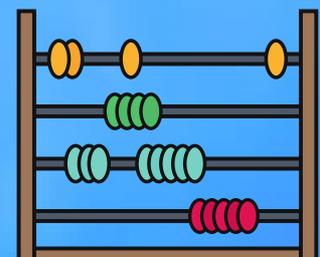


Me. Susana de Fatima Lopes
Dr. Henrique Rizek Elias

**Avaliação Diagnóstica
para o conteúdo de
potenciação no 6º ano
do Ensino Fundamental**





Avaliação Diagnóstica para o conteúdo de potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental

Diagnostic Assessment for the potentiation content in the 6th year of Elementary School

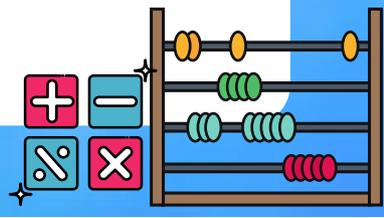
Me. Susana de Fatima Lopes
Dr. Henrique Rizek Elias

Londrina
2023



4.0 Internacional

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.





Avaliação Diagnóstica para o conteúdo de potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental

Produto Educacional desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) multicampi Cornélio Procópio e Londrina, como um dos requisitos para a obtenção do título de Mestra pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

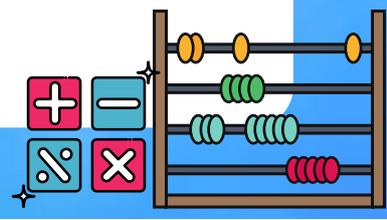
Data da aprovação: 08 de dezembro de 2022

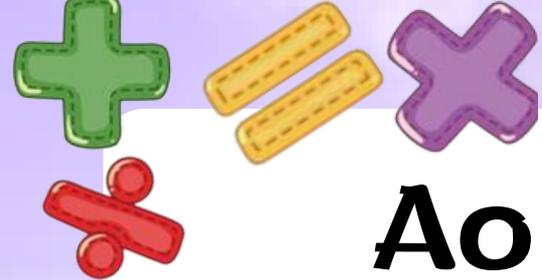
Membros da banca examinadora:

Professor doutor Henrique Rizek Elias (orientador) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Professora doutora Andresa Maria Justulin – Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)

Professora doutora Daniele Peres Da Silva Marteloza – Secretaria Estadual de Educação do Paraná (SEED)



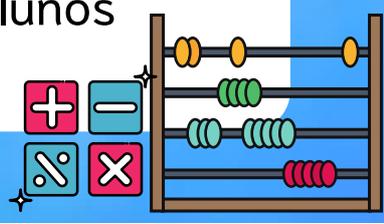


Ao Professor

Olá professor! Compartilhamos este Produto Educacional para você que é professor de Matemática, e que atua no 6º ano do Ensino Fundamental. Este material apresenta sugestões de tarefas para uma Avaliação Diagnóstica a ser realizada antes de introduzir o conteúdo de Potenciação.

São tarefas que envolvem conteúdos de multiplicação, divisão, decomposição de números e a utilização da base 10 na multiplicação, abordados nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que se tornam essenciais para a introdução do conteúdo de Potenciação no 6º ano. O objetivo da Avaliação Diagnóstica é identificar o conhecimento prévio dos alunos para que você, professor, possa dar início ao novo conteúdo ou, se for o caso, retomar conteúdos essenciais para que seus alunos consigam acompanhar a introdução do conteúdo de Potenciação.

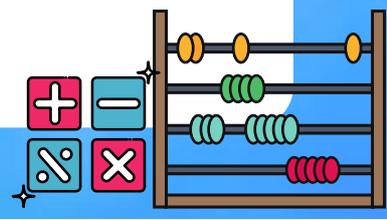
Então, convidamos você, professor que se preocupa com a formação dos alunos e valoriza seus conhecimentos prévios, a realizar uma leitura em nosso Produto Educacional, que poderá auxiliá-lo na busca desse conhecimento prévio que os alunos trazem dos anos iniciais.





Sumário

Sobre o produto educacional.....	5
Potenciação.....	9
Tarefas e Avaliação Diagnóstica.....	12
A Avaliação Diagnóstica.....	14
A Avaliação Diagnóstica comentada.....	16
Conclusão.....	24
Referências.....	26



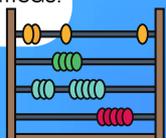
SOBRE O PRODUTO EDUCACIONAL

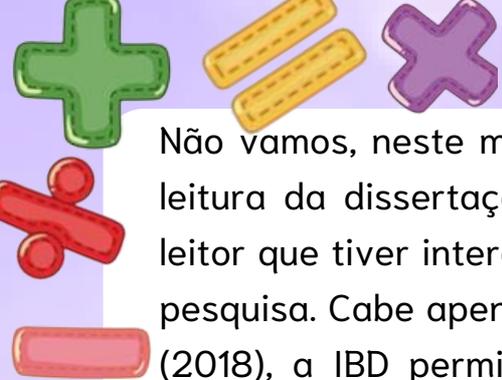
Este Produto Educacional é resultado da pesquisa de mestrado profissional intitulada “Ensino de potenciação para o 6º ano do ensino fundamental: preparação de uma Investigação Baseada em Design” desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) multicampi Cornélio Procópio e Londrina. A primeira autora deste trabalho, a professora Me. Susana de Fátima Lopes, desenvolveu a pesquisa de mestrado sob a orientação do segundo autor, o professor Dr. Henrique Rizek Elias.

O desejo de pesquisar sobre Potenciação veio da experiência de sala de aula, da percepção, enquanto professores, de que os estudantes apresentam dificuldades ao lidarem com a Potenciação. Ao iniciar os estudos a respeito desse tema, percebemos que a literatura científica (por exemplo, Feltes (2007), Paias (2009) e Paias (2019)) corroborava com essa percepção, indicando que a realização de uma investigação e a elaboração de um Produto Educacional sobre Potenciação seria relevante para a discussão no âmbito das pesquisas científicas e, principalmente, para a sala de aula.

Foi assim que decidimos estudar e pesquisar colaborativamente sobre Potenciação. O tema foi apresentado ao grupo Matemática Escolar: práticas, pesquisas e estudos (MEPPE¹), um grupo vinculado à UTFPR Londrina e do qual os dois autores deste Produto Educacional fazem parte. O Grupo vinha realizando estudos a respeito da metodologia de pesquisa chamada Investigação Baseada em Design (IBD), um tipo de investigação atrativa “[...] para os investigadores cujo principal interesse é encontrar soluções robustas, eficazes e praticáveis para os problemas educativos” (PONTE et al., 2016, p. 78).

¹O grupo MEPPE é formado por professores da Educação Básica e professores do Ensino Superior e visa desenvolver estudos e pesquisas estreitamente relacionados aos diversos aspectos que envolvem os processos de ensino e de aprendizagem de matemática na Educação Básica, tais como: conhecimentos profissionais docentes, pensamento matemático dos estudantes, abordagens de ensino, formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, currículo, propostas de ensino pautadas em tarefas matemáticas.





Não vamos, neste momento, entrar em detalhes sobre a IBD. Sugerimos a leitura da dissertação de mestrado profissional de Lopes (2023) para o leitor que tiver interesse em compreender mais sobre essa metodologia de pesquisa. Cabe apenas destacar que, de acordo com Mata-Pereira e Ponte (2018), a IBD permite introduzir alterações na prática em sala de aula, combinando e recombinao elementos da investigação, criando, assim, uma teoria local na qual a investigação se desenvolve. Para introduzir essas alterações em sala de aula, a IBD exige que qualquer intervenção a ser realizada na prática docente seja teoricamente fundamentada e, portanto, exige uma etapa de preparação cuidadosa que antecede o desenvolvimento de qualquer aula a ser realizada na escola.

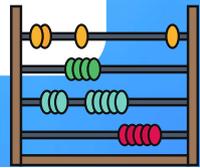
Foi a essa etapa de preparação de uma intervenção que o Grupo MEPPE decidiu se dedicar. A preparação da IBD sobre o ensino de Potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental contemplou três focos:

1. Foco na dimensão do conteúdo de Potenciação, estabelecendo princípios sobre o que ensinar, buscando traçar objetivos de aprendizagem dos estudantes no que diz respeito do conceito de Potenciação. Para tanto, fundamentamo-nos na perspectiva do Pensamento Algébrico (CANAVARRO, 2007; BLANTON; KAPUT, 2005);

2. Foco na dimensão didático-pedagógica de Potenciação, buscando compreender formas de abordar o tema em sala de aula. Para tanto, fundamentamo-nos na perspectiva do Ensino Exploratório (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013);

3. Foco na elaboração de uma Avaliação Diagnóstica capaz de fornecer informações a respeito do ponto de partida de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, em termos dos conhecimentos que permitam/favoreçam a aprendizagem do conteúdo de Potenciação.

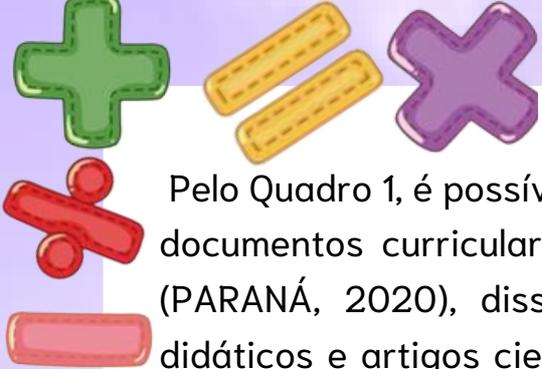
Foram realizados oito encontros do Grupo MEPPE – envolvendo professores do Ensino Superior, professores da Educação Básica e estudantes do mestrado profissional – para aprofundar discussões teóricas a respeito da Potenciação. Tais encontros estão descritos no Quadro 1.



Quadro 1 – Planejamento dos encontros do grupo

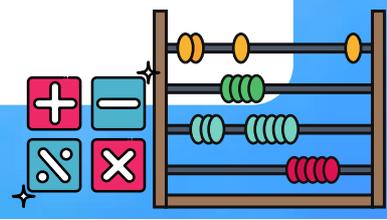
	<i>Ações realizadas</i>	<i>Materiais utilizados</i>	<i>Finalidade</i>
Primeiro encontro	Discussão e análise coletiva de documentos curriculares sobre potenciação.	Base Curricular Comum (BNCC) e Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP).	Foco na dimensão do conteúdo.
Segundo encontro	Discussão coletiva e apresentação (feita pela mestranda) de pesquisas científicas sobre Potenciação encontradas no levantamento bibliográfico realizado pela mestranda.	Dissertações de mestrado: Paias (2009) e Melo (2020); Tese de doutorado: Paias (2019).	Foco na dimensão do conteúdo.
Terceiro encontro	Discussão coletiva sobre o Pensamento Algébrico.	Artigo científico: Canavarro (2007).	Foco na dimensão do conteúdo.
Quarto encontro	Discussão coletiva e apresentação (feita pela mestranda) de livros didáticos para o 6º ano do Ensino Fundamental, dando maior atenção às seções que se referem à Potenciação.	Livros didáticos: Bongiovani, Leite e Laureano (1992); Giovanni e Castrucci (1992); Andrini e Vasconcellos (2015) e Giovanni Júnior e Castrucci (2018).	Foco na dimensão do conteúdo.
Quinto encontro	Discussão coletiva e apresentação (feita pela mestranda) de livros didáticos para o 6º ano do Ensino Fundamental, dando maior atenção às seções que se referem à Potenciação.	Primeira versão de um teste diagnóstico elaborado pela mestranda.	Foco na elaboração da avaliação diagnóstica.
Sexto encontro	Discussão coletiva sobre uma proposta de teste diagnóstico para o 6º ano do Ensino Fundamental.	Primeira versão de um teste diagnóstico elaborado pela mestranda.	Foco na elaboração da avaliação diagnóstica.
Sétimo encontro	Discussão coletiva sobre Ensino Exploratório.	Artigo científico: Oliveira, Menezes e Canavarro (2013).	Foco na dimensão didático-pedagógica.
Oitavo encontro	Discussão coletiva sobre Pensamento Algébrico e Ensino Exploratório.	Artigo científico: Albes e Canavarro (2018).	Foco na elaboração da conjectura na dimensão didático-pedagógica.

Fonte: Grupo de estudos e pesquisa



Pelo Quadro 1, é possível notar que os estudos realizados levaram em conta documentos curriculares oficiais, como a BNCC (BRASIL, 2018) e o CREP (PARANÁ, 2020), dissertações de mestrado, tese de doutorado, livros didáticos e artigos científicos sobre Pensamento Algébrico e sobre Ensino Exploratório.

A pesquisa de mestrado, realizada pela primeira autora, analisou os diálogos entre os integrantes do grupo MEPPE nesses oito encontros e buscou extrair dessas análises conjecturas sobre o conteúdo de Potenciação e sobre questões didático-pedagógicas a respeito do tema. Também buscou elaborar uma Avaliação Diagnóstica, que é justamente este Produto Educacional. Uma Avaliação Diagnóstica destinada ao professor que irá introduzir o conteúdo de Potenciação no 6º ano é essencial, uma vez que se trata de um ano de transição entre os anos iniciais e anos finais do Ensino Fundamental, e se faz importante identificar os conhecimentos que os estudantes trazem e que serão necessários para compreender o (novo) conceito de Potenciação.



POTENCIAÇÃO

Caraça (1951) faz uma distinção entre potência e potenciação. Para ele, potenciação é o nome dado à operação e potência é o resultado dessa operação. Assim, a potência pode ser definida como um produto de fatores iguais:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ vezes}} \quad a = a^1$$

Ao número a, fator que se repete, chama-se base. Ao número n, número de vezes em que a aparece como fator, chama-se expoente. Ao resultado, chama-se potência. Ainda de acordo com Caraça (1951), a base desempenha um papel passivo, enquanto o expoente desempenha um papel ativo.

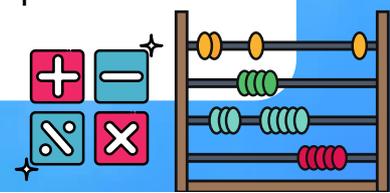
Paías (2019) levanta um questionamento: seria a potenciação uma operação ou uma representação? O questionamento de Paías (2019) é feito, em grande medida, como consequência dos resultados obtidos em sua dissertação de mestrado (PAIAS, 2009), quando a autora percebeu que uma das dificuldades dos estudantes ao aprenderem potenciação está no fato de que eles tendem a realizar uma operação (geralmente a multiplicação) entre base e expoente. Por consequência disso, em sua tese de doutorado, Paías (2019, p. 38) afirma:

Portanto, para nós, após este estudo mais aprofundado, assumimos também que a potenciação é uma representação no registro algébrico do objeto matemático potência. Entendemos que, mesmo no conjunto dos números naturais, a potenciação não é uma operação, pois não envolve um algoritmo entre seus elementos: base e expoente, de uma forma direta e sim representa um produto reiterado de fatores que é a base tantas vezes quanto for o expoente.

Os apontamentos trazidos por Paías (2019) nos evidenciam que a noção de Potenciação não é simples como pode parecer quando não nos debruçamos com atenção ao conceito e às dificuldades que os estudantes apresentam.

Pensando nessa complexidade do conceito de Potenciação, entendemos que seu ensino poderia ser inserido em uma discussão que envolva o

Pensamento Algébrico. Para Canavarro (2007), o foco do pensamento algébrico está na generalização.



De acordo com a autora, um dos aspectos que distinguem o pensamento algébrico de uma visão adicional de Álgebra escolar é que:

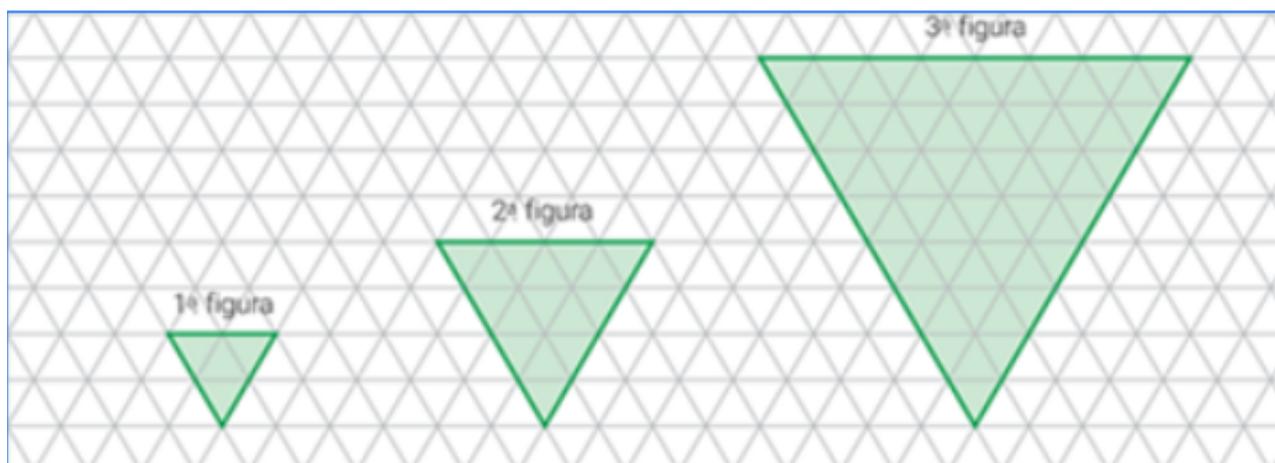
[...] no pensamento algébrico aceita-se que a notação algébrica convencional (envolvendo letras, sobretudo as últimas do alfabeto) não é o único veículo para exprimir ideias algébricas; a linguagem natural, e outros elementos como diagramas, tabelas, expressões numéricas, gráficos podem também ser usadas para expressar a generalização (CANAVARRO, 2007, p. 88).

Para Ponte (2006), no desenvolvimento do Pensamento Algébrico:

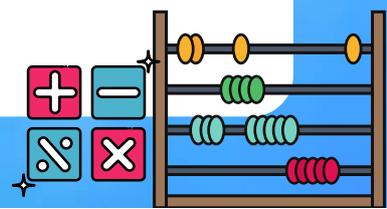
dá-se atenção não só aos objectos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações tanto quanto possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este raciocínio é o estudo de padrões e regularidades. (PONTE, 2006, p. 8).

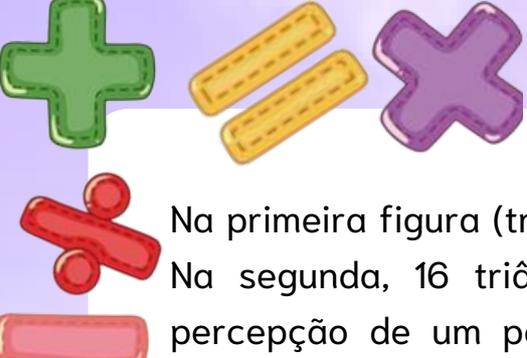
Para Ponte (2006), é importante observar a maneira como os objetos se comportam, de forma a verificar os padrões e regularidades que os mesmos apresentam, não com foco em representações com a utilização de letras, mas para verificar como se apresentam e compreender um padrão. No caso específico do ensino de potenciação, ao invés de focar a realização do “cálculo” ou na representação $a^n = (a.a.\underbrace{a}_{n}...a)$, é possível que se promova o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio, por exemplo, da busca pelo padrão percebido na quantidade de triângulos pequenos em cada figura (triângulo verde) apresentada na Figura 1.

Figura 1 – Desenvolvimento do pensamento algébrico envolvendo potenciação

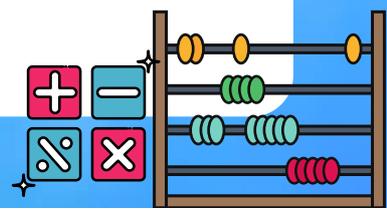


Fonte: grupo MEPPE





Na primeira figura (triângulo verde), é possível notar 4 triângulos menores. Na segunda, 16 triângulos menores; na terceira figura, 64 figuras. A percepção de um padrão, que permita perceber qual a quantidade de triângulos na próxima figura, e a busca por uma generalização (por exemplo, quantos triângulos pequenos terão na figura n ?) é o centro do desenvolvimento do pensamento algébrico.



TAREFAS E AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

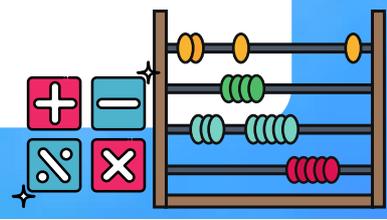
Ponte (2005) apresenta um quadro organizador dos diferentes tipos de tarefas. Para ele, há duas dimensões fundamentais das tarefas: (1) o grau de desafio matemático e (2) o grau de estrutura. O grau de desafio matemático está relacionado à percepção da dificuldade de uma questão, característica bastante comum para graduar as questões propostas aos estudantes, tanto na sala de aula como em momentos de avaliação (PONTE, 2005). O grau de desafio matemático varia entre o polo de desafio “reduzido” e o polo de desafio “elevado”. O grau de estrutura, segunda dimensão fundamental, varia entre o polo “aberto” e o polo “fechado”. Nesse caso, “Uma tarefa fechada é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas” (PONTE, 2005, p. 7-8).

Quando essas dimensões se cruzam, temos os tipos de tarefas conforme apresentado na Figura 1:

Figura 2 – Tipos de tarefas



Fonte: Ponte (2005, p. 8)



A Figura 2, de acordo com Ponte (2005, 2014), pode ser explicada da seguinte maneira:

- um exercício é uma tarefa fechada e de desafio reduzido (segundo quadrante);
- um problema é uma tarefa também fechada, mas com desafio elevado (terceiro quadrante);
- uma investigação é uma tarefa aberta com desafio elevado (quarto quadrante);
- uma exploração é uma tarefa aberta e acessível à maioria dos alunos (primeiro quadrante).

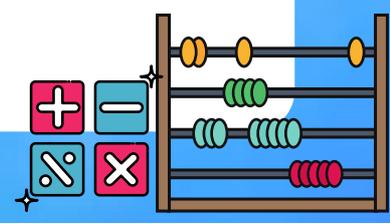
Cada tarefa tem sua importância dentro do ensino, seja para desenvolver técnicas de cálculo, desenvolver o raciocínio lógico, explorar soluções, realizar questionamentos ou resolver problemas. Dependendo do objetivo que se pretende, pode ser utilizada um tipo de tarefa ou um conjunto de tarefas de diferentes tipos.

Neste Produto Educacional, temos por objetivo propor um conjunto de tarefas para compor uma Avaliação Diagnóstica. De acordo Hadji (1994), a Avaliação Diagnóstica vem antes da ação de formação e tem a função de orientar.

Falaremos de avaliação diagnóstica quando se trata de explorar ou identificar algumas características de um aprendente (por exemplo, as representações ou os conhecimentos adquiridos) com vista a escolher a sequência de formação mais bem adaptada às suas características (HADJI, 1994, p. 62, grifos do autor)

Assim, a Avaliação Diagnóstica tem a função de identificar conhecimentos prévios para a introdução de novos conteúdos e, com isso, colher informações importantes para orientar o professor no planejamento do ensino em sala de aula, na escolha de tarefas, dos materiais adequados e da metodologia de ensino.

Para essa Avaliação Diagnóstica, entendemos que as tarefas de nível reduzido (exercícios e exploração) são as mais apropriadas para identificarmos os conhecimentos prévios necessários à introdução da Potenciação no 6º ano do Ensino Fundamental.



A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

Sabemos que o resultado de uma multiplicação é conhecido como **produto** e os números que estão sendo multiplicados são chamados de **fatores**.

Exemplos:

$$\underbrace{9 \times 4}_{\text{Fatores diferentes}} = \underbrace{36}_{\text{Produto}} \quad \text{ou} \quad \underbrace{2 \times 2 \times 3 \times 3}_{\text{Fatores diferentes}} = \underbrace{36}_{\text{Produto}} \quad \text{ou} \quad \underbrace{6 \times 6}_{\text{Fatores iguais}} = \underbrace{36}_{\text{Produto}}$$

Os fatores podem ser iguais ou diferentes, trazendo como resultado o mesmo produto.

- 1- Quais os **fatores** de uma multiplicação que resulta em um produto igual ao número 100? Deixe registrado sua forma de pensar.
- 2- Quais os **fatores iguais** de uma multiplicação que resulta em um produto igual ao número 100? Deixe registrado sua forma de pensar.
- 3- Usando **fatores iguais**, represente a multiplicação que resulta em um produto igual a:
 - a) $1000 =$
 - b) $16 =$
 - c) $9 =$
 - d) $64 =$
- 4- Sendo o número 128 o **produto** de uma multiplicação que tem como **fator apenas o número 2**:
 - a) Complete o resultado ser 128: $2 \times 2 \times \dots \dots \dots 128$.
 - b) Quantas vezes o fator 2 aparece?
 - c) De acordo com seus conhecimentos, há outra forma de representar o número que se repete na multiplicação de forma mais resumida? Justifique.
- 5) Sendo o número 243 o **produto** de uma multiplicação que tem como **fator apenas o número 3**:
 - a) Represente essa multiplicação.
 - b) Quantas vezes o fator 3 aparece?
 - c) De acordo com seus conhecimentos, há outra forma de representar o número que se repete na multiplicação de forma mais resumida? Justifique.
- 6) Complete a sequência abaixo:

$$2 = 2$$

$$2 \times 2 = 2^2$$

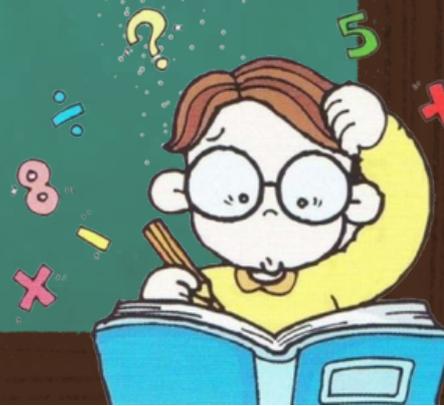
$$2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \dots\dots\dots$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \dots\dots\dots$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \dots\dots\dots$$



0
1
2
3
4
5
6
7
8
9

7) Complete a sequência abaixo:

$3^1 = 3$

$3^2 = 3 \times 3$

$3^3 = 3 \times 3 \times 3$

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$3^5 = \dots\dots\dots$

$3^6 = \dots\dots\dots$

8) (Adaptado de Andrini e Vasconcellos (2015)) Joana tem um armário com 5 gavetas. Com base nessa informação responda às perguntas, justificando as respostas:

- a) Em cada gaveta há 5 caixas, então há caixas no armário.
- b) Em cada caixa há 5 chaveiros, podemos afirmar que há.....chaveiros no armário.
- c) Sabendo que cada chaveiro tem 5 chaves, podemos concluir que háchaves no armário.

9) (Adaptado de Canavarro (2007)) Considere as figuras abaixo:



- a-Desenhe a 4ª figura.
- b-Determine a quantidade de pontos que a 4ª figura possui.
- c-Quantos pontos teria a 10ª figura?
- d-Como determinar o número de pontos em uma figura qualquer?

10) Verifique a sequência abaixo e indique a quantidade de quadradinhos

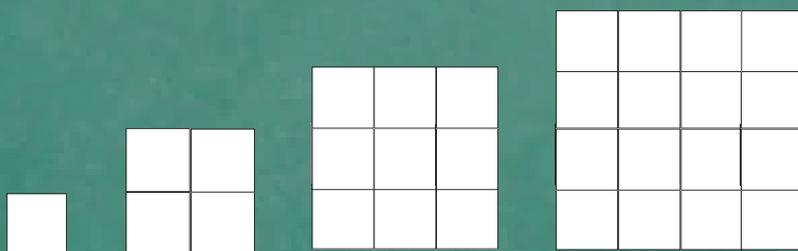
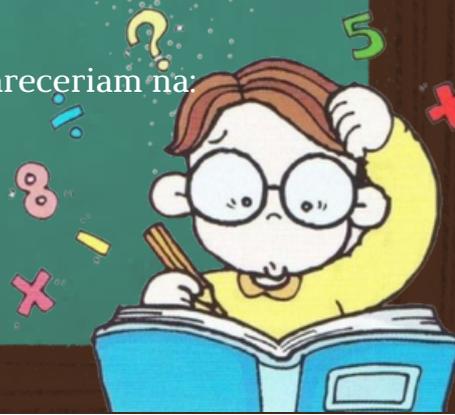


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

- a) Na figura 1.
 - b) Na figura 2.
 - c) Na figura 3.
 - d) Na figura 4.
- Com base na sequência apresentada, quantos quadradinhos apareceriam na:
- e) Na figura 5?
 - f) Na figura 10?



A AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA COMENTADA

Sabemos que o resultado de uma multiplicação é conhecido como produto e os números que estão sendo multiplicados são chamados de fatores.

Exemplo:

$$\underbrace{9 \times 4}_{\text{fatores diferentes}} = \underbrace{36}_{\text{produto}}$$

ou

$$\underbrace{2 \times 2 \times 3 \times 3}_{\text{fatores diferentes}} = \underbrace{36}_{\text{produto}}$$

ou

$$\underbrace{6 \times 6}_{\text{fatores iguais}} = \underbrace{36}_{\text{produto}}$$

Os fatores podem ser iguais ou diferentes, trazendo como resultado o mesmo produto.

O objetivo desta pequena introdução é lembrar ao aluno o que são fatores e produto para que possa realizar as tarefas propostas.

Tarefa 1

1) Quais os fatores de uma multiplicação que resulta em um produto igual ao número 100? Deixe registrado sua forma de pensar.

A introdução apresentada no início foi proposta para que o aluno possa lembrar o significado de “fatores” e desenvolver a tarefa. Da forma como está no enunciado, são possíveis várias respostas corretas como:

2×50

4×25

10×10

$2 \times 2 \times 25$

$2 \times 5 \times 10$

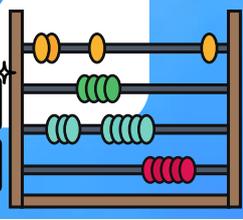
$5 \times 5 \times 4$

$5 \times 5 \times 2 \times 2$

1×100

O objetivo é verificar a habilidade que o aluno tem quando a operação envolvida é a multiplicação. Portanto, o uso de fatores diferentes está correto.

Respostas erradas possivelmente aparecerão, como $100 \times 100 = 100$, o que pode indicar que o aluno não compreendeu a informação dada no início ou uma dificuldade com a operação de multiplicação.



Tarefa 2

2) Quais os fatores iguais de uma multiplicação que resulta em um produto igual ao número 100? Deixe registrado sua forma de pensar.

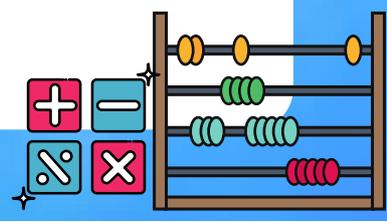
Voltando novamente para a introdução, que visa a compreensão do significado de “fatores”, esta tarefa tem como resposta correta a multiplicação 10×10 , possivelmente já apresentada na tarefa anterior, mas com fatores iguais.

O objetivo aqui, além de verificar sua habilidade na multiplicação, é assimilar que os números multiplicados sejam iguais.

Possíveis respostas erradas poderão aparecer, como:

$$2 \times 2 \times 25 \quad 5 \times 5 \times 4 \quad 5 \times 5 \times 2 \times 2$$

Caso o aluno tenha chegado a essas respostas na tarefa 1, pelo fato de aparecer alguns fatores repetidos, é possível, também, surgir a resposta errada apresentada na tarefa 1, como 100×100 .



Tarefa 3

3) Usando fatores iguais, represente a multiplicação que resulta em um produto igual a:

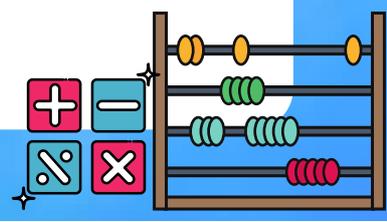
- a) $1000 =$
- b) $16 =$
- c) $9 =$
- d) $64 =$

Reforçando as tarefas 1 e 2, a tarefa 3 apresenta números que podem oferecer duas respostas corretas. No item b), o número 16 pode ser representado por $2 \times 2 \times 2 \times 2$ ou por 4×4 ; no item d), o número 64 pode ser representado por $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ou por $4 \times 4 \times 4$. Já no item a), o número 1000 aceita apenas como resposta correta $10 \times 10 \times 10$; no item c), o número 9 pode ser representado por 3×3 .

Os alunos podem apresentar respostas incorretas. No item b), o aluno pode apresentar uma soma com números iguais $4+4+4+4$ ou $8+8$ e até $2+2+2+2+2+2+2+2$. Isso também pode aparecer nos itens a), c) e d), considerando a adição envolvendo números iguais, por estar mais familiarizado com esta operação.

Esta tarefa envolve o conteúdo de multiplicação e divisão, pois o aluno pode usar como estratégia a decomposição por meio da divisão (caso já tenha visto nos Anos Iniciais), ou realizar a tentativa por meio da multiplicação, até se obter o valor desejado.

O objetivo é verificar a habilidade em realizar as operações de multiplicação ou divisão utilizando o mesmo fator.



Tarefas 6 e 7

6) Complete a sequência abaixo:

$2 = 2^1$

$2 \times 2 = 2^2$

$2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \dots\dots\dots$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \dots\dots\dots$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \dots\dots\dots$

7) Complete a sequência abaixo:

$3^1 = 3$

$3^2 = 3 \times 3$

$3^3 = 3 \times 3 \times 3$

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$3^5 = \dots\dots\dots$

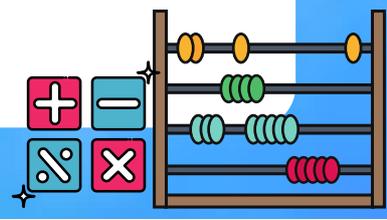
$3^6 = \dots\dots\dots$

As tarefas 6 e 7 são semelhantes. A intenção está no reconhecimento de um padrão, característica do Pensamento Algébrico.

Na tarefa 6, uma vez apresentado até o expoente 4, o aluno deverá completar os itens seguintes com os expoentes 5, 6 e 7. Com a resposta correta o aluno demonstra que conseguiu reconhecer um padrão em relação ao produto de fatores. Uma possível resposta errada é a representação com um expoente qualquer, o que mostra que o aluno não reconheceu o padrão, representado pelo produto de fatores iguais. Outra possível resposta errada seria 5×2 , 6×2 e 7×2 .

Na tarefa 7, uma vez apresentado até o expoente 4, o aluno deverá completar os itens seguintes com os expoentes 5 e 6. A resposta correta esperada é $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ e $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$, o que mostraria que o aluno reconheceu o padrão e considerou que o fator se repete quantas vezes aparece no expoente. Possíveis respostas erradas seriam a multiplicação da base pelo expoente: 3×5 e 3×6 , ou o produto da base sem levar em consideração o expoente.

O objetivo das tarefas 6 e 7 é verificar a compreensão do aluno para o reconhecimento de padrões, com vistas ao desenvolvimento do Pensamento Algébrico.



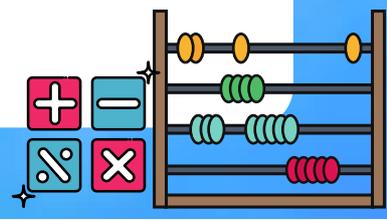
Tarefa 8

8) (Adaptado de Andrini e Vasconcellos (2015)) Joana tem um armário com 5 gavetas. Com base nessa informação responda às perguntas, justificando as respostas:

- Em cada gaveta há 5 caixas, então há caixas no armário.
- Em cada caixa há 5 chaveiros, podemos afirmar que há.....chaveiros no armário.
- Sabendo que cada chaveiro tem 5 chaves, podemos concluir que há..... chaves no armário.

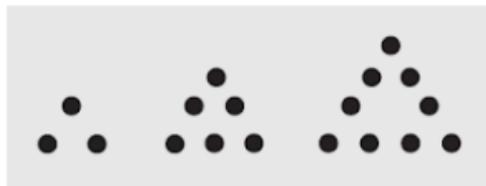
A tarefa 8 traz uma proposta cuja intenção é o produto de fatores iguais, no caso 5, para responder as afirmativas. No item a) é necessário fazer o produto do número de gavetas com o número de caixas: $5 \times 5 = 25$; então há 25 caixas. O item b) é uma continuação: em cada caixa há 5 chaveiros e, assim, teríamos 25×5 ou 5×5 do item anterior multiplicado por 5 novamente: $5 \times 5 \times 5 = 125$; então há 125 chaveiros no armário. Para responder o item c), utiliza-se o resultado do item anterior multiplicando por 5, ou seja, $125 \times 5 = 625$, ou considera-se os fatores iguais $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$. A resposta esperada seria o produto de fatores iguais, porém o aluno pode responder utilizando o resultado anterior multiplicado por 5.

As questões estão em uma sequência, o erro em uma delas pode levar o aluno a uma resposta final errada. Acertando a primeira questão, para resolver o item b), o aluno deverá assimilar que precisa da resposta de a) e realizar a multiplicação por 5. Nas demais afirmativas, é o mesmo processo, visto que, no momento em que houver um erro, acarretará erros nas demais afirmativas.



Tarefa 9

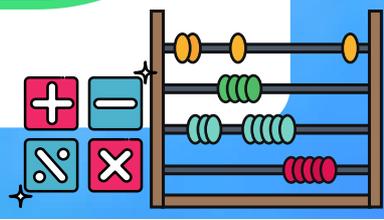
9) (Adaptado de Canavarro (2007)) Considere as figuras abaixo:



- Desenhe a 4ª figura.
- Determine a quantidade de pontos que a 4ª figura possui.
- Quantos pontos teria a 10ª figura?
- Como determinar o número de pontos em uma figura qualquer?

A tarefa 9 apresenta uma sequência de figuras no formato triangular. A resposta esperada na letra a) é o desenho de um triângulo que apresenta 5 pontos em cada lado. Com o desenho feito, o aluno irá concluir que a figura apresenta 12 pontos, respondendo o item b). Para responder o item c), o aluno pode optar por fazer os desenhos até a 10ª figura e contar ou reconhecer o padrão existente e verificar que a quantidade de pontos aumenta de 3 em 3, isto é, o aluno pode perceber que a quantidade de pontos em uma figura é igual à quantidade de pontos da figura anterior mais 3. Em um momento posterior, o aluno pode relacionar a quantidade de pontos com o número da figura, realizando uma multiplicação. Por exemplo, na primeira a quantidade de pontos é $3 \times 1 = 3$; na segunda figura é $3 \times 2 = 6$; na terceira figura é $3 \times 3 = 9$; na quarta figura é $3 \times 4 = 12$; logo conclui-se que na décima figura será $3 \times 10 = 30$. No item d), o aluno pode dar como resposta uma generalização próxima (VALE, 2012), ao afirmar que a quantidade de pontos em uma figura é igual à quantidade na figura anterior mais 3; ou chegar a uma generalização distante (VALE, 2012), estabelecendo uma relação entre o número pontos e o número da figura, logo, a figura qualquer pode ser considerada n , e a solução se dará por $3 \times n$, porém o uso de letras não é usual nos Anos Iniciais, logo o aluno poderia fazer apenas uma relação com a tabuada do 3.

Quanto aos erros, o aluno pode não compreender o formato do desenho, acrescentando um ponto no meio e considerando assim a resposta na letra a) como sendo 10 pontos, dando sequência do erro nos itens seguintes b) e c).



Tarefa 10

10) Verifique a sequência abaixo e indique a quantidade de quadradinhos.



figura 1

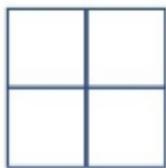


figura 2

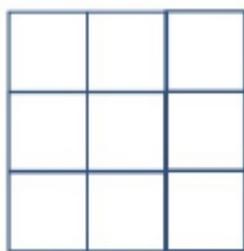


figura 3

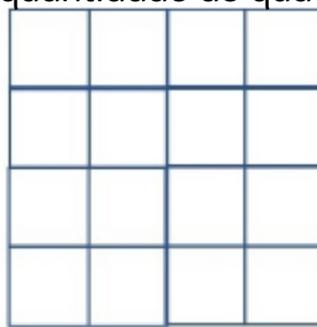


figura 4

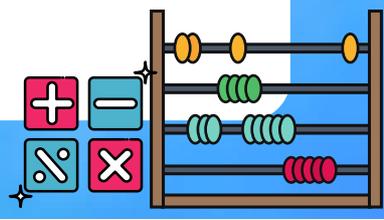
- Na figura 1?
- Na figura 2?
- Na figura 3?
- Na figura 4?

Com base na sequência apresentada, quantos quadradinhos apareceria na:

- Na figura 5?
- Na figura 10?

A tarefa 10 apresenta uma sequência de figuras com quantidades diferentes de quadradinhos. A resposta esperada nos itens a), b), c) e d) pode ser obtida por meio de uma contagem dos quadradinhos que aparecem nas figuras ou por meio da multiplicação da base pela altura dos quadrados maiores de cada figura. No item e), espera-se que o aluno faça o desenho da Figura 5 para realizar a contagem ou perceba que, de uma figura para a próxima, tanto a base como a altura do quadrado grande aumentam em uma unidade e faça a multiplicação da base pela altura, obtendo como resultado $5 \times 5 = 25$. No item f), o aluno pode utilizar as mesmas estratégias do item e) ou verificar que o número da figura tem relação com o lado do quadrado e realizar o cálculo através de uma multiplicação entre esses valores: $10 \times 10 = 100$, obtendo assim a resposta esperada. Assim como na tarefa 9, a tarefa 10 busca o reconhecimento de um padrão e a busca pela generalização, características do Pensamento Algébrico.

Com relação ao erro, o aluno pode errar na contagem ou não perceber que a resposta pode ser obtida pela multiplicação base pela altura do quadrado.





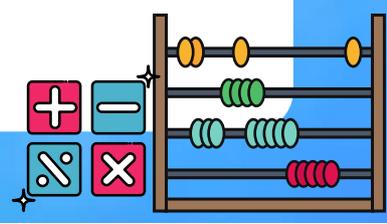
Conclusão

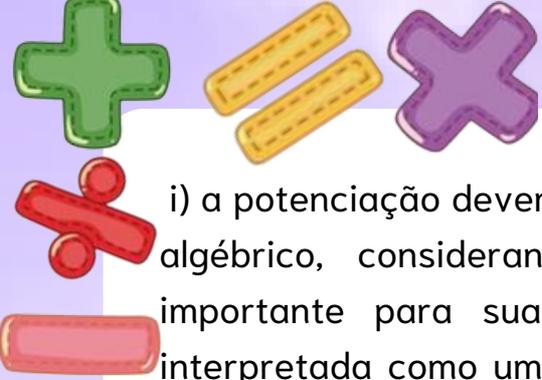
As tarefas aqui apresentadas foram selecionadas e adaptadas pensando em uma Avaliação Diagnóstica com o objetivo de auxiliar o professor na compreensão do conhecimento prévio do aluno que chega no 6º ano do Ensino Fundamental e que terá, possivelmente, seu primeiro contato com a Potenciação. A sugestão é que a Avaliação Diagnóstica seja realizada individualmente pelos alunos, para que o professor tenha informações mais precisas quanto ao conhecimento que seus alunos trazem dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Considerando os tipos de tarefas apresentados por Ponte (2005), as dez tarefas apresentadas podem ser consideradas de “desafio reduzido”, pois visam ser acessíveis aos alunos. As tarefas de 1 a 8 podem ser consideradas “fechadas” e, por isso, são aqui classificadas como tarefas do tipo exercícios (PONTE, 2005). As tarefas 9 e 10 exigem dos alunos tirarem conclusões para além do que está dado no enunciando, visando o reconhecimento de padrões e, em certa medida, a generalização (mesmo que sem o uso de letras para representá-la). Assim, essas duas tarefas são consideradas “abertas” e, por isso, são aqui classificadas como tarefas do tipo exploratórias (PONTE, 2005).

Para a Avaliação Diagnóstica, o professor pode utilizar todas as tarefas juntas ou, caso prefira, pode selecionar algumas. As tarefas também podem servir de inspiração para a elaboração de novas tarefas. O objetivo deve estar voltado à compreensão do conhecimento prévio do aluno e o que ele pode produzir a partir desse conhecimento adquirido nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

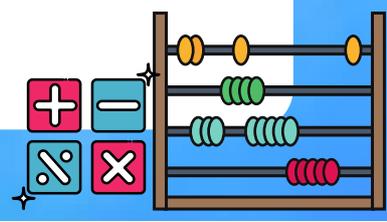
Por fim, convidamos o professor interessado a ler a pesquisa de mestrado da primeira autora (LOPES, 2023), pois lá terá acesso a mais detalhes sobre sugestões de como introduzir o conteúdo de Potenciação para uma turma de 6º ano. Em resumo, a pesquisa concluiu que:





i) a potenciação dever ser incluída no contexto mais amplo do pensamento algébrico, considerando que a generalização é uma característica importante para sua compreensão; ii) a potenciação ora pode ser interpretada como uma operação e ora pode ser interpretada como uma representação. (ELIAS et al., 2022).

A pesquisa também trouxe como conjecturas que i) as tarefas exploratórias, por serem do tipo abertas e de desafio reduzido, permitem aos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, um ano de transição entre os anos iniciais e os anos finais do Ensino Fundamental, retomarem o trabalho com identificação de regularidades e padrões de sequências numéricas e de generalização desses padrões (trabalho este iniciado nos Anos Iniciais), conectando-o ao (novo) conceito de potenciação. Com isso, busca-se evitar um ensino pautado pela apresentação da simbologia e pela explicação da técnica de operação; ii) uma abordagem de ensino que favorece o trabalho com tarefas exploratórias, visando o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, é o Ensino Exploratório, uma vez que a aprendizagem dos estudantes decorre “da possibilidade de trabalharem com tarefas matemáticas ricas e de poderem partilhar com os colegas e o professor as suas ideias” (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013, p. 3).



Referências

ALVES, B. S.; CANAVARRO, B. S. Desenvolvimento do pensamento algébrico de jovens crianças: potencialidades da exploração de padrões, no contexto do ensino exploratório da matemática. *Debates em Educação*, v. 10, n. 22, 2018.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M. J. *Praticando a Matemática*. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 36, n. 5, p. 412-446, 2005.

BONGIOVANI, V.; LEITE, O. R. V.; LAUREANO, J. L. T. *Matemática e Vida: Trabalhando com Números, Medidas e Geometria*. 4ª ed. São Paulo: Ática, 1992.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018.

CANAVARRO, A. P. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. *Quadrante*, Lisboa, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.

CARAÇA, B. J. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: 1951.

ELIAS, H. R.; MARTELOZO, D. P. S.; GERETI, L. C. V.; LOPES, S. F. Conocimiento Especializado de Potenciación movilizado por docentes a partir de una Investigación Basada en Design. *Revista Paradigma (Ed. Temática: Pesquisa Qualitativa Em Educação Matemática)*, 2022.

FELTES, R.Z. *Análise de erros em potenciação e radiciação: um estudo com alunos de ensino fundamental e médio*. 2007. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Em Ciências e Matemática Pontifícia, Universidade Católica do Rio Grande Do Sul, Rio Grande do Sul, Brasil, 2007.

GIOVANNI, R, J.; CASTRUCCI, B. *A Conquista da Matemática*. São Paulo: FTD, 1992.

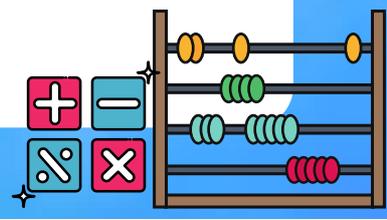
GIOVANNI JUNIOR, R, J.; CASTRUCCI, B. *A Conquista da Matemática*. 4ª ed. São Paulo: FTD, 2018.

HADJI, C. *A avaliação, regras do jogo: das Intenções aos Instrumentos*. Porto Editora, 1994.

LOPES, S. F. L. *Ensino de Potenciação para o 6º ano do Ensino Fundamental: Preparação de uma Investigação Baseada em Design*. 2023. 163p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2023.

MATA-PEREIRA, J., PONTE, J. P. Promover o raciocínio matemático dos alunos: uma investigação baseada em design. *Bolema*, v. 32, n. 62, 781-801, 2018.

MELO, M. C. P. *A Resolução de Problemas: Uma Metodologia Ativa no Ensino de Matemática para a Construção dos Conteúdos de "Potenciação e Radiciação" com Alunos do Ensino Fundamental*. 2020. 194f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná-UTFPR. 2020.



OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, Vol. XXII, Nº 2, 2013.

PAIAS, A. M. Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado a alunos os Ensinos Fundamental e Médio. 2009. 218f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2009.

PAIAS, A. M. Obstáculos no Ensino e na Aprendizagem do Objeto Matemático Potência. 2019. 308f. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, São Paulo, 2019.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Referencial curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações. Curitiba, PR: SEED/PR, 2020.

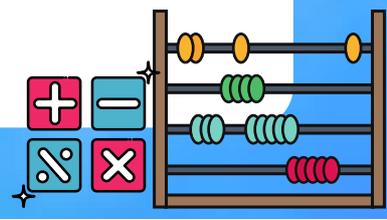
PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34.

PONTE, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. In VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A.; FONSECA, L.; SANTOS, L.; CANAVARRO, A. P. (Orgs.), *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores*. Porto: SEM/SPCE, 2006, p. 5-27.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P. (Org.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014, p.13-27.

PONTE, J. P.; CARVALHO, R.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*, v. 25, n. 2, 2016.

VALE, I. As tarefas de padrões na aula de Matemática: Um desafio para professores e alunos. *Interações*, Campo Grande, 20, p.181-207, 2012.



ppgmat

PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENSINO
DE MATEMÁTICA



**Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Matemática (PPGMAT)**
multicampi Cornélio Procópio e Londrina

portal.utfpr.edu.br/site/ppgmat
ppgmat-ld@utfpr.edu.br

(43)3315-6130
Av. dos Pioneiros, 3131
Jardim Morumbi
Londrina-PR
CEP: 86036-370

