

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

MARCOS ALEXANDRE AULER OECHSLER

**TEORIA DOS JOGOS E O EQUILÍBRIO DE NASH NO PROCESSO DE ENSINO E
APRENDIZAGEM**

TOLEDO

2022

MARCOS ALEXANDRE AULER OECHSLER

**TEORIA DOS JOGOS E O EQUILÍBRIO DE NASH NO PROCESSO DE ENSINO E
APRENDIZAGEM**

Game theory and Nash equilibrium in the teaching and learning process

Projeto do Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo, como requisito parcial à aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2.

Orientador(a): Ms(a). Dione Ines Christ Milani.

TOLEDO

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

MARCOS ALEXANDRE AULER OECHSLER

**TEORIA DOS JOGOS E O EQUILÍBRIO DE NASH NO PROCESSO DE ENSINO E
APRENDIZAGEM**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do título de
Licenciado em Matemática da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 24 / junho / 2022

Dione Ines Christ Milani
Mestrado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Gustavo Henrique Dalposso
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Rosangela Aparecida Botinha Assumpção
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Wilian Francisco de Araujo
Doutorado
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

TOLEDO

2022

AGRADECIMENTOS

Certamente estes parágrafos não irão atender a todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas elas podem estar certas que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

Primeiramente devo citar os ótimos professores que tive nessa trajetória, apesar de eu ser teimoso e sempre questionar, aprendi muito com todos eles. Agradeço a minha orientadora Prof.(a) Dr.(a) Dione Ines Christ Milani, pelo conhecimento e experiência que colaborou muito para a realização desse trabalho e com toda certeza é uma professora que eu nunca vou esquecer. Não poderia esquecer também do meu colega de turma Marlon pela parceria nessa trajetória que virou um grande amigo e que sempre estivemos andando juntos nessa loucura que chamamos de matemática. Agradeço minha família por todo o apoio durante minha graduação e minha namorada Daniela que esteve comigo nesse momento final.

Enfim, sem o apoio dessas pessoas tenho certeza que o caminho seria muito difícil vencer essa etapa e espero encontra-los no futuro ou ainda quem sabe como colegas de trabalho.

RESUMO

A Teoria dos Jogos revolucionou a economia e a forma que era tratada e hoje é amplamente utilizada em muitas áreas. Nessa mesma linha, o processo de ensino e de aprendizagem sofre constantes mudanças, sempre em busca de uma estratégia que melhor se encaixe e que gere maior aproveitamento. Esse trabalho visa relacionar a Teoria dos Jogos com o processo de ensino e de aprendizagem, a fim de encontrar uma solução ideal e que gere maior aprendizagem possível. Para isso, um grupo de alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 3 dos cursos de Engenharias Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo, foram entrevistados e responderam um questionário, o qual foi a base de dados de estudo. Estes resultados foram usados para modelar matematicamente o estudo usando Teoria dos Jogos, mapeando as principais e as melhores estratégias e assim, estabelecendo um cenário ideal para que os alunos tenham o melhor rendimento. Os alunos foram divididos em dois grupos de jogadores, os que preferem estudar individualmente e os que preferem estudar em grupo. Foi encontrado um equilíbrio de Nash nesses dois estilos, cada um deles com a estratégia dominante. Aos alunos que preferem o estudo em grupo, a disciplina é considerada difícil, são focados nas aulas e estudam bastante em horários extracurriculares, já para os alunos que preferem o estudo individual, a disciplina é considerada mediana, mas também são muito focados e com bastante estudo extracurricular. Isso permite traçar estratégias para o maior sucesso no processo de ensino-aprendizagem não apenas na disciplina amostrada, mas em todas as áreas de ensino.

Palavras-chave: Educação; Teoria dos jogos; Estratégias; Cálculo; Aprendizado.

ABSTRACT

Game Theory revolutionized the economy and the way it was treated and is now used in many areas. Along the same lines, the teaching and learning process undergoes a change of strategy, always in search of better results and that generates greater use. This work aims to relate Game Theory with the teaching and learning process, in order to find an ideal solution that generates the greatest possible learning. For this, a group of students from the Differential and Integral Calculus 3 discipline of the Engineering courses at the Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Toledo, were interviewed and answered an interval, which was the study database. These results were used to mathematically model the study using Game Theory, mapping as main and best strategies and thus establishing an ideal scenario for students to have the best performance. The students were divided into groups of players, those who chose two and chose those who chose in a group. A Nash equilibrium was found in these two styles, each with a dominant strategy. For students who are chosen enough, the group is considered difficult, focused on extracurricular disciplinary studies, while for students who are studied individual study, the discipline is considered in a group, but also very focused and with a lot of extracurricular study. This makes it possible to outline strategies for greater success in the teaching-learning process not sampled in the discipline, but in all teaching areas.

Keywords: Education; Game theory; Strategies; Calculation; Apprenticeship.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Pesquisadores que iniciaram a Teoria dos Jogos.....	17
Figura 2: John Forbes Nash.....	18
Figura 3: Preferência de estudo em grupo ou individual.	31
Figura 4: Nível de dificuldade relatado na disciplina de Cálculo 3.....	32
Figura 5: Foco durante as aulas.....	33
Figura 6: Estudo extracurricular.	34
Figura 7: Resultados finais.....	35
Figura 8: Boxplot das notas.....	36

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Matriz P Generalizada.....	19
Quadro 2: Matriz Payoff Exemplo 1.....	21
Quadro 3: Matriz Payoff Exemplo 1 reduzida.....	21
Quadro 4: Matriz Payoff Exemplo 1 reduzida 2.....	22
Quadro 5: Matriz Payoff Exemplo 1 reduzida 3.....	22
Quadro 6: Matriz <i>Payoff</i> Exemplo 2.4.1.....	25
Quadro 7: Matriz <i>Payoff</i> Reduzida Exemplo 2.4.1.....	25
Quadro 8: Matriz <i>Payoff</i> Exemplo 2.4.2.....	27
Quadro 9: Matriz <i>Payoff</i> final.....	40
Quadro 10: Matriz <i>Payoff</i> final reduzida 1.....	40
Quadro 11: Matriz <i>Payoff</i> final reduzida 2.....	40
Quadro 12: Matriz <i>Payoff</i> com equilíbrio de Nash.....	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Respostas coletadas no questionário.....	28
Tabela 2: Preferência no modo de estudar: em grupo ou individual.	30
Tabela 3: Nível de dificuldade da disciplina.....	31
Tabela 4: Nível de foco relatado pelos alunos, quanto ao estudo.	32
Tabela 5: Quantidade de estudo da disciplina em horários extracurriculares.	33
Tabela 6: Resultados finais	34
Tabela 7: Estatística descritiva das notas.	35
Tabela 8: Tabela da função <i>payoff</i>	39

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Payoff	Ganho
IA	Inteligência Artificial

LISTA DE SÍMBOLOS

$=$	Igualdade
$>$	Maior que
$<$	Menor que
\prod	Produtório
\times	Produto cartesiano
\geq	Maior ou igual que
\leq	Menor ou igual que
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
\rightarrow	Seta à direita

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
1.1 Objetivos	14
1.1.1 Objetivo geral	15
1.1.2 Objetivos específicos.....	15
1.2 Justificativa.....	15
2. REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
2.1 Uma breve história da teoria dos jogos	16
2.2 O que caracteriza um jogo.....	18
2.3 Soluções em estratégia pura.....	20
2.4 Equilíbrio de Nash	23
2.5 Exemplos da teoria dos jogos.....	23
2.5.1 O dilema do prisioneiro.....	24
2.5.2 Batalha dos sexos	26
3. MATERIAL E MÉTODOS	28
4. RESULTADOS.....	30
4.1 Análise dos dados.....	30
4.2 Estratégias encontradas.....	36
4.3 Montando nosso jogo	38
4.4 Resultado final.....	41
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
REFERÊNCIAS.....	44

1. INTRODUÇÃO

Durante nosso crescimento, muitas vezes nos deparamos com algum tipo de jogo, pode ser uma brincadeira de infância ou alguma modalidade mais elaborada como o xadrez, até mesmo depois de adultos, vários exemplos de jogos despertam nossa paixão. Se observarmos a vida como um jogo e pensarmos que em nosso dia-a-dia estamos expostos a diversas situações de conflitos, nós podemos ser considerados jogadores e assim segundo Barrichelo (2017) podemos tomar decisões melhores.

A Teoria dos Jogos é um conceito matemático que foi criado para modelar esses fenômenos, observados entre dois ou mais jogadores que interagem entre si, sejam eles da mesma equipe ou não. Essa teoria posiciona os jogadores da melhor maneira possível para que se consiga o melhor resultado desejado e tem como finalidade levar a uma reflexão e entendimento lógico para tomar a decisão, elaborando uma estratégia para isso. Essa teoria pode ser utilizada para diversas situações presentes em nossa vida, como por exemplo qual filme um casal irá assistir no cinema ou o famoso caso do Dilema do Prisioneiro que será apresentado do decorrer deste trabalho (CÂMARA, 2011).

Na Teoria dos Jogos, são necessários alguns elementos básicos:

- Um conjunto finito de jogadores;
- Um conjunto de estratégias de cada jogador;
- Um grupo com os resultados gerados após a interação dessas estratégias;
- Funções que atribuem os resultados para certa situação do jogo, que podemos chamar de *payoff* (Ganhos);

A Teoria dos Jogos pode ser usada nas mais variadas áreas de conhecimento. Arruda (2020) usou a teoria aplicada ao mercado financeiro afim de apresentar uma maneira alternativa para a tomada de decisões diante de investimentos de risco, buscando um melhor resultado.

Em uma sala de aula existem interações entre os alunos, observando o comportamento desses alunos como jogadores de diferentes características, por meio da Teoria dos Jogos, é possível descobrir qual é a melhor estratégia para o aluno obter melhores resultados.

Ao observar resultados dos cursos que envolvam matérias de Cálculo, pode-se reparar uma grande dificuldade para que os alunos consigam absorver o conteúdo para obter os melhores resultados possíveis. Uma possível estratégia é usar a Teoria dos Jogos para mudar este cenário e assim, obter melhores resultados de ensino e de aprendizagem.

Para estudar estas possibilidades, estudou-se alguns alunos de Cálculo Diferencial e Integral III, dos cursos de Engenharia Civil, Engenharia da Computação e Engenharia Eletrônica, da UTFPR, Campus Toledo onde buscou-se traçar o melhor resultado possível analisando os perfis desses alunos, essa pesquisa foi realizada por meio de um questionário no qual perguntas foram destinadas a determinar as estratégias individuais de cada um dos alunos, foram denominados jogadores nessa aplicação da Teoria dos Jogos. Analisou-se de uma maneira lógica, uma estratégia para que o aprendizado do aluno fosse potencializado, usando a Teoria dos Jogos.

Essa pesquisa tem natureza aplicada visando uma compreensão de conhecimentos praticados em uma situação real de nosso dia-a-dia, pode ser classificada como uma pesquisa explicativa, pois tem como propósito identificar fatores que determinam ou contribuem para ocorrência de um fenômeno. É um estudo de caso de abordagem quantitativa, pois foram traduzidos os comportamentos dos alunos em dados, diferenciando seus pensamentos em diferentes estratégias.

Esse trabalho busca auxiliar a alunos e professores, ajudando a refletir sobre a melhor postura para se adotar em sala de aula, ajudando o aluno a atingir suas metas e ajudando o professor a elaborar uma aula com estratégias que contribuam no desempenho acadêmico e contribuir no avanço das pesquisas nessa área, visando a melhoria do processo de ensino-aprendizagem.

1.1 Objetivos

Através de uma pesquisa feita com alunos de Cálculo e fazendo uma análise usando a Teoria dos Jogos, pretende-se alcançar os seguintes objetivos.

1.1.1 Objetivo geral

Estudar a relação entre o estudo individual e coletivo no desempenho do aluno, por meio da Teoria dos Jogos, afim de traçar a melhor estratégia para atingir o melhor desempenho.

1.1.2 Objetivos específicos

- Conhecer melhor a Teoria Dos Jogos.
- Coletar dados e observar padrões de uma amostra de alunos.
- Analisar essas características e introduzir em uma situação de jogo.
- Descrever diversas estratégias utilizadas pelos alunos na vida acadêmica.
- Estabelecer um cenário ideal, baseado na Teoria dos Jogos.
- Propor estratégias que auxiliem no processo ensino-aprendizagem

1.2 Justificativa

A Teoria dos Jogos revolucionou a economia como uma nova maneira de pensar e agir sobre os fatos e perspectivas, sempre em busca da situação ideal. Existem disciplinas com uma alta taxa de reprovação e utilizar a teoria dos jogos é uma alternativa para identificar de onde vem esse problema. O processo de ensino e de aprendizagem precisa estar em constantes mudanças, afim de buscar sempre o melhor desempenho. Este trabalho pretende utilizar o Equilíbrio de Nash, constantes dentro de Teoria dos Jogos, para estudar e relacionar a forma de estudo com o desempenho estudantil, e assim, propor um modo que seja a melhor estratégia para o aluno obter melhores resultados.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Primeiramente é preciso entender como funciona a modelagem de um jogo na Teoria dos jogos.

2.1 Uma breve história da teoria dos jogos

Segundo Fiani (2015), registros antigos apontam o século XVIII como o começo do pensamento sobre a Teoria dos Jogos. Cartas, jogos de tabuleiro, dados e vários outros estilos de jogos que servem para competir divertem indivíduos da sociedade desde o início das primeiras civilizações, pelo fato da situação de ganho ou perda que é definido geralmente por escolhas. Com o surgimento da Teoria da Probabilidade, do filósofo matemático e físico Blaise Pascal em paralelo com Fermat, desenvolveram a probabilidade em jogos de azar utilizando regras matemáticas, com isso desperta o interesse em estudar jogos em nossa sociedade.

O primeiro registro a ser reconhecido como Teoria dos Jogos foi através de uma carta escrita por James Waldegrave no ano de 1813 dirigida a Nicolas Bernoulli, onde James analisava um jogo de cartas chamado Le Her de dois jogadores, porém esse trabalho não se estendeu para uma teoria geral.

Em 1838, o matemático francês Antoine Augustin Cournot publicou um trabalho com o estudo da análise do ponto de equilíbrio nas estratégias de jogos em casos particulares. Emile Borel foi outro matemático interessado na Teorias dos Jogos, trouxe as soluções minimax que buscam maximizar os ganhos com estratégias mistas, quando tem mais de uma estratégia como solução, logo sua solução é uma distribuição de probabilidade entre elas, usada quando os jogadores não tem apenas uma estratégia pura apenas uma estratégia de solução.

No início a Teoria dos Jogos não chamou muita atenção, isso mudou em 1928 quando o matemático John Von Neumann demonstrou o Teorema minimax deixado aberto por Borel, provou que em todo jogo finito de soma zero possui uma solução em estratégias mistas, onde um jogo de soma zero quer dizer que há um ganhador e um perdedor.

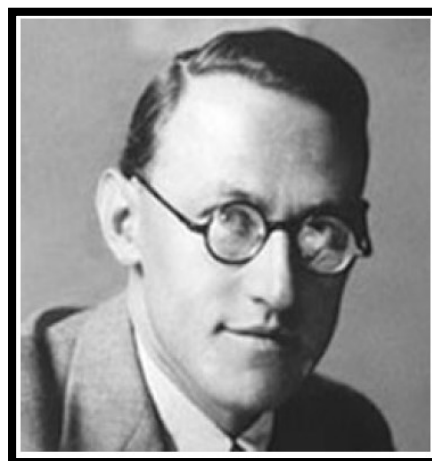
No ano de 1944, John Von Neumann demonstrou interesse em economia e se juntou com o economista Oscar Morgenstern e publicaram o clássico “*The Theory of Games and Economic Behaviour*” (teoria dos jogos e o comportamento econômico), a partir disso a Teorias dos jogos tomou conta da economia e chamou a atenção da matemática aplicada (NEUMANN e MORGENSTERN , 1944).

A Figura 1 mostra o matemático Jonh Von Neumann e o economista Oscar Mongenstern.

Figura 1: Pesquisadores que iniciaram a Teoria dos Jogos.



a) Jonh Von Neumann
Fonte: Wikipédia (2022).



b) Oscar Morgenstern
Fonte: University of Vienna (2022).

O matemático John Forbes Nash em 1950, publicou o Teorema do equilíbrio de Nash onde provou a existência de um equilíbrio de estratégias mistas para jogos não-cooperativos, complementando o economista Adam Smith, que é considerado o pai da economia moderna, Adam Smith diz que em uma competição, a ambição individual serve ao bem comum, Nash complementa que ao invés de só pensar no melhor para si, o melhor resultado vem ao pensar no melhor para si e para o grupo. Em 1994, Nash foi premiado com o Nobel de economia por suas contribuições para a Teoria dos Jogos. Sua história foi retratada no filme Uma Mente Brilhante, vencedor de 4 Óscares, apresentou sua grande genialidade e luta contra a esquizofrenia. (Uma mente brilhante, 2002).

A Figura 2 mostra o matemático John Forbes Nash.

Figura 2: John Forbes Nash.



Fonte: Novak (2022).

2.2 O que caracteriza um jogo.

Pode-se definir a Teoria dos Jogos como modelos matemáticos que estudam a tomada de decisões de dois ou mais jogadores em uma situação de conflito. Porém, para ter-se uma situação de jogo precisamos de alguns elementos básicos de acordo com (SARTINI, GARBUGIO, *et al.*, 2004) e (FIANI, 2015):

- Um conjunto finito de jogadores, representado por:

$$G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\} \quad (1)$$

- Cada jogador $g_i \in G$ possui um conjunto finito de estratégias puras representadas por:

$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im}\} \text{ tal que } (m \geq 2) \quad (2)$$

- O conjunto de todos os perfis de estratégia pura é dado pelo produto cartesiano:

$$S = \prod_{i=1}^n S_i = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n \quad (3)$$

- S é denominado espaço de estratégia pura do jogo, para cada jogador g_i , temos uma função *payoff* que associa o ganho $u_i(s)$ do jogador g_i a cada estratégia pura $s \in S$.

$$\begin{aligned} u_i: S &\rightarrow \mathbb{R} \\ s &\mapsto u_i(s) \end{aligned} \quad (4)$$

No Quadro 1 podemos observar uma matriz *payoff* generalizada, tendo dois jogadores S_A e S_B , e que possuem respectivamente as estratégias $S_{a1}, S_{a2}, \dots, S_{ai}$ e $S_{b1}, S_{b2}, \dots, S_{bj}$, o par ordenado dessas estratégias é transformado em um número real chamado de *payoff* assim podemos fazer relações entre esses números, maior, menor ou igual.

Quadro 1: Matriz P Generalizada.

		S_B					
		S_{b1}	S_{b2}	.	.	.	S_{bj}
S_A	S_{a1}	p_{11}	p_{12}	.	.	.	p_{1j}
	S_{a2}	p_{21}	p_{22}

	S_{ai}	p_{i1}	p_{i2}	.	.	.	p_{ij}

Fonte: Autor (2022).

Os jogos estudados pela Teoria dos Jogos são classificados em diferentes categorias, sendo (CARVALHO, 2008):

- **Jogos de Soma Zero:** Representa que o ganho de um jogador representa a perda do outro, ou seja, sempre haverá um vencedor e um perdedor.
- **Jogos de Soma não Zero:** Não há um vencedor e um perdedor.
- **Jogos cooperativos:** Dinâmicas de grupo com objetivo de despertar a consciência e cooperação entre os jogadores.
- **Jogos não cooperativos:** Ao contrário dos cooperativos, as decisões dos jogadores são pensadas somente no melhor para si.

2.3 Soluções em estratégia pura

Observando um jogo, percebe-se que os jogadores tem sempre uma opção que aparenta ser a melhor, se for assumido que todos são seres racionais, deve-se esperar que escolham sempre o melhor para eles.

Para fazer a análise de perfis de estratégia, apenas a estratégia do jogador analisado g_i estará variando, enquanto as dos demais jogadores permanecerão fixas, é como olhar o jogo pelo ponto de vista de apenas um jogador.

Seja $s_{-i} = (s_{1j_1}, \dots, s_{(i-1)j_{i-1}}, s_{(i+1)j_{i+1}}, \dots, s_{nj_n}) \in S_{-i} = S_1 \times \dots \times S_{i-1} \times S_{i+1} \times \dots \times S_n$ uma escolha de estratégia para todos os jogadores, menos o jogador g_i , desta maneira temos que $s = (s_{ij_i}, s_{-i}) \in S$.

- **Estratégia pura estritamente dominada:** Dizemos que uma estratégia pura $s_{ik} \in S_i$ de um jogador $g_i \in G$ é estritamente dominada pela estratégia $s'_{ik} \in S_i$ se $u_i(s'_{ik}, s_{-i}) > u_i(s_{ik}, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}$. De maneira mais informal podemos dizer que uma estratégia é dominante há outra quando ela tem maior *payoff* independente da escolha do outro jogador, ou seja, ela é sempre melhor.
- **Estratégia pura fracamente dominada:** Dizemos que uma estratégia pura $s_{ik} \in S_i$ de um jogador $g_i \in G$ é fracamente dominada pela estratégia $s'_{ik} \in S_i$ se $u_i(s'_{ik}, s_{-i}) \geq u_i(s_{ik}, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}$.

Dessa forma, pode-se eliminar as estratégias que são estritamente dominadas. Veja no exemplo a seguir (SARTINI, GARBUGIO, *et al.*, 2004):

Exemplo 1: Considere o jogo determinado pela matriz de *payoffs* mostrada no Quadro 2.

Quadro 2: Matriz Payoff Exemplo 1.

		g_2			
		S21	S22	S23	S24
g_1	S11	(5, 2)	(2, 6)	(1, 4)	(0, 4)
	S12	(0, 0)	(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)
	S13	(7, 0)	(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)
	S14	(9, 5)	(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)

Fonte: Autor (2022).

Neste jogo, olhando pela visão do jogador g_2 , a estratégia s_{24} é estritamente dominante há estratégia s_{21} , $4 > 2$, $1 > 0$, $1 > 0$ e $8 > 5$ ou seja, s_{24} é sempre melhor que s_{21} assim, a primeira coluna da matriz pode ser eliminada.

O Quadro 3 apresenta a matriz sem a primeira coluna. Usa-se o mesmo procedimento pra prosseguir na análise.

Quadro 3: Matriz Payoff Exemplo 1 reduzida.

		g_2		
		S22	S23	S24
g_1	S11	(2, 6)	(1, 4)	(0, 4)
	S12	(3, 2)	(2, 1)	(1, 1)
	S13	(2, 2)	(1, 1)	(5, 1)
	S14	(1, 3)	(0, 2)	(4, 8)

Fonte: Autor (2022).

Agora já com a matriz reduzida, pelo olhar do jogador g_1 , as estratégias s_{12} e s_{13} são estritamente dominantes há s_{11} e s_{14} respectivamente. Logo, as linhas 1 e 4 podem ser eliminadas.

Olhando pela visão do jogador g_2 , a estratégia s_{23} é estritamente dominada por s_{22} , portanto pode-se eliminar a coluna 2. Obtendo assim uma matriz 2 x 2.

Observa-se no Quadro 4, a matriz resultante da retirada das linhas e coluna. Assim, analisando-a novamente, tem-se:

Quadro 4: Matriz Payoff Exemplo 1 reduzida 2.

		g_2	
		s_{22}	s_{24}
g_1	s_{12}	(3, 2)	(1, 1)
	s_{13}	(2, 2)	(5, 1)

Fonte: Autor (2022).

A estratégia s_{24} na visão do jogador g_2 é estritamente dominada pela estratégia s_{22} e na visão do jogador g_1 a estratégia s_{13} é estritamente dominada por s_{12} . Com isso tem-se que o resultado desse jogo em estratégias puras é (3, 2) isto é, o jogador g_1 escolhe a estratégia s_{12} e o jogador g_2 escolhe a estratégia s_{22} .

O Quadro 5 mostra a matriz Payoff com o resultado final encontrado pela sucessiva análise e retirada de estratégias dominadas, logo as estratégias s_{12} e s_{22} respectivamente dos jogadores g_1 e g_2 dominam todas as outras estratégias.

Quadro 5: Matriz Payoff Exemplo 1 reduzida 3.

		g_2
		s_{22}
g_1	s_{12}	(3, 2)

Fonte: Autor (2022).

No exemplo anterior, a técnica de dominância estrita iterada nos forneceu um único perfil de estratégia, porém pode ocorrer de fornecer vários perfis como solução e até mesmo todo nosso espaço de estratégias em um jogo onde não existem estratégias estritamente dominadas.

2.4 Equilíbrio de Nash

Em um Equilíbrio de Nash é escolhida a melhor opção possível dentre todas as estratégias disponíveis para ambos os jogadores. Diz-se que uma combinação de estratégias constitui um Equilíbrio de Nash quando cada estratégia é a melhor resposta possível às estratégias dos demais jogadores. Sendo isso na verdade para todos os jogadores, ou seja, nenhum dos jogadores se arrepende da sua decisão (FIANI, 2015).

- Um perfil de estratégia $s^* = (s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \in S$ é um equilíbrio de Nash se:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_{ij_i}, s_{-i}^*) \forall i = 1, \dots, n \text{ e } \forall j_i = 1, \dots, m_i, \text{ com } m_i \geq 2. \quad (5)$$

No jogo do exemplo 1 temos um Equilíbrio de Nash, pois a melhor estratégia é o mesmo da visão de ambos os jogadores, logo nenhum deles se arrepende de sua decisão.

Existem jogos que não possuem equilíbrios de Nash em estratégias puras. Caso isso aconteça, uma alternativa é levar o jogo a um ponto de vista probabilístico, isto é, ao invés de apenas escolher um perfil de estratégias puras, o jogador escolhe um perfil com uma distribuição de probabilidade com suas estratégias puras, isso é chamado de estratégias mistas.

2.5 Exemplos da teoria dos jogos

A seguir será mostrado alguns exemplos de jogos para o melhor entendimento de como funciona uma situação de jogo.

2.5.1 O dilema do prisioneiro

O dilema do prisioneiro é possivelmente o exemplo mais famoso da Teoria dos Jogos, ele foi formulado por Albert W. Tucker no ano de 1950 na Universidade de Stanford (KEMP, OLIVEIRA, *et al.*, 2011). Este exemplo foi adaptado para este trabalho.

Tem-se a seguinte situação: Zé Pequeno e Orelha são dois criminosos suspeitos de um assassinato e são detidos pela polícia após um assalto, porém para prendê-los pelo assassinato é preciso de uma confissão de pelo menos um dos meliantes. As autoridades decidem coloca-los em salas separadas na delegacia para questiona-los. Para cada um dos suspeitos é oferecido um acordo que reduz a sentença do seu crime se confessar. Assim tem-se as seguintes possibilidades:

- Caso nenhum dos criminosos confessar, ambos serão presos por 1 ano apenas pelo roubo.
- Se ambos confessarem, terão uma pena de 5 anos.
- Se apenas um confessar e o outro negar, quem confessou será liberado e o outro será condenado há 10 anos de prisão.

Modelando a situação como um jogo estratégico:

$$G = \{Zé, Orelha\} \quad (6)$$

$$S_{Zé} = \{Confessar, Negar\} \quad (7)$$

$$S_{Orelha} = \{Confessar, Negar\} \quad (8)$$

$$S = \left\{ (Confessar, Confessar), (Confessar, Negar), (Negar, Confessar), (Negar, Negar) \right\} \quad (9)$$

Assim temos as funções utilidade que representam os *payoffs*:

$$u_{Zé}: S \rightarrow \mathbb{R} \quad e \quad u_{Orelha}: S \rightarrow \mathbb{R}$$

Para representar os ganhos de Zé Pequeno obtemos:

$$\begin{aligned} u_{Zé}(Confessar, Confessar) &= -5, & u_{Zé}(Confessar, Negar) &= 0 \\ u_{Zé}(Negar, Confessar) &= -10, & u_{Zé}(Negar, Negar) &= -1 \end{aligned}$$

Analogamente para representar os ganhos de Orelha obtemos:

$$u_{Orelha}(Confessar, Confessar) = -5, \quad u_{Orelha}(Confessar, Negar) = -10$$

$$u_{Orelha}(Negar, Confessar) = 0, \quad u_{Orelha}(Negar, Negar) = -1$$

É comum na Teoria dos Jogos representar os *payoffs* dos jogadores através de uma matriz, da seguinte maneira, representada no Quadro 6.

Quadro 6: Matriz *Payoff* Exemplo 2.4.1.

		ORELHA	
		CONFESSAR	NEGAR
ZÉ PEQUENO	CONFESSAR	(-5, -5)	(0, -10)
	NEGAR	(-10, 0)	(-1, -1)

Fonte: Autor (2022).

Pode-se identificar pelo ponto de vista de Zé Pequeno que a estratégia de confessar é estritamente dominante a estratégia de negar, logo pode-se eliminar a linha 2, analogamente pelo ponto de vista do Orelha observa-se que confessar é estritamente dominante a estratégia de negar, podendo eliminar também a coluna 2.

Quadro 7: Matriz *Payoff* Reduzida Exemplo 2.4.1.

		ORELHA
		CONFESSAR
ZÉ PEQUENO	CONFESSAR	(-5, -5)

Fonte: Autor (2022).

Portanto o perfil de estratégia $s^* = (Confessar, Confessar)$ é um equilíbrio de Nash em estratégia pura, pelo fato de não haver arrependimento, pois quem mudar de estratégia irá se dar muito mal.

2.5.2 Batalha dos sexos

Marcos e Daniela desejam sair no sábado à noite. Marcos gostaria de assistir ao jogo de futebol enquanto Daniela prefere ir ao cinema ver um filme. Logo, tem-se a seguinte situação:

- Se eles forem juntos para o cinema, Daniela terá uma satisfação melhor que seu namorado.
- Se forem ao jogo de futebol, então Marcos que terá uma maior satisfação que Daniela.
- Se ambos saírem sozinhos, eles ficam igualmente insatisfeitos.

Modelando a situação como um jogo estratégico:

$$G = \{\text{Marcos}, \text{Daniela}\} \quad (10)$$

$$S_{\text{Marcos}} = \{\text{Futebol}, \text{Cinema}\} \quad (11)$$

$$S_{\text{Daniela}} = \{\text{Futebol}, \text{Cinema}\} \quad (12)$$

$$S = \left\{ (\text{Futebol}, \text{Futebol}), (\text{Futebol}, \text{Cinema}), (\text{Cinema}, \text{Futebol}), (\text{Cinema}, \text{Cinema}). \right\} \quad (13)$$

Assim tem-se as funções utilidade que representam os *payoffs*:

$$u_{\text{Marcos}}: S \rightarrow \mathbb{R} \quad e \quad u_{\text{Daniela}}: S \rightarrow \mathbb{R}$$

Para representar os ganhos de Marcos tem-se:

$$u_{\text{Marcos}}(\text{Futebol}, \text{Futebol}) = 2, \quad u_{\text{Marcos}}(\text{Futebol}, \text{Cinema}) = 0$$

$$u_{\text{Marcos}}(\text{Cinema}, \text{Futebol}) = 0, \quad u_{\text{Marcos}}(\text{Cinema}, \text{Cinema}) = 1$$

Analogamente para representar os ganhos de Daniela tem-se:

$$u_{Daniela}(Futebol, Futebol) = 1, \quad u_{Daniela}(Futebol, Cinema) = 0$$

$$u_{Daniela}(Cinema, Futebol) = 0, \quad u_{Daniela}(Cinema, Cinema) = 2$$

Portanto tem-se a seguinte matriz *payoff*, mostrada no Quadro 8.

Quadro 8: Matriz *Payoff* Exemplo 2.4.2.

		DANIELA	
		FUTEBOL	CINEMA
MARCOS	FUTEBOL	(2, 1)	(0, 0)
	CINEMA	(0, 0)	(1, 2)

Fonte: Autor (2022).

No caso desse jogo, não possuímos estratégias estritamente dominantes, porém tem-se dois equilíbrios de Nash nas estratégias que ambos estão juntos, pois não há arrependimento de nenhum dos lados.

3. MATERIAL E MÉTODOS

A Teoria dos Jogos será aplicada em uma situação de sala de aula, com o objetivo de identificar os principais fatores que determinam ou contribuem para ocorrência de um *payoff*, que neste caso, será um melhor resultado para os alunos. Ela busca entender tal situação após uma coleta de dados e interpretação dessas informações.

Para alcançar este propósito, precisa-se de dados reais, para isso foi aplicado um questionário que visou entender os principais fatores que comprometem o desempenho de um aluno de Cálculo do ensino superior. Esse questionário buscou-se observar padrões entre esses alunos e com isso, traçar perfis com diferentes estratégias que habitualmente são usadas por estudantes nessa época de suas vidas.

Foram feitas cinco perguntas, nas quais foram abordados os principais fatores que se acredita influenciar no resultado dos alunos. Cada pergunta foi respondida com um peso de 0 a 10 pontos, possibilitando organizar essas estratégias em grupos para um melhor tratamento dos dados e com isso, poder modelar o problema. As respostas foram transformadas em conceitos, sendo de 0 a 2 representados pela letra D, 3 a 5 pela letra C, 6 a 8 pela letra B e por último de 9 a 10 representados pela letra A, conforme mostrados na Tabela 1.

Tabela 1: Respostas coletadas no questionário.

0 a 2	3 a 5	6 a 8	9 a 10
D	C	B	A

Fonte: Autor (2022).

Após a pesquisa, que foi realizada entre os dias 05/04 e 10/04 do ano de 2022, analisando o resultado obtido na primeira prova da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 3, com alunos dos cursos de Engenharia Civil, Engenharia Eletrônica e Engenharia da Computação da UTFPR, Campus Toledo, e que responderam voluntariamente o questionário, obteve-se 64 respostas de alunos diferentes.

Foram feitas as seguintes perguntas:

- ❖ **Questão 1:** Numa escala de 0 a 10, onde 0 significa maior aprendizagem em estudos individuais e 10 maior aprendizagem em estudos em grupos, qual o nível você melhor se enquadra.
- ❖ **Questão 2:** De uma escala de 0 a 10, onde 0 é fácil e 10 é difícil, que nível em sua opinião representa sua dificuldade da matéria de Cálculo 3?
- ❖ **Questão 3:** De uma escala de 0 a 10, onde 0 é pouco focado e 10 é totalmente focado, o quanto você é focado em aulas presenciais, síncronas e assíncronas?
- ❖ **Questão 4:** De uma escala de 0 a 10, onde 0 é pouco e 10 é muito, quanto você estuda em horários extracurriculares? (Leituras sobre o tema, resolução de listas, revisão do conteúdo etc.)
- ❖ **Questão 5:** De 0 a 10 qual foi seu resultado na matéria de cálculo.

Baseado nas respostas foram encontrados perfis de estratégias diferentes entre a amostra. Assim, por meio da Teoria dos Jogos foi encontrado as melhores estratégias para cada estilo de aluno, ou seja, o principal procedimento que levou esses alunos a ter o melhor resultado possível.

Com esse resultado em mãos, será feita uma reflexão de como o papel do professor pode incentivar os alunos a optarem pela melhor estratégia e assim contribuir para a evolução da educação em nosso país. Assim comprovar matematicamente que os alunos mais esforçados têm maiores chances de obterem melhores resultados.

4. RESULTADOS

As perguntas tiveram diferentes funções em nosso problema, a primeira pergunta serviu para dividir a amostra em dois tipos de jogadores, as perguntas 2, 3 e 4 para definir as estratégias e a última para nosso *payoff*.

4.1 Análise dos dados

A primeira pergunta do questionário teve o objetivo de dividir o grupo em diferentes estrategistas: os alunos que preferem estudar individualmente e os alunos que preferem estudar em grupo.

- **Questão 1:** Numa escala de 0 a 10, onde 0 significa maior aprendizagem em estudos individuais e 10 maior aprendizagem em estudos em grupos, qual o nível você melhor se enquadra.

Essa divisão foi feita usando intervalos contidos dentro do conjunto **[0, 10]**, sendo divididos, conforme mostrado na Tabela 2:

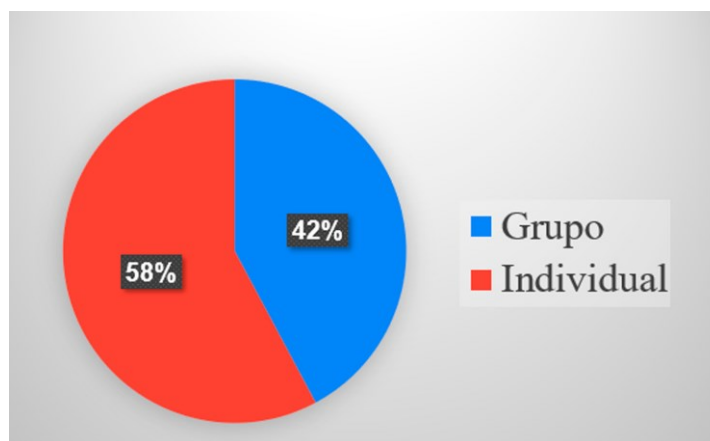
Tabela 2: Preferência no modo de estudar: em grupo ou individual.

Intervalo de resposta	Resposta qualitativa	Número de respostas
[0, 5]	Prefere trabalhar individualmente	37
[6, 10]	Prefere o trabalho em grupo	27

Fonte: Autor (2022).

A Figura 3 mostra os resultados da pergunta 1, que diz respeito a forma de estudo de cada aluno.

Figura 3: Preferência de estudo em grupo ou individual.



Fonte: Autor (2022).

Apesar de estar bem dividido, pode-se perceber que os alunos do ensino superior ainda preferem trabalhar de forma individual.

A segunda questão teve como objetivo diagnosticar a dificuldade que os alunos tem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 3, a qual está sendo utilizada para análise.

- **Questão 2:** De uma escala de 0 a 10, onde 0 é fácil e 10 é difícil, que nível em sua opinião representa sua dificuldade da matéria de Cálculo 3?

As respostas foram separadas em intervalos contidos dentro do conjunto $[0, 10]$, sendo divididos conforme mostra a Tabela 3:

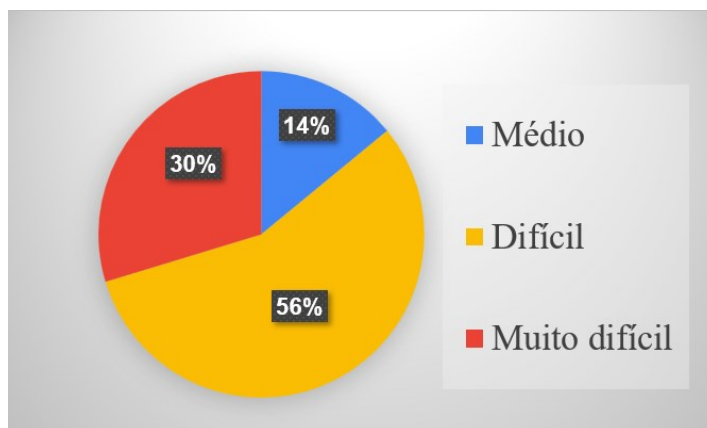
Tabela 3: Nível de dificuldade da disciplina.

Intervalo de resposta	Resposta qualitativa	Número de respostas
[0, 2]	Acha a matéria fácil	0
[3, 5]	Dificuldade média	9
[6, 8]	Acha a matéria difícil	36
[9, 10]	Muito difícil	19

Fonte: Autor (2022).

A Figura 4 mostra a dificuldade relatada pelos alunos na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 3.

Figura 4: Nível de dificuldade relatado na disciplina de Cálculo 3.



Fonte: Autor (2022).

Pode-se observar que mais da metade dos alunos tem uma grande dificuldade em Cálculo e ninguém acha a matéria fácil, o que vem a validar mais uma vez a necessidade deste estudo e a busca de estratégias que auxiliem neste processo.

A terceira questão tem o objetivo de observar o quanto os alunos são focados durante as aulas síncronas e presenciais.

- **Questão 3:** De uma escala de 0 a 10, onde 0 é pouco focado e 10 é totalmente focado, o quanto você é focado em aulas presenciais, síncronas e assíncronas?

Essa divisão foi feita usando intervalos contidos dentro do conjunto **[0, 10]**, sendo divididos, conforme mostra a Tabela 4.

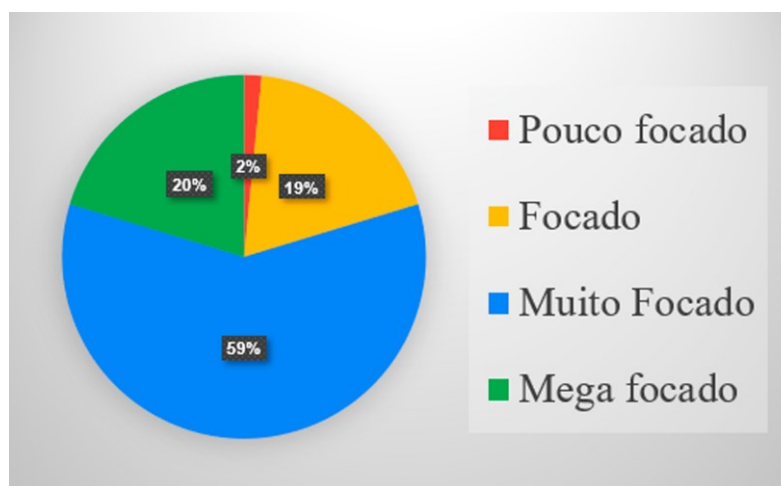
Tabela 4: Nível de foco relatado pelos alunos, quanto ao estudo.

Intervalo de resposta	Resposta qualitativa	Número de respostas
[0, 2]	Pouco focado	1
[3, 5]	Focado	12
[6, 8]	Muito focado	38
[8, 10]	Mega focado	13

Fonte: Autor (2022).

A Figura 5 mostra o foco dos alunos durante as aulas:

Figura 5: Foco durante as aulas.



Fonte: Autor (2022).

Neste gráfico é possível perceber que, a falta de foco não é o problema.

A quarta questão teve o objetivo de identificar o quanto os alunos estudam em horários extracurriculares.

- **Questão 4:** De uma escala de 0 a 10, onde 0 é pouco e 10 é muito, quanto você estuda em horários extracurriculares? (Leituras sobre o tema, resolução de listas, revisão do conteúdo etc.)

Essa divisão foi feita usando intervalos contidos dentro do conjunto **[0, 10]**, sendo divididos, conforme mostra a Tabela 5.

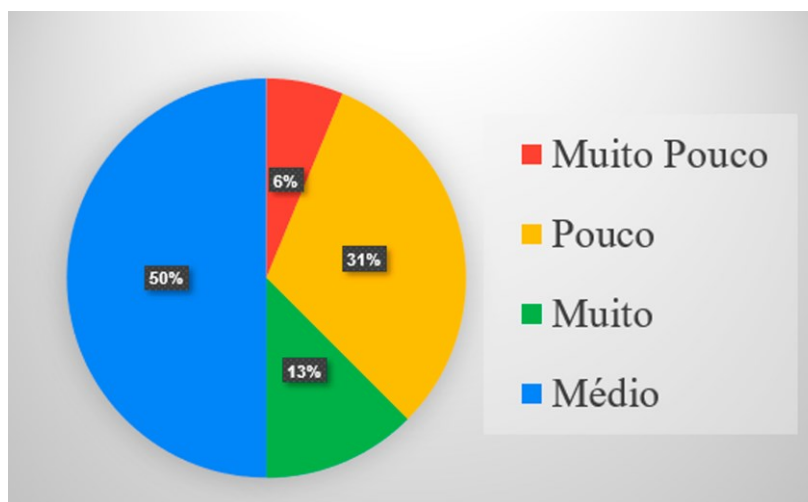
Tabela 5: Quantidade de estudo da disciplina em horários extracurriculares.

Intervalo de resposta	Resposta qualitativa	Número de respostas
[0, 2]	Muito Pouco	4
[3, 5]	Pouco	20
[6, 8]	Médio	32
[9, 10]	Muito	8

Fonte: Autor (2022).

A Figura 6 mostra o quanto os alunos estudam em horários extracurriculares, nele, percebe-se que:

Figura 6: Estudo extracurricular.



Fonte: Autor (2022).

Observa-se que a maioria dos alunos arrumam algum tempo para estudar em algum horário fora de aula.

A última questão foi responsável em analisar o resultado final desses alunos.

- **Questão 5:** De 0 a 10 qual foi seu resultado na matéria de cálculo.

Essa divisão foi feita usando intervalos contidos dentro do conjunto $[0, 10]$, sendo divididos, mostrados na Tabela 6.

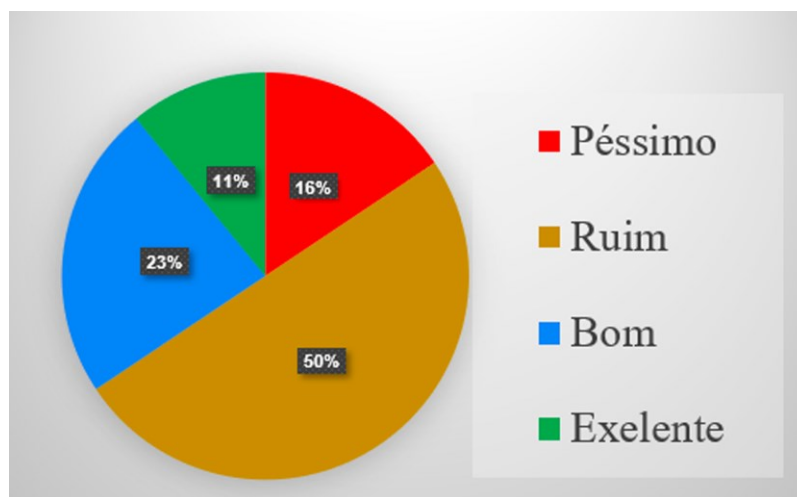
Tabela 6: Resultados finais

Intervalo de resposta	Resposta qualitativa	Número de respostas
[0,2]	Péssimo	10
[3,5]	Ruim	32
[6,8]	Bom	15
[8,10]	Excelente	7

Fonte: Autor (2022).

A Figura 7 representa os resultados obtidos pelos alunos na primeira prova de cálculo 3:

Figura 7: Resultados finais.



Fonte: Autor (2022).

Pode-se observar nessa amostra, que os resultados dos alunos não são satisfatórios, sendo 66% deles com notas insuficientes para avançar nos cursos.

Estatística descritiva das notas

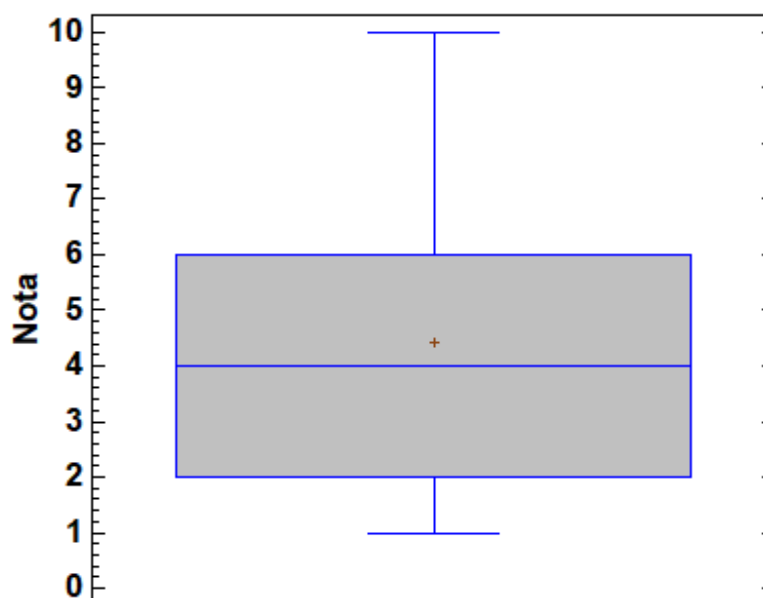
Tabela 7: Estatística descritiva das notas.

Estatística	Resultado
Média	4,44
Moda	6
Desvio padrão	2,42
Variância	5,87
Intervalo	9
Mínimo	1
Quartil 1	2
Mediana	4
Quartil 3	6
Máximo	10

Fonte: Autor (2022).

Na tabela 7, tem-se a estatística descritiva das notas relatadas pelos alunos, nela, percebe-se que a média foi de 4,4, o que poderia ser esperado visto a dificuldade encontrada pelos alunos na disciplina e relatada anteriormente. Também se destaca a mediana 4,0 e o quartil 3 de 6,0, ou seja, 50% dos resultados são menores que 4,0, 25% estão entre 4,0 e 6,0, e apenas 25% estão acima de 6,0 que é a nota necessária para a aprovação. Estes resultados são também representados pelo boxplot da figura 8.

Figura 8: Boxplot das notas.



Fonte: Autor (2022).

4.2 Estratégias encontradas

A primeira pergunta foi utilizada para dividir a amostra em dois jogadores diferentes, os que preferem estudar em grupo e os que preferem estudar individualmente. A última pergunta serve como *payoff* da combinação das respostas das questões 2, 3 e 4, que se referem ao nível de dificuldade, foco e estudo extracurricular, respectivamente, que fazem parte do conjunto de respostas $R = \{A, B, C, D\}$. Dessa forma teremos estratégias do tipo $s_{ij} = \{a, b, c\}$, tal que a, b e $c \in R$.

Usando um arranjo com repetição, sabe-se que o total de estratégias será:

$$A_{R_{n,p}} = n^p \quad (14)$$

$$A_{R_{4,3}} = 4^3 \quad (15)$$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = \mathbf{64 \text{ estratégias possíveis.}} \quad (16)$$

Nesta pesquisa teve-se um total de 64 respostas as quais estarão alocadas dentro de uma destas possíveis estratégias. Ressalta-se que possivelmente terão estratégias sem contingente devido a sua especificidade nos resultados, pelo fato de serem seres humanos racionais, muitas dessas estratégias são descartadas naturalmente pelas pessoas. Chamar-se o conjunto de estratégias possíveis de K e as estratégias encontradas de S , portanto $S \subset K$.

Os jogadores foram divididos em dois conjuntos: o jogador que prefere estudar individualmente e o que prefere estudar em grupo.

Assim tem-se os seguintes conjuntos de estratégias:

- $S_{grupo} = \{AAB, ABB, ABC, ABD, ACC, BAA, BAB, BBA, BBB, BBC, BBD, BCB, BCC, BDB, CAB, CBA, CCB.\}$
- $S_{individual} = \{AAA, ABA, ABB, ABC, ACB, ACC, BAB, BAC, BBB, BBC, BCB, BCC, BCD, CAA, CAB, CBB, CBC.\}$
- $S = S_{grupo} \times S_{individual}$

Ao todo foram encontradas 25 estratégias diferentes entre os alunos que responderam ao questionário.

4.3 Montando nosso jogo

Agora com os dados tratados, tem-se tudo que é preciso para modelar o jogo.

Sejam:

$$G = \{Grupo, Individual\} \quad (17)$$

$$S_{grupo} = \{AAB, ABB, ABC, ABD, ACC, BAA, BAB, BBA, BBB, BBC, BBD, BCB, BCC, BDB, CAB, CBA, CCB.\} \quad (18)$$

$$S_{individual} = \{AAA, ABA, ABB, ABC, ACB, ACC, BAB, BAC, BBB, BBC, BCB, BCC, BCD, CAA, CAB, CBB, CBC.\} \quad (19)$$

$$S = S_{grupo} \times S_{individual} \quad (20)$$

Tem-se por exemplo a estratégia BCC que o aluno acha a matéria difícil, é focado e estuda pouco em horários extracurriculares. Assim cada uma dessas estratégias tem os mesmos tipos de três características, variando em pouco, médio e muito e assim resultando em sua nota final, nosso *payoff*.

Payoffs: Para transformar esses conceitos em números reais, foi usada a última pergunta do questionário e obteve-se os resultados mostrados na Tabela 7:

Tabela 8: Tabela da função *payoff*.

$$u_{grupo}: S \rightarrow \mathbb{R} \qquad u_{individual}: S \rightarrow \mathbb{R}$$

Sgrupo	\mathbb{R}	Sindividual	\mathbb{R}
<i>AAB</i>	1	<i>AAA</i>	1
<i>ABB</i>	6	<i>ABA</i>	4
<i>ABC</i>	6	<i>ABB</i>	4
<i>ABD</i>	1	<i>ABC</i>	5
<i>ACC</i>	5	<i>ACB</i>	6
<i>BAA</i>	4	<i>ACC</i>	2
<i>BAB</i>	8	<i>BAB</i>	4
<i>BBA</i>	7	<i>BAC</i>	9
<i>BBB</i>	6	<i>BBB</i>	8
<i>BBC</i>	1	<i>BBC</i>	8
<i>BBD</i>	6	<i>BCB</i>	3
<i>BCB</i>	2	<i>BCC</i>	6
<i>BCC</i>	4	<i>BCD</i>	4
<i>BDB</i>	1	<i>CAA</i>	10
<i>CAB</i>	7	<i>CAB</i>	8
<i>CBA</i>	7	<i>CBB</i>	7
<i>CCB</i>	5	<i>CBC</i>	6

Fonte: Autor (2022).

Agora pode-se montar nossa matriz *payoff*, a qual é mostrada no Quadro 9.

Quadro 9: Matriz *Payoff* final.

Matriz payoff		I N D I V I D U A L																
		AAA	ABA	ABB	ABC	ACB	ACC	BAB	BAC	BBB	BBC	BCB	BCC	BCD	CAA	CAB	CBB	CBC
GRUPO	AAB	(1, 1)	(1, 4)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 9)	(1, 8)	(1, 8)	(1, 3)	(1, 6)	(1, 4)	(1, 10)	(1, 8)	(1, 7)	(1, 6)
	ABB	(6, 1)	(6, 4)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 2)	(6, 4)	(6, 9)	(6, 8)	(6, 8)	(6, 3)	(6, 6)	(6, 4)	(6, 10)	(6, 8)	(6, 7)	(6, 6)
	ABC	(6, 1)	(6, 4)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 2)	(6, 4)	(6, 9)	(6, 8)	(6, 8)	(6, 3)	(6, 6)	(6, 4)	(6, 10)	(6, 8)	(6, 7)	(6, 6)
	ABD	(1, 1)	(1, 4)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 9)	(1, 8)	(1, 8)	(1, 3)	(1, 6)	(1, 4)	(1, 10)	(1, 8)	(1, 7)	(1, 6)
	ACC	(5, 1)	(5, 4)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)	(5, 2)	(5, 4)	(5, 9)	(5, 8)	(5, 8)	(5, 3)	(5, 6)	(5, 4)	(5, 10)	(5, 8)	(5, 7)	(5, 6)
	BAA	(4, 1)	(4, 4)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)	(4, 2)	(4, 4)	(4, 9)	(4, 8)	(4, 8)	(4, 3)	(4, 6)	(4, 4)	(4, 10)	(4, 8)	(4, 7)	(4, 6)
	BAB	(8, 1)	(8, 4)	(8, 4)	(8, 5)	(8, 6)	(8, 2)	(8, 4)	(8, 9)	(8, 8)	(8, 8)	(8, 3)	(8, 6)	(8, 4)	(8, 10)	(8, 8)	(8, 7)	(8, 6)
	BBA	(7, 1)	(7, 4)	(7, 4)	(7, 5)	(7, 6)	(7, 2)	(7, 4)	(7, 9)	(7, 8)	(7, 8)	(7, 3)	(7, 6)	(7, 4)	(7, 10)	(7, 8)	(7, 7)	(7, 6)
	BBB	(6, 1)	(6, 4)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 2)	(6, 4)	(6, 9)	(6, 8)	(6, 8)	(6, 3)	(6, 6)	(6, 4)	(6, 10)	(6, 8)	(6, 7)	(6, 6)
	BBC	(1, 1)	(1, 4)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 9)	(1, 8)	(1, 8)	(1, 3)	(1, 6)	(1, 4)	(1, 10)	(1, 8)	(1, 7)	(1, 6)
	BBD	(6, 1)	(6, 4)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 2)	(6, 4)	(6, 9)	(6, 8)	(6, 8)	(6, 3)	(6, 6)	(6, 4)	(6, 10)	(6, 8)	(6, 7)	(6, 6)
	BCB	(2, 1)	(2, 4)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)	(2, 2)	(2, 4)	(2, 9)	(2, 8)	(2, 8)	(2, 3)	(2, 6)	(2, 4)	(2, 10)	(2, 8)	(2, 7)	(2, 6)
	BCC	(4, 1)	(4, 4)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)	(4, 2)	(4, 4)	(4, 9)	(4, 8)	(4, 8)	(4, 3)	(4, 6)	(4, 4)	(4, 10)	(4, 8)	(4, 7)	(4, 6)
	BDB	(1, 1)	(1, 4)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 9)	(1, 8)	(1, 8)	(1, 3)	(1, 6)	(1, 4)	(1, 10)	(1, 8)	(1, 7)	(1, 6)
	CAB	(7, 1)	(7, 4)	(7, 4)	(7, 5)	(7, 6)	(7, 2)	(7, 4)	(7, 9)	(7, 8)	(7, 8)	(7, 3)	(7, 6)	(7, 4)	(7, 10)	(7, 8)	(7, 7)	(7, 6)
	CBA	(7, 1)	(7, 4)	(7, 4)	(7, 5)	(7, 6)	(7, 2)	(7, 4)	(7, 9)	(7, 8)	(7, 8)	(7, 3)	(7, 6)	(7, 4)	(7, 10)	(7, 8)	(7, 7)	(7, 6)
CCB	(5, 1)	(5, 4)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)	(5, 2)	(5, 4)	(5, 9)	(5, 8)	(5, 8)	(5, 3)	(5, 6)	(5, 4)	(5, 10)	(5, 8)	(5, 7)	(5, 6)	

Fonte: Autor (2022).

Olhando pelo ponto de vista do jogador GRUPO pode-se observar que a estratégia BAB é estritamente dominante sobre as demais estratégias. Portanto obtém-se a matriz reduzida, mostrada no Quadro 10.

Quadro 10: Matriz *Payoff* final reduzida 1.

	AAA	ABA	ABB	ABC	ACB	ACC	BAB	BAC	BBB	BBC	BCB	BCC	BCD	CAA	CAB	CBB	CBC
BAB	(8, 1)	(8, 4)	(8, 4)	(8, 5)	(8, 6)	(8, 2)	(8, 4)	(8, 9)	(8, 8)	(8, 8)	(8, 3)	(8, 6)	(8, 4)	(8, 10)	(8, 8)	(8, 7)	(8, 6)

Fonte: Autor (2022).

Agora olhando pela perspectiva do jogador INDIVIDUAL observa-se que a estratégia CAA é estritamente dominante as outras estratégias, assim reduzimos a matriz novamente, mostrada no Quadro 11.

Quadro 11: Matriz *Payoff* final reduzida 2.

	CAA
BAB	(8, 10)

Fonte: Autor (2022).

Portanto podemos observar nosso equilíbrio de Nash, mostrado no Quadro 12.

Quadro 12: Matriz *Payoff* com equilíbrio de Nash.

Matriz payoff		I N D I V I D U A L																
		AAA	ABA	ABB	ABC	ACB	ACC	BAB	BAC	BBB	BBC	BCB	BCC	BCD	CAA	CAB	CBB	CBC
G R U P O	AAB	(1, 1)	(1, 4)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 9)	(1, 8)	(1, 8)	(1, 3)	(1, 6)	(1, 4)	(1, 10)	(1, 8)	(1, 7)	(1, 6)
	ABB	(6, 1)	(6, 4)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 2)	(6, 4)	(6, 9)	(6, 8)	(6, 8)	(6, 3)	(6, 6)	(6, 4)	(6, 10)	(6, 8)	(6, 7)	(6, 6)
	ABC	(6, 1)	(6, 4)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 2)	(6, 4)	(6, 9)	(6, 8)	(6, 8)	(6, 3)	(6, 6)	(6, 4)	(6, 10)	(6, 8)	(6, 7)	(6, 6)
	ABD	(1, 1)	(1, 4)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 9)	(1, 8)	(1, 8)	(1, 3)	(1, 6)	(1, 4)	(1, 10)	(1, 8)	(1, 7)	(1, 6)
	ACC	(5, 1)	(5, 4)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)	(5, 2)	(5, 4)	(5, 9)	(5, 8)	(5, 8)	(5, 3)	(5, 6)	(5, 4)	(5, 10)	(5, 8)	(5, 7)	(5, 6)
	BAA	(4, 1)	(4, 4)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)	(4, 2)	(4, 4)	(4, 9)	(4, 8)	(4, 8)	(4, 3)	(4, 6)	(4, 4)	(4, 10)	(4, 8)	(4, 7)	(4, 6)
	BAB	(8, 1)	(8, 4)	(8, 4)	(8, 5)	(8, 6)	(8, 2)	(8, 4)	(8, 9)	(8, 8)	(8, 8)	(8, 3)	(8, 6)	(8, 4)	(8, 10)	(8, 8)	(8, 7)	(8, 6)
	BBA	(7, 1)	(7, 4)	(7, 4)	(7, 5)	(7, 6)	(7, 2)	(7, 4)	(7, 9)	(7, 8)	(7, 8)	(7, 3)	(7, 6)	(7, 4)	(7, 10)	(7, 8)	(7, 7)	(7, 6)
	BBB	(6, 1)	(6, 4)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 2)	(6, 4)	(6, 9)	(6, 8)	(6, 8)	(6, 3)	(6, 6)	(6, 4)	(6, 10)	(6, 8)	(6, 7)	(6, 6)
	BBC	(1, 1)	(1, 4)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 9)	(1, 8)	(1, 8)	(1, 3)	(1, 6)	(1, 4)	(1, 10)	(1, 8)	(1, 7)	(1, 6)
	BBD	(6, 1)	(6, 4)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)	(6, 2)	(6, 4)	(6, 9)	(6, 8)	(6, 8)	(6, 3)	(6, 6)	(6, 4)	(6, 10)	(6, 8)	(6, 7)	(6, 6)
	BCB	(2, 1)	(2, 4)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)	(2, 2)	(2, 4)	(2, 9)	(2, 8)	(2, 8)	(2, 3)	(2, 6)	(2, 4)	(2, 10)	(2, 8)	(2, 7)	(2, 6)
	BCC	(4, 1)	(4, 4)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)	(4, 2)	(4, 4)	(4, 9)	(4, 8)	(4, 8)	(4, 3)	(4, 6)	(4, 4)	(4, 10)	(4, 8)	(4, 7)	(4, 6)
	BDB	(1, 1)	(1, 4)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)	(1, 2)	(1, 4)	(1, 9)	(1, 8)	(1, 8)	(1, 3)	(1, 6)	(1, 4)	(1, 10)	(1, 8)	(1, 7)	(1, 6)
	CAB	(7, 1)	(7, 4)	(7, 4)	(7, 5)	(7, 6)	(7, 2)	(7, 4)	(7, 9)	(7, 8)	(7, 8)	(7, 3)	(7, 6)	(7, 4)	(7, 10)	(7, 8)	(7, 7)	(7, 6)
	CBA	(7, 1)	(7, 4)	(7, 4)	(7, 5)	(7, 6)	(7, 2)	(7, 4)	(7, 9)	(7, 8)	(7, 8)	(7, 3)	(7, 6)	(7, 4)	(7, 10)	(7, 8)	(7, 7)	(7, 6)
CCB	(5, 1)	(5, 4)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)	(5, 2)	(5, 4)	(5, 9)	(5, 8)	(5, 8)	(5, 3)	(5, 6)	(5, 4)	(5, 10)	(5, 8)	(5, 7)	(5, 6)	

Fonte: Autor (2022).

Concluimos pelo método de dominância estrita iterada, que o perfil de estratégia $s = (BAB, CAA)$ é um equilíbrio de Nash, pois ambos os jogadores jogam com a melhor estratégia possível, independente da escolha do outro jogador, ou seja, não há arrependimento. Os alunos que trabalham individualmente obtiveram em média nota 10 e os que trabalho em grupo tiveram em média nota 8 usando esse perfil de estratégia, logicamente com uma amostra maior esses números poderiam variar.

4.4 Resultado final

O cenário ideal de acordo com nossa amostra é que o melhor perfil para que ambos jogadores tenham sucesso, é o perfil $s = (BAB, CAA)$, ou seja, o jogador GRUPO acha a matéria difícil, é mega focado nas aulas e estuda na média em horários extracurriculares, já o jogador individual tem uma dificuldade mediana, é mega focado nas aulas e estuda muito em horários extracurriculares.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Teoria de Jogos é uma área de pesquisa com muito potencial e pouco explorada, possivelmente em um futuro próximo com a IA (inteligência artificial) mostrando que a cada ano que passa as máquinas conseguem entender situações reais e buscar soluções para diversos problemas da sociedade, muito provavelmente nossos celulares compreendem muito mais sobre as pessoas que elas mesmas, através de algoritmos e dados que fornecemos diariamente sem perceber. Isso desperta esse interesse em aplicar essa tese em uma sala de aula, visando observar padrões e encontrar soluções. Esse trabalho foi apenas um ponto de partida, para dizer que é possível encontrar esses padrões entre alunos e assim pensar em alguma forma de usar isso em uma sala de aula.

Esse trabalho teve recursos limitados, uma amostra de 64 alunos e apenas 5 perguntas já mostraram que encontramos o melhor caminho para nossos alunos, porém com um banco de dados maior e com perguntas mais diretas e menos abertas, essas respostas seriam muito mais precisas. Essa pesquisa foi apenas um começo, imagine isso sendo aplicado em uma escala muito maior, por exemplo em escolas estaduais com perguntas diferentes tentando encontrar perfis diferentes de alunos em nosso país ou até mesmo no mundo inteiro.

Em relação aos resultados encontrados, foi mostrado matematicamente que o processo de ensino aprendizagem não depende somente do professor, é uma via de mão dupla, o aluno para obter bons resultados precisa estar focado e com vontade de aprender. Algo a se destacar, é que as maiores notas encontradas foram de alunos que trabalham individualmente, porém em contra ponto, em média, os alunos que trabalham em grupo têm resultados melhores, assim fica o questionamento de qual é a melhor forma de trabalhar. Temos espaço para ambos, para que nenhum estilo de aluno seja prejudicado. Quem já lecionou alguma vez na vida percebeu que o conteúdo avança de forma diferente dependendo da turma em que trabalha, e que cada aluno tem seus problemas, sejam eles familiares, psicológicos e muitos outros. A teoria dos jogos pode mapear essas diferenças e dividir turmas em diferentes grupos com perfis semelhantes, para que o professor trabalhe de forma diferente o conteúdo para tentar melhorar a forma com que cada um absorva o tema de maneira diferente. Dessa forma o aluno que tem facilidade, por exemplo, não seja travado pelos demais

e vice e versa, estamos lidando com seres humanos e todo o cuidado é importante, mas é algo que podemos discutir para tentar melhorar a educação em nosso país.

Conclui-se esse trabalho como apenas um ponto de partida e colaborado de alguma forma para a reflexão do uso da teoria de jogos em situações de sala de aula, para assim tentar entender os problemas que existem em nossa educação e propor discussões válidas para tentar melhorar. Ainda é uma infinidade de possibilidades para explorar nessa área.

REFERÊNCIAS

ARRUDA, M. D. **TEORIA DOS JOGOS APLICADA AO MERCADO FINANCEIRO**. TCC - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/30985/4/TeoriaJogosAplicada.pdf>. Último acesso dia 04/07/2022

BARRICHELO, F. **Estratégias de decisão**: decida melhor com insights da Teoria dos Jogos. São Paulo: [s.n.], 2017. Disponível em: https://www.academia.edu/32755196/ESTRAT%C3%89GIAS_DE_DECIS%C3%83O_Decida_melhor_com_insights_da_Teoria_dos_Jogos. Último acesso dia 04/07/2022.

CÂMARA, S. F. **Teoria dos Jogos**, 2011. Disponível em: https://ead2.moodle.ufsc.br/pluginfile.php/170067/mod_resource/content/3/Teoria_dos_Jogos.pdf. Último acesso dia 04/07/2022.

CARVALHO, R. M. **Teoria dos Jogos: a aplicação da teoria como ferramenta estratégica para tomada de decisões em instituições de Ensino**. Pedro Leopoldo: [s.n.], 2008.

FIANI, R. **Teoria dos Jogos**. 3ª. ed. [S.l.]: GEN Atlas, v. Único, 2015. Disponível em: <https://gpde.direito.ufmg.br/wp-content/uploads/2019/03/FIANI-Ronaldo.-Teoria-dos-Jogos-p%C3%A1ginas-1-50.pdf>. Último acesso dia: 04/07/2022

KEMP, E. et al. **O Dilema do Prisioneiro. Série Matemática na Escola**. Campinas, SP: [s.n.], 2011.

NEUMANN, J. V.; MORGENSTERN, O. **The Theory of Games and Economic**. [S.l.]: [s.n.], 1944.

NOWAK, M. A. **John Forbes Nash (1928–2015)**. Nature. Disponível em: <https://www.nature.com/articles/522420a>. Últmo acesso dia 29/06/2022.

SARTINI, B. et al. **Uma Introdução a Teoria dos Jogos**, Bahia, 25 a 29 Outubro 2004. Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~rvicente/IntroTeoriaDosJogos.pdf>. Último acesso dia 04/07/2022.

UMA MENTE BRILHANTE. Direção: Ron Howard. Produção: Brian Grazer; Todd Hallowell, *et al.* [S.l.]: Universal Pictures. 2002.

VIENNA, U. O. **Oskar Morgenstern**. University of Vienna. Disponível em: <https://oskar-morgenstern-medaille.univie.ac.at/en/oskar-morgenstern/>. Últmo acesso dia 29/06/2022.

WIKIPEDIA. **John von Neumann**. Wikipedia. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/John_von_Neumann. Últmo acesso dia 29/06/2022.

ANEXO A – COMITÊ DE ÉTICA



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: Teoria dos Jogos e o Equilíbrio de Nash no Ensino-Aprendizagem

Pesquisador: DIONE INES CHRIST MILANI

Área Temática:

Versão: 2

CAAE: 52425321.4.0000.0165

Instituição Proponente: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 5.154.345

Apresentação do Projeto:

Segundo os pesquisadores:

Introdução

Durante nosso crescimento, muitas vezes nos deparamos com algum tipo de jogo, pode ser uma brincadeira de infância ou alguma modalidade mais elaborada como o xadrez, até mesmo depois de adultos, vários exemplos de jogos despertam nossa paixão. Se observarmos a vida como um jogo e pensarmos que em nosso dia-a-dia estamos expostos a diversas situações de conflitos, nós podemos ser considerados jogadores. A Teoria dos Jogos é um conceito matemático que foi criado para modelar esses fenômenos, observados entre dois ou mais jogadores que interagem entre si, sejam eles da mesma equipe ou não. Explicado por Câmara (2011) essa teoria posiciona os jogadores da melhor maneira possível para que se consiga o melhor resultado desejado e tem como finalidade levar a uma reflexão e entendimento lógico para tomar a decisão, elaborando uma estratégia para isso. Podemos utiliza-la para diversas situações presentes em nossa vida, como por exemplo qual filme um casal irá ver no cinema ou o famoso caso do Dilema do Prisioneiro que vamos ver no andamento do trabalho. Na Teoria dos Jogos, para uma situação de jogo é preciso alguns elementos básicos, primeiramente é preciso um conjunto finito de jogadores, um conjunto de estratégias de cada jogador, um grupo com os resultados gerados após a interação dessas estratégias e por último, funções que atribuem os resultados para certa situação do jogo, que

Endereço: Av. Brasil, 4232, Bloco C, Sala do CEP

Bairro: Parque Independência

CEP: 85.884-000

UF: PR

Município: MEDIANEIRA

Telefone: (45)3264-8056

E-mail: coep-md@utfpr.edu.br



Continuação do Parecer: 5.154.345

podemos chamar de payoff (Ganhos). Ao observar resultados dos cursos que envolvam matérias de Cálculo, podemos ver que há uma grande dificuldade para que os alunos consigam absorver o conteúdo para obter os melhores resultados possíveis. Nesse trabalho, será feita uma pesquisa com alunos de Cálculo III dos cursos de engenharia da UTFPR e por meio da Teoria dos Jogos e traçar o melhor resultado possível analisando os perfis desses alunos, essa pesquisa será feita por meio de um questionário no qual suas perguntas serão destinadas a determinar as estratégias individuais de cada um dos alunos que denominaremos como jogadores. Vamos analisar de uma maneira lógica, uma estratégia para que o aprendizado do aluno seja potencializado, usando a Teoria dos Jogos. Em uma sala de aula existem interações entre os alunos, observando o comportamento desses alunos como jogadores de diferentes características, por meio da Teoria dos Jogos, é possível descobrir qual é a melhor estratégia para o aluno obter melhores resultados. Essa pesquisa tem natureza aplicada visando uma compreensão de conhecimentos praticados em uma situação real de nosso dia-a-dia, pode ser classificada como uma pesquisa explicativa, pois tem como propósito identificar fatores que determinam ou contribuem para ocorrência de um fenômeno no nosso caso chamado de payoff. É um estudo de caso de abordagem quantitativa, pois precisamos traduzir os comportamentos dos alunos em dados, diferenciando seus pensamentos em diferentes estratégias. Esse trabalho pretende ser uma ótima leitura e uma grande contribuição para alunos e professores, ajudando a refletir sobre a melhor postura para se adotar em sala de aula, ajudando o professor a elaborar uma aula com estratégias que contribuam no desempenho acadêmico e contribuir no avanço das pesquisas nessa área, visando a melhoria do processo de ensino-aprendizagem.

Hipótese

A forma de estudo, no processo individual ou em grupo, influencia no resultado da aprendizagem.

Metodologia proposta

Essa pesquisa terá como finalidade aplicar a Teoria dos Jogos em uma situação de sala de aula, isso classifica o trabalho como de natureza aplicada, onde tem como objetivo identificar os principais fatores que determinam ou contribuem para ocorrência de um citado anteriormente payoff, que é no mundo dos negócios chamado de lucro, onde no nosso caso será um melhor resultado para a turma. Ele busca entender tal situação após uma coleta de dados quantitativos e uma interpretação palpável dessas informações. Para chegarmos ao nosso propósito, precisamos de dados reais, para isso, será feito um questionário com perguntas visando entender os

Endereço: Av. Brasil, 4232, Bloco C, Sala do CEP
Bairro: Parque Independência **CEP:** 85.884-000
UF: PR **Município:** MEDIANEIRA
Telefone: (45)3264-8056 **E-mail:** coep-md@utfpr.edu.br



Continuação do Parecer: 5.154.345

principais fatores que comprometem o desempenho de um aluno de Cálculo do ensino superior. Esse questionário irá buscar, por meio de perguntas, observar padrões entre esses alunos e com isso traçar perfis com diferentes estratégias que habitualmente são usadas por estudantes nessa época de suas vidas. Serão cinco perguntas, nas quais serão abordados os principais fatores que acreditamos influenciar no resultado dos alunos, cada pergunta será respondida de um peso de 0 a 10, caracterizando uma pesquisa qualitativa ordinal, para que com isso seja possível organizar essas estratégias em grupos para um melhor tratamento dos dados e com isso uma modelagem melhor do problema. A princípio a pesquisa será exploratória, para a obtenção das respostas dos questionários, os quais serão utilizados para descrever a forma de estudo e aplicações a esta pesquisa. Após, estes resultados serão tabulados estabelecendo a quantidade de respostas para os itens do questionário. O contato será por e-mail e o questionário será feito pelo google forms. O público abordado são alunos 150 alunos que cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral III, do período 2020-2, dos cursos de Engenharia Civil, Engenharia Eletrônica e Engenharia da Computação da UTFPR. As respostas servirão para estabelecer o comportamento geral quanto a forma de estudo e o resultado de aprendizagem e irão compor os dados de entrada na tabela de Teoria dos Jogos, a qual buscará estabelecer o cenário ideal para o ensino-aprendizagem. Assim, é esperado que seja encontrado por meio da Teoria dos Jogos, a melhor estratégia, ou seja, o principal procedimento que leva aos alunos ter o resultado mais favorável possível. Com esse resultado em mãos, será feita uma reflexão de como o papel do professor pode incentivar os alunos a optarem pela melhor estratégia e assim contribuir para a evolução da educação em nosso país. Concluiremos esse trabalho observando quais colaborações o uso da Teoria dos Jogos pode trazer para um ensino mais inovador e preocupado com melhores resultados. Assim provocando e encorajando uma maior quantidade de pesquisas nessa área, que tenta entender situações reais e palpáveis para otimizar o resultado de diversas situações presentes no mundo.

Critério de inclusão

Alunos do Campus Toledo que tenham cursado a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 3 no período de 2020-2. Esta disciplina está incluída no 3 semestre, portanto todos alunos possuem mais de 18 anos

Critério de exclusão

Não se aplica.

Endereço: Av. Brasil, 4232, Bloco C, Sala do CEP
Bairro: Parque Independência **CEP:** 85.884-000
UF: PR **Município:** MEDIANEIRA
Telefone: (45)3264-8056 **E-mail:** coep-md@utfpr.edu.br



Continuação do Parecer: 5.154.345

Metodologia de análise de dados

O questionário constará de perguntas que deverão ser respondidas com valores de 0 a 10. Estes valores serão tabulados e analisados por meio da Teoria dos Jogos e Equilíbrio de Nash.

Objetivo da Pesquisa:

Segundo os pesquisadores:

Objetivo Primário

Estudar a relação entre o estudo individual e coletivo no desempenho do aluno, por meio da Teoria dos Jogos, a fim de traçar a melhor estratégia para atingir o melhor desempenho.

Objetivo Secundário

- Estudar a Teoria Dos Jogos.
- Coletar dados e observar padrões de um grupo de alunos.
- Analisar essas características e introduzir em uma situação de jogo.
- Descrever diversas estratégias utilizadas pelos alunos na vida acadêmica.
- Propor estratégias que auxiliem no processo ensino-aprendizagem
- Estabelecer um cenário ideal, baseado na Teoria dos Jogos.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Segundo os pesquisadores:

Riscos

O risco desta pesquisa, será o constrangimento ao responder o questionário, visto que precisará fazer uma auto avaliação quanto ao seu tempo de estudo e forma de procedê-lo, dessa forma, o aluno poderá interromper a participação a qualquer momento. Também em tempos de dados digitais, há o risco de vazamento de dados por acesso indevido de hackers, o que busca-se minimizar por meio das ferramentas de segurança

Benefícios:

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 3 possui um alto índice de reprovação, ao conseguirmos encontrar a situação ideal através da Teoria dos Jogos, estaremos contribuindo para a melhoria do processo de ensino aprendizagem, podendo estabelecer métodos mais eficazes.

Endereço: Av. Brasil, 4232, Bloco C, Sala do CEP
Bairro: Parque Independência **CEP:** 85.884-000
UF: PR **Município:** MEDIANEIRA
Telefone: (45)3264-8056 **E-mail:** coep-md@utfpr.edu.br



Continuação do Parecer: 5.154.345

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

A pesquisa é relevante para a área.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

O projeto atende as recomendações da Resolução no 466/12, da Resolução no 510/16 e da Circular nº 110-SEI/2017.

Recomendações:

Vide item Conclusão ou Pendência e Lista de Inadequação.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

1. Na plataforma Brasil, no item "Grupos em que serão divididos os participantes da pesquisa neste centro" é informado o número 150 em "Intervenções a serem realizadas". Nesse campo, deve ser informado quais serão as intervenções (ex.: questionário, participação em atividade...).

SITUAÇÃO 08/12/21: Atendida.

2. Todos os pesquisadores devem ser incluídos na plataforma, incluindo o aluno.

SITUAÇÃO 08/12/21: Atendida.

3. Pesquisas realizadas em ambiente virtual devem seguir as recomendações da Carta Circular nº 1/2021-CONEP/SECN S / M S (disponível em http://conselho.saude.gov.br/images/comissoes/conep/documentos/CARTAS/Carta_Circular_01.2021.pdf). Em relação a essa carta, observar os seguintes pontos:

3.1 Como será registrado o consentimento dos participantes? Eles responderão o e-mail com o arquivo assinado?

SITUAÇÃO 08/12/21: Atendida.

3.2 O participante deve acessar o questionário somente após dar seu consentimento através do TCLE.

SITUAÇÃO 08/12/21: Atendida.

3.3 O pesquisador deve enfatizar a importância de o participante guardar uma cópia do TCLE.

SITUAÇÃO 08/12/21: Atendida.

Endereço: Av. Brasil, 4232, Bloco C, Sala do CEP
Bairro: Parque Independência **CEP:** 85.884-000
UF: PR **Município:** MEDIANEIRA
Telefone: (45)3264-8056 **E-mail:** coep-md@utfpr.edu.br



Continuação do Parecer: 5.154.345

4. Todo projeto tem um custo, mesmo que este seja em equipamentos comprados anteriormente pela instituição.

SITUAÇÃO 08/12/21: Atendida.

5. Ajustar o cronograma para que a coleta de dados inicie somente após a aprovação pelo CEP.

SITUAÇÃO 08/12/21: Atendida.

Considerações Finais a critério do CEP:

Diante do exposto, o CEP-UTFPR, de acordo com as atribuições definidas no cumprimento da Resolução CNS nº 466 de 2012, Resolução CNS nº 510 de 2016 e da Norma Operacional nº 001 de 2013 do CNS, manifesta-se por APROVAR este projeto.

Lembramos aos (as) senhores(as) pesquisadores(as) que o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) deverá receber relatórios anuais sobre o andamento do estudo, bem como a qualquer tempo e a critério do pesquisador nos casos de relevância, além do envio dos relatos de eventos adversos, para conhecimento deste Comitê. Salientamos ainda, a necessidade de relatório completo ao final do estudo. Eventuais modificações ou emendas ao protocolo devem ser apresentadas ao CEP-UTFPR de forma clara e sucinta, identificando a parte do protocolo a ser modificado e as suas justificativas.

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1839037.pdf	23/11/2021 11:25:59		Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido TCLE para maiores de 18 anos de idade_Dione1.pdf	23/11/2021 11:23:50	DIONE INES CHRIST MILANI	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_CEP_2.pdf	23/11/2021 11:18:55	DIONE INES CHRIST MILANI	Aceito
Cronograma	CRONOGRAMA_2.pdf	23/11/2021 11:17:53	DIONE INES CHRIST MILANI	Aceito
Declaração de concordância	Termo de Compromisso de Confidencialidade de dados enviados de Relatório Final_Dione11.pdf	06/10/2021 21:25:10	DIONE INES CHRIST MILANI	Aceito
Brochura Pesquisa	Questionario.pdf	06/10/2021 17:09:12	DIONE INES CHRIST MILANI	Aceito

Endereço: Av. Brasil, 4232, Bloco C, Sala do CEP

Bairro: Parque Independência

CEP: 85.884-000

UF: PR

Município: MEDIANEIRA

Telefone: (45)3264-8056

E-mail: coep-md@utfpr.edu.br



Continuação do Parecer: 5.154.345

Folha de Rosto	folhaDeRosto_Dione_cep_posREV_final.pdf	06/10/2021 15:51:02	DIONE INES CHRIST MILANI	Aceito
----------------	---	------------------------	-----------------------------	--------

Situação do Parecer:

Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP:

Não

MEDIANEIRA, 08 de Dezembro de 2021

Assinado por:
Vanessa Bueno da Silva
(Coordenador(a))

Endereço: Av. Brasil, 4232, Bloco C, Sala do CEP
Bairro: Parque Independência **CEP:** 85.884-000
UF: PR **Município:** MEDIANEIRA
Telefone: (45)3264-8056 **E-mail:** coep-md@utfpr.edu.br