

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

CAMILA HELOIZA DA SILVA

**DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES PEDAGÓGICAS NO CONTEXTO DA
MATEMÁTICA FINANCEIRA PAUTADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E
IMPLEMENTAÇÃO NO \$AE-MAFIN**

PATO BRANCO

2023

CAMILA HELOIZA DA SILVA

**DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES PEDAGÓGICAS NO CONTEXTO DA
MATEMÁTICA FINANCEIRA PAUTADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E
IMPLEMENTAÇÃO NO \$AE-MAFIN**

**DEVELOPMENT OF PEDAGOGICAL ACTIVITIES IN THE CONTEXT OF FINANCIAL
MATHEMATICS BASED ON PROBLEM SOLVING AND IMPLEMENTATION IN \$AE-
MAFIN**

Dissertação apresentada como requisito parcial à
obtenção do título de Mestre em Engenharia de
Produção e Sistemas, do Programa de Pós-
Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas
da Universidade Tecnológica Federal do Paraná,
Campus Pato Branco.
Orientador: Prof. Dr. José Donizetti de Lima
Coorientadora: Dra. Janecler Aparecida Amorin
Colombo

PATO BRANCO

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Esta licença permite apenas que outros façam download dos trabalhos licenciados e os compartilhem desde que atribuam crédito ao autor, mas sem que possam alterá-los de nenhuma forma ou utilizá-los para fins comerciais. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



CAMILA HELOIZA DA SILVA

**DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES PEDAGÓGICAS NO CONTEXTO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA
PAUTADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E IMPLEMENTAÇÃO NO \$AE-MAFIN**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Engenharia De Produção E Sistemas da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Gestão Dos Sistemas Produtivos.

Data de aprovação: 30 de Agosto de 2023

Dr. Jose Donizetti De Lima, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Everton Luiz Vieira, Doutorado - Centro Universitário Internacional Uninter

Dr. Marcio Bennemann, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Sandro Cesar Bortoluzzi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 01/09/2023.

*“DEDICO ESTE TRABALHO AO MEU PAI
ZACARIAS GONÇALVES DA SILVA (IN MEMORIAM),
QUE ME ENSINOU COMO SE REERGUER
DIANTE DAS ADVERSIDADES DA VIDA”.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pelo dom da vida, por me permitir chegar até aqui.

Agradeço à toda minha grande e amada família por sempre estar presente para comemorar as vitórias e apoiar quando as coisas não saíram como o desejado.

Em especial ao meu amado filho, Conrado Cristo. Razão de todos os meus esforços.

Aos meus pais, Zacarias Gonçalves da Silva (*In Memoriam*) e Maria Helena da Silva, por acreditarem em mim, apoiarem e não medirem esforços para que eu atingisse meus objetivos.

Aos meus queridos irmãos, Katia, Damiana e Cícero. Que foram uma verdadeira rede de apoio, cuidando do meu filho, tornando possível essa etapa. Amo vocês!

Agradeço também ao Jean, amigo e namorado, por me dar confiança, consolo e força, sempre que necessário. Por toda a parceria, tornando a jornada muito mais leve.

Agradeço as amigas que o mestrado me trouxe: Eloisa, Jaqueline e Simone, que caminharam comigo e tornaram toda a trajetória mais fácil. Obrigada pela atenção e carinho que entre uma conversa e outra, ajudaram-me a evoluir.

Ao meu orientador, professor Dr. José Donizetti de Lima, pela paciência ao me guiar durante todo o trajeto, por me ensinar, não só sobre a carreira acadêmica, mas também sobre a vida, tornando-se um exemplo de profissional. Obrigada também por tornar o app WhatsApp uma fonte inesgotável de partilha de conhecimentos, experiências, dicas e motivação, essa que é disponível a qualquer momento, 24 h por dia, 7 dias da semana.

À minha coorientadora, professora Dra. Janecler Aparecida Amorin Colombo, pelos ensinamentos, apoio e incentivo que me direcionam desde a graduação. Obrigada, você é um exemplo e referência.

Ao Pedro Trentin, responsável pela implementação das atividades pedagógicas no \$AE-MAFIN.

Agradeço aos professores da banca examinadora pela disponibilidade e pelas valiosas sugestões.

À secretária do programa, Adriani Michelin, pelas orientações e cordialidade em todos os momentos que busquei auxílio.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas (PPGEPS) pela oportunidade de cursar o mestrado e por dispor de estrutura e professores qualificados para ministrar as disciplinas.

Por fim, agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por tornar possível a realização desta dissertação.

*“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas
pensar o
que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo
mundo vê”.
Arthur Schopenhauer*

RESUMO

O comportamento financeiro e as habilidades financeiras são os principais responsáveis pelo surgimento de dívidas. Nesse contexto, a atenção ao estudo e ensino de Matemática Financeira (MF) em seus diferentes aspectos se tornou mais presente. Com o avanço tecnológico, um dos setores de serviços mais favorecidos foi o da educação. Isso representa efeitos positivos no processo ensino-aprendizagem, uma vez que a inserção de ferramentas digitais, facilita o entendimento do conceito teórico e sua aplicação em situações cotidianas. Isto posto, o objetivo desta pesquisa é desenvolver e implementar atividades pedagógicas, pautadas na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas (MEAA-RP) na ferramenta *web* de acesso livre denominado \$AE-MAFIN (Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira) (TRENTIN *et al.*, 2022), para que seja suporte tecnológico no auxílio a estudantes do ensino médio e professores na compreensão de conceitos fundamentais e aplicações de situações do cotidiano associados no processo de ensino-aprendizagem de MF. Para embasar o desenvolvimento das atividades foram buscadas, na literatura, estratégias de ensino e documentos oficiais que norteiam e dão base para o ensino desse conhecimento. O instrumento utilizado foi uma revisão bibliográfica sobre os processos de ensino-aprendizagem para a MF e uma revisão sistemática de literatura sobre os *softwares* educacionais para suporte ao ensino de MF. Os resultados da revisão bibliográfica indicam que diferentes metodologias de ensino facilitam o ensino de MF, e entre as mais citadas estão as que incluem as tecnologias aliadas a atividades investigativas e resolução de problemas. Os principais resultados da revisão sistemática de literatura indicam que existem poucos *softwares* exclusivos para o ensino de MF, ou que contemplem todos os recursos necessários. A partir destes resultados e da análise dos documentos oficiais que regulamentam a educação brasileira, foi desenvolvido um roteiro para orientar o trabalho docente denominado: Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas para a Matemática Financeira (MEAA-RP-MF). Dessa forma, as atividades pedagógicas, foram implementadas no \$AE-MAFIN, e servem como uma possibilidade para professores e alunos acessarem os conteúdos pretendidos de MF.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Ensino-aprendizagem, Recursos Educacionais Abertos (REA) \$AE-MAFIN.

ABSTRACT

Financial behavior and financial skills are primarily responsible for the emergence of debt. In this context, attention to the study and teaching of Financial Mathematics (MF) in its different aspects became more present. With technological advances, one of the most favored service sectors was education. This represents positive effects in the teaching-learning process since the insertion of digital tools facilitates the understanding of the theoretical concept and its application in everyday situations. That said, the objective of this research is to develop and implement pedagogical activities, based on the teaching-learning-assessment methodology through problem solving (MEAA-RP) in the open access web tool called \$AE-MAFIN (Teaching Support System of Financial Mathematics) (TRENTIN et al., 2022), so that it is technological support in helping high school students and teachers to understand fundamental concepts and applications of everyday situations associated with the teaching-learning process of MF. To support the development of activities, teaching strategies and official documents that guide and provide a basis for teaching this knowledge were sought in the literature. The instrument used was a literature review on the teaching-learning processes for MF and a systematic literature review on educational software to support the teaching of MF. The results of the bibliographic review indicate that different teaching methodologies facilitate the teaching of MF, and among the most cited are those that include technologies combined with investigative activities and problem solving. The main results of the systematic literature review indicate that there are few exclusive software for teaching MF, or that include all the necessary resources. Based on these results and the analysis of official documents that regulate Brazilian education, a script was developed to guide teaching work called: Teaching-Learning-Assessment Methodology through Problem Solving for Financial Mathematics (MEAA-RP-MF). In this way, the pedagogical activities were implemented in \$AE-MAFIN, and serve as a possibility for teachers and students to access the intended MF contents.

Keywords: Financial Mathematics, Teaching and Learning, Educational Software \$AE-MAFIN.

LISTA DE QUADROS

Quadro 124

Quadro 225

Quadro 326

Quadro 428

Quadro 528

Quadro 629

Quadro 732

Quadro 837

Quadro 946

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Fluxograma de Pesquisa	21
Figura 2- Fluxo de Caixa	23
Figura 3: Habilidade BNCC para o Ensino Fundamental	45
Figura 4: Habilidade BNCC para o Ensino Médio	46
Figura 5. Tela inicial da Ferramenta Computacional \$AE-MAFIN	50
Figura 6. MEAA-RP-MF	51
Figura 7. Aplicação da MEAA-RP-MF	54
Figura 8. Linha de tempo valor à vista	56
Figura 9. Compra modalidade Juros Simples.....	57
Figura 10. P1 Juros Compostos	59
Figura 11. P2 Juros Compostos	60
Figura 12. Situação problema em sala de aula	60
Figura 13. P3-Valor Futuro	61
Figura 14. PG2- Taxa de Juros Real	62
Figura 15. P1 Conversão de taxa 1	65
Figura 16. P1 Conversão de taxa 2	65
Figura 17. P1 Valor Futuro- Empréstimo Pessoal	66
Figura 18. P1 Valor Futuro Cheque Especial	66
Figura 19. P2 Conversão de taxas de juros	67
Figura 20. Diagrama do Fluxo de Caixa Loja A.....	68
Figura 21. PG3 Série de Pagamentos Loja B.....	69
Figura 22. Diagrama do Fluxo de Caixa Loja B.....	70
Figura 23. PG3 Série de Pagamentos Loja B.....	70
Figura 24. Diagrama do Fluxo de Caixa i)	71
Figura 25. Série de Pagamentos: 4 X R\$ 25,00	72
Figura 26. Diagrama do Fluxo de Caixa ii)	73
Figura 27. Série de Pagamentos: 5 X R\$ 20,00	73
Figura 28. Diagrama do Fluxo de Caixa iii)	73
Figura 29. Série de Pagamentos: 10 X R\$ 10,00	74
Figura 30. Comparativo das Taxas de Juros.....	74
Figura 31: Diagrama do fluxo de caixa P1	76
Figura 32. P1 Série de Pagamentos	76
Figura 33: Diagrama do fluxo de caixa – Opções de Compra.....	77
Figura 34. P1 Série de Pagamentos a)	78
Figura 35. PG4 Conversão de taxas equivalentes	80
Figura 36. PG4 Sistema de Amortização -SAC.....	81
Figura 37. P1 PRICE – Consignado de 24 meses	83
Figura 38. P1 PRICE – Consignado de 12 meses	83
Figura 39. P2 Sistema de Amortização PRICE	84
Figura 40. Interface Resolução de Problemas	85
Figura 41. Bloco I	86
Figura 42. Implementação - Etapa I do PG1A.....	87
Figura 43. Implementação - Etapa I do PG1B.....	87
Figura 44. Implementação - Etapa I do PG1C.....	88
Figura 45. Implementação – Etapa II PG1	89

Figura 46. Implementação – Etapa III PG1	89
Figura 47. Implementação – Etapa IV PG1	90
Figura 48. Implementação – Bloco V do PG1	90
Figura 49. Implementação – P1 do PG1	91
Figura 50. Implementação – P2 do PG1	91
Figura 51. Implementação – P3 do pg1	92
Figura 52. Implementação – Etapa I do PG2	93
Figura 53. Implementação – Etapa II do PG2	93
Figura 54. Implementação – Etapa III do PG2	94
Figura 55. Implementação – Etapa IV do PG2	94
Figura 56. Implementação – P1 do PG2	95
Figura 57. Implementação – P2 do PG2	95
Figura 58. Implementação – Etapa I do PG3	96
Figura 59. Implementação – Etapa IV do PG3	97
Figura 60. Implementação – Problemas Complementares do PG3	97
Figura 61. Implementação – Bloco IV	98
Figura 62. Implementação – Etapa I do PG4	98
Figura 63. Implementação – Etapa IV do PG4A.....	99
Figura 64. Implementação – Etapa IV do PG4B.....	99
Figura 65. Implementação – P1 do PG4	100
Figura 66. Implementação – P2 do PG4	100

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Total de artigos para análise de conteúdo.....	31
Tabela 2. Percentual da presença dos Processos de Ensino	33
Tabela 3. Total inicial de artigos para revisão da literatura.	36
Tabela 4. Procedimento de filtragem de artigos.	36
Tabela 5. Total de artigos para análise de conteúdo.....	37
Tabela 6. Taxas de Juros em fevereiro de 2023	64
Tabela 7. Taxa anual aquisição de veículos	66
Tabela 8. Taxas - Aquisição de veículos	67

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

\$AE-MAFIN	Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
C	Capital
EE	Engenharia Econômica
EF	Educação Financeira
EM	Ensino Médio
ENEF	Estratégia Nacional de Educação Financeira
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
J	Juros
M	Montante
MEAA-RP	Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação Através da RP
MEAA-RP-MF	Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação Através da RP para Matemática Financeira
MF	Matemática Financeira
N	Horizonte de planejamento
OP	Operação Financeira
PG	Problema Gerador
PI	Projeto de Investimento
POF	Pesquisa de Orçamentos Familiares
PRICE	Sistema de Amortização Price ou Sistema Price ou Sistema Francês
ROI	Retorno sobre Investimento
ROIA	Retorno Adicional sobre Investimento
RP	Resolução de Problema
RSL	Revisão Sistemática da Literatura
SAA	Sistema de Amortização Americano
SAF	Sistema de Amortização Francês
SE	Software Educacional
SPC	Sistema de Prestação Constante
TIR	Taxa Interna de Retorno
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
VP	Valor Presente
VPL	Valor Presente Líquido

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1 Contextualização	13
1.2 Objetivos	15
1.2.1 Objetivo principal	15
1.2.2 Objetivos específicos	16
1.3 Justificativa e Contribuições	16
1.4 Classificação Metodológica	19
1.5 Estrutura	20
2. REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1 Matemática Financeira	22
2.1.1 Fluxo de Caixa	23
2.1.2 Juros e Taxa de Juros	24
2.1.3 Regimes de Capitalização	24
2.1.3.1 Regime de Capitalização Simples	25
2.1.3.2 Regime de Capitalização Composta	26
2.1.4 Séries Uniformes de Prestações Periódicas	26
2.1.4.1 Séries Uniformes de Prestações Periódicas Postecipadas	27
2.1.4.2 Séries Uniformes de Prestações Periódicas Antecipadas	27
2.1.5 Sistemas de Amortização	27
2.1.5.1 Sistema de Amortização Constante	27
2.1.5.2 Sistema de Prestação Constante	28
2.1.5.3 Sistema de Amortização Americano	29
2.2 Processo ensino-aprendizagem de MF	29
2.3 Utilização de tecnologias no ensino de MF	34
2.4 Metodologia de Resolução de Problemas (RP)	41
2.5 A Matemática Financeira nos Documentos Oficiais da Educação Brasileira	44
2.5.1 Matemática Financeira na BNCC	44
2.6 Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira - \$AE-MAFIN	48
3. METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM ATRAVÉS DA RP PARA MATEMÁTICA FINANCEIRA (MEAA-RP-MF)	51
4. PROPOSTA DE ROTEIRO PARA IMPLEMENTAÇÃO	55
4.1 Bloco I: Conceito de Juros Simples, Compostos e Contínuos	55
4.1.1 Etapa I da MEAA-RP-MF do PG1	55
4.1.2 Etapa II da MEAA-RP-MF do PG1	58
4.1.3 Etapa III da MEAA-RP-MF do PG1	58
4.1.4 Etapa IV da MEAA-RP-MF do PG1	58
4.1.5 Etapa V da MEAA-RP-MF do PG1	59
4.1.5.1 Problemas Complementares	59
4.2 Bloco II: Taxa de Juros	61
4.2.1 Etapa I da MEAA-RP-MF do PG2	61
5. RESULTADOS DA IMPLEMENTAÇÃO	85
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	102
REFERÊNCIAS	105
APÊNDICE A. PROCESSOS DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MF	111
APÊNDICE B. PRINCIPAIS INFORMAÇÕES E DADOS DOS ARTIGOS	116

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo estão descritos os ensejos e a contextualização para o tema, uma breve justificativa educacional e tecnológica para Engenharia de Produção, em que se busca caracterizar a pertinência desta pesquisa na área de Práticas Pedagógicas e Avaliação do Processo de Ensino-Aprendizagem em Engenharia de Produção. Por fim, são descritos os objetivos traçados e apresentada a proposta para a dissertação bem como os resultados esperados.

1.1 Contextualização

O avanço tecnológico e sua rápida implementação têm influenciado positivamente o setor industrial e diversos setores produtivos e de serviços. Um dos setores de serviços mais favorecidos foi o da educação (MIRANDA *et al.*, 2021). A junção educação e tecnologia tem-se mostrado benéfica ao processo de ensino-aprendizagem, pois a aprendizagem mediada por ferramentas educacionais se torna lúdica, facilitando o entendimento do conteúdo teórico a partir da prática, otimizando tempo, e envolvendo os alunos, diminuindo assim a passividade (BRITO JUNIOR *et al.*, 2020; MELO, 2022).

Há anos, diversas estratégias motivadas por tecnologias têm sido desenvolvidas a fim de aprimorar os processos de ensino-aprendizagem e aumentar o índice de aprovação e conclusão de cursos. No ensino superior, programas de computador foram utilizados para responder a perguntas de forma a atrair os alunos, ou ferramentas educacionais que ensinam, testam e aprimoram as habilidades de comunicação dos alunos, trabalhando de forma individual ou em grupos de forma eficaz (AKKOYUN, 2017; JURGINA *et al.*, 2021).

A educação em Engenharia atua na perspectiva de uma formação que possibilite ao estudante o protagonismo de seu processo de busca e construção de conhecimento (SILVA, 2023). Entretanto, o conhecimento não é algo que se aproprie facilmente. A participação ativa e a construção do conhecimento são frutos da maneira como as atividades de aprendizagem são experienciadas, de encontro estão as tecnologias como possibilidades para colocar em prática.

A autora, Silva (2023) apresenta possibilidades de metodologias a serem usadas na Engenharia, as quais incluem diferentes formas de condução das

atividades, tomando uma análise profunda na dinâmica da sala de aula tida como tradicional. Dentre as metodologias apresentadas, todas, em geral, trazem como princípios a utilização das tecnologias digitais, o compartilhamento de informações, as atividades em grupos e o comprometimento do estudante.

Moreno (2021), assume, amparado em diversos autores, que estudos sobre as dificuldades de alunos em algumas disciplinas da Engenharia, estão relacionadas à matemática básica, pelo fato de não a ter bem desenvolvida no ensino fundamental e médio. De forma que, situações como essas podem ser consideradas como efeito “bola de neve”, acompanhando e prejudicando a vida acadêmica desses estudantes.

Na área de Engenharia Econômica (EE), os estudantes apresentam dificuldades em entender conceitos básicos de Matemática Financeira (MF), como atribuir diferentes valores a uma mesma quantidade de dinheiro devido aos momentos que efetivamente acontecem. Essas são situações que estão indicadas como erro frequente desses alunos. Para esses problemas, as soluções que podem facilitar o processo de ensino-aprendizagem em EE podem ser classificados como: ferramenta *web*, vídeo-aulas, apresentações multimídia, livros eletrônicos entre outras tecnologias (ZHU *et al.*, 2015; ZAWACKI-RICHTER *et al.*, 2019; NOCK, 2020).

Ao delimitar a busca no campo de matemática, a literatura destaca diversos estudos a respeito do uso de tecnologias na aprendizagem e no ensino de matemática. A maioria dos autores concorda que o uso de tecnologias em aulas de matemática proporciona momentos valiosos para acessar e compreender diferentes representações de conceitos (STEKETEE, 2010; BANSILAL, 2015; CULLEN *et al.*, 2020).

Nesta pesquisa, a área matemática em pauta é a Matemática Financeira (MF), considerando a sua importância ao desenvolver habilidades matemáticas e dar suporte à Educação Financeira Escolar que conforme Silva e Poweell (2013), é responsável por constituir um conjunto de informações as quais os estudantes são inseridos no universo do dinheiro e estimulados a produzir uma compreensão sobre finanças e economia, por meio de um processo de ensino, que os permita analisar, fazer julgamentos fundamentados, tomar decisões e ter posições críticas sobre questões financeiras que envolvam sua vida.

Assim, levando em conta o uso da tecnologia com foco no ensino de MF a qual de forma generalizada, é vista como a responsável pelo estudo de conteúdos

de natureza mais técnica, usados para fazer cálculos relacionados ao uso do dinheiro (MORAES *et al.*, 2020), e que sua junção ao uso das tecnologias apropriadas, desempenham papéis significativos no processo de ensino (OLIVEIRA; BEZERRA, 2023).

Foi desenvolvido um levantamento sobre os principais *softwares* educacionais específicos para o ensino de MF e que possam auxiliar no processo de ensino-aprendizagem desta disciplina. Constatando na maioria dos estudos, alternativas com o uso de tecnologias com *softwares* livres de outras áreas da matemática e o uso de planilhas eletrônicas elaboradas no *software* MS-Excel® (SILVA *et al.*, 2021).

À vista disso, pesquisadores da UTFPR *Campus* Pato Branco desenvolveram uma ferramenta computacional de acesso livre denominada \$AE-MAFIN (Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira). Onde a finalidade principal desse aplicativo web é constituir-se como um suporte tecnológico para o processo de ensino e aprendizagem de MF (TRENTIN *et al.*, 2022).

Entretanto, a ferramenta web \$AE-MAFIN não possui recursos didáticos desenvolvidos para auxiliar o processo ensino-aprendizagem. Assim, visando auxiliar professores e estudantes neste momento em que o progresso tecnológico está em contínua evolução levanta-se a seguinte questão de pesquisa: Como contribuir com o processo de ensino-aprendizagem da MF com apoio de recursos tecnológicos? Para isso, propõe-se a implementação de atividades pedagógicas na ferramenta web \$AE-MAFIN. Com a finalidade de alocar recursos que possam ser manipulados por estudantes e professores, visando melhorar a qualidade de educação com o desenvolvimento de tecnologias que atendam demandas social, especialmente nas áreas de educação.

1.2 Objetivos

A partir da questão investigativa, apresentam-se os objetivos da pesquisa.

1.2.1 Objetivo principal

Desenvolver e implementar atividades pedagógicas no contexto da Matemática Financeira pautadas na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas no \$AE-MAFIN.

1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos desta pesquisa são:

- Propor um roteiro de utilização da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da RP;
- Elaborar atividades pedagógicas de MF pautadas na metodologia da RP; e
- Implementar as atividades pedagógicas na ferramenta web \$AE-MAFIN.

1.3 Justificativa e Contribuições

A presente pesquisa torna-se importante devido à necessidade de se compreender o papel do uso de *software* educacional (SE) para apoiar o processo de ensino-aprendizagem em MF. Além do fato de que, à medida que não se encontrou material bibliográfico específico sobre o assunto, foi se percebendo a necessidade maior desse trabalho ser realizado. Ademais, como a pesquisa articula a ideia da resolução de problemas ao ensino-aprendizagem da MF com apoio da tecnologia, compreende-se que ela pode apresentar contribuições teórico-práticas na medida em que apresenta propostas que podem ser utilizadas e melhoradas por estudantes, professores e demais usuários do \$AE-MAFIN.

Considerando os dados de 2017 a 2018, registrados no Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), por meio da Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) e da Pesquisa Nacional de Endividamento e Inadimplência do Consumidor (Peic Nacional), destacam-se: (i) mais de 50% das famílias apresentam atraso em ao menos uma conta do domicílio; e (ii) o nível de endividamento médio das famílias brasileiras em 2021 foi o maior em 11 anos (PEIC, 2021) . Esses dados confirmam um cenário crítico na administração do orçamento familiar na maioria das famílias brasileiras.

Associado a isso, o uso do dinheiro tem ganhado considerável repercussão social, de acordo com Tolotti (2007), quando o indivíduo é capaz de contrair uma dívida para possuir algo desejado, o endividamento pode ocorrer em dois aspectos: o racional e a interferência afetiva. Dessa forma, o uso do dinheiro pode ser compreendido em questões do exercício dos “direitos e deveres” de uma cidadania

econômica na qual se justifica tal importância devido ao impacto na tomada de decisões de consumo em diversas áreas, saúde, bem-estar e na qualidade de vida do indivíduo (MARTINES; PORTEIRA, 2018; SILVA *et al.*, 2020).

Cada vez mais o comportamento financeiro e as habilidades financeiras são consideradas responsáveis pelas principais causas do surgimento de dívidas, não só entre os adultos, mas também entre os jovens (AMAGIR *et al.*, 2018). Neste sentido, a educação financeira pode ajudar a prevenir problemas futuros de endividamento ou inadimplência em um empréstimo, principalmente se for iniciada mais cedo, nas famílias e nos primeiros anos escolares (SUN *et al.*, 2020).

Percebe-se a necessidade em aprofundar o conhecimento sobre o uso de tópicos de MF para discussões sobre educação financeira no meio educacional. Assim, esse tema vêm sendo estudado nos últimos anos, em busca de contribuições de profissionais de diferentes áreas de estudo (HOFMANN, 2020).

No Brasil, a educação financeira ganhou espaço, a partir do Decreto n. 7.397, de 22 de dezembro de 2010, o qual instituiu a Estratégia Nacional de Educação Financeira (ENEF), com intuito de promover a educação financeira e previdenciária, além de contribuir para o fortalecimento da cidadania, a eficiência e a segurança do sistema financeiro nacional para a tomada de decisões conscientes por parte dos consumidores. Além disso, a educação financeira é um dos temas apontados para compor a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), uma indicação de caráter normativo com propósito de ajustar o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens que fazem parte da modalidade de Educação Básica (BRASIL, 2018).

Diante desse cenário, pode-se dizer que o ponto primordial para uma educação financeira (EF) é o conhecimento, o qual perpassa por dois aspectos essenciais: o conteúdo em si e o ambiente educacional. Quanto ao primeiro aspecto “conteúdo”, tem-se um conjunto de temas denominado MF, o qual estuda o comportamento do dinheiro ao longo de uma escala temporal. A respeito do segundo aspecto, pode-se considerá-lo responsável por atuar como um dos principais agentes de propagação do conteúdo, uma vez que é no ambiente educacional que acontece a disseminação deste conteúdo (TRENTIN *et al.*, 2022).

Entende-se a importância dos conteúdos de MF serem abordados no ambiente educacional e de como a falta de conhecimento em educação financeira acarretam problemas, ao longo da vida do indivíduo. No trabalho, prejudicando produtividade de empresas, instabilidade e rotatividade de profissionais. Na

segurança e saúde pública, com aumento de roubos e de pessoas adoecidas mentalmente pela má relação com sua vida financeira (REZENDE; ADRIANO ALVES, 2022).

Dados apresentados pelo INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) mostram aumento do número de ingressantes e o baixo nível de proficiência em Matemática dos estudantes brasileiros (BRASIL, 2021). No ensino superior e principalmente nas engenharias, estudos indicam a preocupação de como alunos estão ingressando e como estão lidando com o ensino de algumas disciplinas, e consecutivamente com a Matemática Financeira (MORENO, 2021).

Com este estudo, acredita-se que alguns desses sintomas apresentados por alunos do ensino superior possam ser evitados, pois o trabalho atinge a educação básica com alunos do Ensino Médio (EM), dando assim, um suporte ao desenvolvimento dos conceitos de MF, antes de ingressar ao ensino superior.

Tendo em vista o contexto apresentado, o presente trabalho visa auxiliar para que o Brasil atinja algumas das metas estabelecidas na Agenda de 2030, contribuindo para uma educação de qualidade, a qual busca formação cidadã que a longo prazo, pode contribuir para diminuição da pobreza, consumo, produção responsável e redução das desigualdades e no crescimento econômico.

Este estudo é relevante pois pode auxiliar no desenvolvimento de uma educação tecnológica com excelência em MF para o nível de EM em prol da sociedade. Ainda, este estudo é importante e significativo porque desenvolve uma contribuição teórica sobre o desenvolvimento e implementação de uma ferramenta tecnológica para apoiar o processo de ensino-aprendizagem em MF. A implementação que ocorre na ferramenta *web* que já está desenvolvida, dará suporte aos professores, com o direcionamento das atividades por meio de um roteiro utilizando a metodologia de ensino denominada Resolução de Problemas (RP), aliado ao uso do \$AE-MAFIN.

Desta forma, todos os assuntos abordados neste trabalho, podem subsidiar planejamento das atividades de aprendizagem por meio de tarefas interativas, reforçando conteúdos, ou que ilustre melhor os conteúdos trabalhados pelo professor e para auxiliar na avaliação do conhecimento, podendo ser realizado por indicação do professor ou pelo próprio estudante.

Nesta direção, atenta-se para a importância da tecnologia e como ela pode ser um aliado importante para o bom planejamento de aula e para a aproximação da linguagem digital dos estudantes da atualidade, pois juntos a tecnologia e o bom

planejamento de aula, podem alcançar uma qualidade melhor de ensino, promovendo o sucesso no ensino-aprendizagem (GONÇALVES; LIMA, 2020).

Dentro da temática das novas tecnologias presentes nos âmbitos educacionais, o recorte de pesquisa parte da elaboração de atividades e implementação do \$AE-MAFIN, experienciado por professores e estudantes da UTFPR – *Campus* Pato Branco, em que se pretende viabilizar mecanismos e recursos que refinem, e possam trazer contribuições relevantes para a inserção do conhecimento dos educandos no conceito de MF.

1.4 Classificação Metodológica

A pesquisa pode ser caracterizada quanto à natureza, aos métodos (ou abordagens metodológicas), quanto aos objetivos e quanto aos procedimentos (NASCIMENTO, 2016).

Quanto à natureza, essa pesquisa classifica-se como uma pesquisa aplicada de caráter exploratória, a qual objetiva proporcionar maior familiaridade com o problema, para torná-lo mais explícito (CAUCHICK MIGUEL *et al.*, 2021). O estudo busca gerar conhecimento para aplicação imediata no processo de ensino-aprendizagem de MF.

Considerando a forma de abordagem do problema, essa pesquisa se enquadra como qualitativa. A abordagem qualitativa procura entender um determinado problema de pesquisa, a partir da perspectiva de uma população envolvida (CAUCHICK MIGUEL *et al.*, 2021).

No que diz respeito aos procedimentos e coleta de dados, trata-se de uma pesquisa bibliográfica de estrutura teórico-conceitual, exploratória e descritiva pois identificou, classificou e revisou por meio de: (i) pesquisa bibliográfica a respeito da MF e dos principais processos de ensino para ensino de MF, e sobre as exigências, (competências e habilidades) de MF a serem alcançadas, as quais estão presentes nos documentos oficiais que regem a educação brasileira; e (ii) pesquisa de Revisão Sistemática da Literatura (RSL), acerca dos principais *Softwares* para o ensino de MF. Além disso, a partir destes estudos teórico-conceituais irá desenvolver as tarefas que serão implementadas no \$AE-MAFIN.

A pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base no que já consta acerca do assunto na literatura (GIL, 2008). Neste estudo, a implementação de atividades

pedagógicas acontece após a análise de artigos, dissertações, teses e documentos oficiais que normatizam a educação brasileira.

1.5 Estrutura

Para melhor exposição e compreensão do tema, este trabalho estrutura-se em seis capítulos. Neste primeiro capítulo é apresentado brevemente o tema, expondo a problemática que norteia a pesquisa, a questão de pesquisa, os objetivos que direcionam este trabalho, a justificativa que embasa a relevância do assunto e a síntese estrutural da redação.

O capítulo 2 trata da Fundamentação Teórica e Revisão Sistemática da Literatura. A fundamentação teórica da pesquisa é abordada a partir da caracterização entre MF presente na literatura e em documentos oficiais. Neste capítulo são descritas duas revisões de literatura. A primeira revisão bibliográfica, refere-se acerca dos processos de ensino-aprendizagem para ensino de MF e acompanha as considerações sobre o ensino de MF baseada na BNCC, documento normatizador da Educação básica de Ensino no Brasil. A segunda, uma Revisão Sistemática da Literatura de acordo com os protocolos estruturados por Pagani *et al.* (2015; 2017), a respeito dos *softwares* utilizados como apoio ao processo de ensino-aprendizagem de MF.

Esse procedimento é importante para examinar o que já foi produzido pelos pesquisadores da área e apontar possíveis lacunas de pesquisa. Dessa forma, perceber que as tecnologias e a RP fazem parte dos processos de ensino e que o uso de SE para dar apoio ao processo de ensino-aprendizagem tem representação positiva. Ainda neste capítulo é descrito o estudo sobre a MF, com olhar para educação básica por meio do documento oficial que normatiza o ensino que é a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), para categorizar possibilidades a serem trabalhados conteúdos de MF no EM. Por fim, é apresenta-se a metodologia de Resolução de Problemas (RP), e a ferramenta web \$AE-MAFIN.

No capítulo 3 consta a metodologia da pesquisa. Nesse capítulo, são descritas as etapas do processo adotado para o desenvolvimento das atividades pedagógicas, as quais serão implementadas no \$AE-MAFIN. O capítulo quatro refere-se ao momento da aplicação, ou seja, dedicado a proposta da metodologia de RP para o ensino de MF com apoio do \$AE-MAFIN. No capítulo 5 são apresentados os

resultados e discussões da implementação das atividades pedagógicas no \$AE-MAFIN. Por fim, no capítulo 6 são abordadas as conclusões sobre a pesquisa desenvolvida.

Para facilitar a visualização e compreensão de como esta pesquisa foi estruturada, o Fluxograma de Pesquisa (Figura 1), apresenta detalhadamente essas informações:

Figura 1- Fluxograma de Pesquisa



Fonte: Autoria própria (2023)

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Para viabilizar a exposição da proposta de trabalho e demonstrar de que forma a adoção de metodologias ativas e tecnologias favorecem o ensino-aprendizagem, é necessário abordar alguns conceitos fundamentais e seu arcabouço teórico. Assim, neste capítulo, são descritos os conceitos de Matemática Financeira (MF) e sua relação com a educação financeira para apoiar o ensino de MF. Ainda neste capítulo, são apresentadas duas revisões de literatura, as quais, concentram-se no levantamento de estudos referente aos processos de ensino e *softwares* para o ensino de MF. A divisão dessa fase é dada por duas subetapas: Revisão Bibliográfica sobre os Processos de Ensino-aprendizagem em MF; e Revisão Sistemática da Literatura sobre o uso de SE para ensino de MF. Por fim, é apresentado o \$AE-MAFIN.

2.1 Matemática Financeira

A matemática financeira (MF) é uma estrutura de conhecimento que analisa a mudança de valor do dinheiro com o decurso de tempo. Para esse propósito, produz modelos que possibilitam avaliar e comparar o valor do dinheiro em diferentes instantes de tempo (PUCCINI, 2017). Pesquisas relativas ao ensino de MF apontam a sua relevância para a vida das pessoas e para a sociedade (QUEIROZ, 2016; CUNHA, 2017; QUEIROZ *et al.*, 2019; VASCONCELLOS; FANALI, 2021; NEMOS *et al.*, 2021; REZENDE, 2022; TRENTIN *et al.*, 2022).

Dessa forma, a MF é utilizada para analisar as melhores formas de tomada de decisões em investimentos, como também, em empréstimos, financiamentos entre outras transações comerciais que fazem parte da vida das pessoas (SILVA, 2021).

A MF busca quantificar as transações que ocorrem no mundo financeiro, considerando a variável tempo e o valor do dinheiro no tempo. Dentre as variáveis envolvidas no processo de quantificação financeira, pode-se elencar a taxa de juros, o capital e o tempo (GRANDO; SCHNEIDER, 2010; ASSAF NETO, 2022). Assim, é possível afirmar que um certo valor hoje, não poderá ser o mesmo em outro tempo, devido as variáveis capital, tempo e taxa de juros.

Os principais objetivos da MF são: (i) a realização de cálculos em fluxos de caixa (FC), com a aplicação de taxas de juros corrigida, considerando o valor do

dinheiro no tempo; (ii) a obtenção da taxa interna de juros que está implícita nos FC; e (iii) a análise e a comparação de diversas possibilidades de FC.(PUCCINI, 2017).

Segundo Santos *et al.* (2021), a MF desenvolveu-se com o sistema econômico, conhecido por Economia de Mercado. Consequentemente, tornou-se necessário dominá-la, levando em conta as implicações do trabalho assalariado, diante das operações de compra e venda, ou pelos investimentos de capital.

Contudo, foi após a década de 50, motivado pelo surto inflacionário e suas consequências nos rendimentos das aplicações, que foi adotado exponenciais no cálculo de operações financeiras. Antes disso, era utilizado apenas o cálculo linear (REZENDE; ALVES, 2022).

Considerando a importância da apropriação dos significados dos conceitos da MF, nos próximos itens, estão expostos a definição dos principais termos.

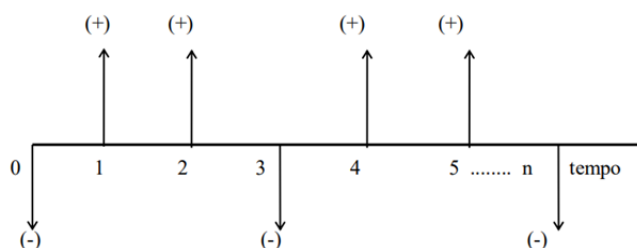
2.1.1 Fluxo de Caixa

A concepção da MF é baseada por uma circulação de valores, no qual em seu conjunto, é denominado FC e tem a seguinte caracterização: (i) as receitas, que ao longo do tempo existem entradas de dinheiro; (ii) desembolsos, que são as saídas de dinheiro nos caixas das empresas; e (iii) nas finanças das pessoas (TEIXEIRA, 2015).

O principal objetivo do FC é dar conotação visual a situação que se está analisando, fornecendo informações para a tomada de decisões por meio de uma análise futura dos recursos financeiros. Por convenção, sua representação gráfica são setas para cima, que representam entradas; e setas para baixo, as quais representam saídas de recursos financeiros (NETO, 2022).

O diagrama apresentado na Figura 2, representa um FC.

Figura 2- Fluxo de Caixa



Fonte: Autoria própria (2023)

Na qual: (+) são as receitas, ou seja, as entradas de dinheiro; (-) são os desembolsos, isto é, as saídas de dinheiro.

Assim, o FC é considerado uma ferramenta importante, pois ajuda a fundamentar a tomada de decisões e acompanhar toda a movimentação de valores, auxiliando no controle da parte financeira.

2.1.2 Juros e Taxa de Juros

De acordo com Assaf Neto (2022), as taxas de juros são usadas de maneira a remunerar, seja devido ao risco envolvido na operação financeira pela valorização de compra do capital motivada pela inflação, ou por um capital emprestado/aplicado por determinado tempo.

Puccini (2017) apresenta juros de duas formas, a saber: (i) dinheiro que foi pago pelo uso de um empréstimo, ou seja, custo do capital de terceiros colocados à disposição do recebedor; e (ii) pagamento de remuneração pelas instituições financeiras sobre o capital nelas aplicado. Tendo em vista essa modalidade de “crédito” que os juros foram apresentados, pode-se afirmar que sua existência é baseada em dois lados, os que demandam por crédito, e os que se propõem a emprestar. O quadro a seguir (Quadro 1) apresenta os modelos matemáticos para Taxa de Juros:

Quadro 1: Modelos matemáticos para Taxa de Juros

Taxa de Juros (i)	Modelos Matemáticos
Taxa Efetiva x Taxa Nominal	$Taxa\ efetiva = \frac{Taxa\ Nominal}{Número\ de\ períodos\ de\ capitalização\ contidos\ na\ taxa\ nominal}$
Taxa Efetiva x Taxa Nominal	$i_{efetiva} = (1 + \frac{i_{nominal}}{m})^m - 1$
Taxas Equivalentes	$i_{procurada} = (1 + i_{conhecida})^{\frac{n_{procurado}}{n_{conhecida}}} - 1$
<i>Na qual: $i_{efetiva}$: taxa de juros efetiva; $i_{nominal}$: taxa de juros nominal; m e n: número total de períodos (anos, meses ...)</i>	

Fonte: Adaptado de (LIMA, 2023)

2.1.3 Regimes de Capitalização

Se concentra no estudo do crescimento do capital em função dos juros que são acrescidos a ele ao longo do tempo. Dessa forma, a MF é incorporada por meio do regime de capitalização (SAMANEZ, 2010; REZENDE, 2022). O quadro a seguir (Quadro 2) apresenta os modelos matemáticos dos três regimes de capitalização:

Quadro 2: Modelos Matemáticos dos Regimes de Capitalização

Regimes/Sistemas/Tipos de Capitalização	Modelos matemáticos
Juros Simples	$VF = VP \cdot (1 + i \cdot n) \Rightarrow \begin{cases} VP = \frac{VF}{(1 + i \cdot n)} \\ i = \frac{\frac{VF}{VP} - 1}{n} \\ n = \frac{i}{\frac{VF}{VP} - 1} \end{cases}$
Juros Compostos	$VF = VP \cdot (1 + i)^n \Rightarrow \begin{cases} VP = \frac{VF}{(1 + i)^n} \\ i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VP}} - 1 \\ n = \frac{\ln\left(\frac{VF}{VP}\right)}{\ln(1 + i)} \end{cases}$
Juros Contínuos	$VF = VP \cdot (1 + i)^n \Rightarrow \begin{cases} VP = \frac{VF}{e^{i \cdot n}} \\ i = \ln\left(\sqrt[n]{\frac{VF}{VP}}\right) \\ n = \frac{\ln\left(\frac{VF}{VP}\right)}{i} \end{cases}$
<i>Na qual: VP: Valor Presente; VF: Valor futuro; i: taxa de juros por período; n: número total de períodos (anos, meses...), e ln: logaritmo neperiano/natural</i>	

Fonte: Adaptado de (TRENTIN et al., 2022)

2.1.3.1 Regime de Capitalização Simples

Os juros nessa modalidade, crescem ou se acumulam ao longo do tempo de forma linear. Sendo assim, neste critério, os juros incidem somente sobre o Capital Inicial (C_0) da Operação Financeira – OP (ASSAF NETO, 2022). Assim, não são registrados juros sobre o saldo dos juros acumulados. Sendo assim, pode-se afirmar ainda que Juros (J) é o valor da remuneração do capital (C) acordado entre o credor e o tomador em uma determinada OP.

Para isso, deve-se considerar que o Montante (M) é a soma do capital (C) e dos juros (J) que foi acordado na OP e que é devido ao seu final. Segundo Puccini (2017), essa relação é denominada equação básica da Matemática Financeira.

Assim, pode-se ressaltar o fato de a taxa de juros incidir sobre a própria base de cálculo, faz dos juros, constantes. Consequentemente, o crescimento do montante será linear, comportando-se como uma Progressão Aritmética (PA).

2.1.3.2 Regime de Capitalização Composta

Nesse regime de capitalização, além de ser incorporado os juros de cada período, são considerados os juros sobre os juros acumulados no período anterior. Sendo assim, seu comportamento é equivalente a uma Progressão Geométrica (PG) (PUCCINI, 2017). Dessa forma, os juros não são apurados apenas sobre o C_0 , mas incidem sobre o saldo apurado no início de cada período.

2.1.4 Séries Uniformes de Prestações Periódicas

Define-se série ou anuidade como uma sucessão de pagamentos ou recebimentos exigíveis em épocas predeterminadas, destinada a extinguir dívida ou construir um capital. O termo anuidade pode significar mensalidade, semestralidade ou outra periodicidade (CASAROTTO FILHO; KOPITKE, 2020). Série uniforme de pagamentos, é denominado uma série de pagamentos iguais, seja ela definida por entrada ou saídas, e que acontecem em datas distintas por intervalos de tempo constante (ASSAF NETO, 2022).

O quadro a seguir (Quadro 3) apresenta as fórmulas utilizadas para o tratamento de séries de pagamentos postecipadas (finitas ou perpétuas). Assim, os pagamentos ou recebimentos são realizados no fim de cada período (intervalo de tempo) a que se referir à taxa de juros considerada.

Quadro 3: Modelos Matemáticos para Séries de Pagamentos Postecipadas

Objetivo central: Calcular	Modelos Matemáticos
Valor Presente de Série de Pagamentos Uniforme	$VP = \frac{FC \cdot [(1+i)^n - 1]}{i \cdot (1+i)^n} \Rightarrow \begin{cases} FC = \frac{VP \cdot i \cdot (1+i)^n}{[(1+i)^n - 1]} \\ n = \frac{\ln \left[\frac{FC}{FC - VP \cdot i} \right]}{\ln [1+i]} \end{cases}$ <i>i → Processo numérico: Método de Newton-Raphson</i>
Valor Futuro de Série de Pagamentos Uniforme	$VF = \frac{FC \cdot [(1+i)^n - 1]}{i} \Rightarrow \begin{cases} FC = \frac{VF \cdot i}{[(1+i)^n - 1]} \\ n = \frac{\ln \left[1 + i \cdot \frac{VF}{FC} \right]}{\ln [1+i]} \end{cases}$ <i>i → Processo numérico: Método de Newton-Raphson</i>
Valor Presente de Série de Pagamentos Não-Uniforme	$VP = \sum_{j=1}^n \frac{FC_j}{(1+i)^j}$
Valor Futuro de Série de Pagamentos Não-Uniforme	$VF = \sum_{j=1}^n FC_j \cdot (1+i)^{n-j}$

Valor Presente de Série Perpetua Uniforme	$VP = \frac{FC}{i}$
Valor Presente de Série Perpetua Crescente	$VP = \frac{FC}{i - g}$
<i>Na qual: VP: Valor Presente; VF: Valor Futuro; FC: Fluxo de Caixa/Pagamento/Prestação. Parcela; i: taxa de juros por período; n: número total de períodos (anos, meses, ...); j: período (ano, mês, ...) g: taxa de crescimento</i>	

Fonte: Adaptado de (LIMA, 2023)

2.1.4.1 Séries Uniformes de Prestações Periódicas Postecipadas

Caracteriza-se pelo fato de que os fluxos de pagamentos ou recebimentos começam a ocorrer ao final de cada intervalo de tempo. No caso de não haver carência, a primeira prestação é paga ao final do primeiro período do prazo contratado, e as demais, vencem de acordo com os próximos intervalos sequenciais (TEIXEIRA, 2015; ASSAF NETO, 2022).

2.1.4.2 Séries Uniformes de Prestações Periódicas Antecipadas

Nessa modalidade, os pagamentos são feitos no início de cada intervalo de tempo, ou seja, o pagamento da primeira prestação acontece na data zero (TEIXEIRA, 2015; ASSAF NETO, 2022).

2.1.5 Sistemas de Amortização

Os sistemas de amortização regem, basicamente, para empréstimos ou financiamentos, da maneira pela qual o principal e os encargos financeiros são restituídos ao credor do capital (ASSAF NETO, 2022). Assim, acontecem os desembolsos periódicos do principal e encargos financeiros. A importância de citar os sistemas de amortização é devido a sua utilização em contratos de longo prazo, como financiamentos de carros e casas. Abaixo falaremos dos principais tipos de Sistemas de Amortização.

2.1.5.1 Sistema de Amortização Constante

O Sistema de Amortização Constante (SAC), tem nome sugestivo, pois como o próprio nome indica, a sua principal característica está na constância das amortizações, ou seja, serão sempre iguais. De acordo com Assaf Neto (2022), o valor da amortização é obtido por meio da divisão do capital emprestado pelo número de prestações. O quadro abaixo (Quadro 4) apresenta o Sistema de Amortização SAC:

Quadro 4: Modelagem Matemática para o Sistema SAC

Período (<i>p</i>)	Amortização (<i>AMT</i>)	Juros (<i>J</i>)	Prestação (<i>P</i>)	Saldo Devedor (<i>SD</i>)
0	-	-	-	$= SD_0$
1	$= SD_0/n$	$= SD_0 \cdot i$	$= AMT_1 + J_1$	$= SD_0 - AMT_1$
2	$= SD_0/n$	$= SD_1 \cdot i$	$= AMT_2 + J_2$	$= SD_1 - AMT_2$
3	$= SD_0/n$	$= SD_2 \cdot i$	$= AMT_3 + J_3$	$= SD_2 - AMT_3$
...	...	...	...	...
<i>j</i>	$= SD_0/n$	$= SD_{j-1} \cdot i$	$AMT_j + J_j$	$= SD_{j-1} - AMT_j$
...	...	...	...	...
<i>n</i> - 1	$= SD_0/n$	$= SD_{n-2} \cdot i$	$= AMT_{n-1} + J_{n-1}$	$= SD_{n-2} - AMT_{n-1}$
<i>n</i>	$= SD_0/n$	$= SD_{n-1} \cdot i$	$= AMT_n + J_n$	$= SD_{n-1} - AMT_n = 0$
Observação: $AMT_1 = \frac{SD_0}{n}$ e $J_1 = SD_0 \cdot i$				

Fonte: Adaptado de (LIMA, 2022)

2.1.5.2 Sistema de Prestação Constante

O Sistema de Amortização Francês (SAF), Prestação Constante (SPC) ou Sistema de Amortização Price (PRICE), tem como característica a parcela constante. Os juros decrescem e as amortizações crescem ao longo do tempo. A soma dessas variáveis permanece sempre igual ao valor da prestação. (CASAROTTO FILHO; KOPITKE, 2020; ASSAF NETO, 2022). O quadro abaixo (Quadro 5) apresenta o Sistema de Amortização PRICE:

Quadro 5: Modelagem Matemática para o Sistema PRICE

Período (<i>p</i>)	Prestação (<i>P</i>)	Juros (<i>J</i>)	Amortização (<i>AMT</i>)	Saldo Devedor (<i>SD</i>)
0	-	-	-	$= SD_0$
1	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_0 \cdot i$	$= P - J_1$	$= SD_0 - AMT_1$
2	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_1 \cdot i$	$= P + J_2$	$= SD_1 - AMT_2$
3	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_2 \cdot i$	$= P + J_3$	$= SD_2 - AMT_3$
...	...	...	...	...
<i>j</i>	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_{j-1} \cdot i$	$P + J_j$	$= SD_{j-1} - AMT_j$
...	...	...	...	...
<i>n</i> - 1	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_{n-2} \cdot i$	$= P + J_{n-1}$	$= SD_{n-2} - AMT_{n-1}$

n	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_{n-1} \cdot i$	$= P + J_n$	$= SD_{n-1} - AMT_n = 0$
<i>Observação:</i> $P = SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$				

Fonte: Adaptado de (LIMA, 2023)

2.1.5.3 Sistema de Amortização Americano

O Sistema de Amortização Americano (SAA) estabelece que a devolução do capital emprestado seja efetuada em um único pagamento, ao final do período contratado da operação. Entretanto os juros devem ser pagos periodicamente ou capitalizados e pagos junto ao valor principal (CASAROTTO FILHO; KOPITKE, 2020; ASSAF NETO, 2022). Dessa forma, esse tipo de sistema de amortização favorece aqueles que desejam pagar o valor principal por meio de uma única parcela. O quadro a seguir (Quadro 6) apresenta o Sistema de Amortização SAA:

Quadro 6: Modelagem Matemática para o Sistema SAA

Período (p)	Juros (J)	Prestação (P)	Amortização (AMT)	Saldo Devedor (SD)
0	-	-	-	$= SD_0$
1	$= SD_0 \cdot i$	$= J_1$	$= 0$	$= SD_0$
2	$= SD_0 \cdot i$	$= J_1$	$= 0$	$= SD_0$
3	$= SD_0 \cdot i$	$= J_1$	$= 0$	$= SD_0$
...	...	...	...	...
j	$= SD_0 \cdot i$	$= J_1$	$= 0$	$= SD_0$
...	...	...	...	...
$n - 1$	$= SD_0 \cdot i$	$= J_1$	$= 0$	$= SD_0$
n	$= SD_0 \cdot i$	$= J_1 + SD_0$	$= SD_0$	$= SD_0 - SD_0 = 0$

Fonte: Adaptado de (LIMA, 2022)

2.2 Processo Ensino-Aprendizagem de MF

O ensino da Matemática deve ser concebido como um processo em constante construção. Nesse contexto, o aluno é guiado a questionar, formular, testar e validar hipóteses, desenvolvendo modos de pensamento que o levem a agir de maneira crítica (DIAS; OLGIN, 2020).

Segundo Skovsmose (2015), um dos objetivos da educação está em preparar o estudante para o exercício de uma cidadania crítica. Assim, uma educação crítica

estaria baseada no envolvimento dos estudantes no processo educacional, sendo atribuído a eles e a seus professores uma competência crítica.

Outra questão colocada pelo autor se refere ao olhar crítico dos conteúdos, pois um dos obstáculos enfrentados pela educação emerge em virtude das poucas práticas de sala de aula que expõem a essência da Matemática, ou seja, as relações dos conteúdos dessa área relacionados a assuntos da cultura, economia, política, entre outros (SKOVSMOSE, 2015).

É nessa direção que a Educação Matemática Crítica pode fundamentar os conceitos de MF envolvendo o tema Educação Financeira (EF), devido ao fato de que a busca pelo conhecimento matemático está dentro do contexto social. Assim, a proximidade com a realidade pode desenvolver competências com base no conhecimento já existente, direcionando a diferentes processos de ensino-aprendizagem.

A fim de identificar resultados de pesquisas relevantes sobre os “Processos de ensino-aprendizagem para ensino de MF”, foi realizada uma revisão bibliográfica. Esse processo de revisão bibliográfica, possibilita um panorama geral para entender como acontece o ensino-aprendizagem de MF.

Dessa forma, esse procedimento foi importante para examinar o que já foi produzido pelos pesquisadores da área e apontar possíveis lacunas de pesquisa. A pesquisa na literatura, qualificou-se como teórico-conceitual, exploratória e descritiva pois identificou, classificou e revisou artigos publicados entre 2012 e 2022.

A partir do estabelecimento da intenção da pesquisa, puderam ser definidos os elementos da investigação: palavras-chave, base de dados, busca final. Os termos semelhantes combinados ("*teaching learning*" AND "*financial mathematic**") e ("*teaching-learning process*" AND "*financial mathematic**") foram escolhidos e as bases de dados selecionadas foram a *SciELO*, *Scopus* e *Web of Science*. A escolha das bases deve-se ao fato de que ambas contemplam a área de conhecimento do estudo. As buscas definitivas adotaram aos seguintes critérios aplicados em cada base de dados: i) Palavras-chave no campo *título*, *resumo*, *palavras-chave*; ii) Artigos de periódicos, e; iii) Periódico com ano ≥ 2012 .

Na seguinte etapa, foi estabelecido o portfólio inicial que após encontrado e armazenado no formato bibtex foi organizado pelo gerenciador de referência Mendeley®. Em seguida, foram realizados os seguintes procedimentos de filtragem: i) eliminação dos artigos duplicados por meio dos gerenciadores Mendeley® e

JabRef®; ii) Artigos não relacionados ao tema de estudo, sendo feito a leitura dos títulos e resumos. Esses dados estão apresentados a seguir (Tabela 1):

Tabela 1. Total de artigos para análise de conteúdo			
Palavras-chave	Base de dados		
	SciELO	Scopus	Web of Science
("teaching learning" AND "financial mathematic*")	4	11	9
("teaching-learning process" AND "financial mathematic*")	19	6	4
TOTAL			53
DUPLICADOS			15
TOTAL APÓS EXCLUSÃO			38

Fonte: Autoria própria (2023)

Após a filtragem considerando o escopo pesquisado e a relevância dos temas, foram selecionados 16 artigos. As obras selecionadas foram lidas e organizadas no Apêndice A, levando em conta o foco de estudo e o procedimento metodológico abordado.

A literatura indica que pesquisas têm explorado distintas possibilidades para o ensino de MF nos diferentes níveis de escolaridade, referindo-se, por exemplo, às atividades investigativas e resolução de problemas (KUHN, 2017; CUNHA; LAUDARES, 2017; FRANZONI, 2020; SALAS-RUEDA, 2021; HARTMANN, 2021; MARTÍNEZ *et al.*, 2021; REZENDE, 2022), a objetos de aprendizagem (BARZILAI; BLAU, 2014; SALAS-RUEDA *et al.*, 2020; SALAS-RUEDA, 2021a; SALAS-RUEDA; ZAMORANO, 2022) e também à modelagem matemática (QUEIROZ, 2016; SEKI *et al.*, 2019; REZENDE, 2022).

De forma geral, a relevância da MF e seu ensino é relacionada ao uso de conceitos dessa disciplina em práticas econômico-financeiras do dia a dia e de ambientes profissionais. Nesse sentido, autores concordam que MF pode contribuir para “formação de alunos críticos e capazes de reconhecer as relações comerciais existentes no cotidiano, pela necessidade de aprender a lidar com o dinheiro em suas diversas maneiras” (HARTMAN, 2021; NEMOS *et al.*, 2021).

Assim os artigos foram subdivididos em áreas comuns de processos de ensino: Atividades investigativas e Resolução de Problemas, Objetos de Aprendizagem e Modelagem Matemática. O quadro a seguir (Quadro 7) apresenta essa classificação:

Quadro 7. Possibilidades para o ensino de MF

Título	Atividades investigativas e resolução de problemas	Objetos de aprendizagem	Modelagem matemática
Scaffolding game-based learning: Impact on learning achievements, perceived learning, and game experiences	x	x	
Las nuevas metodologías docentes y su repercusión en los planes de estudio	x		x
Práticas Efetivas em Educação Matemática no contexto de um banco comunitário	x		x
Características da Matemática Financeira Expressa em Livros Didáticos: conexões entre a sala de aula e outras práticas que compõem a Matemática Financeira disciplinar			x
A matemática comercial e financeira nas escolas paroquiais luteranas do Rio Grande do Sul na primeira metade do século XX	x		x
Resolução de Problemas na Matemática Financeira para Tratamento de Questões da Educação Financeira no Ensino Médio	x		
O ensino de Matemática Financeira em atividades de modelagem matemática		x	x
Analysis of Facebook in the Teaching-Learning Process about Mathematics Through Data Science		x	
Impact of the web application for the educational process on the compound interest considering data science		x	
Tarefas Investigativas Relacionadas à Educação Financeira: possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução	x	x	
Diseño de una aplicación web para el proceso educativo sobre el Uso del logaritmo en el campo de las matemáticas financieras		x	
Use of flipped classroom in the marketing career during the educational process on financial mathematics		x	x
Educação Financeira no Ensino Médio: uma análise de atividades didáticas relacionadas a séries periódicas uniformes sob o ponto de vista da Educação Matemática Crítica	x		
Learning Mathematics of Financial Operations during the COVID-19 Era: An Assessment with Partial Least Squares Structural Equation Modeling	x	x	
A Matemática Financeira no Ensino Médio Brasileiro: perspectivas para formação de indivíduos críticos	x		x
Design of creative virtual spaces through the use of a web application during the educational process about bank savings		x	

Fonte: Autoria própria (2023)

No contexto educacional, o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática envolvem uma inter-relação entre a realidade e a matemática (SEKI *et al.*,

2019). Nesse sentido, o autor destacou o uso da modelagem matemática no ensino de MF pois fornece uma alternativa para integrar nas atividades escolares elementos da EF.

Segundo Seki *et al.* (2019) o uso de modelos matemáticos em situações econômico-financeiras, mediado pelo ensino de conceitos de MF, permite aos alunos uma possibilidade de interpretar aspectos envolvidos em transações financeiras, transformando as suas ações diante dessas situações, pois a tomada de decisão será feita baseada na compreensão de conceitos da MF.

Assim, da leitura desses artigos pode-se afirmar que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, são consideradas pelos autores uma alternativa de buscar esses aspectos relacionados a MF, pois permite uma visão, leitura, ou até mesmo uma interpretação de situações cotidianas com base na MF (QUEIROZ, 2016; SEKI *et al.*, 2019; REZENDE, 2022).

Referente às atividades investigativas e resolução de problemas, os autores apresentaram formas de levar os alunos a buscar soluções de problemas por meio da construção do seu próprio conhecimento. Nessa metodologia de ensino, uma das maneiras de conduzir as aulas, acontece por meio da utilização de ferramentas educacionais que abordem, de forma diferenciada os conteúdos de MF. Aqui podemos citar algumas dessas ferramentas citadas pelos autores, como: Jogos digitais, atividades online, Google Classroom, Youtube e Ferramentas web.

Em relação a objetos de aprendizagem, de acordo com Neto (2019), eles podem ser categorizados como todo e qualquer recurso utilizado para apoiar a aprendizagem do aluno, como: texto, vídeos, áudios, animações, etc. Nos trabalhos aqui estudados, que utilizaram esse recurso educacional, o uso planilhas e calculadoras eletrônicas foi predominante.

Considerando a pluralidade de ideias e perspectivas que são possibilitadas pelo uso das diferentes metodologias de ensino, em algumas obras pode-se verificar o seu uso simultâneo. A tabela 2 mostra a porcentagem de cada processo de ensino.

Tabela 2. Percentual da presença dos Processos de Ensino		
Processos de ensino	Nº de presença/total de artigos	Percentual (%)
Atividades Investigativas e Resolução de Problemas	9/16	56,26
Objetos de aprendizagem	9/16	56,26
Modelagem Matemática	7/16	43,75

Fonte: Autoria própria (2023)

Nota-se que dentre os Processos de Ensino categorizados, que houve uma congruência entre “Atividades Investigativas e Resolução de Problemas” e “Objetos de Aprendizagem”, totalizando 9 presenças em um total de 16 artigos, configurando um percentual de 56,26% nos dois processos, a “Modelagem Matemática” se configura com 43,77%. Esse resultado pode ser justificado devido a abrangência de meios que envolvem os Objetos de Aprendizagem e de como as Atividades Investigativas e Resolução de Problemas estão associados e podem ser incorporados simultaneamente em sala de aula.

Estes autores buscaram meios alternativos, como o uso de tecnologias, calculadoras eletrônicas, vídeos, ferramentas web, *softwares* e diversos recursos digitais para contribuir com o processo de compressão dos conceitos atribuídos à MF. Assim é possível afirmar que o uso de tecnologias no ensino de MF é um fator preponderante presente nos Processos de Ensino, fazendo parte dos Objetos de Aprendizagem. Entretanto, um recurso tecnológico utilizado sem a metodologia adequada, pode não apresentar bons resultados, sendo assim, as Atividades Investigativas e Resolução de problemas são as metodologias dominantes, ao menos neste cenário investigado.

Nessa perspectiva, os dados encontrados vão de encontro a Liburd; Jen (2021), que colocam como prioridade, enquanto educadores e desenvolvedores de currículo, o compromisso em ajudar os alunos a descobrirem suas habilidades por meio de um processo de descoberta interativa, incluindo de forma eficaz o uso das tecnologias no processo de aprender combinado a uma metodologia de ensino

Baseando-nos nesse resultado, e devido à presença significativa das tecnologias no ensino da MF como um apoio e facilitador desse ensino, a próxima seção apresenta um levantamento de *softwares* educacionais para o ensino de MF.

2.3 Utilização de Tecnologias no Ensino de MF

A seção anterior indicou a presença das Tecnologias no contexto de Objetos de Ensino como um dos principais processos de ensino de MF. De encontro, Barros *et al.* (2022), enfatizam que saber escolher o recurso tecnológico mais adequado para ser utilizado ou a metodologia mais apropriada para se trabalhar com determinada ferramenta, facilita o processo de ensino-aprendizagem, para alunos e professores.

Nesse contexto, considerando a relevância do uso de *softwares* no processo de ensino-aprendizagem e, também, considerando que o escopo desta pesquisa se dá na utilização de tecnologias no ensino da MF, o objetivo dessa seção é apresentar o resultado de um mapeamento sistemático dos estudos mais atuais relacionados a *softwares* educacionais (SE) que servem como apoio ao processo de ensino de MF.

O desenvolvimento da Revisão Sistemática de Literatura – RSL seguiu as nove etapas dos protocolos estruturados pelo *Methodi Ordinatio* (Pagani *et al.*, 2015; 2017), detalhados a seguir.

Nas etapas 1, 2 e 3 estabeleceu-se a intenção da pesquisa definindo as palavras-chave, base de dados bibliográficos e busca final. Os termos semelhantes combinados ("*software*" OR "*software education*") AND ("*mathematic*" OR "*financial mathematic*") foram definidos, e as bases de dados escolhidas foram *Science direct*, *Scopus* e *Web of Science*. As buscas definitivas adotaram aos seguintes critérios aplicados em cada base de dados: (i) palavras-chave no campo: título, resumo e palavras-chave; (ii) artigos de periódicos, e; (iii) periódico com ano ≥ 2015 .

Na seguinte etapa (4), foi estabelecido o portfólio inicial que após encontrado e armazenado no formato bibtex foi organizado pelo gerenciador de referência *Mendeley*®. Os resultados estão apresentados na Tabela 3

Na etapa 5, foi realizada a filtragem dos artigos a partir do portfólio inicial, seguindo os seguintes procedimentos de filtragem: (i) eliminação dos artigos duplicados por meio dos gerenciadores *Mendeley*® e *JabRef*®; e (ii) artigos não relacionados ao tema de estudo, como exemplo, o uso de *software* em outras áreas do conhecimento. Por fim, a leitura dos títulos e resumos.

Nas etapas 6 e 7, a filtragem consiste nos critérios de seleção, o qual é definido de acordo com a relevância dos indicadores, JCR e SJR que foram coletadas manualmente na lista do *Clarivate Analytics* de 2020 e site <https://www.scimagojr.com>, as citações obtidas no google acadêmico. Para tanto, o fator de impacto obtido e o número de citações foram organizados em uma planilha eletrônica. Esses dados juntamente com o ano de publicação são necessários para aplicação do índice *InOrdinatio*. A ordenação dos artigos por meio da equação *InOrdinatio*, visando encontrar o índice de ordenação é representado pela Equação 1:

$$InOrdinatio = \frac{FI}{1.000} + \alpha \left(10 - (A_{pesquisa} - A_{publicação}) \right) + C \quad (1)$$

No qual: FI : fator de impacto do periódico (CiteScore);

α : fator de ponderação que varia de 1 a 10, a ser atribuído pelo pesquisador, de acordo com a relevância do ano da pesquisa sobre a tema;

$A_{pesquisa}$: ano do desenvolvimento da pesquisa;

$A_{publicação}$: ano da publicação do artigo selecionado; e

C : número de citações do artigo.

A etapa 7 é denominada *InOrdinatio*, sendo essa fase capaz de estabelecer a ordenação dos artigos de acordo com a relevância científica. Nas etapas 8 e 9 foram feitas a localização, leitura sistemática dos artigos e análise bibliométrica e de conteúdo. A tabela 3 indica o total de artigos encontrados:

Tabela 3. Total inicial de artigos para revisão da literatura.

Palavras-chave	Base de dados		
	Science Direct	Scopus	Web of Science
((“software education” OR “software”) AND (“mathematic*” OR “financial mathematics”))	132 artigos	4 artigos	562 artigos

Fonte: Autoria própria (2023)

Nas primeiras tentativas para definição de palavras-chave utilizando apenas a proposta “*software education, financial mathematic**” pouquíssimos resultados foram obtidos, sendo necessário incluir a primeira combinação “*software OR software education*” e a segunda combinação “*mathematic* OR financial mathematic**”.

A base de dados *Web of Science* apresentou um total bruto de 562 artigos de periódicos, em seguida a *Science Direct*, com 132 artigos e a *Scopus* com apenas 4 artigos. A busca por artigos publicados em periódicos de língua portuguesa foi realizada na base *SciELO* a qual não retornou resultados. Com a eliminação de artigos duplicados e tipo de documento, formou-se um portfólio de 633 artigos (Tabela 4).

Tabela 4. Procedimento de filtragem de artigos.

Procedimento	Número de artigos	
Base de dados Science Direct	(+)	132
Base de dados Scopus	(+)	4
Base de dados Science	(+)	562
Bruto	(=)	698
Duplicados	(-)	62
Exclusão por tipo de documentos	(-)	3
Total de artigos após a filtragem	(=)	633

Fonte: Autoria própria (2023)

Os artigos duplicados foram encontrados em mais de uma base de dados, devido ao fato desse mesmo artigo estar indexado em mais de uma base de dados.

Após a eliminação de duplicatas, e de documentos que não se aplicam ao critério de busca “artigos”, o portfólio de 633 artigos foi submetido a análise bibliométrica.

Seguindo a análise de conteúdo, a limitação de números de artigos priorizou os trabalhos com maior proximidade com o foco da pesquisa e relevância científica. Considerando o total de 633 artigos, após a leitura de títulos e resumo, 33 foram selecionados para leitura na íntegra, seguindo o procedimento apresentando na Tabela 5.

Tabela 5. Total de artigos para análise de conteúdo

Procedimento	Frequência de artigos
Total de artigos	633
Total de artigos após leitura de títulos e resumo	33
Total de artigos selecionados para análise de conteúdo (maiores valores de <i>InOrdinatio</i>)	22

Fonte: Autoria própria (2023)

Foi atribuído ao fator de ponderação α o valor máximo, devido ao crescente número de publicações por ano e da contemporaneidade do tema. Após a filtragem considerando o escopo pesquisado e a relevância dos temas, os artigos com maiores valores *InOrdinatio* estão apresentados no Apêndice B. Os artigos com valores *InOrdinatio* ≥ 100 estão apresentados resumidamente no Quadro 8:

Quadro 8: Principais estudos sobre SE no ensino de MF

Autor	Título do artigo	Valor <i>InOrdinatio</i>	Foco de estudo	Procedimento Metodológico
Nunes, P.S., Nascimento, M.M., Catarino, P. and Martins, P.	Factors that Influence the Use of Educational Software in Mathematics Teaching	165	Fatores fundamentais que influenciam o conhecimento e a utilização SE Kahoot, Scratch, Modellus no ensino de matemática e MF	Estudo de caso com professores.
Zengin, Y.	Investigating the Use of the Khan Academy and Mathematics Software with a Flipped Classroom Approach in Mathematics Teaching	155	Determinar o efeito da abordagem em sala de aula invertida projetada usando o SE Khan Academy para ensino de MF.	Estudo de caso com alunos.
Lopes, A.P. and Soares, F.	Perception and performance in a flipped Financial Mathematics classroom	147	Análise do projeto MatActiva inserido no Software Moodle para apoio às aulas de matemática financeira	Estudo de caso com professores e alunos.

Juandi, D., Kusumah, Y.S., Tamur, M., Perbowo, K.S. and Wijaya, T.T.	A meta-analysis of GeoGebra software decade of assisted mathematics learning: what to learn and where to go?	102	Examinar o efeito do uso do software GeoGebra nas habilidades matemáticas dos alunos em atividade de MF.	Revisão de Literatura.
Hossein-Mohand, H., Trujillo-Torres, J.-M., Gomez-Garcia, M., Hossein-Mohand, H. and Campos-Soto, A.	Analysis of the Use and Integration of the Flipped Learning Model, Project-Based Learning, and Gamification Methodologies by Secondary School Mathematics Teachers	101	Análise dos modelos de aprendizagem: invertida, baseado em projetos e gamificação para ensino de MF.	Estudo de caso com professores.
Moreno, L.A.H., Solórzano, J.G.L., Morales, M.T.T., Villegas, O.O.V. and Sánchez, V.G.C.	Effects of using mobile augmented reality for simple interest computation in a financial mathematics course	100	Apresentar e avaliar os efeitos do protótipo denominado "computação de interesse simples com realidade aumentada móvel" (SICMAR) .	Estudo de caso com alunos.
Liburd, K.K.D. and Jen, H.-Y.	Investigating the Effectiveness of Using a Technological Approach on Students' Achievement in Mathematics-Case Study of a High School in a Caribbean Country	100	Análise da eficácia do uso de uma abordagem tecnológica no desempenho dos alunos em matemática.	Estudo de caso com alunos

Fonte: Autoria própria (2023)

Considerando a intenção de busca por SE que auxiliem o processo de ensino-aprendizagem em MF, poucos estudos apresentaram aplicabilidade nessa área específica, a grande parte (62,5%) abordou a matemática em geral.

NUNES *et al.* (2020) apresentou alguns SE como possibilidade de apoio ao ensino de matemática financeira. Dentre eles:

- Kahoot: é uma plataforma de aprendizagem baseada em jogos usada como suporte para revisar o conhecimento dos alunos ou para uma avaliação formativa. É uma das plataformas de aprendizagem baseada em jogos mais populares, atingindo 70 milhões de usuário ativos em um mês (WANG; TAHIR, 2020). Na plataforma Kahoot a busca por “matemática financeira”, retornou testes com questões de diversos níveis de conhecimento na área, como, introdução a MF, alfabetização em MF, revisão de MF, crédito ou débito, deduções e despesas, dinheiro, MF na faculdade, entre outras.

- Scratch: é uma linguagem de programação produzida pelo Media Lab do MIT. O SE não exige conhecimento prévio de outras linguagens de programação, com intenção de contribuir o aprendizado de conceitos matemáticos e computacionais, possibilitando por meio de seus comandos o suporte necessário para realizar, operações matemáticas com ou sem substituições de variáveis (VENTORINI; FIORENZE, 2014). A plataforma permite aos usuários interagir entre si, contribuindo e aprendendo com os projetos criados por outros usuários.

Os SE Modellus e Régua e Compasso são considerados softwares de “simulação e modelagem” e “geometria” respectivamente, os quais não se aplicam ao ensino de MF.

Zengin, (2017) utiliza o SE Khan Academy como ferramenta de apoio ao ensino de matemática, em seu estudo o foco é verificar a evolução, desempenho e examinar opiniões dos alunos. O autor discorre sobre as características e potencialidades do software expondo a possibilidade de aprender matemática básica ou avançada por meio de exercícios, vídeos educativos e um painel de aprendizado personalizado que possibilita o avanço do estudando de acordo com seu ritmo. Na plataforma, a busca por “matemática financeira”, retornou diversos artigos, vídeos introdutórios ao tema ou de revisão, e exercícios denominados testes que estão alinhados a BNCC.

Desenvolvido por pesquisadores do Politécnico do Porto-PT, o projeto MatActiva está inserido no Software Moodle, com objetivo de oferecer aos alunos uma ferramenta gratuita capaz de armazenar uma variedade de recursos teóricos de matemática financeira, incluindo videoaulas e exercícios com sugestões de solução. O estudo apresentado por Lopes e Soares (2018), apresenta uma proposta de sala de aula invertida onde os recursos utilizados para as aulas de MF foram por meio do projeto MatActiva.

O estudo de Juandi *et al.*, (2021) apontou estudos realizados para integrar os resultados do uso do software GeoGebra nas habilidades matemáticas dos alunos, em MF pode ser um meio para apresentar fenômenos financeiros e para resolver vários problemas orientados a aplicações, e as ferramentas gráficas do *GeoGebra* podem ser utilizadas para ilustrar a relação entre juros compostos e juros simples.

No estudo Hosseind-Mohand *et al.* (2021) apresenta quatro SE: o *GeoGebra*; o SE *Maple* que possui a ferramenta *Financial Modeling*, a qual contém muitas ferramentas para modelagem financeira avançada, e ferramentas coerentes a

conhecimentos básicos em MF; o SE *MalMath* que é uma calculadora online que soluciona problemas matemáticos digitando-o no teclado especial da ferramenta, fornecendo a resposta e a resolução detalhada; e a ferramenta WolframAplha que é um mecanismo capaz de rastrear tendências monetárias, verificar cotações de ações atualizadas, acessar dados históricos de mercado, e a ajudar os alunos a gerenciar suas finanças pessoais.

Com intuito de contribuir no processo de ensino-aprendizagem o estudo de (MORENO *et al.*, 2021) propôs uma ferramenta de realidade aumentada (RA) relacionada a MF, para implementação de RA o software Vuforia foi escolhido. O dispositivo denominado “SICMAR” aborda conceitos considerados básicos na área de finanças como montante, prazo, taxa de juros e juros simples.

De maneira semelhante as propostas apresentadas visam contribuir com o entendimento do aluno sobre finanças, visando um cidadão consciente e capaz de solucionar problemas do cotidiano motivado pelo uso de tecnologias.

Com o levantamento feito pode-se constatar que a literatura apresenta muitos SE para o ensino de matemática, com ênfase em geometria, por exemplo. Assim, se comparado ao ensino de matemática de outra área, foram poucas as aplicações de softwares encontradas especificamente para o ensino de MF. Dentre as possibilidades elencadas para esse ensino estão o *Kahoot*, *Scratch*, *Khan Academy*, *MatActiva*, *GeoGebra*, *MalMath*, *WolframAplha* e *Vuforia*. Nesse sentido, os achados da RSL sintetizam uma categoria de *softwares* que podem ser “ajustados” ao conteúdo e podem contribuir de forma positiva, ao ensino de MF.

Entretanto, a RSL constatou uma lacuna de pesquisa presente no âmbito educacional, por não encontrar um *software* específico para o ensino de MF. Dessa forma, a utilização do \$AE-MAFIN tem como intuito fornecer uma possibilidade para auxiliar o processo de ensino-aprendizagem, após o desenvolvimento da implementação de atividades. Além disso, apoiados nos resultados da revisão bibliográfica sobre as metodologias de ensino, optamos por utilizar a resolução de problemas para balizar o desenvolvimento destas atividades, a próxima seção, refere-se ao detalhamento desta metodologia de ensino.

2.4 Metodologia de Resolução de Problemas (RP)

Nesta seção, será apresentada uma abordagem sobre a metodologia de ensino por meio da RP proposta por (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) para o processo de ensino de matemática.

Atualmente, diversos estudos são realizados visando uma solução efetiva no processo ensino-aprendizagem de matemática, focando em novas metodologias baseadas na de educação matemática (PONTES, 2019). O surgimento da RP como prática é incerto. Entretanto, existe uma relação entre a necessidade de comunicação, comércio de produtos, desenvolvimento de sociedades, sendo presente diversas situações de RP desde o início das civilizações (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2019)(CONCEIÇÃO *et al.*, 2022).

O ensino de matemática por meio da RP ganhou importância, por volta de 1980, quando as teorias de aprendizagem presentes eram o construtivismo, psicologia cognitiva e a teoria sociocultural (FERNANDES, 2021) e cada vez mais têm recebido espaço nas salas de aula. Esta tendência pode fornecer um novo formato e uma maior abrangência de possibilidades para que o aluno possa articular diversos campos da matemática, e ainda desenvolver a capacidade de agir matematicamente, com base em conhecimentos matemáticos, nas diversas situações, dentro ou fora da escola.

Considerando a ênfase de o ensino estar pautado no desenvolvimento de competências e habilidades conforme a BNCC, há de se atentar para que o aluno desenvolva capacidades de aprender e sinta-se instigado a buscar um meio de solução para as situações que lhe inquietam. Dessa forma, segundo Dante (2010), a metodologia RP envolve algumas características que levam o aluno a: (i) pensar produtivamente; (ii) desenvolver o raciocínio; (iii) enfrentar situações novas; (iv) vivenciar momentos que envolvam aplicações matemáticas; (v) envolver-se de forma ativa, pois as aulas de matemática se tornam mais interessantes e desafiadoras; (vi) preparar-se com estratégias para resolver o problema; e (vii) desenvolver a base matemática com qualidade e manifestar a sua criatividade.

Quanto a perspectiva metodológica de ensino-aprendizagem, (CUNHA; LAUDARES, 2017; TRENTA, 2019; LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2019), concordam que a RP se fundamenta na premissa e no enfrentamento do que chamam de situação-problema. Dessa forma, ampliando a conceituação de problema, deve-se

levar em consideração que a RP trata de situações que não possuem solução explícita e que exigem do aluno, ao resolvê-las, uma combinação de seus conhecimentos e que ele decida o caminho para chegar à solução .

A BNCC cita o processo matemático de RP como uma alternativa eficiente para atividade matemática, pois consegue ser objeto e estratégia para o aprender matemático (BRASIL, 2018).

Nesse contexto, pode-se dizer que a RP dialoga com quase todas nas competências específicas de matemática para o EM presentes na BNCC, pois é vista como uma estratégia fundamental para o desenvolvimento destas competências ou como algo a ser ensinado.

A produção teórica de Polya (1945) possibilitou uma maior compreensão da RP dentro do currículo escolar dos Estados Unidos. Entretanto, Polya referia-se à formação de professores para desenvolver habilidades para resolver problemas matemáticos, e gerar bons alunos resolvedores de problemas. Dessa forma, o foco da produção de Polya, manteve-se em como resolver problemas e defendeu um ensino com esse formato, não especificadamente para usar a RP para o ensino de matemática (TRENTO, 2019).

Influenciado por esse movimento nascido e consolidado nos Estados Unidos, em 1989 iniciaram-se as pesquisas acerca de RP no Brasil, com o Grupo de Trabalho e Estudos em RP– GTERP (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). A linha de estudo do grupo é a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da RP(MEAA-RP). Esta perspectiva teórica encontra-se mais alinhada ao que é proposto por exemplo na BNCC atualmente, uma vez que trata o problema como gerador de aprendizagens e nesse processo a matemática é desenvolvida.

O termo ensino-aprendizagem-avaliação descreve que o processo de ensino, aprendizagem e avaliação devem ser desenvolvidos simultaneamente durante as atividades de sala de aula. O princípio desta metodologia consiste no problema como ponto inicial ou de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e/ou conteúdos matemáticos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2019). Para orientar professores no uso dessa metodologia em sala de aula, esses autores aprimoraram seus estudos e organizaram um roteiro composto por dez etapas:

ETAPA I – proposição do problema: o professor elabora o problema gerador que será o problema inicial a ser proposto para desenvolver um conteúdo, conceito, procedimento ou princípio que ainda não é conhecido pelos alunos.

ETAPA II – leitura individual: neste momento os alunos fazem a leitura individual, é o primeiro contato com o problema.

ETAPA III – leitura em conjunto: momento em que ocorre a leitura e compreensão coletiva, também é propiciado um momento de discussão entre os integrantes do grupo, no qual o professor pode possibilitar meios para que os alunos possam compreender melhor o texto.

ETAPA IV – resolução do problema: os alunos em grupo são desafiados a utilizar seus conhecimentos prévios para resolver o problema, que lhes conduzirá ao novo conteúdo planejado para a aula utilizando a linguagem que acharem conveniente.

ETAPA V – observar e incentivar: o professor será observador e incentivador para troca de ideias e uso de conhecimentos anteriores durante a resolução do problema.

ETAPA VI – registro das resoluções na lousa: neste momento, algum integrante dos grupos, fazem o registro na lousa das possíveis soluções, sejam elas corretas, completas ou não.

ETAPA VII – plenária: diante das soluções apresentadas pelo grupo, o professor instiga os alunos a defenderem seus pontos de vistas, dialogando com todos os alunos da turma.

ETAPA VIII – busca do consenso: baseado na etapa anterior, os alunos verificam os acertos e erros, a partir da análise feita, com a devida retirada das dúvidas, busca-se um consenso sobre o resultado pretendido.

ETAPA IX – formalização do conteúdo: neste momento é feita apresentação formal do conteúdo, uma síntese do que se objetivava aprender a partir do problema dado. São apresentadas as definições, propriedades e feitas as demonstrações.

ETAPA X – proposição e resolução de novos problemas: são propostos novos problemas relacionados ao problema gerador. Dessa forma, será analisado se houve a compreensão do conteúdo desenvolvido por meio do problema gerador. Assim, pretende-se consolidar a aprendizagem, aprofundar e ampliar o entendimento sobre o conteúdo trabalhado.

Esse roteiro orienta o trabalho docente e possibilita ao professor uma contínua observação e análise no desenvolvimento da atividade, por meio da socialização das ideias. No que diz respeito aos alunos, acontece a participação e interação durante

todo o processo, a identificação dos conhecimentos prévios e obtidos, permitindo que a avaliação aconteça de forma processual e continuada.

Assim, propõe-se o desenvolvimento e a implementação de tarefas baseadas na RP para incorporá-las no \$AE-MAFIN. Para isso, contudo, antes é necessário analisar os documentos oficiais que normatizam a educação brasileira, para sintetizar os conteúdos importantes dentro da área de MF que devem ser contemplados no EM, e que devem estar presentes no \$AE-MAFIN. A próxima seção refere-se a essa análise.

2.5 A Matemática Financeira nos Documentos Oficiais da Educação Brasileira

A implementação das atividades pedagógicas e recursos didáticos, devem contemplar os conteúdos necessários para auxiliar professores e alunos no processo de ensino. Dessa forma, a análise nos documentos oficiais facilita a delimitação do conteúdo a ser estabelecido.

O Art. 2º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) declara que, a educação é baseada nos princípios de liberdade e nos ideais de solidariedade humana, cujo objetivo é desenvolver pessoas para exercerem a cidadania e qualificá-las para o trabalho. Nesse sentido, o conhecimento da matemática em especial da MF é fundamental para o desenvolvimento de habilidades para o bom cidadão. Para mais, a LDB estabelece duas categorias de ensino: a educação básica e a educação superior (BRASIL, 2018).

Este estudo contempla a educação básica na etapa do EM. Para tanto, se torna necessário uma análise sobre o ensino de MF na educação básica por meio da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

2.5.1 Matemática Financeira na BNCC

Segundo o Ministério da Educação, a BNCC é um documento normativo que estabelece o conjunto de aprendizagens essenciais e indispensáveis a que os estudantes têm direito. Com ela, as redes de ensino e instituições escolares públicas e particulares passam a ter uma referência obrigatória para a elaboração ou adequação de seus currículos e/ou propostas pedagógicas (BRASIL, 2018).

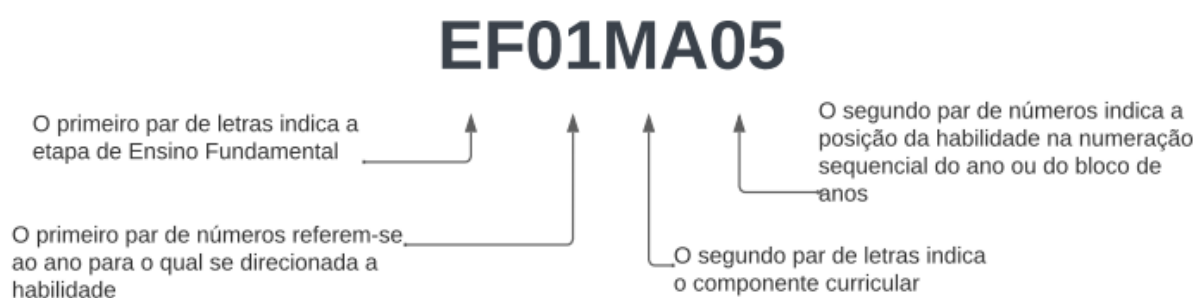
Quanto a Matemática, Regonha (2019) afirma que o documento sugere articular seus diferentes campos, por exemplo: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Levando em conta que esses conceitos são fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático.

Dessa forma, percebe-se no documento que as ações cotidianas e de outras áreas de conhecimento, como por exemplo, vendas, trocas mercantis e representações gráficas, são induzidas a serem trabalhadas com maior ênfase para a aplicabilidade. São as situações diárias que dão sentido aos conceitos que, por sua vez, são provenientes do conhecimento (SANTANA, 2021).

Para justificar a próxima etapa desta pesquisa, é necessário entender como a BNCC fragmenta as etapas da Educação Básica. Para o Ensino Fundamental, estão propostas cinco unidades temáticas correlacionadas: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística, que são relacionadas aos “Objetos de Conhecimento” e “Habilidades”. Para o Ensino Médio (EM) as propostas estão organizadas em “Competências Específicas” e “Habilidades”.

Dessa maneira, salienta-se que cada habilidade é indicada por um código alfanumérico composto, conforme apresentam Figura 3 para o Ensino Fundamental

Figura 3: Habilidade BNCC para o Ensino Fundamental



Fonte: Adaptado (BRASIL, 2018)

Assim, o código EF01MA05 indica à quinta habilidade de Matemática para alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental. De forma semelhante no EM são indicadas as habilidades, conforme Figura 4:

Figura 4: Habilidade BNCC para o Ensino Médio



Fonte: Adaptado (BRASIL, 2018)

Dessa forma, o código EM13MAT305 indica à quinta habilidade da área de Matemática e suas Tecnologias relacionada à competência específica 3, que pode ser desenvolvida em qualquer série do EM. Uma alternativa a ser explorada a partir da Unidade Temática, pelos Objetos de Conhecimento e Habilidades presentes na BNCC que estão relacionados à MF no EF estão no Apêndice C.

Com a visão geral que o quadro possibilitou, constata-se como a BNCC destaca a relação ensino-aprendizagem, a compreensão dos significados dos objetos matemáticos e suas aplicações.

Nessa direção, a autora Santana (2021), acredita que o trabalho do professor se torna possível, nessa perspectiva apresentada pela BNCC se ultrapassar o senso comum. Uma vez que a Matemática tem origem em situações reais e suas aplicações precisam estar à disposição do indivíduo para que seja possível sua atuação como cidadão na sociedade em que vive. Nesse mesmo caminho, se encontra a MF, que de forma clara é feita a indicação de que sejam abordados conceitos básicos de economia e finanças, objetivando a educação financeira dos alunos por meio da construção e discussão dos conteúdos básicos, como taxa de juros, inflação, investimentos, impostos.

A proposta para o EM na BNCC está organizada em “Competências Específicas” e “Habilidades”, o quadro 9, apresenta uma alternativa para ser explorada na MF.

Quadro 9: Matemática Financeira na BNCC: Ensino Médio

Competências Específicas	Habilidades
Competências Específica 1: Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.	(EM13MAT101) Interpretar criticamente situações econômicas, sociais e fatos relativos às Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT104) Interpretar taxas e índices de natureza socioeconômica (índice de

	desenvolvimento humano, taxas de inflação, entre outros), investigando os processos de cálculo desses números, para analisar criticamente a realidade e produzir argumentos
Competência Específica 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	(EM13MAT203) Aplicar conceitos matemáticos no planejamento, na execução e na análise de ações envolvendo a utilização de aplicativos e a criação de planilhas (para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros simples e compostos, entre outros), para tomar decisões.
Competência Específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º grau, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros simples com as que envolvem juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso. (EM13MAT304) Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros. (EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
Competência Específica 4: Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.
Competência Específica 5: Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT507) Identificar e associar progressões aritméticas (PA) a funções afins de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas. (EM13MAT508) Identificar e associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas.

Fonte: Adaptado de (BRASIL, 2018)

Percebe-se a amplitude de possibilidades que os professores têm para inserir a MF em suas aulas no EM. Além disso, é possível constatar que o documento indica a utilização de tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas

cotidianos, sociais, de outras áreas do conhecimento, atribuindo estratégias e resultados.

Dessa forma, aprender e compreender a MF sob um olhar crítico e com o apoio das tecnologias, estabelece a ligação entre as necessidades pessoais e exigências de um mercado de trabalho atual, altamente competitivo, permitindo uma aprendizagem mais atrativa. O autor Rezende (2022), diz que ao proporcionar aos estudantes do EM, a possibilidade de aprender MF crítica, tende a cumprir-se os dispositivos previstos na LDB e BNCC.

Diante do exposto, a indicação da BNCC nas três categorias de ensino: Ensino Fundamental I e II, e EM está em relacionar situações cotidianas que dão sentido ao conteúdo, com a intenção de desenvolver as competências dos alunos. Portanto, destaca-se a importância de a MF ser abordada em sala de aula, uma vez que ela está diretamente ligada a diversas situações reais. Assim, a transversalidade de temas, a interdisciplinaridade na MF e o auxílio de metodologias e tecnologias digitais, contribuirão para que o estudante tenha uma compreensão maior do mundo financeiro.

À vista disso, a MF no EM pode ser dividida em quatro grandes áreas (Juros, Taxas de Juros, Série de Pagamentos, Sistemas de Amortização) para contemplar as competências específicas e habilidades a serem desenvolvidas segundo a BNCC.

Dessa forma, com a implementação de atividades pedagógicas e recursos pedagógicos, considera-se que a ferramenta \$AE-MAFIN pode tornar-se uma ferramenta íntegra, e não somente mais uma “calculadora”, pois além dos módulos que já estão desenvolvidos, ela trará atividades pedagógicas para uso dos professores, que em conjunto com a metodologia de ensino adequada, possam fazer a transformação do conhecimento e assim proporcionar uma ressignificação de conceitos de economia e finanças.

A próxima seção, apresenta a ferramenta web \$AE-MAFIN.

2.6 Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira - \$AE-MAFIN

Considerando que o processo de ensino e aprendizagem de MF, apresenta limitações quanto às ferramentas tecnológicas utilizadas, pesquisadores e alunos da UTFPR Campus Pato Branco desenvolveram o aplicativo *web* \$AE-MAFIN (Sistema

de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira) para auxiliar nessa tarefa (TRENTIN *et al.*, 2022).

O \$AE-MAFIN está hospedado no servidor da UTFPR – *Campus* Pato Branco e pode ser livremente acessado no site: <http://pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo.php>. A opção de desenvolvimento *web*, é a linguagem de usuário o HTML5, agrupado com recursos de JavaScript e CSS. Para linguagem de servidor, foram escolhidas o PHP e o banco de dados MySQL.

O \$AE-MAFIN pode ser acessado por meio de qualquer navegador de internet (Google Chrome, Mozilla Firefox e Opera, por exemplo), dentre os diferentes sistemas operacionais, ou por diferentes dispositivos, como computadores *desktop*, *notebooks*, *netbooks*, *ultrabooks*, *tablets* e *smartphones*. O manual desse aplicativo web está disponível em: <http://pb.utfpr.edu.br/sae-mafin/recursosDidaticos.php>.

Para ter acesso ao sistema, o usuário deve fazer o cadastro na página do aplicativo. Após o cadastro, deve-se selecionar o módulo e o submódulo mais adequado à sua necessidade. As informações (inputs) são inseridas no aplicativo de acordo com o módulo e o submódulo selecionado. Na sequência, os resultados (outputs) são gerados e apresentados na forma de números, tabelas e/ou gráficos.

O aplicativo *web* \$AE-MAFIN apresenta os elementos básicos de MF, incluindo: conceito de juros (base x taxa), regimes de capitalização (simples, compostos e contínuos), taxas de juros (nominal, efetiva e equivalente), séries de pagamentos (uniformes e não-uniformes, finitas ou perpétuas) e sistemas de amortização (PRICE, SAC e SAA) com ou sem carência. O \$AE-MAFIN foi desenvolvido no formato de módulos e submódulos, e está apresentado na Figura 6.

Dentre os módulos citados (Figura 5), o módulo “Resolução de Problemas”, é onde serão alocados recursos para apoiar o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de MF.

Figura 5. Tela inicial da Ferramenta Computacional \$AE-MAFIN

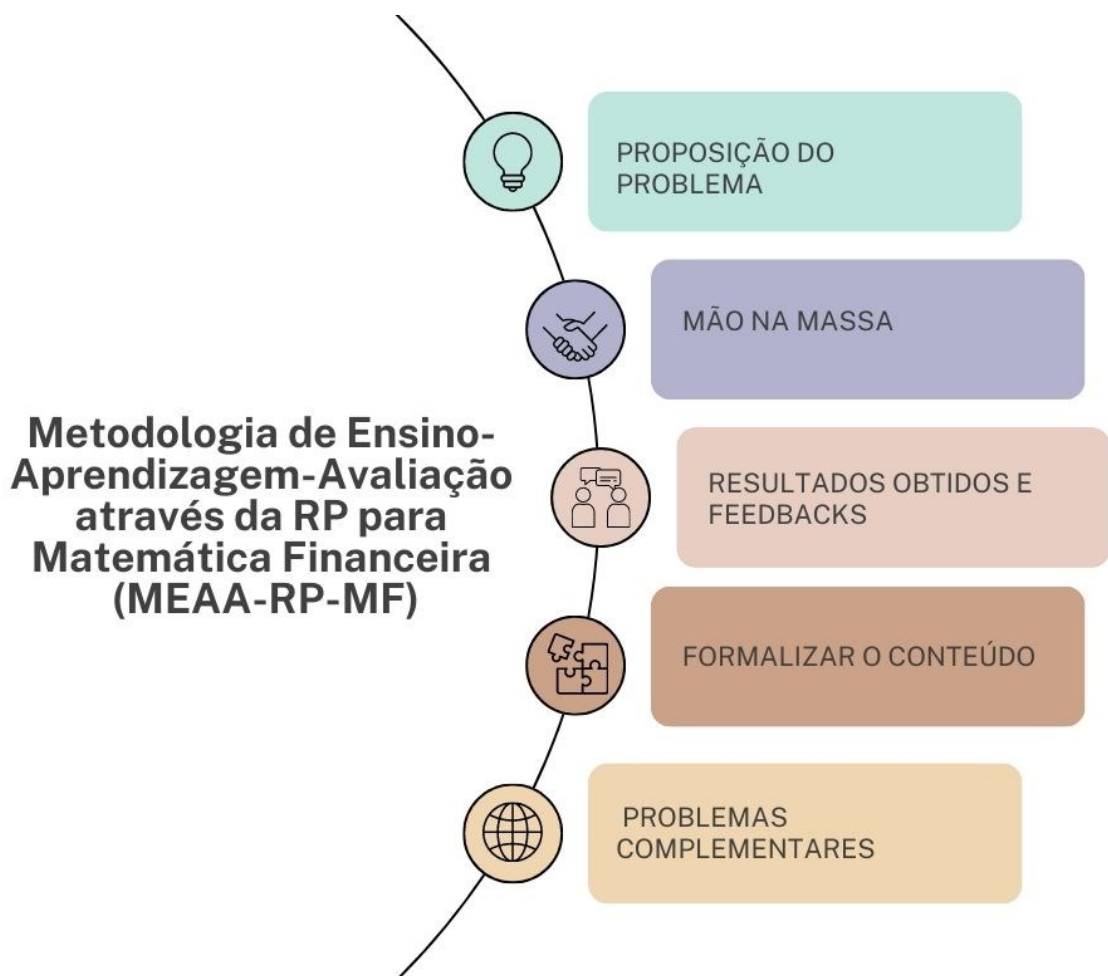
Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/index.php>

Na próxima seção, Metodologia, será descrito como ocorre o desenvolvimento das atividades pedagógicas para o \$AE-MAFIN.

3 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO ATRAVÉS DA RP PARA MATEMÁTICA FINANCEIRA (MEAA-RP-MF)

Nesta etapa foi desenvolvido um roteiro de RP (Figura 6) que propõe um caminho a ser seguido por professores ao utilizar o \$AE-MAFIN para o ensino de MF no EM. Esse roteiro baseia-se no modelo de Trento (2019) que foi adaptado e reduzido a cinco etapas do modelo de (Onuchic; Allevato, 2011). Assim, o novo roteiro denomina-se: Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da RP para Matemática Financeira (MEAA-RP-MF):

Figura 6. MEAA-RP-MF



Fonte: Autoria própria (2023)

Esse modelo é composto por cinco subetapas, as quais estão descritas a seguir:

- I. **Proposição do problema:** Neste momento, o professor irá utilizar os problemas geradores (PG) que serão abordados para o conteúdo específico de

MF no EM, relacionado com os conceitos matemáticos que se deseja desenvolver.

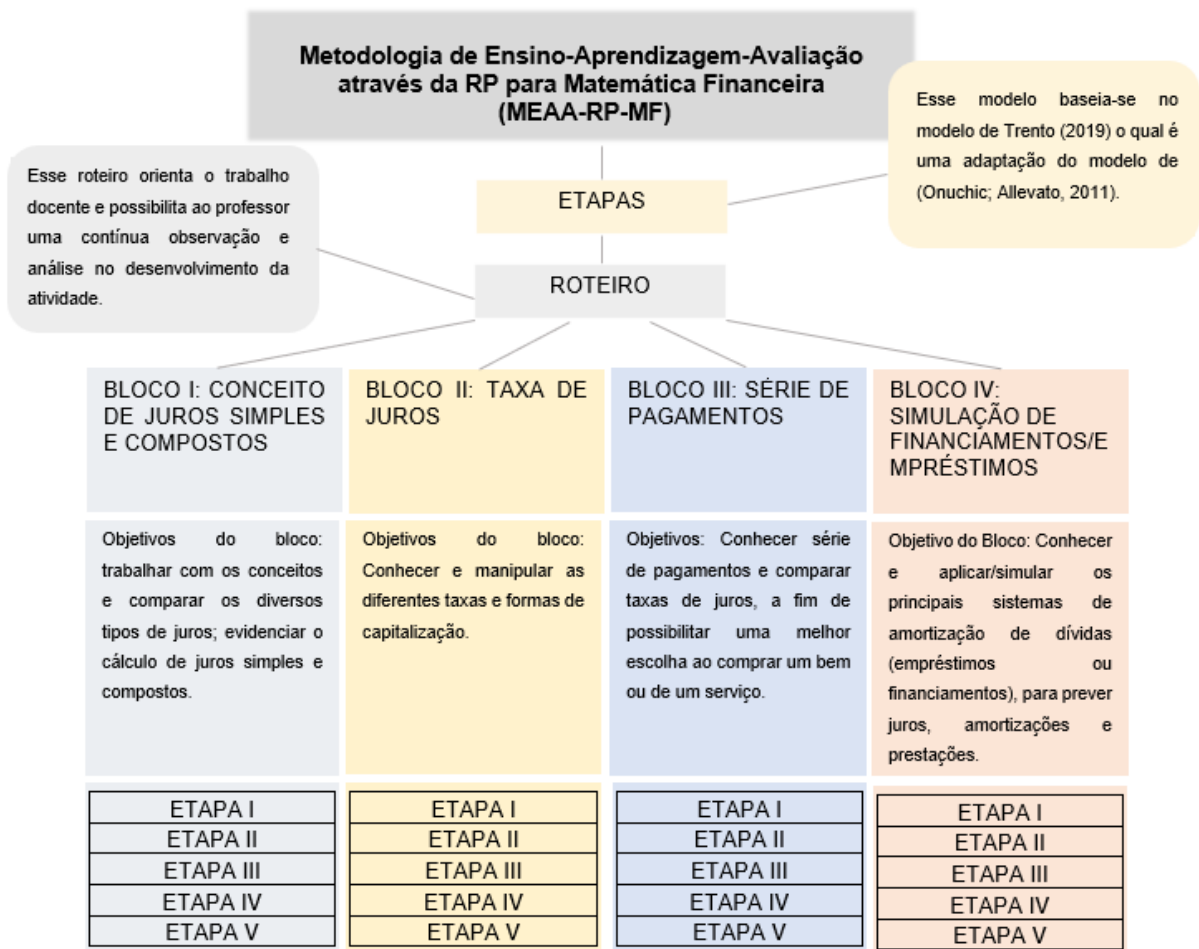
- II. **Mão na massa:** após os alunos receberem o problema, é feita a leitura individual. Em seguida, acontece a discussão com os demais colegas e professor sobre as possíveis dúvidas ou dificuldades encontradas no texto. Neste momento, o professor atua como mediador, incentivando a troca de ideias para busca da solução do problema. Os alunos podem utilizar nesta etapa o \$AE-MAFIN, como instrumentos de cálculo. O intuito desta etapa, é enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção do conhecimento por meio da atuação ativa, crítica e criativa por parte dos alunos e professores.
- III. **Resultados obtidos e *feedbacks*:** neste momento, é feita a apresentação da resolução do problema por um integrante de cada grupo, podendo ser feita de forma escrita no quadro/lousa, ou oral, de forma a promover uma discussão das resoluções obtidas, identificando erros e acertos no desenvolvimento da solução.
- IV. **Formalizar o conteúdo:** nesta etapa, os conhecimentos obtidos a partir dos problemas geradores são convertidos para a linguagem matemática. É nessa fase que os conceitos, princípios e procedimentos matemáticos são trabalhados a partir e indo além dos resultados obtidos na resolução dos PG.
- V. **Problemas complementares:** são propostos problemas que necessitem do conteúdo formalizado na etapa anterior. O professor propõe novos problemas em que os alunos resolverão individualmente ou em grupos, com o objetivo de colocar em ação os conhecimentos matemáticos abordados. Aqui, acontece a utilização da ferramenta web \$AE-MAFIN como instrumento de cálculo, e como parte da avaliação formal que acontece de forma continuada, mas neste momento pode ser definida como pontual, quando ao final do processo o professor pode verificar o que o aluno compreendeu sobre o conteúdo.

Para ser possível o desenvolvimento da MEAA-RP-MF foi necessário a elaboração das atividades pedagógicas para o \$AE-MAFIN. Desta forma, esse procedimento foi dividido em momentos, sendo que em cada momento estabelece-se o processo desenvolvido para dar continuidade ao próximo, em um processo contínuo até a conclusão da implementação. Os momentos estão sintetizados em:

- I. **Identificar os conteúdos de MF:** essa etapa é amparada pelas anteriores do estudo, as revisões bibliográficas, onde foi coletado na literatura e documentos oficiais (a BNCC). Esse momento baseia-se na identificação dos conteúdos de MF. Dessa forma, com a observação dos materiais, foi possível identificar que eles conduzem aos elementos básicos da MF, que após unificá-los, puderam ser estruturados em: Juros Simples e Compostos, Séries de Pagamentos, Taxas de Juros, e Simulação de Financiamentos (amortização de dívidas).
- II. **Pesquisar atividades:** após a identificação dos conteúdos, o direcionamento da pesquisa volta-se para os modelos de atividades. Assim, a busca de atividades para análise, contemplando livros didáticos, paradidáticos, teses, dissertações, avaliações diagnósticas, como prova Paraná, Prova Brasil, Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e pesquisas referente a dados financeiros.
- III. **Selecionar Atividades para MEAA-RP-MF:** neste momento acontece a seleção das atividades de acordo com os 4 conteúdos de MF a serem adaptadas ou planejadas para seguir o roteiro de RP.
- IV. **Preparar atividades para MEAA-RP-MF:** após a seleção de atividades, é necessário prepará-las e adaptá-las ao roteiro de MEAA-RP-MF para realizar a inclusão no sistema de apoio ao ensino de matemática financeira (\$AE-MAFIN), desenvolvido por Trentin *et al.* (2022).
- V. **Implementação das atividades no \$AE-MAFIN:** as atividades são repassadas ao responsável pela implementação computacional, o qual faz a inclusão. Esta atividade faz parte da iniciação tecnológica (IT) do estudante, a qual é amparada por uma bolsa de IT concedida pela Fundação Araucária (2022/2023). O detalhamento técnico do processo de implementação computacional está descrito em Trentin *et al.* (2022).

O próximo capítulo apresenta a aplicação da MEAA-RP-MF em cinco blocos de conteúdos de MF para o EM: I. Juros, II Taxas de Juros, III Série de pagamentos e IV Financiamentos, o qual pode ser resumido pela figura 7.

Figura 7. Aplicação da MEAA-RP-MF



Fonte: autoria própria (2023)

4 PROPOSTA DE ROTEIRO PARA IMPLEMENTAÇÃO

Nesta seção é apresentada uma proposta de roteiro de ensino, seguindo as etapas da MEAA-RP-MF, para os temas: Juros Simples, Juros Compostos, Taxas de Juros, Série de Pagamentos e Simulação de Financiamentos, conteúdos essenciais de MF, geralmente trabalhados no EM. O foco principal desta seção é a utilização do \$AE-MAFIN como possibilidade para inserção da tecnologia no processo de ensino-aprendizagem da MF antes da inclusão das atividades pedagógicas no sistema.

4.1 Bloco I: Conceito de Juros Simples e Compostos

Objetivos do bloco: trabalhar com os conceitos e comparar os diversos tipos de juros; evidenciar o cálculo de juros simples e compostos.

4.1.1 Etapa I da MEAA-RP-MF do PG1

Nesta fase, a elaboração do Problema Gerador 1 (PG1) é dada a partir de pesquisas, reflexões e adaptações, para abordar os conceitos dos diferentes tipos de juros com a MEAA-RP-MF.

PG1 – ENEM (2019) adaptada: Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado. Represente na linha tempo os valores relacionados aos pagamentos e acrescente na linha de tempo o valor à vista, em reais, que deverá constar na nota fiscal, junto com seus pagamentos.

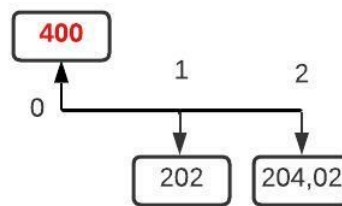
Resolução: O produto foi adquirido no mês/período 0. O primeiro pagamento será no mês/período $n=1$ no valor de R\$202,00. O segundo pagamento será no mês/período $n=2$ no valor de R\$204,02. Os valores dos pagamentos 1 e 2 precisam ser trazidos para o período 0 para saber seus valores neste momento.

$$\text{Valor presente para pagamento } n=1: VP = \frac{VF}{(1+i)^n} = \frac{202}{1,01} = 200$$

$$\text{Valor presente para pagamento } n=2: VP = \frac{VF}{(1+i)^n} = \frac{204,02}{1,01^2} = 200$$

Assim, o pagamento à vista em $n=1$ é de R\$200,00, e em $n=2$ também será de R\$200,00. Logo o valor à vista, será o total de R\$400,00, conforme Figura 8:

Figura 8. Linha de tempo valor à vista



Fonte: Autoria própria (2023)

Objetivo específico: Compreender e utilizar a linha de tempo como forma de representar dados. Relacionar e manipular os valores no presente e no futuro. Compreender a relação de valores posicionados ao longo de um horizonte temporal.

- a) Considere o valor à vista emitido na nota fiscal (Valor Presente (VP)), se a compra fosse com taxa de juros simples, qual seria o total a ser pago (Valor Futuro (VF))?

Resolução: Encontrado o $VP=400$, basta substituir os valores na fórmula de Juros Simples.

$$VF = VP \cdot (1 + i \cdot n) \Rightarrow VF = 400 \cdot (1 + 0,01 \cdot 2)$$

$$VF = 400 + 8 \Rightarrow VF = 408$$

Utilizando \$AE-MAFIN como método de solução Figura 9:

Figura 9. Compra modalidade Juros Simples

SAE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro English Crê

Regimes de Capitalização - Sistemas de Capitalização: tipos de juros

Escolha a modalidade:

Juros Simples ☒ Juros Compostos ☐ Juros Contínuos ☐

Escolha a informação que deseja calcular:

Valor Presente ☐ Valor Futuro ☐ Taxa de Juros (%) ☐ Número de Períodos ☐

400 1 2

Limpar Calcular

Valor Futuro (R\$) 408,00

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1Juros.php>

Logo, o valor a ser pago na modalidade de juros simples será de R\$408,00

Objetivo específico: Determinar o VF de uma compra na modalidade de juros simples.

- b) Qual a modalidade de taxa de juros para essa compra que apresenta a melhor opção? Juros simples ou compostos?

Resolução: Da alternativa anterior sabe-se que o VF=408 na segunda opção. Para saber o VF da primeira opção, basta somar os valores dos pagamentos:

$$VF = 202 + 204,02 \Rightarrow VF = 406,02$$

Logo, o menor valor é o da primeira opção de compra no valor R\$406,02 na modalidade de juros compostos. Aqui apresenta-se o cálculo com a intenção de comparar as duas modalidades de juros, e buscar caminhos para cada modalidade de compra, sem a pretensão de representar que os juros simples são mais dispendiosos do que os juros compostos.

Objetivo específico: Reforçar a ideia de que o VF está relacionado ao tempo e a taxa de juros. Comparar as taxas de juros simples e compostos.

Expectativas: Espera-se que os alunos utilizando as informações da questão, manipulem esses valores para encontrar as respostas. Essa dedução que é feita

baseada na fórmula de juros simples e compostos, possibilitando a reflexão e assimilação do conteúdo.

4.1.2 Etapa II da MEAA-RP-MF do PG1

Esta é a fase de aplicação do PG1 em sala de aula, momento em que os alunos estarão em grupos, e após receberem o problema e fazer a leitura individual e coletiva, farão a discussão entre os membros do grupo. A intenção é que durante esse momento, retomem os conhecimentos sobre juros simples e aprimorem os conhecimentos sobre juros compostos, e que ideias intuitivas sobre seu manuseio emergjam durante a resolução do problema. Para auxiliar o processo de resolução do problema, os alunos podem utilizar o \$AE-MAFIN, como ferramenta de apoio, simulando valores e aferindo resultados. Durante esse processo, o professor será mediador, esclarecendo possíveis dúvidas e direcionando as ideias apresentadas.

4.1.3 Etapa III da MEAA-RP-MF do PG1

Nesta fase é feita a explanação dos resultados obtidos, os grupos farão a exposição das resoluções e reflexões da fase anterior, fazendo uma análise com as respostas e ideias encontradas nos demais grupos, com intermédio do professor para que encontrem o consenso quanto aos erros e acertos cometidos nas respostas obtidas.

4.1.4 Etapa IV da MEAA-RP-MF do PG1

Neste momento, acontece a formalização dos conteúdos, é realizado a retomada de conteúdo, sistematizando as fórmulas: *JUROS SIMPLES*

$$VF = VP \cdot (1 + i \cdot n) \Rightarrow \begin{cases} VP = \frac{VF}{(1 + i \cdot n)} \\ i = \frac{\frac{VF}{VP} - 1}{n} \\ n = \frac{\frac{VF}{VP} - 1}{i} \end{cases}$$

JUROS COMPOSTOS

$$VF = VP \cdot (1 + i)^n \Rightarrow \begin{cases} VP = \frac{VF}{(1 + i)^n} \\ i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VP}} - 1 \\ n = \frac{\ln\left(\frac{VF}{VP}\right)}{\ln(1 + i)} \end{cases}$$

Para realizar a formalização, o ponto de partida pode ser as respostas e ideias apresentadas pelos alunos durante as fases anteriores.

4.1.5 Etapa V da MEAA-RP-MF do PG1

A Etapa V do PG1 consiste na resolução de problemas complementares relacionados ao cálculo de juros nas diversas modalidade existentes com o apoio da ferramenta web \$AE-MAFIN. A seguir estão descritos os problemas e sua solução pelo sistema.

4.1.5.1 Problemas Complementares

Problema 1 (P1): (adaptado de (MOURA, 2020)) um estudante aplicou, em uma instituição financeira, R\$ 10.000,00 a uma taxa de juros compostos de 0,16% ao mês, durante 5 meses. Determine o valor total resgatado (montante) pelo estudante.

Resolução: Utilizando \$AE-MAFIN como método de solução, conforme Figura 10:

Figura 10. P1 Juros Compostos

\$AE-MAFIN Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro English Créditos Logout

Regimes de Capitalização - Sistemas de Capitalização: tipos de juros

Escolha a modalidade:

Juros Simples ☐ Juros Compostos ☒ Juros Contínuos ☐

Escolha a informação que deseja calcular:

Valor Presente ☐ Valor Futuro ☒ Taxa de Juros (%) ☐ Número de Períodos ☐

10000 0.16 5

Limpar Calcular

Valor Futuro (R\$) 10.080,26

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1Juros.php>

Objetivo específico: Encontrar o VF (Montante) de um investimento na modalidade de Juros Compostos, conhecidos a taxa de juros e o tempo de aplicação.

Problema 2 (P2): (Adaptado de (JÚNIOR, 2018)) Um investimento de R\$ 850,00 gera, após 3 meses, um montante R\$ 1.100,00. A que taxa mensal de juros rendeu esse investimento?

Resolução: Utilizando \$AE-MAFIN como método de solução, conforme Figura 12:

Figura 11. P2 Juros Compostos

The screenshot shows the \$AE-MAFIN web application interface. At the top, there is a navigation bar with the logo and links for 'Recursos Didáticos', 'Projetos e Informações', 'Módulos', 'Reportar Erro', 'English', 'Créditos', and 'Logout'. Below the navigation bar, the page title is 'Regimes de Capitalização - Sistemas de Capitalização: tipos de juros'. The main content area has a light blue background and contains the following elements:

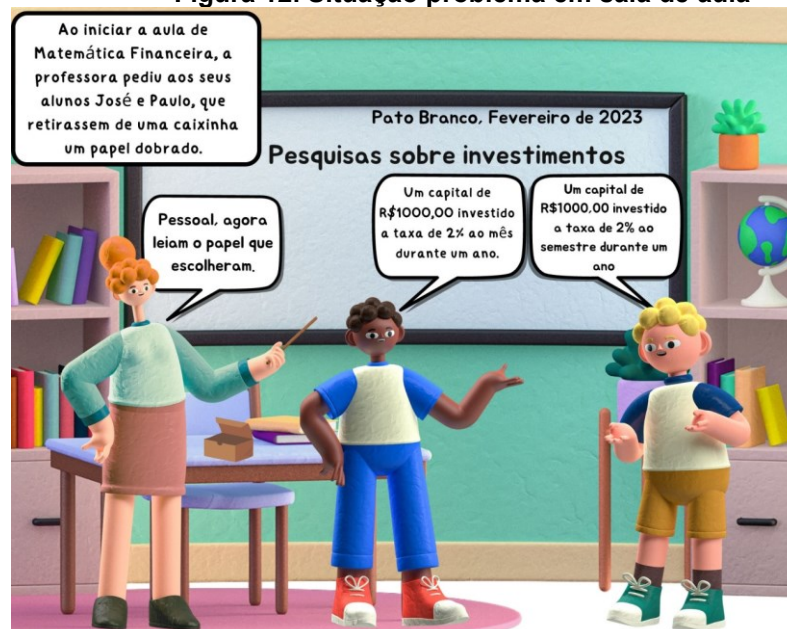
- Escolha a modalidade:** Three radio buttons are present: 'Juros Simples' (unselected), 'Juros Compostos' (selected), and 'Juros Contínuos' (unselected).
- Escolha a informação que deseja calcular:** Four radio buttons are present: 'Valor Presente' (unselected), 'Valor Futuro' (unselected), 'Taxa de Juros (%)' (unselected), and 'Número de Períodos' (unselected).
- Input fields:** There are four input fields corresponding to the selected options: 'Valor Presente' (containing '850'), 'Valor Futuro' (containing '1100'), 'Taxa de Juros (%)' (empty), and 'Número de Períodos' (containing '3').
- Buttons:** Two buttons are located below the input fields: 'Limpar' and 'Calcular'.
- Result display:** At the bottom, there is a result bar showing 'Taxa de Juros (%)' as '8,97'.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1Juros.php>

Objetivo específico: Encontrar a taxa mensal de um investimento na modalidade de juros compostos e comparar com os demais regimes de capitalização.

Problema 3 (P3): Considere a seguinte situação (Figura 12):

Figura 12. Situação problema em sala de aula



Fonte: Autoria própria (2023)

- a) Quais seriam as respostas corretas que José e Paulo deveriam dar a professora como montante (valor futuro) ao final de 12 meses?

Resolução: Utilizando \$AE-MAFIN como método de solução, conforme Figura 13:

Figura 13. P3-Valor Futuro

The figure displays two screenshots of the \$AE-MAFIN web application interface, which is used for financial calculations. The interface is in Portuguese and includes a navigation bar at the top with links for 'Recursos Didáticos', 'Projetos e Informações', 'Módulos', and 'Reportar Erro'. The main content area is titled 'Regimes de Capitalização - Sistemas de Capitalização: tipos de juros'.

Top Screenshot: The 'Escolha a modalidade:' section shows 'Juros Compostos' selected. The 'Escolha a informação que deseja calcular:' section shows 'Valor Presente' selected with a value of 1000, 'Taxa de Juros (%)' selected with a value of 2, and 'Número de Períodos' selected with a value of 12. The 'Calcular' button is highlighted. The result, 'Valor Futuro (R\$)', is displayed as 1.268,24.

Bottom Screenshot: The same interface is shown, but with 'Número de Períodos' changed to 2. The 'Calcular' button is highlighted, and the result, 'Valor Futuro (R\$)', is displayed as 1.040,40.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1Juros.php>

Objetivo específico: Compreender e utilizar a fórmula do montante composto para doze capitalizações e para duas capitalizações, auferindo os resultados.

4.2 Bloco II: Taxa de Juros

Objetivos do bloco: Conhecer e manipular as diferentes taxas e formas de capitalização.

4.2.1 Etapa I da MEAA-RP-MF do PG2

Nesta etapa, acontece a elaboração do Problema Gerador 2 (PG2), para motivar a realização de cálculo de taxas equivalentes.

PG2- (Adaptado de KIRCHNER, 2014) O mercado projeta que a taxa Selic (taxa usada pelo Banco Central (BC) para incentivar os investimentos e controlar a inflação) média para certo ano será de 16% ao ano e que o IPCA (taxa que fornece informações sobre

a oscilação dos preços na economia real, que serão usados para definir a Selic) desse mesmo ano será de 7%. Qual o valor dos juros reais projetados para o ano?

(a) 8,41% ao ano

(b) 9,00% ao ano

(c) 16% ao ano

(d) 7% ao ano

(e) 1% ao ano

Resolução: Retirando os dados do problema, tem-se: i = taxa nominal = taxa Selic = 16% = 0,16; j = inflação = 7% = 0,07, assim falta descobrir o valor de juros real projetado para o ano r = ?

Utilizando, a fórmula de Fisher: $(1 + i) = (1 + r) \times (1 + j)$, temos:

$$(1 + 0,16) = (1 + r) \times (1 + 0,07) \Rightarrow 1,16 = (1 + r) \times 1,07 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 + r = \frac{1,16}{1,07} \Rightarrow 1 + r = 1,0841 \Rightarrow r = 1,0841 - 1 = 0,0841 = 8,41\%$$

Utilizando \$AE-MAFIN como método de solução, apresentado pela Figura 14:

Figura 14. PG2- Taxa de Juros Real

The screenshot shows the \$AE-MAFIN web application interface. At the top, there is a navigation bar with the logo and links for 'Recursos Didáticos', 'Projetos e Informações', 'Módulos', and 'Reportar Erro'. Below the navigation bar, the title 'Taxas de juros - Taxa de juros real' is displayed. The main area contains two input fields: 'Taxa de juros nominal/global (%)' with the value '16' and 'Taxa de inflação (%)' with the value '7'. Below these fields are two buttons: 'Limpar' and 'Calcular'. At the bottom, a result box displays 'Taxa de juros real (%)' with the value '8,411'.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1taxajurosreal.php>

Dessa forma, o valor encontrado para Taxa de juros real é de 8,411% ao ano, correspondente a alternativa (a).

Objetivo específico: Determinar a taxa de juros real, e comparar a resolução pelo método tradicional e com o apoio do \$AE-MAFIN.

Expectativas: Objetiva-se que os alunos percebam encontrando a taxa de juros real, e busquem diferentes formas de resolução para determinar essa taxa.

Etapa II da MEAA-RP-MF do PG2

Esta é a fase de aplicação do PG2 em sala de aula, momento em que os alunos estão em grupos, e após receber o problema e fazer a leitura individual e coletiva, farão a discussão entre os membros do grupo. A intenção é que durante esse momento, retomem os conhecimentos sobre os conceitos de matemática financeira, como: taxa de juros, período, capital, montante e as fórmulas na modalidade de juros compostos, e que ideias intuitivas sobre seu manuseio emergjam durante a resolução do problema. Durante esse processo, o professor será mediador, esclarecendo possíveis dúvidas e direcionando as ideias apresentadas.

Etapa III da MEAA-RP-MF do PG2

Nesta fase é realizada a apresentação dos resultados obtidos, os grupos farão a exposição das resoluções e reflexões da fase anterior, fazendo uma análise com as respostas e ideias encontradas nos demais grupos, com intermédio do professor para que encontrem o consenso quanto aos erros e acertos cometidos nas respostas obtidas.

Etapa IV da MEAA-RP-MF do PG2

Essa é a etapa de formalização dos conteúdos. Neste momento, é realizado a retomada de conteúdo, integrando a conceituação dos modelos matemáticos:

$$\frac{\text{Taxa Efetiva}}{\text{Taxa Nominal}} \times \text{Taxa Nominal} \quad \text{Taxa efetiva} = \frac{\text{Taxa Nominal}}{\text{Número de períodos de capitalização contidos na taxa nominal}}$$

$$\frac{\text{Taxa Efetiva}}{\text{Taxa Nominal}} \times \text{Taxa Nominal} \quad i_{\text{efetiva}} = \left(1 + \frac{i_{\text{nominal}}}{m}\right)^m - 1$$

$$\frac{\text{Taxas}}{\text{Equivalentes}} \quad i_{\text{procurada}} = \left(1 + i_{\text{conhecida}}\right)^{\frac{n_{\text{procurado}}}{n_{\text{conhecida}}}} - 1$$

Na qual: i_{efetiva} : taxa de juros efetiva; i_{nominal} : taxa de juros nominal; m e n : número total de períodos (anos, meses ...)

A apresentação das taxas e sua modelagem permitirá o avanço do conteúdo para realização da próxima etapa, com a resolução de problemas com apoio do \$AE-MAFIN.

Etapa V da MEAA-RP-MF do PG2

Esta etapa caracteriza-se na aplicação de problemas complementares relacionados a taxas de juros suas diferentes capitalizações. A utilização do \$AE-MAFIN nesta fase é recomendada para geração de resultados.

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema 1 (P1) - A pesquisa realizada pelo Procon-SP, apresenta um comparativo entre as taxas de empréstimo pessoal e cheque especial de alguns bancos. Os dados estão na tabela 6.

Tabela 6. Taxas de Juros em fevereiro de 2023		
Bancos	Empréstimo Pessoal (a.m.)	Cheque Especial (a.m.)
Banco do Brasil	6,57%	7,73%
Bradesco	9,78%	8,00%
Caixa Econômica Federal	4,72%	8,00%
Itaú	9,73%	8,00%
Safra	7,25%	8,00%
Santander	7,89%	8,00%

Fonte: Procon-SP

Considerando as informações disponibilizadas anteriormente, analise a seguinte situação hipotética: Considere que você tenha disponível atualmente um limite de R\$ 3.500,00 e que deste total você já tenha utilizado R\$ 1.500,00. Admitindo a tarifação mais baixa para empréstimo e a mais alta para cheque especial, faça um comparativo entre as duas modalidades nos valores a serem pagos após 25 dias de uso.

Resolução: Primeiro é necessário fazer a conversão da taxa mensal para diária nas duas modalidades, apresentando pelas Figuras 15 e 16:

Figura 15. P1 Conversão de taxa 1

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro

Taxas de juros - Conversão de Taxas de Juros - Taxas Equivalentes

Taxa de Juros (%)

4,72

Unidade da taxa atual

Mensal ▼

Nova unidade da taxa

Diário ▼

Voltar Limpar Calcular

Nova taxa de juros: 0,15%

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1taxasequivalentes.php>

Figura 16. P1 Conversão de taxa 2

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro

Taxas de juros - Conversão de Taxas de Juros - Taxas Equivalentes

Taxa de Juros (%)

8

Unidade da taxa atual

Mensal ▼

Nova unidade da taxa

Diário ▼

Voltar Limpar Calcular

Nova taxa de juros: 0,26%

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1taxasequivalentes.php>

Com as novas taxas de juros 0,15% ao dia para a modalidade de empréstimo pessoal e 0,26% ao dia para modalidade de cheque especial, é possível calcular o valor futuro após os 25 dias de uso, conforme Figuras 17 e 18:

Figura 17. P1 Valor Futuro- Empréstimo Pessoal

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro    English Créditos

Regimes de Capitalização - Sistemas de Capitalização: tipos de juros

Escolha a modalidade:

Juros Simples ☐ Juros Compostos ☒ Juros Contínuos ☐

Escolha a informação que deseja calcular:

☐ Valor Presente ☐ Valor Futuro ☐ Taxa de Juros (%) ☐ Número de Períodos

1500 0.15 25

Limpar Calcular

Valor Futuro (R\$) 1.557,27

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1Juros.php>

Figura 18. P1 Valor Futuro Cheque Especial

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro    English Créditos

Regimes de Capitalização - Sistemas de Capitalização: tipos de juros

Escolha a modalidade:

Juros Simples ☐ Juros Compostos ☒ Juros Contínuos ☐

Escolha a informação que deseja calcular:

☐ Valor Presente ☐ Valor Futuro ☐ Taxa de Juros (%) ☐ Número de Períodos

1500 0.23 25

Limpar Calcular

Valor Futuro (R\$) 1.588,67

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1Juros.php>

Assim, o valor a ser pago na modalidade Empréstimo Pessoal será de R\$ 1.557,27, enquanto o valor a ser pago na modalidade Cheque Especial será de R\$ 1.588,67.

Objetivo específico: Converter taxas equivalentes e comparar resultados entre os VF.

Problema 2 (P2): O Banco Central do Brasil divulgou o Relatório de Taxa de Juros Pessoa Física na modalidade “Aquisição de veículos” (período de 01/2023 a 02/2023). A Tabela 7 indica a classificação por ordem crescente de taxa das dez primeiras IF.

Tabela 7. Taxa anual aquisição de veículos		
Posição	Instituição	% a.a
1	BMW FINANCEIRA S.A. – CFI	10,61
2	BCO VOLKSWAGEN S.A	16,44
3	SCANIA BCO S.A.	18,38
4	BANCO CNH INDUSTRIAL CAPITAL S.A	18,55

5	BCO RCI BRASIL S.A.	19,00
6	BCO VOLVO BRASIL S.A.	19,14
7	BCO. J. SAFRA S.A.	20,55
8	BCO MERCEDES-BENZ S.A.	21,25
9	BANCO INBURSA	21,55
10	BANCO MONEO S.A.	21,91

Fonte: Banco Central (2023)

- a) Preencha o quadro realizando a conversão da taxa anual em taxa mensal de cada Instituição Financeira.

Resolução: Utilizando \$AE-MAFIN como método de solução (Figura 19), no módulo de Taxas de Juros, deve ser selecionado o submódulo Conversão de Taxas de juros – Taxas equivalentes.

Figura 19. P2 Conversão de taxas de juros

\$AE-MAFIN Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro

Taxas de juros - Conversão de Taxas de Juros - Taxas Equivalentes

Taxa de Juros (%)

10,61

Unidade da taxa atual

Anual

Nova unidade da taxa

Mensal

Voltar Limpar Calcular

Nova taxa de juros: 0,84%

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1taxasequivalentes.php>

Dessa forma, a conversão da primeira taxa anual de 10,61% foi para 0,84% ao mês. A conversão das demais taxas segue o mesmo modelo de solução, as quais foram gerados os valores no \$AE-MAFIN e preenchidos na tabela 8:

Tabela 8. Taxas - Aquisição de veículos			
Posição	Instituição	% a.a	% a.m
1	BMW FINANCEIRA S.A. – CFI	10,61	0,84
2	BCO VOLKSWAGEN S.A	16,44	1,28
3	SCANIA BCO S.A.	18,38	1,42
4	BANCO CNH INDUSTRIAL CAPITAL S.A	18,55	1,43
5	BCO RCI BRASIL S.A.	19,00	1,46
6	BCO VOLVO BRASIL S.A.	19,14	1,47
7	BCO. J. SAFRA S.A.	20,55	1,57
8	BCO MERCEDES-BENZ S.A.	21,25	1,62

9	BANCO INBURSA	21,55	1,64
10	BANCO MONEO S.A.	21,91	1,66

Fonte: Autoria Própria (2023)

Objetivo específico: Realizar e comparar a conversão de taxas utilizando as taxas anuais das financeiras.

Bloco III: Série de Pagamentos

Objetivos: Conhecer série de pagamentos e comparar taxas de juros, a fim de possibilitar uma melhor escolha ao comprar um bem ou de um serviço.

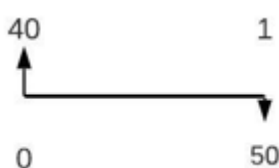
Etapa I da MEAA-RP-MF do PG3

Nesta etapa, acontece a elaboração do Problema Gerador 3 (PG3), com intuito de oportunizar condições ao estudante, que ao resolver o problema possa determinar a melhor opção de compra e ter condições de relacionar essa aprendizagem em uma situação real futura. Abaixo será disponibilizada a resolução pelo método tradicional e com apoio do \$AE-MAFIN.

PG3- Suponha que para celebrar o Dia Internacional da Mulher, comemorado no dia 08 de março, você decide comprar um presente. Ao entrar na loja A, você vê o produto desejado com valor de etiqueta de R\$ 100,00, com a possibilidade de pagamento à vista R\$ 90,00, ou o pagamento a prazo; sendo com uma entrada de R\$ 50,00 e R\$ 50,00 para 30 (trinta) dias. Nessas condições, qual seria a taxa de juros mensal dessa compra?

Resolução: Considerando a opção de compra à vista de R\$90,00, sendo o pagamento da entrada de R\$ 50,00, a diferença a ser pago será de R\$40,00 no período 0. Porém, após um mês o valor do pagamento será de R\$ 50,00, considerando a taxa de juros desse período. A figura 20 abaixo facilita a visualização desta operação.

Figura 20 – Diagrama do Fluxo de Caixa Loja A



Fonte: Autoria própria (2023)

Utilizando o método tradicional de solução:

$$VP = \sum_{j=1}^n \frac{FC_j}{(1+i)^j} \Rightarrow VP = \frac{VF}{(1+i)^1} \Rightarrow 40 = \frac{50}{(1+i)^1} \Rightarrow 40 \cdot (1+i) = 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 40 + 40 \cdot i = 50 \Rightarrow 40 \cdot i = 50 - 40 \Rightarrow 40 \cdot i = 10 \Rightarrow i = \frac{10}{40} = 0,25 = 25\%$$

Assim, o valor da taxa de juros nessa compra seria de 25% ao mês.

Utilizando o \$AE-MAFIN para solução, apresentado pela Figura 21:

Figura 21. PG3 Série de Pagamentos Loja B

Seleção de uma opção para calcular:

☐ Valor Presente
 ☐ Valor Futuro
 ☐ Valor da Prestação
☒ Taxa de Juros (%)
☐ Número de Períodos

40
 50
 25,00
 1

Limpar Calcular

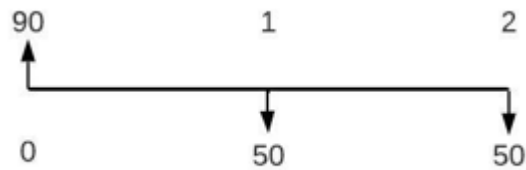
Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1uniformes.php>

Objetivo específico: Determinar a taxa de juros de uma compra, fazendo um comparativo entre a forma tradicional de resolver e com o apoio do \$AE-MAFIN.

- a) Não satisfeito com a taxa de juros da Loja A, você entra na Loja B a qual possui o mesmo produto, com o mesmo preço de etiqueta R\$ 100,00 e mesmo valor para pagamento à vista R\$ 90,00. Contudo, a diferença, é que o valor R\$ 50,00 das parcelas, pode ser feito para 30 e 60 dias. Nessas condições, qual seria a taxa de juros da Loja B? E qual das lojas oferece a melhor opção de compra?

Resolução: Considerando a opção de compra à vista de R\$90,00, sendo o primeiro pagamento após 30 dias (período 1) no valor de R\$ 50,00, e o segundo pagamento após 60 dias (período 2) no valor de R\$ 50,00. A Figura 22 abaixo apresenta esta operação:

Figura 22 – Diagrama do Fluxo de Caixa Loja B



Fonte: Autoria própria (2023)

Utilizando o método tradicional de solução:

$$VP = \sum_{j=1}^n \frac{FC_j}{(1+i)^j} \Rightarrow 90 = \frac{50}{(1+i)^1} + \frac{50}{(1+i)^2} \quad \times(1+i)^2 \Rightarrow$$

$$90 \cdot (1+i)^2 = 50 \cdot (1+i) + 50 \Rightarrow 90 \cdot (1 + 2 \cdot i + i^2) = 50 + 50 \cdot i + 50 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 90 + 180 \cdot i + 90 \cdot i^2 = 100 + 50 \cdot i \Rightarrow 90 \cdot i^2 + 130 \cdot i - 10 = 0 \quad +10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9 \cdot i^2 + 13 \cdot i - 1 = 0$$

Aplicando a fórmula de Bhaskara nessa equação polinomial do 2º grau, temos:

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 + 36}}{18} = \frac{-13 \pm \sqrt{205}}{18}$$

$$x_1 \cong 0,0732 = 7,32\% \text{ e } x_2 = -1,5176 = -151,76\%$$

Assim, o valor da taxa de juros nesta compra seria de 7,32% ao mês.

Utilizando o \$AE-MAFIN para solução, conforme Figura 23:

Figura 23. PG3 Série de Pagamentos Loja B

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1uniformes.php>

Dessa forma, o valor da taxa de juros da Loja A é de 25% ao mês, enquanto a taxa de juros da Loja B será de 7,32 ao mês. Nessas condições, comparando as

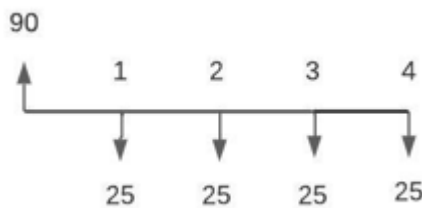
duas taxas de juros percebe-se que a Loja B oferece a taxa menor, sendo essa a melhor opção de compra.

Objetivo específico: Determinar e comparar as taxas de juros entre as duas lojas. Considerar e comprar as duas formas de solucionar o problema, e ponderar a viabilidade da resolução pelo método tradicional.

- b) Considere o mesmo valor de etiqueta e pagamento à vista do produto. Quais seriam as taxas se a compra fosse em: i) 4 parcelas de R\$ 25,00; ii) 5 parcelas de R\$ 20,00; iii) ou 10 parcelas de R\$ 10,00. Resolva pelo \$AE-MAFIN:

Resolução: Considerando i) abaixo está representado o fluxo de caixa (Figura 24) para visualizar essa compra:

Figura 24 – Diagrama do Fluxo de Caixa i)



Fonte: Autoria própria (2023)

Utilizando o método tradicional de solução:

$$VP = \sum_{j=1}^n \frac{FC_j}{(1+i)^j} \Rightarrow 90 = \frac{25}{(1+i)^1} + \frac{25}{(1+i)^2} + \frac{25}{(1+i)^3} + \frac{25}{(1+i)^4} \Rightarrow$$

$$\text{Como, } 1 + r + r^2 + \dots + r^n = \frac{1 - r^{n+1}}{1 - r}, \text{ se } r \neq 1 \Rightarrow 90 = \frac{\left(\frac{1 - (1+i)^4}{1 - (1+i)}\right)}{(1+i)^4}$$

$$90 = \frac{25 \frac{(1-(1+i)^2)(1+(1+i)^2)}{-i}}{(1+i)^4} \Rightarrow 90 = \frac{25 \frac{(1-(1+2i+i^2))(1+1+2i+i^2)}{-i}}{(1+i)^4} \Rightarrow 90 = \frac{25 \frac{(2i-i^2)(2+2i+i^2)}{-i}}{(1+i)^4} \Rightarrow \text{Fatorando } (-1), \text{ tem-se:}$$

$$90 = \frac{25(i+2)(i(i+2)+2)}{(1+i)^4} \Rightarrow 90 = \frac{25(i+2)(i^2+2i+2)}{(1+i)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{25(i^3+4i^2+6i+4)}{(1+i)^4} \Rightarrow 90 = \frac{25i^3}{(1+i)^4} + \frac{100i^2}{(1+i)^4} + \frac{150i}{(1+i)^4} + \frac{100}{(1+i)^4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 90(1+i)^4 = 25i^3 + 100i^2 + 150i + 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 90(i^4 + 4i^3 + 6i^2 + 4i + 1) = 25i^3 + 100i^2 + 150i + 100 \Rightarrow$$

$$18i^4 + 67i^3 + 88i^2 + 42i - 2 = 0$$

Resolvendo essa equação polinomial de 4ª grau:

$$i = \frac{65}{72} + \frac{1}{72} \sqrt{1 - \frac{21072}{\sqrt[3]{29017 + 3\sqrt{168758049}}} + 24\sqrt[3]{29017 + 3\sqrt{168758049}}} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{\frac{1}{648} + \frac{438}{27\sqrt[3]{29017 + 3\sqrt{168758049}}} - \frac{1}{54}\sqrt[3]{29017 + 3\sqrt{168758049}} + \frac{28351}{648\sqrt{1 - \frac{21072}{\sqrt[3]{29017 + 3\sqrt{168758049}}} + 24\sqrt[3]{29017 + 3\sqrt{168758049}}}} \right)}$$

$$i_1 \approx -1,6186 = -161,86\% \text{ e } i_2 \approx 0,0435 = 4,35\%$$

Assim, o valor da taxa de juros nesta compra seria de 4,35% ao mês.

Outra forma de resolver o problema, e que vale citar, apesar de não apresentarmos nesse estudo, seria pelo método da interpolação para o cálculo de taxas de juros em séries de pagamentos.

Utilizando o \$AE-MAFIN para solução, conforme figura 25:

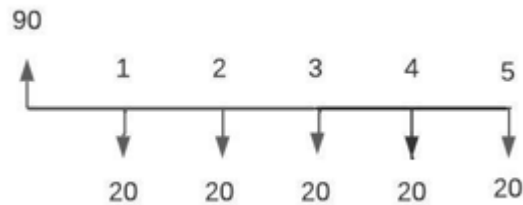
Figura 25. Série de Pagamentos: 4 X R\$ 25,00

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1uniformes.php>

Observa-se que a resolução pelo método tradicional não é uma tarefa simples, e com o aumento do grau da equação polinomial aumenta o nível de dificuldade na sua resolução. O Teorema de Abel-Ruffini afirma que não há uma solução geral por meio de radicais para as equações polinomiais de grau cinco ou superior (ANDRADE, 2019). Dessa forma, o \$AE-MAFIN é um facilitador de procedimentos, ao apresentar os resultados pretendidos com rapidez e precisão, sem a necessidade de manipular equações e desenvolver cálculos algébricos complexos.

Para ii) e iii) a resolução será feita pelo \$AE-MAFIN. Seja ii), abaixo está representado o fluxo de caixa (Figura 26) para visualizar essa compra:

Figura 26 – Diagrama do Fluxo de Caixa ii)



Fonte: Autoria própria (2023)

Utilizando o \$AE-MAFIN para solução, conforme Figura 27:

Figura 27. Série de Pagamentos: 5 X R\$ 20,00

Interface do sistema \$AE-MAFIN para cálculo de séries de pagamentos. O sistema está configurado para calcular a Taxa de Juros (%).

Selecione uma opção para calcular:

- ☐ Valor Presente
- ☐ Valor Futuro
- ☐ Valor da Prestação
- ☒ Taxa de Juros (%)
- ☐ Número de Períodos

Os campos de entrada contêm os seguintes valores:

- Valor Presente: 90
- Valor Futuro: (vazio)
- Valor da Prestação: 20
- Taxa de Juros (%): 3,62
- Número de Períodos: 5

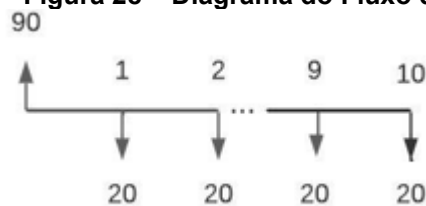
Botões: Limpar, Calcular

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1uniformes.php>

Dessa forma, a taxa de juros para essa compra será de 3,62 ao mês.

A seguir está representado o fluxo de caixa (Figura 28) para visualizar a compra iii):

Figura 28 – Diagrama do Fluxo de Caixa iii)



Fonte: Autoria própria (2023)

Utilizando o \$AE-MAFIN para solução, conforme Figura 29:

Figura 29. Série de Pagamentos: 10 X R\$ 10,00

\$AE-MAFIN
Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro Cré

Séries de pagamentos - Séries uniformes

Selecione uma opção para calcular:

☐ Valor Presente
 ☐ Valor Futuro
 ☐ Valor da Prestação
 ☒ Taxa de Juros (%)
 ☐ Número de Períodos

90

 10
 1,96
 10

Limpar Calcular

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1uniformes.php>

Assim a taxa de juros nessa compra é de 1,96% ao mês.

Objetivo específico: Simular as diferentes formas de compra, e encontrar diferentes taxas.

c) Preencha as taxas encontradas no quadro abaixo (Figura 30) e diga o que acontece com a taxa de juros.

Figura 30. Comparativo das Taxas de Juros

Opção de Compra	Loja A	Loja B	4 x R\$25,00	5 x R\$20,00	10x R\$10,00
Taxa de Juros					

Fonte: Autoria própria (2023)

Após encontrar todas as taxas de juros solicitadas, e compará-las no quadro, percebe-se que as taxas de juros variam em função do tempo e apresentam uma tendência de decaimento em seu valor, de acordo com o prazo estabelecido

Objetivo específico: Categorizar as diferentes taxas possibilitando a comparação entre si e identificar a tendência de decaimento em seu valor.

Expectativas: Objetiva-se que os alunos conheçam e aprimorem seus conhecimentos sobre série de pagamentos, para isso, comparem as resoluções do problema das duas formas, tradicional e pelo \$AE-MAFIN. Dessa forma, fica claro a complexidade em fazer a resolução da forma tradicional por trás de uma situação simples do dia a dia, pois a determinação de taxa de juros sem sempre é uma tarefa fácil, na maioria dos casos, é necessário a utilização de métodos numéricos. Assim,

se torna indispensável o desenvolvimento de rotinas computacionais para tal finalidade. No \$AE-MAFIN, foi implementado o algoritmo do método de Newton-Raphson que permite cálculos com rapidez e precisão.

Etapa II da MEAA-RP-MF do PG3

Momento após a leitura onde ocorre a discussão sobre o tema série de pagamentos entre os membros do grupo. Durante esse processo, os alunos podem buscar conceitos e fórmulas na internet ou em materiais didáticos que tenham acesso. O professor atua como mediador, esclarecendo possíveis dúvidas e direcionando as ideias apresentadas. Deve ser levado em consideração o fato que a resolução pela forma tradicional apresentada anteriormente é uma sugestão de solução, visto que os alunos percorrerão diversos caminhos para solucionar o problema, inclusive a utilização do \$AE-MAFIN.

Etapa III da MEAA-RP-MF do PG3

Nesta fase é realizada a apresentação dos resultados obtidos, onde representantes dos grupos são convidados a expor os resultados na lousa. Diante de resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos para desenvolver cálculo da série de pagamentos devem ser apresentadas para que todos os alunos analisem e discutam, até chegar a um consenso.

Etapa IV da MEAA-RP-MF do PG3

Neste momento, o professor registra na lousa uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos por meio dos modelos matemáticos,

Valor Presente de Série
de Pagamentos Uniforme

$$VP = \frac{FC \cdot [(1+i)^n - 1]}{i \cdot (1+i)^n} \Rightarrow \begin{cases} FC = \frac{VP \cdot i \cdot (1+i)^n}{[(1+i)^n - 1]} \\ n = \frac{\ln \left[\frac{FC}{FC - VP \cdot i} \right]}{\ln [1+i]} \end{cases}$$

*i → Processo numérico:
Método de Newton-Raphson*

Valor Futuro de Série de Pagamentos Uniforme

$$VF = \frac{FC \cdot [(1+i)^n - 1]}{i} \Rightarrow \begin{cases} FC = \frac{VF \cdot i}{[(1+i)^n - 1]} \\ n = \frac{\ln \left[1 + i \cdot \frac{VF}{FC} \right]}{\ln [1+i]} \end{cases}$$

$i \rightarrow$ Processo numérico:
Método de Newton-Raphson

Na qual: VP: Valor Presente; VF: Valor Futuro; FC: Fluxo de Caixa/Pagamento/Prestação. Parcela; i: taxa de juros por período; n: número total de períodos (anos, meses, ...); j: período (ano, mês, ...) g: taxa de crescimento

Etapa V da MEAA-RP-MF do PG4

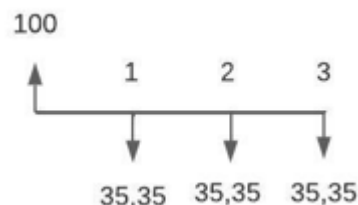
Esta etapa caracteriza-se na proposição e resolução de novos problemas relacionados a série de pagamentos. A utilização do \$AE-MAFIN nesta fase é recomendada para geração de resultados.

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema 1 (P1): Um bem cujo preço à vista é de R\$100,00 será pago em três prestações mensais iguais de R\$ 35,35 ao fim de cada mês. Calcule o valor da taxa de juros cobrado.

Resolução: Considerando a opção de compra à vista de R\$100,00, sendo o primeiro pagamento após 30 dias (período 1) no valor de R\$ 35,35, o segundo pagamento após 60 dias (período 2) no valor de R\$ 35,35, e o terceiro pagamento após 90 dias (período 3) no valor de R\$35,35. A Figura 31 abaixo apresenta esta operação:

Figura 31: Diagrama do fluxo de caixa P1



Fonte: Autoria própria (2023)

Utilizando o \$AE-MAFIN como método de solução, apresentado pela Figura 32:

Figura 32. P1 Série de Pagamentos

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro

Séries de pagamentos - Séries uniformes

Selecione uma opção para calcular:

☐ Valor Presente
 ☐ Valor Futuro
 ☐ Valor da Prestação
 ☒ Taxa de Juros (%)
 ☐ Número de Períodos

100

 35,35
 3,00
 3

Limpar Calcular

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1uniformes.php>

Logo a taxa de juros nessa compra será de 3%.

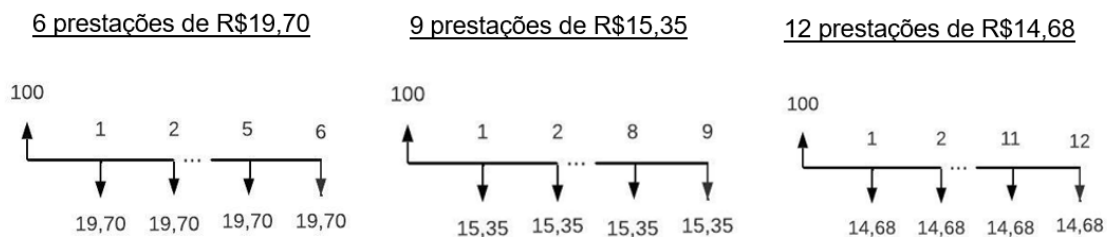
a) Considere esse mesmo bem e seu valor à vista, com as seguintes possibilidades de pagamentos:

- Seis prestações mensais de R\$19,70;
- Nove prestações mensais de R\$15,35;
- Doze prestações mensais de R\$14,68.

Nessas condições, quais seriam as taxas para cada opção de compra? Dentre todas as possibilidades elencadas, qual seria a melhor opção de compra?

Resolução: Como a opção de compra à vista no valor de R\$100,00 é comum a todas as opções, o que diferencia é o valor da prestação e quantidade de períodos, assim, a imagem a seguir (Figura 33) apresenta o diagrama de fluxo de caixa das três opções de compra.

Figura 33: Diagrama do fluxo de caixa – Opções de Compra



Fonte: Autoria própria (2023)

Utilizando o \$AE-MAFIN como método de solução na Figura 34:

Figura 34. P1 Série de Pagamentos a)

Séries de pagamentos - Séries uniformes

Selecione uma opção para calcular:				
☐ Valor Presente	☐ Valor Futuro	☐ Valor da Prestação	☒ Taxa de Juros (%)	☐ Número de Períodos
100		19,70	5,00	6
100		15,35	7,00	9
100		14,68	10,01	12

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1uniformes.php>

Ao calcular as diferentes formas de pagamento, encontramos taxas de juros diferentes. Na opção de seis prestações de R\$19,70 a taxa de juros será de 5% ao mês. Já na opção de nove prestações de R\$15,35 a taxa de juros será de 7% ao mês. Na opção de doze prestações de R\$14,68 a taxa de juros será de 10,01% ao mês. Percebe-se uma relação de crescimento nas taxas conforme o número de períodos, à medida que o número de períodos aumenta, a taxa de juros também aumenta. Assim, visto que a primeira opção de compra a ser realizada em três prestações de R\$35,35 possui uma taxa de 3% ao mês, essa seria a melhor opção de compra, pois possui a menor taxa entre elas. Comparando o VF a ser pago no final da compra entre a primeira opção (que possui três períodos) de R\$106,05 e da última opção (que possui doze períodos) de compra de R\$176,16, fica ainda mais fácil de identificar a melhor opção de compra.

Objetivo específico: Determinar a melhor opção de compra, comparando as diferentes formas e opções de pagamentos, por meio da análise da taxa de juros.

Bloco IV: Simulação de Financiamentos/Empréstimos

Objetivo do Bloco: Conhecer e aplicar/simular os principais sistemas de amortização de dívidas (empréstimos ou financiamentos), para prever juros, amortizações e prestações.

Etapa I da MEAA-RP-MF do PG4

Nesta etapa, acontece a elaboração do Problema Gerador 4 (PG4), baseado em uma situação hipotética, mas muito presente entre a vida dos brasileiros, que é a aquisição da casa própria.

PG4- Ao simular o financiamento da casa própria no valor de R\$ 150.000,00 na modalidade Minha Casa Minha Vida pelo Sistema de Amortização (SAC), você obtém as seguintes informações:

- Prazo para pagamento: 240 meses;
- Valor de entrada: R\$ 31.604,00;
- Valor do subsídio: R\$ 6.556,00;
- Valor do financiamento: R\$ 111.840,00;
- Taxa de juros 4,6% ao ano.

Nessas condições, qual seria o valor da primeira prestação?

Resolução: No Sistema de Amortização (SAC), o valor da prestação (P) é dado pela soma do valor da amortização (A) mais o valor dos juros (J) daquele período que incide sobre o saldo devedor.

A amortização (AMT) é igual ao saldo devedor (SD) dividido pelo número de períodos (n). Assim utilizando o método tradicional de solução:

$$AMT = \frac{SD}{n} \text{ e } J = SD \cdot i$$

$$AMT = \frac{SD}{n} = \frac{111.840}{240} \cong 266,29$$

A amortização de todas as 240 prestações é igual a R\$266,29. Pois a amortização é constante.

Ao calcular o Juros (J) da primeira prestação, a taxa de juros anual 4,6% convertida mensalmente 0,38%, temos:

$$J = SD \cdot i$$

$$J = 111.840 \times 0,0038$$

$$J = 424,99$$

Dessa forma:

$$P_1 = AMT + J$$

$$P_1 = 266,29 + 424,99 = 691,28$$

Logo, o valor da primeira prestação será de R\$691,28.

Para encontrar o valor das próximas prestações, deve considerar o valor da dívida no mês e a amortização R\$ 266,29. Na segunda prestação, o saldo devedor passa a ser de R\$ 111.573,71 e a taxa de juros sobre este saldo devedor:

$$J = 111.573,71 \times 0,0038$$

$$J = 423,98$$

Dessa forma:

$$P_2 = AMT + J$$

$$P_2 = 266,29 + 423,98 = 690,27$$

E esse processo segue para o cálculo de cada prestação.

Utilizando o \$AE-MAFIN para resolução (Figura 35): Primeiramente fazendo a conversão de taxa efetiva anual em taxa efetiva mensal (visto no Bloco II):

Figura 35. PG4 Conversão de taxas equivalentes



Recursos Didáticos

Projetos e Informações

Módulos ▾

Reportar Erro

Taxas de juros - Conversão de Taxas de Juros - Taxas Equivalentes

Taxa de Juros (%)

4,6

Unidade da taxa atual

Anual ▾

Nova unidade da taxa

Mensal ▾

Voltar

Limpar

Calcular

Nova taxa de juros: **0,38%**

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo1taxasequivalentes.php>

Assim, é possível encontrar o valor das parcelas, o diferencial do \$AE-MAFIN, está em fornecer o valor de todas as prestações, desde a primeira até a prestações de número 420, conforme Figura 36:

Figura 36. PG4 Sistema de Amortização -SAC

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro

Sistemas de Amortização

☐ PRICE ☒ SAC ☐ SAA

Valor Financiado: 111840 Taxa de Juros (%): 0.38 Prazo Máximo: 420 Carência: 0

Carência com capitalização? ☐

Limpar Calcular

Período	Amortização	Juros	Prestação	Saldo Devedor
0	-	-	-	111.840,00
1	266,29	424,99	691,28	111.573,71
2	266,29	423,98	690,27	111.307,43
...	...	...	...	...
419	266,29	2,02	268,31	266,29
420	266,29	1,01	267,30	0,00
"Total"	111.840,00	89.460,82	201.300,82	-

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo4.php>

Verifica-se na última linha os “valores totais” a serem pagos. De amortização R\$ 111840,00; Juros R\$ 89.460,82; Prestação R\$201.300,82.

Objetivo específico: Determinar o valor da prestação, contrapondo as duas formas de solução: método tradicional x \$AE-MAFIN.

Expectativas: Objetiva-se que os alunos conheçam e aprimorem seus conhecimentos sobre os diferentes sistemas de amortização, para isso, comparem as resoluções do problema das duas formas, tradicional e pelo \$AE-MAFIN.

Etapa II da MEAA-RP-MF do PG4

Momento em que os alunos estão em grupos, e após realizar a leitura individual e coletiva, farão a discussão entre os membros do grupo. A intenção é que durante esse momento, discutam sobre os sistemas de amortização de dívidas. Durante esse processo, os alunos podem buscar conceitos e fórmulas na internet ou em materiais didáticos que tenham acesso. O professor atua como mediador, esclarecendo possíveis dúvidas e direcionando as ideias apresentadas.

Etapa III da MEAA-RP-MF do PG4

Nesta fase é realizada a apresentação dos resultados obtidos, os grupos farão a exposição das resoluções e reflexões da fase anterior, fazendo uma análise com as respostas e ideias encontradas nos demais grupos, com intermédio do professor para que encontrem o consenso quanto aos erros e acertos cometidos nas respostas obtidas.

Etapa IV da MEAA-RP-MF do PG4

Essa é a etapa de formalização dos conteúdos. Neste momento, é realizado a retomada de conteúdo, integrando a conceituação do Quadro 4 (Modelagem Matemática para o Sistema SAC), Quadro 5 (Modelagem Matemática para o Sistema PRICE), Quadro 6 (Modelagem Matemática para o Sistema SAA) da seção 2.1.5 Sistemas de Amortização.

Etapa V da MEAA-RP-MF do PG4

Esta etapa caracteriza-se na aplicação e resolução de problemas complementares relacionados a sistema de amortização. A utilização do \$AE-MAFIN nesta fase é recomendada para geração de resultados.

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema 1 (P1): A taxa de juros do empréstimo consignado para aposentados e pensionistas do INSS foi reduzida para 1,70% em março de 2023. Maria, aposentada do INSS, fez um empréstimo consignado pelo sistema PRICE, no valor de R\$ 3.000, para ser pago em 2 anos. Sabe-se que, se o empréstimo fosse feito nas mesmas condições, mas para ser pago em 1 ano, Maria pagaria o montante de R\$3.341,74. Nesse caso, qual o montante real pago por Maria ao final dos 2 anos? Qual seria o valor da prestação para pagamento em 1 ano e para pagamento em 2 anos?

Resolução: Selecionando o Sistema PRICE de amortização, deve-se inserir os dados e considerar o período de dois anos em 24 meses já que a taxa é mensal, posteriormente o mesmo processo para o período de um ano 12 meses. Conforme Figuras 37 e 38:

Figura 37. P1 PRICE – Consignado de 24 meses

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro

Sistemas de Amortização

☒ PRICE
 ☐ SAC
 ☐ SAA

Valor Financiado: 3000
 Taxa de Juros (%): 1.7
 Prazo Máximo: 24
 Carência: 0

Carência com capitalização? ☐

Limpar Calcular

Período	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	3.000,00
1	153,27	51,00	102,27	2.897,73
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	153,27	2,56	150,71	0,00
"Total"	3.678,58	678,58	3.000,00	-

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo4.php>

Assim, o valor a ser pago por Maria após 24 meses será de R\$3.678,58. Nessas condições, o valor de juros acometido neste período é de R\$678,58.

Figura 38. P1 PRICE – Consignado de 12 meses

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro

Sistemas de Amortização

☒ PRICE
 ☐ SAC
 ☐ SAA

Valor Financiado: 3000
 Taxa de Juros (%): 1.7
 Prazo Máximo: 12
 Carência: 0

Carência com capitalização? ☐

Limpar Calcular

Período	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	3.000,00
1	278,48	51,00	227,48	2.772,52
2	278,48	47,13	231,35	2.541,18
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11	278,48	9,23	269,25	273,82
12	278,48	4,65	273,82	0,00
"Total"	3.341,74	341,74	3.000,00	-

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo4.php>

Comparando os dois resultados, no período de 24 meses tem uma prestação de R\$ 153,27 e no período de 12 meses obtêm-se o valor de R\$ 278,48.

Objetivo específico: Determinar o valor final a ser pago em um empréstimo na modalidade consignado. Comparar os valores das prestações em diferentes períodos de pagamentos.

Problema 2 (P2): Para adquirir o carro desejado, suponha que você financie o valor de R\$40.000,00 em 36 prestações mensais a uma taxa de 2% ao mês, pelo Sistema Amortização PRICE. Baseado nessas informações, qual é o valor das prestações e do valor final a ser pago?

Resolução: Selecionando o Sistema de Amortização PRICE, e inserindo os valores, conforme Figura 39:

Figura 39. P2 Sistema de Amortização PRICE

Sistemas de Amortização

☒ PRICE
 ☐ SAC
 ☐ SAA

Valor Financiado: 40000
 Taxa de Juros (%): 2
 Prazo Máximo: 36
 Carência: 0

Carência com capitalização? ☐

Limpar Calcular

Período	Prestação	Juros	Amortização	Saldo Devedor
0	-	-	-	40.000,00
1	1.569,31	800,00	769,31	39.230,69
2	1.569,31	784,61	784,70	38.445,99
...	...	...	...	...
35	1.569,31	60,94	1.508,38	1.538,54
36	1.569,31	30,77	1.538,54	0,00
"Total"	56.495,31	16.495,31	40.000,00	-

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo4.php>

Como a transação é pelo Sistema de Amortização PRICE, as parcelas são fixas, dessa forma, todas no valor de R\$1.569,31. No "Total" indica o VF que é a soma dos pagamentos.

Objetivo específico: Determinar o valor da prestação, e o valor final de um financiamento pelo Sistema de Amortização PRICE.

Neste capítulo foi apresentado a base teórica do conteúdo de MF abordado para implementar atividades no \$AE-MAFIN. O próximo capítulo ilustra os modelos prontos no sistema.

5 RESULTADOS DA IMPLEMENTAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se a implementação das atividades pedagógicas no sistema \$AE-MAFIN. O principal objetivo desta implementação é o de servir professores e estudantes para o direcionamento de atividades pedagógicas com a metodologia MEAA-RP-MF durante a utilização do \$AE-MAFIN.

Ao acessar o módulo “Resolução de Problemas” (Figura 40), o usuário encontrará a descrição da metodologia, acompanhada dos conteúdos que estão presentes: 1) Conceitos de Juros Simples e Compostos; 2) Taxa de Juros; 3) Série de Pagamentos; 4) Simulação de Financiamentos/Empréstimos.

Figura 40. Interface Resolução de Problemas

\$AE-MAFIN Recursos Didáticos Projetos e Informações Reportar Erro

Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problema para Matemática Financeira (MEAA-RP-MF)

Olá professor, a seguir está descrito um roteiro de Resoluções de Problemas (RP) denominado: Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da RP para Matemática Financeira (MEAA-RP-MF), o qual propõe uma proposta de utilização do \$AE-MAFIN para apoiar o ensino de Matemática Financeira (MF) no Ensino Médio (EM). Este roteiro baseia-se no modelo de Trento (2019) o qual é uma adaptação do modelo de Onuchic e Allevato (2011), composto por:

I) **Proposição do problema:** neste momento, serão utilizados os problemas geradores (PG) os quais irão abordar conteúdos específicos de MF no EM.

II) **Mão na massa:** momento de leitura do PG, é realizada a leitura individual e depois uma nova leitura pode ser feita em grupo pelos alunos. Em seguida, deve ser direcionada uma discussão com os demais colegas sobre as possíveis dúvidas ou dificuldades encontradas no texto. Neste momento o professor atua mediando a conversação, incentivando a troca de ideias para busca da solução do problema e auxiliando os alunos com o uso do \$AE-MAFIN, como instrumentos de cálculo. O intuito desta etapa, é enriquecer o ambiente educacional, propiciando a construção do conhecimento por meio da atuação ativa, crítica e criativa por parte dos alunos e professores.

III) **Resultados obtidos e feedbacks:** momento de apresentação da resolução do problema por um integrante de cada grupo, podendo ser feita de forma escrita no quadro/lousa, ou oral, de forma a promover uma discussão das resoluções obtidas, identificando erros e acertos no desenvolvimento da solução.

IV) **Formalizar o conteúdo:** nesta etapa, os conhecimentos obtidos a partir dos PG são convertidos para a linguagem matemática. É nessa fase que os conceitos, princípios e procedimentos matemáticos são trabalhados a partir e indo além dos resultados obtidos na resolução dos PG.

V) **Problemas complementares com o uso do \$AE-MAFIN:** são propostos problemas que necessitem do conteúdo formalizado na etapa anterior. Esses problemas podem ser resolvidos de forma individual ou em grupos, com objetivo de colocar em ação os conhecimentos matemáticos abordados. Aqui, acontece a utilização da ferramenta web \$AE-MAFIN como instrumento de cálculo, e como parte da avaliação formal que acontece de forma continuada, mas neste momento pode ser definida como pontual, quando ao final do processo o professor pode verificar o que o aluno compreendeu sobre o conteúdo.

Professor, escolha o objeto de conhecimento que deseja desenvolver com os estudantes:

- CONCEITO DE JUROS SIMPLES E COMPOSTOS
- TAXA DE JUROS
- SÉRIE DE PAGAMENTOS
- SIMULAÇÃO DE FINANCIAMENTOS/EMPRÉSTIMOS

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7.php>

Cada conteúdo, possui as cinco etapas da MEAA-RP-MF. Na Etapa I de cada conteúdo, apresenta-se o PG que consiste na proposição do problema envolvendo o conteúdo escolhido. Seguindo o roteiro, temos a Etapa II: Mão na Massa, na qual é feita a leitura individual e coletiva para posteriormente iniciar uma discussão entre colegas e professor sobre as possíveis dúvidas ou dificuldades encontradas no texto.

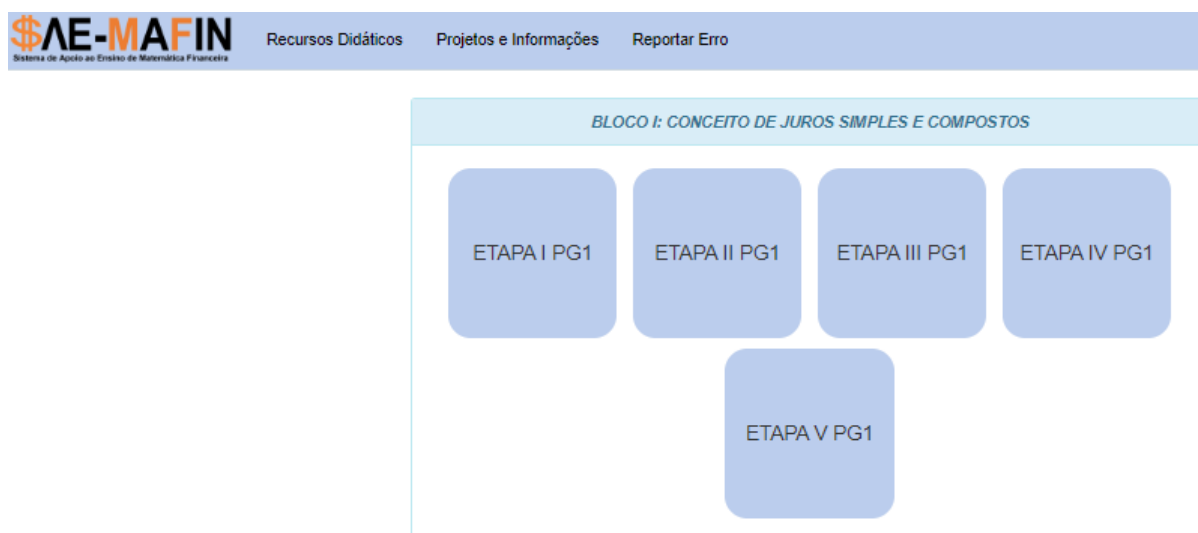
Após o usuário digitar a resposta correta, irá aparecer o ícone “Continuar”, o qual encaminhará para as próximas questões do PG. Ao finalizar essa etapa, o sistema descreve as “Expectativas” de resolver cada problema.

A Etapa III constitui a explanação dos resultados obtidos. Os grupos farão a exposição das resoluções e reflexões da fase anterior, fazendo uma análise com as respostas e ideias encontradas nos demais grupos, com orientações do professor para que encontrem o consenso quanto aos erros e acertos cometidos nas respostas obtidas.

Na próxima etapa, a Etapa IV, deve acontecer a formalização dos conteúdos, na qual o professor deve realizar a retomada de conteúdo, sistematizando as fórmulas de cada conteúdo específico. Como todos os blocos possuem o mesmo encaminhamento na metodologia, a descrição a seguir utilizará de diferentes partes de cada bloco, para apresentar a metodologia implementada no \$AE-MAFIN.

No módulo, “Conceitos de Juros Simples e Compostos” (Figura 41), essas etapas estão relacionadas ao PG1, que está descrito da Etapa I.

Figura 41. Bloco I



Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7ConceitoJuros.php>

Dessa forma, ao selecionar o submódulo “ETAPA I PG1”, o usuário tem acesso ao PG1. Essa interface (apresentada pela Figura 42) conta com uma caixa de texto a ser preenchida com a intenção de resposta, além disso, o ícone “Dicas” ajuda o usuário durante o processo de cálculo, direcionando o caminho até chegar na resposta correta, e ser possível avançar para as próximas fases do PG1.

Figura 42. Implementação - Etapa I do PG1A

SAEMAFIN
Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos Reportar Erro

MEAA-RP-MF - CONCEITO DE JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

ETAPA I PG1 – ENEM (2019) adaptada: Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado.

a) Represente na linha tempo os valores relacionados aos pagamentos e acrescente na linha de tempo o valor à vista, em reais, que deverá constar na nota fiscal, junto com seus pagamentos.

Dicas Voltar Corrigir

OBS:Preencha a resposta a seguir e clique em corrigir.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto.php>

Ao incluir o valor na caixa de resposta, e clicar no ícone “Corrigir” o sistema sinalizará se o valor corresponde a resposta correta ou errada. Conforme Figura 43:

Figura 43. Implementação - Etapa I do PG1B

SAEMAFIN
Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos Reportar Erro

MEAA-RP-MF - CONCEITO DE JUROS SIMPLES E COMPOSTOS

ETAPA I PG1 – ENEM (2019) adaptada: Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado.

a) Represente na linha tempo os valores relacionados aos pagamentos e acrescente na linha de tempo o valor à vista, em reais, que deverá constar na nota fiscal, junto com seus pagamentos.

Dicas Voltar Corrigir

OBS:Preencha a resposta a seguir e clique em corrigir.

400

Resposta correta! Aperte o botão a seguir para prosseguir para a próxima etapa!

Continuar

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto.php>

Se a resposta for correta, pode-se avançar na resolução do PG1 clicando no ícone “Continuar”, no caso contrário, pode-se substituir o resultado e checá-lo novamente. Ao final da resolução do PG1 (apresentado na Figura 44), o sistema descreve as Expectativas: *“Espera-se que os alunos, utilizando as informações da questão, manipulem esses valores para encontrar as respostas. Essa dedução que é feita baseada na fórmula de juros simples e compostos, possibilitando a reflexão e assimilação do conteúdo”*.

Figura 44. Implementação - Etapa I do PG1C

\$AE-MAFIN Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos Reportar Erro

ETAPA I PG1 – ENEM (2019) adaptada: Uma pessoa se interessou em adquirir um produto anunciado em uma loja. Negociou com o gerente e conseguiu comprá-lo a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês. O primeiro pagamento será um mês após a aquisição do produto, e no valor de R\$ 202,00. O segundo pagamento será efetuado um mês após o primeiro, e terá o valor de R\$ 204,02. Para concretizar a compra, o gerente emitirá uma nota fiscal com o valor do produto à vista negociado.

c) Qual a modalidade de taxa de juros para essa compra que apresenta a melhor opção? Juros simples ou compostos?

Dicas Voltar Corrigir

Levando em consideração que o valor encontrado para VF na segunda opção foi de R\$408,00 preencha a respostas a seguir e clique em corrigir:

406.02

Expectativas:
Espera-se que os alunos utilizando as informações da questão, manipulem esses valores para encontrar as respostas. Essa dedução que é feita baseada na fórmula de juros simples e compostos, possibilitando a reflexão e assimilação do conteúdo

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto.php>

Na Etapa I presente no sistema, consta a proposição do problema, mas é nela que acontece também a resolução do PG1, então, tanto para o professor quanto para os estudantes, precisa ficar claro que nessa etapa, também ocorre a Etapa II e III do roteiro da MEAA-RP-MF. Pois no sistema, essas etapas fazem parte do processo de solução do problema.

A Etapa II (Figura 45) é o momento em que o estudante deve ler o enunciado do problema. Essa fase pode ser organizada de várias maneiras, recomenda-se que a leitura seja feita primeiramente individual e depois de forma coletiva. Neste momento, os alunos podem usar os demais módulos do \$AE-MAFIN, para testagem de cálculo, conforme foram apresentados no capítulo anterior “Aplicações”.

Figura 45. Implementação – Etapa II PG1

The screenshot shows the SAEMAFIN web application interface. At the top, there is a navigation bar with the logo "\$AE-MAFIN" and the text "Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira". To the right of the logo are links: "Recursos Didáticos", "Projetos e Informações", "Módulos", and "Reportar Erro". Below the navigation bar, the page title is "MEAA-RP-MF - CONCEITO DE JUROS SIMPLES E COMPOSTOS - Etapa II". The main content area is titled "Etapa II:" and contains the following text: "Aplicação do PG1 em sala de aula: momento em que os alunos estarão em grupos, e após realizar a leitura, farão a discussão entre os membros do grupo. A intenção é que durante esse momento, retomem os conhecimentos sobre juros simples e aprimorem os conhecimentos sobre juros compostos, e que ideias intuitivas sobre seu manuseio emergjam durante a resolução do problema. Para auxiliar o processo de resolução do problema, os alunos podem utilizar o \$AEMAFIN, como ferramenta de apoio, simulando valores e aferindo resultados. Durante esse processo, o professor será mediador, esclarecendo possíveis dúvidas e direcionando as ideias apresentadas." At the bottom right of the content area, there is a button labeled "Voltar".

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto4.php>

Na Etapa III acontecem as apresentações de resultados, cada grupo apresenta o processo utilizado para obtenção da resposta, neste momento, o professor direciona as respostas para que juntos encontrem o consenso, quanto a erros e acertos. Conforme figura 46:

Figura 46. Implementação – Etapa III PG1

The screenshot shows the SAEMAFIN web application interface. At the top, there is a navigation bar with the logo "\$AE-MAFIN" and the text "Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira". To the right of the logo are links: "Recursos Didáticos", "Projetos e Informações", "Módulos", and "Reportar Erro". Below the navigation bar, the page title is "MEAA-RP-MF - CONCEITO DE JUROS SIMPLES E COMPOSTOS - Etapa III". The main content area is titled "Etapa III:" and contains the following text: "Nesta fase é feita a explanação dos resultados obtidos, os grupos farão a exposição das resoluções e reflexões da fase anterior, fazendo uma análise com as respostas e ideias encontradas nos demais grupos, com intermédio do professor para que encontrem o consenso quanto aos erros e acertos cometidos nas respostas obtidas." At the bottom right of the content area, there is a button labeled "Voltar".

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto4.php>

Seguindo o roteiro, o professor pode partir das respostas obtidas, para iniciar a Etapa IV e formalizar o conteúdo pretendido a trabalhar. Conforme Figura 47:

Figura 47. Implementação – Etapa IV PG1

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro

Neste momento, acontece a formalização dos conteúdos, é realizado a retomada de conteúdo, sistematizando as fórmulas:

JUROS SIMPLES

$$VF = VP \cdot (1 + i \cdot n) \Rightarrow \begin{cases} VP = \frac{VF}{(1 + i \cdot n)} \\ i = \frac{\frac{VF}{VP} - 1}{n} \\ n = \frac{\frac{VF}{VP} - 1}{i} \end{cases}$$

JUROS COMPOSTOS

$$VF = VP \cdot (1 + i)^n \Rightarrow \begin{cases} VP = \frac{VF}{(1 + i)^n} \\ i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VP}} - 1 \\ n = \frac{\ln(\frac{VF}{VP})}{\ln(1 + i)} \end{cases}$$

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto4.php>

Neste momento o professor deve apresentar e sistematizar as fórmulas de Juros Simples e Juros Compostos.

Para finalizar o Bloco I do PG1, a Etapa V comporta três problemas complementares. Apresentados na Figura 48:

Figura 48. Implementação – Bloco V do PG1

\$AE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Reportar Erro

BLOCO V: PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema I

Problema II

Problema III

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto4.php>

Esses Problemas Complementares são relacionados ao cálculo de juros nas diversas modalidade existentes com o apoio da ferramenta web \$AE-MAFIN. O objetivo em resolver o Problema I (Figura 49) está em encontrar o VF (Montante) de

um investimento na modalidade de Juros Compostos, conhecidos a taxa de juros e o tempo de aplicação.

Figura 49. Implementação – P1 do PG1

MEAA-RP-MF - CONCEITO DE JUROS SIMPLES E COMPOSTOS - Etapa V

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema 1 (P1): (adaptado de (MOURA, 2020)) um estudante aplicou, em uma instituição financeira, R\$ 10.000,00 a uma taxa de juros compostos de 0,16% ao mês, durante 5 meses. Determine o valor total resgatado (montante) pelo estudante.

Dica

Voltar

Corrigir

OBS:Preencha a resposta a seguir e clique em corrigir.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto4.php>

No problema II o objetivo está em encontrar a taxa mensal de um investimento na modalidade de juros compostos e comparar com os demais regimes de capitalização. Conforme Figura 50:

Figura 50. Implementação – P2 do PG1



Recursos Didáticos
Projetos e Informações
Módulos ▾
Reportar Erro

MEAA-RP-MF - CONCEITO DE JUROS SIMPLES E COMPOSTOS - Etapa V

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema 2 (P2): (Adaptado de (JÚNIOR, 2018)) Um investimento de R\$ 850,00 gera, após 3 meses, um montante R\$ 1.100,00. A que taxa mensal de juros rendeu esse investimento?

Dica

Voltar

Corrigir

OBS:Preencha a resposta a seguir e clique em corrigir.

<http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto4.php>

No Problema III, (apresentado na Figura 51) objetiva-se compreender e utilizar a fórmula do montante composto para doze capitalizações e para duas capitalizações, auferindo os resultados.

Figura 51. Implementação – P3 do pg1

\$AE-MAFIN Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos - Reportar Erro

Problema 3 (P3): Considere a seguinte situação:

Situação problema em sala de aula

Fonte: Silva (2023)

Qual seria a resposta correta que José e Paulo deveriam dar a professora como montante (valor futuro) ao final de 12 meses?

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7JurosSimplesComposto4.php>

Assim descreve-se o Bloco I: Conceitos de Juros Simples e Compostos seguindo as cinco etapas da MEAA-RP-MF com a utilização do \$AE-MAFIN.

De maneira semelhante, acontece com o Bloco II: Taxas de Juros. Ao selecionar esse bloco, o usuário terá acesso aos módulos referentes as etapas da metodologia MEAA-RP-MF, os quais indicam o caminho a ser percorrido durante o trabalho com o conteúdo Taxas de Juros.

Na Etapa I do PG2 é onde aparece o problema PG2 a ser estudado. Simultaneamente acontecem as Etapas II e III, onde o professor deve direcionar a resolução pela metodologia. Apresentado na Figura 52:

Figura 52. Implementação – Etapa I do PG2

SAEMAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro

ETAPA I PG2- (Adaptado de KIRCHNER, 2014) O mercado projeta que a taxa Selic (taxa usada pelo Banco Central (BC) para incentivar os investimentos e controlar a inflação) média para certo ano será de 16% ao ano e que o IPCA (taxa que fornece informações sobre a oscilação dos preços na economia real, que serão usados para definir a Selic) desse mesmo ano será de 7%. Qual o valor dos juros reais projetados para o ano?

(a) 8,41% ao ano

(b) 9,00% ao ano

(c) 16% ao ano

(d) 7% ao ano

(e) 1% ao ano

Dica Voltar Corrigir

OBS:Preencha a resposta a seguir e clique em corrigir.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7TaxaJuros1PG2.php>

Pois é na Etapa II que acontece a leitura individual e coletiva do PG2, e as tentativas de soluções. Apresentação dessa etapa consta na Figura 53:

Figura 53. Implementação – Etapa II do PG2

SAEMAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro

MEAA-RP-MF - TAXA DE JUROS - Etapa II

Etapa II:

Fase de aplicação do PG2 em sala de aula, momento em que os alunos estão em grupos, e após receber o problema e fazer a leitura individual e coletiva, farão a discussão entre os membros do grupo. A intenção é que durante esse momento, retomem os conhecimentos sobre os conceitos de matemática financeira, como: taxa de juros, período, capital, montante e as fórmulas na modalidade de juros compostos, e que ideias intuitivas sobre seu manuseio emergam durante a resolução do problema. Durante esse processo, o professor será mediador, esclarecendo possíveis dúvidas e direcionando as ideias apresentadas.

Voltar

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7TaxaJuros1PG2.php>

Durante essa fase, pode acontecer naturalmente a retomada de conteúdos como juros simples e compostos por parte dos alunos. Essas associações podem ser direcionadas pelo professor.

Na Etapa III, são apresentados os resultados, e as conclusões sobre as discussões. Neste momento os alunos podem expor seus resultados, no quadro, justificando sua opção de resposta. Conforme Figura 54:

Figura 54. Implementação – Etapa III do PG2

SAEMAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro Crê

MEAA-RP-MF - TAXA DE JUROS - Etapa III

Etapa III:

Nesta fase é realizada a apresentação dos resultados obtidos, os grupos farão a exposição das resoluções e reflexões da fase anterior, fazendo uma análise com as respostas e ideias encontradas nos demais grupos, com intermédio do professor para que encontrem o consenso quanto aos erros e acertos cometidos nas respostas obtidas.

Voltar

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7TaxaJuros1PG2.php>

Seguindo o roteiro o professor deverá fazer a formalização dos conteúdos, como sugestão, pode-se usar o formulário apresentado na Etapa IV do PG2. Conforme figura a seguir:

Figura 55. Implementação – Etapa IV do PG2

SAEMAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▼ Reportar Erro Crê

Etapa IV:

Etapa de formalização dos conteúdos. Neste momento, é realizado a retomada de conteúdo, integrando a conceituação dos modelos matemáticos:

Taxa Efetiva x Taxa Nominal	$= \frac{\text{Taxa Nominal}}{\text{Número de períodos de capitalização contidos na taxa nominal}}$
Taxa Efetiva x Taxa Nominal	$i_{efetiva} = \left(1 + \frac{i_{nominal}}{m}\right)^m - 1$
Taxas Equivalentes	$i_{procurada} = \left(1 + i_{conhecida}\right)^{\frac{n_{procurado}}{n_{conhecida}}} - 1$
Onde: $i_{efetiva}$: taxa de juros efetiva (%); $i_{nominal}$: taxa de juros nominal (%); m e n : número total de períodos (anos, meses ...)	

A qual a apresentação das taxas e sua modelagem permitirá o avanço do conteúdo para realização da próxima etapa, com a resolução de problemas com apoio do SAEMAFIN

Voltar

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7TaxaJuros1PG2.php>

Para finalizar o Bloco II, são propostos problemas complementares na Etapa V. Apresentados nas Figuras 56 e 57:

Figura 56. Implementação – P1 do PG2

SAE-MAFIN Sistema de Apoio ao Ensino de Matemática Financeira

Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos ▾ Reportar Erro

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema 1 (P1): - A pesquisa realizada pelo Procon-SP, apresenta um comparativo entre as taxas de empréstimo pessoal e cheque especial de alguns bancos. Os dados estão na tabela 6.

Tabela 6. Taxas de Juros em fevereiro de 2023

Bancos	Empréstimo Pessoal (a.m.)	Cheque Especial (a.m.)
Banco do Brasil	6,57%	7,73%
Bradesco	9,78%	8,00%
Caixa Econômica Federal	4,72%	8,00%
Itaú	9,73%	8,00%
Safra	7,25%	8,00%
Santander	7,89%	8,00%

Fonte: Procon-SP

Considerando as informações disponibilizadas anteriormente, analise a seguinte situação hipotética: Considere que você tenha disponível atualmente um limite de R\$ 3.500,00 e que deste total você já tenha utilizado R\$ 1.500,00. Admitindo a tarifação mais baixa para empréstimo e a mais alta para cheque especial, faça um comparativo entre as duas modalidades nos valores a serem pagos após 25 dias de uso.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7TaxaJuros1PG2.php>

Figura 57. Implementação – P2 do PG2

Problema 2 (P2): O Banco Central do Brasil divulgou o Relatório de Taxa de Juros Pessoa Física na modalidade "Aquisição de veículos" (período de 01/2023 a 02/2023). A Tabela abaixo indica a classificação por ordem crescente de taxa das dez primeiras IF.

Tabela 7. Taxa anual aquisição de veículos

Posição	Instituição	% a.a
1	BMW FINANCEIRA S.A. - CFI	10,61
2	BCO VOLKSWAGEN S.A	16,44
3	SCANIA BCO S.A.	18,38
4	BANCO CNH INDUSTRIAL CAPITAL S.A	18,55
5	BCO RCI BRASIL S.A.	19,00
6	BCO VOLVO BRASIL S.A.	19,14
7	BCO. J. SAFRA S.A.	20,55
8	BCO MERCEDES-BENZ S.A.	21,25
9	BANCO INBURSA	21,55
10	BANCO MONEO S.A.	21,91

Fonte: Banco Central (2023)

Preencha o quadro realizando a conversão da taxa anual em taxa mensal de cada Instituição Financeira.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7TaxaJuros1PG2.php>

Com os problemas complementares, os alunos serão capazes de desenvolver o cálculo de taxas de juros, facilitando a assimilação do conteúdo. No Bloco III: Série de Pagamentos, o PG3 parte de uma situação hipotética comum a todos que é comprar um presente no dia da mulher. Apresentado pela Figura 58:

Figura 58. Implementação – Etapa I do PG3

MEAA-RP-MF - Série de Pagamentos - Etapa I

Suponha que para celebrar o Dia Internacional da Mulher, comemorado no dia 08 de março, você decide comprar um presente. Ao entrar na loja A, você vê o produto desejado com valor de etiqueta de R\$ 100,00, com a possibilidade de pagamento à vista R\$ 90,00, ou o pagamento a prazo; sendo com uma entrada de R\$ 50,00 e R\$ 50,00 para 30 (trinta) dias. Nessas condições, qual seria a taxa de juros mensal dessa compra?

Dicas Voltar Corrigir

MEAA-RP-MF - Série de Pagamentos - Etapa I

b) Não satisfeito com a taxa de juros da Loja A, você entra na Loja B a qual possui o mesmo produto, com o mesmo preço de etiqueta R\$ 100,00 e mesmo valor para pagamento à vista R\$ 90,00. Contudo, a diferença, é que o valor R\$ 50,00 das parcelas, pode ser feito para 30 e 60 dias. Nessas condições, qual seria a taxa de juros da Loja B? E qual das lojas oferece a melhor opção de compra?

Dicas Voltar Corrigir

Levando em consideração que o valor encontrado para taxa de juros mensal da outra loja foi de 25% preencha a respostas a seguir e clique em corrigir.

MEAA-RP-MF - Série de Pagamentos - Etapa I

ETAPA I PG1 – Considere o mesmo valor de etiqueta e pagamento à vista do produto. Quais seriam as taxas se a compra fosse em: i) 4 parcelas de R\$ 25,00; ii) 5 parcelas de R\$ 20,00; iii) ou 10 parcelas de R\$ 10,00. Resolva pelo \$AE-MAFIN:

Dicas Voltar Corrigir

OBS:Preencha a resposta a seguir e clique em corrigir.

MEAA-RP-MF - Série de Pagamentos - Etapa I

ETAPA I PG1 – CPreencha as taxas encontradas no quadro abaixo e diga o que acontece com a taxa de juros.

Figura 27. Comparativo das Taxas de Juros

Opção de Compra	Loja A	Loja B	4 x R\$25,00	5 x R\$20,00	10x R\$10,00
Taxa de Juros					

Fonte: Autoria própria (2023)

Durante a Etapa II, momento em que os alunos fazem a leitura e discutem sobre o texto, e buscam estratégias para resolvê-lo, eles podem utilizar os diversos módulos do \$AE-MAFIN para auxiliá-los nos cálculos. Inclusive na Etapa III, onde apresentam os resultados.

Para formalizar esse conteúdo, o professor pode usar o submódulo Etapa IV, o qual contém o formulário que pode ser usado como modelo para direcionar o conteúdo pretendido a trabalhar. Apresentado pela figura a seguir:

Figura 59. Implementação – Etapa IV do PG3

Etapa IV:

Neste momento, o professor registra na lousa uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos por meio dos modelos matemáticos:

Valor Presente de Série de Pagamentos Uniforme

$$VP = \frac{FC \cdot [(1+i)^n - 1]}{i \cdot (1+i)^n} \Rightarrow \begin{cases} FC = \frac{VP \cdot i \cdot (1+i)^n}{[(1+i)^n - 1]} \\ n = \frac{\ln \left[\frac{FC}{FC - VP \cdot i} \right]}{\ln [1+i]} \end{cases}$$

Valor Futuro de Série de Pagamentos Uniforme

$$VF = \frac{FC \cdot [(1+i)^n - 1]}{i} \Rightarrow \begin{cases} FC = \frac{VF \cdot i}{[(1+i)^n - 1]} \\ n = \frac{\ln \left[1 + i \cdot \frac{VF}{FC} \right]}{\ln [1+i]} \end{cases}$$

↳ Processo numérico: Método de Newton-Raphson

Onde: VP: Valor Presente; VF: Valor Futuro; FC: Fluxo de Caixa/Pagamento/Prestação. Parcela; i: taxa de juros por período; n: número total de períodos (anos, meses, ...).

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7SeriePagamentos1-1PG3.php>

Após formalizado o conteúdo, os alunos podem resolver os problemas complementares da Etapa V. Conforme apresentado na Figura 60:

Figura 60. Implementação – Problemas Complementares do PG3

BLOCO V: PROBLEMAS COMPLEMENTARES

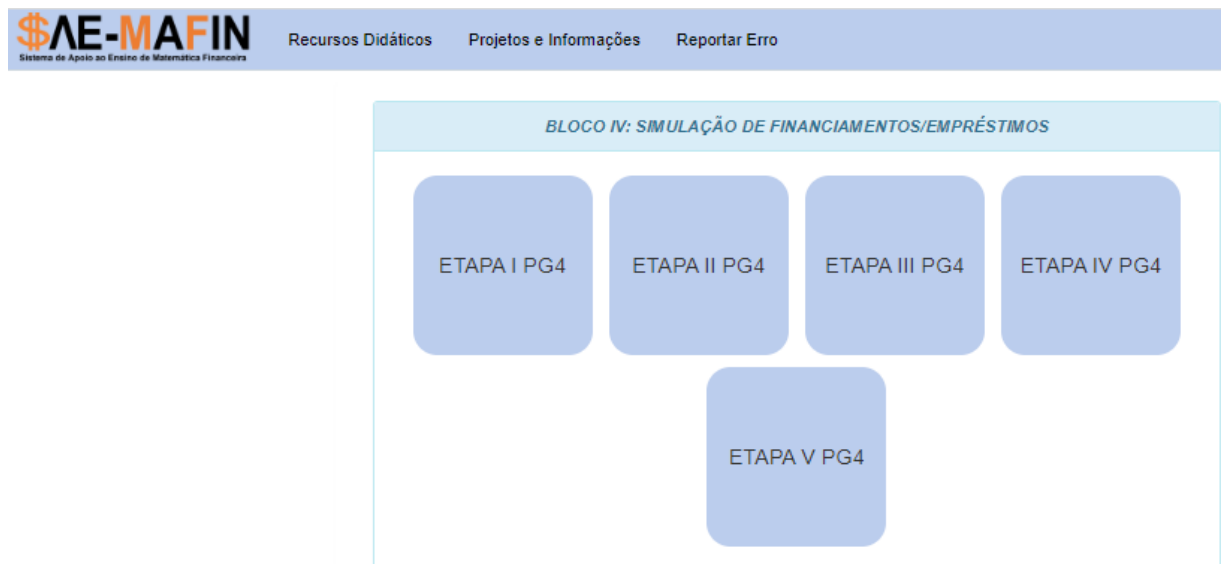
Problema I

Problema II

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7SeriePagamentos1-1PG3.php>

O último Bloco a ser apresentado é o Bloco IV: Simulação de Financiamentos/Empréstimos, representando pela Figura 61:

Figura 61. Implementação – Bloco IV



Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7Simulacao.php>

Assim como os demais blocos, ele possui as cinco etapas da MEAA-RP-MF. Na Etapa I, está o PG4, o qual é lido e debatido entre os alunos na Etapa II. Representado na Figura 62:

Figura 62. Implementação – Etapa I do PG4

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7Simulacao.php>

No ícone “Dica” consta a sugestão do cálculo para a segunda prestação, sendo também uma possibilidade para aumentar os questionamentos e encaminhamentos sobre as possíveis soluções desse problema. Como nos demais blocos, na Etapa III os alunos apresentam seus resultados, e na Etapa IV o professor parte dessas respostas e faz a formalização do conteúdo, como sugestão, o submódulo Etapa IV apresenta o formulário, conforme Figura 63 e 64:

Figura 63. Implementação – Etapa IV do PG4A

SAE-MAFIN Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos Reportar Erro

MEAA-RP-MF - Simulação de Financiamentos/Empréstimos - Etapa IV

Etapa IV:

Etapa de formalização dos conteúdos. Neste momento, é realizada a retomada de conteúdo, integrando a conceituação dos modelos matemáticos:

Modelagem Matemática para o Sistema SAC

Período (p)	Amortização (AMT)	Juros (J)	Prestação (P)	Saldo Devedor (SD)
0	-	-	-	$= SD_0$
1	$= SD_0/n$	$= SD_0 \cdot i$	$= AMT_1 + J_1$	$= SD_0 - AMT_1$
2	$= SD_0/n$	$= SD_1 \cdot i$	$= AMT_2 + J_2$	$= SD_1 - AMT_2$
3	$= SD_0/n$	$= SD_2 \cdot i$	$= AMT_3 + J_3$	$= SD_2 - AMT_3$
...	...	...	...	...
j	$= SD_0/n$	$= SD_{j-1} \cdot i$	$= AMT_j + J_j$	$= SD_{j-1} - AMT_j$
...	...	...	...	...
n-1	$= SD_0/n$	$= SD_{n-2} \cdot i$	$= AMT_{n-1} + J_{n-1}$	$= SD_{n-2} - AMT_{n-1}$
n	$= SD_0/n$	$= SD_{n-1} \cdot i$	$= AMT_n + J_n$	$= SD_{n-1} - AMT_n = 0$

Observação: $AMT_1 = \frac{SD_0}{n}$ e $J_1 = SD_0 \cdot i$

Fonte: Adaptado de (LIMA, 2023)

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7Simulacao.php>

Figura 64. Implementação – Etapa IV do PG4B

SAE-MAFIN Recursos Didáticos Projetos e Informações Módulos Reportar Erro

Modelagem Matemática para o Sistema PRICE

Período (p)	Prestação (P)	Juros (J)	Amortização (AMT)	Saldo Devedor (SD)
0	-	-	-	$= SD_0$
1	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_0 \cdot i$	$= P - J_1$	$= SD_0 - AMT_1$
2	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_1 \cdot i$	$= P + J_2$	$= SD_1 - AMT_2$
3	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_2 \cdot i$	$= P + J_3$	$= SD_2 - AMT_3$
...	...	...	...	...
j	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_{j-1} \cdot i$	$= P + J_j$	$= SD_{j-1} - AMT_j$
...	...	...	...	...
n-1	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_{n-2} \cdot i$	$= P + J_{n-1}$	$= SD_{n-2} - AMT_{n-1}$
n	$= SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$= SD_{n-1} \cdot i$	$= P + J_n$	$= SD_{n-1} - AMT_n = 0$

Observação: $P = SD_0 \cdot i \cdot \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7Simulacao.php>

Na Etapa V é o momento em que os alunos irão aplicar os conhecimentos obtidos, para isso são propostos dois problemas complementares, conforme figura 65 e 66 a seguir:

Figura 65. Implementação – P1 do PG4

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema 1 (P1): - A taxa de juros do empréstimo consignado para aposentados e pensionistas do INSS foi reduzida para 1,70% em março de 2023. Maria, aposentada do INSS, fez um empréstimo consignado pelo sistema PRICE, no valor de R\$ 3.000, para ser pago em 2 anos. Sabe-se que, se o empréstimo fosse feito nas mesmas condições, mas para ser pago em 1 ano, Maria pagaria o montante de R\$3.341,74. Nesse caso, qual o montante real pago por Maria ao final dos 2 anos? Qual seria o valor da prestação para pagamento em 1 ano e para pagamento em 2 anos?

Dica Voltar Corrigir

OBS: Preencha a resposta a seguir e clique em corrigir.

Montante em dois anos Valor da prestação 1 ano Valor da prestação 2 anos

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7Simulacao.php>

Figura 66. Implementação – P2 do PG4

PROBLEMAS COMPLEMENTARES

Problema 2 (P2): : Para adquirir o carro desejado, suponha que você financie o valor de R\$40.000,00 em 36 prestações mensais a uma taxa de 2% ao mês, pelo Sistema Amortização PRICE. Baseado nessas informações, qual é o valor das prestações e do valor final a ser pago?

Dica Voltar Corrigir

OBS: Preencha a resposta a seguir e clique em corrigir.

Fonte: <http://www.pb.utfpr.edu.br/saemafin/modulo7Simulacao.php>

Considerando as várias telas e possibilidades que podem ser alcançadas utilizando o \$AE-MAFIN, fica inviável sua representação na íntegra, sendo aqui uma

amostra do roteiro e da implementação realizada. Demonstrando assim, como ficaram as atividades pedagógicas implementadas no \$AE-MAFIN.

Nas atividades pedagógicas implementadas, o roteiro é uma possibilidade de caminho a ser seguido por professores e alunos, mas, o professor tem na ferramenta \$AE-MAFIN, a possibilidade de explorar e conduzir seus alunos a explorarem os demais módulos presentes na ferramenta para o desenvolvimento dos cálculos, antes de finalizar o PG.

Em relação aos conteúdos matemáticos pode-se contemplar: Conceitos de Juros Simples e Compostos, Taxas de Juros, Série de Pagamentos e Simulação de Financiamentos/Empréstimos, tendo em vista que esses conteúdos passam a fazer parte da vida de quase todas as pessoas, ao considerar um compra de produto, carro, casa e durante o pagamento de uma dívida.

No próximo capítulo são apresentadas as considerações finais deste estudo.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Devido à continua evolução tecnológica e sua aproximação, principalmente no meio escolar, e sua facilidade em despertar o interesse do aluno no conteúdo, diversos estudos e estratégias de ensino tem sido desenvolvida para viabilizar outros conhecimentos durante esse processo. Além disso, estudos são realizados visando uma solução efetiva no processo ensino-aprendizagem de matemática, focando em novas metodologias baseadas na educação matemática (PONTES, 2019).

Levando em conta o uso da tecnologia com foco no ensino de MF, e considerando sua importância ao desenvolver habilidades matemáticas e dar suporte à Educação Financeira Escolar, foi desenvolvido um levantamento sobre os principais softwares educacionais específicos para o ensino de MF e que poderiam auxiliar no processo de ensino-aprendizagem desta disciplina. Constatando na maioria dos estudos, alternativas com o uso de tecnologias com softwares livres de outras áreas da matemática e o uso de planilhas eletrônicas elaboradas no software MS-Excel® (SILVA et al., 2021).

O objetivo principal deste estudo foi alcançado ao desenvolver e implementar atividades pedagógicas no contexto da MF pautadas na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas no \$AE-MAFIN. Atingimos esse objetivo por meio do: desenvolvimento de um roteiro de utilização da metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da RP; pela elaboração de atividades pedagógicas de MF pautadas na metodologia da RP; e implementando as atividades pedagógicas na ferramenta web \$AE-MAFIN.

Dessa forma, esse trabalho procurou apresentar uma possibilidade para o ensino de MF, direcionando a metodologia durante o uso da ferramenta tecnológica. A metodologia desenvolvida foi denominada MEAA-RP-MF, uma metodologia específica para o uso do \$AE-MAFIN.

O tripé do desenvolvimento sustentável, incluindo os aspectos econômicos, sociais e ambientais, procurou ser atingido neste estudo, justificado pelo fato de que a sustentabilidade não está ligada somente com o meio ambiente, mas também, ao meio social e econômico. Os três pilares da sustentabilidade visam garantir a preservação do meio ambiente e melhorar a qualidade de vida (CARDOSO, 2022).

Dessa maneira, ao propor uma metodologia para abordar conceitos de MF com atividades pedagógicas implementadas na ferramenta web \$AE-MAFIN,

propiciando uma relação mais favorável para a aprendizagem desses estudantes, é possível facilitar o entendimento de cálculos matemáticos que permeiam a MF e, ainda, as atividades desenvolvidas podem ser acessadas de forma gratuita por professores.

A partir da utilização da ferramenta web \$AE-MAFIN em sala de aula, o professor poderá elaborar novas atividades o que, conseqüentemente, poderá impactar positivamente nas pessoas que receberão essa educação, pois proporcionará condições para melhor organização financeira em suas vidas. Atuando assim a serviço do desenvolvimento econômico, uma vez que pessoas informadas, e com conhecimentos consolidados poderão ser capazes de tomar boas decisões.

No \$AE-MAFIN foram implementadas atividades pedagógicas, as quais foram desenvolvidas por meio da elaboração dos problemas geradores, os quais são fundamentais para o sucesso ou fracasso da metodologia em ação, pois, são em torno e a partir deles que todos os passos da metodologia se desenvolvem.

Para o desenvolvimento das atividades pedagógicas foram analisados na BNCC conteúdos de MF no EM, esses, foram divididos em Blocos: I) Conceitos de Juros Simples e Compostos, II) Taxas de Juros, III) Série de Pagamentos e IV) Simulação de Financiamentos e Empréstimos. Essas atividades pedagógicas foram preparadas e adaptadas para serem usadas seguindo as cinco etapas da MEAA-RP-MF.

Esse roteiro é uma proposta de caminho a ser seguido por professores e estudantes para trabalhar os conteúdos de MF, dessa forma, é possível adaptações e melhorias em sua aplicação devido as diversas especificidades encontradas no ambiente escolar.

Pode-se citar como vantagem ao utilizar o roteiro proposto, o fato dele fornecer ao professor o encaminhamento para conduzir a atividade, durante as cinco etapas. Também, o roteiro permite que o professor direcione sua aula, ampliando discussões, conteúdos, e tempo de aplicação. Ou seja, é uma possibilidade efetiva para utilização da metodologia.

A disponibilidade de problemas geradores prontos, roteiros de ensino organizados para que os professores tenham acesso, possibilitaria novas formas para preparação das aulas. Nesse sentido, acreditamos ter contribuído com a elaboração e disponibilização do roteiro de ensino apresentado para que possa ser utilizado ou adaptado no ensino de MF no EM.

Nesse sentido, a MEAA-RP-MF mostrou-se uma metodologia potencialmente rica que possibilitou a retomada dos conteúdos anteriores aplicados aos problemas geradores, diante da necessidade para resolver o problema e obter a abordagem de conhecimentos novos.

Como desvantagem, pode-se citar o acesso à internet, à disponibilidade ou não para o uso de computadores, tablets ou celulares para o uso da ferramenta, uma vez que o \$AE-MAFIN é uma ferramenta web e precisa estar conectado na internet para ter acesso.

Por fim, vale destacar alguns caminhos que podem ser apontados como promissores para futuras investigações: i) Pesquisa de campo reunindo professores e alunos na aplicação a metodologia MEAA-RP-MF; ii) Ampliação da MEAA-RP-MF no desenvolvimento de atividades pedagógicas para o ensino fundamental I e II; e iii) Desenvolvimento e ampliação do \$AE-MAFIN com atividades pedagógicas.

REFERÊNCIAS

- AKKOYUN, O. New simulation tool for teaching–learning processes in engineering education. **Computer Applications in Engineering Education**, [s. l.], v. 25, n. 3, p. 404–410, 2017.
- ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. AS CONEXÕES TRABALHADAS ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. [s. l.], p. 1–14, 2019.
- ANDRADE, R. J. M. B. Resolução de uma equação do quinto grau. **C.Q.D.- Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, [s. l.], v. 16, p. 196–205, 2019.
- BARROS, V. L. S. *et al.* Formação de professores e o uso de tecnologias digitais em tempos de pandemia. **Ambiente: Gestão e Desenvolvimento**, [s. l.], v. 1, n. 1, p. 35–45, 2022.
- BARZILAI, S.; BLAU, I. Scaffolding game-based learning: Impact on learning achievements, perceived learning, and game experiences. **Computers and Education**, [s. l.], v. 70, p. 65–79, 2014.
- BRITO JUNIOR, O. O.; AGUIAR, Y. P. C.; MOURA, H. P. Taxonomia de critérios para avaliação de Software educativo – TaCASE. **Brazilian Journal of Development**, [s. l.], v. 6, n. 3, p. 15082–15095, 2020.
- CARDOSO, L. M. Soluções sustentáveis associadas à engenharia de fundações e geotecnia: estudo de caso, reaproveitamento de estacas para contenção. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil)-Instituto Politécnico, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Macaé, 2022.
- CASAROTTO FILHO, N.; KOPITTKE, B. H. **Análise de Investimentos: Manual Para Solução de Problemas e Tomadas de Decisão**. 12. ed. [S. l.: s. n.], 2019.
- CAUCHICK MIGUEL, P. A. *et al.* Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações. **Metodologia De Pesquisa Em Engenharia De Produção**, [s. l.], v. 3ª edição, 2021. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9788535248913500097>.
- CUNHA, C. L.; LAUDARES, J. B. Resolução de Problemas na Matemática Financeira para Tratamento de Questões da Educação Financeira no Ensino Médio. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s. l.], v. 31, p. 659–678, 2017. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2017000200659&lang=pt.
- DANTE, L. R. **FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICA**. [S. l.]: ATICA, 2010. *E-book*. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=gZwASQAACAAJ>.
- DE LA ROSA ONUCHIC, L.; ALLEVATO, N. S. G.. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, [s. l.], v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011.

DIAS, C. R.; OLGIN, C. A.. Educação matemática crítica: uma experiência com o tema educação financeira. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [s. l.], v. 15, p. 1–18, 2020.

DOS SANTOS, R. A. B. *et al.* Matemática financeira: conceitos básicos e a importância do seu ensino nas escolas. **Revista Sítio Novo**, [s. l.], v. 5, n. 2, p. 83, 2021.

FRANZONI, P., QUARTIERI, M. T. Tarefas Investigativas Relacionadas à Educação Financeira: possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução. **Ciência & Educação (Bauru)**, [s. l.], v. 26, 2020. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132020000100254&lang=pt.

GIL, A. C.. Métodos e técnicas de pesquisa social. **Editora Atlas SA**, [s. l.], 2008.

GONÇALVES, B M V; DE LIMA, F J. Teacher learning and development of methodological strategies in the context of pibid: Reflections on geogebra as a resource for teaching functions [Aprendizagem Docente e Desenvolvimento de Estratégias Metodológicas no Contexto do PIBID: Reflexões sobre . **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, [s. l.], v. 64, n. 68, p. 1056–1076, 2020. Disponível em: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85106822853&doi=10.1590%2F1980-4415v34n68a11&partnerID=40&md5=c390ab559d1e89333cbe20bd112a429c>.

HARTMANN, A. L. B.; MALTEMPI, M. R. C. P;. Educação Financeira no Ensino Médio: uma análise de atividades didáticas relacionadas a séries periódicas uniformes sob o ponto de vista da Educação Matemática Crítica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s. l.], v. 35, p. 567–587, 2021. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2021000200567&lang=pt.

HOFMANN, R. M. Os Vieses Cognitivos e suas Implicações para Educação Financeira: o caso do “efeito Brumadinho” na construção de gráficos. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s. l.], v. 34, p. 564–582, 2020. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2020000200564&lang=pt.

HOSSEIN-MOHAND, H. *et al.* Analysis of the Use and Integration of the Flipped Learning Model, Project-Based Learning, and Gamification Methodologies by Secondary School Mathematics Teachers. **SUSTAINABILITY**, ST ALBAN-ANLAGE 66, CH-4052 BASEL, SWITZERLAND, v. 13, n. 5, 2021.

IBGE. INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Pesquisa de O rçamentos F amiliares**. [S. l.: s. n.], 2018. *E-book*. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101670.pdf>.

JUANDI, D. *et al.* A meta-analysis of Geogebra software decade of assisted mathematics learning: what to learn and where to go?. **HELIYON**, THE BOULEVARD, LANGFORD LANE, KIDLINGTON, OXFORD OX5 1GB, OXON, ENGLAND, v. 7, n. 5, 2021.

JURGINA, Laura Quevedo *et al.* CREsT - Uma Ferramenta para o Auxílio do Ensino de Confiabilidade em Circuitos Digitais. [s. l.], n. Cbie, p. 191–202, 2021.

KUHN M. C.; BAYER, A. A matemática comercial e financeira nas escolas paroquiais luteranas do Rio Grande do Sul na primeira metade do século XX. **Pro-Posições**, [s. l.], v. 28, p. 204–232, 2017. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-73072017000400204&lang=pt.

LEAL JUNIOR, L. C.; ONUCHIC, L. R. Cartografando Resolução de Problemas – O que há de/em/com práticas de Ensino de Matemática. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [s. l.], v. 15, n. 34, p. 96, 2019.

LIBURD, K. K. D.; JEN, H. Investigating the Effectiveness of Using a Technological Approach on Students' Achievement in Mathematics-Case Study of a High School in a Caribbean Country. **SUSTAINABILITY**, ST ALBAN-ANLAGE 66, CH-4052 BASEL, SWITZERLAND, v. 13, n. 10, 2021.

LIMA, J. D. Guia prático para usuários do. [s. l.], v. 1, 2022.

LOPES, A. P.; SOARES, F. Perception and performance in a flipped Financial Mathematics classroom. **The International Journal of Management Education**, [s. l.], v. 16, n. 1, p. 105–113, 2018. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1472811717302124>.

MARTINES, E. A.; SELLIS, M. H. As Bases Para Tomar Decisões : Um Estudo Sobre a Educação Financeira No Brasil the Bases To Make Decisions : a Study on Financial. **Revista Empreenda UNITOLEDO, Araçatuba**, [s. l.], v. v. 2, n. 1, p. 235-250, 2018.

MELO, V. P. METODOLOGIAS INOVADORAS NA EDUCAÇÃO: O USO DA TECNOLOGIA EM BENEFÍCIO DO ENSINO. **Temas & Matizes**, [s. l.], v. 15, p. 561–573, 2022. Disponível em: <https://saber.unioeste.br/index.php/temasematizes/article/view/27805>.

MIRANDA, J. *et al.* The core components of education 4.0 in higher education: Three case studies in engineering education. **Computers and Electrical Engineering**, [s. l.], v. 93, n. June, 2021.

MORAES, A. R. de *et al.* Educação financeira escolar: uma proposta para o ensino médio. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, [s. l.], v. 15, n. 2, p. 1–22, 2020.

MORENO, L A H *et al.* Effects of using mobile augmented reality for simple interest computation in a financial mathematics course. **PeerJ Computer Science**, [s. l.], v. 7, p. 1–33, 2021. Disponível em: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85110714039&doi=10.7717%2Fpeerj-cs.618&partnerID=40&md5=46a4c9aef9aae1e0512df75e0df89c4e>.

NASCIMENTO, F. P. Classificação da Pesquisa. Natureza, método ou abordagem metodológica, objetivos e procedimentos. **Metodologia da Pesquisa Científica: teoria e prática – como elaborar TCC**, [s. l.], p. 1–11, 2016. Disponível em: <http://franciscopaulo.com.br/arquivos/Classificação da Pesquisa.pdf>.

NEMOS, C L; DURO, M L; DE OLIVEIRA FOGLIARINI FILHA, C B. The financial education as a practice of individual financial autonomy in basic school [A educação financeira enquanto prática de autonomia financeira individual na escola básica]. **Educacion Matematica**, [s. l.], v. 33, n. 3, p. 172–201, 2021. Disponível em:

<https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85124039694&doi=10.24844%2FEM3303.07&partnerID=40&md5=4c1c338596ff3cfb7e286e1179841853>.

NETO, A. A. **Matemática Financeira e suas Aplicações**. 15. ed. [S. l.: s. n.], 2022.

NOCK, D. "Let's Bid!" - A modular activity to promote interest in engineering economy. **Engineering Economist**, [s. l.], v. 65, n. 3, p. 195–212, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/0013791X.2020.1745977>.

NUNES, P. S. *et al.* Factors that Influence the Use of Educational Software in Mathematics Teaching. **REICE-REVISTA IBEROAMERICANA SOBRE CALIDAD EFICACIA Y CAMBIO EN EDUCACION**, MODULO III, DESPACHO 302, CAMPUS CANTOBLANCO, MADRID, 28049, SPAIN, v. 18, n. 3, p. 113–129, 2020.

OLIVEIRA, S.; BEZERRA, J.. As TICs como instrumentos dinamizadores nos processos de ensino e aprendizagem ICTs as Dynamising Instruments in Teaching and Learning Processes Educação . **Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, [s. l.], v. 5, p. 269–282, 2023.

OLIVEIRA, S. B.; COELHO NETO, J. Objetos De Aprendizagem E O Ensino Da Matemática: Contextos E Aplicações Acerca De Sua Utilização Em Mestrados Profissionais Na Área De Ensino. **Revista Conhecimento Online**, [s. l.], v. 3, p. 61, 2019.

PEIC. O perfil do endividamento das famílias brasileiras. **CNC: Endividamento e Inadimplência do Consumidor**, [s. l.], v. 1, n. 1, p. 10, 2021. Disponível em: http://www.cnc.org.br/sites/default/files/arquivos/perfil_de_endividamento_das_familias_brasileiras_em_2014_.pdf.

POLYA, G A. Arte de Resolver Problemas. **Rio de Janeiro: Editora Interciência**, [s. l.], 2006.

PUCCINI, Ernesto Coutinho. **Matemática Financeira e Análise de Investimentos**. [S. l.: s. n.], 2017.

QUEIROZ, M. R.; PESSOA P.; BARBOSA, J. C. Características da Matemática Financeira Expressa em Livros Didáticos: conexões entre a sala de aula e outras práticas que compõem a Matemática Financeira disciplinar. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s. l.], v. 30, p. 1280–1299, 2016. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2016000301280&lang=pt.

QUEIROZ, D. A. de; VALE, G. M.; RIBEIRO, J. G. Financial Tool: uma Ferramenta Web para o Ensino de Matemática Financeira. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, [s. l.], v. 27, n. 03, p. 102–131, 2019.

REGONHA, M. R.. Matemática Financeira: uma proposta utilizando a BNCC Matemática Financeira : uma proposta utilizando a BNCC. [s. l.], 2019.

REZENDE; A. A.. A Matemática Financeira no Ensino Médio Brasileiro : perspectivas para formação de indivíduos críticos Financial Mathematics in Brazilian High School : perspectives for the formation of critical individuals Matemáticas Financieras en la Escuela Secundaria. [s. l.], p. 1–24, 2022.

MORENO, S. S. **PROPOSTA DE UM CURSO DE FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICA PARA ALUNOS INGRESSANTES NO CURSO DE ENGENHARIA**. 2021. 128 f. - Universidade Cruzeiro do Sul, [s. l.], 2021.

SALAS-RUEDA, R.-A. *et al.* Design of a web application for the educational process about the use of logarithm in the field of financial mathematics | Diseño de una aplicación web para el proceso educativo sobre el uso del logaritmo en el campo de las matemáticas financieras. **Texto Livre**, [s. l.], v. 13, n. 1, p. 65–81, 2020.

SALAS-RUEDA, R.-A. Use of flipped classroom in the marketing career during the educational process on financial mathematics. **Education and Information Technologies**, [s. l.], v. 26, n. 4, p. 4261–4284, 2021.

SALAS-RUEDA, R.-A.; ALVARADO-ZAMORANO, C. Design of creative virtual spaces through the use of a web application during the educational process about bank savings. **Creativity Studies**, [s. l.], v. 15, n. 2, p. 299–315, 2022. Disponível em: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85127929897&doi=10.3846%2Fcs.2022.12304&partnerID=40&md5=32b1aca8c65ff10f1bfc97572ea8c708>.

SANTANA, E. R. S.. A BNCC, a sala de aula de Matemática e possibilidades metodológicas. **Intermaths**, [s. l.], v. 2, n. 2, p. 178–194, 2021.

SILVA, C. M.B. **A INFLUÊNCIA DA APRENDIZAGEM ATIVA NAS CRENÇAS DE AUTOEFICÁCIA DO ESTUDANTE DA GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA PARA APRENDER AS CIÊNCIAS BÁSICAS E MATEMÁTICA Tese**. 2023. 88–100 f. - UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO, [s. l.], 2023.

SILVA, Adriana Cristina *et al.* Qualidade de vida e Endividamento. **Desafio Online**, [s. l.], v. 8, n. suppl 1, p. 2–4, 2020.

SILVA, A M da; POWELL, Arthur Belford. Um programa de educação financeira para a matemática escolar da educação básica. **Encontro Nacional de Educação Matemática**, [s. l.], v. 11, p. 1–17, 2013.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. [S. l.]: Papirus editora, 2015.

STEKETEE, S. Variables and Functions: Using Geometry to Explore Important Concepts in Algebra. **Linking Applications With Mathematics and Technology**, [s. l.], p. 101–107, 2010.

TAKEO, J. *et al.* ISSN 1850-6666 O ensino de Matemática Financeira em atividades de modelagem matemática Teaching an of Financial Mathematics in. [s. l.], n. January, p. 63–85, 2019.

TEIXEIRA, J. Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira. [s. l.], p. 159, 2015. Disponível em: [https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/11025/1/James Teixeira.pdf](https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/11025/1/James%20Teixeira.pdf).

TRENTIN, Pedro *et al.* SISTEMA DE APOIO AO ENSINO DE MATEMÁTICA FINANCEIRA – \$ AE-MAFIN. [s. l.], 2022.

TRENTO, Ana Cristina. **METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA**

ANÁLISE DAS CONTRIBUIÇÕES E DIFICULDADES NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE POLINÔMIOS NO ENSINO FUNDAMENTAL. 2019. - UTFPR, [s. l.], 2019.

VASCONCELLOS, L. A. S; FANALI, F. T. Uma experiência da inserção de noções de matemática financeira no Ensino Técnico. [s. l.], n. XI, p. 1–7, 2021.

VENTORINI, A.E.; FIOREZE, L.A. O software scratch: uma contribuição para o ensino e a aprendizagem da matemática. **Escola de Inverso de Educação matemática**, [s. l.], p. 1–14, 2014.

WANG, Alf Inge; TAHIR, R. The effect of using Kahoot! for learning – A literature review. **Computers and Education**, [s. l.], v. 149, 2020.

ZAWACKI-RICHTER, O. *et al.* Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education – where are the educators?. **International Journal of Educational Technology in Higher Education**, [s. l.], v. 16, n. 1, 2019.

ZENGIN, Y. Investigating the Use of the Khan Academy and Mathematics Software with a Flipped Classroom Approach in Mathematics Teaching. **EDUCATIONAL TECHNOLOGY & SOCIETY**, NATL YUNLIN UNIV SCIENCE & TECHNOLOGY, NO 123, SECTION 3, DAXUE RD, DOULIU CITY, YUNLIN COUNTY, TAIWAN, v. 20, n. 2, p. 89–100, 2017.

ZHU, W.; MARQUEZ, A.; YOO, J.. “Engineering Economics Jeopardy!” Mobile App for University Students. **Engineering Economist**, [s. l.], v. 60, n. 4, p. 291–306, 2015.

APÊNDICE A. PROCESSOS DE ENSINO-APRENDIZAGEM DE MF

Autor	Título do artigo	Ano	Foco de estudo	Procedimento Metodológico
Sarit Barzilai, Ina Blau	Scaffolding game-based learning: Impact on learning achievements, perceived learning, and game experiences	2014	Aprendizagem baseada em jogos, o estudo avaliou o efeito de complementar um jogo de simulação de negócios, que introduz representações formais de conteúdos, na capacidade dos alunos de resolver problemas de matemática financeira.	A capacidade dos alunos de aplicar o que aprenderam no jogo em um contexto formal foi avaliada usando um conjunto de oito problemas de palavras que se referem às relações entre custo, preço e lucro.
Elisa Amol, Francisco Jareño, M. Gabriela Lagos, María Ángeles Tobarra	Las nuevas metodologías docentes y su repercusión en los planes de estudio	2014	Análise da experiência de um aprendizado baseado em problemas (ABP) de três áreas (disciplinas) diferentes: Matemática, economia financeira e finanças públicas, e a sua avaliação	ABP e o trabalho colaborativo.
Renata Cristina Geromel Meneghetti, Rita de Cássia Zacheo Barrofoli	Práticas Efetivas em Educação Matemática no contexto de um banco comunitário	2015	Ensino e desenvolvimento de atividades matemáticas de forma contextualizada, visando atender a demandas específicas na implementação de Empreendimentos em Economia solidária	Estudo de caso, onde os dados foram levantados por meio de observação participante e entrevistas semiestruturadas

Maria Rachel P. Pessoa P. de Queiroz, Jonei Cerqueira Barbosa	Características da Matemática Financeira Expressa em Livros Didáticos: conexões entre a sala de aula e outras práticas que compõem a Matemática Financeira disciplinar	2016	Estabelecer Características da MF expressa em livros didáticos e, como implicação, compreender como esses livros podem conectar a MF da sala de aula com outras práticas que compõem a MF disciplinar.	Análise de três livros didáticos selecionados a partir de informações obtidas de uma universidade federal e de universidades estaduais no Estado da Bahia.
Malcus Cassiano Kuhn, Arno Bayer	A matemática comercial e financeira nas escolas paroquiais luteranas do Rio Grande do Sul na primeira metade do século XX	2017	Discutir como a matemática comercial e financeira era ensinada nas escolas paroquiais luteranas do Rio Grande do Sul, durante a primeira metade do século XX.	O aporte metodológico está fundamentado na história cultural e na análise de conteúdo da Segunda Aritmética e da Terceira Aritmética da série Concórdia, editadas pela Igreja Luterana para suas escolas.
Clístenes Lopes da Cunha, João Bosco Laudares	Resolução de Problemas na Matemática Financeira para Tratamento de Questões da Educação Financeira no Ensino Médio	2017	Recortes de uma pesquisa cujo objetivo foi a educação financeira, abordada com atividades que enfocaram conceitos e cálculos da Matemática Financeira, com questões imersas em valores socioeconômicos	Resolução de problemas, foram construídas cinco atividades com problemas, abordando conceitos e cálculos financeiros, a partir das temáticas como poupança e financiamentos

Jeferson Takeo Padoan Seki 1, Lourdes Maria Werle de Almeida	O ensino de Matemática Financeira em atividades de modelagem matemática	2019	O ensino de MF em atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de uma disciplina de MF em um curso de Licenciatura em Matemática	O ensino de MF na modelagem descritiva; o ensino da MF na modelagem prescritiva; e modelagem matemática como possibilidade de integrar a EF no ensino de MF.
Ricardo-Adán Salas-Rueda	Analysis of Facebook in the Teaching-Learning Process about Mathematics Through Data Science	2020	Verificar o impacto do Facebook no processo de ensino e aprendizagem na matemática financeira, usando ciência de dados	Análise de dados para verificar se o facebook é capaz de apoiar a aprendizagem de MF por meio de envio de mensagens, assistir a vídeos instrutivos e publicação de exercícios.
Ricardo-Adan Salas-Rueda, Erika-Patricia Salas-Rueda, Rodrigo-David Salas-Rueda	Impact of the web application for the educational process on the compound interest considering data science	2020	O objetivo está em analisar o impacto do WAEPCI no processo de ensino-aprendizagem de Matemática Financeira de alunos de graduação no México. O WAEPCI apresenta o cálculo dos Juros Compostos e do Valor Composto.	A construção do WAEPCI feita por meio da linguagem de programação PHP. Por meio de regressão linear conclui-se que o WAEPCI melhora as condições de ensino-aprendizagem de MF por meio da simulação de dados.

Patricia Franzoni, Marli Teresinha Quartieri	Tarefas Investigativas Relacionadas à Educação Financeira: possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução	2020	Analisar as possibilidades de conjecturas e estratégias de resolução de duas tarefas investigativas resolvidas pelos licenciandos em Matemática de uma universidade no estado do Rio Grande do Sul.	Foram utilizadas as resoluções das tarefas investigativas e gravação/filmação do debate em aula como instrumentos de coleta de dados. Os dados produzidos foram analisados mediante a análise textual discursiva
Ricardo-Adán Salas-Rueda, Fernando Gamboa-Rodríguez, Érika-Patricia Salas-Rueda, Rodrigo-David Salas-Rueda	Diseño de una aplicación web para el proceso educativo sobre el Uso del logaritmo en el campo de las matemáticas financieras	2020	O objetivo é analisar o impacto da Aplicação Web http://sistemasusables.com/aplicacion/logaritmo/inicio.html para o Processo Educacional de Logaritmos (AEL). A AEL apresenta o procedimento matemático sobre o uso do logaritmo para calcular o tempo (número de anos) durante a solicitação de um empréstimo bancário.	A construção da AEL feita por meio da linguagem de programação PHP. Por meio de regressão linear conclui-se que o AEL influencia positivamente na assimilação do conhecimento sobre o logaritmo, no desenvolvimento de habilidades matemáticas e na compreensão dos conceitos teóricos do logaritmo no campo da MF.
Ricardo-Adan Salas-Rueda	Use of flipped classroom in the marketing career during the educational process on financial mathematics	2021	objetivo desta pesquisa é analisar o uso da sala de aula invertida no processo educacional de matemática financeira	São sete objetivos de pesquisa que vão da análise sobre o impacto dos vídeos antes propostos antes das aulas, até a análise das percepções dos alunos sobre a sala de aula invertida.

Andrei Luís Berres Hartmann, Rita de Cássia Pistóia Mariani, Marcus Vinicius Maltempi	Educação Financeira no Ensino Médio: uma análise de atividades didáticas relacionadas a séries periódicas uniformes sob o ponto de vista da Educação Matemática Crítica	2021	Identificar e analisar atividades didáticas desenvolvidas no Ensino Médio que podem envolver tomada de decisão em situações econômico-financeiras relacionadas a séries periódicas uniformes.	Levantamento bibliográfico a partir do Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, a produção de dados também considerou princípios da análise de conteúdo.
María Del Carmen Valls Martínez, Pedro Antonio Martín-Cervantes, Ana María Sánchez Pérez	Learning Mathematics of Financial Operations during the COVID-19 Era: An Assessment with Partial Least Squares Structural Equation Modeling	2021	O objetivo está em analisar a eficácia dos tutoriais em vídeo e a autonomia alcançada pelos alunos em sua aprendizagem em alunos da graduação de matemática financeira na Espanha.	PLS-SEM, concluindo que o formato e a Profundidade dos tutoriais em vídeo são cruciais para uma aprendizagem eficaz e sendo capaz de desenvolver a autonomia do estudante.
Adriano Alves de Rezende, Ângela Silva-Salse, Eduardo Carrasco	A Matemática Financeira no Ensino Médio Brasileiro: perspectiva para formação de indivíduos críticos	2022	Objetivo da pesquisa para entender a importância da MF buscou-se compreender os pontos positivos e negativos entre as três diretrizes legais, BNCC, LDB, ENE.	Revisão de literatura e documental
Ricardo-Adán Salas-Rueda, Clara Alvarado-Zamora	Design of creative virtual spaces through the use of a web application during the educational process about bank savings	2022	Objetivo é projetar, construir e analisar o uso do aplicativo web WATLPBS para o processo de ensino-aprendizagem sobre poupança bancária	Construção e análise do WARLPBS. Concluindo por meio de regressão linear que o WATLPBS influenciou positivamente na assimilação de conhecimentos sobre poupança bancária, juros simples e

				matemática financeira
--	--	--	--	--------------------------

Fonte: Autoria própria (2023)

APÊNDICE B. PRINCIPAIS INFORMAÇÕES E DADOS DOS ARTIGOS

N.	Fonte/Autor	Título do artigo	Ano	Citação	Fator de Impacto	Valor InOrdinatio
1	Nunes, P.S., Nascimento, M.M., Catarino, P. and Martins, P.	Factors that Influence the Use of Educational Software in Mathematics Teaching	2020	75	0,5	165,0005
2	Zengin, Y.	Investigating the Use of the Khan Academy and Mathematics Software with a Flipped Classroom Approach in Mathematics Teaching	2017	95	2,086	155,002086
3	Lopes, A.P. and Soares, F.	Perception and performance in a flipped Financial Mathematics classroom	2018	77	0,79	147,00079
4	Juandi, D., Kusumah, Y.S., Tamur, M., Perbowo, K.S. and Wijaya, T.T.	A meta-analysis of Geogebra software decade of assisted mathematics learning: what to learn and where to go?	2021	2	0,46	102,00046
5	Hossein-Mohand, H., Trujillo-Torres, J.-M., Gomez-Garcia, M., Hossein-Mohand, H. and Campos-Soto, A.	Analysis of the Use and Integration of the Flipped Learning Model, Project-Based Learning, and Gamification Methodologies by Secondary School Mathematics Teachers	2021	1	0,61	101,00061
6	Moreno, L.A.H., Solórzano, J.G.L., Morales, M.T.T., Villegas, O.O.V. and Sánchez, V.G.C.	Effects of using mobile augmented reality for simple interest computation in a financial mathematics course	2021	0	3,091	100,003091
7	Liburd, K.K.D. and Jen, H.-Y.	Investigating the Effectiveness of Using a Technological Approach on Students' Achievement in Mathematics-Case Study of a High School in a Caribbean Country	2021	0	0,61	100,00061
8	Clark-Wilson, A., Robutti, O. and Thomas, M.	Teaching with digital technology	2020	8	1,256	98,001256

9	Lavicza, Z., Prodromou, T., Fenyvesi, K., Hohenwarter, M., Juhos, I., Koren, B. and Manuel Diego- Mantecon, J.	Integrating STEM-related Technologies into Mathematics Education at a Large Scale	2020	6	0,16	96,00016
10	Ros, S., Gonzalez, S., Robles, A., Tobarra, L., Caminero, A. and Cano, J.	Analyzing Students' Self- Perception of Success and Learning Effectiveness Using Gamification in an Online Cybersecurity Course	2020	5	3,745	95,003745
11	Mailing, J.P.	The Effect of Advance Statistics Learning Integrated Minitab and Excel with Teaching Teams	2020	3	0,126	93,000126
12	Fluck, A.E., Ranmuthugala, D., Chin, C.K.H., Penesis, I., Chong, J., Yang, Y. and Ghous, A.	Transforming learning with computers: Calculus for kids	2020	0	0,92	90,00092
13	Cheong, K.H. and Koh, J.M.	Integrated Virtual Laboratory in Engineering Mathematics Education: Fourier Theory	2018	17	3,745	87,003745
14	Ginsburg, H.P., Wu, R.(E. and Diamond, J.S.	MathemAntics: a model for computer-based mathematics education for young children / MathemAntics: un modelo de enseñanza de matematicas asistida por ordenador para ninos	2019	3	0,907	83,000907
15	Guncaga, J., Zawadowski, W. and Prodromou, T.	Visualisation of Selected Mathematics Concepts with Computers - the Case of Torricelli's Method and Statistics	2019	3	0,52	83,00052
16	Kaibe, B.C. and O'Hara, J.G.	Symmetry Analysis of an Interest Rate Derivatives PDE Model in Financial Mathematics	2019	2	2,645	82,002645
17	Castrillon- Velandia, O. and Hernandez- Rodrigue, O.	Classroom Connectivity Technology to Enhance the Social Construction of Mathematical Knowledge	2019	0	0,16	80,00016
18	Fujita, T.	"That Journal has a History": Overview of the Technological Tools and Theories Studied in the International Journal for Technology in Mathematics Education, 2004-2018	2018	2	0,16	72,00016
19	Cekmez, E. and Bulbul, B.O.	An example of the use of dynamic mathematics software to create problem- solving environments that serve multiple purposes	2018	1	1,938	71,001938

20	Kazak, S., Wegerif, R. and Fujita, T.	Combining scaffolding for content and scaffolding for dialogue to support conceptual breakthroughs in understanding probability	2015	22	1,256	62,001256
21	Quinlan, J.	Mathematicians' Perspectives on the Utility of Software	2016	2	0,16	52,00016
22	García-Santillán, A., Ríos-Álvarez, L., Escalera- Chávez, M.E., Zamora-Lobato, T. and Pozos- Texon, F.	From traditional classroom to programming and design financial tool to debt restructuring with equivalent equations model	2015	1	0,135	41,000135