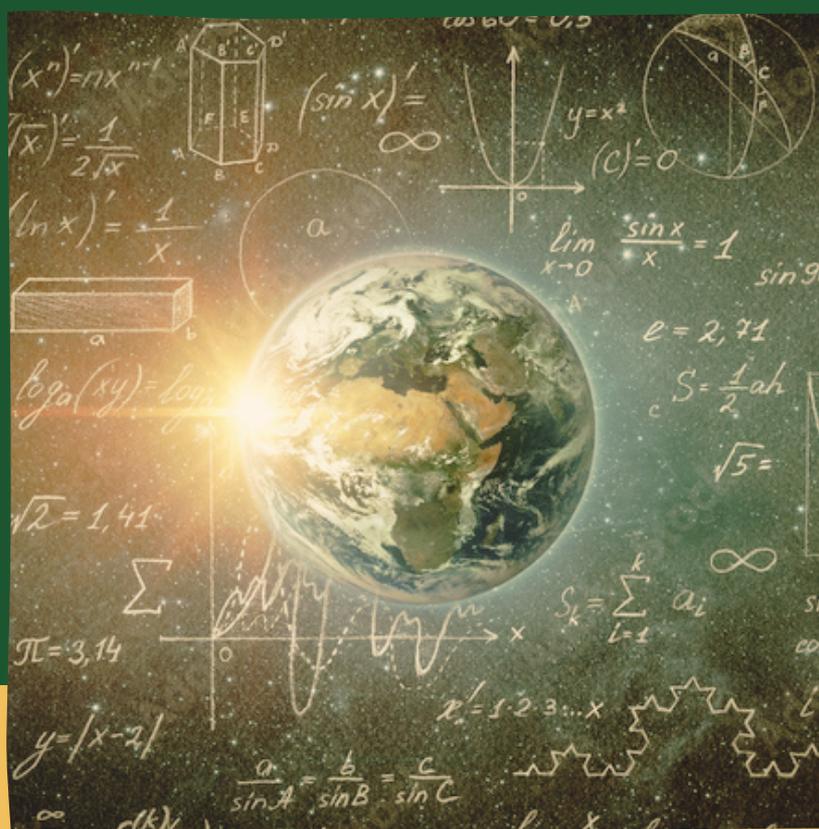


# Pensamento Funcional e Modelagem Matemática

## Sugestões de Atividades para os Anos Finais do Ensino Fundamental



Gizele Antunes da Luz  
Adriana Helena Borssoi

ppgmat

PROGRAMA DE  
PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENSINO  
DE MATEMÁTICA

# ppgmat

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

GIZELE ANTUNES DA LUZ

**PENSAMENTO FUNCIONAL E MODELAGEM MATEMÁTICA: SUGESTÕES  
DE ATIVIDADES PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

LONDRINA

2023

GIZELE ANTUNES DA LUZ

**PENSAMENTO FUNCIONAL E MODELAGEM MATEMÁTICA: SUGESTÕES DE  
ATIVIDADES PARA OS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**FUNCTIONAL THINKING AND MATHEMATICAL MODELING: SUGGESTED  
ACTIVITIES FOR THE FINAL YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL**

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós- Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *campus* Cornélio Procópio e Londrina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dra. Adriana Helena Borssoi

LONDRINA

2023



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Londrina



GIZELE ANTUNES DA LUZ

O PENSAMENTO FUNCIONAL DE ALUNOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL EM  
ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 27 de Fevereiro de 2023

Dra. Adriana Helena Borssoi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Barbara Candido Braz, Doutorado - Universidade Federal do Paraná

Jader Otavio Dalto, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 08/03/2023.

# ILUSTRAÇÕES

---

As imagens utilizadas nas páginas deste Produto Educacional são de acesso livre e estão disponíveis na página: <https://br.freepik.com/> e também no site *Canva* no link: <https://www.canva.com/>. Acesso em 25 de jan. 2023.

NESTE

E-BOOK

VOCÊ ENCONTRA



**APRESENTAÇÃO**

Página 06



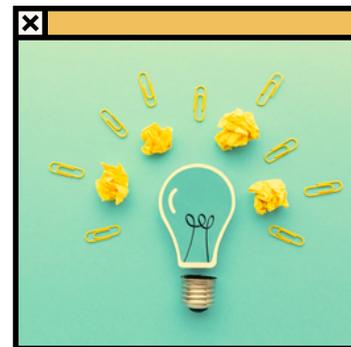
**MODELAGEM MATEMÁTICA MM**

Página 08



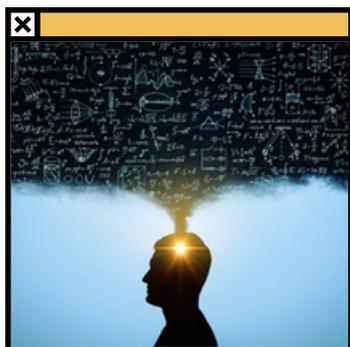
**MODELOS MATEMÁTICOS**

Página 09



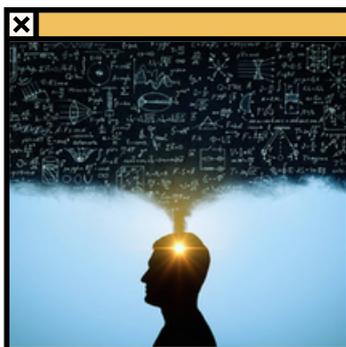
**UM POUCO MAIS DE MM**

Página 10



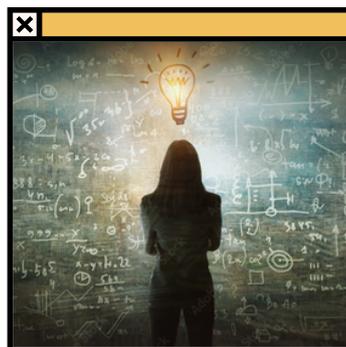
**PENSAMENTO FUNCIONAL**

Página 11



**UM POUCO MAIS DE PF**

Página 12



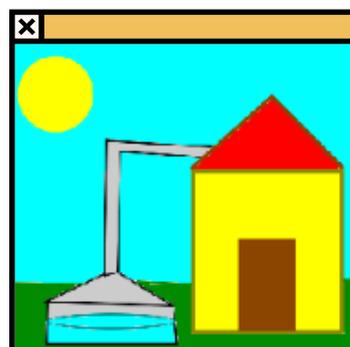
**SOBRE ATIVIDADES de MM**

Página 13



**ATIVIDADE PLUVIÔMETRO**

Página 14



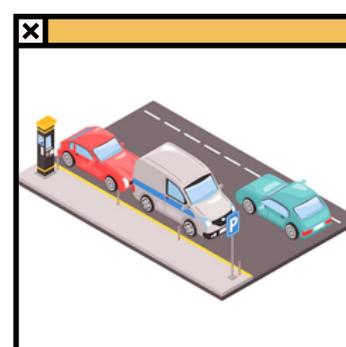
**ATIVIDADE CISTERNA**

Página 18



**ATIVIDADE CAJUZINHO**

Página 21



**ATIVIDADE PARQUIMETRO**

Página 29



**REFERÊNCIAS**

Página 30



# APRESENTAÇÃO

Para professores que desejam mudar sua prática e criar uma nova experiência em ensinar Matemática.

Olá professor(a)! Que alegria encontrá-lo(a) por aqui!

Queremos primeiramente dizer que este material foi preparado e organizado com muito carinho. Assim como você, estamos em busca de aperfeiçoar nossa prática docente, estudando, pesquisando e agora compartilhando este Produto Educacional que foi produzido a partir da Dissertação intitulada: O Pensamento Funcional de alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental em atividade de Modelagem Matemática. E pode ser acessada no Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT) através do link: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119xto>.

As atividades de Modelagem Matemática que serão apresentadas neste material, foram desenvolvidas com alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental. O planejamento seguiu as orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que é um documento que designa as competências gerais e específicas, as habilidades e as aprendizagens essenciais que o aluno deve adquirir durante a Educação Básica. A partir do desenvolvimento das atividades e o material produzido pelos alunos podemos observar o desenvolvimento ou a mobilização dos tipos de Pensamento Funcional.

Ao associarmos a Modelagem Matemática ao Pensamento Funcional buscamos possibilitar aos alunos analisar as variações e (co)variações familiarizando-os com o estudo das funções. Entendemos que a Modelagem Matemática possibilita estudar uma diversidade de temáticas, além do mais, compreendemos que diversas situações do cotidiano estão associadas a diferentes relações funcionais.

Dessa forma, desejamos que, ao compartilhar este Produto Educacional, o estudo de funções seja associado ao "mundo real" e que a Modelagem Matemática chegue às salas de aula da Educação Básica, seja por meio destas atividades ou por meio de outras pensada por você.

Abraços!

Gizele Antunes da Luz  
Adriana Borssoi

# SOBRE AS AUTORAS

## Gizele Antunes da Luz



Graduada em Matemática (Licenciatura) pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) - Campus Pato Branco. Mestre no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Londrina. Participante do Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias (GEPMIT). Atua como professora de Matemática do Ensino Fundamental e Médio na Secretaria do Estado da Educação do Paraná. Possui experiência na área de Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Pensamento Funcional, Modelagem Matemática, Tecnologias Digitais.

 <https://lattes.cnpq.br/8238854853925624>

 [gizeleantunes@alunos.utfpr.edu.br](mailto:gizeleantunes@alunos.utfpr.edu.br)

## Adriana Helena Borssoi



A pesquisadora é licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE) e tem mestrado e doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). É docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) desde 2006 e atualmente atua como coordenadora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) campi Cornélio Procópio e Londrina. Participa do Grupo de Estudo e Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Matemática (GEPEAM), nas linhas de pesquisa: Modelagem Matemática e Investigação Matemática e Recursos Educacionais e Tecnologias no Ensino de Matemática. É membro da Sociedade Brasileira de Educação Matemática e participa, desde 2003, do GT10 da SBEM: Modelagem Matemática, sendo coordenadora adjunta no período de 2021 à 2024.

 <http://lattes.cnpq.br/1393224739848502>

 [adrianaborssoi@utfpr.edu.br](mailto:adrianaborssoi@utfpr.edu.br)

# MODELAGEM MATEMÁTICA

## Mas o que é Modelagem Matemática?

Entre as diferentes concepções de Modelagem Matemática presentes na literatura, apresentamos a concepção de Modelagem Matemática como alternativa pedagógica.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 9) “[...] a Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”. Estes autores entendem que a modelagem é uma “atividade” que tem por objetivo buscar soluções para problemas por meio de modelos matemáticos.

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) uma atividade de Modelagem Matemática, consiste na situação inicial (problemática), e a solução do problema, geralmente apresentada a partir da produção de um modelo matemático, na situação final.

Os procedimentos e conceitos que orientam a passagem da situação inicial à situação final são descritos pelos autores em quatro fases: inteiração; matematização; resolução; e interpretação de resultados e validação.

## FASES DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

### INTEIRAÇÃO

Fase em que os alunos se familiarizam com o tema a ser estudado; buscam conhecer características e especificidades da situação.



### MATEMATIZAÇÃO

Momento em que a matemática é acionada para auxiliar na interpretação e resolução da situação-problema. Da linguagem natural para linguagem matemática.



### RESOLUÇÃO

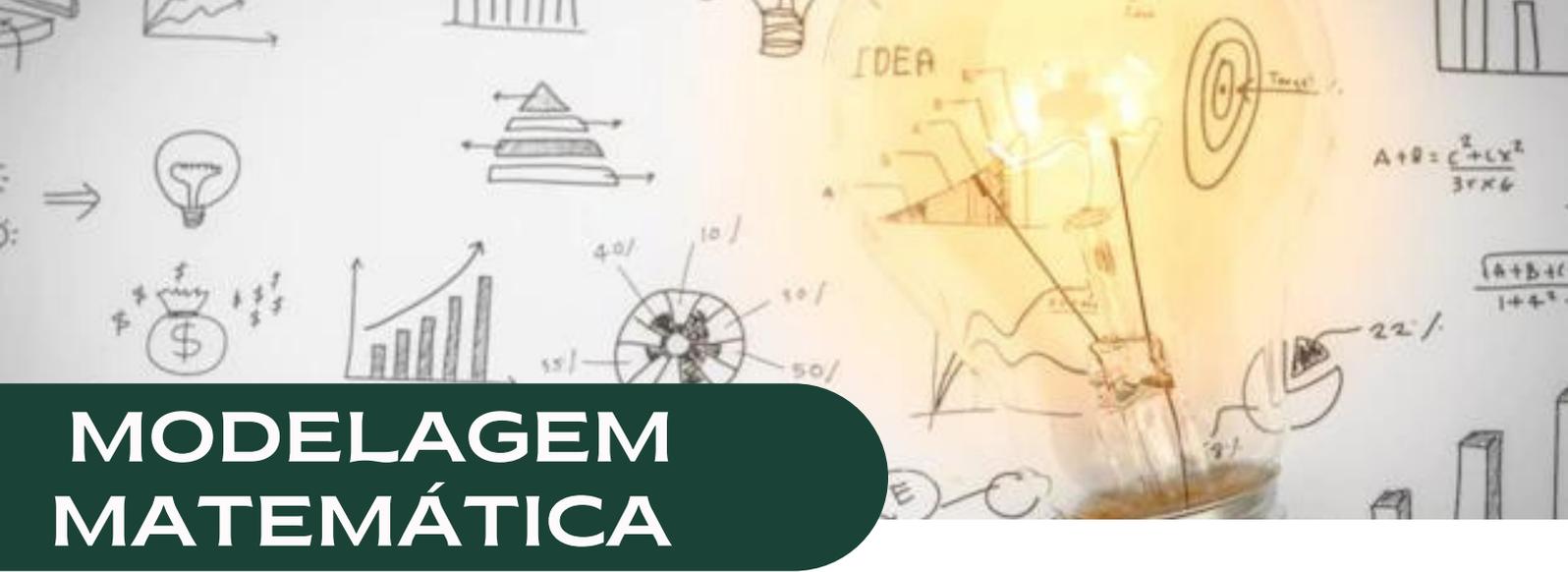
Busca por uma solução ao problema investigado. Geralmente se dá por meio da construção de um modelo matemático (resposta), que permite descrever a situação.



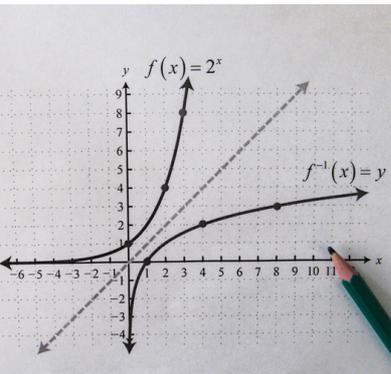
### INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS E VALIDAÇÃO

Consiste na análise, interpretação e verificação do modelo matemático e de seus resultados. Permite dizer se o modelo obtido é adequado e condizente com a situação estudada.





# MODELAGEM MATEMÁTICA

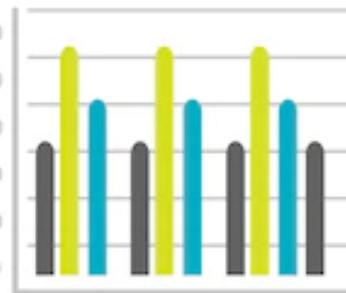
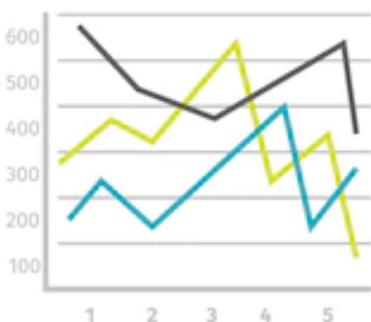
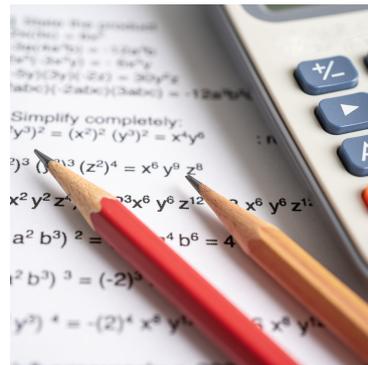


## Mas o que é um Modelo Matemático?

Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13) definem que "[...] um modelo matemático é um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema".

Os autores complementam que, portanto, um Modelo matemático é "[...] uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam. Sua formulação, todavia, não tem um fim em si só, mas visa fomentar a solução de algum problema" (p.13).

Para a representação de um Modelo Matemático podemos utilizar diferentes sistemas, por exemplo: uma equação, uma tabela, um gráfico, entre outros.



# MODELAGEM MATEMÁTICA

Para que você possa conhecer um pouco mais sobre a Modelagem Matemática, trazemos algumas sugestões:



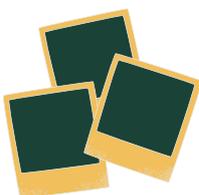
- A primeira sugestão é o artigo: **Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas**, escrito por Tiago Emanuel Klüber e Dionisio Burak (2008). Você pode acessar o texto a partir do QR code.



- A segunda, é um vídeo em que o professor Rodolfo Vertuan fala sobre a **Modelagem Matemática na Educação Matemática: práticas e reflexões (2020)**, no I ENOPEM - Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática.



<https://www.youtube.com/watch?v=1ng7Ayrml7Q>



# PENSAMENTO FUNCIONAL

A BNCC traz em seu texto cinco unidades temáticas para o ensino da matemática, são elas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística.

Na unidade temática Álgebra o objetivo é “[...] o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico” (BRASIL, 2018, p. 270).

Blanton e Kaput (2005, p. 413) definem que o Pensamento Algébrico é um processo “[...] pelo qual os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares, estabelecem essas generalizações através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade”. Segundo estes autores, uma das vertentes mais comuns do Pensamento Algébrico é o Pensamento Funcional.

Blanton et al. (2015, p. 43, tradução nossa) trazem que o Pensamento Funcional envolve a “[...] a generalização de relações entre quantidades covariáveis, representação e raciocínio com essas relações por meio de linguagem natural, notação algébrica (simbólica), tabelas e gráficos”.

## CLASSIFICAÇÃO DO PENSAMENTO FUNCIONAL (BLANTON E KAPUT, 2011)

### PENSAMENTO RECURSIVO

Envolve a variação encontrada dentro de uma sequência de valores.



### PENSAMENTO COVARIACIONAL

Faz análise de como duas quantidades variam simultaneamente e mantém a mudança como uma parte explícita, dinâmica de descrição de uma função.



### PENSAMENTO POR CORRESPONDÊNCIA

Baseia-se na identificação de uma correlação entre as variáveis.



# PENSAMENTO FUNCIONAL

Para que você possa conhecer um pouco mais sobre o Pensamento Funcional, trazemos algumas sugestões:



A primeira sugestão é o Produto Educacional: Tarefas Matemáticas com Tecnologias Digitais para os Anos Iniciais, autoria de Camila Ceron e Adriana Helena Borssoi (2019), neste material as autoras apresentam o desenvolvimento e a análise de atividades que buscam propiciar o desenvolvimento e a manifestação dos tipos de Pensamento Funcional, com alunos do Ensino Fundamental. Para ter acesso ao material, acesse o QR code ao lado.



A segunda, o Produto Educacional: Explorando Conceitos Básicos de Funções, em que o autores João Paulo Correa de Oliveira Junior e Adriana Helena Borssoi (2022), apresentam o desenvolvimento e a análise de atividades que buscam propiciar o desenvolvimento e a manifestação dos tipos de Pensamento Funcional, com alunos do Ensino Superior. Para ter acesso ao material, basta acessar o QR code ao lado.





# **SOBRE** **ATIVIDADES de MM**

Sabemos que uma atividade de Modelagem Matemática tem por objetivo buscar soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. Talvez você professor(a), se questione como surgem estes problemas para ser trabalhado nas aulas de matemática e talvez isso seja motivo de alguma insegurança em trabalhar com a Modelagem Matemática, não queremos que sintá-se assim. Para isso, neste momento queremos compartilhar com você, colega professor(a), um pouco de como as atividades que serão apresentadas, neste Produto Educacional, foram se constituindo ao longo das aulas de Matemática.

A primeira atividade, "Medindo a quantidade de chuva - Pluviômetro", foi planejada devido a uma particularidade que ocorre na escola em que a pesquisa foi realizada, em dias chuvosos. É que, devido a ocorrência de goteiras na sala de aula, existe a necessidade de posicionar baldes, e esta ação já fazia parte da rotina escolar. Então, em diálogo com os alunos em um dia chuvoso, foi questionado os alunos se tinham conhecimento de como é calculado os milímetros de chuva e embora não soubessem responder à questão, demonstraram curiosidade em saber. Inspiradas na atividade proposta por Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 89) "Medindo a quantidade de chuva", foi elaborada esta primeira atividade.

A segunda atividade, esta relacionada com a primeira "Medindo a quantidade de chuva - pluviômetro". A motivação desta segunda atividade, "Cisterna", se deu a partir de uma situação recorrente no município onde a pesquisa foi realizada, em 2022, em que o racionamento de água foi necessário devido à escassez de chuva, e esta falta de água afetou também a escola.

A terceira atividade emergiu a partir da movimentação que acontecia com alunos para a organização de uma festa junina. Com intuito de utilizar o interesse dos alunos com a festa e aprender matemática, foi disponibilizado aos alunos um breve texto sobre o contexto histórico da festa junina no Brasil, seguido da questão: Você acredita que seja possível estudar matemática a partir desse assunto? Se sim, o que você propõe estudar?. A partir das respostas dos alunos a atividade "Cajuzinho de Amendoim" foi planejada e desenvolvida com os alunos.

Apresentamos a seguir as atividades, sua relação com a BNCC, os tipos de Pensamento Funcional manifestados pelos alunos e os modelos matemáticos apresentados.



# PLUVIÔMETRO

## Atividade 1 - Medindo a quantidade da chuva - Pluviômetro

Os dados apresentados representam o comportamento da chuva e da temperatura na cidade de Dois Vizinhos ao longo do ano. Na tabela está representado as médias climatológicas, esses valores foram calculados a partir de uma série de dados de 30 anos observados.

| Mês       | Mínima (°C) | Máxima (°C) | Precipitação (mm) |
|-----------|-------------|-------------|-------------------|
| Janeiro   | 20°         | 29°         | 165               |
| Fevereiro | 19°         | 29°         | 154               |
| Março     | 18°         | 29°         | 116               |
| Abril     | 16°         | 26°         | 148               |
| Maio      | 13°         | 22°         | 162               |
| Junho     | 11°         | 21°         | 143               |
| Julho     | 11°         | 21°         | 129               |
| Agosto    | 12°         | 24°         | 107               |
| Setembro  | 13°         | 24°         | 181               |
| Outubro   | 16°         | 26°         | 208               |
| Novembro  | 17°         | 28°         | 172               |
| Dezembro  | 19°         | 29°         | 179               |

Fonte: <https://www.climatempo.com.br/climatologia/1309/doisvizinhos-pr>. Acesso em 04 maio de 2022.

- Durante o mês de maio, vocês realizaram uma coleta de dados utilizando o pluviômetro caseiro. Represente os dados coletados pelo grupo. O pluviômetro construído pelo grupo mostrou-se eficaz?
- Compare os dados coletados em maio de 2022 com a média histórica, o que vocês podem concluir?
- Para que serve o pluviômetro? Como vocês explicam o funcionamento do pluviômetro? Como a matemática pode ajudar a explicar esse funcionamento?



# PLUVIÔMETRO

## Medindo a quantidade da chuva

Trazemos ao lado quais as habilidades e objetivos previstos na BNCC que o desenvolvimento desta atividade pode contemplar.

Para saber mais sobre como ocorreu o desenvolvimento e a implementação desta atividade na sala de aula, deixamos como sugestão o artigo: Modelagem Matemática associada ao Pensamento Funcional: uma atividade a partir de dados de um Pluviômetro Caseiro, escrito por Gizele Antunes da Luz e Adriana Helena Borssoi (2022).

No texto, além do relato sobre como ocorreu o desenvolvimento da atividade, as autoras apresentam quais os resultados obtidos, após a análise do material produzido pelos alunos.

Acesse o QR code para ter acesso ao artigo.



### **BNCC**

#### Habilidades e Objetivos

RESOLVER E ELABORAR PROBLEMAS QUE ENVOLVAM RELAÇÕES DE PROPORCIONALIDADE DIRETA E INVERSA ENTRE DUAS OU MAIS GRANDEZAS, INCLUSIVE ESCALAS, DIVISÃO EM PARTES PROPORCIONAIS.

ESCOLHER E CONSTRUIR O GRÁFICO MAIS ADEQUADO (COLUNAS, SETORES, LINHAS), COM OU SEM USO DE PLANILHAS ELETRÔNICAS, PARA APRESENTAR UM DETERMINADO CONJUNTO DE DADOS.

COMPREENDER AS FUNÇÕES COMO RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA UNÍVOCA ENTRE DUAS VARIÁVEIS E SUAS REPRESENTAÇÕES NUMÉRICA, ALGÉBRICA E GRÁFICA E UTILIZAR ESSE CONCEITO PARA ANALISAR SITUAÇÕES QUE ENVOLVAM RELAÇÕES FUNCIONAIS ENTRE DUAS VARIÁVEIS.



# PLUVIÔMETRO

## Dicas

- Professor(a), você pode adaptar esta atividade a sua realidade. Para isso, basta você acessar a página do climatempo "<https://www.climatempo.com.br/>". Se preferir, pode utilizar outro site que forneça estas informações, escolher a sua cidade, e conferir os dados históricos.

| Mês       | Mínima (°C) | Máxima (°C) | Precipitação (mm) |
|-----------|-------------|-------------|-------------------|
| Janeiro   | 20°         | 29°         | 165               |
| Fevereiro | 19°         | 29°         | 154               |
| Março     | 18°         | 29°         | 116               |
| Abril     | 16°         | 26°         | 148               |
| Mai       | 13°         | 22°         | 162               |
| Junho     | 11°         | 21°         | 143               |
| Julho     | 11°         | 21°         | 129               |
| Agosto    | 12°         | 24°         | 107               |
| Setembro  | 17°         | 24°         | 181               |
| Outubro   | 17°         | 26°         | 208               |
| Novembro  | 17°         | 28°         | 172               |
| Dezembro  | 19°         | 29°         | 179               |

Fonte:  
<https://www.climatempo.com.br/climatologia/1309/doisvizinhos-pr>. Acesso em 04 maio de 2022.

- Para desenvolver esta atividade propomos aos alunos confeccionar o pluviômetro em casa, você pode realizar esta etapa na sala de aula, assim, outros conteúdos matemáticos podem emergir, como por exemplo, o estudo dos sólidos geométricos, medidas de área e volume.



- Deixamos também uma dica de vídeo que auxilia na construção de um pluviômetro.

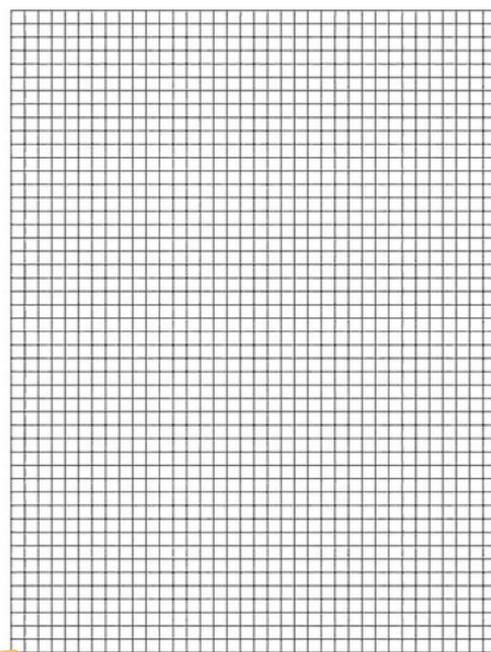


[youtube.com/watch?v=XdVCuGnVDXc](https://youtube.com/watch?v=XdVCuGnVDXc)

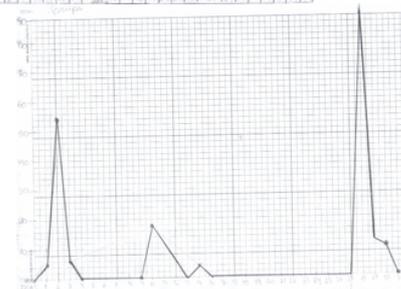
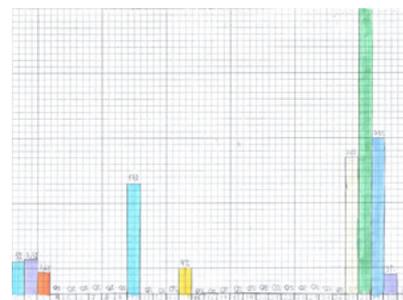
# PLUVIÔMETRO

## Dicas

- Diante de nossa realidade, fornecemos aos alunos o papel milimetrado. Se preferir, pode utilizar algum *software* para a representação gráfica, no entanto, ao utilizar um *software*, o aluno não será instigado a realizar cálculos de proporção para as escalas, visto que a ferramenta tecnológica já dispõe do modelo gráfico automaticamente.



- Ao trabalhar com a representação gráfica, é importante que você utilize este momento para trabalhar com os alunos, o que é uma variável discreta e variável contínua e a importância da representação correta para análise do fenômeno observado.





# CISTERNA

## Atividade 2: Cisterna

Escrevam o que vocês sabem sobre cisterna?

---

Neste início de ano, em nosso município, fomos afetados pelo racionamento da água, devido à escassez de chuvas, em 22 de fevereiro de 2022, a Sanepar divulgou a seguinte nota:

“O fechamento será mantido diariamente das 11h às 17h30, com previsão de normalização para as 20h. A Sanepar informa que a partir desta terça-feira (22) o rodízio no abastecimento de água em Dois Vizinhos passa a ser feito diariamente. A programação para fechamento e abertura dos registros permanece inalterada: das 11h às 17h30. O rodízio é necessário devido à gravidade da estiagem. Os mananciais de abastecimento, entre eles o Rio Girau Alto, perderam mais de 60% da vazão disponível para captação e tratamento. Todas as medidas operacionais possíveis já foram adotadas pela Sanepar como a ampliação de 15% na produção de água e mais outros 15% devem ser ampliados até o fim de março. Porém, sem chuvas, não há água disponível para captação. A tabela do rodízio foi alterada para todos os dias da semana com previsão de normalização para as 20h. Cada vez mais é imprescindível a colaboração de todos. A água deve ser utilizada prioritariamente para alimentação e higiene pessoal”.

Fonte: <https://site.sanepar.com.br/noticias/rodizio-no-abastecimento-em-dois-vizinhos-passa-ser-diario>. Acesso 22 abr. 2022.

Este problema afetou também a escola, em algumas tardes ficamos sem água, e como é difícil ir ao banheiro e não poder dar descarga no sanitário e lavar as mãos, não é mesmo? Supondo que pudéssemos coletar a água da chuva para utilizar com as necessidades básicas como dar descarga e lavar as mãos, se considerarmos a instalação de uma cisterna: qual deve ser sua capacidade para suprir as necessidades do período da tarde por uma semana?



# CISTERNA

Ao lado temos as habilidades e objetivos previstos na BNCC que esta atividade pode contemplar.

Para a coleta de dados desta atividade, que foi realizada pelos alunos, a professora, sugeriu que levassem à escola copos de medida e régua, o intuito era que os alunos fossem instigados a utilizar as ferramentas para coletar as informações necessárias.

Para saber mais sobre como ocorreu o desenvolvimento e a implementação desta atividade na sala de aula, convidamos você a fazer a leitura da dissertação que fundamentou este Produto Educacional, lá você encontrará todos os passos para o desenvolvimento desta atividade, bem como, o que foi possível evidenciar a partir das produções dos alunos acerca do desenvolvimento e mobilização do Pensamento Funcional.

## **BNCC** Habilidades e Objetivos

---

RESOLVER E ELABORAR PROBLEMAS QUE ENVOLVAM MEDIDAS DE VOLUMES DE PRISMAS E DE CILINDROS RETOS, INCLUSIVE COM USO DE EXPRESSÕES DE CÁLCULO, EM SITUAÇÕES COTIDIANAS.

---

COMPREENDER AS FUNÇÕES COMO RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA UNÍVOCA ENTRE DUAS VARIÁVEIS E SUAS REPRESENTAÇÕES NUMÉRICA, ALGÉBRICA E GRÁFICA E UTILIZAR ESSE CONCEITO PARA ANALISAR SITUAÇÕES QUE ENVOLVAM RELAÇÕES FUNCIONAIS ENTRE DUAS VARIÁVEIS.

---



# CISTERNA

## Dicas

- Professor(a), você pode adaptar esta atividade à sua realidade. Talvez, não tenha ocorrido em sua cidade a escassez de água, como ocorreu no contexto desta atividade, no entanto, esta atividade pode emergir de outras situações.
- Como por exemplo, a conscientização sobre o consumo de água, ou quem sabe uma parceria com a escola e a construção de uma cisterna, pode ser que em sua escola tenha uma cisterna. Enfim, esta é a flexibilidade que atividades de Modelagem Matemática proporcionam.
- Para desenvolver esta atividade propomos aos alunos coletar os dados referentes a descarga do vaso sanitário e lavar as mãos, não determinamos o tempo e a quantidade de vezes que seria utilizado, caso seja o interesse do professor, pode adaptar.
- Uma outra opção é simular a capacidade de diferentes modelos de cisterna, para que os alunos possam perceber a covariação do volume em relação a uma de suas dimensões, por exemplo. Isso pode ser feito com o *software Geogebra*.

consumo consciente  
chuva cisterna  
consumo de água  
escassez de água





# ATIVIDADE CAJUZINHO

**Esta atividade se deu início a partir da temática: Festa Junina. Para o seu planejamento, primeiramente, optamos em ouvir os alunos. E para isso, cada um recebeu o seguinte material.**

## FESTA JUNINA

“A festa junina é uma tradicional festividade popular no Brasil que acontece todo mês de junho e foi trazida para nosso país pelos portugueses durante a colonização. O começo da festa junina ao Brasil remonta ao século XVI. As festas juninas eram tradições bastante populares na Península Ibérica (Portugal e Espanha) e, por isso, foram trazidas para cá pelos portugueses durante a colonização, assim como muitas outras tradições. Quando introduzida no Brasil, a festa era conhecida como festa joanina, em referência a São João, mas, ao longo dos anos, teve o nome alterado para festa junina, em referência ao mês no qual ocorre, junho.

Inicialmente, a festa possuía uma forte tom religioso – conotação essa que se perdeu em parte, uma vez que é vista por muitos mais como uma festividade popular do que religiosa. Além disso, a evolução da festa junina no Brasil fez com que ela se associasse a símbolos típicos das zonas rurais.

O crescimento da festividade aconteceu sobretudo no Nordeste, região que atualmente possui as maiores festas. A maior festa junina do país acontece na cidade de Campina Grande, localizada no estado da Paraíba. Em 2017, a estimativa do evento era receber aproximadamente 2,5 milhões de pessoas.

Durante as festas juninas no Brasil, são realizadas danças típicas, como as quadrilhas. Também há produção de inúmeras comidas à base de milho e amendoim, como canjica, pamonha, pé de moleque, além de bebidas como o quentão. Outra característica muito comum é a de se vestir de caipira de maneira caricata.”

Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/detalhes-festa-junina/origem-festa-junina.htm>

No mês de Junho, será realizado em nossa escola a Festa Junina. Você acredita que seja possível estudar matemática a partir desse assunto? Se sim, o que você propõe estudar?

---



# CAJUZINHO DE AMENDOIM

A partir das respostas dos alunos, a atividade que será apresentada nas próximas páginas foi planejada e implementada.

Destacamos que a atividade foi organizada em três partes, a primeira cujo objetivo era que os alunos encontrassem o custo para a produção da receita e consecutivamente o valor unitário de cada cajuzinho. A segunda parte, visava que os alunos estimassem um valor para a venda dos doces, oportunizando a eles um senso crítico em relação a margem de lucros e prejuízos. E por fim, a terceira parte, que após a produção dos doces, tinha por objetivo que os alunos comparassem suas estimativas a partir dos dados da receita com a sua produção na prática.

Ao lado temos as habilidades e objetivos previstos na BNCC que a atividade pode contemplar.

Para a coleta de dados desta atividade, que foi realizada pelos alunos, a professora, sugeriu que levassem à escola panfletos de mercado e o celular para auxiliar na pesquisa de valores.

Para saber mais sobre como ocorreu o desenvolvimento e a implementação desta atividade na sala de aula, convidamos você a fazer a leitura da dissertação que fundamentou este Produto Educacional, lá você encontrará todos os passos para o desenvolvimento desta atividade, bem como, o que foi possível evidenciar a partir das produções dos alunos acerca do desenvolvimento e mobilização do Pensamento Funcional.

## **BNCC**

### **Habilidades e Objetivos**

RESOLVER E ELABORAR PROBLEMAS QUE ENVOLVAM PORCENTAGENS, COM A IDEIA DE APLICAÇÃO DE PERCENTUAIS SUCESSIVOS E A DETERMINAÇÃO DAS TAXAS PERCENTUAIS, PREFERENCIALMENTE COM O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS, NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA.

COMPREENDER AS FUNÇÕES COMO RELAÇÕES DE DEPENDÊNCIA UNÍVOCA ENTRE DUAS VARIÁVEIS E SUAS REPRESENTAÇÕES NUMÉRICA, ALGÉBRICA E GRÁFICA E UTILIZAR ESSE CONCEITO PARA ANALISAR SITUAÇÕES QUE ENVOLVAM RELAÇÕES FUNCIONAIS ENTRE DUAS VARIÁVEIS.



# CAJUZINHO DE AMENDOIM

## Cajuzinho de Amendoim - Parte 1

“O cajuzinho é um doce brasileiro feito de amendoim, comum em festas de aniversário e nas festas juninas. Originalmente, o cajuzinho era feito com polpa de caju nas regiões Norte e Nordeste. Com a migração nordestina, o doce chegou ao Sul e Sudeste. A partir daí sua composição foi alterada – a polpa do caju deu lugar ao amendoim. O amendoim é originário da América do Sul, onde existe há milhares de anos. Desempenhou desde sempre um papel importante na dieta alimentar dos Incas e de outros povos Índios Nativos da América do Sul e do México. Os exploradores espanhóis e portugueses que descobriram o amendoim no Novo Mundo, levaram-no para a África, onde se climatizou e passou a ser consumido por suas populações.”

Fonte: <https://mundonegro.inf.br/nesta-festa-junina-va-de-cajuzinho/>

Acompanhe os ingredientes necessários e o modo de preparo do Cajuzinho, esta receita tem um tempo de preparo de 45 minutos e rende 70 porções, de acordo com a receita disponibilizada na página de uma empresa alimentícia “<https://www.festajunina.com.br/festa-junina/>”.

### Ingredientes

- 1 pacote de Amendoim (500g)
- 2 xícaras (chá) de açúcar
- 6 colheres (sopa) de chocolate em pó
- 7 colheres (sopa) de água
- Um pouco de açúcar cristal para decorar



# CAJUZINHO DE AMENDOIM

## Cajuzinho de Amendoim - Parte 1

### Preparo

- 1° Coloque o amendoim em uma assadeira e leve ao forno (aquecido a 180°C) para torrar por cerca de 20 minutos.
- 2° Após torrado, transfira o amendoim para um liquidificador e triture bem.
- 3° Em um recipiente, misture o amendoim com o restante dos ingredientes. Amasse bem com as mãos. A receita de cajuzinho de amendoim está quase pronta!
- 4° Pegue pequenas porções e molde os cajuzinhos.
- 5° Passe os cajuzinhos no açúcar e coloque em forminhas de papel.
- 6° Pronto, agora você já sabe como fazer cajuzinho de amendoim!

Nossa Festa Junina já está chegando! E o cajuzinho não pode faltar!

Faça um levantamento de custos para a produção desta receita.

Que expressão matemática representa o gasto para a produção de uma quantidade indeterminada de doces?

(Explique detalhadamente)

Dados:

Resolução:



# CAJUZINHO DE AMENDOIM

## Cajuzinho de Amendoim - Parte 2

Qual valor que este doce pode ser vendido na festa junina? Qual a margem de lucro por unidade?(Explique detalhadamente)

Dados:

Resolução:

Que expressão matemática representa o valor arrecadado, para uma quantidade indeterminada de doces? (Explique detalhadamente)

Quantos doces precisam ser vendidos para ter um lucro superior a R\$150,00? (Explique detalhadamente)



# CAJUZINHO DE AMENDOIM

## Cajuzinho de Amendoim - Parte 3

Na receita de cajuzinho que utilizamos o rendimento era de 70 porções. Assim, a estimativa de custo e preço de venda foram calculados a partir desta referência. Em nossa primeira produção foram utilizados 5 pacotes de amendoim torrados (500g), ou seja, o equivalente a 5 receitas e o rendimento foi de 216 cajuzinhos. Com base nas informações:

Qual foi o rendimento aproximado, por receita? Qual a diferença entre o rendimento informado na receita e o rendimento na produção?

Então, qual foi o custo aproximado para a produção de cada cajuzinho? (Considere o custo da receita já utilizado pelo grupo)

Cada cajuzinho foi vendido por R\$1,00. Após a primeira produção, o que vocês podem concluir sobre isso?



# CAJUZINHO DE AMENDOIM

## Dicas

- Professor(a), você pode adaptar esta atividade à sua realidade. No contexto do planejamento desta atividade a Festa Junina estava prevista para acontecer, no entanto, você pode utilizá-la em outras ocasiões.
- Se você acompanhar na dissertação, o relato de como ocorreu o desenvolvimento desta atividade na sala de aula, vai observar como os alunos se envolveram e que, a partir das produções dos doces foi possível que comprassem (algo além do planejado), oportunidades de atividades de Modelagem Matemática!
- No entanto, isso pode ser um objetivo seu! Que tal propor um desafio aos seus alunos e planejar algo para acontecer durante o ano, com a venda dos cajuzinhos, por exemplo, um cinema, um passeio, sorvetes, uma pizza, ou até mesmo camisetas! Tenho certeza que eles vão amar!
- Outra opção, é sugerir aos alunos, ir a algum mercado e pesquisar os preços dos ingredientes da receita, será uma estimativa mais próxima a sua realidade.





# CAJUZINHO DE AMENDOIM

## Dicas

- Professor(a), a parte 3 desta atividade está de acordo com os dados coletados a partir da produção realizada no âmbito desta pesquisa. Portanto, para essa fase é importante que você faça as adaptações de acordo com a sua realidade, ou seja, de acordo com os dados da produção realizada por vocês!



- Você pode utilizar esta atividade para iniciar o estudo das funções, ou para aprofundar o conteúdo. Pode pedir aos alunos a representação gráfica da função. Enfim, pode usar sua criatividade para adaptar de acordo com a sua necessidade.





# ATIVIDADE PARQUÍMETRO

## **Parquímetro-Estacionamento Rotativo Pago: uma atividade de Modelagem Matemática associada ao Pensamento Funcional (2022)**

Querido professor(a), se você chegou até aqui, esperamos que tenha compreendido o potencial que atividades de Modelagem Matemática, na sala de aula, possuem para promover o desenvolvimento e a manifestação do Pensamento Funcional dos alunos, além disso oportunizar o envolvimento e engajamento na busca de uma solução para a situação-problema.

Diante disso, queremos compartilhar mais uma experiência exitosa de nossa prática docente. Trata-se de uma atividade com a temática “Parquímetro”, relacionado ao estacionamento rotativo pago. Em que, por meio de um formulário eletrônico a professora solicitou com antecedência que os alunos assistissem a um vídeo explicativo sobre o funcionamento do parquímetro e que respondessem a algumas questões a respeito de suas experiências ao utilizá-lo. Dentre as questões estava: "Você acredita que seja possível estudar matemática a partir desse assunto? Se sim, o que você propõe a estudar?".

Para saber como ocorreu o desenvolvimento desta atividade, deixamos disponível o QR code que dará acesso ao artigo escrito por nós (Gizele e Adriana), nele você encontrará todos os detalhes, bem como a análise a partir dos resultados dos alunos.



# REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E.. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018.

BLANTON, M. et al. Implementing a Framework for Early Algebra. In: Kieran, C. (Orgs). Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5- to 12-Year-Olds: The global evolution of an emerging field of research and practice. Springer, 2010. p. 27-49. Disponível em: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-68351-5_2). Acesso em: 26 ago.2022.

CERON, C. G. da S.. Tarefas Matemáticas com tecnologias Digitais para os Anos Iniciais. 2019. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

GEPEME, Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas escolas. Palestra 44 Modelagem Matemática na Educação Básica práticas e reflexões. YouTube, 23 nov, 2020. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=1ng7Ayrm17Q>.

KAPUT, J. What is Algebra? What is algebraic reasoning?. In: J. Kaput, D. Carraher, & M. Blanton (Eds.), Algebra in the Early Grades, p.5-17. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D.. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. Revista Educação Matemática Pesquisa, v. 10, n. 1, pág. 17-34, 2008.

LUZ, G. A. da; BORSSOI, A. H.. Parquímetro-Estacionamento Rotativo Pago: uma atividade de Modelagem Matemática associada ao Pensamento Funcional.. In: Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática. Anais...Brasília(DF) On-line, 2022. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/xivenem2022/482527-PARQUIMETRO-ESTACIONAMENTO-ROTATIVO-PAGO--UMA-ATIVIDADE-DE-MODELAGEM-MATEMATICA-ASSOCIADA-AO-PENSAMENTO-FUNCIONAL>. Acesso em: 25/01/2023.

LUZ, G. A. da; BORSSOI, A. H.. Modelagem Matemática associada ao Pensamento Funcional: uma atividade a partir de dados de um Pluviômetro Caseiro.. In: Anais do IX EPMEM Encontro Paranaense de Modelagem Matemática na Educação Matemática, 2022. Disponível em: <http://www.sbemparana.com.br/ixepmem/anais/CC22.pdf>. Acesso em: 25/01/2023.

OLIVEIRA JUNIOR, J. P. C. de. Explorando Conceitos Básicos de Função. 2022. Produto Educacional (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2022.