

## Estudo de Geometria Analítica com o auxílio do GeoGebra numa turma do 3º ano do Ensino Médio

Mateus Augusto Ferreira Garcia Domingues<sup>1</sup>

Leonardo Sturion<sup>2</sup>

Zenaide de Fátima Dante Correia Rocha<sup>3</sup>

Marcia Cristina dos Reis<sup>4</sup>


**Resumo:** A partir de uma avaliação diagnóstica, realizada em um terceiro ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Londrina, constatou-se um déficit de aprendizagem em Geometria, o que instigou a elaborar um estudo cuja proposta é a utilização de recursos tecnológicos como ferramenta didática para o ensino dessa área de conhecimento. As aulas foram mediadas com o *software* GeoGebra com a finalidade de investigar os efeitos desse recurso na mediação do conteúdo de Geometria Analítica para o ensino e aprendizagem dos alunos. Para realizá-lo, usou-se a metodologia qualitativo-descritiva dos momentos vivenciados na sala de aula. Por meio de observações dos efeitos da mediação desse recurso didático na ação dos alunos, constatou-se que o GeoGebra possibilitou melhor observação dos conceitos abordados. Por consequência, foi possível verificar que os estudantes ficaram motivados e curiosos, e, a partir disso, conseguiram interagir com o conteúdo, com a tecnologia digital e com os demais indivíduos envolvidos (alunos e professor), fato que motiva a dar continuidade ao projeto em outras aulas a fim de contribuir para o ensino.


**Palavras-chave:** Nativos Digitais. GeoGebra. Geometria Analítica.


### Study of Analytical Geometry with the assistance of GeoGebra in a class of the 3rd year of High School

**Abstract:** From a diagnostic evaluation carried out in a third year of high school in a public school in the city of Londrina, there was a learning deficit in geometry, which prompted a study whose proposal is to use technological resources as a teaching tool for teaching this area of knowledge. The classes were mediated with Software GeoGebra for the purpose of investigating the effects of this resource on the mediation of the content of Analytical Geometry for the teaching and learning of students. To accomplish this, we used the qualitative methodology - descriptive of the moments experienced in the classroom. Through observations of the effects of mediation of this didactic resource conveyed in the action of students. It was found that the GeoGebra made it possible to better observe the concepts approached, therefore, in which it was possible to verify that the students were motivated

<sup>1</sup> Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Paraná, Brasil. ✉ [mateusdomigues@alunos.utfpr.edu.br](mailto:mateusdomigues@alunos.utfpr.edu.br)  <https://orcid.org/0000-0002-7023-7199>

<sup>2</sup> Doutor em Engenharia de Produção do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Paraná, Brasil. ✉ [leonardosturion@utfpr.edu.br](mailto:leonardosturion@utfpr.edu.br)  <https://orcid.org/0000-0002-6975-5343>

<sup>3</sup> Doutora em Educação. Professora do Departamento de Ciências Humanas da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Paraná, Brasil. ✉ [zenaiderocha@utfpr.edu.br](mailto:zenaiderocha@utfpr.edu.br)  <http://orcid.org/0000-0002-1489-6245>

<sup>4</sup> Doutora em Ciência da Informação. Professora do Instituto Federal do Paraná (IFPR). Paraná, Brasil. ✉ [marcia.reis@ifpr.edu.br](mailto:marcia.reis@ifpr.edu.br)  <https://orcid.org/0000-0001-6199-0309>

and curious, and from this they were able to interact with the content, with digital technology and with other individuals involved (students and teacher) fact that encourages to continue the project in other classes in order to contribute to the teaching.

**Keywords:** Digital Natives. GeoGebra. Analytical Geometry.

## **Estudio de Geometría Analítica con el auxilio de GeoGebra en una aula del 3º año de la Enseñanza Media**

**Resumen:** A partir de una evaluación diagnóstica, realizada en un tercer año de la Enseñanza Media de una escuela pública de la ciudad de Londrina, se constató un déficit de aprendizaje en Geometría, lo que impulsó a elaborar un estudio cuya propuesta es la utilización de recursos tecnológicos como herramienta didáctica para la enseñanza de esa área de conocimiento. Las clases fueron mediadas con el Software GeoGebra con la finalidad de investigar los efectos de ese recurso en la mediación del contenido de Geometría Analítica para la enseñanza y aprendizaje de los alumnos. Para realizarlo, se utilizó la metodología cualitativa-descriptiva de los momentos vividos en el aula. Por medio de observaciones de los efectos de la mediación de ese recurso didáctico transmitida en la acción de los alumnos. Se constató que el GeoGebra posibilitó mejor observación de los conceptos abordados, por consecuencia, en la cual permitió verificar que los alumnos quedaron motivados y curiosos, y a partir de eso consiguieron interactuar con el contenido, con la tecnología digital y con los demás individuos involucrados (alumnos y profesor) hecho que incita a dar continuidad al proyecto en otras clases en el sentido de contribuir para la enseñanza.

**Palabras clave:** Nativos Digitales. GeoGebra. Geometría Analítica.

### **Introdução**

Com o avanço da sociedade, o homem começou a viver em comunidade maiores. Em razão disso, precisou produzir grandes quantidades de alimentos e criar animais, tendo a necessidade de inventar/criar máquinas para auxiliá-lo, chegando ao avanço científico. Por conseguinte, “a criação e o uso das máquinas industriais e artefatos mecânicos incorporam novos elementos da matemática” (PARANÁ, 2008, p. 40). Nesse sentido, vê-se que o progresso da sociedade proporcionou o avanço da matemática e esse aprimoramento contribuiu e continua contribuindo para a evolução da humanidade.

Hoje, quando se fala em matemática, é comum verificar que os jovens não possuem a percepção de que essa ciência alavanca a própria sociedade, visto que é uma área que tem sido frequentemente abordada de forma abstrata no ambiente escolar, dificultando que os estudantes relacionem os conceitos matemáticos com as práticas do cotidiano, o que se reflete no insucesso deles nas avaliações nacionais e internacionais (DOMINGUES; STURION; CARVALHO, 2019). Faz-se, portanto, necessário que os responsáveis pelos processos de ensino e de aprendizagem, planejem estratégias com a finalidade de

favorecer a aprendizagem dos conceitos matemáticos, corroborando o proposto pelas Diretrizes Curriculares da Educação Básica em Matemática.

Partindo dessa premissa, o presente estudo visa analisar e discutir uma proposta para o ensino de Geometria Analítica mediada por um recurso tecnológico didático-interativo, o *software* GeoGebra, com alunos de uma turma do terceiro ano do Ensino Médio.

Primeiro, fora realizado um nivelamento<sup>5</sup> de aprendizagem para verificar as possíveis dificuldades dos alunos, para tentar supri-las no decorrer das atividades práticas. Depois, foram realizadas observações das situações e dos comportamentos dos jovens envolvidos na pesquisa, assim como as reações desses estudantes com relação aos conceitos de Geometria Analítica (ponto, reta, distância entre dois pontos, dentre outros objetos matemáticos envolvidos), objeto específico do conteúdo deste estudo durante todo o processo de investigação, em todos os momentos de aplicação da tarefa.

Usou-se, neste estudo, a metodologia qualitativo-descritiva para a análise dos resultados obtidos no processo de mediação do conteúdo por meio do recurso didático utilizado. Para isso, planejaram-se 6 aulas de 50 minutos cada uma, no período matutino, todas nas quintas e sextas-feiras, totalizando 300 minutos (cerca de 5 horas). Como as informações colhidas foram riquíssimas, procurou-se destacar os pontos positivos observados em relação à utilização do recurso tecnológico.

Neste artigo, analisou-se como os educandos agiram em todo o processo de ensino, diante do que lhes foi apresentado, tendo como alicerce as Diretrizes Curriculares do Paraná, que expõem os seguintes conceitos de geometria plana: a) ponto, reta, segmentos de reta, semirreta, plano cartesiano, coordenadas no plano cartesiano [conceitos abordados no ensino fundamental]; b) distância entre dois pontos no plano cartesiano (PARANÁ, 2008).

### **Nativos Digitais e Recurso Tecnológico**

A sociedade está em constante evolução e os indivíduos deste século também evoluíram. Os jovens da atualidade diferem daqueles que frequentavam a escola na década passada, pois, praticamente, todos esses indivíduos já manipularam ou se depararam com algum recurso tecnológico digital. Ante esse quadro, é comum se presenciar, nas escolas,

---

<sup>5</sup> A partir de uma avaliação diagnóstica aplicada para verificar se os alunos estão em defasagem de aprendizagem.

adolescentes desestimulados por se sentirem forçados a entrar em um ambiente que, possivelmente, não lhes agrada, cheio de regras que não fazem sentido, e os conteúdos curriculares acabam em segundo plano, já que a atenção está canalizada para fora da escola, por vezes manipulando seus celulares, acessando o WhatsApp, o Facebook ou até mesmo jogando em seu *smartphone*.

Nesse contexto, procurou-se, em um primeiro momento, conhecer mais a fundo o tipo de jovem que frequenta as escolas públicas e verificar o porquê de tanto desinteresse pelo ambiente escolar. Para Barroqueiro e Amaral (2011), os indivíduos que frequentam as escolas do século XXI são chamados Nativos Digitais e passam a maior parte de seu tempo em um mundo virtual.

Os Nativos Digitais são uma geração que, desde criança, vem se envolvendo com as mídias digitais, computadores, videogame, *smartphones*, Internet, entre outras (PRENSKY, 2001; CRUZ JUNIOR, 2018). Para Parfley e Gasser (2011, p. 14), “esta nova geração não tem que reaprender nada para viver vidas de imersão digital. Eles começaram a aprender na linguagem digital; só conhecem o mundo digital”. Possuem habilidades e competências para desempenhar várias tarefas simultaneamente. Constitui um grupo de pessoas que remodelou os rumos da comunicação (PRENSKY, 2001). Também são conhecidos como *Geração Y*, nasceu e cresceu em um mundo em que as tecnologias digitais têm papel primordial na transformação e compreensão da realidade (COELHO, 2012).

Para Veras (2011, p. 6), “as crianças Y são alegres, seguras de si e cheias de energia. É a geração da variedade, das tecnologias que mudam contínua e vertiginosamente. A geração Y só conhece a democracia”. O mesmo autor salienta que “outra geração já desponta no horizonte e com ela surgem perguntas: que traços marcarão seus integrantes? O que vão aprender a partir da variedade de modelos, atitudes e comportamentos que compõem o meio sociocultural em que estão crescendo?” (VERAS, 2011, p. 7).

A geração Z é composta das pessoas nascidas em meados da década de 90. São indivíduos que nasceram e cresceram com acesso a computadores, Internet, celulares, jogos em ambientes virtuais (QUINTANILHA, 2017). Nessa perspectiva, verifica-se, então, que “a utilização de tecnologias digitais, no caso os *tablets* e *smartphones*, já fazem parte do dia a dia do atual perfil dos estudantes, tanto da Educação Básica quanto do Ensino Superior” (SILVA; SILVA; GROENWALD, 2018, p. 60). Tais indivíduos nasceram com as

novas tecnologias. Suas vivências estão baseadas em redes sociais. São seres calculistas e imediatistas, mas sua concentração é bem menor do que a das gerações passadas (VERAS, 2011).

No entanto, esses discursos, que foram idealizados, são demasiadamente generalistas e descontextualizados, como salientaram Cibotto e Oliveira (2012), nem todos os jovens brasileiros possuem/têm acesso a uma tecnologia, porque depende muito do contexto social de cada sujeito. Para as autoras, os “fatores socioeconômicos e culturais possivelmente apresentam mais impacto do que o fator idade ou geração.” (CIBOTTO; OLIVEIRA, 2012, p. 10).

Isso tudo foi percebido por causa da crise sanitária do SARS-COV-2, causada pela Covid-19. Devido ao distanciamento social, as escolas precisaram se readequar e, em função da paralisação, o ensino remoto foi sugerido para não prejudicar o ano letivo, mas a maioria das escolas públicas não tem estrutura suficiente para amparar os estudantes, principalmente aqueles com situações financeiras precárias, que são os que mais estão sofrendo com a adequação ao ensino remoto, já que todos esses processos envolvem questões sociais, econômicas e culturais. Como os resultados da aprendizagem, muitas vezes, são influenciados diretamente pelas ações e ainda há indivíduos que não têm acesso à Internet, as atividades propostas pelos professores podem não chegar a eles (AVELINO; MENDES, 2020), e quando chegam é por meio de uma apostila ou de atividades impressas, diferentemente daqueles que têm uma vida financeira mais estável e são impulsionados pelos recursos tecnológicos, pois já têm um convívio direto com as TDCs.

Não se pode, porém, deixar de salientar que as tecnologias digitais, tais como a Internet, o celular e os tablets, modificam a forma de se viver em sociedade, assim como valores e as tomadas de decisões (BORBA; SCUCUGLIA; GANDANIDIS, 2018). Então, “analisando o contexto do atual estilo de vida da sociedade, percebe-se, cada vez mais, a tecnologia enraizada nas rotinas, tanto da vida pessoal quanto da profissional” (SILVA; SILVA; GROENWALD, 2018, p. 60).

Os recursos tecnológicos, além de apoiarem os afazeres pessoais e profissionais, alteram, significativamente, as formas de pensar, relacionar e estudar das pessoas (SAMÁ; MOURA; SANTOS, 2019). Sendo assim, o ambiente educacional, junto com sua equipe de profissionais, precisa criar propostas pedagógicas inovadoras para trabalhar/inserir as tecnologias digitais mesmo que de forma gradativa no ambiente de sala de aulas, já que:

o processo de educação atual foi formado, gradativamente, por inúmeras tecnologias ao longo da história da humanidade. E cada nova tecnologia empregada na educação coexistiria com as tecnologias anteriores, acumulando-se, complementando-se e contribuindo com a transformação da educação que temos hoje (SILVA; SCHIMIGUEL, 2015, p. 5).

Como a tecnologia contribuiu para a transformação e a evolução da educação, não se deve deixar de comentar sobre os seres que estão nesse universo. Os sujeitos que frequentam o ambiente escolar mudaram e como a tecnologia digital é recente, ela se aproxima cada dia mais da sala de aula. Considerando o caso da Matemática, muitos cursos de formação inicial possuem disciplinas voltadas ao uso pedagógico das tecnologias e os novos docentes saem minimamente preparados para utilizá-las no ensino. Como esse é um processo lento, muitas escolas ainda continuam no modelo tradicional<sup>6</sup>, mesmo com todo esse avanço em pesquisa que envolve a utilização dos recursos tecnológicos no ambiente de sala de aula.

Portanto, os responsáveis pelo ensino precisam repensar sua prática docente e utilizar novos métodos centrados no aluno com auxílio das tecnologias digitais para contribuir na mediação dos conteúdos do currículo escolar (DOMINGUES; STURION, CARVALHO, 2019). Para tal, são necessárias políticas públicas e formação continuada para incentivar os professores a inserir as ferramentas tecnológicas digitais no ambiente escolar.

Segundo Silva e Schimiguel (2015), as estratégias de ensino com as tecnologias digitais podem oportunizar que alunos desenvolvam o pensamento crítico, a criatividade, atributos necessários na sociedade atual. Dessa forma, os sujeitos conseguem vivenciar, de forma prática, os conceitos envolvidos durante todo o processo de ensino, já que essa nova geração é formada por sujeitos que não tem medo de desafios, principalmente os apresentados pelas Tecnologias da Informação e Comunicação. Como salientado por Coelho (2012, p. 90) “esse fascínio característico da Geração Y pela descoberta e experimentação deve ser explorado pela escola, para direcioná-la para um ensino e uma aprendizagem que dialoguem e interajam com os novos meios tecnológicos. Portanto, os recursos tecnológicos possibilitam observar o conhecimento que se pretende construir.

Além de conseguirem dialogar e interagir de maneira rápida com a tecnologia, “os Nativos Digitais estão acostumados a receber informações muito rapidamente. Eles gostam

---

<sup>6</sup> No caso, esse estudo tradicional será tratado como aprendizagem centrado no professor, em que ele é o detentor do saber.



de processar mais de uma coisa por vez e realizar múltiplas tarefas. Eles preferem os seus gráficos *antes* do texto ao invés do oposto” (PRENKY, 2001, p. 2). Sendo assim,

o ato de lecionar para uma sala repleta dos estudantes é, frequentemente, reportado como um dos maiores desafios atuais por boa parte dos professores, pois os métodos de ensino tradicionais têm extrema dificuldade em envolver indivíduos com as características da Geração Z, o que dificulta imensamente o processo de aprendizagem e a relação professor-aluno. Esses estudantes têm acesso simples e extremamente rápido à informação – não necessariamente de boa qualidade – e dificuldade em se manterem atentos e focados em uma única atividade por longos períodos (QUINTANILHA, 2017, p. 252).

Segundo Coelho (2012), o ambiente escolar e o docente precisam caminhar juntos para obter a atenção dos estudantes, visto que o modelo tradicional não propicia prazer para os indivíduos integrantes desse ambiente, além de, muitas vezes, as aulas tradicionais não proporcionarem significado na visão do estudante. Isso se dá em razão de não envolver o prático, mas o abstrato, algo que não faz sentido e não está em seu cotidiano.

As tecnologias digitais podem fazer com que esses sujeitos tenham uma melhor/maior participação em sua caminhada para a construção do seu conhecimento. Para isso, eles precisam ter um papel mais importante no processo de aprendizagem, de modo que não sejam apenas coadjuvantes. É preciso que sejam o ator principal da sua aprendizagem, por isso há a necessidade de uma renovação pedagógica, sem deixar de lado o currículo. Dessa forma, os nativos digitais conseguem ser mais criativos, íntegros e críticos, transformando-se em sujeitos com maior e melhor percepção de mundo uma sociedade cada vez mais tecnológica (SILVA; SCHIMIGUEL, 2018).

Assim, como seria a mediação das aulas de modo que possa auxiliar os educandos em sua construção do conhecimento? Um ambiente colaborativo a partir do uso de recursos tecnológicos pode contribuir para possibilitar o compartilhamento de informações entre os envolvidos propiciando a aprendizagem? Diante disso, concorda-se com os dizeres de Lemos (2009, p. 45):

O aprendizado tem estado situado em ações colaborativas entre as pessoas, individual ou coletivamente, que têm problemas para resolver e informações para dividir, e que a tecnologia móvel pode conectar essas pessoas e promover a troca de informações necessárias mais do que um local fixo como a sala de aula.

Esse ambiente colaborativo pode contribuir para a aprendizagem, uma vez que os recursos tecnológicos digitais podem oportunizar a criação e a organização de ambientes participativos, comunicativos e criativos, ambientes próximos aos nativos digitais, permitindo que eles relacionam os conteúdos organizando, assim, sua estrutura cognitiva prévia (BARROQUEIRO; AMARAL, 2011). A estratégia de ensino, quando bem elaborada e utilizada com um *software* de geometria dinâmica, possibilita que os alunos se compreendam e interajam de forma colaborativa na construção de suas hipóteses (BRUM; PEREIRA, 2018).

Desse modo, é preciso saber “explorar as ferramentas e as potencialidades que as tecnologias proporcionam, criando estratégias de ensino e de aprendizagem que ajudem os alunos na experimentação, na visualização e na construção dos conhecimentos matemáticos” (BRUM; PEREIRA, 2018, p. 84). Seguindo esse ponto de vista, Silva e Schimiguel (2018, p. 4) expõem que todos devem “repensar os conceitos, métodos, ambientes e os próprios currículos dos cursos, buscando inserir os avanços da era digital ao contexto educacional, assimilando os benefícios da tecnologia à formação profissional”.

Borba, Scucuglia e Gandanidis (2018, p. 41) afirmam que, em cada tempo, surge uma nova fase tecnológica. Para os autores, “uma nova fase surge quando inovações tecnológicas possibilitam a constituição de cenários qualitativamente diferenciados de investigações matemáticas; quando o uso pedagógico de um novo recurso tecnológico traz originalidade ao *pensar-com-tecnologia*”.

Resumidamente, a tecnologia está em constante evolução e os indivíduos precisam se adaptar para utilizá-la da melhor forma. Assim um imigrante digital (PRENSKY, 2001), por vezes, não consegue manipular uma ferramenta tecnológica tal qual um nascido na era digital, pois cada ser tem sua particularidade e seu nível de adaptação, e o dever da escola é incentivar os alunos a utilizarem essas ferramentas, contribuindo para a sua aprendizagem.

### **Software GeoGebra**

O GeoGebra foi criado por Markus Hohenwarter em 2001. É um *software* livre, disponível na plataforma Windows, Linux e telefones celulares (*smartphones*), consolidado como uma tecnologia inovadora na educação matemática e desenvolvido para o ensino e a aprendizagem, que pode ser utilizado tanto no ensino básico, como superior (BORTOLOSSI, 2016).



Autores como Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018), Bortolossi (2016), Domingues, Sturion e Carvalho (2019) Loteiro (2013) e Maia e Pereira (2015) salientam que o GeoGebra possui vários recursos de desenho e construção geométrica, de planilha eletrônica, entre outros, combinando geometria, álgebra, tabelas, gráficos estatísticas e cálculos numa única aplicação. Dessa forma, “o GeoGebra tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si” (BORTOLOSSI, 2016, p. 430). Por essas características, é uma ferramenta que permite melhorar o processo de ensino de funções básicas, assim como avançadas, da matemática, além de mostrar, de forma imediata, as soluções, na tela de um computador/*smartphone* (AMARAL; FRANGO, 2014).

O GeoGebra é um *software* educacional, por meio do qual tem-se a facilidade de visualizar, experimentar e investigar, sendo possível que os alunos matematizem. Molinari *et al.* (2018, p. 8) evidenciam que “os *softwares* educacionais como o GeoGebra facilitam a visualização e aumentam as possibilidades de experimentação e investigação matemática, estimulando a reflexão sobre os fatos e possibilitando a passagem do saber-fazer para o compreender”. Por conseguinte, o “software GeoGebra vem ao encontro de novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdo [...], permitindo a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento” (BORBA; SCUCUGLIA; GRADANIDIS, 2018, p. 51),

A utilização do GeoGebra nas aulas pode propiciar que os estudantes se envolvam com novas situações que despertem sua curiosidade, superando possíveis dificuldades de observação e organização dos conceitos matemáticos. Contudo, Tenório, Souza e Tenório (2015, p. 113) salientam que, “apesar dos pontos positivos, uma desvantagem do *software* é fornecer diretamente os cálculos aritméticos e algébricos, sem mostrar o desenvolvimento ao aluno. Para mitigar a situação, os alunos devem ser estimulados a transpor para o papel as resoluções”. Isso permitirá a visualização dos cálculos e poderá proporcionar ao aluno uma estrutura cognitiva em que conciliam os vários recursos tecnológicos existentes, desde lápis, papel, borracha, até computadores, *tablets* e *Smartphone*.

## Metodologia

Neste trabalho, realiza-se uma pesquisa qualitativa de cunho descritivo, com a finalidade de investigar as contribuições do *Software* GeoGebra como ferramenta para auxiliar o ensino do conteúdo de Geometria Analítica. Essa pesquisa qualitativa envolve

educação e emprega uma abordagem na validação de seus dados. Em uma pesquisa qualitativa, os estudos podem ser configurados por caminhos circulares ao que se quer pesquisar, preocupando-se apenas com os elementos significativos para o pesquisador (MALTEMPI; JAVARONI; BORBA, 2011). Para Ludke e André (1986, p. 30), “os focos de observações nas abordagens qualitativas são determinados basicamente pelos propósitos específicos do estudo, que por sua vez derivam de um quadro teórico geral, traçado pelo pesquisador”. Diante disso, este estudo procura analisar os dados de todos os indivíduos envolvidos, tendo como base as observações realizadas.

O artigo foi elaborado a partir dos resultados obtidos pelo professor/pesquisador ao realizar uma avaliação diagnóstica, com a intenção de identificar quais habilidades e competências os alunos ainda não dominavam, utilizando 10 perguntas envolvendo problemas objetivos sobre os seguintes tópicos: geometria plana (2) e geometria espacial (1); função do primeiro (1); função do segundo grau (1); estatística e probabilidade (2); contagem (1) e operações básicas envolvendo números reais (2). Nem todas as questões foram resolvidas pelos alunos, alguns alunos deixaram perguntas em branco e outros não elaboraram cálculos para escolher a resposta. A avaliação diagnóstica foi corrigida pelo professor e entregue para os alunos. Também houve um *feedback* sobre suas possíveis respostas (todos os problemas foram discutidos), em que se verificou que alguns alunos tinham dificuldade em alguns conceitos matemáticos.

Para saber mais sobre a turma, o professor/pesquisador foi conversar com a equipe pedagógica para verificar o perfil de cada estudante e quais trabalhos foram realizados nos anos anteriores, porque os alunos apresentaram dificuldades de aprendizagem, como já salientado, e o que poderia ser feito para tentar resgatar os conceitos não apreendidos. Segundo a coordenação do colégio, essa turma participou de um projeto do Governo Estadual, intitulado Programa de Aceleração de Estudos. Tratava-se de uma proposta pedagógica que visava organizar as turmas com alunos em situações de distorções de idade/ano, conforme a Normativa nº 0014/2014 SUEd/SEED, tendo como “objetivo corrigir a distorção idade-ano dos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, assim como garantir qualidade no processo de ensino-aprendizagem das turmas de aceleração de estudos” (PARANÁ, 2015, p. 7).

Para os responsáveis pela escola (equipe diretiva e pedagógica da escola em que foi aplicado o experimento), o programa Acelera não deu muito certo, pois naquele ambiente havia muitos alunos-problema (uma escola pequena com uma clientela oriunda

de bairros muito pobres da região, que tem bastante dificuldade financeira e índice de criminalidade muito alta) com defasagem de aprendizagem e com distorção de idade-ano. Mesmo com toda a dedicação, os educadores não conseguiram fazer com que os alunos se empenhassem e se dedicassem, preocupando-se pouco com sua aprendizagem (de acordo com a equipe pedagógica e diretiva, houve desinteresse dos alunos). Então, este estudo foi desenvolvido, em uma turma da terceira série do Ensino Médio de uma escola pública do norte do Paraná, município de Londrina, período matutino, em que estão matriculados 12 alunos, contudo, participaram da pesquisa apenas 11.

No caso deste estudo, verificou-se, de acordo com as observações realizadas em sala de aula, que os alunos gostavam muito de ficar mexendo no celular e conversavam sobre coisas alheias aos conceitos escolares. Como a escola é reflexo da sociedade, esse tipo de conversação pode ser útil para se obter um bom debate sobre os temas matemáticos propostos, mas os diálogos dos alunos naquele momento não estavam contribuindo com sua formação. Então, diante dessas evidências, foi elaborado um projeto para utilizar a tecnologia digital na mediação das aulas e contribuir para o processo de ensino e aprendizagem.

Para a realização do projeto, não era possível deixar de lado o ambiente escolar, pois acreditava-se que, no local, haveria estrutura para realizar a pesquisa, o que foi constatado, pois a escola possui um laboratório de informática e, nos computadores, havia o *software* GeoGebra instalado. Resolveu-se, então, elaborar um plano de trabalho para ensinar a Geometria Analítica mediado pelo GeoGebra.

Procurou-se, então, pensar em uma estratégia que pudesse rever os conteúdos de Geometria Analítica em paralelo com a Geometria Plana para que os alunos conseguissem observar e usar os recursos digitais capazes de potencializar a assimilação desses conceitos de Geometria fazendo a conexão com a Álgebra.

Primeiramente, mostrou-se o *software* (GeoGebra) para os alunos, dialogando que essa ferramenta poderia contribuir para a aprendizagem dos conceitos matemáticos que eles possivelmente estudariam: um *software* livre, que poderia ajudá-los a ter uma melhor observação de algumas representações, tanto geometricamente (pontos, retas, plano cartesiano e as figuras) quanto algebricamente (distância entre dois pontos e equações, dentre outros). Como o GeoGebra estava instalado nos computadores do Laboratório de

Informática, a turma seria remanejada durante as aulas de matemática para esse ambiente. Em outros momentos, poderiam utilizar o aplicativo no celular em sala de aula.

Em um segundo momento, o professor/pesquisador levou-os para o Laboratório de Informática e explicou alguns dos conceitos básicos do *software* por meio de uma apresentação formal dos objetos matemáticos que possivelmente os alunos já haviam estudado. Logo em seguida, pediu que manipulassem o aplicativo. Começaram de forma aleatória, mas, depois de um tempo, foram direcionados pelo professor, já que eles nunca tinham realizado atividades utilizando o GeoGebra. Nesse momento, os alunos não tiveram dificuldades em manipular o *software*, conseguiram reconhecer e operacionalizar os recursos básicos, também começaram a trocar informações por meio do trabalho colaborativo e mediação do professor.

Quadro 1: Exemplos utilizados para mediar a aula

<b>Exemplo 1:</b>
Um ponto P possui coordenadas dadas por $P(-2, 4)$ . <i>(Teve como intenção, fazer com que os alunos verifiquem os valores da abscissa de P que vale -2 e sua ordenada 4).</i>
<b>Exemplo 2:</b>
Determine a distância entre os pontos $P(-2, 4)$ e $Q(3, 4)$ .
<b>Exemplo 3:</b>
Determine a distância entre os pontos $R(3, -2)$ e $S(3, 2)$ .
<b>Exemplo 4:</b>
Determinar a distância entre os pontos $A(2, 3)$ e $B(5, 1)$ . <i>(Momento em que os alunos ficaram à vontade e discutiram entre eles com o auxílio do professor).</i>
<b>Exemplo 5:</b>
Mostrar que o triângulo de vértices $A(2, 2)$ , $B(-4, -6)$ e $C(4, -12)$ é retângulo e isósceles. Em seguida, determinar seu perímetro. <i>(Momento em os alunos começaram a investigar, com o auxílio do GeoGebra, as propriedades da distância entre dois pontos e verificar se o triângulo representado é isóscele ou retangular, assim como o perímetro da figura).</i>

Fonte: Adaptado pelos Autores

No terceiro momento, o pesquisador identificou as janelas que o aplicativo fornece e alguns recursos que podem contribuir para a resolução das atividades matemáticas. O projeto começou com cinco exemplos, o primeiro foi para identificar os pontos nas coordenadas cartesianas. Do segundo ao quinto exemplo proposto, a sugestão foi que os alunos investigassem a relação sobre os pontos e que, ao traçar uma reta entre dois pontos, é possível determinar a distância entre eles. Também trabalhou-se com questões tais como indagar aos alunos se um triângulo era isóscele ou retângulo, além de determinar o perímetro dele. Essa tarefa permitiu ter uma breve discussão sobre reta e equação da reta.

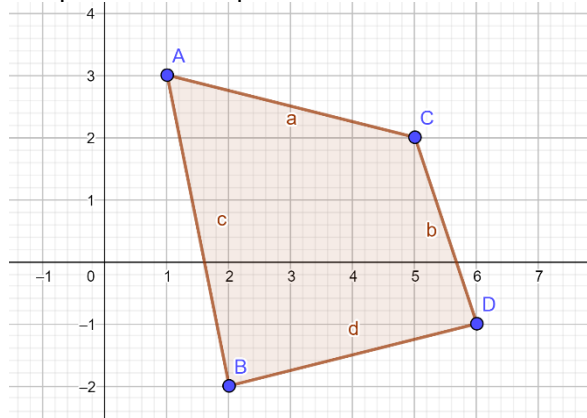
Quadro 2: Tarefas Propostas

**Tarefa 1:**

Situe e localize em qual quadrante do sistema de eixos cartesianos estão os pontos A(3, -1), B(0, 4); C(3, -2) e D(4, 3). (Também foi pedido que os alunos construíssem retas ligando os respectivos pontos e que analisassem para verificar o que ocorria na janela de álgebra.)

**Tarefa 2:**

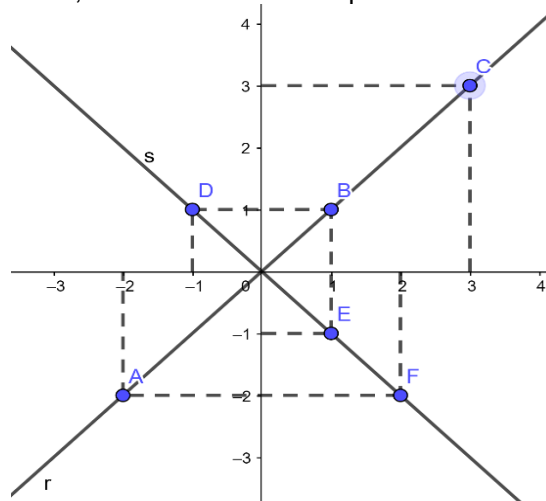
Observe o quadrilátero ABCD representado no plano cartesiano.



- Quais são as coordenadas do vértice desse quadrilátero?
- Escreva as coordenadas de três pontos do plano, internos a esse quadrilátero.
- Quais devem ser as coordenadas dos vértices de quadrilátero A'B'C'D para que ele seja simétrico ao quadrilátero ABCD em relação ao eixo Y?

**Tarefa 3:**

As retas  $r$  e  $s$  são, respectivamente, a bissetriz do 1º e 3º quadrantes e do 2º e 4º quadrantes.



- Escreva as coordenadas dos pontos.  
-A            -B            -C            -D            -E            -F
- Considerando os pontos  $P(7, y)$  e  $Q(x, 9)$ , determine  $x$  e  $y$  para que  $P$  pertença à bissetriz do 1º e do 3º quadrantes e  $Q$ , à bissetriz do 2º e 4º quadrantes.

Fonte: Adaptados pelos Autores

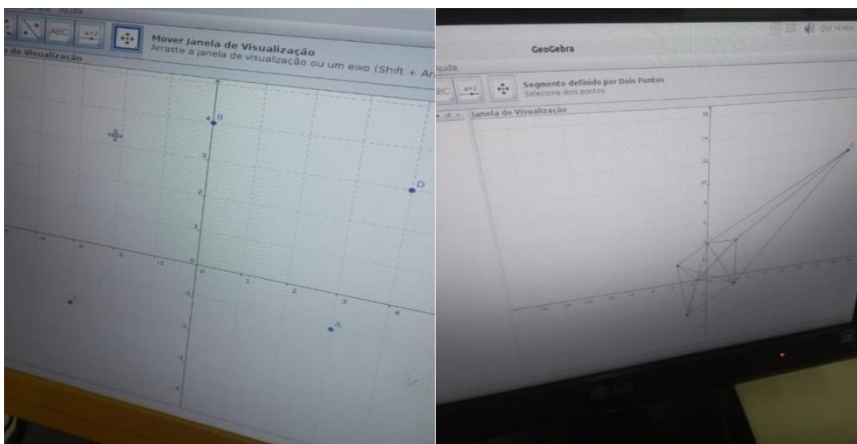
No quarto momento, o professor pesquisador começou a mediar a aula com o auxílio do livro didático e do caderno dos alunos na sala de informática da escola. É preciso lembrar que, neste estudo, as análises dos dados foram realizadas por meio de um diário de campo e arquivos digitais contendo algumas atividades realizadas pelos discentes. No Quadro 2 podem ser observadas algumas Tarefas que foram propostas para os alunos.

## Descrição das aulas

O professor discorreu sobre alguns conceitos já estudados: pontos; reta; que uma reta é formada por junção de vários pontos; segmento de reta; semirreta; que as retas podem ser paralelas/concorrentes; que as retas concorrentes podem ser perpendiculares e oblíquas; que as retas perpendiculares são formadas por quatro ângulos retos e que as retas oblíquas são formadas por dois ângulos agudos e dois ângulos obtuso. Comentou os tipos de ângulos e, por fim, chegou ao Plano Cartesiano, formado por duas retas concorrentes perpendiculares, porque, ali, podem ser observadas duas coordenadas, o eixo  $x$  (abscissa) e o eixo  $y$  (ordenada), que determinam um único plano, que, desse modo, é possível representar pontos ou objetos pelas coordenadas do ponto  $(x, y)$ .

Após a discussão desses conceitos, pediu-se que os alunos se deslocassem para o Laboratório de Informática. Como nessa turma havia poucos alunos, cada um deles ficou com um computador, que estava com a tela aberta no GeoGebra. Deixou-se que os alunos manipulassem o aplicativo para se habituarem às funções do *software*, primeiramente de forma aleatória. Os alunos ficaram muito empolgados e começaram a trocar informações e a mostrar suas criações (momento em que houve um trabalho colaborativo). Houve, porém, momentos em que o professor os direcionou a alguns comandos básicos e explicou como manipular algumas ferramentas do GeoGebra e suas funcionalidades. Então, um aluno comentou: “o aplicativo tem um plano cartesiano, então seria legal, mexer nele, porque não precisaria fazer os desenhos manualmente”.

Figura 1: Alunos localizando pontos e construindo segmentos de retas



Fonte: Elaborado pelos Autores

Depois desse comentário, percebeu-se que os alunos começaram a localizar pontos no Plano Cartesiano e a construir retas e figuras geométricas no aplicativo. O professor aproveitou que eles estavam empenhados e começou a explicar alguns conceitos de



Geometria Analítica. Primeiro explicou a ideia de ponto. Relatou que, para localizar o registro de um ponto no plano cartesiano, precisa-se de duas coordenadas e considerou o exemplo do ponto  $O(4, 3)$  criado pelos alunos. Comentou que o número 4 estava no eixo da abscissa (eixo  $x$ ) e o 3 no eixo da ordenada (eixo  $y$ ) e que, de forma genérica, o ponto pode ser representado como  $P(x, y)$ . Houve momentos em que foi realizada a sistematização dos conceitos envolvidos, outros em que os alunos foram instruídos a realizar de forma prática e analisar o que ocorria na janela de visualização e na janela de álgebra.

O professor pesquisador, ao verificar que os alunos estavam familiarizados com o aplicativo, pediu para eles realizarem algumas Tarefas. A primeira tarefa, aparentemente simples, consistia em localizar alguns pontos no plano cartesiano e identificar a qual quadrante os pontos pertenciam. O interessante nesse processo de investigação é que, quando alguns alunos localizavam um ponto no GeoGebra, essa localização dos pontos ocorreu usando a caixa de entrada do *software*. Primeiro, os alunos digitavam os pontos na caixa de entrada e, para tal, pediu-se que abrissem parênteses  $()$  e digitassem no centro o 3 e -1, criando o ponto  $A(3, -1)$ , localizando-o no quarto quadrante.

Quando construíram o ponto  $B(0, 4)$ , não conseguiram identificar em qual quadrante ficava esse ponto e, então, foram questionados pelo professor: O ponto não está em nenhum dos quadrantes? Nesse momento, os alunos começaram a debater procurando entender o porquê de não conseguirem visualizar. Um aluno digitou os pontos  $C(3, -2)$  e  $D(4, 3)$  e disse que esses pontos estavam, respectivamente, nos segundo e primeiro quadrantes e que o ponto  $B(0, 4)$  não aparecia nos quadrantes por causa do zero. Depois, foram levantados argumentos sobre o porquê dessa resposta.

A discussão entre eles continuou. Um aluno disse que o ponto estava localizado no eixo  $y$ , das ordenadas, e o professor perguntou se isso sempre iria acontecer. O discente respondeu que fizera alguns testes: digitou os pontos,  $E(0,2)$  e  $F(2, 0)$  e concluiu que os pontos estavam em cima dos eixos. O ponto  $E$  estava sobre o eixo das ordenadas e o ponto  $F$ , no da abscissa.

Esse momento, em que foi possível ver o potencial da tecnologia digital (*software* GeoGebra), permitiu que os alunos compartilhassem suas dúvidas e, por meio do trabalho colaborativo, conseguissem identificar e resolver a tarefa proposta. Após construídos os

pontos, foi pedido que construíssem segmentos de retas a partir de dois pontos e que, se fossem feitos dois a dois, poderiam construir figuras quaisquer.

A segunda tarefa foi para desenhar um quadrilátero no GeoGebra (Figura 2). Os alunos começaram a digitar os pontos no *software*, localizaram na barra de botões a opção polígonos, ligaram os quatro pontos e criaram o quadrilátero sugerido. Apenas um aluno sentiu dificuldade em fazer essa atividade, e o professor o auxiliou procurando dirimir as possíveis dúvidas apresentadas. Esse discente confundia as coordenadas dos eixos envolvidos: o número que pertencia ao eixo  $x$ , ele colocava no eixo  $y$  e vice-versa. Deveria digitar o ponto  $A(3, 1)$ , no entanto, estava digitando o ponto  $A(1, 3)$ , trocando as coordenadas. Com o auxílio do *software* foi possível ajudá-lo.

Figura 2: Alunos Resolvendo a Tarefa do quadrilátero



Fonte: Elaborado pelos Autores

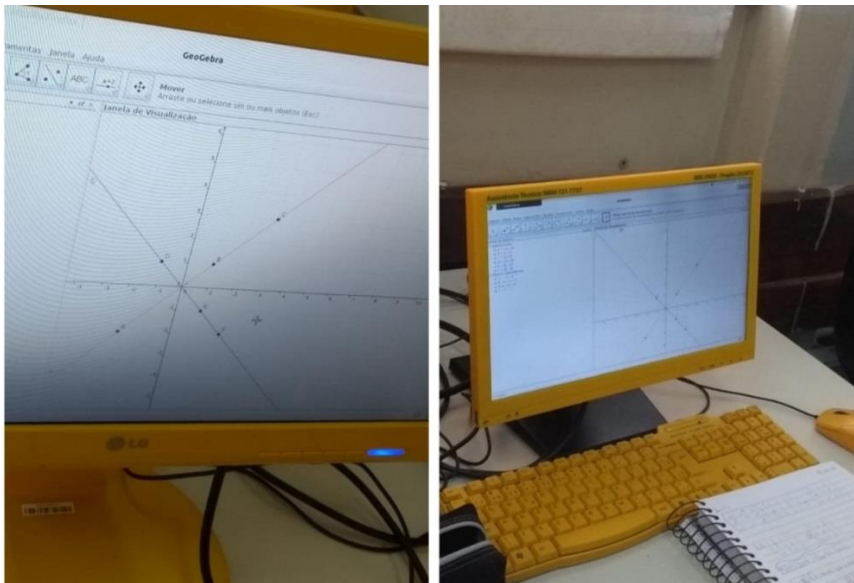
A tarefa pedia para achar a localização das coordenadas simétricas ao eixo da ordenada (eixo  $y$ ), construindo dois quadriláteros. A atividade foi considerada complexa/difícil pelos alunos, mas, com o auxílio do GeoGebra, houve aluno que conseguiu desenhar o quadrilátero simétrico ao eixo  $y$ . Cabe dizer que, nesse problema, a simetria utilizada foi a reflexiva, no entanto, para solucioná-la, os alunos começaram a discutir como resolver a tarefa proposta (mais um momento que envolveu o trabalho colaborativo). Eles observaram os pontos que estavam no primeiro e quarto quadrantes, colocaram um de cada vez no eixo  $y$ , desenhando, assim, o quadrilátero simétrico desejado, chegando à solução da tarefa.

Depois de solucionado o problema, o professor mostrou outra maneira de solucioná-lo. Pediu para os alunos acessarem a barra de botões, ir em reflexões em relação a uma reta e, em seguida, clicar no quadrilátero desenhado e no eixo  $y$  (reta da ordenada) criando

o mesmo quadrilátero simétrico por reflexão, em que o eixo  $y$  serve como um espelho que reflete a imagem da figura geométrica.

Também houve uma tarefa que envolveu pontos e duas retas bissetrizes no plano cartesiano: uma reta que passava pelo primeiro e terceiro quadrantes e outra reta que passava no segundo e quarto quadrantes. Com relação à primeira pergunta (3a), que pede para escrever as coordenadas dos pontos, os alunos conseguiram indicar os valores das coordenadas de cada ponto sugerido. No entanto, durante a solução da tarefa, ficaram perguntando e questionando sobre as duas equações que apareciam na janela de álgebra. Como as retas  $r$  e  $s$  são bissetrizes do primeiro e terceiro quadrantes, segundo e quarto quadrantes, respectivamente, os discentes verificaram que, na janela de álgebra do GeoGebra, aparecia a reta  $r$ :  $(C, A)$  com a equação  $-x + y = 0$ , e a reta  $s$ :  $(D, F)$ , com a equação  $x + y = 0$ .

Figura 3: Alunos realizando a tarefa sobre pontos e as retas bissetrizes



Fonte: Elaborado pelos Autores

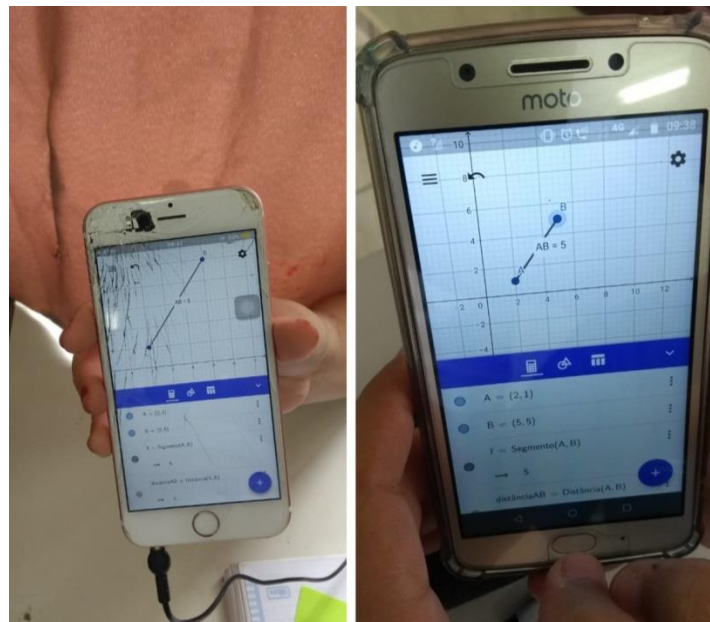
Foi pedido que investigassem as relações presentes entre as representações algébricas e geométricas, analisando os coeficientes e as posições relativas ao eixo das abscissas, além do comportamento da reta, mas tudo isso foi possível graças à mediação do professor, que auxiliou os alunos no processo. Nesse momento, em consequência do que foi observado, os alunos conseguiram verificar que as equações das retas podiam ser reduzidas na forma:  $s: y = x$  e  $r: y = -x$  e resolveram a segunda pergunta, achando os valores de  $P(7, 7)$  e  $Q(-9, 9)$ . Mesmo conseguindo resolver as atividades propostas e realizar algumas observações sobre equações da reta, o professor deixou claro para os

educandos que esses conceitos seriam estudados de maneira mais aprofundada em aulas futuras.

Nesse período, a equipe pedagógica precisou usar o laboratório de informática para realizar uma avaliação usando o computador. Como já fora decidido ser possível utilizar o celular como recurso didático para encaminhamento da aula, já que a proposta inicial era conciliar o GeoGebra em aulas usando o computador e o *smartphone*, os alunos tinham sido instruídos a instalar o aplicativo no celular, para dar continuidade à proposta na sala de aula habitual.

No entanto, ao perguntar-lhes se haviam instalado o aplicativo no celular, o professor pesquisador constatou que apenas 2 dos alunos o fizera. Alguns relataram estar sem acesso à Internet, outros que não conseguiram porque a memória do celular estava cheia, e houve os que esqueceram. Tais limitações, não expressadas por Prensky (2001), mas por Cibotto e Oliveira (2012), são situações comuns no contexto nacional em que os jovens que possuem acesso a uma tecnologia e as utilizam em diversas situações do cotidiano, não conseguem ou não têm interesse em utilizá-la no interior da sala de aula.

Figura 4: Distância entre dois pontos com o dispositivo móvel



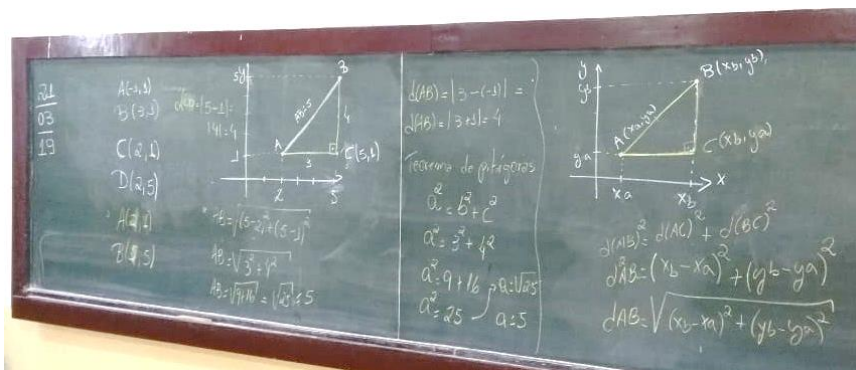
Fonte: Elaborado pelos Autores

Por isso, foi pedido que fizessem dois grupos: um grupo com 5 alunos e outro grupo com 6 alunos, nos quais pelo menos um deles estava com o *software* instalado no celular. Dessa forma, foi possível dar continuidade à aula com a discussão sobre distância entre dois pontos.

Foi interessante trabalhar distância entre dois pontos no plano cartesiano com o recurso tecnológico digital, mas percebeu-se que o GeoGebra fornece diretamente os cálculos aritméticos e algébricos. O valor da distância entre os pontos  $AB = 5$  aparece na tela do aplicativo e na janela de álgebra, o mesmo que fora observado na pesquisa de Tenório e companheiros de estudo (TENÓRIO; SOUZA; TENÓRIO, 2015). Logo, comentou-se que seria possível determinar essa distância (Figura 4).

A partir disso, professor e alunos começaram a debater o tema distância entre dois pontos. Consequentemente, pôde-se investigar e conjecturar sobre como o GeoGebra consegue indicar a distância entre dois pontos localizados no plano cartesiano. Dessa forma foi possível resgatar (teorema de Pitágoras) e construir alguns algoritmos (fórmula da distância entre dois pontos).

Figura 5: Explicação do professor de como determinar a distância entre dois pontos



Fonte: Elaborado pelos Autores

Nesse caso, verificou-se a variedade de recursos que podem ser usados nas aulas mediadas com os recursos tecnológicos. Além dos computadores do laboratório de informática, utilizou-se dos celulares dos discentes e do quadro de giz. Tudo isso ocorreu graças à mediação e à indagação do professor, que conseguiu fazer com que os alunos ficassem cada vez mais curiosos. Conjecturaram e levantaram hipóteses sobre o tema trabalhado, compreendendo as possibilidades para determinar a distância entre dois pontos por meio de um trabalho colaborativo com auxílio da tecnologia digital.

Entretanto, os responsáveis pela investigação não demonstraram as fórmulas da distância entre os dois pontos, que foram apresentadas durante o decorrer das aulas e no calor da discussão. Também, foi relacionado o tópico estudado com outros conhecimentos matemáticos para, dessa forma, justificar as respostas apresentadas pelo aplicativo, assim como determinar a distância. Quando o segmento for paralelo ao eixo da abscissa (eixo  $x$ ), tem-se que a distância entre os pontos é  $d(AB) = |x_b - x_a|$ ; quando for paralelo ao eixo da



ordenada (*eixo y*), obtém-se a equação  $d(AB) = |y_b - y_a|$  e, quando não for paralelo a nenhum dos eixos, por meio do teorema de Pitágoras, pode-se obter  $d(A, B) = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$ , o que se observa na Figura 5.

A partir disso, os alunos conseguiram resolver alguns problemas envolvendo distância e, também, começaram a realizar as atividades com aplicativo. Alguns estudantes ainda realizavam os cálculos em folha de papel, mas sempre recorriam ao aplicativo para verificar se os resultados obtidos estavam corretos. Cabe salientar que foram considerados todos os processos de conhecimento dos alunos, suas ações sobre os objetos de conhecimentos apresentados.

### **Considerações Finais**

Tendo em vista o caderno de expectativa de aprendizagem da disciplina de matemática do estado do Paraná, o qual expõe que o ensino de Geometria Analítica, objeto de estudo deste projeto, refere-se ao desenvolvimento de habilidades e competências para compreender conceitos e propriedades sobre pontos no plano e de cálculo da medida da distância entre dois pontos no plano cartesiano, realizou-se um estudo numa turma do terceiro ano do Ensino Médio. Para tal, optou-se por planejar aulas utilizando o GeoGebra com a intenção de investigar se esse recurso didático favoreceria a aprendizagem dos envolvidos e uma maior participação durante a aula.

Os resultados obtidos, a partir da realização da tarefa proposta nesta pesquisa em ensino, revelam que a ferramenta didática é promissora para os processos de ensino e de aprendizagem, pois permitiu que os alunos organizassem suas ideias, repensassem as possibilidades de resolução e verificassem o realizado, conjecturando e analisando as configurações projetadas por eles. Há indícios de que eles conseguiram observar seus erros, além de identificar na janela de álgebra possíveis equívocos em relação a coordenadas que envolvem pontos, e um exemplo é o momento em que os alunos colocaram pontos no plano cartesiano.

Outro aspecto que ficou evidente foi a manifestação dos alunos quanto à mudança de percepção sobre a importância da matemática com a utilização do recurso tecnológico. Pode-se pontuar que esses efeitos, ocasionados pela mediação do conteúdo por um recurso tecnológico, em meio à ação planejada e conduzida pelo professor, contribuíram para os processos de ensino e de aprendizagem dos estudantes, pois constatou-se que eles conseguiram observar e relacionar as formas geométricas com os modelos



matemáticos, enriquecendo a percepção algébrica que acompanhava as figuras na janela de álgebra.

No caso deste trabalho, o GeoGebra favoreceu a compreensão dos conteúdos. Verificou-se, também, que, mesmo usado nos computadores, individualmente, os alunos auxiliavam os amigos que estavam com dificuldade.

Houve, porém, alguns imprevistos no meio do caminho. Como a escola precisava aplicar uma prova para os jovens e adultos da comunidade usando os computadores, a direção e a coordenação queriam preservá-los, por isso não autorizaram a presença de nenhuma turma (alunos e professor) no Laboratório de Informática durante duas semanas. Isso oportunizou o uso do GeoGebra nos dispositivos móveis dos alunos.

Os resultados foram considerados promissores para o ensino de Geometria. Constatou-se que o GeoGebra favoreceu a observação dos conteúdos abordados, melhorando a relação e o diálogo entre os alunos e seus companheiros de turma, alunos e professor e aluno e tecnologia digital. Com a utilização desse recurso didático, os alunos ficaram motivados e, a partir disso, conseguiram interagir com o conteúdo, com a tecnologia digital, com os demais indivíduos envolvidos (alunos e professor), fato que instiga a dar continuidade ao projeto em outras aulas no sentido de contribuir para o ensino.

## Referências

AMARAL, Marcos Prado; FRANGO, Ismar. Um levantamento sobre pesquisas com o uso do software GeoGebra no ensino de funções matemáticas. **Revista Eletrônica de Matemática**, Florianópolis, v. 9, n. 1, p. 90-107, ago. 2014.

AVELINO, Wagner Feitosa; MENDES, Jéssica Guimarães. A realidade da educação brasileira a partir da COVID-19. **Boletim de Conjuntura (BOCA)**, Boa Vista, v. 2, n. 5, p. 56-62, mai. 2020.

BARROQUEIRO, Carlos Henriques; AMARAL, Luiz Henrique. O uso das tecnologias da informação e da comunicação no processo de ensino aprendizagem dos alunos nativos digitais nas aulas de física e matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 2, n. 2, p. 123-143, jul./dez. 2011.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SCUCUGLIA, Ricardo; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática: sala de aula e internet em movimento**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

BORTOLOSSI, Humberto José. O uso do software gratuito GeoGebra no ensino e na aprendizagem de estatística e probabilidade. **Vidya**, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 429-440, jul./dez. 2016.

BRUM, Aline de Lima; PEREIRA, Eliane Corrêa. Implicações da investigação matemática no espaço educacional com a inserção das tecnologias digitais. **Revista Eletrônica de Matemática**, Florianópolis, v. 13, n. 2, p. 132-148, dez. 2018.

CIBOTTO, Rosefran Adriano Gonçalves; OLIVEIRA, Rosa Maria Anunciato. TIC: considerações sobre suas influências nas distintas gerações e na escola contemporânea. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 7, 2012, Campo Mourão. **Anais do 7º EPTC: Ética na Pesquisa científica**. Campo Mourão: FECILCAM/NUPEM, 2012, p. 1-15.

COELHO, Patrícia Margarida Farias. Os nativos digitais e as novas competências tecnológicas. **Texto Livre: Linguagem e Tecnologia**, Belo Horizonte, v. 5, n. 2, p. 88-95, 2012.

CRUZ JUNIOR, Gilson. Entre os filhos e órfãos da cibercultura: revisitando a noção de nativos digitais. **Revista Observatório**, Palmas, v. 4, n. 1, p. 837-858, jan./mar. 2018.

DOMINGUES, Mateus Augusto Ferreira Garcia; STURION, Leonardo; CARVALHO, Ana Amélia. Investigando função composta com o software GeoGebra. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 10, n. 3, p. 132-147, jun. 2019.

LE MOS, Silvana. Nativos digitais x aprendizagens: um desafio para a escola. **B. Téc. Senac: a R. Educ. Prof.**, Rio de Janeiro, v. 35, n.3, set./dez. 2009.

LOTEIRO, Janilson. Geogebra no curso de Engenharia Civil. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, São Paulo, v. 2, n. 2, p.102-122, fev. 2014.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MAIA, Joaildo; PEREIRA, Marcelo Gomes. O *software* GeoGebra: uma estratégia de aprendizagem aplicada no estudo de funções trigonométricas. **Ciência e Natura**, Santa Maria, v. 37, ed. especial PROFMAT, p. 401-410, nov. 2014.

MALTEMPI; Marcus Vinicius; JAVARONI, Sueli Liberatti; BORBA, Marcelo de Carvalho. Calculadoras, computadores e Internet em Educação Matemática - dezoito anos de pesquisa. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, p. 43-72, dez. 2011.

MOLINARI, José Robyson Aggio; RETSLAFF, Franciéle Maria de Souza; SANTOS, Lidiane Aparecida dos. Investigando o ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo**, São Paulo, v. 7, n. 3, p. 3, dez. 2018.

PARFLEY, John; GASSER, Urs. **Nascido na era digital: entendendo a primeira geração de nativos digitais**. Porto Alegre: Artmed, 2011.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Matemática. Curitiba, 2008.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Programa de aceleração de estudos orientações pedagógicas**. Curitiba, 2015.

PRENSKY, Marc. Digital natives, digital immigrants. **On The Horizon**, v. 9, n. 6, p. 1-6, out. 2001.

QUINTANILHA, Luiz Fernando. Inovação pedagógica universitária mediada pelo Facebook e Youtube: uma experiência de ensino-aprendizagem direcionado à geração-Z. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 00, n. 65, p. 249-263, jul./set. 2017.

SAMÁ, Suzi; MOURA, Gabriela Machado; DOS SANTOS, Fernanda Oliveira. Ensino de estatística e os nativos digitais: uma proposta para formação inicial de professores. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, Aracaju, v. 9, n. 2, p. 48-62, abr. 2019.

SILVA, Lucas Teixeira da; SILVA, Karina Nunes da; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. A utilização de dispositivos móveis na educação matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 23, n. 57, p. 59-76, mai. 2018.

SILVA, Josney Freitas; SCHIMIGUEL, Juliano. Uso das tecnologias de informação e comunicação como contribuição à educação estatística no ensino superior. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 64-74, mar. 2015.

TENÓRIO, André; SOUZA, Sandra Mara Rocha; TENÓRIO, Thaís. O uso do software educativo GeoGebra no estudo de Geometria Analítica. **Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo (IGISP)**, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 103-121, set. 2015.

VERAS, Marcelo. **Inovação e métodos de ensino para nativos**. São Paulo: Atlas, 2011.