

# COMPONENTES DA APRENDIZAGEM EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA:

COMO, ONDE  
e PARA QUÊ?

Suzana Lovos Trindade  
Karina Alessandra Pessoa da Silva



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**SUZANA LOVOS TRINDADE**

**COMPONENTES DA APRENDIZAGEM EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: ONDE,  
COMO E PARA QUÊ?**

**LEARNING COMPONENTS IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES: WHERE, HOW AND FOR  
WHAT?**

**LONDRINA**

**2023**

**SUZANA LOVOS TRINDADE**

**COMPONENTES DA APRENDIZAGEM EM ATIVIDADES DE MODELAGEM  
MATEMÁTICA: ONDE, COMO E PARA QUÊ?**

**LEARNING COMPONENTS IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES:  
WHERE, HOW AND FOR WHAT?**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Cornélio Procópio e Londrina, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Karina Alessandra Pessoa da Silva

**LONDRINA**

**2023**



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



SUZANA LOVOS TRINDADE

**ANÁLISE SEMIÓTICA DE COMPONENTES DA APRENDIZAGEM EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 14 de Abril de 2023

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Adriana Helena Borssoi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Susana Paula Graca Carreira, Doutorado - Universidade do Algarve

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 14/04/2023.

# APRESENTAÇÃO

Caro(a) colega professor(a),

Este Produto Educacional representa o resultado obtido a partir de nossa dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Programa de Pós-Graduação da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, *campus* Londrina/Cornélio Procópio.

A partir da dissertação intitulada “Análise semiótica de componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática no 8º ano do Ensino Fundamental” produzimos um caderno de atividades aspirando auxiliar professores de Matemática em sua prática, com a apresentação de atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas em duas escolas da rede particular, localizadas em Londrina, no estado do Paraná e algumas sugestões de encaminhamentos a fim de evidenciar componentes da aprendizagem.

Evidenciar componentes da aprendizagem, antes, durante e depois da resolução da atividade enriquece a prática do professor e a compreensão do aluno, dado que o professor tem por expectativa a aprendizagem do estudante.

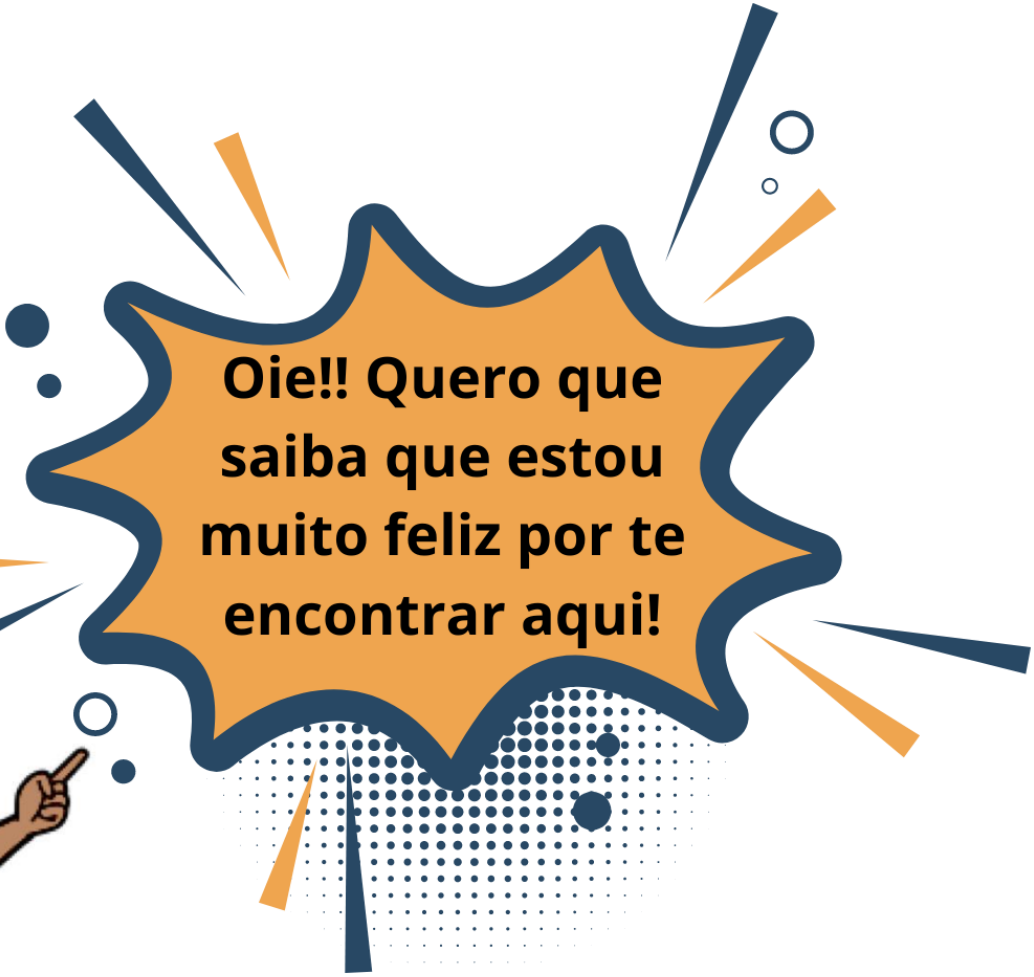
Usar a Modelagem Matemática em sala de aula, coloca o professor na posição daquele que medeia ações de modo que olhe para “o que o aluno faz no decorrer das diferentes fases de uma atividade de modelagem matemática” (ALMEIDA; SILVA, 2014, p. 6), a fim de compreender seu pensamento, momento em que ao analisar diferentes representações consegue evidenciar componentes da aprendizagem.

Esperamos que este caderno seja apenas o início de uma caminhada enriquecedora com o desenvolvimento de atividades de modelagem, lembrando que todas podem ser adaptadas para outros anos de ensino, trazendo, portanto, novas interpretações, reflexões, soluções, percepções e conclusões.

Nosso intuito é disponibilizar para você, professor(a), novas alternativas e ferramentas, a fim de que auxilie na implementação das atividades de modelagem matemática, oriundas de situações que fizeram parte da realidade dos nossos estudantes, motivando-os e interessando-os mais para a participação no desenvolvimento da atividade.

Saiba que tudo foi feito com muito carinho, esperamos que seja uma boa ferramenta.

Suzana Lovos Trindade  
Karina Alessandra Pessoa da Silva



**Oie!! Quero que  
saiba que estou  
muito feliz por te  
encontrar aqui!**

---

# SUMÁRIO

---

8

INTRODUÇÃO

10

REFERENCIAL  
TEÓRICO

18

ATIVIDADES  
DESENVOLVIDAS

78

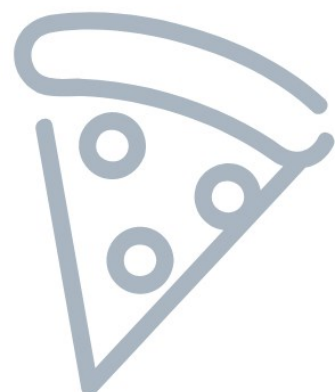
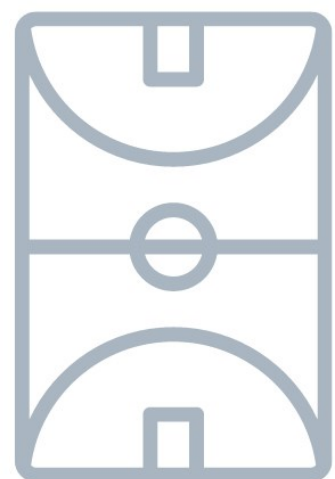
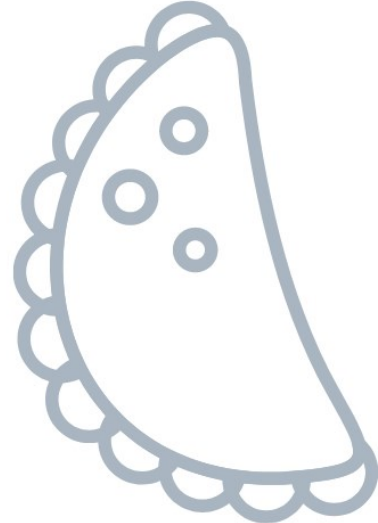
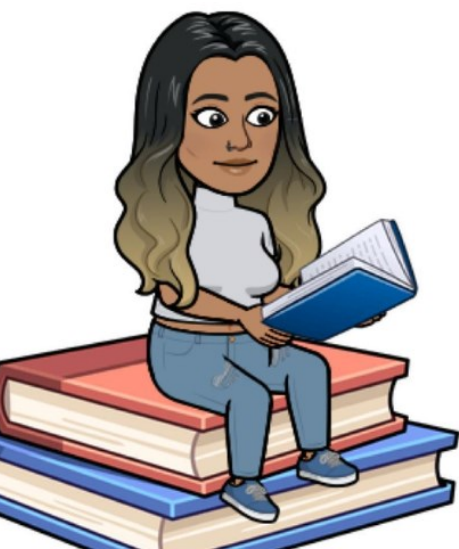
CONSIDERAÇÕES  
FINAIS

80

REFERÊNCIAS

82

SOBRE AS  
AUTORAS



# INTRODUÇÃO

*Nas aulas de Matemática, no processo de aprender — ou não aprender — conteúdos matemáticos se aprende uma concepção muito particular do que conta como Matemática, do que significa lidar com a Matemática, do que é ensinar e aprender Matemática (KNIJNIK, 1998)<sup>1</sup>.*

Falar sobre Matemática envolve muitas reflexões, e uma das reflexões é o “educar no sentido de *educere*, de tirar o novo de cada indivíduo, de estimular sua criatividade, e de estimular o ser [substantivo] para que ele possa ser [verbo] na sua plenitude” (D’AMBRÓSIO, 2016, p. 30).

Para isso, o professor precisa estar atento às suas ações, tanto quanto a seus alunos em sua individualidade e, com esse olhar, percebemos o quanto os estudantes precisavam/precisam de ajuda em alguns conteúdos dos anos anteriores.

O ano de 2022 foi o primeiro ano de aulas presenciais após o período pandêmico causado pela Covid-19, podemos com isso, considerar que nossos alunos estavam distantes da realidade da sala de aula e muito integrados com instrumentos tecnológicos, nem todos sendo utilizados da melhor maneira.

A dificuldade com os conteúdos se fazia muito presente nas primeiras atividades avaliativas de 2022, portanto, as atividades aqui desenvolvidas, além de seguir o conteúdo integrador do currículo escolar estão inteiramente conectadas com conteúdos já abordados de modo que “aprofunda-se em um outro aspecto; retomando a cada passo a visão do todo” (D’AMBRÓSIO, 2016, p. 22).


Diante disto, pensar em ver nossos alunos mais interessados e participativos é um grande desejo do professor, o que espelha características da Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino que, segundo Almeida e Silva (2014, p. 3), “reside na iniciativa e nas ações dos alunos, na dinâmica estabelecida pelo professor e alunos ao lidar com a situação, e nas condições dos alunos, para atuar na situação”.

Com isso, nosso Produto Educacional é organizado em dois capítulos:

---

<sup>1</sup> KNIJNIK, G. Educação Matemática e os Problemas “da vida real”. In: CHASSOT, A.; OLIVEIRA, R. J. **Ciência, ética e cultura na educação**. São Leopoldo: Unisinos, 1998, p. 123-134



- 
- no primeiro capítulo, discorreremos sobre o referencial teórico que trouxe embasamento para nossa pesquisa;
  - no segundo capítulo abordamos as atividades e suas possibilidades de encaminhamento, vislumbrando, a partir da resolução de uma atividade de modelagem matemática e, considerando, o ciclo de modelagem, evidenciar componentes da aprendizagem.

São seis atividades, quatro relacionadas a Geometria e duas a Estatística desenvolvidas com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, lembrando que todas trazem direcionamentos, como, quantidade de aulas, duração, possíveis encaminhamentos, mas que são características apenas sugestivas, o(a) professor(a) pode dar novos direcionamentos e fazer modificações necessárias.

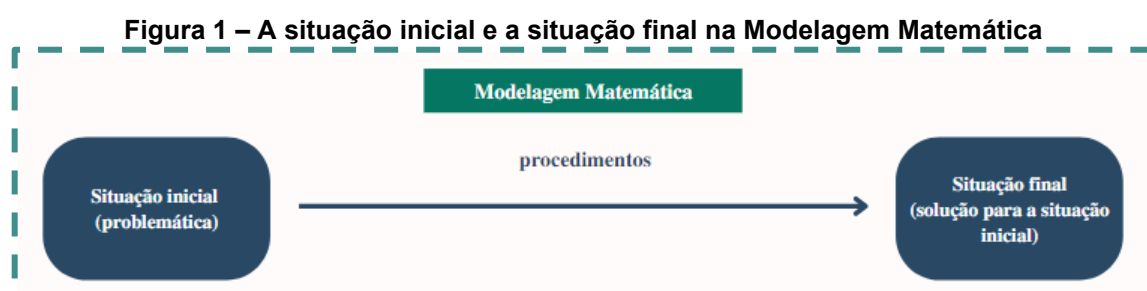


**REFERENCIAL  
TEÓRICO**

# MODELAGEM MATEMÁTICA

Dentre as tendências da Educação Matemática, a Modelagem Matemática é subsidiada por atividades que têm como ponto de partida uma situação inicial (problemática) e como ponto de chegada uma situação final (que representa uma solução para a situação inicial) (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012), conforme representado na Figura 1.

11



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 12).

Neste cenário, a Modelagem Matemática se configura a partir de uma situação não advinda da matemática, mas dependente de resoluções matemáticas, que possibilitam grande diversidade de representações e significados.

Para Bassanezi (2002, p. 16):

**a “Modelagem Matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do seu contexto de origem”.**

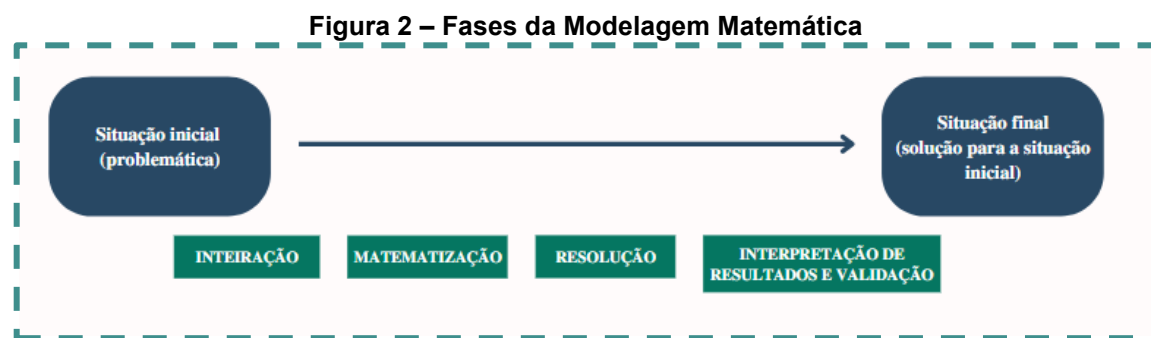
Com isso, a Modelagem prepara o aluno para a utilização da matemática em diferentes áreas, desenvolve a habilidade de pesquisa e exploração, além de possibilitar a compreensão sociocultural da matemática (BLUM, 1995).

Neste contexto, entendemos assim como Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 29) que, por meio da Modelagem, há a “possibilidade de ensinar e aprender Matemática e perceber suas aplicações para a resolução de problemas com que o aluno se depara fora da escola”. Isso porque a Modelagem Matemática é “uma

alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 9).

Desenvolver uma atividade de modelagem requer do aluno uma ação investigativa, pois o coloca em contato com situações não rotineiras à sala de aula (SILVA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011). Essas ações e procedimentos, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, podem ser associados a fases ou etapas já caracterizadas na literatura (BASSANEZI, 2002; STILLMAN; BROWN; GALBRAITH, 2010; ALMEIDA; VERTUAN, 2014; BLUM, 2015; MEYER, 2020).

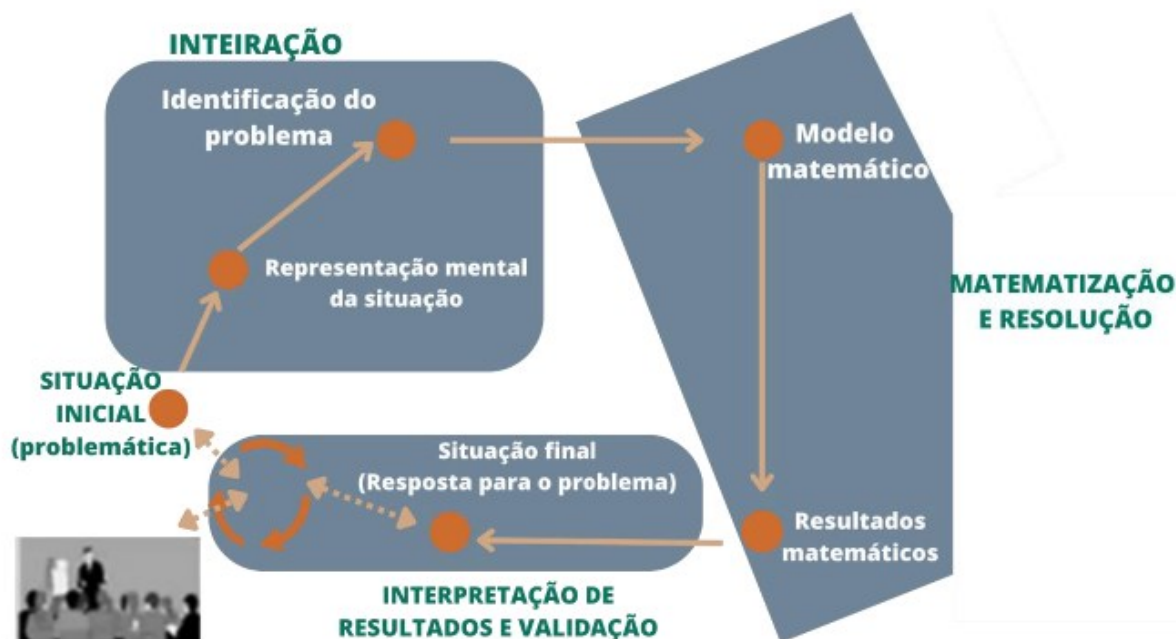
Segundo Almeida e Vertuan (2014, p. 4), as fases fazem parte de um “conjunto de processos necessários para configuração, estruturação e resolução de uma situação-problema, as quais caracterizam como: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de Resultados e Validação” (Figura 2).



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

A **inteiração** é o momento em que os alunos têm o primeiro contato com a situação-problema. Quando se destaca a necessidade de processos de transição de linguagens, ou seja, a transformação da linguagem natural em linguagem matemática, caracteriza-se a fase da **matematização**. A **matematização** consiste na construção de um modelo matemático, uma representação matemática para o que se está investigando, que será solucionada durante a **resolução**. A **interpretação dos resultados e validação** implica na análise da solução obtida para a situação-problema, a partir do modelo matemático construído (Figura 3).

Figura 3 – Ciclo de Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15).

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2011, p. 17), nas atividades de modelagem identificamos características fundamentais (Figura 3), como:


**“envolve um conjunto de ações cognitivas do indivíduo;  
envolve a representação e manipulação de objetos matemáticos; é direcionada para objetivos e metas estabelecidas e/ou reconhecidas pelo aluno”.**

Figura 4 – Elementos que caracterizam uma atividade de modelagem matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17).

Concordamos com Perrenet e Zwaneveld (2012, p. 3) que afirmam que “a Modelagem Matemática é, em primeiro lugar, sempre sobre algo, uma situação e um problema decorrente de uma situação, e que a matemática é ‘apenas’ uma parte de



todo processo”. É durante esse processo que se faz presente uma variedade de registros de representação nos quais podemos evidenciar componentes da aprendizagem, que segundo Pinilla (2010) é necessário, já que através destes componentes é que o professor percebe os erros, as causas dos erros e busca estratégias para intervir nas misconcepções dos estudantes, quando relacionados a conteúdos matemáticos.

Neste cenário, a Modelagem Matemática se configura a partir de uma situação não advinda da matemática, mas dependente de resoluções matemáticas, que possibilitam grande diversidade de representações e significados. Assim, há um vínculo com os Registros de Representação Semiótica considerando que atividades de modelagem possibilitam a produção de diversos signos (VERTUAN, 2007) e, com isso, componentes da aprendizagem podem ser evidenciados. Sob uma abordagem semiótica e com o objetivo de identificar as causas de erros para intervir nas misconcepções dos alunos, D'Amore, Pinilla e Iori (2015) se debruçaram em cinco componentes da aprendizagem: conceitual, algorítmica, estratégica, comunicativa e semiótica.

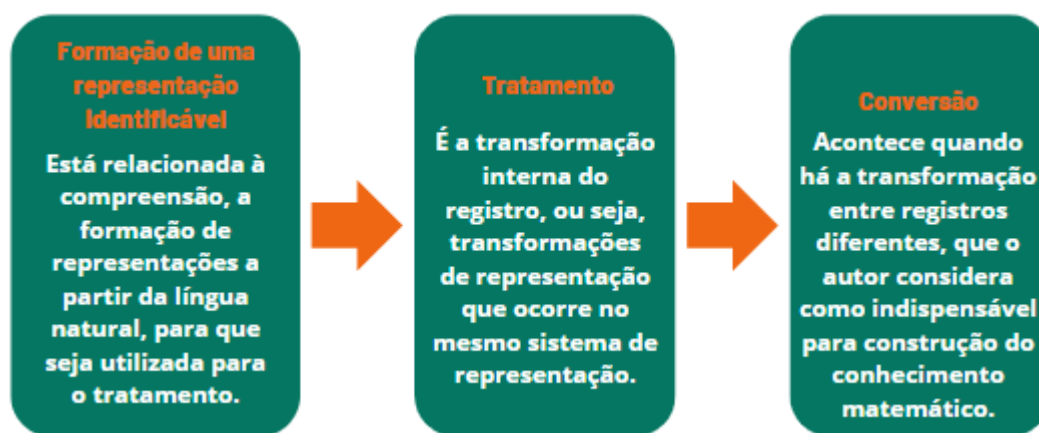
# A SEMIÓTICA E OS COMPONENTES DA APRENDIZAGEM

A teoria dos Registros de Representação Semiótica tem como precursor Raymond Duval, que valida as dificuldades que os estudantes encontram ao fazer transformações semióticas e, com isso, consideramos importante as análises e interpretações acerca das transformações para compreender as lacunas no ensino e na aprendizagem dos estudantes.

Para Duval (2011, p. 15), em Matemática, “a análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos nos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos”. Com isso, Duval expressa preocupação com a compreensão do aluno, não relacionando apenas com a situação final, mas com os processos cognitivos mobilizados que estão ancorados nas representações semióticas.

Segundo o autor, há três atividades cognitivas fundamentais para que um sistema semiótico seja um registro de representação: representação identificável, tratamento e conversão.

Figura 5 - Síntese das atividades cognitivas



Fonte: Baseada em Duval (2011).

De acordo com Duval (2015, p. 15),

a semiótica permite abordar os processos de significação nos quais se lançam os estudantes quando procuram compreender as formas de raciocínio matemático histórico e culturalmente constituído. [...] Através da semiótica podemos apreciar o fato de que nesses processos intervêm outros tipos de signos, como os gestos, as palavras, a entonação, o ritmo e outros signos corporais (DUVAL, 2015, p. 15).

Considerando que o autor defende a capacidade de o aluno transitar por diferentes registros e que esta é uma importante contribuição para a aprendizagem, é que se pode identificar e analisar os **componentes da aprendizagem** nos Registros de Representação Semiótica. Segundo Pinilla (2010, p. 9), “este tipo de análise é crucial para o docente, em um primeiro momento, quando organiza a própria atividade de ensino e, em um segundo momento, quando deve avaliar a aprendizagem dos estudantes”.

Concordamos com Pinilla (2010) quando esboça preocupações na aprendizagem em matemática ao afirmar que a mesma depende de múltiplos processos e aspectos, desde a interação do docente com os alunos, momentos de reflexão e construção do conhecimento, aos “saltos ao desconhecido, memórias e fantasias” (PINILLA, 2010, p. 8).

A autora ainda ressalta as lacunas aparentes na aprendizagem dos estudantes, indicando a necessidade de estudo sobre os motivos que as causam, que, para Pinilla (2010, p. 12), podem estar entre “o modo que o aluno representa algoritmos, na falta de estratégias de resolução de um problema, a comunicação adequada e representações semióticas”.

D'Amore, Pinilla e Iori (2015), a fim de identificar as causas de erro dos estudantes, propõem uma subdivisão da aprendizagem da matemática em 5 componentes:

- **aprendizagem conceitual (noética)** que consiste em construções cognitivas de conceitos que representam diferentes componentes dos objetos matemáticos;
- **aprendizagem algorítmica** que diz respeito à habilidade de resolver operações, cálculos, aplicação de fórmulas ou ao desenho de figuras usando os instrumentos adequados;
- **aprendizagem estratégica**, na qual importa os processos, não os produtos, buscando dar importância a procedimentos e estratégias que o estudante utiliza para resolver um problema;
- **aprendizagem comunicativa** que busca evidenciar a capacidade de exprimir ideias matemáticas, justificando, argumentando, demonstrando e representando de maneira visual com figuras, de modo eficaz;



- **aprendizagem semiótica** que é composta pela representação semiótica em diversos contextos e saber transformar representações semióticas, sem perder ligações com o significado do objeto de partida.

De acordo com Pinilla (2010), dentre as aprendizagens é importante destacar como a **aprendizagem semiótica é fundamental e transversal**, já que, inevitavelmente, se faz presente durante todos os tipos de processos, sempre que uma representação é necessária, seja por comunicação através do diálogo, registros (escrita, desenho, esquemas), interpretação de representações e conversões (Quadro 1).

**Quadro 1 - Síntese componentes da aprendizagem**

Componentes da Aprendizagem	Características das aprendizagens
Aprendizagem Conceitual	Noética: a representação de conceitos com o uso de signos. Por exemplo: "um meio", podemos representar na língua natural, com uso de frações, com representações geométricas, na reta numérica.
Aprendizagem Algorítmica	Soluções usando representações aritméticas, uso de fórmulas, finalização dos cálculos.
Aprendizagem Estratégica	Resolver problemas e saber como agir em situações problemas são momentos propícios para formação de conceitos, pode-se considerar como desenvolvimento "mental" dos estudantes, as estratégias para ir de um objeto para outro.
Aprendizagem Comunicativa	Modo como o estudante comunica a matemática, como representa ideias matemáticas, justificando, validando, demonstrando.
Aprendizagem Semiótica	O uso de diversas representações semióticas, as transformações que o estudante usa ao longo da resolução de uma atividade.

Fonte: Baseada em Pinilla (2010).

## ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Neste capítulo você terá acesso as seis atividades desenvolvidas com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental e análises, de acordo com as perspectivas nas quais nos embasamos. Cada atividade foi desenvolvida pensando na realidade dos alunos em conjunto com o conteúdo presente no currículo. O modelo a seguir indica a ordem em que as atividades são apresentadas.

Antes de dar início às atividades é importante que o(a) professor(a) saiba qual a sua finalidade, de acordo com as aprendizagens, o que ele quer avaliar, como e por quê.





**REFORMA DA  
QUADRA**

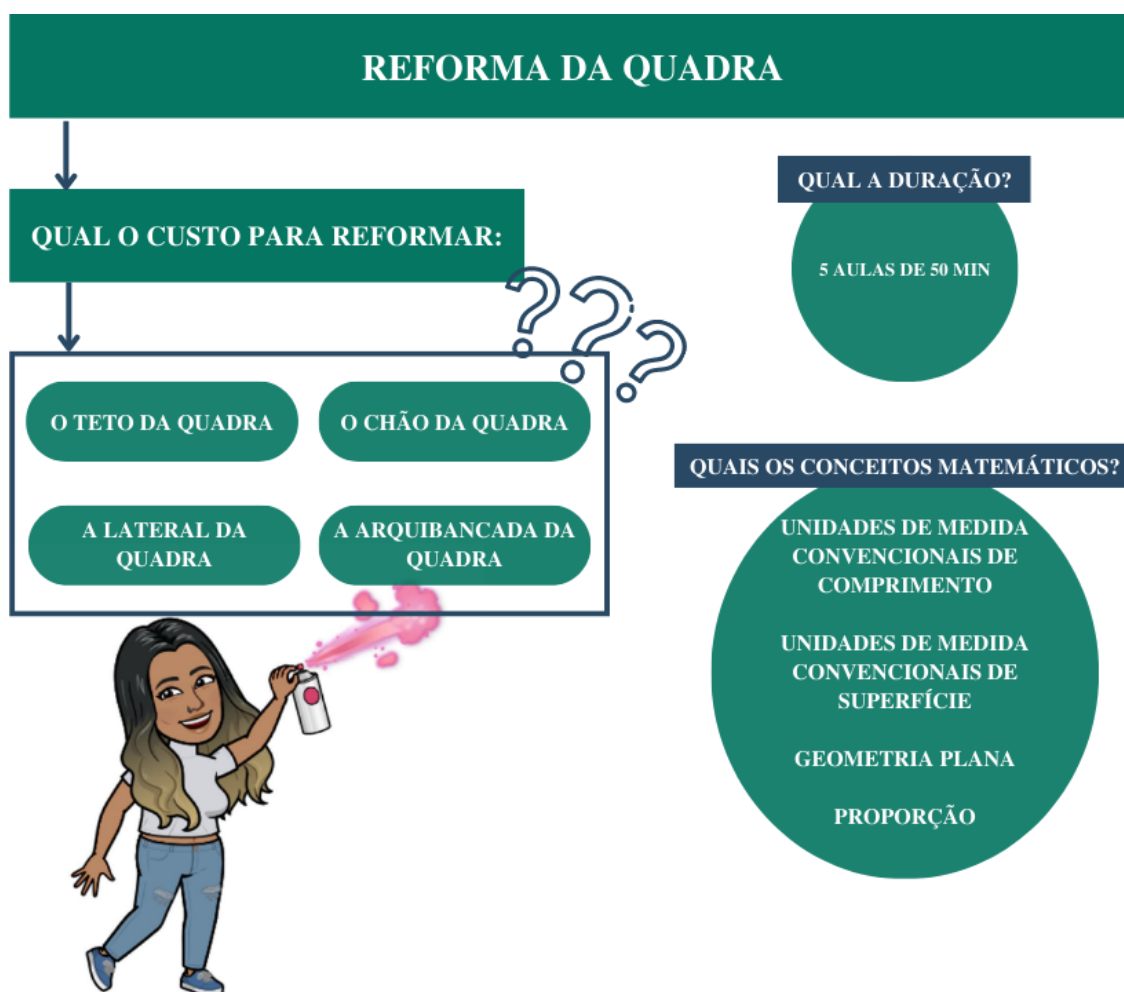


O desenvolvimento desta atividade se deu a partir da necessidade de trabalhar conteúdos de anos anteriores, os quais, são transversais aos conteúdos presentes no currículo do 8º ano, conceitos como:

- **operações básicas com números decimais,**
  - **proporcionalidade,**
  - **unidades de medida,**
- **conceitos básicos da geometria.**

Buscando por um assunto do interesse e presente na realidade dos alunos, desenvolvemos a atividade **“Reforma na Quadra”**, que ficou mais interessante ainda, pois havia aspectos na quadra poliesportiva da escola que precisavam de modificações, deixando os alunos entusiasmados com o desenvolvimento da atividade.

Para isso, foi necessário um planejamento acerca do desenvolvimento da atividade, conforme o esquema a seguir.



Inicialmente, o(a) professor(a) compartilha com a turma o tema que será investigado e propõe um momento de conversa entre eles, em que os alunos podem dar ideias, fazer questionamentos.

Para o desenvolvimento da atividade “Reforma da Quadra”, a sala deve ser organizada em grupos de 4 ou 5 alunos e cada um deles fica responsável por calcular o valor da reforma para cada uma das quatro regiões: teto, chão, lateral e arquibancada da quadra.

Para a próxima aula, pedir para que os alunos se integrem mais acerca da temática em questão. Se houver tempo nesse primeiro encontro, permitir que façam pesquisas, no celular, computador, biblioteca.

No segundo encontro, com os grupos formados, iniciar uma breve discussão sobre as pesquisas e levar os grupos para a coleta de dados. O(a) professor(a) pode pedir para que os alunos levem para a aula objetos que ajudem nas medições como pode deixar que percebam a necessidade do uso de instrumentos de medida sozinhos.

A terceira e quarta aulas serão destinadas para a resolução da questão, momento em que os alunos podem usar os instrumentos necessários para a pesquisa. Neste caso, o celular torna-se muito presente nas aulas, o(a) professor(a) então deve estar atento aos alunos e sempre trocando questionamentos, para que estejam bem integrados à resolução. Este momento é denominado por matematização e resolução, em que os estudantes escrevem/descrevem seu raciocínio com auxílio da linguagem matemática, dando significado à organização dos dados.

O processo de resolução configura a construção de um modelo matemático que descreva a situação, buscando conhecimentos algorítmicos necessários para o problema.



De acordo com Almeida e Silva (2014) é “a partir desses conhecimentos construídos no fazer modelagem que os sujeitos tornam-se cada vez mais autônomos e responsáveis pela condução de atividades dessa natureza”.

Por fim, para essa atividade não aconteceu a *validação*, já que é configurada pela aplicação do modelo matemático, entretanto, neste caso, a última aula, foi destinada a um momento de conversa entre os grupos e apresentação de suas resoluções.

Figura 6 – Síntese da proposta de encaminhamento da atividade



## IMPLEMENTANDO A ATIVIDADE “REFORMA DA QUADRA”

Após a explicação da estratégia de ensino e organização da sala em grupos, na segunda aula os alunos foram até a quadra poliesportiva do colégio para que fizessem a coleta dos dados que julgavam necessários para a resolução da situação-problema. Os alunos se mostraram envolvidos, a princípio cogitaram que se fizessem uma boa atividade conseguiriam a reforma da quadra, o que validou a importância de levar à sala de aula atividades que caracterizam situações do cotidiano dos alunos.

A primeira ação do grupo de alunos foi realizar medições da quadra, utilizando uma trena (Figura 7). Os alunos conversaram entre si para especificar o uso desse instrumento de medida.

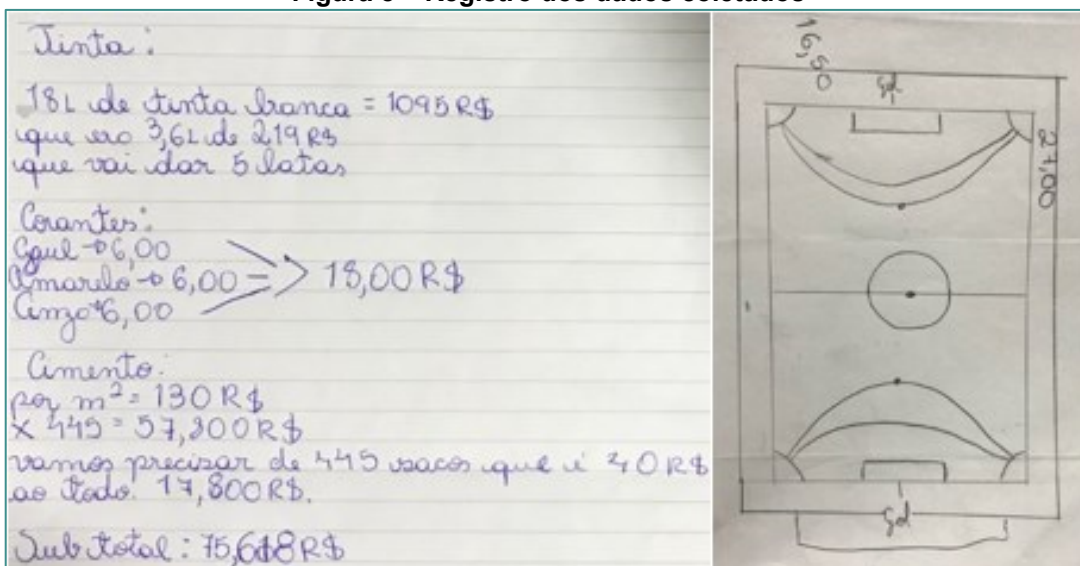
**Figura 7 - Coleta e registro de dados para cálculo de área**



Fonte: arquivo da professora.

Os alunos registraram as informações coletadas, representando-as em desenhos e outros esquemas (Figura 8). Os alunos transformaram os dados coletados, por meio das medições, bem como o valor da tinta a ser utilizada. Para isso, esboçaram as informações em uma lista e em um esquema figural, para ajudar na compreensão, conforme relataram durante o desenvolvimento da atividade.

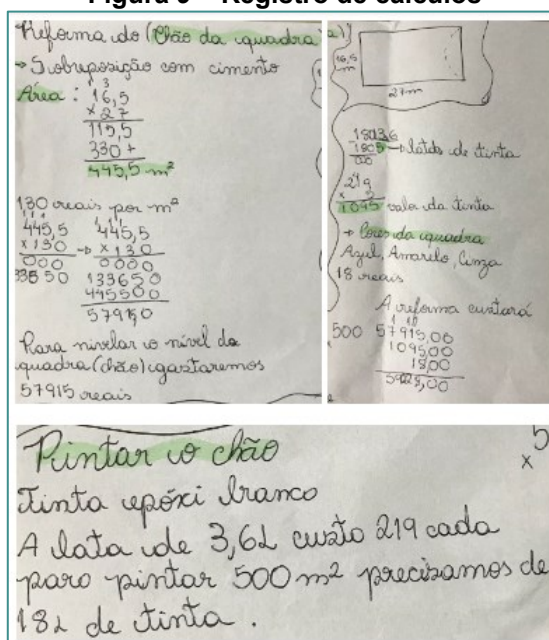
**Figura 8 – Registro dos dados coletados**



Fonte: relatório dos alunos.

Nos registros dos alunos (Figura 8), podemos visualizar estratégias que eles consideraram importantes para a reforma do chão da sala, bem como hipóteses que foram elencadas durante a resolução.

Figura 9 – Registro de cálculos



Fonte: relatório dos alunos.

Os alunos fizeram o uso de telefone celular para fazer orçamentos fictícios, com isso, conseguiram os dados (Figura 9) para responder à situação-problema. Deram atenção ao tipo de tinta que é usada para pisos de quadras poliesportivas e até mesmo para as cores. Concordamos então com Greefrath e Siller (2017, p. 530), quando argumentam que “as atividades de modelagem no ensino de matemática também estão sujeitas à influência de ferramentas digitais. Ferramentas digitais podem ser de grande ajuda para professores e alunos, particularmente em conexão com problemas do mundo real e suas discussões”.

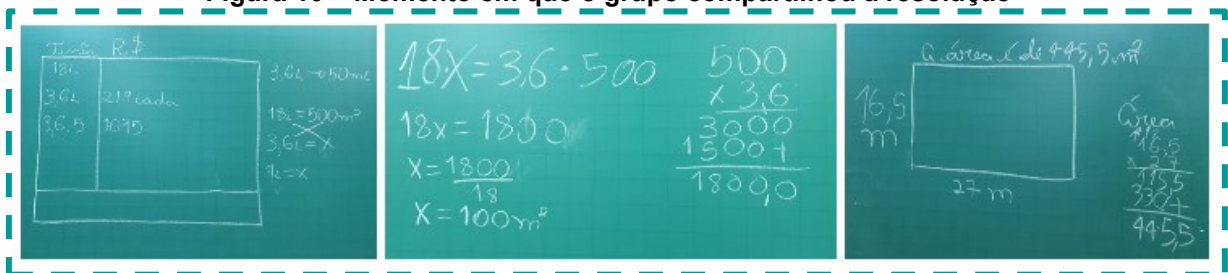
Para que cada grupo expusesse a solução do seu problema (Figura 9), foi realizado um momento de plenária com a turma, a fim de que a discussão contribuísse para a resolução dos grupos.

Nos registros feitos na lousa para compartilhar a resolução, os alunos mostraram os dados que obtiveram sendo eles: o valor das tintas, para isso, relataram que fizeram ligações a diversas lojas a fim de obter o melhor preço; as dimensões da quadra, com auxílio da trena e a quantidade de tinta necessária para pintar determinada área, com ajuda de pesquisas.

Por meio das pesquisas determinaram que 18 litros de tinta seriam suficientes para pintar 500 m<sup>2</sup>, mas precisavam saber quanto gastariam com as latas de tinta e quantas seriam necessárias. Para isso, fizeram o cálculo proporcional, obtendo o valor total de R\$ 59 028,00.



**Figura 10 – Momento em que o grupo compartilhou a resolução**



Fonte: arquivo da professora.

Neste momento, os registros das falas dos alunos mostraram que haviam dificuldades acerca de operações com números decimais e além das dificuldades apresentadas, fica claro que os alunos se preocuparam em efetuar os cálculos da maneira correta, até mesmo quando buscaram qual área de uma quadra poliesportiva para verificar se estavam corretos. Em um grupo do WhatsApp mandaram a foto de uma das pesquisas que fizeram, conforme mostra a Figura 11.

**Figura 11 – Pesquisa dos alunos**



Fonte: arquivo da professora.

No Quadro 2 apresentamos de forma sucinta os componentes da aprendizagem e as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem.

Quadro 2 - Síntese componentes da aprendizagem e ações dos alunos

Componentes da Aprendizagem	Ações dos alunos
Aprendizagem Conceitual	Coleta de dados para calcular a área da quadra e o modo como representaram. Pesquisa para descobrir a quantidade de tinta necessária e cálculo proporcional.
Aprendizagem Algorítmica	Cálculos efetuados para determinar a área da quadra, quantidade de tinta, valor estimado para reforma.
Aprendizagem Estratégica	O processo pela busca de informações, pesquisas, ligações, coleta de dados, foi significativo para o produto final.
Aprendizagem Comunicativa	Diálogo entre os grupos. Momento de discussão com a sala acerca dos resultados obtidos.
Aprendizagem Semiótica	Transversal a todas as aprendizagens, já que os alunos utilizaram várias representações, sendo: escrita, língua natural, representações geométricas, escrita algébrica.





Fonte: as autoras.

Diante da análise da atividade *Reforma na Quadra*, elaboramos um ciclo da atividade de modelagem matemática embasadas no proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

## REFORMA DA QUADRA



1. Primeiro contato com o problema.
2. Uso de smartphone e computador para pesquisas.
3. Uso de softwares e aplicativos (WhatsApp, Google Earth).
4. Coleta de dados com uso de instrumentos de medida (trena, fita métrica).
5. Transformação da linguagem natural para linguagem matemática.
6. Modelo Matemático.
7. Valor da reforma.

-  Aprendizagem Conceitual
-  Aprendizagem Estratégica
-  Aprendizagem Comunicativa
-  Aprendizagem Algorítmica

O desenvolvimento da atividade pelos grupos responsáveis pela reforma da arquibancada, da lateral e do teto ocorreu de forma similar e é descrito com detalhes no texto da dissertação *"Análise Semiótica de Componentes da Aprendizagem em atividades de Modelagem Matemática no 8º ano do Ensino Fundamental"*.



The image features several teal-colored footprints scattered across the white background. One footprint is at the top right, two are in the upper right quadrant, one is in the center overlapping the text, two are in the lower left quadrant, and one is at the bottom left. Each footprint is a simple, stylized shape with a white stripe near the heel.

# **DISTÂNCIA EM PASSOS**

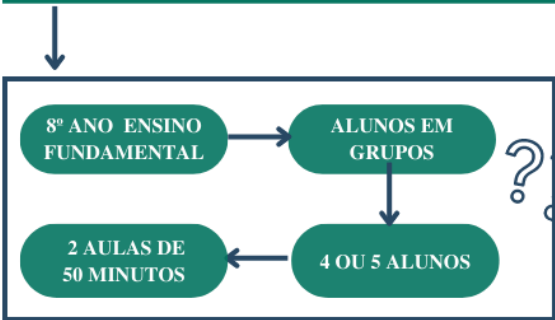
A atividade foi desenvolvida com intuito de articular atividades de modelagem matemática à geometria, resgatando conteúdos matemáticos que – de acordo com o currículo – já haviam sido abordados, que são:

- **operações básicas com números decimais,**
  - **proporcionalidade,**
  - **unidades de medida,**
  - **conceitos de geometria.**

A atividade tinha os seguintes objetivos: realizar medidas de distância, conversões de unidades de medidas, trabalhar com medidas reais, criar hipóteses para solucionar o problema, discutir e analisar os resultados.

Considerando a importância de um assunto do interesse dos alunos, eles foram convidados a participar da atividade e responder à questão: Quantos passos você daria se fosse de sua casa até a escola?

**QUAL A DISTÂNCIA, EM PASSOS, DA SUA CASA ATÉ A ESCOLA?**



**QUAIS OS CONCEITOS MATEMÁTICOS?**

- UNIDADES DE MEDIDA NÃO CONVENCIONAIS DE COMPRIMENTO
- GEOMETRIA
- PROPORÇÃO

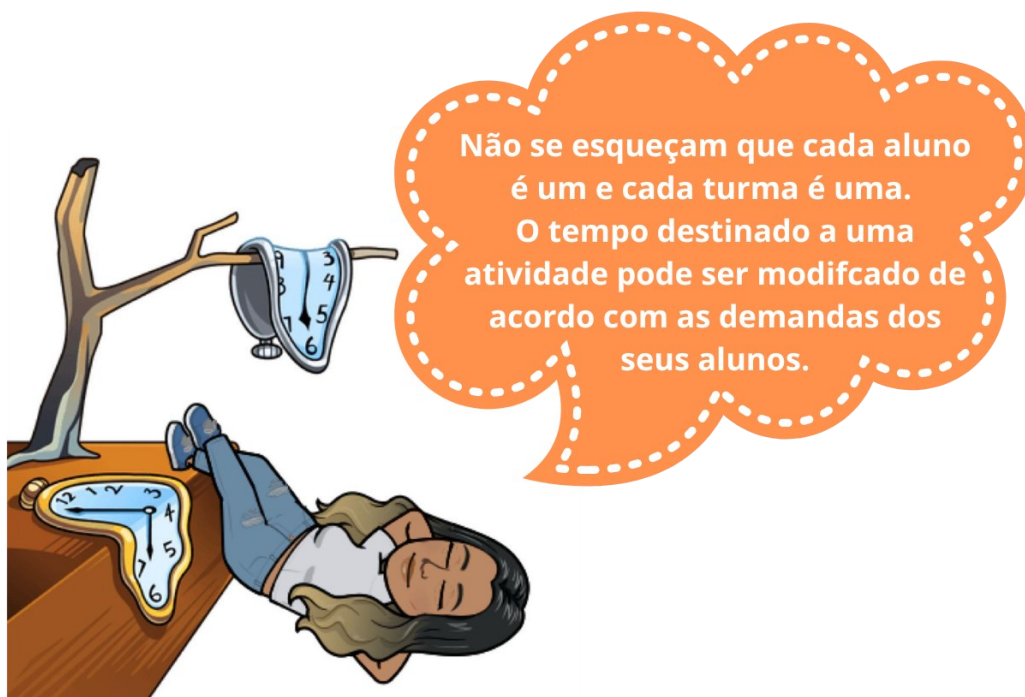


Para o desenvolvimento da atividade “**Distância em passos**”, a sala pode ser organizada em grupos de 4 ou 5 alunos. Como cada um dos alunos mora a uma determinada distância da escola, deixe que decidam se vão investigar sobre um único trajeto ou se optam por fazer todos. Neste momento, o importante é que o(a) professor(a) não se distancie dos grupos, estando atento a cada uma das decisões tomadas.

É válido lembrar aos alunos que podem fazer o uso de livros, celulares, tablets, calculadoras, entretanto, também é importante que os mesmos percebam que há a necessidade de recorrer a outros instrumentos e que isso é permitido.

Como são necessários apenas dois encontros, se possível, que sejam em dias distintos, para que os alunos decidam se é necessário dar continuidade em casa, seja no estudo do conteúdo ou até mesmo, neste caso, para buscar instrumentos de medida que auxiliem para determinar o tamanho do passo dos integrantes.

No segundo encontro, espera-se que os alunos finalizem a atividade e apresentem para a turma os resultados obtidos.



Não se esqueçam que cada aluno é um e cada turma é uma. O tempo destinado a uma atividade pode ser modificado de acordo com as demandas dos seus alunos.

## IMPLEMENTANDO A ATIVIDADE “DISTÂNCIA EM PASSOS”

Os alunos optaram pelo uso de celulares para encontrar a distância de suas casas à escola utilizando o GPS, Google Earth, e outros aplicativos (Figura 12).



Com as informações sobre a distância da casa de cada um até a escola, os grupos iniciaram a resolução da atividade, todos os integrantes dos grupos fizeram a coleta de dados individual e em sequência iniciaram os cálculos em conjunto. Aqui, vamos exemplificar a implementação da atividade com uma das resoluções.

**Figura 12 – Alunos usando o telefone celular para realizar a pesquisa**



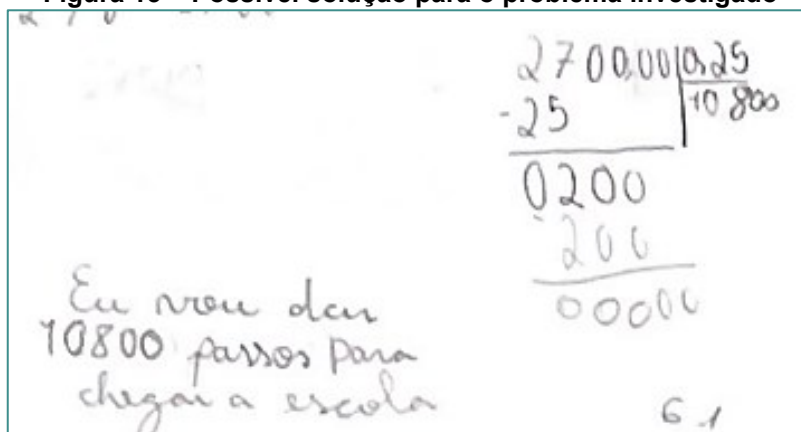
Fonte: Arquivo da professora.

Ao iniciar os cálculos, muitas dúvidas foram surgindo, como os cálculos com unidades de medidas diferentes, ou seja, a necessidade de mudar as unidades com as quais estavam calculando, o modo como faziam a medida dos passos.

Nesta primeira aula, os alunos foram medir seus passos, conforme a questão, entretanto, a maioria mediu o tamanho dos pés, esquecendo que ao caminhar, os passos são configurados.

Considerando 2,7 km como distância da casa até a escola de um dos integrantes do grupo, que obtiveram utilizando o Google Maps. Primeiramente os alunos utilizaram a medida do pé de um deles como unidade de medida. Por hipótese, consideraram que um pé tem 25 centímetros, obtendo como solução 10800 passos, conforme a imagem (Figura 13).

Figura 13 – Possível solução para o problema investigado



Fonte: Relatório dos alunos.

Os alunos então perceberam que havia algo de errado, e por meio de diálogos concluíram que os passos deveriam ser medidos conforme eles caminham, e não medindo o tamanho dos pés. Observe as considerações feitas pelos integrantes deste grupo, como mostra a transcrição:



**Os nomes que aparecem na figura são fictícios a fim de manter o anonimato dos alunos.**



**Julia:** Acho que tem alguma coisa estranha, a gente não anda com os pés juntos assim, do jeito que a gente tá medindo. A gente tem que fingir que tá andando e medir o passo que a gente dá como se tivesse vindo pra escola. Não dá pra fazer um passo juntando duas medidas de um pé.

**Martina:** Vamos fazer um passo?



É fundamental, que nós professores, fiquemos sempre atentos às falas de nossos alunos. Por meio da comunicação, eles justificam suas dúvidas e ideias de uma maneira mais fácil de compreendê-los. Viram como "sozinhos" perceberam que algo estava errado?!

É importante que o professor seja um mediador e não aquele que trás respostas prontas, assim, a aprendizagem torna-se mais significativa.



Após esse diálogo, os integrantes do grupo resolveram mudar as estratégias já que não concordaram com o quociente encontrado na primeira tentativa de resolução e estratégia que haviam utilizado. Com isso, resolveram “fingir que estavam caminhando” e medir o passo obtendo 82 centímetros, conforme mostra a Figura 14.

Figura 14 – Estudantes medindo a distância entre os pés quando dão um passo



Fonte: Arquivo da professora.

Mesmo considerando que haviam resolvido o engano cometido na primeira tentativa de resolução, na segunda tentativa os alunos esqueceram que precisavam usar a mesma unidade de medida para efetuar a operação, ou seja, dividiram 2700 metros (distância da casa de um dos integrantes até a escola) por 82 centímetros (tamanho do passo).

Figura 15 – Possível solução para o problema investigado

Origem CASA  
 Pé: 25cm  
 Distância 2,7 Km (11 min)  
 Passo: 82cm

$$\begin{array}{r}
 1m = 100 \\
 2,7 = 100 \\
 \times 100 \\
 \hline
 00 \\
 000 \\
 270 \\
 \hline
 270
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 27 \\
 \times 100 \\
 \hline
 700 \\
 2000 \\
 \hline
 2700
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 3,2 \\
 \times 100 \\
 \hline
 00 \\
 000 \\
 320 \\
 \hline
 320
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 61 \\
 2700 \overline{) 82} \\
 \underline{-246} \quad 32 \\
 0240 \\
 \underline{-164} \quad 6 \\
 0780 \\
 \underline{-738} \quad 4 \\
 0420 \\
 \underline{-164} \quad 6 \\
 560
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 82 \quad 82 \\
 \times 15 \quad \times 4 \\
 \hline
 82 \quad 82 \\
 \times 2 \quad \times 3 \\
 \hline
 164 \quad 246
 \end{array}$$

Fonte: Relatório dos alunos.

Assim como se incomodaram com a primeira resolução, os alunos voltam a se incomodar com a segunda resolução. É importante percebermos como o erro é válido para a aprendizagem, à medida que o aluno percebe que algo não condiz com a resolução e busca novas estratégias para solucionar a atividade proposta.

Estranhando novamente a resolução, os alunos consideraram necessário fazer a mudança de unidades de medidas, e então, realizaram a divisão de 2700

metros (distância da casa de um deles até a escola) por 0,82 metros (tamanho do passo de um dos integrantes), obtendo aproximadamente 3293 passos, conforme apresentado na figura abaixo.

**Figura 16– Possível solução para o problema investigado**

The image shows handwritten mathematical work. On the left, there are three columns of multiplication problems:
 

- Column 1:  $82 \times 2 = 164$
- Column 2:  $82 \times 3 = 246$
- Column 3:  $82 \times 4 = 328$
- Column 4:  $82 \times 5 = 410$
- Column 5:  $82 \times 6 = 492$
- Column 6:  $82 \times 7 = 574$
- Column 7:  $82 \times 8 = 656$
- Column 8:  $82 \times 9 = 738$

 On the right, there is a long division problem:  $2800,00 \div 0,82 = 3292,7$ . The division steps are shown with a decimal point in the quotient and a trailing zero in the dividend.

Fonte: Relatório dos alunos.

**O que podemos evidenciar é que os alunos, a partir da medida do passo de um deles, tomaram como hipótese que esse valor se manteria durante o trajeto da casa até a escola.**

Por fim, os alunos discutiram seus resultados com a sala e como foi o único grupo a pensar na distância entre os pés, configurando os passos, durante o momento da validação, os outros grupos ficaram surpresos com a estratégia utilizada, o que rendeu boas discussões.

No Quadro 3 apresentamos de forma sucinta os componentes da aprendizagem e as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem.

**Quadro 3 - Síntese componentes da aprendizagem e ações dos alunos**

Componentes da Aprendizagem	Ações dos alunos
Aprendizagem Conceitual	Coleta de dados para calcular a distância em passos de sua casa até a escola. Ao observar que conceitos estão sendo representados e transformados da maneira correta.
Aprendizagem Algorítmica	Cálculos efetuados para determinar quantos passos são dados de suas casas até a escola.
Aprendizagem Estratégica	O processo pela busca de informações usando celulares. A decisão por medir o tamanho dos passos e não dos pés.
Aprendizagem Comunicativa	Diálogo entre os grupos. Momento de discussão com a sala acerca dos resultados obtidos.
Aprendizagem Semiótica	Transversal a todas as aprendizagens, já que os alunos utilizaram várias representações, sendo: escrita, língua natural, representações geométricas, escrita algébrica.

Fonte: as autoras.

Diante da análise da atividade *Distância em Passos*, elaboramos um ciclo da atividade de modelagem matemática embasadas no proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012).



1. Primeiro contato com o problema.
2. Coleta de dados com auxílio de smartphone e instrumentos de medida.
3. Transformação da linguagem natural para linguagem matemática.
4. Modelo matemático.
5. Resposta da atividade.
6. Nova modelo matemático.
7. Segunda resolução da atividade.
8. Interpretação de resultados.

- Aprendizagem Conceitual
- Aprendizagem Estratégica
- Aprendizagem Comunicativa
- Aprendizagem Algorítmica



# **BOLO DE POTE**

A atividade intitulada por “Bolo de pote” foi desenvolvida com a intenção de permitir que os alunos além de ter contato com a atividade de modelagem matemática pudessem de fato validar os resultados obtidos na realização da tarefa de um jeitinho mais “gostoso”.

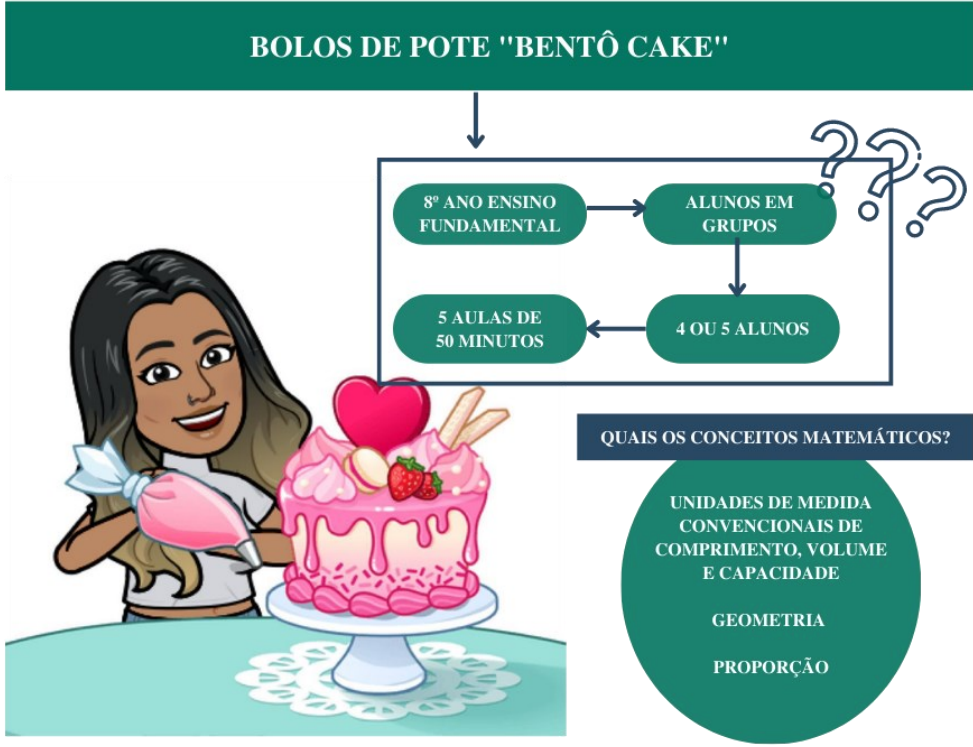
Claro que a atividade desenvolvida teve como principal intuito, a aprendizagem. Com isso, articulamos a atividade à geometria, conteúdo proposto no material didático do qual os alunos faziam uso, que são:

- área,
- volume,
- proporcionalidade,
- sistema de unidade de medida,
- conceitos de geometria.

A atividade tinha os seguintes objetivos: trabalhar com medidas reais, calcular quantos bolos de pote seriam feitos com a massa pronta para bolo, criar hipóteses para solucionar o problema, discutir e analisar os resultados.

Assim, os alunos foram convidados a participar da atividade e responder à questão: Quantos bolos de pote podem ser feitos com uma receita de bolo simples?

Fizemos um planejamento para a atividade que apresentamos em um quadro síntese conforme o esquema a seguir.



Para o desenvolvimento da atividade “**Bolo de pote**”, a professora explicou aos seus alunos qual era a investigação sem muitos detalhes, já que haviam feito atividades de modelagem matemática anteriormente.

Cada um dos grupos foi composto por 4 ou 5 integrantes, que durante os cinco encontros destinados ao desenvolvimento da atividade, ficaram responsáveis por responder à situação problema de acordo com as hipóteses que criaram.

No primeiro encontro é importante que o(a) professor(a) deixe os alunos livres para interagir com a proposta e assim criar as hipóteses, além disso, vale permitir que os alunos façam a escolha de seus grupos sem nenhuma interferência (claro que depende de como a sala se comporta durante o desenvolvimento das atividades).

Para o segundo encontro, espera-se que os alunos iniciem a coleta de dados, portanto, é importante que o(a) professor(a) permita o uso de celulares, tablets, computadores e afins para que possam buscar informações que acrescente também às hipóteses. Além disso, o(a) professor(a) pode ajudar os alunos com alguns encaminhamentos, como procurar por formas para bolos em suas casas e não apenas na internet, já que não sabemos se as medidas serão exatas.

A terceira e quarta aula podem ser destinadas para a resolução da questão, momento em que os alunos farão as coletas de dados ainda necessárias, independente do instrumento que optem por usar (trena, régua, computador, celular) sempre com encaminhamentos do(a) professor(a).

Ah, é importante lembrar:  
você é **orientador**,  
não um **expositor**.



## IMPLEMENTANDO A ATIVIDADE “BOLO DE POTE”

A atividade “**Bolo de pote**” foi destacada por muita euforia dos alunos, ao serem informados que fariam os bolos de pote para interpretar e validar os resultados obtidos foi importante para que se mostrassem mais dispostos e animados para o desenvolvimento da atividade, o que com certeza, reflete nas ações do(a) professor(a).

Para registrar aqui no Produto Educacional, o desenvolvimento será exemplificado por meio da resolução de um dos grupos, neste caso, o que foi escolhido pela turma para a fase de validação.

Antes que iniciem a atividade é importante que o(a) professor(a) combine com os alunos como será cada um dos momentos, neste caso, em especial, a confecção dos bolos. Caso a instituição não tenha uma cozinha que contemple o espaço necessário para fazer os bolos em conjunto com os alunos, há a possibilidade de o(a) professor(a) assar os bolos em sua casa e finalize com os alunos a montagem dos bolos nos potes, como aconteceu na atividade registrada em sequência.

Após a conversa com a turma sobre a atividade – fica a critério do(a) professor(a) o que será dito – os alunos foram organizados em grupos, conforme decidiram e iniciaram a *inteiração*, conversaram sobre os dados que precisariam coletar e como a atividade seria organizada.

Os alunos resolveram considerar, a partir de uma conversa com a turma toda, uma massa de bolo pronta como padrão, ainda no primeiro encontro. No encontro seguinte, alguns alunos levaram formas de suas casas, considerando que o bolo seria assado nelas e assim conseguiriam inferir de uma maneira mais aproximada a quantidade de bolos de pote.

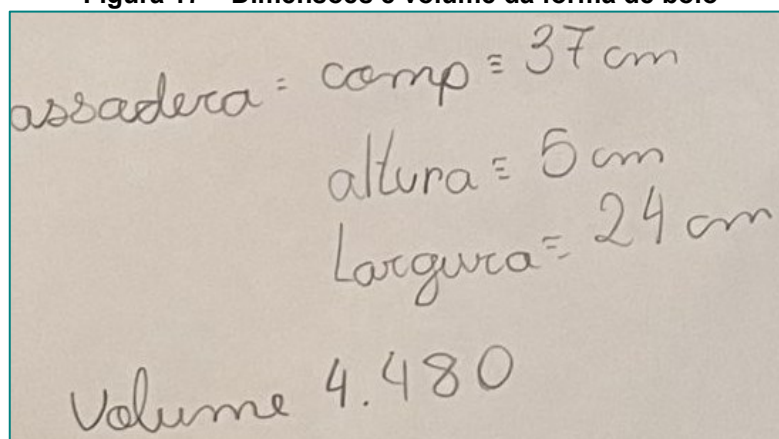
Escolhida a forma, os grupos se dedicaram a resolver a situação-problema. Para isso, calcularam o volume da forma para descobrir, primeiro, quanto de bolo teriam. Como as medidas obtidas para a forma não são exatas, os alunos usaram medidas aproximadas (37 cm, 5 cm e 24 cm) e o volume ( $4480 \text{ cm}^3$ ) da forma (que estava no fundo da assadeira, indicando 4,480 L).

**Trazar as formas de casa foi uma estratégia muito interessante, o que possibilitou resoluções diferentes para cada grupo!**





Figura 17 – Dimensões e volume da forma de bolo

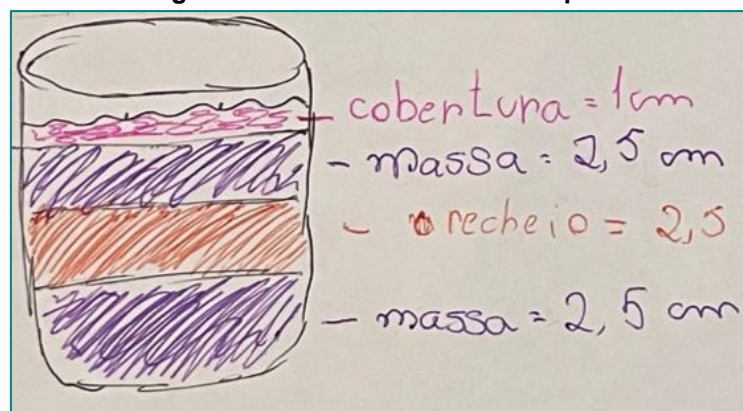


Fonte: Relatório dos alunos.

Em sequência escolheram o pote que usariam para finalização da atividade. Um dos integrantes do grupo comentou que pai era dono – no momento – de um restaurante e tinha um modelo de pote que seria bom para a atividade. Sendo assim, considerando as dimensões (9 cm de diâmetro e 9 cm de altura) do pote em questão, os integrantes do grupo iniciaram uma discussão muito repetida pelos alunos no geral, se cortariam o bolo nas dimensões do pote para fazer as fatias, ou se esfarelariam o bolo para assim completar os espaços nos potes.

Os alunos então fizeram um esboço de como ficaria o bolo no pote (Figura 18), os espaços reservados para a massa e para o recheio, além disso, tiveram que deixar um espaço para a cobertura, tal que nosso bolo de pote, mesmo que fugindo do conceito “original” traz características do “Bentô Cake”, um modelo de bolo cujas vendas estavam em alta.

Figura 18 – Camadas do bolo de pote



Fonte: Relatório dos alunos.

Pensando no recheio, os alunos criaram mais uma hipótese, na qual não consideravam a quantidade de recheio a ser feito previamente, apenas indicava quanto seria necessário para cada pote e assim possibilitando simular a quantidade total.

Considerando as medidas expostas na figura acima, os alunos fizeram o cálculo do volume do bolo em cada faixa do bote, o que denominaram por “disquinhos”. Os disquinhos teriam então, 9 centímetros de diâmetro e 2,5 centímetros de altura (Figura 19).

Figura 19 – Cálculo do volume

Os alunos usaram a fórmula do volume do cilindro para calcular o volume do "disquinho".

disquinho

altura = 2,5 cm  
 diametro = 9 cm ÷ 2 = 4,5

$4,5^2 \cdot 2,5 \cdot \pi = 158,9625$

$V = \pi r^2 h$

r = raio da base  
 h = altura

Fonte: Relatório dos alunos.

Como precisavam indicar quantos bolos fariam com um bolo tradicional, considerando duas camadas por pote, os alunos se dedicaram a calcular quantas camadas de bolo conseguiriam fazer e, assim, transcreveram suas ideias iniciais para a linguagem algébrica (Figura 20).

Figura 20 – Cálculo para descobrir quantidade de “disquinhos”

volume do disquinho = 158,9625 / volume da forma = 4.480

$4.480 \div 158,9625 = 28$  discos

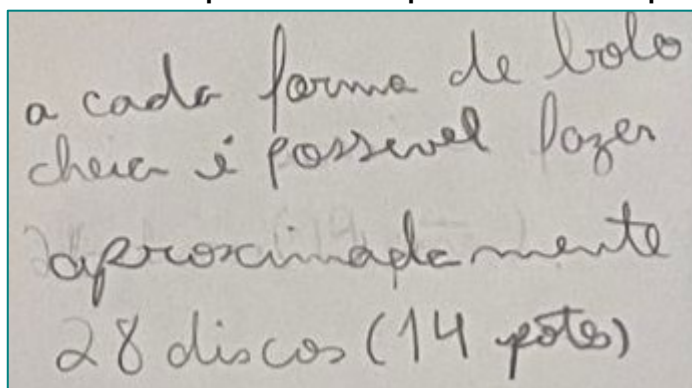
forma                  disco                  L aproximadamente

Fonte: Relatório dos alunos.

Vale ressaltar que a atividade supracitada foi uma das resoluções propostas pela turma do 8º ano e foi escolhida pela sala após um momento que podemos denominar por plenária, de modo que os grupos puderam comentar sobre suas estratégias desenvolvidas para estimar a quantidade de bolo de pote que conseguiriam fazer, desde o formato da forma, ao pote que escolheram, a quantidade de massa em cada pote e até mesmo a quantidade de recheio.

A partir dos cálculos efetuados, o grupo pode concluir que seria possível fazer aproximadamente 28 “disquinhos” de bolo, o que renderia 14 bolos de pote (Figura 21).

Figura 21 – Cálculo para descobrir quantidade de “disquinhos”



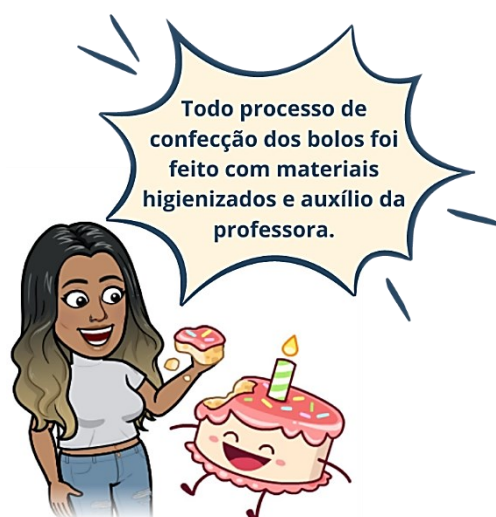
a cada forma de bolo  
cheia é possível fazer  
aproximadamente  
28 discos (14 pots)

Fonte: Relatório dos alunos.

Uma característica fundamental para optar pela resolução *grupo*, foi a escolha do pote, tal que, além de levar o pote para as aulas (outro grupo também fez isso), sabiam a marca, capacidade e local para a compra, o que facilitou para professora, por ter ficado responsável pela compra dos ingredientes e preparo do bolo e recheio.

Por fim, no último encontro fizemos a *validação* do modelo matemático que desenvolveram e conseguimos fazer onze bolos de pote.

As imagens abaixo mostram como foi o processo de interpretação e validação.

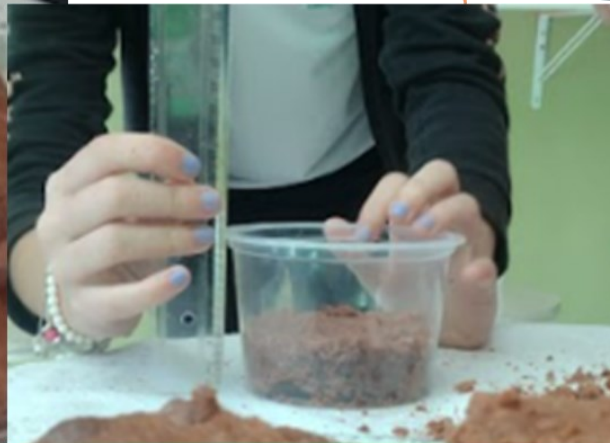




**1. Os alunos mediram a altura do bolo.**



**2. Com auxílio do pote, começaram a cortar os "disquinhos" de bolo.**



**3. Após cortar os "disquinhos" ainda faziam as medições nos potes para verificar se as medidas estavam corretas.**



**4. Hora de rechear e finalizar os bolos!!**

No Quadro 4 apresentamos de forma sucinta os componentes da aprendizagem e as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem.

**Quadro 4 - Síntese componentes da aprendizagem e ações dos alunos**

Componentes da Aprendizagem	Ações dos alunos
Aprendizagem Conceitual	Coleta de dados relacionados ao tamanho da forma e do pote para os bolos.
Aprendizagem Algorítmica	Cálculos efetuados para determinar quantos bolos seriam feitos com uma massa de bolo simples.
Aprendizagem Estratégica	O uso de celulares. A decisão por trazer formas de casa, considerar uma massa de bolo simples, usar um bote com dimensões já conhecidas, não considerar a quantidade de recheio para investigação.
Aprendizagem Comunicativa	Diálogo entre os grupos. Momento de discussão com a sala acerca dos resultados obtidos.
Aprendizagem Semiótica	Transversal a todas as aprendizagens, já que os alunos utilizaram várias representações, sendo: escrita, língua natural, representações geométricas, escrita algébrica.

Fonte: as autoras

Diante da análise da atividade *Bolo de Pote*, elaboramos um ciclo da atividade de modelagem matemática embasadas no proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012).



1. Primeiro contato com o problema.
2. Coleta de dados com auxílio de smartphone e computador.
3. Coleta de dados com uso de instrumentos de medida (régua).
4. Transformação da linguagem natural para linguagem matemática.
5. Modelo matemático.
6. Quantidade de bolo de pote.
7. Interpretação de resultados.

- Aprendizagem Conceitual
- Aprendizagem Estratégica
- Aprendizagem Comunicativa
- Aprendizagem Algorítmica

A stylized teal outline of a smartphone. At the top, there is a white pill-shaped notch with a small circle above it. At the bottom, there is a white circular home button. The screen area is white and contains the text.

**TEMPO MÉDIO  
NO CELULAR**

Nosso intuito para o desenvolvimento dessa atividade foi inserir nossos alunos em um ambiente investigativo proporcionado por uma atividade de modelagem matemática cujo tema é muito presente na realidade dos alunos, o que torna a aula mais interessante.

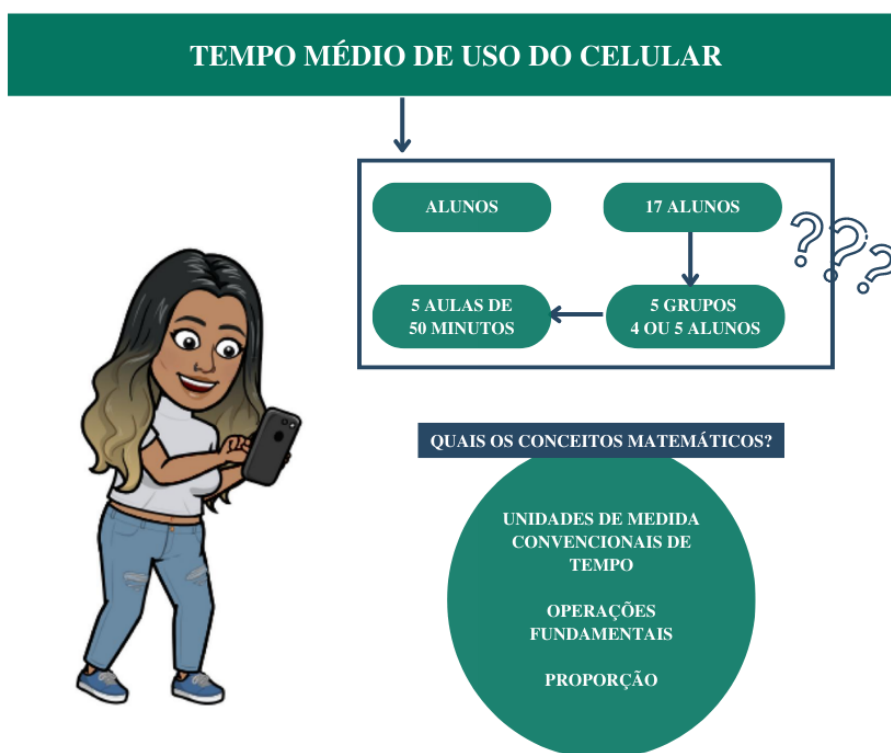
Considerando a necessidade de relacionar assunto do interesse dos alunos ao conteúdo presente no currículo do 8º ano, essa atividade abarco os seguintes conceitos:

- **conceitos básicos de Estatística,**
- **medidas de tendencia central,**
  - **frequência absoluta,**
  - **frequência relativa.**

Diante disto, decidimos desenvolver a atividade **“Tempo médio de uso do celular”**, considerando que os estudantes passam grande parte de seu dia usando o aparelho eletrônico. Ao mesmo tempo que se mostraram interessados, a maior reação foi a surpresa.

Essa atividade proporcionou o primeiro contato dos estudantes desta turma com a Modelagem Matemática, portanto, foi necessário explicar características da estratégia, considerando que estavam “acostumados” com aulas expositivas.

Para isso, foi necessário um planejamento acerca do desenvolvimento da tarefa, conforme o esquema a seguir.



Para o desenvolvimento da atividade “**Tempo médio de uso do celular**”, sugerimos que os alunos sejam organizados em grupos de 4 ou 5 integrantes, importante que não sejam grupos maiores para que o(a) professor(a) consiga desenvolver a atividade com êxito.

Para próxima aula, pedir para que os alunos troquem mais ideias sobre a temática, espera-se que se sintam livres para usar aplicativos, por exemplo, para conversar com o grupo, trocar fotos, o que for necessário, assim, quando se juntarem com os grupos em sala, a conversa já estará direcionada.

Além disso, para essa atividade é importante que as duas primeiras aulas tenham uma distância de sete dias (se o interesse for calcular a média de uso do celular por semana) para que cada aluno possa coletar os dados referente ao tempo que passa no celular por dia da semana, conforme a questão: *Qual o tempo médio de uso do celular durante uma semana?*

No segundo e terceiro encontros, com os dados coletados, os alunos podem efetuar cálculos visando responder à situação problema, vale lembrar que é importante proporcionar momentos de conversa entre os estudantes, obtendo maior interação. Esse momento destinado à criação de um modelo matemático que solucione a questão inicial é denominado *matematização e resolução*.

Da terceira para quarta aula, o(a) professor(a) pode orientar os alunos à criação de gráficos e tabelas, caso não tenham tido essa iniciativa, para que os dados fiquem melhor organizados e serem mais facilmente interpretados pela turma.

## **IMPLEMENTANDO A ATIVIDADE “TEMPO NO CELULAR”**

Na semana que separou a aula introdutória da segunda aula, os alunos fizeram a coleta de dados. Foi interessante pois em um dos grupos, todos os alunos fizeram a organização dos seus dados em tabelas. Para exemplificar esta resolução, escolhemos um grupo que teve bastante participação durante a implementação da atividade, usamos nomes fictícios para preservar a identidade dos estudantes.

Na imagem abaixo segue o registro de quatro alunos e o tempo de uso do celular durante uma semana (Figura 22).



Figura 22 – Coleta de dados – Tempo de uso individual do celular

### Lucas

Terça	4 Horas	dia 16
Quarta	2 Horas	dia 17
Quinta	5 Horas	dia 18
Sexta	3 Horas	dia 19
Sábado	4 Horas	dia 20
Domingo	3 Horas	dia 21
Segunda	2 Horas	dia 22

### Rafael

Quarta-feira	17/08	4 h e 5 m
Quinta-feira	18/08	5 h e 10 m
Sexta-feira	19/08	3 h e 36 m
Sábado	20/08	10 h e 2 m
Domingo	21/08	5 h e 25 m
Segunda-feira	22/08	4 h e 10 m
Terça-feira	16/08	30 m

### Matheus

ter-	2h 33 min	dia 16
qua-	4h 36 min	dia 17
qui-	6h 32 min	dia 18
SEX-	7h 15 min	dia 19
sab-	8h 9 min	dia 20
Dom-	9h 43 min	dia 21
SEG-	3h 53 min	dia 22

### Enzo

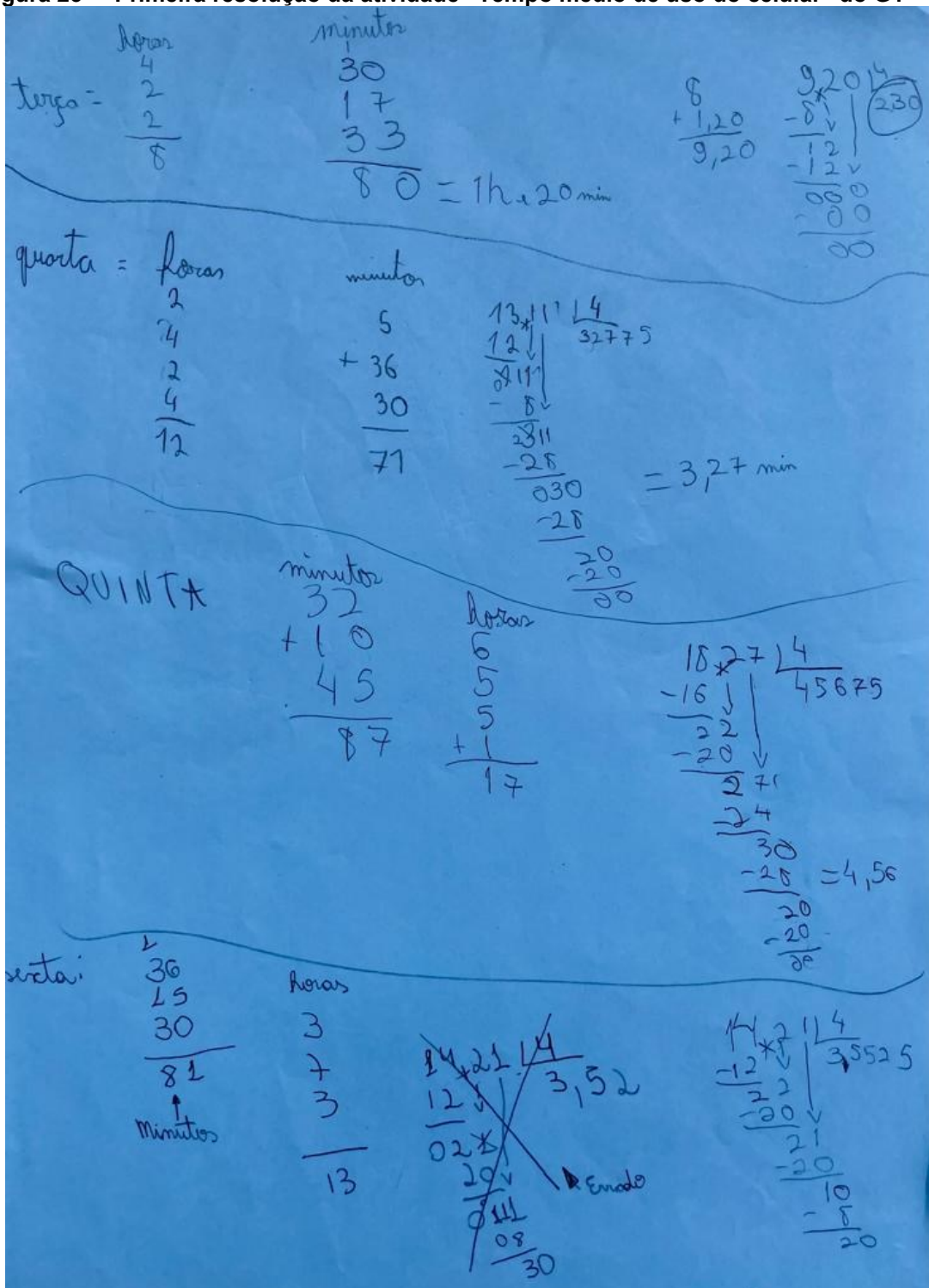
Tempo gasto pelas crianças durante a semana.

Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado	Domingo	Segunda-feira
2h 17m	2h 30m	1h 45m	30m	2h	2h 15m	2h 15m

Fonte: Relatório dos alunos.

No mesmo dia, após conhecer um pouco sobre a coleta de dados dos colegas de sala, reunidos em grupos, os alunos se dedicaram a obter a média do tempo de uso do celular pelos integrantes do grupo durante a semana. Para isso, calcularam a média de uso por dia dos integrantes do grupo e depois fizeram o cálculo da média semanal (Figura 23).

Figura 23 – Primeira resolução da atividade “Tempo médio de uso do celular” do G1



Fonte: relatório dos alunos.

Entretanto, esta resolução não está correta, tal que os alunos não fizeram as transformações de unidades de medida necessárias, como podemos observar na Figura 24 com mais detalhes.

Figura 24 – Primeira resolução para cálculo da média

Annotations:

- Adição do tempo de uso do celular de cada integrante do grupo separando as horas dos minutos
- Cálculo da média de tempo de uso do celular pelos integrantes no domingo
- Tempo médio de uso - aproximado - por integrante no sábado
- Os alunos não consideraram horas e minutos como unidades diferentes. Excluíram a vírgula e não fizeram conversões necessárias.

Fonte: Relatório dos alunos.

Não sendo suficientes os encaminhamentos da professora ao perceber que os integrantes tinham dúvidas, resolveu fazer um exemplo na lousa. Para isso, pediu que todos os alunos parassem a atividade e dessem atenção à explicação.

Figura 25 - Explicação da professora na lousa para mudança de unidades de tempo e realização da média

Work on the chalkboard:

1h 15 min

60 min + 15 min

18 min

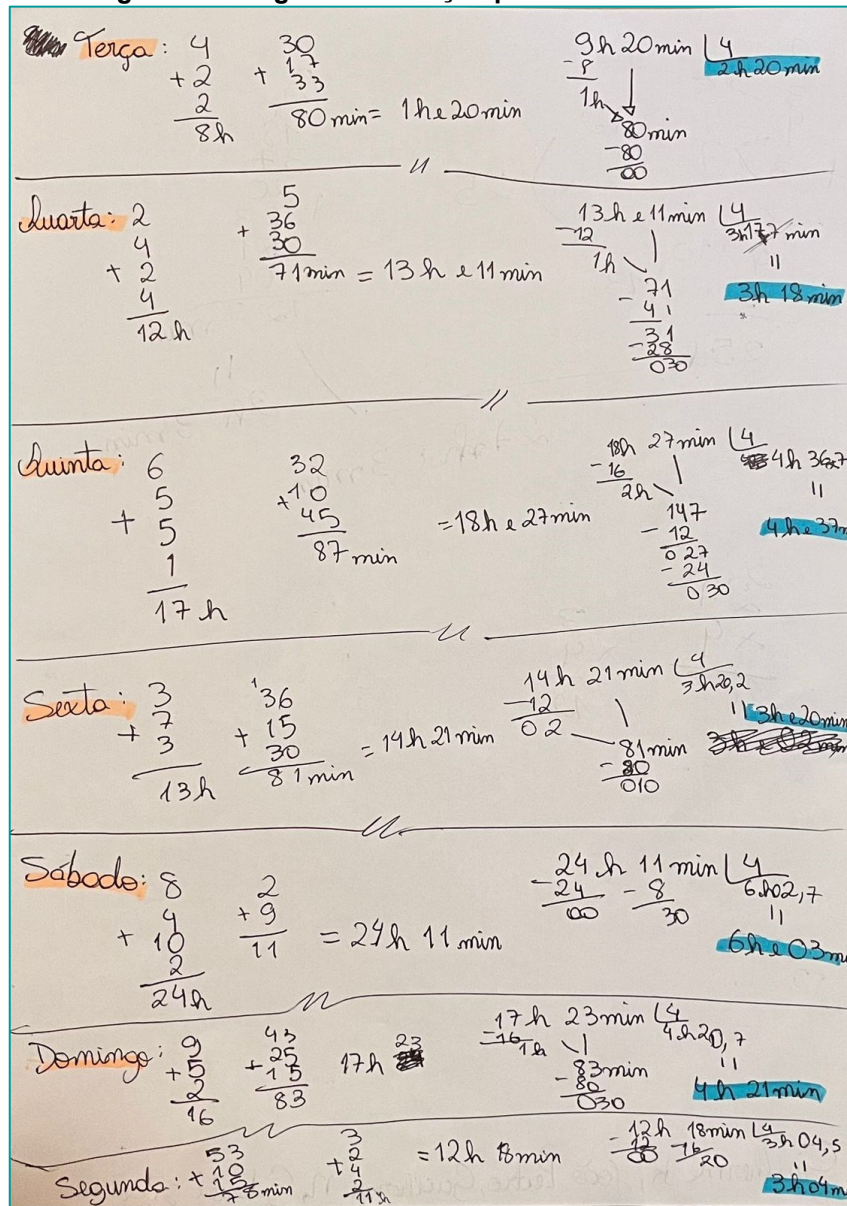
aprox.

Speech bubble: Professor(a) você pode orientar seus alunos e se não der certo, vá até a lousa e faça uma explicação!

Fonte: arquivo da professora.

Após a explicação da professora, os alunos refizeram a atividade fazendo as transformações de unidades de medidas necessárias (Figura 26).

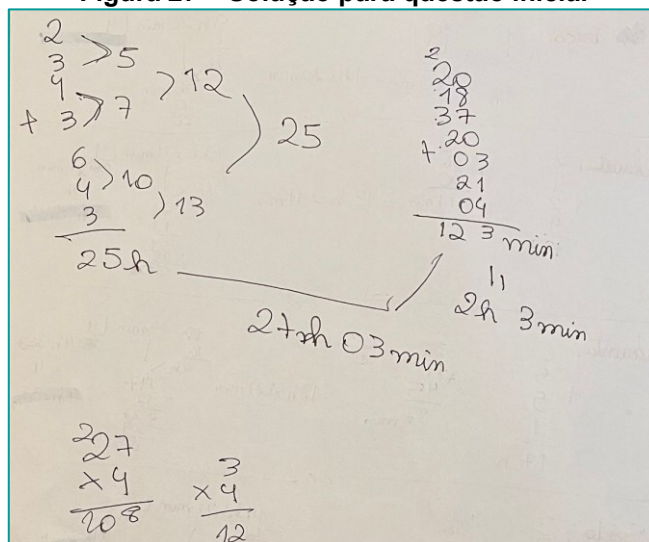
Figura 26 – Segunda resolução para cálculo da média



Fonte: Relatório dos alunos.

Após finalizar os cálculos da média diária, os alunos efetuaram a adição dos tempos médios por dia da semana e concluíram que usam em média, 27 horas e 3 minutos de celular por semana (Figura 27).

Figura 27 – Solução para questão inicial



Fonte: Relatório dos alunos.

Os integrantes finalizaram a atividade organizando os dados obtidos em uma tabela (Figura 28).

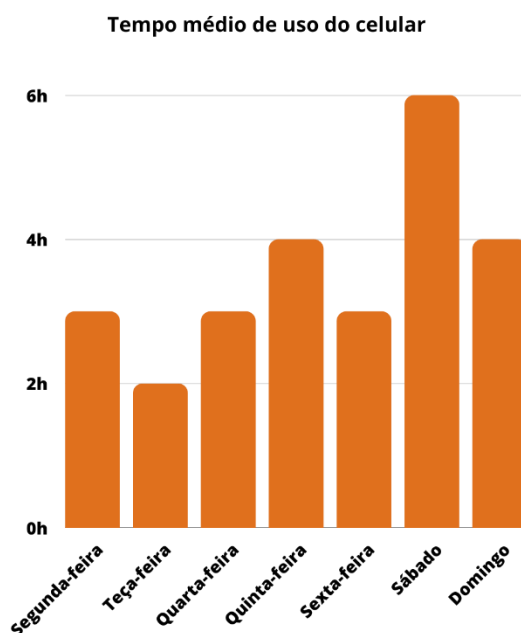
Figura 28 – Organização dos dados em uma tabela

Tempo médio de aula com 4 alunos do 8º ano	
Terça-feira	2h e 20min
Quarta-feira	3h e 18min
Quinta-feira	4h e 37min
Sexta-feira	3h e 20min
Sábado	6h e 03min
Domingo	4h e 21min
Segunda-feira	3h e 04min

Fonte: Relatório dos alunos.

O(a) professor(a) pode sugerir que os alunos apresentem as informações em forma de gráfico, abarcando o conteúdo e um novo registro, possibilitando mais interpretações acerca do resultado obtido (Figura 29).

Figura 29 - Organização das informações em um gráfico



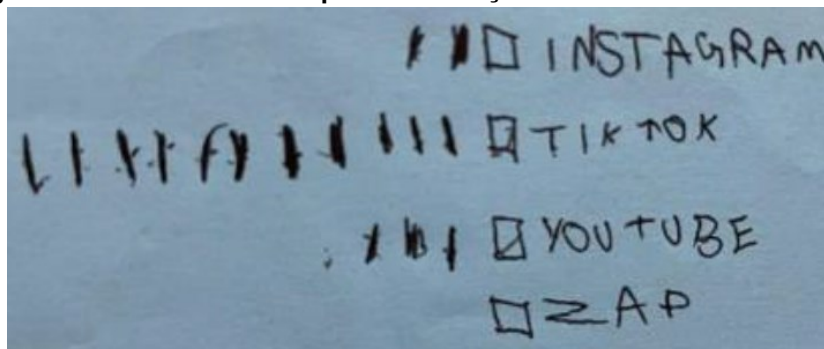
Fonte: as autoras.

Para essa atividade, depois de uma conversa com a turma, os alunos decidiram dar continuidade à pesquisa, buscando uma solução para o problema: “qual a rede social mais utilizada pelos alunos do 8º ano?”.

O desenvolvimento desta atividade se deu na aula seguinte à finalização da atividade “Tempo médio de uso do celular”, com os alunos organizados nos mesmos grupos.

Iniciaram então a coleta de dados questionando os colegas sobre qual a rede social mais utilizada pela turma, entre Instagram, TikTok, Youtube e WhatsApp. Os participantes da pesquisa puderam escolher apenas uma opção (Figura 30).

Figura 30 - Coleta de dados para a resolução da atividade "Rede Social"



Fonte: relatório dos alunos.



**Figura 32 - Representação tabular dos resultados obtidos**

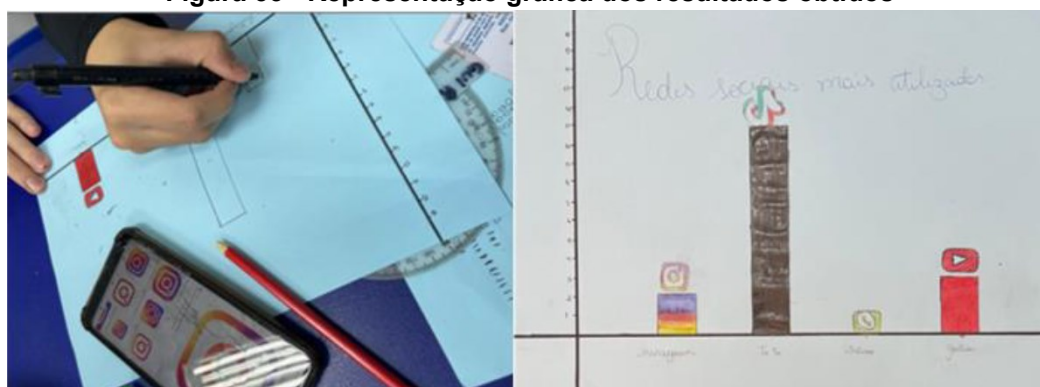
	Frequência Absoluta	Frequência relativa decimal	Frequência relativa %
Instagram	2	$2/16 = 0,125$	12,5 %
Tik Tok	11	$11/16 = 0,6875$	68,75 %
Whatsapp	0	$0/16 = 0$	0 %
Youtube	3	$3/16 = 0,1875$	18,75 %
Total	16	$16/16 = 1$	100 %

Fonte: relatório dos alunos.

Assim, consideraram que haviam finalizado a atividade, mas a professora questionou sobre a organização dos dados, sugerindo a construção de uma outra maneira que apresentasse a pesquisa e possibilitasse uma melhor visualização dos dados.

Os alunos optaram pela construção do gráfico de barras (Figura 33), por ser mais fácil, segundo eles.

**Figura 33 - Representação gráfica dos resultados obtidos**



Fonte: relatório dos alunos.

Entretanto, há a possibilidade da proposta da construção de um gráfico de setores, que os alunos, durante um diálogo, disseram ser mais difícil para construir pela necessidade do uso do transferidor.

Por mais que exista a relação dos 360° do círculo com 100% dos dados obtidos, fazendo ser necessário mais cálculos, o gráfico de setores facilita a compreensão dos dados.



A atividade foi desenvolvida por meio da coleta de dados da rede social preferida alunos, entretanto, poderia ser feita com um levantamento das redes sociais mais utilizadas pela turma, possibilitando a escolha de mais de uma rede social, não a preferida, para análise total.

No Quadro 5 apresentamos de forma sucinta os componentes da aprendizagem e as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem.

**Quadro 5 - Síntese componentes da aprendizagem e ações dos alunos**

Componentes da Aprendizagem	Ações dos alunos
Aprendizagem Conceitual	Coleta de dados relacionados ao tempo de uso do celular por dia durante uma semana.
Aprendizagem Algorítmica	Cálculos efetuados para determinar o tempo médio de uso do celular por dia e por semana.
Aprendizagem Estratégica	A decisão pelo uso de calculadoras e celulares para auxiliarem nos cálculos e investigações.
Aprendizagem Comunicativa	Diálogo entre os grupos. Momento de discussão com a sala acerca dos resultados obtidos, tanto após a coleta individual como no final da atividade.
Aprendizagem Semiótica	Transversal a todas as aprendizagens, já que os alunos utilizaram várias representações, sendo: escrita, língua natural, representações geométricas, escrita algébrica.

Fonte: as autoras.

Diante da análise da atividade *Tempo médio de uso do celular*, elaboramos um ciclo da atividade de modelagem matemática embasadas no proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012).





**QUAL SUA  
PIZZA  
FAVORITA?**

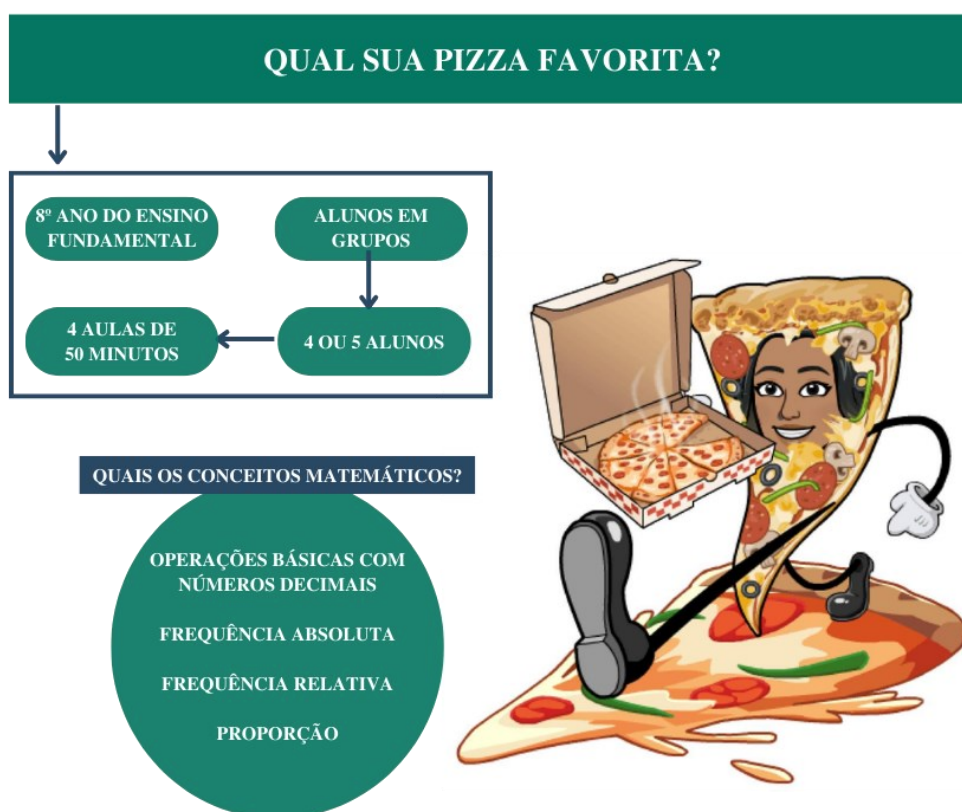
A atividade “Pizza favorita” foi desenvolvida com o intuito de unir atividades de modelagem matemática à conceitos da Estatística e momentos mais dinâmicos e divertidos.

Os conteúdos abordados faziam parte do material apostilado bimestral, uma introdução à Estatística, que são:

- **operações básicas com números decimais,**
  - **proporcionalidade,**
  - **frequência absoluta,**
  - **frequência relativa.**

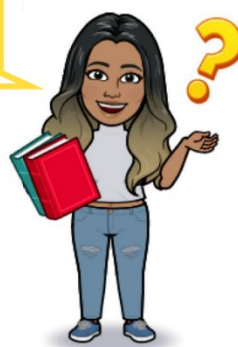
Os objetivos da atividade estavam atrelados à: realizar pesquisas com colegas de classe, criar hipóteses convenientes à pesquisa e solução do problema, cálculos de frequência absoluta e relativa, criação de gráficos e tabelas e análise dos resultados.

Abarcando um assunto do interesse dos alunos e a necessidade de desenvolver atividades que abordassem o conteúdo presente no currículo naquele momento, propusemos aos alunos solucionar a seguinte questão: *Qual a pizza favorita do 8º ano?*



Em relação a esta atividade, não foi a primeira vez que os alunos tiveram contato com a Modelagem Matemática, se fosse, seria necessário em um primeiro momento, conversar sobre a estratégia e suas características.

**Colega professor(a), lembre-se que você conhece cada uma das suas turmas, então fica a seu critério decidir o que falar ou não na introdução da atividade.**



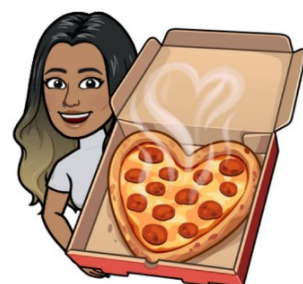
Sendo assim, considerando que os alunos tiveram as orientações necessárias para o desenvolvimento da atividade **“Pizza favorita”**, faz-se a sugestão de que a atividade aconteça durante quatro encontros, para a qual o(a) professor(a) pode organizar a sala de aula em grupos de 4 ou 5 alunos.

Como neste momento os alunos já estudaram sobre os conceitos abarcados na atividade, espera-se que iniciem na primeira aula, fazendo a coleta de dados.

Para a pesquisa, os alunos podem escolher anotar em papel como também usar aplicativos para inferir sobre a frequência absoluta. Além disso, é importante que na

**Se os alunos tiverem dúvidas, você pode fazer alguns questionamentos para ajudar, tipo:**

**Se você me disser seu sabor de pizza preferido, posso concluir que é o mesmo da sala toda? Você sabe que a sua resposta não é, necessariamente, a resposta da turma, né?! Uma pessoa não responde por 20, não é mesmo?!**



primeira aula criem hipóteses que reduzam a quantidade de sabores de pizza.

Vamos supor que cada aluno goste de um sabor de pizza, não conseguiríamos responder à questão e ao criar gráficos e tabelas com o resultado, não seriam muito interessantes para análise.

No segundo encontro, espera-se que os alunos já tenham feito a coleta de dados, que acontece durante a *inteiração* com a situação problema, para que iniciem as fases de *matematização e resolução*, nas quais, espera-se que os alunos desenvolvam cálculos para responder a situação inicial.

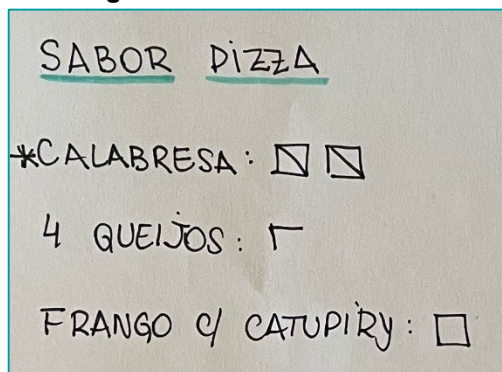
Obtendo a resposta no segundo encontro, o terceiro momento fica responsável por representar os dados em tabelas (caso não tenham feito, o(a) professor(a) pode sugerir aos alunos) e pela apresentação dos resultados obtidos pelos grupos, para que assim, possamos partir para a *validação*, momento em que faremos as pizzas do sabor preferido dos alunos.

Essa atividade possibilita continuidade, pode ser proposto aos alunos que façam essa pesquisa com uma quantidade maior de pessoas, neste caso, abrangendo mais turmas da escola.

## IMPLEMENTANDO A ATIVIDADE “PIZZA FAVORITA”

Na primeira aula, os alunos, reunidos em grupos, fizeram a coleta de informações. Nesta fase da atividade de modelagem matemática, a *inteiração*, os estudantes formulam hipóteses e procuram por dados que os auxiliem na resolução da atividade. Neste caso, o grupo que escolhemos para exemplificar a implementação da atividade, inicia fazendo uma pesquisa para descobrir qual o sabor de pizza favorito do 8º ano (Figura 34).

Figura 34 – Coleta de dados



Fonte: Relatório dos alunos.

A partir da pesquisa, usaram gráficos para representação dos dados obtidos, construídos no segundo encontro (Figura 35).

Figura 35 – Organização dos dados coletados

SABORES FAVORITOS DE PIZZA (dos educandos do 8º ano)

Sabores de Pizza	FREQ. absoluta	FREQ. Relativa	FREQ. Relativa %
calabresa	10	$10/16$	$0,625 = 62,5\%$
4 queijos	2	$2/16$	$0,125 = 12,5\%$
FRANGO c/ CATUPIRY	4	$4/16$	$0,25 = 25\%$
total	16	$16/16$ ou 1	100%

1) Qual o sabor favorito do 8º ano?  
R: Calabresa

2) Se todos que gostam de frango com catupiry também gostarem de 4 queijos, qual seria a porcentagem desse grupo no todo?  
R: Seria 37%.

QUAL O SEU SABOR FAVORITO

LEGENDA:  
■ CALABRESA;  
■ 4 QUEIJOS;  
■ FRANGO c/ CATUPIRY;



Fonte: Relatório dos alunos.

Para construção do gráfico, feita durante a *resolução*, os alunos precisaram calcular as frequências absoluta e relativa para completar a tabela, o que indica também o uso de instrumentos adequados, como régua, calculadora.

Na terceira aula, os alunos que podem finalizar suas respostas para que sejam apresentadas à turma. É importante que exista esse momento de plenária, em que os grupos mostram sua resolução e explicam suas estratégias de raciocínio, assim surgem mais questionamentos e novas ideias, que o(a) professor(a) pode usar em outras atividades.

Para essa atividade, por exemplo, os alunos decidiram dar continuidade à pesquisa, descobrindo qual o sabor de pizza preferido de todos os alunos do Ensino Fundamental da escola, para isso, coletaram dados usando uma urna confeccionada pela turma (Figura 36).

A tecnologia é **SUPER** bem vinda aqui! Usar calculadora, tablet e afins só beneficiam nossos alunos!



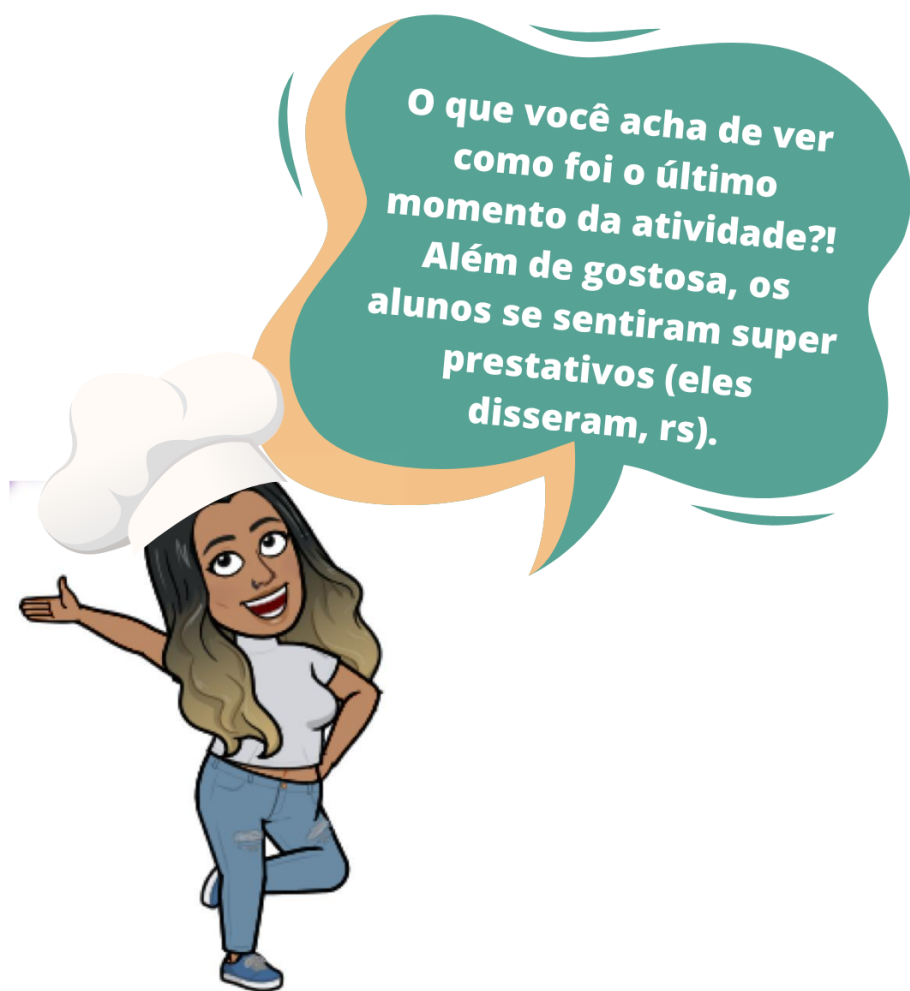
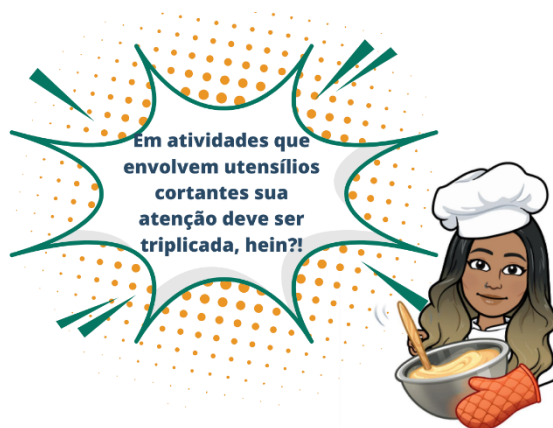
Figura 36 – Urna confeccionada para das continuidade à atividade



Fonte: Relatório dos alunos.



Na última aula fizemos a *validação*, a partir das respostas dos alunos, como o sabor mais votado foi calabresa, fizemos as pizzas todos juntos. Cada aluno ajudou de alguma forma, seja cortando ingredientes, lavando a louça, colocando a pizza para assar, e claro, a professora cuidou de tudo o que era mais perigoso!





**1. Os alunos iniciaram cortando os ingredientes.**



**2. Fritaram a calabresa antes de colocar para assar.**



**3. Iniciaram a montagem das pizzas.**



**Durante todo o preparo das pizzas os alunos cuidaram da organização e limpeza do espaço.**



**4. Passando molho de tomate para então cobrir com muçarela e calabresa.**

No Quadro 6 apresentamos de forma sucinta os componentes da aprendizagem e as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem.

**Quadro 6** - Síntese componentes da aprendizagem e ações dos alunos

Componentes da Aprendizagem	Ações dos alunos
Aprendizagem Conceitual	Coleta de dados relacionados a ao sabor de pizza preferido de cada colega de classe.
Aprendizagem Algorítmica	Cálculos efetuados para determinar a frequência relativa de preferência de cada sabor de pizza.
Aprendizagem Estratégica	A decisão pela limitação de sabores de pizza. O modo como escolheram para inferir sobre o sabor de pizza preferido.
Aprendizagem Comunicativa	Diálogo entre os grupos. Momento de discussão com a sala acerca dos resultados obtidos e o modo como cada grupo optou por fazer.
Aprendizagem Semiótica	Transversal a todas as aprendizagens, já que os alunos utilizaram várias representações, sendo: escrita, língua natural, representações geométricas, escrita algébrica.

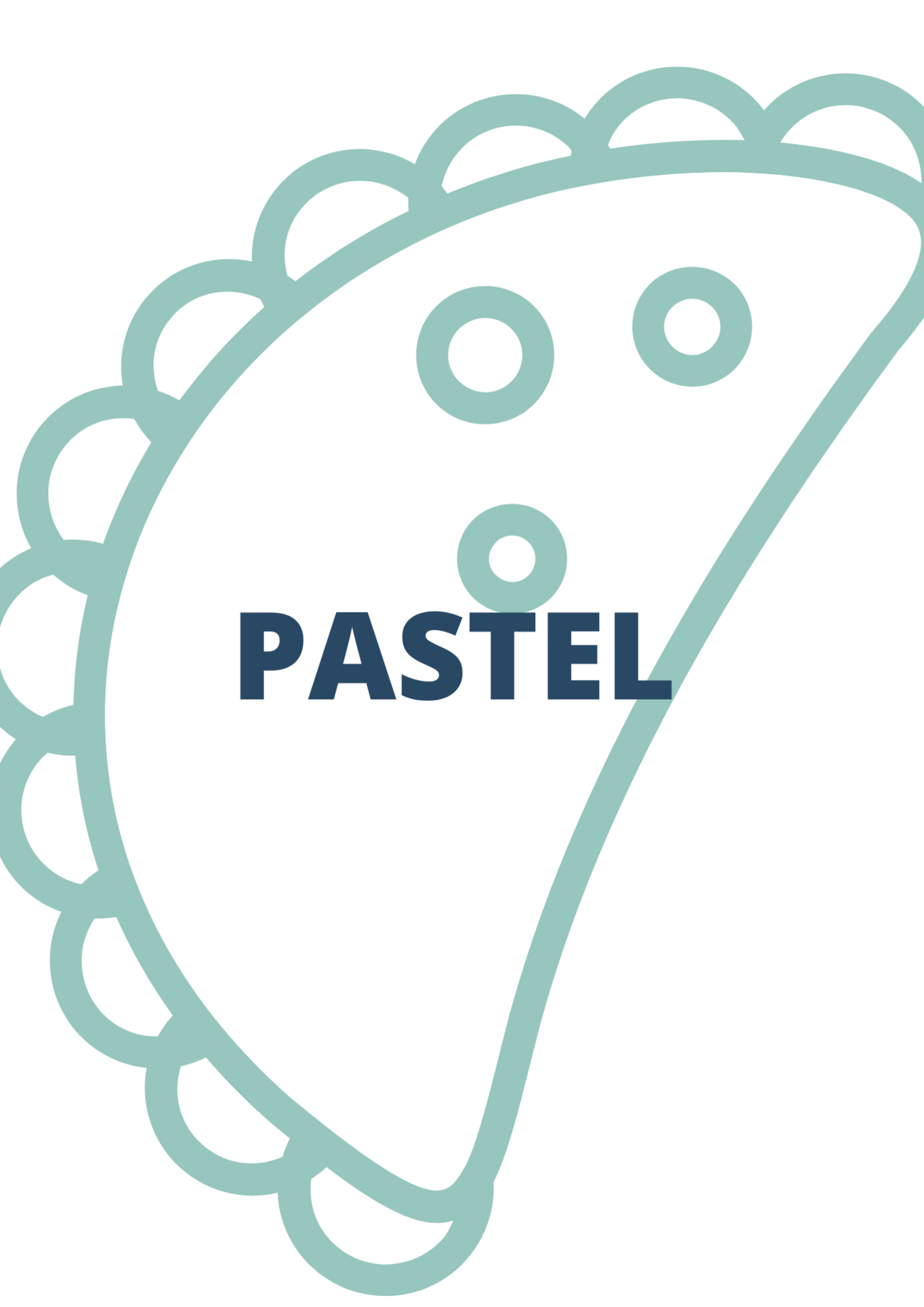
Fonte: as autoras

Diante da análise da atividade *Pizza*, elaboramos um ciclo da atividade de modelagem matemática embasadas no proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012).



1. Primeiro contato com o problema.
2. Coleta de dados com auxílio de smartphone e computador.
3. Pesquisa com os colegas.
4. Modelo matemático.
5. Resultado matemático da atividade.
6. Interpretação de resultados.

- Aprendizagem Conceitual
- Aprendizagem Estratégica
- Aprendizagem Comunicativa
- Aprendizagem Algorítmica



**PASTEL**

A atividade “Pastel” foi desenvolvida com a turma após a sugestão de um dos alunos. A partir disto, foi necessário articular a questão norteadora aos conteúdos presentes no currículo do 8º ano do Ensino Fundamental, lembrando que atividades de modelagem matemática têm como finalidade a aprendizagem em conjunto com outras características, como a autonomia do aluno, as orientações do(a) professor(a), as aulas em grupo, o uso de instrumentos tecnológicos.



Considerando a aprendizagem como o componente principal para o desenvolvimento da atividade, a articulamos à geometria, conteúdo proposto pelo material apostilado dos alunos, que são:

- **área,**
- **proporcionalidade,**
- **sistema de unidade de medida,**
- **conceitos de geometria,**
- **frequência absoluta,**
- **conceitos de estatística.**

A atividade tinha como objetivo: trabalhar com medidas reais, calcular quantos pastéis seriam feitos com um rolo de massa de pastel, criar hipóteses para solucionar o problema, discutir e analisar os resultados, fazer a validação dos resultados.

Mesmo que o assunto escolhido pelos alunos não seja diretamente ligado à matemática, a Modelagem Matemática permite que façamos estudos de assuntos não matemáticos a partir de modelos matemáticos, e foi isso que os alunos fizeram ao responder à questão: Quantos pastéis podem ser feitos com um rolo de massa de pastel?

## QUANTOS PASTÉIS COM UM ROLO DE MASSA?



Sendo assim, considerando que os alunos tiveram as orientações necessárias para o desenvolvimento da atividade **“Pastel”**, faz-se a sugestão de que a atividade aconteça durante quatro aulas e que os alunos sejam organizados em grupos de 4 ou 5 integrantes.

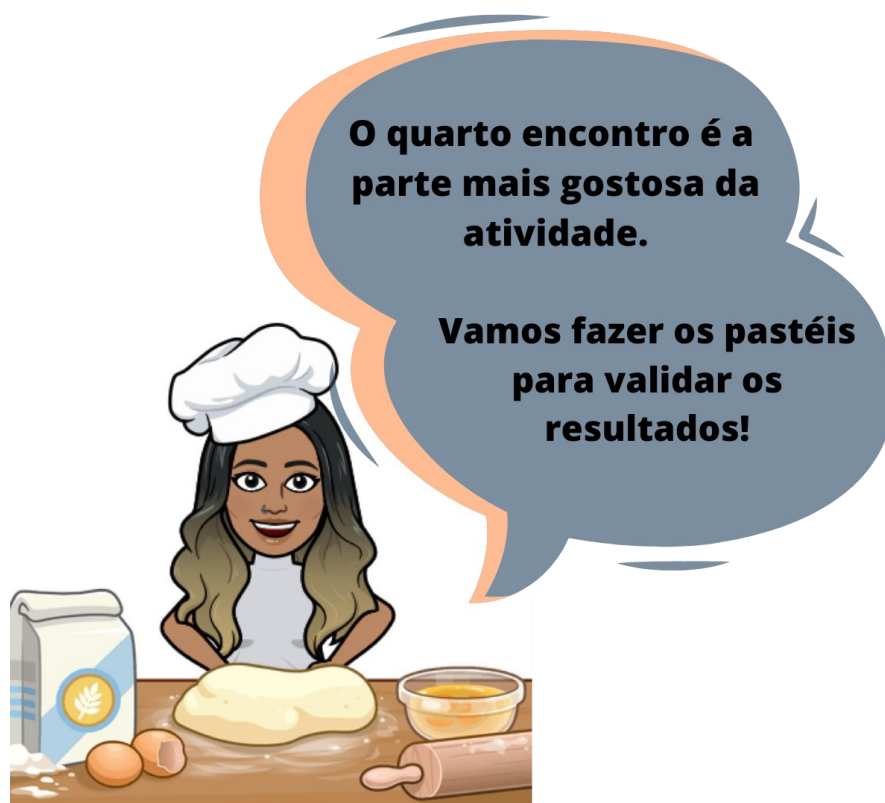
No primeiro momento, espera-se que aconteça a *inteiração*, fase da atividade de modelagem matemática que implica no ato de conhecer mais sobre a situação-problema, fazer pesquisas, coletar dados necessários para resolução, criar hipóteses que auxiliem no desenvolvimento da atividade.

Contudo, espera-se que os alunos busquem por um tipo de massa (marca), que definam as dimensões do pastel, que lembrem que o pastel precisa ser fechado (duplicar as dimensões escolhidas para o pastel), façam a escolha dos recheios por meio de pesquisas e que façam o descarte (se houver) da menor quantidade possível de massa.

Para o segundo encontro, espera-se que os alunos continuem o desenvolvimento da atividade dando continuidade à *matematização* e iniciando a *resolução*, ao finalizar a busca por dados relevantes para determinar a solução do problema. É importante que nesse momento os alunos se organizem para que

integrantes do grupo definam qual o sabor de pastel que será feito, podendo ser escolha do grupo, como também por uma pesquisa com a sala (é o que esperamos).

No terceiro encontro, os grupos podem finalizar suas atividades e compartilham com a turma seu resultado, o(a) professor(a) pode propor que sejam feitas apresentações usando softwares/aplicativos como Canva, PowerPoint.



### IMPLEMENTANDO A ATIVIDADE “PASTEL”

A implementação dessa atividade aconteceu durante quatro aulas, na qual os alunos foram convidados a investigar **“Quantos pasteis são feitos com uma massa de pastel?”**. Por já conhecerem a Modelagem Matemática, os alunos souberam desenvolver bem a atividade, com muita autonomia e sucesso na resolução.

Na primeira aula, a qual consideramos a primeira fase de uma atividade de modelagem matemática, foi destinada para criação de hipóteses e coleta de dados. Os alunos sem ao menos questionar, começaram a se reunir em grupos e já fizeram o uso de celulares para pesquisar tipos de massas de pastéis e suas dimensões (Figura 37).

Figura 37 – Uso de celulares



Fonte: Arquivo da professora

Enquanto três integrantes do grupo faziam a coleta de dados para inferir sobre dimensões da massa e dos pastéis, dois integrantes resolveram questionar a sala a respeito da quantidade de pastéis que cada um gostaria de comer (Figura 38), assim poderiam verificar se apenas um rolo de massa seria suficiente para turma.

Figura 38 – Registro dos alunos sobre quantidade de pastéis

A photograph of a handwritten survey result on a piece of paper. The text is written in cursive and lists the number of pastries desired by students. The numbers 1 through 7 are highlighted in yellow. The data is as follows:

1 pastel	0 pessoas
2 pastéis	0 pessoas
3 pastéis	5 pessoas
4 pastéis	4 pessoas
5 pastéis	7 pessoas
6 pastéis	0 pessoas
7 pastéis	1 pessoa

Fonte: Relatório dos alunos.



Os alunos então, pesquisaram uma marca de massa de pastel para obter suas dimensões e assim estimar quantos pastéis conseguiriam fazer, com isso, lembraram que seria necessário decidir quais as dimensões de um pastel.

Na Figura 39 os alunos optaram por explicar o que fizeram por meio da língua natural, o que fizeram de maneira correta, uma vez que o aluno optou por falar sobre seu pensamento matemático de uma maneira mais conveniente e confortável para ele.

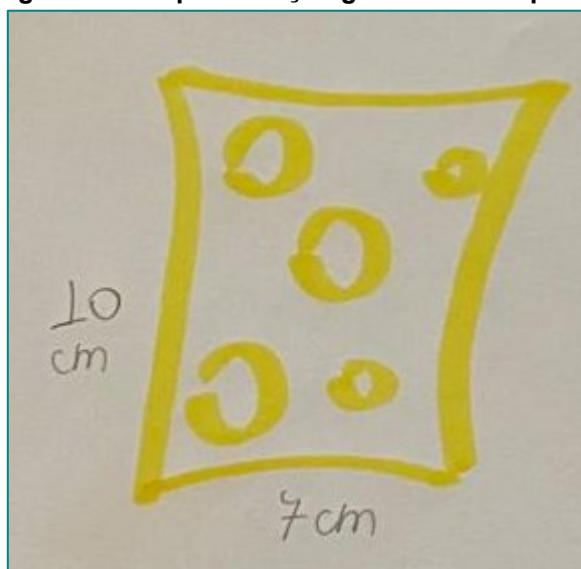
**Figura 39 – Explicação sobre a escolha das dimensões**

Nosso pastel media  $10\text{cm} \times 8\text{cm}$ , o que se fosse abaixado para  $10\text{cm} \times 7\text{cm}$  encaixaria corretamente com a medida

Fonte: Relatório dos alunos.


Inicialmente, o grupo decidiu que as dimensões do pastel seriam (10cm x 8cm), mas perceberam que haveria sobra, então, concluíram que seria melhor se as dimensões fossem (10cm x 7cm), considerando que a massa tem 2 metros de comprimento e 28 centímetros de largura e que as dimensões do pastel deveriam ser divisores das dimensões da massa (Figura 40).

**Figura 40 – Representação geométrica do pastel**



Fonte: Relatório dos alunos.

Perceba que o desenvolvimento não seguiu linearmente o ciclo da atividade de modelagem matemática, já que os alunos precisaram voltar à inteiração e



matematização quando perceberam a necessidade de mudar as dimensões do pastel. Vale lembrar que não é necessário seguir as fases do ciclo da maneira que estão organizadas, há a liberdade de transitar pelas fases.

Definidas as dimensões, os alunos fizeram os cálculos para responder à questão inicial, finalizando a resolução da atividade no terceiro encontro.

Os alunos conseguiram fazer 32 pastéis, enquanto haviam estimado 40 pastéis com um rolo de massa.

Como os alunos tiveram acesso a computadores e celulares, disponibilizados pela escola, o grupo escolhido fez a maior parte da resolução utilizando o *Canva*, sem que a professora fizesse essa sugestão. Os integrantes do grupo sabiam que teriam de partilhar com a turma sua resposta, mas não havia uma regra de como deveriam fazê-la.

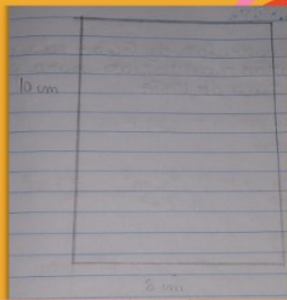
Nas imagens abaixo, apresentamos como ficou a apresentação do grupo e como foi a validação da atividade, momentos que fazem parte da última fase da atividade de modelagem matemática, *interpretação e validação*.

# Planejamento

Nosso grupo começou o trabalho decidindo o tamanho do pastel.

Inicialmente fizemos um desenho que remetesse um tamanho regular para os pastéis, o que nos levou à medida de 10cm x 8cm!

Um tamanho para o pastel aceito pela sala.  
(ilustração desproporcional à feita no caderno)



Então, a partir dessa medida, passamos perguntando às pessoas da nossa sala quantos pastéis cada um iria comer (estimativa).

1 pastel: 0 pessoas  
2 pastéis: 0 pessoas  
3 pastéis: 6 pessoas  
4 pastéis: 4 pessoas  
5 pastéis: 6 pessoas  
6 pastéis: 0 pessoas  
7 pastéis: 1 pessoa

5 pessoas querem 3 pastéis:  $6 \cdot 3 = 18$   
4 pessoas querem 4 pastéis:  $4 \cdot 4 = 16$   
6 pessoas querem 5 pastéis:  $6 \cdot 5 = 30$   
1 pessoa quer 7 pastéis:  $1 \cdot 7 = 7$

$30 + 18 + 16 + 7 = 71$   
De acordo com a turma, serão necessários 71 pastéis.



# Proporções

Com essas informações adquiridas, fomos atrás dos rolos de massa que iremos usar para o pastel. Como base, pesquisamos em sites a medida dos rolos (cada rolo pode variar) e encontramos essa: 200cm x 28cm. Um tamanho usado em algumas marcas como a Ellen Pastéis, com sua massa de 1kg!

Essa pesquisa nos deu algo que facilitaria o processo! Nosso pastel tinha 8cm de largura, o que se fosse reduzido para 7, múltiplo de 28, daria maior praticidade aos cálculos.

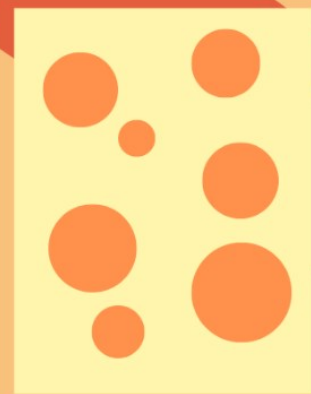
Nosso pastel agora tem 10cm x 7cm, uma redução bem pequena, com bastante utilidade.

# Cálculos

Para fechar o pastel é necessário dobrá-lo ao meio, então ao invés de cortar 10 cm de altura, será necessário cortar 20 cm de altura. Em um rolo de massa com 200 cm, se dividirmos pela altura de um pastel (20 cm, para cortar no caso) conseguiremos 10 alturas de pastéis, enquanto a largura, 4 pastéis.  $10 \cdot 4 = 40$

Chegamos a um resultado de 40 pastéis por rolo de massa, o que para 71 pastéis, nos custaria 2 rolos de massa!

10 cm



7 cm



**1. Os alunos iniciaram cortando as massas nas dimensões pré-estabelecidas.**



**2. Cortaram o presunto e a muçarela com dimensões um pouco menores que as do pastel.**



**3. Rechearam os pastéis.**



**Durante o preparo dos pastéis todos os alunos ajudaram.**



**4. Por fim, 32 pastéis foram feitos com um rolo de massa de pastel.**

No Quadro 7 apresentamos de forma sucinta os componentes da aprendizagem e as ações dos alunos no desenvolvimento da atividade de modelagem.

**Quadro 7 - Síntese componentes da aprendizagem e ações dos alunos**

Componentes da Aprendizagem	Ações dos alunos
Aprendizagem Conceitual	Coleta de dados relacionados à quantidade de pastéis que cada aluno comeria e decisão das dimensões do pastel.
Aprendizagem Algorítmica	Cálculos efetuados para determinar a quantidade de pastéis que seriam feitos com um rolo de massa da marca escolhida.
Aprendizagem Estratégica	A decisão pela limitação de sabores de pastel. Optar por dimensões para o pastel que descartariam menor quantidade de massa.
Aprendizagem Comunicativa	Diálogo entre os grupos. Momento de discussão com a sala acerca dos resultados obtidos e o modo como cada grupo optou por fazer.
Aprendizagem Semiótica	Transversal a todas as aprendizagens, já que os alunos utilizaram várias representações, sendo: escrita, língua natural, representações geométricas, escrita algébrica.

Fonte: as autoras.

Diante da análise da atividade *Pastel*, elaboramos um ciclo da atividade de modelagem matemática embasadas no proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012).



## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando pensamos neste Produto Educacional, idealizamos um material que fizesse a diferença na educação e auxiliasse professores, que assim como você, se importam com a aprendizagem dos nossos estudantes.

Ficamos muito gratas por saber que algo preparado com tanto carinho alcançou você e quem sabe muitas salas de aula. Outra razão por estarmos entusiasmadas com nosso material, é por ter possibilitado a articulação entre os Componentes da Aprendizagem e a Modelagem Matemática, tudo isso a partir de registros dos sujeitos dessa pesquisa.

Como dito na apresentação deste Produto Educacional, nosso intuito era oferecer a você, professor(a), novas alternativas e ferramentas que auxiliassem na implementação de atividades de modelagem matemática e esperamos que essas atividades despertem a criatividade de vocês de modo que muitas mudanças sejam propostas, lembrando que fizemos sugestões e estamos ansiosas para conhecer novos encaminhamentos. Assim, compartilhe conosco suas experiências:



Quando produzimos este Produto Educacional, fizemos tudo com muito carinho, pensando em cada detalhe, sempre acreditando na educação, e tê-los aqui, nos faz acreditar mais ainda. Como dizia Paulo Freire, *“a educação, qualquer que seja ela, é sempre uma teoria do conhecimento posta em prática”*, e temos certeza de que nosso material será muito mais que a teoria, contamos com você!

Deixamos o convite para que conheçam a nossa pesquisa intitulada por *Análise Semiótica de Componentes da Aprendizagem em atividades de Modelagem Matemática no 8º ano do Ensino Fundamental*, na qual estão presentes mais detalhes sobre o desenvolvimento de duas das atividades presentes no Produto Educacional e aporte teórico. A dissertação está disponível no repositório da UTFR (<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>).

Por fim, agradecemos por fazer parte de nosso trabalho e por dar continuidade, enriquecendo-o com novas ideias e contribuições, além de permitir que alcance muitas outras pessoas.



## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P. **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Básica. In: ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. A. P. (Orgs.). **Modelagem Matemática em Foco**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, v. 1, 2014. p. 1-21.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BLUM, W. Applications and Modelling in mathematics teaching and mathematics education – some important aspects of practice and of research. In: SLOYER, C. et al (Eds.). **Advances and perspectives in the teaching of Mathematical modelling and Applications**, Yorklyn, DE: Water Street Mathematics, 1995, p. 1-20.

BLUM, W. Quality teaching of mathematical modelling: what do we know, what can we do? In: CHO, S. J. **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education**. Cham: Springer, 2015. p. 76-96

D'AMBRÓSIO, U. **Educação para uma sociedade em transição**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

D'AMORE, B., PINILLA, M., IORI, M. **Primeiros Elementos de semiótica: sua presença na importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 183 p.


DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Tradução de Myriam Vega Restrepo. Colômbia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 2004.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. I. ed. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. **Primeiros Elementos de semiótica: sua presença na importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática**. Prefácio. In: D'AMORE, B., PINILLA, M., IORI, M. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

GREEFRATH, G.; SILLER, H. S. Modelling and simulation with the help of digital tools. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (Eds.). **Mathematical modelling and applications**, ICTMA 17. Dordrecht: Springer, 2017, p. 529-539.





MEYER, J. F. C. A. Modelagem Matemática: O desafio de se ‘fazer’ a Matemática da necessidade... **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista (BA), v.5, n.11, 140-149 p. jan.-abr. 2020.

PERRENET, J. C.; ZWANEVELD, B. The many faces of the mathematical modeling cycle. **Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 6, p. 3-21, 2012.

PINILLA, M. I. F. **Múltiples aspectos del aprendizaje de la matemática**: Evaluar e intervenir en forma mirada y específica. 1. ed. Colombia: Editora Magistério, 2010. 232 p.

81

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GERÔLOMO, A. M. L. “Aprendendo” a fazer modelagem matemática: a vez do aluno. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo, v. 1, p. 28-36, 2011

STILLMAN, G.; BROWN, J.; GALBRAITH, P. Researching applications and mathematical modelling in mathematics learning and teaching. **Mathematics Education Research Journal**, v. 22, p. 1-6. set. 2010.

VERTUAN, R. E. **Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. 2007. 141 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

## **SOBRE AS AUTORAS**

### **SUZANA LOVOS TRINDADE**



Graduada em Matemática (Licenciatura) pela Universidade Estadual de Londrina (UEL) em 2021. Especialista em Educação no Ensino Superior pela Universidade Norte do Paraná (Unopar). Atuou como professora de matemática durante um ano no Ciclo Intercultural de (CUIA) na UEL. Atua como professora nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Mestranda no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina. Participante do GEPMIT - Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática.

<https://lattes.cnpq.br/0440238624902361>  
strindade@alunos.utfpr.edu.br

82

### **KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA**



Professora do Magistério Superior, Classe Associado, Nível 2, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina, atuando nos cursos de Engenharia e no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Graduada em Matemática (Licenciatura) pela Universidade Estadual de Londrina (2000). Especialista em Educação Matemática pela UEL (2007). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL (2008). Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (2013). Tem experiência na área de Educação Matemática com ênfase em Ensino e Aprendizagem da Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Semiótica Peirceana, Registros de Representação Semiótica e Livro Didático. Fez parte do GRUPEMMAT - Grupo de Pesquisas sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática da UEL de 2005 a 2021. É uma das

coordenadoras do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelagem, Investigação e Tecnologia (GEPMIT) / UTFPR, desde 2015. Trabalhou por 10 anos com preparação e elaboração de obras didáticas de Matemática e de Ciências Naturais do Ensino Fundamental. Membro da diretoria regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Paraná) (2013-2019). Coordenadora do GT 10 - Modelagem Matemática - da SBEM (2019-2021).

<http://lattes.cnpq.br/4960826662569812>  
karinasilva@utfpr.edu.br