DEMANDAS COGNITIVAS E O ENSINO DE NÚMEROS DECIMAIS

FELIPE APARECIDO BALDIM BARROS

ANDRESA MARIA JUSTULIN

LONDRINA

2023

FELIPE APARECIDO BALDIM BARROS

DEMANDAS COGNITIVAS E O ENSINO DE NÚMEROS DECIMAIS

COGNITIVE DEMANDS AND THE TEACHING OF DECIMAL NUMBERS

Produto educacional da dissertação de mestrado intitulada "Demandas cognitivas de problemas com Números Decimais: um estudo com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental", do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *campi* Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Andresa Maria Justulin

LONDRINA

2023

4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Londrina

FELIPE APARECIDO BALDIM BARROS

DEMANDAS COGNITIVAS MOBILIZADAS POR ALUNOS DE 5º ANO AO RESOLVEREM PROBLEMAS COM NÚMEROS DECIMAIS

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 30 de Março de 2023

Andresa Maria Justulin, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Andre Luis Trevisan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Gilberto Vieira, Doutorado - Faculdade Inesp - Instituto Nacional de Ensino e Pesquisa (Inesp)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 30/03/2023.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

CARO(A) PROFESSOR(A),

Este é um Produto Educacional elaborado a partir da dissertação de Mestrado intitulada “Demandas cognitivas de problemas com Números Decimais: um estudo com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental”, do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), disponível no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT).

Este material pode ser utilizado para explorar, com os alunos, as demandas cognitivas de problemas com Números Decimais. Como ponto de partida, são apresentados três problemas com suas possíveis estratégias de resolução e que foram validados por alunos de 5º ano de uma escola municipal do norte do Paraná.

Aqui você também encontrará características de cada demanda cognitiva, descritas por Henningsen e Stein (1997) como “memorização, procedimentos sem conexões, procedimentos com conexões e o fazer matemática”. As duas últimas, remetem a um nível elevado de exigência cognitiva, de modo que o aluno precisará explorar, analisar e compreender o problema para indicar uma resposta. Use este Produto Educacional conforme seus objetivos.

Bons estudos!

O ENSINO POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino de Matemática, no início do século XX, se pautou na repetição e memorização de conceitos, e sua prática se baseou no treino de procedimentos ensinados pelo professor (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009). A Resolução de ganha destaque no livro *A Arte de Resolver Problemas: um novo aspecto do método matemático* (POLYA, 1944), que foram estabelecidos quatro passos necessários para se resolver um problema. São eles: (1) compreensão do problema, que se baseia na leitura para entender o enunciado e identificar os dados relevantes; (2) estabelecimento de um plano, ou seja, deve-se realizar um levantamento sobre o que é preciso para resolver a situação, de quais operações e estratégias utilizar; (3) execução do plano, que leva em conta os aspectos mencionados no passo dois e os coloca em prática e o (4) retrospecto, que é o momento de avaliar se a solução encontrada está de acordo com o que é solicitado no problema.

No entanto, os usos da resolução de problemas pelos professores foram distintos, o que levou autores como Hatfield (1978) e Schroeder e Lester (1989) a discutirem três maneiras de abordá-la:

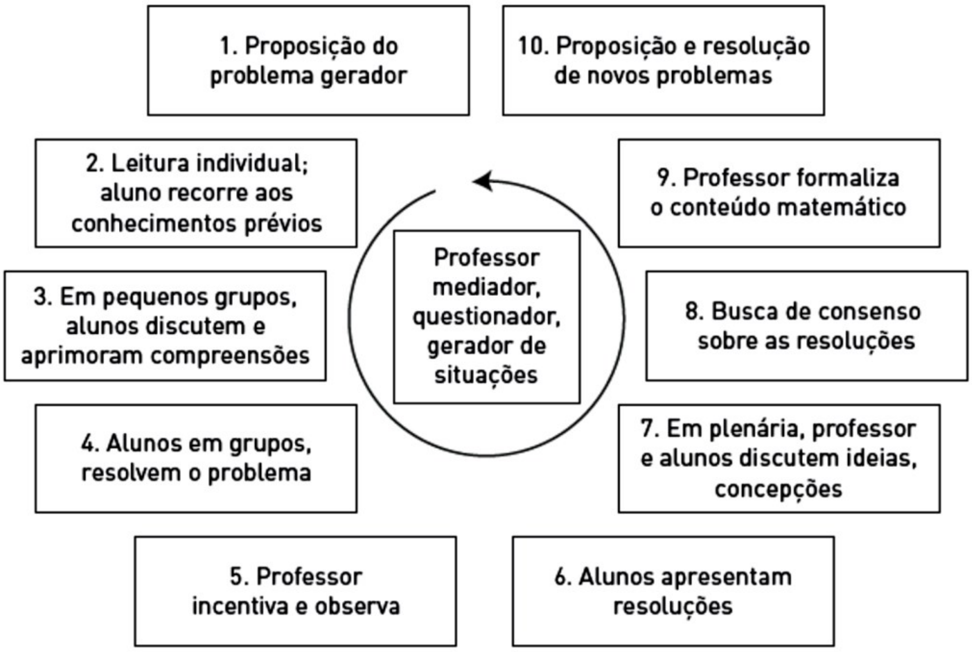
- ➔ Ensinar *sobre* resolução de problemas, que se baseia no ensino dos passos de Polya (1944), com enfoque no modo de resolver problemas.
- ➔ (2) Ensinar *para* resolver problemas: o professor ensina o conteúdo matemático e, depois, apresenta os problemas. Allevato e Onuchic (2009, p. 137) ressaltam que "ao ensinar para resolver problemas, o professor se concentra na maneira como a matemática é ensinada e o quê dela pode ser aplicado na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros". Onuchic *et al* (2014) retrata que a Resolução de Problemas não é o eixo de sustentação da abordagem, mas sim a Matemática, uma vez que a resolução de problemas se torna um apêndice, um acessório.

➔ (3) Ensinar Matemática *através* da Resolução de Problemas, se pauta na construção do conhecimento matemático que ocorre durante o processo de resolução, e a aula tem como ponto de partida o problema gerador. Allevato e Onuchic (2009, p. 139) destacam que através da Resolução de Problemas, o "problema é ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução".

Van de Walle (2001) enfatiza que a Resolução de Problemas deve ser vista como a principal estratégia de ensino e que o trabalho de ensinar comece sempre onde estão os alunos, com o foco na aprendizagem, ao contrário de outras formas em que o ensino começa onde estão os professores, ignorando-se o que os alunos trazem consigo para a sala de aula.

O professor tem um papel fundamental, o de escolher criteriosamente o problema de tal maneira que esteja voltado à aprendizagem matemática. Para isso, Van de Walle (2009) estabelece três características para um bom problema: a primeira é que ele deve considerar os conhecimentos que os alunos têm e deve partir deste ponto; a segunda característica relaciona-se ao conteúdo que se quer que os alunos aprendam, tendo cuidado para que questões secundárias não desviem o foco da Matemática que se quer trabalhar em determinado problema; por fim, o problema deve exigir justificativas e explicações para as respostas e métodos apresentados.

Na medida que o aluno resolve o problema, ele possibilita a construção própria de seu conhecimento. Tornar o aluno protagonista de sua aprendizagem, tendo o professor como mediador, eleva sua autonomia, raciocínio e criatividade. Essa prática caracteriza a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Para colocá-la em prática, as autoras sugerem um roteiro a fim de orientar os professores:



Fonte: Allevato e Onuchic (2021)

Na etapa de *proposição do problema* o professor seleciona o chamado problema gerador, de um conteúdo ainda não estudado pelos alunos. É apropriado ressaltar que o conteúdo matemático necessário para resolver o problema ainda não deve ter sido estudado. A *leitura individual* é feita para que os alunos estabeleçam uma própria compreensão sobre o assunto, seguindo para a *leitura em grupo*, com apontamentos de outros alunos e do professor, caso necessário. A *resolução do problema* parte dos conhecimentos prévios dos alunos, sem critérios e em grupos, estabelecendo colaboração entre os colegas.

No momento de *observar e incentivar*, o professor mediador incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios para a resolução do problema, não possuindo mais o papel de transmissor do conhecimento. Conforme Allevato e Onuchic (2009, p. 141) evidenciam, o papel do professor é daquele que "incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas necessárias à resolução do problema proposto. Além disso, é o professor quem estimula os alunos a escolherem diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem".

Na *plenária* os alunos são convidados a compartilharem suas ideias e na *busca pelo consenso*, há uma discussão em relação à resolução mais apropriada, se houver. Em comum acordo, o professor *formaliza o conteúdo*, apresentando e sistematizando os conceitos e, então, *propõe aos alunos a realização de novos problemas* para aplicar os novos conhecimentos construídos.

Essa metodologia promove “o desenvolvimento de processos de pensamento de nível superior [...] e o trabalho de ensino de matemática acontecerá num ambiente de investigação orientada em resolução de problemas” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 142).

AS DEMANDAS COGNITIVAS DAS TAREFAS MATEMÁTICAS

Henningsen e Stein (1997) propõem uma classificação das tarefas pelas exigências cognitivas: memorização, aplicação de procedimentos sem conexões, aplicação de procedimentos com conexões e o fazer matemática.

Nesta perspectiva, a memorização corresponde à utilização das operações ordenadamente e ao uso das fórmulas. A aplicação de procedimentos sem conexões se baseia, por exemplo, nos procedimentos de adição de frações, multiplicação de Números Inteiros, entre outros, sem conexões com conceitos ou significados que estão por trás dos procedimentos usados inicialmente e, geralmente, estão focados na produção de respostas corretas, sem uma exigência de explicação ou justificação. Os procedimentos com conexão exigem um esforço cognitivo. Os procedimentos gerais podem ser seguidos, mas exigem a compreensão das ideias conceituais envolvidas. Já o fazer Matemática, por sua vez, exige "o pensar" do aluno, e sendo conhecidos os procedimentos ou o caminho que resolve o problema de imediato.

O nível de demanda cognitiva de um problema refere-se aos tipos de raciocínios matemáticos que serão exigidos para sua realização, bem como com o nível e o tipo de aprendizagem que proporcionará aos alunos. Stein *et al* (2000) sistematiza todas as características matemáticas dos níveis de demandas cognitivas que podem ser observadas nos problemas que serão propostos aos alunos:

MEMORIZAÇÃO

- Envolve a reprodução de fatos, regras, fórmulas ou definições previamente aprendidas ou a memorização de fatos, regras, fórmulas ou definições.
- Não pode ser resolvido usando procedimentos porque não existe um procedimento ou porque o período de tempo em que a tarefa está sendo concluída é muito curto para usar um procedimento.
- Não são ambíguos – tais tarefas envolvem a reprodução exata do material visto anteriormente e o que deve ser reproduzido é declarado de forma clara e direta.
- Não têm conexão com os conceitos ou significados que fundamentam os fatos, regras, fórmulas ou definições que estão sendo aprendidas ou reproduzidas.

Se o problema apresentar alguma característica da MEMORIZAÇÃO, então este problema tem um nível baixo de demanda cognitiva.

PROCEDIMENTOS SEM CONEXÕES

- São algorítmicos. O uso do procedimento é especificamente solicitado ou seu uso é evidente com base em instrução prévia, experiência ou colocação da tarefa.
- Exige demanda cognitiva limitada para conclusão bem-sucedida. Há pouca ambiguidade sobre o que precisa ser feito e como fazê-lo.
- Não tem conexão com os conceitos ou significados que fundamentam o procedimento que está sendo usado.
- Estão focados em produzir respostas corretas ao invés de desenvolver compreensão matemática.
- Não requerem explicações, ou explicações que se concentram apenas na descrição do procedimento que foi usado.

Se o problema apresentar alguma característica de PROCEDIMENTOS SEM CONEXÕES, então este problema possui um baixo nível de demanda cognitiva.

PROCEDIMENTOS COM CONEXÕES

- Concentra a atenção dos alunos no uso de procedimentos com o propósito de desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias matemáticas.
- Sugere caminhos a serem seguidos (explícita ou implicitamente) que sejam procedimentos gerais amplos e tenham conexões estreitas com ideias subjacentes, em oposição a algoritmos estreitos que são opacos em relação aos conceitos subjacentes.
- Geralmente são representados de várias maneiras (por exemplo, diagramas visuais, situações-problema manipuláveis).
- Requer algum grau de esforço cognitivo. Embora os procedimentos gerais possam ser seguidos, eles não podem ser seguidos sem pensar. Os alunos precisam se envolver com as ideias conceituais que fundamentam os procedimentos para completar com sucesso a tarefa e desenvolver a compreensão.

Se o problema apresentar alguma característica de PROCEDIMENTOS COM CONEXÕES, então este problema tem um elevado nível de demanda cognitiva.

FAZER MATEMÁTICA

- Requer pensamento complexo e não-algorítmico (ou seja, não há uma abordagem ou caminho previsível e bem ensaiado explicitamente sugerido pela tarefa, instruções da tarefa ou um exemplo elaborado).
- Exige que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos, processos ou relacionamentos matemáticos.
- Exige automonitoramento ou autorregulação dos próprios processos cognitivos.
- Exige que os alunos acessem conhecimentos e experiências relevantes e façam uso adequado deles ao trabalharem na tarefa.
- Exige que os alunos analisem a tarefa e examinem ativamente as restrições da tarefa que podem limitar possíveis estratégias e soluções de solução.
- Requer um esforço cognitivo considerável e pode envolver algum nível de ansiedade para o aluno devido à natureza imprevisível do processo de solução exigido.

Se o problema apresentar alguma característica do FAZER MATEMÁTICA, então este problema possui alto nível de demanda cognitiva.

Com base nas características e demandas cognitivas dos problemas, o professor pode escolher ou propor problemas que possibilitem o "fazer matemática".

Caso o professor/leitor não tenha percebido, o esquema utilizado para apresentar as características dos problemas e suas demandas cognitivas reportam às cores de um semáforo:

A cor vermelha, no semáforo, significa que o automóvel está parado. No contexto da pesquisa, os problemas de baixa demanda cognitiva oferecem poucas contribuições no processo de construção de conhecimento: a memorização é a principal característica.

A cor amarela, no semáforo, significa atenção, o automóvel precisa diminuir a velocidade. No contexto da pesquisa, são problemas em que os alunos estabelecem procedimentos sem conexões e tem baixo nível de demanda cognitiva.

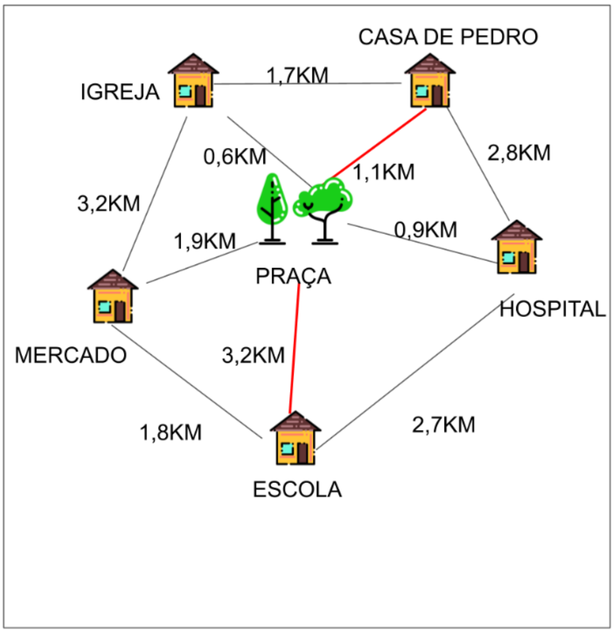
A cor verde mais clara, se assemelha ao verde no semáforo, que significa que o automóvel pode seguir em frente. No contexto da pesquisa, são características de problemas de alto nível de demanda cognitiva. O aluno pode se envolver em procedimentos com conexões, de maneira que haja a construção de conhecimento.

A cor verde mais escuro, se assemelha ao verde no semáforo, que significa que o automóvel pode seguir em frente. No contexto da pesquisa, são características de problemas de alto nível de demanda cognitiva. O aluno pode se envolver em pensamentos complexos, em direção à construção de conhecimento, "o fazer matemática".

PROBLEMAS E AS DEMANDAS COGNITIVAS

Problema 1: Mapa do bairro de Pedro

Observe o mapa do bairro de Pedro. Todo dia ele sai de casa para ir à escola:



a) Quantos quilômetros Pedro leva para ir e voltar, considerando que seu caminho corresponde à CASA-PRAÇA-ESCOLA? ***PROCEDIMENTO COM CONEXÃO***

b) De quais maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola? Escreva todas as maneiras que você perceber. ***FAZER MATEMÁTICA***

c) Qual seria o caminho mais curto e o mais longo para ir da casa de Pedro até a escola? Justifique. ***FAZER MATEMÁTICA***

Fonte: Adaptado de NOVA ESCOLA (Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/5ano/matematica/problemas-de-adicao-com-numeros-decimais/1093. Acesso em 10 jun. 22)

Comentários ao professor:

a) Quantos quilômetros Pedro leva para ir e voltar, levando em consideração que seu caminho corresponde a CASA-PRAÇA-ESCOLA?

A letra "a" do Problema 1 possibilita: **"**PROCEDIMENTO COM CONEXÃO", pois sugere o caminho a ser seguido de maneira a levar os alunos a se concentrarem no uso de procedimentos com o propósito de desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias matemáticas.

As possíveis respostas que os alunos podem apresentar para a letra "a":

- ➔ R: 43 km (realizando somente a operação de adição, se esquecendo de fazer a volta, e também podem não apresentar a vírgula, por não compreenderem os números decimais).
- ➔ R: 4,3 km (realizando somente a operação de adição, se esquecendo de fazer a volta).
- ➔ R: 86 km (realizando uma ou mais operações, sejam elas de adição ou multiplicação. No entanto também podem não apresentar a vírgula, por não compreenderem os Números Decimais).
- ➔ R: 8,6 km (realizando uma ou mais operações, sejam elas de adição ou multiplicação).

b) De quais maneiras Pedro poderia ir de sua casa até a escola? Escreva todas as maneiras que você perceber.

c) Qual seria o caminho mais curto e o mais longo para ir da casa de Pedro até a escola? Justifique.

Na letra "b" e "c", os alunos podem "FAZER MATEMÁTICA", pois esses itens requerem um pensamento mais complexo e não algorítmico. Como não há um caminho explicitamente sugerido nos enunciados, tem-se uma alta demanda cognitiva devido à natureza imprevisível do processo de solução.

Existem possíveis respostas que alunos podem apresentar ao item "b". Desta forma trazemos delas, em que são destacados os caminhos mais curtos ou que podem ocorrer com maior frequência e outros, que são mais longos (que passam por diversos pontos), com elevado nível de demanda cognitiva:

- ➔ R: CASA-PRAÇA-ESCOLA (curto).
- ➔ R: CASA-IGREJA-MERCADO-ESCOLA (curto).
- ➔ R: CASA-HOSPITAL-ESCOLA (curto).
- ➔ R:CASA-PRAÇA-IGREJA-HOSPITAL-ESCOLA (longo).
- ➔ R: CASA-PRAÇA-HOSPITAL-ESCOLA (longo).
- ➔ R: CASA-HOSPITAL-PRAÇA-IGREJA-MERCADO-ESCOLA (longo).
- ➔ R: CASA-HOSPITAL-PRAÇA-MERCADO-ESCOLA (longo).
- ➔ R: CASA-HOSPITAL-PRAÇA-ESCOLA (longo).
- ➔ R: CASA-IGREJA-PRAÇA-ESCOLA (longo).
- ➔ R: CASA-IGREJA-PRAÇA-MERCADO-ESCOLA (longo).
- ➔ R: CASA-IGREJA-MERCADO-PRAÇA-ESCOLA (longo).
- ➔ R: CASA-PRAÇA-MERCADO-ESCOLA (longo).

A resposta ao item "c", possivelmente está condicionada a indicação da resposta do item "b". Neste caso, se faz necessário uma análise da resposta do aluno para posterior verificação do caminho mais longo e mais curto por ele indicado. Tomemos como exemplo o caso em que o aluno indicasse como resposta ao item "b" os três caminhos mais curtos (CASA-PRAÇA-ESCOLA, CASA-IGREJA-MERCADO-ESCOLA e CASA-HOSPITAL-ESCOLA). Será bem provável que a resposta ao item "c" será um dos três caminhos citados pelo motivo dele não tem percebido os demais. Cabe a(o) professor(a) verificar então se há conformidade na resposta, tendo como base a resposta ao item anterior.

Problema 2: Aniversário de Luiza

Luiza e seus quatro amigos foram comemorar o aniversário dela em uma pizzaria e gastaram ao todo R$90,00. A conta foi dividida apenas entre os amigos, pois ela era a aniversariante e não pagou. Quanto cada um pagou? (Explique como você pensou).

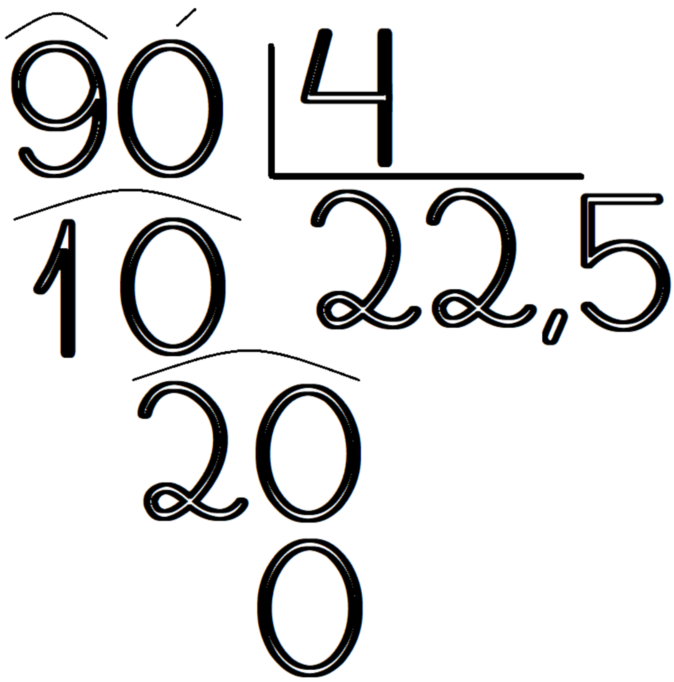
Fonte: Adaptado de NOVA ESCOLA (Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-deaula/fundamental/5ano/matematica/elaboracao-de-problemas-de-divisao-de-numeros-naturais-com-quociente-decimal/1054. Acesso em 10 jun. 22)

Comentários ao professor:

O problema 2 se baseia na divisão de dois números inteiros, com quociente decimal. tal situação, como forma de apresentar um conceito novo, possibilita o "FAZER MATEMÁTICA". Este problema pode exigir um pensamento de alto nível cognitivo durante o processo de resolução.

Os alunos podem apresentar como respostas:

- O algoritmo da divisão com quociente decimal;



- O algoritmo da divisão com quociente inteiro e resto;

$$
\begin{array}{r|l}
90 & 4 \\ \hline
10 & 22 \\
2 &
\end{array}
$$

- O algoritmo da adição com parcelas decimais; e

$$
\begin{array}{r}
{}^{1}\,{}^{2} \\
22,50 \\
+\ 22,50 \\
22,50 \\
22,50 \\ \hline
90,00
\end{array}
$$

- O algoritmo de adição com parcelas sucessivas de decimais.

$$
\begin{array}{r}
\scriptstyle 1 \\
22,50 \\
+\ 22,50 \\
\hline
45,00 \\
+\ 22,50 \\
\hline
\scriptstyle 1\ 1 \\
67,50 \\
+\ 22,50 \\
\hline
90,00
\end{array}
$$

Durante a implementação dos problemas com os participantes da pesquisa, os alunos, na maioria das vezes, fizeram a operação de adição com decimais corretamente, o que não implica que ele esteja operando com Números Decimais ou que ele saiba diferenciar a parte inteira da decimal, bem como sua representação. Considera-se que esse processo pode ter sido memorizado pelo aluno, muitas vezes, sem compreensão. Os resultados indicaram, ainda, que três grupos, de cinco, tentaram fazer a divisão, mas nenhum deles chegou ao resultado - que seria um Número Decimal.

Problema 3: Compras na loja Vista Bonita

Na Loja Vista Bonita tem a seguinte tabela de preços:

Blusa	R$17,90
Calça	R$35,80
Short	R$23,60
Meia[1]	R$2,20

a) Quanto Bia pagou ao comprar três blusas e um short?

b) Magali foi comprar roupas para seus filhos e gastou R$224,20 comprando quatro blusas, seis short e algumas meias. Quantas meias ela comprou?

Fonte: Adaptado de ATIVEATABUADA. (Disponível em https://www.ativeatabuada.com.br/menu-das-atividades-de-matematica/6-02-operacoes-com-numeros-decimais/. Acesso em 15 jun 22).

Comentários ao professor:

O problema 3 apresenta uma tabela contendo valores de algumas peças de roupas (blusa, calça, short e meia) da loja Vista Bonita. Os itens “a” e “b” fazem questionamentos aos alunos com relação aos preços.

O item “a” do problema solicita que o aluno descubra quanto Bia (personagem fictício) gastou numa compra de três (3) blusas e um (1) short. Para responder, os alunos precisam descobrir qual o valor de tais peças, em suas respectivas quantidades, ou seja, três valores da blusa mais um valor do short. Para realizar o cálculo, os alunos poderiam se utilizar de duas operações, adição e/ou multiplicação. Este problema possibilita o uso de “PROCEDIMENTOS COM CONEXÕES”, busca desenvolver níveis mais profundos de compreensão de conceitos e ideias relacionados aos Números Decimais.

O professor pode esperar resoluções como:

[1] Refere-se ao par de meias (conjunto de duas meias).

- A adição do valor de três blusas e de um short.

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 2\,3} \\
17{,}90 \\
+\;17{,}90 \\
17{,}90 \\
23{,}60 \\
\hline
77{,}30
\end{array}
$$

- A multiplicação de 3 vezes o valor de uma blusa, adicionando-se o resultado ao valor de um short.

$$
\begin{array}{r}
{}^{2\,2} \\
17,90 \\
\times \quad 3 \\
\hline
{}^{1} \\
53,70 \\
+\ 23,60 \\
\hline
77,30
\end{array}
$$

Esses dois tipos de algoritmos foram encontrados na pesquisa associada a esse Produto Educacional.

Já o item “b” diz ao aluno que Magali (personagem fictícia) gastou R$ 224,20 ao comprar algumas peças. Dentre as peças citadas, ela comprou quatro (4) blusas, seis (6) shorts e algumas meias. A questão que o aluno precisa resolver é quantas meias foram compradas considerando o valor total (R$224,20). Para resolver este problema, é necessário que o aluno encontre o valor correspondente às dez peças (blusas e shorts (R$213,20)), subtraia esse valor

do que Magali gastou (R$224,20), o que resultaria em R$11,00. Este resultado é o valor gasto em meias. Para obter o valor unitário, o aluno pode fazer uma divisão ou adições sucessivas do valor da meia até encontrar a quantidade e resposta final do problema, 5 meias.

Este item pode possibilitar ao aluno o desenvolvimento do “FAZER MATEMÁTICA” devido a sua natureza exploratória não há um caminho ou abordagem previsível, exigindo uma exploração e compreensão dos conceitos envolvidos (Números Decimais).

Os alunos podem apresentar resoluções como:

- Adição ou multiplicação (para obter o valor de 4 blusas e de 6 shorts);

$$\begin{array}{r} {}^{3}\,{}^{3} \\ 17{,}90 \\ +\ 17{,}90 \\ 17{,}90 \\ 17{,}90 \\ \hline 71{,}60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{2}\,{}^{3} \\ 23{,}60 \\ 23{,}60 \\ 23{,}60 \\ +\ 23{,}60 \\ 23{,}60 \\ 23{,}60 \\ \hline 141{,}60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} {}^{3\,3} \\ 17{,}90 \\ \times \quad 4 \\ \hline 71{,}60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} {}^{2\,3} \\ 23{,}60 \\ \times \quad 6 \\ \hline 141{,}60 \end{array}$$

- Em seguida, é feita a adição dos resultados:

$$\begin{array}{r} {}^{1\;\;1} \\ 141{,}60 \\ +\; 71{,}60 \\ \hline 213{,}20 \end{array}$$

- E a subtração do valor final pelo valor obtido com a adição dos resultados:

$$\begin{array}{r} 224{,}20 \\ -\ 213{,}20 \\ \hline 011{,}00 \end{array}$$

- E, por fim, a divisão deste pelo valor de uma meia (R$2,20):

$$\begin{array}{l|l} 11{,}0\cancel{0} & 2{,}2\cancel{0} \\ \hline 110 & 22 \\ 00 & 5 \end{array}$$

Os alunos ainda poderiam fazer a adição de parcelas sucessivas, considerando o valor de uma meia (par);

$$
\begin{array}{rl}
 & 2{,}20 \quad (1) \\
+ & 2{,}20 \quad (2) \\
\hline
 & 4{,}40 \\
+ & 2{,}20 \quad (3) \\
\hline
 & 6{,}60 \\
+ & 2{,}20 \quad (4) \\
\hline
 & \overset{1}{8}{,}80 \\
+ & 2{,}20 \quad (5) \\
\hline
 & 11{,}00
\end{array}
$$

Nesse caso, a quantidade de parcelas adicionadas seria 5, que é a quantidade de meias compradas.

As respostas aqui apresentadas eram esperadas e surgiram durante a pesquisa. Recomenda-se ao professor que esteja atento a outros caminhos que os alunos possam apresentar.

CONSIDERAÇÕES

A metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas promove uma aprendizagem ativa dos alunos, uma vez em se tornam os construtores de seu próprio conhecimento. O(A) professor(a) tem um papel importante neste processo, é ele(a) que irá mediar e dar condições para que os alunos sejam capazes de tal fato. Para tanto, sugere-se o roteiro apresentado por Allevato e Onuchic (2021) para trabalhar conceitos novos por meio desta Metodologia.

Caso haja um interesse maior sobre o assunto, o convidamos a conhecer a dissertação de mestrado intitulada "Demandas cognitivas de problemas com Números Decimais: um estudo com alunos de 5º ano do Ensino Fundamental", do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT), disponível no repositório institucional do programa no endereço http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119.

Vale salientar que as demandas cognitivas propostas por Henningsen e Stein (1997) e revisitadas por Stein *et al* (2000) podem ser amplamente exploradas em outros problemas e conteúdos trabalhados pelo(a) professor(a). No caso deste Produto Educacional, os problemas foram elaborados e validados com alunos de 5º ano de uma escola municipal de uma cidade do norte do Paraná. Deixamos o convite para que você, professor e/ou leitor, use esses ou seus próprios problemas considerando as demandas cognitivas de alto nível.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **GEPEM**, n.55, jul./dez. 2009.

ALLEVATO, N. S. G., ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de problemas:** teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ALLEVATO, N. S. G., ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. **Resolução de problemas:** teoria e prática. 2ª ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

HATFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instrution of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATFIELD, L. L.; BRADBARD, D. A. (org). **Mathematical Problem Solving:** papers from a research workshop. Columbus: ERIC, 1978.

HENNINGSEN, M.; STEIN, M. K. Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, 28, 524–549. 1997.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G.; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. Paco Editorial. Jundiaí. 2014.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1978. Do original em inglês: *How to solve it*, 1944.

SCHROEDER, T.L., LESTER Jr., F.K. Developing Understanding in Mathematics via. Problem Solving. In: TRAFTON, P.R., SHULTE, A.P. (Ed.). **New Directions for Elementary School Mathematics.** Reston: NCTM, 1989. (Year Book).

STEIN, M.; SMITH, M.; HENNINGSEN, M.; SILVER, E. **Implementing standards-based mathematics instruction**: a casebook for professional development. New York: Teacher College. 2000.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre, RS: Artmed, 2009.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. New York: Longman, ed.4, 2001. 478 p.