

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

IASMIM QUALIO DA SILVA

**FRAÇÕES EM PRODUÇÕES ESCRITAS DE ESTUDANTES EM RESIDÊNCIA
PEDAGÓGICA**

TOLEDO

2022

IASMIM QUALIO DA SILVA

**FRAÇÕES EM PRODUÇÕES ESCRITAS DE ESTUDANTES EM RESIDÊNCIA
PEDAGÓGICA**

Fractions in written productions by students in pedagogical residence

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador(a): Prof^a. Dr^a. Barbara Winiarski Diesel Novaes

TOLEDO

2022



Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

IASMIM QUALIO DA SILVA

**FRAÇÕES EM PRODUÇÕES ESCRITAS DE ESTUDANTES EM RESIDÊNCIA
PEDAGÓGICA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação
apresentado como requisito para obtenção do título
de Licenciado em Matemática, da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 15 de junho de 2022.

Barbara Winiarski Diesel Novaes (orientadora)
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Rodolfo Eduardo Vertuan
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Aline Keryn Pin
Mestrado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

TOLEDO

2022

Dedico este trabalho à minha família, por todo o apoio que me deu na caminhada até aqui.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, que como minha fortaleza não me permitiu desistir em nenhum momento.

Agradeço em especial aos meus pais Antonio Ferreira da Silva e Neiva Qualio da Silva e também a minha irmã Elisângela Qualio da Silva por todo o apoio e incentivo.

Ao meu marido André Luiz da Costa pela compreensão de minhas ausências e por oferecer todo o suporte necessário durante esta importante jornada.

Agradeço à minha orientadora Prof^a. Dr^a. Barbara Winiarski Diesel Novaes, por toda compreensão, paciência, ajuda e sabedoria com que me guiou nesta difícil trajetória.

Agradeço também ao Prof. Rodolfo Eduardo Vertuan e à Prof^a. Aline Keryn Pin por aceitarem fazer parte da banca avaliadora disponibilizando seu tempo para correção deste trabalho.

Gostaria de deixar registrado também, o meu reconhecimento a todos os professores que fizeram parte da minha vida, por cada ensinamento passado, levo comigo um pouco de cada um.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa ou estiveram presentes durante toda a minha caminhada no curso.

*“Por isso não tema, pois estou com você; não
tenha medo, pois sou o seu Deus. Eu o
fortalecerei e o ajudarei; Eu o segurarei com a
minha mão direita vitoriosa”.
(Bíblia Sagrada, Isaías 41, 10).*

RESUMO

O presente trabalho objetivou analisar saberes mobilizados na construção de planos de aula do conteúdo de frações para o sexto ano do Ensino Fundamental produzidos por estudantes em residência pedagógica que participaram do subprojeto de Matemática da UTFPR Campus Toledo no ano de 2018 e 2019. Por meio de uma abordagem qualitativa buscamos responder a questão norteadora do trabalho: Que saberes profissionais foram mobilizados pelos estudantes em residência pedagógica para a construção de planos de aula sobre frações para o sexto ano do ensino fundamental? Num universo de 24 relatórios de residentes, considerando a delimitação por planos de aula que abordassem o conteúdo de frações e que focassem o sexto ano do Ensino Fundamental, foram selecionados dois planos de aula de regência e dois planos de aula das oficinas. O estudo conclui que os planos apresentam diversos significados do conteúdo de fração e revelam aspectos importantes para a constituição dos saberes profissionais como criatividade, autonomia, utilização do contrato didático, estratégias motivacionais para domínio de turma e uso de metodologias investigativas.

Palavras-chave: matemática do ensino de frações; residência pedagógica; saberes mobilizados para ensinar.

ABSTRACT

The present work aimed to analyze knowledge mobilized in the construction of fractional content lesson plans for the sixth year of Elementary School produced by students in pedagogical residency who participated in the Mathematics subproject of UTFPR Campus Toledo in 2018 and 2019. a qualitative approach we seek to answer the guiding question of the work: What professional knowledge were mobilized by students in pedagogical residency for the construction of lesson plans on fractions for the sixth year of elementary school? In a universe of 24 reports from residents, considering the delimitation by lesson plans that addressed the content of fractions and that focused on the sixth year of Elementary School, two conducting lesson plans and two workshop lesson plans were selected. The study concludes that the plans present different meanings of the fraction content and reveal important aspects for the constitution of professional knowledge such as creativity, autonomy, use of the didactic contract, motivational strategies for mastering the class and the use of investigative methodologies.

Keywords: fractions teaching math; pedagogical residency; knowledge mobilized to teach.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Explicação geométrica sobre divisão de frações I.....	14
Figura 2 - Explicação geométrica sobre divisão de frações II.....	14
Figura 3 - Fração como número, $3/2$ posicionado na reta numérica	22
Figura 4 - Representação Geométrica da fração $4/6$	22
Figura 5 - Características do Tangram.	32
Figura 6 - Fração que representa o quadrado menor do Tangram	32
Figura 7 - Representação do $3/4$ utilizada para a resolução de um exercício .	34
Figura 8 - Soma das partes fracionárias voltado a ser 3 inteiros.	34
Figura 9 - O Tangram conforme deve estar representado no caderno dos alunos.....	35
Figura 10 - Área de cada figura do Tangram em relação a malha quadriculada.	35
Figura 11 - Área de cada figura do Tangram em relação ao todo.	36
Figura 12 - Quadro de equivalência.....	36
Figura 13 - Simplificação da fração $18/36$	37
Figura 14 - Partição do queijo - fração mista ou imprópria	38
Figura 15 - Sequência de frações	39
Figura 16 - Lanche preferidos dos alunos	40
Figura 17 - Resolução de uma subtração de frações com denominadores diferentes.	40
Figura 18 - Exemplo de uma possível resposta e pergunta apresentada.	42
Figura 19 - Uma das questões presente no plano e sua possível resolução.....	43
Figura 20 - Adição de frações com denominadores iguais	46
Figura 21 - Soma de frações com denominadores diferentes.....	46
Figura 22 - Adição de frações com denominadores diferentes usando MMC ...	47
Figura 23 - Multiplicação de frações pela forma geométrica.....	48
Figura 24 - Divisão de duas frações que resultam em um número inteiro.....	49
Figura 25 - Representação das frações equivalentes $1/2$ e $4/8$	52

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Questões envolvendo frações e seus significados.....	23
Quadro 2 - Planos de aula selecionados para a análise	28
Quadro 3 - Quadro síntese dos saberes mobilizados	55

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	SOBRE RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA, SABERES MOBILIZADOS E FRAÇÕES.....	17
2.1	Residência Pedagógica	17
2.2	Saberes Mobilizados	19
2.3	Frações.....	22
3	ASPECTOS METOLÓGICOS DA PESQUISA	26
4	SABERES MOBILIZADOS PARA ENSINAR FRAÇÕES NA FORMAÇÃO INICIAL 31	
4.1	O plano de aula das regências nos sextos anos - Adriana Livi e Adriéli Duarte.....	31
4.2	O plano de aula das regências nos sextos anos - Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva	41
4.3	O plano de aula das oficinas nos sextos anos - Adriana Livi, Adriéli Duarte e Simoni Berger	50
4.4	O plano de aula das oficinas nos sextos anos - Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva	53
4.5	Saberes mobilizados na construção de planos de regência/oficinas pelos professores em formação inicial	55
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS.....	58

1 INTRODUÇÃO

A aprendizagem do conteúdo de frações vem sendo algo de grande dificuldade por parte dos alunos e isso traz a responsabilidade para o professor de buscar maneiras diferenciadas para ensinar o aluno. A representação fracionária é a porta de entrada para o estudo do conjunto dos números racionais e talvez, isso já fosse motivo suficiente para hierarquizar esse saber.

No meu período como aluna da Educação Básica, sempre considerei frações um conteúdo difícil de aprender. Lembro que o professor precisava ensinar novamente as frações quando estava ensinando outros conteúdos, pois não havia uma aprendizagem verdadeira e sim apenas decorar regras de frações sem sentido que logo acabávamos esquecendo.

Logo no início do curso de Licenciatura em Matemática¹, nos primeiros períodos, o professor Renato Francisco Merli pediu para que os licenciandos justificassem algumas regras de frações, como por exemplo, “porque na divisão de duas frações, mantém a primeira e multiplica pelo inverso da segunda?”. Lembro que foi um momento de muito raciocínio, pois o professor nos cobrava uma resposta ligada a matemática básica e ninguém sabia responder. Sem dar a resposta, o professor nos orientou a tentar desenhar a situação e refletir sobre os desenhos que fazíamos. Cada aluno que “pensava” chegar a uma explicação correta apresentava a situação e a turma discutia se realmente estava correto ou onde estava a falha. Esse processo continuou até que um aluno conseguiu resolver e explicar para todos de forma que a turma e o professor concordaram que estava correta a explicação geométrica. O livro da coleção “A conquista da matemática” de Castrucci e Júnior (2018), do 7º ano traz uma explicação geométrica semelhante a da encontrada na aula do referido professor como podemos ver na figura 1.

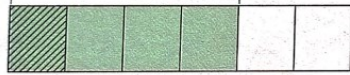
¹ Ingressei no curso no primeiro semestre de 2016.

Figura 1 - Explicação geométrica sobre divisão de frações I

3 A figura seguinte indica a divisão $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$.



→ A parte da figura colorida de verde representa $\frac{2}{3}$.



→ A parte hachurada da figura representa $\frac{1}{6}$.

Analisando a figura, $\frac{1}{6}$ cabe 4 vezes em $\frac{2}{3}$, ou seja: $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4$.

Nesse caso, vemos que o quociente (4) é maior que o dividendo $\left(\frac{2}{3}\right)$.

Fonte: Castrucci e Júnior (2018, p.112)

Provavelmente, caso não tivesse trabalhado de forma objetivada e reflexiva sobre a representação geométrica de uma divisão de frações na minha formação inicial, estaria reproduzindo o “multiplica a primeira pelo inverso da segunda” sem saber o porquê. Iríamos diretamente para a regra – parte final da figura 2.

Figura 2 - Explicação geométrica sobre divisão de frações II

Note que a divisão de $\frac{2}{3}$ por $\frac{1}{6}$ tem o mesmo resultado que a multiplicação de $\frac{2}{3}$ pelo inverso de $\frac{1}{6}$, que é $\frac{6}{1}$:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2}{3} : \frac{1}{6} = 4 \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1} = \frac{4}{1} = 4 \end{array} \right\} \rightarrow \frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{1}$$

inverso

Para dividir uma fração por outra fração, diferente de zero, multiplicamos a primeira pelo inverso da segunda.

Fonte: Castrucci e Júnior(2018, p.113)

Este e outros episódios do curso fizeram com que eu percebesse que não eram apenas regras e que por trás delas existia uma justificativa e uma melhor forma do aluno entender os conceitos. Percebi a necessidade do professor em buscar maneiras para ensinar o conteúdo para o aluno de forma diferenciada que envolvem os saberes profissionais da docência na formação inicial do licenciado.

Ao tempo de realizar os estágios obrigatórios na educação básica, a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Capes lança o edital nº 06/2018 que contempla a chamada pública para apresentação de propostas no âmbito do Programa de Residência Pedagógica que se propunha a “Induzir a

reformulação do estágio supervisionado nos cursos de licenciatura” (BRASIL, 2018, p.1). Entre os objetivos do programa, estava:

Aperfeiçoar a formação dos discentes de cursos de licenciatura, por meio do desenvolvimento de projetos que fortaleçam o campo da prática e conduzam o licenciando a exercitar de forma ativa a relação entre teoria e prática profissional docente, utilizando coleta de dados e diagnóstico sobre o ensino e a aprendizagem escolar, entre outras didáticas e metodologias (BRASIL, 2018, p. 1)

Tendo participado do Programa Residência Pedagógica pude vivenciar de forma intensa a prática docente e do que é ser um professor de matemática. Durante 18 meses (agosto de 2018 a fevereiro de 2020), tempo de duração do projeto, excetuando-se o período de férias, nós residentes desenvolvemos atividades semanais da escola com supervisão do preceptor². No ano de 2019, nosso preceptor³, a pedido dos docentes coordenadores⁴ do subprojeto de Matemática da Residência Pedagógica na UTFPR Campus Toledo, assumiu quatro turmas de sexto ano para que tivéssemos experiência com turmas do ensino fundamental já que no segundo semestre de 2018 já havíamos tido experiência com o Ensino Médio.

No início do ano de 2019, algo marcante foi a aplicação da Prova Paraná⁵ de Matemática com os alunos do quinto e sexto ano. Entre as questões, uma que teve um dos menores índices de acerto foi a que envolvia o conteúdo de frações.

Antes mesmo de sair o resultado da Prova Paraná o preceptor já havia planejado que iríamos desenvolver a regência por meio de uma intervenção pedagógica com dois sextos anos no conteúdo de frações. O preceptor tinha a expectativa que os residentes elaborassem uma sequência de aulas investigativas para trabalhar esse tema complexo para os alunos e professores.

Motivada por minhas experiências pessoais e profissionais pela temática das frações e com o intuito de refletir sobre a construção dos planos de aula dos residentes é que o presente trabalho de conclusão de curso visa **analisar planos de aula de frações para o sexto ano do ensino fundamental produzidos por**

² O professor da escola de educação básica que acompanha os residentes na escola-campo.

³ O preceptor que estava vinculado a escola que estava realizando a Residência Pedagógica.

⁴ O curso optou por ter dois docentes coordenadores que dividiam a bolsa e que tinham a incumbência de orientar o estágio dos residentes estabelecendo a relação entre teoria e prática.

⁵ A Prova Paraná é um instrumento de avaliação que tem como objetivo fazer o diagnóstico de como está a aprendizagem dos alunos, pode ser aplicada nos 5º, 6º, 7º, 8º, 9º anos do Ensino Fundamental em escolas municipais e também nos 6º, 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e 1ª, 2ª, 3ª e 4ª séries do Ensino Médio da rede estadual. Fonte: <https://www.provaparana.pr.gov.br/>

estudantes em residência pedagógica que participaram do subprojeto de Matemática da UTFPR Campus Toledo no ano de 2018 e 2019.

O trabalho buscou responder a seguinte questão norteadora: Que saberes profissionais foram mobilizados pelos professores em formação inicial participantes do Residência Pedagógica para a construção de planos de aula⁶ sobre frações para o sexto ano do ensino fundamental?

Este trabalho é composto por 5 capítulos, sendo o primeiro denominado introdução onde é escrito as intenções que se tem e percurso da pesquisa, o segundo sobre residência pedagógica, saberes mobilizados e frações, no qual faz uma junção desses três itens e em seguida detalha cada um deles, o terceiro que descreve os aspectos metodológicos da pesquisa, o quarto que apresenta os saberes mobilizados para ensinar frações na formação inicial e traz a análise dos planos de aula selecionados e o quinto que contém as considerações finais no qual colocamos nossas compreensões e conclusões, e por fim segue a lista de referências que foram utilizadas para fundamentar o trabalho.

⁶ Em relação aos planos de aula, serão analisados planos de regência em aulas regulares e planos de regência por meio de oficinas, no primeiro caso o tema das aulas aplicadas nas turmas é definido pelo preceptor e cabe aos residentes definir o método de como vai trabalhar aquele conteúdo definido, já nos planos de oficinas os residentes possuem maior liberdade para escolher também o tema que querem trabalhar.

2 SOBRE RESIDÊNCIA PEDAGÓGICA, SABERES MOBILIZADOS E FRAÇÕES

Que saberes profissionais foram mobilizados pelos estudantes em residência pedagógica para a construção de planos de aula sobre frações para o sexto ano do ensino fundamental? Para discorrer sobre é preciso entender três pontos fundamentais que envolvem a questão norteadora sendo eles: i) compreender o que é o programa residência pedagógica, como funciona, quem são os residentes, que preparação os mesmos possuem para estar ensinando frações; ii) os saberes mobilizados a ensinar e para ensinar que um professor deve obter para cumprir bem com o objetivo de sua profissão; iii) significados das frações, o que se espera de um aluno do sexto ano, o que ele já deveria ter de noção no quinto ano e o que os documentos oficiais trazem como base para o que o aluno deve aprender. Seguimos então com o aprofundamento em cada um desses aspectos.

2.1 Residência Pedagógica

Ao se falar do Programa Residência Pedagógica é preciso falar também dos estágios curriculares e a importância dos mesmos. Segundo Silvestre e Valente (2014) nas discussões sobre currículo de formação de professores da educação básica, o assunto estágios obrigatórios sempre esteve presente e nunca de forma negativa, sempre como algo importante para a formação. Os autores ressaltam que o contato com a prática e a relação teoria e prática são elementos fundamentais que devem aparecer nos estágios.

Em relação ao contato com a prática, trazem que ao decorrer da história o estágio era visto como o único lugar onde se aprendia a prática profissional e que por muito tempo a teoria era dissociada da prática. Com o passar do tempo, os especialistas começaram a dar mais atenção a estas características. Um marco importante foi o Parecer CNE/CP 9/2001 que considera que a prática não está mais apenas associada ao estágio, mas também está ao longo do curso de formação inicial - nos momentos em que se reflete sobre ou se exercita a atividade profissional (SILVESTRE, VALENTE, 2014). Relatam que em 2009 foi instituído um programa denominado de Residência Pedagógica⁷ no curso de Pedagogia da Universidade Federal de São Paulo, campus Guarulhos em que a realização do Plano de Ação

⁷ Este Residência Pedagógica não é o mesmo discutido no trabalho, este programa pode ter sido o que inspirou o atual Residência Pedagógica.

Pedagógica constitui o elemento fundamental para o estágio que envolvem os múltiplos saberes da profissão docente num diálogo constante entre os estagiários, professores universitários e preceptores nas escolas.

O programa de Residência Pedagógica do Departamento de Educação da Unifesp inscreve-se no âmbito de iniciativas que buscam formas inovadoras para a realização dos estágio. Concebido como eixo norteador do Curso de Pedagogia, o programa agrega a quase totalidade dos professores do curso, em suas diferentes especialidades de formação e docência (SILVESTRE, VALENTE, 2014, p. 95).

Largo et al (2016) ao apresentarem a maneira com que estava sendo trabalhado os estágios no Curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR campus Toledo consideram os estágios como uma “prática social privilegiada na formação inicial de professores” (p. 365), a espinha dorsal do curso e um espaço profícuo para a produção de saberes, a reflexão e problematização do “chão da sala de aula” dos professores em formação. Nesse sentido o estágio supervisionado era (é) ofertado em forma de quatro disciplinas semestrais totalizando 400 horas. Os autores alertam para os seguintes aspectos desenvolvidos pelos estágios: criatividade e inovação, projetos interdisciplinares, experiências em outras modalidades de experiência profissional⁸ e novos olhares para a gestão escolar. Para concluir o artigo destacam “Sim, nós acreditamos no estágio” e sintetizam:

O fato dos acadêmicos elaborarem novos materiais e atividades, inovadoras e criativas, destaca o diferencial do Estágio, reforçando a ideia de que é possível pensar um Estágio comprometido com a integração entre teoria e prática, no qual, tudo o que foi aprendido na universidade é utilizado na prática (LARGO et al, 2016, p. 375).

Esses dois exemplos de como se trabalhar o estágio são anteriores ao edital da Capes e se aproximam/superam as finalidades do Programa Residência Pedagógica instituído no dia 28 de fevereiro de 2018 pelo então presidente da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) através da portaria Nº 38 que institui o Programa Residência Pedagógica, o qual é uma das ações que fazem parte da Política Nacional de Formação de Professores (BRASIL, 2018). À Capes compete acompanhar e avaliar os projetos, além de financiar e apoiar os participantes inclusive com a modalidade de bolsas.

⁸ O quarto semestre de estágio trabalha com outras modalidades de estágio, entre elas: Educação de Jovens e Adultos, Educação do Campo, Quinto ano do ensino fundamental, Centro da Juventude que atende jovens em vulnerabilidade social, Educação Indígena.

Segundo a portaria, a ação visa apoiar as Instituições de Ensino Superior (IES) para que consigam implantar mais projetos que tenham como foco trazer a articulação entre teoria e prática aos alunos dos cursos de licenciatura. Segundo o documento:

2.1 O Programa de Residência Pedagógica visa:

- I. Aperfeiçoar a formação dos discentes de cursos de licenciatura, por meio do desenvolvimento de projetos que fortaleçam o campo da prática e conduzam o licenciando a exercitar de forma ativa a relação entre teoria e prática profissional docente, utilizando coleta de dados e diagnóstico sobre o ensino e a aprendizagem escolar, entre outras didáticas e metodologias;
- II. Induzir a reformulação do estágio supervisionado nos cursos de licenciatura, tendo por base a experiência da residência pedagógica;
- III. Fortalecer, ampliar e consolidar a relação entre a IES e a escola, promovendo sinergia entre a entidade que forma e a que recebe o egresso da licenciatura e estimulando o protagonismo das redes de ensino na formação de professores.
- IV. Promover a adequação dos currículos e propostas pedagógicas dos cursos de formação inicial de professores da educação básica às orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). (BRASIL, 2018, p.1)

Na portaria de 2018, foi definido que a Residência Pedagógica teria um total de 440 horas de atividades executadas em 18 meses e distribuídas da seguinte forma: 60 horas destinadas à ambientação na escola; 320 horas de imersão, sendo 100 de regência, que incluiriam o planejamento e execução de pelo menos uma intervenção pedagógica; e 60 horas destinadas à elaboração de relatório final, avaliação e socialização de atividades.

Os participantes do Programa Residência Pedagógica são alunos que já cursaram ao menos metade do curso, estes são chamados de residentes. Contam com o apoio de um Coordenador Institucional que é um docente da IES responsável pelo projeto, um Docente Orientador também da IES que atua orientando os residentes em relação a teoria e a prática, e um Preceptor que é um professor da escola de educação básica responsável por acompanhar os residentes na escola-campo.

A escola-campo é o local onde os residentes farão a imersão prática para conhecer a realidade de um ambiente escolar e da disciplina a qual está se preparando para lecionar.

2.2 Saberes Mobilizados

Ao longo do processo de formação inicial dos futuros professores de

matemática há um rol de disciplinas e atividades que contribuem para a produção de saberes para a docência articulados com a educação básica. Mais especificamente, para que sejam mobilizados quando da criação dos planos de aula nas regências dos estágios obrigatórios. Um marco importante neste processo ocorre a partir de 2002⁹ com a criação da Prática como Componente Curricular (PCC), instituída nos cursos de licenciatura, como uma forma de articular as dimensões teóricas e práticas na formação de professores. Fundamentada no Parecer CNE/CP N. 28/2001, a Prática como Componente Curricular é definida como:

[...] uma prática que produz algo no âmbito do ensino. Sendo a prática um trabalho consciente cujas diretrizes se nutrem do Parecer 9/2001 ela terá que ser uma atividade tão flexível quanto outros pontos de apoio do processo formativo, a fim de dar conta dos múltiplos modos de ser da atividade acadêmico-científica. Assim, ela deve ser planejada quando da elaboração do projeto pedagógico e seu acontecer deve se dar desde o início da duração do processo formativo e se estender ao longo de todo o seu processo. Em articulação intrínseca com o estágio supervisionado e com as atividades de trabalho acadêmico, ela concorre conjuntamente para a formação da identidade do professor como educador. Esta correlação teoria e prática é um movimento contínuo entre saber e fazer na busca de significados na gestão, administração e resolução de situações próprias do ambiente da educação escolar. (BRASIL, 2001, p. 9).

Apesar dos quase 20 anos da proposição da PCC, pesquisas revelam fragilidades, dentre as principais “está o desconhecimento dos docentes - os textos encontrados demonstraram que os formadores nos cursos de licenciatura pouco sabem sobre a PCC” (SCHMITZ, TOLENTINO NETO, 2021, p. 15) e sentem dificuldades no seu desenvolvimento e no seu cumprimento. Destacam que há “necessidade de diálogos e discussões entre os formadores, tanto da área específica, quanto pedagógica, buscando a compreensão do sentido da PCC” (p.16).

O que ocorre é que geralmente cabe às disciplinas relacionadas à Educação, Educação Matemática um peso maior na articulação entre o que se é trabalhado na Universidade no que tange aos saberes profissionais que os licenciandos necessitam para prática profissional, mais especificamente para este estudo, na elaboração e execução dos planos de aula das regências.

⁹ Resolução CNE/CP N.1/2002 que “Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena.” (BRASIL, 2002, p. 1).

Para elaborar um plano de aula, não basta somente saber o conteúdo. Segundo Hofstetter e Schneuwly (2017) existem saberes de referência para a formação de professores que devem ser objetivados. Dessa forma, há saberes específicos “**para**” ensinar, as ferramentas que dão suporte ao trabalho do professor e que devem ser trabalhadas na formação inicial dos professores, necessários para a efetivação do ensino. Esses saberes devem estar articulados com os saberes “**a**” ensinar que referem-se aos conteúdos curriculares próprios de cada área. Trazendo para a área da matemática, um saber “**a**” ensinar pode ser por exemplo o conteúdo de frações, já os saberes “**para**” ensinar é a forma, as estratégias, o método que o professor vai utilizar para conseguir transmitir ao aluno este conhecimento sobre frações. Valente (2017) apropria-se dessas ideias e trás para o contexto da educação matemática.

Por certo as questões ligadas à matemática a ensinar são muito relevantes na formação de professores, mas tal aspecto da formação não é identitário do educador matemático. A natureza dessa profissão filia-se mais intimamente aos saberes *para* ensinar matemática (VALENTE, 2017, p. 226)

Valente (2017) diz também que a matemática presente no ensino constitui-se como uma matemática a ensinar, objeto de trabalho do professor. De outra parte, a matemática da formação de professores pode ser vista como uma matemática para ensinar, ferramenta de trabalho do ofício da docência em matemática.

Sabendo quais são os saberes necessários a e para ensinar matemática, podemos aproximar ainda mais para o tema deste TCC, os saberes mobilizados para ensinar frações, levando-nos a refletir que, para elaborar um plano de aula, estes vários saberes são necessários. O professor em formação inicial em matemática deve saber tanto o conteúdo de fração quanto como ensinar fração, e estes saberes para ensinar frações devem ser experienciados na universidade articulados com possibilidades para que o professor em formação inicial use sua criatividade, inove e seja um profissional autônomo.

O professor em formação inicial participante do Residência Pedagógica tem a possibilidade de articular com mais tempo todos esses elementos por ter um grande período de imersão nas escolas e assim relacionar os saberes construídos na formação inicial com a prática reflexiva da experiência com o programa.

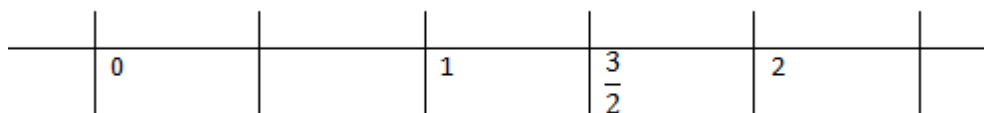
2.3 Frações

O conteúdo de frações possui extrema importância dentro da matemática, pois é a porta de entrada para o conjunto dos números racionais (SCHEFFER e POWELL, 2020).

Além disso, é importante lembrar também da variedade de significados o qual esse conteúdo possui. Segundo Nunes (2003, apud DRECHMER e ANDRADE, 2011) existem cinco significados para frações, sendo eles: número, relação parte-todo, medida, quociente e operador.

A fração como número que leva em consideração a fração como um numeral podendo ser inteiro ou não e assim pode ser posicionado na reta numérica. Por exemplo a fração $\frac{3}{2}$ equivale a um inteiro e meio, logo sua posição na reta numérica deve ser entre o 1 e o 2 como mostra a figura 3.

Figura 3 - Fração como número, $\frac{3}{2}$ posicionado na reta numérica



Fonte: Autoria própria (2022)

Na relação parte-todo, o todo é repartido em partes iguais e assim quando representamos a fração o denominador representa em quantas partes o todo foi dividido e o numerador representa quantas partes pegamos do todo. Como exemplo podemos ver a fração $\frac{4}{6}$ isto significa que um inteiro foi dividido em 6 partes e dessas foram tomadas 4, podemos associar que o inteiro a uma barra de chocolate inteira por exemplo, dessa forma os $\frac{4}{6}$ indicaria que a barra foi dividida em 6 pedaços mas apenas 4 foram comidos, como podemos ver na figura 2.

Figura 4 - Representação Geométrica da fração $\frac{4}{6}$



Fonte: Autoria própria (2022)

A fração como medida simboliza que podemos usar as frações para comparar grandezas, um exemplo seria a probabilidade de algo acontecer, neste caso o numerador simboliza o número de chances prováveis que algo aconteça e o denominador, o número de possibilidades de algo acontecer, formando assim uma

razão cujo resultado ficará entre 0 e 1. E assim entramos no conteúdo de porcentagens. Um exemplo, ao jogar um dado para cima a probabilidade da face 3 cair para cima é de $\frac{1}{6}$. Outro exemplo de fração como medida é a razão, onde ambos numerador e denominador representam quantidades porem em relação a diferentes símbolos/objetos.

O quociente representa a fração como uma divisão, transformando $\frac{a}{b}$ em $a \div b$, por exemplo $\frac{3}{5}$ pode ser escrita como $3 \div 5$.

Já o operador multiplicativo, a fração é vista como transformadora de outro número, pois vamos utilizá-lo para multiplicar. Como exemplo temos $\frac{1}{3}$ de 9, que segue $\frac{1}{3} \times 9 = \frac{9}{3} = 3$.

Podemos observar no Quadro 1 um exemplo para cada um dos significados apresentados acima.

Quadro 1 - Questões envolvendo frações e seus significados

Questões envolvendo frações	Significado de frações envolvidos
Localize $\frac{1}{2}$ na reta numérica	Fração como número
Desenhe uma barra de chocolate e pinte $\frac{1}{2}$ dela.	Fração parte-todo
Em uma festa para cada menina presente, tem 2 meninos, qual a razão entre a quantidade de meninas e a quantidade de meninos. R: $\frac{1}{2}$	Fração como medida - Razão
Quanto vale $\frac{1}{2}$ em decimal? R: $1 \div 2 = 0,5$	Fração como quociente
Represente quanto é $\frac{1}{2}$ de 50: R: $\frac{1}{2} \times 50 = \frac{50}{2} = 25$	Fração como operador multiplicativo

Fonte: As autoras (2022)

Todos esses significados precisam ser abordados de forma adequada para que contribuam com a aprendizagem significativa de frações. De acordo com Scheffer e Powell (2020) estes cinco significados descritos acima são os mais presentes no ambiente escolar.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e também No Referencial

Curricular do Paraná (PARANÁ, 2018) as frações nos quintos¹⁰ e sextos anos são trabalhadas predominantemente na unidade temática de números, mas também ocorrem em álgebra, probabilidade e estatística. Em relação aos significados o que está explícito é a ideia de divisão e parte-todo no quinto ano e parte-todo e operador no sexto ano (BRASIL, 2018).

Para o quinto ano os objetos de conhecimento relacionados à unidade temática números e que envolvem a representação fracionária dos números racionais (reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica); comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e fracionária relacionando a pontos da reta numérica e utilizando a noção de equivalência; cálculo de porcentagem e representação fracionária. Em álgebra o objeto de conhecimento envolve grandezas diretamente proporcionais e problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais como, por exemplo, ao alterar as quantidades de ingredientes de receitas (BRASIL, 2018).

Para o sexto ano os objetos de conhecimento relacionados a unidade temática números são as frações – significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração, cálculo da fração de um número natural. Habilidades como estabelecer relações entre a representação decimal e fracionária de um número racional inclusive na reta numérica, resolver e elaborar problemas estão entre as habilidades a serem desenvolvidas. Em relação à probabilidade e estatística, as frações entram como uma das expressões do número racional (forma fracionária, decimal e percentual) de calcular um evento aleatório (BRASIL, 2018).

Scheffer e Powell (2020) fizeram um “estado do conhecimento” das pesquisas desenvolvidas sobre frações na educação básica publicadas no Brasil de 2013 a 2019. O estudo revela que a maioria das pesquisas tem como foco materiais manipuláveis, softwares, jogos analógicos e opções digitais que contribuem para construção do significado de frações. Concluem que introduzir esses jogos na exploração do conceito de frações contribui positivamente para a aprendizagem, pois auxiliam na atenção dos alunos pela aula tornando-a mais dinâmica. Ademais, ainda leva a uma reflexão sobre área de figuras, comparações, equivalência e

¹⁰ Trazemos os conteúdos dos quintos e sextos anos, pois durante a construção do plano foi realizada essa verificação. O objetivo era retomar conteúdos trabalhados no quinto ano que fosse fundamental para a compreensão dos conteúdos do sexto ano.

operações.

Neste capítulo procuramos trabalhar com os principais conceitos que fundamentam o trabalho. No próximo capítulo será apresentado o percurso metodológico da pesquisa .

3 ASPECTOS METOLÓGICOS DA PESQUISA

Este trabalho se trata de uma pesquisa qualitativa com análise documental de relatórios de residentes participantes do subprojeto de Matemática do Programa Residência Pedagógica do curso de Licenciatura em Matemática do Campus Toledo, com o foco voltado para os planos de aula pensados para os sextos anos e quem envolveram o conteúdo de frações.

Segundo Ludke e André (2013) uma pesquisa qualitativa em educação possui algumas características. Os dados coletados são predominantemente descritivos, partindo da análise do pesquisador e de sua compreensão sobre o tema de pesquisa e construção de uma descrição em diálogo com o objeto. Na pesquisa qualitativa a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto, pois é nessa fase que se constrói as hipóteses que nortearão a própria pesquisa e possibilitaram a formulação descritiva necessária para a construção de um novo conhecimento. A análise documental representa um método utilizado para levantamento de informações a partir de questões ou hipóteses de interesse. Dentre o processo de utilização deste método, destaca-se a análise propriamente dita dos dados. A pesquisa qualitativa trabalha com o sentido de inteligência do pesquisador pois o esforço exigido para se detectar padrões, temas e categorias de análise é um processo criativo que requer julgamentos cuidadosos sobre o que é realmente relevante e significativo nos dados, centrando no pesquisador toda a responsabilidade do uso e eficiência deste método.

Conforme já citado anteriormente, uma das instituições participantes do Programa foi a Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo, com o curso de Licenciatura em Matemática, onde o projeto teve início em agosto de 2018 e finalizou em fevereiro de 2020 e foi coordenado pelo professor Emerson Tortola e a professora Barbara Winiarski Diesel Novaes. Nesta instituição o grupo era formado por 24 residentes que desenvolveram suas atividades em três escolas estaduais do Município de Toledo sendo elas: Colégio Estadual Antônio José Reis, Colégio Estadual Jardim Europa e Colégio Estadual Jardim Porto Alegre.

No âmbito de um curso de Licenciatura não são muitos os momentos onde os professores em formação inicial têm a oportunidade de vivenciar na prática como é ser um professor, mas o programa Residência Pedagógica proporcionou momentos de regências em sala de aula. As regências eram compostas por

períodos de observação da aula e auxílio ao professor preceptor apenas no que fosse necessário, e situações em que houve planejamentos e aplicações de uma intervenção pedagógica em sala de aula tanto no ensino fundamental quanto no ensino médio, sempre acompanhado pelo preceptor e de acordo com o conteúdo escolhido pelo mesmo e orientados pelos docentes orientadores. Também houveram oficinas e gincanas realizadas para o ensino médio, fundamental e modalidades diferenciadas onde o conteúdo era contemplado de forma mais lúdica e divertida, tendo o aluno como protagonista.

Este programa proporcionou não apenas a imersão do licenciando em sala de aula, mas também a chance de ver na prática como é o funcionamento de uma escola. Além disso algumas atividades eram desenvolvidas na IES uma vez por semana, entre essas atividades estavam reuniões com os docentes orientadores e preceptores, simulações de aulas e oficinas para que por meio delas pudesse haver um aperfeiçoamento maior antes de aplicar a aula.

Para que este TCC pudesse ser desenvolvido, primeiramente seria preciso o acesso aos relatórios dos residentes participantes do Programa Residência Pedagógica do curso de Licenciatura em Matemática em Toledo. Ao conversar com os professores responsáveis pelo programa, esses documentos foram cedidos para análise. Foram dois os documentos principais de análise, os relatórios finais de cada residente contendo todo o trabalho realizado por eles e também o Relatório do Residente para envio à Capes. Este último sendo um resumo das atividades feitas, onde foram realizadas, quais os conteúdos trabalhados e as metodologias e didáticas utilizadas .

Em suma, no início de 2020 os estudantes em residência pedagógica entregaram dois relatórios como requisitos para a finalização do projeto. O primeiro deles, mais sintético, foi encaminhado à Capes para validar o pagamento das bolsas e trazer apenas os resultados propostos no plano de trabalho individual de cada residente. O segundo relatório, mais detalhado, em que constavam os planos de aula de todas as regências do ensino fundamental, médio e as oficinas de matemática, relatórios de observação, relatórios de regência e reflexões sobre a experiência e que serviria para a convalidação das quatro disciplinas de estágio do curso de Toledo. Utilizamos esse segundo relatório, pois estávamos interessados em analisar os planos de aula.

Desse modo, para alcançar o objetivo foi preciso cumprir algumas etapas

sendo elas, analisar os relatórios finais dos estudantes em residência pedagógica, identificar os relatórios que possuíam planos de regência e de oficinas sobre a temática das frações, avaliar os planos de aula com essa temática e que foram planejados para os sextos anos.

Após ter os documentos em mãos, outra questão seria observar se teria um bom número de residentes que trabalharam com o tema de frações, esta análise se deu de forma mais fácil utilizando os Relatórios do Residentes CAPES, pois como ele é um relatório curto isto tornou mais rápido de encontrar se o Residente trabalhou ou não com o conteúdo de frações. Dos 24 residentes, foi observado que 17 trabalharam com frações, tanto em regências em sala de aula ou então em oficinas. Como alguns trabalhos foram realizados em duplas isso resultou em 9 planos de aula envolvendo frações. Desses foram selecionados apenas os planos para o sexto ano e ficando 4 planos separados para análise como mostra o quadro 2.

Quadro 2 - Planos de aula selecionados para a análise

Planos/Autores ¹¹	Tema do Plano	Ano de aplicação	Regência em sala ou regência oficina	Conteúdos abordados
Plano 1/ Adriana Livi e Adriéli Duarte (2 planos de 5 horas-aula cada)	Números Fracionários	6º ano	Regência em sala	Frações como inteiro e parte do inteiro; Frações como razão e quociente; Frações equivalentes; Simplificação de frações; Números mistos e frações impróprias. Equivalência e simplificação de frações; Números mistos e frações impróprias; Adição e subtração de frações; Comparação de frações na reta numérica.
Plano 2/Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva(2 planos de 5 horas- aula	Frações	6º ano	Regência em sala	Definição de Frações; Número misto e frações próprias, impróprias; Fração equivalente; Operações com fração

¹¹ Os relatórios de estágio são documentos públicos que ficam arquivados na universidade. Desta forma não vimos à necessidade de preservar o nome dos autores dos planos.

cada)				
Plano 3/ Adriana Livi , Adriéli Duarte e Simoni Berger (O plano tem duração de 1h30min)	“Forno Mágico”	6º e 7º ano	Regência em Oficina	Identificar os termos da fração; Estabelecer a noção de partes do inteiro; Verificar que o mesmo inteiro pode ser dividido em uma quantidade diferente de partes iguais; Identificar frações equivalentes; Introduzir as diferentes ideias associadas às frações por meio da situação explorada
Plano 4/ Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva (2 horas aulas de oficina e 1 hora-aula de gincana)	Enigmas	6 ao 9 ano	Regência em Oficina	Fração como quantidade

Fonte: As autoras (2022)

Dois dos planos foram desenvolvidos pela pesquisadora em parceria com o colega Clóvis Luís Baierle. Acreditamos que seja um círculo que se fecha “os saberes objetivados, apropriados, postos em relação com experiências vividas, reaparecem, ‘formalizados’, nos relatos dos formados” (HOFSTETTER, SCHNEUWLY, 2017, p. 157). Dessa forma não vemos problema em aprofundar uma questão que emergiu da experiência de regência no programa Residência Pedagógica.

Partimos da hipótese que os planos eram investigativos, focados na aprendizagem dos conteúdos e que as atividades foram pensadas para potencializar a aprendizagem dos alunos no que tange às frações.

Inicialmente partimos de algumas unidades de análise para observarmos nos planos de aula para caracterizar os saberes mobilizados para formulação dos planos de aula das regências e oficinas, entre eles: Exercícios e problemas; Tema / contexto; Metodologia; Recursos (jogos, materiais manipulativos, etc); Conteúdo; Reflexões sobre as aulas.

Os planos de aula quando interrogados, tornam-se fontes de pesquisa que contribuem de forma crucial para responder a questão da pesquisa: Que saberes profissionais foram mobilizados pelos professores em formação inicial participantes do Residência Pedagógica para a construção de planos de aula¹² sobre frações para o sexto ano do ensino fundamental?

¹² Em relação aos planos de aula, serão analisados planos de regência em aulas regulares e planos de regência por meio de oficinas, no primeiro caso o tema das aulas aplicadas nas turmas é definido pelo preceptor e cabe aos residentes definir o método de como vai trabalhar aquele conteúdo definido, já nos planos de oficinas os residentes possuem maior liberdade para escolher também o tema que querem trabalhar.

4 SABERES MOBILIZADOS PARA ENSINAR FRAÇÕES NA FORMAÇÃO INICIAL

Neste capítulo foram analisados 4 planos de aula, sendo dois de regência em sala de aula e dois de regência em oficinas, os planos de aula das oficinas tem características distintas dos planos de aula das regências em sala de aula, pois nas oficinas os professores em formação inicial tiveram mais autonomia na elaboração, podiam escolher o conteúdo e usar da criatividade para tornar a oficina atrativa aos alunos, já nos planos de regência quem escolheu o tema foi o professor da turma, cabendo aos professores em formação inicial a autonomia apenas na forma de abordar o conteúdo. Foram observados nesses planos quais os saberes mobilizados pelos estudantes em residência pedagógica para ensinar frações.

4.1 O plano de aula das regências nos sextos anos - Adriana Livi e Adriéli Duarte

O primeiro plano de aula analisado é das professoras em formação inicial Adriana Livi e Adriéli Duarte, datado de 05 à 08 de agosto de 2019, referente a 5 horas-aula aplicadas em duas turmas de 6º ano do Colégio Estadual Jardim Porto Alegre (sendo elas 6º A e 6º B). O tema números fracionários foi dividido em 5 conteúdos: frações como inteiro e parte do inteiro; frações como razão e quociente; frações equivalentes; simplificação de frações; números mistos e frações impróprias.

O objetivo geral era “Ampliar, aprofundar e consolidar os conhecimentos sobre os números racionais na forma de fração” e para tanto os alunos deveriam construir um Tangram estabelecendo relação entre as figuras por meio de suas áreas e determinando a fração que representa cada figura do Tangram. Após essa introdução seria consolidado o conhecimento da leitura das frações e a compreensão dos diferentes sentidos¹³, por meio de situações-problema. A identificação das frações equivalentes foi realizada pela compreensão das peças do Tangram através da equivalência de áreas. Ao final, o plano previu a compreensão do processo de simplificação de frações e o porquê de sua utilização (LIVI e DUARTE, 2020, p. 2).

O plano foi dividido em partes e essas partes divididas em momentos com tempo específico. Os recursos didáticos utilizados em todas as aulas foram: quadro,

¹³ Pelos problemas propostos acreditamos que as autoras se referem aos significados das frações.

giz, régua, cola, Tangram, folha quadriculada, Multimídia, retas numéricas no papel craft, atividades impressas (queijo e reta numérica individual) e cartas com as frações. O primeiro momento, no qual foi reservado 10 minutos para apresentar o Tangram para a turma. As autoras registram também que dentro destes tempo pretendem iniciar a aula se apresentando para a turma e fazendo o contrato didático. Pedem para que os alunos se organizem em duplas e perguntam se conhecem o Tangram. Aguardam a resposta dos alunos e apresentam as características conforme figura 5.

Figura 5 - Características do Tangram.

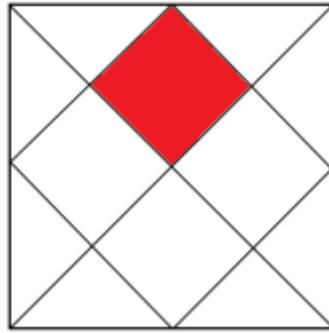
O Tangram é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar, formado apenas por sete peças (2 triângulos grandes, 1 médio, 2 pequenos, 1 quadrado e 1 paralelogramo), com as quais é possível criar e montar cerca de 1700 figuras entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas e outros. Utilizado para desenvolver o raciocínio lógico e geométrico, habilidades de visualização, percepção espacial, análise das figuras e estimular a criatividade.

Fonte: Livi e Duarte (2020, p.21)

No segundo momento intitulado a “Construção do Tangram”, os alunos construíram um Tangram numa folha quadriculada seguindo o passo a passo das residentes com comandos que envolveram conceitos geométricos e de medidas com o uso da régua. O Tangram deveria ser colado no caderno e a sugestão era que os alunos construíssem outro em casa como forma de brincadeira. O terceiro momento foi a análise do Tangram. Por meio de perguntas previamente formuladas, os alunos seriam instigados a perceber que cada peça do Tangram representa uma parte do todo e que podemos associar com números fracionários.

No quarto momento é reservado pelas autoras um tempo relativamente maior do que os anteriores pois o objetivo é fazer a sistematização do conceito de frações relacionando com o sentido parte/todo. Utilizaram o quadro para desenhar um quadrado com a dimensão de um todo e assim poder pensar separadamente quantas vezes cada peça caberá dentro daquele quadrado. Podemos observar na figura 6 o exemplo de como foi calculada a fração referente ao quadrado menor do Tangram e a noção que está sendo passada de que a figura precisa ser repartida em partes iguais e que podemos juntar pedaços deste para que forme uma área equivalente a da figura principal .

Figura 6 - Fração que representa o quadrado menor do Tangram



Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 24)

Após trabalhar com a turma parte por parte do Tangram as professoras em formação inicial deixaram claro que o inteiro (todo) era sempre o mesmo e que as partes precisam ser sempre iguais.

Nesse momento fizeram a ligação a outra forma geométrica para inteiros, um retângulo no qual trabalham a fração $\frac{1}{4}$, fração já apresentada no plano com o triângulo maior do Tangram. A partir dessas discussões, as professoras em formação construíram em conjunto com os alunos a definição de fração. No entanto, já deixaram pré-definida uma definição que gostariam que os alunos chegassem inclusive reforçando que o zero nunca pode estar no denominador. Para fechar o momento e a parte 1 trazem a leitura de frações com diferentes denominadores e deixam alguns exercícios do livro didático dizendo que provavelmente será tarefa de casa. Os exercícios eram para reforçar o conteúdo ensinado e serviriam também como uma estratégia em sala de aula, caso os alunos fossem mais rápidos do que os tempos previstos no plano de duas horas de aula.

Na terceira aula foi previsto um tempo para correção dos exercícios que ficaram de tarefa, e o restante da aula é destinado para que os alunos aprendam os diferentes sentidos da fração. Os problemas e exercícios envolvem fração parte todo, divisão de frações, adição de frações e razão representada por uma fração. Nos exercícios as residentes induzem aos alunos a representar as frações tanto geometricamente como algebricamente. Retomam explicações de conteúdos entremeio a esses exercícios, como por exemplo a questão do que é uma fração aparente, ou o reforço do que é o inteiro, caso que apareceu na questão sobre adição de frações, pois o plano apresenta um problema no qual os alunos precisam dividir 3 fatias de bolo para 4 pessoas. Os alunos são induzidos na parte geométrica de utilizar uma cor diferente para representar cada pessoa e o resultado esperado,

podemos observar na figura 7 a representação apresentada pelas autoras no plano, representação essa que se aproxima de uma situação real, mas não de forma totalitária, pois a representação da fatia é muito fina e comprida para ser uma situação real, e a forma que foi dividida até seria adequada caso cada fatia fosse de um sabor diferente, pois dessa forma cada pessoa comeria um pedacinho de cada sabor, porém se fossem todos do mesmo sabor nem sempre seria feita dessa forma a divisão, mas de qualquer maneira que for feita a cada pessoa cabe $\frac{3}{4}$ de fatia do bolo.

Figura 7 - Representação do $\frac{3}{4}$ utilizada para a resolução de um exercício



Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 29)

Em seguida precisam fazer a representação algébrica e assim percebem que cada pessoa ficou com $\frac{3}{4}$ de um pedaço de bolo, e que se juntar esses $\frac{3}{4}$ de cada um novamente deve retornar a ser 3 pedaços ou seja 3 inteiros, como podemos ver na figura 8.

Figura 8 - Soma das partes fracionárias voltado a ser 3 inteiros.

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 30)

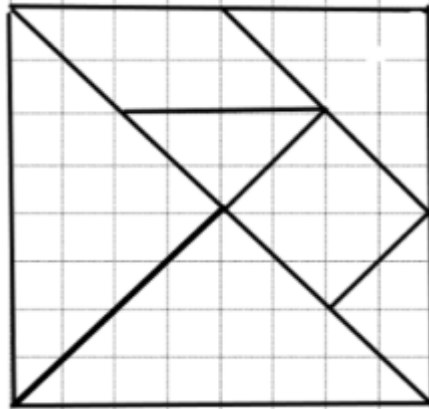
Nesta aula também houve a preocupação por parte das autoras de trazer um exercício extra em slides para introduzir aos alunos o tema razão antes de passar o quarto exercício, para que compreendessem a quarta situação. Colocam uma observação neste exercício dizendo que iriam fazer perguntas que depois em outro momento fariam a ligação a frações equivalentes.

Na sequência o plano continua na parte 3 onde foi ressaltado que teria duas horas aulas, e que iniciaria com o momento 1 sobre equivalência de frações, neste momento retornaram ao Tangram pois as autoras comentam: “pediremos aos alunos

retornarem à página do caderno em que colaram o Tangram anteriormente construído” (LIVI E DUARTE, 2020, p.32).

Apresentaram também em seus planos a figura de como o Tangram dos alunos deve estar no caderno, lembrando que todos foram induzidos a fazer Tangrams iguais, do mesmo tamanho e em folha de papel quadriculado como mostra a figura 9.

Figura 9 - O Tangram conforme deve estar representado no caderno dos alunos.



Fonte: Livi e Duarte (2020, p.33)

Livi e Duarte (2020, p. 33) comentaram: “pediremos aos alunos calcularem a fração que representa a parte da área de cada figura em relação à área total do Tangram, considerando a malha quadriculada”. Em seguida ressaltaram que caso os alunos não entendam o que precisa ser feito, as mesmas fariam um exemplo juntamente com a turma e ressaltaram que o inteiro tem área total de 64 quadrados pelo Tangram ter sido desenhado com lado de 8 quadrados por 8 quadrados.

Figura 10 - Área de cada figura do Tangram em relação a malha quadriculada.

Triângulos grandes: 16/64

Triângulo médio: 8/64

Triângulos pequenos: 4/64

Quadrado: 8/64

Paralelogramo: 8/64

Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 33)

Segundo o plano era esperado que os alunos encontrassem frações todas com denominador 64 conforme a figura 6 e neste momento deveria haver um questionamento aos alunos em relação a se essas frações foram as mesmas encontradas na aula em que trabalharam com o Tangram, e era esperado que a resposta fosse não e que eles encontrassem outras frações conforme figura 11.

Figura 11 - Área de cada figura do Tangram em relação ao todo.

Triângulo grande: $\frac{1}{4}$

Triângulo médio: $\frac{1}{8}$

Triângulos pequenos: $\frac{1}{16}$

Quadrado: $\frac{1}{8}$

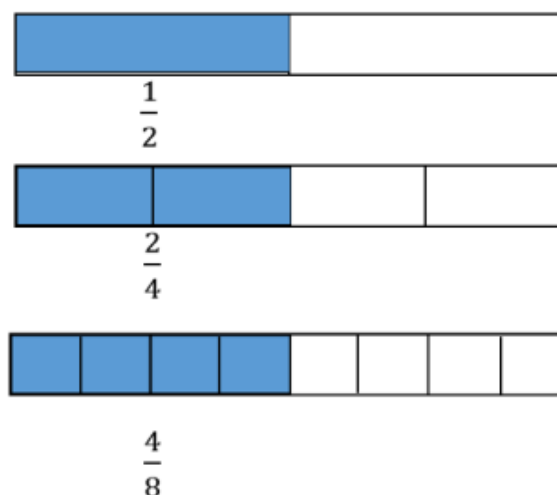
Paralelogramo: $\frac{1}{8}$

Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 33)

Livi e Duarte (2020) finalizam a explicação induzindo seus alunos a perceber que as frações são equivalentes pois ocupam a mesma área apesar de estarem representadas de maneiras diferentes (figura 10 e 11). Por exemplo, mostraram que $\frac{1}{4} = \frac{16}{64}$ (equivalente) e na sequência pedem para que os alunos encontrem a igualdade para cada figura do tangram valendo-se da geometria.

Para fixar a ideia utilizaram o quadro de equivalência (figura 12) e, por meio da representação geométrica elucidam a igualdade das frações $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. Desafiaram os alunos a descobrir como se faz para que $\frac{1}{2}$ se torne $\frac{2}{4}$, esperando-se que os alunos percebessem que houve a multiplicação dos dois termos por 2.

Figura 12 - Quadro de equivalência



Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 35)

Após esse artifício, as residentes pediram aos alunos que encontrassem as relações de equivalência no Tangram, encontrando o número natural que multiplica

os dois termos da fração. Somente após todo esse processo de construção do conceito é que definiram as frações equivalentes e a simplificação de frações. As autoras dizem que partiram da ideia de que “dizer que $1/4 = 16/64$ é o mesmo que dizer que $16/64 = 1/4$ ”(LIVI E DUARTE, 2020, p.34). Essa estratégia foi utilizada para que os alunos se questionassem sobre o que fazer para encontrar a segunda fração, a fim de que percebessem que foi preciso dividir ambos os termos por 16.

Na sequência foi apresentado o esquema de flechas (figura 13) a simplificação da fração $\frac{18}{36}$ até chegar numa fração irredutível. Concluem o momento passando as definições de simplificação de frações e de fração irredutível.

Figura 13 - Simplificação da fração $\frac{18}{36}$.

$$\begin{array}{ccccccc} & \div 2 & & \div 3 & & \div 3 & \\ & \curvearrowright & & \curvearrowright & & \curvearrowright & \\ \frac{18}{36} & = & \frac{9}{18} & = & \frac{3}{6} & = & \frac{1}{2} \\ & \curvearrowleft & & \curvearrowleft & & \curvearrowleft & \\ & \div 2 & & \div 3 & & \div 3 & \end{array}$$

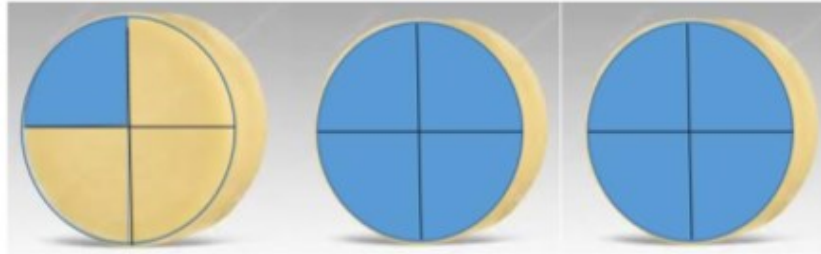
Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 36)

Colocaram no plano uma observação dizendo que por conta da organização das aulas semanais de uma turma ser diferente da outra, em um dos sextos seria passada a tarefa do livro didático em um dia diferente do outro, ressaltaram também que os exercícios podem ser iniciados em sala caso haja tempo. Percebe-se nessa observação que apesar do plano ser o mesmo, as autoras se preocuparam com a particularidade de cada turma, pensando no momento adequado para passar a tarefa que segundo as mesmas poderia ser começada em sala caso a turma terminasse o planejado no plano mais cedo. O plano trouxe também a foto das atividades acima citadas do livro didático.

O conteúdo número misto e frações impróprias foi apresentado no quarto momento com o 6ºA, enquanto no 6ºB as residentes pretendem corrigir os exercícios dados de tarefa para só então começar o conteúdo novo. Iniciam o conteúdo com a seguinte situação-problema : “Ana encomendou 5 queijos para sua padaria, os queijos tem o formato de um cilindro, veja como foi a utilização do queijo durante três dias” (LIVI E DUARTE, 2020, p.38) Apresentaram para o primeiro dia a figura de um queijo dividido em 4 partes porém está apontado que usaram 2 partes, então foram utilizados $\frac{2}{4}$ de queijo. Para o segundo dia a figura de dois queijos também foram repartidos em quatro partes, porém os dois queijos foram totalmente

utilizados. Neste momento os alunos deveriam escrever da forma que acharem melhor como representar a quantidade de queijo utilizada em cada dia. Em seguida as professoras fariam a fala de que duas formas estavam corretas, por exemplo, para o segundo dia pode tanto dizer que foram utilizados $\frac{8}{4}$ de queijo quanto dizer que foram utilizados 2 queijos porque $\frac{8}{4} = 2$. No terceiro dia a quantidade de queijo utilizada leva o aluno a encontrar uma fração imprópria ou uma fração mista (figura 14) e assim as residentes apresentam o porquê de cada fração ser considerada imprópria ou mista. Finalizam com exercícios e tarefa do livro didático para a turma que ainda não havia realizado.

Figura 14 - Partição do queijo - fração mista ou imprópria



A parte utilizada pode ser representada por:

$$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 39)

As turmas de sexto ano possuem cinco aulas semanais. Para finalizar a semana, propuseram uma atividade em grupo para revisar os conteúdos para a avaliação intitulada sequência das frações. Os alunos receberam uma ficha com várias frações (figura 15) com o intuito de organizá-las em forma crescente. Depois da confirmação da professora que o grupo organizou de forma correta, cada integrante deveria registrar no caderno (a correção no quadro só seria realizada caso necessário).

Figura 15 - Sequência de frações

0	1	$\frac{14}{7}$
3	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$
$\frac{4}{3}$	$1\frac{2}{4}$	$1\frac{8}{10}$
$2\frac{2}{3}$	$\frac{17}{6}$	$2\frac{4}{8}$

Fonte: Livi e Duarte (2020, p 46)

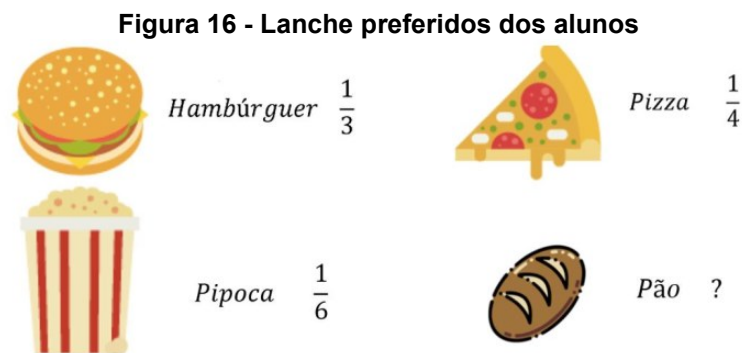
A avaliação teria o propósito de verificar o aprendizado dos alunos contendo todos os temas estudados no decorrer da aplicação do plano. Exercícios extras valendo pontos a mais foram propostos pois observaram que as turmas eram heterogêneas e isso poderia motivar os mais adiantados a resolver. Sobre a avaliação argumentam que “ocorrerá de forma contínua no decorrer de toda as aulas, verificando a participação e a interação dos alunos nas atividades propostas, além da forma de resolução dos exercícios propostos.” (LIVI e DUARTE, 2020, p. 42). Os instrumentos utilizaram todos os exercícios propostos, seja em aula ou como tarefa.

Na semana seguinte, datada de 12 a 15 de agosto de 2019, planejado para mais 5 horas aulas o objetivo geral era “Compreender as frações como sendo a representação de um número e realizar operações de adição e subtração com números fracionários” (LIVI e DUARTE, 2020, p. 47). Os alunos deveriam comparar frações dispondo-as na reta numérica; resolver situações-problemas envolvendo a adição e subtração de frações com denominadores iguais e também com denominadores diferentes neste caso por meio da equivalência de frações.

O plano segue a mesma organização da primeira semana, retomam alguns conteúdos necessários para o desenvolvimento do conteúdo de adição e subtração de frações com denominadores iguais com uma situação problema e resolução de exercício do livro didático com a turma e alguns para tarefa.

O segundo momento é dedicado para adição e subtração de frações com denominadores diferentes e para introduzir esse conteúdo utilizam a seguinte situação: “Na sala de aula de Bruno, foi feita uma pesquisa sobre o lanche preferido

de cada aluno. De acordo com a resposta de todos, os quatro lanches mais votados foram os seguintes:” (LIVI e DUARTE, 2020, p. 59).



Fonte: Livi e Duarte (2020, p. 59)

Podemos observar na figura 16 que a fração que representa o número de alunos que gostam de pão não é apresentada, portanto o problema segue com a informação que “O número de alunos que gostam de pão equivale a diferença entre os que gostam de hambúrguer e os que gostam de pizza.” (LIVI e DUARTE, 2020, p. 60) e a pergunta do problema é “Qual a fração correspondente aos alunos que preferem pão como lanche?” (LIVI e DUARTE, 2020, p. 60). Além dessa pergunta e antes das residentes resolverem junto com a turma, as mesmas instigam os alunos a responderem se é possível chegar a fração que representa quantos alunos escolheram o pão sem fazer os cálculos e se é possível saber qual opção foi mais votada ou menos votada. Após esses questionamentos, seguem para a solução onde vão juntamente com os alunos analisando o problema e decidindo o que se deve fazer, assim pretendem chegar que precisam fazer $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$, depois disso desenham as frações e vão fazendo questionamentos aos alunos, as autoras dizem: “Faremos com que os alunos concluam que é necessário utilizar as frações equivalente para então somar as duas quantidades” (LIVI e DUARTE, 2020, p. 60). Em seguida, com o material já pronto nos slides apresentam para os alunos de forma geométrica algumas frações equivalentes a $\frac{1}{3}$ e também as equivalentes a $\frac{1}{4}$, dessa forma espera-se que os alunos observem que precisam substituir essas frações por outras com denominadores iguais ou seja com o denominador 12 para só então realizar o cálculo que podemos ver na figura 17.

Figura 17 - Resolução de uma subtração de frações com denominadores diferentes.

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$$

Fonte: Livi e Duarte (2020, p.61)

Seguem resolvendo mais alguns exercícios junto com a turma para fixar o conteúdo e passam alguns exercícios de tarefa. As 5 horas-aula do plano¹⁴ se encerram porém as autoras deixam claro que ainda será aplicada uma avaliação sobre os conteúdos das aulas na próxima semana.

Percebemos que as residentes mobilizam saberes construídos ao longo do curso de licenciatura e por meio da suas trajetórias pessoais. Trabalharam fração como número, fração parte-todo e fração como quociente. Utilizaram como metodologia uma aula investigativa, partindo de situações-problema e questionamentos que contribuem para que o aluno participe da construção do conhecimento. A sistematização do conteúdo ocorre apenas no final da aula, após o conteúdo ser trabalhado com a turma. Utilizam recursos didáticos variados como Tangram, a construção deste mesmo material em articulação com a geometria; atividade de recorte também manipulativa em que os alunos teriam que manipular as frações para deixar em ordem crescente; reta numérica; malha quadriculada, etc. Percebe-se também saberes profissionais quando propõem o contrato didático, elaboram avaliação, criam estratégias para domínio de turma, motivação de todos os envolvidos pela aula e utilização de teorias de aprendizagem.

4.2 O plano de aula das regências nos sextos anos - Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva

O segundo plano analisado é dos residentes Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva, aplicado entre os dias 29 de junho à 02 de agosto de 2019. O tempo de 5 horas-aulas foi aplicado em duas turmas de 6º ano (sendo elas 6º C e 6º D). O tema frações envolveu a definição de frações, número misto, frações próprias, impróprias e frações equivalentes.

O objetivo geral foi “Reconhecer e interpretar números racionais na forma fracionária em diferentes contextos, aplicando os conhecimentos sobre frações para

¹⁴ O plano de aula para intervenção pedagógica no sexto estava previsto para 7 horas de aulas aplicadas em duas turmas distintas totalizando 14 horas de aula. Porém, as residentes acabaram construindo uma intervenção de 10 horas aula mais uma avaliação, totalizando 22 horas de regência no ensino fundamental anos finais.

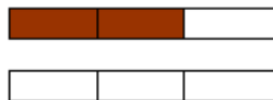
representar e resolver problemas.” (BAIERLE, SILVA, 2020, p. 25). Para isso os alunos deveriam representar partes de um todo por meio de frações; ler e escrever frações, identificando e dando significado ao numerador e denominador; calcular uma fração de uma quantidade; identificar e obter frações equivalentes; comparar frações e organizar na reta numérica.

O plano inicia com uma história que traz uma situação-problema (material impresso) que busca instigar os alunos a perceberem que quando dividimos algo precisamos ter o cuidado para que seja dividido em partes iguais para que ninguém saia no prejuízo. Os residentes também trazem uma história-problema que envolve a partição de uma pizza que foi cortada em pedaços diferentes causando assim uma discussão: quem iria ficar com o pedaço menor? Ou o maior? O problema não é respondido, apenas fica a reflexão de que alguém sairia no prejuízo. Em seguida foi apresentada a história-problema (material impresso) de dois irmãos que foram ao mercado e compraram chocolate, uma barra para cada, mas ao sair do mercado antes mesmo de começarem a comer encontram uma amiga e precisam dividir. Cada um dos irmãos decide dar meia barra para a amiga. Propõem questionamentos aos alunos: “Como você poderia resolver esta situação para que todos comessem partes iguais?” “Como representar esta quantidade utilizando fração?” “Qual fração representaria uma barra de chocolate inteira?” “Qual fração representa a quantidade de chocolate que os dois irmãos comeram?” (BAIERLE, SILVA, 2020, p.27). Cada uma dessas perguntas devem ser respondidas pelos alunos no material impresso. As possíveis respostas estão presentes no plano, como exemplo temos a figura 18.

Figura 18 - Exemplo de uma possível resposta e pergunta apresentada.

Como você poderia resolver esta situação para que todos comessem partes iguais?

- **Possível resposta: Cada barra seria repartida em três partes iguais e cada um comeria dois pedaços.**



Fonte: Baierle e Silva (2020, p. 27)

Na sequência os alunos são provocados a responder mais problemas impressos pensando sobre qual fração que representa a situação e o que representa o inteiro (figura 19):

Figura 19 - Uma das questões presente no plano e sua possível resolução

1) Quatro barras de chocolate divididas por 6 crianças.

R: Pode se repartir da seguinte forma ficando $\frac{1}{2}$ barra para cada um mais $\frac{1}{6}$



Podemos também repartir todas as barras em 6 partes e cada criança comeria $\frac{4}{6}$ da barra:

Neste caso cada inteiro seria representado por $\frac{6}{6}$

Fonte: Baierle e Silva (2020, p. 27)

Ao final do momento ocorreu a correção dos exercícios e os residentes comentam que “durante a correção desta atividade podemos explicar que as frações impróprias podem ser representadas como um número misto e pedir para que os alunos observem as atividades e transformem as que possuem frações impróprias em número misto.” (BAIERLE, SILVA, 2020, p. 30).

Em seguida foi realizada uma atividade envolvendo o Cubo Mágico (KOLLING, MERLI, 2021), para isso a sala foi dividida em grupos com 5 ou 6 integrantes e cada grupo recebeu ao menos um Cubo Mágico já embaralhado. Os residentes, com um cubo em mãos, pretendem encontrar em uma face do Cubo as frações presentes de acordo com as cores. Cada grupo deve escolher uma face do cubo e apresentar para a turma, por exemplo, a fração que representa a quantidade de quadradinhos verdes em relação à face e assim com as demais cores em relação à face. Na sequência pedem para colocar as frações em ordem crescente. Depois pode se repetir o processo para outras cores. Durante a atividade os autores ressaltam que questionaram os alunos sobre quais eram a menor e a maior frações que poderiam ser representadas levando em consideração uma face do cubo. Quando os alunos chegarem que a maior fração se trata da fração $\frac{9}{9}$ deveriam realizar uma breve exposição oral sobre o tratamento das frações como número.

Os residentes utilizaram como recurso didático um “varal de frações” que consistia num barbante preso no quadro de giz para representar a reta numérica. Os alunos deveriam pendurar cada uma das frações entregues no seu devido lugar. Num primeiro momento foi trabalhado com as frações de denominador 9 para associar ao cubo mágico. Para que os alunos compreendam o significado das frações como número propõem que a atividade seja realizada várias vezes.

Em seguida foi trabalhada a fração como quantidade e para isso trouxeram três perguntas para serem respondidas, entre elas: “Francisca tem uma dúzia de bananas e vai usar $\frac{1}{3}$ delas para fazer bolo, quantas bananas ela vai usar?” (BAIERLE, SILVA, 2020, p.30).

O cubo mágico novamente foi mobilizado, porém, desta vez deve estar montado de forma que cada face estivesse com uma única cor. Foram feitos questionamentos aos alunos como qual a probabilidade da cor verde ficar em cima? E na lateral? A cor vermelha possui mais chances do que a verde? Após as perguntas serem respondidas, os residentes explicam que essa chance de algo acontecer é também conhecida como probabilidade e em muitos casos é representada na forma de fração. O livro didático é mobilizado para que os alunos resolvam alguns exercícios de fixação do conteúdo.

Com o intuito de comparar frações com denominadores diferentes, os residentes propuseram a construção de tiras de frações (papel A4), todas com o mesmo comprimento, mas divididas em meios, terços, quartos, quintos, sextos, sétimos e oitavos. Inicialmente deveriam dobrar a folha ao meio e depois ao meio novamente até que ficassem com 8 tiras iguais. Em seguida, uma das tiras foi cortada ao meio, neste momento foi perguntado aos alunos que fração representa cada parte em relação a tira e a resposta deveria ser $\frac{1}{2}$. Os alunos deveriam registrar em cada parte a fração que ela representa. O processo se repetiu dividindo a próxima tira em 3 partes, depois em 4 e assim por diante. Com o auxílio do material os alunos puderam comparar, por exemplo $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{4}$ e perceber que $\frac{1}{3}$ é maior. O material de baixo custo também foi propício para trabalhar frações equivalentes e operações.

Para trabalhar as frações equivalentes, também foram utilizados os modelos circulares. A aula inicia com o seguinte problema:

Rosa comprou dois queijos iguais para fazer pão de queijo. Suas netas Emília e Sofia vão lhe ajudar. Emília cortou um queijo em quatro partes iguais e separou $\frac{2}{4}$ para sua vó, Sofia cortou o outro queijo em 8 partes iguais e separou $\frac{4}{8}$ deste queijo. Qual de suas netas separou mais queijo para fazer os pães de queijos? R: Com a realização da atividade os alunos devem perceber que as duas frações representam a metade do queijo, ou seja, tem o mesmo valor, percebendo que ambas são equivalentes.(BAIERLE e SILVA, 2019, p.35)

Para que os alunos cheguem na resposta utilizaram os setores circulares e voltaram a utilizar as tiras de frações para encontrar outras frações equivalentes. De

acordo com as tiras de frações encontradas foram $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ e $\frac{4}{8}$. Os residentes tinham por objetivo fazer com que a turma percebesse que para ir de uma fração equivalente para outra devemos multiplicar o numerador e o denominador pelo mesmo número. Finalizaram o plano voltando a trabalhar com o varal de frações como uma revisão dos conteúdos envolvendo também frações equivalentes, próprias e impróprias e números mistos.

Na turma havia uma aluna com Síndrome de Down com acompanhante e dessa forma no plano estava previsto atividades diferenciadas sobre o conteúdo, mas adequadas à criança deficiente. Houve uma preocupação por parte dos residentes de levar algo adaptado para a aluna. Conforme mencionado, as atividades pensadas para a aluna se tratavam do conteúdo que o restante da turma estava vendo, porém de forma simplificada.

O plano encerra dizendo que foram utilizados os recursos do quadro, giz, papel A4, cubo mágico, barras de frações, varal de frações e discos de fração. Para avaliar foram usados como critérios a participação por parte dos alunos nas atividades propostas.

Para a segunda semana de regência que ocorreu entre os dias 05 e 08 de agosto de 2019. O plano também foi pensado para 5 horas-aula e aplicado nas mesmas turmas 6°C e 6°D. O tema continua sendo as frações mas com o conteúdo voltado para as operações com frações: adição, subtração, multiplicação e divisão e resolução de problemas envolvendo as operações.

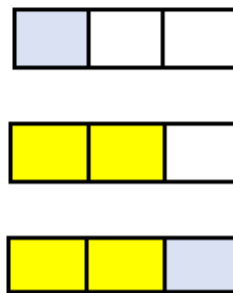
Na adição de frações foi explicado para os alunos que existem dois tipos. O primeiro deles quando o objeto é dividido em partes iguais e o segundo quando o objeto é dividido em partes diferentes, e então se associa a ideia de denominadores iguais e denominadores diferentes. Em seguida (figura 20) começa a explicação de como funciona a adição com denominadores iguais tanto na representação algébrica quanto na geométrica sendo que nesta parte foi feito o uso das tiras de frações anteriormente confeccionadas pelos alunos.

Figura 20 - Adição de frações com denominadores iguais
Exemplo:

1. Mantemos o denominador e somamos o numerador.

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{(1+2)}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

Fazendo a representação geométrica temos:



Fonte: Baierle e Silva (2020, p. 47)

Para adição com denominadores diferentes o plano faz a abordagem de dois modos diferentes. O modo 1: “Dada a soma de duas frações com denominadores diferentes, multiplicamos os denominadores, fazemos a multiplicação cruzada entre os numeradores e denominadores, por fim, somamos” (BAIERLE, SILVA, 2020, p. 47). Em seguida é apresentado um exemplo como mostra a figura 21. Além disso, os residentes fizeram a soma com os alunos utilizando as tiras de frações confeccionadas com os alunos para explicar a regra e fazem o seguinte comentário no plano “Também, podemos trocar as frações pelas suas frações equivalentes, de modo, que ambas tenha o mesmo denominador” (BAIERLE, SILVA, 2020, p. 48).

Figura 21 - Soma de frações com denominadores diferentes

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{(1 \times 3) + (2 \times 1)}{2 \times 3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

Fonte: Baierle e Silva (2020, p. 47)

O modo 2 se trata do Mínimo Múltiplo Comum (MMC) porém mais ligado a frações equivalentes e não apenas ao método, pois inicia com a descrição “para fazer a adição de frações com denominadores diferentes, obtemos inicialmente as frações equivalentes às frações dadas com o mesmo denominador. Em seguida realizamos a adição...” (BAIERLE, SILVA, 2020, p. 51). Segue o exemplo contido

no plano de aula da adição das frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$, onde primeiramente é encontrado 6 como o MMC, podemos ver mais detalhado na figura 22. Em seguida deve-se encontrar frações equivalentes às iniciais porém com o denominador 6, somente depois pode-se somar as frações com denominadores iguais.

Figura 22 - Adição de frações com denominadores diferentes usando MMC

Exemplo:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

- i. Inicialmente calculamos o MMC dos denominadores, ou seja, entre 2 e 3:

$$\begin{array}{r|l} 2, 3 & 2 \\ 1, 3 & 3 \\ \hline 1, 1 & 6 \end{array}$$

Fonte: Baierle e Silva (2020, p. 48)

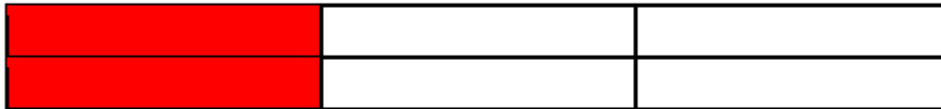
A subtração de frações foi trabalhada da mesma forma e estas podem ser representadas por um retângulo, um círculo, utilizando as frações equivalentes ou o MMC. Os conteúdos foram reforçados com a resolução de exercícios no livro didático.

Para a multiplicação de frações a abordagem é tanto algébrica quanto geométrica como podemos ver na figura 23. Ressaltamos aqui que apenas resolver de maneira algébrica seria muito mais fácil e rápido, porém os alunos fariam de forma mecânica, quando os residentes apresentam a forma geométrica é possível obter um entendimento melhor de porque multiplicar uma fração pela outra.

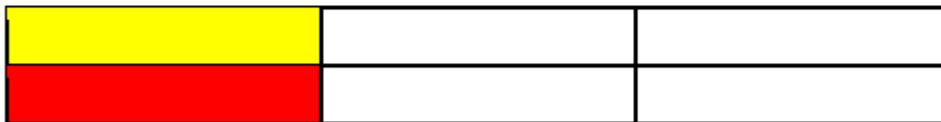
Figura 23 - Multiplicação de frações pela forma geométrica



Devemos agora encontrar $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$. Portanto dividiremos $\frac{1}{3}$ em 2 partes iguais.



Agora vamos destacar os $\frac{1}{2}$ dos $\frac{1}{3}$.



o resultado é a parte destacada da figura (amarelo), ou seja, temos 1 parte no total de 6, isto é: $\frac{1}{6}$

Portanto, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ é igual a $\frac{1}{6}$ do todo, que pode ser representado por:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Fonte: Baierle e Silva(2020, p. 58)

O conteúdo de divisão também é apresentado de forma similar, e ressaltam que sempre é possível fazer a divisão a menos que o divisor for zero, e apresentam também a explicação de porque em alguns casos a divisão de duas frações resulta em um número inteiro podemos ver esta explicação na figura 24.

Figura 24 - Divisão de duas frações que resultam em um número inteiro

Resolvendo a seguinte divisão de frações vemos que resultará em número inteiro:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} * \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

Geometricamente podemos observar melhor o porquê isto ocorre, pois vemos que um quarto cabe duas vezes em um meio:



Fonte: Baierle e Silva (2020, p. 58)

E em seguida são passadas tarefas do livro didático para os alunos entregarem. A orientação sobre os critérios de avaliação foram que os exercícios fossem copiados, respondidos e que em cada exercício fosse apresentado um cálculo ou uma justificativa para a resposta. O plano então se encerra com a seguinte observação:

Observando as aulas, nos deparamos com uma aluna com síndrome de down, por este motivo, levamos na semana passada algumas atividades impressas para avaliar o conhecimento da mesma sobre frações, percebemos que a mesma sabe ler as frações, porém ainda não associa fração como parte do todo, para isso preparamos algumas atividades (Apêndice 1) para tentar fazer com que a mesma desenvolva esta percepção (BAIERLE e SILVA, 2020, p. 62)

A partir dessa observação percebemos que os residentes olharam para a aprendizagem desta aluna e não simplesmente seguiram suas aulas com a turma mas tentaram desenvolver um conhecimento nesta aluna de acordo com sua aprendizagem.

Os autores não deixaram claro no plano mas no anexo há uma avaliação que contém o conteúdo desenvolvido nas turmas. Ao analisar os relatórios de regência temos a informação que a avaliação foi aplicada.

Os autores deste plano trabalharam com os cinco tipos de fração sendo eles, fração como número, parte-todo, fração como medida, quociente e operador multiplicativo. Utilizaram como metodologia a resolução de problemas em aulas investigativas fazendo o fechamento do conteúdo apenas no final das aulas.

Utilizaram diversos materiais didáticos manipuláveis durante as aulas como o cubo mágico, setor circular, as tiras de frações construídas pelos alunos, o varal de frações, trazem no plano diversas figuras. Fazem também a articulação do conteúdo de frações com a geometria, trazendo diversas vezes a representação geométrica das frações e suas operações de forma a ficar mais claro para os alunos o porque a parte aritmética funciona daquela forma e que não é apenas uma regra.

Neste plano percebemos que os professores em formação inicial mobilizam saberes construídos através de suas vivências e ao longo do curso de licenciatura. Trabalharam os cinco significados de frações apresentados neste trabalho. Utilizaram aulas investigativas com a metodologia de resolução de problema e induzem os alunos através de questionamentos para que o aluno participe da construção do conhecimento. Utilizam recursos didáticos variados como Cubo Mágico, Varal de Frações, Tiras de Frações e Setor Circular. Articulam o conteúdo de frações a outros conteúdos. Como possuem em uma das turmas uma aluna com Síndrome de Down, trazem adaptações nas atividades para esta aluna.

4.3 O plano de aula das oficinas nos sextos anos - Adriana Livi, Adriéli Duarte e Simoni Berger

O plano de aula das oficinas tem características distintas dos planos de aula das regências em sala de aula, pois os residentes tiveram mais autonomia na elaboração. Poderiam escolher o conteúdo e usar da criatividade para tornar a oficina atrativa aos alunos.

O terceiro plano foi de autoria de Adriana Livi, Adriéli Duarte e Simoni Berger, datado de 06 de maio de 2019 com duração de 1h30min e intitulado “Forno Mágico”. O tema da oficina foi sobre os números racionais na sua representação fracionária e apresenta como objetivo reafirmar o conceito de frações por meio de atividades práticas. Para isso os alunos deveriam identificar os termos da fração; estabelecer a noção de partes do inteiro; verificar que o mesmo inteiro pode ser dividido em uma quantidade diferente de partes iguais; identificar frações equivalentes e introduzir as diferentes ideias associadas às frações por meio da situação explorada.

Os alunos foram divididos em grupos e as residentes iniciaram a oficina fazendo alguns questionamentos: Quando cozinhamos algo há Matemática envolvida? De que forma?. Caso os alunos não cheguem na resposta às autoras do

plano induziram a turma para que cheguem à seguinte resposta: “Sim, porque utilizam-se medidas e valores, frações, algumas vezes até percentuais”. Seguem argumentando com os alunos até que percebam que o conteúdo de frações é muito importante nas receitas e na hora de cozinhar.

O segundo momento foi prático e envolve os alunos produzirem um bolo de chocolate. Para isso, cada aluno recebeu um kit contendo o que iriam precisar como: um recipiente, um garfo, uma colher, um copo, uma régua, um canetão, ingredientes de acordo com a receita e a receita do bolo impressa.

Após a entrega do kit as autoras ressaltam que o copo seria utilizado como medidor dos ingredientes e que o canetão seria utilizado para marcar no copo a quantidade utilizada de cada ingrediente. Pediram que os alunos fizessem com muito cuidado pois caso utilizassem a quantidade errada de ingredientes o bolo não ficaria gostoso.

Na receita apresentada para os alunos as residentes se preocuparam em colocar a medida dos ingredientes todas como uma fração, até mesmo quando o ingrediente era apenas 1 ovo, elas colocaram na receita a informação de que seria utilizado $\frac{1}{12}$ da dúzia de ovos. Os alunos tinham também o modo de preparo na receita, basta seguir da maneira correta.

Após a produção da massa do bolo segue para o terceiro momento que leva o nome do plano de aula “Forno Mágico”. As autoras explicam que neste momento o bolo cru foi trocado por um já assado, como mágica. Enquanto os alunos aguardavam o bolo “esfriar” fizeram a sistematização dos conteúdos que se deu por meio de perguntas para os alunos em relação à fração parte todo e que os levaram à conclusão de que o copo é o todo que pode ser dividido em várias partes diferentes de acordo com o que se pede no ingrediente. As alunas deixam claro no plano que mesmo que os alunos já soubessem que o denominador representa quantas vezes se divide o todo e o numerador é quantas partes foram tomadas acharam importante reforçar este conteúdo. Foi trabalhada também a noção de frações equivalentes, pois uma parte da receita pedia que se colocasse $\frac{4}{8}$ de açúcar e $\frac{1}{2}$ de chocolate em pó. As residentes planejaram para este momento chamar dois alunos até a frente para que um enchesse o copo de água de acordo com a quantidade de açúcar pedida e outro enchesse também de água mas com a quantidade de chocolate pedida, as residentes utilizam a água pigmentada para

fazer essa atividade pois tem a preocupação de que todos os alunos consigam enxergar o que está acontecendo, além dessa prática representaram no quadro de maneira geométrica essas duas frações (figura 25) deixando claro que possuem um nome especial e ressaltando que “Todo o processo de construção da representação geométrica será feito passo a passo, enfatizando os termos (denominador e numerador) da fração e seus significados.” (LIVI, DUARTE, BERGER, 2020, p. 177).

Figura 25 - Representação das frações equivalentes $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{8}$



Fonte: Livi, Duarte e Berger (2020, p. 177)

Após esta representação os alunos foram levados a olhar para a receita e procurar por outras frações que representam a mesma quantidade que as duas já apresentadas devendo encontrar que foi utilizado $\frac{3}{6}$ de água.

Depois deste momento as autoras entregaram uma folha com retângulos para que os alunos desenhassem cada uma das frações requeridas em cada uma das situações, sendo essas situações-problema que seriam apresentados para os alunos responderem tanto na forma algébrica quanto na geométrica, a primeira situação por exemplo se trata da seguinte pergunta “Consideremos que o bolo tenha sido dividido em 15 fatias iguais e destas 7 foram comidas. Represente geométrica e algebricamente a quantidade de fatias consumidas e as que sobraram do bolo.” (LIVI, DUARTE, BERGER, 2020, p. 178). Além desta questão foram passadas outras situações que são respondidas por meio da adição, divisão e razão. A oficina encerra-se, mas as residentes ainda trazem no final o quanto utilizariam de cada ingrediente contando que precisariam aplicar o mesmo plano 11 vezes (sendo uma vez para apresentar para os colegas de forma prévia e 10 vezes na oficina dentro do tempo estabelecido) de forma que não faltasse ingredientes para nenhuma aplicação.

Neste plano de oficina, é notável a escolha das professoras em formação inicial em fazer um plano com o conteúdo de frações, isto significa que provavelmente este conteúdo é relevante para as mesmas e que mobilizam saberes construídos ao longo do curso para poder aplicar este plano, utilizam como

metodologia uma aula investigativa com situações-problema, sendo uma delas baseada em um problema real que é a preparação de um bolo, porém adaptada para que a medida de todos os ingredientes aparecessem como fração. Trabalharam na prática com os alunos e somente ao final da prática fazem a sistematização do conteúdo.

4.4 O plano de aula das oficinas nos sextos anos - Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva

O quarto plano analisado também é de autoria de Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva, porém não se trata mais de um plano de regência em sala de aula e sim de um plano de regência em oficinas. O plano é datado do dia 11 de setembro de 2019 e teve duração de duas horas aula de oficina mais uma hora aula de gincana, planejado para ser aplicado no Colégio Estadual Jardim Europa. Teve como tema “O caminho dos Enigmas” e o conteúdo envolvido foi raciocínio lógico. Um dos conteúdos da atividade foi sobre as frações. O objetivo geral foi analisar e resolver situações-problema utilizando raciocínio lógico por meio de um cenário investigativo contendo apenas um enigma no qual os alunos precisam utilizar o significado de frações como quantidade para chegar a resolução do problema. O problema apresentado é um problema adaptado de Malba Tahan (2013) que consiste na história de um rajá que deixou 36 pérolas para suas filhas mas para serem distribuídas com a seguinte condição: a primeira filha ficaria com uma pérola e $\frac{1}{7}$ das pérolas restantes, a segunda filha pegaria 2 pérolas e $\frac{1}{7}$ das pérolas restantes e assim por diante.

Foi dito para os alunos que as filhas ao saber da condição do pai pensaram que algumas saíram no prejuízo. Os alunos foram levados a verificar se realmente houve prejuízo para alguém, com quantas pérolas cada filha ficou. No problema não foi apresentado o número de filhas, então só conseguiram encontrar esse número fazendo a distribuição das pérolas. Para ajudar na resolução foi entregue uma folha com 36 bolinhas desenhadas representando as pérolas. Esperava-se que os alunos utilizassem de seus conhecimentos para chegar em uma resposta semelhante a apresentada a seguir:

Sabemos que haviam 36 pérolas.

A primeira tirou uma pérola e mais um sétimo de 35, isto é, 5; logo tirou 6 pérolas.

A segunda, das 30 que encontrou, tirou 2 mais um sétimo de 28 que é 4, logo tirou 6.

A terceira, das 24 que encontrou, tirou 3 mais um sétimo de 21 que é 3, tirou, portanto, 6.

A quarta, das 18 que encontrou, tirou 4 mais um sétimo de 14 que é, Recebe também 6.

A quinta encontrou 12 pérolas, dessas 12 tirou 5 e um sétimo de 7, isto é, 1, logo tirou 6.

A filha mais nova recebeu por fim as 6 pérolas restantes.(BAIERLE e SILVA, 2020, p. 226)

O plano segue com outros exercícios que não serão comentados aqui por não haver relação com o conteúdo de frações, pois como podemos perceber os planos de oficinas possuem uma abertura maior para a criatividade do residente, como ele pode escolher o que trabalhar, não precisa ficar preso a um conteúdo apenas.

Percebemos neste plano de oficina a escolha dos professores em formação inicial por trazer apenas um problema sobre frações e não o plano todo, porém nesta parte do plano analisada percebemos a utilização da metodologia investigativa através da resolução de um único problema referente à fração como quantidade que trás um pouco da historia da matemática no ensino.

Como já comentado, percebemos que o plano de uma oficina é mais aberto pois o aluno pode escolher o tema que quer aplicar. Ao contrário do de regência em sala de aula onde a matemática a ensinar é definida pelo professor e cabe ao residente acatar, podendo definir apenas o que utilizar na matemática para ensinar. O plano de oficina permite ao residente usar de mais criatividade e escolher o tema que se sinta mais à vontade para lecionar, portanto é normal que a dupla composta por Clóvis Baierle e Iasmim Qualio apresentem apenas uma pequena parte do plano relacionada a frações onde os alunos poderiam usar seus conhecimentos de fração parte todo para resolver e partiriam para o próximo conteúdo, pois o foco foi raciocínio lógico e não frações, já as autoras, Adriana Livi, Adriéli Duarte e Simone Berger focaram em frações o plano todo trabalhando com frações parte todo com a metodologia investigativa e divertida pois os alunos estavam aprendendo matemática ou utilizando os conhecimentos que já possuíam para fazer um bolo que depois poderiam comer, trazendo dessa forma a matemática como algo do cotidiano.

4.5 Saberes mobilizados na construção de planos de regência/oficinas pelos professores em formação inicial

No quadro 3, trazemos um quadro síntese sobre alguns saberes mobilizados para a elaboração dos planos. Acreditamos que parte deles tenha sido construídos em função dos saberes matemáticos a ensinar e para ensinar objetivados nas disciplinas do curso de licenciatura em matemática. Para a elaboração e aplicação do plano de aula esses saberes são indissociáveis.

Quadro 3 - Quadro síntese dos saberes mobilizados

Plano / Residentes	Saberes mobilizados
Plano 1/Regências nos sextos anos - Adriana Livi e Adriéli Duarte	<ul style="list-style-type: none"> ● Utilizam aulas investigativas e situações problemas ● Utilizam material manipulável: Tangram, malha quadriculada, reta numérica, modelos de comprimento, modelos de área ● Articulam o conteúdo de frações a geometria e a representação geométrica ● Articulam o conteúdo de frações a área ● Apresentam o Contrato didático ● Entendem a avaliação como processo ● Valem-se da História da matemática no ensino ● Trabalham vários sentidos e significados das frações ● Valem-se de estratégias motivacionais, de domínio de turma e de teorias de aprendizagem
Plano 2/ Regências nos sextos anos - Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva	<ul style="list-style-type: none"> ● Utilizam aulas investigativas com a metodologia de resolução de problemas. ● Utilizam material manipulável Cubo Mágico, Varal de Frações, Tiras de frações e Setor Circular ● Articulam o conteúdo de frações a representação geométrica ● Trabalham vários sentidos e significados das frações, inclusive probabilidade ● Trazem atividades adaptadas para uma aluna com síndrome de down ● Articulam representações geométricas e algébricas das frações
Plano 3/ Oficinas - Adriana Livi, Adriéli Duarte e Simoni Berger	<ul style="list-style-type: none"> ● Utilizam aulas investigativas ● Utilizam uma situação problema do cotidiano - produção de um bolo para dar sentido às frações ● Utilizam uma atividade prática com os alunos
Plano 4/ Oficinas - Clóvis Luiz Baierle e Iasmim Qualio da Silva	<ul style="list-style-type: none"> ● Utilizam aulas investigativas ● História da matemática no ensino

Fonte: As autoras (2022)

Percebe-se também que os residentes utilizam muita criatividade e autonomia para elaborar os planos de aula. Nos planos de oficina esta autonomia envolve inclusive a escolha do tema e dos conteúdos a serem trabalhados.

Retomamos a ideia apresentada por Largo *et al* (2016) e acreditamos que o estágio do curso de licenciatura em matemática já fazia muito do que a residência pedagógica almeja:

O fato dos acadêmicos elaborarem novos materiais e atividades, inovadoras e criativas, destaca o diferencial do Estágio, reforçando a ideia de que é possível pensar um Estágio comprometido com a integração entre teoria e prática, no qual, tudo o que foi aprendido na universidade é utilizado na prática (LARGO et al, 2016, p. 375).

A partir das análises empreendidas, em todos os planos foi possível observar o uso de aulas investigativas, a utilização de materiais manipuláveis, articulação com outros conhecimentos, e alguns itens importantes também que apareceram exclusivamente em um ou outro plano como o contrato didático com a turma, estratégias motivacionais de domínio de turma e de teorias de aprendizagem e as atividades adaptadas para uma aluna com Síndrome de Down, caso este que talvez não tenha sido apresentado em outros, por não ter alunos em sala que precisassem de adaptação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo responder quais são os saberes mobilizados pelos estudantes em residência pedagógica “**para**” ensinar frações. Após desenvolver a pesquisa sobre o assunto e analisar quatro planos de aulas foi possível encontrar vários saberes explícitos nos planos de aula, sendo eles a utilização de aulas investigativas, situações-problema, história da matemática, diversos materiais manipuláveis, articulação do conteúdo de frações a outros conteúdos, uso do contrato didático, entendimento da avaliação como processo, utilizam também estratégias motivacionais de domínio de turma e teorias de aprendizagem, fazem a adaptação de atividades para uma aluna com Síndrome de Down e em relação ao conteúdo são trabalhados vários sentidos e significados de fração, e em todos os planos é utilizada muita criatividade e autonomia, deste modo o objetivo proposto neste trabalho foi alcançado.

Os planos embora sejam de professores em formação inicial específicos, sempre contam com a orientação de professores da área de educação matemática, portanto os saberes podem tanto representar os saberes que os licenciandos já tinham ou que eles precisaram construir dada a orientação dos professores especialistas para dar conta das atividades do Residência Pedagógica.

Em relação aos estudos realizados ao longo deste trabalho, sucede que este trabalho proporcionou que houvesse um aprofundamento dos conhecimentos relativos aos saberes que um professor deve ter à ensinar e para ensinar, também permitiu que houvesse um estudo sobre quais são os conteúdos relacionados a frações que devem ser ensinados nos sextos anos e a análise de planos riquíssimos para o ensino de frações, estudos esses que viabilizaram um grande enriquecimento acadêmico.

Neste trabalho o foco saberes profissionais que foram mobilizados pelos estudantes em residência pedagógica para a construção de planos de aula sobre frações para o sexto ano do ensino fundamental, fica como sugestão para um próximo trabalho, analisar os saberes utilizados em outros anos.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Conselho Pleno. Parecer CNE/CP nº 28, de 2 de outubro de 2001.** Dá nova redação ao Parecer CNE/CP 21/2001, de 6 de agosto de 2001, e discorre sobre a duração e a carga horária dos cursos de Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF, 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/028.pdf>. Acesso em: 2 mar. 2021
- BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Conselho Pleno. Resolução CNE/CP 1, de 18 de fevereiro de 2002.** Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, DF. 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CP012002.pdf>. Acesso em: 6 jun. 2022
- BRASIL.Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.**Portaria GAB Nº 38, de 29 de fevereiro de 2018.** Disponível em:<https://www.gov.br/capes/pt-br/centrais-de-conteudo/28022018-portaria-n-38-institui-rp-pdf>. Acesso em: 18 mai.2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular-BNCC.** Brasília, 2018.Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/> . Acesso em 22 abr. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Pisa 2018 revela baixo desempenho escolar em Leitura, Matemática e Ciências no Brasil.** Brasília, 2019.Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/83191-pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil> Acesso em 23 abr. 2022.
- CASTRUCCI, Benedicto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni. **A conquista da matemática 7.** 4ª edição. São Paulo: editora FTD, 2018.
- DRECHMER, Patricia Aparecida de Oliveira;ANDRADE, Susimeire Vivien Rosotti de. **O estudo de frações e seus cinco significados.** XII Conferência Interamericana de Educação Matemática, Recife- PE, 2011. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1660/728 Acesso em: 06 mar. 2022
- HOFSTETTER, R.; SCHNEUWLY, B. Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 113-172.KOLLING, B. A. S.; MERLI, R. F. O ENSINO DE FRAÇÕES POR MEIO DO CUBO MÁGICO UTILIZANDO AS UNIDADES DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVAS (UEPS). **Revista de História da Educação Matemática**, v. 7, p. 1-21, 9 jul. 2021.
- LARGO, V.; FREITAS, C. R. de; MERLI, R. F.; VERTUAN, R. E. “Eu acredito no estágio!” Superando paradigmas e construindo um “jeito de fazer”. In: QUINELATO, L. A. et. al (Org.) UTFPR Toledo 10 anos: crescimento em pesquisa, ensino e extensão. Toledo: DRHS, 2016 p.362 - 376.

LÜDKE, Menga. ANDRE, Marli E.D.A. A Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. 2 ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial curricular do Paraná:** princípios, direitos e orientações. **Curitiba, PR:** SEED/PR, 2018. Disponível em: <http://www.referencialcurricularoparana.pr.gov.br/>. Acesso em 22 abr. 2022.

Prova Paraná Avaliação Diagnóstica. Paraná Inteligência Artificial. Disponível em: <https://www.provaparana.pr.gov.br>. Acesso em 03 jun. 2022.

SCHEFFER, Nilce Fátima; POWELL, Arthur Belford. **Frações na Educação Básica: o que Revelam as Pesquisas Publicadas no Brasil de 2013 a 2019.** Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão-PR, v.09, n.20, p.08-37, nov.-dez. 2020.

SCHIMITZ, Gabriela; TOLENTINO NETO, Luiz Caldeira Brant. A Prática como Componente Curricular: Panorama das Publicações e Contextos da Produção Científica. **Revista Internacional de Educação Superior**, Campinas, volume 8, jun, 2021. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/riesup/article/view/8664826/26941> > Acesso em: 05 jun,2022

SILVESTRE, Magali Aparecida; VALENTE, Wagner Rodrigues. **Professores em Residência Pedagógica: Estágio para ensinar Matemática.** Petrópolis,RJ: Vozes, 2014.104 pg.

TAHAN, Malba . **O Homem que Calculava** : 83ª edição. Rio de Janeiro: Editora Record,2013.

VALENTE, W. R. A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: os saberes para a formação do educador matemático. In: HOFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. Saberes em (trans)formação: tema central da formação de professores. São Paulo: Livraria da Física, 2017. p. 201-228.