PROBLEMOTECA:

sua biblioteca de problemas matemáticos

Profa. Tamara Cristina Santi Koga
Profa. Dra. Andresa Maria Justulin

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)
***Campi* Cornélio Procópio e Londrina**
2023

TAMARA CRISTINA SANTI KOGA

PROBLEMOTECA: SUA BIBLIOTECA DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

PROBLEMOTECA: YOUR LIBRARY OF MATHEMATICAL PROBLEMS

Produto educacional da dissertação de mestrado intitulada "O Uso de Problemas Geradores: Um Estudo para a Construção de uma Problemoteca", do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *campi* Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Andresa Maria Justulin.

LONDRINA
2023

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

TAMARA CRISTINA SANTI KOGA

O USO DE PROBLEMAS GERADORES: UM ESTUDO PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA PROBLEMOTECA.

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 27 de Abril de 2023

Andresa Maria Justulin, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Eliane Maria De Oliveira Araman, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Flavia Sueli Fabiani Marcatto, Doutorado - Universidade Federal de Itajubá - Unifei (Unifei

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

Prezados Professores,

Este material foi produzido com vistas a disponibilizar um banco de problemas que possa ser utilizado como suporte às buscas por problemas para se ensinar Matemática e indicando como sugestão a utilização das etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas (MEAAMaRP), descritas por Allevato e Onuchic (2021) para implementação em sala de aula. Considera-se que essa abordagem possibilita a construção de novos conteúdos matemáticos pelos alunos com a mediação do professor.

O site organizado, denominado Problemoteca, pode ser acessado pelo *link*: http://problemoteca.cp.utfpr.edu.br/. Os problemas foram incluídos durante o ano de 2022, período de realização do Mestrado Profissional, porém, pretende-se atualizá-lo com frequência a partir de sugestões de novos problemas. Caso o leitor tenha um problema gerador, entendido como um problema que é utilizado visando "[...] à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema do problema ainda não foi trabalhado" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 49), envie para um dos e-mails ajustulin@utfpr.edu.br ou tamara.santi92@gmail.com.br.

Um Produto Educacional pode apresentar diversos formatos, como "[...] propostas de ensino, envolvendo sugestões de experimentos e outras atividades práticas, sequências didáticas, propostas de intervenção, roteiros de oficinas; [...] *páginas de internet e blogs*; jogos educacionais de mesa ou virtuais, e afins; entre outros" (RIZZATTI *et al*, 2020, p. 5, *grifo nosso*).

A escolha de um site foi para facilitar o acesso a professores de qualquer lugar, bastando se conectar à internet e desfrutar de todos os problemas disponibilizados. Neste site, cada problema foi incluído e classificado de acordo com o nível de ensino em que é possível utilizá-lo, a habilidade da BNCC que o problema explora e a unidade temática. Além disso, são apresentadas possíveis estratégias de resoluções dos alunos, uma seção de recomendações ao professor com as discussões que ele pode realizar, de acordo com as soluções indicadas (sugestões para realizar a formalização do conteúdo, ou ainda, como direcionar seus alunos durante e depois de apresentarem as resoluções) e a extensão do problema proposto, de modo a explorar a potencialidade do problema por meio de modificações que possibilitem a sua utilização em outros anos.

Seja bem-vindo (a)!

Tamara Cristina Santi Koga

Andresa Maria Justulin

ORGANIZANDO A PROBLEMOTECA

O site foi concebido como uma biblioteca de problemas geradores, que são vistos como ponto de partida para se ensinar Matemática, visto que proporcionam a utilização dos conhecimentos prévios dos alunos, partindo das resoluções apresentadas. Nesse sentido, visa: "[...] à construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema do problema ainda não foi trabalhado" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 49). As autoras ainda complementam que o problema gerador será "[...] aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula" (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 84). Destaca-se que, nessa abordagem, o conteúdo dos problemas não deve ser explorado previamente pelo professor.

O protocolo apresentado no Quadro 1 auxiliou a seleção dos problemas:

Quadro 1 - Protocolo para seleção de problemas para a Problemoteca

Protocolo para seleção de problemas	
1.	Pensar: "Que conteúdo irei iniciar com esse problema?"
2.	Qual habilidade da BNCC ele explora?
3.	Em que ano escolar é indicada a sua aplicação?
4.	Descrever as possíveis resoluções (aqui apresenta-se as resoluções dos alunos, quanto mais gerador de novos conceitos o problema for, maior a quantidade e a variedade de possíveis resoluções).
5.	Apresentar orientações ao professor (aqui deve haver a formalização do conteúdo que pensou ao escolher o problema)
6.	Questionar: "Se o problema sofrer alguma modificação, é possível trabalhá-lo em outros anos ou com outras finalidades ou aprofundamentos?" (Se a resposta for sim, isso é uma extensão do problema, e aí é incluído nas orientações ao professor)
7.	Sempre relacionar às orientações da MEAAMaRP.

Fonte: Elaborado pela autora.

Os problemas geradores foram selecionados considerando-se a habilidade da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que se quer alcançar, o Ano Escolar no qual o problema pode ser aplicado e a Unidade Temática. A fim de facilitar a busca dos problemas pelos professores ao utilizarem o site, foi incluída uma barra de pesquisa para auxiliar a selecionar a habilidade, ano escolar ou unidade temática desejada e, assim, encontrar problemas disponíveis segundo a consulta. Pode ser navegado pelas opções clicando nos títulos presentes, como apresentado na Figura 1.

Figura 1 - Site da problemateca

Fonte: Elaborado pela autora.

Na parte central, é possível visualizar o título e uma prévia dos problemas presentes no site, com a imagem e a classificação correspondente.

Considerando a sugestão de utilização da MEAAMaRP, foi inserida no site uma aba com orientações acerca da abordagem. O uso do roteiro da MEAAMaRP não ocorre de forma rígida, em contrapartida, pode ser adaptado. Do lado superior direito pode-se visualizar duas abas: a primeira de apresentação do site e a segunda de Orientações. Ao clicar se tem acesso à área com as etapas da MEAAMaRP, como se observa na Figura 2 e 3, respectivamente.

Figura 2 - Aba de Apresentação

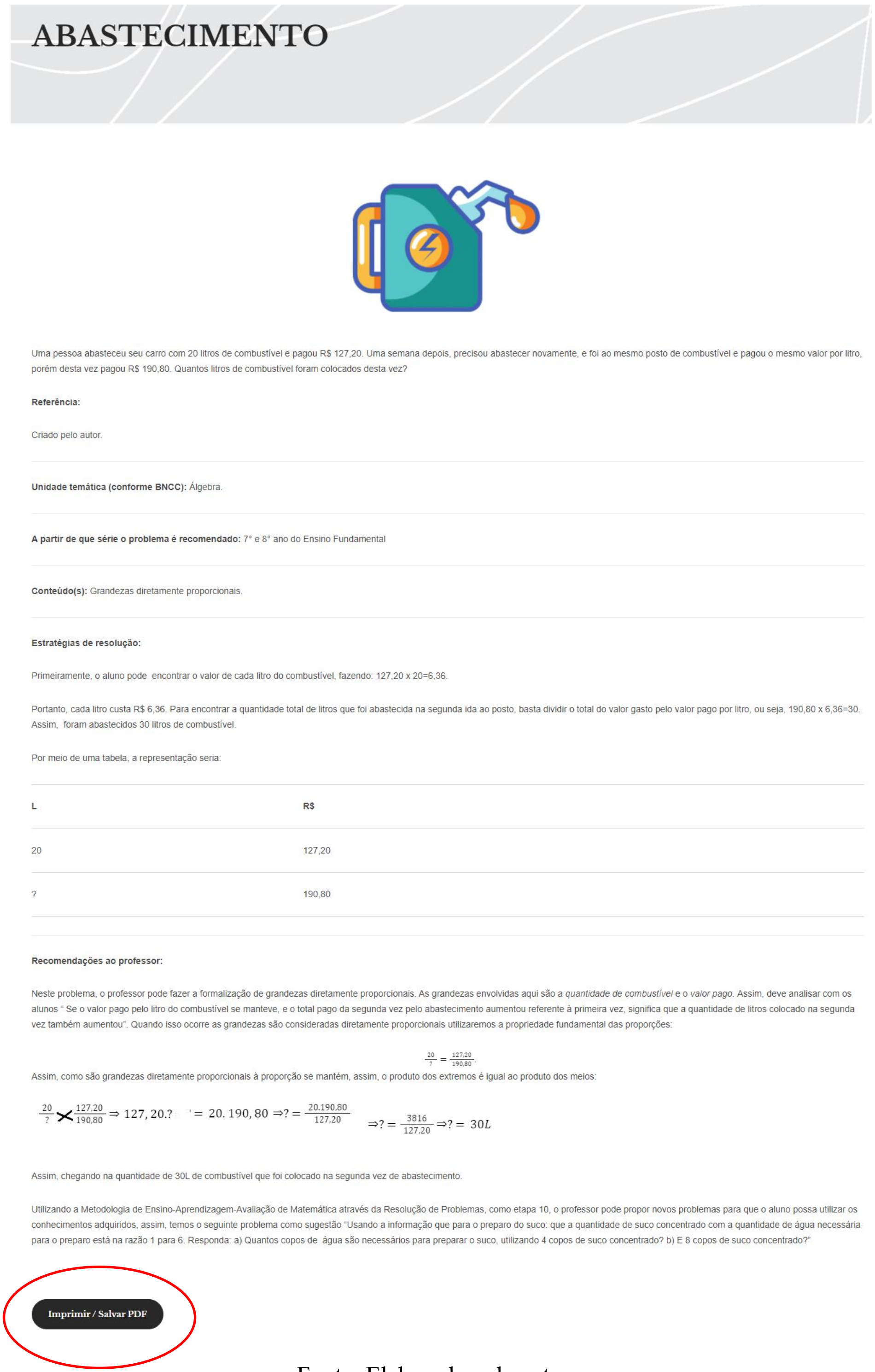
Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 3 - Aba de Orientação

Fonte: Elaborado pela autora.

Para que o professor possa realizar a impressão do problema, foi criada uma opção de "Imprimir/Salvar PDF", que automaticamente gera um arquivo do formato .pdf, para que os professores possam utilizar em sala de aula quando não se tem acesso à internet ou ao formato digital. A opção pode ser observada ao final da Figura 4.

Figura 4 - Opção "Imprimir/Salvar PDF"



ABASTECIMENTO

Uma pessoa abasteceu seu carro com 20 litros de combustível e pagou R$ 127,20. Uma semana depois, precisou abastecer novamente, e foi ao mesmo posto de combustível e pagou o mesmo valor por litro, porém desta vez pagou R$ 190,80. Quantos litros de combustível foram colocados desta vez?

Referência:

Criado pelo autor.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra.

A partir de que série o problema é recomendado: 7° e 8° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Grandezas diretamente proporcionais.

Estratégias de resolução:

Primeiramente, o aluno pode encontrar o valor de cada litro do combustível, fazendo: 127,20 x 20=6,36.

Portanto, cada litro custa R$ 6,36. Para encontrar a quantidade total de litros que foi abastecida na segunda ida ao posto, basta dividir o total do valor gasto pelo valor pago por litro, ou seja, 190,80 x 6,36=30. Assim, foram abastecidos 30 litros de combustível.

Por meio de uma tabela, a representação seria:

L	R$
20	127,20
?	190,80

Recomendações ao professor:

Neste problema, o professor pode fazer a formalização de grandezas diretamente proporcionais. As grandezas envolvidas aqui são a *quantidade de combustível* e o *valor pago*. Assim, deve analisar com os alunos " Se o valor pago pelo litro do combustível se manteve, e o total pago da segunda vez pelo abastecimento aumentou referente à primeira vez, significa que a quantidade de litros colocado na segunda vez também aumentou". Quando isso ocorre as grandezas são consideradas diretamente proporcionais utilizaremos a propriedade fundamental das proporções:

$$\frac{20}{?} = \frac{127{,}20}{190{,}80}.$$

Assim, como são grandezas diretamente proporcionais à proporção se mantém, assim, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios:

$$\frac{20}{?} \times \frac{127{,}20}{190{,}80} \Rightarrow 127,20.? = 20.190,80 \Rightarrow ? = \frac{20.190{,}80}{127{,}20} \Rightarrow ? = \frac{3816}{127{,}20} \Rightarrow ? = 30L$$

Assim, chegando na quantidade de 30L de combustível que foi colocado na segunda vez de abastecimento.

Utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como etapa 10, o professor pode propor novos problemas para que o aluno possa utilizar os conhecimentos adquiridos, assim, temos o seguinte problema como sugestão "Usando a informação que para o preparo do suco: que a quantidade de suco concentrado com a quantidade de água necessária para o preparo está na razão 1 para 6. Responda: a) Quantos copos de água são necessários para preparar o suco, utilizando 4 copos de suco concentrado? b) E 8 copos de suco concentrado?"

Imprimir / Salvar PDF

Fonte: Elaborado pela autora.

Em Anexo serão incluídos todos os problemas apresentados até a data de 27 de abril de 2023, dia da defesa da dissertação que envolve este trabalho. Após essa data, poderá haver alterações devido a inclusões futuras de novos problemas.

CONSIDERAÇÕES

A ideia com este produto educacional é possibilitar um apoio para o professor em sua prática de sala de aula a partir de uma biblioteca de problemas geradores, disponíveis para todos os professores.

Espera-se que os professores se interessem e contribuam com as melhorias que possam ser realizadas a partir da utilização do material, assim como na inclusão de novos problemas. Caso os professores tenham algum problema geral que possa ser compartilhado, este produto é para todos, professores e futuros professores.

Todos estão convidados a conhecer um pouco mais sobre a pesquisa que deu origem a este produto educacional, disponível no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT), no link http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119, intitulado como "O Uso de Problemas Geradores: Um Estudo Para a Construção de Uma Problemoteca".

As imagens presentes no produto educacional foram criadas utilizando-se a Ferramenta gratuita de design: apresentações, vídeo, posts pra redes sociais | Canva.

Em anexo neste documento tem-se os problemas que o compõem em .PDF para visualização. O site para consulta deste produto educacional, conforme mencionado é: http://problemoteca.cp.utfpr.edu.br.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. R. et al. (orgs). **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021, p. 35-57.

DANIELE FAZ BRIGADEIROS... **Nova Escola,** 2017. https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/PUvwyEjNEzjEmjegcb376Wm23M8yghdRMFb6RWvSheyM6Y2d67xuT6T5BYfr/resol-atiaula-mat7-08num-06#:~:text=Para%20produzir%20os%20brigadeiros%2C%20Daniele,R%2470%2C00%20de%20lucro. Acesso em: 31 de maio de 2022.

DORICHENKO, S. **Um círculo Matemático de Moscou:** Problemas semana-a-semana. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. 247 p.

JARDIM, A. C. Resolvendo Problemas com divisores comuns. **Nova Escola**, 2017. Disponível em:https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/resolvendo-problemas-com-divisores-comuns/1441. Acesso em: 25 de abril de 2022.

JARDIM, A. C. Resolução de Problemas com Primos e Compostos. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/resolucao-de-problemas-com-primos-e-compostos/1668. Acesso em: 02 mai. 2022.

MELO, M. C. P. de. **A resolução de problemas:** uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

NOVA ESCOLA. Prova Brasil de Matemática – 9º Ano: Números e Operações/Álgebra e Funções. **Nova Escola**, 08 de outubro de 2009. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/2735/prova-brasil-de-matematica-9-ano-numeros-e-operacoesalgebra-e-funcoes?gclid=Cj0KCQiAosmPBhCPARIsAHOen-N5dOYPlqivG8IQku4q-haBQOga5yF8YMxTAKxRBAQIJMQGgVETeusaAt–EALw_wcB. Acesso em: 25 abr. 2022.

NOVA ESCOLA. Resolução da Atividade Principal - MAT7_10ALG01. **Nova Escola,** 2017. Disponível em: https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/qn8BwzNJuff4kVkEnsBZFau37f6jU9qUTb29QkMyQKBvwVuVEUFZkQpYEYex/resol-ativaula-mat7-10alg01.pdf. Acesso em: 31 mai. 2022.

NOVA ESCOLA. Resolução da atividade principal - MAT8_26RDP03. **Nova Escola**, 2017. Disponível em: https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/KyjhaZJ8p3wvVnnvtfXzvszPmkjGv5WjhbU6NwyxrQSU58gGSz2M72WW9J4A/resol-ativaula-mat8-26rdp03.pdf. Acesso em: 25 abr. 2022.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA -** Boletim de Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, v. 25, 2011, p. 73-98.

PIRONEL, M. **Avaliação para a aprendizagem:** a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação. Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic. 2019. 297 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2019.

RIZZATTI, I. M. *et al*. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**: Docência em Ciências, Curitiba, PR, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. DOI: http://doi.org/10.3895/actio.v5n2.12657.

TRAVASSOS, M. L. G. L. *et al*. Números e Operações. *In*: ONUCHIC, L. R. *et al.* (orgs.) **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Pacco Editorial, 2014. p. 71-99.

ZONZINI, C. S. F. Fração como parte de um todo. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/fracao-como-parte-todo/1481. Acesso em: 25 abr. 2022.

LISTA DE PROBLEMAS

ABASTECIMENTO

Uma pessoa abasteceu seu carro com 20 litros de combustível e pagou R$ 127,20. Uma semana depois, precisou abastecer novamente, e foi ao mesmo posto de combustível e pagou o mesmo valor por litro, porém desta vez pagou R$ 190,80. Quantos litros de combustível foram colocados desta vez?

Referência:

Criado pelo autor.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra.

A partir de que série o problema é recomendado: 7° e 8° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Grandezas diretamente proporcionais.

Estratégias de resolução:

Primeiramente, o aluno pode encontrar o valor de cada litro do combustível, fazendo: 127,20 x 20=6,36.

Portanto, cada litro custa R$ 6,36. Para encontrar a quantidade total de litros que foi abastecida na segunda ida ao posto, basta dividir o total do valor gasto pelo valor pago por litro, ou seja, 190,80 x 6,36=30. Assim, foram abastecidos 30 litros de combustível.

Por meio de uma tabela, a representação seria:

L	R$
20	127,20
?	190,80

Recomendações ao professor:

Neste problema, o professor pode fazer a formalização de grandezas diretamente proporcionais. As grandezas envolvidas aqui são a *quantidade de combustível* e o *valor pago*. Assim, deve analisar com os alunos “ Se o valor pago pelo litro do combustível se manteve, e o total pago da segunda vez pelo abastecimento aumentou referente à primeira vez, significa que a quantidade de litros colocado na segunda vez também aumentou”. Quando isso ocorre as grandezas são consideradas diretamente proporcionais utilizaremos a propriedade fundamental das proporções:

$$\frac{20}{?} = \frac{127{,}20}{190{,}80}.$$

Assim, como são grandezas diretamente proporcionais à proporção se mantém, assim, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios:

$$\frac{20}{?} \times \frac{127{,}20}{190{,}80} \Rightarrow 127{,}20 . ? = 20 . 190{,}80 \Rightarrow ? = \frac{20.190{,}80}{127{,}20} \Rightarrow ? = \frac{3816}{127{,}20} \Rightarrow ? = 30L$$

Assim, chegando na quantidade de 30L de combustível que foi colocado na segunda vez de abastecimento.

Utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como etapa 10, o professor pode propor novos problemas para que o aluno possa utilizar os conhecimentos adquiridos, assim, temos o seguinte problema como sugestão “Usando a informação que para o preparo do suco: que a quantidade de suco concentrado com a quantidade de água necessária para o preparo está na razão 1 para 6. Responda: a) Quantos copos de água são necessários para preparar o suco, utilizando 4 copos de suco concentrado? b) E 8 copos de suco concentrado?”

Imprimir / Salvar PDF

RECOLHENDO LIXO

(OBS.: UTILIZE PRIMEIRO O PROBLEMA DO “ABASTECIMENTO”) Os jovens de uma comunidade, resolveram realizar um mutirão para recolher o lixo nas margens do córrego que passa ao lado do bairro. No dia agendado, compareceram 15 jovens que realizaram a coleta e a limpeza e levaram cerca de 6 horas de trabalho voluntário. Caso houvesse 18 pessoas, qual seria o tempo gasto para realizar a limpeza?

Referência:

Criado pelo autor.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra;

A partir de que série o problema é recomendado: 7° e 8° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Grandezas inversamente proporcionais.

Estratégias de resolução:

Os alunos tendo contato com o problema do “ABASTECIMENTO”, irão utilizar a proporção para resolver este problema, e provavelmente façam da seguinte forma:

Pessoas	tempo
15	6
18	?

Os alunos podem pensar que a forma de resolver seja da mesma forma que o problema anterior assim,

$$\frac{15}{18} \times \frac{6}{?} \Rightarrow 15.? = 18.6 \Rightarrow ? = \frac{18.6}{15} \Rightarrow ? = 7,2$$

Assim, 18 pessoas levam 7,2h.

Recomendações ao professor:

Análise essa resposta com os alunos! Assim, é possível realizar uma discussão acerca da solução, de que se aumenta a quantidade de pessoas, o certo seria o tempo para recolher o lixo diminuir e não aumentar, isso é o que se chama de inversamente proporcional. Para isso, tem que manter uma grandeza e inverter a outra:

$$\frac{15}{18} = \frac{?}{6} \Rightarrow 18.? = 15.6 \Rightarrow ? = \frac{15.6}{18} \Rightarrow ? = 5$$

Assim, 18 pessoas levariam 5 horas para realizar a mesma tarefa que 15 pessoas levaram 6h.

Como etapa 10 da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, podemos utilizar de dois jogos virtuais (Jogo das Expressões e Corrida de Expressões Algébricas) para que seus alunos apliquem e desenvolvam ainda mais seus conhecimentos.

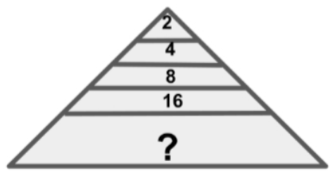
Referência do jogo:

Grandezas diretamente e inversamente. **Wordwall**, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt-br/community/grandezas-diretamente-e-inversamente-proporcionais. Acesso em: Acesso em: 31 de maio de 2022.

Imprimir / Salvar PDF

AUDITÓRIO

Em um auditório de uma escola, as cadeiras estão organizadas de forma triangular. A primeira fileira acomoda 2 alunos, a segunda fileira 4, a terceira 8, e a quarta 16. Sabendo que há mais duas fileiras nesse auditório e que o padrão das fileiras é mantido, quantos alunos podem ser acomodados na quinta fileira? E na sexta? Qual seria a sequência formada considerando o número de alunos em cada fileira?



Referência:

Adaptado de: Produção. **Nova Escola,** 2022. https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/qn8BwzNJuff4kVkEnsBZFau37f6jU9qUTb29QkMyQKBvwVuVEUFZkQpYEYex/resol-ativaula-mat7-10alg01.pdf. Acesso em: 31 de maio de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra; Números.

A partir de que série o problema é recomendado: 6° e 7° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Potenciação; Linguagem algébrica.

Estratégias de resolução:

Vejamos:

1ª fileira possui: 2 alunos = 2

2ª fileira possui: 4 alunos = 4 = 2 x 2 = 4

3ª fileira possui: 8 alunos = 8 = 2 x 2 x 2 = 2x 4 = 8

4ª fileira possui: 16 alunos = 16 = 2 x 2 x 2 x 2 = 2 x 8 = 16

Perceba que cada fileira seguinte tem o dobro de alunos da fileira anterior…

Na 5ª fileira então será 2 x 16 = 32 e na 6ª fileira então será 2 x 32 = 64.

Assim, a sequência será 2, 4, 8, 16, 32, 64.

Recomendações ao professor:

Após a identificação do padrão que forma a sequência, no 7º ano, o professor pode questionar os alunos sobre o que deveria ser feito caso o auditório tivesse 20 fileiras e não se quisesse calcular a quantidade de alunos a cada fileira. O professor pode utilizar uma tabela, construída com a participação dos alunos, para ajudá-los a perceberem o padrão formado. Se for potenciação o professor utilizará até a sexta linha e a terceira coluna de potenciação para realizar a formalização do conteúdo e se for para trabalhar a linguagem algébrica ele irá utilizar a parte final da coluna após a 6ª linha para formalizar a forma de escrever algebricamente a expressão utilizada para generalização da resolução. Assim, os alunos poderão perceber a relação entre a fileira e a potenciação de base 2.

FILEIRA	MULTIPLICAÇÕES	POTENCIAÇÃO
1ª	2	2^1
2ª	2×2	2^2
3ª	2x2x2	2^3
4ª	2x2x2x2	2^4
5ª	2x2x2x2x2	2^5
6ª	2x2x2x2x2x2	2^6
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	….	2^n

BRIGADEIROS

Daniele faz brigadeiros Gourmet para vender, com preço unitário de venda de R$ 1,00. Num determinado dia ela produziu 100 brigadeiros, com custo de produção de R$ 30,00, pela manhã ela vendeu 1/4 do total, e à tarde 2/5. No final do dia ela percebeu que 1/5 estava com formigas, não sendo possível vender. Sendo assim, qual foi o lucro de Daniele? Será que sobrou algum brigadeiro?

Referência:

Adaptado de: Produção. **Nova Escola,** 2022. https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/PUvwyEjNEzjEmjegcb376Wm23M8yghdRMFb6RWvSheyM6Y2d67xuT6T5BYfr/resol-atiaula-mat7-08num-06#:~:text=Para%20produzir%20os%20brigadeiros%2C%20Daniele,R%2470%2C00%20de%20lucro. Acesso em: 31 de maio de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Equivalência de frações.

Estratégias de resolução:

Temos 100 brigadeiros, vendidos a R$1,00, então ela receberia R$ 100,00 se vendesse todos os brigadeiros. Ela vendeu 1/4 de brigadeiros pela parte da manhã, então foram vendidos 100/4=25 unidades e 2/5 de brigadeiros a tarde, 100/5×2=40 unidades.

Se 1/5 de brigadeiros estavam com e formigas, 100/5=20 unidades foram descartadas.

Assim, o total de brigadeiros vendidos foi de R$ 25,00 + R$ 40,00 = R$ 65,00. Se ela teve R$ 30,00 de custo, então o seu lucro será obtido fazendo o valor recebido menos o valor do seu custo de produção, ou seja, R$ 65,00 – R$ 30,00 = R$ 35,00. Logo, ela teve apenas R$35,00 de lucro.

Recomendações ao professor:

O professor pode utilizar a resolução e mostrar que:

1/4=25/100 e, portanto, são frações equivalentes e representam a quantidade de brigadeiros vendidos na parte da manhã.

2/5=40/100 são frações equivalentes e representam a quantidade de brigadeiros vendidos na parte da tarde.

1/5=20/100 são frações equivalentes e representam a quantidade de brigadeiros que ficaram com formigas.

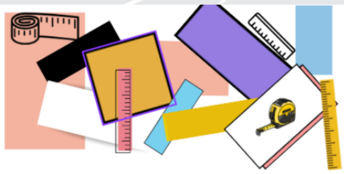
Utilizando a adição de frações (por meio do MMC ou usando as frações equivalentes) temos o total de brigadeiros vendidos, 1/4+2/5=(5+8)/20=13/20, ou seja, 25/100+40/100=65/100 brigadeiros.

Portanto, para a produção dos brigadeiros, Daniele teve um custo de R$ 30,00 e vendeu cada um por R$1,00. Considerando a receita de R$65,00 obtida com a venda dos brigadeiros, seu lucro foi de R$35,00.

Com esse problema o professor pode formalizar frações equivalentes e propor novos problemas.

Imprimir / Salvar PDF

RETANGULARIZAÇÃO



Como se apresenta a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13? Quais as observações a partir da retangularização desses números?

Observação: A retangularização de um número é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultam nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo.

Referência:

TRAVASSOS, Maria L. G. L.; ARAIUM, Raquel; MORAIS, Rosilda, dos S.; SOUZA, Tatiane da C. P. de; Números e Operações. In: ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N.S.G HÖPNER, F.C; JUSTULIN, A.M (Orgs.) **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Pacco Editorial, 2014. p. 71-99.

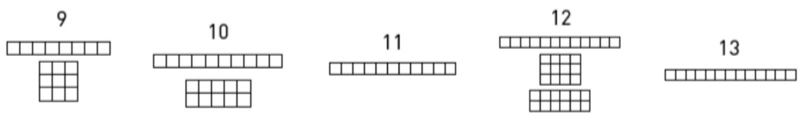
Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Múltiplos e Divisores de um número; Números primos e compostos.

Estratégias de resolução:

Os alunos poderão representar os valores das multiplicações utilizando desenho ou papel quadriculado disponibilizado pelo professor: Os números apresentados (9, 10, 11, 12 e 13) podem ser retangularizados de várias maneiras:



Os alunos podem verificar que os números 11 e 13 só tem uma forma de fazer a retangularização.

Recomendações ao professor:

O professor pode questionar os alunos de modo que entendam o que significa a retangularização de um número. Assim, eles irão pensar nas possíveis multiplicações de fatores que formam retângulos e que resultam nos números apresentados. O professor também, durante a plenária, pode questioná-los sobre o porquê alguns números possuem mais de uma representação, e assim, definir o que são múltiplos, divisores e números primos.

Como extensão do problema, o professor pode realizar um jogo com os alunos, conhecido como "stop", da seguinte forma:

Participantes: 2 ou mais.

Regra: Escrever a retangularização numérica completa do número sorteado e levantar propriedades sobre esses números.

Pontuação: 5 pontos para as informações corretas de cada número; mais 5 pontos se a propriedade levantada for diferente das de outros participantes. Um exemplo de jogada apresentada por Travassos et al. (2014, p. 78) é:

"Como exemplo de jogo, suponhamos que três alunos estejam jogando. Para isso, uma possível forma de fazer a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13, o levantamento de propriedades originais e a pontuação atribuída a eles seria:

André	9	10	11	12	13
Retangularização	1 x 9 3^2	1 x 10 2 x 5	1 x 11	1 x 12 2 x 6 3 x 4	1 x 13
Propriedade	9 é nº composto	10 é nº par	11 é nº primo	12 é divisível por 4	13 é divisível por 1 e 13
Pontuação **50**	5 + 5	5+5	5+5	5+5	5+5

Bia	9	10	11	12	13
Retangularização	1 x 9 3^2	1 x 10 2 x 5	1 x 11	1 x 12 2 x 6 3 x 4	1 x 13
Propriedade	9 é quadrado perfeito	10 é múltiplo de 5	11 é divisor de 11	12 é múltiplo de 3 e 4	13 é ímpar
Pontuação **45**	5	5+5	5+5	5+5	5+5

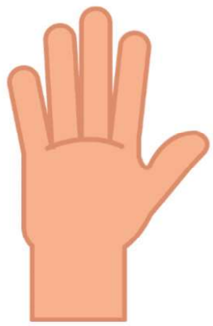
Cesar	9	10	11	12	13
Retangularização	1 x 9 3^2	1 x 10 2 x 5	1 x 11	1 x 12 2 x 6 3 x 4	1 x 13
Propriedade	9 é quadrado perfeito	10 é divisor de 2	11 é ímpar	12 é o quádruplo de 3	13 é nº primo
Pontuação **35**	5	0	5+5	5+5	5+5

Figura: TRAVASSOS et al (2014).

O professor deve observar durante o jogo que analisando os diferentes retângulos, é possível formalizar conceitos de múltiplos e divisores; É possível identificar: as propriedades dos números primos como os números 11 e 13 e seus divisores que são D(11)= {1, 11} e D(13)= {1, 13}; números que podem ser representados por um quadrado como o número 9; que os números 9 e 10 possuem duas representações na forma de retângulo e que seus divisores são: D(9)={1, 3, 9} e D(10)={1, 2, 5, 10}; que o número 12 possui três formas distintas de representação na forma retangular e que seus divisores são: D(12) = {1, 2, 3, 4, 6 e 12}; que o número 1 é divisor de todos os números e que cada número é divisor de si mesmo.

Imprimir / Salvar PDF

CONTANDO OS DEDOS



Use os dedos de uma mão para contar da seguinte maneira: o polegar é o primeiro, o indicador é o segundo e assim por diante até o dedo mindinho, que é o quinto. Agora inverta a ordem para continuar, de modo que o anelar é o sexto, o dedo do meio é o sétimo, o indicador é o oitavo e o polegar é o nono. Inverta a orientação novamente, voltando para o dedo mindinho, de modo que o indicador é o décimo e assim por diante. Se você continuar a contar dessa forma, indo e voltando, com os dedos de uma mão, qual dedo será o milésimo?

Referência: DORICHENKO, Sergey. **Um círculo Matemático de Moscou:** Problemas semana-a-semana. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. 247 p.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Operações com números naturais

Estratégias de resolução:

Os alunos podem resolver o problema, analisando: Quando realizamos a 1ª contagem, temos 5 dedos, na 2ª contagem, temos 4 dedos, na 3ª contagem também temos 4 dedos, assim, apenas a primeira contagem teria 5 dedos, as demais seriam 4. Como o enunciado quer encontrar a localização do milésimo dedo, basta pegar o número 1000 e tirar os 5 primeiros, a diferença dividir por 4 e assim descobrir se for final ímpar é a contagem de ida, se for final par é a contagem de volta:

1ª) 5 dedos. (Contagem de ida)

2ª) 4 dedos. (Contagem de volta)

3ª) 4 dedos. (Contagem de ida)

1000-5=995

995/4=248 com resto 3.

Sabemos que 248 é par, então, está na contagem de volta, contando 3 dedos, o milésimo dedo é o indicador.

Recomendações ao professor:

O professor pode realizar questionamentos, durante a etapa 5 (incentivar e observar) da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas, para auxiliar os alunos a pensarem se existe algum padrão e qual seria. Por exemplo, eles podem utilizar os 5 dedos da mão como apoio para visualizar o acontecido e anotar os valores obtidos em uma tabela. A partir disso, o professor pode questioná-los para que encontrem a regularidade de adições presentes neste problema e, assim, perceberem uma forma de encontrar o milésimo dedo. Em seguida, os alunos apresentam suas soluções, justificando e explicando como pensaram, é feita a plenária e a busca pelo consenso. Como esse não é um conteúdo novo para os alunos, o professor pode, no final da aula, destacar as operações realizadas e a presença de um padrão.

Como extensão ao problema, o professor pode utilizar-se do aplicativo *Matific*, atribuindo aos alunos alguma atividade para que eles realizem a atividade de forma lúdica, para aplicar a etapa 10 da Metodologia.

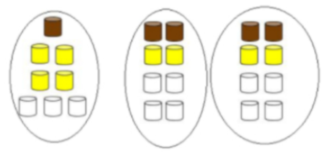
Referência do jogo: Quatro Operações. **Matific**, 2022. Disponível em: https://www.matific.com/share-episode/?slug=Worksheet04FourOperationsWithAndWithoutParentheses. Acesso em: 27 de maio de 2022.

Caso o professor não tenha acesso ao matific, ou não seja professor da rede pública, poderá utilizar o jogo online para realizar a aplicação dos conhecimentos adquiridos.

Referência do jogo: Quatro Operações. **Wordwall**, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/16144929/jogo-das-4-opera%C3%A7%C3%B5es. Acesso em: 27 de maio de 2022.

CONTÊINERES

Em uma fábrica, alguns barris de azeite devem ser distribuídos igualmente entre 3 contêineres, de modo que todos recebam a mesma quantidade de azeite e a mesma quantidade de barris. Desses barris, 5 estão cheios, 8 estão pela metade e 11 vazios. Sabendo que não é possível despejar o conteúdo de um barril em outro, determine quantos barris cheios, quantos barris vazios e quantos barris meio cheios serão guardados em cada container.



Referência: Fração como parte de um todo. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/fracao-como-parte-todo/1481. Acesso em: 25 de abril de 2022.

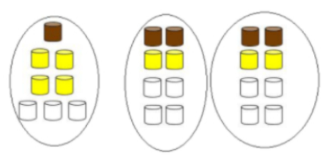
Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Fração equivalente

Estratégias de resolução:

Os alunos poderão resolver este problema realizando o desenho dos barris:



Os barris sem cores representam os 11 barris vazios, os amarelos representam os 8 barris meio cheios e os marrons representam os 5 barris cheios.

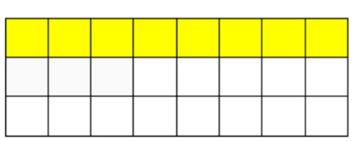
Para fazer essa distribuição, os alunos devem analisar o total de barris cheios e o quanto devem distribuir em cada container. Assim, o total seria de 5 cheios e 8 pela metade, o que daria 9 barris cheios. Portanto, cada contêiner deve receber o conteúdo de 3 barris cheios e o total de 8 barris. Uma tabela pode ajudar nesse processo:

	Contêiner 1	**Contêiner 2**	**Contêiner 3**
Barril cheio	2	2	1
Barril pela metade	2	2	4
Barril vazio	4	4	3
Total	8	8	8

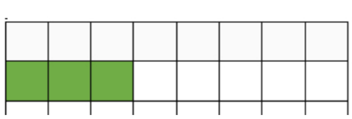
Recomendações ao professor:

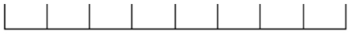
Para explorar o conteúdo de frações equivalentes, o professor pode desenhar um retângulo que representa 24 unidades, ou seja, o total de barris. A parte amarela representa um container, ou seja, 1/3 da área de armazenamento, que é a fração equivalente a 8/24, que significa a quantidade de barris por container. A parte verde representa a quantidade de azeite em um dos contêineres, ou seja, três oitavos dos barris de um contêiner que contém azeite 3/8.

8/24=1/3



3/8





Em uma fração, o denominador representa a quantidade de partes em que o inteiro foi dividido e o numerador representa a quantidade de partes utilizadas. É essencial que os alunos percebam que cada contêiner contém um terço do total de barris, ou seja, que a relação 8 em 24 pode ser representada pela fração um terço, 8/24=1/3.

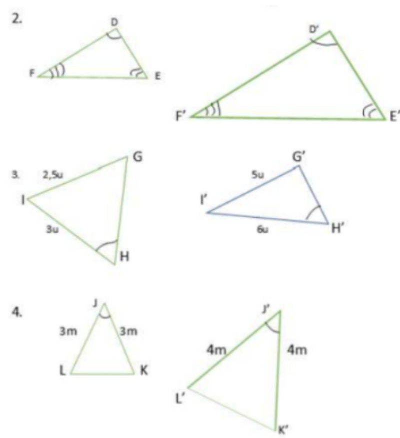
Utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o professor poderá disponibilizar papel quadriculado para que os alunos representem o problema. Ao final da aula, o conteúdo a ser formalizado será o de frações equivalentes.

Como extensão ao problema, o professor pode utilizar jogos envolvendo frações equivalentes, como por exemplo, o jogo Pac Man de Frações Equivalentes[1], disponível no link: https://www.coquinhos.com/pac-man-de-fracoes-equivalentes/

[1]Pac man de frações equivalentes. **Coquinhos**, 2022. Disponível em: https://www.coquinhos.com/pac-man-de-fracoes-equivalentes/. Acesso em: 01 de maio de 2022.

SEMELHANÇAS

Observem os triângulos abaixo. Quais são semelhantes? Expliquem o raciocínio que utilizaram. (Adaptado de PIRONEL, 2019)



Observação: Por causa das diferentes indicações dos ângulos, é necessário que o professor comunique aos seus alunos que ângulos com um número de marcações iguais, num mesmo item, indicam que aqueles ângulos são iguais, mesmo sendo em triângulos distintos.

Referência: PIRONEL, Márcio. **Avaliação para a aprendizagem:** a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação. 2019. 297 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2019. p 216-233.

Unidade temática (conforme BNCC): Geometria

A partir de que série o problema é recomendado: 6°, 8° e 9° ano do Ensino Fundamental

---

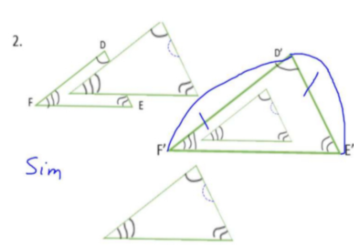
Conteúdo(s): Semelhança de triângulos.

Estratégias de resolução:

Iniciando pelos dois primeiros triângulos nomeados ABC e A'B'C', os alunos podem analisar as medidas dos seus lados, comparando, a razão entre seus lados para verificar se são triângulos semelhantes: 3/2=1,5   6/4=1,5   4,5/3=1,5

Como as razões são iguais, os lados são proporcionais. Logo, os dois triângulos são semelhantes.

No item 2, sendo os triângulos DEF e D'E'F', as indicações em cada ângulo são iguais, ou seja, d=d', e=e' e f=f'. Sendo assim, eles são semelhantes.



No item 3: os alunos podem chegar a conclusão que não há possibilidade de verificar se são proporcionais, por não conter todos os dados.

No item 4: Os lados dos dois triângulos aumentaram proporcionalmente e o ângulo também é igual. Assim, por ser um triângulo isósceles é possível concluir que esses triângulos são proporcionais.

Recomendações ao professor:

Ao resolver este problema, considera-se que os alunos já sabem o que significa um polígono ser semelhante. Espera-se, então, que eles analisem os triângulos propostos, identificando se são figuras semelhantes, se é uma figura ampliada ou reduzida, de forma que encontrem a maior quantidade de informações O professor por sua vez, deve realizar intervenções, questionamentos e incentivar os alunos a contribuírem. Assim, quando os alunos respondem, o professor deve ajudá-los a pensar o problema e realizar novos questionamentos, fazendo com que os alunos cheguem a conjecturas sobre as respostas e busquem argumentos para validar suas resoluções.

Com a aplicação deste problema é possível identificar os critérios de semelhança dos triângulos:

No item 1 é possível apresentar o caso LLL (lado-lado-lado), e pode-se dizer que, se esses lados são diretamente proporcionais, os ângulos são iguais, sendo que o uso de um critério de semelhança é a condição mínima para que dois triângulos sejam semelhantes.

No item 2 temos o caso AA (ângulo-ângulo), em que se dois ângulos são congruentes, significa que o terceiro também será congruente por se tratar de um triângulo.

No item 3 é o caso LLA (lado-lado-ângulo), em que se tem dois lados diretamente proporcionais e um ângulo congruente, que não nos permite concluir pela semelhança ou não. Tem-se 5u/2,5u=2u e 6u/3u=2u, porém, por não conter o dado referente ao terceiro lado, não é possível verificar se são proporcionais. Para descobrir utilizando os ângulos, seria necessário, pelo menos, a informação de dois ângulos, para concluir que o terceiro também seria semelhante, o que não ocorre pois na imagem se tem apenas que um ângulo é semelhante. Assim, não é possível concluir se são semelhantes por não possuírem todos os dados para realizar a verificação.

No item 4 é possível apresentar o caso LAL (lado-ângulo-lado), em que se o ângulo congruente está entre dois lados proporcionais, assim, o terceiro lado também será proporcional e os triângulos serão semelhantes.

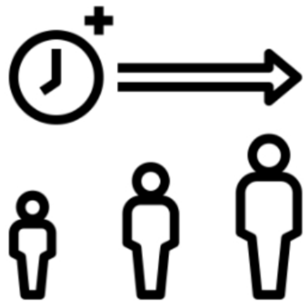
Como extensão ao problema, o professor pode utilizar o jogo online Triângulos semelhantes ou alguma atividade para aplicar o conceito aprendido.

Referência do Jogo:

Triângulos semelhantes. **Wordwall**, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/12246579/tri%C3%A2ngulos-congruentes. Acesso em: 16 de maio de 2022.

Imprimir / Salvar PDF

FLOR DA IDADE



A idade do jogador Cristiano Ronaldo é a metade da idade do professor Márcio, mais 10 anos. Sabendo que o jogador tem 33 anos, qual é a idade do professor? (Adaptado de PIRONEL, 2019)

Referência: Adaptado de: PIRONEL, Márcio. **Avaliação para a aprendizagem:** a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação. 2019. 297 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2019. p 203-213.

Unidade temática (conforme BNCC): Probabilidade e Estatística

---

A partir de que série o problema é recomendado: 7º e 8° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Expressões algébricas; Valor numérico de expressão numérica.

Estratégias de resolução:

Os alunos podem realizar a resolução da seguinte forma:

1ª resolução: Para encontrar a idade do professor, eles deverão fazer a operação contrária, ou seja, considerar a idade do Cristiano Ronaldo e retirar 10, assim obterão a metade da idade e ao multiplicar por 2, descobrirão a idade do professor:

(33-10)x2=23×2=46.

Assim, a idade do professor é 46 anos.

Recomendações ao professor:

É importante que o professor realize questionamentos aos alunos durante o desenvolvimento da tarefa, sempre buscando a reflexão e nunca dê a resposta. A partir da resolução dos alunos o professor pode formalizar a ideia de equação do 1° grau da seguinte forma:

Vamos chamar a idade do Cristiano Ronaldo de C, e a idade do professor Márcio de M. Como a idade do Cristiano Ronaldo é igual a metade da idade do professor mais 10, montando a expressão algébrica, teremos:

(33-10)x2=23×2=46.

(C-10)x2=M→ (C-10)=M/2 →C=M/2+10, mas sabemos que a idade do Cristiano Ronaldo é 33 anos, assim: 33=M/2+10→ M/2=33-10→ M/2=23→ M=23×2→ M=46. Logo, o professor Márcio tem 46 anos.

Como extensão ao problema, o professor pode utilizar dois jogos virtuais (Jogo das Expressões e Corrida de Expressões Algébricas) para que seus alunos apliquem e desenvolvam ainda mais seus conhecimentos.

Referências dos jogos:

Wordwall, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt-br/community/jogo-das-express%C3%B5es. Acesso em: 14 de maio de 2022.

Corrida de Expressões algébricas. **Coquinhos,** 2022. Disponível em: https://www.coquinhos.com/corrida-de-expressoes-algebricas/. Acesso em: 14 de maio de 2022.

Imprimir / Salvar PDF

FEIRA DE LIVROS

Em uma feira de livros, um livro custa R$1,00 mais a metade do seu preço. Qual é o preço do livro? (Adaptado de PIRONEL, 2019)

Referência: PIRONEL, Márcio. **Avaliação para a aprendizagem:** a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação. Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic. 2019. 297 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2019. p 191-203.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra

A partir de que série o problema é recomendado: 8º ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Equação do 1° grau.

Estratégias de resolução:

Os alunos, ao lerem o enunciado do problema, podem concluir que o R$1,00 é um valor fixo e que deve somar metade do valor do livro e total será seu preço, podem fazer tentativa e erro:

Se o livro custar R$1,00, então R$1,00+R$0,50=R$1,50. (Deu um valor maior do que o valor pensado para o livro).

Se o livro custar R$3,00, então R$1,00+R$1,50=R$2,50. (Deu um valor menor do que o valor pensado para o livro).

Então o valor do livro está entre R$1,00 e R$3,00, vamos tentar o valor do livro sendo R$2,00. Assim, R$1,00+R$1,00 =R$2,00.

Logo, o preço do livro é R$2,00.

Recomendações ao professor:

O professor, utilizando da resolução do problema pelos alunos, pode explorar a ideia de incógnita, e equação do 1° grau:

Partindo da solução apresentada: R$1,00+R$1,00=R$2,00 (R$1,00 fixo + metade do valor do livro = valor do livro). Essa associação deve ser feita com o professor fazendo os questionamentos durante a plenária e chegando ao consenso, pois, assim, é possível associar a equação utilizando a incógnita x, representando o valor do livro no qual ainda é um valor desconhecido.

$1+x/2=x$ ($x=$ representa o valor do livro)

Assim, $(2+x)/2=2x/2 \rightarrow 2+x=2x \rightarrow x=2$

Logo, chegamos a conclusão que o valor do livro é R$ 2,00.

Como extensão ao problema, o professor pode utilizar um jogo virtual, envolvendo a linguagem algébrica, para que os alunos desenvolvam seus conhecimentos.

Referência do jogo: Linguagem algébrica. **Wordwall**, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/14030368/linguagem-alg%c3%a9brica. Acesso em: 13 de maio de 2022.

Imprimir / Salvar PDF

ESTAR NA MODA?

Analise a imagem abaixo e responda as questões:

PARTE A:

Em relação à cor de blusa, qual é a que mais aparece?

Após a discussão e formalização do conceito de Moda, entregar a parte B para dar prosseguimento.

PARTE B:

No seguinte levantamento sobre as idades dos estudantes de uma turma foi encontrado: 16, 15, 14, 14, 13, 13, 12, 11, 11, 11.

1. Dentre as idades dos estudantes apresentadas, qual delas aparece com maior frequência?
2. Qual idade melhor representa a turma?
3. Qual é a idade que está no meio entre a maior e a menor idade?
4. E qual a diferença de idade do estudante de maior idade da turma e o de menor idade?

Referência: Estar na moda ou estar na média. **Brasil Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/9ano/matematica/estar-na-moda-ou-estar-na-media/252. Acesso em: 08 de maio de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Probabilidade e Estatística

---

A partir de que série o problema é recomendado: 9º ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Moda, Média, Mediana e Amplitude.

Estratégias de resolução:

Parte A: Os alunos provavelmente ao analisar, irão concluir que a cor que mais aparece nas camisetas é a cor Amarela.

Parte B:

a) Com a ideia da parte A discutida, espera-se que os alunos identifiquem que a idade que mais se repete é a 11, e concluam que ela representa a Moda.

b) Os alunos podem responder a idade 13, pelo fato de ser uma idade que está no meio das idades consideradas Outra opção é que os alunos realizem o cálculo da média: (16+15+14+14+13+13+12+11+11+11)/10=13 e concluam que, neste caso, a média é 13.

c) Os alunos poderão verificar que não há um valor no meio, pois não sobra um valor central ao separar as idades igualmente.

d) A diferença entre a maior idade e a menor seria 16-11=5.

Recomendações ao professor:

O professor poderá utilizar a parte A para discutir e formalizar o conceito de moda como sendo o elemento que aparece mais vezes em um conjunto de dados. Pode-se também realizar questionamentos aos alunos fazendo relações com situações do dia a dia e o que eles entendem pela palavra moda, assim como na letra a) da parte B. Já na letra b) pode-se formalizar o conceito de média, a partir do cálculo da média entre as idades, e discutir que a mediana também é uma medida de tendência central e que para calculá-la é necessário encontrar a idade que está exatamente no meio, pois, a Mediana nos diz que metade (50%) dos valores do conjunto de dados está abaixo dela e a outra metade está acima dela, ou seja, é a medida equidistante dos extremos, se a quantidade de elementos for ímpar, então teremos um valor central. Se a quantidade de elementos for uma quantidade par, então a amostra terá dois elementos centrais e a mediana será a média aritmética entre eles e neste caso, como possuímos uma quantidade par de elementos, é necessário considerar os dois valores no centro somá-los e dividi-los por 2, assim, (13+13)/2=13. E por fim, formalizar a ideia de amplitude.

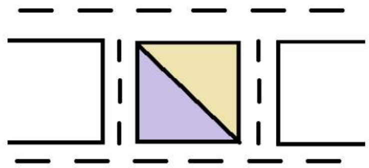
Como extensão ao problema, o professor pode propor uma pesquisa entre os alunos, em que eles definam as perguntas que seriam realizadas, dividindo os alunos em grupos. Após a coleta de dados, o professor pode solicitar que encontrem a Moda, a Mediana, a Média e a Amplitude dos dados, apresentando-os em cartazes ou montando uma apresentação para a turma.

É relevante que o professor mostre aos alunos que nem todas as medidas de tendências central são adequadas em todas as ocasiões. Possibilitar essa reflexão por meio de novos problemas poderá tornar mais crítica a apresentação do conteúdo.

Imprimir / Salvar PDF

DIVISÃO DE BENS

Dois irmãos receberam de herança um terreno quadrado de lado igual a , e para dividir chegaram a conclusão que a melhor forma seria fazê-la em dois triângulos. Assim, um ficaria com a parte virada para a rua que passa na frente desse terreno e o outro ficaria com a parte do terreno voltado para a rua de trás, conforme a figura abaixo:



Qual será a área que cada um dos irmãos irá receber?

Referência: Do autor.

Unidade temática (conforme BNCC): Geometria

A partir de que série o problema é recomendado: 8º ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Área do triângulo.

Estratégias de resolução:

Pode-se resolver este problema calculando, primeiramente, o valor da área do quadrado. Como a medida do lado mede , a área seria determinada fazendo r . Então, para encontrar a área do triângulo, seria o mesmo que dividir o quadrado ao meio e o valor de sua área seria dividido por dois, ou seja, 64/2. Assim, cada irmão ficaria com um terreno triangular com área de 32 m².

Recomendações ao professor:

Para deduzir como determinar a área do triângulo, é importante que o professor retome o conteúdo de área de um quadrado. Assim, fica mais fácil de os alunos deduzirem que para encontrar a área do triângulo devem calcular a área do quadrado e depois dividi-la por dois. A partir disso, o professor poderá formalizar o conteúdo. O professor pode organizar a resolução dos alunos identificando o que cada valor utilizado significa:

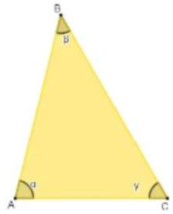
8	8	8×8	64
Base (b)	Altura (h)	bxh	Área (A)

Área do quadrado => A=bxh

Área do triângulo => A=(bxh)/2

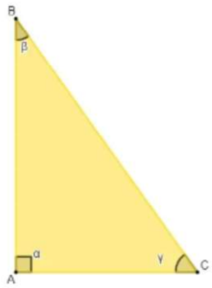
Em seguida, o professor pode aproveitar e retomar como são classificados os diferentes tipos de triângulos:

Classificação quanto aos ângulos	Descrição
Triângulo acutângulo	



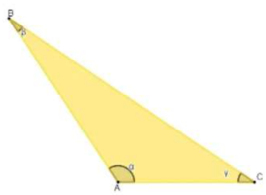
Um triângulo é conhecido como acutângulo quando os seus três ângulos são agudos, ou seja, menores que 90º.

Triângulo retângulo



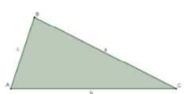
Um triângulo é retângulo quando um de seus ângulos é reto, ou seja, igual a 90º. Como a soma dos três ângulos é sempre igual a 180º, os demais ângulos são necessariamente agudos.

Triângulo obtusângulo



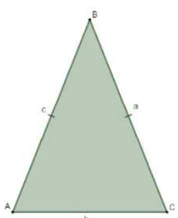
Um triângulo é obtusângulo quando um de seus ângulos é obtuso, ou seja, maior que 90º. Os demais ângulos são necessariamente agudos.

Triângulo escaleno



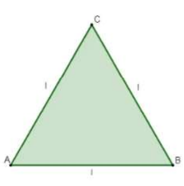
O triângulo é escaleno quando as medidas dos lados são todas diferentes.

Triângulo isósceles



O triângulo é isósceles quando possui pelo menos dois lados congruentes, ou seja, com a mesma medida. Em triângulos isósceles, os ângulos da base são sempre iguais (tratamos como base o lado que possui medida diferente dos demais lados). Ao traçar a altura h do triângulo isósceles, ela divide a base em duas partes iguais.

Triângulo equilátero

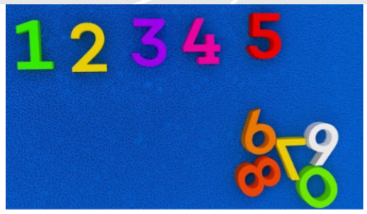


O triângulo é equilátero quando possui os três lados com as mesmas medidas. Como consequência, os três ângulos também possuem a mesma medida, que é de 60º.

Referência: Classificação de triângulos. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/classificacao-de-triangulos.htm. Acesso em: 27 de maio de 2022.

Imprimir / Salvar PDF

QUAL A REGULARIDADE?



Faça o que se pede abaixo:

1° – Escolha um número de 1 a 9;

2° – Multiplique por 3;

3° – Some 3;

4° – Multiplique outra vez por 3;

5° – Some os dois algarismos.

O resultado corresponde a uma disciplina que você tem aula hoje:

1 – Português; 2 – Educação Física; 3 – Geografia; 4 – Ciências;

5 – Artes; 6 – Filosofia; 7 – História; 8 – Informática;

9 – Matemática; 10 – Inglês; 11 – Espanhol;

Compare seu resultado com o de seus colegas e responda:

- Você notou alguma regularidade?
- Se o primeiro número escolhido fosse maior do que 9, o que aconteceria com os resultados?[1]

[1]Resolução de problemas com primos e compostos. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/resolucao-de-problemas-com-primos-e-compostos/1668. Acesso em: 02 de maio de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números;

A partir de que série o problema é recomendado: 6º ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Critérios de divisibilidade por 9, múltiplos e divisores.

Estratégias de resolução:

Inicialmente, os alunos provavelmente irão testar cada número individualmente ou com a ajuda de uma tabela, o aluno pode pensar em um número de 1 a 9 (coluna 1); em seguida, deve multiplicá-lo por 3, adicionar 3 e multiplicá-lo por 3 novamente (coluna 2); por fim, deve somar os algarismos (coluna 3):

Número pensado	Resultado das operações aritméticas	Soma dos algarismos
1	18	9
2	27	9
3	36	9
4	45	9
5	54	9
6	63	9
7	72	9
8	81	9
9	90	9

O aluno irá perceber uma regularidade em que a soma dos algarismos de qualquer número obtido na segunda coluna sempre será 9.

Se o número escolhido fosse maior que 9, o aluno perceberá que seria necessário somar os algarismos mais de uma vez e, mesmo assim, obteria (diante das condições do problema) o resultado 9.

Recomendações ao professor:

O professor, utilizando da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas, pode realizar algumas discussões durante a etapa 5, observar e incentivar, como por exemplo, questioná-los sobre como podem organizar a resolução, caso estejam testando os números um a um. Em seguida, os grupos devem apresentar suas respostas e será feita a plenária e a busca pelo consenso. A formalização do conteúdo se dará após os alunos identificarem as regularidades apresentadas, como por exemplo, que a soma dos algarismos do número 18 = 1 + 8 = 9; 72 = 7 + 2 = 9. Assim, o professor pode destacar que todos os números obtidos, após multiplicar por 3, somar 3 e multiplicar por 3 novamente, são múltiplos de 9 e que para um número ser divisível por 9 a soma de seus algarismos tem que ser 9. Esse é o critério de divisibilidade do 9: “Um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos é um número divisível por 9”[1] (MARCIANO, 2020).

[1] MARCIANO, Elainy. Divisibilidade por 9. R7, Brasília, 06, maio de 2020. Escola Educação. Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/divisibilidade-por-9/> . Acesso em: 25, maio e 2022.

O objetivo principal deste problema é que os alunos percebam que, independente do número escolhido, o resultado será 9. Com a manipulação apresentada pelo problema os alunos identificam as consequências para os casos de se alterarem as operações envolvidas na atividade. O professor pode incentivá-los a criarem suas próprias sequências de operações de forma a buscar novos desafios, como o apresentado nesta atividade, utilizando outro número, como o 2 ou 3. Assim, poderão também encontrar os critérios de divisibilidade para o número envolvido.

Imprimir / Salvar PDF

CONSTRUÇÃO

Sejam os construtores de seu próprio muro! Quantos tijolos são necessários para a construção de um muro quadrado, que tenha como alicerce, a quantidade de tijolos pedidos? Base de 2 tijolos.

- Base de 3 tijolos.
- Base de 4 tijolos.
- Base de 6 tijolos.

Quais observações vocês podem fazer com base nessas construções?

Referência: Resolvendo problemas com divisores comuns.. **Nova Escola**, 2022. Disponível em:https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/resolvendo-problemas-com-divisores-comuns/1441. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Grandezas e Medidas.

A partir de que série o problema é recomendado: 6º ano do Ensino Fundamental

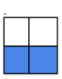
---

Conteúdo(s): Potência de base 2

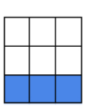
Estratégias de resolução:

Solução 1: Pode-se representar geometricamente. Usando papel quadriculado os alunos podem fazer as seguintes construções:

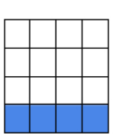
Para uma base de 2 tijolos são necessários 4 tijolos.



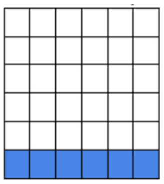
Para uma base de 3 tijolos são necessários 9 tijolos.



Para uma base de 4 tijolos são necessários 16 tijolos.



Para uma base de 6 tijolos são necessários 36 tijolos.



Solução 2: Pode-se utilizar a relação do total de tijolos com a área do quadrado.

Considerando 2 tijolos na base, 2×2=4, serão necessários 4 tijolos; usando 3 tijolos na base, 3×3=9, serão necessários 9 tijolos; 4 tijolos na base, 4×4=16, serão necessários 16 tijolos; ou se forem 6 tijolos na base, 6×6=36, serão necessários 36 tijolos.

Recomendações ao professor: O professor pode utilizar papel quadriculado para que os alunos façam as construções e obtenham as respostas do problema e a partir dessas representações, retomar os conceitos de área e perímetro. Ao utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, no momento da plenária, o professor deve incentivar que cada representante dos grupos apresente a maneira como os alunos pensaram para resolver o problema. Respostas sem o uso do papel quadriculado também podem aparecer. No momento da busca pelo consenso, o professor deve relacionar e discutir com a turma essas possibilidades. Na formalização, o professor deve apresentar o conceito de potência de base 2.

Como extensão do problema, e considerando a etapa 10 do roteiro da Metodologia, a proposição e resolução de novos problemas, pode-se utilizar o jogo 2048, disponível em aplicativo de celular para baixar gratuitamente.

Imprimir / Salvar PDF

FESTANÇA

Para a organização de uma festa de aniversário foram convidadas três famílias (Pereira, Oliveira e Silva). A família Pereira virá com 24 convidados. A família Oliveira trará 60 convidados e a família Silva terá 108 convidados. A organização da festa precisa fazer a recepção de forma que em cada mesa haja somente convidados de uma mesma família e que todas as mesas da festa caibam exatamente a mesma quantidade de convidados.

a) Qual o maior número de cadeiras que podem ser colocadas em cada mesa para que a festa ocorra conforme essa determinação?

b) Se a família Pereira convidasse 23 pessoas, como ficaria a quantidade de mesas necessárias?

Referência: Resolvendo problemas com divisores comuns.. **Nova Escola**, 2022. Disponível em:https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/resolvendo-problemas-com-divisores-comuns/1441. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6º e 7° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Número primo e Máximo Divisor Comum (MDC)

Estratégias de resolução:

a) O aluno irá verificar de quantas formas pode dividir a quantidade de convidados de cada família. A família Pereira, por exemplo, com 24 convidados pode ser dividida em grupos de 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24. A família Oliveira, com 60 convidados, pode ser dividida em grupos de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 15, 20, 30 e 60. Os Silva, com 108 convidados, podem ser divididos em grupos de 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 24 e 108. Os divisores comuns são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12. Assim, o maior número de cadeiras que podem ser colocadas por mesa seria de 12 convidados.

b) Se na família Pereira tivéssemos 23 convidados, esse número só permitiria divisão por 1 e 23, já que ele é um número primo. Somente o 1 é divisor comum entre 23, 60 e 108. Assim, não haveria como realizar a divisão exata por mesas sem misturar as famílias e colocar uma mesa com um convidado seria inviável.

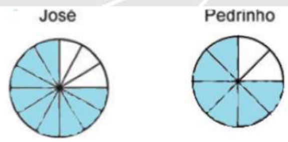
Recomendações ao professor: O professor deve deixar os alunos livres para definirem suas estratégias, e o intuito aqui é que os alunos percebam que há conjuntos de números que tem somente o número 1 como divisor comum, assim o professor pode definir o que é o número primo e também formalizar o conteúdo de máximo divisor comum.

Como extensão do problema, o professor pode aplicar o problema complementar a seguir para poder analisar como os alunos se desenvolvem ao encontrar o maior divisor comum e quais as estratégias usam para isso.

Problema complementar: Luan está organizando uma festa de aniversário e foi produzido 120 brigadeiros e 66 beijinhos para serem distribuídos aos convidados. Mas Luan deseja que estes doces sejam distribuídos em embalagens que devem conter a mesma quantidade de docinhos, e cada embalagem deve conter somente um tipo de doce. Qual a quantidade máxima de docinhos deve conter em cada embalagem para que isso ocorra?

Imprimir / Salvar PDF

QUEM COME MAIS PIZZA?



Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho. Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis. José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então:

(A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.

(B) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.

(C) Pedrinho comeu o triplo do que José comeu.

(D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.

Referência: Prova Brasil de Matemática – 9º ano: números e operações/álgebra e funções. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/2735/prova-brasil-de-matematica-9-ano-numeros-e-operacoesalgebra-e-funcoes?gclid=Cj0KCQiAosmPBhCPARIsAHOen-N5dOYPlqivG8IQku4q-haBQOga5yF8YMxTAKxRBAQIJMQGgVETeusaAt–EALw_wcB. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Frações equivalentes

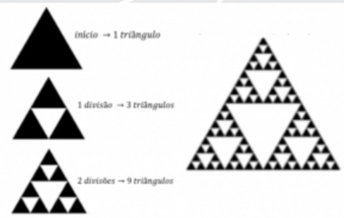
Estratégias de resolução: O aluno pode resolver o problema realizando a representação em desenho de cada fração de pizza comida por José e Pedrinho, igual a imagem de abertura deste problema. José comeu 9 de 12 pedaços e Pedrinho comeu 6 de 8 pedaços de pizza. Assim, realizando a comparação dos desenhos eles chegariam à conclusão de que é a mesma quantidade. Portanto, Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.

Recomendações ao professor: Utilizando os desenhos, o professor pode apresentar a escrita em forma de fração, e ensinar seus alunos a simplificar cada uma delas em frações irredutíveis. Assim, chegariam à conclusão de que a fração reduzida das duas frações apresentadas têm o mesmo resultado, ou seja: (9/12=3/4=6/8). Nesse momento, o professor pode formalizar as frações equivalentes.

Como extensão do problema, o Professor poderia propor um novo problema em que José e Pedrinho não comem a mesma quantidade de pizza. Assim, os alunos poderiam escrever as frações correspondentes e analisar se são equivalentes.

Imprimir / Salvar PDF

TRIÂNGULO



A partir de um triângulo equilátero traça-se segmentos unindo os pontos médios de cada um de seus lados, dividindo-o em quatro partes iguais, das quais retira-se a parte central.

a) Quantos triângulos restaram em seu interior, em uma divisão?

b) E em duas divisões, quantos triângulos restariam em seu interior?

c) Ao se repetir o processo infinitas vezes quantos triângulos vão sendo formados no interior, em cada divisão?

d) Matematicamente, o que é possível destacar a partir de cada divisão?

Referência: MELO, Marcela Camila Picin de. **A resolução de problemas:** uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra; Número; Geometria

A partir de que série o problema é recomendado: 6° e 8° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Potenciação de base três, e também, fractal e Triângulo de Sierpinski

---

Estratégias de resolução:

Pode ser resolvido por meio de uma tabela, contendo os triângulos, em cada divisão realizada:

QUANTIDADE DE DIVISÕES EM PARTES IGUAIS	QUANTIDADE DE TRIÂNGULOS OBTIDOS
0	1 TRIÂNGULO
1	3 TRIÂNGULOS
2	9 TRIÂNGULOS
3	27 TRIÂNGULOS

Outra opção seria utilizando uma operação matemática:

início: 1 triângulo

1 divisão: 3×1=3 triângulos

2 divisões: 3×3=9 triângulos

3 divisões: 3x3x3=27 triângulos

O processo segue infinitamente, até que se deseje realizar as divisões em partes iguais. A cada nova divisão, o número de triângulos anteriores é multiplicado por três.

Nesse momento, o professor pode definir que a estrutura geométrica criada por eles se refere a um fractal, assim é possível explorar suas características e analisar o comportamento matemático. A potenciação de base três é a multiplicação do 3 de acordo com a quantidade indicada pelo expoente.

Recomendações ao professor: Caso os alunos apresentem apenas a resolução com operações, o professor pode construir a tabela e ir associando a ideia de potenciação, chegando à potência de base três. Se os alunos montarem a tabela, o professor pode realizar a construção da multiplicação juntamente com os alunos, chegando também na ideia de potência.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar um aplicativo ou o site do geogebra para desenhar o que se diz no enunciado deste problema. Nesse caso, o professor pode construir juntamente com eles ou, ainda, ensiná-los o passo a passo para construção.

Imprimir / Salvar PDF

GASOLINA

O preço do combustível na cidade WW está R$ 5,20 o litro. Para ir até a cidade YY, Paulo gasta 4 litros de combustível e para a cidade XX ele gasta 10 litros. Qual o valor que Paulo gasta para ir para cada cidade?

Referência: Do autor

Unidade temática (conforme BNCC): Geometria

A partir de que série o problema é recomendado: 8º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Função de 1° grau

Estratégias de resolução:

Os alunos podem calcular a soma dos valores até chegar ao valor necessário, por exemplo: se ele sabe que o valor de um litro custa R$ 5,20, então para 4 litros bastaria somar (5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 = 20,80), ou ainda, multiplicar o valor de 1 litro por 4, ou seja, 4 x 5,20= 20,80. Da mesma forma, ele pode fazer para 10 litros e realizar a soma (5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 = 52,00)ou multiplicar o valor de 1 litro por 10 (10 x 5,20 = 52,00).

Recomendações ao professor: O professor pode utilizar-se da resolução deste problema para sistematizar o que é uma função do 1° grau. Para isso, ele pode construir uma tabela com o resultado dos valores obtidos pelos alunos, de acordo com a quantidade de litros e o preço a pagar. Com isso, o professor pode questionar qual seria o preço a pagar para 1 litro, para 2 litros e assim por diante, até encontrar o valor para *n* litros. Assim, é possível obter a função do 1° grau e fazer a sua formalização.

Quantidade de litros	Preço a pagar	Preço (R$) total
1	1 x 5,20	5,20
2	2 x 5,20	10,40
4	4 x 5,20	20,80
10	10 x 5,20	52,00
.	.	.
.	.	.
n	P= *n x* 5,20	P

Sugere-se apresentar a definição de função do 1° grau, em que P é o preço total a pagar de acordo com a quantidade de litros gastos.

Como extensão do problema, o professor pode realizar os seguintes questionamentos para formalizar alguns conceitos relacionados à Função do 1° grau, como o que é variável ou função, entre outros.

a) Qual é o significado de x presente no quadro? (Objetivo específico: Perceber que x representa uma quantidade qualquer de litros de gasolina comprados, ou seja, x é variável).

b) x é um valor fixo ou um valor variável? Por quê? (Objetivo específico: Ressaltar a ideia de que x é uma variável, ou seja, x varia de acordo com a quantidade de litros de gasolina comprados).

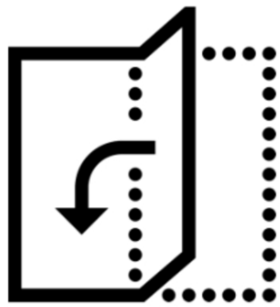
c) Qual é o preço a pagar por x litros de gasolina comprados? (Objetivo específico: Perceber que, neste caso, não é possível obter um valor numérico para o preço a pagar, já que, x é variável). O que é possível é estabelecer uma relação de dependência entre o preço a pagar e a quantidade de litros de gasolina comprados.

d) Do que depende o preço total a pagar? (Objetivo específico: Relacionar o preço a pagar e a quantidade de litros comprados).

e) Para cada quantidade x de litros de gasolina comprados, existirá um único valor a pagar? Por quê? (Objetivo específico: Retomar a ideia de função).

Imprimir / Salvar PDF

DOBRADURAS



Ao dobrar cinco vezes ao meio, uma folha de papel retangular, em quantos retângulos a folha ficará dividida? Façam observações sobre cada dobra feita e sobre a quantidade de retângulos que foi sendo produzida.

Referência: MELO, Marcela Camila Picin de. A resolução de problemas: uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Geometria; Grandezas e Medidas

---

A partir de que série o problema é recomendado: 6º e 7° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Potência de base 2

Estratégias de resolução:

Conforme os alunos vão realizando as dobras:

Opção 1: Eles podem construir uma tabela para organizar os resultados que vão surgindo:

DOBRAS NO PAPEL	TOTAL DE RETÂNGULOS
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Opção 2: Uma lista organizada:

nenhuma dobra 1 retângulo

uma dobra 2 retângulos

duas dobras 4 retângulos

três dobras 8 retângulos

quatro dobras 16 retângulos

cinco dobras 32 retângulos

Opção 3: Operação de multiplicação:

2×1=2

2×2=4

2×4=8 ou 2x2x2=8

2×8=16 ou 2x2x2x2=16

2×16=32 ou 2x2x2x2x2=32

A quantidade de retângulos formada após cada dobra é sempre o dobro da quantidade anterior. Em geral, os alunos não fazem a multiplicação sucessiva de fatores iguais, pois utilizam o valor anterior para continuar a resolução.

Recomendações ao professor:

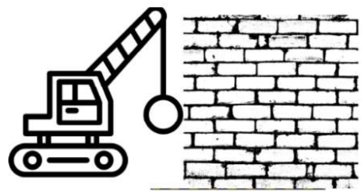
O professor pode utilizar a resolução do aluno e a partir dela descrever as multiplicações utilizando a mesma base, para assim, sistematizar a potenciação de base 2.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar site de jogos como por exemplo, https://www.coquinhos.com/merge-to-million-potencias-de-2/play/[1], que contém jogos matemáticos e neste link em específico, leva para o jogo de potências de base 2.

[1]Potências de 2. **Coquinhos: Jogos educativos**, 2022. Disponível em: https://www.coquinhos.com/merge-to-million-potencias-de-2/play/. Acesso em: 30 de abril de 2022.

Imprimir / Salvar PDF

DESCONSTRUINDO



Quantos cubinhos devo colocar em cada dimensão do cubo grande, para que ele tenha o total de cubinhos pedidos?

- 8 cubinhos no total
- 64 cubinhos no total
- 125 cubinhos no total
- 216 cubinhos no total

Expliquem as estratégias que utilizaram.

Referência: MELO, Marcela Camila Picin de. A resolução de problemas: uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de “Potenciação e radiciação” com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Grandezas e Medidas

---

A partir de que série o problema é recomendado: 6°, 7° e 8° ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Raiz cúbica

Estratégias de resolução: Para obter a quantidade de cubinhos em cada dimensão, basta determinar um número que, ao ser multiplicado por ele mesmo três vezes, dê o resultado pedido, já que o cubo tem todas as dimensões com a mesma medida.

2x2x2=8, 2 cubinhos em cada dimensão

4x4x4=64, 4 cubinhos em cada dimensão

5x5x5=125, 5 cubinhos em cada dimensão

6x6x6=216, 6 cubinhos em cada dimensão

Recomendações ao professor: A intenção é que os alunos entendam que é uma operação inversa da potência de expoente igual a 3. O professor pode auxiliar os alunos a entenderem as características de um cubo, ou seja, que ele possui altura, base e profundidade com mesma medida. Isso facilita os alunos a entenderem que precisam encontrar essa medida lateral, cujo valor multiplicado por ele mesmo três vezes, determina a raiz cúbica.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar do cubo mágico para que os alunos consigam visualizar o cubo e assim, formar os cubos com a quantidade de cubinhos que se pede no enunciado. Existem vários sites disponíveis para que os alunos possam manipular o cubo mágico.

Imprimir / Salvar PDF

CONSTRUÇÃO E DESCONSTRUÇÃO

Vocês são profissionais da construção. Uma pessoa contrata seu serviço, porém diz apenas a quantidade total de tijolos quadrados, e que deseja um muro quadrado. Qual a quantidade de tijolos necessária no alicerce (base) de um muro quadrado que tenha 25, 38, 49 e 64 tijolos no total? Escrevam as conclusões a que vocês chegaram.

Referência: MELO, Marcela Camila Picin de. A resolução de problemas: uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de “Potenciação e radiciação” com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Grandezas e Medidas

---

A partir de que série o problema é recomendado: 6° e 8º ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Ideia de área de um quadrado perfeito, potência de expoente igual a dois e assim, chegar na ideia de raiz quadrada e sua relação em relação a medida lateral de um quadrado perfeito.

Estratégias de resolução:

Espera-se que eles reconheçam que é necessário encontrar a base e a altura desse muro quadrado, pois, tem-se apenas o valor do total do m² desse muro quadrado, e que por se tratar de um quadrado ele deve ter altura e base iguais, assim, encontrar o valor que represente cada medida, e que ao multiplicar dê o valor da quantidade de tijolos dadas no enunciado. Assim, que eles reconheçam a operação inversa da potenciação, claro que eles podem apenas fazer os cálculos e o professor fazer essa comparação e formalização.

Utilizando do pensamento de que os valores tem que ser iguais da base e altura, ele podem realizar as operações abaixo e encontrar o seguinte:

$5\times5=25$, 5 tijolos na base, e 5 de altura;

38 não tem resposta cujo número seja inteiro;

$7\times7=49$, 7 tijolos na base;

$8\times8=64$, 8 tijolos na base.

Os alunos podem também representar com desenho, utilizando até mesmo uma folha quadriculada.

Recomendações ao professor:

O professor pode usar a resolução do aluno transformar em potência de expoente igual a dois, e concluir que área de um quadrado pode ser descrito com a medida da base multiplicado pela altura, o professor também pode utilizar de papel quadriculado para que os alunos possam apresentar seus cálculos de forma visual. O professor também pode formalizar a ideia de raiz quadrada, como um cálculo inverso da potenciação, utilizada para encontrar o número que quando multiplicado por ele mesmo dê o valor da raiz.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar essa mesma ideia e formalizar o que significa ser um número quadrado perfeito, e como utilizar o mínimo múltiplo comum (MMC) para definir se um número é ou não um número quadrado perfeito. (Que seria tirar o MMC do número e agrupar as potências do resultado do MMC, se todos expoente for par, o número é um número quadrado perfeito).

GRANDE TORNEIO

Os alunos do 8° ano propuseram um torneio, no qual o desafio foi criar um jogo com personagens de um desenho animado. Cada jogo que rodasse corretamente seria atribuído 3 pontos e para cada jogo que não rodasse seria atribuído de -2 pontos. Sabendo que, ao final do torneio, a pontuação de jogos que rodaram foi de 75 pontos, dos 40 jogos criados, quantos rodaram corretamente e quantos não rodaram?

Referência: PLANOS DE AULA. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/KyjhaZJ8p3wvVnnvtfXzvszPmkjGv5WjhbU6NwyxrQSU58gGSz2M72WW9J4A/resol-ativaula-mat8-26rdp03.pdf. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra

A partir de que série o problema é recomendado: 8º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Sistemas de equação

Estratégias de resolução:

1ª resolução) Poderia ser realizada pelos alunos utilizando tentativa e erro:

Se 33 jogos rodam + 7 jogos não rodam, 3.33=99 e -2.7=-14, logo 99-14=85 pontos.

Se 32 jogos rodam + 8 jogos não rodam, 3.32=96 e -2.8=-16, logo 96-16=80 pontos.

Se 31 jogos rodam + 9 jogos não rodam, 3.31=93 e -2.9=-18, logo 93-18=75 pontos.

2ª resolução) Os alunos podem utilizar de uma tabela listando todas as opções até encontrar uma opção que encaixe a quantidade de jogos que rodam somados com o que não rodam, no total de 40 jogos, e a soma das pontuações:

- Como o total é de 75 pontos, ou seja, não pode ser um número negativo, a tabela pode ser iniciada com 20 jogos que rodam e 20 jogos que não rodam, e assim, avaliar se é necessário aumentar ou diminuir essa quantidade até encontrar o valor de 75 pontos.

JOGOS QUE RODAM X 3 pontos	JOGOS QUE NÃO RODAM X (-2) pontos	TOTAL DE JOGOS	TOTAL DE PONTOS
20×3=60	20x(-2)=-40	20+20=40	60-40=20
25×3=75	15x(-2)=-30	25+15=40	75-30=45
30×3=90	10x(-2)=-20	30+10=40	90-20=70
31×3=93	9x(-2)=-18	31+9=40	93-18=75

Desse modo, o aluno irá concluir que 31 jogos rodaram e 9 não rodaram.

Recomendações ao professor:

Deixar os alunos discutirem as resoluções, após, o professor pode questionar se todas as soluções apresentadas estão corretas e se existe outra possibilidade de resolução. Se os alunos fizerem por tentativa e erro, o professor pode questionar se há alguma forma de organizar esses resultados. Assim, com essa organização o professor poderá encaminhar a sistematização do conteúdo.

Chame de x a quantidade de jogos que rodaram. Chame de y a quantidade de jogos que não rodaram. O total de jogos é 40, logo temos: (I) $x+y=40$.

Cada jogo que rodar somará 3 pontos: $3x$. Cada jogo que não rodar resultará -2: $-2y$.

Se a pontuação de jogos que rodaram é 75, logo (II) $3x-2y=75$.

Montar um sistema de equação e resolver por meio do método da adição:

$x+y=40.(-3)$

$-3x-3y=-120$

$-5y=-45 \rightarrow y=9$

$3x-2y=75$

$3x-2y=75$

Substituindo $y=9$

$x+9=40 \Rightarrow x=40-9 \Rightarrow x=31$

Ou montar um sistema de equação e resolver por meio do método da substituição:

$x+y=40$ (I)

$3x-2y=75$ (II)

Isolando x em (I): $x=40-y$

Substituindo (I) em (II):

$3.(40-y)-2y=75 \Rightarrow 120 -3y-2y=75 \Rightarrow -5y=75-120 \Rightarrow y=-45-5 \Rightarrow y=9$

Substituindo $y=9$ em (I):

$x+9=40 \Rightarrow x=40-9 \Rightarrow x=31$

O professor pode explorá-lo conforme seu objetivo, para trabalhar o método da adição ou o método da substituição, ou ainda ambos.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar o problema para explorar o gráfico de um sistema de equações com duas variáveis, o professor pode utilizar-se do geogebra para realizar a representação ou até mesmo realizar no quadro da sala de aula ensinando seus alunos a desenhar o gráfico da maneira correta.

Imprimir / Salvar PDF

CUBO MÁGICO

Observando o cubo mágico, quantos cubinhos são necessários para a construção do cubo mágico grande? Expliquem o raciocínio utilizado para chegar a este resultado.

Referência: MELO, Marcela Camila Picin de. A resolução de problemas: uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de “Potenciação e radiciação” com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Grandezas e Medidas.

A partir de que série o problema é recomendado: 6º e 7° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Ideia de Volume e a potenciação de expoente igual a 3.

Estratégias de resolução:

Para esta atividade, é interessante que os alunos manipulem o cubo mágico entendendo as dimensões, sem se preocupar com as cores. Eles deverão perceber que para obter o total de cubinhos é necessário multiplicar as dimensões: base, altura e profundidade.

Como o cubo mágico em questão tem largura=3, altura=3 e profundidade=3, assim, 3x3x3=27, ou seja, um total de 27 cubinhos. O professor, consegue assim, relacionar esses valores ao conceito de volume.

Recomendações ao professor:

O professor pode usar a resolução do aluno e escrevê-la como uma potência de expoente 3, concluindo no momento de formalização que o volume do cubo é dado pela multiplicação das medidas de seus lados (altura, largura e profundidade). O professor pode alterar o tamanho dos lados até chegar na generalização da fórmula de volume.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar-se do mesmo problema para se pensar na ideia de raiz cúbica, trazendo a definição de raiz cúbica e dando exemplos de outros cubos com outros valores de volumes, por exemplo, tenho um cubo com volume igual a 64 m³, como encontrar o valor que representa a largura, altura e profundidade, que quando multiplicados resulte em 64? E com este pensamento, o professor conseguirá formalizar a ideia de raiz cúbica.

Imprimir / Salvar PDF

QUE PESO[1] TEM?

João e Cândida estão usando uma balança analógica (balança que possui ponteiros, como na imagem abaixo), para pesar suas mochilas. Quando pesadas separadamente, a balança mostra 3 kg e 2 kg. Quando são pesadas juntas, a balança mostra 6 kg. “Isso não pode estar certo,” disse Cândida. “Dois mais três não é igual a seis!”. “Você não está vendo?” respondeu João. O valor no visor da balança analógica não está no zero. Quanto as mochilas pesam de fato?

Referência: DORICHENKO, Sergey. **Um círculo Matemático de Moscou:** Problemas semana-a-semana. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. 247 p.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 7º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Adição algébrica com Números Inteiros

Estratégias de resolução:

Os alunos podem pensar da seguinte forma:

João 3 kg

Cândida 2 kg

E juntos pesam 6 kg

O fato de que o ponteiro da balança não está no zero significa que a leitura na balança interfere nos dois casos com a mesma quantidade. Assim, os alunos poderão criar uma tabela, por exemplo, e simular valores:

Situação 1 – pesadas juntas			Situação 2 – pesadas separadamente			
ponteiro balança início	ponteiro balança	peso das mochilas (real)	ponteiro balança início	Mochila 1	Mochila 2	peso das mochilas (real)
-0,5kg	6 kg	6,5kg	-0,5kg	3kg (3,5kg)	2kg (2,5kg)	6kg
-1kg	6kg	7kg	-1kg	3kg (4kg)	2kg (3kg)	7 kg

Portanto, o ponteiro da balança estaria marcando 1 kilo a menos e as mochilas pesam, respectivamente, 4kg e 3kg.

No momento da formalização, após a apresentação das resoluções dos grupos na lousa, o professor pode indicar essa quantidade desconhecida por x. O peso real da primeira mochila não é conhecido, mas quando adicionado x a ele, a balança marca 2kg. Do mesmo modo, a soma de x com o peso verdadeiro da segunda mochila resulta em 3kg. A soma dos dois pesos (das duas mochilas) resulta em 5kg, que difere x+x da soma dos pesos verdadeiros. Ao pesar as duas mochilas ao mesmo tempo, o resultado é 6kg, que difere x da soma dos pesos verdadeiros.

Então x=-1: a balança mostra 1kg a menos do que o peso verdadeiro. Logo, os pesos corretos das mochilas são 3kg e 4kg.

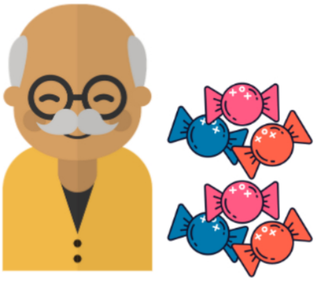
Recomendações ao professor: O professor pode realizar questionamentos aos seus alunos de forma que pensem sobre como resolver o problema. Eles podem utilizar, primeiramente, a tentativa e erro para encontrar a solução. Incentivar que os alunos pensem no valor negativo, pois a balança está marcando um valor antes do número zero. Após a discussão das resoluções o professor pode sistematizar a ideia de adição algébrica com Números Inteiros.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar o problema para falar sobre as propriedades da adição algébrica com Números Inteiros, como a propriedade comutativa da adição, a propriedade associativa da adição e a propriedade do elemento neutro da adição, fazendo a formalização de todas elas. Pode-se também realizar a formalização de sistema de equações com duas incógnitas a partir das resoluções dos alunos.

[1]Neste problema está sendo considerada a compreensão cotidiana de peso e não o conceito físico.

Imprimir / Salvar PDF

DOCINHO DO VOVÔ



Gumercindo deu 59 balas de presente para a sua netinha. Os sabores eram os favoritos da neta: melão e caramelo. Para que ela não comesse todas as balas de uma só vez, o avô resolveu dividi-las em vários saquinhos conforme o sabor. Nos saquinhos das balas de melão, ele colocou 9 balas e no saquinho das balas de caramelo, 4. Quantas balas de cada sabor a menina ganhou? E em quantos saquinhos elas foram separadas?

Referência: PROBLEMAS DE ÁLGEBRA. **Problemoteca**, 2022. Disponível em: https://problemoteca.wixsite.com/problemoteca/problemas-de-lgebra-. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6º ano do Ensino Fundamental

---

Conteúdo(s): Expressão numérica

Estratégias de resolução:

Os alunos podem utilizar a tentativa e erro para resolução deste problema, primeiramente fazendo grupos com 9 balas de melão e 4 de caramelo e somando-os até chegar próximo de 59 balas. Veja a imagem abaixo:

9 melão +4 caramelo = 13

9 melão +4 caramelo = 13

9 melão +4 caramelo = 13

total 39

39+13=52 => Se somar mais 4, o total seria 56 e sobraria 3. Assim, terá que pensar em outra composição pois tem que resultar o total de 59 sem sobras.

Se somando mais 2 sacos de balas de caramelo temos mais 8 balas, teríamos então 39+8=47, verificando quanto falta para 59 balas temos 59-47=12, logo, se somar mais 3 saquinhos de caramelo teremos 47+12=59. Assim, teremos 8 sacos de bala de caramelo e 3 sacos de bala de melão, somando 59 balas.

Assim, ela ganhou 8.4=32 balas de caramelo e 3.9=27 balas de melão.

A formalização deste problema deve ocorrer com a exploração do que é uma expressão numérica, bem como de suas características e elementos.

Recomendações ao professor: Utilizando a resolução dos alunos com os cálculos para encontrar a solução, fazer uma discussão sobre em cima da expressão numérica. Indicar que o total das 59 balas pode ser escrito como da forma 8.4+3.9=59. Em seguida, explicar sobre as características de uma expressão numérica e, utilizando o problema, falar sobre a ordem de resolução das operações básicas dentro de uma expressão numérica.

Como extensão do problema o professor pode utilizar da expressão numérica para sistematizar a ideia de equação com duas incógnitas, em turmas de 8º ano. Dessa forma, o aluno deve perceber que o total de 59 balas será a soma de pacotes com 9 balas de melão e 4 balas de caramelo, ou seja, 9.M+4.C=59, em que M representa as balas de melão, e C as de caramelo. Destaca-se que o problema deve ser proposto antes dos alunos conhecerem como resolver equações com duas incógnitas. Esse conteúdo será formalizado apenas depois da plenária, junto com os alunos. Assim, um possível caminho seria partir de valores determinados para *M* e observar o que ocorre com *C,* ou seja, se:

M=1 => 9.1+4.C=59 => 4.C=59-9 => C=504=> C=12,5, que não é um número inteiro, logo a solução não é possível, pois as balas não podem ser divididas.

M=2=> 9.2+4.C=59 => 4.C=59-18 => C=41/4 => C=10,25, que também não é inteiro.

M=3=> 9.3+4.C=59=>4.C=59-27=>C=32/4=>C=8, um valor inteiro.

Os alunos podem continuar verificando se há outras soluções:

M=4=>9.4+4.C=59=> 4.C=59-36=>C=23/4=>5,75 não é inteiro.

M=5=>9.5+4.C=59=> 4.C=59-45=>C=14/4=> C=3,5 não é inteiro.M=6 => 9.6+4.C=59=>4.C=59-54=>C=5/4=>C=1,25 não é inteiro.

M=7=> 9.7+4.C=59=> 4.C=59-63 (os resultados a partir daqui são valores negativos, e não tem como haver balas negativas nos saquinhos, então, a única solução possível é *M=3* e C=8, que representam a quantidade de saquinhos de balas de melão e de balas de caramelo. Para saber o total de balas de melão basta multiplicar 9.3=27, e o total de balas de caramelo é igual a 4.8=32.

Imprimir / Salvar PDF