

ppgmat

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

CURSO DE FORMAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA PARA PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA



PRODUTO EDUCACIONAL

MARIANE ALVES KOGA
KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

UTFPR
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ



MARIANE ALVES KOGA
KARINA ALESSANDRA PESSOA DA SILVA

**CURSO DE FORMAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA PARA
PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

**TRAINING COURSE IN MATHEMATICAL MODELING FOR TEACHERS OF
MATHEMATICS**

LONDRINA
2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuem o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos.

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.





**Ministério da Educação Universidade Tecnológica
Federal do Paraná Campus Londrina**



MARIANE ALVES KOGA

**FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES EM MODELAGEM
MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DOS SABERES DOCENTES EM PRÁTICAS
PLANEJADAS E IMPLEMENTADAS**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 11 de Novembro de 2022

Dra. Karina Alessandra Pessoa Da Silva, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Jader Otavio Dalto, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dra. Leticia Barcaro Celeste Omodei, Doutorado - Universidade Estadual do Paraná (Unespar)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 11/11/2022.

APRESENTAÇÃO

Prezado(a) professor(a) / prezado(a) gestor(a)

Este Produto Educacional é parte integrante da dissertação intitulada “Formação continuada de professores em Modelagem Matemática: uma análise dos saberes docentes em práticas planejadas e implementadas” desenvolvida no Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Ele tem como objetivo apresentar um curso de formação em Modelagem Matemática para professores que ensinam matemática, e que têm a intenção de implementar a Modelagem enquanto alternativa pedagógica.

Por meio dos encaminhamentos apresentados neste Produto Educacional, buscamos oferecer uma Formação de Professores em Modelagem Matemática que proporcione momentos coletivos de discussão e reflexão. Para tanto, nos pautamos em Almeida e Silva (2015) que estabelecem que a formação dos professores em Modelagem Matemática precisa lhes dar oportunidade de aprender sobre a modelagem matemática, aprender por meio da modelagem matemática e ensinar usando a modelagem matemática, buscando planejar e implementar atividades em sala de aula. Esses encaminhamentos também vão ao encontro daqueles empreendidos por Lesh et al. (2001) sobre a esquematização de atividades de modelagem, considerando atividades de aquecimento, atividades de elicitação de modelos, atividades de exploração de modelos e atividades de adaptação do modelo.

Assim, organizamos a estrutura do curso em três partes. No que compete a *aprender sobre modelagem*, sugerimos que sejam estudadas e discutidas referências bibliográficas presentes na literatura; para o *aprender por meio* sugerimos o planejamento e o desenvolvimento com os professores de atividades de modelagem inspiradas em livros didáticos, artigos, dados que possam ser produzidos por meio de coletas empíricas ou não em que encaminhamentos seguem empreendimentos; para respaldar o *ensinar usando* orientamos que seja efetuado o planejamento colaborativo entre os professores de maneira que atividades de modelagem sejam implementadas em suas salas de aula.

Desta forma, temos como intuito encorajar professores a implementar atividades de Modelagem em suas aulas ao mesmo tempo que pode possibilitar àquele interessado a usar o produto para encaminhar cursos de formação a evidenciar os saberes docentes na concepção de Tardif (2014), que defende a existência dos saberes da formação profissional (das ciências da educação e da ideologia pedagógica); os saberes disciplinares; os saberes curriculares e os saberes experienciais. A abordagem sobre os saberes docentes está presente na dissertação em que, por meio de uma análise qualitativa, nos valem da implementação de práticas por professores da Educação Básica com foco no eixo *ensinar usando modelagem*.

Para subsidiar a estrutura do curso, nos valem de exemplos de encaminhamentos realizados na disciplina Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino do mestrado Profissional em Ensino de Matemática no ano de 2021, no contexto remoto. Na referida disciplina foram estudados textos teóricos, desenvolvidas sete atividades com os professores - “Resfriamento de Veículo”, “Energia Solar”, “Lixo em Arapongas”, “Bateria do Celular”, “Cerca Elétrica”, “Queimada” e “Radar fixo” - e seis atividades planejadas e implementadas pelos professores com seus alunos - “Estimando a Altura na Idade Adulta”, “A (suposta) pegada misteriosa de Lázaro”, “O Funcionamento do Estacionamento Rotativo”, “O Uso das Redes Sociais”, “Bolo Fofinho” e “Pacote De Internet Fixa E Móvel”.

O que intentamos é trazer para a comunidade uma possibilidade de disseminar a Modelagem Matemática no contexto da sala de aula a partir de uma proposta de formação de professores, seja inicial ou continuada, em que a experiência e a colaboração sejam emergentes. Além disso, com esse produto educacional, buscamos trazer resultados parciais para o projeto de pesquisa *Aprender sobre, aprender por meio e ensinar usando Modelagem Matemática: constituição de ambientes para a formação de professores* vinculado ao Edital Universal do CNPq – processo 409309/2021-4 em que as autoras são parte da equipe de pesquisadores.

Desejamos um bom trabalho!

Mariane Alves Koga
Karina Alessandra Pessoa da Silva



SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	3
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	7
2. PROPOSTA DE FORMAÇÃO	14
2.1 ENCONTRO 1	17
2.2 ENCONTRO 2	19
2.3 ENCONTRO 3	22
2.4 ENCONTRO 4	24
2.5 ENCONTROS 5, 6, 7 E 8	30
2.6 ENCONTROS 9	32
2.7 ENCONTRO 10	33
2.8 ENCONTRO 11	34
2.9 ENCONTRO 12	35
2.10 ENCONTRO 13	36





2.11 ENCONTRO 14	40
CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
REFERÊNCIAS	43
SOBRE AS AUTORAS	46



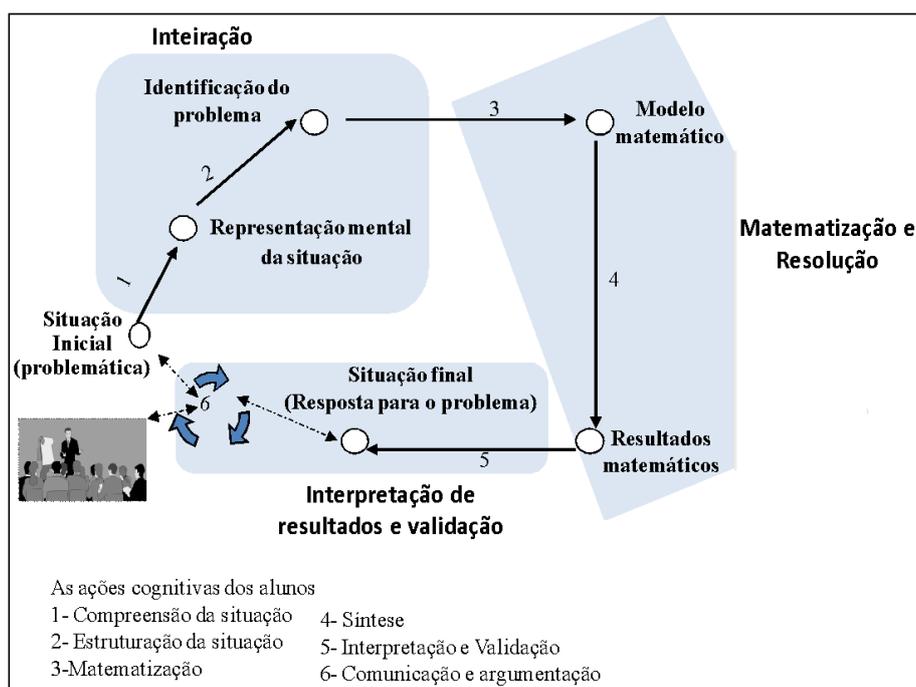
1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Compreendemos a **Modelagem Matemática** como “uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 9), que pode contribuir para a aprendizagem da Matemática e, também, de conteúdos de outras disciplinas, tornando-se um caminho na busca pelo conhecimento. A partir de discussões e reflexões sobre a realidade, os estudantes têm a oportunidade de compreender diferentes situações, passando a compreender o mundo de maneira diferente (MALHEIROS, 2014).

Para Omodei e Almeida (2019, p. 12), em uma atividade de modelagem é importante “mostrar um investimento na produção de **modelos matemáticos** que possam favorecer respostas mais robustas para o fenômeno investigado”.

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15), “Uma atividade de Modelagem Matemática, [...], envolve fases relativas ao conjunto de procedimentos necessários [...]: **inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação**”. Sendo assim, nos pautamos em Almeida, Silva e Vertuan (2012) em que apresentam as fases da Modelagem Matemática e ações cognitivas dos alunos de acordo com o **ciclo** abaixo:

Figura 1 - Fases da Modelagem Matemática e Ações Cognitivas dos Alunos



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Para Bassanezi (1994), é importante a inclusão da Modelagem Matemática como uma metodologia para ensinar Matemática, pois, mesmo que haja questões que dificultem seu uso, existem argumentos positivos. Tais argumentos, segundo o autor, são:

- **facilita a aprendizagem;**
- **prepara o estudante para utilizar a Matemática em áreas diversas;**
- **é um fator de motivação;**
- **fomenta habilidades de exploração e compreensão da função sociocultural da matemática.**

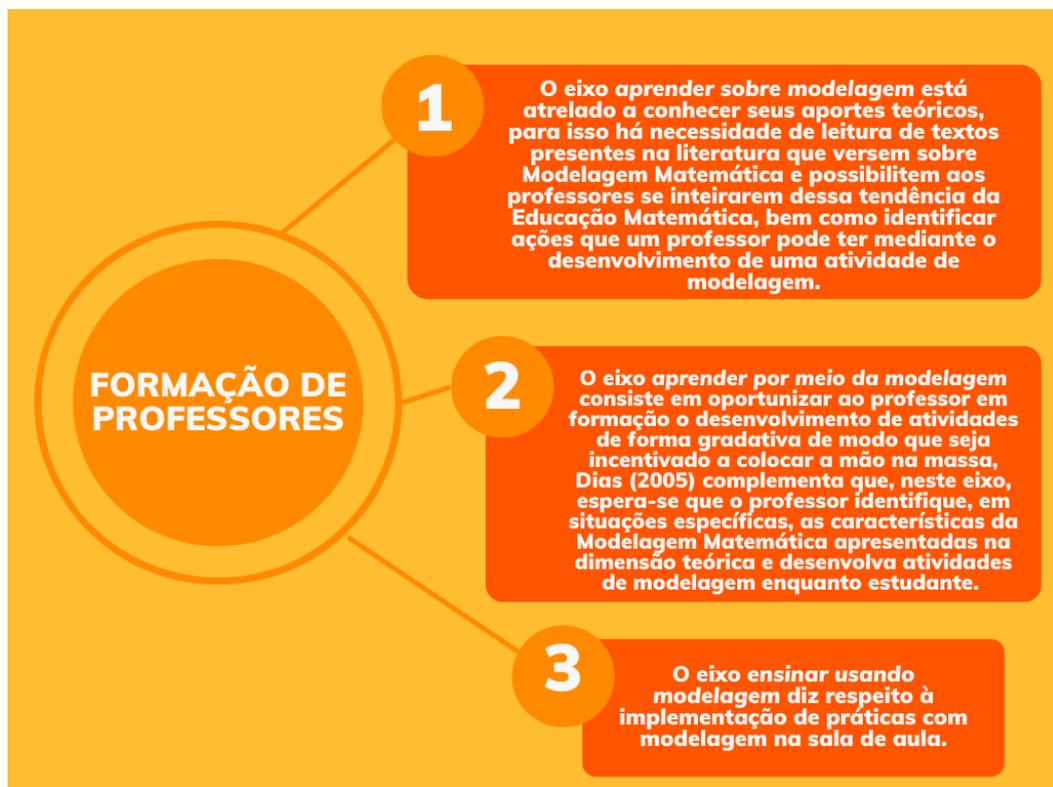
Como busca de aperfeiçoamento, a formação de professores em diversas tendências da Educação Matemática vem se tornando cada vez mais frequente. A Modelagem Matemática tem sido uma das temáticas discutidas entre pesquisadores da área de Educação Matemática. Com base nisso, elaboramos nosso produto educacional, com o intuito de trazer para a comunidade uma possibilidade de disseminar a Modelagem Matemática no contexto da sala de aula a partir de uma proposta de formação de professores.

Para isso, nos respaldamos em Almeida e Silva (2015) que defendem que, para ensinar Matemática por meio da Modelagem, o professor deve estar preparado. Nessa direção, as autoras afirmam que a formação de professores em Modelagem precisa oportunizar três eixos:

- *aprender sobre a Modelagem Matemática;*
- *aprender por meio da Modelagem Matemática;*
- *ensinar usando a Modelagem Matemática.*

Na Figura 2 apresentamos, de forma sucinta, o que cada um dos eixos representam no contexto da formação de professores.

Figura 2 – Eixos de formação em Modelagem Matemática



Fonte: Autoras, 2022.

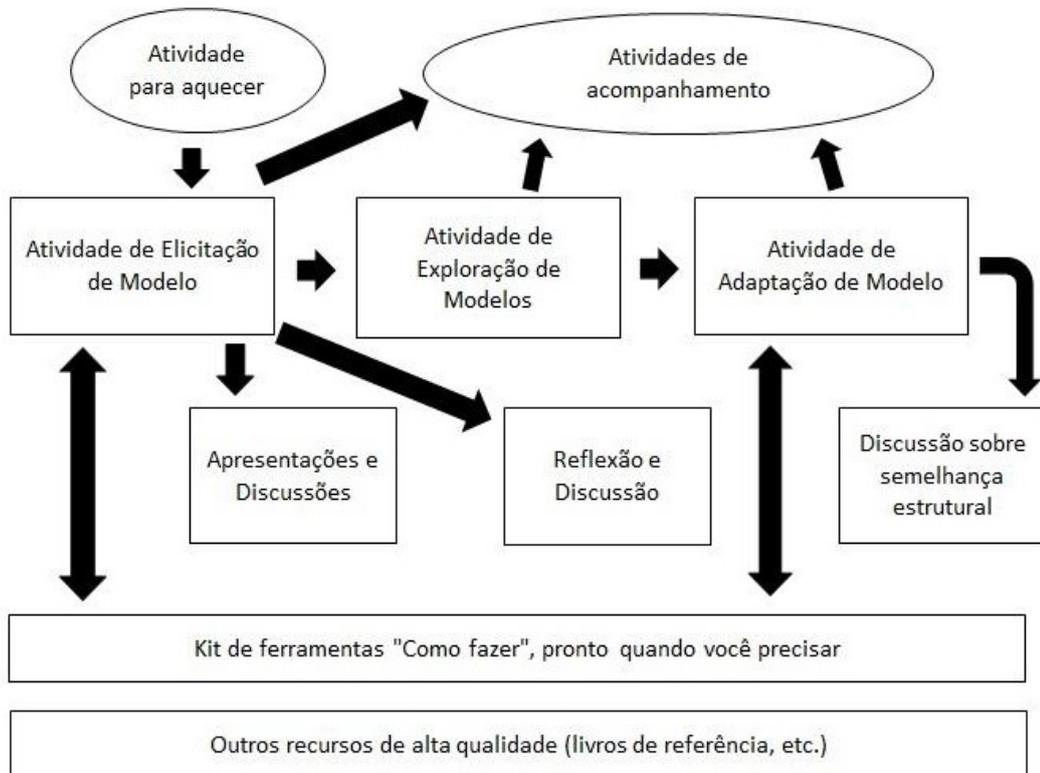
Lesh et al. (2018) trazem em seu estudo uma sequência para o desenvolvimento de modelos. Segundo os autores:

ATIVIDADES ISOLADAS DE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS RARAMENTE SÃO SUFICIENTES PARA PRODUZIR OS TIPOS DE RESULTADOS QUE BUSCAMOS. SÃO NECESSÁRIAS SEQUÊNCIAS DE ATIVIDADES RELACIONADAS ESTRUTURALMENTE, E DISCUSSÕES E EXPLORAÇÕES SÃO NECESSÁRIAS PARA FOCALIZAR AS SEMELHANÇAS ESTRUTURAIS ENTRE AS ATIVIDADES RELACIONADAS (LESH, ET AL, 2018, P. 7).

A imagem contém diversas fórmulas matemáticas e diagramas geométricos: $A = bh$, $y = mx + b$, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, $C = 2\pi r$, $a = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, $ax^2 + bx + c = 0$, $a^2 + b^2 = c^2$, $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$, e diagramas de um retângulo, um cilindro, um cubo e um triângulo.

Os autores sugerem uma **seqüência de desenvolvimento de modelos** para obter dessa forma o valor mais institucional das atividades e que pode ser empreendida na formação de professores de modo a familiarizá-los com a Modelagem Matemática. A fim de indicar como as atividades podem ser organizadas para caracterizar a estrutura de uma seqüência de atividades de modelagem matemática, Lesh et al. (2018) apresentam um modelo visual conforme indica a Figura 3.

Figura 3 – Seqüência de atividades



Fonte: Lesh, et al. (2018, p. 8)

As **atividades de aquecimento** geralmente são realizadas um dia antes dos alunos começarem a trabalhar na atividade de elicitação de modelos. Frequentemente, elas são baseadas em um artigo de jornal rico em matemática ou em um site rico em matemática, seguido de meia dúzia de perguntas destinadas a:

- ajudar os alunos a ler com um olhar matemático e também familiarizá-los com o contexto da atividade de obtenção de modelos - para que as soluções sejam baseadas em extensões de conhecimentos e experiências da vida real dos alunos e para que

seja economizado tempo que é gasto em “getting acclimated¹” durante a atividade de obtenção de modelos.

- responder às perguntas dos professores sobre "pré-requisitos mínimos" para os alunos começarem a trabalhar na atividade de obtenção de modelos.
- informar os pais e outras pessoas interessadas sobre a importância prática das ferramentas conceituais que os alunos estão desenvolvendo.

As **atividades de elicitación de modelos** geralmente requerem pelo menos um ou dois períodos completos de aula para serem concluídas, e os alunos geralmente são incentivados a trabalhar em equipe com três alunos em cada grupo. Nas atividades de elicitación de modelos (Model-eliciting activities), os autores determinam que tipo de quantidades e relacionamentos quantitativos (e operações) os alunos devem levar em consideração e também determinam quais especificações de design fornecem restrições para eliminar modos inadequados de pensar. Conseqüentemente, para que os alunos desenvolvam as ferramentas conceituais desejadas, os autores não precisam confiar exclusivamente nas técnicas de questionamento orientado. Além disso, as discussões e explorações incentivam os alunos a investigar semelhanças e diferenças entre tarefas estruturalmente relacionadas, isso fornece outra ferramenta poderosa para concentrar a atenção no sistema conceitual comum a todas as atividades.

Muitas vezes, os professores usam atividades de elicitación de modelos no início de uma unidade que lida com a mesma grande ideia subjacente à construção principal enfatizada na atividade de elicitación de modelos. Como as atividades de elicitación de modelos exigem que os alunos expressem seus modos de pensar de formas visíveis para os professores, um objetivo é identificar os pontos fortes e fracos conceituais dos alunos - para informar as decisões instrucionais da mesma maneira como se o professor tivesse tempo para entrevistar todos os alunos antes de ensinar a unidade.

Na seqüência, as **atividades de acompanhamento**, ajudam os alunos a reconhecer articulações entre os seus conhecimentos matemáticos e situações do cotidiano. Assim, para

¹*Getting acclimated* - Termo traduzido para o português: Obter aclimatados. Passar por um processo de adaptação a novas condições que alteram o modo de vida das pessoas.

além de construir modelos, como requerem as atividades de elicitação de modelos, os estudantes realizam a exploração e adaptação de modelos.

As **atividades de exploração de modelos** geralmente envolvem gráficos, diagramas ou animações por computador (LESH; POST; BEHR, 1987), em que os alunos exploram a estrutura matemática de um modelo deduzido a partir de uma situação-problema. O que podemos conjecturar é que o foco deste tipo de atividade está na estrutura matemática subjacente ao modelo matemático.

Atividades de adaptação de modelos matemáticos devem levar os alunos a contrastarem pontos fortes e fracos de diferentes modelos e utilizar, com precisão a linguagem matemática advinda da situação-problema (ÄRLEBÄCK; DOERR, 2018).

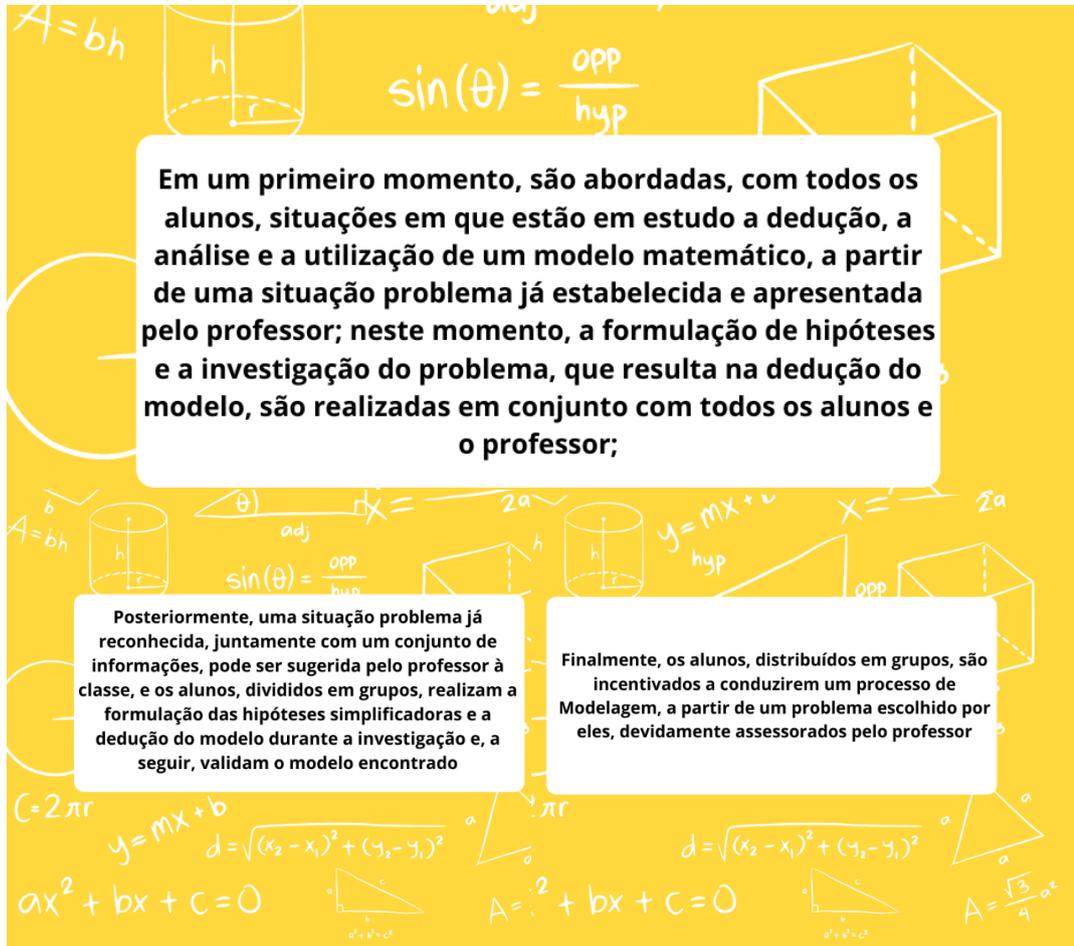
A sequência de atividades estruturada por Lesh et al (2018) se aproxima dos **momentos de familiarização dos alunos** com atividades de modelagem, conforme caracterizados por Almeida e Dias (2004), em que a implementação em sala de aula aconteça de forma gradativa respeitando três momentos de familiarização.

As autoras defendem que à medida em que o estudante conclui as atividades nos “diferentes momentos”, a sua compreensão acerca do processo de Modelagem, da resolução dos problemas em estudo e da reflexão sobre as soluções encontradas vai se consolidando (ALMEIDA; DIAS, 2004).

Atividades de 1º momento podem ser caracterizadas como atividades de aquecimento, em que os alunos são mais dependentes das orientações do professor. Enquanto que as atividades de 2º e 3º momentos correspondem a atividades de acompanhamento em que os alunos passam ter uma maior autonomia com os encaminhamentos da atividade de modelagem.

Para Almeida e Dias (2004, p. 7) os momentos se consolidam de acordo com a Figura 4

Figura 4 - Momentos de Familiarização



Fonte: Almeida e Dias (2004, p. 7).

Entendemos, assim como Almeida e Silva (2015), que para uma atividade de Modelagem Matemática ser implementada é preciso uma familiarização dos estudantes e dos professores com Modelagem.

2. PROPOSTA DE FORMAÇÃO

Devido às complicações causadas pela pandemia por COVID-19, nosso curso foi ofertado de forma remota com encontros semanais síncronos via ambiente virtual do sistema de Rede Nacional de Ensino e Pesquisa (RNP) disponibilizado pela UTFPR, no entanto consideramos que a estrutura proposta também possa ser utilizada em cursos presenciais, garantindo ainda mais interações entre os grupos formados para desenvolver as atividades propostas. Mutti e Klüber (2021) consideram a necessidade da inserção de professores em grupos de estudos em que a colaboração entre os pares motiva a entender a Modelagem como uma prática possível, mesmo que particular a cada professor.

Consideramos os participantes do curso como professores-estudantes, que visam uma formação continuada em Modelagem Matemática. Para iniciarmos, sugerimos que organize um ambiente que seja possível compartilhar conteúdos didáticos – artigos, atividades, resoluções, etc – uma das ferramentas recomendadas para isso é o Google Classroom², em que é possível adicionar os professores-estudantes e compartilhar os materiais necessários. No corpo deste trabalho, haverá *Qr codes* que contém sugestões de materiais para serem utilizados durante o curso de formação em Modelagem Matemática.

A proposta de formação em Modelagem Matemática foi elaborada com uma carga horária de 45 horas. No Quadro 1, apresentamos a organização dessas horas em quatorze encontros em que em dois momentos, além dos encontros síncronos, houvesse também a necessidade de dois ocorrerem de forma assíncrona.

Quadro 1 - Planejamento das atividades

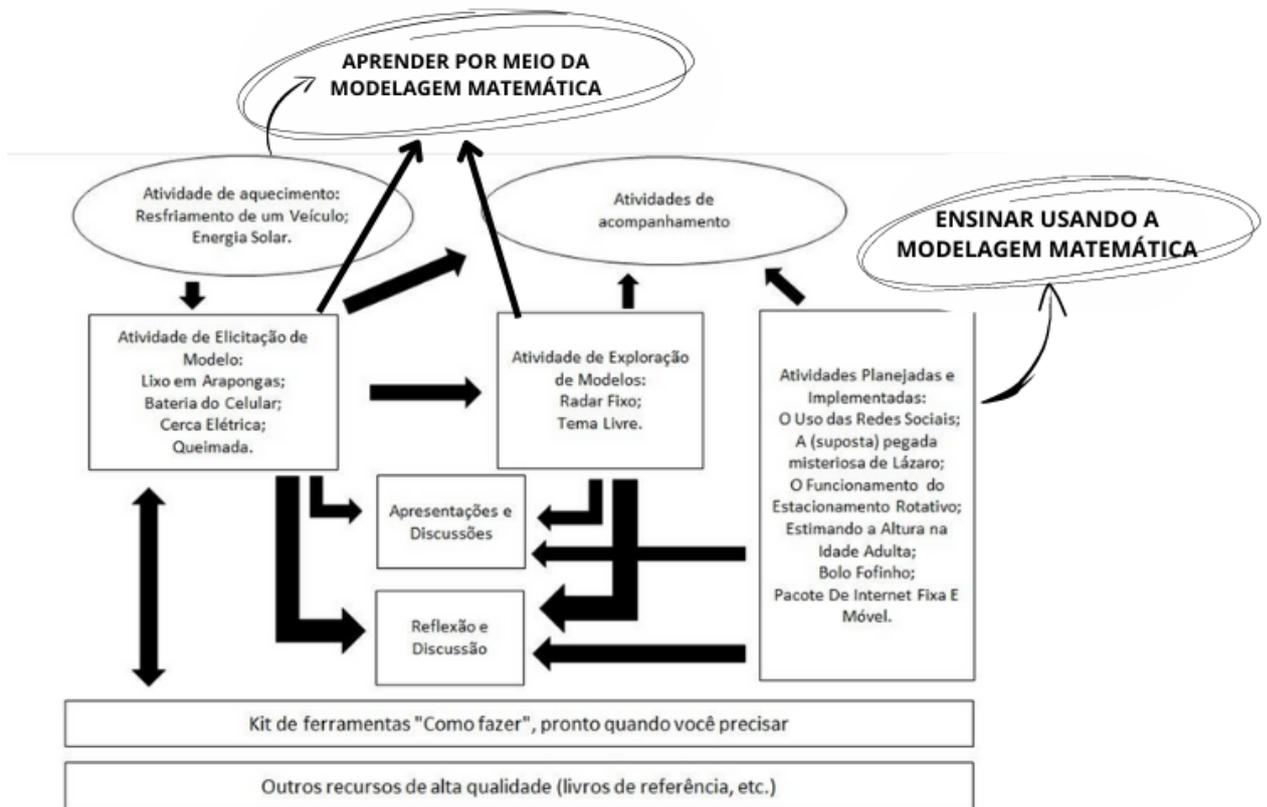
Encontro	Atividade	CH (horas)
1	Questionário para traçar perfil da turma Apresentação dos alunos; Apresentação da disciplina (slides) Cronograma – Avaliação Desenvolvimento da Atividade 1.	3 (síncronas)
2	Comunicação dos resultados da Atividade 1 Desenvolvimento da Atividade 2	3 (síncronas)

² Google Classroom é um sistema de gerenciamento de conteúdo para escolas que procuram simplificar a criação, a distribuição e a avaliação de trabalhos. Ele é um recurso do Google Apps redirecionado à área de educação.

3	Texto 1: Discussões sobre o como fazer Modelagem Matemática na sala de aula (capítulo 1 do livro Modelagem Matemática em foco)	3 (síncronas)
4	Atividade 4: <i>Atividades cujas temáticas foram inspiradas em problemas presentes em livros didáticos</i> : uma para cada grupo	3 (síncronas)
5	Atividades com a turma – Cada grupo vai desenvolver uma atividade com os colegas presente em um artigo científico. Ao finalizar a atividade, articular o referencial teórico abordado.	3 (síncronas)
6	Atividades com a turma – Cada grupo vai desenvolver uma atividade com os colegas presente em um artigo científico. Ao finalizar a atividade, articular o referencial teórico abordado.	3 (síncronas)
7	Atividades com a turma – Cada grupo vai desenvolver uma atividade com os colegas presente em um artigo científico. Ao finalizar a atividade, articular o referencial teórico abordado.	3 (síncronas)
8	Atividades com a turma – Cada grupo vai desenvolver uma atividade com os colegas presente em um artigo científico. Ao finalizar a atividade, articular o referencial teórico abordado.	3 (síncronas)
9	Atividade 5: Desenvolvimento de atividade de 2º momento – dados já coletados, alunos reunidos em grupos e comunicação dos resultados.	3 (síncronas)
10	Comunicação dos resultados da atividade de 2º. Momento. Discussão sobre atividades de 3º momento de familiarização.	3 (síncronas) 1 (assíncrona para cada grupo)
11	Escolher uma situação para ser desenvolvida com a turma em que leciona. Elaborar objetivos da atividade a ser desenvolvida com a turma em que leciona. Elaborar plano de aula. Orientações da atividade de 3º. Momento.	3 (síncronas)
12	Apresentar plano de aula para os colegas da disciplina. Orientações da atividade de 3º. Momento.	3 (síncronas) 2 (assíncronas)
13	Roda de conversa sobre a experiência de desenvolvimento de atividade de modelagem matemática em sala de aula, com alterações no plano de aula, caso necessário.	3 (síncronas)
14	Apresentação das atividades de 3º momento	3 (síncronas)
	Total	42 (síncronas) 3 (assíncronas)

As atividades propostas para o curso de formação foram planejadas segundo os três eixos e de acordo com a sequência de atividades de Lesh et al. (2018), se configurando da seguinte forma:

Figura 5- Sequência de atividades inspiradas em Lesh et al. (2018)



Fonte: Autoras, 2022.

Vale ressaltar que a disciplina que nos subsidiou para montar a estrutura do curso foi realizada de forma totalmente *online*, para a entrega dos materiais produzido pelos professores-estudantes, sugerimos que utilizem o Google Classroom, acreditamos na possibilidade de o curso poder ser ofertado tanto na versão *online* quanto na presencial.

2.1 ENCONTRO 1

A princípio sugerimos conhecer o perfil da turma que irá trabalhar durante o curso, para isso solicite aos participantes que respondam um questionário. No nosso caso utilizamos o Google Forms³ como ferramenta de auxílio para coleta desses dados, com perguntas como:

The graphic features a yellow background with the word "QUESTIONÁRIO" in large, pink, hand-drawn letters. On the left, there is a 3D cube with side length 's' and the formula $V = s^3$ below it. On the right, there are icons of a calculator, a protractor, and a compass. Below the title, there are five question boxes, each starting with a small orange square icon:

- NOME** (input field)
- IDADE** (input field)
- JÁ CURSOU GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA? SE SIM, NOS INFORME EM QUAL INSTITUIÇÃO VOCÊ SE FORMOU E QUAL FOI O ANO DE CONCLUSÃO.
- TEM OUTRA FORMAÇÃO? SE SIM, QUAL?
- EXPERIÊNCIA COMO PROFESSOR(A) DE MATEMÁTICA? SE A RESPOSTA ANTERIOR FOI SIM, NOS INFORME O TEMPO DE EXPERIÊNCIA E EM QUE NÍVEL DE ESCOLARIDADE ATUA/ATUOU.
- ATUALMENTE ESTÁ LECIONANDO EM SALA DE AULA?
- JÁ TEVE CONTATO COM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA? SE SIM, EM QUE CONTEXTO?

At the bottom left of the graphic, there is a sphere with radius 'r' and the formula $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ below it.

Em seguida, pedir para que os professores se apresentem para a turma, como forma de socialização entre eles, para troca de experiências. Apresente em seguida o cronograma do curso para que tomem conhecimento de quais serão as próximas etapas abordadas.

Com o fechamento das apresentações, é interessante sugerir o desenvolvimento de primeira atividade de Modelagem Matemática. Em nossa abordagem, sugerimos a atividade “Resfriamento de um Veículo”,



³ Google Forms é um aplicativo de gerenciamento de pesquisas lançado pelo Google. Os usuários podem usar o Google Forms para pesquisar e coletar informações sobre outras pessoas e também podem ser usados para questionários e formulários de registro.

que se configura sendo uma atividade de aquecimento. O PDF da atividade encontra-se disponível no *Qr code* na página anterior.

Atividade 1 - Resfriamento de um Veículo

RESFRIAMENTO DE UM VEÍCULO

Um grupo de alunos, com o interesse de analisar a variação de temperatura no interior do veículo que permaneceu sob o Sol, colocou-o na sombra, abriu os vidros e fez uso de um termômetro digital que mede temperatura de ambientes, anotando de 2 em 2 minutos a temperatura interna do veículo (Tabela 1).

Tabela 1: Os dados coletados pelos alunos

Tempo	Temperatura no interior do veículo
0 min	35 °C
2min	34,1 °C
4min	33,2 °C
6min	32,6 °C
8min	32 °C
10min	31,4 °C
12min	30,9 °C
14min	30,4 °C




Fonte: Relatório dos alunos.

Problema a ser estudado: Determinar o tempo necessário para que a temperatura no interior do veículo chegue a 27 °C, temperatura ambiente no início do processo de coleta de dados.

Variáveis:

Hipóteses:

Dedução do modelo matemático:

Fonte: Autoras, 2021.

Para o desenvolvimento desta atividade organize os professores em grupos com cerca de três integrantes cada, e divida a aula em quatro momentos:

- 1) momento em que o(a) professor(a) regente explica o contexto da atividade;
- 2) momento em que os professores são direcionados em grupos para sub salas – em caso do curso ser online – ou divididos em grupos – caso seja presencial – e vão desenvolver a atividade;
- 3) momento da plenária dos resultados obtidos;
- 4) momento de discussão entre o(a) professor(a) regente e os professores-estudantes a respeito da matemática envolvida na atividade (caso não haja tempo suficiente para o desenvolvimento desta etapa, sugerimos que seja realizado no início do encontro 2).

2.2 ENCONTRO 2

No início desse encontro sugerimos que faça uma breve apresentação, comentando sobre os diferentes modos de resolução apresentados pelos professores, simultaneamente discutindo os conteúdos matemáticos emergentes, os possíveis conteúdos não abordados - momento 4 do desenvolvimento da atividade - e o que é Modelagem Matemática e seus conceitos.

Apresentamos aqui uma sugestão para a estrutura de slides para serem discutidos nesta etapa e no *Qr code* ao lado, os slides que foram montados de acordo com as resoluções apresentadas pelos professores-estudantes que fizeram parte da nossa pesquisa.



- Apresentar a situação inicial da atividade 1
- Discutir brevemente o que é Modelagem Matemática
- Apresentar um resumo das resoluções apresentadas pelos professores-estudantes
- Falar sobre Modelagem Matemática na sala de aula, ressaltando que são atividades essencialmente cooperativas
- Discutir conceitos matemáticos presentes na atividade, como por exemplo comportamento de função exponencial e do tipo exponencial
- Falar sobre o papel do professor, aqui nos pautamos em Almeida, Silva e Vertuan, 2012;
- Falar sobre os elementos de uma atividade de Modelagem Matemática
- Discutir o porquê utilizar a Modelagem Matemática.

Feito isso, sugerimos o encaminhamento da atividade 2, intitulada “Energia Solar” também considerada atividade de aquecimento, foi planejada pela pesquisadora com base em um trabalho de Omodei e Almeida (2019) publicado no “XV EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática” que se encontra no link <http://www.sbemparana.com.br/>. O PDF da atividade encontra-se disponível no *Qr code* ao lado.



Atividade 2 - Energia Solar

ENERGIA SOLAR

A instalação de placas para a geração de energia fotovoltaica tem sido uma solução para suprir um consumo mundial de energia elétrica cada vez maior. Por se tratar de uma energia inesgotável, renovável e limpa, a energia elétrica gerada pela energia solar pode contribuir para a preservação do ambiente. Porém, o alto investimento na instalação do sistema é visto como um fator inviável para a maioria das famílias brasileiras.



Casa com um posicionamento correto dos painéis solares (Fonte: Condomínio ~~Dava~~)

No Quadro 1 são apresentadas informações e valores que precisam ser investidos na instalação de painéis fotovoltaicos.

Uma empresa de Londrina realizou um orçamento para uma casa de 180 m² (em um terreno de 420 m²), na qual residem 4 pessoas. A proposta apresentada contemplou o fornecimento de um Kit de Geração Fotovoltaico de 1,65 kWp (5 x painéis solares de 330 W) com geração média estimada de 198 kWh ao mês, considerando telhado orientado a Norte, sem sombreamento, com irradiação média diária de 5,07 kWh/m², temperatura média de 25°C. Está incluso montagem e instalação do sistema.

ITEM	QUANT.	DESCRIÇÃO	UNIT.	TOTAL
1	1	Fornecimento de sistema fotovoltaico 1,65 kWp com 5 placas fotovoltaicas de 330W para gerar média aproximada de 198 kWh/mês. Características do local: Instalação em telhado tipo Fibrocimento com orientação ao Norte sem sombreamento. Sistema Bifásico 220V. Serviço de montagem e instalação do equipamento (procedimento para homologação junto a Copel com ART de Engenheiro Responsável), configuração WiFi e acompanhamento do desempenho do sistema durante o primeiro ano.	R\$10.790,00	R\$10.790,00
Orçamento				R\$10.790,00

Orçamento de Sistema Fotovoltaico com 5 placas solares para unidade consumidora com média de consumo de 248 kWh mensais – Que equivale a uma média de pagamento mensal para a empresa de energia (Copel) de R\$228,00. Vale ressaltar que mesmo com a instalação das placas fotovoltaicas são necessário pagamentos mensais da taxa de iluminação pública que equivale a R\$20,00 mais a alíquota de ICMS de R\$54,56.

Quadro 1: Orçamento de sistema fotovoltaico utilizado como dado para a atividade de modelagem. Fonte:

Fonte: Omodei e Almeida, 2019.

Disponível em:

http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XV_EPREM/paper/viewFile/1143/789

Para isso, os professores-estudantes devem ser novamente separados em grupos. Nesta atividade os professores-estudantes devem investigar a implementação de placas fotovoltaicas, cada grupo fica responsável por definir o problema a ser estudado apresentando também uma solução para o problema definido.

Sugerimos que o desenvolvimento desta atividade seja dividido em três momentos:

- 1) momento em que o(a) professor(a) regente explica o contexto da atividade;
- 2) momento em que os professores-estudantes são direcionados em grupos para sub salas – em caso de o curso ser online – ou divididos em grupos continuando no mesmo ambiente – caso seja presencial – e vão desenvolver a atividade;
- 3) momento da plenária dos resultados obtidos. Finalizando assim o encontro 2.

No *Qr code* a seguir, apresentamos uma sugestão de desenvolvimento da atividade 2, intitulada “Energia Solar”.

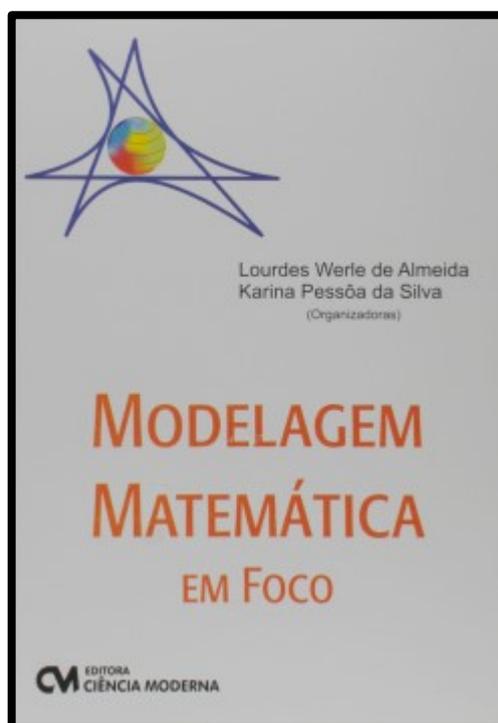


2.3 ENCONTRO 3

No encontro 3 sugerimos que seja destinado para o eixo *aprender sobre Modelagem Matemática*, para isso apontamos uma sugestão de leitura, para que possa ser discutido sobre o como fazer Modelagem Matemática na sala de aula. Nossa sugestão de leitura é o capítulo 1 do livro Modelagem em foco organizado por Almeida e Silva (2014) que se encontra disponível em PDF no *Qr code* ao lado.



Figura 6 - Sugestão de leitura



Fonte: ALMEIDA; SILVA, 2014.

Após as discussões sobre como fazer Modelagem Matemática na sala de aula, sugerimos que os professores-estudantes respondam a um questionário para que seja possível analisar seus entendimentos após o que foi abordado, para isso, sugerimos os seguintes questionamentos:

- De zero a dez, após as abordagens desenvolvidas nas aulas, classifique o quão você se considera preparado(a) para desenvolver uma atividade de modelagem matemática com uma turma de alunos.
- Justifique sua resposta anterior.

- Após a discussão do capítulo 1 do livro Modelagem Matemática em Foco, você considera já ter trabalhado essa metodologia com uma turma de alunos? Se sua resposta for sim, de que forma foi?
- Com base no que foi abordado no texto sobre as fases da Modelagem Matemática, identifique aquelas empreendidas no desenvolvimento da atividade 01 (resfriamento de veículo) – sugestão de resposta no *Qr code* ao lado.
- Conhecendo as fases da Modelagem Matemática, como você encaminharia a atividade 01 (resfriamento de veículo) com uma turma de alunos? Indique a turma.



Após todos responderem ao questionário, sugerimos que finalizem o encontro 3.

2.4 ENCONTRO 4

Este encontro sugerimos que seja destinado ao eixo *aprender por meio da Modelagem Matemática*. Em nossa disciplina, sugerimos quatro atividades numeradas como 3, 4, 5 e 6 que tiveram suas temáticas sendo respectivamente Lixo em Arapongas, Bateria do Celular, Cerca Elétrica e Queimada. Essas atividades podem ser empreendidas no curso da forma como apresentamos nos Qr codes ou serem adaptadas conforme a necessidade e interesse da turma. Tais atividades foram planejadas para o curso considerando:

- Possibilidades de adaptação de material didático (livro didático, ENEM...)
- Possibilidade de ter dados coletados empiricamente
- Coleta de dados em fontes como lojas, sites, etc.
- Dados prontos

Suas resoluções podem ser apresentadas em outros encontros articulados à teorias estudadas em artigos, assim como estruturado em nosso curso.

Sugerimos que tais atividades sejam desenvolvidas por grupos distintos de professores-estudantes dos quais deverão ser apresentados os resultados nos encontros seguintes.

A atividade “Lixo em Arapongas” que está disponível em PDF no *Qr code* ao lado, foi inspirada em uma atividade encontrada em um livro didático e adaptada considerando dados encontrados na internet e que diziam respeito a professores-estudantes que residiam em Arapongas, conforme segue:



Atividade 3 - Lixo em Arapongas

Lixo em Arapongas

Há tempos a compostagem é utilizada no meio rural utilizando-se de restos vegetais e esterco animal. No entanto, pode-se também utilizar a fração orgânica do lixo domiciliar, mas de forma controlada, em instalações chamadas de usinas de triagem e compostagem (CEMPRE, 2010).

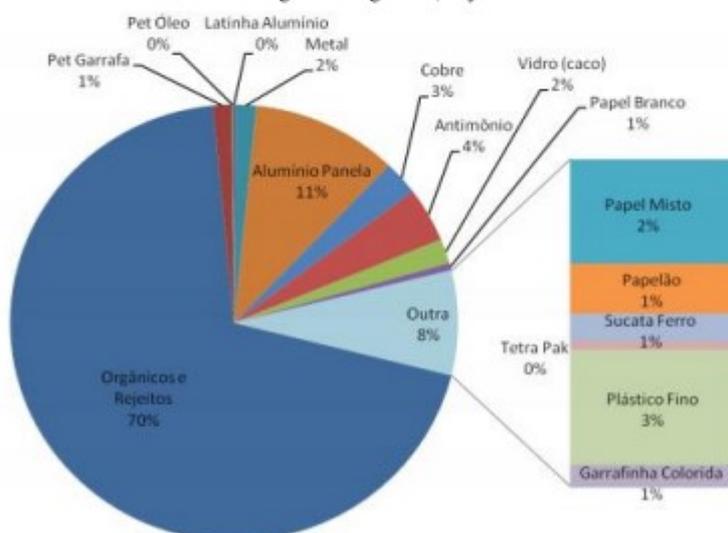
De acordo com os dados do IBGE cada pessoa produz em média 740g de lixo por dia, o Plano de Gerenciamento Integrado dos Resíduos Sólidos (PGIRS) de Arapongas - PR, afirma que a geração de resíduos

domiciliares de característica orgânica prevalece, conforme apresentado no gráfico 1. No município de Arapongas é grande o potencial de produção de composto a partir destes resíduos. Com isso, propõe-se a instalação de uma Usina de Triagem e Compostagem para processar a parcela orgânica dos resíduos domiciliares do município



Fonte: Prefeitura Municipal de Arapongas, 2014.

Gráfico 1: Porcentagem de Orgânicos, Rejeitos e Recicláveis



Fonte: ECOTÉCNICA, 2012

Disponível em:

https://www.arapongas.pr.gov.br/downloads/legislacao/meioambiente/PGIRS_Arapongas%20Propostas_12-2013.pdf

Fonte: Autoras, 2021.

No *Qr code* ao lado, apresentamos os encaminhamentos que o grupo responsável pela atividade apresentou.

A atividade “Bateria do Celular”, disponível em PDF no primeiro *Qr code* ao lado da figura da Atividade 4, apresenta dados que podem ser coletados empiricamente com isso, apresentamos a seguinte atividade:



ACESSE!

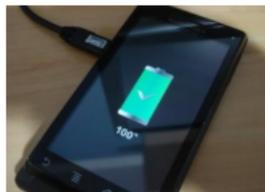
Atividade 4 - Bateria do Celular

CARREGAMENTO DA BATERIA DE TELEFONE CELULAR

A bateria do telefone celular é um tipo de gerador que produz energia elétrica por meio de reações químicas que ocorrem em seu interior.

As baterias, de forma geral, têm vida útil limitada. As substâncias que participam das reações químicas no interior das baterias desgastam-se e, com isso, ocorre a diminuição da produção de energia elétrica.

No entanto, a bateria do telefone celular pode ser recarregada antes do término de sua vida útil.



Iniciando o carregamento da bateria de um telefone celular quando este havia desligado, a cada 15 minutos, anotou-se a porcentagem de capacidade total que a bateria alcançou conforme o tempo t passou. Os dados coletados são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Percentual da carga completa da bateria do celular em função do tempo

Tempo (em minutos)	0	15	30	45	60	75
Percentual da carga completa (em %)	0	27	48	61	77	92

Fonte: Dados coletados empiricamente.

Fonte: Autoras, 2021.

No segundo *Qr code* ao lado da figura da Atividade 4, apresentamos os encaminhamentos que o grupo responsável pela atividade apresentou.

A atividade intitulada “Cerca Elétrica”, disponível em PDF no *Qr code* abaixo, é proveniente de dados que podem ser coletados em fontes próximas:



Atividade 5 - Cerca Elétrica

CERCA ELÉTRICA

O aumento do índice de violência conduz à procura por equipamentos de segurança instalados em construções. Dessa forma, as pessoas estão recorrendo à instalação de cercas elétricas para melhorar sua segurança.

A cerca elétrica é uma forma de proteção bastante eficiente. Consiste numa cerca ligada a uma central elétrica, capaz de produzir choque suficiente para impulsionar uma pessoa para longe.



As informações a seguir foram obtidas junto a empresas especializadas, as quais oferecem duas opções de serviços para instalação de cercas elétricas residenciais, conforme quadro a seguir.

Quadro 1: Preços de Kits (pronto e a montar) para instalação de cercas elétricas residenciais com quatro fios.

Conteúdo	Opção 1 (kit pronto)	Opção 2 (kit a montar)
Central	R\$ 370,00	R\$ 180,00
Bateria		R\$ 60,00
Sirene		R\$ 25,00
Haste de Aterramento		R\$ 35,00
Cerca (20 metros)		_____

Para a primeira opção, paga-se R\$5,00 por metro de cerca que exceder os 20 metros constantes do kit pronto. Já para a segunda opção, cada metro de cerca custa R\$4,50.

Fonte: Autoras, 2021.

No *Qr code* abaixo, temos a resolução da Atividade 5 apresentada pelo grupo responsável como uma sugestão de resolução.



E por fim, a atividade intitulada “Queimada”, nos *Qr codes* abaixo temos respectivamente a atividade 6 disponível em PDF e uma sugestão de resolução, esta atividade é proveniente de dados prontos, coletados por meio de pesquisas em sites.



Atividade 6 - Queimada

Queimadas no Brasil Durante o Ano de 2020

Segundo o site *wwf.org* apesar da criação do Conselho da Amazônia e da promessa de maior controle no bioma, por parte das Forças Armadas, agosto de 2020 (Tabela 1) repetiu a tragédia vivida em 2019, com um pico dramático no número de focos de fogo.

De acordo com o site G1 "O Amazonas teve um aumento de 51,7% na quantidade de focos de queimada registrados nos seis primeiros meses de 2020, em comparação com o mesmo período do ano passado, conforme dados do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (Inpe). Os números apontam que o quantitativo de queimadas no primeiro semestre deste ano atingiu o recorde dos últimos quatro anos no estado".



Fonte: G1, 2020.

Tabela 1: Quantidade Acumulada De Km² Queimados em 2020

Queimadas 2020	
Mês	Km ²
1	3.164
2	6.585
3	10.423
4	23.808
5	28.867
6	41.815
7	62.406
8	121.318

Dados: INPE.

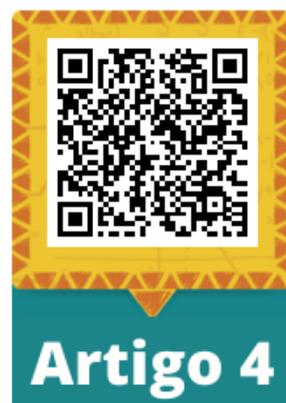
Fonte: Autoras, 2021.

Caracterizamos essas quatro atividades como atividades de elicitação de modelos, para tanto, sugerimos que cada grupo formule o problema a ser investigado, as variáveis envolvidas, as hipóteses necessárias e a dedução do modelo matemático.

2.5 ENCONTROS 5, 6, 7 E 8

Para o desenvolvimento destes encontros sugerimos que a aula seja dividida em dois momentos, a princípio sejam ofertados antecipadamente aos professores-estudantes artigos que subsidiem o eixo *aprender sobre Modelagem Matemática*, para que em grupos eles apresentem o referencial teórico e apresente ou desenvolva com os demais professores as atividades apresentadas nos artigos científicos. Para que isso aconteça, sugerimos quatro artigos científicos, que estão disponíveis em PDF respectivamente nos *Qr codes* desta página, sendo eles:

- A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana (TORTOLA; ALMEIDA, 2018).
- Tecnologias como Recurso Semiótico no Desenvolvimento de Atividades de Modelagem Matemática (SILVA; ARAKI; BORSSOI, 2018).
- A Conversão Entre Diferentes Registros de Representações Semiótica em uma Atividade de Modelagem Matemática (COSTA; ALMEIDA; SILVA; PASSOS, 2015).
- Modelagem Matemática no Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio: uma abordagem interdisciplinar (SETTI; VERTUAN, 2021).



Após a apresentação do seminário destinado à aula, inicia-se o segundo momento do encontro, que se constitui sendo a apresentação das atividades sugeridas no encontro 4. Ficando organizado da seguinte forma:

- Encontro 5: Primeiro momento - Apresentação do seminário 1. Segundo momento - Apresentação do desenvolvimento da atividade 3;
- Encontro 6: Primeiro momento - Apresentação do seminário 2. Segundo momento - Apresentação do desenvolvimento da atividade 4;
- Encontro 7: Primeiro momento - Apresentação do seminário 3. Segundo momento - Apresentação do desenvolvimento da atividade 5;
- Encontro 8: Primeiro momento - Apresentação do seminário 4. Segundo momento - Apresentação do desenvolvimento da atividade 6.

2.6 ENCONTROS 9

Sugerimos que no encontro 9 seja trabalhada uma atividade de segundo momento de familiarização, que se encaixa sendo uma atividade exploração de modelos, para que aborde o eixo *aprender por meio da Modelagem Matemática*.

Na nossa disciplina, sugerimos a atividade 7 intitulada “Radar Fixo”. Para seu desenvolvimento, os professores-estudantes analisaram gravações que captam carros que passavam por um trecho monitorado por radar em uma rodovia da cidade de Londrina. De posse das imagens, os professores-estudantes elaboraram um problema a ser estudado, coletaram dados a partir das imagens do vídeo e apresentaram uma solução.

Destine esse encontro para que os professores-estudantes formem grupos para discutirem a situação, analisem as gravações, elaborem um problema e avancem o possível para o momento. Sugerimos que as apresentações fiquem para o próximo encontro, para que assim seja possível que os professores-estudantes discutam sem se preocupar muito com o tempo.

Para esta atividade, temos quatro sugestões de resolução que serão apresentadas por meio dos *Qr codes* abaixo:



2.7 ENCONTRO 10

Para este encontro, sugerimos que se inicie com a apresentação dos grupos sobre a atividade 7, em seguida apresente aos professores-estudantes um fechamento destas atividades, sugerimos uma apresentação em slides, os que utilizamos estão disponíveis no *Qr code* ao lado.

Dando continuidade, sugerimos abordar a atividade 8, que por ventura recomendamos que tenha o tema livre, para que assim possamos propor uma atividade caracterizada como de terceiro momento de familiarização, que se encaixa como uma atividade de exploração de modelos, no eixo *aprender por meio da Modelagem Matemática*, de forma que os professores-estudantes sejam divididos novamente em grupos, escolham suas próprias temáticas, criem suas próprias situações-problema e buscassem resolvê-las. Todo o encaminhamento deve ser acompanhado pelo professor que esteja ministrando o curso. Sugerimos que esta atividade ainda seja discutida nos encontros 11, 12 e 14, para que os professores-estudantes tenham tempo para vivenciar cada etapa do desenvolvimento da atividade.



2.8 ENCONTRO 11

Sugerimos que o encontro 11 seja dividido em três momentos:

- o primeiro deve-se destinar um tempo da aula para discutir sobre as atividades que sejam planejadas e implementadas, é o caso da atividade que aborda o terceiro eixo, *ensinar usando a Modelagem Matemática*, esta atividade pode ser feita de forma individual ou, se necessário, caso exista professores-estudantes sem estar lecionando é possível que seja feita em grupo, neste momento os professores-estudantes devem fazer grupos em que ao menos um integrante possa implementar a atividade em sua sala de aula, cada grupo deve escolher uma situação para ser desenvolvida com a turma em que um integrante leciona e comecem a elaborar um plano de aula.
- o segundo momento deve ser destinado para os professores-estudantes dos grupos apresentar o que foi planejado até o momento.
- no terceiro momento destinar orientações e sugestões colaborativas para atividade 8 sugerida no encontro 10.

2.9 ENCONTRO 12

Sugerimos que este encontro também seja dividido em dois momentos:

- o primeiro para que os professores-estudantes apresentem para os demais o plano de aula (*Qr code* ao lado) elaborado para ser desenvolvido nas turmas que lecionam, com isso, busca-se sugestões e colaborações de todos para que enriqueça o trabalho que está sendo apresentado.
- destina-se o segundo momento da aula para discussões e orientações da atividade 8, sugerida no encontro 10.



2.10 ENCONTRO 13

Reserve este encontro para uma roda de conversa sobre a experiência de desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática em sala de aula, assim os professores-estudantes devem compartilhar a experiência com os demais a fim de agregar ainda mais o trabalho desenvolvido. Na disciplina em que nos inspiramos para escrever este trabalho obtivemos seis atividades, intituladas como: “O Uso das Redes Sociais”, “A (suposta) Pegada de Lázaro”, “O Funcionamento do Estacionamento Rotativo”, “Estimando a Altura na Idade Adulta”, “Bolo Fofinho” e “Pacote de Internet Fixa e Móvel”. O quadro abaixo apresentamos a temática escolhida pelos professores, a turma em que cada atividade foi implementada o conteúdo matemático que emergiu e o objetivo de cada atividade.

Quadro 1 – Temática, conteúdo e objetivo abordado pelos professores-estudantes nas práticas com atividades de Modelagem Matemática

Temática escolhida	Turma	Conteúdo	Objetivo
Redes sociais	7º ano EF	Tratamento de informação	Compreender, em contextos significativos, os conceitos de estatística e média.
Tamanho do pé e altura de uma pessoa	5º ano EF	Proporcionalidade, frações	Trabalhar com medidas reais (coleta de medidas de altura e tamanho do pé dos próprios alunos)
Estacionamento rotativo	8º ano EF	Monômios e polinômios	Alcançar o estudo dos monômios e polinômios, sendo possível envolver os alunos no tema proposto, oportunizando que os mesmos indiquem o conteúdo que gostariam de trabalhar.
Altura na idade adulta	9º ano EF	Proporção	Desenvolver por meio da Modelagem Matemática, a matemática de maneira

			investigativa, participativa, despertando o interesse e a aprendizagem de maneira efetiva, onde o aluno reconhece a matemática como ferramenta e a compreende como tal.
Crescimento de bolo	8º ano EF	Sólidos geométricos	Ler e compreender o uso de medidas: analisar e aplicar a conversão de medidas; Coletar dados e dispor em forma de gráficos e tabelas; Analisar as informações coletadas.
Pacote de internet	3º ano EM	Média aritmética	Analisar os pacotes de serviços oferecidos em planos de internet móvel ou fixo, por meio de coleta de dados fornecidos pelo aplicativo Speedtest.

Fonte: Autoras, 2022.

Em seguida apresentamos imagens de cada atividade de Modelagem Matemática, planejada e implementada pelos professores-estudantes.

Atividade - “O Uso das Redes Sociais”

**COMO É A RELAÇÃO DA TURMA COM AS REDES SOCIAIS?
COMO VOCÊS CONCLUÍRAM ESTA RELAÇÃO?
QUAL A MELHOR FORMA PARA APRESENTAR PARA OS DEMAIS?**

Quais são as redes sociais que você utiliza?

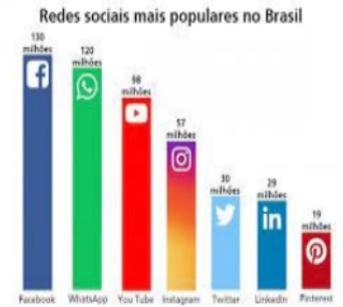
Instagram
Youtube.
instagram facebook twitter whatsapp youtube
Instagram e tiktok (tenho watsapp)
youtube, instagram, tik tok, whatsapp
Instagram, tiktok, Twitch, etc
Instagram
Whatsapp, Instagram e tik tok
instagram, tiktok ,whatsapp ,youtube,meet e google
Instagram, tik tok e whatsapp
whatsapp,instagram,tik tok
Instagram
whatsapp,insta,discord etc.
whatsapp , instagram , tik tok -PRINCIPAIS-
tik tok e instagram
Instagram discor Whatsapp
Instagram

BENEFÍCIOS E PERIGOS DAS REDES SOCIAIS

O celular te aproxima das pessoas que estão longe, mas te distancia das que estão sentadas ao seu lado.

Em uma pesquisa nacional isso mudaria bastante

Como vocês podem analisar no quesito nacional essa pesquisa muda em questão das redes, na turma as redes são mais simples porém no quesito nacional temos mais tipos diferentes de redes.



Atividade - “A (suposta) Pegada de Lázaro”



MEDIDA REAL	MEDIDA DA FOTO
180 cm	7 cm
p	1,1 cm

Considerando p a medida real do pé de Lázaro.

Calculando:
 $(180 \cdot 1,1)/7 = 28,2$ cm

Concluindo que o comprimento do pé do Lázaro é de aproximadamente 28,2 cm.

Atividade - “O Funcionamento do Estacionamento Rotativo”

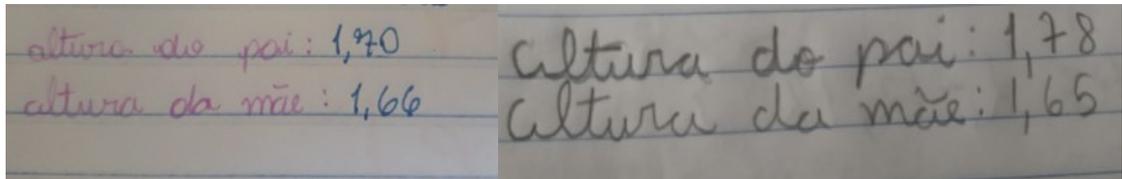
Seção 1 de 5

ESTACIONAMENTO ROTATIVO PAGO (EstaR)

Olá pessoal, como é do conhecimento de vocês, a professora também é aluna e dentre as disciplinas que estou cursando uma é intitulada Modelagem Matemática na perspectiva do Ensino. Este formulário que vocês estão recebendo faz parte de uma atividade que estou realizando e que vocês terão participação. Diante disso, gostaria que o respondessem de forma a compartilhar o que vocês sabem e contribuir com nossos momentos de ensino e aprendizagem.
 Vocês devem responde-lo até segunda-feira.
 Conto com o empenho e dedicação de sempre!

NATALY PATRÍCIA FLORENCIO DE BORJA D'ZIORA

Atividade - “Estimando a Altura na Idade Adulta”



Sexo	Altura atual	Estimativa	% est/atual	Altura do pai	Altura da mãe	% em relação ao pai	% em relação a mãe
F	166	161,5	102,79%	175	161	94,86%	103,11%
F	165	162,5	101,54%	171	167	96,49%	98,80%
F	167	170,0	98,24%	182	171	91,76%	97,66%
M	172	176,0	97,73%	175	164	98,29%	104,88%
F	173	170,0	101,76%	182	171	95,05%	101,17%
M	169	172,5	97,97%	170	162	99,41%	104,32%
M	176	178,0	98,88%	178	165	98,88%	106,67%
M	165	166,5	99,10%	165	155	100,00%	106,45%
F	166	164,0	101,22%	173	168	95,95%	98,81%
F	166	161,5	102,79%	170	166	97,65%	100,00%

Atividade - “Bolo Fofinho”

Modelagem Matemática

Fotos tiradas pelos alunos
Preparando os bolos

Preparo com fermento químico e biológico

Modelagem Matemática

Fotos tiradas pelos alunos
analisando o crescimento

Atividade - “Pacote de Internet Fixa e Móvel”

SITUAÇÃO PROBLEMA

Considerando os pacotes de internet móvel ou fixo ofertados no município, será que receberemos a quantidade de serviços contratados, levando em consideração que os dados foram coletados por meio do aplicativo Speedtest diariamente.

FIBRA ÓTICA - LOCAL

Pacote= 800 megas
Valor: 119,00 / 99,00
Fidelidade = não
Instalação= 00,00
Rotador= emprestado
Forma de pagamento= cartão

Pacote= 300 megas
Valor: 119,00 / 99,99
Fidelidade = não
Instalação= 80,00
Rotador= emprestado
Forma de pagamento= cartão

Os planos de aula de cada uma das atividades citadas encontram-se disponíveis no *Qr code* do encontro 12.

2.11 ENCONTRO 14

Destine este encontro para que os professores-estudantes apresentem a atividade 8, proposta no encontro 10, assim deverão apresentar a temática pensada, a situação problema que foi formulada, os dados que foram necessários coletar, as fontes utilizadas, as hipóteses elaboradas e a resolução que encontraram para o que foi proposto.

Neste encontro tivemos uma diversidade de temáticas e conteúdos abordados pelos professores-estudantes que participaram da nossa pesquisa, no quadro abaixo apresentamos as temáticas e objetivos em seguida, imagens ilustrativas de cada uma delas.

Quadro 2 – Temáticas e objetivos das atividades de 3º momento

Temática escolhida	Objetivo
A meia vida da dipirona no nosso organismo	Calcular e tabular a meia vida da dipirona monoidratada; Determinar o tempo necessário para o organismo absorver a quantidade de dipirona monoidratada aplicada intravenosa; Apresentar uma caracterização da modelagem matemática como estratégia de ensino.
Os dois lados do saneamento básico	Analisar se a instalação da rede de esgoto é viável, financeiramente, em um loteamento onde as pessoas utilizam de fossas para o mesmo fim.
A viabilidade da imunidade de rebanho, por contágio, como prevenção ao covid-19	Identificar quantas mortes seriam ocasionadas pela imunidade de rebanho, por contágio, na cidade de Londrina?
Uso de dobraduras para a geometria	Compreender elementos e conceitos de geometria plana por meio de dobraduras; Identificar formas geométricas planas através de dobraduras; Compreender a composição de áreas de figuras. Identificar a proporção de superfícies.

Fonte: Autoras, 2022.

Concentração do medicamento / 1 hora

$C = 500 \cdot 0,5^{t/14}$
 $C = 500 \cdot 0,5^{60/14}$
 $C = 500 \cdot 0,5^{4,28571429}$
 $C = 500 \cdot 0,0512709596$
 $C = 25,6354798 \text{ mg}$

C = concentração da dipirona
 t = tempo
 mg = miligrama

Em 1 hora a concentração da Dipirona Monoidratada (intravenosa) no organismo será de 25,6354798 mg.

Utilizando o Google Earth para estimar a medida, em metros, das ruas do loteamento, temos 1934 metros:



MEIA VIDA DA DIPIRONA

n (quantidade de vezes de meia vida)	t (tempo em minutos)	C(t) concentração da dipirona monoidratada
0	0	500 mg
1	14	250 mg
2	28	125 mg
...
11	154	0,244140625 mg
12	168	0,1220703125 mg
13	182	0,0610351563 mg

Matematização:

- Função para o sistema com Rede de Esgoto instalado:

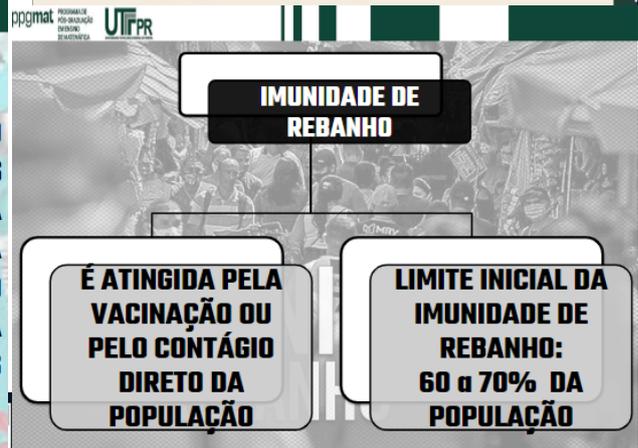
$$V(m) = \begin{cases} 202,86m, & \text{se } 0 \leq m \leq 36 \\ 107,46m, & \text{se } m > 36 \end{cases}$$

- Função para o sistema de Limpa Fossas:

$$V(m) = 125m$$

INTERPRETAÇÃO e VALIDAÇÃO

POR FIM, É INVIÁVEL A IMUNIDADE DE REBANHO POR CONTÁGIO. POIS, COM O AVANÇO DAS PESQUISAS CIENTÍFICAS PARA COMBATER A PROPAGAÇÃO DO VÍRUS, A PANDEMIA NÃO TENDE A DURAR MAIS QUE 15 ANOS E 4 MESES. TEMPO NECESSÁRIO PARA QUE 70% DA POPULAÇÃO SEJA CONTAMINADA SEGUINDO O ISOLAMENTO E AS DEMAIS MEDIDAS RESTRITIVAS.



COLETA DE DADOS

Nosso estudo começa com a execução da dobradura partindo de quadrados de diferentes medidas de lado:



FORAM FEITAS 4 DOBRADURAS DE TAMANHOS DIFERENTES

MATEMATIZAÇÃO

QUADRADO	MEDIDAS DO QUADRADO	MEDIDAS DA DOBRADURA (cm)
1	10cmx10cm	1: B = 6,1 b = 2,2 h = 2 2: b = 6,1 h = 3,4 3: b = 2 h = 1
2	17cmx17cm	1: B = 10,3 b = 3,7 h = 3,4 2: b = 10,3 h = 8,7 3: b = 3,7 h = 1,7
3	21cmx21cm	1: B = 12,7 b = 4,2 h = 4,2 2: b = 12,7 h = 10,6 3: b = 4,2 h = 2,1
4	30cmx30cm	1: B = 18,1 b = 6 h = 6 2: b = 18,1 h = 15,1 3: b = 6 h = 3



Vale ressaltar que durante a discussão é possível que todos participem de forma ativa, fazendo sugestões que contribuam para o trabalho, este seria o último encontro sugerido para o curso de formação em Modelagem Matemática para professores que ensinam Matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Poder disponibilizar este material a você é, sem dúvida, muito gratificante e satisfatório. Uma das justificativas para tamanha gratidão é a oportunidade de disseminar conhecimentos nos quais confiamos e que acreditamos terem capacidade para fazer a diferença na nossa vida como profissionais da educação e na vida dos nossos estudantes.

Outra razão é pelo fato da nossa pesquisa ter possibilitado a articulação entre a Formação de Professores em Modelagem Matemática e os Saberes Docentes empreendidos nas ações de professores-estudantes.

Como dito na apresentação deste Produto Educacional, esperamos que ao desenvolver este trabalho com seus professores-estudantes seja possível oferecer uma Formação de Professores em Modelagem Matemática que proporcione momentos coletivos de discussão e reflexão. Desse modo, convidamos você, colega professor, a compartilhar conosco seus resultados. Vale ressaltar que durante a discussão é possível que todos participem de forma ativa, fazendo sugestões que contribuam para o trabalho, este seria o último encontro sugerido para o curso de formação em Modelagem Matemática para professores-estudantes que ensinam Matemática.

Terminamos agradecendo a cada um de vocês que, assim como nós, acredita na educação.

Mariane Alves Koga
Karina Alessandra Pessoa da Silva



REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** Bolema, Rio Claro – SP, v. 17, n. 22, 2004.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. **Modelagem Matemática em foco.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. **O significado em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre pesquisas brasileiras.** Revista Eletrônica de Educação Matemática, 2014, 9: 124-145.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K.A. P. **Práticas de professores com Modelagem Matemática: algumas configurações.** Educação Matemática em Revista, v. 1, p. 6-15, 2015.

ÄRLEBÄCK, J. B.; DOERR, H. M. **Students' interpretations and reasoning about phenomena with negative rates of change throughout a model development sequence.** ZDM, 2018, 50.1: 187-200.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem Matemática.** Dynamis, Blumenau, V1, n.7, p. 55-83, abr/jun. 1994.

COSTA, L. M., ALMEIDA, L. M. W., SILVA, K. A. P., PASSOS, M. M. **A Conversão Entre Diferentes Registros de Representações Semiótica em uma Atividade de Modelagem Matemática.** VIDYA, Santa Maria, v. 35, n. 1, p. 71-90, jan./jun., 2015.





DIAS, M. R. **Um estudo sobre o desenvolvimento profissional do professor num programa de formação continuada.** In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4, 2005, Feira de Santana. UEFS, 2005.

LESH, R.; POST, T. R.; BEHR, M. **Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving.** In: Problems of representations in the teaching and learning of mathematics. Lawrence Erlbaum, 1987. p. 33-40.

LESH, R.; et al. **Using real-life problems to prompt students to construct conceptual models for statistical reasoning.** In: GAL, I.; GARFIELD, J. (Ed.). The assessment challenge in statistics education. Amsterdam: The International Statistical Institute, 2018.

MALHEIROS, A. P. S. **Possibilidades da Modelagem Matemática na formação dos Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** In: ALENCAR, E. S.; LAUTENSCHLAGER, E. (Orgs.). Modelagem Matemática nos anos iniciais. São Paulo: Editora Sucesso, p. 25-36, 2014.

OMODEI, L.B.C.; ALMEIDA, L.M.W. **Uma Atividade De Modelagem Matemática Com Aspectos Autênticos.** In: XIII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática – Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula. n 13, 2019, Cuiabá – MT. Anais. Cuiabá: SBEM, 2019, p. 1-15.

SETTI, E. J. K., VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática no Curso Técnico de Informática Integrado ao Ensino Médio: uma abordagem interdisciplinar.** REnCiMa, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-25, mar. 2021.

SILVA, K. A. P., ARAKI, P. H., BORSSOI, A. H. **Tecnologias como Recurso Semiótico no Desenvolvimento de Atividades de Modelagem Matemática.** ReBECM, Cascavel, Paraná, v.2, n.3, p. 362-386, dez. 2018.





TARDIF, M. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

TORTOLA, E., ALMEIDA, L. M. W. **A Formação Matemática de Alunos do Primeiro Ano do Ensino Fundamental em Atividades de Modelagem Matemática: uma Perspectiva Wittgensteiniana**. *Perspectivas da Educação Matemática, Mato Grosso do Sul*, v. 11, n. 25, p. 142 -161, 2018.



SOBRE AS AUTORAS

Mariane Alves Koga



Graduada em Matemática (Licenciatura) pela Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), Câmpus Apucarana (2019). Participou dois anos do Projeto de Iniciação à Docência (PIBID; 2016-2017). Atuou como professora de matemática durante dois anos e cinco meses em um Projeto para crianças carentes em área de risco (Projeto Crescer - Arapongas; 2017-2019), e como professora de curso preparatório para concursos públicos, na instituição CENAIC de Arapongas (2020). Atuou como moderada voluntária do curso online de GeoGebra. Atua como professora na Secretaria do Estado da Educação do Paraná. Mestre no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT), da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina. Participante do GEPMIT - Grupo de Estudo e Pesquisa em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologias. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática, educação matemática, saberes profissionais e metodologia de ensino.

🌐 <http://lattes.cnpq.br/0193040902039264>

✉ kogam@alunos.utfpr.edu.br

Karina Alessandra Pessoa da Silva



Professora do Magistério Superior, Classe Associado, Nível 1, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina, atuando nos cursos de Engenharia e no Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT). Graduada em Matemática (Licenciatura) pela Universidade Estadual de Londrina (2000). Especialista em Educação Matemática pela UEL (2007). Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL (2008). Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (2013). Tem experiência na área de Educação Matemática com ênfase em Ensino e Aprendizagem da Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Modelagem Matemática, Semiótica Peirceana, Registros de Representação Semiótica e Livro Didático. Faz parte do GRUPEMMAT - Grupo de Pesquisas sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática da UEL desde 2005. É uma das coordenadoras do Grupo de Estudos e Pesquisas em Modelagem, Investigação e Tecnologia (GEPMIT) / UTFPR. Trabalhou por 10 anos com preparação e elaboração de obras didáticas de Matemática e de Ciências Naturais do Ensino Fundamental. Membro da diretoria regional da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (Paraná) (2013-2019). Coordenadora do GT 10 - Modelagem Matemática - da SBEM (2019-2021).

🌐 <http://lattes.cnpq.br/4960826662569812>

✉ karinasilva@utfpr.edu.br