre objeto, signo e interpretante.

O AI_14 identificou que o objeto inicialmente era uma imagem com palavras. Mas ao observar a Figura 13 temos que o aluno apontou para a imagem para expressar o signo interpretante, em que se utilizou do canal perceptivo visual e fez uso do objeto matemático *proporcionalidade*. Com isso, o intérprete identificou a relação de grandeza das imagens com a quantidade de vezes que as palavras foram utilizadas. Para Lamon (2012), o entendimento do conceito de proporcionalidade está relacionado à investigação de regularidades em situação-problema.

Ainda observando a imagem da nuvem de palavras, o AI_1 manifestou sua opinião referente ao diferente tamanho das palavras e a sua justificativa para a representação. A Figura 12 é um signo e potencializa possibilidades de interpretação. Como signo, representa algo – coisa ou objeto – característica de um fato “congelado” no tempo e no espaço, como podemos evidenciar nas considerações de AI_1 apresentadas na Figura 14. A “visualização pode funcionar como ferramenta cognitiva, tornando-se um artifício para a construção de conhecimento ao utilizar as capacidades perceptivas e cognitivas humanas” (JORGE; REZENDE; WARTHA, 2013, p. 152).

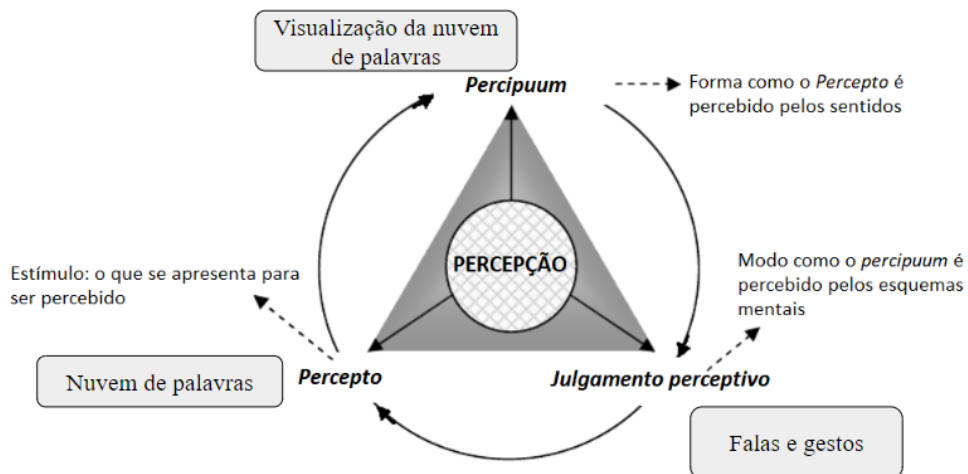
Figura 14 – Conclusão do aluno AI_1 ao olhar a nuvem de palavras



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Por meio das ações relativas aos gestos e às falas do AI_1 frente à nuvem de palavras, podemos evidenciar o modelo perceptivo triádico de Peirce – *percepto*, *percipuum* e *juízo perceptivo* – com relação ao objeto matemático proporcionalidade. O *percepto* sendo a nuvem de palavras, o *percipuum* pela visualização da nuvem de palavras e o *juízo perceptivo* por meio das falas e gestos (Figura 15). Para Santaella (2004, p. 51) “perceber é algo externo a nós. Mas não podemos dizer nada sobre aquilo que é externo, a não ser pela mediação de um julgamento perceptivo”.

Figura 15 – Constituintes peirceanos da percepção na atividade da TV



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Embora a intenção inicial com a construção da nuvem de palavras não fosse a de abarcar proporcionalidade, de certo modo, chamou a atenção dos alunos que produziram signos relativos a esse objeto matemático. Em atividades de modelagem, mesmo antecipando um

conteúdo a ser estudado, outros podem permeá-las, o que possibilita uma dinamicidade nas discussões empreendidas em sala de aula. No contexto da atividade, podemos considerar que o conceito de proporcionalidade está intrinsecamente relacionado à medida de polegadas.

Após analisarem a nuvem de palavras, sob orientação da professora-pesquisadora, os alunos utilizaram os próprios telefones celulares ou *tablets* para fazer o acesso à internet e a um objeto educacional digital (Figura 16) previamente produzido para a atividade. Os alunos que não levaram equipamentos, utilizaram os disponibilizados pela professora-pesquisadora. Os alunos utilizaram o recurso tecnológico (<https://www.geogebra.org/classroom/nqttzujp>)¹², para analisar as opções das medidas que apareceram usando razões proporcionais em relação ao comprimento e largura da TV. O objeto educacional, produzido pela professora-pesquisadora, tinha como principal objetivo abordar a unidade de medidas polegada.

Figura 16 – Alunos acessando o recurso tecnológico no GeoGebra sob orientação da professora-pesquisadora



A minha, a sua e as nossas TVs

Questão 1

A sua TV tem o formato mais parecido com qual imagem abaixo?



Imagem 1

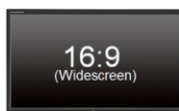


Imagem 2

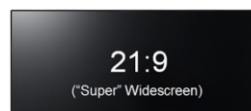


Imagem 3

Tarefa 1

Escreva aqui sua resposta:

Digite sua resposta aqui...

¹² Imagem disponibilizadas aos alunos são apresentadas no Apêndice F.

Questão 2
 Você já deve ter ouvido falar por aí em TV de 40 polegadas, 50 polegadas, 65 polegadas ou outros tamanhos, não é mesmo?

Ficou convencido que o tamanho da tela da TV é medido em **polegadas**?

As TVs são medidas pelo tamanho da diagonal, da porta superior do lado esquerdo até a outra porta inferior do lado direito (ou vice-versa) em polegadas.



A polegada é uma **unidade de medida** bem antiga criada pelo rei Eduardo I, da Inglaterra, durante o século XVI. Sua origem está ligada à medição utilizando o próprio polegar.



Atualmente, a medida polegada é muito utilizada em situações cotidianas, como referencial para o tamanho da tela de televisores e monitores de computadores. E assim como outras medidas, o tamanho de uma polegada foi padronizado.

CONECTANDO COM O:

HISTÓRIA

A necessidade de medir coisas iniciou-se com as civilizações antigas. Em virtude da modificação da alimentação do homem primitivo, que passou da caça e da coleta de alimentos para a domesticação de animais e o plantio de cereais, era preciso haver um modo de controlar quantidades e analisar o tempo.

As primeiras unidades de medida utilizadas foram baseadas em partes do corpo: o comprimento do pé, da palma, do passo, etc. Porém, tais medidas não eram precisas e variavam de pessoa para pessoa, causando confusões e dificuldades na comunicação. Com o passar do tempo, a necessidade de medir de maneira justa fez com que as civilizações buscassem medidas padronizadas.

Em 1789, durante a Revolução Francesa, foi nomeada uma equipe de cientistas para estudar o problema das medidas. Como resultado dessa pesquisa, estabeleceu-se o metro como unidade-padrão de medida de comprimento.

Em 1889, na Conferência Geral de Pesos e Medidas, foram instituídos como unidade-padrão de medida de massa o quilograma, de capacidade o litro, e unidade de tempo o segundo. Com base nos padrões estabelecidos, foram feitas cópias exatas dessas unidades e enviadas para todos os países que legalizaram o metro, dentre eles, o Brasil. Mas os estudos sobre medidas não pararam e, em 1960, na XI Conferência Internacional de Pesos e Medidas, foi adotado o Sistema Internacional de Unidades (SI), em que as grandezas fundamentais foram estabelecidas: Comprimento, Superfície, Volume, Capacidade, Massa, Tempo, Intensidade, Eletricidade, Temperatura e Intensidade Luminosa. Assim, o Sistema Internacional de Unidades define o símbolo e a unidade-padrão para cada grandeza a ser medida.

POZZOBON, Simone; LOPES, Anamari. *Grandezas e medidas: surgimento histórico e contextualização curricular*. XI Congresso Internacional de Ensino de Matemática. Disponível em: <<http://www.conferencias.unia.br/index.php/contribuiçoes/ver/1603>>. Acesso em: 20 mar. 2019.

Tarefa 2

Pesquise e descubra quantos centímetros equivalem a uma polegada e anote aqui:

As Digite sua resposta aqui...

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Ao acessar o recurso tecnológico, os alunos identificaram que haviam outras informações que poderiam pesquisar nas aulas de Matemática sobre a temática TV. Identificaram que o texto que estava no recurso era do material apostilado do 5º ano, isso motivou à reflexão das informações apresentadas no texto.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 32), a utilização de *softwares* na Modelagem Matemática “possibilita lidar com situações-problema mais complexas e fazer uso de dados reais” e também possibilita que “a maior parte dos esforços se concentre nas ações cognitivas associadas ao desenvolvimento da atividade”. Para os alunos, manipularem o objeto educacional proporcionou a observação da alteração de tamanho em polegadas na TV a partir das medidas (em centímetros) de suas dimensões.

Após manipularem, de forma individual, o objeto educacional, a aula do dia 19/10 foi finalizada com os alunos respondendo às questões presentes no recurso tecnológico e depois levantando comentários sobre as informações que observaram e leram.

Os alunos pontuaram situações diferentes para investigar envolvendo a televisão, momento em que a professora-pesquisadora percebeu que seria necessário orientar que os alunos definissem os problemas a serem investigados dentro da temática, de modo que fossem organizados, em grupos, por meio da curiosidade manifestada na discussão. Segundo Forner (2018), as contribuições entre os alunos nas atividades de modelagem matemática podem ocorrer de maneira biunívoca, “ou seja, aqueles que dominam melhor determinado conteúdo colaborarão com os que ainda não dominam, ou que apresentam algumas dificuldades. No trabalho em grupo, segundo essa vertente, todos seriam beneficiados” (FORNER, 2018, p. 132).

Além de considerar a curiosidade, a organização dos alunos em grupos foi atrelada pela proximidade dos lugares em que já estavam sentados na sala, pois não foi possível movimentar as carteiras, devido às restrições por conta da COVID 19. O Quadro 6 apresenta a organização dos grupos e as temáticas abordadas.

Quadro 6 – Organização dos alunos e problema investigado na atividade da TV

Alunos	Temática	Problema investigado na atividade
AI_3, AI_4, AI_11 e AI_17	<i>Pixels</i>	O que são os <i>pixels</i> ? Quanto mais pontos você enxergar melhor será a resolução e qualidade da imagem?
AI_5, AI_9, AI_13 e AI_14	Polegadas	Há TV com 33 polegadas? 37? Por que não?
AI_1, AI_8, AI_12, AI_16 e AI_19	Dimensões da TV	Relação do tamanho da tela em polegadas com as dimensões da TV.
AI_2, AI_7, AI_10 e AI_15	Evolução da TV	Quais foram as TVs que passaram por essas evoluções?
AI_6 e AI_18	Distância	Qual o melhor lugar para assistir TV?

Fonte: a autora (2023).

A aluna AI_9, pertencente ao grupo responsável pela temática polegadas, solicitou se poderia manifestar uma dúvida, conforme o excerto a seguir.

AI_9: Tem que medir só com polegada? A polegada é por tamanho?

P: Mas o que é isso?

AI_9: Então esse é o problema.

P: Como assim?

AI_9: Acho que é o tamanho dela, quanto maior assim [a aluna mostra fazendo gestos – Figura 17], quanto maior o número, mais grande ela é.

Figura 17 – Aluna AI_9 representando o tamanho que se referia a TV



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Em sua explicação, a aluna AI_9 identificou que uma das medidas necessárias seria a diagonal da TV, que, de modo geral, representa a polegada na TV, e se utilizou de gestos (Figura 17) para exemplificar sua fala (“*maior assim*”), ao dizer que cada vez que a medida aumentar, maior será a televisão. Por meio dos signos interpretantes produzidos por AI_9, podemos

evidenciar a matemática percebida e a leitura de mundo (MUCELIN; BELLINI, 2013), via associações com o objeto imediato polegadas, ao mesmo tempo em que abarca, de forma conjunta, sua percepção para o objeto dinâmico proporcionalidade: aumenta a diagonal, aumenta o tamanho da TV.

A AI_9 se reuniu com os colegas AI_5, AI_13 e AI_14, considerando o interesse pela relação entre polegadas e dimensão da diagonal. Os integrantes do grupo mediram, em centímetros, as diagonais das TVs de suas casas, utilizando trenas (Figura 18). Além das medidas das diagonais, os integrantes do grupo também realizaram as medidas das outras dimensões, visto que conheceram, ao responder o questionário, outros formatos das TVs (Figura 16). O que asseveramos é que, para investigar a situação, os alunos cercaram-se de “informações sobre essa situação por meio de coleta de dados quantitativos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15).

Figura 18 – Registros de alunos medindo suas televisões em casa



Fonte: relatório dos alunos (2023).

Por meio da coleta de dados, os alunos se inteiraram sobre a presença da Matemática nas dimensões da TV, mais especificamente, estabeleceram relações entre o que ouvem falar de tamanhos (32, 40, 50 polegadas) e a medida da diagonal. Com isso, corroboramos com Nöth e Santaella (2017, p. 10) quando afirmam que “a comunicação humana tem seu ponto de partida nos signos auditivos articulados e em suas transposições visuais”. Ao entrarem em contato com as “transposições visuais” de AI_9 gesticulando sobre o tamanho da TV, os alunos produziram signos para como deveriam proceder para a coleta de dados. As medidas coletadas foram organizadas em uma tabela (Tabela 1).

Tabela 1 – Informações das medidas coletadas

Alunos	AI 5	AI 9	AI 13	AI 14
Comprimento da TV (em cm)	92	73	100	108
Altura da TV (em cm)	53	43	60	75

Fonte: Relatório dos alunos (2023).

Defronte dos valores obtidos com a coleta de dados, um problema emergiu na discussão do G2: *Há TV com 33 polegadas?37? Por que não?* De modo a estruturar os encaminhamentos para a resolução, o grupo apresentou ter dificuldades para se organizar e iniciar a busca, conforme o diálogo a seguir:

P: E o grupo dois. O que vocês encontraram sobre a pergunta que eu fiz?

AI_5: Existe TV de 33 polegadas, mas a gente não conseguiu achar o porquê. Porque quando a gente pesquisa só aparece propaganda.

No excerto supracitado foi possível evidenciar que os alunos apresentaram dificuldades em fazer associação dos dados brutos da imagem que estavam na forma de propaganda para o importante processo de análise visual dos dados, apresentado na Tabela 1, para assim facilitar a identificação de suas relações e dependências para a resolução do problema. O que podemos conjecturar é que os alunos não estavam associando os dados coletados a uma generalização para a proporcionalidade do tamanho da TV com a medida da diagonal, em centímetros. Neste momento, não perceberam que a Matemática poderia subsidiar essa solução, permanecendo focados em propagandas encontradas em sites da *internet*.

Porém, de modo a auxiliar na obtenção da solução, a integrante AI_9 apresentou a “comunicação verbal que se manifesta pela audição” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 10) quando se recordou de um momento vivenciado com a turma referente aos tamanhos da TV. Ela então manifestou sua ideia de voltar a analisar o que já havia sido comentado em sala, conforme o excerto a seguir:

AI_9: Olha só, eu lembrei daquela TV que vimos naquele outro site [referindo-se ao questionário que responderam]. Quem lembra daquela televisão que a gente viu? Que todo mundo acessou o aplicativo e a gente olhou, se parecia com a imagem 1, 2 ou 3.

Alunos: Aaaah sim.

P: Mas você acessou?

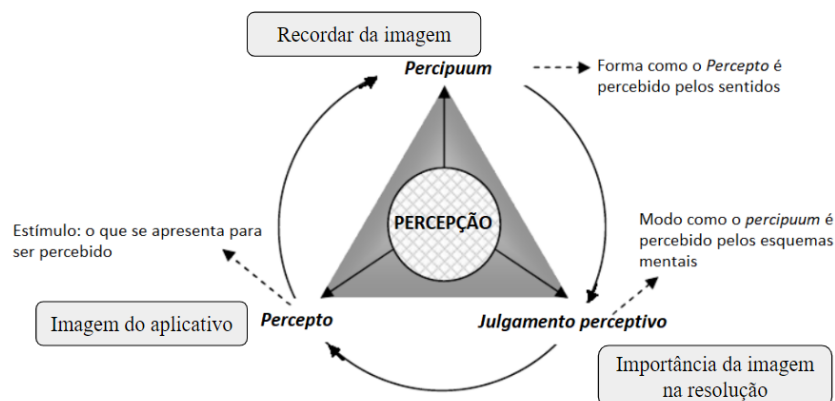
AI_9: Sim, no meu celular ficou o código da atividade e deu pra ver de novo.

P: Porque lá na imagem 1 nós tínhamos uma TV 4 por 3. Na nossa imagem 2 nós tínhamos uma televisão de 16 por 9. E a imagem 3, nós tínhamos uma televisão que era 21 por 9. E aí o que acontece... que quando vamos comprar uma televisão, tem mais de uma opção! Certo?

Ao retomar às imagens presentes no questionário (Figura 16), a AI_9 apresentou ideias matemáticas para a situação em estudo, se direcionando para a matematização, em que se iniciou um movimento de “busca e elaboração de uma representação matemática mediada por relações entre as características da situação e os conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos adequados” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16). Os estímulos obtidos por meio dos sentidos corresponderam a processos perceptivos que funcionaram como signos que foram utilizados para dar continuidade à pesquisa (Figura 16). A AI_9 externalizou os interpretantes produzidos ao observar as imagens das TVs e percebeu uma relação de proporcionalidade em suas dimensões. Podemos evidenciar neste momento a necessidade de retomada do que já haviam observado na inteiração com a temática quando responderam o formulário eletrônico. Com isso, fica explícita a não linearidade no ciclo de modelagem, como destacado por Ferri (2018), estruturando rotas individuais de AI_9 compartilhada com os outros integrantes para ser possível a continuidade da atividade.

No caminhar para a matematização, é possível estabelecer uma associação ao modelo perceptivo triádico – *Percepto, Percipuum e Juízo Perceptivo* – o *Percepto* foi a imagem do aplicativo, o *Percipuum* o recordar da imagem e o *Juízo Perceptivo* a importância da imagem para a resolução (Figura 19).

Figura 19 – Constituintes peirceanos da percepção na atividade da TV



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Todavia, recordar da imagem (*Percipuum*) não foi suficiente para obter uma solução para o problema. O grupo continuou realizando mais buscas e conversando entre eles, para que assim pudessem encontrar mais informações, ou seja, hipóteses que ajudassem no processo de resolução, conforme excerto transcrito a seguir:

AI_9: Porque lá na imagem 1 [a aluna está se referindo ao recurso tecnológico Figura – 16], nós tínhamos uma TV 4 por 3. Na imagem 2 nós tínhamos uma televisão de 16 por 9. E a imagem 3, uma televisão que era 21 por 9. E aí pensamos que quando compramos uma TV, tem mais de uma opção, é isso?

P: Sim. Então eu tenho 3 opções de televisão. Essa televisão, é o que gente? [apontando para a imagem 1 da Figura 16]

Alunos G2: Quase quadrada.

P: A segunda, qual o formato dela?

Alunos G2: Retangular.

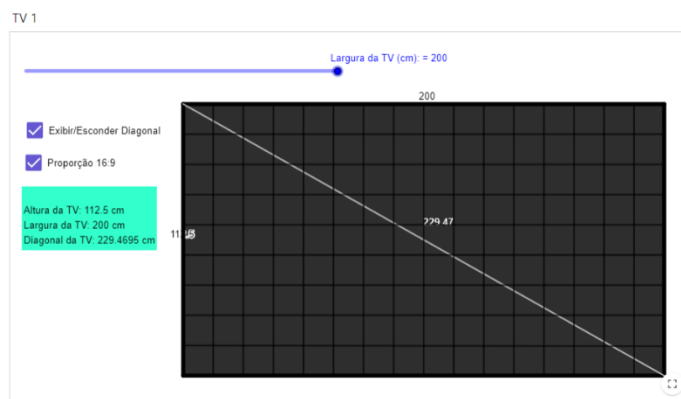
P: E a imagem 3?

Alunos G2: Um retângulo.

Ao observar as imagens do questionário, a AI_9 identificou que cada uma das televisões possuía uma identificação, em que a informação era utilizada para manter a proporcionalidade das medidas. Logo, por meio dos questionamentos da professora, os demais colegas do grupo associaram as informações a figuras geométricas – quadrado e retângulo – por meio das características das imagens e das informações das medidas. Neste momento, os alunos perceberam que o formato da TV pode, de forma simplificada, ser associada a uma figura geométrica.

A professora-pesquisadora, aproveitando o engajamento dos alunos, disponibilizou um objeto educacional (<https://www.geogebra.org/classroom/a4tpmrt8/results/a4yexa45am>) em que os alunos poderiam manipular o controle deslizante e associar o formato da TV, as dimensões da diagonal e a proporção entre medidas (Figura 20).

Figura 20 – Captura da tela do objeto educacional

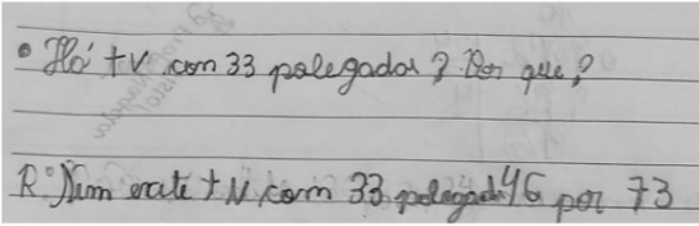


Fonte: <https://www.geogebra.org/classroom/a4tpmrt8/results/a4yexa45am>

O uso do objeto educacional se mostrou necessário devido ao fato de a professora-pesquisadora perceber que os alunos, embora percebessem as relações de proporcionalidade nas dimensões da TV e que a de 33 polegadas seria maior do que a de 32 polegadas, não chegaram a um consenso de como determiná-las. O grupo manipulou o objeto educacional e estimou, que há a possibilidade de se ter uma TV de 33 polegadas, mas com medidas de comprimento específicas (73x46cm), conforme registro representado na Figura 21(a).

Figura 21 – Registro de AI_13 respondendo à pergunta

(a)



(b)

Tamanho da tela	Medida diagonal da tela	Largura/altura (sem base)
TV 32 polegadas	80 cm	73 x 44 cm
TV 40 polegadas	100 cm	89 x 50 cm

Fonte: relatório dos alunos (2023).

Na Figura 21(a) podemos evidenciar que os alunos afirmaram ter a TV. Todavia, segundo conclusões dos alunos, essas medidas não se enquadravam nas informações que eles encontraram pela diferença de poucos centímetros da TV de 32 polegadas (73x44cm), conforme identificado na Figura 21(b). E, dessa forma, partindo das medidas das TVs que eles têm em casa, apresentaram a seguinte conclusão:

AI_13: AI_14, não tem como ter essa TV porque ela está dando uma pequena diferença das medidas que uma TV de 32 polegadas tem, e com isso não pode concluir a de 33, porque não achamos isso.

AI_14: Mas o valor está pequeno.

AI_13: Mas esse valor da tabela é de 32 e a pergunta é para 33.

AI_14: Vou ter que arrumar aqui.

Os alunos perceberam que, por meio da proporcionalidade, obtiveram as medidas da TV de 33 polegadas, porém não se faz necessária a comercialização desse tamanho de TV, visto que sua altura é 2cm maior do que a de 32 polegadas, que consideraram pequena. A matemática percebida, por meio da manipulação do objeto educacional, permitiu aos alunos transformarem as “suas experiências em informações compreensíveis e gerenciáveis” (HALL; LINGEFJÄRD, 2017, p. 444) na fase de interpretação dos resultados em uma atividade de modelagem. Por

meio da interpretação dos resultados, os alunos se convenceram da não necessidade de ser comercializada uma TV de 33 polegadas.

Já os alunos AI_3, AI_4, AI_11 e AI_17, ficaram responsáveis pelo problema: *O que são os pixels? Quanto mais pontos você enxergar melhor será a resolução e qualidade da imagem?* De modo a estruturar os encaminhamentos para abarcarem a resolução, os alunos se organizaram utilizando buscas no telefone celular e registros no caderno. Os alunos AI_3 e AI_17 foram os que iniciaram as abordagens, realizando um diálogo para identificarem o que já sabiam sobre o *pixel*, conforme excerto transcrito a seguir:

AI_3: A TV é medida por polegada e por pixels?

P: Vocês sabem o que são pixels?

AI_3: Não sei dizer, só sei que se você chegar perto da TV [Figura 22a], você vai conseguir ver os quadradinhos lá [Figura 22b], isso são os pixels.

AI_17: Verdade. Nossa!

Figura 22 – AI_3 representando a TV e como são os quadradinhos



Fonte: Arquivo da professora (2023).

Na interação com o problema e a indicação de procedimentos para agir sobre ele, evidenciamos que “a comunicação humana tem seu ponto de partida nos signos auditivos articulados e em suas transposições visuais” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 10), como podemos ver na fala é que o aluno recorreu aos gestos (Figura 22) para fazer as representações que estava se referindo. Com os gestos, o aluno tentou representar primeiro a televisão (Figura 22a) e depois os quadradinhos pequenos (Figura 22b) que estariam na tela da TV.

Ao identificar que o aluno AI_3 mencionou o objeto matemático *pixel*, podemos inferir que ele ocorreu por meio de uma ideia que o aluno já possuía acerca de alguma experiência vivenciada. Neste caso, os signos produzidos remetiam a uma “ideia que o intérprete tinha do signo original” (MISKULIN *et al.*, 2007, p. 5), indicando que este signo produzido pelo aluno para o objeto corresponde a um signo interpretante.

Neste sentido, é possível inferir que os signos produzidos – diagramas – pelo aluno remete ao objeto matemático *pixel*. Nesse caso, o *pixel no formato quadriculado* é o objeto dinâmico desse signo para este intérprete. Para um intérprete que não tem experiência colateral com o formato do *pixel*, o *pixel* é um signo cujo objeto é imediato.

Para continuar o encaminhamento da atividade, a colega AI_17 realizou, com o telefone celular, a busca na *internet*. A primeira ação foi identificar o que são *pixels* e organizar o local para ir anotando as informações. Ao observar o início da busca, no excerto citado adiante podemos evidenciar que o colega AI_11 (Figura 23) faz uma associação do termo *pixel* a um elemento presente em seu cotidiano, conforme excerto:

AI_11: Tem um jogo que eu jogo, o minecraft, quase todo mundo aqui deve conhecer, nele vai ser adicionado um novo personagem, o vagalume, nele tem dois pixels um que brilha e um que não brilha, são dois quadradinhos.

Figura 23 – AI_11 representando o vagalume do jogo



Fonte: relatório dos alunos (2023).

Nesse caso, o conhecimento colateral do AI_11, referente aos *pixels*, segundo Kadunz (2016) foi um pré-requisito para a sua primeira tentativa de solução. Pode-se dizer que a tentativa do aluno em representar a situação deu suporte aos colegas para dar continuidade à solução.

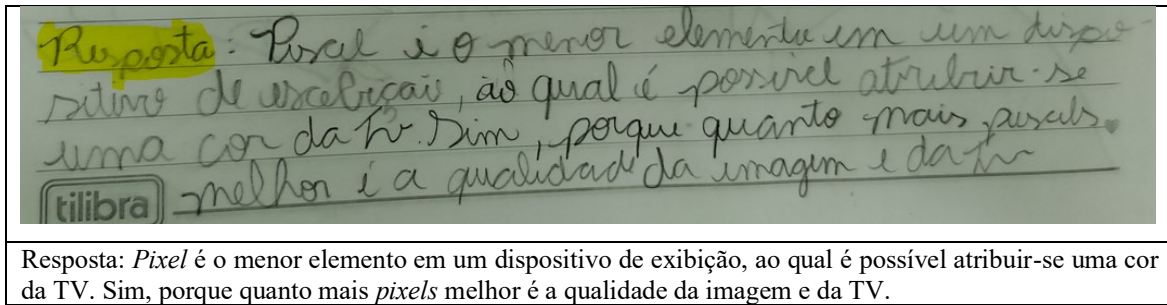
AI_17: Podemos ver melhor isso.

AI_11: Não sei se tem como ver, é pequeno.

P: E se pesquisarmos, que tal?

Os estímulos obtidos por meio dos sentidos corresponderam a processos perceptivos que funcionaram como signos que foram utilizados para dar continuidade à pesquisa (Figura 24). Nesse sentido, o interesse de estudo consiste no “processo mental que possibilita e amplia a relação do indivíduo com seu entorno” (NETTO; PERASSI; FIALHO, 2013, p. 250).

Figura 24 – Registro de AI_17 respondendo à pergunta

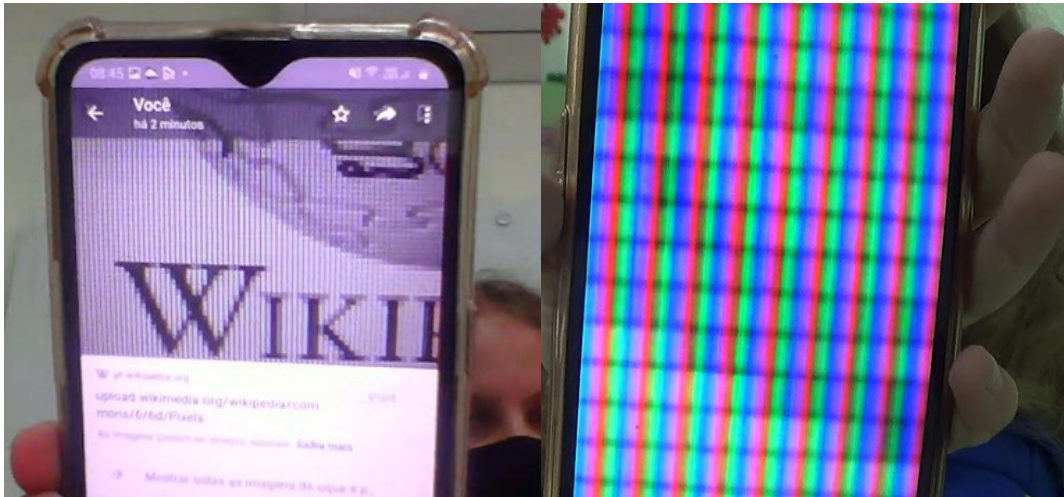


Resposta: *Pixel* é o menor elemento em um dispositivo de exibição, ao qual é possível atribuir-se uma cor da TV. Sim, porque quanto mais *pixels* melhor é a qualidade da imagem e da TV.

Fonte: relatório dos alunos (2023).

Observando as informações apresentadas pelos colegas do grupo, AI_17 conseguiu “compreender a questão da percepção e sua relação com a visualização, pois o objeto percebido é muito diferente do mundo descrito pelas ciências” (JORGE; REZENDE; WARTHA, 2013, p. 156). Então ao realizar algumas buscas na *internet*, AI_17 localizou em um site uma imagem que justificava as argumentações trazidas por AI_3 e AI_11 (AI_3: “*você vai conseguir ver os quadradinhos lá*” e AI_11: “*são dois quadradinhos*”) que foram citadas anteriormente. Na Figura 25 é possível visualizar a situação que os outros integrantes estavam relatando para os *pixels*.

Figura 25 – Experimento feito por AI_17 com uma imagem

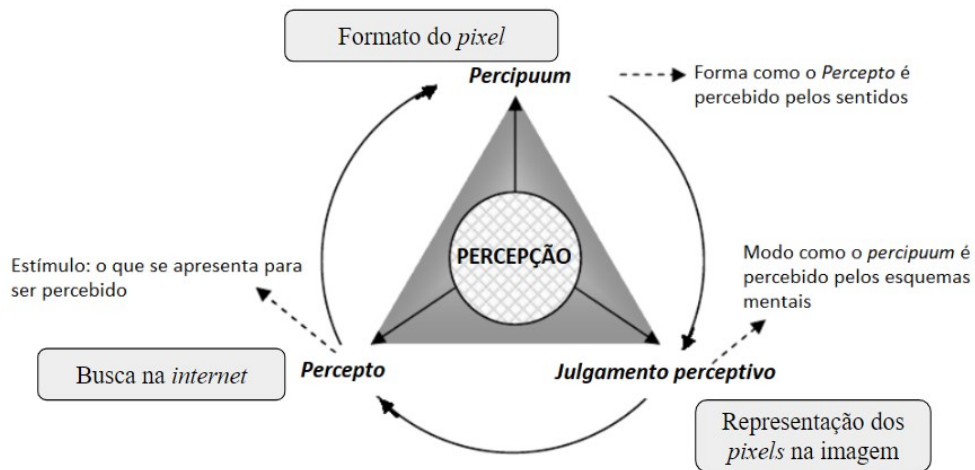


Fonte: arquivo da professora (2023).

Considerando as imagens apresentadas na Figura 25, podemos evidenciar que a “visualização significa construir uma imagem visual na mente humana, e isto é mais do que uma representação gráfica de dados ou conceitos” (JORGE; REZENDE; WARTHA, 2013, p. 152). Por meio da visualização dos *pixels* apresentada em uma das buscas, os alunos perceberam

relações com esse objeto e entenderam o conceito de *pixels*. Assim, associando todas as informações levantadas pelos alunos podemos evidenciar o modelo perceptivo triádico de Peirce (Figura 26) – *Percepto*, *Percipuum* e *Juízo Perceptivo* – o *Percepto* foi a busca na *internet*, o *Percipuum* o formato do *pixel* e o *Juízo Perceptivo* a representação dos *pixels* na imagem.

Figura 26 – Constituintes peirceanos da percepção na atividade da TV



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Nas transcrições das conversas com os alunos, há indícios de que, inicialmente, a Matemática percebida está no domínio da secundidade. De fato, AI_3 e AI_11, levaram em consideração sua experiência em conseguir relatar o formato do *pixel* e a pesquisa que a AI_17 realizou para a escrita da informação no caderno em que definiu uma situação em que a Matemática possa ter relevância. Trata-se, neste caso, de um movimento de transformação da linguagem natural para a linguagem Matemática, uma matematização para a situação em estudo. Neste momento, os signos produzidos por meio das falas dos alunos mostraram que o grupo se envolveu na resolução e não manifestaram dificuldades acerca de desenvolverem a solução, conforme as transcrições que foram apresentadas e perceberam a Matemática presente na situação.

Os objetos matemáticos *pixels* e *proporcionalidade* foram utilizados por esses alunos para responder a situação que estavam investigando “*Pixels* e a qualidade da imagem”. Esses objetos matemáticos possibilitaram que os alunos utilizassem e produzissem signos no decorrer do desenvolvimento da atividade. O modelo utilizado pelo grupo para a resolução, foi a explicação que pesquisaram e escreveram (Figura 24) ao qual foi utilizada como sendo “uma

tentativa de expor e/ou explicar características de algo que não está presente, mas se ‘torna presente’ por meio deste modelo” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

Uma situação-problema que surgiu foi: *Relação do tamanho da tela em polegadas com as dimensões da TV*, em que os alunos AI_1, AI_8, AI_12, AI_16 e AI_19 ficaram responsáveis pelas investigações. De modo a estruturar os encaminhamentos para a resolução, o grupo decidiu que usaria os recursos que tivessem disponíveis, pois alguns alunos tinham telefone celular, mas acabaram esquecendo de carregar a bateria para usar na aula. O AI_1 iniciou realizando uma busca no dicionário sobre o significado da palavra polegada (Figura 27).

Figura 27 – Aluno fazendo a busca no dicionário



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Diante da não possibilidade de realizar pesquisa com o telefone celular, o aluno fez uso de um recurso que tinha à sua disposição – o dicionário de Língua Portuguesa – para obter as informações sobre a situação em estudo: saber o que é uma polegada. Essa ação nos possibilitou evidenciar que “as representações visuais, fornecem apoio cognitivo através de vários mecanismos que exploraram as vantagens da percepção humana, assim como a rapidez do processamento visual” (ALEXANDRE; TAVARES, 2007, p. 2), pois AI_1 exerceu essa ação para explicar (Figura 28) ao seu grupo a relação que seria necessária para associar a medida de comprimento com a polegada conforme o excerto a seguir.

Figura 28 – Registro de AI_1 fazendo a explicação e o cálculo realizado para a polegada



Fonte: dados da pesquisa (2023).

AI_1: Uma polegada é 2,54cm.

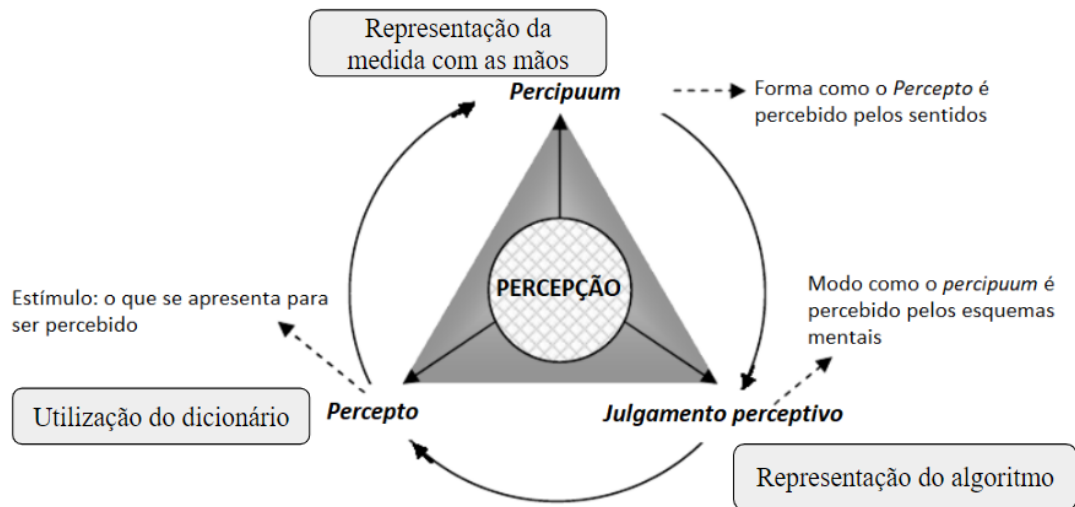
AI_1: Tem que pegar toda essa medida e ver quanto do 2,54 tem aqui dentro [Figura 28a], para saber quantas polegadas tem a televisão. É 128,5 [informação do tamanho da diagonal da tela da televisão de sua casa] dividido por 2,54 [Figura 28b].

Diante dos signos falados do AI_1, podemos evidenciar que, de forma intuitiva, o modelo matemático que subsidia a solução para o problema em estudo pode ser representado por $P(t) = \frac{t}{2,54}$, em que P corresponde à polegada da televisão, em valores inteiros positivos e t consiste no tamanho, em centímetros, da diagonal da televisão. Logo, sabendo a medida da diagonal, é possível determinar o tamanho, em polegadas, da televisão.

O AI_1 relatou que não sentiu necessidade em finalizar o cálculo, porque identificou que o valor da operação matemática não é um número inteiro. Logo é possível evidenciar que o aluno notou que a conclusão do *algoritmo da divisão* não auxiliaria na resposta da pergunta e para os valores das polegadas usamos apenas números inteiros. Netto, Perassi e Fialho (2013, p. 263), afirmam que “os fenômenos acontecem na mente como produtos da percepção”. Nesse sentido, a primeiridade é a qualidade da experiência, por exemplo, quando AI_1 utilizou-se do dicionário para buscar o significado da palavra polegada (Figura 27). A secundidade corresponde à reflexão sobre a experiência, quando AI_1 representa a medida da polegada com as mãos (Figura 28a) e a terceiridade consiste na representação feita diante da reflexão sobre a experiência, momento em que AI_1 passa pela experiência de realizar o *algoritmo da divisão* (Figura 28b). Podemos observar que AI_1 passou por essas três categorias.

Assim, associando todas as informações levantadas por AI_1, podemos evidenciar o modelo perceptivo triádico de Peirce (Figura 29) referente ao objeto matemático *algoritmo da divisão* – *Percepto*, *Percipuum* e *Juízo Perceptivo* – o *Percepto* foi a utilização do dicionário, o *Percipuum* a representação da medida com as mãos e o *Juízo Perceptivo* a representação do algoritmo.

Figura 29 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático algoritmo da divisão na atividade da TV



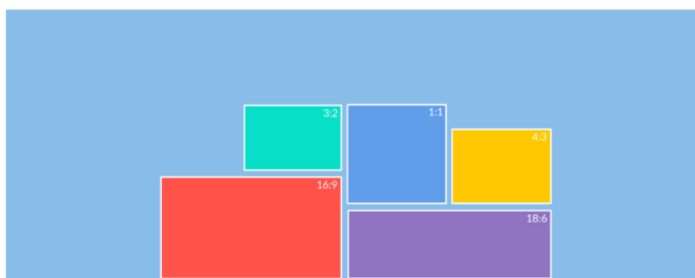
Fonte: dados da pesquisa (2023).

Outro grupo, composto por AI_1, AI_7, AI_10 e AI_15, ficou responsável pelo problema: *Quais foram as TVs que passaram por essas evoluções?* A professora-pesquisadora disponibilizou ao grupo um recurso tecnológico (<https://www.geogebra.org/classroom/a4tpmrt8#tasks/pmnfn6gw>) em que os alunos puderam acessar a um vídeo para conhecer sobre a história das diferentes proporções das TVs ao longo do tempo (Figura 30).

Figura 30 – Captura de tela do recurso tecnológico

Assista o vídeo abaixo para conhecer sobre a História das diferentes proporções das TVs e vídeos ao longo do tempo

Como você deve ter visto, existem várias taxas de proporções para TVs e vídeos.



Fonte: <https://www.geogebra.org/classroom/a4tpmrt8#tasks/pmnfn6gw>

O uso do recurso tecnológico se mostrou necessário devido ao fato de a professora-pesquisadora evidenciar que os alunos, embora percebessem as relações de proporcionalidade nas dimensões das TVs, não haviam chegado a uma forma de estruturação de como a proporcionalidade se organizou. Após o acesso, os alunos estruturaram os encaminhamentos da organização das informações no caderno (Figura 30). Os alunos iniciaram realizando um diálogo para identificarem os responsáveis pela busca e os responsáveis pela anotação das informações.

AI_1: Eu vi no vídeo essas TVs que estão nesse desenho [se referindo as imagens das taxas de proporção].

AI_15: Eu também vi. Da minha casa lembra a vermelha.

AI_1: Eu não sabia de toda essa história e também que a tela vertical pode um dia aparecer no cinema.

AI_7: Eu prefiro o cinema como é.

AI_1: Mas se mudar a gente vai ter que ver como estiver...

[...]

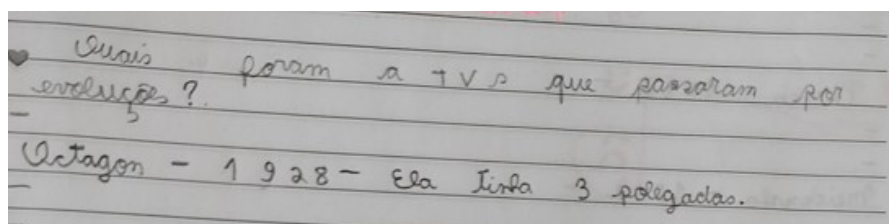
AI_15: Eu vou anotar as informações, colocando os nomes das TVs na ordem.

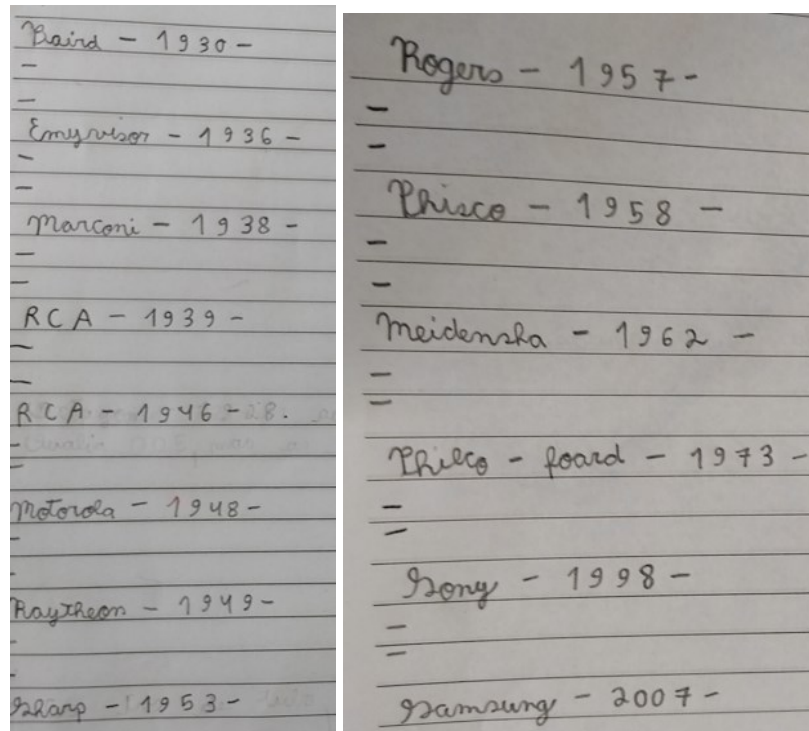
AI_1: Vamos colocar pelos anos, porque assim vai dá para saber a ordem.

No trecho supracitado, podemos inferir que os alunos conseguiram associar a TV que possuem em casa com a TV mencionada na taxa de proporção do vídeo, assim essa situação expõe o que os alunos vêm da situação da realidade e, ao mesmo tempo, estimulam os alunos a aprofundar as informações sobre a situação. Nesse sentido, uma atividade de modelagem matemática “não é como um enunciado que só pode ser comprovado, examinado, verificado indiretamente” (ALMEIDA; SOUSA; TORTOLA, 2021, p. 71).

Nesse momento o trabalho em grupo foi essencial para a organização dos alunos e para a tomada de decisão com a organização dos dados, pois a sugestão de AI_1 possibilitou que as informações ficassem organizadas em ordem cronológica. “O sucesso do grupo está intrinsecamente associado ao envolvimento de cada um dos integrantes” (BORSSOI; SILVA; FERRUZZI, 2021, p. 938).

Figura 31 – Registro de AI_15 das televisões conforme o ano de lançamento





Fonte: relatório dos alunos (2023).

Na Figura 31, os integrantes do grupo apresentaram uma relação das TVs, as informações foram caracterizadas em ordem cronológica, para que assim a última opção fosse a mais recente, no excerto a seguir podemos identificar a fala de um integrante com a professora-pesquisadora:

P: E o grupo 4, o que encontraram?

AI_1: A gente conseguiu encontrar todas as TVs que foram do passado.

P: E como ficou a quantidade de televisores?

AI_1: Foram 15.

P: E a TV mais atual vocês sabem qual é?

A_1: A Samsung.

Os alunos perceberam a necessidade de organizar os dados pela informação da data, proporcionando assim um sentido cronológico para as informações obtidas, deixando que “às imagens geradas, influenciam fortemente o seu entendimento sobre os dados e a sua utilidade” (ALEXANDRE; TAVARES, 2007, p. 2).

No desenvolvimento da atividade da TV, as interações entre os alunos possibilitaram a investigação de algumas situações-problema oriundas dessa temática – *pixels*, polegadas, dimensões da TV e evolução da TV –, ficando cada grupo responsável pela investigação e busca de informações relativas ao que se propuseram a analisar. Ao final das resoluções foi feita uma comunicação entre todos os alunos, para que assim os resultados obtidos pudessem ser

compartilhados entre os integrantes dos grupos, de modo que as diferentes situações-problema se complementassem.

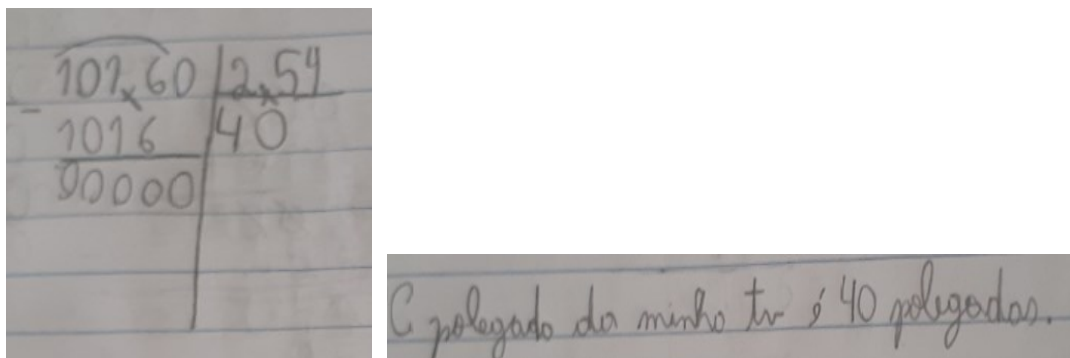
A análise dos dados levantados pelos alunos permitiu evidenciar os aspectos interatividade, sincronia e interação no desenvolvimento da atividade de modelagem em relação ao entendimento e simplificação da situação, à matematização e à solução.

A comunicação aconteceu na última aula, para que assim todos os grupos já tivessem finalizado suas investigações sobre o problema. Na comunicação dos resultados, os alunos puderam falar sobre objetos matemáticos como: *pixels*, *polegadas*, *diagonal*, *proporcionalidade e algoritmo da divisão*.

Ressaltamos que, por conta da comunicação, todos os alunos do 5º ano tiveram acesso ao que foi abordado em todas as situações-problema, logo, todos tiveram conhecimento dos objetos matemáticos. Após a comunicação, os alunos foram convidados a realizarem um registro de forma espontânea com as informações que foram desenvolvidas na atividade de modelagem matemática.

Na Figura 32 temos os registros de AI_16, que abordou as dimensões da TV, entretanto após a comunicação podemos evidenciar que o aluno apresentou diagramas que pertencem a outras situações-problema.

Figura 32 – Registros do AI_16 para a atividade TV



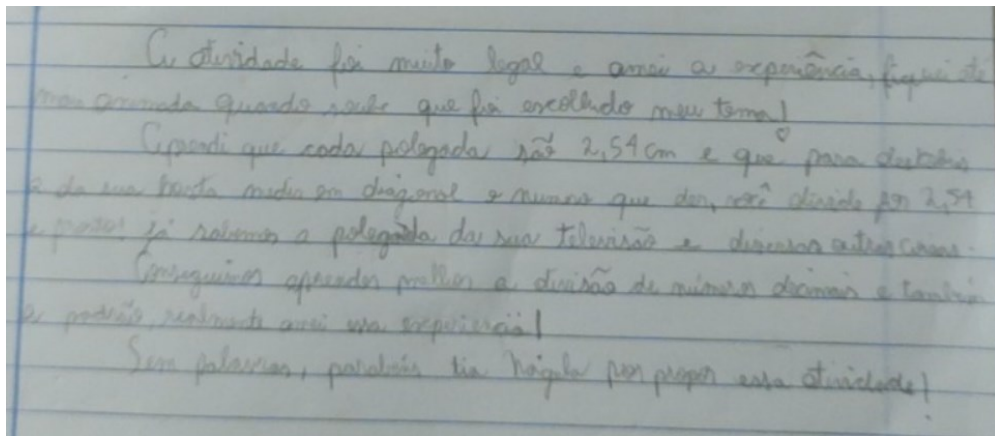
4) Para mim foi interessante essa atividade pois descobri quanto vale uma polegada e como calcular e medir o tamanho da tela da tv. Eu observei que trabalhamos com medidas de centímetros.

Para mim foi interessante essa atividade, pois descobri quanto vale uma polegada e como calcular e medir o tamanho da tela da TV. Eu observei que trabalhamos com medidas de centímetros.

Nos registros da Figura 32 podemos observar que o aluno apresentou o diagrama do algoritmo da divisão, para assim associar às medidas que possuía de sua televisão e identificar qual o valor da polegada. Segundo Peirce (1972, p. 61), “a força do interpretante está em juntar os diferentes assuntos que o signo representa como relacionado”, assim notamos que foi possível ter uma abordagem dos temas trabalhados.

O registro de AI_9 foi textual (Figura 33), descrevendo a forma que utilizou para encontrar o valor da polegada, elencando os passos para o cálculo – algoritmo da divisão – necessário para encontrar o valor da polegada, descrevendo no final qual a medida de uma polegada (2,54cm). AI_9 também mencionou “*conseguimos aprender melhor a divisão de números decimais*”. No momento da comunicação, alguns alunos manifestaram não se recordar como desenvolvem o algoritmo, sendo assim, a professora-pesquisadora aproveitou para retomar, de forma breve, alguns encaminhamentos com os alunos.

Figura 33 – Registro do AI_9 para a atividade TV



A atividade foi muito legal e amei a experiência, fiquei até mais animada quando soube que foi escolhido meu tema!

Aprendi que cada polegada são 2,54cm e que para descobrir a da sua basta medir em diagonal e número que der, você divide por 2,54 e pronto! Já sabemos a polegada da sua televisão e descobrimos outras coisas.

Conseguimos aprender melhor a divisão de números decimais e também o padrão, realmente amei essa experiência!

Sem palavras, parabéns tia Nágela por propor essa atividade!

Fonte: dados da pesquisa (2023).

A aluna AI_9 apresentou – Figura 33 – na sua escrita evidências da identificação do objeto matemático diagonal, ela também conseguiu fazer a associação da informação da diagonal como sendo uma das medidas que se pode obter na televisão, para que assim seja possível identificar o tamanho da TV em polegadas. Portanto, a Matemática percebida se fez

presente no modelo matemático identificado pela aluna para responder algumas das situações que haviam sido levantadas para a investigação.

4.1.2 Turma do 5º ano: ATIVIDADE REDES SOCIAIS

A segunda atividade planejada para os alunos do 5º ano – *Redes Sociais* – aconteceu do dia 25 de novembro até 16 de dezembro de 2021. A atividade foi desenvolvida ao longo de cinco aulas de 50 minutos cada, organizadas conforme o horário escolar dos alunos. Destacamos que no desenvolvimento desta atividade apenas alguns alunos da turma ainda estavam frequentando o ambiente escolar, devido a finalização do ano letivo estar próxima. A atividade foi desenvolvida na sala de aula.

A professora-pesquisadora, na primeira aula do dia 25 de novembro, recordou os alunos da pesquisa que haviam respondido referente às sugestões de temas que fossem uma curiosidade que eles já tiveram interesse de saber. Entre os temas sugeridos, os alunos recordaram do que já haviam estudado anteriormente – TV – e ficaram curiosos para saber qual seria o próximo.

A_15: Professora, o próximo tema foi um dos que nós colocamos lá?

P: Sim!

AI_13: Então será muito bom saber sobre esse tema, qual é?

Os alunos foram comunicados sobre a temática escolhida (Figura 34) pela professora-pesquisadora, conforme a sugestão de AI_7, entretanto a temática foi levada para os demais alunos, para que assim pudessem realizar uma roda de conversa, pois segundo Gonçalves (2019) esse momento da roda de conversa pode ser uma oportunidade para aproveitar a curiosidade das crianças referente ao assunto real e pertinente que será abordado.

Figura 34 – Resposta da AI_7 nas escolhas das temáticas

Tema que tenho curiosidade para estudar nas aulas. *

celular

O que você quer saber desse tema? *

uso no dia a dia

Fonte: dados da pesquisa (2023).

No primeiro momento da roda de conversa, ficou evidente que ao falar do celular e o seu “uso no dia a dia”, os alunos se identificaram com a utilização do equipamento, conforme o excerto a seguir:

P: Pessoal, vocês têm celular?

AI_5: Eu sei que todo mundo da sala agora tem, porque antes o único que não tinha um celular dele, era o AI_1, mas a mãe dele comprou um no começo do ano, ainda bem porque aí ele usou nas aulas.

P: Mas antes disso, os outros alunos já tinham?

AI_19: Eu sempre tive, e sei que quando entrei aqui na escola o pessoal já tinha até grupo no whats, desde o 3º ano [o aluno começou a estudar nesta escola no começo do 5º ano], me adicionaram na primeira semana de aula e tem vezes que quase não consigo acompanhar tanta mensagem.

No decorrer da roda de conversa a aluna AI_9, solicitou se poderia relatar sua relação com o uso do celular:

AI_9: Eu uso o celular sempre como se fosse com a fiscalização da minha mãe. Mas eu uso muito, porque eu tenho redes sociais que eu gravo vídeos e danças para me divertir, mas acabei ganhando até presentes com isso.

AI_12: Verdade, outro dia ela ganhou um bolo e me deu um pedaço. [as alunas são vizinhas]

P: Quais são essas redes sociais?

AI_9: TikTok, Instagram, YouTube, essas porque são vídeos.

AI_12: Mas tem outras?

P: Será que tem?

Nesse momento os alunos se mostraram um pouco surpresos com o questionamento da professora-pesquisadora, pois para eles a aluna AI_9 já havia mencionado as redes sociais que eles conheciam e as possíveis existentes, logo não haveria mais nenhuma outra rede social. Então diante do excerto supracitado, os alunos foram convidados a realizarem uma pesquisa em casa (Figura 35), para que assim eles pudessem “inteirar-se” sobre a situação-problema, conhecendo “características e especificidades da situação” (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 4). Além disso, segundo os autores, esta fase pode se estender no decorrer de toda a atividade, “considerando que a necessidade de novas informações pode emergir no decorrer do desenvolvimento da atividade de modelagem” (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 4).

Figura 35 – Imagem do questionário

1) Realize uma pesquisa e escreva: o que são redes sociais? R: _____ Lugar pesquisado: _____
2) Quais são as redes sociais que você utiliza? R: _____
3) Quantas vezes por semana você acessa as redes sociais? R: _____
4) Se você acessar as redes sociais, você sabe dizer qual o tempo aproximado que você utiliza? R: _____
5) Qual equipamento você utiliza para acessar as redes sociais? R: _____
6) Se você não utiliza as redes sociais, o que você utiliza? R: _____

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Os alunos entregaram os questionários antecipadamente, para que assim fosse possível organizar as informações que todos os alunos pesquisaram.

Em posse dos 16 questionários respondidos pelos alunos do 5º ano, foi possível perceber que as respostas para a primeira pergunta se assemelhavam, “1) *Realize uma pesquisa e escreva: o que são redes sociais?*” como a pergunta solicitava a fonte de pesquisa, foi possível identificar que alguns alunos consultaram o mesmo *site*.

Na aula do dia 13 de dezembro a resposta de AI_16 (Figura 36) foi uma das que se destacou por mencionar a abrangência que uma rede social pode ter referente a troca de informações que pode ocorrer, o que motivou os alunos a ficarem curiosos referente às demais respostas das outras perguntas do questionário dos colegas.

Figura 36 – Resposta AI_16 ao questionário

1) Realize uma pesquisa e escreva: o que são redes sociais?

R: *Redes sociais são espaços virtuais onde grupos de pessoas ou empresas se relacionam através de envio de mensagens, do postilho de conteúdos, entre outros. Atualmente existem diferentes redes sociais, cada uma com um propósito e um público-alvo específicos.*

Lugar pesquisado: *https://www.todamateria.com.br*

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Para a pergunta 2 – “*Quais são as redes sociais que você utiliza?*” – a professora-pesquisadora identificou que nas respostas dos alunos faltaram algumas redes sociais que eles utilizam, mas que talvez não tenham feito a identificação ou que não identificaram a diferença entre conhecer e utilizar, então essa pergunta ficou para ser comentada no final de todas as respostas.

Na pergunta 3 – “*Quantas vezes por semana você acessa as redes sociais?*” – todos os 16 alunos que responderam ao questionário, relataram que acessam as redes sociais todos os dias, ao mencionar essa informação para os alunos alguns mencionaram momentos que utilizam o acesso analisando as atividades que realizam nesse momento:

AI_9: Olha, estamos muito conectados, acho que isso aumentou esse ano, porque além de usar pra jogar eu também sei que uso pra estudar.

AI_15: Tia, você sabia que eu fiz até aula de ballet pelo computador um tempo!?

P: Você ainda está fazendo?

AI_15: Não, eu fiz por pouco tempo, só pra não esquecer umas coisas.

AI_1: Tia, eu ando usando muito aquele site que você mandou dos desafios. [Matific]

No excerto supracitado, podemos identificar que os alunos apresentaram informações referente à utilização do telefone celular no cotidiano, esse momento de “conhecer o que seu aluno sabe, como ele pensa sobre uma determinada situação” (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 14) auxilia o professor a indicar caminhos possíveis para ser o orientador e ouvir os alunos.

Para as perguntas 4 e 5 – “*Se você acessar as redes sociais, você sabe dizer qual o tempo aproximado que você utiliza?*” e “*Qual equipamento você utiliza para acessar as redes sociais?*” –, os alunos responderam à primeira pergunta supondo a quantidade de tempo (Quadro 7) que passam fazendo a utilização das redes sociais, pois nesse momento não foi solicitado pela professora-pesquisadora que eles realizassem nenhuma marcação do tempo de utilização, já na pergunta 5 todos mencionaram que utilizam o telefone celular como sendo o

principal equipamento de acesso e apenas alguns citaram algum outro equipamento como segunda opção.

Quadro 7 – Tempo de acesso as redes sociais

Tempo	Quantidade de alunos
1 hora	2
2 horas	3
3 horas	4
5 horas	4
6 horas	3

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Entretanto, quando as informações estavam sendo compartilhadas, a aluna AI_3 fez a seguinte observação:

AI_3: Tia, você viu a minha informação?

P: Sim. Você pode dizer para a turma?

AI_3: Eu coloquei que “depende dos horários”.


P: Por que?

AI_3: É que é assim, no meu celular tem uma parte que faz anotações dos horários e lugares que eu acesso, aí ele conta o tempo que eu fico em cada parte do celular, e assim, cada dia eu uso de um jeito, então muda.

Nesse momento podemos dizer que o questionário e a transcrição supracitada apresentam indícios para caracterizar uma fase do ciclo da atividade de modelagem matemática que é caracterizada como inteiração, em que os alunos se dedicaram a compreender mais sobre o assunto abordado na atividade, buscando relações com um conteúdo matemático (anotações dos horários e lugares), antes mesmo de ter sido associada alguma abordagem matemática, portanto, os alunos procuraram “fazer previsões ou fornecer informações sobre fenômenos do mundo real” (BLISS; LIBERTINI, 2006, p. 8).

Quando AI_16 percebeu que a última pergunta do questionário que eles haviam levado para casa havia sido comentada, ele solicitou para falar (Figura 37):

Figura 37 – Participação do aluno AI_16

	<p><i>AI_16: Professora, lembra do que eu escrevi como sendo as redes sociais?</i></p> <p><i>P: Sim.</i></p> <p><i>AI_16: A minha resposta estava certa?</i></p> <p><i>P: Estava!</i></p> <p><i>AI_16: Eu queria saber as opções de redes sociais de todos! E a mais votada.</i></p> <p><i>P: De todos?</i></p> <p><i>AI_16: Toda turma.</i></p> <p><i>P: Entendi...</i></p> <p><i>AI_5: Professora, acho que eu me confundi.</i></p> <p><i>P: Como assim?</i></p> <p><i>AI_5: Eu não coloquei tudo.</i></p>
---	--

Fonte: dados da pesquisa (2023).

A participação de AI_16 teve como papel uma iniciativa para que o aluno AI_5 iniciasse uma reflexão que o fez recordar de sua resposta e iniciasse a inteiração com o tema, possibilitando a geração de novos signos. Partindo da comunicação entre AI_16 e AI_5, o AI_1 sugeriu se seria possível realizarmos um novo questionário com a turma, porque ele também acreditava que havia colocado apenas algumas das redes que acessava.

Como os questionários (Figura 35) haviam sido entregues antecipadamente para a professora-pesquisadora organizar as informações, foi possível perceber que os alunos não haviam indicado todas as redes sociais que fazem acesso. Então, em sala de aula, solicitou que os alunos respondessem um formulário *online* – *Google Forms* – (Figura 38) utilizando equipamentos com acesso à internet. Com a autorização da escola, os alunos levaram para as aulas telefones celulares ou *tablets*. A professora-pesquisadora também forneceu alguns equipamentos para os alunos que não possuíam, o uso dos equipamentos foi liberado no decorrer da atividade.

Figura 38 – Captura do formulário *online das redes sociais*

Você compreende qual a diferença entre conhecer a existências de uma rede social e utilizá-la?

Não

Sim

Entre as redes sociais a seguir, assinale qual(is) dela(s) você utiliza: *

Facebook

Facebook Messenger

Instagram

WhatsApp

YouTube

LinkedIn

Twitter

Pinterest

Tik Tok

Skype

Snapchat

LINE

Viber

Baidu Tieba

Douban

Reddit

Sina Weibo

WeChat

QQ

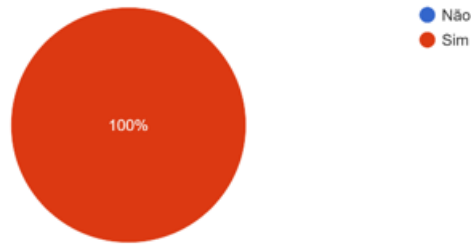
QZone

Fonte: dados da pesquisa (2023).

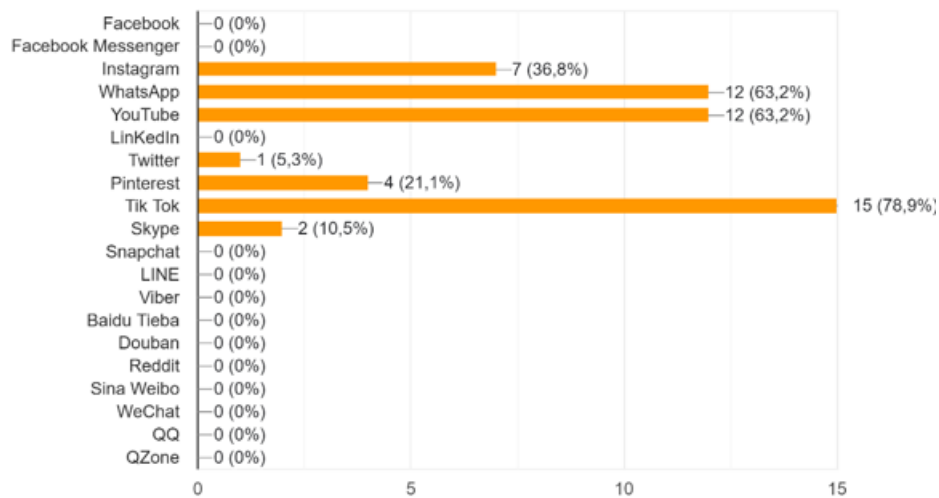
Ressaltamos que na segunda pergunta do formulário os alunos poderiam escolher quantas opções desejassem, desde que fizessem uso da rede social escolhida na opção, eles também foram informados dessa possibilidade. Assim que todos os alunos finalizaram, a professora-pesquisadora disponibilizou as informações dos dados coletados, que são geradas automaticamente, pelo *Google Forms*, para que todos os alunos pudessem acompanhar os resultados (Figura 39):

Figura 39 – Captura das respostas do formulário *online* das redes sociais

Você compreende qual a diferença entre conhecer a existências de uma rede social e utilizá-la?
19 respostas



Entre as redes sociais a seguir, assinale qual(is) dela(s) você utiliza:
19 respostas



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Ao observar a Figura 39, alguns alunos identificaram que realmente não haviam marcado todas as opções que utilizam das redes sociais, pois ao se depararem com o formulário já perceberam que haviam algumas redes sociais que estavam mencionadas e que não haviam escrito no questionário anteriormente. Diante disso, temos que a AI_17, olhou para o gráfico de barras e mencionou:

AI_17: Tia, semana passada [Figura 40a] quando eu fui fazer a pesquisa em casa para responder o questionário, eu vi um vídeo assim, ele mostrava o desenho do aplicativo [Figura 40b], aí ele tinha um gráfico também, mas como se ele se mexe, na verdade, ele mexia [Figura 40c]. Aí a rede social que era mais usada ele aumentava, maior a barra ficava [Figura 40d] e menos usada, ele ia diminuindo, ficava pequeno [Figura 40e]. Se eu não me engano as informações eram de 2004 até 2019.

P: Que legal AI_17! Você lembra de onde é o vídeo?

AI_17: Olha, eu posso tentar encontrar para falar.

AI_1: Eu quero assistir!

P: Se a AI_17 recordar qual é, podemos combinar de todos verem ele.

Figura 40 – Captura dos gestos de AI_17 enquanto falava



Fonte: dados da pesquisa (2023).

A aluna AI_17, em sua explicação identificou que as quantidades de utilização das redes sociais podem aumentar ou diminuir, que essa informação pode ser representada por um gráfico de barras, e se utilizou de gestos (Figura 40) para exemplificar sua fala (“*se mexia*”), ao dizer que a rede social era mais usada ele aumentava, maior era a barra ou que menos usada “*ia diminuindo*”. Por meio dos signos interpretantes produzidos por AI_17, podemos evidenciar a matemática percebida e a leitura de mundo (MUCELIN; BELLINI, 2013), via associações com o objeto imediato gráfico de barras, ao mesmo tempo em que abarca, de forma conjunta, sua percepção para o objeto dinâmico proporcionalidade: aumenta a barra, aumenta a quantidade de acesso a rede social ou menos usada, vai diminuindo. Esses gestos se configuraram como “signo não verbal, como na modalidade visual de uma imagem” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 10).

Dando continuidade no desenvolvimento da atividade, os alunos começaram a observar as informações que AI_17 relatou e as informações que eles tinham das redes sociais que eles responderam (Figura 39). Assim, inferimos o que Biembengut (2009) aponta, desenvolver atividades com alunos dos anos iniciais “além de uma aprendizagem matemática

mais significativa, possibilita estímulo à criatividade na formulação e na resolução de problemas” (BIEMBENGUT, 2009, p.22). E após uma roda de conversa os alunos chegaram no seguinte problema:

AI_1: O tema é celular e o uso, a gente viu que usamos mais o TikTok.

AI_5: Que tal a gente ver a opção igual a AI_9 comentou da marcação do tempo para vermos quem está usando mais o celular?

P: Mas a marcação do tempo já falará sobre o que vocês querem?

AI_5: Vamos procurar aqui no celular como ele faz essas informações, aí vai dar para saber o que ele anota.

AI_1: Também dá para vermos como está sendo o uso.

Nesse dia, alguns alunos tiveram dificuldades para encontrar a parte de registro do bem-estar do celular, que é o responsável por fazer as anotações de forma automática, como a aula já estava no fim, foi solicitado que os alunos fizessem a identificação dessas informações em casa e enviassem via *WhatsApp* para a professora-pesquisadora, pois a turma possuía um grupo de comunicação, assim os alunos poderiam compartilhar os *prints* das informações.

Na aula do dia 14 de dezembro todos os *prints* que foram enviados foram disponibilizados para os alunos observarem, os alunos perceberam que alguns colegas enviaram apenas algumas informações, enquanto AI_19 enviou dados de uma semana completa (Figura 41), o que despertou interesse dos colegas, pois os dados “são reais e referentes a uma situação genuinamente real” (ALMEIDA, 2022, p. 135).

Com o diálogo transcrito a seguir podemos evidenciar que assim os alunos estabeleceram estratégias para a matematização, pois “objetos matemáticos, propriedades, relações e questões destinadas a representar a situação extramatemática” (NISS; BLUM, 2020, p. 24) começaram a ser mencionadas pelos alunos:

AI_5: Pessoal, olha o AI_19 enviou registros de uma semana toda (Figura 41), podemos utilizar essas informações.

AI_13: Eu só mandei o começo porque meu celular é novo, viram que eu só tenho de dois dias.

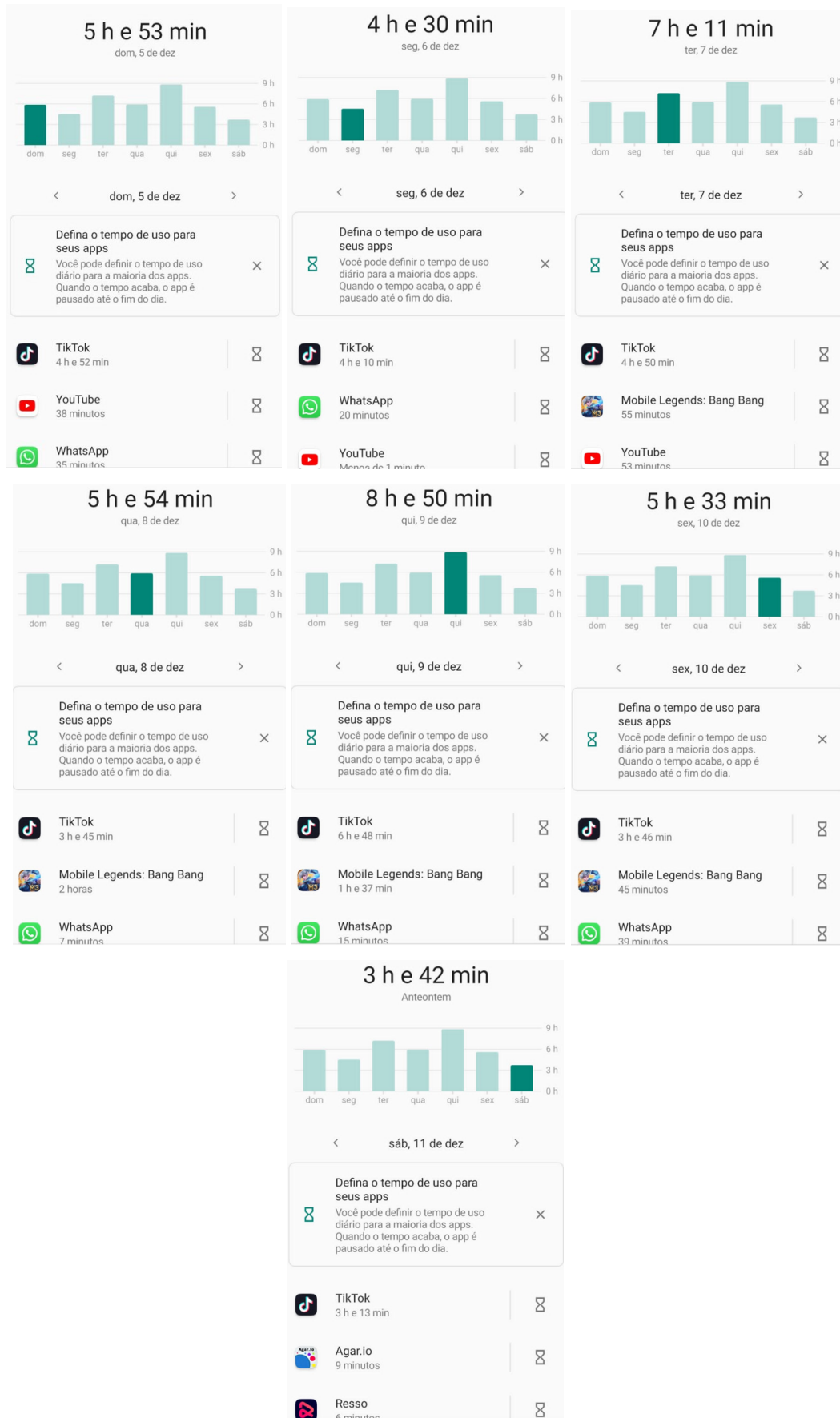
AI_17: Lembra da atividade do doce que a gente usou para pensar na turma toda, nós podemos pegar o celular do AI_19 e pensar para a semana toda? [AI_17 se referiu a uma atividade de modelagem matemática feita em 2020]

P: Como assim?

AI_17: Tipo assim, pegar o tempo do TikTok da semana e ver como seria para um dia?

AI_5: Acho que podemos ver se tem o tempo de todos os dias da semana antes.

Figura 41 – Imagens enviadas por AI_19



Fonte: dados do celular (2021).

Com o diálogo supracitado dos alunos, podemos caracterizar a matematização, pois a partir da inteiração dos alunos, tendo contato com a situação da realidade e a investigação da situação, uma linguagem com estrutura matemática começou a ser identificada por eles, sendo assim, “ter em mente que: o uso da matemática que dela decorre, deve estar ao alcance dos alunos; as hipóteses formuladas devem ser passíveis de linguagem matemática; os dados disponíveis sobre a situação devem ser suficientes” (ALMEIDA, 2022, p. 136) e os conteúdos já conhecidos pelos alunos podem ser ativados na atividade de modelagem matemática.

Sendo assim, os alunos começaram a organizar as informações da Figura 41, buscando responder o problema: *Qual o tempo médio que esse aluno passa conectado nas redes sociais que mais acessa, aproximadamente, em uma semana?* Para isso os alunos construíram uma tabela (Figura 42) para organizar as informações:

Figura 42 – Tabela feita por AI_5 para a resolução

dias da semana	5	6	7	8	9	10	11
Tik Tok	292	250	290	225	408	226	193
WhatsApp	35	20	25	7	15	39	1
YouTube	38	1	53	1		11	5
Mobile Legends			55	120	97	45	
Cigarr.io						3	9
Resso							6

Fonte: dados da pesquisa (2023).

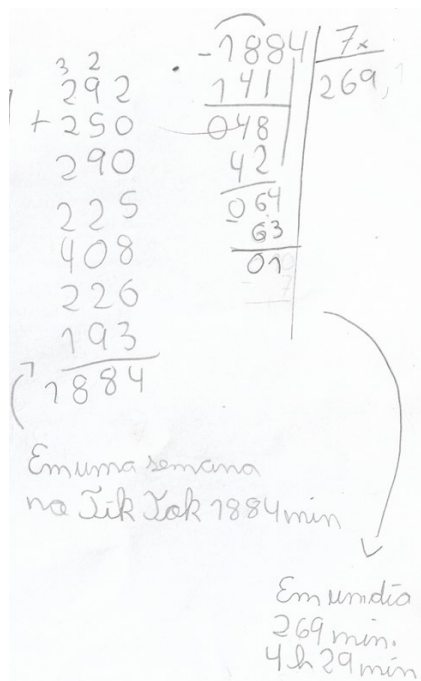
Os dados da Figura 42 foram obtidos das informações dos *prints* de AI_19, as informações dos dias da semana foram anotadas em minutos, considerando os dias de 5 até 11 de dezembro de 2021, período de uma semana. Os espaços vazios na tabela são de quando o aparelho celular contabilizou como sendo menor que um minuto ou de quando não houve acesso no dia.

Ao se deparar com os dados organizados na tabela, AI_17 tem novamente a intenção de realizar o cálculo da média para cada rede social. A princípio, os alunos não demonstram recordar da opção que a colega estava sugerindo apresentar para a turma. Com essa afirmação,

AI_17 percebe que seria necessário juntar o valor da semana de cada rede social escolhida, “*pensar na turma toda, nós podemos pegar o celular do AI_19 e pensar para a semana toda*”, mas não se recordava como dar continuidade na resolução. Sendo assim, a professora-pesquisadora precisou intervir com o conteúdo matemático, o que pode ser recordado ou introduzido mediante uma atividade de modelagem, alinhando-se com o propósito da modelagem como veículo, caracterizado por Galbraith (2012), em que a modelagem possibilitou o aprendizado da matemática ou consolidação de conceitos matemáticos para a resolução.

Os alunos realizaram o algoritmo da adição para encontrar o valor total de acesso ao *TikTok* em uma semana, de acordo com a Figura 43, o total foi de 1884 minutos. Após a explicação da professora-pesquisadora sobre a média aritmética, os alunos realizaram o algoritmo da divisão e determinaram a média aritmética diária, sendo 269 minutos, ou seja, 4 horas e 29 minutos. Os alunos realizaram a transformação da medida em minutos para horas apenas para essa rede social, pois perceberam que o resultado era maior que 60 minutos, logo seria possível ir subtraindo as horas inteiras do valor total.

Figura 43 – Resolução para o *TikTok*

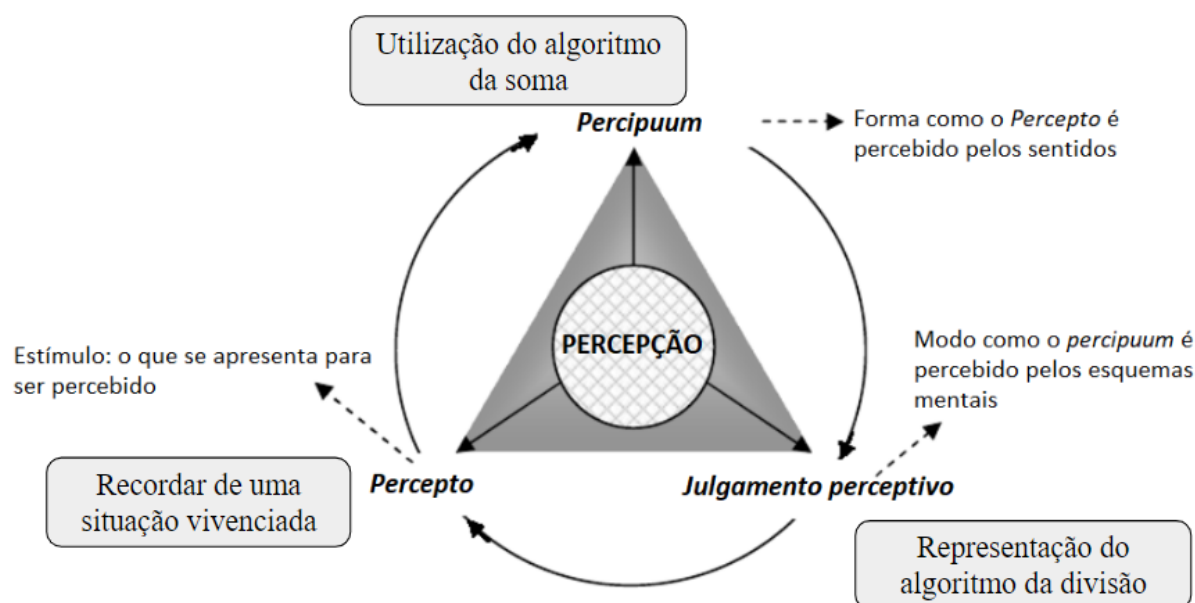


Fonte: dados da pesquisa (2023).

Assim, associando todas as informações levantadas, podemos evidenciar o modelo perceptivo triádico de Peirce (Figura 44) referente ao objeto matemático *média aritmética* –

Percepto, *Percipuum* e *Juízo Perceptivo* – o *Percepto* foi recordar de uma situação vivenciada, o *Percipuum* a utilização do algoritmo da soma e o *Juízo Perceptivo* a representação do algoritmo da divisão.

Figura 44 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático média aritmética na atividade das Redes Sociais



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Para dar continuidade à resolução, os alunos apresentaram (Quadro 8) na comunicação dos resultados, contendo o tempo médio diário para as demais redes sociais que apareceram na Figura 41. As informações foram apresentadas em minutos, pois os alunos perceberam que o acesso nas demais redes sociais era menor que uma hora.

Quadro 8 – Tempo médio diário de acesso

Rede Social	Média diária
<i>TikTok</i>	269 min
<i>WhatsApp</i>	20 min
<i>You Tube</i>	15 min
<i>Mobile Legends</i>	45 min
<i>Agar.io</i>	2 min
<i>Resso</i>	1 min

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Entretanto, o que chamou a atenção dos alunos foi a quantidade de tempo do acesso no *TikTok*, e AI_17 sugeriu:

AI_17: Eu observei que encontramos o valor médio de acesso, mas mesmo assim o valor dos registros diários [se referindo as informações da Figura 41] me chamou atenção.

AI_19: É que eu gosto mais de vídeos.

AI_13: Eu também!

AI_17: Mas e se a gente fizer uma comparação do valor real de cada dia com o valor total de cada dia? Para ver como fica.

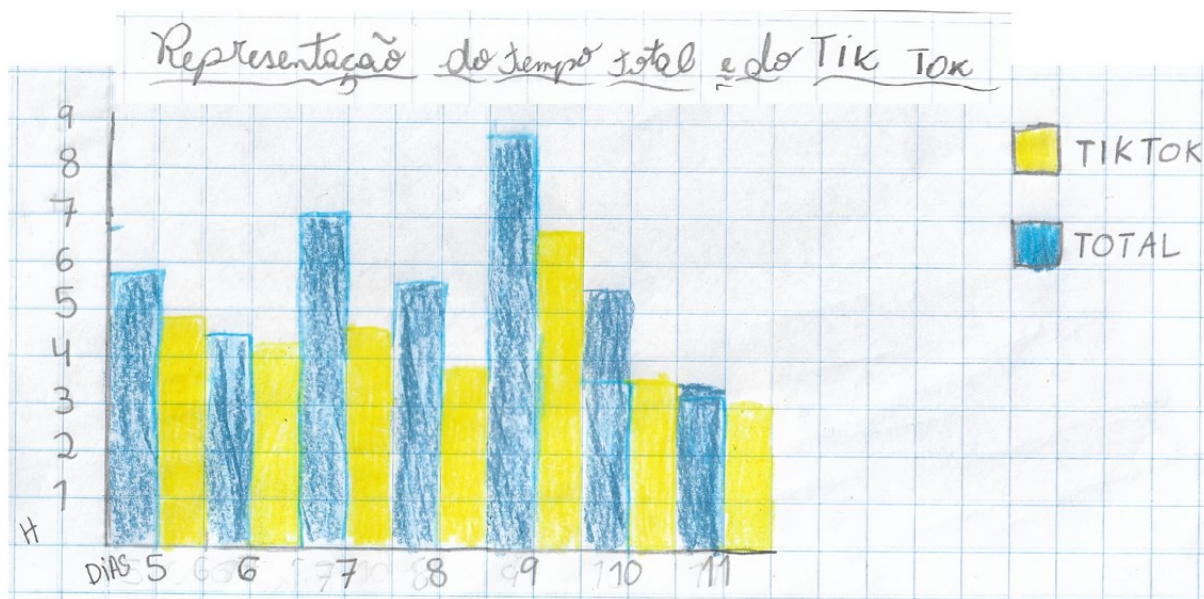
P: E como podemos fazer isso?

AI_17: Eu lembrei do vídeo que eu falei, então pensei em um gráfico.

No início do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, AI_17 relatou ter assistido a um vídeo que representava a quantidade de acesso das pessoas por meio de um gráfico de barras, sendo assim a aluna recordou do que havia assistido anteriormente. O que podemos evidenciar é que “as inúmeras percepções são registradas na memória de modo consciente ou inconsciente, compondo um acervo de lembranças de sensações, sentimentos e idéias” (PERASSI, 2005, p. 4). A sugestão de AI_17 foi de realizar a comparação do tempo total real com o tempo do *TikTok* que realmente o aluno ficou, conforme os registros diários.

Na Figura 45, temos o gráfico construído pelos alunos, em que as colunas em azul representam o tempo total de acesso em cada um dos dias e as colunas em amarelo o tempo de acesso ao *TikTok* de acordo com os registros do celular do AI_19, Nos modelos matemáticos os alunos podem “representar seus dados criando listas ou tabelas ordenadas, usando códigos de cores ou produzindo uma variedade de gráficos” (ENGLISH, 2016, p. 187).

Figura 45 – Gráfico construído pelos alunos



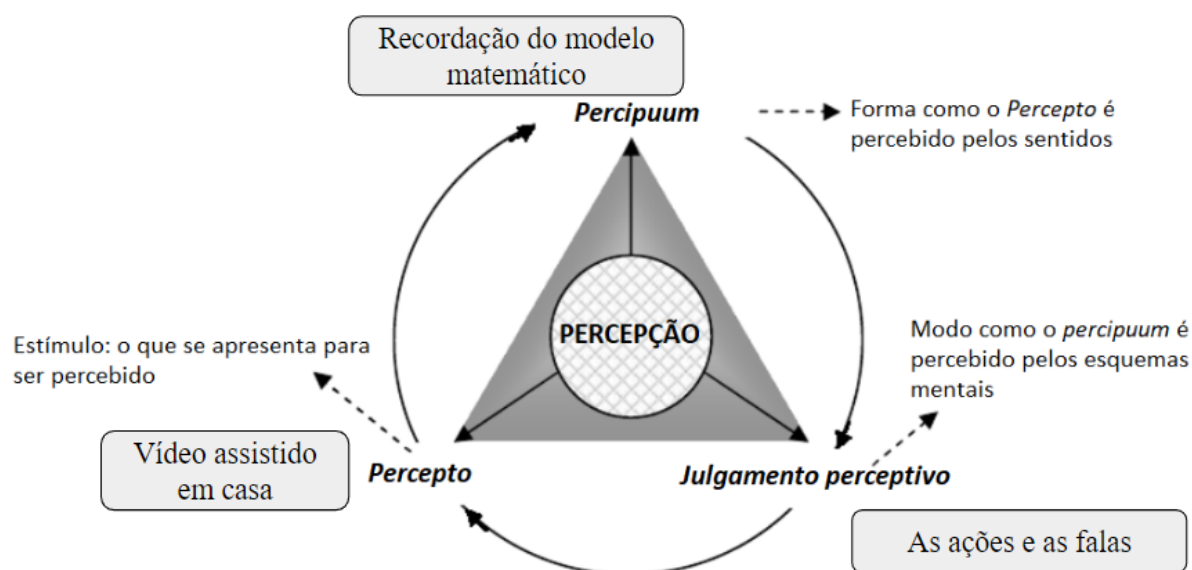
Fonte: dados da pesquisa (2023).

AI_17: Eu sugeri fazer o gráfico pra observar que o valor médio foi de 4h29min, mas eu queria ver como eram as informações reais de acordo com o registro do celular dele.

A ideia de AI_17 de realizar a comparação foi uma forma de fazer a validação do modelo matemático, assim como AI_17 comentou o excerto supracitado, essa sugestão foi também uma apresentação da resposta para o problema e verificaram que o valor médio encontrado estava de acordo com o esperado. Podemos inferir que o “interesse e o comprometimento das crianças em buscar estratégias para elaborar um modelo matemático que representasse a situação” (TRIGUERO; KATO, 2022, p. 23) foi relevante nessa fase.

Por meio das ações relativas às falas de AI_17 frente ao gráfico, podemos evidenciar o modelo perceptivo triádico de Peirce – *percepto*, *percipuum* e *juízo perceptivo* – o *percepto* sendo o vídeo assistido em casa, o *percipuum* pela recordação do modelo matemático e o *juízo perceptivo* por meio das ações e das falas (Figura 46). Para Santaella (2004, p. 51) “perceber é algo externo a nós. Mas não podemos dizer nada sobre aquilo que é externo, a não ser pela mediação de um julgamento perceptivo”.

Figura 46 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático gráfico na atividade das redes sociais



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Na etapa de validação, alguns objetos matemáticos estiveram presentes – algoritmo da divisão e gráfico – no desenvolvimento da atividade, os alunos fizeram correspondência dos resultados reais e as representações mentais, com o objetivo de validar as informações do modelo matemático encontrado, para isso os alunos realizaram comparações com os registros

das informações do celular com as médias encontradas, eles puderam concluir que os valores são próximos, assim como se esperava que acontecesse.

4.1.3 Considerações sobre as atividades da turma do 5ºano: TV e REDES SOCIAIS

Ao analisarmos os signos utilizados/produzidos pelos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem, é possível estabelecer algumas reflexões acerca da primeira questão norteadora de nossa pesquisa: “*Que signos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*”. Para o desenvolvimento dessas atividades, podemos observar que os alunos recorreram a diferentes signos no decorrer das fases das atividades de modelagem. Tais signos se classificam conforme o canal perceptivo, pois, como evidenciado por D’Amore, Pinilla e Iori (2015), foram utilizados para representar algo para alguém.

Ao analisarmos as atividades, foi possível observar a produção de signos acerca de objetos matemáticos. Conforme evidenciado por Almeida, Ramos e Silva (2021, p. 13), ao se utilizar “a análise semiótica das produções de signos pelos alunos nos leva a ver indícios de que estes são capazes de identificar que podem ser autônomos e criativos, produzindo diferentes resoluções para os problemas e usar diferentes conteúdos matemáticos”.






Os alunos dos anos iniciais manifestaram de formas diferentes a matemática percebida por eles no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, recorrendo assim a objeto matemáticos para que fosse possível solucionar a situação-problema imposta nas atividades.




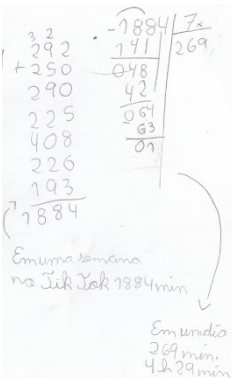
Nas atividades TV e Redes Sociais, podemos evidenciar a mobilização de signos: visual, auditivo e tátil nas diferentes fases da atividade. Nessas atividades, a mobilização de alguns signos, tais como os que foram utilizados pelo canal perceptivo visual e tátil, eram conhecidos pelos alunos como forma de se expressarem, principalmente quando sentiam a necessidade de se expressarem, mas não conseguiam encontrar palavras referentes ao que gostariam de dizer, ou até mesmo por ser algum nome específico de algum conteúdo matemático, sendo assim a utilização dos signos se fez presente para a comunicação dos alunos. Isso pode estar atrelado à disponibilidade deste recurso, uma vez que, “a percepção e leitura de mundo ocorrem por meio de signos” (MUCELIN; BELLINI, 2013, p. 75).

No Quadro 9 temos a relação dos objetos matemáticos que foram evidenciados no desenvolvimento das atividades TV e Redes Sociais com os alunos do 5º ano do Ensino

Fundamental, os canais perceptivos que foram utilizados por eles no desenvolvimento das atividades e as ações realizadas.

Quadro 9 – Relação de objetos matemáticos e canal perceptivo dos alunos do 5º ano nas atividades desenvolvidas

Objetos matemáticos	Canal perceptivo	Ações observadas
Gráfico	Auditivo, visual e tátil	 <p>AI_4 utilizou de gestos e fala para representar as características de como estava descrevendo o gráfico que estava se referindo.</p>   <p>AI_17 realiza a explicação da representação da movimentação do gráfico que observou em relação a aumentar e diminuir os acessos.</p>
Proporcionalidade	Visual e tátil	  <p>AI_1 e AI_14 ao observar uma imagem, os alunos representaram a relação do tamanho das palavras que apareceram.</p>

Pixel	Tátil	 <p>AI_5 representou a televisão e o formato dos <i>pixels</i> em quadradinhos para dizer aos colegas como poderiam ver na imagem da TV.</p>
Algoritmo da divisão	Auditivo e visual	 <p>AI_1: Tem que pegar toda essa medida e ver quanto do 2,54 tem aqui dentro [Figura a], para saber quantas polegadas tem a televisão. É 128,5 dividido por 2,54 [Figura b].</p>
Diagonal	Tátil	 <p>AI_9 identificou que quando aumenta a diagonal aumenta o tamanho da TV.</p>
Média aritmética	Auditivo e visual	<p>AI_1 representou a situação verbalmente e realizou o algoritmo para representar a situação. Representação do algoritmo da divisão</p> 

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Assim, com base no conhecimento sobre estes objetos matemáticos, os alunos conseguiram solucionar as situações-problema das atividades de modelagem matemática. De acordo com as ações desenvolvidas nas atividades, seguindo os canais perceptivos utilizados em cada uma delas, apresentados no Quadro 9, podemos evidenciar, na coluna de ações observadas, alguns exemplos dos encaminhamentos feitos pelos alunos em que podemos inferir sobre os signos que utilizaram/produziram durante o desenvolvimento das atividades de modelagem, sendo esses signos importantes para o processo de resolução para cada uma das atividades.

4.2 ATIVIDADES COM A TURMA DO 9º ANO

Para iniciar o planejamento para a turma do 9º ano, foi realizada uma pesquisa anteriormente com os alunos usando um formulário *online* – *Google Forms* – (Figura 47), para que assim fosse possível identificar temas de interesse deles. Segundo Blum e Niss (1991), é importante que atividades com conexões com o mundo real e matemático se façam presentes em contextos de aula. Além disso, Almeida e Dias (2004, p. 21) salientam que a Modelagem Matemática “[...] pode ser vista como uma alternativa para inserir aplicações da Matemática no currículo escolar sem, no entanto, alterar as formalidades inerentes ao ensino”.

Figura 47 – Imagem do formulário das temáticas para atividade

The image shows a Google Form titled "Pesquisa 9ºano". At the top, it says "Digite seu texto aqui." Below that, the user's email is listed as "nagelamartins@alunos.utfr.edu.br (não compartilhado)" with a link to "Alternar conta". A red asterisk indicates a required field. The form contains three text input fields, each with a label and a "Sua resposta" placeholder:

- Label: "Nome do aluno (a): *" (with a red asterisk)
- Label: "Tema que tenho curiosidade para estudar nas aulas de Matemática *" (with a red asterisk)
- Label: "O que você quer saber desse tema? *" (with a red asterisk)

Fonte: dados da pesquisa (2023).

As temáticas sugeridas pelos 20 alunos (Apêndice I) que responderam o formulário, de certo modo, estavam ancoradas no conceito proposto pelo material didático apostilado dos estudantes no decorrer do 9º ano, visto que as atividades estavam sendo planejadas para serem desenvolvidas no final do ano letivo.

Contudo, após responderem o formulário, a professora-pesquisadora informou aos alunos sobre os encaminhamentos da atividade e sobre a Modelagem Matemática como

alternativa pedagógica, a qual foi recebida com um pouco de surpresa por eles por se diferenciar das aulas expositivas que estavam acostumados a participar na escola. Os alunos foram informados que seriam os responsáveis em coletar os dados para a situação-problema, organizar os dados para a resolução e até mesmo fazerem sugestões, situações essas que eles não estavam acostumados devido aos estilos das aulas que participavam serem voltadas à resolução de exercícios de “fixação”.

Os alunos dessa turma desenvolveram uma atividade de modelagem matemática com uma das temáticas sugeridas por três respondentes no formulário: o tempo do recreio¹³. Essa temática foi a escolhida devido ter sido a mais votada entre os alunos da turma, após a apresentação das respostas pela professora-pesquisadora. Foi possível perceber que eles se empenharam em um desenvolvimento investigativo acerca da situação-problema, conforme Silva, Almeida e Gerônimo (2011), mesmo se tratando de um primeiro contato com a Modelagem Matemática. Além da atividade sobre *o tempo do recreio*, a turma desenvolveu outras duas atividades de modelagem: *Pizza* e Salto alto. Ambas temáticas emergiram no mês de dezembro, época em que se preparavam para as festividades da formatura.

4.2.1 Turma do 9º ano: ATIVIDADE PIZZA

A atividade *Pizza*, assim como a atividade TV da turma do 9º ano, foi desenvolvida com os alunos já familiarizados com o desenvolvimento de atividades de modelagem a partir de uma experiência anterior. Essa temática foi selecionada devido os alunos estarem no final do ano letivo e ter uma tradicional comemoração entre os formandos que, na maioria das vezes, é com o cardápio de rodízio de *pizza*.

A *pizzaria* escolhida foi uma das sugeridas pelos alunos, pois alguns deles já conheciam a *pizza* desse local e, por ela estar em um aplicativo de pedidos, facilitava o acesso aos valores referentes aos tamanhos das *pizzas* disponíveis, conforme o Quadro 10.

Quadro 10 – Valores das *pizzas* analisadas na atividade

Nome da <i>pizza</i>	Pedaços	Valor
Broto	4	R\$38,00
Grande	8	R\$48,00
<i>Big</i>	12	R\$62,00

¹³ A atividade foi publicada no IX EPMEM (MARTINS; SILVA; MENDES, 2022).

Fonte: da *pizzaria* (2021).

Os alunos buscaram responder o problema: *Qual a melhor opção entre os diferentes tamanhos de pizzas, para que os alunos comam um pedaço de pizza, e na hora que cada um comer esse um pedaço, coma a maior fatia de massa possível, pagando o menor valor?*

A atividade da *pizza* foi desenvolvida em três aulas de 50 minutos cada, no dia 14 de dezembro. Destacamos que a escola estava seguindo algumas medidas de segurança, por exemplo, o distanciamento devido a Covid 19 e que no desenvolvimento desta atividade apenas alguns alunos da turma ainda estavam frequentando o ambiente escolar, devido à finalização do ano letivo estar próxima. A atividade foi desenvolvida no refeitório da escola, para que assim os alunos pudessem ter mais espaço e pelo ambiente também contar com uma mesa que facilitava a organização dos alunos em grupos. Essa ação permitiu “uma mudança no ambiente do espaço escolar” (FERNANDES, TORTOLA, 2021, p. 2087).

Quando a professora-pesquisadora planejou os encaminhamentos da atividade, viu que poderia ser necessária a utilização de equipamentos com acesso à *internet*. Assim, com a autorização da escola, solicitou que os alunos levassem para as aulas telefones celulares ou *tablets*. A professora-pesquisadora também forneceu alguns equipamentos para os alunos que não possuíam e o uso foi liberado no decorrer da atividade. A turma já possuía um grupo de *WhatsApp* e a plataforma de comunicação *Plurall* que eram utilizados para comunicação entre professores, alunos e responsáveis, assim, a comunicação no ambiente virtual era centralizada nesses ambientes. Além disso, adquiriu antecipadamente massas de *pizzas* da *pizzaria* escolhida pelos alunos.

A implementação da atividade, no dia 14/12, foi iniciada com uma roda de conversa (Figura 48) juntamente com a professora-pesquisadora, em que foi discutido sobre as *pizzarias* do município de Cambé, os tamanhos das *pizzas* e a quantidade de pedaços, a fim de se inteirar da situação a ser investigada, mantendo o interesse dos alunos pela temática. Para o desenvolvimento desta atividade foram necessários alguns cuidados, pensando na higienização das mãos, vestimentas dos alunos e proteção para os cabelos, pois no final da atividade os alunos comeriam a *pizza*.

Figura 48 – Roda de conversa dos alunos para o desenvolvimento da atividade *Pizza*



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Em seguida, foram disponibilizadas massas de *pizzas* de diferentes tamanhos. Os alunos, então, conversaram sobre o possível formato que poderiam associar às massas, com o objetivo de identificar o total da massa que cada *pizza* possui, conforme o diálogo a seguir:

AF_16: Ah calcular a área, não sei?!

P: Área do que?

AF_16: A área desse círculo aqui [aluno aponta para a massa da pizza].

P: Então, mas é um círculo?

AF_14: Não, é um cilindro!

P: Mas eu não poderia considerar um círculo?

AF_14: Talvez, porque é muito fininho.

AF_16: Pode ser! Porque a massa tem a mesma grossura [aluno observa parte da borda da pizza, conferindo que todas as massas têm espessura próxima – Figura 49].

Na matriz curricular do 9º ano, os alunos haviam estudado áreas de figuras geométricas planas e volume de sólidos geométricos. Logo, evidenciamos no diálogo supracitado, que os alunos associaram a ideia do formato da *pizza* a um círculo, descartando a informação da espessura, pois consideraram, por hipótese, que todas as massas das *pizzas* possuíam a mesma

espessura por terem sido adquiridas da mesma *pizzaria*. O contato manual com as *pizzas* de diferentes tamanhos e espessuras próximas, compreende a fase de inteiração com a situação-problema a ser investigada, pois oportunizou aos alunos “conhecer as características e especificidades da situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15).

Figura 49 – O aluno AF_16 segura uma massa da *pizza* para indicar a espessura



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Nos comentários e gestos do aluno AF_16, podemos evidenciar que o objeto matemático *círculo* foi associado à massa da *pizza* para realizar a construção do modelo matemático para a solução do problema relativo à quantidade de massa a ser ingerida. Considerar, por hipótese, que cada massa de *pizza* pode ser considerada um círculo, proporcionou aos alunos “a necessidade da transformação de uma representação (linguagem natural) para outra (linguagem matemática)” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16). No âmbito de atividades de modelagem, essa transformação de linguagens corresponde à fase de matematização em que um objeto matemático foi associado ao fenômeno em estudo. Nesse caso, a *pizza*, inicialmente, serviu para designar um signo relativo a um objeto dinâmico – aparência de um círculo – para este intérprete, pois ao olhar para a *pizza* e reconhecer que “*A área desse círculo aqui*”, o aluno evidenciou isso. Para um intérprete que não tem experiência colateral com a área do círculo, a palavra círculo corresponde a um signo cujo objeto é imediato.

Assim, a Matemática percebida foi evidenciada por meio de um “processo mental que possibilita e amplia a relação do indivíduo com seu entorno” (NETTO; PERASSI; FIALHO, 2013, p. 251).

A aproximação da massa da *pizza* a um círculo foi uma simplificação para o desenvolvimento da atividade sugerida pelos próprios alunos, pois desconsideraram a interferência da espessura na quantidade de massa entre as pizzas. Porém, estavam cientes dessa simplificação. O AF_14, inclusive, mencionou a palavra *cilindro* para se referir à aproximação da massa da *pizza* a um objeto tridimensional e, neste caso, o estudo estaria associado ao *volume* e não à *área*. Podemos conjecturar, que AF_14 percebeu a presença do cilindro no formato da *pizza*, mas sob o questionamento da professora-pesquisadora e, analisando a espessura de cada massa, recorreu à simplificação com a intenção de investigar a quantidade de *pizza* que cada um pode comer, considerou que a massa poderia ser associada a um círculo, pois seria indiferente o cálculo, já que o volume é proporcional a área, pois nesse caso, o cilindro tem altura constante. Portanto, os alunos utilizaram o cálculo da área do círculo (base do cilindro), em termos de simplificação dos cálculos, de modo a calcular a área desse objeto matemático.

Na Figura 49, podemos observar que o aluno AF_16 inicialmente teve uma consciência imediata do objeto matemático, mas logo após ser questionado teve um pensamento sobre a situação que estava sendo vivenciada, por fim apresentou o pensamento em signos, em que apresentou como interpretou a situação. Nesse sentido AF_16 teve uma “experiência vivenciada pela inter-relação das categorias de primeiridade, secundidade e terceiridade” (JORGE; REZENDE; WARTHA, 2013, p. 159), em que, segundo Peirce, esse processo é denominado de mediação.

Os alunos realizaram medições dos diferentes tamanhos de massas e indicaram a localização do possível centro de cada uma delas, com o objetivo de que pudessem trabalhar com medidas de massas diferentes e percebessem se haveria alguma diferença nos tamanhos finais dos pedaços ou não, conforme apresentado na Figura 50.

Figura 50 – Medições realizadas pelos alunos para localização do centro da massa das *pizzas*



Fonte: dados da pesquisa (2023).

De modo intuitivo, AF_14 localizou o centro da massa da *pizza* em que os pedaços iriam coincidir quando a massa fosse cortada. O que podemos inferir é que essa ação reforça à percepção de AF_14 com relação a considerar a massa da *pizza* como um círculo, ou seja, trata-se de uma hipótese para o desenvolvimento da atividade e usa gestos para indicar aspectos desse objeto matemático associados a alguns comentários:

AF_14: Vai medir o diâmetro da pizza.

P: É o que é o diâmetro?

AF_9: É a distância daqui até aqui. [mostrou o local]

AF_14: É a distância passando pelo centro.

P: A distância passando pelo centro, muito bem!

De acordo com o excerto supracitado, os alunos AF_9 e AF_14 identificaram que as massas poderiam ser medidas por meio do *diâmetro*, portanto, o centro seria necessário, conforme foi identificado na Figura 50. A temática implementada, de certo modo, oportunizou aos alunos “experenciarem dados complexos em contextos desafiadores e, ainda, significativos” (ENGLISH, 2010, p. 288), pois os alunos evidenciaram o *diâmetro* como sendo um objeto matemático reconhecido por meio dos canais perceptivos visual, auditivo e tátil, para o que consideraram enquanto signo – a *pizza* – do objeto matemático *círculo*.

Considerando a massa utilizada pela *pizzaria* para 12 pedaços, AF_14 sugere um encaminhamento para obter cada pedaço:

AF_16: Dá para dividir 360 por 12 e dá para descobrir o ângulo aqui [se referindo a cada pedaço], aí depois que você tem esse ângulo, você vai descobrir o pedaço.

P: Mas aí a gente vai ter uma área de qualquer polígono?

*AF_16: Considerar um aqui, um aqui, um aqui... [apontando para cada parte que pode ser cortada da massa da *pizza* que AF_14 indicou – Figura 51].*

Figura 51 – Indicação de AF_14 para o corte da *pizza*



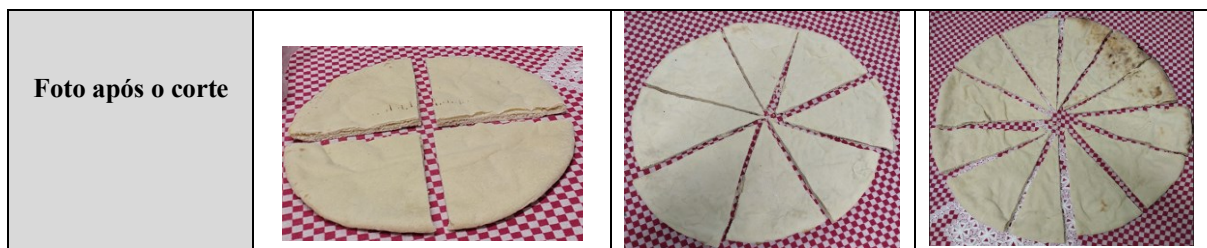
Fonte: dados da pesquisa (2023).

Podemos evidenciar, a partir dos signos produzidos pelos alunos de acordo com a Figura 51 e o diálogo supracitado, que eles reconheceram o *diâmetro* como um objeto matemático envolvido na situação, e seguiram com a ideia para que assim a *pizza* fosse dividida em pedaços iguais, ao invés de considerar a *pizza* inteira enquanto um encaminhamento para a obtenção de um modelo matemático com vistas a chegar à uma solução para a primeira parte do problema – *massa de um pedaço de pizza*. Com isso, o intérprete identificou a relação do total da medida em graus e a quantidade de pedaços que seria encontrado. Esse fato foi revelado pelo canal perceptivo visual e da relação com o objeto matemático *proporcionalidade*. Para Lamon (2012), o entendimento do conceito de proporcionalidade está relacionado à investigação de regularidades em uma situação-problema.

Após a conversa, todos os alunos realizaram o corte das *pizzas* em que cada grupo ficou responsável por um tamanho de massa (Quadro 11). O corte das massas, considerando a quantidade de pedaços para cada tamanho, seguiu o padrão da quantidade total de pedaços no corte feito em cada massa pela *pizzaria*.

Quadro 11 – *Pizzas* cortadas pelos alunos do 9º ano


Nome da <i>pizza</i>	Broto	Grande	<i>Big</i>
Quantidade e pedaços	4	8	12
Integrantes do grupo	AF_2 e AF_18	AF_12 e AF_14	AF_3, AF_9 e AF_16



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Após os cortes, cada pedaço adquiriu um novo formato que os alunos, juntamente com a professora-pesquisadora, definiram enquanto um setor circular. Neste caso, um “novo” objeto matemático foi percebido pelos alunos para dar encaminhamento à atividade conforme excerto transcrito a seguir e gestos realizados por AF_14 apresentados na Figura 52.

Figura 52 – AF_14 se referindo ao setor circular

<p><i>P: O que seria se a gente pegar essa pizza e sair cortando os pedaços, assim nessas fatias, o que a gente consegue identificar, o que vira essa fatia da pizza?</i></p> <p><i>AF_14: Triângulo?</i></p> <p><i>P: Será que é um triângulo?</i></p> <p><i>AF_14: Não! É um semicírculo.</i></p> <p><i>P: Por que não é um triângulo?</i></p> <p><i>AF_14: Porque a borda é torta assim [mostra a representação].</i></p>	
--	--

Fonte: dados da pesquisa (2023).

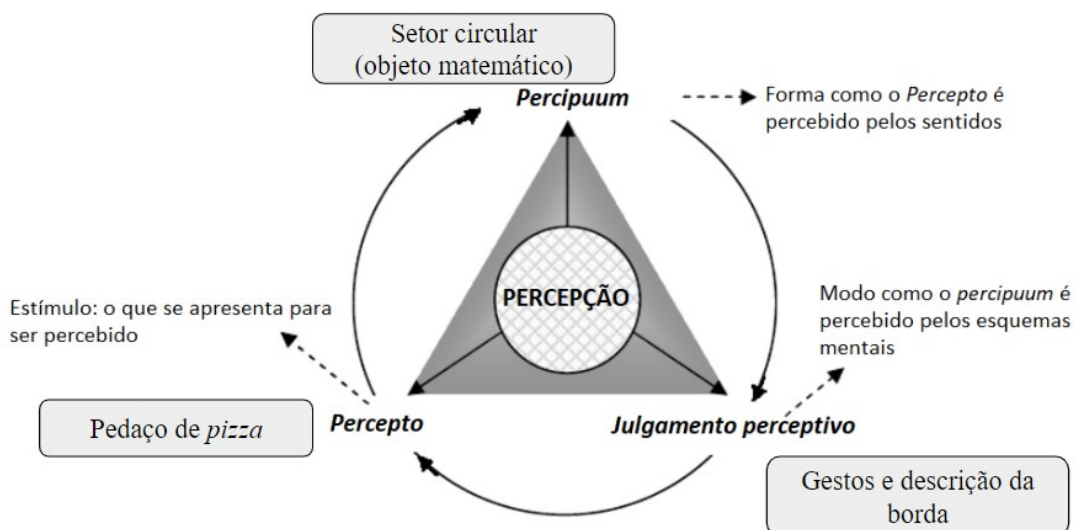
Os gestos feitos por AF_14 representaram os objetos matemáticos – ângulo e setor circular – presentes na comunicação com a professora-pesquisadora contrapondo a não remissão ao objeto matemático triângulo. Esse gesto se configurou como “um signo não verbal, como na modalidade visual de uma imagem” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 10).

O AF_14 não lembrava do nome da figura geométrica que poderia ser associada ao pedaço de *pizza*, com isso, lançou mão de gestos e da descrição *a borda é torta assim*, para que sua comunicação fosse suficiente para indicar que a base da *pizza* não é reta como no triângulo, mas arredondada. O AF_14 estava se remetendo ao objeto matemático setor circular – região

do círculo delimitada por dois raios do círculo e um arco da circunferência. Inicialmente AF_14 chegou a dizer que o pedaço seria um semicírculo – metade de um círculo determinada por um diâmetro –, isso aconteceu devido ao aluno estar tentando se recordar do nome da figura geométrica que poderia ser associada ao formato do pedaço da *pizza*. Com o auxílio dos colegas foi feita a associação correta do pedaço com a figura geométrica correspondente.

O que podemos conjecturar é que o AF_14 apresentou sua ideia em que é possível estabelecer associação ao modelo perceptivo triádico – *Percepto*, *Percipuum* e *Juízo Perceptivo* –, conforme apresentado na Figura 53. O *Percepto* foi o pedaço da *pizza*, o *Percipuum* o objeto matemático setor circular e o *Juízo Perceptivo* os gestos feitos pelo aluno e a descrição da borda.

Figura 53 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático setor circular na atividade da *pizza*



Fonte: dados da pesquisa (2023).

No momento em que os grupos estavam reunidos, os alunos identificaram nas *pizzas* o diâmetro e o raio para cada uma delas, então inicialmente os grupos realizaram o cálculo da área total para cada uma das *pizzas* que estavam trabalhando, a partir das medidas iniciais que encontraram, conforme a Figura 54. Cada grupo apresentou o cálculo de acordo com o tamanho de *pizza* que estava responsável.

Figura 54 – Resolução dos grupos para a área total das pizzas

Pizza broto	Pizza grande	Pizza big
$A_{total}: \pi r^2$ $A = 3,14 \cdot 12^2$ $A = 452,16 \text{ cm}^2$	$A_{total}: \pi r^2$ $A_{total}: 3,14 \cdot 17^2$ $A_{total}: 3,14 \cdot 289$ $A_{total}: 907,46 \text{ cm}^2$	$A_t: \pi r^2$ $A_t: 3,14 \cdot 20^2$ $A_t: 3,14 \cdot 400$ $A_t: 1256 \text{ cm}^2$

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Na resolução de cada grupo, conforme consta na Figura 54, evidenciamos que os alunos se pautaram no debate feito entre todos que participaram da atividade. Para a *pizza broto* que apresentou o raio de 12cm, os alunos encontraram a área total de 452,15cm², já para a *pizza grande* que teve raio de 17cm a medida da área total encontrada pelos alunos foi de 907,46cm² e para a *pizza big* que teve o raio de 20cm a área total encontrada foi de 1256cm².

Entretanto, para a resolução do problema seria necessária a medida da área de cada pedaço, logo o aluno AF_18 iniciou um diálogo com os demais colegas que estavam participando da atividade, conforme a transcrição a seguir:

AF_18: Já sei, a gente vai fazer duas coisas para confirmar esse cálculo, porque quando a gente pegar a área total e dividir pelo número de pedaços, que, que a gente encontra?

AF_2: Área de um pedaço.

P: Mas esse cálculo, vai indicar o que para nós sobre os outros pedaços?

AF_16: Todos iguais.

AF_14: Então, quando pegarmos, por exemplo... eu tenho a área total da grande, dividi pelos 8 pedaços, eu vou encontrar a área de um pedaço. Mas, essa área de um pedaço, a gente encontra se tivéssemos todos os pedaços exatamente iguais.

P: E será que temos todos os pedaços exatamente iguais aqui?

AF_12: Não.

P: Talvez. E aí, como verificaremos se temos ou não?

AF_16: Fazendo o cálculo da área do setor. Porque da área do setor, temos um pedaço aqui.

AF_14: Um pedaço de pizza.

Com todas as massas de pizzas divididas de acordo com a quantidade de pedaços que a pizzeria geralmente divide para vender, os alunos começaram a realizar mais alguns levantamentos para dar continuidade ao problema – *Qual a melhor opção entre os diferentes tamanhos de pizzas, para que os alunos comam um pedaço de pizza, e na hora que cada um comer esse um pedaço, coma a maior fatia de massa possível, pagando o menor valor?* – trata-se de retomar o contato com as massas novamente e se valer de dados quantitativos para cada

pedaço de *pizza*. Essa retomada para a busca de informações sobre a situação por meio de novas medições representa a não linearidade entre as fases de uma atividade de modelagem (FERRI, 2018). No diálogo transcrito a seguir podemos evidenciar a retomada aos dados:

AF_16: Então desses 12, eu posso considerar quantos para fazer o cálculo?

AF_9: Um pedaço?

AF_3: Um!

AF_16: Boa AF_3!! A gente vai pegar um pedaço modelo, porque a gente vai considerar que esse pedaço é igual a todos os outros.

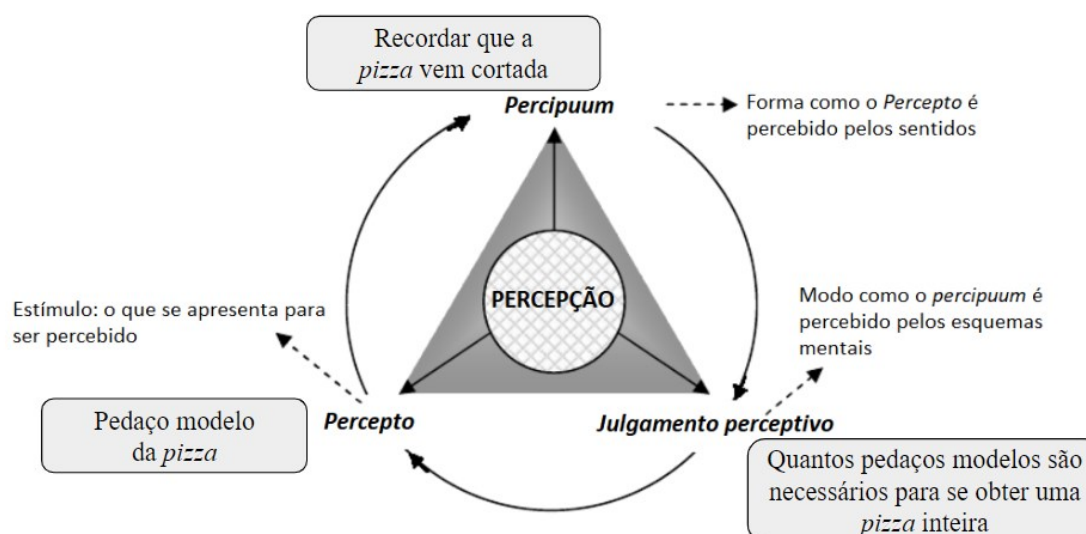
P: Ele representa para nós exatamente um de quanto da pizza? Será que tem como lembrar de um conteúdo matemático?

AF_16: Um doze avos.

No excerto supracitado, temos que os alunos apresentaram a matemática percebida quando comentaram entre eles como fariam a divisão dos pedaços da *pizza*. Essa divisão foi uma tomada de ação que partiu dos alunos, pois associaram a situação de que quando comem *pizza* já vem com os pedaços cortados. Porém, os alunos não descartaram o fato de considerarem a *pizza* inteira para o modelo matemático. Logo, evidenciamos a percepção do objeto matemático *setor circular*, em que os alunos utilizaram a área do setor circular de um pedaço de *pizza* para o modelo matemático que estavam investigando. O “*pedaço modelo*” se configurou como sendo “uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 13).

A partir dos excertos mencionados anteriormente, estabelecemos uma associação ao modelo perceptivo triádico – *Percepto, Percipuum e Juízo Perceptivo* –, relacionado, inclusive, com a noção de proporcionalidade ao dividir a *pizza* na quantidade de pedaços. Desse modo, pode-se considerar o pedaço modelo de acordo com a quantidade de pedaços para se obter a *pizza* inteira. Com isso, evidenciamos que o *Percepto* é o pedaço modelo da *pizza*, o *Percipuum* foi recordar que a *pizza* vem cortada e o *Juízo Perceptivo* identificar quantos pedaços modelos são necessários para se obter uma *pizza* inteira (Figura 55).

Figura 55 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático setor circular na atividade da *pizza*



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Por meio da sugestão de AF_16, os demais alunos também perceberam que utilizar apenas um dos pedaços de cada *pizza* – pedaço modelo – para realizar os cálculos facilitaria o processo de resolução. Com isso, asseveramos que “as visualizações, por intermédio das referidas representações visuais, fornecem apoio cognitivo através de vários mecanismos que exploraram as vantagens da percepção humana, assim como a rapidez do processamento visual” (ALEXANDRE; TAVARES, 2007, p. 2). No Quadro 12 temos a representação dos pedaços utilizados nos cálculos.

Quadro 12 – Pedaços das *pizzas* utilizados nos cálculos

Nomes	Broto	Grande	Big
Pedaços			

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Com os pedaços definidos (Quadro 12), os alunos realizaram a medição dos ângulos de cada um dos pedaços, utilizando um transferidor que possuíam entre o material escolar (Figura 56). Com o valor de cada ângulo delimitado pelos raios do setor circular, seria possível encontrar a área de cada um dos pedaços, utilizando a expressão $A_s = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360}$, uma vez que já tinham determinado a medida do raio de cada tamanho de massa. O objeto matemático *área do setor circular* havia sido estudado no último bimestre letivo.

Figura 56 – Medido os pedaços de *pizza* com o transferidor



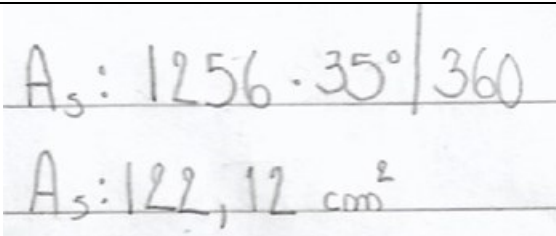
Fonte: dados da pesquisa (2023).

De acordo com a Figura 56, os alunos determinaram que o pedaço da *pizza* broto, o primeiro na figura, possui ângulo de 93° , próximo de 90° ($360^\circ/4$), o segundo pedaço é da *pizza* grande com ângulo de 48° , próximo de 45° ($360^\circ/8$) e o último pedaço é da *pizza* big com o ângulo de 35° , próximo de 30° ($360^\circ/12$).

No Quadro 13 temos os registros de cada um dos grupos com o cálculo da área do setor utilizando os ângulos encontrados por meio do pedaço modelo de cada tamanho de *pizza*.

Quadro 13 – Cálculo feito pelos grupos da área do setor circular das *pizzas*




Medida das pizzas	Cálculo área do setor circular
Broto	$A_{\text{setor}} = \frac{452,16 \cdot 93^\circ}{360^\circ} = 116,808$
Grande	$A_{\text{setor}}: \frac{3,14 \cdot 17^2 \cdot 48}{360^\circ}$ $A_{\text{setor}}: 121 \text{ cm}^2$

<i>Big</i>	
------------	--

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Considerando as informações presentes no Quadro 14, temos que a área do pedaço da *pizza* broto é $116,08\text{cm}^2$, a área do pedaço da *pizza* grande é de 121cm^2 e a área do pedaço da *pizza* big é de $122,12\text{cm}^2$. Os alunos também apresentaram o valor unitário, configurando uma solução para o problema: de que a maior área é da *pizza* big de 12 pedaços – $122,12\text{cm}^2$ –, e o menor valor a ser pago é para o pedaço da *pizza* big – R\$5,17 –, conforme Quadro 14.

Quadro 14 – Solução dos grupos de alunos para a atividade

Tipo da <i>pizza</i>	broto	grande	<i>big</i>
Tamanho da <i>pizza</i>			
Valor de um pedaço	R\$ 8,25	R\$ 6,00	R\$ 5,17
Área de um pedaço	$116,08\text{cm}^2$	121cm^2	$A_s: 122,12\text{cm}^2$

Fonte: dados da pesquisa (2023).

No Quadro 14 são apresentados os diferentes tamanhos das *pizzas* que estavam sendo analisados de acordo com a quantidade de pedaços. Logo evidenciamos o objeto matemático setor circular representado com as informações visuais dos alunos, bem como da proporcionalidade ao dividir o valor total de cada *pizza* pela quantidade de pedaços de modo a obter o valor de cada um deles. Portanto a construção da “resolução de um modelo matemático com vistas a apresentar resultados matemáticos para o problema requer o domínio de técnicas e procedimentos matemáticos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 18).

Entretanto, ao fazer a comunicação dos resultados, um dos alunos (AF_16) identificou que era necessário analisar a quantidade de *pizza* para toda a turma do 9º ano, ou seja, para os 20 alunos, considerando 20 pedaços, para então responder o problema: *Qual a melhor opção*

entre os diferentes tamanhos de pizzas, para que os alunos comam um pedaço de pizza, e na hora que cada um comer esse um pedaço, coma a maior fatia de massa possível, pagando o menor valor? O AF_16 apresentou as possibilidades que identificou contendo 20 pedaços nas combinações dos tamanhos das pizzas. O aluno considerou a área total de cada um dos tamanhos para o cálculo, conforme apresentado na Figura 57.

Figura 57 – Cálculo feito pelo AF_16 das possibilidades de consumo e gasto

Possibilidades:

Big: 1256,04	* cm ²
Grande: 907,46	
Pequena: 452,56	

- $(12 + 8) \cdot 1256,04 + 907,46 = 2163,5 \text{ cm}^2 \text{ (R\$ 110)}$
- $(4 + 4 + 12) \cdot 2 \cdot 452,56 + 1256,04 = 2161,16 \text{ cm}^2 \text{ (R\$ 128)}$
- $(2 \cdot 8 + 4) \cdot 1814,92 + 452,56 = 2267,48 \text{ cm}^2 \text{ (R\$ 129)}$
- $(5 \cdot 4) \cdot 5 \cdot 452,56 = 2262,8 \text{ cm}^2 \text{ (R\$ 165)}$
- $(3 \cdot 4 + 8) \cdot 3 \cdot 452,56 + 907,46 = 2265,14 \text{ cm}^2 \text{ (R\$ 147)}$
- $(2 \cdot 12) \cdot 2 \cdot 1256,04 = 2512,04 \text{ cm}^2 \text{ (R\$ 136)}$ → O valor correto seria R\$ 124,00

Fonte: dados da pesquisa (2023).

A proposta feita pelo AF_16 apresentou algumas das possíveis combinações dos tamanhos das pizzas que resultam no total de 20 pedaços, quantidade necessária para a turma do 9º ano, considerando também a área total que irá obter e o valor a ser pago pelas combinações dos tamanhos das pizzas. Portanto, a opção que apresentou a maior área total para os 20 alunos foram 2 pizzas big com o valor de R\$ 124,00 (Quadro 15). Assim, a comunicação feita por AF_16 propõem a interpretação dos resultados, que consiste em “expor para outros o julgamento do valor de teorias e métodos, apresentar e justificar suas escolhas baseadas em argumentos racionalmente fundamentados” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 19).

Explicação dos itens da Figura 57	Área total para consumir	Valor total a ser pago
1: 1 <i>pizza big</i> + 1 <i>pizza grande</i>	2 163,50cm ²	R\$ 110,00
2: 2 <i>pizzas broto</i> + 1 <i>pizza big</i>	2 161,16cm ²	R\$ 128,00
3: 2 <i>pizzas grande</i> + 1 <i>pizza broto</i>	2 267,48cm ²	R\$ 129,00
4: 5 <i>pizzas broto</i>	2 262,80cm ²	R\$ 165,00
5: 3 <i>pizzas broto</i> + 1 <i>pizza grande</i>	2 265,14cm ²	R\$ 147,00
6: 2 <i>pizzas big</i>	2 512,04cm ²	R\$ 124,00

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Alguns objetos matemáticos – *diâmetro, setor circular, círculo, ângulo, área do setor circular* – estiveram presentes no desenvolvimento da atividade. Os alunos do 9º ano já tinham estudado sobre esses conteúdos e, para se remeter a esses objetos matemáticos, utilizaram principalmente gestos.

Levando em consideração as ações e os gestos dos alunos no momento de desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, podemos inferir que a Matemática percebida segue diferentes configurações, dependendo do contexto no qual aquele que desenvolve a atividade está inserido, corroborando com Jorge, Rezende e Wartha (2013, p. 158), de que “os indivíduos terão pré-concepções do real para perceber e compreender o significado dos signos de maneira diferente”.

Para o fechamento desta atividade após a comunicação dos resultados, os alunos montaram as *pizzas* com o recheio e comeram como lanche (Figura 58).

Figura 58 – *Pizza* assada para comer após a montagem feita pelos alunos



Fonte: dados da pesquisa (2023).

4.2.2 Turma do 9º ano: ATIVIDADE SALTO ALTO

Após desenvolverem as duas primeiras atividades de modelagem, a professora-pesquisadora acompanhava os alunos em uma sessão de fotos com becas, que aconteceu no dia 15 de novembro, em que os registros foram usados na confecção do convite da formatura da turma. Ao acompanhar os alunos, identificou o diálogo que acontecia com relação à altura de alguns colegas estarem muito diferentes, ou seja, superiores ao habitual.

Então, a temática foi pautada em um assunto que, de imediato, consideramos de interesse dos alunos num geral: salto alto. Além disso, sendo a temática relativa à altura do salto, um conteúdo prévio que poderia emergir era o de relações trigonométricas no triângulo retângulo, presente no conteúdo programático do 9º ano. Tratava-se, portanto, de trabalhar, de modo transversal ao currículo. Segundo Stillman (2015), é muito importante que atividades com conexões com o mundo real e matemático se façam presentes em contextos de aula. Almeida e Dias (2004, p. 21) salientam que a Modelagem Matemática “[...] pode ser vista como uma alternativa para inserir aplicações da Matemática no currículo escolar sem, no entanto, alterar as formalidades inerentes ao ensino”.

Sendo assim, a temática definida surgiu por meio do interesse dos alunos ao analisarem a possibilidade de o salto alto interferir na altura de uma pessoa¹⁴. Segundo Elfringhoff e Schukajlow (2021):

Quando os alunos têm um alto nível de interesse inicial antes de resolverem um problema, seu envolvimento na solução de problemas pode aumentar e, por meio do envolvimento, os alunos podem manter o interesse e aumentar suas competências de modelagem a longo prazo (ELFRINGHOFF; SCHUKAJLOW, 2021, p. 27).

A professora-pesquisadora iniciou a aula¹⁵, no dia 16 de dezembro, com a retomada da conversa conforme o excerto a seguir a respeito do dia que o tema de interesse surgiu pelos alunos – salto alto –, em um momento anterior no registro das fotos da turma para a formatura.

P: E aí pessoal, me digam por que a curiosidade pelo “salto alto”?

AF_16: Eu sou pequeno, mas sou mais alto que a AF_15, e no dia da foto com a beca ela estava mais alta que eu! Dava para ver que algo mudou, era perceptível.

AF_7: Ela cresceu uns 10 centímetros ou mais.

A atividade de modelagem matemática iniciou desde o momento em que os alunos manifestaram o interesse de estudo pelo tema para analisar a altura da colega AF_15 na sessão de fotos da turma, pois de acordo com Almeida e Vertuan (2014) a função da inteiração é tornar alguns aspectos conhecidos, logo “a escolha de um tema e a busca de informações a seu respeito constituem no foco central nesta fase” (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p. 4). Entretanto, ainda não haviam definido uma situação-problema para ser investigada.

Para dar continuidade à atividade de modelagem matemática, em que a professora-pesquisadora retomou o diálogo dos alunos na aula, eles começaram a se organizar para complementar com informações, coletando os dados que julgaram necessários para fins da

¹⁴ A atividade foi publicada no XV EPEM (MARTINS, N.; SILVA, K. A. P., 2023).

¹⁵ A atividade do salto alto foi desenvolvida ao longo de três aulas de 50 minutos cada, todas aconteceram no dia 16 de dezembro. Contando com a participação de 8 alunos do 9ºano.

formulação da situação-problema. Algumas fotos – Figura 59 – foram registradas pelos alunos, para uma análise do posicionamento dos pés nos diferentes sapatos que foram levados para as fotos com a beca. Os saltos dos sapatos apresentavam diferentes alturas: 10cm, 8cm e 6cm.

Figura 59 – Sapatos utilizados na coleta de dados



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Por meio dos relatos dos alunos a seguir, a respeito da altura dos saltos dos sapatos, percebemos que tiveram facilidade para definirem qual seria a situação a ser investigada e logo surgiu a situação-problema: *Qual o tamanho do salto que é possível se equilibrar e andar?*, conforme segue a transcrição:

AF_14: Eu acho que uma pessoa que calça 40 vai conseguir usar um salto maior do que uma pessoa que calça 30, por causa de como vai ficar no pé. Eu acho que o tamanho do pé irá influenciar.

P: Mais alguma coisa?

AF_7: Eu só sei que assim [alunos fazem gestos com as mãos para representar – Figura 60 –] ele fica mais confortável, do que assim [outro gesto] com o salto maior, salto muito grande vai ficar muito torto [a aluna se refere ao posicionamento do pé no sapato] ou não ficará confortável.

[...]

AF_14: Já sei, vamos ver o tamanho do sapato então que a pessoa consegue usar de acordo com os pés.

Podemos evidenciar o signo produzido pelos alunos AF_7 e AF_14, conforme o diálogo supracitado e as imagens da Figura 60, em que, via gestos, realizaram as representações das características do posicionamento dos pés referente à altura que os sapatos supostamente teriam. Portanto, nos registros representados, o objeto matemático *altura* foi revelado por meio da “comunicação verbal que se manifesta pela audição e por sua forma visualizável” (NÖTH; SANTAELLA, 2017, p. 10).

Figura 60 – Gestos dos alunos AF_7 e AF_14 enquanto falavam sobre o posicionamento dos pés



Fonte: dados da pesquisa (2023).

No trecho supracitado, quando a aluna AF_7 se preocupou com o conforto, podemos evidenciar que a aluna já associou a ideia do aluno AF_14 com a sua, percebendo que o tamanho do salto poderá ser maior, mas possivelmente desconfortável. Na conversa transcrita a seguir, a aluna AF_2 sugeriu aos colegas desenhar um sapato para ajudar a visualizar a situação, conforme a Figura 61.

AF_2: Eu acho que podemos fazer desenhos para ver os sapatos que podemos pensar e também os que não temos.

P: Gostei da ideia!

AF_7: Eu vou fazer um sapato conforme o tamanho do meu pé.

Figura 61 – Desenhos feitos pelos alunos na coleta de dados



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Os desenhos auxiliaram os alunos a identificarem as características do sapato, principalmente o tamanho do salto que cada aluno estava considerando. Nesse momento os desenhos dos alunos se configuraram como resultado da produção da matematização ou mesmo como meios para auxiliar nesse processo da matematização pelos alunos.

Uma das características que se destacou na produção e análise do signo figural foram as informações dos ângulos, especificamente, às classificações dos ângulos, conforme o excerto a seguir:

AF_14: Se o ângulo for menor que 90 graus vai ser bom, se for maior que 90 graus não será, é o ângulo reto.

AF_18: Mas o que a gente tá pensando tem a ver com agudo e obtuso, não com ângulo reto.

AF_7: Agudo é porque é menor que 90° e obtuso é porque é maior que 90° , não é isso?

P: Mas onde seria esse possível ângulo que você está falando?

AF_14: Aqui oh [mostrou com a mão – Figura 62]. Porque sei lá, se for um ângulo de 2° será um salto bem baixo.

AF_18: Não, aí não tem salto, será grudado no pé.

Figura 62 – Gestos feitos por AF_14 para representar os ângulos que falava



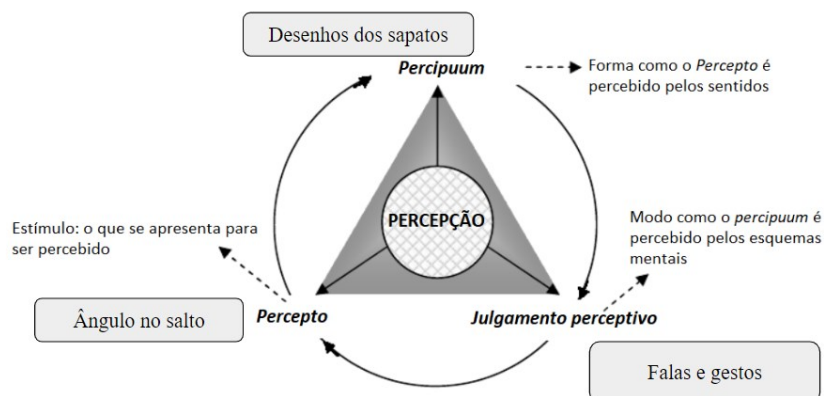
Fonte: dados da pesquisa (2023).

Com relação aos comentários de AF_14, evidenciamos que ele identificou uma informação sobre um dos *ângulos* ser importante na altura do salto e buscou entender em que consistia essa informação, levantando as características possíveis e a análise de algumas medidas que ocorreram na aula. Durante o desenvolvimento, comentários de outros alunos, como o de AF_18 (*Mas o que a gente tá pensando tem a ver com agudo e obtuso, não com ângulo reto*), revelaram informações relevantes sobre a temática investigada e a matemática percebida na situação-problema investigada.

Por meio das ações dos alunos, como os comentários, as falas e os gestos do AF_14 (Figura 62) frente ao objeto matemático *ângulo*, podemos evidenciar o modelo perceptivo triádico de Peirce – *percepto*, *percipuum* e *juízo perceptivo*. O *percepto* sendo o ângulo no salto,

o *percipuum* pelos desenhos dos sapatos e o *juízo perceptivo* por meio das falas e gestos (Figura 63). Para Santaella (2004, p. 51) “perceber é algo externo a nós. Mas não podemos dizer nada sobre aquilo que é externo, a não ser pela mediação de um julgamento perceptivo”.

Figura 63 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático ângulo na atividade do salto alto



Fonte: dados da pesquisa (2023).

No desenvolvimento da atividade, a professora-pesquisadora auxiliou os alunos respondendo algumas perguntas, entretanto já é perceptível conforme o excerto a seguir, que alguns alunos já estavam mais familiarizados com os passos a seguirem para a resolução:

AF_14: Eu já levantei a hipótese hein? Agora vocês precisam me ajudar a pensar.

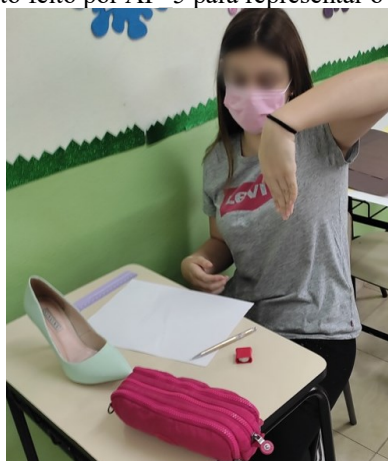
AF_5: Bom se o salto é pequeno o pé fica mais deitado, se o salto é gigante o pé fica mais em pé. Mas o ângulo do pé, ainda não sei se tem a ver com o ângulo, não pode estar assim [mostrou com a mão – Figura 64], ele tem que estar virado no chão.

AF_18: A gente tá pensando em um triângulo!

AF_14: Professora, já sei! Teve um conteúdo que você fez com a gente uma vez que era um prédio e no prédio tinha uma escada apoiada, e a escada iria deslizar, é este mesmo conceito! [O aluno AF_16 concordou com a cabeça. Durante as discussões ele permaneceu fazendo anotações na folha e não participou, pois estava escrevendo].

AF_16: Eu já sei tudo que preciso usar aqui, estou pensando nisso já.

Figura 64 – Gesto feito por AF_5 para representar o ângulo que falava



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Conforme apresentado, os alunos já estavam caminhando para o uso da linguagem matemática, recordando conceitos matemáticos que foram trabalhados no decorrer do ano letivo, que poderiam ser usados na resolução. O AF_14 apresenta a ideia de associar a escada ao tamanho do salto e o diálogo entre eles fez com que AF_14 pudesse dar continuidade na “hipótese” que havia levantado. Para a resolução de uma atividade de modelagem matemática pelos alunos, as hipóteses formuladas são muito importantes, pois uma hipótese pode ser “uma proposição que admite um princípio a partir do qual um conjunto de consequências pode ser deduzido” (ALMEIDA; SOUZA; TORTOLA, 2021, p. 71).

A analogia do sapato de salto com a escada encostada na parede promoveu a construção de uma nova representação esquemática (Figura 65) com o objetivo de “sair” do contexto real e migrar para estruturas matemáticas. Os alunos estavam se direcionando para a fase de resolução em que um modelo matemático poderia ser deduzido.

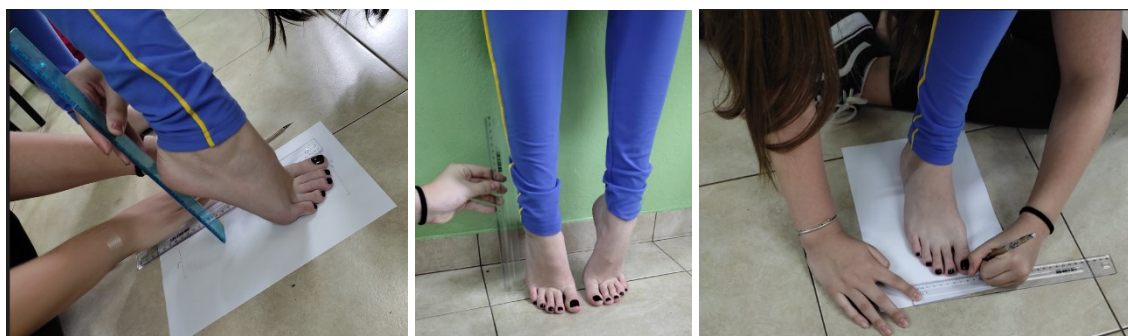
Figura 65 – Desenhos feitos pelos alunos na coleta de dados



Fonte: dados da pesquisa (2023)

O esquema, embora parecesse uma estrutura matemática, ainda não dava indícios de solução para o problema. Os alunos tiveram, então, a ideia de começar a fazer simulações das possíveis alturas do salto conforme a Figura 66. Utilizando uma das integrantes do grupo e régua, também utilizaram os sapatos com saltos diferentes para observar como ficaria ao colocar um sapato diferente em cada pé.

Figura 66 – Momento da coleta de dados dos alunos



Fonte: dados da pesquisa (2023)

Os alunos realizaram simulações para a coleta dos dados, para que assim pudessem ter as informações necessárias para a resolução da situação-problema na atividade de modelagem matemática. É possível afirmar que esses dados orientaram a percepção dos alunos para definir qual matemática eles usariam na elaboração do modelo matemático, pois implicava na construção de um modelo matemático.

No decorrer da coleta de dados, conforme a Figura 66, e com a transcrição a seguir, os alunos perceberam que deveriam levar em consideração a parte de apoio do salto e o tamanho do pé, pois essa informação seria importante já que na turma havia colegas com tamanhos de pés diferentes e os meninos, de modo geral, apresentavam pé maior do que as meninas. Considerar o uso de salto alto por parte dos meninos se deu pois algumas alunas recordaram-se de Napoleão Bonaparte e o salto alto, conforme excerto transcrito a seguir:

AF_7: Professora, também é bom lembrar que o Napoleão usou salto, para que assim ele ficasse na mesma altura que a sua esposa.

AF_14: Mas foi um salto pequeno!

AF_7: Mas vai contar! 4cm já é um salto.

[...]

AF_11: Esse aqui é mais na frente, é que ele é mais alto e esse aqui é mais atrás, aqui mais nos dedos, e aqui mais atrás no calcanhar

AF_5: Mas isso é porque a perna dela fica mais dobrada e ela consegue apoiar, se ela colocar os sapatos iguais vai sentir que será na frente.

[...]

AF_5: Olha aqui no pé dela, ela sempre tá deixando 8 no chão.

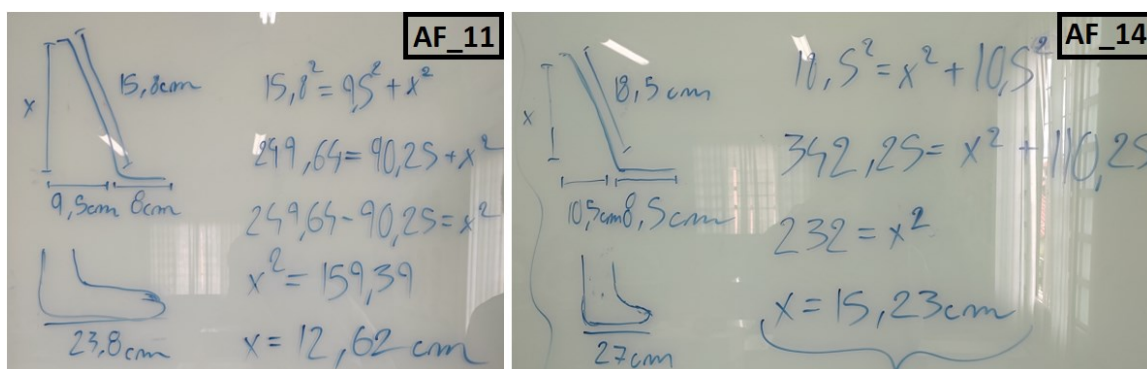
Podemos inferir que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, além de trazer temáticas presentes na realidade dos alunos, também discorrem em conteúdo de outras disciplinas, assim como aconteceu com a disciplina de História que foi mencionada pelos alunos. O trabalho com interdisciplinaridade fez-se presente na atividade de modelagem matemática, indo além dos conteúdos matemáticos. Por intermédio do professor, os alunos são instigados a pesquisar conceitos matemáticos e não matemáticos para se inteirarem, resolverem, analisarem e fazerem a validação, tendo uma construção de conhecimentos interligada entre si.

A aluna AF_5 identificou que o ponto de apoio é na parte da frente dos pés e como hipótese, assumiu essa medida como 8cm, pois ao utilizar os sapatos que haviam em sala a aluna percebeu que ambos haviam essa medida como apoio para os pés na parte da frente, então fez uma marcação em seu pé e caminhou pela sala com os pés elevados para ver como seria. Os alunos utilizaram o pé de AF_14 para realizar as medidas, pois é o aluno que calça o maior número de sapato na sala (número 44). Os alunos identificaram que a parte necessária de apoio seria de 8,5cm, logo uma pessoa com o pé maior, precisa de uma base maior de apoio no chão, pois o pé de AF_11 é menor que o pé de AF_14.

Como AF_18 já havia identificado que o que estavam analisando é um triângulo, os alunos sugeriram utilizar o teorema de Pitágoras. Na coleta de dados, os alunos perceberam que deveriam levar em consideração o tamanho do pé e a parte de apoio do sapato, visto que os tamanhos variavam. A medida do comprimento do pé de AF_11 em repouso no chão foi de 23,8 cm, já a parte frontal que sustenta o pé no sapato de salto (parte de apoio) foi de 8 cm. Os alunos também mediram a distância entre o salto e o início da parte de apoio do pé, obtendo 8,5 cm. A partir dessas medidas, consideraram por hipótese, que a medida 8 cm seria a menor base suportada por AF_11.

Os alunos optaram por associar a altura do salto ao cateto de um triângulo retângulo, desconsiderando a parte de apoio do pé no sapato. Os alunos, então, utilizaram o teorema de Pitágoras, realizaram experimentação no diagrama para chegar à medida de 12,62 cm, medida máxima do salto que a aluna suportaria, conforme apresentado na Figura 67.

Figura 67 – Resolução apresentada pelo aluno AF_16



Fonte: dados da pesquisa (2023)

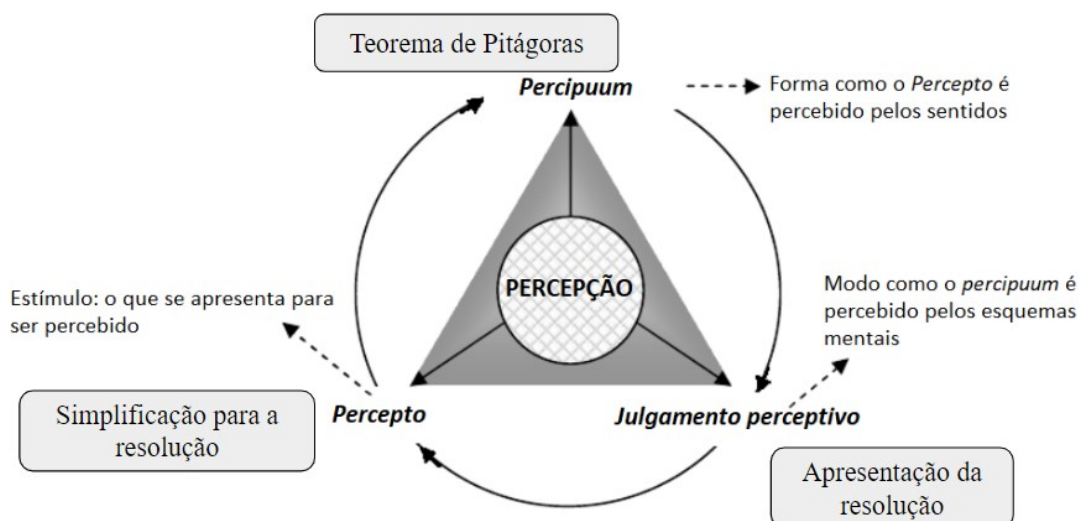
Dentre os colegas, AF_14 era o que tinha o pé de maior comprimento em repouso no chão (27 cm). Em seu caso, foi considerada uma base de apoio de 8,5 cm. Os alunos, então, realizaram os mesmos procedimentos, obtendo que o salto máximo deveria ser de até 15,23 cm. Assim, a hipótese de AF_14 foi confirmada.

Na Figura 67, temos que o aluno AF_16 apresentou a resolução por meio do teorema de Pitágoras. Do lado esquerdo as informações referentes ao pé da aluna AF_11 e, do lado direito, as informações referentes ao pé do aluno AF_14. Ele identificou que seria necessário desconsiderar a parte de apoio dos pés, sendo uma simplificação para a resolução, pois essa parte serve de base para que a pessoa fique equilibrada. Sendo assim, uma forma de conseguir se locomover com o sapato e assim identificar qual o salto mais alto e confortável que uma pessoa conseguiria se locomover. Portanto, de acordo com Silva (2013, p. 48)

a resolução consiste na construção de um modelo matemático com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes desta situação, responder às perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado na situação e, mesmo, em alguns casos, viabilizar a realização de previsões para o problema em estudo.

Evidenciamos que a resolução associada ao modelo perceptivo triádico – *Percepto*, *Percipuum* e *Juízo Perceptivo* – (Figura 68). O *Percepto* foi a simplificação para a resolução. O *Percipuum* consiste no objeto matemático teorema de Pitágoras e o *Juízo Perceptivo* a apresentação da resolução (Figura 67). Segundo Jorge, Rezende e Wartha (2013, p. 157) “a percepção é a porta de entrada das formas e das qualidades do mundo, informação recebida e processada por um organismo”.

Figura 68 – Constituintes peirceanos da percepção do objeto matemático teorema de Pitágoras na atividade do salto alto



Fonte: dados da pesquisa (2023).

Logo, recordando a situação inicial que foi definida pelos alunos para ser investigada e sendo a situação-problema: *Qual o tamanho do salto que é possível se equilibrar e andar?* Os alunos apresentaram as interpretações dos resultados conforme a Figura 67 que apresenta a resolução proposta por AF_16. Uma pessoa que possui 23,8cm de comprimento do pé, conseguirá usar um salto confortável de até 12,62cm, já uma pessoa que possui 27cm de comprimento do pé, conseguirá usar um salto confortável de até 15,23cm. Essas informações foram concluídas por meio dos dados coletados pelos alunos utilizando os sapatos que eles possuíam.

Na etapa de validação, os alunos fizeram correspondência dos resultados reais e as representações mentais, com o objetivo de validar as informações do modelo matemático encontrado. Para isso, os alunos realizaram comparações com as medidas dos saltos que tínhamos na sala de aula com os valores encontrados. Levando em consideração as medidas dos pés, eles puderam concluir que os valores dos saltos encontrados são confortáveis.

4.2.3 Considerações sobre as atividades da turma do 9º ano: *PIZZA* e SALTO ALTO

Ao analisarmos os signos utilizados/produzidos pelos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem, é possível estabelecer algumas reflexões acerca da segunda questão norteadora de nossa pesquisa: “*Que signos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*”. Para o desenvolvimento dessas atividades, podemos evidenciar as relações matemáticas nos signos que emergiram no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. Esses signos foram classificados conforme o canal perceptivo, pois como evidenciado por D’Amore, Pinilla e Iori (2015), foram utilizados para representar algo para alguém.




Ao analisarmos as atividades, foi possível observar a produção de signos acerca de objetos matemáticos. Conforme evidenciado por Silva (2013, p. 241), “os signos interpretantes relacionados ao problema estão diretamente associados às fases que iniciam e que finalizam a atividade de modelagem enquanto aqueles relativos aos objetos matemáticos são mais evidentes na fase de matematização e resolução”.



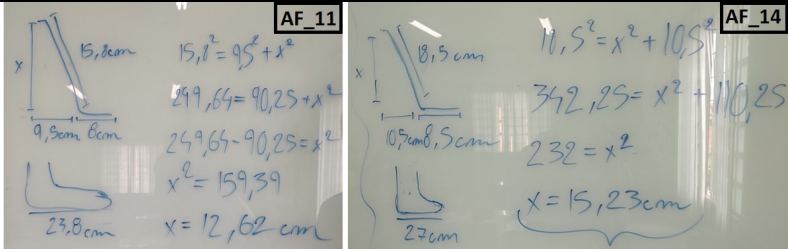
Na atividade *Pizza* e Salto alto, podemos observar a mobilização de signos: visual, auditivo e tátil, nas diferentes fases das atividades. Nessas atividades, a mobilização de alguns signos, tais como os que foram utilizados pelo canal perceptivo visual e tátil com gestos, foram formas utilizadas pelos alunos para se expressarem, principalmente quando não se recordavam da denominação correta do conteúdo matemático a que se referiam. A utilização dos sapatos de salto para a coleta dos dados mostrou ser um signo tátil para auxiliar nas dificuldades encontradas nos conteúdos matemáticos relacionados a atividade no decorrer para a interpretação do fenômeno estudado. Apesar de ser um objeto do cotidiano de alguns alunos em outras situações (festas, aniversários), a sua utilização nesta atividade foi orientada de modo a “imaginar novas e diferentes possibilidades” (MAVERS, 2004, p. 60) relacionando-o com a disciplina de História.

No Quadro 16 temos a relação dos objetos matemáticos que foram evidenciados no desenvolvimento das atividades *Pizza* e Salto Alto com os alunos do 9º ano do Ensino

Fundamental, os canais perceptivos que foram utilizados por eles no desenvolvimento das atividades e a ação observada para a percepção em cada objeto matemático.

Quadro 16 – Relação de objetos matemáticos e canal perceptivo dos alunos do 9º ano nas atividades desenvolvidas

Objetos matemáticos	Canal perceptivo	Ações observadas
Diâmetro	Auditivo e tátil	 <p>Os alunos AF_9 e AF_14 identificaram que as massas poderiam ser medidas por meio do <i>diâmetro</i>, portanto, o centro seria necessário, conforme foi identificado.</p>
Setor circular	Tátil e auditivo	 <p>O AF_14 não lembrava do nome da figura geométrica que poderia ser associada ao pedaço de <i>pizza</i>, com isso, lançou mão de gestos e da descrição <i>a borda é torta assim</i>, para que sua comunicação desse conta de indicar que a base da <i>pizza</i> não é reta como no triângulo, mas arredondada.</p>
Círculo	Visual, auditivo e tátil	 <p>Comentários e gestos do aluno AF_16, evidenciaram o objeto matemático associado à massa da <i>pizza</i> para realizar a construção do modelo matemático para a solução do problema relativo à quantidade de massa a ser ingerida.</p>
Ângulo	Tátil e visual	<p>AF_16: <i>Dá para dividir 360 por 12 e dá para descobrir o ângulo aqui [se referindo a cada pedaço], aí depois que você tem esse ângulo, você vai descobrir o pedaço.</i></p>

Área do setor circular	Tátil e auditivo	<table border="1" data-bbox="715 232 1353 725"> <thead> <tr> <th data-bbox="715 232 858 264">Medida das pizzas</th> <th data-bbox="858 232 1353 264">Cálculo área do setor circular</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="715 264 858 353">Brotto</td> <td data-bbox="858 264 1353 353">$A_{\text{setor}} = \frac{452,16 \cdot 93^\circ}{360^\circ} = 116,808$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="715 353 858 562">Grande</td> <td data-bbox="858 353 1353 562"> $A_{\text{setor}}: \frac{3,14 \cdot 17^2 \cdot 48}{360^\circ}$ $A_{\text{setor}}: 121 \text{ cm}^2$ </td> </tr> <tr> <td data-bbox="715 562 858 725">Big</td> <td data-bbox="858 562 1353 725"> $A_s: 1256 \cdot 35^\circ / 360$ $A_s: 122,12 \text{ cm}^2$ </td> </tr> </tbody> </table> <p data-bbox="644 730 1426 792">Os alunos apresentaram o valor unitário para cada massa de <i>pizza</i>, configurando uma solução para o problema.</p>	Medida das pizzas	Cálculo área do setor circular	Brotto	$A_{\text{setor}} = \frac{452,16 \cdot 93^\circ}{360^\circ} = 116,808$	Grande	$A_{\text{setor}}: \frac{3,14 \cdot 17^2 \cdot 48}{360^\circ}$ $A_{\text{setor}}: 121 \text{ cm}^2$	Big	$A_s: 1256 \cdot 35^\circ / 360$ $A_s: 122,12 \text{ cm}^2$
Medida das pizzas	Cálculo área do setor circular									
Brotto	$A_{\text{setor}} = \frac{452,16 \cdot 93^\circ}{360^\circ} = 116,808$									
Grande	$A_{\text{setor}}: \frac{3,14 \cdot 17^2 \cdot 48}{360^\circ}$ $A_{\text{setor}}: 121 \text{ cm}^2$									
Big	$A_s: 1256 \cdot 35^\circ / 360$ $A_s: 122,12 \text{ cm}^2$									
Altura	Auditivo e visual	 <p data-bbox="647 1028 1422 1093">Representações das características do posicionamento dos pés no sapato referente à altura que os sapatos supostamente teriam.</p>								
Ângulos	Visual, tátil e auditivo	 <p data-bbox="651 1341 1422 1469">O aluno identificou uma informação sobre um dos <i>ângulos</i> ser importante na altura do salto e buscou entender em que consistia essa informação levantando as características possíveis e análise de algumas medidas.</p>								
Teorema de Pitágoras	Verbal, tátil e visual	 <p data-bbox="659 1722 1410 1816">Como AF_18 identificou que o que estavam analisando era um triângulo, os alunos tiveram a ideia de utilizar o teorema de Pitágoras.</p>								

Fonte: dados da pesquisa (2023).

Levando em consideração as ações dos alunos no momento de desenvolvimento da atividade de modelagem matemática apresentados no Quadro 16, podemos inferir que a

matemática percebida segue diferentes configurações, dependendo do contexto no qual aquele que desenvolve a atividade está inserido, corroborando com Jorge, Rezende e Wartha (2013, p. 158), de que “os indivíduos terão pré-concepções do real para perceber e compreender o significado dos signos de maneira diferente”.

Por fim, de modo a obter uma solução para a situação-problema, em cada um dos desenvolvimentos das atividades, os alunos recorreram a objetos matemáticos – Quadro 16. As associações feitas entre as ações dos alunos e os objetos matemáticos, correspondem às percepções que os alunos apresentaram no desenvolvimento da atividade, ou seja, “um representámen cujo caráter representativo consiste exatamente em ser uma regra que determinará seu interpretante” (PEIRCE, 2017, p. 71). Assim, com base no conhecimento sobre o objeto matemático, os alunos conseguiam solucionar a situação-problema imposta nas atividades.

Logo, os alunos dos anos finais manifestaram características específicas, com as tentativas de associar conteúdo matemático já conhecido por eles as situações investigadas, essa identificação pode ser feita ao analisarmos as associações feitas para recorrerem aos objetos matemáticos para a solução, sendo assim a matemática percebida pelos alunos dos anos finais apresenta-se associada a conteúdos curriculares.

4.3 MATEMÁTICA PERCEBIDA POR ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Considerando as análises específicas das atividades desenvolvidas com alunos do 5º e do 9º ano do Ensino Fundamental no contexto de aulas com Modelagem Matemática, trazemos algumas reflexões para a questão de pesquisa: “*Que Matemática é percebida por alunos do Ensino Fundamental quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*”.

Utilizamos os signos para podermos analisar as ações que foram manifestadas pelos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. Pode-se observar que por se tratar do Ensino Fundamental, quando os alunos são dos anos iniciais eles apresentavam não ter tanto domínio da linguagem matemática, por isso, em algumas situações recorreram a mobilização de mais signos conforme outros canais perceptivos, como visual e tátil, diferente do que aconteceu com os alunos dos anos finais, que utilizaram com menos frequência. Um signo é algo que se refere a algo diferente de si mesmo, na qual Peirce chama de objeto do signo, que não são necessariamente coisas materiais.

No desenvolvimento das atividades de modelagem matemática, os alunos fizeram relações das suas ações nas atividades com objetos matemáticos, culminando na produção/utilização de signos. Os alunos, instigados a participarem de forma ativa nas atividades representaram suas ações de diversas formas, sendo assim, produzindo seus próprios conhecimentos, por meio de discussões proporcionadas pela professora-pesquisadora e conversas com os colegas e grupos, registros por meio de relatórios escritos e gesticulações para explicar determinadas situações, produziram diferentes formas de representação do conhecimento, fazendo relações com conhecimentos colaterais e vivências referentes as atividades desenvolvidas. Assim, podemos codificar esses signos que foram evidenciados de acordo com o Quadro 17.

Quadro 17 – Signos classificados conforme o canal perceptivo

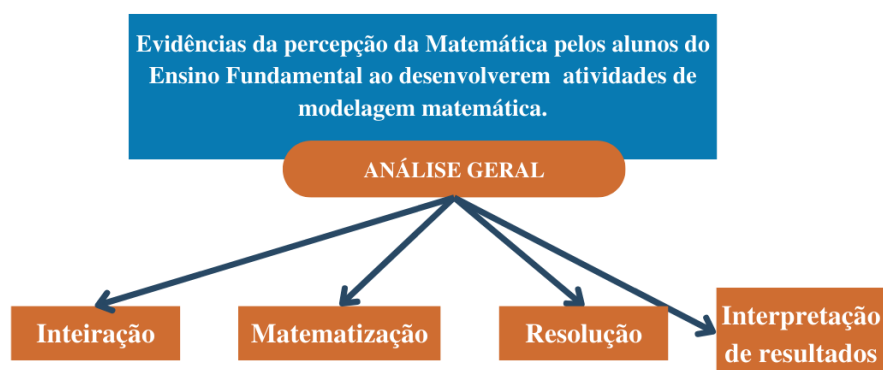
Canal perceptivo	Representação
Visual (ou ótico)	V
Auditivo (ou acústico)	A
Tátil	T

Fonte: Nöth e Santaella (2017, p. 11).

Nas representações dos alunos, evidenciamos nas atividades *signos visuais*, que correspondem a explicações feitas por eles via imagens, desenhos e situações produzidos por meio de gestos, que definimos como, V. Quando o aluno, por meio de discussões referentes à atividade, utilizou-se da fala para se expressar, definimos como A, um *signo auditivo*. Em relação à escrita, *signo tátil*, os alunos produziram relatórios escritos utilizando-se da linguagem natural e da linguagem matemática, definido por T.

Contanto, na nossa análise geral temos por objetivo evidenciar a matemática percebida pelos alunos do Ensino Fundamental ao desenvolverem atividades de modelagem matemática. Para isso, partimos dos modos da produção de signo que se mostraram mais intensos em algumas fases do desenvolvimento de uma atividade de modelagem, em detrimento de outras fases. Subsidiadas nas fases da atividade de modelagem matemática – inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados –, organizamos agrupamentos para a nossa análise geral, conforme a Figura 69.

Figura 69 – Agrupamentos para a análise geral via fases da modelagem



Fonte: a autora (2023).

Cada atividade possibilitou que a matemática percebida ocorresse de uma maneira diferente para os alunos devido aos estímulos que elas possuíam para os interesses de encaminhamentos. Os objetos matemáticos percebidos pelos alunos faziam parte dos conteúdos curriculares que os alunos haviam estudado em cada ano escolar ou que foram recordados no desenvolvimento da atividade. Entretanto, o que ficou evidente é que os alunos dos anos iniciais utilizaram gestos para produzir signos que se referiam aos objetos matemáticos dos quais estavam se referenciando, já os alunos dos anos finais se preocuparam em produzir signos escritos de modo a representar os objetos matemáticos presentes na situação.

No Quadro 18 apresentamos uma síntese das ações que foram manifestadas pelos alunos do Ensino Fundamental nas atividades enquanto a matemática percebida que foram evidenciadas em cada fase das atividades de modelagem matemática, embora podemos notar que em algumas fases houve uma maior intensidade da percepção pelos alunos, esse fator não influenciou na conclusão das atividades.

Quadro 18 – Ações dos alunos referentes a Matemática percebida

Fases	Ações no desenvolvimento das atividades	Canal perceptivo
Inteiração	- Reconhecimento de que as TVs têm tela fina atualmente.	V
	- Construção do gráfico de colunas e de barras.	V
	- Nuvem de palavras.	V
	- Relação de dependência do horário com o lugar de acesso.	V
Matematização	- Medidas coletadas das TVs organizadas na tabela.	V
	- Representação do <i>pixel</i> em gestos e definição.	A
	- Relacionar as informações referentes a uma semana.	T
	- Organização das informações em uma tabela.	T
	- Reconhecimento do formato da <i>pizza</i> associando a uma representação matemática (círculo).	V
- Representação dos ângulos nos desenhos.	T	

Resolução	<ul style="list-style-type: none"> - Utilização do dicionário e com isso o algoritmo da divisão. - Cálculo do tempo diário de acesso. - Identificação da medida dos ângulos e a possibilidade de considerar um pedaço como sendo o pedaço modelo. - Recordação de conceitos matemáticos. - Utilização de conceitos matemáticos já trabalhados, fazendo uso de uma simplificação. 	<p>T</p> <p>T</p> <p>A</p> <p>A</p> <p>A</p>
Interpretação de resultados	<ul style="list-style-type: none"> - Identificação que o tamanho da TV é possível, entretanto não há a comercialização do valor encontrado. - Comparação do tempo real com o tempo utilizado em cada dia. - Os alunos em um grupo menor, se atentaram em analisar o resultado considerando os 20 alunos, pois a situação inicial foi elaborada pensando na turma. - Comparações com as medidas dos saltos disponíveis para a verificação dos valores. 	<p>T</p> <p>T</p> <p>V</p> <p>T</p>

Fonte: a autora (2023).

Na inteiração, “etapa que representa um primeiro contato com uma situação-problema” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15), os alunos são convidados a conhecer mais sobre essa situação, características e informações pertinentes para o desenvolvimento da atividade, de modo que interajam com o assunto a ser estudado, coletando os dados, dialogando com os colegas, a fim de ter mais conhecimento sobre a situação. Portanto, de acordo com essas características, a matemática percebida na inteiração das quatro atividades podemos evidenciar que os signos visuais se fizeram presentes, pois os alunos utilizaram imagens, registros, representações de gráficos, palavras escritas e desenhos.

Na matematização, podemos evidenciar que os signos presentes conforme os canais perceptivos foram: visual, tátil e auditivo. De modo geral, os alunos utilizaram linguagem oral, representações escritas para se referenciar aos objetos matemáticos. Todavia, os gestos foram muito presentes enquanto falavam sobre a construção das representações dos gráficos, por exemplo.

Na resolução, evidenciamos a utilização dos signos conforme os canais perceptivos tátil e auditivo, os gestos foram muito presentes nos momentos que os alunos não se recordavam de alguma linguagem matemática para a situação, a utilização de palavras escritas e os algoritmos para representar as situações que estavam comunicando.

Já na interpretação dos resultados, os signos que evidenciamos, segundo os canais perceptivos foram os táteis e visuais. Nessa fase evidenciamos que os alunos utilizaram situações táteis fazendo experimentos com objetos ou recurso educacional para fazer a verificação do modelo matemático que haviam encontrado, realizando assim algum tipo de vivência ou alguma representação visual da situação.

Assim, evidenciamos que a matemática percebida é evidenciada nas fases de uma atividade de modelagem matemática conforme as necessidades dos alunos e principalmente por meio de canais perceptíveis que só são possíveis de evidenciar analisando as falas e os gestos. Na interação, revela-se de maneira mais significativa os signos visuais. Na matematização, os signos táteis (mais expressivo), signos visuais e signos auditivos. Por fim, na resolução e na interpretação dos resultados estão presentes os signos táteis e auditivos. Ao analisarmos as atividades, observamos que os signos classificados conforme o canal perceptivo se fizeram presentes por todo o desenvolvimento da atividade.

Embora a matemática percebida pelos alunos tenha aparecido em todas as fases das atividades, evidenciamos que a matemática percebida esteve presente com mais ênfase nos registros escritos, pela fala ou até mesmo por gestos, portanto, na matematização e resolução, é onde os alunos apresentaram mais necessidade da linguagem matemática para representar o que foi escrito na língua natural.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando iniciamos o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática presentes nesta pesquisa, tínhamos como objetivo trazer reflexões ancoradas nos signos como uma relação triádica (PEIRCE, 2005) para analisarmos os encaminhamentos dos alunos do Ensino Fundamental e, com isso, evidenciar a matemática percebida por esses alunos. A fim de organizar nossa reflexão, nos subsidiamos em duas questões norteadoras:

1. Que signos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?
2. Que signos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental utilizam/produzem quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?

Para então, trazer articulações para a questão de pesquisa: “*Que Matemática é percebida por alunos do Ensino Fundamental quando desenvolvem atividades de modelagem matemática?*”. Deste modo, apresentamos aqui as compreensões construídas no decorrer da pesquisa.

A pesquisa se embasou no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática com alunos do 5º e do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola localizada no município de Cambé, ao longo do ano letivo de 2021. O desenvolvimento das atividades se deu no âmbito das aulas regulares da disciplina de Matemática. Para tanto, embasadas na concepção da Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica caracterizada por Almeida, Silva e Vertuan (2012), analisamos os signos produzidos/utilizados pelos alunos envolvidos no desenvolvimento de quatro atividades – *TV*, *Redes Sociais* (alunos do 5º ano), *Pizza e Salto alto* (alunos do 9º ano). A escolha por esses temas se deu por meio de uma pesquisa, via formulário eletrônico, respondida pelos alunos de cada turma.

Na nossa busca pelas pesquisas já desenvolvidas no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), ao qual essa pesquisa está vinculada, identificamos que há desdobramentos sobre a implementação de práticas com Modelagem Matemática no Ensino Fundamental que têm sido discutidas, conforme consta no Quadro 1. Entretanto, em nossa pesquisa nos debruçamos na matemática percebida pelos alunos do Ensino Fundamental, subsidiadas na Semiótica peirceana. No RIUT há outras pesquisas, desenvolvidas no âmbito do PPGMAT, que também articularam a Semiótica peirceana enquanto arcabouço teórico para análise do conhecimento matemático dos alunos (GOIS, 2019; ARAKI, 2020; KOGA, 2020; RAMOS, 2021; TRINDADE, 2023; PELAQUIM, 2023). Neste sentido, entendemos que nossa investigação permite nos inserir nesse campo de abordagens da semiótica e também contribuir

no que corresponde a uma teoria específica desenvolvida por Charles Peirce – a percepção – que não consta nas referidas pesquisas. Muito embora, Gois (2019) e Koga (2020) tenham investido nas categorias fenomenológicas – primeiridade, secundidade e terceiridade – não adentraram na tríade *Percepto*, *Percipuum* e *Julgamento perceptivo* nem nos canais perceptivos para inferir sobre a construção do conhecimento.

Considerando o fato de que os signos podem “desempenhar o papel de ponte entre o mundo da linguagem e o mundo lá fora” (SANTAELLA, 2012, p. 75), é que a teoria da percepção se fez relevante para nos atentar à Matemática que os alunos do Ensino Fundamental percebem que é empreendida por meio da percepção. Santaella (2012) aponta que só entendemos a teoria da percepção peirceana quando a conectamos com a semiótica. A percepção pode ser evidenciada por meio dos canais perceptivos – visual, tátil, auditivo, entre outros. Silva e Almeida (2017) apontam que evidências sobre a percepção referente à Matemática “pode se pautar na análise dos signos produzidos por meio de registros escritos, nas falas e nos gestos que [delas] emergem” (SILVA; ALMEIDA, 2017, p. 110).

Ao nos atentarmos aos signos produzidos/utilizados pelos alunos nos registros escritos, nas falas e nos gestos dos alunos no desenvolvimento das atividades de modelagem, de modo geral, quatro agrupamentos foram evidenciados nas fases de desenvolvimento de uma atividade de modelagem – inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados. A organização em agrupamentos nos permitiu evidenciar os signos conforme o canal perceptivo em todas as fases da atividade de modelagem matemática. Quando fazemos a análise em relação os signos à inteiração, percebemos que somente um tipo de signo foi manifestado em todas as atividades, os signos visuais. Uma das ações que apresentaram esse signo é a matemática percebida referente a nuvem de palavras (Figura 12), os alunos evidenciaram que a quantidade de vezes que as palavras apareceram no questionário definiram o tamanho das palavras – “*Quanto mais a palavra aparece, maior ela fica!*” e “*E quanto menos aparece, menor ela vai ficando!*” –, logo, quanto mais apareceu maior a palavra ficou.

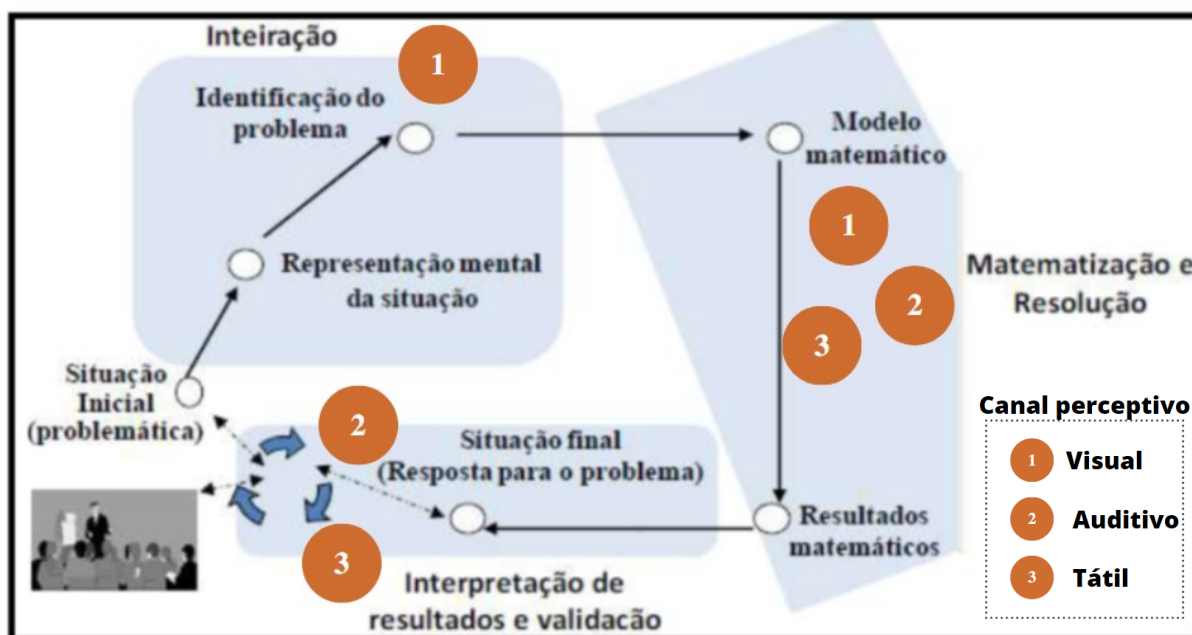
Já na matematização, resolução e interpretação, nessas fases, há mais ênfase na ação dos alunos referente ao signo tátil, principalmente na matematização e na interpretação dos resultados. Porém, podemos considerar que há signos comuns a determinadas fases (tátil e auditivo). Uma das ações evidenciadas para a matemática percebida pelos alunos, foi por meio da manipulação do objeto educacional que foi disponibilizado pela professora-pesquisadora. Os alunos perceberam que, por meio da proporcionalidade, obtiveram as medidas da TV de 33 polegadas, porém não se faz necessária a comercialização desse tamanho de TV, visto que sua altura é 2cm maior do que a de 32 polegadas, que consideraram pequena. Por meio da

interpretação dos resultados, os alunos se convenceram da não necessidade de ser comercializada uma TV de 33 polegadas.

Por tanto, considerando a coleta de dados, a resolução do problema e a comunicação de resultado pelos pares. De modo geral, os signos produzidos pelos alunos do 5º ano foram subsidiados, em sua maioria, por gestos e falas, diferentemente dos alunos do 9º ano que procuraram organizar de maneira formal a abordagem matemática por meio da escrita, além da fala e gesto.

Com isso, ancoradas na análise sintetizamos, na Figura 70, na qual, optamos por deixar presentes os signos conforme os canais perceptivos mais evidentes durante as fases do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, o que não significa que em outras atividades deixarão de surgir em outros momentos.

Figura 70 – Síntese dos canais perceptivos nas fases de Modelagem Matemática



Fonte: Autora, 2023.

No decorrer das análises das atividades evidenciamos que a presente pesquisa destacou uma relevância para as ações dos alunos referente aos signos conforme os canais perceptivos que foram manifestados no desenvolvimento das atividades, eles foram importantes para a criação da situação-problema, construção do modelo matemático e da resolução, visto que muitas vezes essas representações estão presentes no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

A matemática percebida em comum pelos alunos dos anos iniciais e dos anos finais do Ensino Fundamental no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática foi que os alunos inicialmente buscaram conhecimentos matemáticos já conhecidos por eles, para que assim, pudessem fazer aplicação desses conhecimentos em algum momento no desenvolvimento da atividade, mostrando assim que em alguns momentos da atividade se recordaram de situações já vivenciadas nas aulas de Matemática.

É importante ressaltar que as atividades que foram relatadas e analisadas não foram as primeiras atividades de modelagem matemática desenvolvidas com esses alunos. Os alunos do 5º ano já haviam desenvolvido uma atividade em 2020 de forma remota e os alunos do 9º ano desenvolveram a primeira atividade que não foi relatada e nem analisada na dissertação. Mas, nas duas turmas podemos perceber que o comportamento e o comprometimento dos alunos ao longo das atividades foram evoluindo, pois o trabalho em grupo e o uso dos aparelhos eletrônicos não faziam parte da rotina pedagógica, sendo assim os alunos não estavam habituados, logo uma autonomia foi confiada a eles para o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática enquanto alternativa pedagógica.

Mais especificamente, a matemática percebida por cada uma das turmas estava relacionada aos conteúdos matemáticos que haviam sido estudados em aulas anteriores ao desenvolvimento de cada atividade ou a partir de uma sugestão da professora-pesquisadora.

Embora os resultados evidenciados em nossa pesquisa foram satisfatórios, acreditamos que uma limitação referente ao desenvolvimento se refere à coleta de dados, pois ficou concentrada no final do ano letivo e isso pode ter aligeirado as discussões com os alunos, fazendo assim, que tivessem menor tempo para expressar sugestões para o desenvolvimento das atividades e também contamos com a menor quantidade de participantes, já que alguns alunos já não estavam frequentando o ambiente escolar.

Ainda que tenhamos apresentado nessa pesquisa algumas reflexões acerca da associação entre a matemática percebida e a Modelagem, uma busca por uma compreensão mais aprofundada pode emergir ao se considerar outros níveis de ensino, constituindo-se em inquietações para pesquisas futuras.

Esperamos que nosso trabalho tenha contribuído para as pesquisas, seja com nossa experiência, ou que tenha trazido mais questões para futuras análises sobre a matemática percebida com alunos do Ensino Fundamental.

Algumas sugestões para o desenvolvimento dessas atividades – TV, Redes sociais, *pizza* e salto alto, além de beijinho e receio – com outros anos escolares, podem ser encontradas no Produto Educacional “Modelagem Matemática com alunos do Ensino Fundamental”.

Esperamos que o Produto Educacional auxilie no desenvolvimento de aulas com atividades de modelagem matemática.

REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, N. **Dicionário de filosofia**. 6. ed. São Paulo: Editora WMF Martins Fontes, 2012.
- ALEXANDRE, D. S.; TAVARES, J. M. R. S. **Factores da percepção visual humana na visualização de dados**, Porto, 2007.
- ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 18, n. temático, p. 387-413, 2010.
- ALMEIDA, L. M. W. Uma abordagem didático-pedagógica da Modelagem Matemática. **VIDYA**, v. 42, n. 2, p.121-145, jul./dez., 2022.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, v. 17, n. 22, p. 19-35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma Aproximação Socioepistemológica para a Modelagem Matemática. **Alexandria**, v. 2, n. 2, p. 117-134, 2009.
- ALMEIDA, L. M. W.; RAMOS, D. C.; SILVA, K. A. P. Ensinar e aprender o fazer Modelagem Matemática: uma interpretação semiótica. **Ciência & Educação**, v. 27 p.2-16, 2021.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Abordagens Semióticas em Educação Matemática. **Bolema – Boletim de Educação Matemática [online]**. v. 32, n. 61, p. 696-726, 2018.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Ciclo de Modelagem Matemática interpretado à luz de estratégias heurísticas dos alunos. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática, [S. l.]**, v. 12, n. 2, p. 1-27, 2021.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. Sobre a geração e a interpretação de signos em atividades de modelagem matemática. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 6., Pirenópolis. 2015. **Anais...** Pirenópolis: SBEM, 2015. p. 1-13.
- ALMEIDA; L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). **Elementos semióticos em atividades de modelagem matemática**. Livraria da Física: São Paulo, 2021.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W.; SOUSA, B. N. P. A; TORTOLA, E. A formulação de hipóteses em atividades de modelagem matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática, [S. l.]**, v. 23, n. 5, p. 66-93, 2021.
- ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na educação matemática. *In: ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. A. P. (Org.). Modelagem Matemática em foco*. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

ALSINA, A.; TOALONGO- GUAMBA, X.; TRELLES-ZAMBRANO, C.; SALGADO, M. Developing early mathematical modelling skills in the early ages: a comparative analysis at 3 and 5 years. **Quadrante**, [S. l.], v. 30, n. 1, p. 74-93, 2021.

ALVES, L. C. S. D.; SOUZA, E. G. Modelagem Matemática na perspectiva das crianças. **Atos de Pesquisa em Educação**, [S.l.], v. 16, p.. e8918, jul. 2021.

ARAKI, P. H. H. **Atividades experimentais investigativas em contexto de aulas com Modelagem Matemática: uma análise semiótica**. 2020. 169 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

ARAKI, P. H. H. A atribuição de significado em uma atividade experimental de Modelagem Matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). **Elementos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2021, p. 19-42.

ÄRLEBÄCK, J. B.; DOERR, H. M. Students' interpretations and reasoning about phenomena with negative rates of change throughout a model development sequence. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 187-200, 2018.

BAKKER, A.; HOFFMANN, M. H. G. Diagrammatic reasoning as the basis for developing concepts: A semiotic analysis of students' learning about statistical distribuiton. **Educational Studies in Mathematics**, v. 60, n. 3, p. 333-358, 2005.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BEZERRA, M. C. C.; MARTINS, N.; BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática nos anos iniciais no contexto remoto: uma análise do raciocínio proporcional. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 15, n. 37, p. 1-22, abr. 2022.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 07-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: ciências e Matemática**. São Paulo: Contexto, 2019.

BLISS, K.; LIBERTINI, J. What is Mathematical Modeling? In: GARFUNKEL, S.; MONTGOMERY, M. **GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education**. COMAP, SIAM: Reston, Philadelphia, 2006.

BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – State, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P.; FERRUZZI, E. C. Aprendizagem Colaborativa no contexto de uma atividade de modelagem matemática. **Bolema**, v. 35, n. 70, p. 937-958, 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Médio. Brasília: MEC / Secretaria de Educação Básica, 2018.

BURAK, D.; KAVIATKOVSKI, M. A. C. Considerações sobre a Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental a partir de atividades desenvolvidas em sala de aula. In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). **Modelagem Matemática nos anos iniciais**. São Paulo: Editora Sucesso, 2014. p. 51-62.

CARREIRA, S. Where there's a model, there's a metaphor: Metaphorical thinking in students' understanding of a mathematical model. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 3, n. 4, p. 261-287, 2001.

CAZORLA, I. M.; GUSMÃO, T. C. Uma análise semiótica dos passeios aleatórios da Mônica: atividade para ensinar conceitos básicos de probabilidade. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., Taguatinga: 2009. **Anais...** Taguatinga: SBEM, 2009. p. 1-3.

CHULEK, C. A geração de signos em uma atividade de modelagem matemática em um contexto tecnológico. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). **Elementos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2021, p. 95-114.

COUTINHO, A. D. S. **A teoria da percepção de Charles S. Peirce**. UNICAMP. 2012.

COUTINHO, L.; TORTOLA, E. Raciocínio Proporcional em uma Atividade de Modelagem Matemática por alunos da Educação Infantil. **Vidya**, Santa Maria, [S. l.], v. 40, n. 2, p. 65-85, jul./dez. 2020.

D'AMORE, B.; PINILLA, M. I. F.; IORI, M. **Primeiros elementos de semiótica**: sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

ELFRINGHOFF, M. E; SCHUKAJLOW, S. O que torna um problema de modelação interessante? Fontes de interesse situacional em problemas de modelação. **Quadrante**, [S. l.], v. 30, n. 1, p. 8-30, 2021.

ENGLISH, L. D. Mathematical Modeling in the Primary School: Children's Construction of a Consumer Guide. **Educational Studies in Mathematics** 2006, [S. l.], v. 63, n. 3, p. 303-323, 2006.

ENGLISH, L. D. Young children's early modelling with data. In: **Mathematics Education Research Journal**, v. 22 n. 2, p. 24-47, 2010.

ENGLISH, L. D. Developing early foundations through modeling with data. In: C. Hirsch (Ed). **Annual perspectives in mathematics educations: Mathematical Modeling**

Mathematics. p. 187-195. Reston: NCTM - National Council of Teachers of Mathematics, 2016.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical Modelling with Young children. *In*: HØINES, J.; FUGLESTAD, A. B. (Eds.). **The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen, v. 2, p. 335-342, 2004.

FADIN, C. **Modelagem Matemática e Pensamento Algébrico no 6º ano do Ensino Fundamental**. 2021. 164 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

FERNANDES, A.; TORTOLA, E. Ludicidade em Atividades de Modelagem Matemática na Educação Infantil e no Ensino Fundamental. *In*: M. Rosa & V. F. Neto. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Uberlândia. **Anais eletrônicos...** Brasília: SBEM (p. 2075-2089). 2021.

FERNANDES, A.; TORTOLA, E. Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: a ludicidade como uma característica da investigação de temáticas associadas à realidade. *In*: Anais do IX EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. **Anais...** União da Vitória, set. 2022.

FERRI, R. B. Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education. Cham: **Springer**, 2018.

FORNER, R. **Modelagem Matemática e o Legado de Paulo Freire: relações que se estabelecem com o currículo**. 2018. 200 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

FOX, J. A justification for Mathematical Modelling Experiences in the Preparatory Classroom. *In*: GROOTENBOER, PETER AND ZEVENBERGEN, ROBYN AND CHINNAPPAN, MOHAN (Eds.). **Proceedings 29th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**, p. 221-228, Canberra, Australia, 2006.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and application*, v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Canoas, v. 10, n.2, jul./dez., 2006. p. 07- 37.

GOIS, Victor Hugo dos Santos. **Livro didático e atividades de modelagem matemática: algumas articulações**. 2019. 150 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

GONÇALVES, J. A. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: indícios de uma proposta interdisciplinar**. 2019. 163 p. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.

HALL, J.; LINGEFJÄRD, T. **Mathematical Modeling**: applications with GeoGebra. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2017.

HOFFMANN, M. H. G. Signs as Means for Discoveries. In: HOFFMANN M. H.; LENHARD J.; SEEGER F. (Eds). **Activity and Sign**. Boston: Springer, Boston, 2005.

HOFFMANN, M. H. G. What is a “semiotic perspective”, and what could it be? Some comments on the contributions to this special issue. *Educational Studies in Mathematics*, 61. **Springer**, p. 279-291, 2006.

HOFFMANN, M. H. G.; ROTH, W. M. The complementarity of a representational and an epistemological function of signs in scientific activity. **Semiotica**, n. 164, 2007, p. 101-121.

JORGE, A. M. G.; REZENDE, D. B.; WARTHA, E. J. Visualização, semiótica e teoria da percepção. **Triade**, v. 1, n. 1, p. 149-166, jun., 2013.

KADUNZ, G. Diagrams as Means for Learning. In: SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (Org.). **Semiotics as a Tool for Learning Mathematics**. Rotterdam: Sense Publishers, p. 111-126. 2016.

KOGA, T. M. **O fazer Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Química: análise de estratégias e ações**. 2020. 131f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2020.

KOGA, T. M. Análise dos signos e estratégias dos alunos em uma atividade de modelagem matemática. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). **Elementos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2021, p. 180-200.

LAMON, S. **Teaching fractions and ratios for understanding**: essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 3th ed. New York: Routledge, 2012.

LESH, R. Tools, researchable issues & conjectures for investigating: what it means to understanding statistics (or other topics) meaningfully. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, Blumenau, v. 1, n. 2, p. 16-48, 2010.

LUZ, G. A.; BORSSOI, A.H. Modelagem Matemática associada ao Pensamento Funcional: uma atividade a partir de dados de um Pluviômetro Caseiro. In: Anais do IX EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. **Anais...** União da Vitória, set. 2022.

LUZ, G. A. **O pensamento funcional de alunos dos anos finais do ensino fundamental em atividades de modelagem matemática**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

MARTINS, N.; SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática nos anos iniciais: desenvolvida no contexto remoto. In: Anais do XI Encontro Paraibano de Educação Matemática. **Anais...** Campina Grande (PB) SBEM-PB, 2021.

MARTINS, N.; SILVA, K. A. P. Será que esse salto é muito alto? Uma experiência com Modelagem Matemática. *In: Anais do XV Encontro Paulista de Educação Matemática. Anais...* Guaratinguetá (SP) SBEM-SP, 2023.

MARTINS, N.; SILVA, K. A. P.; MENDES, M. T. Avaliação Formativa e Modelagem Matemática nos finais do Ensino Fundamental. *In: Anais do IX Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. Anais...* União da Vitória (PR) SBEM-PR, 2022.

MAVERS, D. E. **Multimodal design**: the semiotic resources of children's graphic representation. 2004. 243 f. Thesis (Doutorado) – Institute of Education, University of London, London. 2004.

MENDES, T. F. Signos interpretantes no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. *In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). Elementos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2021, p. 83-94.*

MEYER, J. F. C.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

MICHAELIS. **Dicionário Brasileiro da Língua Portuguesa Online**, 2023. Disponível em: <<https://michaelis.uol.com.br/>>. Acesso em: 25 fev. 2023.

MISKULIN, R. G. S.; MENDES, R. M.; FARIAS, M. M. R.; MOURA, A. R. L.; SILVA, M. R. C. A semiótica como campo de análise para as representações de conceitos matemáticos. **Cadernos de Semiótica Aplicada**, v. 5, n. 2, p. 1-18, 2007.

MUCELIN, C. A.; BELLINI, L. M. Semiótica, semiose e signo: análise sógnica de uma imagem fotográfica com base em tricotomias de C. S. Peirce. **Koan: Revista de Educação e Complexidade**, n. 1, jan., 2013.

MOLETTA, E.; CRUZ, J.; ZANIM, A.P.; VERONEZ, M. R. D. As fases da Modelagem Matemática e a Constituição de um Ciclo de Modelagem de uma atividade desenvolvida com alunos do Ensino Fundamental. *In: Anais do IX EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. Anais...* União da Vitória, set. 2022.

NETTO, M.; PERASSI, R.; FIALHO, F. A. P. Estudos semióticos: análise perceptiva e a terceiridade peirceana na obra “Jogos Infantis” de Pieter Bruegel. **Projética**, v. 4, n. 1, p. 249-266, jan./jun., 2013.

NISS, M. Modelling a crucial aspect of students' mathematical modelling. *In: R. Lesh et al. (Eds.). Modelling Students' Mathematical Modelling Competencies (ICTMA 13). New York: Springer, p. 43–60, 2010.*

NISS, M.; BLUM, W. **The learning and teaching of mathematical modelling**. London, New York: Routledge, 2020.

NÖTH, W.; SANTAELLA, L. **Introdução à Semiótica**. São Paulo: Paulus, 2017.

NUNOMURA, A. R. T. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar para os registros de representação semiótica.** 2021. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

OTTE, M. Mathematical epistemology from a Peircean semiotic point of view. **Educational Studies in Mathematics.** Springer, v. 61, p. 11-38, 2006.

PEIRCE, C. S. **Semiótica e filosofia:** textos escolhidos. São Paulo: Cultrix, 1972.

PEIRCE, C. S. **Semiótica.** Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 2. reimpr. da 3. ed. de 2000. São Paulo: Perspectiva, 2005.

PALMA, R. M. **Manifestações da criatividade em modelagem matemática nos anos iniciais.** 2019. 117 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

PELAQUIM, S. C. P.; SILVA, K. A. P. Uma análise de Diagramas Semióticos Construídos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de Modelagem Matemática. *In: Anais do IX EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. Anais...* União da Vitória, set. 2022.

PELAQUIM, S. C. P. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma interpretação dos diagramas semióticos.** 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

PERASSI, Richard Souza. **Roteiro didático da arte na produção do conhecimento.** Campo Grande - MS: EDUFMS, 2005.

PEREIRA, F. F.; DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática em sala de aula: convite a uma primeira experiência nos anos finais do Ensino Fundamental. **Educação Matemática Em Revista**, v. 25, n. 67, p. 57-75, 30 jun. 2020.

PERRENET, J.; ZWANEVEL, D. The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 3-21, 2012.

RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. The ubiquitousness of signs. *In: RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. (Org.). Semiotics in Mathematics Education: Epistemology, History, Classroom, and Culture.* Netherlands: Sense Publishers, 2008. p. vii - x.

RAMOS, D. C. **Modelagem Matemática:** uma análise semiótica das experiências dos alunos. 2020. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2020.

RAMOS, D. C. Atividades de modelagem matemática: um olhar para os diagramas construídos. *In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). Elementos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática.* São Paulo: Livraria da Física, p. 133-148, 2021.

ROCHA, R. A. R. Análise Semiótica da comunicação em uma atividade de modelagem matemática com experimentação. *In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). Elementos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática.* São Paulo: Livraria da Física, 2021a, p. 61-82.

ROCHA, R. A. R. **Uma análise semiótica da comunicação em atividades de modelagem matemática com experimentação.** 2021. 152 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021b.

ROSA, C. C. As conversões em atividades de modelagem matemática: um estudo envolvendo os níveis de congruência. *In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. (Org.). Elementos Semióticos em Atividades de Modelagem Matemática.* São Paulo: Livraria da Física, p. 180-200, 2021.

ROSA, M. H. T. **Aspectos da modelagem matemática à luz da Semiótica.** 2022. Dissertação (Mestrado em Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Estadual do Paraná, Paraná, 2022.

SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. Constructing knowledge seen as a semiotic activity. *In: Sáenz-Ludlow, A; Kadunz, G. (Org.). Semiotics as a Tool for Learning Mathematics: How to describe the construction, visualisation, and communication of mathematical concepts.* Netherlands: Sense Publishers, 2016. p. 1-21.

SANTAELLA, L. **A percepção: uma teoria semiótica.** São Paulo: Experimento, 1998.

SANTAELLA, L. **Estética: de Platão a Peirce.** 2. ed. São Paulo: Experimento, 2000.

SANTAELLA, L. **A teoria geral dos signos: como as linguagens significam as coisas.** 2. ed. São Paulo: Pioneira, 2004.

SANTAELLA, L. **Matrizes da linguagem e pensamento: sonora visual verbal: aplicações na hipermídia.** 3. Ed. São Paulo: Iluminuras: FAPESP, 2005.

SANTAELLA, L. **Semiótica aplicada.** São Paulo: Thomson Learning, 2007.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica?** São Paulo: Brasiliense. 2008.

SANTAELLA, L. **Percepção: fenomenologia, ecologia, semiótica.** São Paulo: Cengage Learning, 2012.

SANTOS, E. R. dos; TEIXEIRA, B. R. Uma proposta de aula com modelagem matemática para a Educação Básica. **Educação Matemática em Revista**, n. 57, p. 146-155, 2018.

SANTOS, L. S.; SANTOS, M. C. Análise da conversão de registros de representação semiótica no trabalho com números racionais. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 4., Taguatinga: 2009. **Anais...** Taguatinga: SBEM, 2009. p. 1-13.

SANTOS, L. C. **Matematização em atividades de modelagem matemática nos anos finais do ensino fundamental**. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

SANTOS, T. F. **Um modo de ver e significar a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais à luz da Semiótica**. 2022. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual do Paraná, Paraná, 2022.

SANTOS, E.; TORTOLA, E. Um olhar para as Regras em uma atividade de modelagem matemática no Ensino Fundamental: uma perspectiva wittgensteiniana. *In: Anais do IX EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. Anais...* União da Vitória, set. 2022.

SILVA, C.; KATO, L. A. Quais elementos caracterizam uma Atividade de Modelagem Matemática na Perspectiva Sociocrítica?. **Bolema – Boletim de Educação Matemática** [online], v. 26, n. 43, p. 817-838, 2012.

SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática e Semiótica: algumas relações**. 2008. 218 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SILVA, K. A. P. **Uma interpretação semiótica de atividades de modelagem matemática: implicações para a atribuição de significado**. 2013. 290 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, R. M. **Atividades de modelagem matemática com estudantes em vulnerabilidade social: uma análise à luz da educação matemática crítica**. 2019. 116 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Caminhos do significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os interpretantes. **Bolema – Boletim de Educação Matemática** [online]. v. 29, n. 52, p. 568-592. 2015.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W. Percepção da Matemática em atividades de modelagem matemática. **VIDYA**, v. 37, n. 1, p. 109-125, jan./jun., 2017.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLOMO, A. M. L. “Aprendendo” a fazer Modelagem Matemática: a vez do aluno. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 1, p. 28-36, 2011.

SILVA, K. A. P.; PELAQUIM, S. C. P. Educación STEAM en actividades de modelación matemática en los primeros años de la escuela primaria. **UNIÓN - REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA**, v. 18, n. 66, 30 dic. 2022.

SILVA, L. M.; VERONEZ, M. R. D. Modelagem Matemática: Uma interpretação a partir de lentes Semióticas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, [S. l.], v. 10, n. 23, p. 263-282, 2021.

SILVA, V. S.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: uma investigação imperativa. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 2, p. 228-249, 2012.

SOARES, M. R.; IGLIORI, S. B. C.; ALENAR, E. S.; GUALANDI, J. H. As pesquisas acadêmicas sobre Modelagem Matemática na educação matemática (de 1979 a 2015): compreensões das áreas de educação e ensino da CAPES. **Alexandria**, Santa Catarina, v. 12, n.1, p. 139-163, maio. 2021.

SOUZA, E. G.; LUNA, A.V. A. Modelagem Matemática nos Anos Iniciais: pesquisas, práticas e formação de professores. **REVEMAT**. ISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 9, Ed. Temática (junho), p. 57-73, 2014.

STEINBRING, H. What makes a sign a Mathematical Sign? an epistemological perspective on mathematical interaction. **Educational Studies in Mathematics**. Springer, v. 61, p. 133-162, 2006.

STILLMAN, G. Problem Finding and Problem Posing for Mathematical Modelling. *In*: HOE, L. N.; DAWN, N. K. E. (Eds.). **Mathematical Modelling: from theory to practice**. Singapore: World Scientific Publishing, 2015, p. 41-56.

TEODORO, F. P.; KATO, L. A. A recontextualização pedagógica operada em uma prática de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n.2, p. 1-27, nov./jan.,2021.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Londrina: Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. **A Modelagem Matemática nos anos iniciais: um olhar sobre a linguagem**. *In*: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Org.). Modelagem Matemática nos Anos Iniciais. 1ed.São Paulo: Editora Sucesso, 2014, v. 1, p. 63-78.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 11, n. 25, p. 142-161, jun. 2018.

TRINDADE, S. L. **Análise semiótica de componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática no 8º ano do ensino fundamental**. 2023. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

TRIGUERO, L. F.; KATO, L. A. Articulações entre os significados denotativos e conotativos para o conceito de proporção: uma experiência com Modelagem Matemática nos anos iniciais. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 13, n. 2, p. 1-25, 2022.

VERONEZ, M. R. D. **As funções dos signos em atividades de modelagem matemática**. 2013. 176 p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2007. 141 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

VILLA-OCHOA, J. A.; SOARES, M. R.; ALENCAR, E. S. A Modelagem Matemática nos anos iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, Curitiba, v. 35, n. 78, p. 47-64, dez. 2019.

YOON, C.; MISKELL, T. Visualising cubic reasoning with semiotic resources and modeling cycles. *In*: SÁENZ-LUDLOW, A.; KADUNZ, G. (Org.). **Semiotics as a tool for learning mathematics**: How to describe the construction, visualization, and communication of mathematical concepts. Dordrecht: Sense Publishers, 2016, p. 89-109.

APÊNDICE A – TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA PESQUISA

À instituição de ensino,

Eu, Nágela Martins, mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina/Cornélio Procópio, venho por meio desta solicitar a sua autorização para a realização da pesquisa intitulada “Percepção da matemática por alunos do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática, a ser conduzida nesta escola.

O objetivo do estudo é investigar como alunos dos anos iniciais e dos anos finais do Ensino Fundamental percebem a Matemática no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.

Na oportunidade, solicitamos autorização para que realize a pesquisa através da coleta de dados provenientes de registros escritos e audiovisuais. Queremos informar que o caráter ético desta pesquisa assegura a preservação da identidade das pessoas participantes, comprometendo-nos com o anonimato.

Agradecemos a colaboração no processo de desenvolvimento desta pesquisa. Em caso de dúvida entrar em contato com a orientadora da pesquisa Karina Alessandra Pessoa da Silva pelo e-mail: karinasilva@utfpr.edu.br.

Cambé, _____ de _____ de 202__

.....
Nome/assinatura do estabelecimento de ensino

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu _____
responsável pelo aluno(a) _____
autorizo sua participação na pesquisa intitulada “Percepção da matemática por alunos do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática”, sob responsabilidade da discente Nágela Martins, sob orientação da docente Karina Alessandra Pessoa da Silva. Declaro que permito que obtenha fotografia, filmagem ou gravação no decorrer das atividades em sala de aula, para fins de pesquisa científica. Autorizo que o material e as informações obtidas possam ser utilizados parcial ou integralmente, sem restrições de prazos, desde a presente data, para a apresentação na presente pesquisa ou em publicações, seminários, congressos ou periódicos científicos, sem a identificação por nome em qualquer via de publicação ou uso.

Declaro que fui informado acerca da investigação que pode ser desenvolvida.



Cambé, _____ de _____ de 202__

.....
Nome completo e assinatura do responsável

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO APLICADO ANTES DAS ATIVIDADES (5º ANO)

Pesquisa 5ºano

Digite seu texto aqui.

 nagelamartins@alunos.utfpr.edu.br (não compartilhado) 
[Alternar conta](#)

*Obrigatório

Nome do aluno (a): *

Sua resposta

Tema que tenho curiosidade para estudar nas aulas. *

Sua resposta

O que você quer saber desse tema? *

Sua resposta

APÊNDICE D – TEMÁTICAS SUGERIDAS PELOS ALUNOS DO 5º ANO



ALUNOS	TEMA	O QUE QUER SABER?
AI_1	Fnaf ¹⁶ 1 2 3 4 5 6 7 8 9	Tudo
AI_2	Música	O que a música tem a ver com a matemática?
AI_3	Oi tia Nágela, então queria saber sobre o universo	Queria saber sobre a órbita
AI_4	O tamanho de um bolo para a classe	Quanto pedaços é preciso para alimentar os professores e os alunos do 5º ano
AI_5	Gostaria de saber sobre as teias do homem aranha	Sobre como elas são utilizadas e se para funcionar é utilizada pressão
AI_6	Como são feitas as vacinas	Como são feitas as vacinas
AI_7	Celular	Uso no dia a dia
AI_8	Crepúsculo	Eu queria saber os poderes dos vampiros e o poder dos lobos
AI_9	A evolução da televisão	Como elas ficaram tão finas porque antes elas eram grossas
AI_10	Tenho a curiosidade para estudar raiz quadrada	Queria saber como monta e como é a conta
AI_11	Tenho curiosidade para estudar o tema de Anatomia de Grey	Sobre as Matemáticas da Medicina
AI_12	Peças de roupas	Porque as roupas ficam macias
AI_13	O tema de futebol e culinária	Futebol: jogadores, jogadas, lances e times. Culinária: receitas e truques.
AI_14	Harry Potter	A varinha do Harry Potter sobre o poder
AI_15	Eu tenho curiosidade para estudar nas aulas grupos de música como: now united, bts, black pink, exo, etc.	Se esses grupos têm alguma coisa haver com matemática
AI_16	Ben 10	Como funciona o omnitrix
AI_17	Computador	Como o computador foi criado?
AI_18	Não tenho nada	Não tenho nada
AI_19	Homem aranha longe de casa	Lançador e trajes

Fonte: dados da pesquisa (2023).

¹⁶ Five Nights at Freddy's: franquia de mídia criada por Scott Cawthon.

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO ELETRÔNICO

Como medir a televisão: quanto maior, melhor?

 nagelamartins@alunos.utfpr.edu.br (não compartilhado) 
[Alternar conta](#)

***Obrigatório**

Nome *

Sua resposta _____

Você tem TV na sua casa? *

Sim

Não

Elas possuem o mesmo tamanho? *

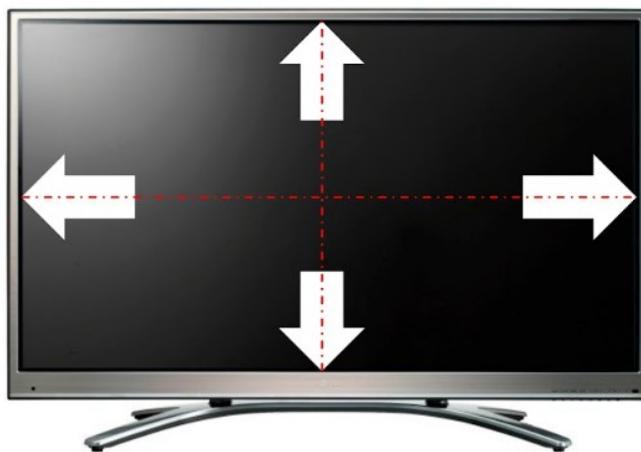
Sua resposta _____

Onde você sempre assiste TV na sua casa? *

Sua resposta _____

Com a ajuda de um adulto e de um instrumento de medida de comprimento, utilizando a TV que você sempre assiste, responda:

Observe a imagem. Veja que ao realizar a medida da TV, vamos considerar a informação de uma extremidade da tela até a outra. *



Qual a medida do comprimento da sua TV?

Sua resposta _____

Qual a medida da altura da sua TV? *

Sua resposta _____

APÊNDICE F – IMAGENS DO RECURSO TECNOLÓGICO

Questão 1

A sua TV tem o formato mais parecido com qual imagem abaixo?



Imagem 1



Imagem 2

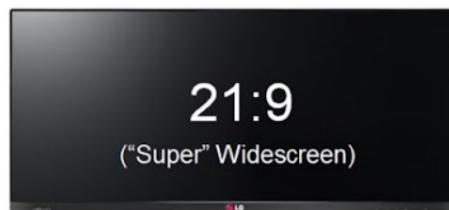


Imagem 3

Tarefa 1

Progresso do estudante:  19 de 19

[DETALHES](#)

Escreva aqui sua resposta:

Questão 2

Você já deve ter ouvido falar por aí em TV de 40 polegadas, 50 polegadas, 65 polegadas ou outros tamanhos, não é mesmo?

Ficou convencido que o tamanho da tela da TV é medido em **polegadas**.

As TVs são medidas pelo tamanho da diagonal, da ponta superior do lado esquerdo até a outra ponta inferior do lado direito (ou vice-versa) em polegadas.



A polegada é uma **unidade de medida** bem antiga criada pelo rei Eduardo I, da Inglaterra, durante o século XVI. Sua origem está ligada à medição utilizando o próprio polegar.



Atualmente, a medida polegada é muito utilizada em situações cotidianas, como referencial para o tamanho da tela de televisores e monitores de computador. E assim como outras medidas, o tamanho de uma polegada foi padronizado.

Para saber mais sobre unidades de medidas, leia o texto a seguir:

HISTÓRIA

A necessidade de medir coisas iniciou-se com as civilizações antigas. Em virtude da modificação da alimentação do homem primitivo, que passou da caça e da coleta de alimentos para a domesticação de animais e o plantio de cereais, era preciso haver um modo de controlar quantidades e analisar o tempo.

As primeiras unidades de medida utilizadas foram baseadas em partes do corpo: o comprimento do pé, da palma, do passo, etc. Porém, tais medidas não eram precisas e variavam de pessoa para pessoa, causando confusões e dificuldades na comunicação. Com o passar do tempo, a necessidade de medir de maneira justa fez com que as civilizações buscassem medidas padronizadas.

Em 1789, durante a Revolução Francesa, foi nomeada uma equipe de cientistas para estudar o problema das medidas. Como resultado dessa pesquisa, estabeleceu-se o metro como unidade-padrão de medida de comprimento.

Em 1889, na Conferência Geral de Pesos e Medidas, foram instituídos como unidade-padrão de medida de massa o quilograma; de capacidade, o litro; e unidade de tempo, o segundo. Com base nos padrões estabelecidos, foram feitas cópias exatas dessas unidades e enviadas para todos os países que legalizaram o metro, dentre eles, o Brasil. Mas os estudos sobre medidas não pararam e, em 1960, na XI Conferência Internacional de Pesos e Medidas, foi adotado o Sistema Internacional de Unidades (SI), em que as grandezas fundamentais foram estabelecidas: Comprimento, Superfície, Volume, Capacidade, Massa, Tempo, Intensidade, Eletricidade, Temperatura e Intensidade Luminosa. Assim, o Sistema Internacional de Unidades define o símbolo e a unidade-padrão para cada grandeza a ser medida.

POZEBON, Simone; LOPES, Anemari. **Grandezas e medidas**: surgimento histórico e contextualização curricular. VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática. Disponível em: <<http://www.conferencias.ubra.br/index.php/ciem/vi/paper/viewFile/971/908>>. Acesso em: 23 mar. 2019.

Tarefa 2Progresso do estudante:  18 de 19

DETALHES

Pesquise e descubra quantos centímetros equivalem a uma polegada e anote aqui:

Aa π

Digite sua resposta aqui...

APÊNDICE G – IMAGENS DO RECURSO TECNOLÓGICO

Proporção

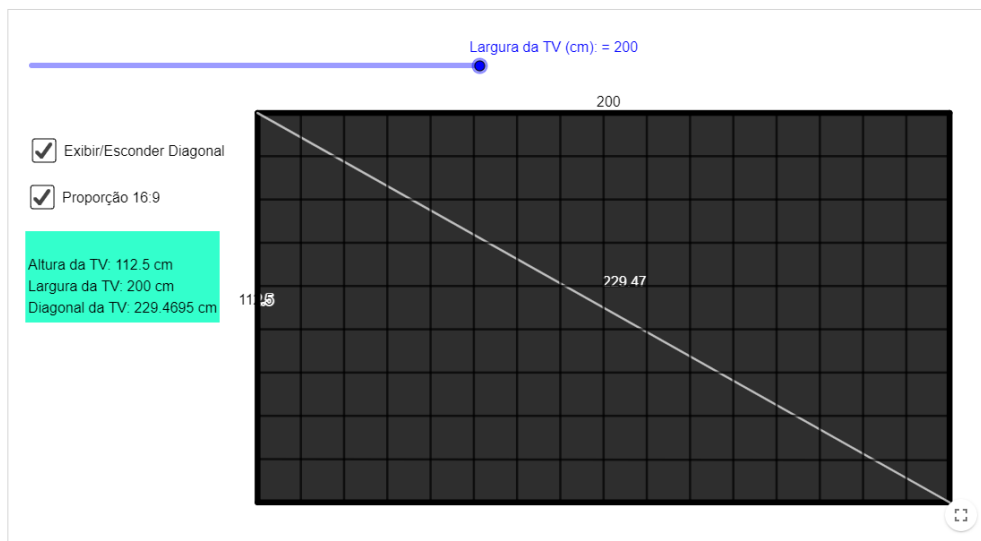
Autor: Maria Do Carmo Cardoso Bezerra

Questão 1:

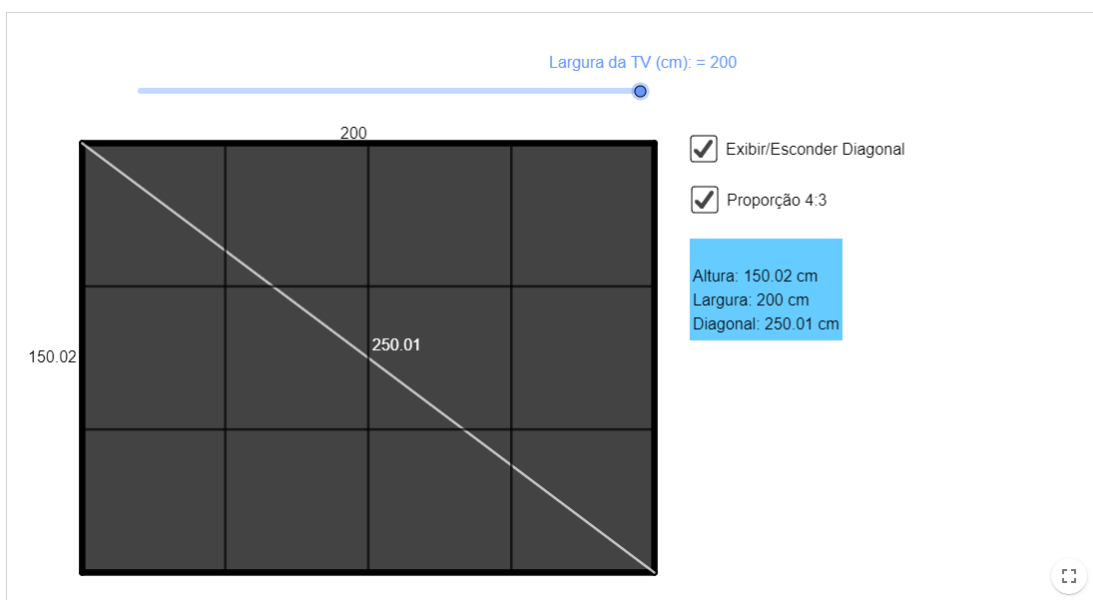
O que ocorre em relação às medidas da altura e largura quando você movimenta o controle azul?

Aa π Digite sua resposta aqui...

TV 1



TV 2




Questão 2:

Quais diferenças você observa entre as TVs representadas acima (TV 1 e TV 2)?

Aa π Digite sua resposta aqui...

Assista o vídeo abaixo para conhecer sobre a História das diferentes proporções das TVs e vídeos ao longo do tempo



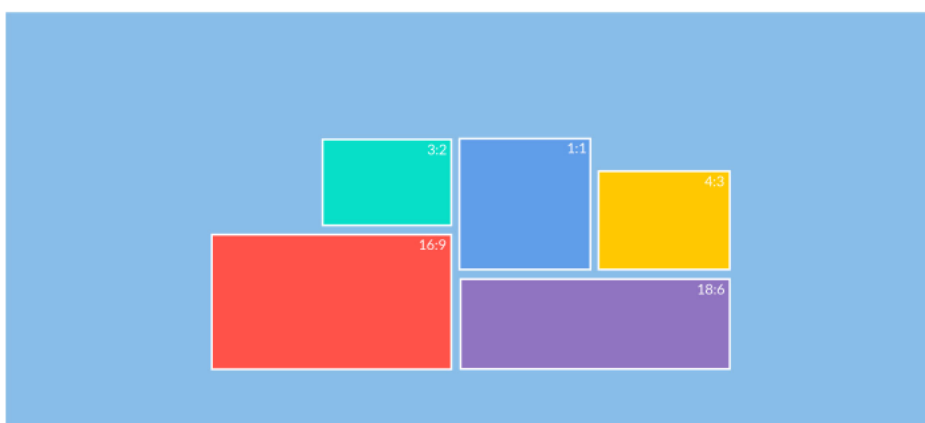
Por que os filmes na TV não ocupam a tela toda

YouTube

A proporção do quadro foi sendo alterada ao longo da história do cinema. Algumas mudanças foram feitas para...

<https://www.youtube.com/watch?v=YE1TJm745I>

Como você deve ter visto, existem várias taxas de proporções para TVs e vídeos.



As proporções mais utilizadas são:

Widescreen (16:9)

É a taxa de proporção padrão compartilhada normalmente por vídeos online, documentários e filmes. Ela captura uma grande quantidade de dados com detalhes.

Vertical (9:16)

É o vídeo gravado em seu celular.

Tela cheia (4:3)

É a taxa de proporção que era usada na televisão antes que a tela panorâmica passou a ser usada.

Quadrado (1:1)

É uma taxa de proporção quadrada perfeita usada no Instagram.

Anamórfico (2.40:1)

É uma tela panorâmica ampla frequentemente utilizada em filmes. É semelhante à taxa 16:9, mas as partes superior e inferior são cortadas. Esse efeito dá uma aparência cinematográfica.

Questão 3:

Uma taxa de proporção específica a relação entre largura e altura.


A sua TV possui qual proporção?

Aa π Digite sua resposta aqui...

Questão 4:

As proporções podem ser representadas também como números decimais, realizando uma divisão entre os números. Por exemplo: a proporção 4 : 3 também pode ser representada por 1,33...

Utilize a calculadora abaixo e escreva como a proporção da sua TV pode ser representada em número decimal.

+	
	

Questão 5:

Uma proporção 16 : 9 significa 16 unidade de medida de largura por 9 unidade de medidas do comprimento de altura. No nosso recurso representamos essa unidade de medida pelo lado do quadriculado.

Essa unidade de medida pode variar dependendo do tamanho de cada TV. Mas a proporção sempre será a mesma.

- > Volte no recurso da TV 1 ou TV 2.
- > Represente as medidas da sua TV.
- > E tente descobrir qual é o valor de cada unidade de medida da sua TV representada pelo lado do quadriculado.
- > **Dica:** você pode usar a calculadora acima.

Registre suas conclusões no espaço abaixo:

APÊNDICE H – QUESTIONÁRIO APLICADO ANTES DAS ATIVIDADES (9º ANO)**Pesquisa 9ºano**

Digite seu texto aqui.

 nagelamartins@alunos.utfpr.edu.br (não compartilhado)
[Alternar conta](#)

*Obrigatório

Nome do aluno (a): *

Sua resposta

Tema que tenho curiosidade para estudar nas aulas de Matemática *

Sua resposta

O que você quer saber desse tema? *

Sua resposta

APÊNDICE I – TEMÁTICAS SUGERIDAS PELOS ALUNOS DO 9º ANO

ALUNOS	TEMA	O QUE QUER SABER?
AF_1	Um tema que eu tenho curiosidade é o porquê o Vasco da Gama não disputa a Champions League, pois ele já teve o melhor jogador do mundo Ribamar, o meu sonho é descobrir o porquê a FIFA não colocou o "Vascão" para jogar a Liga dos campeões, pois no Brasil não está mais tendo graça, é muito fácil.	-
AF_2	Inteligência financeira	Como controlar os gastos, como funciona um banco, maneiras de investimento, saber sobre como as empresas funcionam, no geral aprender a ser um empreendedor
AF_3	Como usam a matemática para a confecção de foguetes e armas nucleares	Como aplicar a matemática para lançamento e construção de um foguete
AF_4	Ângulos e triangulação de coordenadas.	Queria saber como os generais e almirantes no mar sabem onde estão e como sinalizar suas posições.
AF_5	Tenho curiosidade para estudar a Matemática Financeira	Por que a mensalidade da escola aumenta todo ano? Quais os fatores que impedem que o valor não mude?
AF_6	Programação	Como a matemática pode ser usada nesse tema
AF_7	Aulas de Ed. física na quadra/Comprar lanche na cantina	Por que não podemos ter os jogos de ed. Física na quadra? A prefeitura de Cambé já aprovou a volta do vôlei (Cambé Vôlei). [Porque não podemos comprar lanche na cantina, mesmo podendo comprar salgados em lojas/cantinas na rua?
AF_8	Tenho interesse em estudar e aprender mais sobre matemática financeira e sobre situações que envolvam situações financeiras não só usando dinheiro real, mas também nos <i>sites</i> de compra <i>online</i> . Outro assunto é alguns problemas da realidade que envolvam matemática que as vezes tenho dificuldade de aprender.	Sobre como devo pagar corretamente alguma coisa, seja <i>online</i> ou em dinheiro real, uma dúvida que tenho há muito tempo é: como eu pago isso corretamente, ou as vezes: será que o troco está certo? Ou: como eu pago este valor? Quero aprender mais sobre, pois tenho dificuldade. Um problema que eu passei esses dias foi quando eu estava comprando um livro, e fiquei com dúvida de que valor eu usaria para pagar.
AF_9	Preço da gasolina	Porque o aumento do valor
AF_10	Recreio	Por que não 30min?
AF_11	O tanto de livros que o brasileiro lê por ano.	Por que os brasileiros leem em média 5 livros por ano, sendo que só 2,5 deles, são lidos inteiros?
AF_12	Uma considerável diferença de preços entre pratos nos restaurantes por uma mínima coisa a mais ou a menos em um deles.	O porquê isso acontece, sendo que poderia ser o mesmo preço ou com uma pouca diferença em R\$
AF_13	Porque o recreio é só 20 minutos. Para mim deveria ser 45 ou 50 minutos.	Vamos pensar no recreio
AF_14	Probabilidade	Chance de contrair o covid-19 em diversas atividades

AF_15	O porquê demorou muito tempo para desenvolver a vacina da covid para seres humanos. Porque o tempo do recreio é só 20 minutos	Já existia a covid. O recreio, o tempo dele é muito pouco deveria ser maior
AF_16	Massa e Volume	Como são estimadas as massas e volume de corpos que não podem ser medidos através de aparelhos usados comumente na Terra, como planetas e estrelas.
AF_17	Redes sociais	Como os <i>sites</i> filtram as publicidades de acordo com meu gosto?
AF_18	<i>Skate</i>	Porque quando eu tento fazer um ollie (manobra de <i>skate</i>) o <i>skate</i> não sobe?
AF_19	Matemática Financeira, envolvendo investimentos, aplicações, entender melhor a tabela de ações, como investir, sites de investimentos	-
AF_20	Como pagar uma conta. Conta de luz, etc.	Onde pagar...como pagar, etc.

Fonte: dados da pesquisa (2023).

APÊNDICE J – ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

- 1) O que você identificou de diferente nas atividades que é acostumado a fazer nas aulas de Matemática?
- 2) Fale da Matemática que você percebeu/utilizou na resolução?
- 3) Você conseguiu finalizar a resolução com seu grupo?
- 4) Como foi a sua participação no grupo?
- 5) O que você achou do tema e como você contribuiu na resolução?

ANEXO A – FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL

Ficha de Avaliação de Produto/Processo Educacional

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al.* Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. *ACTIO*, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657>. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

Instituição de Ensino Superior	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
Título da Dissertação	Percepção da Matemática por alunos do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática
Título do Produto/Processo Educacional	Modelagem Matemática com alunos do Ensino Fundamental
Autores do Produto/Processo Educacional	Discente: Nágela Martins
	Orientador/Orientadora: Karina Alessandra Pessoa da Silva
	Outros (se houver):
Data da Defesa	20/10/2023

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)	
Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.	
<p>Aderência: avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>Linhas de Pesquisa do PPGMAT:</p> <p><i>L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático</i> (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade);</p> <p><i>L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática</i> (trata da análise e do</p>	<p>() Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p> <p>(X) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.</p>

desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).	
<p>Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade: refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p> <p>A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis:</p> <p>1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado;</p> <p>2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo;</p> <p>3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação.</p> <p>Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.</p>	<p>() PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa.</p> <p>() PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade.</p> <p>(X) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p> <p>() PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).</p>
<p>Abrangência territorial: refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente.</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória.</u></p>	<p>() Local</p> <p>() Regional</p> <p>() Nacional</p> <p>(X) Internacional</p> <p>Justificativa (<i>obrigatória</i>):</p> <p>Trata-se de assuntos de conhecimento das pessoas em geral.</p>
<p>Impacto: considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa ser, necessariamente, em seu local de trabalho).</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p>() PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto).</p> <p>(X) PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.</p>

<p>Área impactada</p> <p><u>*Apenas um item pode ser marcado.</u></p>	<p>() Econômica;</p> <p>() Saúde;</p> <p>() Ensino;</p> <p>() Cultural;</p> <p>() Ambiental;</p> <p>() Científica;</p> <p>(X) Aprendizagem.</p>
<p>Complexidade: compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE.</p> <p><u>*Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.</u></p>	<p>(X) O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação.</p> <p>(X) A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE.</p> <p>(X) Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação.</p> <p>(X) Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.</p>
<p>Inovação: considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.</p>	<p>() PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito).</p> <p>(X) PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos).</p> <p>() PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).</p>

Membros da banca examinadora de defesa

Nome	Instituição
Karina Alessandra Pessoa da Silva	UTFPR – Londrina
Emerson Tortola	UTFPR – Toledo
Lilian Akemi Kato	UEM – Maringá