



ppgmat

**GUIA PARA O DESENVOLVIMENTO  
DE PROJETOS DE MODELAGEM  
MATEMÁTICA**



**Milena Luvison**

**Jader Otavio Dalto**

**Karina Alessandra Pessoa da Silva**



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

MILENA LUVISON  
JADER OTAVIO DALTO  
KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

**GUIA PARA O DESENVOLVIMENTO DE PROJETOS DE MODELAGEM**  
**MATEMÁTICA**

**GUIDE FOR DEVELOPING MATHEMATICAL MODELLING PROJECTS**

LONDRINA

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Londrina**



MILENA LUVISON

### **AVALIAÇÃO EM PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 30 de Março de 2023

Jader Otavio Dalto, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Adriana Helena Borssoi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Magna Natalia Marin Pires, Doutorado - Universidade Estadual de Londrina (Uel)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 30/03/2023.



Caro professor (a),

Este Produto educacional é parte da dissertação intitulada “**Avaliação de Projetos de Modelagem Matemática no Ensino Médio**” desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), que tem como objetivo analisar como intervenções do professor delineiam o desenvolvimento de Projetos em Modelagem Matemática.

Com este Produto Educacional procuramos oferecer aos professores de matemática do Ensino Médio um **Guia para auxiliar no desenvolvimento de Projetos de Modelagem Matemática**.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) afirmam que o primeiro passo a ser dado para trabalhar com a Modelagem Matemática é reconhecer a existência de um problema real, no sentido de ser significativo para os alunos e suas comunidades.

Considerando que no 3º ano do Ensino Médio os estudantes vivem seus últimos momentos na escola, para encerrar esse ciclo, eles merecem uma comemoração. Aproveitando o entusiasmo dos estudantes, que tal ajudá-los a organizar essa comemoração? Como forma de ajudá-los, decidimos trabalhar com Projetos em Modelagem Matemática.

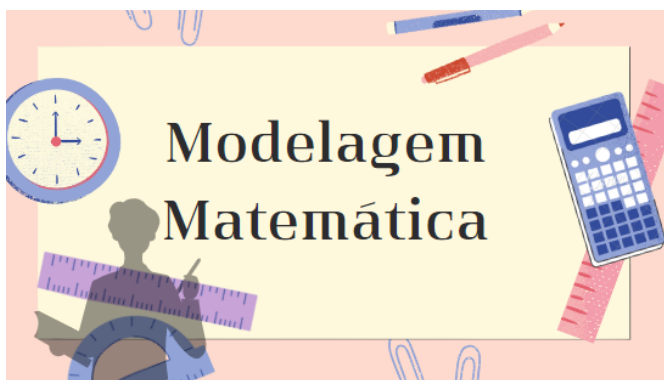
Sendo assim, esse Produto Educacional apresenta algumas sugestões de atividades que os professores de matemática do Ensino Médio podem desenvolver em um Projeto de Modelagem Matemática que tem como objetivo arrecadar recursos para realizar a tão sonhada formatura. Além das atividades, são sugeridos caminhos que os professores podem percorrer para auxiliar seus alunos a conseguir o montante necessário e também sugestões de intervenções que os professores podem fazer nas atividades para que os alunos possam refletir e, se necessário, corrigir algum erro ou até mesmo complementar sua atividade.

Desejamos uma ótima leitura.

Milena Luvison  
Jader Otavio Dalto  
Karina Alessandra Pessoa da Silva

## SUMÁRIO

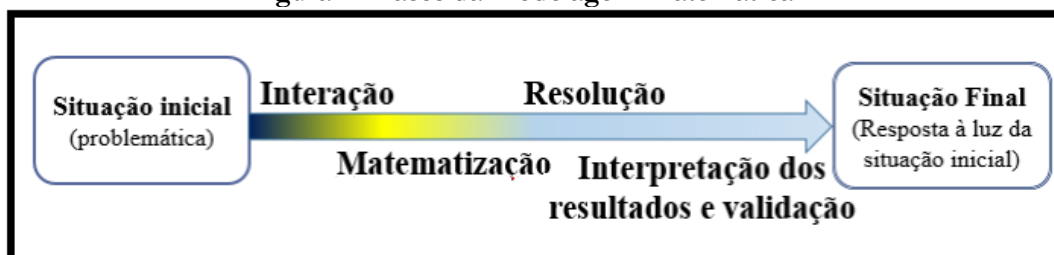
APRESENTAÇÃO.....	3
MODELAGEM MATEMÁTICA.....	5
PROJETOS EM MODELAGEM MATEMÁTICA.....	8
AVALIAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA.....	9
DESENVOLVIMENTO DO PROJETO DE MODELAGEM MATEMÁTICA.....	10
ATIVIDADE DE 1º MOMENTO.....	12
ATIVIDADES DE 2º MOMENTO.....	14
ATIVIDADES DE 3º MOMENTO.....	16
ACOMPANHANDO O DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES.....	17
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	20
REFERÊNCIAS.....	22



Barbosa (2004) afirma que toda atividade escolar oferece condições sob as quais os alunos são convidados a atuar, porém, no caso de Modelagem, são colocadas algumas condições que propiciam determinadas ações e discussões singulares em relação a outros ambientes de aprendizagem. Para o autor, “o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas enquanto o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas” (BARBOSA, 2004, p. 4).

Almeida, Silva e Vertuan (2012) consideram Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica e afirmam que uma atividade de Modelagem passa por quatro fases (Figura 1): interação, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação.

Figura 1 - Fases da Modelagem Matemática



Fonte: adaptado de Almeida, Silva e Vertuan (2012)

A primeira fase, denominada **interação**, é quando os estudantes têm o primeiro contato com a atividade de Modelagem Matemática proposta. É nessa etapa que se dá a formulação do problema e a definição de meta para sua resolução. Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) afirmam que o primeiro passo para se trabalhar com a Modelagem é reconhecer a existência de um problema real, no sentido de ser significativo para os alunos e suas comunidades.

A segunda fase é a **matematização**. É nela que a linguagem natural é transformada em linguagem Matemática. Nessa fase, são formuladas as hipóteses, ocorre a seleção de variáveis e simplificações em relação às informações e ao problema definido na primeira fase. Meyer, Caldeira e Malheiros (2021, p. 27) afirmam que, nomeado um problema, no momento seguinte a Modelagem exige hipóteses de simplificação, ou seja, devemos conhecer o problema – e simplificá-lo.

A terceira fase é a **resolução**. É nessa etapa que se constrói o modelo, o qual descreve a situação, permite analisar os aspectos relevantes, responde às perguntas sobre o problema a ser investigado, e em alguns casos permite fazer previsões.

A quarta fase, **interpretação de resultados e validação**, tem como objetivo analisar uma resposta para o problema. Essa análise é um processo avaliativo realizado por todos os envolvidos na atividade e implica em uma validação.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) complementam o que Almeida e Dias (2004) apresentam sobre os três momentos da Modelagem Matemática em sala de aula.

Em uma atividade de **primeiro momento** o professor separa os alunos em grupos e diante deles apresenta uma situação-problema. Junto com o problema, já são disponibilizados todos os dados e informações necessárias para resolvê-lo, não sendo necessário o aluno fazer pesquisas para obter informações a respeito do que está sendo trabalhado.

O professor acompanha todo o processo de resolução daquele problema: a investigação do problema, a dedução, a análise e a utilização de um modelo matemático. O professor também auxilia os estudantes durante todo o percurso da atividade. Ele orienta nas definições de variáveis e hipóteses, nas simplificações, transições para linguagem Matemática, obtenção e validação do modelo e o seu uso para a análise da situação

Em uma atividade de **segundo momento**, após o professor separar os alunos em grupos, é ele que propõe a situação-problema que os alunos deverão modelar, porém, os alunos agora serão os responsáveis por algumas etapas. Os alunos que deverão coletar as informações para a investigação da situação, serão eles que terão que realizar a definição de variáveis e a formulação de hipóteses simplificadoras, deverá também obter e validação do modelo matemático e seu uso para análise da situação.

Já em uma atividade de **terceiro momento** os alunos são responsáveis pela condução de uma atividade de Modelagem Matemática. O professor não apresenta mais a situação-problema, são os alunos que devem identificá-la. São eles também que fazem toda a parte da coleta e análise de dados, identificam os conceitos matemáticos, obtém a validação do modelo e seu uso para a análise da situação.

Reconhecendo a multiplicidade de encaminhamentos que podem se configurar para a incorporação de atividades de Modelagem Matemática nas aulas, Almeida, Silva e Vertuan (2012) afirmam que é possível considerar que, inicialmente, não há uma definição sobre a duração de uma atividade de Modelagem, ou seja, Projetos prolongados que podem se estender por semanas, situações que podem ser investigadas em algumas aulas, ou mesmo

situações-problemas cuja solução é encontrada em uma única aula podem se constituir como atividades de Modelagem Matemática.





Como Almeida, Silva e Vertuan (2012) trabalham a forma de implementar atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, decidimos trabalhar com Projetos em Modelagem Matemática.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) afirmam que há uma série de perspectivas acerca da Modelagem e algumas delas estão mais próximas da Pedagogia de Projetos. O Projeto é a existência de uma meta, o fato de ele ser uma atividade desejada, intencional, de interesse daqueles que vão desenvolvê-lo, além da possibilidade de descoberta de algo novo são fundamentais.

O desenvolvimento de um Projeto em sala de aula deve partir de problemas cotidianos, de interesse dos envolvidos no processo, sendo assim, a Pedagogia de Projetos tem como um de seus principais objetivos fazer com que o aluno se torne o ator nos processos de ensino e de aprendizagem. Bassanezi (1999) argumenta que uma escolha feita pelos alunos os torna corresponsáveis no processo de aprendizagem e os induz à participação mais interessada e efetiva.

Malheiros (2008) afirma que o professor é um orientador durante o processo, sendo muito importante sua relação com os alunos e a utilização de meios de comunicação. Mesmo com a interação do professor com os alunos, e vice-versa, muitas vezes não são obtidos modelos “eficientes” para descrever determinados fenômenos, o que vai ao encontro a uma das características do trabalho com Projetos, que é a não valorização excessiva dos fins a serem atingidos. Isso pode vir a acontecer por algumas razões, como a desconsideração de variáveis de um dado problema. E quando isso acontece, não significa que o Projeto de Modelagem é ruim, ou que o que os estudantes desenvolveram não é Modelagem.

Após percorrer todo o caminho da Modelagem, deve ser feita uma avaliação geral por todos os envolvidos e também deve-se ter a produção de relatórios, o qual contará toda a história do desenvolvimento do Projeto e funcionará como um instrumento de avaliação.



Bassanezi (2002) afirma que avaliar a aprendizagem dos estudantes é tão importante quanto ensinar. Um dos propósitos da avaliação é contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem na escola.

De acordo com Buriasco (2000), a avaliação envolve um julgamento, sempre a partir de uma certa concepção explícita ou implícita daquele que avalia. Porém, a avaliação vai além de um julgamento, ela também pressupõe definir princípios em função de objetivos que se pretende alcançar. Deve-se estabelecer instrumentos para a ação e escolher caminhos para essa ação. É importante verificar constantemente a caminhada de forma crítica, considerando os elementos envolvidos no processo.

Veleda e Burak (2016, apud Silva e Dalto, 2020, p. 375) afirmam que “o número de pesquisas brasileiras que relacionam Avaliação e Modelagem Matemática ainda é inexpressivo, o que indica que a relação entre esses temas merece receber mais atenção por parte dos pesquisadores”.

De acordo com Silva e Dalto (2020) a Modelagem Matemática pode ser considerada uma estratégia de ensino de Matemática, cuja dinâmica da aula difere substancialmente da aula comumente conhecida como “tradicional”, na qual um conteúdo é apresentado pelo professor, seguido de exemplos e exercícios. Sendo assim, para revisar e refinar os procedimentos matemáticos que emergem de uma atividade de Modelagem, é necessário que ela seja avaliada a partir de uma estratégia diferente daquela utilizada para avaliar as aulas tradicionais.

Mendes e Buriasco (2017, p.11) dizem que apesar da reconhecida necessidade de diversificar os instrumentos de avaliação da aprendizagem escolar apontada por autores que tratam do tema e por diretrizes curriculares nacionais, a prova escrita tem sido utilizada como o principal e, em muitos casos, o único instrumento nas aulas de Matemática.

Há diversas formas de avaliação quando se trata de uma atividade de Modelagem Matemática, e a utilização dessas ferramentas se faz necessária. Quando um professor usa uma estratégia metodológica de ensino que difere do método tradicional, é interessante que a avaliação também difira desse método.



Antes de dar início ao Projeto com os alunos, é importante o professor decidir quais aulas ele irá usar para desenvolver o Projeto. Sugerimos escolher um dia da semana e mantê-lo durante o decorrer do ano, para que os alunos saibam que aquele dia é o dia destinado ao desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática.

Para dar início ao Projeto de Modelagem Matemática com os alunos, sugerimos

**1ª ETAPA:  
DECIDIR QUAL  
SERÁ A  
COMEMORAÇÃO**

começar perguntando a eles o que gostariam de fazer ao final do ano para comemorar o encerramento do ano letivo. Deixe que decidam se preferem fazer uma viagem, uma festa, ou alguma outra ideia que possa surgir. Caso a turma não chegue a um consenso, faça

uma votação, sendo assim, o que a maioria decidir será feito.

A segunda etapa é organizar os alunos em grupos. Para que todos os integrantes desenvolvam as atividades, é interessante que os grupos tenham de 2 a 3 integrantes. Sugerimos que após, essa divisão, o professor entregue a cada grupo um envelope para que eles guardem todas as suas produções em um único lugar.

**2ª ETAPA:  
DIVIDIR OS  
ALUNOS EM  
GRUPOS**

A primeira tarefa dos grupos é calcular o custo dessa comemoração. Se for a viagem, calcular o valor do transporte até o lugar, valor de hotéis ou pousadas, alimentação, entretenimentos etc. Em caso de uma festa, procurar o local, pesquisar valor de buffet, som,

**3ª ETAPA:  
CALCULAR O  
CUSTO DA  
COMEMORAÇÃO**

iluminação, fotógrafo, etc. Cada grupo vai calcular o valor de acordo com suas preferências e, é provável que os grupos encontrem valores diferentes de custo. Sugerimos que o professor permita aos alunos usarem seus celulares para fazer a pesquisa. Caso a escola

tenha uma sala de informática com acesso a internet o professor pode levar os alunos até lá para fazerem as pesquisas. Caso não seja possível fazer a pesquisa de nenhuma das duas formas mencionadas anteriormente, o professor pode pedir que os alunos façam em casa e tragam na próxima aula destinada ao projeto.

No segundo dia do Projeto de Modelagem Matemática, o professor deve pedir que cada grupo comente qual foi o custo calculado por eles e quais os critérios que eles levaram em consideração no momento de calcular. Após apresentados os valores, peça que guardem a folha em que calcularam o custo da comemoração no envelope que foi entregue a eles e em seguida, questione-os de que forma eles poderiam arrecadar o valor por eles calculado. Deixe que eles respondam e anote todas as sugestões dadas por eles.

Neste guia sugerimos ao professor começar com atividades de modelagem consideradas de primeiro momento, em seguida atividades de segundo momento e por último finalizar com pelo menos uma atividade de terceiro momento.

**4ª ETAPA:  
SUGESTÕES DE  
COMO ARRECADAR  
O VALOR  
NECESSÁRIO**

Depois que os alunos deram as sugestões de como poderiam arrecadar o dinheiro, o professor tem três caminhos diferentes que podem ser tomados no terceiro dia de desenvolvimento do Projeto de Modelagem Matemática:

1º caminho: iniciar com uma atividade proposta pelos alunos, dessa forma o professor deve pesquisar tudo o que for necessário para que os alunos desenvolvam essa atividade, pois irá se tratar de uma atividade de primeiro momento. O professor deverá levar aos estudantes todas as informações e dados necessários para o desenvolvimento daquela atividade.

2º caminho: iniciar com uma atividade proposta pelo professor e deixar as atividades propostas por eles para serem desenvolvidas como uma atividade de segundo momento (não precisa explicar aos alunos sobre os momentos da Modelagem Matemática, apenas diga a eles que as atividades que eles sugeriram serão desenvolvidas nas próximas aulas).

3º caminho: iniciar com uma atividade proposta neste guia e deixar as atividades propostas pelos alunos para serem desenvolvidas como uma atividade de segundo momento (como já mencionado anteriormente, não é necessário explicar aos alunos o que é uma atividade de primeiro, segundo e terceiro momento).

Quanto mais atividades forem desenvolvidas com a turma, mais completo ficará o Projeto, sendo assim, o professor pode decidir no início do Projeto quantas atividades serão

**5ª ETAPA:  
DESENVOLVER  
AS ATIVIDADES**

desenvolvidas, lembrando que podem ocorrer alguns imprevistos no meio do caminho e o professor não consiga desenvolver tudo aquilo que planejou.



atividades de terceiro momento).

Neste guia, sugerimos ao professor desenvolver cinco atividades, sendo uma de primeiro momento, duas de segundo momento e duas de terceiro momento (caso o professor tenha tempo, ele pode desenvolver mais

A seguir será apresentada uma atividade de primeiro momento e duas atividades de segundo momento que poderão ser desenvolvidas para compor o Projeto de Modelagem Matemática.

Sugerimos como primeira atividade do Projeto a atividade do cookie, uma atividade de primeiro momento. Na Tabela 1 apresentamos um modelo de como ela pode ser feita.

**Tabela 1 – Atividade “Venda de cookies”**

<b>Ingredientes retirados da página “Mania de formiguinha”</b>			
100g de manteiga sem sal em temperatura ambiente			
270g de farinha de trigo peneirada			
50g de açúcar refinado			
90g de açúcar cristal			
2 ovos			
125g de chocolate ao leite picado			
1 colher de café de fermento			
1 colher de café de bicarbonato			
<b>Brigadeiro para rechear</b>			
1 caixinha de leite condensado			
100g de chocolate meio amargo			
1 colher de sopa de manteiga sem sal			
Rende 22 cookies			
<b>PRODUTO</b>	<b>MARCA</b>	<b>QUANTIDADE</b>	<b>PREÇO (R\$)</b>
Manteiga	Aviação	500g	26,55
	Vigor	200g	8,55
Farinha de trigo	Anaconda	5 kg	16,59
	Sol	5 kg	14,99
Açúcar cristal	D’ouro	5 kg	12,49
	Alto Alegre	5 kg	13,45
Açúcar refinado	Alto Alegre	5 kg	14,45
	União	5 kg	16,95
Ovo	Bandejão	30 unidades	13,89

	Jumbo	10 unidades	7,45
Chocolate ao leite	Nestlé (em gotas)	100g	9,89
	Lacta	165g	7,98
Fermento químico	Royal	100g	3,19
	Fleishmann	100g	2,89
Bicarbonato	Kinino	70g	4,15
	Kitano	80g	4,25
Chocolate meio amargo	Nestlé	90g	5,39
	Garoto	100g	3,29
Leite condensado	Moça	395g	5,89
	Piracanjuba	395g	4,79
Margarina	Qualy	500g	6,49
	Delícia	500g	5,17

**Fonte: Supermercado Cidade Canção – 27/04/2021**

Para o desenvolvimento dessa atividade, o professor deve entregar aos grupos uma folha com a receita do cookie e com o valor de todos os ingredientes necessários (sugerimos que caso o professor use o nosso modelo, atualize os valores dos produtos). Coloque sempre duas marcas diferentes, uma mais cara e outra mais barata, para que os alunos escolham quais desejam usar.

Inicialmente os alunos deverão calcular o valor da receita com os ingredientes que eles escolheram, sendo assim, é importante que detalhem quais as marcas escolhidas. Após isso, eles poderão calcular o custo de um cookie, para então decidir por qual valor ele irá vender para poder gerar lucro ao grupo.

Após isso, eles devem decidir quantas receitas irão produzir, somente depois disso eles irão conseguir calcular o lucro total que podem obter com a venda dos cookies.

Após os grupos finalizarem essa atividade eles devem anexar no envelope e entregar ao professor, para que ele possa analisar com calma e, se necessário, fazer intervenções ao grupo.



Sugerimos como segunda atividade para compor o Projeto o desenvolvimento de uma rifa.

Apresente essa ideia aos alunos e pergunte o que eles gostariam de rifar. Podem surgir inúmeras ideias, então deixe que cada grupo decida o que querem rifar. Pode ser

um objeto que eles vão comprar e rifar, pode ser algo que eles já tenham, ou eles podem, por exemplo, montar uma cesta. Se essa atividade for desenvolvida próxima a uma data comemorativa, o professor pode sugerir uma cesta temática, como uma cesta de Páscoa, uma cesta de dia das mães, entre outras. Deixe que os alunos usem a imaginação e, se necessário, dê algumas sugestões e dicas.

Essa será a primeira atividade de segundo momento que eles irão desenvolver, dessa forma podem surgir algumas dúvidas, sendo assim, é necessário deixar sempre claro aos estudantes o objetivo da atividade.

Após cada grupo decidir o que irá rifar, peça que calculem o custo desse ou desses objetos, para que eles saibam quanto eles terão que desembolsar para o desenvolvimento dessa rifa. No caso de uma cesta, eles terão que calcular cada um dos objetos que irão compor, é muito importante que eles tragam a fonte de onde retiraram os valores.

Calculado o custo da rifa, peça que eles decidam a quantidade de números que eles pretendem vender e o valor de cada um dos números. Após isso, eles conseguirão calcular o lucro que obtiveram com a rifa. Finalizada a atividade, peça que eles anexem a atividade no envelope e recolha para poder analisar.

A terceira atividade que irá compor o Projeto, também será uma atividade de segundo momento, porém agora, você fará uma atividade proposta pelos alunos.

A quarta etapa elencada para o desenvolvimento do Projeto, sugere ao professor pedir ideias aos alunos de atividades que possam ser desenvolvidas para arrecadar dinheiro, neste momento você pode escolher uma dessas ideias junto com os alunos e pedir que eles desenvolvam. Pode ser que eles sugiram a venda de algum doce e, se isso acontecer, você pode pedir que eles façam uma atividade sobre isso, pois será uma atividade parecida com a do cookie, a primeira atividade que eles desenvolveram, porém agora, por se tratar de uma atividade de segundo momento, eles deverão pesquisar a receita e os valores dos ingredientes.

Auxilie nas pesquisas, caso eles estejam pesquisando valores na internet, peça que eles prestem atenção as datas e se a fonte é segura. Sempre ao final de cada atividade peça para anexarem a atividade no envelope e recolha para que a atividade possa ser analisada.

Até o momento, foram propostas atividades para serem desenvolvidas por todos os grupos, apesar de serem as mesmas atividades, cada grupo desenvolverá da forma que achar pertinente, ou seja, mesmo que as atividades estejam relacionadas ao mesmo tema, os resultados possivelmente serão diferentes, pois os grupos poderão decidir a quantidade de itens que irão vender e o valor da venda de cada coisa.

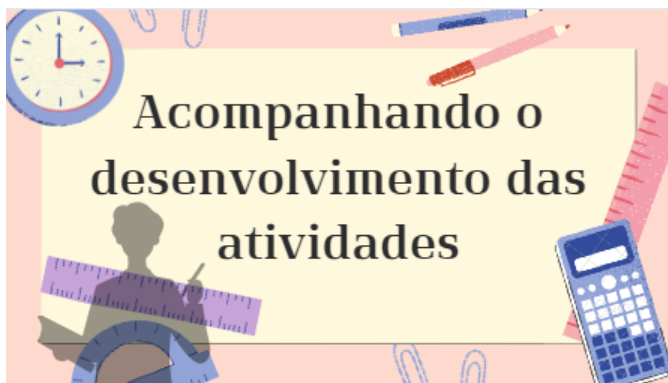




la. São eles também que fazem toda a parte da coleta e análise de dados, identificam os conceitos matemáticos, obtém a validação do modelo e seu uso para a análise da situação. Espera-se que os alunos se tornem independentes quando desenvolvem uma atividade de terceiro momento, pois eles são responsáveis por todo o processo.

Dessa forma, a partir da quarta atividade do Projeto de Modelagem Matemática, serão desenvolvidas atividades de terceiro momento, sugerimos ao professor que tente se “afastar” um pouco e deixe os alunos serem os condutores. Permita-os escolherem o que querem fazer para conseguir arrecadar recursos, deixe que cada grupo faça o que achar melhor. Apesar de estar mais afastado, não deixe de auxiliar os alunos quando eles precisarem. É esperado que os alunos se tornem totalmente independentes, porém, caso isso não aconteça, o professor precisa estar ali, orientando-os e auxiliando-os sempre que necessários.

Sugerimos que sejam feitas duas atividades de terceiro momento, caso ainda tenha tempo e os alunos não tenham chegado ao valor por eles calculado para a comemoração do final do ano letivo, eles podem desenvolver mais atividades.



Em todo o processo do desenvolvimento das atividades, o professor deve acompanhar os grupos, até mesmo nas atividades de terceiro momento, as quais os alunos já estão desenvolvendo as atividades com mais autonomia. É importante que o professor esteja acompanhando para auxiliar caso haja alguma dúvida.

Após o professor propor a atividade aos grupos, os alunos já podem começar a desenvolver, já o professor deve estar em todo o momento observando e sanando as dúvidas que surgirem. É importante estabelecer um prazo para o desenvolvimento da atividade. Uma sugestão é que o professor apresente a atividade na aula, permita que eles comecem a desenvolver e peça para que eles terminem em casa, anexem no envelope entregue pelo professor e tragam na próxima aula destinada ao Projeto, assim, os grupos têm uma semana para o desenvolvimento daquela atividade.

Após recolher os envelopes, o professor precisa analisar as atividades desenvolvidas pelos grupos. Esse é um momento muito importante, pois por meio das análises o professor fará suas intervenções (caso julgue necessário).

As intervenções são comentários que o professor irá fazer nas atividades desenvolvidas pelos alunos, com o intuito de ajudá-los a corrigir erros, colocar informações que foram omitidas, explicar algum passo que não ficou claro a quem analisa. Sendo assim, no momento de analisar a atividade, é importante que o professor siga os seguintes passos:

**1º Passo: Verifique se foram colocadas todas as informações necessárias.**

Caso se trate da produção de algum alimento, verifique se foram colocadas as receitas, a quantidade que rende uma receita, todos os ingredientes necessários, as marcas e os valores dos ingredientes. Caso falte alguma informação, o professor pode fazer intervenções escritas na atividade, perguntando onde está aquela informação que está faltando ou apenas afirmando que está faltando alguma informação. Por exemplo: caso o aluno não tenha colocado a receita, escreva para ele “colocar a receita”, se ele não colocou a fonte de onde retirou os preços, pergunte: “de onde você retirou esses valores?” Caso você perceba que tenha algum valor “estranho”, muito caro, ou muito barato, você pode fazer uma intervenção como “tem certeza que é esse valor?”

**2º Passo: Analise os cálculos.**

Analise todos os cálculos que foram feitos pelos grupos, veja se foram feitos de forma correta, se houve a necessidade de usar arredondamentos, verifique se foram feitos de forma coerente. Caso haja algum cálculo feito de forma errada, faça uma intervenção, não precisa escrever que o aluno calculou errado, mas faça uma pergunta para que ele possa refletir, como “este cálculo está certo?” ou até peça para que ele explique o cálculo feito, dessa forma, quando ele for explicar, ele vai perceber que cometeu algum equívoco.

**3º Passo: Verifique se houve uma resposta ao problema.**

O foco dos desenvolvimentos das atividades é arrecadar dinheiro para a formatura, sendo assim, é importante que, após o desenvolvimento de cada atividade, o grupo obtenha lucro. Analise então se eles chegaram a um lucro, veja se entenderam de que forma deveriam calcular o lucro, se colocaram o custo, o valor que seria vendido o produto a fim de gerar lucro e se ao final chegaram ao lucro obtido com aquela atividade. Caso algum desses passos tenha sido omitido, faça as intervenções necessárias para que os alunos possam pensar e complementar sua atividade.

Sugerimos algumas dicas no momento de fazer as intervenções:

- Procure numerá-las, assim, os alunos podem seguir as ordens numéricas e não se perderem no momento de corrigir;
- Faça as intervenções com uma caneta com a cor diferente da usada pelo grupo, para que fiquem destacadas;
- Procure fazer perguntas ao invés de afirmações. Não afirme que o cálculo está errado, mas questione os alunos perguntando como eles chegaram naquele valor.

As intervenções não precisam necessariamente ser feitas na ordem dos passos mencionados, o importante é que todos eles sejam feitos. Após analisar as atividades e fazer as intervenções necessárias, devolva aos grupos, explique a eles que foram feitos alguns comentários em suas atividades e que eles devem refletir e corrigir.

Se foram feitas poucas intervenções, os alunos podem corrigir na própria atividade que entregaram ao professor. Caso tenham sido feitas muitas intervenções, é interessante que o grupo faça uma nova versão da atividade, colocando tudo aquilo que colocou na primeira

versão, porém nesse momento, respondendo as intervenções feitas pelo professor. Após finalizarem as correções, eles devem anexar no envelope e entregar ao professor.

Após receber a segunda versão das atividades, o professor deve analisar se todas as intervenções foram respondidas; caso ainda fique alguma sem resposta, ou caso o professor analise algo que não havia analisado anteriormente, pode fazer mais intervenções nessa atividade, e isso pode ocorrer até que o professor considere que a atividade esteja completa.

Cada grupo recebe intervenções diferentes, sendo assim, alguns finalizam as atividades antes, dessa forma, o professor não precisa esperar todos os grupos finalizarem a atividade para começar uma atividade nova, os grupos podem trabalhar em paralelo com duas atividades, desenvolvendo uma e respondendo as intervenções da outra.

Este processo de intervenções deve ser feito em todas as atividades desenvolvidas. Espera-se que a cada atividade nova, o número de intervenções diminua, pois os alunos vão adquirindo familiaridade com a Modelagem Matemática. Quando a última atividade for desenvolvida e os alunos já tiverem corrigido todas as intervenções, eles devem analisar se chegaram ao valor esperado.

O professor deve entregar aos alunos o envelope com a primeira folha onde eles calcularam o custo da formatura e com todas as atividades desenvolvidas, sendo assim, eles poderão analisar se conseguiram chegar ao valor calculado para a formatura.

Caso os alunos não cheguem ao valor por eles calculado, o professor pode pensar em estratégias para ajudá-los. Neste guia sugerimos quatro estratégias:

1ª estratégia: Se ainda tiver tempo, o professor pode desenvolver mais atividades com os alunos.

2ª estratégia: Se o professor não tiver mais tempo para desenvolver mais atividades, o professor pode pedir para que os alunos repensem melhor os valores dos produtos que iriam vender e até mesmo as quantidades, para obter maior lucro.

3ª estratégia: Os alunos podem analisar a primeira folha onde registram o custo da formatura e repensar sobre algumas coisas que foram colocadas e que talvez não fossem tão importantes que poderiam ser desconsideradas.

4ª estratégia: Pedir aos pais ajuda para a compra dos primeiros ingredientes da primeira atividade, sendo assim, eles não teriam despesas com a produção do cookie, gerando um lucro maior.

Quando os alunos chegarem ao valor calculado para a formatura, o objetivo do Projeto de Modelagem Matemática será alcançado.



O objetivo deste guia é auxiliar professores do Ensino Médio a desenvolver Projetos de Modelagem Matemática.

Para a realização do Projeto, foi sugerido que o professor proponha a sua turma fazer a

arrecadação de dinheiro para realizar uma festa ou uma viagem em comemoração ao encerramento do ano letivo. Dessa forma, eles desenvolveriam atividades de Modelagem Matemática com o intuito de arrecadar recursos para custear a comemoração escolhida.

Neste guia, sugerimos dividir a turma em grupos e deixá-los escolher qual a comemoração que pretendem fazer ao final do ano letivo. Após isso, cada grupo irá calcular o valor necessário para essa comemoração. Depois de calcularem o custo, o professor deve pedir ideias para os alunos arrecadarem esse valor para então começar com o desenvolvimento das atividades.

Sugerimos que a primeira atividade desenvolvida seja uma atividade de primeiro momento com o tema sugerido pelo professor, por ser o primeiro contato dos alunos com a Modelagem Matemática, é importante que primeiro eles se familiarizem com essa metodologia.

Em seguida, sugerimos desenvolver duas atividades de segundo momento, a primeira com o tema sugerido pelo professor e a segunda com o tema sugerido pela turma, sendo que todos os grupos cheguem a um consenso e desenvolvam a mesma atividade.

Já as duas últimas atividades, sugerimos serem atividades de terceiro momento, nessa etapa cada grupo pode escolher a atividade que gostaria de desenvolver. Neste momento, os alunos serão os principais condutores da atividade, o professor deve apenas auxiliá-los quando necessário.

Após o desenvolvimento de cada uma das atividades, elas são entregues ao professor, o qual irá analisar e fazer intervenções com o intuito de auxiliar os alunos a corrigir equívoco, colocar informações que podem estar faltando e até mesmo incrementar suas atividades. Neste guia apresentamos 3 passos para auxiliar o professor no momento de fazer as intervenções: verificar se foram colocadas todas as informações necessárias, analisar os cálculos e verificar se houve uma resposta ao problema

Este Projeto de Modelagem Matemática se encerra quando os grupos atingem o objetivo de arrecadar o recurso necessário para a formatura, sendo assim, no decorrer deste

Produto Educacional são sugeridas quatro estratégias de como o professor pode auxiliar seus alunos a chegarem nesse valor: desenvolver mais atividades com os alunos, pedir para que os alunos repensem melhor os valores dos produtos que iriam vender e até mesmo as quantidades, para obter maior lucro, repensar sobre algumas coisas que foram calculadas no momento de planejar a formatura e que talvez não fossem tão importantes que poderiam ser desconsideradas e por último, pedir aos pais ajuda para a compra dos primeiros ingredientes.

Essas ideias foram utilizadas para desenvolver a dissertação que está associada a este Produto Educacional. Caso o professor tenha interesse, uma descrição detalhada do que aconteceu pode ser encontrada na dissertação “Avaliação de Projeto em Modelagem Matemática no Ensino Médio” (LUVISON, 2023).

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso de Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** Bolema: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, ano 17, n. 22, p.19-36, 2004.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.
- BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.
- BASSANEZI, R.C. **Modelagem Matemática em ensino-aprendizagem. Curso de especialização ministrado para professores da rede pública do Estado de São Paulo.** Projeto financiado pela FAPESP, 1999
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Editora Contexto, 2002.
- LUVISON, M. **Avaliação em projetos de Modelagem Matemática.** 2023. 87 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023
- MALHEIROS, A. P. S.; **Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem.** (Tese de doutorado). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.
- MENDES, M. T.; BURIASCO, R. L. C. **Princípios de De Lange na utilização de uma prova escrita em fases.** Educação matemática em revista, Brasília, v. 22, n. 56, p. 10-20, 2017.
- MEYER, J. F. da C.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática.** Belo Horizonte: autêntica, 2011.
- SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. **Portfólio de atividades de Modelagem Matemática como instrumento de avaliação formativa.** Revista educação matemática pesquisa. v. 22, n. 1, p. 371-393, 2020.