ppgmat

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TAMARA CRISTINA SANTI KOGA

O USO DE PROBLEMAS GERADORES: UM ESTUDO PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA PROBLEMOTECA

LONDRINA
2023

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

TAMARA CRISTINA SANTI KOGA

O USO DE PROBLEMAS GERADORES: UM ESTUDO PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA PROBLEMOTECA

THE USE OF GENERATIVE PROBLEMS: A STUDY FOR THE CONSTRUCTION OF A PROBLEM LIBRARY

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *campi* Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Andresa Maria Justulin.

LONDRINA
2023

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

TAMARA CRISTINA SANTI KOGA

O USO DE PROBLEMAS GERADORES: UM ESTUDO PARA A CONSTRUÇÃO DE UMA PROBLEMOTECA.

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 27 de Abril de 2023

Andresa Maria Justulin, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Eliane Maria De Oliveira Araman, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Flavia Sueli Fabiani Marcatto, Doutorado - Universidade Federal de Itajubá - Unifei (Unifei

À minha família, que são os meus maiores incentivadores. Aos meus amigos, que sempre me apoiaram. À minha mãe, que de onde estiver sei que estará sempre torcendo por mim.

AGRADECIMENTOS

Mais um ciclo se encerra. Olhando para trás, vejo que todo o esforço valeu a pena! Gostaria de agradecer a todos que participaram desta caminhada e me incentivaram, sem vocês nada disso seria possível.

Agradeço a Deus por sempre estar à frente de tudo o que acontece em minha vida.

Gostaria de agradecer à minha Professora Orientadora Dra. Andresa Maria Justulin, por me escolher na seleção de mestrado e acreditar que seria possível, e por ter tido paciência durante o processo. Sem suas orientações nada disso teria se concretizado.

Às professoras Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman e Dra. Flávia Sueli Fabiani Marcatto, que participaram da minha banca de qualificação contribuindo com suas observações e sugestões.

A todos os professores do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), por me proporcionarem discussões, apresentações e contribuírem para a construção do meu conhecimento

Quero agradecer aos meus familiares: principalmente ao meu Pai Aguinaldo, à minha Vó Maria, à minha prima Francielle, ao meu tio Adalberto, à Alaíde, à minha sogra Vilma e ao meu sogro Márcio, e à minha irmã Thais, por estarem sempre presentes, me aconselhando e incentivando minha vida.

Ao meu marido e maior apoiador Michael Felipe Koga, sempre ao meu lado, sendo meu alicerce.

À minha cunhada Mariane, que me incentivou a ingressar no mestrado.

Ao PPGMAT pelo financiamento que foi concedido para a criação do produto educacional desta pesquisa.

A todos, os meus sinceros agradecimentos!

“Se a educação sozinha, não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda” (FREIRE, 2000, p. 67).

KOGA, Tamara Cristina Santi. **O uso de Problemas Geradores:** Um estudo para a construção de uma Problemoteca. 2023. 131 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

RESUMO

A presente pesquisa tem como objetivo geral compreender como professores dos anos finais do Ensino Fundamental escolhem e utilizam problemas matemáticos, apoiando assim a organização de uma Problemoteca (uma biblioteca contendo problemas geradores) levando em conta a forma que esses professores realizam esta seleção. A pesquisa é de caráter qualitativo e os participantes da pesquisa foram quatro discentes do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), ingressantes no ano de 2022, professores dos anos finais do Ensino Fundamental. Como instrumentos de produção de dados foram utilizados um questionário e entrevistas semiestruturadas. Para a análise dos dados utilizou-se da Análise Textual Discursiva (ATD) e o *corpus* da pesquisa foi constituído pelas respostas ao formulário e diálogos obtidos a partir das transcrições das entrevistas, realizadas pela plataforma *Google Meet* e por conversas por meio do aplicativo de mensagens *Whatsapp*. A partir disso foi realizada a unitarização, categorização e a comunicação dos dados. Os resultados indicam que os professores ainda utilizam muito o livro didático escolhido pela escola e materiais prontos que o governo disponibiliza. Em relação ao momento de utilização do problema, mesmo os professores que utilizam problemas no início das aulas, o fazem para a aplicação de um conteúdo apresentado previamente e não como construção de um novo conhecimento, ou os utilizam para explicar e resolver o problema com os alunos, não oportunizando um espaço para que realizem suas próprias conexões e construção de conhecimento. O produto educacional desta pesquisa foi a organização da Problemoteca, uma biblioteca de problemas geradores, contendo a indicação do ano escolar, da habilidade da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), da unidade temática, do conteúdo envolvido, das estratégias de resolução para cada problema e orientações ao professor em relação à aplicação do problema apresentado. Espera-se, com a disponibilização da Problemoteca, que cada vez mais professores e alunos de graduação busquem a utilização de problemas geradores para a introdução e o desenvolvimento de conteúdos matemáticos em sala de aula, possibilitando o raciocínio matemático e autonomia dos alunos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Problema Gerador. Ensino Fundamental. Resolução de Problemas.

KOGA Tamara Cristina Santi. **The use of Generative Problems:** A study for the construction of a Problem Library. 2023. 131 p. Dissertation (Master's degree in Mathematics Education) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

ABSTRACT

This research has the general objective of understanding how teachers in the final years of Elementary School choose and use mathematical problems, thus supporting the organization of a Problemoteca (a library containing generative problems) taking into account how these teachers make this selection. The research is of a qualitative nature and the research participants were four students of the Postgraduate Program in Mathematics Teaching (PPGMAT), entering in the year 2022, teachers of the final years of elementary school. A questionnaire and semi-structured interviews were used as instruments of data production. For the data analysis it was used the Textual Discourse Analysis (ATD) and the corpus of the research was constituted by the answers to the form and dialogues obtained from the transcripts of the interviews, carried out by the Google Meet platform and by conversations through the Whatsapp messaging application. From this, the unitarization, categorization, and reporting of the data was performed. The results indicate that teachers still use a lot of the textbook chosen by the school and ready-made materials that the government makes available. In relation to the moment of using the problem, even the teachers that use problems at the beginning of the classes, do it for the application of a content previously presented and not as a construction of a new knowledge, or use them to explain and solve the problem with the students, not providing a space for them to make their own connections and build knowledge. The educational product resulting from this research was the organization of the Problemoteca, a library of generative problems, containing the indication of the school year, the skill from the Base Nacional Comum Curricular (BNCC), the thematic unit, the content involved, the resolution strategies for each problem and guidelines for the teacher regarding the application of the problem presented. It is expected that, with the availability of Problemoteca, that more and more teachers and undergraduate students will seek the use of generative problems for the introduction and development of mathematical content in the classroom, enabling mathematical reasoning and student autonomy.

Keywords: Mathematics Education. Generative Problem. Elementary School. Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ATD	Análise Textual Discursiva
BDTD	Banco Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos
CONEP	Conselho Nacional de Ética em Pesquisa
EJA	Educação de Jovens e Adultos
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
GTERP	Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas
MEAAMaRP	Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas
MP	Mestrado Profissional
NCTM	National Council of Teachers of Mathematics
OBMEP	Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PE	Produto Educacional
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TCUISV	Termo de Consentimento para Utilização de Imagem, Som e Voz
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
US	Unidades de Significado

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Há muitos anos a Resolução de Problemas[1] tem sido indicada em documentos oficiais (BRASIL, 1998, 2018) e por pesquisadores (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, 2009, 2011, ALLEVATO; ONUCHIC, 2021), recomendando seu uso em sala de aula, como é o caso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas[2]. Essa abordagem de ensino sempre me[3] chamou a atenção desde as oficinas de estágio que realizei durante a minha graduação entre 2012 e 2017, na Universidade Estadual de Londrina (UEL), e ao longo da minha participação no PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), em que pude vivenciar as diferentes práticas em sala de aula, realizadas por diversos professores.

Com isso, observei que a maioria deles trabalhavam com aulas expositivas, sem utilizar de abordagens diferenciadas, e muitos alunos relatavam não gostar das aulas de Matemática, criando uma aversão por não entenderem a construção de diversos conteúdos ensinados em sala de aula. Os problemas apresentados geralmente eram problemas de aplicação e de fixação de conteúdo. Assim, o ensinar Matemática *através* da Resolução de Problemas me trouxe uma nova perspectiva de ensino, me motivou a querer fazer a diferença para meus alunos, considerando que o uso de problemas geradores poderia proporcionar um maior entendimento no momento de iniciar um conteúdo novo em sala de aula.

Desde 2013, leciono nos Ensinos Fundamental e Médio na rede estadual do Paraná, por meio do Processo Seletivo Simplificado (PSS), e no segundo semestre de 2021 pude conhecer o PPGMAT e realizar duas disciplinas como aluna externa. Neste caminho, muito ainda me incomodava o ensino tradicional nas salas de aulas, o que me levou a algumas inquietações: “Como pode uma Metodologia tão enriquecedora não ser utilizada em sala de aula por todos os professores?”, “Como trazer o estudante como protagonista e construtor do seu próprio conhecimento?” e “Como eu poderia agir de forma que esse método de ensino não fosse visto como algo difícil e trabalhoso, e pudesse viabilizá-lo para que mais professores o utilizassem?”.

---

[1] Será utilizada a escrita com iniciais em letras minúsculas ao se referir à atividade de resolver problemas e letras maiúsculas para indicá-la como teoria ou metodologia de ensino.
[2] Ao longo do texto a sigla MEAAMaRP será utilizada ao fazer referência a essa metodologia.
[3] Nessa parte do texto, por se tratar de experiências pessoais da autora, será utilizada a escrita na primeira pessoa do singular.

Há também uma grande dificuldade em encontrar problemas que não sejam propostos apenas para aplicação de conteúdo, que aparecem em grande quantidade nos livros didáticos. Quando se procura por problemas em *sites*, comumente poucos são confiáveis e raramente são problemas que partem dos conhecimentos prévios dos alunos e possibilitam a construção de novos conceitos matemáticos a partir deles. Desafiada por esses questionamentos, a pesquisa começou a ser desenvolvida.

O objetivo geral da pesquisa é compreender como professores dos anos finais do Ensino Fundamental escolhem e fazem uso de problemas matemáticos, apoiando assim a organização de uma Problemoteca (uma biblioteca contendo problemas geradores) levando em conta a forma que esses professores realizam esta seleção. São objetivos específicos da pesquisa: identificar o que é considerado problema pelos professores e quais são as fontes de busca desses problemas por eles utilizados de forma a reconhecer possíveis contribuições para a melhoria da construção da Problemoteca.

Na seleção do acervo de problemas da Problemoteca apresenta-se o enunciado do problema, o ano escolar, as habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a unidade temática, conteúdo envolvido, possíveis estratégias de resolução dos alunos e orientações ao professor, com encaminhamentos para a formalização do conteúdo e possíveis extensões ao problema.

Essa dissertação divide-se em três seções: a primeira, trata do referencial teórico: com a diferenciação das tarefas em problemas, exercícios, investigação e exploração, de acordo com Ponte (2005); as principais características de problemas, conforme Boavida *et al.* (2008) e Woods (1996), que diferenciam problemas de exercícios. Em seguida, são trazidas as definições para problema, de acordo com os autores Cai e Lester (2012), Brasil (1998), Onuchic (1999), Pozo (1998) e Van de Walle (2009).

Posteriormente, apresentou-se as características de "bons" problemas, conforme Woods (1986), Vila e Callejo (2006), Onuchic e Allevato (2011), Son e Kim (2015), Silver (1994) e Rigelman (2007), sobre a seleção, formulação e proposição de problemas e como os documentos oficiais (BRASIL, 1998, 2018) trazem sobre a utilização da Resolução de Problemas em sala de aula. Ao final, discute-se sobre o uso de problemas geradores, utilizando-se da MEAAMaRP, desenvolvida pelos trabalhos do GTERP e apresentada nos trabalhos de Allevato e Onuchic (2009, 2011, 2021) seguido pela apresentação de como a formação inicial e continuada dos professores de Matemática são destacadas como contextos para o uso da Resolução de Problemas.

Na segunda seção é apresentado o percurso metodológico da pesquisa, os objetivos gerais e específicos, a questão de pesquisa, os participantes, os instrumentos de pesquisa, os procedimentos e métodos utilizados para a produção e análise dos dados.

Por fim, na terceira seção, destaca-se a organização da Problemoteca, como o *site* se desenvolveu durante a pesquisa e sua finalidade e uma biblioteca de problemas geradores para a utilização de professores. Para a análise dos dados foi utilizada a ATD e, assim, apresentou-se a constituição do *corpus* da pesquisa, das Unidades de Significado (US), das subcategorias e categorias de análise. Ao final, são trazidas as considerações finais da pesquisa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção apresenta-se o referencial teórico adotado na pesquisa. Foram priorizados estudos sobre a Resolução de Problemas, com destaque para a MEAAMaRP, cujo uso será sugerido aos participantes da pesquisa e para os problemas geradores.

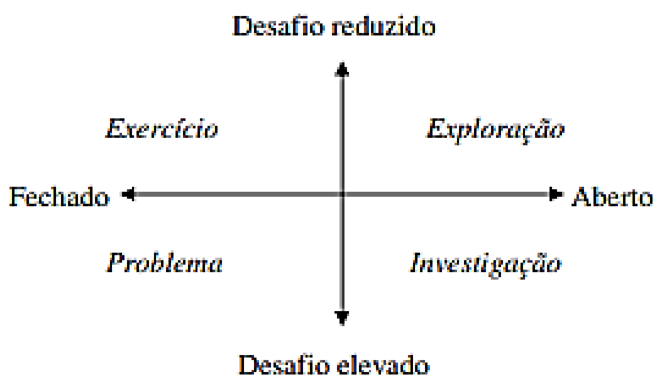
2.1 TAREFAS, PROBLEMAS E EXERCÍCIOS

Nesta subseção será apresentada uma diferenciação entre problemas e exercícios. Para isso, serão trazidas classificações a partir de autores como Ponte (2005), que parte da ideia de tarefa. Segundo o autor,

> Quando se está envolvido numa actividade, realiza-se uma certa tarefa. Uma tarefa é, assim, o objectivo da actividade. A tarefa pode surgir de diversas maneiras: pode ser formulada pelo professor e proposta ao aluno, ser da iniciativa do próprio aluno e resultar até de uma negociação entre o professor e o aluno (PONTE, 2005, p. 1).

Ainda, segundo Ponte (2005), as tarefas podem ser classificadas de duas formas: primeiro, por meio do nível de estruturação da tarefa que a leva a ser aberta ou fechada. E, segundo, pelo desafio matemático que produzem, podendo variar entre reduzido e elevado, por se tratar do que o aluno conhece, ou não, do processo de resolução. Sendo assim, Ponte (2005) propõe a seguinte classificação para tarefa matemática: (1) exercícios – tarefa fechada com desafio reduzido; (2) problema – tarefa fechada com desafio elevado; (3) exploração – tarefa aberta com desafio reduzido e (4) investigação – tarefa aberta com desafio elevado, conforme Figura 1:

Figura 1 - Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de estrutura



Fonte: Ponte (2005, p. 08).

Conforme a Figura 1 evidencia, a diferença entre uma *exploração* e uma *investigação* é o nível de desafio, assim como a diferença entre *exercício* e *problema.*

Boavida *et al.* (2008) também explicitam que se está diante de um problema quando não é possível resolver a situação com procedimentos conhecidos ou padronizados, e tem-se que encontrar novos caminhos para se chegar à solução. Para os autores, o importante é que os problemas tenham as seguintes características: (a) sejam de fácil compreensão pelos alunos, apesar de não ser simples e rápido de se resolver; (b) sejam motivadores e estimulantes cognitivamente; (c) possuam mais de uma forma de se obter a solução; (d) possam abranger diversos temas e conceitos (BOAVIDA *et al*., 2008), o que reforça o que foi apresentado até agora neste trabalho, adotado como norte desta pesquisa e durante a escolha de problemas para compor a Problemoteca.

Em relação a problemas, Woods (1986) salienta que um problema que usa apenas procedimentos memorizados caracteriza-se como exercício. Ou seja, o autor diferencia problema e exercício. Ainda, completa que ao resolver um problema não se tem algum procedimento memorizado. Os problemas devem ter contextos reais e o autor considera que, para o aluno, apenas ver problemas resolvidos e resolvê-los em seguida, ou utilizar-se de problemas parecidos, é algo ineficaz para o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas. Como demonstrado neste trabalho, concorda-se com esta visão acerca de problemas que vão de encontro aos referenciais teóricos de Cai e Lester (2012), Brasil (1998), Onuchic (1999), Pozo (1998) e Van de Walle (2009), e foi uma das características buscada ao selecionar problemas na Problemoteca, porém, acrescentando a ideia de problema gerador de Onuhic e Allevato (2011), que seria um problema capaz de possibilitar a exploração de um conhecimento novo para o aluno.

Son e Kim (2015) descrevem problema matemático como aquele que oferece oportunidades para os alunos aprimorarem seus conhecimentos e seu raciocínio matemático. Para eles, problemas que exigem a análise de conceitos e situações complexas são considerados problemas de alto nível, em oposição, problemas que são cognitivamente menos exigentes são considerados problemas de baixo nível. A expressão "resolução de problemas"

> [...] refere-se a tarefas de matemática que têm o potencial de proporcionar desafios intelectuais para melhorar o entendimento e desenvolvimento matemático dos estudantes [...]. Tais tarefas – isto é, problemas – podem promover o entendimento conceitual dos alunos, cultivar sua habilidade de raciocinar e se comunicar matematicamente, e despertar seu interesse e curiosidade (CAI; LESTER, 2012, p. 148).

Ou seja, o estudante deve se sentir desafiado a resolver o problema proposto pelo professor e, com isso, construir seu conhecimento matemático, se tornando ativo e autônomo neste processo. Neste sentido,

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN diferenciam exercício e problema como: […] o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada (BRASIL, 1998, p. 40).

Ainda, de acordo com o referido documento:

> Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução (BRASIL, 1998, p. 41).

Muitas são as definições e aspectos considerados para um problema. Onuchic (1999) considera problema como "[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver" (ONUCHIC, 1999, p. 215). Ou seja, o problema deve instigar os alunos a buscarem uma solução utilizando seus conhecimentos e desenvolvendo suas próprias estratégias, mas deve haver interesse para isso. Além disso, um problema é "[...] uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução" (POZO, 1998, p. 15). Na mesma direção, Van de Walle (2009, p. 57) considera que "[...] um problema é [...] qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados" e destaca características para que um problema possibilite a aprendizagem matemática, como: ser um problema que esteja no mesmo nível de compreensão matemática dos alunos; que faça sentido para eles, para que os considerem desafiantes e interessantes; e o conteúdo matemático deve estar relacionado ao que os alunos vão aprender.

Desta forma, nesta pesquisa, o problema será entendido como algo que não se tem um caminho ou uma solução de forma rápida e direta, conforme Pozo (1998) e Van de Walle (2009) afirmam, mas que também se está interessado em resolver, conforme Onuchic (1999).

2.2 CARACTERÍSTICAS DE PROBLEMAS E USOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Segundo Woods (1986), o professor deve apresentar problemas que sejam estimulantes, intrigantes e criativos aos alunos, porém, com certo nível de exigência, começando com problemas mais simples e aumentando o grau de dificuldade. Os níveis de compreensão de Wertime (s.d. *apud* WOODS, 1986, p. 71) são descritos como: 1 – auto evidentes; 2 – problemático, mas acessível; 3 – problemático, mas difícil; 4 – ainda desconhecido. Para Woods (1986), desenvolver nos alunos a habilidade de resolver problemas pode requerer a utilização desses quatro níveis de compreensão.

Ao diferenciar um bom problema de um que não é, Vila e Callejo (2006) consideram que o bom problema depende do contexto em que é proposto, do tempo que se tem para resolvê-lo, dos elementos que o compõem e do resolvedor (nível de conhecimento e de envolvimento daquele que resolve). O problema se transforma em um bom problema na mesma proporção em que se amplia a escala de finalidades e quanto maior a riqueza de conceitos abrangidos por ele. Nesta pesquisa, entende-se que o problema gerador descrito por Onuchic e Allevato (2011) coincide com a ideia de bom problema apresentado com Vila e Callejo (2006) no sentido de ser um problema capaz de abranger um maior número de conceitos para sua resolução.

Son e Kim (2015) apresentam as seguintes características para um problema de alto nível: (a) que explore um pensamento complexo; (b) que não utilize algoritmos prontos; (c) que a exploração do problema exija a compreensão de conceitos matemáticos; (d) que os alunos tenham que analisar as estratégias das possíveis soluções; (e) que façam todas as representações possíveis envolvendo as soluções (diagramas, manipulações, símbolos, entre outros); (f) que para resolvê-los seja necessário realizar conexões entre essas representações, e (g) que haja interação entre as ideias conceituais que fundamentam os procedimentos realizados durante a solução. Já os problemas de baixo nível envolvem a reprodução de procedimentos, fórmulas ou definições já conhecidas e, geralmente, requerem a utilização de procedimentos específicos (que podem ser apenas memorizados) ou seguindo uma instrução já evidente. São mais focados na reprodução sem exigir conexão de conceitos ou significados, apenas visando a resposta correta, sem exigir explicações sobre isso. Em pesquisa realizada nos Estados Unidos da América, por Son e Kim (2015), os problemas de alto nível, em sua maioria, são transformados em exercícios procedimentais ou em problemas de baixo nível.

Sobre o uso da Resolução de Problemas para ensinar Matemática, Silver (1994) afirma que é mais do que resolver problemas não rotineiros, envolve a noção de que o estudo da matemática é explorar, criar conjecturas, testar hipóteses, ou seja, desenvolver-se cognitivamente.

Woods (1986) descreve formas eficazes de ensinar a habilidade de resolver problemas, que seriam: gerar confiança nos seus alunos ao resolverem um problema; selecionar problemas ricos em conteúdo; fornecer problemas para que os alunos aprendam a lidar com desafios e frustrações durante a resolução, e que nesses problemas seja possível o aluno utilizar habilidades para solucionar problemas do mundo real. O referido autor ainda classifica os tipos de problemas em quatro níveis: 1° – problemas no contexto cotidiano; 2° – problemas no contexto da disciplina; 3° – problemas em aberto (mas relacionados à habilidade que se quer ensinar); 4° – problemas em aberto que refletem a expectativa profissional (sem relação à habilidade que está sendo desenvolvida).

Segundo Rigelman (2007), o professor que ensina utilizando a Resolução de Problemas, não deve pensar que existe apenas uma solução, mas que há diversas formas de resolver o problema, que faz parte de um processo e desenvolvimento de métodos e discussões, uma exploração de conceitos presentes até a discussão e generalização do resultado. Segundo a autora, os objetivos para o ensino de Resolução de Problemas são: a) compreender conceitos matemáticos; b) trazer confiança e vontade de abordar situações em que o aluno não tem conhecimento; c) desenvolver habilidades metacognitivas; d) desenvolver habilidades de comunicação escrita ou oral; e) desenvolver a aceitação e exploração de diferentes estratégias de resolução.

Quadro 1 - Relações entre Objetivos, Crenças e Ações dos Professores em relação a Problemas e resolução de problemas apresentado por Rigelman (2007)

Objetivos do professor para instrução durante a resolução de problemas	Crença do professor sobre oportunidades oferecidas pela solução de problemas*	Ações relacionadas ao professor
- Ajudar os alunos a desenvolver uma compreensão flexível de conceitos matemáticos. - Estimular a confiança e a vontade dos alunos de abordar uma situação desconhecida. - Ajudar os alunos a desenvolver suas habilidades metacognitivas. - Ajudar os alunos a desenvolver suas habilidades de comunicação oral e escrita. - Promover a aceitação e exploração de várias estratégias de solução por parte dos alunos.	- Os alunos aprendem conceitos e aplicam a compreensão existente. - Os alunos observam, inventam, conjecturam e generalizam. - Os alunos veem várias abordagens.	- Apresentar problemas e fazer perguntas. - Incentivar o raciocínio e a prova. - Incentivar a reflexão. - Discutir estratégias, compartilhar ideias e colaborar para soluções por parte dos alunos. - Incentivar várias abordagens.

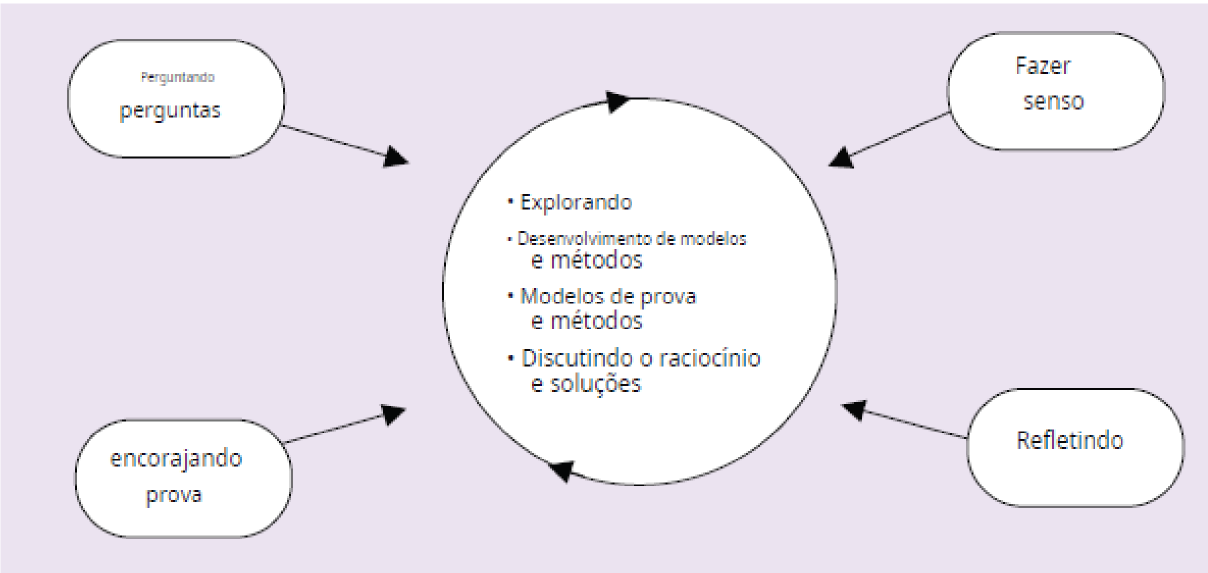
*Indica que os professores também escolhem os problemas com base nestes critérios.

Fonte: Rigelman (2007, p. 313, tradução nossa)

Ainda, segundo a autora, trabalhar a Resolução de Problemas exige mudanças de comportamento dos alunos e dos professores. O professor altera sua forma de trabalho em sala de aula e ao invés de apresentar aos alunos a solução, deve realizar questionamentos de modo a encaminhar o aluno a pensar e traçar seu próprio caminho em busca da solução. O professor sempre deve estar disposto a realizar indagações que levem o aluno a pensar e estimular seu raciocínio. Já os alunos passam a explorar os problemas, desenvolver modelos matemáticos, métodos e procedimentos, discutem sua forma de pensar, compartilham e chegam à solução do problema.

A Figura 2 mostra o ciclo de ações entre professor e aluno durante a resolução de problemas matemáticos, de acordo com Rigelman (2007):

Figura 2 – Ciclo de ações professor-aluno durante a resolução de problemas matemáticos



Fonte: Rigelman (2007, p. 313, tradução nossa).

As ações dos alunos são trazidas em um círculo, ou seja, não tem fim e nem sempre uma ação estará completamente terminada ao começar outra. Segundo a autora, nem todos os alunos estarão no mesmo momento do ciclo e as ações podem ocorrer simultaneamente.

Schroeder e Lester (1989) descrevem três diferentes formas de abordagem para trabalhar com a resolução de problemas: (1) Ensinar *sobre* a resolução de problemas, (2) ensinar *para* resolver problemas e (3) ensinar *através* da resolução de problemas" (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 32, tradução nossa). No ensino "sobre" a resolução de problemas seria explorado como resolver um problema utilizando o método de Polya (1995), ou variações dele.

Polya propôs quatro fases a serem percorridas ao se resolver um problema: (1) compreender um problema; (2) elaborar um plano; (3) executar o plano e (4) fazer a verificação da resposta. Já o ensino "para" utiliza o problema como uma forma de aplicação de um conteúdo trabalhado, neste caso, o professor está mais preocupado em saber se os alunos estão sendo capazes de "[...] transferir o que aprenderam de um contexto de problema para outro" (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 32), ou seja, se os alunos são capazes de usarem os conhecimentos adquiridos para resolver problemas. No ensino "para" resolver problemas considera-se o "ensinar-então-praticar" (VAN DE WALLE, 2009), em que o fazer Matemática está desassociado da aprendizagem matemática, pois a importância se dá na aplicação dos conhecimentos adquiridos apenas para se resolver um problema. Por fim, Schroeder e Lester (1989) também descrevem o ensino "através" da resolução de problemas, em que "[...] os problemas são valorizados não apenas como um propósito para aprender matemática, mas também como um meio primário de fazê-lo. O ensino de um tópico começa com uma situação-problema [...]" (SCHROEDER; LESTER, 1989, p. 33). Neste caso o problema é o ponto de partida para se ensinar a Matemática.

2.3 SELEÇÃO, FORMULAÇÃO E PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

São diferentes as compreensões para os termos elaboração, formulação e proposição de problemas, apesar de documentos oficiais como os PCNs não se preocuparem com as ações distintas envolvidas, usando os termos elaborar e formular como sinônimos. Nesta pesquisa, entende-se o uso da:

> [...] expressão *proposição de problemas* para denotar todo o conjunto de ideias que constitui os processos envolvendo a *criação de problemas*, que inicia com a organização e construção das primeiras ideias matemáticas e da estrutura de constituição do problema – *formulação*; e avança para a sua expressão, na qual se estabelece o enunciado, associando as linguagens materna e matemática – *elaboração*. Então, a proposição segue para a *apresentação* do problema criado a um potencial resolvedor (ALLEVATO; POSSAMAI, 2022, p. 156, grifo do autor).

Assim, a *proposição de problemas* abrange todo o processo de criação que parte da formulação, passa pela elaboração e segue para a apresentação do problema pelos ou para os alunos.

Em relação à seleção de problemas, Woods (1986) destaca que para o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas o professor deve escolher problemas abertos e ricos em conteúdo, e afirma que um dos maiores desafios é encontrar bons problemas no ensino de habilidades de resolução de problemas. Para ele, ao invés de buscar um problema e, depois, pensar o que se quer alcançar ao utilizá-lo, o professor deve primeiro pensar no objetivo desejado, em quais habilidades quer desenvolver e ter como ponto de partida para buscar um problema que contemple esses aspectos. Sendo assim, é necessário que o professor pense qual objetivo ele deseja alcançar (ou habilidade quer trabalhar) e realizar a escolha do problema.

Nelson e Worth (1983) indicam que o primeiro passo para ensinar a resolução de problemas é selecionar e criar problemas que sejam apropriados para os alunos, tenham relação com o dia a dia e que façam sentido para eles. Porém, para realizar essa criação ou seleção, o professor deve conhecer as características de um bom problema, que, segundo ele, são: 1 – Ser matematicamente significativo; 2 – Envolver objetos reais ou simulações para que o aluno seja capaz de compreender, relacionando-o com sua realidade; 3 – Conquistar o interesse do aluno; 4 – Exigir que o aluno realize mudanças para resolvê-lo; 5 – Oportunizar diferentes níveis de solução; 6 – Possibilitar que utilizando o mesmo problema seja possível generalizar a solução, assim como criar outras situações com a mesma estrutura matemática utilizada no problema; 7 – Convencer os alunos de que podem resolver a situação apresentada e de saber quando já tem sua resposta. Ainda, para Nelson e Worth (1983), o mais importante é ter o aluno em mente ao apresentar problemas prontos. Após isso, é fácil realizar adaptações de acordo com o perfil da turma que se quer trabalhar e considera que é muito mais fácil modificar do que criar um.

Os autores citados também defendem que os problemas devem não somente estar ligados aos conceitos matemáticos, mas sim a situações do dia a dia proporcionando a exploração, a tomada de decisões, a construção de conhecimentos e estratégias de resolução, e ainda, que podem ser problemas abertos ou fechados desde que sejam tarefas desafiadoras, que sejam de interesse dos alunos, que estimulem a discussão, os questionamentos, o raciocínio, e, principalmente, permitam conexões entre as diferentes áreas do currículo.

Son e Kim (2015) também trazem quatro aspectos particulares que influenciam nas decisões dos professores ao realizarem a escolha de problemas em livros didáticos: 1 – correspondência entre as crenças e os objetivos do professor e do livro didático; 2 – opiniões dos professores a respeito do livro didático; 3 – interpretação da estrutura curricular e avaliação do estado; e 4 – conhecimento do professor ou orientação para o pensamento do aluno. Todos os professores que participaram da pesquisa de Son e Kim (2015) eram professores do ensino fundamental nos Estados Unidos e utilizaram os documentos oficiais como o *National Council* *of Teachers of Mathematics* (1989, 1991, 2000) – Padrões do Conselho Nacional de Professores de Matemática e os materiais curriculares desenvolvidos com o apoio da *National Science Foundation* (NSF), na década de 1990, que indicam a estrutura curricular e a avaliação ao escolher os problemas de livros didáticos. Contudo, a interpretação variava de acordo com cada professor, alterando a compreensão e intenção dos documentos oficiais, o que para eles deveria ser fundamental na escolha.

Os problemas escolhidos com a finalidade de ensinar a "nova matemática[4]", de acordo com Van de Walle (2009), devem ser bem selecionados pelos professores, considerando que os problemas sejam próximos da vivência dos alunos; que despertem o interesse; e que o conteúdo esteja de acordo com o que o professor deseja ensinar. Esses problemas também são chamados por Cai e Lester (2012) de "problemas que valem a pena", pois, quando propostos, elevam o grau de pensamento e a aprendizagem matemática dos alunos e, geralmente, os impulsionam no envolvimento em busca da sua solução. Tal processo se torna enriquecedor, não objetivando apenas a busca da resposta correta, mas a participação ativa do aluno ao longo da resolução do problema, cujas aprendizagens se tornam ricas e duradouras.

Nesse sentido, ao selecionar os problemas, o professor deve trazer situações que o aluno seja capaz de compreender, resolver e imaginar, considerando seus conhecimentos prévios e que faça com que se interessem por solucioná-lo. Cai e Lester (2012) elencaram critérios para a escolha desses problemas, que seriam:

> 1. O problema envolve matemática útil e importante.
> 2. O problema exige níveis mais altos de pensamento e resolução de problemas.
> 3. O problema contribui para o desenvolvimento conceitual dos alunos.
> 4. O problema cria uma oportunidade para o professor avaliar o que seus alunos estão aprendendo e onde eles estão enfrentando dificuldades.
> 5. O problema pode ser abordado por estudantes de múltiplas maneiras usando diferentes estratégias de resolução.
> 6. O problema tem várias soluções ou permite diferentes decisões ou posições a serem tomadas e defendidas.
> 7. O problema encoraja o envolvimento e o discurso dos alunos.
> 8. O problema se liga a outras importantes ideias matemáticas.
> 9. O problema promove o uso habilidoso da matemática.
> 10. O problema proporciona uma oportunidade de praticar habilidades importantes (CAI.; LESTER, 2012, p. 149).

---

[4] Segundo Van de Walle (2009), o fato de resolver problemas, não para se aplicar os conhecimentos que já sabe, mas aprender novas compreensões da matemática, é aprender a "nova matemática". "[...] os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender a matemática nova. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa" (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

Esses critérios ajudam a direcionar o professor no momento da escolha ou adaptação de um bom problema, porém, os próprios autores deixam claro que não é necessário que sejam satisfeitos todos os dez itens elencados. Ainda, explicam que "O valor real desses critérios é que eles fornecem aos professores as diretrizes para a tomada de decisões sobre como tornar a resolução de problemas um aspecto central do seu ensino" (CAI; LESTER, 2012, p. 150).

Esses critérios apresentados por Cai e Lester (2012) e os critérios de seleção de problemas descritos por Van de Walle (2009) orientaram a escolha de problemas geradores para compor a Problemoteca, contribuindo na seleção de bons problemas. Não se pretendeu selecionar problemas de aplicação que podem funcionar como exercícios de fixação.

Silver (1994) enfatiza que é necessária a abertura para os alunos realizarem a proposição de seus próprios problemas. Para ele, um problema matemático envolve tanto a formulação[5] quanto a reformulação de problemas, pois, para resolver um problema, aquele que o resolve faz reformulações dentro do próprio problema, tornando-o mais acessível para se encontrar a solução. Dessa forma, acontece como se ele transformasse o problema em subproblemas, e que podem ser traduzidos como "submetas para o problema maior" (SILVER, 1994, p. 20, *tradução nossa).*

Silver (1994) ainda salienta que a formulação de problemas não abrange apenas casos em que se resolve um problema complexo, mas também, quando se há uma situação ou experiência na qual se formulam problemas em que o objetivo inicial não era a resolução do problema em si, mas uma forma de entender ou explorar a situação. Ou ainda, a formulação de problemas pode estar ligada à fase após a resolução do problema, que Polya (1995) descreve como a fase "Retrospectiva". O autor ainda descreve que é comum encontrarmos problemas mal estruturados e que, muitas vezes, são utilizados em sala de aula para se ensinar matemática.

Na perspectiva apresentada por Boavida *et al.* (2008), formular e resolver problemas é essencial para o ensino da matemática e que podem desenvolver conceitos significativos ao aluno e, a partir deles, podem-se originar outros problemas ou conceitos que podem ocasionar novos questionamentos matemáticos. Por isso, a formulação de problemas pode ser proposta aos alunos a partir de uma resolução. Segundo os autores, a resolução de problemas estimula a comunicação, o pensamento crítico, o raciocínio, a justificação, diferentes formas de representação, o estabelecimento de conexões entre os conceitos e a solução utilizada, tornando

[5] Nesse caso, o autor utiliza o termo *formulação* como sinônimo do que a presente pesquisa entende por *proposição.*

a disciplina de matemática algo útil na vida cotidiana do aluno. Com isso, é possível obter conexões entre a matemática com outras áreas de conhecimento, ou no âmbito da própria matemática.

Ainda, segundo Boavida *et al.* (2008), a formulação de problemas também é uma atividade importante para a compreensão de processos da resolução de problemas, pois, segundo os autores,

> Acrescenta-se, ainda, nalgumas situações, a componente criativa na qual cada um faz as suas próprias explorações, o que alguns autores chamam extensões. Esta componente criativa da resolução de problemas ajuda o professor e os alunos a formular novos problemas e a criar experiências mais ricas a partir dos problemas iniciais (BOAVIDA *et al*, 2008, p. 14).

Quando o aluno propõe problemas ele está desenvolvendo a capacidade de pensamento crítico, de pensar na estruturação do problema, de colocar suas ideias de forma mais precisa e assim ser desafiado a problematizar a situação do seu cotidiano, utilizando suas experiências e sua linguagem.

Conforme Boavida *et al.* (2008), no âmbito da Resolução de Problemas, além de o aluno poder formular seus próprios problemas, o professor também pode realizar a proposição de problemas que visem o conceito e as ideias matemáticas que se deseja alcançar, sejam abertos ou fechados, ou ainda, realizando alterações ou não.

Sendo assim, ao pensar na atividade, o professor deve, antes, pensar nas diferentes formas de resolução que o aluno pode vir a desenvolver, perfazendo os diferentes conceitos envolvidos na solução. Tais problemas não precisam ser originais e nem muito menos tão contextualizados, pois, muitas vezes, bons problemas são simples. É relevante que o aluno não tenha tido contato com aquele conceito e que ele o desenvolva durante a busca pela resolução. E se possível envolver o aluno nesta atividade de formulação de problemas em que o próprio aluno crie o problema, proporcionando ao aluno um maior desenvolvimento cognitivo.

2.4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS SEGUNDO DOCUMENTOS OFICIAIS

A Resolução de Problemas vem sendo indicada nos documentos oficiais (BRASIL, 1998, 2018) para ser utilizada em sala de aula ao longo da Educação Básica. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam a Resolução de Problemas "[...] como ponto de partida da atividade Matemática e discutem caminhos para fazer Matemática na sala de aula, destacando a importância da História da Matemática e das Tecnologias da Comunicação" (BRASIL, 1998, p. 22).

O documento diz ainda que quando os alunos se deparam com "situações desafiadoras" (BRASIL, 1998, p. 40), o conhecimento matemático ganha um significado, pois eles desenvolvem estratégias para sua solução. Com isso, eles adquirem capacidade de raciocínio, estabelecem conexões, "[...] verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas;" [...] "[...] e ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação" (BRASIL, 1998, p. 32).

Tendo isso em vista, a Resolução de Problemas deve ser desenvolvida de forma simultânea ao Ensino de Matemática, e não de forma separada ou como aplicação de algo que foi aprendido, pois ela "[...] proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas" (BRASIL, 1998, p. 41).

Já na BNCC (BRASIL, 2018), a Resolução de Problemas está inserida entre várias habilidades apresentadas nas unidades temáticas Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística, no sentido de desenvolver a habilidade de resolver problemas e não como metodologia. O documento diz que:

> [...] novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos (BRASIL, 2018, p. 529).

A resolução de problemas, a investigação, o desenvolvimento de projetos e a modelagem são trazidas neste documento como "[...] formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental" (BRASIL, 2018, p. 266), sendo consideradas como processos matemáticos.

Além disso, é importante considerar que os contextos dos problemas, segundo a BNCC:

> Cumpre também considerar que, para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática (BRASIL, 2018, p. 299).

Para resolver problemas matemáticos os alunos devem ser encorajados a formarem seus próprios caminhos para chegar à solução, para que, assim, consigam desenvolver conexões, criando seus próprios argumentos, raciocínios e consigam ampliar seus modos de representação e a linguagem matemática. Desse modo,

> [...] a resolução de problemas pode exigir processos cognitivos diferentes. Há problemas nos quais os estudantes deverão aplicar de imediato um conceito ou um procedimento, tendo em vista que a tarefa solicitada está explícita. Há outras situações nas quais, embora essa tarefa esteja contida no enunciado, os estudantes deverão fazer algumas adaptações antes de aplicar o conceito que foi explicitado, exigindo, portanto, maior grau de interpretação (BRASIL, 2018, p. 535).

A BNCC destaca a recomendação de "Resolver e Elaborar Problemas", visto que:

> Essa opção amplia e aprofunda o significado dado à resolução de problemas: a elaboração pressupõe que os estudantes investiguem outros problemas que envolvem os conceitos tratados; sua finalidade é também promover a reflexão e o questionamento sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada (BRASIL, 2018, p. 536).

Com isso, é possível ter uma ampla visão de como a utilização da Resolução de Problemas, em salas de aula, é indicada nos documentos oficiais, como nos PCN (BRASIL, 1998), como ponto de partida para se ensinar matemática, enfatizando que sua utilização traz um grande aprendizado, desenvolvimento do raciocínio e permite a construção do conhecimento matemático do aluno.

Em contrapartida, a BNCC trata a resolução de problemas como um processo matemático, no qual se ensina a matemática a fim de desenvolver nos alunos a habilidade de resolver problemas. O foco está na resolução do problema, que pode ser utilizado como aplicação da Matemática previamente apresentada, ou seja, o problema não é necessariamente o ponto de partida. Desse modo, é possível verificar divergências entre esses documentos no que se refere ao uso da (R)esolução de (P)roblemas.

2.5 METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Onuchic e Allevato (2004) dizem que esta não é apenas uma forma de ensinar a resolver problemas, mas, sim, uma maneira de ensinar Matemática. Nesta metodologia, durante a resolução do problema, o aluno visto "como um participante ativo" (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011, p. 81), é protagonista da construção do seu próprio conhecimento. O problema é visto como um ponto de partida para se ensinar Matemática e é chamado de problema gerador, "[...] pois visa a construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento; ou seja, o conteúdo matemático necessário ou mais adequado para a resolução do problema ainda não foi trabalhado" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 49).

O problema gerador deve ser escolhido ou formulado pelo professor e ele deve ser capaz de construir novos conhecimentos e conceitos de acordo com o que se quer trabalhar em sala de aula, partindo dos conhecimentos prévios dos alunos, e "[...] o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado." (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85).

O problema gerador será "[...] aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula" (ONUCHIC.; ALLEVATO, 2011, p. 84). Neste trabalho, para a organização da Problemoteca, foram selecionados ou elaborados, prioritariamente, problemas geradores, a fim de que com a sua utilização, atrelada ao uso da MEAAMaRP, seja possível introduzir um conteúdo novo.

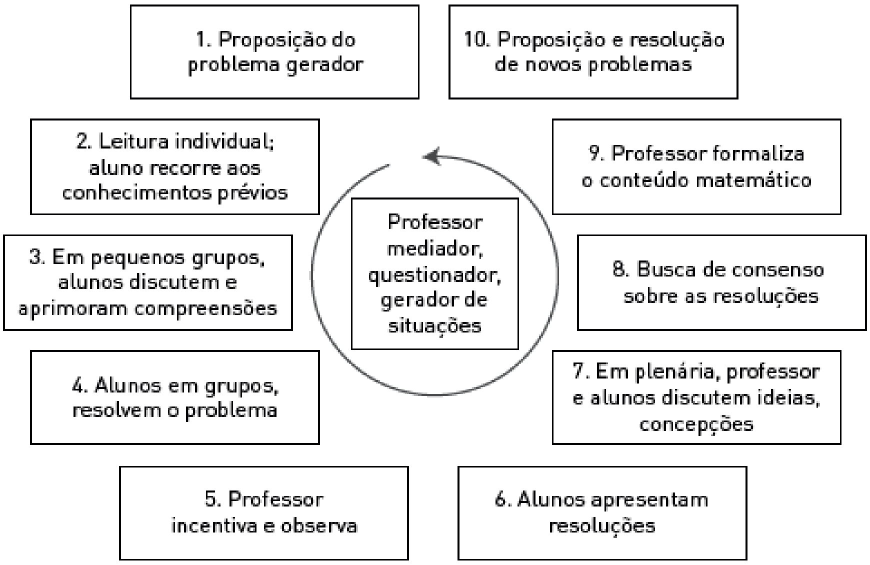
A palavra composta "Ensino-Aprendizagem-Avaliação" é usada para destacar que esses processos acontecem de forma simultânea. A avaliação é realizada durante a resolução de problemas, "[...] integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 139).

Segundo Leal Júnior e Onuchic,

> Não há métodos específicos e rígidos para o trabalho na perspectiva da Resolução de Problemas, até porque cada estudante é um ser singular, que compõe grupos singulares na multiplicidade da sala de aula, e cabe, ao docente, o reconhecimento desses fatores na hora de se propor problemas visando ao aprendizado (LEAL JÚNIOR; ONUCHIC, 2015, p. 964).

Uma das formas de implementar essa abordagem em sala de aula foi desenvolvida pelo GTERP, cujo roteiro foi apresentado em Allevato e Onuchic (2021):

Figura 3 - Etapas da MEAAMaRP



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51).

As etapas a serem propostas pelo professor ao implementarem essa metodologia são:

1. Proposição do problema: é o momento em que o professor seleciona e se necessário realiza a adaptação do problema gerador, tendo em vista a construção de um novo conceito, princípio ou procedimento, cuja resolução deve fazer conexões com os conhecimentos prévios dos alunos.
2. Leitura individual: o professor entrega a seus alunos uma cópia do problema, e, assim, solicita que seja feita a leitura de forma individual. Nessa etapa, espera-se que o aluno desenvolva sua própria compreensão do problema.
3. Leitura em conjunto: os alunos se dividem em pequenos grupos e realizam uma nova leitura. Nesta etapa, o professor pode auxiliar na compreensão, podendo explicar sobre alguma palavra ou conceito abordado no problema para realizar o esclarecimento do problema apresentado.
4. Resolução do problema: os alunos, dispostos em grupos, iniciam a resolução do problema, utilizando seus conhecimentos prévios.
5. Observar e incentivar: o professor observa o trabalho dos alunos, incentivando-os a trocar ideias e a utilizar técnicas operatórias já conhecidas. O professor age como mediador, neste momento ele pode realizar perguntas para encaminhar seus alunos nas resoluções, porém sem indicar a resposta em relação ao problema proposto.

6. Registro de resoluções na lousa: cada grupo escolhe um representante para que ele apresente na lousa a resolução apresentada pelo seu grupo, neste momento são consideradas todas as resoluções independentemente de estar correto ou não.
7. Plenária: cada grupo explica a ideia utilizada para resolução do problema, defendendo os seus pontos de vista.
8. Busca por consenso: os alunos, em conjunto com o professor, tentam chegar a um consenso sobre a solução correta, realizando as discussões acerca de todas as soluções apresentadas, mesmo as soluções que apresentam algum erro são importantes para a construção do conhecimento.
9. Formalização do conteúdo: em comum acordo com as discussões, o professor formaliza o conteúdo, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias.
10. Proposição e resolução de novos problemas: nesta etapa, o professor propõe a resolução de novos problemas relacionados ao mesmo conteúdo do problema gerador, assim seus alunos podem utilizar os novos conhecimentos adquiridos para a resolução.

Essas etapas são apresentadas na Problemoteca, como recomendação ou referência aos professores para que fossem utilizadas durante a implementação dos problemas em sala de aula. Por meio da MEAAMaRP, considera-se que o professor exploraria os problemas selecionados de modo a construir conteúdo novo com seus alunos, ressaltando que essas etapas não são rígidas, podendo ser modificadas de acordo com o objetivo do professor.

2.6 O USO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

A Resolução de Problemas como abordagem para o ensino de Matemática é, frequentemente, trabalhada durante cursos de formação, inicial ou continuada, em disciplinas da graduação ou pós-graduação e, com exceções, em grupos colaborativos na escola ou na universidade, conforme Justulin e Noguti (2022). Essas abordagens podem adotar diferentes perspectivas formativas, como a formação como um movimento “de fora para dentro” ou “de dentro para fora”. O objetivo dessa subseção é trazer alguns indícios de como tem ocorrido essa formação, com destaque para a formação continuada de professores, considerando que os participantes da pesquisa são professores de matemática em serviço.

Sobre a formação inicial de professores, entende-se que ela “[...] além de munir os futuros professores de ferramentas matemáticas necessárias para sua atuação profissional, deveria possibilitar reflexões a respeito de ‘como ensinar’” [...] não finda na graduação, mas continua num processo que se estende por toda a vida do educador” (JUSTULIN, 2014, p. 36). Nesse sentido, Nunes (2014) também evidencia a importância de ações para direcionar os programas de formação existentes para a melhoria das práticas docentes, como:

> [...] ajudar os futuros professores a analisarem as suas concepções sobre a Matemática, sobre o ensino de Matemática e sobre a Educação; ajudá-los a desenvolver os seus conhecimentos de Matemática, de Pedagogia e de Educação em geral; acompanhá-los nas suas experiências práticas e nas suas experiências formativas de forma que, a partir delas, possam aplicar, integrar, relacionar e/ ou questionar os conhecimentos teóricos que adquirem na sua formação inicial, atribuindo-lhes um real significado (NUNES, 2014, p. 3).

Considera-se que “[...] é importante que os futuros professores vivenciem experiências durante a sua formação com atividades matemáticas significativas e relacionadas à vida real, para que possam fazer conjecturas, investigações, coletar e analisar dados e se comunicar e colaborar com seus pares” (RANGEL; MARCATTO, 2022, p. 120).

Nessa direção, segundo Azevedo e Onuchic (2017), a MEAAMaRP é um caminho para levar os futuros alunos para superar desafios e construir conhecimentos, e durante a formação inicial, é essencial que os professores tenham essa perspectiva, pois,

> É importante considerar que, na formação inicial, ao conhecer as atuais tendências educacionais, o futuro professor de Matemática perceba a Resolução de Problemas como uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como um caminho através do qual seus futuros alunos possam apoderar-se do conhecimento matemático e, além disso, superar obstáculos epistemológicos e abrir espaço para a construção do conhecimento (AZEVEDO; ONUCHIC, 2017, p. 409).

Tais experiências e vivências, no entanto, não devem findar-se com a formação inicial, pois o conhecimento profissional do professor está em constante evolução. O professor deve estar sempre se atualizando e em constante desenvolvimento, pois “[...] este processo de aquisição de novos conhecimentos deve ser estabelecido em toda sua carreira profissional, buscando sempre usar as novas teorias apreendidas em paralelo à reflexões diante de sua prática” (ABBOUDI JÚNIOR; PASQUINI, 2016, p. 4). Com a mesma perspectiva, Azevedo e Onuchic (2017) consideram que:

> [...] o futuro professor de Matemática deve ser levado a perceber que a aquisição do conhecimento profissional é um processo que perdurará por toda a sua carreira educacional. Essa formação deve fornecer as bases estruturais, de modo que ao professor iniciar sua atividade como docente possa dar continuidade à construção do conhecimento profissional. (AZEVEDO; ONUCHIC, 2017, p. 408).

Assim, entende-se que não basta o contato com uma abordagem metodológica apenas na formação inicial (que, geralmente, ocorre de modo rápido), mas também na formação continuada, buscando uma constante reflexão acerca das práticas docentes. Entende-se que "[...] não basta o professor apenas frequentar cursos de capacitação, e colecionar diplomas ou certificados de formação continuada. Cabe a ele buscar por processos de formação que ultrapassem as teorias a que lhes são apresentadas" (ABBOUDI JÚNIOR; PASQUINI, 2016, p. 4).

Na formação continuada é necessário:

> [...] oportunizar espaços de interação colaborativa para que os professores possam socializar os conhecimentos construídos, identificar os problemas existentes e tentar resolvê-los para melhorar seu fazer pedagógico [...] tem como função básica contribuir para o professor ampliar e alterar de maneira crítica, a própria prática (KUHN; BAYER, 2019, p. 31).

As experiências formativas são necessárias, pois contribuirão com a autonomia do professor e o processo de formação e "[...] deve estar pautado na realidade de cada escola, necessitando ultrapassar os encontros pedagógicos e demais momentos de formação dentro e fora da escola" (TREBIEN *et al*., 2020, p. 95-96).

Em relação ao trabalho com a Resolução de Problemas, Darragh e Radovic (2019) apresenta algumas análises realizadas durante Programas de Desenvolvimento Profissional (PD) que tinham como objetivo possibilitar que os professores incorporassem mais a Resolução de Problemas no seu ensino de Matemática, saindo da "pedagogia 'tradicional' centrada no professor" (DARRAGH; RADOVIC, 2019, p. 340, tradução nossa) e promovendo a "colaboração, centrada no estudante" (DARRAGH; RADOVIC, 2019, p. 340, tradução nossa). Os resultados indicaram que a maioria dos professores apontou como empecilho o tempo curto para conseguir desenvolver o trabalho com a Resolução de Problemas, pois os conteúdos impostos pelo sistema, segundo estes professores, fazem com que não se tenha tempo para trabalhar outras abordagens metodológicas fora do ensino 'tradicional'. Um dos professores da pesquisa de Darragh e Radovic (2019) ainda argumentou que um aluno leva 50 minutos para resolver um único problema.

> Os professores não criticaram completamente o programa em si, mas perceberam demasiadas restrições no seu ensino de matemática. Na resposta aqui citada, vemos restrições no currículo e no tempo; há demasiados tópicos matemáticos para cobrir para passar tempo apenas com um problema. (DARRAGH; RADOVIC, 2019, p. 346, tradução nossa).

Há também professores que participaram da pesquisa de Darragh e Radovic (2019), que destacam a dificuldade em relação a participação dos alunos, antes mesmo de trazer a Resolução de Problemas em suas aulas, que acreditam não serem capazes de resolver um problema se não forem encorajados pelo professor. Nesse sentido: “A dificuldade [...] é a baixa autoestima acadêmica que alguns estudantes têm; eles acreditam que não podem ser bem sucedidos se não forem encorajados durante resolução de problemas.” (DARRAGH; RADOVIC, 2019, p.346, tradução nossa). Percebe-se que: “Os estudantes foram considerados 'problemáticos' em termos da sua capacidade acadêmica, a sua autoestima ou perseverança, e a sua experiência com grupos de colaboração” (DARRAGH; RADOVIC, 2019, p.346, tradução nossa).

Com isso, Darragh e Radovic (2019) enfatiza que a Resolução de Problemas não é a única abordagem que exige mudança por parte do professor e que muitas vezes eles “[...] podem experimentar conflitos de identidade durante ao PD quando a sua prática é exposta a prova e são obrigados a modificar métodos de ensino que consideram ter sido comprovadamente eficazes” (DARRAGH; RADOVIC, 2019, p. 340, tradução nossa). Foi possível averiguar após algum tempo de PD que uma de suas professoras conseguiu modificar essa forma de pensar a respeito de seus alunos:

> Ela falava explicitamente de como costumava subestimar os seus estudantes da primeira classe, enquanto que agora ela lhes deu o espaço para pensarem por si próprios; por outras palavras, havia uma ideia aproximada do que ela queria (para ajudar os estudantes em pensar para além do currículo escolar), e ela estava disposta a pensar em como fazer isto acontecer e experimentá-lo num local relativamente seguro (sem perturbar a sua prática regular) (DARRAGH; RADOVIC. 2019, p. 353, tradução nossa).

Salienta-se que a mudança deve ocorrer dentro das próprias práticas culturais, e deve haver um subsídio para que tal mudança aconteça, pois em algumas culturas “[...] o que significa ser um 'bom' professor é formado, em particular, em contextos locais, incluindo normas e expectativas institucionais, bem como normas sociais e práticas típicas” (DARRAGH; RADOVIC, 2019, p. 354, tradução nossa).

Em outro trabalho, Valoyes-Chávez (2019) destacam o uso da Resolução de Problemas com estudantes de baixa renda, partindo de problemas não rotineiros, e o quanto isso impactou positivamente o ensino desses alunos. Poderá ser necessário que os professores aprendam a realizar a sua implementação, pois "[...] as práticas dos professores são fortemente mediadas pelas representações sociais dos seus estudantes que se materializam em baixas expectativas" (VALOYES-CHÁVEZ, 2019, p. 379, tradução nossa). Na descrição de sua pesquisa, os participantes argumentam que não se espera resultados significativos de seus alunos, por serem de um contexto social mais simples. Entretanto,

> Argumenta-se que a fim de facilitar a participação e aprendizagem matemática significativa da população estudantil marginalizada, que os professores precisam desenvolver um conhecimento mais profundo dos seus estudantes em termos sociais e culturais. A alegação assenta no pressuposto de que os professores trazem para as populações de alunos marginalizados visões deficitárias sobre escolas urbanas (VALOYES-CHÁVEZ, 2019, p. 396, tradução nossa).

Essas visões negativas rotulam esses alunos, segundo o autor Valoyes-Chávez (2019), visto que:

> [...] os estudantes economicamente marginalizados são geralmente posicionados como não tendo motivação, disposições e capacidades necessárias para aprender matemática significativa. As representações estereotipadas dos estudantes de baixos rendimentos parecem emergir como obstáculos para implementar a resolução de problemas como uma estratégia de ensino significativa (VALOYES-CHÁVEZ, 2019 p. 387, tradução nossa).

No entanto, conforme Valoyes-Chávez (2019), não é a classe social que dita o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e, sim, a forma como o professor está disposto e preparado para lidar com estes alunos, sejam eles de escolas de elite ou seja em escolas periféricas. Assim, um dos principais pontos para se desenvolver o trabalho com a Resolução de Problemas de forma efetiva é conhecer seus alunos em seus contextos sociais e culturais.

Ao finalizar essa subseção, considera-se que a compreensão da formação continuada de professores de Matemática, especialmente no que se refere ao uso da Resolução de Problemas é relevante para a análise dos resultados.

3 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Nesta seção apresenta-se toda a abordagem realizada nesta pesquisa, os sujeitos envolvidos, o objetivo da pesquisa, a questão norteadora que orientou a definição de todos esses elementos, os instrumentos utilizados e os métodos para análise dos dados.

O objetivo geral da pesquisa é compreender como professores dos anos finais do Ensino Fundamental escolhem e fazem uso de problemas matemáticos, podendo assim organizar uma Problemoteca (uma biblioteca contendo problemas geradores) levando em conta a forma que esses professores realizam esta seleção. São objetivos específicos da pesquisa: identificar o que é considerado problema pelos professores e quais são as fontes de busca desses problemas por eles utilizados, de forma a reconhecer possíveis contribuições para a melhoria da construção da Problemoteca. Com isso, a questão norteadora da pesquisa foi assim elaborada: “Como são selecionados e quais são as fontes de busca de problemas matemáticos pelos professores?”.

Na busca pela resposta a essa questão, utilizou-se a pesquisa do tipo qualitativa, que está diretamente ligada às relações, representações e intenções, e o objeto da pesquisa qualitativa, segundo Minayo (2009), dificilmente pode ser traduzido em dados quantitativos.

O ciclo de pesquisa, segundo Minayo (2009), se divide em três etapas, sendo: 1 - fase exploratória em que se constrói o projeto de pesquisa, e se determina quais os procedimentos serão necessários para a realização da pesquisa ; 2 - o trabalho de campo, com procedimentos de observação, entrevistas e outras formas de se obter os dados; e 3 - a análise e tratamento do material empírico e documental que visa a interpretação dos dados obtidos, realizando uma articulação com a teoria em que fundamentou a pesquisa, fazendo assim as devidas interpretações. Essa última fase pode ser subdividida em três tipos de procedimentos: 1 - ordenação dos dados; 2 - classificação dos dados e 3 - análise propriamente dita.

É necessária uma conexão entre os procedimentos utilizados e o tipo de pesquisa, pois:

> [...] pesquisa qualitativa deve ter por trás uma visão de conhecimento que esteja em sintonia com procedimentos como entrevistas, análises de vídeos, etc. e interpretações. O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida. O que é considerado ‘verdadeiro’, dentro desta concepção, é sempre dinâmico e passível de ser mudado. Isso não quer dizer que se deva ignorar qualquer dado do tipo quantitativo ou mesmo qualquer pesquisa que seja feita baseada em outra noção de conhecimento (BORBA; ARAUJO, 2004, p. 2).

Stake (2011, p. 24) também acrescenta que “[...] a investigação qualitativa é interpretativa, experiencial, situacional e personalística”, ou seja, ela leva em conta os significados de cada indivíduo. Além disso, o pesquisador tem sua forma de interpretar os dados, considerando suas percepções e a situação envolvida em um dado contexto.

Nesta pesquisa, visando os objetivos apresentados, foram escolhidos alguns procedimentos necessários para a realização desta pesquisa, como: a visita inicial presencial para solicitar a adesão a pesquisa; a aplicação de um formulário Google; realização de entrevista semiestruturada por meio da plataforma do *Google Meet* e conversas utilizando o *WhatsApp*, a pedido de alguns participantes; registro de algumas informações em diário de campo; gravação das entrevistas em vídeo e áudio. Para a análise dos dados foi escolhida a Análise Textual Discursiva (ATD), com isso, esta pesquisa qualitativa levará em conta em seus resultados: a interpretação dos dados apresentada pelo pesquisador; suas percepções dentro do contexto de construção da Problemoteca; o uso da MEAAMaRP para se ensinar utilizando-se de problemas geradores; e a busca pela resposta ao problema de pesquisa, a fim de verificar as contribuições deste *site* no cotidiano do professor.

3.1 PARTICIPANTES

Participaram da pesquisa quatro discentes do PPGMAT que lecionam nos anos finais do Ensino Fundamental em escolas públicas ou privadas. Dentre eles, três participantes cursaram Licenciatura como sendo a primeira Licenciatura, e um entre eles fez Licenciatura em Matemática como uma segunda, com sua formação inicial em Química (Licenciatura e Bacharelado). Apenas dois dos participantes cursou a disciplina de Resolução de Problemas como aluno especial do PPGMAT. Todos os participantes possuem diversas Especializações na área de Ensino (inclusive em Matemática). A fim de manter o sigilo acerca de suas identidades, os participantes serão mencionados com nomes fictícios: Pedro, Ana, Júlia e Aline, respeitando-se o gênero de cada um.

Pedro é Licenciado em Matemática e possui especialização em Ensino da Matemática. Lecionava na rede pública de ensino em turmas do 9° ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio, mas por alguns problemas enfrentados se afastou por 3 meses. Atualmente está atuando no sistema prisional no Ensino Fundamental Multisseriadas na cidade de Lavínia - SP.

Ana é Licenciada em Matemática e possui especialização em Libras, Educação Especial e Alfabetização Matemática. Possui formação em Pedagogia. Atualmente, leciona na rede privada de ensino em turmas do Ensino Médio e, na rede pública, no 6° ano do Ensino Fundamental e 8° e 9° anos na EJA (Educação de Jovens e Adultos).

Júlia é Licenciada em Matemática e possui especialização em Educação Matemática. Atualmente leciona tanto na rede pública quanto na rede privada, em todas as turmas dos anos finais do Ensino Fundamental (6° ao 9° ano).

Aline é Licenciada e Bacharelada em Química e possui segunda graduação em Licenciatura em Matemática e especialização em Bioquímica Aplicada, Gestão e Análise Ambiental, Atendimento Especializado e Tutoria de Ensino à Distância. Atualmente está em um colégio há quatro anos, atua no 8° ano em Matemática, no novo Ensino Médio[6], com pensamento computacional, projeto de robótica e no projeto "Mais Aprendizagem" do reforço escolar.

3.2 PROCEDIMENTOS, MÉTODO E INSTRUMENTOS PARA A COLETA DOS DADOS

A pesquisa está apoiada nas normas estabelecidas pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná e teve seu cadastro realizado na Plataforma Brasil, na Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP), sob número de protocolo 53741221.7.0000.5547 e sob parecer favorável, com número de parecer 5.285.142, emitido em 10 de março de 2022.

A pesquisa foi dividida em duas etapas: na primeira, buscou-se fazer um levantamento do entendimento dos participantes sobre o que é o problema, identificando seus locais de busca e o modo como utilizam o problema em suas aulas de Matemática; posteriormente, na segunda, foi apresentada a Problemoteca e solicitou-se que os participantes fizessem uso dos problemas e de suas sugestões durante suas aulas. Também foram evidenciadas as percepções dos participantes sobre a Problemoteca e seu uso, com possíveis sugestões para melhoria. No Quadro 2 apresenta-se a descrição das etapas da pesquisa.

[6] O Novo Ensino Médio foi implementado em 2022 no Paraná para turmas do 1º ano e entre as mudanças trazidas pelo modelo, estão o aumento da carga horária, a oferta de itinerários formativos e do componente curricular Projeto de Vida.

Quadro 2 – Etapas da pesquisa

Etapa 1	**Etapa 2**
Entendimento do que é problema	Formas de uso da Problemoteca
Locais de busca	Percepções sobre a Problemoteca
Modo de uso dos problemas	Uso das orientações metodológicas
Como relaciona o problema com a BNCC	

Fonte: Elaborado pela autora.

Os participantes da pesquisa foram contactados em uma aula presencial da disciplina obrigatória “Metodologia de Pesquisa em Ensino de Matemática” do PPGMAT. Na ocasião, a pesquisa foi apresentada aos 17 discentes e, dentre eles, consultou-se quem lecionava a disciplina de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental e que aceitaria participar da pesquisa. Foi explicado a cada participante que os dados registrados seriam tratados com zelo e sigilo e que não seriam expostos. Dentre todos apenas quatro concordaram e eram do perfil buscado, todos eles ingressantes do PPGMAT em 2022. Foram entregues aos participantes o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e o Termo de Consentimento para Utilização de Imagem, Som e Voz (TCUISV).

Após a assinatura dos termos, iniciou-se a etapa 1 da pesquisa, em que foi enviado por meio eletrônico o formulário (Apêndice A) do *Google Forms*, com questionamentos iniciais para conhecer um pouco sobre os participantes, a forma como preferiam ser chamados e contatados e o que eles consideravam como um bom problema. Para responderem o formulário foi dado um prazo de uma semana e todos os quatro participantes devolveram o formulário com as informações solicitadas.

Segundo Gil,

> Pode-se definir questionário como a técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado etc. (GIL, 1999, p. 121).

Ainda conforme o autor, há algumas vantagens em se utilizar do questionário, pois

> a) possibilita atingir grande número de pessoas, mesmo que estejam dispersas numa área geográfica muito extensa, já que o questionário pode ser enviado pelo correio;
> b) implica menores gastos com pessoal, posto que o questionário não exige o treinamento dos pesquisadores;
> c) garante o anonimato das respostas;
> d) permite que as pessoas o respondam no momento em que julgarem mais conveniente;

> e) não expõe os pesquisados à influência das opiniões e do aspecto pessoal do entrevistado (GIL, 1999, p. 122).

Porém, o questionário tem suas desvantagens, pois:

> a) exclui as pessoas que não sabem ler e escrever, o que, em certas circunstâncias, conduz a graves deformações nos resultados da investigação;
> b) impede o auxílio ao informante quando este não entende corretamente as instruções ou perguntas;
> c) impede o conhecimento das circunstâncias em que foi respondido, o que pode ser importante na avaliação da qualidade das respostas;
> d) não oferece a garantia de que a maioria das pessoas devolvam-no devidamente preenchido, o que pode implicar a significativa diminuição da representatividade da amostra;
> e) envolve, geralmente, número relativamente pequeno de perguntas, porque é sabido que questionários muito extensos apresentam alta probabilidade de não serem respondidos;
> f) proporciona resultados bastante críticos em relação à objetividade, pois os itens podem ter significado diferente para cada sujeito pesquisado (GIL, 1999, p. 122).

Diante dos questionamentos iniciais da pesquisa, o questionário mostrou-se um instrumento adequado, e com essas primeiras informações realizou-se o contato para agendar uma entrevista individual inicial. Nesta pesquisa, utilizou-se também como instrumento de coleta de dados a entrevista semiestruturada, composta por perguntas que, de acordo com Manzini (2003), norteiam a entrevista. A partir delas e de acordo com o andamento da pesquisa, novos questionamentos e novas hipóteses podem ser originadas a partir das respostas dos participantes. Para isso, é preciso o "[...] planejamento de questões que atinjam os objetivos pretendidos, a adequação da sequência de perguntas, a elaboração de roteiros, a necessidade de adequação de roteiros por meio de juízes, a realização de projeto piloto para, dentre outros aspectos, adequar o roteiro e a linguagem" (MANZINI, 2003, p. 11).

O roteiro é uma forma de se alcançar o objetivo da pesquisa e ajudar o pesquisador a não esquecer nenhum item ou questão, ele age como um organizador da interação social com os participantes. Nesses questionamentos deve-se tomar cuidado com a linguagem utilizada, com o tamanho das questões e sua estrutura, com a dificuldade das perguntas, pois: "O cuidado em selecionar as palavras e frase para indagar é também importante porque o entrevistador pode inibir a resposta do entrevistado ou indicar uma direção tendenciosa para a resposta" (MANZINI, 2003, p. 17). É importante também que o pesquisador se atente à sequência das perguntas utilizadas, pois, ainda segundo esse autor, por se tratar de uma entrevista, é importante agrupar as perguntas que são da mesma temática, facilitando o diálogo durante a entrevista e a coleta de informações.

A entrevista semiestruturada I (Apêndice B), foi o segundo instrumento de coleta de dados. Durou cerca de 15 a 20 minutos e possuiu como objetivo desenvolver uma conversa com os professores participantes de forma individual e online, utilizando o *Google Meet* e todos os quatro professores participaram. A entrevista foi gravada para análise posterior e foi conduzida por questionamentos iniciais, mas novas questões surgiram a partir das respostas dos participantes, o que abrangeu ainda mais o entendimento do que os professores participantes tinham como definição do que seria um problema matemático, bem como das metodologias de ensino de que eles tiveram contato durante as formações acadêmicas.

Durante as entrevistas, os pontos considerados de importância para a pesquisadora foram anotados em um diário de campo, com o registro de suas percepções sobre as entrevistas, que foram gravadas em áudio e vídeo e depois transcritas, pois

> Quanto maior a riqueza de detalhes registrados no dia a dia da pesquisa, melhor será o proveito que se poderá tirar do diário de campo. Observações ali contidas certamente seriam esquecidas se não fossem registradas a seu tempo. São observações que podem colaborar na compreensão e esclarecimento de fatos e geração de novas ideias para a pesquisa (FAJER; ARAÚJO; WAISMANN, 2016, p. 3-4).

Um mês após essa entrevista, período em que a Problemoteca foi alimentada com problemas geradores, deu-se início à etapa 2 da pesquisa, com a apresentação aos professores participantes, de forma individual e online, em que todos os participantes conheceram a versão inicial do site Problemoteca, o Produto Educacional desta pesquisa. Foi enviado o endereço do *site* e explicou-se pelo *Google Meet*, em uma reunião que durou cerca de 10 minutos, como era composto o site e como seria para ser utilizado pelos professores. Neste momento de conversa foi explicado como o *site* estava organizado (de acordo com a habilidade da BNCC, por série e por unidade temática) e como ele funcionava em relação a localização dos problemas.

Foram apresentados exemplo dos problemas, com suas possíveis resoluções, as recomendações ao professor e extensão ao problema. Também foi apresentada a aba "Metodologia" com as etapas da MEAAMaRP. Seu uso foi uma sugestão ao participante para que os problemas geradores fossem utilizados para a construção de um conteúdo novo, deixando claro que as etapas não são rígidas e que eles poderiam fazer adaptações. A princípio foi solicitada a utilização do *site* e orientou-se para que eles pontuassem seus aspectos positivos e negativos, bem como fizessem contribuições para sua melhoria. A proposta final foi a de que os participantes utilizassem pelo menos um problema em sua sala de aula e que relatassem como foi essa aplicação. Foi disponibilizado um período de 45 dias para que os professores se organizassem em seus planejamentos em sala de aula.

Após esse prazo foi realizado um novo contato e a entrevista semiestruturada II (Apêndice C) foi realizada para que os participantes compartilhassem suas percepções e resultados.

A entrevista II foi realizada de forma online, pelo *Google Meet* e de modo individual, sendo gravada para posterior análise. Foram feitas perguntas de acordo com o roteiro, que encaminhou a entrevista semiestruturada. Os participantes relataram pontos positivos e negativos do site da Problemoteca e suas percepções em relação aos problemas. Todos os professores, apesar de solicitado o uso de pelo menos um problema, escolheram utilizar três problemas ou mais. Em geral, as entrevistas duraram em torno de 20 a 30 minutos.

3.3 MÉTODO DE ANÁLISE DE DADOS

A Análise Textual Discursiva (ATD) foi utilizada nesta pesquisa como forma de organizar os dados obtidos durante as entrevistas realizadas e reconstruir os conhecimentos existentes acerca do que vem a ser um bom problema, de onde e como encontrá-los e utilizá-los em sala de aula. Nesse sentido: "A ATD, inserida no movimento da pesquisa qualitativa não pretende testar hipóteses para comprová-las ou refutá-las ao final da pesquisa; a intenção é a compreensão, a reconstrução de conhecimentos existentes sobre os temas investigados" (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 33).

A ATD é uma metodologia aberta, pois é a partir da investigação e da interpretação do pesquisador que os resultados da pesquisa são encaminhados, cujos significados são construídos a partir de fragmentos de textos. Assim: "Pretende-se, assim, construir compreensões a partir de um conjunto de textos, analisando-os e expressando a partir da análise os sentidos e significados possíveis. Os resultados obtidos dependem tanto dos autores dos textos quanto do pesquisador" (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 36).

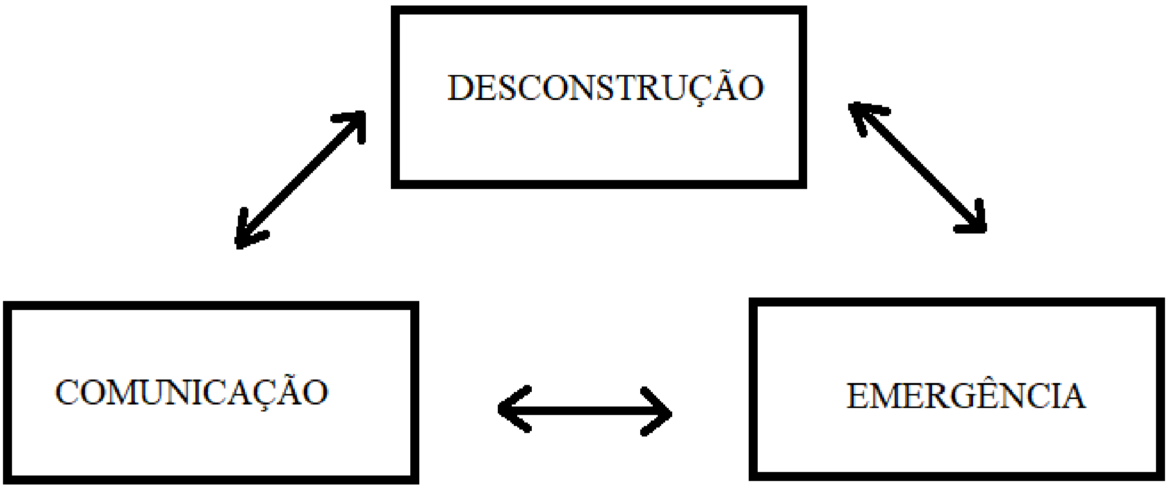
Nesse tipo de análise, o pesquisador deve se assumir como sujeito da pesquisa, conforme afirmam, Galiazzi (2021), e realizar suas próprias interpretações, visto que "[...] o aprender exige imitação, reprodução, invenção, reinvenção, em que se criam interpretações a partir das interações no ambiente" (GALIAZZI, 2021, p. 123). Tal postura leva o pesquisador a se tornar um observador, a aprender a ouvir e dialogar, a problematizar, a se envolver ativamente, "[...] emergindo um investigador capaz de perceber o potencial criativo e original do escrever dentro de suas pesquisas. Do envolvimento com a ATD surge um novo pesquisador, apto a manipular com competência a vara mágica da escrita” (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 204).

A ATD possui quatro focos. Os três primeiros compõem um ciclo compreendido

> [...] como um processo auto-organizado de construção e compreensão em que os entendimentos emergem a partir de uma sequência recursiva de três componentes: a desconstrução dos textos do ‘corpus’, a unitarização; o estabelecimento de relações entre os elementos unitários, a categorização; o captar o emergente em que a nova compreensão é comunicada e validada. Esse processo em seu todo é comparado a uma tempestade de luz (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 34).

A Figura 4 ilustra o ciclo da ATD, conforme Moraes e Galiazzi (2016), em que descreve um “conjunto de movimentos” que o pesquisador deve se deixar levar pela desordem e pelo caos e assim fazer emergir novas formas de se entender os fenômenos investigados, no qual ele se utiliza da desconstrução e a reconstrução como um ciclo em que devem ser levadas em consideração as novas compreensões e refinadas em sua validação cada vez mais claras, sendo refeitas e aprofundadas cada vez mais.

Figura 4 - Ciclo da Análise Textual Discursiva



Fonte: Moraes e Galiazzi (2016, p. 63).

Para iniciar as análises deve-se escolher o *corpus* da pesquisa, que neste trabalho foi estabelecido pelas respostas dos participantes ao Formulário Google utilizado na fase inicial, a entrevista semiestruturada I e a entrevista semiestruturada II. As respostas selecionadas visaram responder à pergunta da pesquisa: “Como são selecionados e quais são as fontes de busca de problemas matemáticos pelos professores?", e pela melhoria da construção da Problemoteca que após os participantes a utilizarem, puderam compartilhar suas percepções acerca do site para compreender quais as contribuições seriam possíveis de alcançar com a sua implementação.

Seguindo a ATD, o primeiro componente do ciclo é chamado pelos autores citados de desmontagem dos textos, ou ainda, unitarização. Ela ocorre após a escolha da produção e/ou escolha do "corpus", em que

> [...] sua matéria-prima são as produções textuais, tanto produzidos especialmente para a pesquisa, podendo compor-se de transcrições de entrevistas, registros de observação, depoimentos construídos por escrito, anotações e diários múltiplos, quanto podem ser documentos já existentes, englobando, assim, relatórios, publicações de natureza variada como editoriais de jornais e revistas, atas de diversos tipos, legislações, entre outros tipos de documentos (SILVA; MARCELINO, 2022, p. 117-118).

A unitarização, por sua vez, consiste em separar os textos em Unidades de Significado (US), e a partir delas pode-se gerar novos conjuntos de unidades por meio dos diálogos entre o pesquisador, o sujeito da pesquisa e a teoria, ou seja, "[...] implica em examinar os textos em seus detalhes, fragmentando-os no sentido de produzir unidades constituintes, enunciados referentes aos fenômenos estudados" (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 33). Ainda, pode-se destacar que: "A unitarização é um processo em que produz desordem a partir de um conjunto de textos ordenados. Torna caótico o que era ordenado. Nesse espaço uma nova ordem pode constituir-se à custa da desordem" (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 43). Entende-se, assim, que a unitarização é um momento de fragmentação do *corpus* e o próximo ciclo, de categorização, é como um caldeirão de ideias.

Cada US foi estabelecida considerando os fragmentos das respostas dos participantes à pergunta da pesquisa. As US foram organizadas em quadros na seção 4: No Quadro 4 foram reunidos fragmentos relacionados ao entendimento do que é um problema para os participantes; no Quadro 5, fragmentos da entrevista I, relacionadas ao momento de utilização dos problemas e justificativa de suas escolhas; o Quadro 6 traz respostas em relação aos locais onde os participantes costumam buscar seus problemas; e o Quadro 7 refere-se aos aspectos gerais da Problemoteca, que foram destacados pelos participantes durante a entrevista II sobre como utilizaram o site, quais as percepções, pontos positivos e negativos, o visual do *site*, entre outras considerações.

O segundo ciclo é o de estabelecimento de relações, chamado de categorização, em que a partir da articulação de significados reúnem-se unidades semelhantes, gerando categorias de análise de diferentes níveis. Segundo Moraes e Galiazzi (2016), esse processo envolve a combinação e classificação das unidades de significado de base realizando uma reunião dos elementos unitários e formando conjuntos que agrupam os elementos mais próximos e, assim, surge o sistema de categorias, pois:

> A categorização, além de reunir elementos semelhantes, também implica nomear e definir categorias, cada vez com maior precisão, na medida em que vão sendo constituídas. Essa explicitação se dá por meio do retorno cíclico aos mesmos elementos, no sentido da construção gradativa do significado de cada categoria. Nesse processo, as categorias vão sendo aperfeiçoadas e delimitadas (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 43-44).

Segundo Moraes e Galiazzi (2006), a ATD se fundamenta no exercício de escrita como ferramenta intermediária na produção de significados em processos que se repetem diversas vezes. O pesquisador realiza uma análise e abstração teórica intensas, produzindo suas interpretações e argumentações.

O terceiro ciclo, de Captação do novo Emergente, é descrito por Moraes e Galiazzi (2016) como a criação de um metatexto, resultante de processo em que o pesquisador analisa os materiais produzidos nos dois primeiros ciclos e criam uma compreensão renovada do todo. Sendo assim: “O metatexto resultante desse processo representa um esforço de explicitar a compreensão que se apresenta como produto de uma combinação dos elementos construídos ao longo dos passos anteriores” (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 34). Neste ciclo, a produção de metatextos analíticos, que representem os sentidos desenvolvidos a partir de um conjunto de textos, é o principal foco, e tudo partirá da análise do pesquisador, cuja tomada de decisão levará aos encaminhamentos dessa construção.

Nesse momento, é possível que o pesquisador crie para cada categoria, o que Moraes e Galiazzi (2016) chamam de “argumentos centralizados” ou “teses parciais” ou que exercite a elaboração de um “argumento central” ou “tese” para realizar uma análise de toda a pesquisa. Assim,

> Criar esses argumentos aglutinadores não representa apenas uma das contribuições mais significativas e originais do pesquisador, como também estabelece as condições para a estruturação de um texto coerente e consistente. A tese geral servirá de elemento estruturador e organizador de todos os componentes do texto, permitindo não apenas fugir da excessiva fragmentação, mas também possibilitando ao

> pesquisador assumir-se efetivamente autor de seu texto (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 55).

Para isso, são realizadas retomadas periódicas das produções, fazendo reformulações e análises críticas, chegando assim a novos argumentos e não apenas a uma simples síntese. Ou seja: “Chegar a esses argumentos [...] constitui-se muito mais em momento de inspiração e intuição resultante da impregnação intensa do fenômeno investigado. Significa a essência da teorização do pesquisador sobre os fenômenos que investiga” (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 55).

Os metatextos produzidos devem conter frases e citações de parte do *corpus* que o pesquisador está realizando a análise, já que “[...] os autores dos textos analisados deverão perceber representados no metatexto o que expressaram, mesmo sabendo que há interpretação do pesquisador” (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 147).

Nessa etapa foram reagrupados os fragmentos das respostas dos participantes selecionadas nas US em subcategorias, para assim chegar às categorias de análise presentes no Quadro 7 - Categorias de Análise.

Ao finalizar as três etapas do ciclo, tem-se a quarta e última, constituída por um processo auto-organizado, do qual surgem compreensões. Os resultados não podem ser previstos, porém, devem ser cercados para que possam se tornar concretos. O pesquisador precisa se ver como sujeito dentro de sua pesquisa e se ver como autor dos seus metatextos. Nesta etapa:

> O movimento da desordem em direção a uma nova ordem, a emergência do novo a partir do caos, é um processo auto-organizado e intuitivo. Não pode ser previsto ainda que se possa contribuir para desencadeá-lo. De certo modo pode ser entendido como um conjunto de operações inconscientes que resultam em ‘insights’ repentinos e globalizados (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 64).

O autor e pesquisador deve estar atento ao que pode emergir de novo e estar pronto para registrar essas impressões de forma a descrevê-las da melhor maneira possível. Esse é um momento intuitivo do pesquisador para com a sua pesquisa e ele deve investir nesses *insights*, os explorando da maneira mais completa possível por meio da criação de metatextos, que terão como base o produto da análise realizada, obtendo-se a sua validação.

3.4 O PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional (PE) é resultado de um Mestrado Profissional (MP) e "[...] necessita ser aplicado em um contexto real, podendo ter diferentes formatos" (RIZZATTI *et al.,* 2020, p. 2). Os autores complementam que, "Os PE desenvolvidos no lócus dos MP não são imutáveis" RIZZATTI *et al.,* 2020, p. 2). Assim, entende-se que tais produtos podem ser replicáveis ou utilizados de maneiras variadas, conforme o contexto.

Nesta pesquisa, como PE buscou-se desenvolver um site, denominado Problemoteca (http://problemoteca.cp.utfpr.edu.br/), cujos problemas constam no Apêndice D desta pesquisa. Este site dispõe de problemas geradores para serem utilizados por professores de Matemática em suas aulas. Pretende-se que este site esteja sempre atualizado, incluindo-se novos problemas durante o MP e após a sua conclusão.

Considera-se este PE uma ferramenta de apoio aos professores, dando suporte às buscas por bons problemas para se ensinar matemática e indicando como sugestão a utilização das etapas da MEAAMaRP descritas por Allevato e Onuchic (2021) para implementação em sala de aula. Trata-se, então, de um material didático/instrucional entendido como "[...] propostas de ensino, envolvendo sugestões de experimentos e outras atividades práticas, sequências didáticas, propostas de intervenção, roteiros de oficinas; [...] *páginas de internet e blogs*; jogos educacionais de mesa ou virtuais, e afins; entre outros" (RIZZATTI *et al.*, 2020, p. 5, grifo nosso).

A escolha de um *site* foi para facilitar o acesso a professores em qualquer lugar, basta se conectar à internet e ele poderá desfrutar de todos os problemas que estão na base de dados. Neste *site*, cada problema foi incluído, classificando-o pelo nível de ensino em que é possível utilizá-lo, a habilidade da BNCC que o problema explora, a unidade temática que o problema está incluso, possíveis estratégias de resoluções que os alunos podem apresentar, uma seção de recomendações ao professor com as discussões que ele pode realizar, de acordo com as soluções apresentadas (indicações para realizar a formalização do conteúdo, ou ainda, como direcionar seus alunos durante e depois de apresentarem as resoluções).

Como indica as etapas de aplicação da MEAAMaRP, de Allevato e Onuchic (2021), foi incluído ao final das recomendações ao professor uma sugestão de extensão do problema proposto, de modo a explorar a potencialidade do problema por meio de modificações que possibilitem a sua utilização em outros anos de ensino.

No Quadro 3 tem-se os protocolos que foram base para a escolha de problemas para o site Problemoteca.

Quadro 3 - Protocolo para seleção de problemas para a Problemoteca

Protocolo para seleção de problemas	
1.	Pensar: “Que conteúdo irei iniciar com esse problema?”
2.	Qual habilidade da BNCC ele explora?
3.	Em que ano escolar é indicada a sua aplicação?
4.	Descrever as possíveis resoluções (aqui apresenta-se as resoluções dos alunos, quanto mais gerador de novos conceitos o problema for, maior a quantidade e a variedade de possíveis resoluções).
5.	Apresentar orientações ao professor (aqui deve haver a formalização do conteúdo que pensou ao escolher o problema)
6.	Questionar: “Se o problema sofrer alguma modificação, é possível trabalhá-lo em outros anos ou com outras finalidades ou aprofundamentos?” (Se a resposta for sim, isso é uma extensão do problema, e aí é incluído nas orientações ao professor)
7.	Sempre relacionar às orientações da MEAAMaRP.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Destaca-se que na etapa 4, apresentada no Quadro 2, o conhecimento prévio do aluno é relevante, bem como os encaminhamentos do professor. Caso contrário, por exemplo, se o aluno souber o procedimento ou conteúdo que resolve o problema, ele não será mais gerador, mas de aplicação.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Após reunir os dados oriundos das respostas fornecidas pelos participantes ao Formulário Google, das transcrições das entrevistas, bem como o diário de campo da pesquisadora, definiu-se o *corpus* da pesquisa. Esta seleção envolveu a busca por respostas a pergunta da pesquisa: “Como são selecionados e quais são as fontes de busca de problemas matemáticos pelos professores?”. Como houve a criação de uma base de dados chamada de Problemoteca, a definição do corpus também buscou na entrevista semiestruturada II a melhoria e coleta de dados referentes às contribuições que uma base de dados de problemas geradores pode trazer aos professores e o que poderia ser melhorado. Com isso, definiu-se, primeiramente, as unidades de significado, as subcategorias e as categorias de análise.

4.1 DEFININDO AS UNIDADES DE SIGNIFICADO

Seguindo os pressupostos teóricos da ATD, conforme Moraes e Galiazzi (2016), o ciclo de análise é iniciado pela unitarização dos dados, que consiste em separá-los em Unidades de Significado (US). Assim, foram realizadas as primeiras interpretações de acordo com as conexões estabelecidas com o referencial teórico. Desta forma, foram codificados fragmentos de respostas apresentadas constituindo as US.

Para melhor identificar esses fragmentos, as US serão indicadas pela letra “F” para respostas que resultaram do Formulários Google, “EI” para respostas resultantes da Entrevista Semiestruturada I, e “EII” para as respostas que resultaram da Entrevista Semiestruturada II, seguidas do número correspondente à pergunta do formulário (de 1 a 7) ou nas entrevistas (5 perguntas na Entrevista Semiestruturada I e 8 perguntas na Entrevista Semiestruturada II, bem como perguntas extras). Na sequência, é apresentado um número que corresponde a um dos participantes. Pedro será o número 1, Ana será o número 2, Julia o número 3 e Aline o número 4.

Retomando a pergunta de pesquisa “Como são selecionados e quais são as fontes de busca de problemas matemáticos pelos professores?”, foi organizado[7] um quadro com três colunas: a primeira coluna contém o código da Unidade de Significado; a segunda possui o

[7] Uma organização semelhante pode ser encontrada nos trabalhos de Andreatta e Allevato (2020) e Bicalho, Allevato e Silva (2020).

fragmento do texto das respostas dos participantes; e a terceira coluna uma interpretação preliminar dos pesquisadores.

Na etapa 1 da pesquisa foram identificadas as US apresentadas nos Quadros 4, 5 e 6:

Quadro 4 – Unidades de Significado

Respostas dos participantes sobre o que é Problema		
US	**Fragmentos das respostas dos participantes**	**Interpretação preliminar do pesquisador**
F.5.3	O problema matemático entendo que pode ser resolvido de várias formas, utilizando linguagem matemática ou não.	Algo que se pode resolver utilizando diferentes formas.
F.5.4	É uma questão ou assunto que requer solução.	Algo que se busca solucionar.
E.I.1.1	Que você consiga realizar a leitura, a interpretação e extrair as informações.	Que contenha dados claros.
E.I.1.2	O aluno olhar e se colocar dentro de um problema, porque se ele se coloca dentro da situação problema, ele consegue absorver melhor e consegue resolver [...] se for só um Resolva eu acredito que não, pois, ele não tem muito que quebrar a cabeça, ele vai apenas armar a operação e resolver.	Problemas de contexto real possíveis e imagináveis pelo aluno, sem ser do tipo Resolva ou Calcule.
E.I.1.3	Dentro de um problema ele precisa ter algumas informações, onde o aluno precisa pesquisar sobre aquelas informações, e utilizar a partir daquele problema o conhecimento que ele tem, não necessariamente que ele vai estar fazendo.	Que tenha informações relevantes, que viabilize a pesquisa, e que resulte na construção de um conhecimento que ele não tem.

Fonte: Dados da pesquisa.

Quadro 5 - Unidades de Significado relacionadas ao momento de utilização dos problemas e justificativas de suas escolhas

Respostas dos participantes relacionadas ao momento de utilização dos problemas e justificativas de suas escolhas		
US	**Fragmentos das respostas dos participantes**	**Interpretação preliminar do pesquisador**
E.I.4.1	Como aula expositiva, porque é claro que eu pego esse problema, faço a exposição dele, mas também tento buscar situações cotidianas que o aluno possa colocar naquele problema e consiga assim resolver [...]. Já utilizei o problema no início da aula, porém tomou uma aula e meia [...] deveriam ser problemas que deveriam ser mais propostos, mas o conteúdo é muito jogado (no sentido de ter que dar conta da quantidade de conteúdo estipulado e dentro do tempo estimado pelo governo), você tem que correr e acaba engessando a sua aula.	Aula do modo expositivo, problemas como aplicação.
E.I.4.2	No Ensino Fundamental eu costumo passar um resumo do conteúdo primeiro e depois o problema [...] se eu não entrar ali com uma explicação antes, o aluno não consegue resolver aquele problema em questão.	Problemas como forma de aplicação do que foi ensinado.
E.I.4.3	Na verdade, no sistema Anglo, vem no início da introdução (a Resolução de Problemas), ele não chega no conteúdo e já vai aplicando, ele vai por etapas. O aluno por exemplo, vai aprender potenciação, ele vai indo por etapas, e perguntando os processos “o que você fez aqui”, “o que você fez ali”. Então, frequentemente a gente utiliza, mas tem alguns momentos que	Utiliza a resolução de problemas primeiro e depois apresenta o conteúdo, mas faz o contrário apenas quando precisa “correr” com o conteúdo.

	não. Às vezes é algo tão acelerado que nós temos que ir para o tradicional.	
E.I.4.4	Antes de qualquer problema, é importante o aluno ter uma visão básica do conteúdo que vai ser trabalhado. Então, eu procuro primeiro trabalhar o conteúdo para depois entrar no problema que seria o tradicional. Mas, às vezes, eu trabalho com a sala de aula invertida, eu trago o problema no começo da aula para depois a gente entrar no conteúdo. Então, assim... eu não sigo um padrão de aula, eu procuro mesclar as metodologias.	O conteúdo é trabalhado antes da aplicação do problema, às vezes o contrário.
E.I.5.1	[...] sempre o conteúdo deve casar com as habilidades.	Utiliza problemas sempre de acordo com as habilidades da BNCC.
E.I.5.2	Eu vou mais pelo conteúdo abordado do que pela habilidade da BNCC, então eu geralmente busco o conteúdo e aí eu vejo se há a necessidade de algum outro contexto para aprofundar mais o conteúdo.	Utiliza apenas conteúdo sem conectar com as habilidades da BNCC.
E.I.5.3	As apostilas estão sendo reformuladas, os anos 6°, 7°, 8° e 9° já foram reformulados e já vem indicado a habilidade da BNCC que se espera alcançar com aquela aula/problema em questão.	O material já vem formulado indicando a habilidade da BNCC que será trabalhada.
E.I.5.4	Eu tento associar os dois, os pré-requisitos que a BNCC traz para a gente poder estar trabalhando com os alunos e também pelo tema. Então eu abordo as duas situações. Procuro também pelo tema, mas também abordando os requisitos que ela pede que desenvolva.	O professor tenta utilizar tanto o tema quanto a habilidade da BNCC.

Fonte: Dados da pesquisa.

Quadro 6 - Locais de busca dos Problemas

Respostas dos participantes sobre os locais onde costumam buscar problemas		
US	**Fragmentos das respostas dos participantes**	**Interpretação preliminar do pesquisador**
E.I.2.1	Nós temos um material proposto pelo governo e também temos o recurso do livro didático. Alguns busco na internet, porém nem sempre confiáveis, mas a minha base mesmo são os livros didáticos.	Material proposto pelo governo, livro didático e internet.
E.I.2.2	Geralmente eu pego nos livros didáticos deles mesmo, às vezes, se precisar complementar eu trago alguns de fora.	Busca em livros didáticos.
E.I.2.3	Seguimos uma apostila tanto no sistema Anglo, quanto no Estado. Tem flexibilidade. Mas o governo fez uma forma de ter um currículo priorizado.	Segue o currículo priorizado pelo governo, que utiliza como base a BNCC.
E.I.2.4	Além de livros didáticos, eu também procuro pesquisar na internet, pois às vezes tem algum problema diferente do padrão, de uma OBMEP, ou de um Enem	Livros didáticos, internet, em provas anteriores do Enem e na OBMEP.

Fonte: Dados da pesquisa.

As US identificadas na etapa 2 da pesquisa são apresentadas no Quadro 7:

Quadro 7 – Forma de seleção e utilização dos problemas

Respostas dos participantes a respeito da Problemoteca		
US	**Fragmentos das respostas dos participantes**	**Interpretação preliminar do pesquisador**

E.II.2.1	Selecionei um que é referente a um triângulo "auditório" que na verdade é a respeito de uma potenciação e como eu já tinha passado para eles a situação de potenciação, conseguiram resolver perfeitamente. O outro foi referente aos "brigadeiros" que envolvia frações. Selecionei um outro dos "triângulos", a partir de um triângulo equilátero (Trace os segmentos unindo os pontos médios em cada um dos seus lados). Claro que esse também tem o sistema de potenciação, que ele vai crescendo. Notaram perfeitamente, conseguiram resolver. E um que eles "bateram a cabeça" e foi incrível, foi o da "festança", que para uma festa de aniversário foram convidadas 3 famílias, (Pereira, Oliveira e Silva). Esse aqui foi o arraso na hora deles resolverem, como eu trabalhei com eles o mínimo múltiplo comum (MMC), mas até eles perceberem, foi muito bom. E aí a gente foi debatendo em algumas situações, [...] eles me perguntaram muito sobre algumas dúvidas de entendimento deles, mas assim, foi muito bom, muito criativo.	A seleção dos problemas se baseou em um conteúdo já trabalhado.
E.II.2.2	Utilizei o problema "quem come mais pizza?" e o problema dos "Contêineres" pois ambos envolviam frações e é um conteúdo que eu iria abordar, envolvendo frações equivalentes.	Escolhe o problema sobre um conteúdo que ainda irá abordar em sala de aula.
E.II.2.4	Eu selecionei 3 problemas pesquisando pelo conteúdo Regra de Três, o primeiro problema foi do "abastecimento", o segundo foi o problema proposto como etapa 10 nas recomendações do problema do "abastecimento", e o problema 3 foi o "recolhendo o lixo". Os alunos já haviam aprendido em aulas anteriores. A aplicação desses problemas teve como objetivo investigar e retomar os conhecimentos adquiridos pelos alunos na época em que aprenderam Regra de Três.	Problemas visando investigar e retomar os conhecimentos adquiridos como forma de diagnosticar.
E.II.3.1	Eu já levei impresso, entreguei um para cada um, e eu falei eu não vou participar... eu vou estar aqui deixando que vocês... vocês podem cada um se organizar em grupos ou individual, da forma de vocês... mas eu não posso dar palpite nenhum! Depois que vocês me entregarem aí eu posso questionar, eu posso falar, então foi feito dessa maneira.	Forma do problema impresso. trabalhados individualmente ou em grupos. Não houve intervenções do professor. Ao final o professor fez suas considerações.
E.II.3.2	A primeira eu fiz a abordagem da pizza, eles analisaram até chegarem na conclusão de que eles haviam comido a mesma quantidade de pizza, mas o segundo problema os alunos ficaram um pouco confusos em relação em como representar frações, pois eu não tinha visto a metodologia do problema. Depois que vi as orientações abaixo do problema e entendi que era relacionado ao todo, depois que eu vi a metodologia eu fiz intervenções e eles conseguiram resolver o problema.	Apenas aplicou os problemas sem verificar as recomendações ao professor.
E.II.3.4	Primeiramente, selecionei os problemas na Problemoteca, de acordo com o conteúdo de Regra de Três. Em seguida, planejei como seria a aplicação dos problemas em sala de aula. Na aplicação dos problemas, separei a turma do 8° ano do Ensino Fundamental em grupos com quatro alunos. Em seguida, entreguei os problemas para os grupos, realizei a leitura dos problemas com os mesmos. Em alguns grupos foi necessário a interferência para orientar sobre a coleta de dados do primeiro problema, mas a maioria conseguiu solucionar os problemas sem a interferência do professor.	Aplicação do problema realizando a etapa de "observar e incentivar", até os alunos chegarem à solução. Não houve a etapa da plenária e formalização.
E.II.1.1	Como estou desempenhando um trabalho no sistema prisional, então lá eu não tenho acesso à internet. Então o que que eu fiz, eu fui lá no site pesquisei os problemas, colei no word e dentre eles 5 problemas, entreguei para eles e deixei eles resolverem e assim, outros questionamentos foram surgindo.	Pesquisou e selecionou os problemas e realizou a impressão para entregar aos seus alunos.

E.II.1.2	Eu utilizei o Educatron[8] em sala de aula. Entrei no site da Problemoteca em sala de aula com os alunos, entrei no site e pesquisei o conteúdo de frações mesmo.	Utilizou a projeção do site da Problemoteca diretamente na sala de aula, oportunizando aos alunos o contato com o visual do site.
E.II.1.4	Eu pesquisei pelo conteúdo de Regra de Três e selecionei três problemas que envolvessem regra de três, e também consultei a aba que tem a metodologia para tentar entender como e quais etapas utilizar na aplicação dos problemas.	Pesquisou pelo conteúdo e fez uso da aba de metodologia para tentar utilizar as etapas sugeridas.
E.II.5.1	Se continuar a biblioteca, eu sem dúvida vou buscar por lá, já fica assim, não vou dizer fácil, mas fica rápido de buscar. Eu buscava na minha base de dados, em livro didático, ou até mesmo por algum site, tinha que verificar, imprimir, resolver, e tudo mais. Não tinha um passo a passo daquela metodologia, sempre o que eu acabava fazendo, mas se enriquecer mais o site, vai ficar top.	A Problemoteca é um local de rápido acesso, e completo com passo a passo das estratégias e metodologias.
E.II.5.2	Achei que a barra lateral para pesquisa foi muito boa, achei que ficou bem fácil para pesquisar, melhor do que outros site, a maneira que você disponibilizou ficou muito bom.	A disponibilização de uma barra lateral facilitou o acesso e navegação no site.
E.II.5.4	A Problemoteca direciona o professor sobre como podem ser aplicados os problemas. Orienta sobre as etapas de aplicação e execução dos problemas pelos alunos, facilitando a abordagem dos problemas pelos professores em sala de aula. Já em outros sites de busca não tem nenhuma sequência de aplicação dos problemas ou orientação sobre os mesmos.	A Problemoteca direciona o professor sobre como podem ser aplicados os problemas, faz orientações sobre as etapas de aplicação e execução.
E.II.6.1	Eu vejo assim... que precisa ser enriquecido, colocar mais problemas do 6°, 7° e 8°. Por que eu vi assim que... claro, perfeito está no começo, ótimo, muito bom, parabéns.	Todos os pontos são positivos, sugere enriquecer com mais problemas.
E.II.6.2	Eu acho que [...] a barra de ferramentas como você colocou, a visualização, os desenhos da maneira que você colocou colorido no site. Na hora que abri ali para os alunos eles viram aqueles brigadeiros e já enlouqueceram com imagens, já pediram: “professora, traz brigadeiros para a gente trabalhar em sala de aula!” Então, assim, as figuras que você colocou ficou bem chamativo, chamou bastante atenção dos alunos.	O site ficou claro para buscar, visualizar e o visual atrativo chamou muito a atenção dos alunos.
E.II.6.4	As Orientações das etapas de aplicação e execução dos problemas, as possíveis resoluções, as sugestões dos jogos, bons problemas apresentados.	Aspecto positivo do site é ter orientações sobre as etapas de aplicação e execução dos problemas, ter sugestão de jogos e conter bons problemas.
E.II.7.1	Enriquecer mais a base de dados desses problemas, quantidade e abranger mais problemas do 6° ano.	Enriquecer a quantidade de problemas do 6° ano.
E.II.7.2	Acredito que seria a questão de ter mais atividades e poder aumentar, sei que ainda está em processo de construção, mas aumentando acredito que poderíamos utilizar ainda mais do seu site.	Aumentar a quantidade de problemas.

[8] *Educatron*: Um kit oferecido pelo governo contendo um computador, TV, webcam, mouse e teclado para uso em sala de aula, utilizado para acesso ao registro de classe, entre outras funcionalidades.

E.II.7.3	Acredito que a única contribuição para melhora do site seria de ampliação dos conteúdos de matemática.	Aumentar a quantidade de problemas com maior diversidade de conteúdo.
E.II.4.1	Eu cheguei a ver sim os passos da Metodologia, as estratégias de resolução, mas não cheguei a utilizar todos os passos. Eu entreguei os problemas e deixei eles resolverem para ver o que é que eles abordam. Com a metodologia, acho que não irá ficar muito bacana, fui bem maleável e não teve assim todo aquele critério. Eles realizaram as discussões e chegaram num consenso entre eles, eles não fizeram a exposição do conteúdo na lousa e não realizaram a sistematização de nenhum conteúdo.	O professor optou por não utilizar a MEAAMaRP.
E.II.4.2	Eu apenas realizei a aplicação dos problemas utilizando as orientações descritas no próprio problema, exceto o problema dos contêineres que acabei não olhando e tive que recorrer a ele para dar orientações aos alunos.	Não fez uso da MEAAMaRP, apenas realizou a aplicação dos problemas. Buscou as orientações diante de dificuldades em sua implementação.
E.II.4.4	Eu utilizei quase todas as etapas, porém como não tive contato com a disciplina e nem com a metodologia, não realizei a sistematização do conteúdo, mas, as etapas anteriores eu realizei, fiz a divisão em grupos, a leitura dos problemas, deixei eles resolverem e passei pelos grupos dando orientações quando necessário, até os alunos resolverem os problemas. Os grupos não apresentaram as soluções, apenas discutiram no grupo e chegaram a uma solução.	Tentou utilizar as etapas da MEAAMaRP, porém como não teve contato com a Metodologia.

Fonte: Dados da pesquisa.

Com o Quadro 7 foram concluídas as US, utilizadas para a etapa de Categorização, que será descrita na próxima subseção.

4.2 CATEGORIZAÇÃO

Constituído o *corpus* desta pesquisa, foi possível estabelecer 38 US, que foram codificadas e nomeadas. Nesta subseção, foram organizadas Subcategorias e Categorias de análise para definir os elementos do metatexto a ser escrito. Para Andreatta e Allevato: “Este processo consiste no agrupamento de elementos de significação próxima, que podem ser reunidos em diferentes níveis de categorias” (ANDREATTA; ALLEVATO, 2020, p. 13).

Analisando as US identificadas, percebe-se que muitas delas expõem a forma que o professor costuma buscar seus problemas, o que é e quais características o problema deve possuir e o que o professor espera alcançar com sua seleção e proposição. Tal aspecto reflete também sua forma de trabalho, visto que o momento da aula em que o problema é aplicado revela seu entendimento sobre a RP. Assim,

> Depois da realização desta unitarização, que precisa ser feita com intensidade e profundidade, passa-se a fazer a articulação de significados semelhantes em um processo denominado de categorização. Neste processo reúnem-se as unidades de significado semelhantes, podendo gerar vários níveis de categorias de análise (MORAES; GALIAZZI, 2006, p. 117).

A partir dos dados emergiram sete categorias, que foram separados em duas etapas. Na primeira etapa tem-se quatro categorias: 1. Entendimento do que é um Problema; 2. Momento da aula em que o problema é utilizado; 3. Como ele relaciona o problema as habilidades da BNCC; 4. Locais de busca dos Problemas. Na segunda etapa tem-se três categorias, relacionadas ao site Problemoteca, mas optou-se por continuar a numeração para uma melhor disposição dos dados durante a comunicação: 5. Forma de uso do site Problemoteca; 6. Percepções sobre a Problemoteca; 7. Uso das orientações de MEAAMaRP.

No Quadro 8 estão agrupadas as US referente a etapa 1, organizadas em subcategorias e categorias de análise.

Quadro 8 - Categorias de Análise – Etapa 1

“Como são selecionados e quais são as fontes de busca de problemas matemáticos pelos professores?”		
Unidades de Significado	**Subcategorias (Respostas dos participantes agrupadas para identificação das categorias de análise)**	**Categorias de Análise**
F.5.3; F.5.4;	Algo que se busca solucionar, e pode ser utilizado diferentes estratégias de resolução.	(1) Entendimento do que é um problema
E.I.1.1; E.I.1.2; E.I.1.3; E.I.1.4;	Que contenha dados de clara interpretação, com contexto real, possível ou imaginável ao aluno, com informações relevantes.	
E.I.4.1; E.I.4.2;	Ensinar para Resolver Problemas.	(2) Momento da aula em que o problema é utilizado.
E.I.4.3; E.I.4.4;	Ensinar através da Resolução de Problemas.	
E.I.5.1; E.I.5.3; E.I.5.4;	Utiliza problemas sempre ligados às habilidades da BNCC que se espera alcançar.	(3) Como ele relaciona o problema as habilidades da BNCC.
E.I.5.2;	Utiliza problemas de acordo com o conteúdo sem se preocupar com as habilidades da BNCC que são necessárias alcançar durante o ensino.	
E.I.2.1; E.I.2.3; E.I.2.4;	Utiliza material pronto como livros didáticos, material do governo, apostila e quando necessário faz buscas na internet (sites nem sempre confiáveis).	(4) Locais de busca dos Problemas
E.I.2.2;	Utiliza apenas material pronto como livros didáticos.	

Fonte: Elaborado pela autora.

Na Categoria 1 “Entendimento do que é um Problema”, foram consideradas as respostas referentes às características apresentadas pelos participantes da pesquisa do que para eles seria um problema matemático. Na Categoria 2 “Momento da aula em que o problema é utilizado", foram elencadas as respostas dos participantes, em que se identificou o momento em que os professores utilizam os problemas em suas salas de aulas (se seria no início de suas aulas para introduzir um conteúdo ou no final como uma aplicação da Matemática ensinada pelo professor ou trabalham as etapas de Polya). Na Categoria 3 "Como ele relaciona o problema as habilidades da BNCC" foram apresentadas respostas sobre como os participantes buscam os problemas (se observam a BNCC ou se preocupam apenas com o conteúdo). Na Categoria 4 "Locais de busca dos Problemas" foram consideradas as respostas dos participantes a fim de identificar as principais fontes de buscas utilizadas por eles para selecionar os problemas.

No Quadro 9 são agrupadas as US referente à etapa 2 da pesquisa, organizadas em subcategorias e categorias de análise.

Quadro 9 - Categorias de Análise – Etapa 2

Contribuições ao site Problemoteca		
Unidades de Significado	**Subcategorias (Respostas dos participantes agrupadas para identificação das categorias de análise)**	**Categorias de Análise**
E.II.1.1	Utilizou a Problemoteca apenas como fonte de busca.	(5) Formas de uso do site Problemoteca
E.II.1.2;	Utilizou a Problemoteca de forma digital com os alunos permitindo a sua visualização.	
E.II.2.1;	Selecionou os problemas de forma a utilizá-los para diagnosticar o que os alunos aprenderam.	
E.I.2.4;	Selecionou os problemas de forma a utilizá-los para ensinar um conteúdo novo.	
E.II.5.2; E.II.6.2;	Classificou como um site bem organizado e com boa disposição dos recursos, como a barra de ferramentas e pesquisa.	(6) Percepções sobre a Problemoteca
E.II.5.1; E.II.5.4; E.II.6.1; E.II.6.4;	Classificou a Problemoteca como base de dados completa de fácil e rápida utilização, com descrições detalhadas dos procedimentos e orientações ao professor.	
E.II.7.1; E.II.7.2;	Enriquecimento da quantidade de problemas;	
E.II.7.4;	Maior abrangência de conteúdos	
E.II.3.1; E.II.3.4; E.II.4.1; E.II.4.4;	Aplicou problemas utilizando algumas das etapas da MEAAMaRP	(7) Uso das orientações da MEAAMaRP
E.II.4.2;	Utilizou as orientações ao professor presente nos problemas sem utilizar as etapas da MEAAMaRP.	

Fonte: Elaborado pela autora.

A Categoria 5 “Formas de uso do site Problemoteca” buscou compreender como o *site* foi utilizado pelo participante (se foi como fonte de busca ou como apoio à aplicação do problema realizando a impressão do material, se foi utilizado no formato digital) e o uso dos problemas no *site* da Problemoteca (se foi como um diagnóstico do que os alunos sabem em relação a um conteúdo já abordado ou a fim de introduzir um conteúdo novo). A Categoria 6 “Percepções sobre a Problemoteca” compôs-se das percepções dos participantes em relação ao layout e conteúdo do *site* (se consideravam organizados, completos ou se faltava algum item específico). A Categoria 7 “Uso das orientações de MEAAMaRP” considerou se foram utilizadas as orientações específicas do site da Problemoteca (com o roteiro da MEAAMaRP), e se elas contribuíram para a aplicação no momento da aula dos professores, bem como se eles conseguiram implementá-la.

4.3 COMUNICAÇÃO DOS DADOS

Essa fase, denominada por Moraes e Galiazzi (2016) de “[...] comunicação dos dados ou metatexto” abarca a análise e interpretação do pesquisador em relação aos dados da pesquisa. Ela é constituída por uma teorização, tendo como objetivo responder à pergunta de pesquisa: “Como são selecionados e quais são as fontes de busca de problemas matemáticos pelos professores?”.

Foram evidenciadas sete categorias de análise divididas em etapa 1 e 2 da pesquisa. Na primeira: 1. Entendimento do que é um Problema; 2. Momento da aula em que o problema é utilizado; 3. Como ele relaciona o problema as habilidades da BNCC; 4. Locais de busca dos problemas; e na etapa 2: 5. Forma de uso do site Problemoteca; 6. Percepções sobre a Problemoteca; 8. Uso das orientações da MEAAMaRP.

Na etapa 1, na primeira categoria, que se refere ao entendimento do que é um problema por parte dos participantes, foram identificadas seis US divididas em duas subcategorias.

Uma dentre estas US trouxe o problema como “Algo que se busca solucionar, e pode ser utilizado diferentes estratégias de resolução”. Nela, são trazidas as considerações de Júlia, em que: “O problema matemático entendo que pode ser resolvido de várias formas, utilizando linguagem matemática ou não” e de Aline: “É uma questão ou assunto que requer solução”.

Na segunda subcategoria, “Que contenha dados de clara interpretação, com contexto real, possível ou imaginável ao aluno, com informações relevantes.”, foram quatro US relacionadas às características que os professores consideram ao pensar em problemas matemáticos, dentre eles que contenham informações relevantes, um contexto próximo ao aluno e que seja possível, ao realizar a leitura deste problema, interpretá-lo e identificar seus dados. Para Júlia, “dentro de um problema ele precisa ter algumas informações, onde o aluno precise pesquisar sobre aquelas informações, e utilizar a partir daquele problema o conhecimento que ele tem [..] um contexto que envolve alguma coisa relacionada ao aluno, [...] um contexto matemático muitas vezes”. Para Aline: “Eu acho que a primeira que tem que ter assim claro é a questão dos dados, porque tem alguns problemas que ele não demonstra de maneira clara os dados do exercício, às vezes tem informações desnecessárias, e eu percebo assim que quanto mais informações desnecessárias tem neste problema mais difícil é para o aluno compreender, então assim, se o problema é de uma forma mais clara, facilita a compreensão dos alunos, porque eles têm dificuldade de interpretação, de identificação dos dados, então se ele é um problema mais poluído, com informações desnecessárias, dificulta a identificação pelo aluno”.

Já para Pedro, para ser um problema é necessário que “Primeiramente que você consiga realizar a leitura e extrair informações.” No que diz respeito a diferenciação de problema e exercício, Pedro argumenta que, “Eu vejo que os exercícios que vem propostos para nós professores, claro que por conta da nossa bagagem o que vem você já consegue decifrar, mas, no lado do aluno ele tem que vir com mais informações é um passo melhor para que o aluno venha se focar, para que ele possa assim ter uma escada e poder subir”.

Os professores Aline e Pedro trazem a questão dos dados do enunciado e defendem algo “mais simples”. É necessário um cuidado nesse momento pois, conforme Woods (1986), o uso de procedimentos memorizados pode ser caracterizado como exercício, já para Van de Walle (2009) afirma que problema é tudo aquilo que se quer resolver, mas que não tem um procedimento para isso. Há de se desenvolver essa habilidade com os alunos e não apenas facilitar o caminho para a resposta.

Para Ana, os problemas devem ter proximidade com a realidade do aluno, segundo a participante, “...eu percebo que hoje a maior dificuldade não seja os enunciados dos problemas, e sim, a defasagem na interpretação daquilo que ele está lendo, então querendo ou não para ele pegar um problema ali e resolver ele precisa interpretar primeiramente [...] sendo um contexto real, porque às vezes até mesmo em uma divisão simples, às vezes tem lá, $4 \div 4$ o aluno responde 0 (zero). Opa, zero por quê? Quatro dividido por quatro, pensa assim: 4 balas dividido para 4 crianças dá nenhuma bala para cada um? Aí o aluno fala”: “Ah, é verdade, dá uma bala para cada um”, assim, ele se coloca dentro daquela situação real e assim ele consegue enxergar que $4 \div 4$ não é zero, o que é muito comum acontecer. Se eles se colocarem dentro da situação problema eles conseguem resolver melhor”. A compreensão de problema da professora Ana é semelhante à apresentada por Nelson e Worth (1983), que descreve o problema como aquele que possui em seu contexto relações com o dia a dia do aluno e que faça sentido para eles.

Realizando a análise sobre as definições apresentadas pelos participantes para problema, elas estão na mesma direção de Cai e Lester (2012), que afirmam que problemas proporcionam desafios intelectuais e desenvolvem o entendimento matemático nos estudantes. As respostas dos participantes também corroboram os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), que dizem que no problema o aluno é levado a realizar interpretações em relação ao enunciado e a estruturar a situação que lhe é apresentada, realizando uma sequência de ações para se chegar a uma solução.

Sobre os critérios para a escolha de problemas para se ensinar matemática, os participantes trazem aspectos semelhantes com os descritos por Cai e Lester (2012): “1. O problema envolve matemática útil e importante. [...] 5. O problema pode ser abordado por estudantes de múltiplas maneiras usando diferentes estratégias de resolução” (CAI; LESTER, 2012, p. 149). Para Boavida *et al.* (2008), além desses, o problema deve ser de simples compreensão, mas que não seja fácil solucioná-lo, deve ser estimulante aos alunos, apresentar diversas formas (caminhos) para se chegar à solução e envolver mais de um conceito. O que foi apresentado nas respostas também vai ao encontro das ideias de Vila e Callejo (2006), que afirmam que um bom problema é aquele que contém relação com o dia a dia do aluno, proporcionando o pensamento crítico e a tomada de decisão.

A segunda categoria de análise da etapa 1, Momento da aula em que o problema é utilizado, é composta por duas subcategorias e um total de quatro US. As ideias de Schroeder e Lester (1989) sobre os usos da resolução de problemas (para-sobre-através) subsidiam as discussões apresentadas. A primeira subcategoria é Ensinar para Resolver Problemas, com duas US. Trata-se do ensino em que o conteúdo e os conceitos são ensinados e os problemas são utilizados para que os alunos apliquem esses conhecimentos. “[...] nessa abordagem, apenas após ter desenvolvido a parte “teórica” referente a um determinado tópico matemático, é que o professor propõe problemas aos alunos, de fato, como aplicação dos conteúdos estudados” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 38). Essa forma de ensino é considerada por Van de Walle

(2009) como “ensinar-então-praticar”, que consiste em ensinar o conteúdo e conceitos matemáticos e, após, utilizar problemas para praticar o conteúdo.

Nessa direção, a participante Ana diz que “No Ensino Fundamental eu costumo passar um resumo do conteúdo primeiro e depois o problema [...] no Ensino Fundamental, se eu não entrar ali com uma explicação antes, o aluno não consegue resolver aquele problema em questão!”. Esse excerto evidencia algo semelhante à pesquisa de Valoyes-Chávez (2019), em que antes mesmo de tentar utilizar uma nova abordagem, o professor já criava um estereótipo da sua sala e julgava que os alunos só resolveriam o problema com sua ajuda. Destaca-se a importância de o professor oportunizar aos alunos meios de utilizar a sua autonomia, sob sua observação e incentivo, sem indicar o caminho, pois a intenção é que os alunos consigam se tornar autônomos e protagonistas.

Na segunda subcategoria, “O ensino através da Resolução de Problemas”, o problema é o ponto de partida para se ensinar matemática, e “[...] consideramos que a expressão ‘através’ – significando ‘ao longo’, ‘no decurso’ – enfatiza o fato de que ambas, Matemática e resolução de problemas, são consideradas simultaneamente e são construídas mútua e continuamente” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 38).

O participante Pedro argumenta que trabalhar com problemas para iniciar uma aula acaba tomando muito tempo, pois: “Essa forma de trabalhar aplicando o problema inicialmente acaba puxando uma aula e meia, tem alguns alunos mais rápidos outros você quase tem que pegar na mão para fazer, deveriam ser problemas que deveriam ser mais propostos, mas o conteúdo é muito jogado, você tem que correr e acaba engessando a sua aula”. Perceba que essa ideia corrobora com Darragh e Radovic (2019), cujos professores participantes tendiam a não utilizar a Resolução de Problemas, alegando o tempo disponível para lidar com o conteúdo.

A participante Júlia descreve suas aulas como “mista”, em que às vezes utiliza o problema como ponto de partida e, outras, o “ensino tradicional”. “Na verdade, no sistema Anglo, vem no início da introdução a Resolução de Problemas, ele não chega no conteúdo e já vai aplicando, ele vai por etapas. O aluno por exemplo, vai aprender potenciação, ele vai indo por etapas, e perguntando os processos ‘o que você fez aqui?’, ‘o que você fez ali?’, então frequentemente a gente utiliza, mas tem alguns momentos que não, as vezes é algo tão acelerado que nós temos que ir para o tradicional, e já não vai (não utiliza da metodologia de Resolução de Problemas)” (Júlia). Nas falas dessa professora, identifica-se que apesar dela dizer que utiliza a resolução de problemas, na verdade ela usa o problema como aplicação de conteúdo já trabalhado e não como problema gerador.

Nessa direção, Darragh e Radovic (2019) considera que deve haver uma mudança não somente na postura do professor como nas próprias instituições de ensino que, muitas vezes, não incentivam novas abordagens, mas vê como “bom” professor o que segue o material e cumpre o conteúdo.

Na terceira categoria da etapa 1, “Como ele relaciona o problema as habilidades da BNCC”, foram agrupadas duas subcategorias, na primeira tem-se três US em que os professores apresentaram em suas respostas que sempre buscam ligar o conteúdo que se quer trabalhar com a habilidade da BNCC que se espera alcançar durante o ensino. Segundo Aline: “Eu tento associar os dois, os pré-requisitos que a BNCC traz para a gente poder estar trabalhando com os alunos e também pelo tema. Então eu abordo as duas situações. Procuro também pelo tema, mas também abordando os requisitos que ela pede que desenvolva.” Já segundo Júlia: “As apostilas estão sendo reformuladas, os anos 6°, 7°, 8° e 9° já foram reformulados e já vem indicado a habilidade da BNCC que se espera alcançar com aquela aula/problema em questão.”. Pedro confirma que “[...] sempre o conteúdo deve casar com as habilidades”.

Já na segunda subcategoria, tem-se uma US em que um dos professores utilizam problemas de acordo com o conteúdo sem se preocupar com as habilidades da BNCC que são necessárias alcançar durante o ensino, tem-se a classificação de apenas uma US: “Eu vou mais pelo conteúdo abordado do que pela habilidade da BNCC, então eu geralmente busco o conteúdo e aí eu vejo se há a necessidade de algum outro contexto para aprofundar mais o conteúdo” (Ana).

Apesar de um dos participantes não utilizar as habilidades da BNCC para escolher os problemas e conteúdo a ser ensinado, a BNCC foi elaborada para assegurar as aprendizagens trazidas como essenciais a todos os alunos, visto que:

> [...] é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018, p. 7).

Portanto, a BNCC é um documento a ser utilizado em todos os níveis da Educação Básica, e que:

> [...] indica que as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências. Por meio da indicação clara do que os alunos devem ‘saber’ (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, do que devem ‘saber fazer’ (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho), a explicitação das competências oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem as aprendizagens essenciais definidas na BNCC (BRASIL, 2018, p. 13).

Os dados mostram que os participantes Pedro, Júlia e Aline consideram essas habilidades na seleção dos problemas, objetivando o cumprimento do que é descrito nestes documentos como normativas para o ensino e a aprendizagem dos alunos, e que não se trata apenas de ensinar matemática, mas de desenvolver no aluno conhecimentos, atitudes e valores, visando o exercício da cidadania, o pensamento crítico e o desenvolvimento das competências que neles se destacam.

A quarta categoria de análise da etapa 1, compõe-se de quatro US, divididas em duas subcategorias. A primeira subcategoria tem três US e diz respeito aos locais de busca dos problemas: livros didáticos, materiais enviados pelo governo, apostilas formuladas pelas próprias escolas e complementação em sites. Pedro relata: “Nós temos um material proposto pelo governo e também temos o recurso do livro didático. Alguns busco na internet, porém nem sempre confiáveis, mas a minha base mesmo são os livros didáticos”. Já na escola que Júlia trabalha, eles utilizam a apostila do sistema Anglo e quando ela é questionada sobre a busca por problemas em outros locais, a participante argumenta que não costuma fazer: “Não, porque já tem muita coisa. Claro que às vezes a gente até busca de fora, mas muitas vezes não dá tempo!”, se referindo à correria na escola particular para seguir a apostila.

A participante Aline disse que: “Além de livros didáticos, eu também procuro pesquisar na internet, pois às vezes tem algum problema diferente do padrão, de uma OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), ou de um ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio)”. Isso mostra certa adesão dos participantes na busca de problemas além dos materiais disponíveis nas escolas, recorrendo a sites. A segunda subcategoria, com apenas uma US, considera que o professor não utiliza materiais complementares, apenas o livro didático escolhido pela escola, conforme a Ana descreve: “Geralmente eu pego nos livros didáticos deles mesmo, às vezes, se precisar complementar eu trago alguns de fora.”. Essa participante, no entanto, não especificou em quais locais “de fora” ela costuma buscar esses problemas complementares.

Na etapa 2, as Categorias 5, 6 e 7 (cuja numeração é a continuação da etapa 1) dizem respeito à Problemoteca e as respostas elencadas para a definição das US e das subcategorias. Foram pensadas buscando identificar os pontos positivos e negativos apresentados no *site*, bem como possíveis contribuições para a sua melhoria. Nesta fase, a participante Júlia optou por não continuar participando desta pesquisa.

A quinta Categoria "Forma de uso do site Problemoteca" foi analisada de forma a entender se os professores utilizaram o site como uma base da dados ou plataforma online, ou ainda, se foi um apoio durante a implementação dos problemas. Também se verificou se a utilização dos problemas visou aplicar o que os alunos aprenderam ou para introduzir um novo conhecimento. Com isso, foram identificadas quatro US, distribuídas em quatro subcategorias. Na primeira subcategoria, elencou-se a utilização do *site* apenas como fonte de busca. O participante Pedro explica esse uso: "Como estou desempenhando um trabalho no sistema prisional, então lá eu não tenho acesso à internet. Então o que que eu fiz, eu fui lá no site pesquisei os problemas, colei no word e dentre eles 5 problemas, entreguei para eles e deixei eles resolverem [...]".

Já na segunda subcategoria, a participante utilizou como formato digital permitindo os alunos o contato com o visual do site: "Eu utilizei o educatron em sala de aula, entrei no site da problemoteca em sala de aula com os alunos, entrei no site e pesquisei o conteúdo de frações mesmo" (Ana). Na terceira subcategoria, em relação à utilização dos problemas do site Problemoteca como aplicação do que já se aprendeu, uma US, o participante Pedro menciona: "Selecionei um que é referente a um triângulo "auditório" que na verdade é a respeito de uma potenciação e como eu já tinha passado para eles a situação de potenciação [...]". Assim, é possível identificar nos trechos da fala do participante que os problemas foram utilizados após a exposição do conteúdo que o problema abordava.

Já na quarta subcategoria, tem-se a utilização dos problemas do *site* como forma de ensinar um novo conceito, seguindo a ideia de problema gerador. A professora Ana diz: "Utilizei o problema 'quem come mais pizza?' e o problema dos 'Contêineres' pois ambos envolviam frações e é um conteúdo que eu iria abordar, envolvendo frações equivalentes". Essa participante mostra que o problema escolhido teria a intenção de introdução de um novo conteúdo.

Na Categoria 6, "Percepções sobre a Problemoteca", foram identificadas nove US separadas em quatro subcategorias. Na primeira "Classificou como um site bem organizado e com boa disposição dos recursos, como a barra de ferramentas e pesquisa", duas US foram destacadas. Segundo Ana, "Achei que a barra lateral para pesquisa foi muito bom, achei que ficou bem fácil para pesquisar, melhor do que outros site, a maneira que você disponibilizou ficou muito bom." E ainda complementou, "Eu acho que por ter ficado claro, a barra de ferramentas como você colocou, a visualização, os desenhos da maneira que você colocou colorido do site, na hora que abri ali para os alunos eles viram aqueles brigadeiros já enlouqueceram, com imagens, já pediram professora trás brigadeiros para a gente trabalhar em sala de aula, então assim, as figuras que você colocou ficou bem chamativo, chamou bastante atenção dos alunos" (Ana).

Já a segunda subcategoria foi a respeito da classificação da Problemoteca com informações detalhadas para a sua devida utilização. Foram identificadas quatro US, duas referentes a fragmentos da entrevista II, com Pedro, que esclarece sobre a Problemoteca: "Se continuar a biblioteca, eu sem dúvida vou buscar por lá, já fica assim, não vou dizer fácil, mas fica rápido assim de buscar, eu buscava na minha base de dados, em livro didático, ou até mesmo por algum site, tinha que verificar, imprimir, resolver, e tudo mais, não tinha um passo a passo daquela metodologia, sempre o que eu acabava fazendo, mas se enriquecer mais o site, vai ficar top". E ainda, destacou como aspecto positivo no *layout* da Problemoteca "Tudo" e completou "[...] eu vi assim claro, perfeito está no começo, ótimo, muito bom, parabéns". As outras duas US foram identificadas na entrevista II da participante Aline que explica: "A Problemoteca direciona o professor sobre como podem ser aplicados os problemas. Orienta sobre as etapas de aplicação e execução dos problemas pelos alunos, facilitando a abordagem dos problemas pelos professores em sala de aula. Já em outros sites de busca não tem nenhuma sequência de aplicação dos problemas ou orientação sobre os mesmos". Ela ainda destaca que os aspectos positivos da Problemoteca são as "Orientações das etapas de aplicação e execução dos problemas, as possíveis resoluções, as sugestões dos jogos, bons problemas apresentados". Na terceira subcategoria, foram identificadas duas US, que os participantes indicaram como ponto de melhoria do site Problemoteca o enriquecimento da quantidade de problemas. Como Pedro comenta: "Enriquecer mais a base de dados desses problemas, quantidade e abranger mais problemas do 6° ano. Porque eu vejo assim, ah vou trabalhar potenciação, então enriquecer mais os problemas de potenciação, e depois assim, ir subindo de nível. Claro, que sei que isso é com o tempo, com disponibilização, mas é perfeito, um site que assim, vai valer a pena".

A participante Ana também afirma: “Acredito que seria a questão de ter mais atividades e poder aumentar, sei que ainda está em processo de construção, mas aumentando acredito que poderíamos utilizar ainda mais do seu site”. A última subcategoria, com uma US, pontua a questão de trazer uma maior variedade problemas abordando diferentes conteúdo matemáticos. Aline considera: “Acredito que a única contribuição para melhora do site seria de ampliação dos conteúdos de matemática.”. Com isso, o *site* teria mais opções para oferecer aos professores de diferentes níveis de ensino, e abordando maior quantidade de conteúdos que são necessários abordar.

A sétima e última categoria, “Uso das orientações da MEAAMaRP”, considera a utilização da Metodologia presente no site da Problemoteca e duas subcategorias foram criadas, sendo elas compostas por cinco US. Na primeira subcategoria, com quatro US, evidenciou-se que houve a utilização do roteiro da MEAAMaRP, mesmo quando o professor optou por não a utilizar. Pedro explicou a sua abordagem para trabalhar os problemas em sala de aula: “[...] eu cheguei a ver sim os passos da Metodologia, as estratégias de resolução, mas não cheguei a utilizar todos os passos, eu entreguei os problemas e deixei eles resolverem para ver o que é que eles abordam, com a metodologia, acho que não irá ficar muito bacana, fui bem maleável e não teve assim todo aquele critério. Eles realizaram as discussões e chegaram num consenso entre eles, eles não fizeram a exposição do conteúdo na lousa e não realizaram a sistematização de nenhum conteúdo”.

Nota-se que foram utilizadas algumas etapas do roteiro, porém, a intervenção do professor e a sistematização do conteúdo não ocorreram. Já a participante Aline explicou que: “Primeiramente, selecionei os problemas na Problemoteca, de acordo com o conteúdo de Regra de Três. Em seguida, planejei como seria a aplicação dos problemas em sala de aula. Na aplicação dos problemas, separei a turma do 8° ano do Ensino Fundamental em grupos com quatro alunos. Em seguida, entreguei os problemas para os grupos, realizei a leitura dos problemas com os mesmos. Em alguns grupos foi necessário a interferência para orientar sobre a coleta de dados do primeiro problema, mas a maioria conseguiu solucionar os problemas sem a interferência do professor. [...] Eu utilizei de quase todas as etapas, porém como não tive contato com a disciplina e nem com a metodologia, não realizei a sistematização do conteúdo”.

Com isso, a professora escolheu utilizar a maior parte das etapas da MEAAMaRP, porém, ela optou por não realizar a formalização do conteúdo. Na segunda subcategoria, “Utilizou as orientações ao professor presente nos problemas sem utilizar as etapas da

MEAAMaRP", com uma US, a participante Ana diz: "Não utilizei os 10 passos, eu apenas realizei a aplicação dos problemas utilizando as orientações descritas no próprio problema, exceto o problema dos contêineres que acabei não olhando e tive que recorrer a ele para dar orientações aos alunos [...]. A primeira eu fiz a abordagem no da pizza eles analisaram até chegarem na conclusão de que eles haviam comido a mesma quantidade de pizza, mas o segundo problema os alunos ficaram um pouco confusos em relação em como representar frações, pois eu não tinha visto a metodologia do problema, depois que vi as orientações abaixo do problema e entendi que era relacionado ao todo, depois que eu vi a metodologia eu fiz intervenções e eles conseguiram resolver o problema".

Apesar da escolha da participante, não é possível afirmar que ela fez uso do problema como um problema gerador, ou seja, para se ensinar um conteúdo novo. Nota-se a importância de uma vivência com a MEAAMaRP, ou seja, com experiências durante a formação inicial ou continuada do professor, como sugerido nas pesquisas de Justulin (2014), Abboudi Jr e Pasquini (2016) e Rangel e Marcatto (2022).

.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, cujo objetivo foi compreender como professores dos anos finais do Ensino Fundamental escolhem e fazem uso de problemas matemáticos, apoiando assim a organização de uma Problemoteca (uma biblioteca contendo problemas geradores) levando em conta a forma que esses professores realizam esta seleção), foram muitos os desafios e as contribuições que possibilitaram o aprimoramento do site Problemoteca, o Produto Educacional.

São objetivos específicos da pesquisa: identificar o que é considerado problema pelos professores e quais são as fontes de busca desses problemas por eles utilizados de forma a considerando possíveis contribuições para a melhoria da Problemoteca. Sendo assim, sobre o modo como os professores entendem o que é um problema, as definições apresentadas pelos participantes foram ao encontro das ideias de Cai e Lester (2012) e dos PCN (BRASIL, 1998), ao consideraram que os problemas proporcionam desafios intelectuais para os alunos e possibilitam que o aluno interprete e estruture as situações apresentadas, fazendo uso de uma sequência de ações para se chegar à solução.

Esses problemas na visão dos participantes devem ser de simples compreensão por parte dos alunos, o que está de acordo com as ideias de Boavida *et al*. (2008). Sobre o contexto do problema, os participantes indicaram que devem envolver a matemática presente no dia a dia dos estudantes, conforme Vila e Callejo (2006). Para resolvê-los, os professores participantes indicaram que é necessário que o aluno utilize de diferentes estratégias de resolução, o que está em acordo com Cai e Lester (2012), que também consideram que esses problemas devem envolver a matemática útil e importante.

Outro ponto evidenciado é que, durante a Entrevista Semiestruturada I, antes de apresentar aos participantes a MEAAMaRP, dois professores afirmaram usar os problemas no início de suas aulas e dois utilizam apenas no final como aplicação daquilo que se foi ensinado. Após apresentar o *site* e falar sobre a MEAAMaRP, analisar as descrições de como esses professores utilizaram os problemas do *site* em suas aulas e considerar a análise da segunda categoria “Momento da aula em que o problema é utilizado”, verificou-se que mesmo os professores que responderam que utilizavam problemas no início da aula, na verdade, usavam para aplicação de um conteúdo já trabalhado e não para ensinar um conteúdo novo, por meio de um problema gerador.

Retomando a questão norteadora da pesquisa: “Como são selecionados e quais são as fontes de busca de problemas matemáticos pelos professores?”, com a análise das respostas dos participantes sobre os locais de busca dos problemas (categoria 4), com as definições apresentadas sobre o que é um problema (categoria 1) e em que momento fazem o uso dos problemas em sala de aula (categoria 2), identifica-se que os professores participantes ainda são restritos ao livro didático (ou material didático institucional disponibilizado) escolhido pela escola e que, muitas vezes, utilizam contextos fora da realidade em que seus alunos estão inseridos. São também utilizados problemas visando a aplicação de um conteúdo já desenvolvido, em uma perspectiva considerada por Schroeder e Lester (1989) como “ensinar para resolver problemas”.

Ainda sobre a escolha de problemas, os participantes mencionaram que um problema deve conter dados de clara interpretação, com contexto real ou imaginável ao aluno, trazendo informações relevantes. Eles enfatizam a importância de os problemas possuírem informações claras, para facilitar a compreensão dos alunos e que estejam relacionados ao contexto do aluno. A maioria dos participantes também leva em consideração as habilidades da BNCC para realizar esta seleção.

Além disso, os participantes discutiram a diferença entre problema e exercício. Eles destacaram que um problema requer uma compreensão mais aprofundada, enquanto um exercício pode ser resolvido por meio de procedimentos memorizados. Houve também a menção de que é importante desenvolver a habilidade dos alunos em resolver problemas, em vez de fornecer apenas o caminho para a resposta.

Em relação aos critérios para a escolha de problemas no ensino da matemática, os participantes mencionaram aspectos como a relevância e importância da Matemática envolvida no problema, a possibilidade de abordagem por meio de diferentes estratégias de resolução, a facilidade de compreensão, o estímulo aos alunos e o envolvimento de mais de um conceito matemático.

Foi possível observar nesta pesquisa, que os professores não utilizaram (ou utilizaram em partes) a MEAAMaRP e o problema gerador como ponto de partida por acreditarem que os seus alunos não conseguiriam desenvolver sozinhos o problema a partir seus conhecimentos prévios. No entanto, antes mesmo de tentar, o professor já realiza um pré-julgamento e considera que os alunos não conseguirão entender o problema sem que o professor faça interferências ou mostre o caminho, corroborando Darragh e Radovic (2019). Além disso, o uso de problemas de aplicação (ou de exercícios do tipo 'Resolva' ou 'Calcule') distancia-se da ideia apresentada pelos próprios professores para problema, principalmente quando enfatizam a importância de o problema conter um contexto próximo do aluno, o que também é destacado nos documentos oficiais PCN (BRASIL, 1998) e BNCC (2018) como importante para que o aluno desenvolva as habilidades e competências previstas.

Com isso, justifica-se a organização de uma Problemoteca, contendo problemas geradores, próximos e imagináveis pelo aluno, para dar suporte ao professor em sua escolha para utilização em sala de aula.

É importante também destacar que, muitas vezes, o professor tem uma certa insegurança ao utilizar uma Metodologia como a MEAAMaRP, esse também é um dos motivos dos professores não destacarem, principalmente, a etapa de formalização do conteúdo, seja por não conseguirem fazer a relação das respostas apresentadas pelos alunos com o conceito matemático, ou por não saberem como realizar esse processo. Assim, acabam apenas comentando as soluções e partindo para o próximo problema ou para a aula expositiva.

Há também de se evidenciar a importância de os problemas escolhidos terem relação com as habilidades da BNCC (BRASIL, 2018), que corresponde à terceira categoria de análise "Como ele relaciona o problema com as habilidades da BNCC", pois o documento é referência obrigatória para o ensino de Matemática em nível nacional. Os participantes conheciam o documento e a classificação dos problemas do *site* com base nas habilidades auxiliou os professores no momento da escolha dos problemas, o que também foi visto como um dos pontos positivos apontados pelos participantes ao utilizarem a biblioteca, pois o desenvolvimento de habilidades e competências são objetivos apresentados nestes documentos oficiais a serem trabalhados pelos professores nas escolas. Assim, ao apresentar as habilidades pretendidas que devem ser alcançadas com cada problema ajuda-se o professor no momento de busca desses problemas.

Durante a pesquisa foi possível responder às inquietações iniciais apresentadas pela pesquisadora. A primeira foi "Como pode uma Metodologia tão enriquecedora não ser utilizada em sala de aula por todos os professores?". No desenvolvimento desta pesquisa notou-se que a maior parte dos participantes não tiveram contato com essa metodologia, e os que tiveram foi durante a disciplina *Resolução de Problemas no ensino de Matemática* já na pós-graduação, na modalidade remota. Esse aspecto indica que o processo formativo para a compreensão e uso da resolução de problemas, como metodologia de ensino, exige vivência e reflexão sobre a abordagem em sala de aula. A participante Aline, que não tinha cursado a disciplina, foi a que mais seguiu as etapas da MEAAMaRP, mas não fez a formalização do conteúdo.

Assim, apesar da apresentação e sugestão da pesquisadora durante a entrevista para que eles utilizassem a MEAAMaRP, o modelo de aula desenvolvido consistiu em apenas resolver problemas relacionado a um assunto ensinado. A ideia do uso de um problema gerador é que a partir da resolução do problema (com o uso de conhecimentos prévios por parte do aluno) o professor faça a formalização no final da aula de um conteúdo ou um conceito novo.

Essa resistência a utilizar-se de problemas geradores para se ensinar através da Resolução de Problemas, está presente nas falas apresentadas pelos participantes Pedro e Ana, que descrevem como obstáculos a falta de tempo, um currículo priorizado pelas escolas "apertado", a constante cobrança em relação ao cumprimento deste currículo e a visão de que seus alunos são dependentes do professor para resolver certos problemas, corroborando Darragh e Radovic (2019) e Valoyes-Chávez (2019). Porém, um dos primeiros passos é a mudança de postura do professor em relação a ideia nova proposta, que fica evidente quando se analisa a participante Aline, que conseguiu, com outra postura, mediante a prática, desenvolver o roteiro da MEAAMaRP praticamente por completo em sala de aula, mesmo não tendo contato anterior com suas orientações.

O segundo questionamento inicial foi "Como trazer o estudante como protagonista e construtor do seu próprio conhecimento?". Com a pesquisa e o aprofundamento proporcionado, considera-se que, para o aluno ser protagonista, ele tem que tomar frente da construção do seu conhecimento e o uso de problemas geradores, proposto por Onuchic e Allevato (2011). Traz uma possibilidade de proporcionar essa experiência ao aluno, pois a partir de seus conhecimentos prévios ele aprenderá matemática enquanto resolve o problema (através da resolução do problema). Assim, é possível que o aluno se torne protagonista ao aprender um conhecimento novo utilizando como base o que ele já sabe, ampliando cada vez mais a sua bagagem de conhecimentos.

A terceira questão inicial levantada foi "Como eu poderia agir de forma que esse método de ensino não fosse visto como algo difícil e trabalhoso e pudesse viabilizá-lo para que mais professores o utilizassem?". A partir desse questionamento, surgiu a ideia da organização do site Problemoteca, uma biblioteca de problemas geradores, para apoio ao professor na implementação de uma aula fazendo uso da MEAAMaRP. Com esse banco de problemas geradores o professor tem à disposição algumas sugestões e indicações de problemas que podem auxiliá-lo nesse caminho. O roteiro traz 10 etapas que podem ser adaptadas de acordo com a necessidade dos professores, mas a essência é usar o problema para trabalhar um conteúdo que o aluno ainda não saiba.

Com isso, a organização do site Problemoteca se tornou o principal objetivo desta pesquisa, a construção de uma ferramenta online para uso de todos os professores, sendo um apoio em sala de aula e o produto educacional desta pesquisa. Contém os problemas geradores e cada problema classificado de acordo com a série, a habilidade da BNCC que ele envolve e o conteúdo.

A partir das etapas 1 e 2 da pesquisa, foi possível obter contribuições para o site Problemoteca. Os participantes fizeram uso e indicaram suas percepções em relação a sua estrutura, seus conteúdos, o visual do site, e todos os pontos de possíveis melhorias tanto nos problemas quanto na sugestão de abordagem metodológica.

Os participantes indicaram diversos pontos positivos ao utilizarem o site, quanto aos problemas, a forma de buscá-los (em que podem fazer uma pesquisa pelo nome do problema, pela série, pela habilidade da BNCC, unidade temática, ou conteúdo), o que, segundo eles, facilita encontrar o problema gerador específico para alcançar o objetivo pensado pelo professor.

Em relação ao aspecto visual do site, ao ser utilizado em sala de aula pela participante Ana, os alunos ficaram encantados e se empolgaram com as figuras escolhidas e demais disposições dos problemas. Sobre as orientações metodológicas apresentadas no site Problemoteca, a participante Aline mesmo sem ter tido contato com a MEAAMaRP tentou utilizá-la, mesmo que em um primeiro momento ela não tenha realizado a formalização do conteúdo. Ao surgir um questionamento dos alunos foi possível recorrer ao material disponibilizado ao professor presente no site, que, por conta disso, conseguiu conduzir melhor a aula e tirar as dúvidas de seus alunos, orientando a sua prática e ajudando em possíveis questionamentos durante a discussão do problema.

O *site* Problemoteca, segundo os participantes, poderia ser melhorado ao ampliar o número de problemas, o que também envolveria mais conteúdos matemáticos. Essa melhoria é possível, pois a ideia é constantemente alimentar esse banco de problemas. O Produto Educacional pode ser acessado no endereço http://problemoteca.cp.utfpr.edu.br/ e sua versão de construção (em pdf) está disponibilizado no repositório institucional da Universidade

Tecnológica Federal do Paraná, no site http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119. Os problemas também são apresentados na dissertação, no Apêndice D.

Durante a pesquisa e a organização da Problemoteca houve diversas dificuldades, porém, uma das principais foi em relação à escolha dos problemas geradores para compor a biblioteca, pois este tipo de problema deve ser utilizado para iniciar um conteúdo novo e deve abranger o maior número de conceitos matemáticos, sempre utilizando os conhecimentos prévios dos alunos e alcançando o objetivo esperado pelo professor. Então, para realizar essa escolha, primeiro pensou-se no objetivo que o professor queira ensinar com aquele problema em questão, e, assim, buscou-se por problemas. Para se tornarem problemas geradores foram realizadas adaptações, já que a maioria dos problemas encontrados eram de aplicação de um conteúdo ou procedimento anteriormente ensinado, sendo raramente encontrados problemas com potencial para possibilitar a discussão e a busca pela resposta.

Outra dificuldade foi a de escrever as estratégias de resolução presentes em cada um dos problemas, pois, para descrevê-las, pensou-se na escrita do problema, se poderia causar dúvida ou se havia mais de uma forma de resolvê-lo, para assim incluir todas as possibilidades e sugerir a formalização do conteúdo proposto.

Ainda em relação ao *site*, a composição das imagens, *layout*, disposição das informações, foram pensadas e repensadas de forma a facilitar a visualização pelos professores, assim como deixar o visual do *site* atrativo aos olhos tanto do professor quanto do aluno.

Em relação aos participantes, verificou-se a importância da formação de professores que, segundo Justulin (2014), deve ser um processo contínuo durante toda a vida profissional do educador. Em relação à utilização da MEAAMaRP notou-se que mesmo os participantes que tiveram contato com ela antes desta pesquisa, não revelaram saber utilizá-la de modo a possibilitar a construção do conhecimento matemático por parte de seus alunos. Entende-se que as vivências em uma disciplina ministrada de modo remoto parecem não terem sido suficientes para alterar o uso da resolução de problemas nas aulas desses professores. Nota-se que os professores não exploraram, assim, todo o potencial pensado para os problemas geradores da Problemoteca.

Com a finalização desta pesquisa, ainda há muitas possibilidades para novas investigações, como sua extensão a problemas geradores voltados ao Ensino Médio e a ampliação do acervo de problemas do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

ABBOUDI JÚNIOR., M.; PASQUINI, R. C. G. Resolução De Problemas Em Um Curso De Formação Continuada: Relato De Uma Experiência. **Os Desafios Da Escola Pública Paranaense Na Perspectiva Do Professor** PDE, Paraná, v. 1, 2016, p. 1-22.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando Matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim Gepem**, Rio de Janeiro, n. 55, p. 122-154, jul./ dez. 2009.

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas. *In*: ONUCHIC, L. R. *et al*. (orgs). **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014, p. 35-52.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: Por que através da Resolução de Problemas? *In*: ONUCHIC, L. R. *et al*. (orgs). **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. 2. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021, p. 35-57.

ALLEVATO, N. S. G.; POSSAMAI, J. P. Proposição de Problemas: possibilidades e relações com o trabalho através da Resolução de Problemas. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista, v. 7, n. 18, mai./ago., 2022, p. 153-172.

ANDREATTA, C.; ALLEVATO, N. S. G. Aprendizagem Matemática através da elaboração de problemas em uma escola comunitária rural. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, p. 1-23, 2020.

AZEVEDO, E. Q.; ONUCHIC, L. de la R. A resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática. **Revista Eventos Pedagógicos**, Sinop, v. 8, n. 1, p. 401–423, 2017.

BICALHO, J. B. S.; ALLEVATO, N. S. G.; SILVA, J. F. A Resolução de Problemas na Formação Inicial: compreensões de futuros professores de Matemática. **Educação Matemática Debate**, Montes Carlos, v. 4, 2020.

BOAVIDA, A. M. *et al*. **A experiência matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.** Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento, 2008, 135p. Disponível em: http://hdl.handle.net/10400.26/5566. Acesso em: 17 fev. 2023.

BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática (5 a 8 séries). Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

CAI, J.; LESTER, F. Por que o Ensino com Resolução de Problemas é Importante para a Aprendizagem do Aluno? Traduzido por BASTOS, A. S. A. M. e ALLEVATO, N. S. G. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 60, p. 241-254, 2012. Disponível em: http://doi.editoracubo.com.br/10.4322/gepem.2014.008. Acesso em: 25 ago. 2021.

DARRAGH, L. RADOVIC, D. Chaos, Control, and Need: Success and Sustainability of Professional Development in Problem Solving. *In:* FELMER, P.; LILJEDAHL, P.; KOICHU, B. **Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development.** Springer, 2019, p. 379-399. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7. Acesso em: 26 mar. 2023.

FAJER, R. F.; ARAÚJO, M. P.; WAISMANN, M. Importância do diário de campo nas pesquisas qualitativas com metodologia de história oral. *In*: SEMANA CIENTÍFICA UNILASALLE, 12, 2016. **Anais [...]**. Canoas: SEFIC, 2016. Disponível em: https://anais.unilasalle.edu.br/index.php/sefic2016/article/view/358/299. Acesso em: 17 set. 2021.

FREIRE, P. **Pedagogia da indignação:** cartas pedagógicas e outros escritos. Apresentação de Ana Maria Araújo Freire. Carta-prefácio de Balduino A. Andreola. São Paulo: Editora UNESP, 2000.

GALIAZZI, M. C. Aprender em rede de conversações em ambiente de partilha nos torna coletivo mais inteligente. *In*: GALIAZZI, M. C.; RAMOS, M. G.; MORAES, R. Aprendentes do aprender: um exercício de análise textual discursiva. **Coleção Educação em Ciências.** Ijuí: Editora Unijuí, 2021. p.121-136.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

JUSTULIN, A. M. **A formação de professores de matemática no contexto da resolução de problemas.** 2014. 254 p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2014. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/127631. Acesso em: 23 mar. 2023.

JUSTULIN, A. M.; NOGUTI, F. C. H. A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas na Formação de Professores. **Com a Palavra, O Professor**, Vitória da Conquista, v. 7, n. 18, 2022, p. 212–226.

KUHN, M. C.; BAYER, A. A Resolução de Problemas na Formação Continuada de Professores de Matemática da Educação Básica. **Revista Eletrônica DECT**, Vitória, v. 9, n. 1, 2019, p. 26-50.

LEAL JÚNIOR, L. C. L.; ONUCHIC, L. R. Ensino e Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas Como Prática Sociointeracionista. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 29, p. 955-978, 2015.

MANZINI, E. J. Considerações sobre a elaboração de roteiro para entrevista semi-estruturada. *In*: MARQUEZINE, M. C.; ALMEIDA, M. A.; OMOTE, S. (orgs.). **Colóquios sobre pesquisa em educação especial.** Londrina: Eduel, 2003. p. 11-25.

MINAYO, M. C. de S. Trabalho de campo: contexto de observação, interação e descoberta. *In*: MINAYO, M. C. de S.; DESLANDES, S. F. GOMES, R. (orgs.). **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. 28. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. Análise Textual Discursiva: Processo Reconstrutivo de Múltiplas Faces. **Ciência & Educação**, v. 12, n. 1, p. 117-128, 2006.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. Análise Textual Discursiva. **Coleção Educação em Ciências.** 3. ed. Ijuí: Unijuí, 2016. 264 p.
NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. Reston, VA: Author, 1989.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Professional standards for teaching mathematics**. Reston, VA: Author, 1991.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author, 2000.

NELSON, D.; WORTH, J. **How to choose and create good problems primary children.** National Council of Teachers of Mathematics. 1983.

NUNES, C. B. Resolução de Problemas: Uma proposta didática na formação de professores. **Rencima**, v. 5, n. 2, p. 1-17, 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (org). **Pesquisa em Educação Matemática:**
Concepções & Perspectiva. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 199-220.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs.) **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 212-231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Resolução de Problemas na Licenciatura em Matemática: rumo à compreensão e à aquisição das grandes ideias contidas na Matemática escolar. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2009, Brasília. **Anais [...]**. Brasília: SBEM, 2009, p. 1-21.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, 2011, p. 73-98.

POLYA, G. **How to Solve it**. Tradução de: Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimp. Rio de Janeiro: interciência. 1995. 196 p.

PONTE, J. P**. O professor e o desenvolvimento curricular.** Gestão curricular em Matemática. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3008. Acesso em: 12 set. 2022.

POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RANGEL, A. C. F.; MARCATTO, F. S. F. Futuros professores e problemas de matemática: elaborar ou escolher problemas prontos? **Com a Palavra, o Professor**, Vitória da Conquista, v. 7, n. 18, p. 117–134, 2022. DOI: 10.23864/cpp.v7i18.815. Disponível em: http://revista.geem.mat.br/index.php/CPP/article/view/815. Acesso em: 22 fev. 2023.

RIGELMAN, N. R. Fostering Mathematical Thinking and Problem Solving: The Teacher's Role. **Teaching Children** Mathematics, v. 13, 2007, p. 308-314. Disponível em: https://doi.org/10.5951/TCM.13.6.0308. Acesso em 07 set. 2022.

RIZZATTI, I. M. *et al*. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO: Docência em Ciências**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago., 2020. DOI: http://doi.org/10.3895/actio.v5n2.12657.

SCHROEDER, T.L., LESTERa, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. *In*: TRAFTON, P. R., SHULTE, A. P. (orgs.). **New Directions for Elementary School Mathematics.** Reston: NCTM, p.31-42, 1989.

SILVA, A. R.; MARCELINO, V. S. A Análise Textual Discursiva Enquanto um Cenário Viável para as Pesquisas Qualitativas na área de Educação. **Revista Intersaberes**, v. 17, n. 40., jan./abr., 2022, p. 114-130.

SILVER, E. A. On Mathematical Problem Posing. **For the Learning of Mathematics**, v. 14, n. 1, fev., pp. 19-28, 1994). Disponível em: http://www.jstor.org/stable/40248099. Acesso em 07 set. 2022.

SON, J. W.; KIM, O. K. Teachers' selection and enactment of mathematical problems from textbooks. **Math Ed Res Journal**, v. 27, 491–518, 2015. DOI: https://doi.org/10.1007/s13394-015-0148-. Acesso em: 07 set. 2022.

STAKE, R. E. **Pesquisa Qualitativa**: estudando como as coisas funcionam. Porto Alegre: Penso, 2011, p. 21-45.

TREBIEN, M. M. *et al*. Formação Continuada de Professores: Uma Epistemologia da Prática. **Revista Ambiente: Gestão e Desenvolvimento**, v. 13, n. 1, jan,/abr., p. 91-102, 2020.

VALOYES-CHÁVEZ, L. Stereotypes and the Education of In-Service Mathematics Teachers in Urban Schools. *In:* FELMER, P.; LILJEDAHL, P.; KOICHU, B. **Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development.** Springer, 2019, p. 379-399. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-030-29215-7. Acesso em: 26 mar. 2023.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental:** Formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. p. 57-79.

VILA, A.; CALLEJO, M. L. Modificações de Crenças: proposta de intervenção educativa. In: VILA, A. CALLEJO, M. L. **Matemática para aprender a pensar:** O papel das crenças na Resolução de Problemas. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006, p. 127-187.

WOODS, D. R. Criteria for Programs, Creativity, and Selecting Problems. **Journal of College Science Teaching**, v. 16, n. 1, 1986, p. 68–72. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/42988904. Acesso em 7 set. 2022.

APÊNDICE A – Formulário Google

Primeira etapa - Coleta de dados através de um formulário Google, para desenvolvimento da pesquisa de Mestrado pela Discente Tamara Cristina Santi Koga do PPGMAT (Programa de Pós-Graduação Em Ensino de Matemática).

E-mail*
E-mail válido

1 - Como você prefere ser chamado?

2 - Qual é a sua Formação Acadêmica?

3 - Atualmente está atuando como professor(a) em sala de aula?

4 - É docente de qual nível de ensino?

5 - Atua nos Anos Finais do Ensino Fundamental? Em quais anos escolares?

6 - O que você, como professor, considera ser um “problema”?

7 - Qual a melhor forma para contatá-lo a fim de marcarmos uma entrevista para uma conversa acerca do tema?
Whatsapp
E-mail
Telefone

7.1 - Preencher com a forma de contato escolhida na pergunta anterior:

APÊNDICE B – Questões para guiar a entrevista semiestruturada I

1. O que você considera um bom problema de Matemática?

2. Em quais locais você costuma buscar esses problemas?

3. Você costuma reformular os problemas? Como?

4. Em que momento os problemas são utilizados em sua aula? Para introduzir um conteúdo? Durante o desenvolvimento do conteúdo? Ou para se aplicar o que foi aprendido?

5. Você utiliza as habilidades da BNCC para escolher os problemas a serem propostos? Como?

APÊNDICE C – Questões para guiar a entrevista semiestruturada II

1. Fale sobre como você utilizou a problemoteca.

2. Qual ou quais problemas você selecionou e por quê?

3. Como você usou o problema na sua aula? Espere a resposta. Se caso não for suficiente pergunte sobre a seção que traz a Metodologia.

4. Como você fez uso da MEAAMaRP apresentada no site?

5. Fale sobre a diferença (se houver) entre a problemoteca e outros lugares onde você costuma buscar problemas para usar nas aulas.

6. Que aspectos positivos da problemoteca você destacaria?

7. Quais sugestões você teria para melhorar aspectos do site?

8. Gostaria de compartilhar algum problema gerador para ser inserido na problemoteca?

APÊNDICE D – Problemas inseridos no *site* Problemoteca

PROBLEMOTECA | UTFPR

1. ABASTECIMENTO

Uma pessoa abasteceu seu carro com 20 litros de combustível e pagou R$ 127,20. Uma semana depois, precisou abastecer novamente, e foi ao mesmo posto de combustível e pagou o mesmo valor por litro, porém desta vez pagou R$ 190,80. Quantos litros de combustível foram colocados desta vez?

Fonte: Criado pelo autor.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra.

A partir de que série o problema é recomendado: 7° e 8° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Grandezas diretamente proporcionais.

Estratégias de resolução:

Primeiramente, o aluno pode encontrar o valor de cada litro do combustível, fazendo: 127,20 . 20 = 6,36.

Portanto, cada litro custa R$ 6,36. Para encontrar a quantidade total de litros que foi abastecida na segunda ida ao posto, basta dividir o total do valor gasto pelo valor pago por litro, ou seja, 190,80 . 6,36 = 30. Assim, foram abastecidos 30 litros de combustível.

Por meio de uma tabela, a representação seria:

L	R$
20	127,20
?	190,80

Recomendações ao professor:

Neste problema, o professor pode fazer a formalização de grandezas diretamente proporcionais. As grandezas envolvidas aqui são a *quantidade de combustível* e o *valor pago.* Assim, deve analisar com os alunos “ Se o valor pago pelo litro do combustível se manteve, e o total pago da segunda vez pelo abastecimento aumentou referente à primeira vez, significa que a quantidade de litros colocado na segunda vez também aumentou”. Quando isso ocorre as grandezas são consideradas diretamente proporcionais utilizaremos a propriedade fundamental das proporções:

Assim, como são grandezas diretamente proporcionais à proporção se mantém, assim, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios:

$$\frac{20}{?} \times \frac{127{,}20}{190{,}80} \Rightarrow 127{,}20.? = 20.190{,}80 \Rightarrow ? = \frac{20.190{,}80}{127{,}20} \qquad \Rightarrow ? = \frac{3816}{127{,}20} \Rightarrow ? = 30L$$

Assim, chegando na quantidade de 30L de combustível que foi colocado na segunda vez de abastecimento.

Utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como etapa 10, o professor pode propor novos problemas para que o aluno possa utilizar os conhecimentos adquiridos, assim, temos o seguinte problema como sugestão “Usando a informação que para o preparo do suco: que a quantidade de suco concentrado com a quantidade de água necessária para o preparo está na razão 1 para 6.

Responda: a) Quantos copos de água são necessários para preparar o suco, utilizando 4 copos de suco concentrado? b) E 8 copos de suco concentrado?”

2. RECOLHENDO LIXO 

OBS.: UTILIZE PRIMEIRO O PROBLEMA DO “ABASTECIMENTO”. Os jovens de uma comunidade, resolveram realizar um mutirão para recolher o lixo nas margens do córrego que passa ao lado do bairro. No dia agendado, compareceram 15 jovens que realizaram a coleta e a limpeza e levaram cerca de 6 horas de trabalho voluntário. Caso houvesse 18 pessoas, qual seria o tempo gasto para realizar a limpeza?

Fonte: Criado pelo autor.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra;

A partir de que série o problema é recomendado: 7° e 8° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Grandezas inversamente proporcionais.

Estratégias de resolução:

Os alunos tendo contato com o problema do "ABASTECIMENTO", irão utilizar a proporção para resolver este problema, e provavelmente façam da seguinte forma:

Pessoas	tempo
15	6
18	?

Os alunos podem pensar que a forma de resolver seja da mesma forma que o problema anterior assim,

$$\frac{15}{18} \times \frac{6}{?} \Rightarrow 15.? = 18.6 \Rightarrow ? = \frac{18.6}{15} \Rightarrow ? = 7,2$$

Assim, 18 pessoas levam 7,2h.

Recomendações ao professor:

Análise essa resposta com os alunos! Assim, é possível realizar uma discussão acerca da solução, de que se aumenta a quantidade de pessoas, o certo seria o tempo para recolher o lixo diminuir e não aumentar, isso é o que se chama de inversamente proporcional. Para isso, tem que manter uma grandeza e inverter a outra:

$$\frac{15}{18} = \frac{?}{6} \Rightarrow 18.? = 15.6 \Rightarrow ? = \frac{15.6}{18} \Rightarrow ? = 5$$

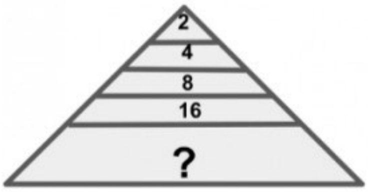
Assim, 18 pessoas levariam 5 horas para realizar a mesma tarefa que 15 pessoas levaram 6h.

Como etapa 10 da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, podemos utilizar de dois jogos virtuais (Jogo das Expressões e Corrida de Expressões Algébricas) para que seus alunos apliquem e desenvolvam ainda mais seus conhecimentos.

Referência do jogo: Grandezas diretamente e inversamente. Wordwall, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt-br/community/grandezas-diretamente-e-inversamente-proporcionais. Acesso em: Acesso em: 31 de maio de 2022.

3. AUDITÓRIO

Em um auditório de uma escola, as cadeiras estão organizadas de forma triangular. A primeira fileira acomoda 2 alunos, a segunda fileira 4, a terceira 8, e a quarta 16. Sabendo que há mais duas fileiras nesse auditório e que o padrão das fileiras é mantido, quantos alunos podem ser acomodados na quinta fileira? E na sexta? Qual seria a sequência formada considerando o número de alunos em cada fileira?



Fonte: Adaptado de: **Produção.** Nova Escola, 2022. https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/qn8BwzNJuff4kVkEnsBZFau37f6jU9qUTb29QkMyQKBvwVuVEUFZkQpYEYex/resol-ativaula-mat7-10alg01.pdf. Acesso em: 31 de maio de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra; Números.

A partir de que série o problema é recomendado: 6° e 7° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Potenciação; Linguagem algébrica.

Estratégias de resolução:

Vejamos:

1ª fileira possui: 2 alunos = 2

2ª fileira possui: 4 alunos = 4 = 2 x 2 = 4

3ª fileira possui: 8 alunos = 8 = 2 x 2 x 2 = 2x 4 = 8

4ª fileira possui: 16 alunos = 16 = 2 x 2 x 2 x 2 = 2 x 8 = 16

Perceba que cada fileira seguinte tem o dobro de alunos da fileira anterior… Na 5ª fileira então será 2 x 16 = 32 e na 6ª fileira então será 2 x 32 = 64. Assim, a sequência será 2, 4, 8, 16, 32, 64.

Recomendações ao professor:

Após a identificação do padrão que forma a sequência, no 7º ano, o professor pode questionar os alunos sobre o que deveria ser feito caso o auditório tivesse 20 fileiras e não se quisesse calcular a quantidade de alunos a cada fileira. O professor pode utilizar uma tabela, construída com a participação dos alunos, para ajudá-los a perceberem o padrão formado. Se for potenciação o professor utilizará até a sexta linha e a terceira coluna de potenciação para realizar a formalização do conteúdo e se for para trabalhar a linguagem algébrica ele irá utilizar a parte final da coluna após a 6ª linha para formalizar a forma de escrever algebricamente a expressão utilizada para generalização da resolução. Assim, os alunos poderão perceber a relação entre a fileira e a potenciação de base 2.

FILEIRA	MULTIPLICAÇÕES	POTENCIAÇÃO
1ª	2	2^1
2ª	2×2	2^2
3ª	2x2x2	2^3
4ª	2x2x2x2	2^4
5ª	2x2x2x2x2	2^5
6ª	2x2x2x2x2x2	2^6..
.	.	.
.	.	.
n	….	2^n

4. BRIGADEIROS

Daniele faz brigadeiros Gourmet para vender, com preço unitário de venda de R$ 1,00. Num determinado dia ela produziu 100 brigadeiros, com custo de produção de R$ 30,00, pela manhã ela vendeu 1/4 do total, e à tarde 2/5. No final do dia ela percebeu que 1/5 estava com formigas, não sendo possível vender. Sendo assim, qual foi o lucro de Daniele? Será que sobrou algum brigadeiro?

Fonte: **Produção.** Nova Escola, 2022. https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/PUvwyEjNEzjEmjegcb376Wm23M8yghdRMFb6RWvSheyM6Y2d67xuT6T5BYfr/resol-atiaula-mat7-08num-06#:~:text=Para%20produzir%20os%20brigadeiros%2C%20Daniele,R%2470%2C00%20de%20lucro. Acesso em: 31 de maio de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Equivalência de frações.

Estratégias de resolução:

Temos 100 brigadeiros, vendidos a R$1,00, então ela receberia R$ 100,00 se vendesse todos os brigadeiros. Ela vendeu 1/4 de brigadeiros pela parte da manhã, então foram vendidos 100/4=25 unidades e 2/5 de brigadeiros a tarde, 100/5×2=40 unidades.

Se 1/5 de brigadeiros estavam com e formigas, 100/5=20 unidades foram descartadas.

Assim, o total de brigadeiros vendidos foi de R$ 25,00 + R$ 40,00 = R$ 65,00. Se ela teve R$ 30,00 de custo, então o seu lucro será obtido fazendo o valor recebido menos o valor do seu custo de produção, ou seja, R$ 65,00 – R$ 30,00 = R$ 35,00. Logo, ela teve apenas R$35,00 de lucro.

Recomendações ao professor:

O professor pode utilizar a resolução e mostrar que: 1/4=25/100 e, portanto, são frações equivalentes e representam a quantidade de brigadeiros vendidos na parte da manhã. 2/5=40/100 são frações equivalentes e representam a quantidade de brigadeiros vendidos na parte da tarde.

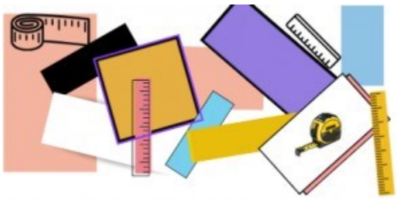
1/5=20/100 são frações equivalentes e representam a quantidade de brigadeiros que ficaram com formigas.

Utilizando a adição de frações (por meio do MMC ou usando as frações equivalentes) temos o total de brigadeiros vendidos, 1/4+2/5=(5+8)/20=13/20, ou seja, 25/100+40/100=65/100 brigadeiros.

Portanto, para a produção dos brigadeiros, Daniele teve um custo de R$ 30,00 e vendeu cada um por R$1,00. Considerando a receita de R$65,00 obtida com a venda dos brigadeiros, seu lucro foi de R$35,00.

Com esse problema o professor pode formalizar frações equivalentes e propor novos problemas.

5. RETANGULARIZAÇÃO



Como se apresenta a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13? Quais as observações a partir da retangularização desses números?

Observação: A retangularização de um número é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultam nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo.

Fonte: TRAVASSOS, Maria L. G. L.; ARAIUM, Raquel; MORAIS, Rosilda, dos S.; SOUZA, Tatiane da C. P. de; Números e Operações. In: ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N.S.G HÖPNER, F.C; JUSTULIN, A.M (Orgs.) **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Pacco Editorial, 2014. p. 71-99.

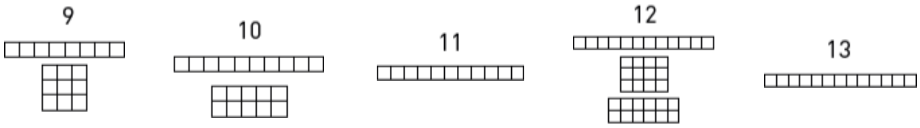
Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Múltiplos e Divisores de um número; Números primos e compostos.

Estratégias de resolução:

Os alunos poderão representar os valores das multiplicações utilizando desenho ou papel quadriculado disponibilizado pelo professor:



Os números apresentados (9, 10, 11, 12 e 13) podem ser retangularizados de várias maneiras: Os alunos podem verificar que os números 11 e 13 só tem uma forma de fazer a retangularização.

Recomendações ao professor:

O professor pode questionar os alunos de modo que entendam o que significa a retangularização de um número. Assim, eles irão pensar nas possíveis multiplicações de fatores que formam retângulos e que resultam nos números apresentados. O professor também, durante a plenária, pode questioná-los sobre o porquê alguns números possuem mais de uma representação, e assim, definir o que são múltiplos, divisores e números primos.

Como extensão do problema, o professor pode realizar um jogo com os alunos, conhecido como “stop”, da seguinte forma:

Participantes: 2 ou mais.

Regra: Escrever a retangularização numérica completa do número sorteado e levantar propriedades sobre esses números.

Pontuação: 5 pontos para as informações corretas de cada número; mais 5 pontos se a propriedade levantada for diferente das de outros participantes. Um exemplo de jogada apresentada por Travassos *et al.* (2014, p. 78) é:

“Como exemplo de jogo, suponhamos que três alunos estejam jogando. Para isso, uma possível forma de fazer a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13, o levantamento de propriedades originais e a pontuação atribuída a eles seria:

André	9	10	11	12	13
Retangularização	1 x 9 3²	1 x 10 2 x 5	1 x 11	1 x 12 2 x 6 3 x 4	1 x 13
Propriedade	9 é nº composto	10 é nº par	11 é nº primo	12 é divisível por 4	13 é divisível por 1 e 13
Pontuação 50	5 + 5	5+5	5+5	5+5	5+5

Bia	9	10	11	12	13
Retangularização	1 x 9 3²	1 x 10 2 x 5	1 x 11	1 x 12 2 x 6 3 x 4	1 x 13
Propriedade	9 é quadrado perfeito	10 é múltiplo de 5	11 é divisor de 11	12 é múltiplo de 3 e 4	13 é ímpar
Pontuação 45	5	5+5	5+5	5+5	5+5

Cesar	9	10	11	12	13
Retangularização	1 x 9 3²	1 x 10 2 x 5	1 x 11	1 x 12 2 x 6 3 x 4	1 x 13
Propriedade	9 é quadrado perfeito	10 é divisor de 2	11 é ímpar	12 é o quádruplo de 3	13 é nº primo
Pontuação 35	5	0	5+5	5+5	5+5

Figura: TRAVASSOS et al (2014).

O professor deve observar durante o jogo que analisando os diferentes retângulos, é possível formalizar conceitos de múltiplos e divisores; É possível identificar: as propriedades dos números primos como os números 11 e 13 e seus divisores que são D(11)= {1, 11} e D(13)= {1, 13}; números que podem ser representados por um quadrado como o número 9; que os números 9 e 10 possuem duas representações na forma de retângulo e que seus divisores são: D(9)={1, 3, 9} e D(10)={1, 2, 5, 10}; que o número 12 possui três formas distintas de representação na forma retangular e que seus divisores são: D(12) = {1, 2, 3, 4, 6 e 12}; que o número 1 é divisor de todos os números e que cada número é divisor de si mesmo.

6. CONTANDO OS DEDOS

Use os dedos de uma mão para contar da seguinte maneira: o polegar é o primeiro, o indicador é o segundo e assim por diante até o dedo mindinho, que é o quinto. Agora inverta a ordem para continuar, de modo que o anelar é o sexto, o dedo do meio é o sétimo, o indicador é o oitavo e o polegar é o nono. Inverta a orientação novamente, voltando para o dedo mindinho, de modo que o indicador é o décimo e assim por diante. Se você continuar a contar dessa forma, indo e voltando, com os dedos de uma mão, qual dedo será o milésimo?

Fonte: DORICHENKO, Sergey. **Um círculo Matemático de Moscou:** Problemas semana-a-semana. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. 247 p.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Operações com números naturais

Estratégias de resolução:

Os alunos podem resolver o problema, analisando: Quando realizamos a 1ª contagem, temos 5 dedos, na 2ª contagem, temos 4 dedos, na 3ª contagem também temos 4 dedos, assim, apenas a primeira contagem teria 5 dedos, as demais seriam 4. Como o enunciado quer encontrar a localização do milésimo dedo, basta pegar o número 1000 e tirar os 5 primeiros, a diferença dividir por 4 e assim descobrir se for final ímpar é a contagem de ida, se for final par é a contagem de volta:

1ª) 5 dedos. (Contagem de ida)

2ª) 4 dedos. (Contagem de volta)

3ª) 4 dedos. (Contagem de ida)

Sendo assim, tem-se:

$1000 - 5 = 995$

$995.4 = 248$ com resto 3.

Sabemos que 248 é par, então, está na contagem de volta, contando 3 dedos, o milésimo dedo é o indicador.

Recomendações ao professor:

O professor pode realizar questionamentos, durante a etapa 5 (incentivar e observar) da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas, para auxiliar os alunos a pensarem se existe algum padrão e qual seria. Por exemplo, eles podem utilizar os 5 dedos da mão como apoio para visualizar o acontecido e anotar os valores obtidos em uma tabela. A partir disso, o professor pode questioná-los para que encontrem a regularidade de adições presentes neste problema e, assim, perceberem uma forma de encontrar o milésimo dedo. Em seguida, os alunos apresentam suas soluções, justificando e explicando como pensaram, é feita a plenária e a busca pelo consenso. Como esse não é um conteúdo novo para os alunos, o professor pode, no final da aula, destacar as operações realizadas e a presença de um padrão.

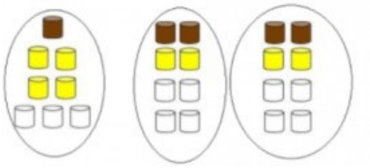
Como extensão ao problema, o professor pode utilizar-se do aplicativo *Matific*, atribuindo aos alunos alguma atividade para que eles realizem a atividade de forma lúdica, para aplicar a etapa 10 da Metodologia. Caso o professor não tenha acesso ao *Matific*, ou não seja professor da rede pública, poderá utilizar o jogo online para realizar a aplicação dos conhecimentos adquiridos.

Referências do jogo:

Quatro Operações. Matific, 2022. Disponível em: https://www.matific.com/share-episode/?slug=Worksheet04FourOperationsWithAndWithoutParentheses. Acesso em: 27 de maio de 2022.

Quatro Operações. Wordwall, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/16144929/jogo-das-4-opera%C3%A7%C3%B5es. Acesso em: 27 de maio de 2022.

7. CONTÊINERES



Em uma fábrica, alguns barris de azeite devem ser distribuídos igualmente entre 3 contêineres, de modo que todos recebam a mesma quantidade de azeite e a mesma quantidade de barris. Desses barris, 5 estão cheios, 8 estão pela metade e 11 vazios. Sabendo que não é possível despejar o conteúdo de um barril em outro, determine quantos barris cheios, quantos barris vazios e quantos barris meio cheios serão guardados em cada container.

Fonte: Fração como parte de um todo. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de- aula/fundamental/6ano/matematica/fracao-como-parte-todo/1481. Acesso em: 25 de abril de 2022.

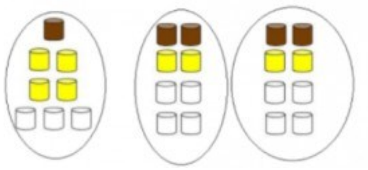
Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Fração equivalente

Estratégias de resolução:

Os alunos poderão resolver este problema realizando o desenho dos barris:

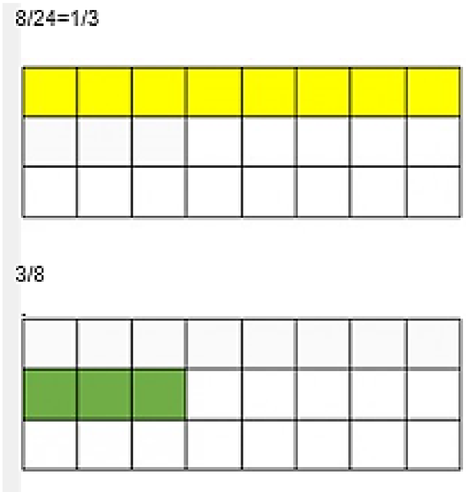


Os barris sem cores representam os 11 barris vazios, os amarelos representam os 8 barris meio cheios e os marrons representam os 5 barris cheios.

Para fazer essa distribuição, os alunos devem analisar o total de barris cheios e o quanto devem distribuir em cada container. Assim, o total seria de 5 cheios e 8 pela metade, o que daria 9 barris cheios. Portanto, cada contêiner deve receber o conteúdo de 3 barris cheios e o total de 8 barris. Uma tabela pode ajudar no processo:

Barris	Contêiner 1	Contêiner 2	Contêiner 3
Barril cheio	2	2	1
Barril pela metade	2	2	4
Barril vazio	4	4	3
Total	8	8	8

Para explorar o conteúdo de frações equivalentes, o professor pode desenhar um retângulo que representa 24 unidades, ou seja, o total de barris. A parte amarela representa um container, ou seja, 1/3 da área de armazenamento, que é a fração equivalente a 8/24, que significa a quantidade de barris por container. A parte verde representa a quantidade de azeite em um dos contêineres, ou seja, três oitavos dos barris de um contêiner que contém azeite 3/8.



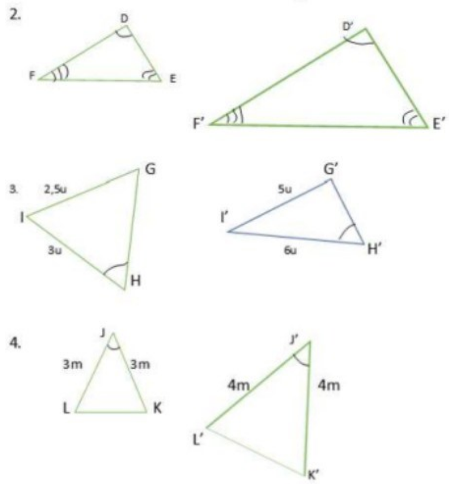
Em uma fração, o denominador representa a quantidade de partes em que o inteiro foi dividido e o numerador representa a quantidade de partes utilizadas. É essencial que os alunos percebam que cada contêiner contém um terço do total de barris, ou seja, que a relação 8 em 24 pode ser representada pela fração um terço, 824=13.

Utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o professor poderá disponibilizar papel quadriculado para que os alunos representem o problema. Ao final da aula, o conteúdo a ser formalizado será o de frações equivalentes.

Como extensão ao problema, o professor pode utilizar jogos envolvendo frações equivalentes, como por exemplo, o jogo Pac Man de Frações Equivalentes, disponível no link: https://www.coquinhos.com/pac-man-de-fracoes-equivalentes/

8. SEMELHANÇAS

Observem os triângulos abaixo. Quais são semelhantes? Expliquem o raciocínio que utilizaram. (Adaptado de PIRONEL, 2019)



Observação: Por causa das diferentes indicações dos ângulos, é necessário que o professor comunique aos seus alunos que ângulos com um número de marcações iguais, num mesmo item, indicam que aqueles ângulos são iguais, mesmo sendo em triângulos distintos.

Fonte: PIRONEL, M. **Avaliação para a aprendizagem:** a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em ação. 2019. 297 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2019. p 216-233.

Unidade temática (conforme BNCC): Geometria

A partir de que série o problema é recomendado: 6°, 8° e 9° ano do Ensino Fundamental

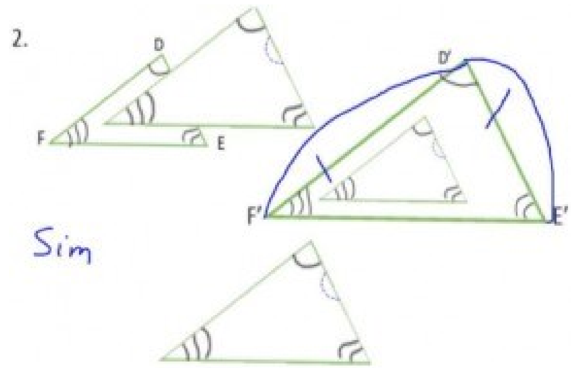
Conteúdo(s): Semelhança de triângulos.

Estratégias de resolução:

Iniciando pelos dois primeiros triângulos nomeados ABC e A'B'C', os alunos podem analisar as medidas dos seus lados, comparando, a razão entre seus lados para verificar se são triângulos semelhantes:3/2=1,5 6/4=1,5 4,5/3=1,5

Como as razões são iguais, os lados são proporcionais. Logo, os dois triângulos são semelhantes.

No item 2, sendo os triângulos DEF e D'E'F', as indicações em cada ângulo são iguais, ou seja, d=d', e=e' e f=f'. Sendo assim, eles são semelhantes.



No item 3: os alunos podem chegar a conclusão que não há possibilidade de verificar se são proporcionais, por não conter todos os dados.

No item 4: Os lados dos dois triângulos aumentaram proporcionalmente e o ângulo também é igual. Assim, por ser um triângulo isósceles é possível concluir que esses triângulos são proporcionais.

Recomendações ao professor:

Ao resolver este problema, considera-se que os alunos já sabem o que significa um polígono ser semelhante. Espera-se, então, que eles analisem os triângulos propostos, identificando se são figuras semelhantes, se é uma figura ampliada ou reduzida, de forma que encontrem a maior quantidade de informações O professor por sua vez, deve realizar intervenções, questionamentos e incentivar os alunos a contribuírem. Assim, quando os alunos respondem, o professor deve ajudá-los a pensar o problema e realizar novos questionamentos, fazendo com que os alunos cheguem a conjecturas sobre as respostas e busquem argumentos para validar suas resoluções.

Com a aplicação deste problema é possível identificar os critérios de semelhança dos triângulos:

No item 1 é possível apresentar o caso LLL (lado-lado-lado), e pode-se dizer que, se esses lados são diretamente proporcionais, os ângulos são iguais, sendo que o uso de um critério de semelhança é a condição mínima para que dois triângulos sejam semelhantes.

No item 2 temos o caso AA (ângulo-ângulo), em que se dois ângulos são congruentes, significa que o terceiro também será congruente por se tratar de um triângulo.

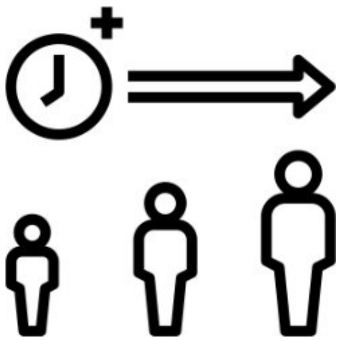
No item 3 é o caso LLA (lado-lado-ângulo), em que se tem dois lados diretamente proporcionais e um ângulo congruente, que não nos permite concluir pela semelhança ou não. Tem-se 5u/2,5u=2u e 6u/3u=2u, porém, por não conter o dado referente ao terceiro lado, não é possível verificar se são proporcionais. Para descobrir utilizando os ângulos, seria necessário, pelo menos, a informação de dois ângulos, para concluir que o terceiro também seria semelhante, o que não ocorre pois na imagem se tem apenas que um ângulo é semelhante. Assim, não é possível concluir se são semelhantes por não possuírem todos os dados para realizar a verificação.

No item 4 é possível apresentar o caso LAL (lado-ângulo-lado), em que se o ângulo congruente está entre dois lados proporcionais, assim, o terceiro lado também será proporcional e os triângulos serão semelhantes.

Como extensão ao problema, o professor pode utilizar o jogo online Triângulos semelhantes ou alguma atividade para aplicar o conceito aprendido.

Referência do Jogo:
Triângulos semelhantes. Wordwall, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/12246579/tri%C3%A2ngulos-congruentes. Acesso em: 16 de maio de 2022.

9. FLOR DA IDADE



A idade do jogador Cristiano Ronaldo é a metade da idade do professor Márcio, mais 10 anos. Sabendo que o jogador tem 33 anos, qual é a idade do professor?

Fonte: Adaptado de: PIRONEL, Márcio. **Avaliação para a aprendizagem:** a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em ação. 2019. 297 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2019. p 203-213.

Unidade temática (conforme BNCC): Probabilidade e Estatística

A partir de que série o problema é recomendado: 7º e 8° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Expressões algébricas; Valor numérico de expressão numérica.

Estratégias de resolução:

Os alunos podem realizar a resolução da seguinte forma:

1ª resolução: Para encontrar a idade do professor, eles deverão fazer a operação contrária, ou seja, considerar a idade do Cristiano Ronaldo e retirar 10, assim obterão a metade da idade e ao multiplicar por 2, descobrirão a idade do professor:

(33-10)x2=23×2=46.

Assim, a idade do professor é 46 anos.

Recomendações ao professor:

É importante que o professor realize questionamentos aos alunos durante o desenvolvimento da tarefa, sempre buscando a reflexão e nunca dê a resposta. A partir da resolução dos alunos o professor pode formalizar a ideia de equação do 1° grau da seguinte forma:

Vamos chamar a idade do Cristiano Ronaldo de C, e a idade do professor Márcio de M. Como a idade do Cristiano Ronaldo é igual a metade da idade do professor mais 10, montando a expressão algébrica, teremos:

$$(33-10)\times 2 = 23 \times 2 = 46.$$

$(C-10)\times 2 = M \rightarrow (C-10) = M/2 \rightarrow C = M/2 + 10$, mas sabemos que a idade do Cristiano Ronaldo é 33 anos, assim: $33 = M/2 + 10 \rightarrow M/2 = 33 - 10 \rightarrow M/2 = 23 \rightarrow M = 23 \times 2 \rightarrow M = 46$. Logo, o professor Márcio tem 46 anos.

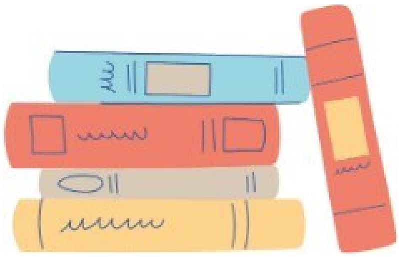
Como extensão ao problema, o professor pode utilizar dois jogos virtuais (Jogo das Expressões e Corrida de Expressões Algébricas) para que seus alunos apliquem e desenvolvam ainda mais seus conhecimentos.

Referências dos jogos:

Wordwall, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt-br/community/jogo-das-express%C3%B5es. Acesso em: 14 de maio de 2022.

Corrida de Expressões algébricas. Coquinhos, 2022. Disponível em: https://www.coquinhos.com/corrida-de-expressoes-algebricas/. Acesso em: 14 de maio de 2022.

10. FEIRA DE LIVROS



Em uma feira de livros, um livro custa R$1,00 mais a metade do seu preço. Qual é o preço do livro? (Adaptado de PIRONEL, 2019)

Fonte: PIRONEL, Márcio. **Avaliação para a aprendizagem:** a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em ação. Orientador: Lourdes de la Rosa Onuchic. 2019. 297 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro, 2019. p 191-203.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra

A partir de que série o problema é recomendado: 8º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Equação do 1° grau.

Estratégias de resolução:

Os alunos, ao lerem o enunciado do problema, podem concluir que o R$1,00 é um valor fixo e que deve somar metade do valor do livro e total será seu preço, podem fazer tentativa e erro:

Se o livro custar R$1,00, então R$1,00+R$0,50=R$1,50. (Deu um valor maior do que o valor pensado para o livro). Se o livro custar R$3,00, então R$1,00+R$1,50=R$2,50. (Deu um valor menor do que o valor pensado para o livro).

Então o valor do livro está entre R$1,00 e R$3,00, vamos tentar o valor do livro sendo R$2,00. Assim, R$1,00+R$1,00 =R$2,00. Logo, o preço do livro é R$2,00.

Recomendações ao professor:

O professor, utilizando da resolução do problema pelos alunos, pode explorar a ideia de incógnita, e equação do 1° grau:

Partindo da solução apresentada: R$1,00+R$1,00=R$2,00 (R$1,00 fixo + metade do valor do livro = valor do livro). Essa associação deve ser feita com o professor fazendo os questionamentos durante a plenária e chegando ao consenso, pois, assim, é possível associar a equação utilizando a incógnita x, representando o valor do livro no qual ainda é um valor desconhecido.

1+x/2=x (x= representa o valor do livro)

Assim, $\frac{2+x}{2} = \frac{2x}{2} \rightarrow 2 + x = 2x \rightarrow x = 2$

Como extensão ao problema, o professor pode utilizar um jogo virtual, envolvendo a linguagem algébrica, para que os alunos desenvolvam seus conhecimentos.

Referência do jogo: **Linguagem algébrica.** Wordwall, 2022. Disponível em: https://wordwall.net/pt/resource/14030368/linguagem-alg%c3%a9brica. Acesso em: 13 de maio de 2022.

11. ESTAR NA MODA?

Analise a imagem abaixo e responda as questões:

PARTE A:

Em relação a cor de blusa, qual é a que mais aparece?

Após a discussão e formalização do conceito de Moda, entregar a parte B para dar prosseguimento.

PARTE B

No seguinte levantamento sobre as idades dos estudantes de uma turma foi encontrado: 16, 15, 14, 14, 13, 13, 12, 11, 11, 11.

1. Dentre as idades dos estudantes apresentadas, qual delas aparece com maior frequência?
2. Qual idade melhor representa a turma?
3. Qual é a idade que está no meio entre a maior e a menor idade?
4. E qual a diferença de idade do estudante de maior idade da turma e o de menor idade?

Fonte: Estar na moda ou estar na média. **Brasil Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/9ano/matematica/estar-na-moda-ou-estar-na-media/252. Acesso em: 08 de maio de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Probabilidade e Estatística

A partir de que série o problema é recomendado: 9º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Moda, Média, Mediana e Amplitude.

Estratégias de resolução:

Parte A: Os alunos provavelmente ao analisar, irão concluir que a cor que mais aparece nas camisetas é a cor Amarela. Parte B:

a) Com a ideia da parte A discutida, espera-se que os alunos identifiquem que a idade que mais se repete é a 11, e concluam que ela representa a Moda.

b) Os alunos podem responder a idade 13, pelo fato de ser uma idade que está no meio das idades consideradas. Outra opção é que os alunos realizem o cálculo da média: (16+15+14+14+13+13+12+11+11+11)/10=13 e concluam que, neste caso, a média é 13.

c) Os alunos poderão verificar que não há um valor no meio, pois não sobra um valor central ao separar as idades igualmente.

d) A diferença entre a maior idade e a menor seria 16-11=5.

Recomendações ao professor:

O professor poderá utilizar a parte A para discutir e formalizar o conceito de moda como sendo o elemento que aparece mais vezes em um conjunto de dados. Pode-se também realizar questionamentos aos alunos fazendo relações com situações do dia a dia e o que eles entendem pela palavra moda, assim como na letra a) da parte B. Já na letra b) pode-se formalizar o conceito de média, a partir do cálculo da média entre as idades, e discutir que a mediana também é uma medida de tendência central e que para calculá-la é necessário encontrar a idade que está exatamente no meio, pois, a Mediana nos diz que metade (50%) dos valores do conjunto de dados está abaixo dela e a outra metade está acima dela, ou seja, é a medida equidistante dos extremos, se a quantidade de elementos for ímpar, então teremos um valor central. Se a quantidade de elementos for uma quantidade par, então a amostra terá dois elementos centrais e a mediana será a média aritmética entre eles e neste caso, como possuímos uma quantidade par de elementos, é necessário considerar os dois valores no centro somá-los e dividi-los por 2, assim, (13+13) /2=13. E por fim, formalizar a ideia de amplitude.

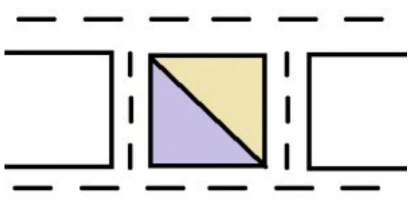
Como extensão ao problema, o professor pode propor uma pesquisa entre os alunos, em que eles definam as perguntas que seriam realizadas, dividindo os alunos em grupos. Após a coleta de dados, o professor pode solicitar que encontrem a Moda, a Mediana, a Média e a

Amplitude dos dados, apresentando-os em cartazes ou montando uma apresentação para a turma.

É relevante que o professor mostre aos alunos que nem todas as medidas de tendências central são adequadas em todas as ocasiões. Possibilitar essa reflexão por meio de novos problemas poderá tornar mais crítica a apresentação do conteúdo.

12. DIVISÃO DE BENS

Dois irmãos receberam de herança um terreno quadrado de lado igual a , e para dividir chegaram à conclusão que a melhor forma seria fazê-la em dois triângulos. Assim, um ficaria com a parte virada para a rua que passa na frente desse terreno e o outro ficaria com a parte do terreno voltado para a rua de trás, conforme a figura abaixo:



Qual será a área que cada um dos irmãos irá receber?

Fonte: Criado pelo autor.

Unidade temática (conforme BNCC): Geometria

A partir de que série o problema é recomendado: 8º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Área do triângulo.

Estratégias de Resolução:

Pode-se resolver este problema calculando, primeiramente, o valor da área do quadrado. Como a medida do lado mede , a área seria determinada fazendo r . Então, para encontrar a área do triângulo, seria o mesmo que dividir o quadrado ao meio e o valor de sua área seria dividido por dois, ou seja, 64/2.

Assim, cada irmão ficaria com um terreno triangular com área de 32 m².

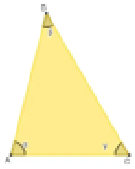
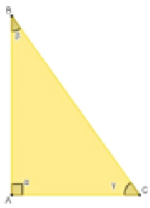
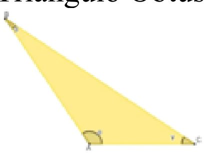
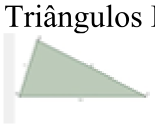
Recomendações ao Professor:

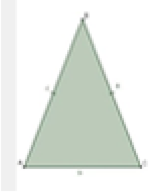
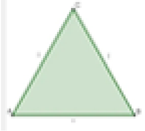
Para deduzir como determinar a área do triângulo, é importante que o professor retome o conteúdo de área de um quadrado. Assim, fica mais fácil de os alunos deduzirem que para encontrar a área do triângulo devem calcular a área do quadrado e depois dividi-la por dois. A partir disso, o professor poderá formalizar o conteúdo. O professor pode organizar a resolução dos alunos identificando o que cada valor utilizado significa:

Base (b)	Altura (h)	Bxh	Área (A)
8	8	8x8	64

Área do quadrado: $A = bxh$ Área do triângulo: $A = \frac{(bxh)}{2}$

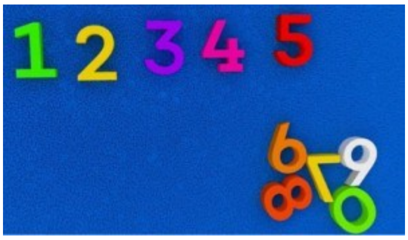
Em seguida o professor pode aproveitar e retomar como são classificados os diferentes tipos de triângulos:

Triângulo acutângulo: 	Um triângulo é conhecido como acutângulo quando os seus três ângulos são agudos, ou seja, menores que 90°.
Triângulo Retângulo: 	Um triângulo é retângulo quando um de seus ângulos é um ângulo reto, ou seja, igual a 90°. Como a soma dos três ângulos de um triângulo é sempre igual a 180°, os demais ângulos são necessariamente agudos.
Triângulo Obtusângulo: 	Um triângulo é obtusângulo quando um de seus ângulos é obtuso, ou seja, maior que 90°. Os demais ângulos são necessariamente agudos.
Triângulos Escaleno: 	Um triângulo é escaleno quando todos os seus lados tem medidas diferentes.

Triângulo Isósceles: 	Um triângulo é isósceles quando possui pelo menos dois lados congruentes, ou seja, tem a mesma medida. No triângulo isósceles, os ângulos da base são sempre iguais (tratamos como base o lado que possui medidas diferentes dos demais lados), e ao traçar a altura h, ela divide a base em duas partes iguais.
Triângulos Equilátero: 	Um triângulo é equilátero quando possui os três lados com as mesmas medidas. Como consequência, os três ângulos também possuem a mesma medida que é 60°.

Fonte: Classificação de triângulos. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/classificacao-de-triangulos.htm. Acesso em: 27 de maio de 2022.

13. QUAL A REGULARIDADE?



Faça o que se pede abaixo:

1° – Escolha um número de 1 a 9;

2° – Multiplique por 3;

3° – Some 3;

4° – Multiplique outra vez por 3; 5° – Some os dois algarismos.

O resultado corresponde a uma disciplina que você tem aula hoje: 1 – Português; 2 – Educação Física; 3 – Geografia; 4 – Ciências; 5 – Artes; 6 – Filosofia; 7 – História; 8 – Informática; 9 – Matemática; 10 – Inglês; 11 – Espanhol;

Compare seu resultado com o de seus colegas e responda:

Você notou alguma regularidade?

Se o primeiro número escolhido fosse maior do que 9, o que aconteceria com os resultados?[1]

Fonte: Resolução de problemas com primos e compostos. **Nova Escola**, 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de- aula/fundamental/6ano/matematica/resolucao-de-problemas-com-primos-e-compostos/1668. Acesso em: 02 de maio de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números;

A partir de que série o problema é recomendado: 6º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Critérios de divisibilidade por 9, múltiplos e divisores.

Estratégias de Resolução:

Inicialmente, os alunos provavelmente irão testar cada número individualmente ou com a ajuda de uma tabela, o aluno pode pensar em um número de 1 a 9 (coluna 1); em seguida, deve multiplicá-lo por 3, adicionar 3 e multiplicá-lo por 3 novamente (coluna 2); por fim, deve somar os algarismos (coluna 3):

NÚMERO PENSADO	RESULTADO DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS	SOMA DOS ALGARISMOS
1	18	9
2	27	9
3	36	9
4	45	9
5	54	9
6	63	9
7	72	9
8	81	9
9	90	9

O aluno irá perceber uma regularidade em que a soma dos algarismos de qualquer número obtido na segunda coluna sempre será 9.

Se o número escolhido fosse maior que 9, o aluno perceberá que seria necessário somar os algarismos mais de uma vez e, mesmo assim, obteria (diante das condições do problema) o resultado 9.

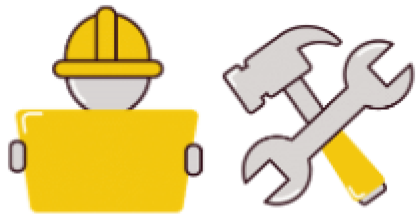
Recomendações ao professor:

O professor, utilizando da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas, pode realizar algumas discussões durante a etapa 5, observar e incentivar, como por exemplo, questioná-los sobre como podem organizar a resolução, caso estejam testando os números um a um. Em seguida, os grupos devem apresentar suas respostas e será feita a plenária e a busca pelo consenso. A formalização do conteúdo se dará após os alunos identificarem as regularidades apresentadas, como por exemplo, que a soma dos algarismos do número 18 = 1 + 8 = 9; 72 = 7 + 2= 9. Assim, o professor pode destacar que todos os números obtidos, após multiplicar por 3, somar 3 e multiplicar por

3 novamente, são múltiplos de 9 e que para um número ser divisível por 9 a soma de seus algarismos tem que ser 9. Esse é o critério de divisibilidade do 9: "Um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos é um número divisível por 9" (MARCIANO, 2020)[9].

O objetivo principal deste problema é que os alunos percebam que, independentemente do número escolhido, o resultado será 9. Com a manipulação apresentada pelo problema os alunos identificam as consequências para os casos de se alterarem as operações envolvidas na atividade. O professor pode incentivá-los a criarem suas próprias sequências de operações de forma a buscar novos desafios, como o apresentado nesta atividade, utilizando outro número, como o 2 ou 3. Assim, poderão também encontrar os critérios de divisibilidade para o número envolvido.

14. CONSTRUÇÃO



Sejam os construtores de seu próprio muro! Quantos tijolos são necessários para a construção de um muro quadrado, que tenha como alicerce, a quantidade de tijolos pedidos? Base de 2 tijolos.

- Base de 3 tijolos.
- Base de 4 tijolos.
- Base de 6 tijolos.

Quais observações vocês podem fazer com base nessas construções?

Fonte: MELO, Marcela Camila Picin de. **A resolução de problemas:** uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

[9] MARCIANO, Elainy. Divisibilidade por 9**.** **R7**, Brasília, 06, maio de 2020. Escola Educação. Disponível em: <https://escolaeducacao.com.br/divisibilidade-por-9/> . Acesso em: 25, maio e 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Grandezas e Medidas.

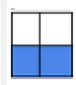
A partir de que série o problema é recomendado: 6º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Potência de base 2

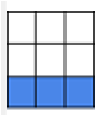
Estratégias de Resolução:

Solução 1: Pode-se representar geometricamente. Usando o papel quadriculado os alunos podem fazer as seguintes construções:

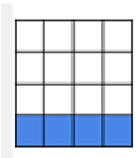
Para uma base de 2 tijolos são necessários 4 tijolos.



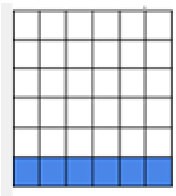
Para uma base de 3 tijolos são necessários 9 tijolos.



Para uma base de 4 tijolos são necessários 16 tijolos.



Para uma base de 6 tijolos são necessários 36 tijolos.



Solução 2: Pode-se utilizar a relação do total de tijolos com a área do quadrado.

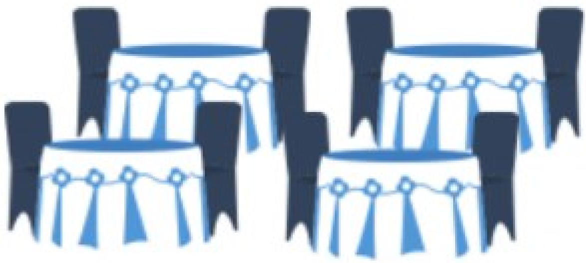
Considerando 2 tijolos na base, $2x2 = 4$, serão necessários 4 tijolos; usando 3 tijolos na base, $3x3 = 9$, serão necessários 9 tijolos; usando 4 tijolos na base, $4x4 = 16$, serão necessários 16 tijolos; usando 6 tijolos na base, $6x6 = 36$, serão necessários 36 tijolos;

Recomendações ao professor:

O professor pode utilizar papel quadriculado para que os alunos façam as construções e obtenham as respostas do problema e a partir dessas representações, retomar os conceitos de área e perímetro. Ao utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, no momento da plenária, o professor deve incentivar que cada representante dos grupos apresente a maneira como os alunos pensaram para resolver o problema. Respostas sem o uso do papel quadriculado também podem aparecer. No momento da busca pelo consenso, o professor deve relacionar e discutir com a turma essas possibilidades. Na formalização, o professor deve apresentar o conceito de potência de base 2.

Como extensão do problema, e considerando a etapa 10 do roteiro da Metodologia, a proposição e resolução de novos problemas, pode-se utilizar o jogo 2048, disponível em aplicativo de celular para baixar gratuitamente.

15. FESTANÇA



Para a organização de uma festa de aniversário foram convidadas três famílias (Pereira, Oliveira e Silva). A família Pereira virá com 24 convidados. A família Oliveira trará 60 convidados e a família Silva terá 108 convidados. A organização da festa precisa fazer a recepção de forma que em cada mesa haja somente convidados de uma mesma família e que todas as mesas da festa caibam exatamente a mesma quantidade de convidados.

a) Qual o maior número de cadeiras que podem ser colocadas em cada mesa para que a festa ocorra conforme essa determinação?

b) Se a família Pereira convidasse 23 pessoas, como ficaria a quantidade de mesas necessárias?

Fonte: Resolvendo problemas com divisores comuns. **Nova Escola**, 2022. Disponível em:https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/6ano/matematica/resolvendo-problemas-com-divisores-comuns/1441. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6º e 7° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Número primo e Máximo Divisor Comum (MDC)

Estratégias de resolução:

a) O aluno irá verificar de quantas formas pode dividir a quantidade de convidados de cada família. A família Pereira, por exemplo, com 24 convidados pode ser dividida em grupos de 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24. A família Oliveira, com 60 convidados, pode ser dividida em grupos de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 15, 20, 30 e 60. Os Silva, com 108 convidados, podem ser divididos em grupos de 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 24 e 108. Os divisores comuns são: 1, 2, 3, 4, 6 e 12. Assim, o maior número de cadeiras que podem ser colocadas por mesa seria de 12 convidados.

b) Se na família Pereira tivéssemos 23 convidados, esse número só permitiria divisão por 1 e 23, já que ele é um número primo. Somente o 1 é divisor comum entre 23, 60 e 108. Assim, não haveria como realizar a divisão exata por mesas sem misturar as famílias e colocar uma mesa com um convidado seria inviável.

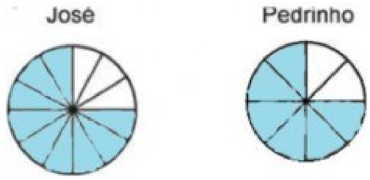
Recomendações ao professor:

O professor deve deixar os alunos livres para definirem suas estratégias, e o intuito aqui é que os alunos percebam que há conjuntos de números que tem somente o número 1 como divisor comum, assim o professor pode definir o que é o número primo e também formalizar o conteúdo de máximo divisor comum.

Como extensão do problema, o professor pode aplicar o problema abaixo para poder analisar como os alunos se desenvolvem ao encontrar o maior divisor comum e quais as estratégias usam para isso.

<u>Problema complementar:</u> Luan está organizando uma festa de aniversário e foi produzido 120 brigadeiros e 66 beijinhos para serem distribuídos aos convidados. Mas Luan deseja que estes doces sejam distribuídos em embalagens que devem conter a mesma quantidade de docinhos, e cada embalagem deve conter somente um tipo de doce. Qual a quantidade máxima de docinhos deve conter em cada embalagem para que isso ocorra?

16. QUEM COME MAIS PIZZA?



Pedrinho e José fizeram uma aposta para ver quem comia mais pedaços de pizza. Pediram duas pizzas de igual tamanho. Pedrinho dividiu a sua em oito pedaços iguais e comeu seis. José dividiu a sua em doze pedaços iguais e comeu nove. Então:

(A) Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.

(B) José comeu o dobro do que Pedrinho comeu.

(C) Pedrinho comeu o triplo do que José comeu.

(D) José comeu a metade do que Pedrinho comeu.

Fonte: Prova Brasil de Matemática – 9º ano: números e operações/álgebra e funções. **Nova Escola,** 2022. Disponível em: https://novaescola.org.br/conteudo/2735/prova-brasil-de-matematica-9-ano-numeros-e-operacoesalgebra-e-funcoes?gclid=Cj0KCQiAosmPBhCPARIsAHOen-N5dOYPlqivG8IQku4q-haBQOga5yF8YMxTAKxRBAQIJMQGgVETeusaAt–EALw_wcB. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Frações equivalentes

Estratégias de resolução:

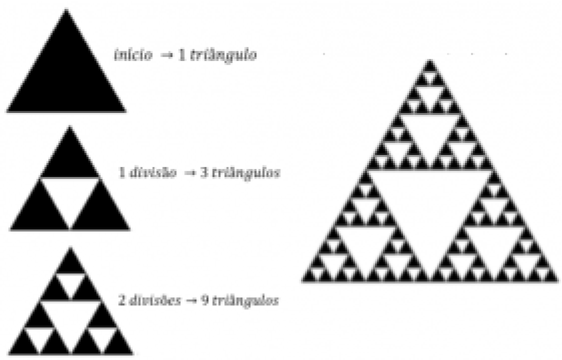
O aluno pode resolver o problema realizando a representação em desenho de cada fração de pizza comida por José e Pedrinho, igual a imagem de abertura deste problema. José comeu 9 de 12 pedaços e Pedrinho comeu 6 de 8 pedaços de pizza. Assim, realizando a comparação dos desenhos eles chegariam à conclusão de que é a mesma quantidade. Portanto, Pedrinho e José comeram a mesma quantidade de pizza.

Recomendações ao professor:

Utilizando os desenhos, o professor pode apresentar a escrita em forma de fração, e ensinar seus alunos a simplificar cada uma delas em frações irredutíveis. Assim, chegariam à conclusão de que a fração reduzida das duas frações apresentadas têm o mesmo resultado, ou seja: (9/12=3/4=6/8). Nesse momento, o professor pode formalizar as frações equivalentes.

Como extensão do problema, o Professor poderia propor um novo problema em que José e Pedrinho não comem a mesma quantidade de pizza. Assim, os alunos poderiam escrever as frações correspondentes e analisar se são equivalentes.

17. TRIÂNGULO



A partir de um triângulo equilátero traça-se segmentos unindo os pontos médios de cada um de seus lados, dividindo-o em quatro partes iguais, das quais retira-se a parte central.

a) Quantos triângulos restaram em seu interior, em uma divisão?

b) E em duas divisões, quantos triângulos restariam em seu interior?

c) Ao se repetir o processo infinitas vezes quantos triângulos vão sendo formados no interior, em cada divisão?

d) Matematicamente, o que é possível destacar a partir de cada divisão?

Fonte: MELO, Marcela Camila Picin de. **A resolução de problemas:** uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra; Número; Geometria

A partir de que série o problema é recomendado: 6° e 8º ano do Ensino Fundamental.

Conteúdo(s): Potenciação de base três, e também, fractal e Triângulo de Sierpinski

Estratégias de resolução:

Pode ser resolvido por meio de uma tabela, contendo os triângulos, em cada divisão realizada:

Quantidade de divisões em partes iguais	Quantidade de triângulos obtidos
0	1 triângulo
1	3 triângulos
2	9 triângulos
3	27 triângulos

Outra opção seria utilizando uma operação matemática: início 1 triângulo

1 divisão: $3 \times 1 = 3$ triângulos

2 divisões: $3 \times 3 = 9$ triângulos

3 divisões: 3x3x3=27 triângulos

O processo segue infinitamente, até que se deseje realizar as divisões em partes iguais. A cada nova divisão, o número de triângulos anteriores é multiplicado por três.

Nesse momento, o professor pode definir que a estrutura geométrica criada por eles se refere a um fractal, assim é possível explorar suas características e analisar o comportamento matemático. A potenciação de base três é a multiplicação do 3 de acordo com a quantidade indicada pelo expoente.

Recomendações ao professor:

Caso os alunos apresentem apenas a resolução com operações, o professor pode construir a tabela e ir associando a ideia de potenciação, chegando à potência de base três. Se os alunos montarem a tabela, o professor pode realizar a construção da multiplicação juntamente com os alunos, chegando também na ideia de potência.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar um aplicativo ou o site do geogebra para desenhar o que se diz no enunciado deste problema. Nesse caso, o professor pode construir juntamente com eles ou, ainda, ensiná-los o passo a passo para construção.

18. GASOLINA

O preço do combustível na cidade WW está R$ 5,20 o litro. Para ir até a cidade YY, Paulo gasta 4 litros de combustível e para a cidade XX ele gasta 10 litros. Qual o valor que Paulo gasta para ir para cada cidade?

Fonte: Criado pelo autor.

Unidade temática (conforme BNCC): Geometria
A partir de que série o problema é recomendado: 8º ano do Ensino Fundamental
Conteúdo(s): Função de 1° grau

Estratégias de resolução:

Os alunos podem calcular a soma dos valores até chegar ao valor necessário, por exemplo: se ele sabe que o valor de um litro custa R$ 5,20, então para 4 litros bastaria somar (5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 = 20,80), ou ainda, multiplicar o valor de 1 litro por 4, ou seja, 4 x 5,20= 20,80. Da mesma forma, ele pode fazer para 10 litros e realizar a soma (5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 + 5,20 = 52,00)ou multiplicar o valor de 1 litro por 10 (10 x 5,20 = 52,00).

Recomendações ao professor:

O professor pode utilizar-se da resolução deste problema para sistematizar o que é uma função do 1° grau. Para isso, ele pode construir uma tabela com o resultado dos valores obtidos pelos alunos, de acordo com a quantidade de litros e o preço a pagar. Com isso, o professor pode questionar qual seria o preço a pagar para 1 litro, para 2 litros e assim por diante, até encontrar o valor para *n* litros. Assim, é possível obter a função:

Quantidade de litros	Preço a pagar	Preço (R$) total
1	$1x5{,}20$	5,20
2	$2x5{,}20$	10,40
4	$4x5{,}20$	20,80
10	$10x5{,}20$	52,00
...	...	...
n	$P = nx5{,}20$	P

Sugere-se apresentar a definição de função do 1° grau, em que P é o preço total a pagar de acordo com a quantidade de litros gastos.

Como extensão do problema, o professor pode realizar os seguintes questionamentos para formalizar alguns conceitos relacionados à Função do 1° grau, como o que é variável ou função, entre outros.

a) Qual é o significado de x presente no quadro? (Objetivo específico: Perceber que x representa uma quantidade qualquer de litros de gasolina comprados, ou seja, x é variável).

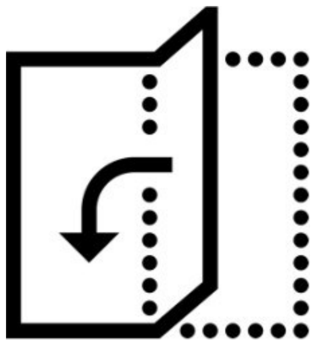
b) x é um valor fixo ou um valor variável? Por quê? (Objetivo específico: Ressaltar a ideia de que x é uma variável, ou seja, x varia de acordo com a quantidade de litros de gasolina comprados).

c) Qual é o preço a pagar por x litros de gasolina comprados? (Objetivo específico: Perceber que, neste caso, não é possível obter um valor numérico para o preço a pagar, já que, x é variável). O que é possível é estabelecer uma relação de dependência entre o preço a pagar e a quantidade de litros de gasolina comprados.

d) Do que depende o preço total a pagar? (Objetivo específico: Relacionar o preço a pagar e a quantidade de litros comprados).

e) Para cada quantidade x de litros de gasolina comprados, existirá um único valor a pagar? Por quê? (Objetivo específico: Retomar a ideia de função).

19. DOBRADURAS



Ao dobrar cinco vezes ao meio, uma folha de papel retangular, em quantos retângulos a folha ficará dividida? Façam observações sobre cada dobra feita e sobre a quantidade de retângulos que foi sendo produzida.

Fonte: MELO, Marcela Camila Picin de. **A resolução de problemas:** uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de “Potenciação e radiciação” com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Geometria; Grandezas e Medidas

A partir de que série o problema é recomendado: 6º e 7° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Potência de base 2.

Estratégias de resolução:

Conforme os alunos vão realizando as dobras:

Opção 1: Eles podem construir uma tabela para organizar os resultados que vão surgindo:

DOBRAS NO PAPEL	TOTAL DE RETÂNGULOS
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Opção 2: Uma lista organizada:

Nenhuma dobra – 1 retângulo.

Uma dobra – 2 retângulos.

Duas dobras – 4 retângulos.

Três dobras – 8 retângulos.

Quatro dobras – 16 retângulos.

Cinco dobras – 32 retângulos.

Opção 3: Operação de multiplicação:

$2x1 = 2$

$2x2 = 4$

$2x4 = 8 \; ou \; 2x2x2 = 8$

$2x8 = 16 \; ou \; 2x2x2x2 = 16$

$2x16 = 32 \; ou \; 2x2x2x2x2 = 32$ $2x16 = 32 \; ou \; 2x2x2x2x2 = 32$

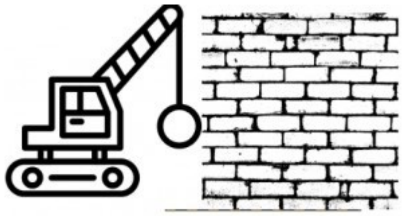
A quantidade de retângulos formada após cada dobra é sempre o dobro da quantidade anterior. Em geral, os alunos não fazem a multiplicação sucessiva de fatores iguais, pois utilizam o valor anterior para continuar a resolução.

Recomendações ao professor:

O professor pode utilizar a resolução do aluno e a partir dela descrever as multiplicações utilizando a mesma base, para assim, sistematizar a potenciação de base 2.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar site de jogos como por exemplo, https://www.coquinhos.com/merge-to-million-potencias-de-2/play/, que contém jogos matemáticos e neste link em específico, leva para o jogo de potências de base 2.

20. DESCONSTRUINDO



Quantos cubinhos devo colocar em cada dimensão do cubo grande, para que ele tenha o total de cubinhos pedidos?

Expliquem as estratégias que utilizaram.

Fonte: MELO, Marcela Camila Picin de. **A resolução de problemas:** uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Grandezas e Medidas

A partir de que série o problema é recomendado: 6º, 7° e 8° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Raiz cúbica

Estratégias de resolução:

Para obter a quantidade de cubinhos em cada dimensão, basta determinar um número que, ao ser multiplicado por ele mesmo três vezes, dê o resultado pedido, já que o cubo tem todas as dimensões com a mesma medida.

$$2x2x2 = 8, 2\ cubinhos\ em\ cada\ dimensão;$$

$$4x4x4 = 64, 4\ cubinhos\ em\ cada\ dimensão;$$

$$5x5x5 = 125, 5\ cubinhos\ em\ cada\ dimensão;$$

$$6x6x6 = 216, 6\ cubinhos\ em\ cada\ dimensão;$$

Recomendações ao professor:

A intenção é que os alunos entendam que é uma operação inversa da potência de expoente igual a 3. O professor pode auxiliar os alunos a entenderem as características de um cubo, ou seja, que ele possui altura, base e profundidade com mesma medida. Isso facilita os alunos a entenderem que precisam encontrar essa medida lateral, cujo valor multiplicado por ele mesmo três vezes, determina a raiz cúbica.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar do cubo mágico para que os alunos consigam visualizar o cubo e assim, formar os cubos com a quantidade de cubinhos que se pede no enunciado. Existem vários sites disponíveis para que os alunos possam manipular o cubo mágico.

21. CONSTRUÇÃO E DESCONSTRUÇÃO

Vocês são profissionais da construção. Uma pessoa contrata seu serviço, porém diz apenas a quantidade total de tijolos quadrados, e que deseja um muro quadrado. Qual a quantidade de tijolos necessária no alicerce (base) de um muro quadrado que tenha 25, 38, 49 e 64 tijolos no total? Escrevam as conclusões a que vocês chegaram.

Fonte: MELO, Marcela Camila Picin de. **A resolução de problemas:** uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Grandezas e Medidas

A partir de que série o problema é recomendado: 6° e 8º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Ideia de área de um quadrado perfeito, potência de expoente igual a dois e assim, chegar na ideia de raiz quadrada e sua relação em relação a medida lateral de um quadrado perfeito.

Estratégias de resolução:

Espera-se que eles reconheçam que é necessário encontrar a base e a altura desse muro quadrado, pois, tem-se apenas o valor do total do m² desse muro quadrado, e que por se tratar de um quadrado ele deve ter altura e base iguais, assim, encontrar o valor que represente cada medida, e que ao multiplicar dê o valor da quantidade de tijolos dadas no enunciado. Assim, que eles reconheçam a operação inversa da potenciação, claro que eles podem apenas fazer os cálculos e o professor fazer essa comparação e formalização.

Utilizando do pensamento de que os valores tem que ser iguais da base e altura, ele podem realizar as operações abaixo e encontrar o seguinte:

$$5x5 = 25, 5\ tijolos\ na\ base\ e\ 5\ tijolos\ na\ altura;$$

$$38\ não\ tem\ resposta\ cujo\ número\ seja\ inteiro;$$

$$7x7 = 49, 7\ tijolos\ na\ base\ e\ 7\ tijos\ na\ altura;$$

$$8x8 = 64, 8\ tijolos\ na\ base\ e\ 8\ tijolos\ na\ altura;$$

Os alunos podem também representar com desenho, utilizando até mesmo uma folha quadriculada.

Recomendações ao professor:

O professor pode usar a resolução do aluno transformar em potência de expoente igual a dois, e concluir que área de um quadrado pode ser descrito com a medida da base multiplicado pela altura, o professor também pode utilizar de papel quadriculado para que os alunos possam apresentar seus cálculos de forma visual. O professor também pode formalizar a ideia de raiz quadrada, como um cálculo inverso da potenciação, utilizada para encontrar o número que quando multiplicado por ele mesmo dê o valor da raiz.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar essa mesma ideia e formalizar o que significa ser um número quadrado perfeito, e como utilizar o mínimo múltiplo comum (MMC) para definir se um número é ou não um número quadrado perfeito. (Que seria tirar o MMC do número e agrupar as potências do resultado do MMC, se todos expoente for par, o número é um número quadrado perfeito.

22. GRANDE TORNEIO

Os alunos do 8° ano propuseram um torneio, no qual o desafio foi criar um jogo com personagens de um desenho animado. Cada jogo que rodasse corretamente seria atribuído 3 pontos e para cada jogo que não rodasse seria atribuído de -2 pontos. Sabendo que, ao final do torneio, a pontuação de jogos que rodaram foi de 75 pontos, dos 40 jogos criados, quantos rodaram corretamente e quantos não rodaram?

Fonte: PLANOS DE AULA. **Nova Escola,** 2022. Disponível em: https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/KyjhaZJ8p3wvVnnvtfXzvszPmkjGv5WjhbU6NwyxrQSU58gGSz2M72WW9J4A/resol-ativaula-mat8-26rdp03.pdf. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Álgebra

A partir de que série o problema é recomendado: 8º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Sistemas de equação

Estratégias de resolução:

1ª Resolução:

Poderia ser realizada pelos alunos utilizando tentativa e erro:

Se 33 jogos rodam + 7 jogos não rodam, $3.33 = 99\,; -2.7 = -14, logo\ 99 - 14 = 85$ pontos.

Se 32 jogos rodam + 8 jogos não rodam, $3.32 = 96; -2.8 = -16, logo\ 96 - 16 = 80$ pontos.

Se 31 jogos rodam +9 jogos não rodam, $3.31 - 93; -2.9 = -18, logo\ 92 - 18 = 75$ pontos.

2ª resolução) Os alunos podem utilizar de uma tabela listando todas as opções até encontrar uma opção que encaixe a quantidade de jogos que rodam somados com o que não rodam, no total de 40 jogos, e a soma das pontuações:

Como o total é de 75 pontos, ou seja, não pode ser um número negativo, a tabela pode ser iniciada com 20 jogos que rodam e 20 jogos que não rodam, e assim, avaliar se é necessário aumentar ou diminuir essa quantidade até encontrar o valor de 75 pontos.

Jogos que roam (x 3 pontos)	Jogos que não rodam (x (-2) pontos)	Total de jogos	Total de pontos
$20x3 = 60$	$20x(-2) = -40$	$20 + 20 = 40$	$60 - 40 = 20$
$25x3 = 75$	$15x(-2) = -30$	$25 + 15 = 40$	$75 - 30 = 45$
$30x3 = 90$	$10x(-2) = -20$	$30 + 10 = 40$	$90 - 20 = 70$
$31x3 = 93$	$9x(-2) = -18$	$31 + 9 = 40$	$93 - 18 = 75$

Desse modo, o aluno irá concluir que 31 jogos rodaram e 9 não rodaram.

Recomendações ao professor:

Deixar os alunos discutirem as resoluções, após, o professor pode questionar se todas as soluções apresentadas estão corretas e se existe outra possibilidade de resolução. Se os alunos fizerem por tentativa e erro, o professor pode questionar se há alguma forma de organizar esses resultados. Assim, com essa organização o professor poderá encaminhar a sistematização do conteúdo.

Chame de x a quantidade de jogos que rodaram. Chame de y a quantidade de jogos que não rodaram. O total de jogos é 40, logo temos: (I) x+y=40. Cada jogo que rodar somará 3 pontos: 3x. Cada jogo que não rodar resultará -2: -2y.

Se a pontuação de jogos que rodaram é 75, logo (II) 3x-2y=75.

Montar um sistema de equação e resolver por meio do método da adição:

$$\begin{cases} x & +y & = 40.(-3) \\ 3x & -2y & = 75 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x & -3y & = -120 \\ 3x & -2y & = 75 \end{cases}$$

, realizando a adição:

$$-5y = -45 \Rightarrow y = 9$$

Substituindo $y = 9$ em I:

$x + 9 = 40 \Rightarrow x = 40 - 9 \Rightarrow x = 31$

Ou montar um sistema de equação e resolver por meio do método da substituição:

$$\begin{cases} x & +y & = 40(I) \\ 3x & -2y & = 75(II) \end{cases}$$

Isolando x em (I): $x = 40 - y$

Substituindo (I) em (II):

$$3.(40 - y) - 2y = 75 \Rightarrow 120 - 3y - 2y = 75 \Rightarrow -5y = 75 - 120 \Rightarrow -5y = -45$$

$\Rightarrow y = 9$

Substituindo $y = 9\ em\ (I)$:

$x + 9 = 40 \Rightarrow x = 40 - 9 \Rightarrow x = 31$

O professor pode explorá-lo conforme seu objetivo, para trabalhar o método da adição ou o método da substituição, ou ainda ambos.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar o problema para explorar o gráfico de um sistema de equações com duas variáveis, o professor pode utilizar-se do geogebra para realizar a representação ou até mesmo realizar no quadro da sala de aula ensinando seus alunos a desenhar o gráfico da maneira correta.

23. CUBO MÁGICO

Observando o cubo mágico, quantos cubinhos são necessários para a construção do cubo mágico grande? Expliquem o raciocínio utilizado para chegar a este resultado.

Fonte: MELO, Marcela Camila Picin de. **A resolução de problemas:** uma metodologia ativa no ensino de matemática para a construção dos conteúdos de "Potenciação e radiciação" com alunos do ensino fundamental. 2020. 194 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

Unidade temática (conforme BNCC): Números; Grandezas e Medidas.

A partir de que série o problema é recomendado: 6º e 7° ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Ideia de Volume e a potenciação de expoente igual a 3.

Estratégias de resolução:

Para esta atividade, é interessante que os alunos manipulem o cubo mágico entendendo as dimensões, sem se preocupar com as cores. Eles deverão perceber que para obter o total de cubinhos é necessário multiplicar as dimensões: base, altura e profundidade.

Como o cubo mágico em questão tem largura=3, altura=3 e profundidade=3, assim, 3x3x3=27, ou seja, um total de 27 cubinhos. O professor, consegue assim, relacionar esses valores ao conceito de volume.

Recomendações ao professor:

O professor pode usar a resolução do aluno e escrevê-la como uma potência de expoente 3, concluindo no momento de formalização que o volume do cubo é dado pela multiplicação das medidas de seus lados (altura, largura e profundidade). O professor pode alterar o tamanho dos lados até chegar na generalização da fórmula de volume.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar-se do mesmo problema para se pensar na ideia de raiz cúbica, trazendo a definição de raiz cúbica e dando exemplos de outros cubos com outros valores de volumes, por exemplo, tenho um cubo com volume igual a 64 m^3, como encontrar o valor que representa a largura, altura e profundidade, que quando multiplicados resulte em 64? E com este pensamento, o professor conseguirá formalizar a ideia de raiz cúbica.

24. QUE PESO TEM?

João e Cândida estão usando uma balança analógica (balança que possui ponteiros, como na imagem abaixo), para pesar suas mochilas. Quando pesadas separadamente, a balança mostra 3 kg e 2 kg. Quando são pesadas juntas, a balança mostra 6 kg. “Isso não pode estar certo,” disse Cândida. “Dois mais três não é igual a seis!”. “Você não está vendo?” respondeu João. O valor no visor da balança analógica não está no zero. Quanto as mochilas pesam de fato?

Fonte: DORICHENKO, Sergey. **Um círculo Matemático de Moscou:** Problemas semana-a-semana. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2016. 247 p.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 7º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Adição algébrica com Números Inteiros

Estratégias de resolução:

Os alunos podem pensar da seguinte forma:

João 3 kg

Cândida 2 kg

E juntos pesam 6 kg

O fato de que o ponteiro da balança não está no zero significa que a leitura na balança interfere nos dois casos com a mesma quantidade. Assim, os alunos poderão criar uma tabela, por exemplo, e simular valores:

Situação 1 – pesadas juntas			Situação 2 – pesadas separadamente			
Ponteiro balança (Início)	Ponteiro Balança	Peso das mochilas (real)	Ponteiro balança (Início)	Mochila 1	Mochila 2	Peso das mochilas
-0,5kg	6kg	6,5kg	-0,5kg	3kg (3,5kg)	2kg (2,5kg)	6kg
-1kg	6kg	7kg	-1kg	3kg (4kg)	2kg (3kg)	7kg

Portanto, o ponteiro da balança estaria marcando 1 kilo a menos e as mochilas pesam, respectivamente, 4kg e 3kg.

No momento da formalização, após a apresentação das resoluções dos grupos na lousa, o professor pode indicar essa quantidade desconhecida por x. O peso[10] real da primeira mochila não é conhecido, mas quando adicionado x a ele, a balança marca 2kg. Do mesmo modo, a soma de x com o peso verdadeiro da segunda mochila resulta em 3kg. A soma dos dois pesos (das duas mochilas) resulta em 5kg, que difere x+x da soma dos pesos verdadeiros. Ao pesar as duas mochilas ao mesmo tempo, o resultado é 6kg, que difere x da soma dos pesos verdadeiros.

Então x=-1: a balança mostra 1kg a menos do que o peso verdadeiro. Logo, os pesos corretos das mochilas são 3kg e 4kg.

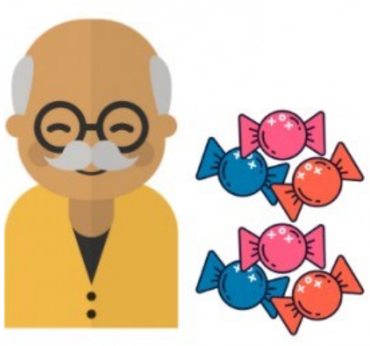
Recomendações ao professor:

O professor pode realizar questionamentos aos seus alunos de forma que pensem sobre como resolver o problema. Eles podem utilizar, primeiramente, a tentativa e erro para encontrar a solução. Incentivar que os alunos pensem no valor negativo, pois a balança está marcando um valor antes do número zero. Após a discussão das resoluções o professor pode sistematizar a ideia de adição algébrica com Números Inteiros.

Como extensão do problema, o professor pode utilizar o problema para falar sobre as propriedades da adição algébrica com Números Inteiros, como a propriedade comutativa da adição, a propriedade associativa da adição e a propriedade do elemento neutro da adição, fazendo a formalização de todas elas. Pode-se também realizar a formalização de sistema de equações com duas incógnitas a partir das resoluções dos alunos.

[10] Neste problema está sendo considerada a compreensão cotidiana de peso e não o conceito físico.

25. DOCINHO DO VOVÔ



Gumercindo deu 59 balas de presente para a sua netinha. Os sabores eram os favoritos da neta: melão e caramelo. Para que ela não comesse todas as balas de uma só vez, o avô resolveu dividi-las em vários saquinhos conforme o sabor. Nos saquinhos das balas de melão, ele colocou 9 balas e no saquinho das balas de caramelo, 4. Quantas balas de cada sabor a menina ganhou? E em quantos saquinhos elas foram separadas?

Fonte: PROBLEMAS DE ÁLGEBRA. **Problemoteca**, 2022. Disponível em: https://problemoteca.wixsite.com/problemoteca/problemas-de-lgebra-. Acesso em: 25 de abril de 2022.

Unidade temática (conforme BNCC): Números

A partir de que série o problema é recomendado: 6º ano do Ensino Fundamental

Conteúdo(s): Expressão numérica

Estratégias de resolução:

Os alunos podem utilizar a tentativa e erro para resolução deste problema, primeiramente fazendo grupos com 9 balas de melão e 4 de caramelo e somando-os até chegar próximo de 59 balas. Veja a imagem abaixo:

9 melão + 4 caramelo = 13

9 melão + 4 caramelo = 13

9 melão + 4 caramelo = 13

Total 39

39+13=52 => Se somar mais 4, o total seria 56 e sobraria 3. Assim, terá que pensar em outra composição pois tem que resultar o total de 59 sem sobras.

Se somando mais 2 sacos de balas de caramelo temos mais 8 balas, teríamos então 39+8=47, verificando quanto falta para 59 balas temos 59-47=12, logo, se somar mais 3 saquinhos de caramelo teremos 47+12=59. Assim, teremos 8 sacos de bala de caramelo e 3 sacos de bala de melão, somando 59 balas.

Assim, ela ganhou 8.4=32 balas de caramelo e 3.9=27 balas de melão.

A formalização deste problema deve ocorrer com a exploração do que é uma expressão numérica, bem como de suas características e elementos.

Recomendações ao professor:

Utilizando a resolução dos alunos com os cálculos para encontrar a solução, fazer uma discussão sobre em cima da expressão numérica. Indicar que o total das 59 balas pode ser escrito como da forma 8.4+3.9=59. Em seguida, explicar sobre as características de uma expressão numérica e, utilizando o problema, falar sobre a ordem de resolução das operações básicas dentro de uma expressão numérica.

Como extensão do problema o professor pode utilizar da expressão numérica para sistematizar a ideia de equação com duas incógnitas, em turmas de 8º ano. Dessa forma, o aluno deve perceber que o total de 59 balas será a soma de pacotes com 9 balas de melão e 4 balas de caramelo, ou seja, 9.M+4.C=59, em que M representa as balas de melão, e C as de caramelo. Destaca-se que o problema deve ser proposto antes dos alunos conhecerem como resolver equações com duas incógnitas. Esse conteúdo será formalizado apenas depois da plenária, junto com os alunos. Assim, um possível caminho seria partir de valores determinados para *M* e observar o que ocorre com *C,* ou seja, se:

$$M = 1 \Rightarrow 9.1 + 4C = 59 \Rightarrow 4C = 59 - 9 \Rightarrow C = \frac{50}{4} \Rightarrow C = 12{,}5$$

Que não é um número inteiro, logo a solução não é possível, pois as balas não podem ser divididas.

$$M = 2 \Rightarrow 9.2 + 4C = 59 \Rightarrow 4C = 59 - 18 \Rightarrow C = \frac{41}{4} \Rightarrow C = 10{,}25$$

Que também não é inteiro.

$$M = 3 \Rightarrow 9.3 + 4C = 59 \Rightarrow 4C = 59 - 27 \Rightarrow C = \frac{32}{4} \Rightarrow C = 8$$

Um valor inteiro.

Os alunos podem continuar verificando se há outras soluções:

$$M = 4 \Rightarrow 9.4 + 4C = 59 \Rightarrow 4C = 59 - 36 \Rightarrow C = \frac{23}{4} \Rightarrow C = 5{,}75$$

Que também não é inteiro.

$$M = 5 \Rightarrow 9.5 + 4C = 59 \Rightarrow 4C = 59 - 45 \Rightarrow C = \frac{14}{4} \Rightarrow C = 3,5$$

Que também não é inteiro.

$$M = 6 \Rightarrow 9.6 + 4C = 59 \Rightarrow 4C = 59 - 54 \Rightarrow C = \frac{5}{4} \Rightarrow C = 1,25$$

Que também não é inteiro.

$M = 7 \Rightarrow 9.7 + +4C = 59 \Rightarrow 4C = 59 - 63$ (Os resultados a partir daqui são valores negativos e não tem como haver balas negativas nos saquinhos, então, a única solução possível é $M = 3$ e $C = 8$, que representam a quantidade de saquinhos de balas de melão e de balas de caramelo. Para saber o total de balas de melão basta multiplicar $9.3 = 27,$ e o total de balas de caramelo é igual a $4.8 = 32$.

ANEXO A – FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO EDUCACIONAL

Adaptado de: Rizzatti, I. M. *et al*. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020. Disponível em: https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/12657. Acesso em 14 de dezembro de 2020.

Instituição de Ensino Superior	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	
Programa de Pós-Graduação	Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT)	
Título da Dissertação	O uso de Problemas Geradores: Um estudo para a construção de uma Problemoteca	
Título do Produto/Processo Educacional	**PROBLEMOTECA: SUA BIBLIOTECA DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**	
Autores do Produto/Processo Educacional	**Discente**: Tamara Cristina Santi Koga	
	Orientador/Orientadora: Dra. Andresa Maria Justulin	
	Outros (se houver):	
Data da Defesa	27/04/2023	

FICHA DE AVALIAÇÃO DE PRODUTO/PROCESSO EDUCACIONAL (PE)	
Esta ficha de avaliação deve ser preenchida pelos membros da banca do exame de defesa da dissertação e do produto/processo educacional. Deve ser preenchida uma única ficha por todos os membros da banca, que decidirão conjuntamente sobre os itens nela presentes.	
Aderência: avalia-se se o PE apresenta ligação com os temas relativos às linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação. *Apenas um item pode ser marcado. Linhas de Pesquisa do PPGMAT: *L1: Formação de Professores e Construção do Conhecimento Matemático* (abrange discussões e reflexões acerca da formação inicial e em serviço dos professores que ensinam Matemática, bem como o estudo de tendências em Ensino de Matemática, promovendo reflexões críticas e analíticas a respeito das potencialidades de cada uma no processo de construção do conhecimento matemático nos diferentes níveis de escolaridade); *L2: Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática* (trata da análise e do	( ) Sem clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT. (X) Com clara aderência às linhas de pesquisa do PPGMAT.

desenvolvimento de recursos educacionais para os processos de ensino e de aprendizagem matemática, atrelados aos aportes tecnológicos existentes).	
Aplicação, aplicabilidade e replicabilidade: refere-se ao fato de o PE já ter sido aplicado (mesmo que em uma situação que simule o funcionamento do PE) ou ao seu potencial de utilização e de facilidade de acesso e compartilhamento para que seja acessado e utilizado de forma integral e/ou parcial em diferentes sistemas. *<u>Apenas um item pode ser marcado</u>. A propriedade de aplicação refere-se ao processo e/ou artefato (real ou virtual) e divide-se em três níveis: 1) aplicável – quando o PE tem potencial de utilização direta, mas não foi aplicado; 2) aplicado – quando o PE foi aplicado uma vez, podendo ser na forma de um piloto/protótipo; 3) replicável – o PE está acessível e sua descrição permite a utilização por outras pessoas considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação. Para o curso de Mestrado Profissional, o PE deve ser aplicável e é recomendado que seja aplicado.	( ) PE tem características de aplicabilidade, mas não foi aplicado durante a pesquisa. ( ) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e não tem potencial de replicabilidade. (X) PE foi aplicado uma vez durante a pesquisa e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação). ( ) PE foi aplicado em diferentes ambientes/momentos e tem potencial de replicabilidade (por estar acessível e sua descrição permitir a utilização por terceiros, considerando a possibilidade de mudança de contexto de aplicação).
Abrangência territorial: refere-se a uma definição da abrangência de aplicabilidade ou replicabilidade do PE (local, regional, nacional ou internacional). Não se refere à aplicação do PE durante a pesquisa, mas à potencialidade de aplicação ou replicação futuramente. *<u>Apenas um item pode ser marcado e a justificativa é obrigatória</u>.	( ) Local ( ) Regional ( ) Nacional (X) Internacional Justificativa (*obrigatória*): Contempla as habilidades da BNCC, que é um documento de abrangência nacional e tem potencial para ser aplicado em países cujo idioma é a Língua Portuguesa. ____ ____
Impacto: considera-se a forma como o PE foi utilizado e/ou aplicado no sistema relacionado à prática profissional do discente (não precisa ser, necessariamente, em seu local de trabalho). *<u>Apenas um item pode ser marcado</u>.	( ) PE não utilizado no sistema relacionado à prática profissional do discente (esta opção inclui a situação em que o PE foi utilizado e/ou aplicado em um contexto simulado, na forma de protótipo/piloto). (X) PE com aplicação no sistema relacionado à prática profissional do discente.

Área impactada *<u>Apenas um item pode ser marcado</u>.	( ) Econômica; ( ) Saúde; (X) Ensino; ( ) Cultural; ( ) Ambiental; ( ) Científica; ( ) Aprendizagem.
Complexidade: compreende-se como uma propriedade do PE relacionada às etapas de elaboração, desenvolvimento e/ou validação do PE. *<u>Podem ser marcados nenhum, um ou vários itens.</u>	(X) O PE foi concebido a partir de experiências, observações e/ou práticas do discente, de modo atrelado à questão de pesquisa da dissertação. (X) A metodologia apresenta clara e objetivamente, no texto da dissertação, a forma de elaboração, aplicação (se for o caso) e análise do PE. (X) Há, no texto da dissertação, uma reflexão sobre o PE com base nos referenciais teóricos e metodológicos empregados na dissertação. (X) Há, no texto da dissertação, apontamentos sobre os limites de utilização do PE.
Inovação: considera-se que o PE é inovador, se foi criado a partir de algo novo ou da reflexão e modificação de algo já existente revisitado de forma inovadora e original. A inovação não deriva apenas do PE em si, mas da sua metodologia de desenvolvimento, do emprego de técnicas e recursos para torná-lo mais acessível, do contexto social em que foi utilizado ou de outros fatores. Entende-se que a inovação (tecnológica, educacional e/ou social) no ensino está atrelada a uma mudança de mentalidade e/ou do modo de fazer de educadores.	( ) PE de alto teor inovador (desenvolvimento com base em conhecimento inédito). (X) PE com médio teor inovador (combinação e/ou compilação de conhecimentos preestabelecidos). ( ) PE com baixo teor inovador (adaptação de conhecimentos existentes).

Membros da banca examinadora de defesa

Nome	**Instituição**
Dra. Andresa Maria Justulin	UTFPR – Cornélio Procópio
Dra. Eliane Maria de Oliveira Araman	UTFPR – Cornélio Procópio
Dra. Flávia Sueli Fabiani Marcatto	UNIFEI - Itajubá