PRODUTO EDUCACIONAL

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O RACÍOCINIO MATEMÁTICO

NILVA MÁRCIA DALLAGO JÚLIO

ELIANE MARIA DE OLIVEIRA ARAMAN

nilva.dallago@gmail.com

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Nilva Márcia Dallago Júlio

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

PROBLEM SOLVING AND MATHEMATICAL REASONING

PRODUTO EDUCACIONAL APRESENTADO AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE NOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, COMO REQUISITO PARCIAL À OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENSINO DE MATEMÁTICA.
ORIENTADORA: PROF.ª DRA. ELIANE MARIA DE OLIVEIRA ARAMAN

Londrina
2023

4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.
Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

NILVA MARCIA DALLAGO JULIO

PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO MOBILIZADOS POR ALUNOS DO 7º ANO DURANTE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestra Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 31 de Março de 2023

Eliane Maria De Oliveira Araman, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Andresa Maria Justulin, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Marcia Aguiar, Doutorado - Universidade Federal do Abc

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 31/03/2023.

Apresentação

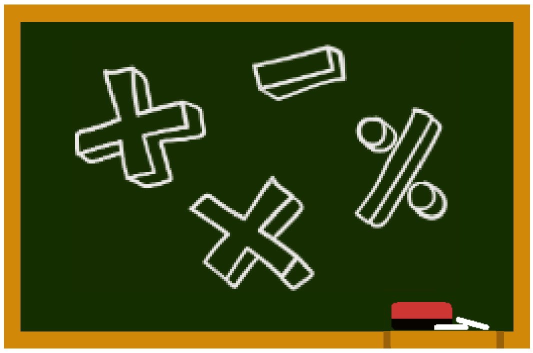
Caro (a) professor (a)

Este Produto Educacional é fruto da pesquisa de Mestrado intitulada: Processos de Raciocínio Matemático mobilizados por alunos do 7.° ano durante a Resolução de Problemas, apresentada ao PPGMAT- Programa de Mestrado em Ensino de Matemática da UTFPR- Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Londrina, com a orientação da professora Doutora Eliane Maria De Oliveira Araman.

Este material tem a finalidade de guiar professores engajados em experienciar desafios ao ensinar Matemática por meio de contraexemplos com o objetivo de desenvolver o raciocínio matemático nas aulas. A primeira etapa contempla a definição de Raciocínio Matemático e os processos de Raciocínio Matemático baseado no Referencial Teórico utilizado na pesquisa.

Após a definição de Raciocínio matemático esse material apresenta o entendimento do que é problema, aspectos históricos da Resolução de Problemas e a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, como metodologia adotada para aplicação dos problemas seguindo a etapas sugeridas por Allevatto e Onuchic (2021). São apresentados os problemas, e uma das habilidades da BNCC (BRASIL, 2018), e ao final de cada problema, alguns trechos das resoluções apresentadas pelos alunos durante a resolução dos problemas evidenciando os processos de raciocínio matemático.

ILUSTRAÇÕES ESTÃO DISPONÍVEIS NO LINK: HTTPS://WWW.CANVA.COM/.



SUMÁRIO

VOCÊ SABE O QUE É RACIOCÍNIO MATEMÁTICO?

SERÁ QUE PENSAR E RACIOCINAR SÃO SINÔNIMOS?

OS ALUNOS APRENDEM MATEMÁTICA? OU REPRODUZEM MATEMÁTICA?

O QUE SÃO CONJECTURAS?

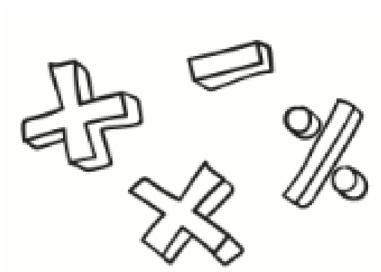
como desenvolver o raciocínio matemático?

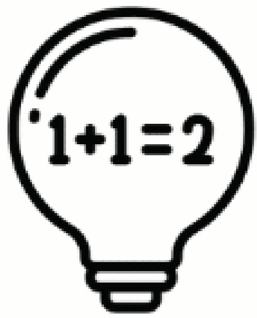
São tantas perguntas...

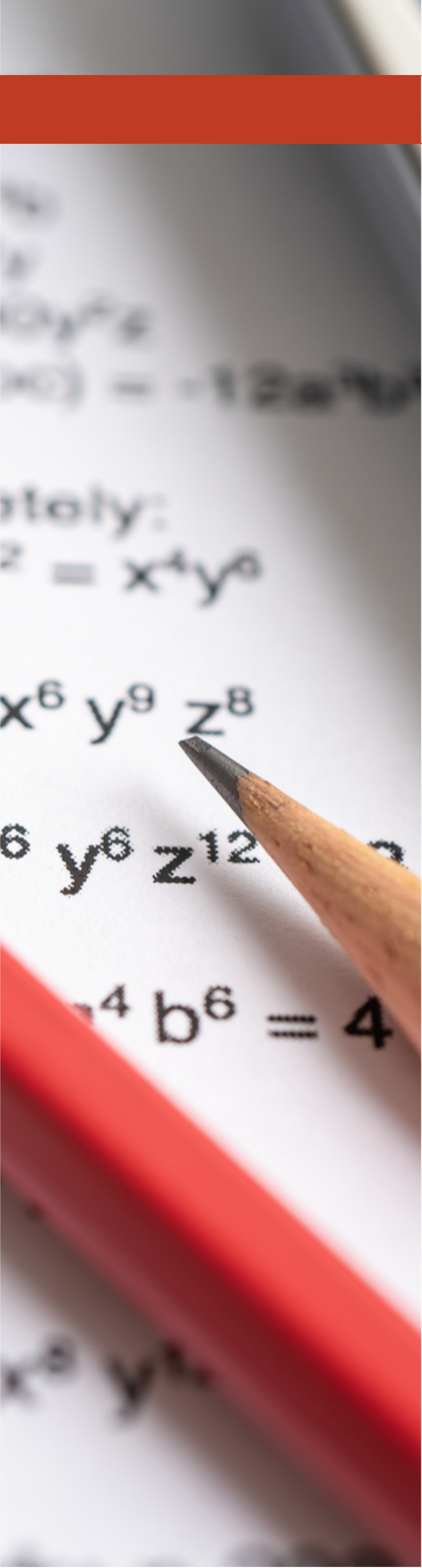
São tantas dúvidas!!!

VAMOS CONHECER MAIS SOBRE...

O raciocínio matemático não havia sido apresentado para esta pesquisadora até o momento de contato com a Fundamentação Teórica dessa pesquisa, talvez por ser um tema pouco estudado e divulgado no Brasil. A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018) faz menção que é necessário “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação” no Ensino Fundamental, e no Ensino Médio esse documento apresenta uma competência prevendo que os alunos sejam aptos a “ investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas [...] ao formular conjecturas com bases em suas investigações, os estudantes devem buscar contraexemplos para refutá-las[...] ou validá-las”.
(BRASIL, 2018, p. 540).







1. RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

O desenvolvimento do raciocínio matemático em sala de aula contribui para uma aprendizagem matemática voltada para o aluno como um sujeito ativo do aprendizado. Há um consenso da importância de trabalhar com o raciocínio matemático apontado por autores como (JEANNOTTE; KIERAN, 2017; LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011), mas é preciso aprofundamento e estudo para compreendê-lo e saber como desenvolvê-lo em sala de aula.

MAS O QUE É O RACIOCÍNIO MATEMÁTICO?

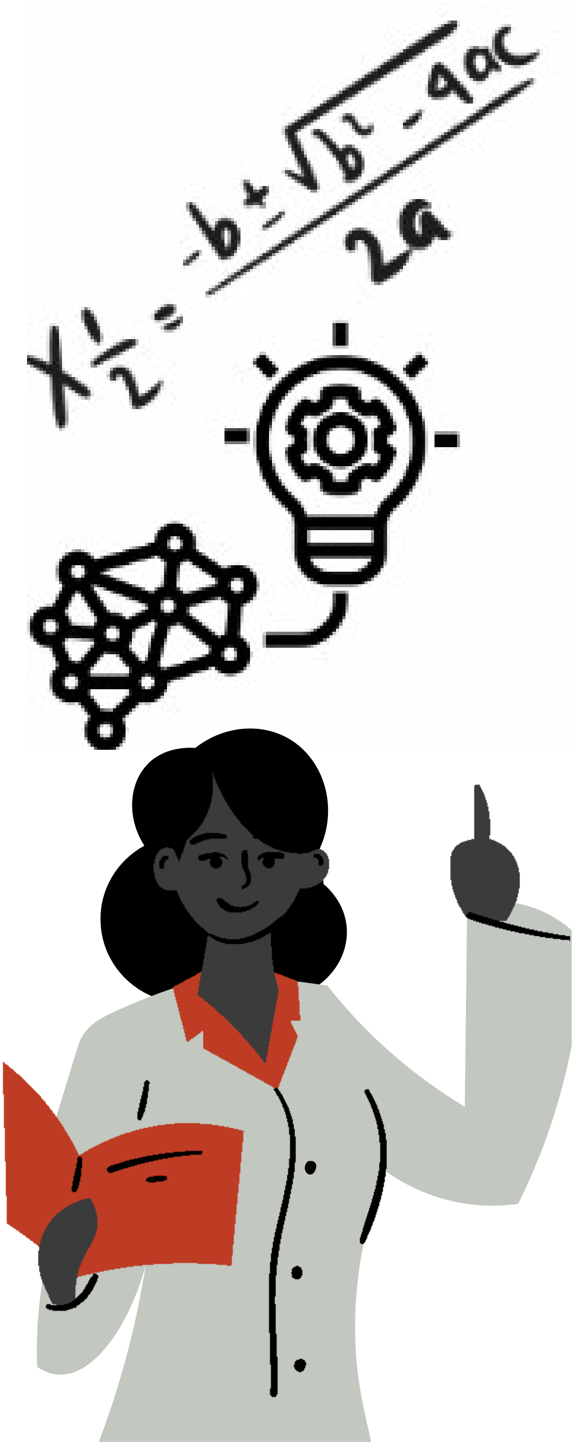
Visando uma compreensão melhor do que é raciocínio matemático, primeiramente vamos entender o conceito de "raciocinar", que, embora não seja exclusividade da Matemática, é muito usado na aprendizagem da matemática e "pensar" que é uma expressão muito repetida ao desenvolver conceitos matemáticos, entretanto há uma certa confusão entre esses conceitos (PONTE; QUARESMA; MATA-PEREIRA, 2020, p. 7). De acordo com Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020, p. 7) "raciocinar é realizar inferências de forma fundamentada, ou seja, partir de informação dada para obter nova informação através de um processo justificado". Diante disso, é fundamental conhecer conceitos apresentados por autores que se dedicam a conceituar o raciocínio matemático de maneira a contribuir para uma vertente de compreensão por parte dos educadores.

O discurso sobre raciocínio matemático é polissêmico, há várias visões sobre a questão que permeiam a comunidade matemática. Para autores como Jeannotte e Kieran (2017, p. 7), o raciocínio matemático "é um processo de comunicação com os outros que permite inferir enunciados matemáticos de outros enunciados matemáticos". Sob o olhar de Lannin, Ellis e Elliot (2011, p.7) "o raciocínio matemático é a essência e que sem raciocínio matemático não há matemática", e complementam dizendo que "o raciocínio matemático é fundamental para uma compreensão mais profunda da matemática". Já Carneiro, Araman e Serrazina (2020, p. 36) que indicam "que o raciocínio-matemático consiste em produzir um enunciado matemático a partir de outros que são assumidos como verdadeiros".

Para Brodie (2010, p. 7), quando "raciocinamos" desenvolvemos linhas de pensamento ou argumentação, que podem servir a vários propósitos, "convencer os outros ou a nós mesmos de uma determinada afirmação; para resolver um problema". O raciocinar vai muito além de uma aceitação é argumentar acerca de questões entendidas como verdadeiras, desencadeando questionamentos e aprendizagens. Requer apropriar de conceitos para desenvolver as habilidades e isso se torna por meio de tarefas desafiadoras, como por exemplo as tarefas exploratórias e a resolução de problemas (ANJOS et al., 2022), que instiguem o raciocinar matematicamente.

Para Oliveira (2008) raciocínio matemático “designa um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas (conhecimento prévio)” (OLIVEIRA, 2008, p. 3).

Após a definição de raciocínio matemático buscaremos compreender como o raciocínio matemático é estruturado. Para um melhor entendimento vamos apresentar um modelo organizado por Jeannotte e Kieran (2017).



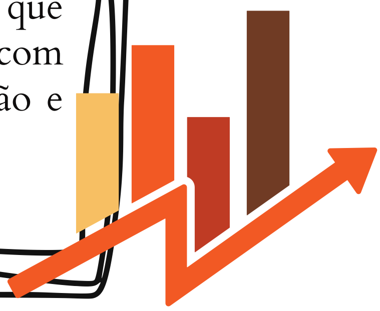
Jeannotte e Kieran (2017, p. 7) explicam como a estrutura do raciocínio matemático se apresenta, as autoras salientam “que o objetivo não é construir um modelo que forneça práticas específicas para encorajar o raciocínio matemático” (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 4), mas sim, indicar conceitos que podem auxiliar no desenvolvimento do raciocínio matemático nas práticas pedagógicas. Enfatizam a importância de conhecer como os aspectos estruturais e de processo de raciocínio matemático se representam, indicando “duas diferentes formas de olhar para um determinado discurso” (JEANNOTTE; KIERAN,2017, p.7).“Ambas se relacionam dialeticamente: as estruturas são parte do aspecto do processo de raciocínio matemático e os processos contribuem para a construção dessas estruturas”.

1.1 ASPECTO ESTRUTURAL

As autoras conceituam separadamente os aspectos estrutural e os de processo. O primeiro é composto por três raciocínios lógicos (dedução, abdução e indução) e o aspecto de processo associa-se à busca por semelhanças/ diferenças e validação.

O ASPECTO ESTRUTURAL DEFINIDO COMO:

O aspecto estrutural do RM refere-se em geral a um aspecto mais estático que está relacionado à forma de um determinado pedaço de RM. Mais especificamente, o aspecto estrutural refere-se à forma como os elementos discursivos se combinam em um sistema ordenado que descreve tanto os elementos quanto suas relações uns com os outros. As formas mais citadas são dedução, indução e abdução. (JEANNOTTE, KIERAN, 2017, p. 7).



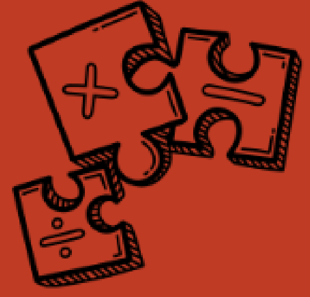
1.2 ASPECTO DOS PROCESSOS DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

Jeannotte e Kieran (2017, p. 9) em seu modelo de raciocínio matemático, conceituam o aspecto do processo de raciocínio matemático "como processos cognitivos que são meta-discursivos, ou seja, que derivam narrativas sobre objetos ou relações, explorando as relações entre objetos". É no aspecto de processos que está o foco da presente investigação. Assim, foram organizados aqui os processos encontrados na literatura da seguinte forma: os processos que se relacionam à busca por semelhanças e diferenças, nos quais estão associados os processos de: generalizar, conjecturar, identificar um padrão, comparar e classificar, e os referente à validação, que são justificar, provar e provar formalmente. Ainda, temos o exemplificar, que dá suporte aos demais processos.

Para Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 12) “raciocinar matematicamente é um processo em evolução de conjecturar, generalizar, investigar o porquê, e desenvolver e avaliar argumentos”. Conforme Ponte, Quaresma e Mata-Pereira (2020), conjeturar, generalizar e justificar destacam-se como processos essenciais do raciocínio matemático e, portanto, devem ser aplicados desde os primeiros anos de escolaridade. Para Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 12) “conjecturar envolve raciocinar sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas que não são conhecidas como verdadeiras”, logo os alunos podem exercitar conjecturas por meio de tarefas propostas em sala de aula, expondo seus argumentos.

A generalização é um processo com características próprias, ou seja, ao fazer conjecturas os alunos iniciam um processo de identificação levando à generalização, que permite relacionar um conjunto de dados quanto a um conjunto maior. Stylianides (2008, p. 9) interpreta a generalização como o “transporte de relações matemáticas de conjuntos dados para novos conjuntos para os quais os conjuntos originais são subconjuntos”. As generalizações acontecem, muitas vezes, quando os alunos identificam algo em comum com os casos analisados, assim o raciocínio ultrapassa o momento para se elevar a uma outra dimensão, ou seja, ao raciocínio mais vasto.

Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 16) acrescentam que a generalização se dá, quando uma criança se concentra em um problema e pensa sobre “esse aspecto de forma mais ampla” (LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011, p. 16). E sob o olhar de Jeannotte e Kieran (2017, p. 9), “generalização é uma relação entre objetos do conjunto de um subconjunto deste conjunto”. Mata-Pereira (2018) faz uma observação em relação à generalização, no que concerne a generalização, o que difere consideravelmente na Matemática como ciência da Matemática escolar. “Em matemática, uma generalização frequentemente referida como teorema apenas é considerada verdadeira se lhe for associada uma demonstração válida (para os matemáticos)” (MATA-PEREIRA, 2018, p.10).



Nesse momento a autora, traz uma reflexão sob o olhar para a generalização enquanto uso de teoremas válidos, no entanto percebemos que os alunos fazem generalizações o tempo todo ainda que não consigam provar dentro do rigor matemático os teoremas matemáticos, mas que por meio de situações envolvendo uma tarefa o conduzirá a outras situações mais amplas e isso é muito válido para a aprendizagem matemática de forma a conhecer o sentido de estar apropriando determinados conceitos.

Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 12) afirmam "o raciocínio matemático envolve uma investigação de vários fatores potenciais que podem explicar por que uma generalização é verdadeira ou falsa".

Conjecturar sob o olhar de Lannin, Ellis e Elliot (2011), envolve "raciocinar sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas que não são conhecidas como verdadeiras" (LANNIN; ELLIS; ELLIOT, 2011, p. 13).

Para Jeannotte e Kieran (2017, p.10), "a conjectura leva a uma extensão do discurso pela construção de narrativas prováveis, a partir de busca por semelhanças e diferenças".

Araman e Serrazina (2020) pontuam que:

Ao formular uma conjectura, o aluno precisa raciocinar sobre as relações matemáticas e desenvolver afirmações sobre elas. Essas afirmações têm o Intuito de serem verdadeiras, mas os alunos ainda não sabem se são. Ao observar as relações e pensar sobre elas, os alunos identificam pontos comuns entre vários casos que os ajudam na compreensão dos significados de conceitos, símbolos e representações. Ao elaborar uma estratégia de resolução, os alunos formulam conjecturas, mesmo que de forma inconsciente, pois, ao definir um procedimento a ser usado, julgam que este caminho os conduzirá a um resultado. Os alunos podem criar conjecturas válidas ou inválidas, alicerçadas em raciocínios válidos ou por vezes, inválidos. Embora os raciocínios inválidos não sejam desejados, eles podem servir como ponto de partida para o entendimento das ideias matemáticas. Uma conjectura pode ser apresentada de várias formas ou até mesmo existir apenas na mente dos alunos (ARAMAN; SERRAZINA, 2020, p.149).

É possível identificar conjecturas em quase todas as tarefas realizadas pelos alunos em uma sala de aula, pois a conjectura é uma característica do processo de raciocínio matemático que conduz os alunos por meio dos conhecimentos prévios a elaborarem resoluções que podem estar corretas ou não. Caminhando nesse viés se faz necessário acrescentar como Polya (1954) considera de extrema importância a conjectura. Para ele, "a conjectura é central para a atividade matemática" (POLYA,1954 apud LANNIN, ELLIS e ELLIOT, 2011, p.13).

E, de acordo com os entendimentos de Jeannotte e Kieran (2017, p. 10), a comparação é "um processo de raciocínio matemático que busca por semelhanças e diferenças e infere uma narrativa sobre as relações matemáticas". Logo este processo é diferente de conjecturas e generalizações, por ser um padrão aplicável a algo dentro de um conjunto menor, não podendo se estender para um conjunto mais amplo.

Jeannotte e Kieran (2017) entendem que a comparação é:

Um processo de raciocínio matemático que infere, pela busca de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas. A comparação pode ocorrer junto com uma infinidade de outros processos de raciocínio matemático: generalização, identificando um padrão e validando. Por exemplo, identificar um padrão exige a comparação de casos ou exemplos para destacar o padrão. No entanto, identificar um padrão vai além de comparar porque comparar apenas infere numa narrativa sobre semelhanças e diferenças. (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p.10).

E dentro do modelo de Jeannotte e Kieran (2017) a classificação é um importante processo que viabiliza o desenvolvimento no nível no nível dos objetos, colocando-os juntos ou separando-os, e ademais, pode ser associada à comparação, conjectura e generalização (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p.11). O quadro 1 exemplifica os conceitos definidos no modelo de Jeannotte e Kieran (2017), quanto aos processos de raciocínio matemático na busca por semelhanças e diferenças.

PROCESSOS RELACIONADOS À BUSCA POR SEMELHANÇAS E DIFERENÇAS

PROCESSOS	CONCEITOS
GENERALIZAR	Processo, que, ela busca por semelhanças e diferenças infere narrativas sobre um conjunto de objetos matemáticos ou uma relação entre objetos do conjunto de um subconjunto deste conjunto.
CONJECTURAR	Processo de raciocínio matemático que, pela busca de semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre alguma regularidade com um valor epistêmico provável ou muito provável e que tem o potencial para a teorização matemática.
IDENTIFICAR UM PADRÃO	Processo que, pela busca por semelhanças e diferenças, infere uma narrativa sobre uma relação recursiva entre objetos ou relações matemáticas.
COMPARAR	Processo que infere, pela busca de semelhanças e diferenças, uma narrativa sobre objetos ou relações matemáticas.
CLASSIFICAR	Processo que infere, pela busca de semelhanças e diferenças entre objetos matemáticos, uma narrativa sobre uma classe de objetos com base na matemática propriedades físicas e definições.

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA, BASEADA NAS DEFINIÇÕES DE JEANNOTTE E KIERAN (2017).

No que diz respeito aos processos relacionados à validação, Jeannotte e Kieran (2017, p.11) afirmam que “validar visa alterar o valor epistêmico (ou seja, a probabilidade ou a verdade) de uma narrativa matemática”. Segundo elas, os processos de validação tencionam m mudar o valor epistêmico de uma narrativa de uma forma ou de outra, e essa mudança pode ser de provável para verdadeiro, de provável para falso, ou mesmo de provável para mais provável. Para justificar, cabe obter garantias e apoio através de dados coletados, “que permite modificar o valor epistêmico de uma narrativa” (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p. 11). É comum em uma sala de aula, que os alunos aceitem as explicações e resolução dos professores sem questionarem e até mesmo sem justificativas, é possível justificar se baseando em conceitos já conhecidos. Conforme Lannin, Ellis e Elliot (2011, p. 35) “uma justificação matemática é um argumento lógico baseado em ideias já compreendidas e reconhecer se uma justificativa matemática é válida é um componente crítico do processo de raciocínio”.

As justificativas são aceitas pelos alunos como ditas verdadeiras pois muitas vezes não foram ofertadas oportunidades de raciocinar sobre a tarefa proposta, Lannin, Ellis e Elliot (2011) citam que:

Os alunos constroemjustificativas para convencer a si mesmos e aos outros de porque uma determinada declaração é verdadeira. Para fornecer uma justificativa válida, os alunos devem fornecer uma sequência lógica das afirmações, ideias ou entendimentos já “sabiamente verdadeiros”, para chegar a uma conclusão. A justificativa deve mostrar que a generalização é verdadeira para todos os casos no domínio, apelando para relacionamentos subjacentes válidos. Embora seja simples de afirmar, as justificativas válidas são muito difíceis de identificar do que essa explicação sugere. Frequentemente, uma tentativa inicial de justificação inclui declarações ou suposições válidas e inválidas que precisam de um exame mais aprofundado. Uma justificativa bem-sucedida faz mais do que apenas mostrar que uma afirmação é verdadeira ela explica por que, fornecendo uma visão sobre os relacionamentos subjacentes que existem em todas as instâncias (LANNIN; ELLIS; ELLIOT,2011, p.35).

Mata-Pereira (2018, p.13) acrescenta que “ainda que se pretenda que os alunos apresentem justificações baseadas em pressupostos matemáticos, nem todas as justificações apresentadas em sala de aula têm natureza puramente matemática” (MATA-PEREIRA,2018, p.13). A autora aponta que a “justificação” é um conceito muito abrangente que passa por níveis complexos e formalização de conceitos vastos e, por conta disso, é de extrema relevância oportunizar aos alunos a justificação em todos os níveis.

Para validar, além de justificar, ainda é preciso levar em conta considerar os processos de provar e provar formalmente. De acordo com Araman e Serrazina (2020, p.122), “provar e provar formalmente (cujo rigor e grau de formalismo é maior do que em provar) também são processos sociais usados pelos indivíduos ou pela comunidade para responder as questões da veracidade de uma afirmação”. O quadro 2 apresenta as definições sobre justificar, provar e provar formalmente, de acordo com Jeannotte e Kieran (2017).

PROCESSOS	DEFINIÇÕES
PROVAR	Um processo de raciocínio matemático que, ao pesquisar dados, garantia e apoio, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável a verdadeira. Este processo é restringido por; I) Narrativas que são aceitas pela comunidade de classe (conjunto de narrativas aceitas que são verdadeiras (do ponto de vista do matemático especialista) e disponíveis sem justificativa adicional. II) Uma reestruturação final de natureza dedutiva. As realizações que são adequadas e conhecidas, ou acessível, para a classe.
PROVA FORMAL	Um processo de raciocínio matemático que, ao procurar dados, garantia e apoio, modifica o valor epistêmico de uma narrativa de provável a verdadeira. Este processo é restringido por: I) Narrativas que são aceitas pela comunidade de classe (conjunto de narrativas aceitas que são verdadeiras (do ponto de vista do matemático especialista) e sistematizadas em uma teoria matemática. II) Uma reestruturação dedutiva final. III) Realizações que são formalizadas e aceitas pela classe de matemática e comunidade.
JUSTIFICAR	Um processo de raciocínio matemático que, ao pesquisar dados, garantia e apoio, permite modificar o valor epistêmico de uma narrativa.

FONTE: AUTORA BASEADA NAS DEFINIÇÕES DE JEANNOTTE E KIERAN (2017)

A exemplificação foi definida por Jeannotte e Kieran (2017) como sendo um processo de raciocínio matemático que suporta outros processos de raciocínio matemático inferindo exemplos que auxiliam na busca por semelhanças, diferenças e validação. Ao exemplificar é possível entender o processo de raciocínio matemático vinculado aos dados de um problema. “Esses dados podem estar reciclados na busca por semelhanças ou diferenças em padrões e relações, mas também nos processos de validação, gerando elementos que servirão para generalizar, conjecturar e até mesmo validar” (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p.13).

As autoras salientam a importância de trabalhar os processos de raciocínio matemático de forma articulada. Mesmo que tenham sido tratados de forma separada, os processos de raciocínio matemático estão implícitos no desenvolvimento das atividades matemáticas e juntos desempenham uma estrutura produtiva no desenvolvimento das tarefas matemáticas.

Todos os processos de raciocínio matemático estão inter-relacionados. Eles estimulam e influenciam-se mutuamente, permitindo o desenvolvimento cada vez mais do discurso matemático complexo pela geração de novas narrativas sobre já existente. Em particular, conjecturar e provar desempenham um papel essencial na matemática. Na verdade, conjecturar infere narrativas que podem potencialmente enriquecer a matemática, as teorias e comprovações permitem sistematizar o discurso, com ideia de teorizá-lo (JEANNOTTE; KIERAN, 2017, p.14).

Lannin, Ellis e Elliot (2011), dividem os três aspectos de raciocínio matemático (conjecturar e generalizar, investigar porquê, justificar e refutar) em nove entendimentos essenciais, explicitados no Quadro 3. Os autores reconhecem que os entendimentos se interrelacionam.

QUADRO 3: ASPECTOS DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO

ASPECTOS DO RACIOCÍNIO MATEMÁTICO	ENTENDIMENTOS ESSENCIAIS
CONJETURANDO E GENERALIZANDO	1º) Conjecturar envolve raciocinar sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas que não são conhecidas como verdadeiras.
	2º) Generalizar envolve identificar semelhanças entre os casos ou estender o raciocínio além do intervalo em que se originou.
	3º) Generalizar envolve identificar a aplicação da generalização, reconhecendo o domínio relevante.
	4º) Conjecturar e generalizar envolvem o uso e o esclarecimento do significado de termos, símbolos e representações.
INVESTIGANDO POR QUÊ	5º) O raciocínio matemático envolve a investigação de vários fatores potenciais que podem explicar por que uma generalização é verdadeira ou falsa.
JUSTIFICANDO E REFUTANDO	6º) Uma justificação matemática é um argumento lógico baseado em ideias já compreendidas.
	7º) Uma refutação matemática envolve demonstrar que uma afirmação particular é falsa.
	8º) Justificar e refutar envolve avaliar a validade dos argumentos.
	9º) Uma justificativa matemática válida para uma afirmação geral não é um argumento baseado em autoridade, percepção, consenso popular ou exemplos.

FONTE: ELABORADO PELA AUTORA, BASEADA NAS DEFINIÇÕES DE LANNIN; ELLIS; ELLIOT, (2011) Conjecturar e generalizar, investigar o porquê, justificar e refutar, ajuda os alunos a compreenderem a essência da matemática e os prepara para a sua futura educação matemática, sendo necessário ser desenvolvido desde os primeiros anos de escolarização. LANNIN; ELLIS; ELLIOT,2011, p.54).Tais entendimentos são relevantes no sentido que podem apoiar professores de matemática na seleção de tarefas que os contemple, como é o caso da presente pesquisa.

PROBLEMAS?!!!!!

Resoluções de Problemas?

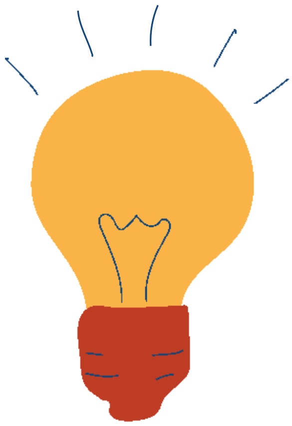
Problemas ou exercícios?

metodologia?

São tantas dúvidas!!!

VAMOS CONHECER MAIS SOBRE...

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível no início, mas é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução (BRASIL, 1998, p. 41)



"Problema é: "Tudo aquilo que não se sabe fazer mas está interessado em resolver".

(Onuchic 1999. p.215)

PROBLEMAS

A palavra problema causa muita inquietação no ser humano talvez por remeter a coisas ruins, como definido pelo dicionário Houaiss "problema é algo de difícil solução ou explicação". (2015, p. 765)

Mas um problema matemático para Van de Walle (2009) é definido como "qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método "correto" específico de solução" (VAN DE VALLE, 2009, p. 57).

VOU TE CONTAR UMA BREVE HISTÓRIA SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS...

VOCÊ SABIA QUE..

A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS LIGA-SE INTRINSICAMENTE AO DESENVOLVIMENTO HUMANO, DESDE AS MAIS REMOTAS ÉPOCAS, QUANDO PRECISAVA DIVIDIR TERRAS, OU SEJA, REALIZAR CÁLCULOS PARA SATISFAZER AS NECESSIDADES DO COTIDIANO.COM UMA NOTÓRIA CONTRIBUIÇÃO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS POLYA (1944/1995) AUTOR CONHECIDO POR SEU LIVRO: “A ARTE DE RESOLVER PROBLEMAS” SUGERE QUATRO ETAPAS PARA COMPREENSÃO DE UM PROBLEMA:

(1º) É PRECISO COMPREENDER O PROBLEMA;
(2º) TRAÇAR UM PLANO DE RESOLUÇÃO, ENTENDER A CONEXÃO ENTRE OS DADOS;
(3º) EXECUTAR O PLANO ;
(4º) EXAMINAR A SOLUÇÃO OBTIDA; REALIZAR UMA ANÁLISE COMPLETA DA RESOLUÇÃO VERIFICANDO SE EXISTEM OUTROS CAMINHOS.

“Em uma linha considerada pós- Polya entende-se que a Resolução de problemas pode ser utilizada não apenas para a resolução de problemas em sala, mas também para a construção de novos conceitos” (JUSTULIN, 2014, p. 60).

"Nas décadas de 60/70, o ensino de Matemática no Brasil, assim como em outros países, foi influenciado por um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna" (BRASIL, 1998, p.19). Nesse período, a Matemática ainda estava muito presa ao exagero o que culminou no fracasso devido ao exagero na "formalização de conceitos abstratos", veiculados em livros didáticos e ao despreparo dos educadores que não levaram em conta questões práticas , que mais tarde se torna um problema.

No entanto em 1980, houve nos Estados Unidos um movimento direcionado para novas propostas, cujas ideias influenciaram todo o mundo. Assim, o National Council of Teachers of Mathematics – NCTM- traduzido do inglês por Conselho Nacional de Professores de Matemática, uma organização profissional para professores de matemática nos Estados Unidos apresentou recomendações para o ensino da matemática um documento intitulado An Agenda for action:Recommendations for School Mathematics of the 1980s) (Uma Agenda para Ação: recomendações para a Matemática escolar da década de 1980). Nele "a resolução de problemas era destacada como o foco do ensino da Matemática nos anos 80" (BRASIL, 1998, p. 20). Dentre as discussões que estavam acontecendo havia um consenso de que as reformas deveriam acontecer, mas não se sabia ainda como trabalhar a Resolução de Problemas.

A Resolução de Problemas teve destaque em um momento em que os processos matemáticos estavam sendo oportunizados, mas não se tinha um consenso de como trabalhar a Resoluções de Problemas.

Onuchic (1999, p.206 apud ONUCHIC; ALLEVATO,2011, p.78-79) "essa falta de concordância, ocorreu possivelmente, devido às diferenças de concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado de "resoluções de problemas ser o foco da matemática escolar", como recomendava o documento Agenda para Ação (NCTM, 1980).

"As autoras acrescentam que no final da década de1980, a perspectiva de ensino através da resolução de problemas era "bastante incipiente, mas se consolidou a partir de vários trabalhos desenvolvidos pelo NCTM, os quais culminaram com a publicação dos Standards 2000 (NCTM,2000)" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 40).

O Brasil atualizou suas "orientações curriculares (BRASIL, 1997, 1998, 1999), recomendando que a resolução de problemas seja o ponto de partida para as atividades matemáticas em sala de aula". (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, p. 40).

COMO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PODE SER O PONTO DE PARTIDA PARA AS ATIVIDADES EM SALA DE AULA?

PARA RESPONDER ESTA PERGUNTA VOU APRESENTAR UMA METODOLOGIA, QUE AUXILIARÁ NESSA PRÁTICA.

VAMOS APRENDER!

METODOLOGIA de ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A METODOLOGIA DE ENSINO- APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS "TEM POR OBJETIVO EXPRESSAR UMA CONCEPÇÃO, EM QUE O ENSINO, A APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO DEVEM OCORRER SIMULTANEAMENTE DURANTE A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO PELO ALUNO, COM O PROFESSOR ATUANDO COMO GUIA E MEDIADOR" (ALLEVATO; ONUCHIC, 2021, P. 47).

RECONHECENDO A RELEVÂNCIA DO TEMA NA "FORMAÇÃO ESCOLAR" EM TODOS OS NÍVEIS DE ENSINO. ALLEVATO E ONUCHIC (2021, P.48 - 50) OFERECEM SUGESTÕES PARA UTILIZAR TAL METODOLOGIA EM SALA DE AULA, "INDICANDO QUE AS ATIVIDADES SEJAM ORGANIZADAS EM DEZ ETAPAS".
EXPOSTAS A SEGUIR:

1.ª Proposição do problema gerador.

2º. Leitura individual; aluno recorre aos conhecimentos prévios

3º. Em pequenos grupos, alunos discutem e aprimoram compreensões.

4º. Alunos em grupos, resolvem o problema.

5.º Professor incentiva e observa.

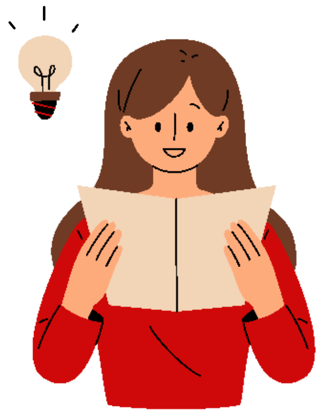
6º. Alunos apresentam resoluções.

7º. Em plenária, professor e alunos discutem ideias, concepções.

8º. Busca de consenso sobre resoluções

9.º Professor formaliza o conteúdo matemático.

10º. Proposição e resolução de novos problemas.



Professor mediador, questionador, gerador de situações.

Fonte: Elaborado pelas autora, baseado nas definições de Allevato e Onuchic (2021)

Proposição do problema: o professor elabora um problema inicial, chamado de problema gerador, com objetivo de construir um novo conteúdo, ou seja, o conteúdo mais adequado para a resolução de problema ainda não foi trabalhado em sala de aula

.Leitura individual: o professor entrega uma cópia do problema para o aluno, que, ao lê-lo individualmente, tem a possibilidade de refletir e desenvolver sua própria compreensão.

METODOLOGIAS

LEITURA EM CONJUNTO:

os alunos reúnem-se em pequenos grupos, fazem uma nova leitura e iniciam uma discussão do problema. O professor ajuda os grupos, se necessário, na compreensão do problema e na interpretação de termos desconhecidos.

RESOLUÇÃO DO PROBLEMA:

Os alunos tentam resolver o problema gerador, que lhes conduzirá à construção de conhecimento sobre o conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. A ação dos alunos volta-se à expressão escrita, pois, para resolver o problema, precisarão de linguagem matemática ou de outros recursos, como desenhos, tabelas.

OBSERVAR E INCENTIVAR:

O professor, enquanto isso, observa o trabalho dos alunos, incentivando os a utilizar seus conhecimentos, a trocar ideias.

REGISTRO DAS RESOLUÇÕES NA LOUSA:

Os alunos são convidados a fazer o registro de suas resoluções na lousa (certas, erradas, ou feitas por diferentes processos). Diante desse "painel de soluções", o professor estimula os alunos a compartilharem e justificarem suas ideias, compararem e discutirem as diferentes soluções, isto é, avaliarem suas próprias resoluções.

PLENÁRIA:

O professor e os alunos, em esforço conjunto, tentam chegar a um consenso sobre o resultado correto. Esse é um momento em que ocorre grande aperfeiçoamento da leitura e da escrita matemática e relevante construção de conhecimento acerca do conteúdo.

BUSCA DO CONSENSO:

O professor e os alunos, depois da apresentação dos resultados encontrados pelos alunos, procuram chegar a um consenso sobre a resolução correta.

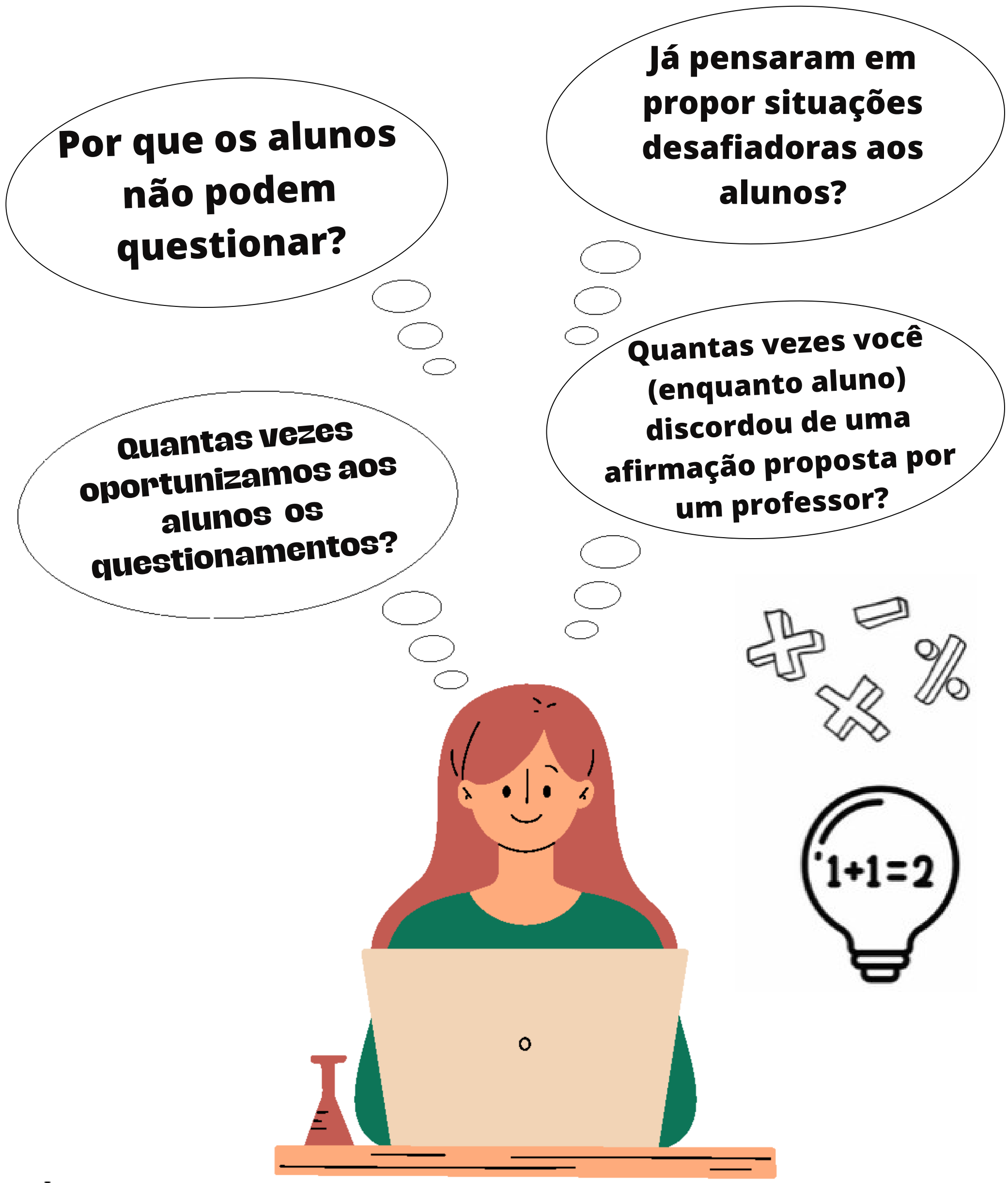
FORMALIZAÇÃO DO CONTEÚDO:

O professor registra na lousa uma apresentação "formal", organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando diferentes técnicas operatórias e construindo demonstrações, se for o caso.

PROPOSIÇÃO E RESOLUÇÃO DE NOVOS PROBLEMAS:

O professor, após a formalização do conceito, sugere novos problemas, que possibilitam analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido naquela aula. O esquema a seguir sintetiza a sugestão das dez etapas para o desenvolvimento da Metodologia

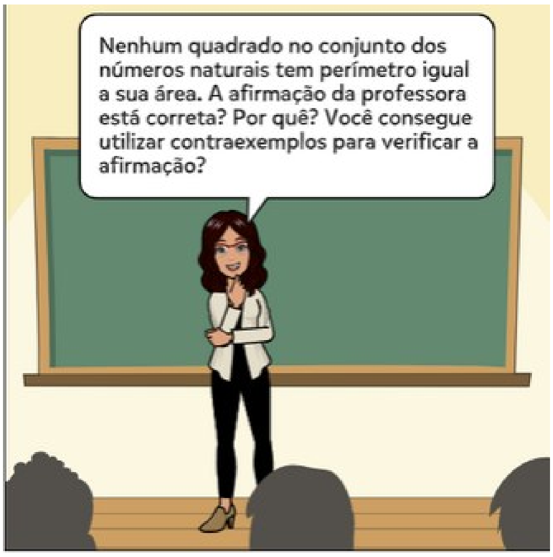
Justulin (2014, p. 65) pontua que a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas ocorre em um “processo espiral, possibilitando que o professor resgate conhecimentos prévios dos alunos, com participação ativa dos mesmos”.



PARA RESPONDER A ESTAS PERGUNTAS VAMOS APRESENTAR SUGESTÕES DE PROBLEMAS, BASEADO EM UM ENTENDIMENTO DE LANNIN ELLIS E ELLIOT (2011, P.41): “UMA REFUTAÇÃO MATEMÁTICA ENVOLVE DEMONSTRAR QUE UMA AFIRMAÇÃO PARTICULAR É FALSA”.

SABIA QUE VOCÊ PODE PROPOR UM DESAFIO AOS SEUS ALUNOS? E TRABALHAR OS CONCEITOS DE ÁREA E PERÍMETRO PROPOSTOS PELA BNCC?

HABILIDADE DA BNCC (EF06MA29): ANALISAR E DESCREVER MUDANÇAS QUE OCORREM NO PERÍMETRO E NA ÁREA DE UM QUADRADO AO SE AMPLIAREM OU REDUZIREM, IGUALMENTE, AS MEDIDAS DE SEUS LADOS, PARA COMPREENDER QUE O PERÍMETRO É PROPORCIONAL À MEDIDA DO LADO, O QUE NÃO OCORRE COM A ÁREA.



FONTE: ADAPTADO DE MATHIAS E GONTIJO (2021)

O problema objetiva trabalhar com área e perímetro de figuras planas, o aluno analisa a afirmação, não é um exercício de cálculo de área e perímetro e sim um problema que envolve estratégias de resoluções, logo o problema exige do aluno exemplificações e estratégias.

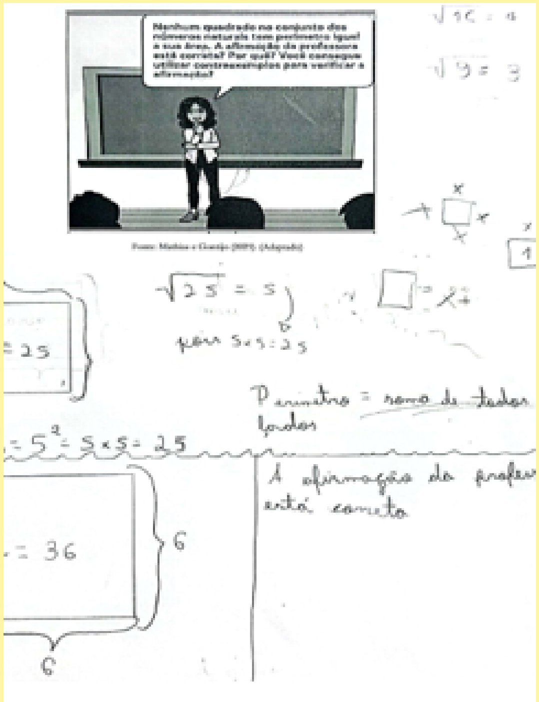
TEMPO NECESSÁRIO PARA APLICAÇÃO DO PROBLEMA: 90 MINUTOS

Material: Uma folha impressa para cada aluno.
Resolução: Compor grupos com dois ou três alunos para elaborarem as estratégias de resoluções, seguindo as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021).
Transcrição: A transcrição foi realizada na íntegra, mantendo o anonimato dos alunos optando por chamá-los de alunos A1, A2 e A3, as falas foram organizadas em trechos e identificadas entre colchetes por exemplo, [1,2] que é o [trecho 1, fala número 2].

O aluno A1, utilizou conhecimentos prévios de matemática e apresentou processos de raciocínio matemático válidos: como a conjectura, exemplificação e justificação comparando as áreas encontradas para aceitar a afirmação da professora no problema (1)..

PROBLEMA 1

Trecho 1 : O aluno A1, inicia a resolução fazendo desenhos.



Fonte: Dados da pesquisa

Processos de raciocínio matemático Exemplificação/ conjectura

RESOLUÇÃO DO ALUNO A1

O ALUNO A1 ELABORA UMA CONJECTURA AO CALCULAR A ÁREA DOS QUADRADOS ASSOCIANDO OS LADOS IGUAIS, APRESENTANDO DOIS EXEMPLOS: UM DE LADO 5 E OUTRO DE LADO 6 FAZENDO 5X5=25 6X6=36, OU SEJA, O ALUNO A1 ENTENDE QUE LXL=L² , ASSOCIANDO ÁREA A OPERAÇÃO DA POTENCIAÇÃO

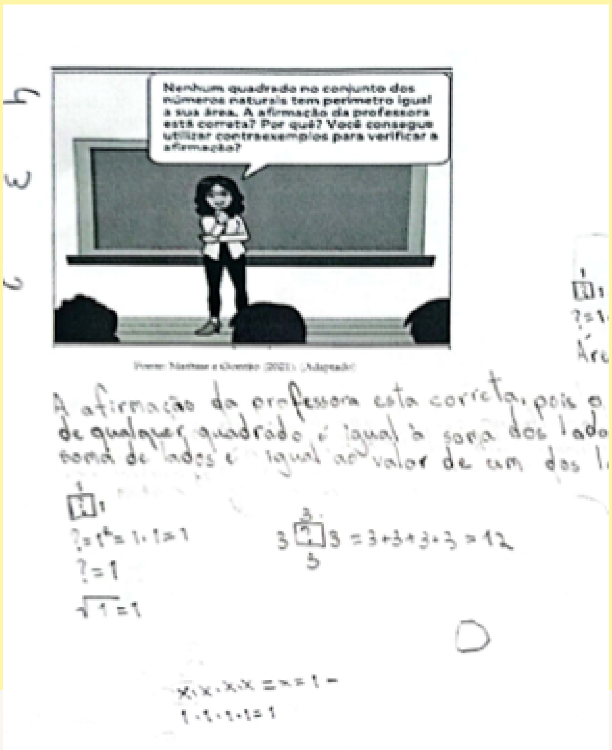
Trechos dos diálogos entre os alunos A1, A2, A3

[2.1] Aluno A3: Perímetro é igual à soma de todos os lados.
[2.5] Aluno A3: Sim o lado de um quadrado é 3. Como descobrir o perímetro? Você soma os 4 lados, 3+3+3+3=12. O perímetro vai ser 12 a área é 9, o perímetro não vai ser igual a área, o perímetro é maior que a área, a área está dentro do perímetro, o perímetro é maior.
[2.6] Aluno A2: Exemplo, 2+2+2+2=8 e se for 1+1+1+1=4.
[2.7] Aluno A3: Exato, então a afirmação da professora no problema (1) é verdadeira.
[2.8] Aluno A1: Mas enfim, então a gente descobriu que a afirmação está correta, que nenhum quadrado no conjunto dos números naturais tem perímetro igual a sua área, porque perímetro é a soma de todos os lados, mas pensa poderia ser zero. Não! o zero é vácuo, não tem nada, então afirmação é verdadeira.

. O ALUNO A3, EM [2.5], ELABORA UMA CONJECTURA, CONCLUINDO QUE O "PERÍMETRO NÃO VAI SER IGUAL A ÁREA, POIS O PERÍMETRO É MAIOR QUE A ÁREA, A ÁREA TÁ DENTRO DO QUADRADO O PERÍMETRO É MAIOR", BASEADA EM CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS PRÉVIOS, RELACIONANDO AS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS, COMO A ADIÇÃO EM [2.5], AO ADICIONAR 3+3+3+3=12, CONFORME A FIGURA (7)

RESOLUÇÃO DO ALUNO A3

Figura 7:



DIÁLOGO COM A PROFESSORA

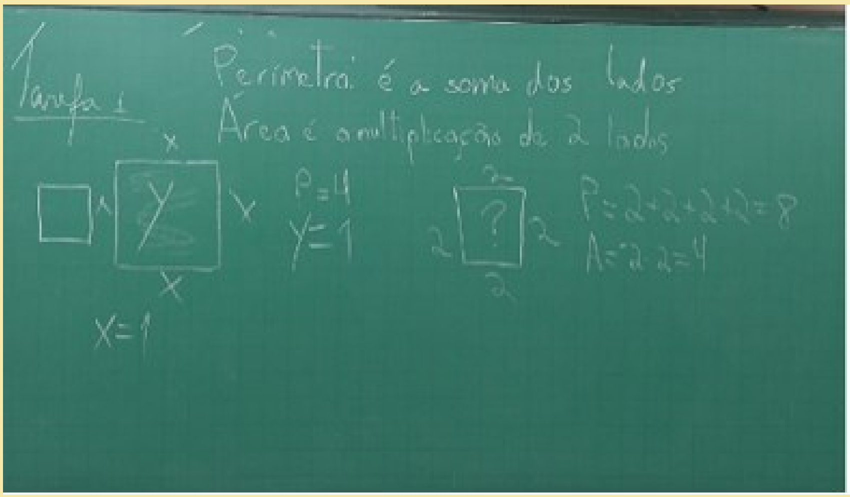
[5.1] PROFESSORA: QUANTOS LADOS TEM UM QUADRADO?
[5.2] TODOS OS ALUNOS RESPONDEM: QUATRO!
[5.3] ALUNO A2: 1X1=1 É A ÁREA DO QUADRADO.
[5.4] PROFESSORA: QUAL É O PERÍMETRO DESSE QUADRADO?
[5.5] ALUNO A2: ENTÃO ESTÁ CORRETA A AFIRMAÇÃO PORQUE SE FOR 1X1=1 E 1+1+1+1=4 NÃO É IGUAL.
[5.6] ALUNO A1: PORQUE O PERÍMETRO É A SOMA DOS LADOS E NÃO O LADO. (CONFIRMANDO A REPOSTA DO COLEGA).
[5.7] PROFESSORA: VOCÊS CONSEGUIRAM ENCONTRAR MAIS RESULTADOS?
[5.8] ALUNOS A1, A2 E A3: NÃO.

Neste trecho, a professora continua fazendo a intervenção de desafiar os alunos em [5.1], pressionando o grupo para a justificação que recorre a um exemplo numérico, como demonstra a transcrição da fala do aluno A2 em [5.3].

O ALUNO A2, SE MANIFESTA ANTES DOS OUTROS ALUNOS E RESPONDE EM [5.5], ACEITANDO A AFIRMAÇÃO DA PROFESSORA NO PROBLEMA (1), JUSTIFICANDO, ATRAVÉS DO EXEMPLO NUMÉRICO, DE QUE A ÁREA É DIFERENTE DO PERÍMETRO, POIS A ÁREA É 1 E O PERÍMETRO É 4 COMO INDICA A TRANSCRIÇÃO DA FALA EM [5.5]. O ALUNO A1, CONFIRMA A JUSTIFICATIVA DO ALUNO A2 NA FALA [5.6] AFIRMANDO QUE O PERÍMETRO É A SOMA DE TODOS OS LADOS E NÃO O LADO.

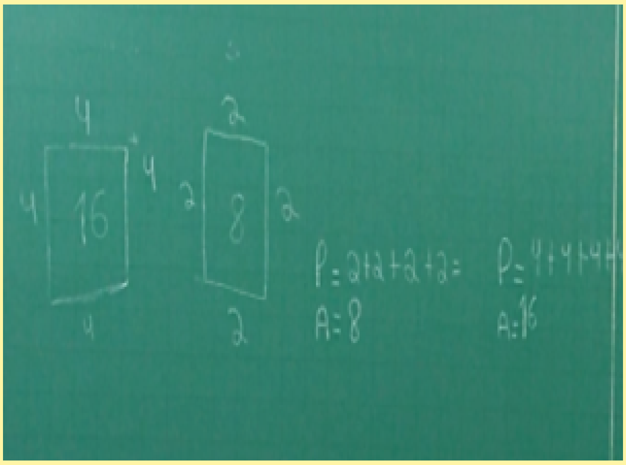
Plenária

Figura 11: Resolução apresentada pelo grupo 1



FONTE: dados da pesquisa

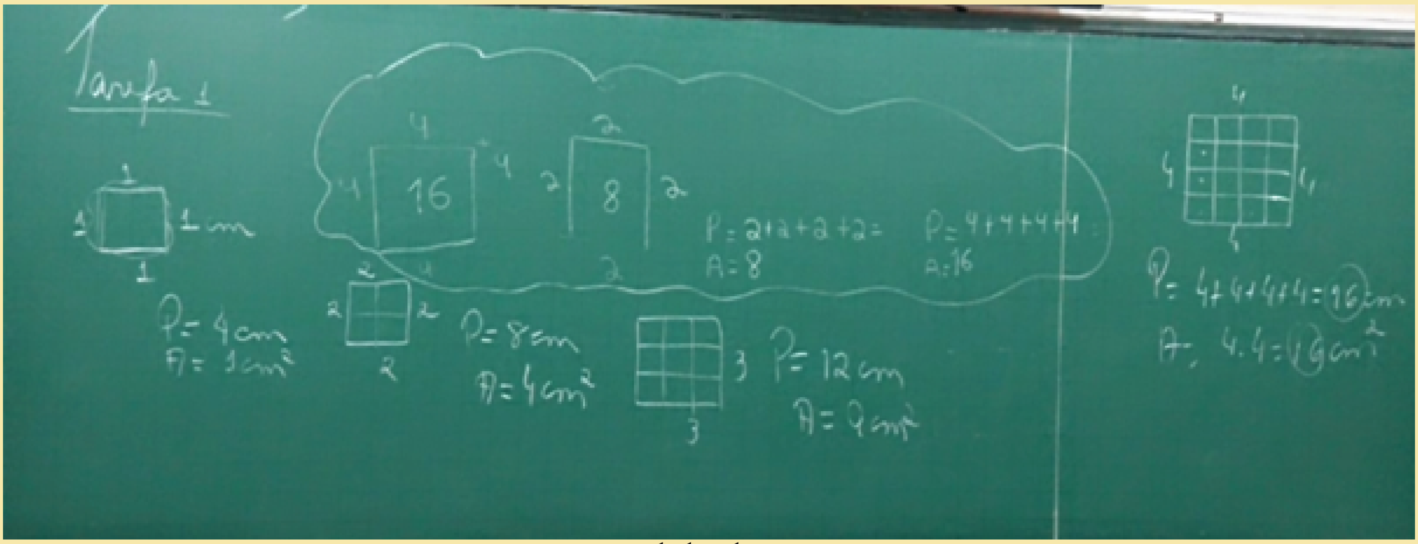
Figura 12: Resolução do grupo 2



FONTE: dados da pesquisa

Momento em que professores e alunos tentam chegar a um consenso.

FIGURA 13: RESOLUÇÃO DO PROBLEMA 1 REALIZADO PELA PROFESSORA EM CONJUNTO COM OS ALUNOS



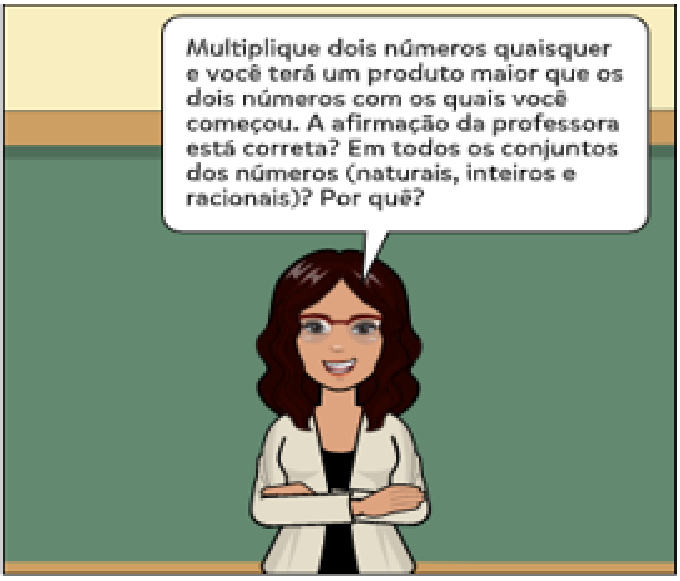
FONTE: dados da pesquisa

Após o término da explicação do grupo 2, os grupos começaram a interagir, o que resultou em uma conjectura que, mais tarde, foi validada pela professora. Um aluno do grupo 1 elaborou a seguinte conjectura: “se o perímetro é a soma de todos os lados, e a área é a multiplicação de dois lados do quadrado, o grupo 2 encontrou um número que a área e o perímetro são iguais, ou seja, o número 4, pois 4x4=16 e 4+4+4+4=16”. Os alunos justificaram de forma conjunta que a afirmação no problema (1) estava incorreta, ou seja, refutaram a afirmação da professora no problema (1). Em seguida, a professora validou a justificativa por exemplificações numéricas, como mostra a Figura (13).

SABIA QUE VOCÊ PODE PROPOR UM DESAFIO AOS SEUS ALUNOS? E TRABALHAR COM OS CONJUNTOS DOS NÚMEROS NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS?

HABILIDADE DA BNCC (EF07MA12):

Resolver e elaborar problemas que envolvam as operações com números racionas



FONTE: ADAPTADO DE MATHIAS E GONTIJO (2021)

O problema (2) tem, por finalidade, trabalhar com os conjuntos dos números Naturais, Inteiros e Racionais. O aluno precisa recorrer aos conhecimentos prévios de conjuntos, regras de sinais e multiplicação com números decimais para argumentar sobre a afirmação proposta no problema.

NÚMEROS NATURAIS

AO INICIAR AS DISCUSSÕES SOBRE O PROBLEMA 2, OS ALUNOS A1 E A2 COMEÇARAM POR CONJECTURAR, ELABORANDO AS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DO PROBLEMA. CONFORME ARAMAN E SERRAZINA (2020), ELABORAR UMA ESTRATÉGIA DE RESOLUÇÃO PODE SER UM PROCESSO DE CONJECTURAR.

PROBLEMA 2

Trecho 1 : [1.2]: Aluno A2: A gente tá falando que pode ser em qualquer número, mas tem que ser do conjunto dos números naturais primeiro então a gente tem que fazer.

[1.3] Aluno A1: Os números naturais, assim 1,2,3,4, acima do zero infinitamente.

[1.4] Aluno A2: Além do zero também.

[1.4] Aluno A2: Quanto é 1x1?

[1.5] Aluno A1: É 1.

[1.6] Aluno A2: E 1 é maior ou menor que um?

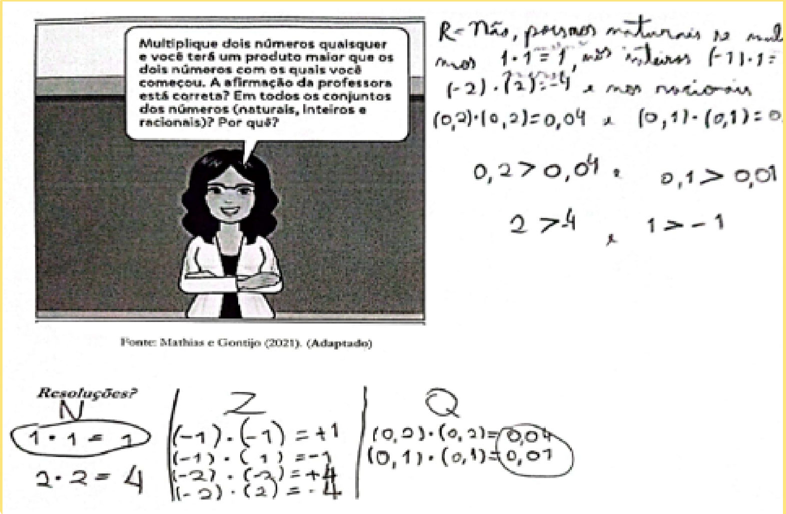
[1.7] Aluno A1: Ué é igual.

[1.8] Aluno A2: Então dá pra ver que a sentença está errada pelos números naturais.

PARA VALIDAR A SUA CONJECTURA O ALUNO A2 RECORRE A COMPARAÇÃO.

ANALISANDO O CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS.

[2.1] Aluno A2: E agora os inteiros? Quanto que é um negativo vezes um?
[2.2] Aluno A1: Vezes um positivo?
[2.3] Aluno A1: A regra diz que um positivo e um negativo dão negativo, então dá menos 1, porque 1x (–1) dá ele mesmo.
[2.4] Aluno A2: E então –1 é maior ou menor que +1?
[2.5] Aluno A1: Depende!
[2.6] Aluno A2: Não! –1 e maior ou menor que +1? A gente estudou que todo número. positivo é maior que o número negativo, então?



O ALUNO A2 RECORREU A EXEMPLIFICAÇÃO PARA JUSTIFICAR A CONJECTURA.

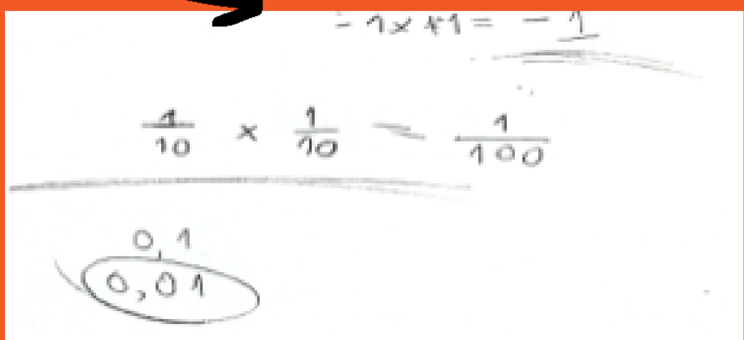
SEGUNDO JEANNOTTE E KIERAN (2017) EXEMPLIFICAÇÃO É UM PROCESSO DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO QUE DÁ SUPORTE AOS DEMAIS PROCESSOS.

NÚMEROS RACIONAIS

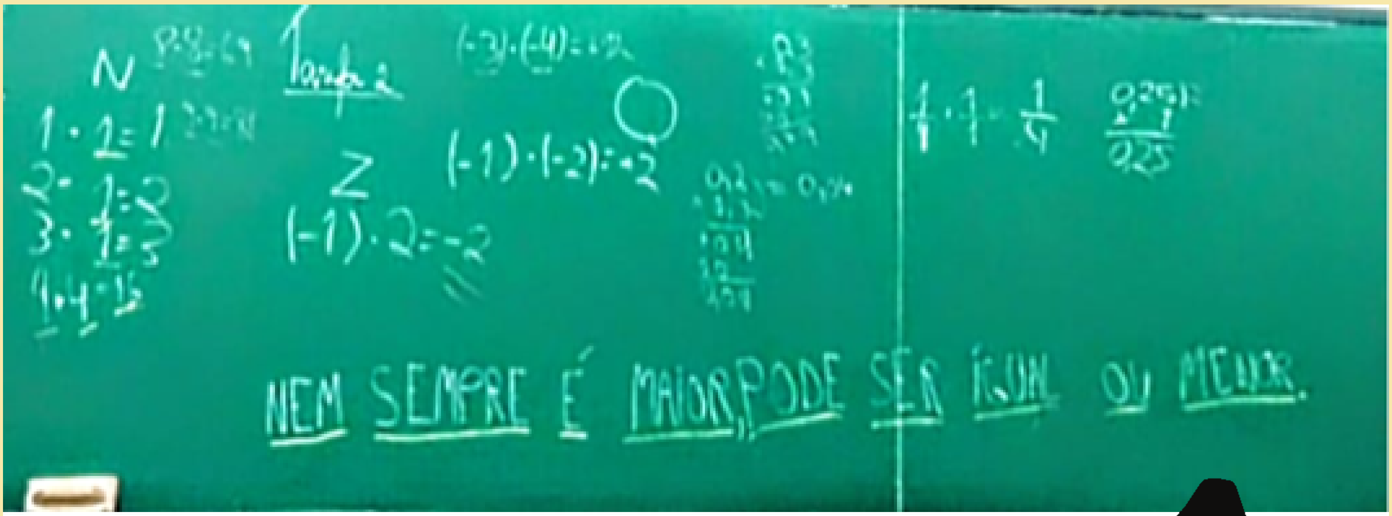
[3.1] Aluno A2: Agora vamos fazer os racionais. Quanto é (0,1) x (0,1)? Dá quanto?

[3.9] Aluno A2: É maior? Um centésimo é maior que um décimo?

ELE PODERIA UTILIZAR OS EXEMPLOS ANTERIORES, MAS RECORREU A UM EXEMPLO COM NÚMEROS DECIMAIS, INDICANDO DOMINAR O CONCEITO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS, OU SEJA, NÚMEROS QUE PODEM SER REPRESENTADOS NA FORMA A/B COM B DIFERENTE DE ZERO.



PLENÁRIA

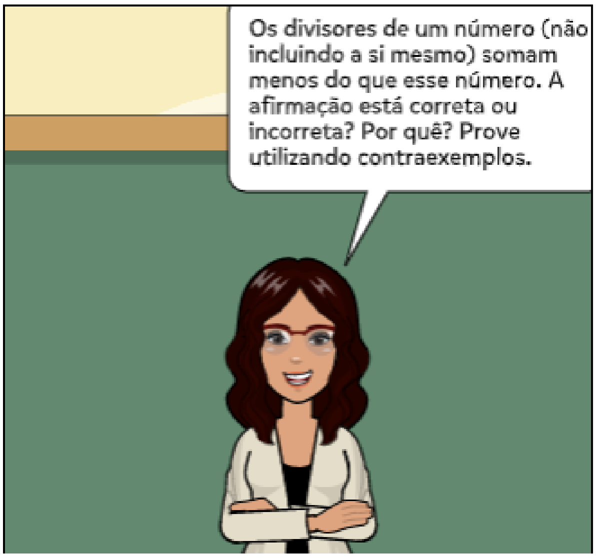


FONTE: dados da pesquisa

EXEMPLIFICAÇÃO APRESENTADA PELOS ALUNOS PARA REFUTAR A AFIRMAÇÃO. NO PROBLEMALEMA A PROFESSORA AFIRMAVA QUE O PRODUTO SERIA SEMPRE MAIOR, MAS PODERIA SER MENOR OU IGUAL, LOGO A AFIRMAÇÃO ESTARIA INCORRETA. OS ALUNOS MOSTRARAM ALGUNS EXEMPLOS NA LOUSA PARA SEUS PARES E CONCLUÍRAM QUE "NEM SEMPRE É MAIOR, PODE SER IGUAL OU MENOR" "LOGO A AFIRMAÇÃO É FALSA".

SABIA QUE VOCÊ PODE PROPOR UM DESAFIO AOS SEUS ALUNOS? E TRABALHAR OS CONCEITOS DE DIVISORES?

HABILIDADE DA BNCC (EF07MA01): RESOLVER E ELABORAR PROBLEMAS COM NÚMEROS NATURAIS, ENVOLVENDO AS NOÇÕES DE DIVISOR E DE MÚLTIPLO, PODENDO INCLUIR MÁXIMO DIVISOR COMUM OU MÍNIMO COMUM, POR MEIO DE ESTRATÉGIAS DIVERSAS.



FONTE: ADAPTADO DE MATHIAS E GONTIJO (2021)

O PROBLEMA (3) É UM PROBLEMA QUE ENVOLVE DIVISORES DE UM NÚMERO, COM UM IMPORTANTE TRABALHO DE REFLEXÃO PARA O ALUNO, POIS ELE DEVERÁ RECORRER AOS CONCEITOS IMPLÍCITOS NO PROBLEMA .POR EXEMPLO: COMO DETERMINAR OS DIVISORES DE UM NÚMERO? O QUE SÃO OS DIVISORES? DEPOIS DE COMPREENDER OS CONCEITOS É QUE ELES PASSARAM A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.

TEMPO NECESSÁRIO PARA APLICAÇÃO DO PROBLEMA: 90 MINUTOS

Material: Uma folha impressa para cada aluno.
Resolução: Compor grupos com dois ou três alunos para elaborarem as estratégias de resoluções, seguindo as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021).
Transcrição: A transcrição foi realizada na íntegra, mantendo o anonimato dos alunos optando por chamá-los de alunos A1, A2 e A3, as falas foram organizadas em trechos e identificadas entre colchetes por exemplo, [1,2] que é o [trecho 1, fala número 2].

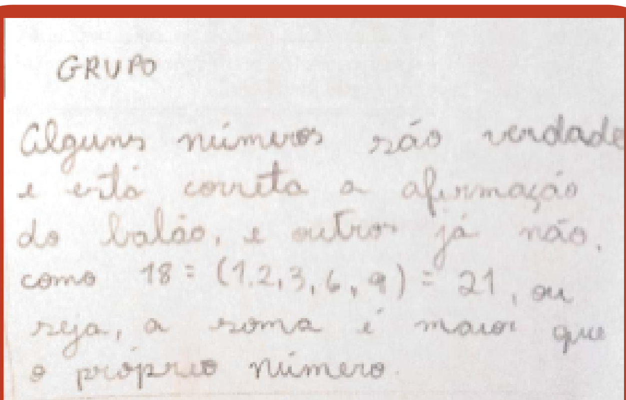
PROBLEMA 3

[1.1] ALUNO 1: EU PENSEI ASSIM: OS DIVISORES SÃO OS NÚMEROS QUE UM NÚMERO PODE SER DIVIDIDO. ENTÃO EU PENSEI EM ALGUNS NÚMEROS COMO O 11, OS DIVISORES SÃO 1 E 11, MAS COMO DISSE “NÃO INCLUINDO A SI MESMO NÃO PODE CONTAR O 11”. PENSEI EM UM MONTE DE OUTROS EXEMPLOS

[1.4] ALUNO A 1: OS DIVISORES DE 50 SÃO (1,2,5,10,25), SOMANDO TODOS DÁ 43 QUE É” MENOR QUE 50”,

[2.3] ALUNO A 3: EU PEGUEI O 18, NÃO SEI SE ESTÃO CORRETOS OS DIVISORES MAS COLOQUEI (1,2,3,6 E 9). ESTÁ CERTO?

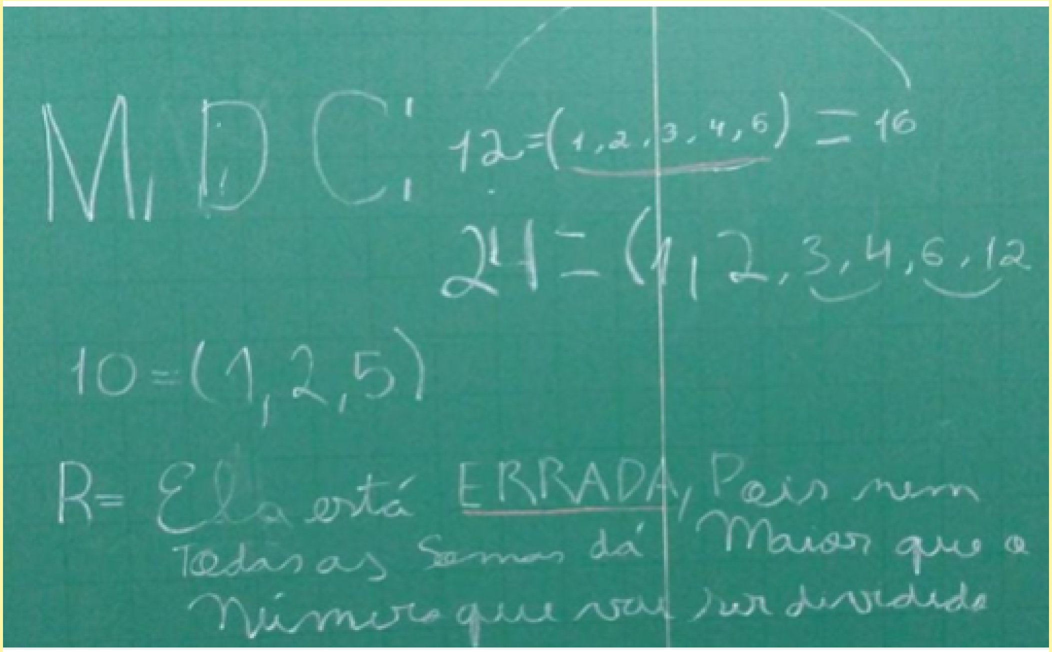
[2.7] ALUNO A 3: EU SOMEI ASSIM 1+9=10 ; 1+2=3; 6+3=9 2+6=8 EU NÃO FUI SOMANDO TODOS 1+2+3+6+9... E TODOS VÃO DAR MENORES QUE 18.
[2.8] ALUNO A 1: MAS VÃO DAR MAIOR.
[2.9] ALUNO A 3: MAS TINHA QUE SOMAR 1+2+3+6+9?
[2.10] ALUNO A 1: SIM, VOCÊ ACHOU UMA FALHA NA AFIRMAÇÃO, O 18.
[2.11] ALUNO A 1: ENTÃO A AFIRMAÇÃO NÃO ESTÁ TOTALMENTE CORRETA.


GRUPO
Alguns números são verdade e está correta a afirmação do balão, e outros já não, como 18 = (1,2,3,6,9) = 21, ou seja, a soma é maior que o próprio número.

PLENÁRIA

OS ALUNOS EMPENHARAM-SE NA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA 3, BUSCARAM ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÕES, VALIDARAM CONJECTURAS E INVALIDARAM JUSTIFICATIVAS, MAS CONSEGUIRAM, POR MEIO DA EXEMPLIFICAÇÃO, REFUTAR A AFIRMAÇÃO DA PROFESSORA. O MOMENTO DA PLENÁRIA OPORTUNIZOU UMA TROCA DE IDEIAS ENTRE OS DEMAIS GRUPOS

ESCOLHERAM TRÊS NÚMEROS, O NÚMERO 24,10 E O 12 INDICARAM OS DIVISORES DE CADA UM , E POR MEIO DA COMPARAÇÃO DA SOMA DOS DIVISORES DE 12, RESULTANDO EM 16 CONCLUÍRAM: “ELA ESTÁ ERRADA, POIS NEM TODAS AS SOMAS DÁ MAIOR QUE O NÚMERO QUE VAI SER DIVIDIDO”, SUGERINDO QUE AS SOMAS PODERIAM SER MAIORES OU MENORES.



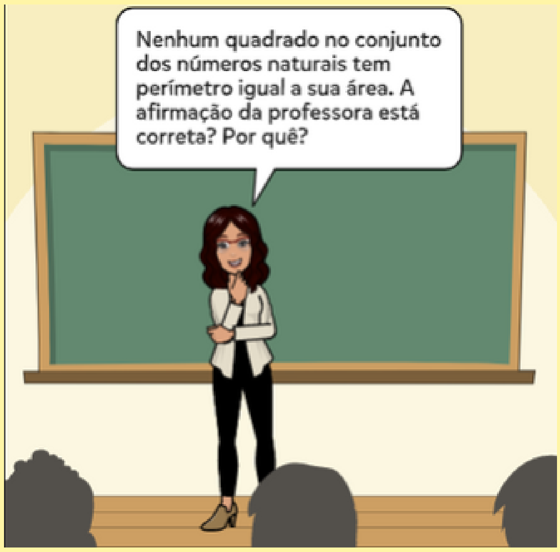
FONTE: dados da pesquisa

PROBLEMAS PARA APLICAÇÃO NA SALA DE AULA

TEMPO NECESSÁRIO PARA APLICAÇÃO DO PROBLEMA: 90 MINUTOS

Material: Uma folha impressa para cada aluno.
Proposta : Compor grupos com dois ou três alunos para elaborarem as estratégias de resoluções, seguindo as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021).

PROBLEMA 1



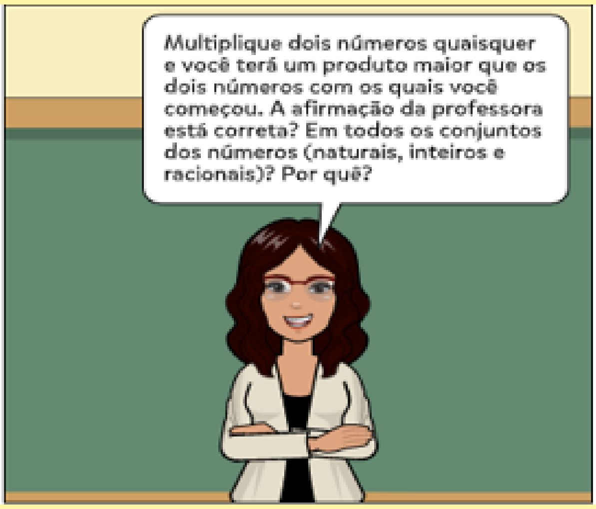
FONTE: ADAPTADO DE MATHIAS E GONTIJO (2021)

PROBLEMAS PARA APLICAÇÃO NA SALA DE AULA

TEMPO NECESSÁRIO PARA APLICAÇÃO DO PROBLEMA: 90 MINUTOS

Material: Uma folha impressa para cada aluno.
Proposta: Compor grupos com dois ou três alunos para elaborarem as estratégias de resoluções, seguindo as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021).

PROBLEMA 2



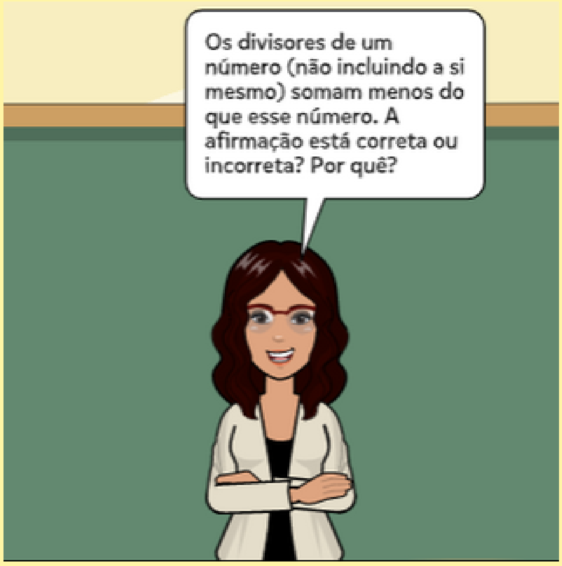
FONTE: ADAPTADO DE MATHIAS E GONTIJO (2021)

PROBLEMAS PARA APLICAÇÃO NA SALA DE AULA

TEMPO NECESSÁRIO PARA APLICAÇÃO DO PROBLEMA: 90 MINUTOS

Material: Uma folha impressa para cada aluno.
Proposta: Compor grupos com dois ou três alunos para elaborarem as estratégias de resoluções, seguindo as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021).

PROBLEMA 3



FONTE: ADAPTADO DE MATHIAS E GONTIJO (2021)

Algumas considerações

Este Produto Educacional trouxe problemas poucos usuais para serem aplicados nas aulas de matemática. Ao trabalhar com contraexemplos, de acordo com o entendimento essencial 7.º, proposto por Lannin, Ellis e Elliot (2011), foi possível identificar indícios de processos de raciocínio matemático como sugere o modelo de Jeannotte e Kieran (2017).

Observamos que o desenvolvimento do trabalho em grupo potencializou a autonomia dos alunos, ao atuarem como sujeitos ativo no uso de estratégias para desenvolver o espírito investigativo, quando precisaram recorrer aos conhecimentos prévios para justificar e validar suas conjecturas.

Elaborando, mesmo de forma inconsciente, um entendimento essencial que faz parte dos processos de raciocínio matemático, apontado por Lannin, Ellis e Elliot (2011), que é o “Justificando e Refutando”, um componente importante, considerado por Lannin, Ellis e Elliot (2011, p.35) “como partes desafiadoras da matemática, porque muitas vezes recebemos regras na escola sem que nos sejam oferecidas oportunidades de raciocinar sobre elas”.

Ressaltamos o potencial da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, que foi o encaminhamento metodológico para se trabalhar com o problema proposto, ao apoiar o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, pois o professor, ao recorrer as etapas sugeridas por Allevato e Onuchic (2021), concedeu aos alunos autonomia para encontrarem estratégias para solucionar uma situação não usual. Desse modo, esperamos contribuir para um novo olhar no ensinar Matemática e convidamos você professor (a) para conhecer nossa pesquisa, na qual a dissertação está intitulada: Processos de raciocínio matemático mobilizados por alunos do 7.º ano durante a Resolução de Problemas.

Referências

ALLEVATO, Norma Suely Gomes.; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M.(Orgs.). Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial,2021. p.37-54.

ANJOS, L. Q.; JULIO, N. M. D.; JUSTULIN, A. M.; ARAMAN, E. M.O. Resolução de problemas: uma abordagem sobre o ensino da potenciação e expressões algébricas nos anos finais do ensino fundamental. ACTIO: Docência em Ciências, v. 7, n.1, p. 1-21, 2022.

ARAMAN, Eliane; SERRAZINA, Lurdes. "Como cozer pãezinhos": processos de raciocínio matemático e ações do professor na discussão coletiva de uma tarefa exploratória no 3º ano VIDYA, v.40, n.2, p.147-165,2020 a.

ARAMAN, Eliane; SERRAZINA, Lurdes. Processos de raciocínio matemático na resolução de tarefas exploratórias no 3º ano de escolaridade. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 9, n.18, p.118-136, 2020 b.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília. MEC,2018.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (5º a 8ª séries): Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRODIE, Karin. Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms. Nova Iorque: Springer 2010.

CARNEIRO, Luís F.; ARAMAN, Eliane; SERRAZINA, Lurdes. Processos do Raciocínio Matemático Mobilizados por Estudantes de 6º Ano do Ensino Fundamental ao Resolverem uma Tarefa de Geometria. JIEEM, v.13, n.1, p.35-45,2020.

HOUAISS, A. Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa. São Paulo, Ed. Moderna, 2015.

JEANNOTTE, Doris; KIERAN, Carolyn. A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. Educ Stud Math, v.96, n.2,2017.

JUSTULIN, Andresa Maria. A formação de professores de matemática no contexto da resolução de problemas. 2014. 254 p. Tese- (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2014. Disponível em <http://hdl.handle.net/11449/127631>.

LANNIN, John; ELLIS, Amy; ELLIOTT; Rebekah. Developing Essential Understanding of Mathematical Reasoning for Teaching Mathematics in Prekindergarten-Grade 8. Reston: NCTM,2011.

MATA-PEREIRA, Joana. As ações do professor para promover o raciocínio matemático na sala de aula.2018. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa.

MATHIAS, Carlos.; GONTIJO, Cleyton. Educação Matemática e Criatividade. (Matemática Humanista) Acesso em 13 de maio de 2021, disponível em https://youtu.be/94qLQQik5MA,13 de maio de 2021.

NCTM. Principles and standards for school mathematics. Reston: NCTM, 2000.

OLIVEIRA, Paulo. O Raciocínio Matemático à Luz de uma Epistemologia Soft. Educação Matemática, Portugal, n.100, p.3-9, nov./dez2008.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa.; ALLEVATO, Norma Suely. Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: Caminhos, avanços e novas perspectivas. Bolema, Rio Claro, v.25, n.41, p.73-98, dez.2011.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções &Perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. P 199-2018.

POLYA, George. A arte de resolver problemas: Um novo aspecto do método matemático/G.Polya: tradução e adaptação Heitor Lisboa d Araújo. - reimpr. Rio de janeiro: Interciência 1995.p.196.

PONTE, João; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana. Como desenvolver o raciocínio matemático em sala de aula? Educação e Matemática, v.2, n.156, 2020.

VAN DE WALLE, John A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonhese.6. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. p.584