

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**MARCELO FABRÍCIO CHOCIAI KOMAR**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E A ARTE DE ESCHER NA FORMAÇÃO DO  
PROFESSOR DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**PONTA GROSSA**

**2022**

**MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E A ARTE DE ESCHER NA FORMAÇÃO DO  
PROFESSOR DE MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

**Mathematical Modelling and the Art of Escher in Mathematics  
teacher training in basic education**

Tese apresentada como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciência e Tecnologia, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Awdry Feisser Miquelin

Coorientador: Dionisio Burak

**PONTA GROSSA**

**2022**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



MARCELO FABRICIO CHOCIAI KOMAR

**MODELAGEM MATEMÁTICA E A ARTE DE ESCHER NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE  
MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA**

Trabalho de pesquisa de doutorado apresentado como requisito para obtenção do título de Doutor Em Ensino De Ciência E Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ciência, Tecnologia E Ensino.

Data de aprovação: 08 de Dezembro de 2022.

Awdry Feisser Miquelin, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Andre Luis Trevisan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná (Ufpr)

Dionisio Burak, Doutorado - Universidade Estadual do Centro Oeste (Unicentro)

Guatacara Dos Santos Junior, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Marcio Andre Martins, Doutorado - Universidade Estadual do Centro Oeste (Unicentro)

Rodolfo Eduardo Vertuan, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

*"Tudo neste mundo tem seu tempo, cada coisa  
tem sua ocasião" (ECLESIASTE 3, 1-8).*

## AGRADECIMENTOS

A DEUS pela dádiva da vida, por Ele ser nossa Força e Fortaleza.

A minha amada esposa Jecylena e filha Ana Clara pela paciência, apoio, carinho, por estar comigo sempre incentivando.

Aos meus pais Paulo e Sônia pela dedicação com que me fizeram crescer e acreditar em meus objetivos.

Aos meus avós: Aline (*in memoriam*) e Augusto (*in memoriam*).

Aos Tios: Augusto, Luiz Antonio e Tias: Marly, Regina, pelo apoio e carinho sempre.

Aos meus orientadores Prof. Dr. Awdry Feisser Miquelin e Prof. Dr. Dionísio Burak, pela honra e oportunidade de ser seu estudante/orientando, durante todas minhas dificuldades em desenvolver este trabalho. Saiba que todo conhecimento adquirido não será esquecido por mim e sempre será mediado com meus estudantes.

Aos professores da banca examinadora, Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan, Prof. Dr. Márcio André Martins, Prof. Dr. Guataçara dos Santos Júnior e Prof. Dr. André Luis Trevisan, pelo apoio e por contribuírem com sugestões para esta tese.

A(o)s queridas(os) Professoras(es): Awdry, Sani, Luiz Alberto, Marcos Cesar, Nilcéia, Cláudia, Danislei, Regina Negri, pelo apoio e incentivo durante o curso.

Aos meus queridos(as) amigos(as) do PPGECT, pelo apoio e amizade durante todo o curso.

Aos secretários do Curso PPGECT, Marcos e Luiz Cesar, pelo apoio acadêmico.

A todos os AMIGOS por fazerem parte de minha trajetória, em especial ao Mauro, Antonio Carlos, Carlos Alberto Polsin, Reginaldo, Kleber e Marcos Borges.

A todos os professores/acadêmicos de Matemática (cursistas) que contribuíram para que a pesquisa pudesse ser realizada.

Ao Secretário de Educação da SEED Roni Miranda Vieira, Chefe de Gabinete Silvana, Chefe do DAP Eliana Provenci e Coordenadora Adriana, pelo apoio em minha trajetória na gestão do NRE de Irati.

As coordenadoras de NRE da SEED Maria Vanei, Sandra e Carmeli pelo apoio e carinho sempre.

Aos queridos amigos da SEJUF Marisa e do Ministério Público Dr. James e Dra. Nathalie pelo grandioso trabalho realizado juntos, na Educação.

A toda equipe do NRE de Irati e Escolas/Colégios pelo apoio e incentivo.

## RESUMO

A pesquisa descrita nesta tese apresenta a Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática e a Arte de Escher, como uma alternativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática na formação de professores de Matemática na Educação Básica. A temática da pesquisa emergiu a partir da atuação em sala de aula com estudantes da Educação Básica, da experiência de gestão como Diretor de um Colégio Estadual do interior do Estado do Paraná e como Chefe do Núcleo Regional de Educação. Esta percepção constatou as dificuldades apresentadas pelos professores da rede, em relação ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, aliada a uma revisão da literatura que mostrou escassez de estudos que relacionam Modelagem na Educação Matemática e a Arte de Escher, originando a questão norteadora da pesquisa: o que se mostra das práticas com Modelagem e a arte de Escher na formação do professor de Matemática da Educação Básica? Esta questão ensejou como objetivo geral analisar os dados coletados na pesquisa sobre a Formação de Professores, Educação Matemática, Modelagem Matemática, a Arte de Escher e a prática final de modelagem matemática envolvendo a Arte de Escher, a partir das respostas e interação do professor com relação ao curso por meio da matriz investigativa. A presente investigação é qualitativa do tipo Pesquisa-Ação, explicativa, de natureza aplicada. A pesquisa foi realizada 100% on-line utilizando a plataforma *Edmodo*, com professores e acadêmicos de Matemática do Núcleo Regional de Educação (NRE) de Irati-PR, num total de 11 cursistas. A análise dos dados, de caráter multirreferencial ressaltadas nas ações e interações da matriz investigativa, entre os professores/acadêmicos cursistas. Alguns dos resultados apontam que o professor de Matemática necessita refletir sobre sua prática em sala de aula, de maneira crítica, reflexiva, com uma abordagem metodológica coerente. Além disso, necessitam superar deficiências da formação inicial, que privilegia a memorização, repetição, a ausência de contexto, que promovem aprendizados sem significados.

**Palavras-chave:** formação de professores; educação matemática; modelagem matemática; arte de Escher.

## ABSTRACT

The research described in this thesis presents the Mathematical Modelling in the conception of Mathematics Education and the Escher's Art as an alternative for the teaching and learning Mathematics processes of Basic Education teachers formation. The research subject emerged from the experience of working with Basic Education Students, from being the principal of a public school in the countryside of the State of Paraná and as the Head of a regional Office of education in the state. This perception has found out the difficulties faced by the teachers regarding the mathematics teaching and learning processes associated to a literature review which showed a shortage of studies that relate Modelling in Mathematics Education and Escher's Art. It originated the essential question of the research: What is shown about the practices of Mathematical modelling and Escher's Art in the formation of Math teachers of basic education? The question gave rise as the main goal: to analyze the data collected in a research on teachers formation, Mathematics Education, Mathematical Modelling, Escher's art and the final practice of mathematical modelling involving the Art of Escher, based on the answers and interaction of the teacher related to the course through the investigative matrix. The present investigation is qualitative of the Action-Research type, explanatory, of an applied nature. The research carried out entirely online using the Edmodo platform, with Mathematics teachers and students from the Regional Education Center (NRE) of Irati-PR, in a total of 11 students. Data analysis, of a multi-referential nature, highlighted in the actions and interactions of the investigative matrix, among the professors/academics taking the course. Some of the results point out that Mathematics teachers need to reflect on their practice in the classroom in a critical, reflective way, with a coherent methodological approach. In addition, they need to overcome deficiencies in initial training, which favor memorization, repetition, the absence of context, which promote learning without meaning.

**Keywords:** Teacher training; Mathematics Education; Mathematical Modelling; Escher's Art.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Áreas do Conhecimento do Ensino Fundamental.....	27
Figura 2 - Áreas do Conhecimento do Ensino Médio .....	30
Figura 3 - Tetraedro de Higginson (1980).....	40
Figura 4 - Pirâmide de base hexagonal .....	42
Figura 5 - Configuração da Educação Matemática.....	43
Figura 6 - Torre de Babel (Perspectiva) (1928) .....	52
Figura 7 - Dia e Noite (Xilogravura) (1938) .....	53
Figura 8 - “Sky and Water I” (1938).....	54
Figura 9 - Lizards 56.....	55
Figura 10 - Construção do lagarto de Escher .....	56
Figura 11 - Três Mundos (1955).....	57
Figura 12 - Limite Circular IV (1960) .....	58
Figura 13 - Operadores Boelanos (3).....	74
Figura 14 - Operadores Boleanos (4).....	74
Figura 15 - Modelo de convite inscrição .....	79
Figura 16 - Grupo WhattsApp criado para formação .....	80
Figura 17 - Plataforma do Curso .....	82
Figura 18 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática .....	86
Figura 19 - Apresentação dos cursistas ao curso de formação .....	89
Figura 20 - Reflexão sobre a Arte e as técnicas de Escher .....	93
Figura 21 - BNCC (2018) e os desafios para o ensino da Matemática .....	96
Figura 22 - Contribuições de Higginson (1980) para a Educação Mattemática	100
Figura 23 - Modelagem Matemática assumida.....	104
Figura 24 - Escolha do tema livre e formação dos grupos .....	108
Figura 25 - Grupo A - subtema feijão.....	118
Figura 26 - Composição II no Geogebra.....	127
Figura 27 - Contornos da Composição II.....	128
Figura 28 - Áreas .....	128
Figura 29 - Grupo C - O menino que descobriu o vento.....	143
Figura 30 - Grupo D - Macarrão.....	156
Figura 31 - Apresentação dos Grupos: A, B, C e D .....	158
Figura 32 - Atividade final.....	159



## LISTA DE FOTOGRAFIAS

<b>Fotografia 1 - Orientações iniciais para o curso de formação .....</b>	<b>81</b>
<b>Fotografia 2 - Formação dos grupos para a realização da atividade em grupo .....</b>	<b>109</b>

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1 - Comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática .....</b>	<b>45</b>
<b>Quadro 2 - Relação da pesquisa com o tema .....</b>	<b>63</b>
<b>Quadro 4 - Relação da pesquisa de artigos com o tema .....</b>	<b>69</b>
<b>Quadro 5 - Artigo selecionado com o tema .....</b>	<b>73</b>
<b>Quadro 6 - Matriz Investigativa dialógico-problematizadora.....</b>	<b>87</b>
<b>Quadro 7 - Matriz Organizadora da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora .....</b>	<b>162</b>
<b>Quadro 8 - Resultado da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora .....</b>	<b>164</b>

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANA	Avaliação Nacional de Alfabetização
ANRESC	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
BNC-Formação	Base Nacional Comum para a formação inicial de professores da Educação Básica
CNE	Conselho Nacional de Educação
CONAE	Conferência Nacional de Educação
CONSED	Conselho Nacional de Secretários de Educação
DEDUC	Diretoria de Educação (SEED-PR)
DPGE	Diretoria de Planejamento da Gestão Escolar (SEED-PR)
FGB	Formação Geral Básica
FNE	Fórum Nacional de Educação
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IF	Itinerário Formativo
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação
NRE	Núcleo Regional de Educação
OCDE	Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
PDE	Programa de Desenvolvimento Educacional (Paraná)
PISA	Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNE	Plano Nacional de Educação
PNFEM	Pacto Nacional de Fortalecimento do Ensino Médio
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEED-PR	Secretaria de Estado da Educação do Paraná
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
UNDIME	União Nacional dos Dirigentes Municipais da Educação
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
<b>1.1</b>	<b>Definindo o campo de pesquisa: o problema e os objetivos</b> .....	<b>20</b>
<b>1.2</b>	<b>Estrutura geral do texto</b> .....	<b>20</b>
<b>2</b>	<b>DOCUMENTOS NORTEADORES (BNCC)</b> .....	<b>23</b>
<b>2.1</b>	<b>A proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)</b> .....	<b>23</b>
<b>2.1.1</b>	<b>Análise da proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)</b> .....	<b>32</b>
<b>3</b>	<b>EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, SUA NATUREZA E METODOLOGIA</b> ....	<b>35</b>
<b>3.1</b>	<b>A contribuição de Higginson (1980) para a Educação Matemática</b> ..	<b>35</b>
<b>3.2</b>	<b>A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática</b> .....	<b>44</b>
<b>3.3</b>	<b>A Arte de Escher (1898-1972)</b> .....	<b>49</b>
<b>3.3.1</b>	<b>Torre de Babel</b> .....	<b>52</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Dia e Noite</b> .....	<b>53</b>
<b>3.3.3</b>	<b>Bird Fish</b> .....	<b>54</b>
<b>3.3.4</b>	<b>Lagartos número 56 (Lizards)</b> .....	<b>55</b>
<b>3.3.5</b>	<b>Three Worlds (Três Mundos)</b> .....	<b>56</b>
<b>3.3.6</b>	<b>Limite circular IV</b> .....	<b>57</b>
<b>3.4</b>	<b>Formação de professores</b> .....	<b>59</b>
<b>4</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>63</b>
<b>4.1</b>	<b>Teses e Dissertações</b> .....	<b>63</b>
<b>4.2</b>	<b>Artigos analisados</b> .....	<b>68</b>
<b>5</b>	<b>ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO</b> .....	<b>76</b>
<b>5.1</b>	<b>Classificação da pesquisa</b> .....	<b>76</b>
<b>5.2</b>	<b>Etapas da Pesquisa</b> .....	<b>76</b>
<b>5.3</b>	<b>Participantes da Pesquisa</b> .....	<b>78</b>
<b>5.4</b>	<b>Procedimentos junto aos professores</b> .....	<b>78</b>
<b>5.5</b>	<b>Coleta e Análise dos Dados</b> .....	<b>85</b>
<b>6</b>	<b>DESCRIÇÕES DOS TEMAS E SUBTEMAS DESENVOLVIDOS COM A FORMAÇÃO DO PROFESSOR POR MEIO DA PLATAFORMA EDMODO</b> .....	<b>89</b>

<b>6.1</b>	<b>Considerações e atividades iniciais .....</b>	<b>89</b>
<b>6.2</b>	<b>Atividades envolvendo a Modelagem Matemática e a Arte de Escher .....</b>	<b>108</b>
6.2.1	Grupo A .....	111
6.2.2	Grupo B .....	119
6.2.3	Grupo C .....	136
6.2.4	Grupo D .....	144
<b>6.3</b>	<b>Matriz Investigativa dialógico-problematizadora .....</b>	<b>159</b>
<b>6.4</b>	<b>Análise crítica do professor pesquisador .....</b>	<b>178</b>
<b>7</b>	<b>O PRODUTO EDUCACIONAL .....</b>	<b>187</b>
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>188</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>190</b>
	<b>APÊNDICE A - Modelo de convite para o curso.....</b>	<b>196</b>
	<b>APÊNDICE B - Cursistas selecionados - Edital 001/2022 .....</b>	<b>198</b>
	<b>APÊNDICE C - Diário de campo .....</b>	<b>200</b>
	<b>APÊNDICE D - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) - para maiores de 18 anos.....</b>	<b>203</b>
	<b>ANEXO A - Aprovação do Comitê de Ética e Pesquisa.....</b>	<b>208</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Minha experiência como professor de Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, há mais de duas décadas, mostrou-se ineficaz frente aos resultados das aprendizagens dos estudantes, quando efetivados pelo ensino da Matemática por meio da memorização e repetição. Tal insatisfação ainda pode ser sentida a partir da análise das fragilidades em relação ao encaminhamento das atividades de Matemática em sala de aula, como a falta de compreensão do estudante em relação ao significado das aplicações diretas de fórmulas e regras, bem como a falta de compreensão na tradução da linguagem natural para a linguagem mais simbólica da Matemática, inclusive quando envolta a outras ciências do conhecimento.

No entanto, frente às fragilidades encontradas como professor sentia a necessidade de uma formação pedagógica e metodológica que pudesse atender o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, para além da Racionalidade Técnica<sup>1</sup>, pois sempre acreditei que a essência da pesquisa e metodologias apropriadas, poderiam contribuir com a aprendizagem dos estudantes. Mas a vida é feita de surpresas e devido a minha dedicação e esforço enquanto professor fui convidado a concorrer à vaga de gestão escolar (Diretor) do Colégio Estadual Alberto de Carvalho, NRE de Irati, município de Prudentópolis, interior do Estado do Paraná, minha lotação de concurso. O certame foi decidido pela votação da comunidade em eleição. Tal atitude era um desafio para mim, pois tinha a intencionalidade de melhorar o Colégio tanto no aspecto físico quanto pedagógico, em uma instituição que estava desacreditada pela comunidade escolar e pelos próprios docentes e servidores, em virtude da violência, do aspecto físico deteriorado e condições de trabalho, que impediam, por questões da própria mantenedora, o desenvolvimento de uma escola pública com qualidade.

Ao ser eleito pela comunidade escolar por com quase 90% de aprovação, trabalhei com minha equipe neste Colégio por quase 10 anos, melhorando os

---

<sup>1</sup> Segundo Burak e Zontini (2020) o modelo de ensino que descrevemos como usual se mantém na escola pela formação tecnicista dada aos professores por décadas, sustentada no âmbito da Racionalidade Técnica. Trata-se de um modelo de racionalidade que coordena a Ciência Moderna e constituiu-se a partir da revolução científica do século XVI e foi desenvolvido nos séculos seguintes basicamente no domínio das ciências naturais. Nessa perspectiva, todos os fenômenos observados em um determinado assunto abordado de forma científica devem ser quantificados, e o que não é quantificável é cientificamente irrelevante.

aspectos físicos, mas principalmente o pedagógico escolar, que detinha baixos índices nas provas de proficiências, como a do Ideb (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica), que hoje conhecemos por Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Encontramos muitas dificuldades no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, em especial no ensino da Matemática. Então, aproveitando o período de gestão e as oportunidades públicas de formação, senti a necessidade, pela grande demanda oportunizada pela gestão, de aprofundar meus estudos e poder contribuir com os colegas professores, diante das situações impostas por um trabalho que visa a aprendizagem. Assim continuei minha formação pessoal, realizando especializações nas áreas do Ensino de Matemática, Inclusão Escolar, Gestão Escolar e Mídias na Educação, como também em Tutoria de ensino presencial e a distância, bem como no Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) do Paraná, que contribuíram em parte, para atender os problemas apresentados no dia a dia escolar, mas, mesmo assim, sentia que “faltava algo”, como um método ou encaminhamento pedagógico que pudesse naquele momento, dar sustentação à prática pedagógica do professor e também à minha formação, enquanto professor de Matemática. Em parte, alguns problemas foram resolvidos e tínhamos um norte pedagógico, mediado pelo diálogo e formação, através da gestão democrática no ensino. Nesta função de Diretor, também pude ter acesso às informações sobre as angústias apresentadas pelos colegas professores de Matemática em Conselhos de Classe, quando encontravam dificuldades metodológicas e também cognitivas dos estudantes no ato de ensinar. Nosso engajamento, na época, foi muito importante para os professores e estudantes.

Ainda não satisfeito, decidi sair da gestão escolar e procurar melhorar minha formação enquanto professor, ou seja, minha paixão, dedicando-me a ingressar no Mestrado. Tendo logrado êxito em 2016, por seleção, tive a oportunidade de conhecer o aprofundamento da ciência, pesquisa e extensão, ou seja, o retorno à nossa nobre Academia. Assim conheci a Modelagem Matemática, muito diferente da modelagem associada à Matemática Aplicada, mas a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática, oportunizada pelo Professor Dr. Dionísio Burak, tendo sido surpreendido por esta metodologia de ensino. Senti que ali havia encontrado o conhecimento que tanto buscava, mudando após esta formação, completamente a minha prática pedagógica, pois iniciava ali uma formação metodológica diferenciada para o ensino da Matemática.

Entusiasmado com os resultados e oferecendo continuidade à minha formação, decidi, ao concluir o Mestrado em 2017, ingressar no Doutorado, o que ocorreu no ano de 2018. Pela formação nas disciplinas oportunizadas, tive o privilégio de conhecer um dos excelentes professores do curso, o Professor Dr. Awdry Feisser Miquelin, um professor visionário, humano e repleto de conhecimento na área da Física, Arte, Ciência e no Ensino, que ao tornar-se então meu orientador e, após diálogos sobre a orientação, e por saber da minha formação no Mestrado em Modelagem Matemática, o professor Awdry sugeriu desenvolver um problema de modelagem na Arte, que teria como configuração desta tese a formação de professores de Matemática, e então, construímos o entendimento de que a Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, poderia ser aplicada à Arte, tendo como escopo a Arte de Escher. E ainda, após alinhamento e aceite do professor Awdry, o convite e a oportunidade de ter novamente, a participação do professor Dr. Dionísio Burak, como coorientador.

No Doutorado surgiu a oportunidade de uma seleção, novamente para gestão, sem viés político, “pelo menos era o que eu acreditava”, para assumir os cargos de Chefes dos 32 Núcleos Regionais de Educação (NRE) do Estado do Paraná e, após 05 etapas (credenciamento), conquistei a vaga de Irati, assumindo uma grande responsabilidade, em 2019, de atender e dar apoio à educação estadual, municipal e particular, estando até o presente momento nesta função, com maior presença em âmbito regional, atendendo por jurisdição a 9 municípios. Posso dizer que a experiência até o momento aumentou a minha percepção sobre os problemas da Educação, e mais particularmente aqueles relativos ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Tal reflexão ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática ainda é embasada, a partir do meu conhecimento prévio e no diagnóstico de índices da gestão do NRE, quando comparadas aos índices do Ideb apresentados pela prova do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e índices de aprovação e evasão escolar. Tais índices remetem à análise das turmas de 9º ano do Ensino Fundamental e 3ª série do Ensino Médio, efetivadas nos dados de 2005, 2007, 2009, 2011, 2013, 2015, 2017 e 2019 (IDEB/INEP, 2019), que apontaram a fragilidade do ensino da Matemática, nos resultados das avaliações dos estudantes no que diz respeito ao nível de proficiência, apontado pela escala do SAEB, variando por disciplina e nível de escolaridade. Esta avaliação também já foi conhecida por



Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC), que por meio de um diagnóstico, busca medir a qualidade de ensino básico oferecido pelo sistema educacional brasileiro, constituindo-se de testes padronizados e questionários socioeconômicos desenvolvidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) e aplicado às escolas públicas, e algumas particulares, tendo como primeira edição o ano de 2005 (IDEB/INEP, 2019).

Cabe destacar que a partir de 2019 a Avaliação da Prova Brasil (ANRESC), bem como outras avaliações externas como a Avaliação Nacional de Alfabetização (ANA), receberão o único nome de Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (SEMIS, 2018). A avaliação é constituída por questões de múltipla escolha e aplicada aos estudantes dos 5º anos das séries iniciais e 9º anos das séries finais do Ensino Fundamental a cada ano ímpar, com objetivo de avaliar o nível de aprendizagem do aluno. Professores das turmas e diretores também participam do processo, com o preenchimento de um questionário que avalia os perfis demográficos e condições profissionais do trabalho na escola. A avaliação constitui-se de questões de Língua Portuguesa que focam na leitura e questões de Matemática, com foco na resolução de problemas, elaboradas com base nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e na composição de descritores, ou seja, matrizes de referência do SAEB associadas a competências e habilidades que o estudante deve demonstrar ao realizar a avaliação de acordo com o seu nível escolar (IDEB/INEP, 2019).

Para o ajuste desta análise são utilizados descritores, ou seja, cada descritor é uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelos alunos, que traduzem certas competências e habilidades. Os descritores, portanto, especificam o que cada habilidade implica e são utilizados como base para a construção dos itens das diferentes disciplinas. Cada descritor orienta a elaboração dos diferentes itens e, a partir das respostas dadas, verifica-se quais habilidades os alunos efetivamente desenvolveram, como forma de interpretar e resolver problemas, as formas espaciais e geométricas e ainda, a construção do pensamento matemático para além dos conteúdos, o que é esperado neste processo para a aprendizagem (PARANÁ, 2021).

Outra informação preocupante é encontrada no âmbito do Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes (PISA), que é o programa internacional de avaliação da aprendizagem dos estudantes, realizado pela Organização para a

Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), a cada 3 anos e fornece informações sobre a situação de aprendizagem de estudantes a partir dos 15 anos. Seus dados históricos podem ser considerados para efetivar a aprendizagem dentro e fora da escola (INEP, 2019). O Brasil participou de todas as edições do PISA desde a sua criação em 2000, mas continua muito abaixo da pontuação referente aos países envolvidos e da média dos países considerados referência na qualidade da educação, ocupado por China, Singapura e Macau (China), sendo 1º, 2º e 3º lugares respectivamente. Quando da análise da avaliação o Brasil foi considerado o pior país em Matemática da América do Sul, ocupando a 57ª posição estatisticamente com a Argentina, com 384 e 379 pontos respectivamente, enquanto outros países tiveram as seguintes avaliações: Uruguai (418), Chile (417), Peru (400) e Colômbia (391) (INEP, 2019).

No entanto, surge a perspectiva de uma proposta emergente à realidade do currículo educacional no âmbito da melhoria do ensino nas modalidades da Educação Infantil, Ensino Fundamental e o Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de acordo com a Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017. Os currículos das redes passam a ser (re)elaborados e alinhados para assegurar a formação básica comum, atendendo ao artigo 26 da LDB 9.394/96 (BRASIL, 1996, p. 9). No caso do Ensino Médio, a proposta entrou em vigor a partir de estudos no ano de 2021 (INEP, 2019). Mas será que esta diretriz curricular pode promover o processo de ensino e aprendizagem das ciências do conhecimento, como uma proposta diferenciada de ensino e como uma metodologia que possa dar sustentação à formação dos professores e aprendizagem dos estudantes? Segundo a nova proposta da BNCC, existem elementos que conflitam com a atual forma de formação dos professores, que ainda seguem os paradigmas da Racionalidade Técnica.

Nessa acepção, para que a proposta da BNCC (BRASIL, 2018) possa ser uma oportunidade de melhorar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, faz-se necessário um estudo para potencializar a prática pedagógica do professor, para que possa (re)orientar o encaminhamento das ações dos estudantes, favorecendo o diálogo, a mediação e a sua formação crítica-reflexiva. Nesse entendimento, para a implantação dessa nova proposta tem-se a oportunidade de não cometer os antigos erros, focados na repetição e memorização dos conteúdos, mas a oportunidade de construir uma nova proposta que

ressignifique ações metodológicas para além dos processos racionais de ensinar matemática, tendo como natureza e delineamento a Educação Matemática.

Algumas metodologias em Educação Matemática como a Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Leitura e Escrita na Matemática, Educação Matemática Crítica e uso das TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação) podem contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da matemática e podem promover um processo de ensino e aprendizagem para além da Racionalidade Técnica (PARANÁ, 2018). Como arcabouço teórico que sustentou as ações de formação dos professores diante das suas práticas e as análises dessas práticas está a Modelagem na concepção da Educação Matemática, cuja natureza envolve a Matemática, a Sociologia, a Psicologia e a Filosofia, a Antropologia, a Língua Materna, o paradigma de conhecimento sustentado pelo paradigma emergente de Santos (2006) e paradigma do Pensamento Complexo, de Edgar Morin (2006; 2014), que agrega outros contextos tais como: econômicos, psicológicos, sociais, culturais e políticos.

Assim, neste trabalho de tese apresentamos a Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática, que se opõe a racionalidade técnica, como uma alternativa para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. A Modelagem na concepção da Educação Matemática tem potencial já validado para mudar a racionalidade técnica vigente, pois esta sustentada nas áreas da Educação, nos atuais paradigmas da Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem, nos paradigmas do conhecimento proporcionados pela emergência de um novo paradigma, após o colapso do paradigma moderno, a partir da Teoria da Relatividade, que desmoronou alguns alicerces que sustentavam a Paradigma Moderno (BURAK, 1992; 2008; 2010). Também a preocupação com o processo de ensino e aprendizagem, principalmente na Educação Básica. Nessa perspectiva a Modelagem Matemática apresenta potencial, pois congrega as disciplinas que dão sustentação ao processo de ensino que favorece a aprendizagem.

Essa aproximação entre Arte e ciência pode ser melhor justificada em dois pontos: 1. Dentro da natureza matemática dos trabalhos artísticos de Escher; 2. Como um ganho dentro dos pressupostos da proposta da BNCC, que serão veiculadas na análise das práticas com modelagem matemática, apresentando-se como uma possibilidade na formação do professor de Matemática.

No entendimento de Burak (1992), a Modelagem Matemática segue dois princípios, que são: 1. Partir do interesse do grupo ou dos grupos, na escolha de um tema de interesse, e 2. Que os dados, sempre que possível, possam ser coletados nos locais onde se dá o interesse do grupo ou dos grupos, além das etapas previstas nessa concepção. Esses princípios podem possibilitar ao grupo de estudantes a oportunidade de se manifestar, discutir, propor e desenvolver a interação colaborativa com os demais grupos de trabalho. Nessa compreensão

a Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é estabelecer um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões (BURAK, 1992, p. 62).

Neste sentido o presente trabalho pretende a construção de referenciais com o propósito de destacar aspectos da Arte de Escher que serão associadas aos temas/subtemas escolhidos pelos cursistas nas práticas com Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak (1992; 2008; 2010), por meio das técnicas de Escher como a Xilografia, Litografia e Meio-tom, constituindo-se como parte dos processos de ensino e aprendizagem na concepção da Educação Matemática.

Ainda essa tese se justifica pelos ganhos que pode oferecer nos campos científico, social, econômico e educacional, a saber: sob o ponto de vista científico os avanços no campo da Educação Matemática sob a perspectiva de Higginson (1980), pressupõe o campo de estudos na forma interdisciplinar. A Modelagem na concepção da Educação Matemática traz elementos novos para a prática pedagógica<sup>2</sup>, partindo do interesse do grupo de participantes, rompendo com a perspectiva linear do currículo e também os conteúdos que serão trabalhados a partir dos problemas levantados. Propicia que as etapas previstas para as suas práticas possam favorecer a autonomia, o protagonismo, a criação de estratégias distintas para a solução dos problemas, bem como incentivar a criatividade diante da BNCC, a qual discorreremos no capítulo 2.

---

<sup>2</sup> No âmbito educacional a Modelagem, na concepção da Educação Matemática, constitui-se em uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática. Sua prática pedagógica é evidenciada como um processo dinâmico de educação que serve como estratégia de intervenção no ensino tradicional.

## 1.1 Definindo o campo de pesquisa: o problema e os objetivos

Como foco da investigação desta tese foi elencado a seguinte questão: O que se mostra das práticas com Modelagem e a arte de Escher na formação do professor de Matemática da Educação Básica?

No intuito de refletir sobre a questão citada, elencamos os seguintes objetivos, o objetivo geral se estabelece em:

- Analisar os dados coletados na pesquisa, sobre a Formação de Professores, Educação Matemática, Modelagem Matemática, a Arte de Escher e a atividade final de modelagem matemática envolvendo a Arte de Escher, a partir das respostas e interação do professor com relação ao curso por meio da matriz investigativa<sup>3</sup>.

Os objetivos específicos a partir do objetivo geral serão:

- Desenvolver e analisar práticas de modelagem junto aos professores de Matemática da Educação Básica, mediadas pela metodologia da Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática e representadas pelas técnicas da Arte de Escher, como a xilografia, litografia ou Meio-Tom.
- Produzir como produto educacional, um curso de formação (vídeo) de orientações sobre a metodologia da Modelagem Matemática e a Arte de Escher para os professores de Matemática da rede, disponibilizando na plataforma da SEED-PR, *link* <https://youtu.be/GHC0TZ170SY> do *YouTube* e UTFPR.

## 1.2 Estrutura geral do texto

Neste encaço, a pesquisa tem como procedimento científico, do ponto de vista do objeto, o Estudo de Campo, utilizando a plataforma *Edmodo*, como

---

<sup>3</sup> Matriz Investigativa tem característica, na Pesquisa-Ação como dialógico-problematizadora, aportada por (KEMMIS; MCTAGGART; NIXON, 2013), neste estudo elencando elementos norteadores como a formação de professores, Educação Matemática, Modelagem Matemática e a Arte de Escher.

ferramenta tecnológica (*free*) que poderá ser utilizada pelos cursistas por meio de celulares (aplicativos), computadores e notebook, com acesso à rede *wifi*. Do ponto de vista da natureza será “Modo 2” definida por Gibbons *et al.* (1994), interdisciplinar, aproximando-se da produção esperada pela Universidade do século XXI, em detrimento ao modelo denominado “Modo 1” puramente mecânico, linear e centralizador na ação do pesquisador. Do ponto de vista da natureza da abordagem do problema será qualitativa a partir dos estudos de Triviños (1987). Do ponto de vista dos seus objetivos explicativa e do ponto de vista dos procedimentos técnicos a Pesquisa-Ação. Isso requer uma revisão de literatura e conseqüentemente o desenvolvimento de uma pesquisa na perspectiva teórica e prática que implique em analisar as teorias que sustentam os enfoques teóricos das pesquisas e os antecedentes que podem se constituir em estudos no âmbito da pesquisa qualitativa, aportados por Carr e Kemmis (1986), Stenhouse (1988), Poupert *et al.* (2008), Kemmis, McTaggart e Nixon (2013) e Mallmann (2015).

Para atender os propósitos estabelecidos, esta tese está estruturada em oito capítulos a partir da introdução. No capítulo 2, trazemos uma breve revisão de literatura sobre os a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

O capítulo 3 trata de uma revisão de literatura, embasada em teses, dissertações e artigos que tiveram como foco a Educação Matemática, sua natureza e metodologia, a contribuição de Higginson (1980) para a Educação Matemática, a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, a Arte de Escher e a formação de professores.

No capítulo 4 tratamos da revisão bibliográfica aportada pela pesquisa em teses, dissertações, artigos e revistas sobre a Modelagem Matemática e a Arte de Escher, tendo como referência os estudos realizados em dois subcapítulos: o primeiro que discorre sobre as teses e dissertações e outro sobre os artigos analisados em relevantes bases de dados: *Scopus*, *Scielo*, *Web Of Science*, *Science Direct* e Portal de Periódicos da CAPES.

No capítulo 5 temos os encaminhamentos metodológicos da investigação, como a classificação da pesquisa, etapas da pesquisa, participantes da pesquisa, procedimentos junto aos professores, coleta e análise dos dados, com algumas considerações a respeito do problema e dos objetivos da investigação, da sua natureza e delineamento, que se caracteriza como pesquisa qualitativa. Serão

descritas as etapas e também os procedimentos adotados, bem como a coleta e o tratamento dos dados.

No capítulo 6 estão contidas as descrições das atividades iniciais, dos temas e subtemas desenvolvidos com a formação do professor por meio da plataforma *Edmodo*, bem como a análise e a interpretação das atividades desenvolvidas. No capítulo 7 apresentamos as considerações em relação ao Produto Educacional que complementa este trabalho. Foi produzido um curso de orientações (vídeo) pelo professor pesquisador aos professores, escolas e colégios, disponibilizando na plataforma da SEED, *link* do *YouTube* e site UTFPR, como uma proposta metodológica para auxílio dos professores de Matemática, evidenciando a Arte de Escher e a Modelagem Matemática, contribuindo com o processo de ensino e aprendizagem na formação de professores da Educação Básica por meio do recurso tecnológico *Edmodo*. No capítulo 8 a conclusão, as dificuldades e potencialidades encontradas e a possibilidade de trabalhos futuros.

## **2 DOCUMENTOS NORTEADORES (BNCC)**

A seguir apresentamos uma síntese sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), sua construção histórica e a legislação que permeia suas características fundamentais e após, as considerações do pesquisador sobre a nova legislação vigente.

### **2.1 A proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**

A Constituição Federal de 1988, em seu artigo 205, reconhece a educação como um direito fundamental compartilhado entre estado, família e sociedade, ao determinar que a educação direito de todos e dever do Estado e da família, será promovida é incentivada com a colaboração da sociedade visando o pleno desenvolvimento da pessoa, seu preparo para o exercício da Cidadania e sua qualificação para o trabalho. Para atender as finalidades da educação escolar, na carta constitucional, no artigo 210, fixa conteúdos mínimos para o ensino fundamental de maneira a assegurar a formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos nacionais e regionais (BRASIL, 1996).

Os estudos sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) iniciaram tendo como aporte a Constituição Federal de 1988 (BRASIL, 1988), a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDBN 9.394/96 (BRASIL, 1996), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (BRASIL, 1998). No ano de 1998 foram consolidados os 10 volumes da BNCC para o Ensino Fundamental, do 6º ao 9º ano (BRASIL, 1998). No ano de 2000 são lançados os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), em quatro partes, com objetivo de cumprir o papel e difundir os princípios da reforma curricular, com vistas a orientar o professor, na busca de novas possibilidades de metodologias (BRASIL, 2000).

Em 2008 é instituído e funcionou até 2010, o Programa Currículo em Movimento, que busca melhorar a qualidade da Educação Básica, por meio do desenvolvimento de um currículo integrando a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio (BRASIL, 2008). Em 2010 é realizado a Conferência Nacional de Educação (CONAE), com a presença de especialistas para debater a Educação Básica, da necessidade da Base Nacional Comum Curricular, como parte



de um Plano Nacional de Educação. Em 13 de julho do mesmo ano foram definidas as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica (DCN) com o objetivo de orientar o planejamento curricular das escolas e dos sistemas de ensino. Ainda, em 17 de dezembro do mesmo ano, a Resolução número 5, de 17 de dezembro de 2009 fixa as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Infantil, que é lançado neste ano de 2010 (BRASIL, 2010).

Em 2011, a Resolução nº 7, de 14 de dezembro de 2010 fixou as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos (BRASIL, 2011). Em 2012, a Portaria 867, de 4 de julho de 2012 instituiu o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), suas ações e definições para suas Diretrizes Gerais (BRASIL, 2012). Já em 2013, através da Portaria nº 1140, de 22 de novembro de 2013, instituiu o Pacto Nacional de Fortalecimento do Ensino Médio (PNFEM) (BRASIL, 2013).

Em 2014, a Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014 regulamenta o Plano Nacional de Educação (PNE) com a vigência de 10 anos. O Plano tem 20 metas para a melhoria da qualidade da Educação Básica, sendo que 04 delas falam sobre a BNCC. No mesmo ano, de 19 a 23 de novembro foi realizada a 2ª Conferência Nacional pela Educação (CONAE), organizada pelo Fórum Nacional de Educação (FNE) resultando em um documento sobre as propostas e reflexões para a educação brasileira, sendo uma importante referência para o processo de mobilização da BNCC (BRASIL, 2014).

Em 2015 ocorreu o Seminário Interinstitucional para a elaboração da BNCC, sendo um marco importante no processo de sua elaboração, reunindo assessores e especialistas na área. Em 16 de setembro do mesmo ano a 1ª versão da BNCC é disponibilizada, sendo que de 02 a 15 de dezembro houve uma mobilização das escolas de todo Brasil para a discussão de um documento preliminar (BRASIL, 2015). Em 3 de maio de 2016 a segunda versão da BNCC é disponibilizada. De 23 de junho a 10 de agosto aconteceram 27 Seminários Estaduais com professores, gestores e especialistas para debater a segunda versão da BNCC, promovido pelo Conselho Nacional de Secretários de Educação (CONSED) e União Nacional dos Dirigentes Municipais da Educação (UNDIME). Em agosto, começa a ser redigida a terceira versão, tendo como base a versão 2 (BRASIL, 2016).

Em abril de 2017 o Ministério da Educação (MEC) entregou a versão final da BNCC ficando a critério do Conselho Nacional de Educação (CNE) fornecer o

parecer e projeto de resolução. Em 20 de dezembro de 2017 a BNCC foi homologada pelo Ministro da Educação, Mendonça Filho (BRASIL, 2017).

Como uma proposta emergente à realidade do currículo educacional em relação à Educação Infantil, Ensino Fundamental e o Ensino Médio, surge a proposta de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), de acordo com a Resolução CNE/CP nº 2, de 22 de dezembro de 2017 (BRASIL, 2017), em que os currículos das redes devem ser (re)elaborados e alinhados, para assegurar a formação básica comum, atendendo ao artigo 23 da LDB 9.394/96 (BRASIL, 1996, p. 12). Em 14 de dezembro de 2018 o Ministro de Educação, Rossieli Soares, homologou o documento da Base Nacional Comum Curricular (2017) para a etapa do Ensino Médio, completando assim uma base com as aprendizagens previstas para toda a Educação Básica (BRASIL, 2018).

A BNCC é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica de modo que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento em conformidade com o que consta no Plano Nacional de Educação (PNE). Esse documento normativo aplica-se exclusivamente a educação escolar como define o parágrafo primeiro do artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei 9.394/96 e orienta que os princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva com fundamento nas diretrizes curriculares nacionais da Educação, de referência nacional para a formulação dos currículos e sistemas escolares do Distrito Federal, dos estados e dos municípios, integrando as propostas pedagógicas a política nacional de Educação Básica, em âmbito federal, estadual e municipal, referentes à formação de professores e a avaliação e elaboração de conteúdos educacionais para oferta de infraestrutura adequada para o pleno desenvolvimento da Educação (BRASIL, 2018). Ainda espera-se a BNCC, para além da garantia de acesso e permanência na escola, proporcione aos estudantes 10 competências gerais que consubstanciam no âmbito pedagógico os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, competência para mobilização de conhecimentos entre conceitos e procedimentos, habilidades, práticas cognitivas e socioemocionais, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

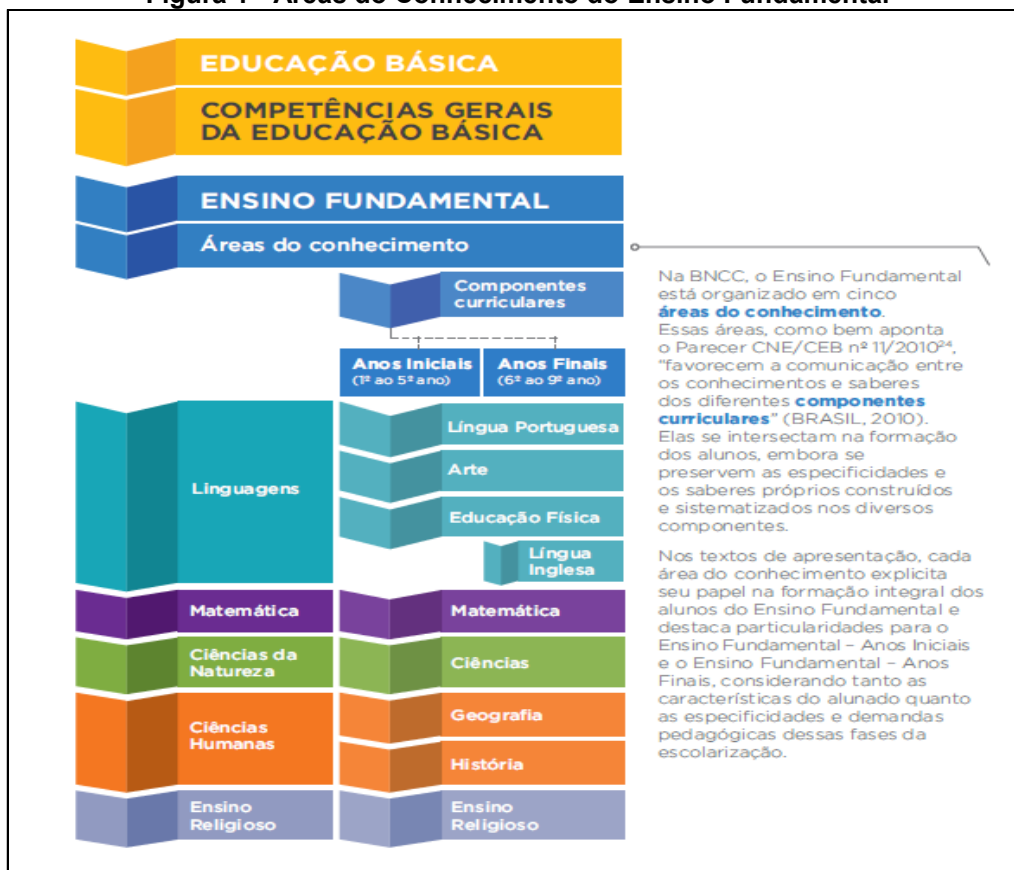
Neste sentido as 10 competências gerais da Educação Básica para séries iniciais e finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio estão alicerçadas nos seguintes eixos:

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital, para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva;
2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer a abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos de diferentes áreas;
3. Valorizar e fluir as diversas manifestações artísticas e culturais, das manifestações locais as mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural;
4. Utilizar diferentes linguagens - verbal (oral ou visual - motora, com libras e escrita), corporal, visual, sonora e digital, bem como o conhecimento das linguagens artísticas, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e reproduzir sentidos que levem ao entendimento mútuo;
5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações e uma produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva;
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações do mundo no trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e a seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade;
7. Argumentar com base nos fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, ponto de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta;
8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar da saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções;
9. Exercitar a empatia, o diálogo a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e os direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e grupos sociais, seus saberes, e identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários (BRASIL, 2018, p. 9-10).

Cada área do conhecimento estabelece competências específicas de área, ao longo no âmbito da BNCC, como itinerários formativos que se expressam nas áreas e são articuladas às competências específicas da área para Ensino Fundamental e Médio com as declarações necessárias ao atendimento das

necessidades da formação dos estudantes, assegurando o desenvolvimento das competências de cada área, relacionadas ao conjunto de habilidades das aprendizagens essenciais a todos os estudantes. A área de Ciência da Natureza fica definida com a disciplina de Ciências, as Ciências Humanas com a História e a Geografia, a Matemática com a Matemática e o ensino Religioso com o Ensino Religioso, estas seguem uma mesma estrutura: definição de competências específicas da área e habilidades que correspondem. A área de Linguagens e suas Tecnologias, como Arte, Educação Física, Língua Inglesa e Língua Portuguesa, além das competências específicas apresentam suas habilidades para língua portuguesa. Assim, as áreas do conhecimento para o Ensino Fundamental são definidas, conforme mostra a Figura 1:

**Figura 1 - Áreas do Conhecimento do Ensino Fundamental**



Fonte: Brasil (2017, p. 27).

No caso do foco de estudo em questão, a BNCC (BRASIL, 2018) atribui à Matemática, na Educação Básica, sua aplicabilidade na sociedade contemporânea por suas potencialidades e principalmente na formação de cidadãos críticos, reflexivos e responsáveis pelas atitudes sociais, atuando em diversos campos, como a álgebra, geometria, estatística, probabilidade, entre outras, de modo que o

estudante possa relacionar as observações empíricas do mundo real e suas representações como tabelas, figuras, esquemas e associe as representações de uma atividade de matemática. Quando isso ocorre significa que há o chamado de “letramento matemático”, ou seja, que os estudantes adquirem competências e habilidades de se comunicar, argumentar matematicamente e favorecer o estabelecimento de conjecturas, como a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, a organização da aprendizagem de matemática com base na análise de situações cotidianas e do conhecimento de outras metodologias como a Resolução de Problemas, Uso das TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação), a Etnomatemática, História da Matemática, entre outras e a Modelagem Matemática, foco de estudo desta tese, na perspectiva da Educação Matemática e Educação Básica, que será norteadas pelas obras da Arte de Escher.

Assim as competências específicas de matemática para o ensino fundamental são estabelecidas por:

1. Reconhecer a matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e perseverança na busca de soluções.
4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento, validando estratégias e resultados.
6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se citações imaginadas, não diretamente relacionadas com aspecto prático utilitário, expressar suas respostas sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além do texto escrito na língua materna e outras linguagens para escrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, despertando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018, p. 267).

Para desenvolvimento das habilidades do Ensino Fundamental, é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos estudantes criando situações que possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade e criando possibilidades para que os alunos possam conjecturar sobre a própria realidade e desenvolver a partir dos conteúdos, conceitos, dos mais simples, como também os mais complexos, preparando-os para o exercício da cidadania e para a nova jornada do Ensino Médio, conforme descrito abaixo.

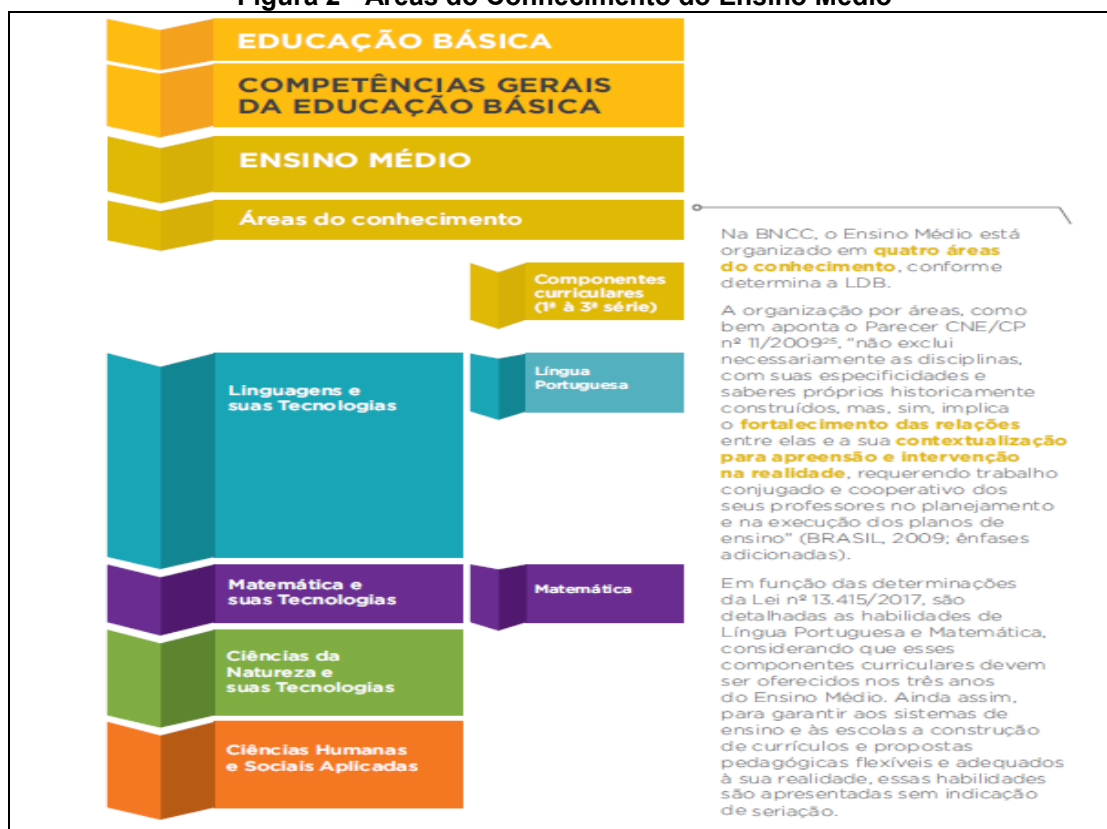
O conjunto das competências específicas e habilidades definidas para Ensino Médio concorrem para o desenvolvimento das competências gerais da Educação Básica e estão articuladas às aprendizagens essenciais estabelecidos para o ensino fundamental, como o objetivo de consolidar e aprofundar a formação integral do estudante, centrando-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos do pensamento computacional visando a resolução e formulação de problemas em contextos diversos, aliados a área de Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2018).

Os estudantes devem consolidar os conhecimentos envolvidos na etapa anterior (Ensino Fundamental) e agregar novos conhecimentos ampliando o leque de recursos para desenvolver problemas mais complexos que exijam maior abstração e ampliação de seu conhecimento. Também deve construir uma visão mais integrada da Matemática aliada com outras áreas do conhecimento. Com as recentes mudanças LDB, Lei nº 9.394/96, em função da Lei nº 13431/2017, substituiu-se o modelo único de currículo do Ensino Médio por modelos diversificados, composto por itinerários formativos que deverão ser realizados por meio da oferta de diferentes arranjos curriculares conforme a relevância para o contexto local e as possibilidades dos sistemas de ensino saber: I - Linguagem e suas Tecnologias; II - Matemática e suas Tecnologias; III - Ciências da Natureza e suas Tecnologias; IV - Ciências Humanas e Sociais Aplicadas e V - Formação Técnica e profissional, LDB Lei nº 9.394/96, artigo 36. Nesse contexto se faz necessário reorientar os currículos

e propostas pedagógicas para a formação geral básica e adaptar a formação itinerária, conforme prevê a Resolução CNE/CEB nº 3/2018. Art. 10.

Para o Ensino Médio, as áreas de Ciências da Natureza e suas Tecnologias ficam definidas como a Biologia, Física e Química, as Ciências Humanas e Sociais aplicadas com o a História, Geografia, Sociologia e Filosofia e Matemática e suas Tecnologias com a Matemática, seguem uma mesma estrutura: definição de competências específicas da área e habilidades que correspondem. A área de Linguagens e suas Tecnologias, como Arte, Educação Física, Língua Inglesa e Língua Portuguesa, além das competências específicas apresentam suas habilidades para língua portuguesa, conforme mostra a Figura 2.

**Figura 2 - Áreas do Conhecimento do Ensino Médio**



Fonte: Brasil (2017, p. 32).

Assim as competências específicas de Matemática para o Ensino Médio são estabelecidas por:

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral;

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados as situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprias da matemática;
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente;
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros e representação matemática (algébrico, geométrico, estatístico, computacional, etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas;
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentação e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 531).

A partir das 10 competências gerais elencadas na BNCC (BRASIL, 2018), bem como as competências específicas, as habilidades correspondentes a elas é disposta pela Resolução CNE/CES 2/2019<sup>4</sup>, que entre outras atribuições define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação inicial de professores para a Educação Básica e institui a Base Nacional Comum para a formação inicial de professores da Educação Básica (BNC-Formação).

No Estado do Paraná, a proposta foi discutida e debatida com os profissionais da educação durante todo o ano de 2020/2021, entrando em vigor a partir do ano de 2022. Além das disciplinas presentes na Formação Geral Básica (FGB) do estudante, será obrigatória na 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>a</sup> séries as Disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática. Também terá o Itinerário Formativo (IF), ou seja, o aprofundamento do estudante dentro da área do conhecimento que tem maior habilidade. Neste Itinerário serão apresentadas 09 trilhas da aprendizagem, nas áreas do conhecimento Matemática e suas Tecnologias e Ciências da Natureza e suas Tecnologias e, 09 trilhas da aprendizagem destacadas pelas áreas do conhecimento Linguagens e suas Tecnologias e Ciências Humanas e Sociais Aplicadas, que serão importantes para a formação do estudante.

A junção entre as áreas do conhecimento proporcionará ao estudante, no caso de transferências escolares entre municípios, continuar com a área do

---

<sup>4</sup> Resolução CNE/CES 2/2019, disponível em:  
[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=135951-rcp002-19&category\\_slug=dezembro-2019-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=135951-rcp002-19&category_slug=dezembro-2019-pdf&Itemid=30192).



conhecimento do itinerário formativo, escolhido entre as 09 trilhas da aprendizagem, o que não alterará ou prejudicará sua escolha formativa. Neste sentido temos o Projeto de Vida<sup>5</sup>, que tem por objetivo desenvolver esta capacidade de tomada de decisões por parte dos nossos estudantes, sendo mediado pelo professor preferencialmente da área de Ciências Humanas, de modo que possa escolher a sua formação específica no Itinerário Formativo (IF) (PARANÁ, 2021).

A partir de 2021 também foi criada a Instrução Normativa nº 008/2021 - DEDUC/DPGE/SEED, na sua forma retificada que dispõe sobre a Matriz Curricular do novo modelo de oferta para o Ensino Médio na rede pública estadual de ensino do Paraná, a partir do ano letivo de 2022, conforme descrita na sua Instrução Normativa (PARANÁ, 2021).

A partir desta síntese sobre a BNCC (BRASIL, 2018), principalmente no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem das Ciências do conhecimento e em especial ao Ensino da Matemática, que requer um pensamento complexo é muito importante nortear as ações de aprendizagem, de modo que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática possa ter uma construção clara e objetiva dos seus princípios metodológicos, pois sua construção depende de fatores sociais, cognitivos e humanos, não podendo ser considerada como uma ciência isolada.

A seguir faremos uma breve análise sobre a legislação apresentada e considerações a partir da análise como pesquisador.

### 2.1.1 Análise da proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Sobre as 10 competências gerais da Educação Básica para séries iniciais e finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, destacamos em especial o eixo 2, que versa

exercitar a curiosidade intelectual e recorrer a abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos de diferentes áreas (BRASIL, 2018, p. 9-10).

---

<sup>5</sup> É uma das competências da BNCC (BRASIL, 2018) que devem ser bem trabalhadas pela escola na formação dos estudantes, reativando seu protagonismo junto às metodologias ativas e sua concepção de formação. Apresenta-se em três dimensões: pessoal, social e profissional.

Neste sentido, para que a proposta da BNCC possa ser uma oportunidade de melhorar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, pela mediação do professor, faz-se necessário um estudo para aperfeiçoar a prática pedagógica, para que possa (re)orientar o encaminhamento das atividades do estudante, favorecendo o diálogo, a mediação e a sua formação crítica, de forma colaborativa. Embora as quatro áreas do conhecimento estejam divididas, percebe-se que a Matemática continua como uma ciência isolada (Figuras 1 e 2), o que cabe ao professor, ressignificar sua proposta formativa aos estudantes, por meio de uma metodologia de ensino que possa colaborar para a motivação e o interesse do estudante pela Matemática<sup>6</sup>.

Também precisa ser levada em consideração a cultura digital, que tem promovido mudanças sociais significativas nas sociedades contemporâneas. Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação, hoje utilizadas pelos professores, estudantes e sociedade, como computadores, telefones, celulares, *tablets*, *smartphones*, entre outros, são dinamicamente inseridos nessa cultura. Outra situação, a pandemia da COVID-19 que promoveu o avanço da utilização da tecnologia, mesmo que de maneira forçada, obrigando instituições, professores e estudantes a adaptarem-se as novas ferramentas tecnológicas, devido ao isolamento social. No entanto, se estas ferramentas não forem utilizadas de maneira adequada podem prejudicar e dificultar a convivência cotidiana dos estudantes, favorecer o desinteresse e alienação, que podem proporcionar, em muitos casos, o abandono escolar, a exclusão, a agressividade e o fracasso escolar.

Ao observar as três competências: Gerais, do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, podemos observar que não há nenhum encaminhamento sobre “o como fazer”, ou seja, qual metodologia poderá ser utilizada pelo professor para o processo de ensino e aprendizagem do estudante em Matemática. Nesse entendimento e leitura, as competências claramente carecem de uma política de formação docente, que possam ser opostas, em muitos casos, aos modelos tradicionais de ensino, promovidos e motivados pela Racionalidade Técnica,

---

<sup>6</sup> Outra situação é que se o professor apresentar uma Matemática ainda positivista, não contextualizada, meramente cartesiana, poderá ter uma evasão na formação futura desta área, gigantesca, que poderão não mais escolher as Ciências exatas como formação, devido a sua complexidade, no ato de ensinar e quando sugerida pelo pensamento racional, oportunizada pela falta da prática metodológica e interdisciplinar das ações de mediação escolar do professor.

alicerçados pela repetição e memorização dos conteúdos, que não configuram com um processo de ensino e aprendizagem adequados aos estudantes. Neste sentido, espera-se que a BNCC (BRASIL, 2018) possa ser ressignificada em ações metodológicas adequadas, para além da Racionalidade Técnica, que o ensino da Matemática possa, através da sua complexidade, ser um ensino que tenha características sociais, humanas e que possam contribuir para a formação de um estudante crítico e reflexivo, dentro da sociedade em que vivemos (grifo nosso).

A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática e a Arte de Escher discutidas a seguir, se apresentam como uma possibilidade para a formação do professor na BNCC (BRASIL, 2018), como uma nova proposta metodológica aliada ao uso das tecnologias, com a plataforma *Edmodo*.

Na sequência apresentamos as reflexões de Higginson, a partir de um de seus artigos publicado em 1980, sendo um legado para os estudos e discussões da Educação Matemática.

### 3 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, SUA NATUREZA E METODOLOGIA

A seguir apresentamos uma análise de um artigo publicado por Higginson (1980), que nos faz refletir sobre a natureza da Educação Matemática, da sua importância como formação humana e para além da compreensão de uma matemática voltada a racionalidade técnica, descrevendo o sentimento de alguns pesquisadores matemáticos, que nada além da matemática realmente contam na Educação Matemática.

#### 3.1 A contribuição de Higginson (1980) para a Educação Matemática

De acordo com a experiência de Higginson (1980) relatada em um artigo descrito pelo autor, após a publicação de um livro intitulado “Viagens em Várias Nações Remotas do Mundo”, no outono de 1726, em Londres, o autor descrito como “primeiro cirurgião e depois como capitão de vários navios”, era considerado um Lemuel Gulliver. Atrás de Lemuel e seus fatos fictícios, havia, claro, a mente brilhante e o espírito selvagem de Jonathan Swift<sup>7</sup>. O fato de que mais de duzentos e cinquenta anos depois das viagens de Gulliver, as viagens podem ser lidas em vários níveis, destacando o gênio Swift como escritor e os objetivos invariantes da natureza humana (HIGGINSON, 1980).

Na terceira viagem Gulliver visita a “Academia de Projetos em Lagado”, onde em seus estudos percebe que “os professores desenvolveram novas regras e métodos” com a intenção de melhorar a formação dos seus estudantes. No entanto, o único inconveniente, já naquela época, para a perfeição, era a evidência de pessoas que viviam na miséria, com falta de alimentos e vestuário, que eram norteadas pelo alvo das farpas satíricas de Swift, como a *Royal Society of London*.

De fato, como os críticos da época apontaram, os experimentos descritos foram, em muitos casos, os corroborados por membros da sociedade daquela época. Enquanto os destemperos de Swift podem ter desfrutado algumas risadas, na época, nas tentativas de “projetos” de como “extrair rabo de sol”, há um sentido

---

<sup>7</sup> Higginson (1980) faz menção a Jonathan Swift, um dos maiores satiristas da Língua Inglesa, com estudos no campo da Filosofia e das Ciências Políticas. Na época, as farpas satíricas de Swift remetem às viagens do personagem Lemuel Gulliver, em suas viagens, tendo a *Royal Society of London*, como foco das sátiras sobre a forma de ensinar Matemática na época, em detrimento ao ensino técnico e abstrato protagonizado pelos professores.

no qual os cientistas têm, na maioria das vezes, a ideia de que “todos os frutos da terra chegarão à maturidade em qualquer época que acharmos adequada para colher”. Esta construção aponta para a seção em um departamento da academia de Lagado, reportando o que foi feito nos últimos dois séculos e meio na sala de aula de matemática, onde o mestre ensinava seus discípulos (estudantes), depois de um método pouco imaginável para nós na Europa (HIGGINSON, 1980). Aqui já podemos ter a compreensão, a partir da análise de Higginson, sobre a formação positivista, linear e cartesiana da época, e sua inquietação sobre outros aspectos que deveriam ser ensinados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, aliados à formação humana do sujeito.

A proposição e a demonstração foram bastante utilizadas, na época, como “uma bolacha fina, com tinta composta por uma tintura cefálica”. Os estudantes deveriam engolir o aprendizado, após o estômago ser apimentado pelas demonstrações e axiomas e ainda, durante três dias e alimentarem-se apenas com pão e água. À medida que a bolacha digeriu, a tintura montou no cérebro dos estudantes, trazendo a proposição junto com ela. Mas o sucesso não foi até agora respondido, em parte por algum erro no quantum ou na sua composição e, em parte, pela perversidade dos rapazes, a quem este alimento é tão enjoado que, em geral, curar de lado, e descarregá-lo antes que ele possa operar, nem eles ainda foram persuadidos a usar uma abstinência tão longa como exige a receita (HIGGINSON, 1980, p. 231). Isso levanta a questão crítica: por que depois de mais de um quarto de milênio, os educadores de matemática ainda estão no estágio de busca de a “composição” metodológica apropriada e queixar-se da “perversidade” de rapazes e meninas contemporâneos que parecem encontrar seus “bolos” matemáticos, ou pílulas, também muito difíceis de engolir? Infelizmente esta forma ainda é alimentada na prática pedagógica de muitos profissionais da educação, que não acreditam que a Matemática possa ser ensinada com vistas aos valores fundamentais do ensino, que são oriundos da formação e natureza humana. Mais uma vez a percepção de Higginson para a época fluía com a preocupação de uma formação Matemática voltada as construções mecânicas, abstratas e a forma de ensinar, que detinha um aprendizado, muitas vezes sem sentido, e que a realidade deveria ser modificada.

Para Higginson (1980), diante da questão proposta na época, foi a de explicitar três pressupostos sobre a natureza, objetivo e eficácia da educação matemática, sendo subjacentes às observações que se seguem:

1. Existem indivíduos que têm, como parte significativa de sua responsabilidade profissional, a consideração e a ação em questões relacionadas à aquisição de conhecimento matemático.
2. Esses indivíduos, cujos números incluem professores de sala de aula, escritores de curriculum, educadores de professores e a pesquisa, são 'educadores de matemática', e a disciplina que engloba suas preocupações profissionais é 'Educação Matemática'. O objetivo de um educador de matemática é aperfeiçoar, tanto dos pontos de vista intelectuais como emocionais, a experiência de aprendizagem de matemática do aluno.
3. A experiência de aprendizagem de matemática para a maioria dos alunos não foi intelectualmente nem emocionalmente satisfatória; sua exposição à matemática não foi prazerosa, nem os tornou competentes se essas premissas forem válidas, parece que os educadores de matemática têm a obrigação de tentar explicar esse estado de coisas. Por que deve ser que tantos filhos tenham tanta dificuldade em aprender matemática? A questão não é trivial e é fácil de responder e existem muitas respostas diferentes que podem ser feitas (HIGGINSON, 1980).

Segundo Higginson (1980), "se não começaremos a fazer progressos significativos ao lidar com esta questão, não iremos reconhecer plenamente os fundamentos da Matemática". Para retornar a Swift para uma analogia, temos nesse sentido, a conclusão de que se o "engenheiro/arquiteto inventar um novo método para construir casas, começaria no telhado e trabalhando de cima para baixo, até as suas fundações" (SWIFT, 1967, p. 224). Higginson sugeriu que não conseguimos criar significados ou metodologias importantes e coerentes na Educação Matemática, porque ignoramos alguns aspectos essenciais de seus fundamentos. Um deles se baseia no professor de Matemática, que deveria construir um esboço de uma estrutura para a aprendizagem da Matemática, ou seja, para além do seu escopo técnico e abstrato.

Neste entendimento, Higginson (1980) afirmou que existem quatro dimensões para a Educação Matemática e que, ao ver as relações estruturais entre essas dimensões, no formato de um modelo tetraédrico, estaremos em melhor posição para entender a formação dos estudantes em Matemática, dentro destas dimensões. Qualquer concepção da educação matemática para o autor deveria ser fundada na disciplina da Matemática. A questão do "que é a Matemática" vem à tona, não como uma simples demonstração cartesiana, mas livros e documentos

que testemunharão o que pode ser respondido de forma concisa. Não como uma área sem controvérsia, mas envolvida significativamente na Educação Matemática, que para o autor está na raiz de um dos problemas mais graves, a lacuna de incompreensão entre matemáticos e educadores de matemática.

A declaração clássica desta visão foi feita por Hardy (1925, p. 309) no contexto de seu discurso para a associação matemática, em que afirmou:

há apenas uma coisa de primordial importância, que um professor deve proporcionar o entendimento do assunto que ele ensina aos seus estudantes e o melhor que pode, e deve expor a verdade aos seus estudantes até os limites de sua paciência e capacidade.

O colaborador de longa data de Hardy, Littlewood (1953), por exemplo, em suas lembranças no ensino, observou que parte de seus deveres era lecionar para professores sobre “princípios de matemática”. Uma tarefa que ele descreveu como “um golpe de educação”, naturalmente um completo fracasso (LITTLEWOOD, 1953, p. 80).

Para qualquer outra pessoa que não conhecesse matemática, no entanto, parecia óbvia que há uma segunda dimensão fundamental para a educação matemática, a psicológica. Mesmo do ponto de vista conservador de Hardy (1953), a importância das habilidades mentais e dos interesses dos indivíduos é indiretamente reconhecida. O professor deve “entender” o máximo possível do assunto e é reconhecido que os alunos têm limites à sua “paciência e capacidade”. No sistema de exame competitivo de Cambridge, Hardy não teria defendido a homogeneidade da capacidade dos alunos, abrindo uma porta para a compreensão sobre a investigação de inúmeras questões sobre o funcionamento psicológico do indivíduo no contexto da aprendizagem de matemática (HIGGINSON, 1980).

No passado, segundo Higginson (1980), os educadores de matemática buscaram aprender a literatura matemática sobre diferenças individuais e motivação. Nos últimos tempos, a consciência é uma das características matemáticas dos processos gerais do pensamento, significando que a “subdisciplina” crescente do desenvolvimento cognitivo tornou-se parte da psicologia de maior interesse para os educadores de matemática. O reconhecimento do papel dos fatos sociais e culturais é, no entanto, um processo que ainda está em curso. A um nível, esse reconhecimento está acontecendo devido à maior sensibilidade à dinâmica

interpessoal das salas de aula e ao papel social desempenhado pelas escolas. A maioria dos ensinamentos e a aprendizagem da matemática ocorrem dentro dessas instituições complexas. Em outro nível, os valores culturais prevaletentes, as condições econômicas, a estrutura social e o alcance da tecnologia disponível consideram exercer uma influência considerável para os estudos em Matemática.

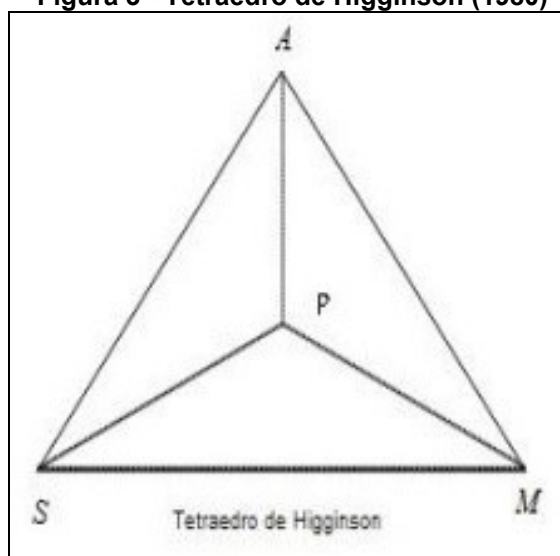
A dimensão psicológica da Educação Matemática se ocupa principalmente da maneira pela qual o indivíduo apresenta tentativas para aprender matemática. A dimensão social cultural trata da influência de grupos de indivíduos e suas criações sobre essa experiência. O argumento para este ponto foi que a educação matemática tem suas raízes nas três áreas relativamente distintas da matemática, como a Filosofia, a Psicologia e a Sociologia. Toda a atividade intelectual é baseada em algum conjunto de pressupostos de um tipo filosófico. Os pressupostos particulares variam de disciplina a disciplina e entre indivíduos e grupos dentro de uma disciplina. Eles podem ser explicitamente reconhecidos ou tacitamente assim, mas eles sempre existirão. Reduzida a sua essência, essas premissas lidam com preocupações como a natureza do "conhecimento", "ser", "bom", "beleza" e "valor" (HIGGINSON, 1980).

Mais formalmente temos respectivamente os campos da epistemologia, ontologia, ética, estética, teleologia e axiologia. Mais geralmente temos questões de verdade, certeza e consistência lógica. Como no caso da dimensão psicológica, existe o "eu". Na dimensão filosófica, um campo específico que está intimamente interligado com ideias matemáticas. Neste caso, é a área da epistemologia.

Desde a época dos gregos, grande parte da discussão da natureza e limitações do conhecimento humano ocorreu no contexto de conceitos matemáticos. Resumindo as partes: o modelo tetraédrico MAPS da educação matemática (HIGGINSON, 1980). Talvez a imagem seja a da educação matemática como um tetraedro em que os lumes-pontos são as quatro disciplinas que contribuem. Essa imagem geométrica, que é referenciada doravante como o modelo MAPS Tetraédrico da Educação Matemática (HIGGINSON, 1980), descritos pela Figura 3.



**Figura 3 - Tetraedro de Higginson (1980)**



Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 95).

Com base no tetraedro MAPS, cada face corresponde a uma disciplina, ou seja, **A** Filosofia, **M** Matemática, **P** Psicologia e **S** Sociologia. Cada aresta a iteração entre duas áreas do conhecimento, como exemplo PS, relaciona as áreas da Psicologia e Sociologia, **MP** a Matemática e a Psicologia e **MAP**, a Matemática, Filosofia e a Psicologia. Higginson (1980) foi brilhante ao descrever o Tetraedro, que para a época marcou um início de um legado para os estudos em Educação Matemática. Para análise sobre a natureza da EM, vemos a construção do chamado Modelo do tetraedro idealizado por Higginson (1980), o qual segundo Rius (1989) proporciona não apenas um marco de referência, mas sendo este amplo e sólido para a explicação das áreas envolvidas no estudo (BURAK; KLÜBER, 2008). Segundo Higginson em Rius (1989), os elementos fundamentais para a EM são descritas pela Matemática, Psicologia, Filosofia e também a Sociologia (KOMAR, 2017, p. 17).

O fato de que o tetraedro estar fechado pode ser uma maneira de perceber rapidamente a afirmação de que as quatro áreas fundamentais não são apenas necessárias, mas também suficientes, para determinar a natureza da educação matemática. Por meio do modelo MAPS, afirmamos que a questão do "O que" diz respeito principalmente à dimensão matemática, "Por que" o filosófico, "Quem" e "Onde" o componente social e "quando" e "como" o "psicológico" (HIGGINSON, 1980).

Tradicionalmente, essas três disciplinas constituíram a área de fundação das faculdades de educação, então, desta forma, vemos que nosso uso é consistente com essa abordagem. O fato de tantos professores de matemática achar difícil relacionar estudos nessas áreas com suas preocupações pessoais pode demonstrar a fraqueza de tentar considerar isoladamente alguns aspectos do modelo atual de ensino (HIGGINSON, 1980).

A ideia nisso é que ao longo do tempo há mudanças significativas em todas as formas das dimensões constituintes. Novo aparelho é inventado, mais matemática é criada, melhor compreensão é alcançada da psicologia humana, a mudança de valores sociais. Portanto, se no tempo  $t_1$  a melhor mistura de M, A, P e S produziu uma posição ideal de  $p_1$  em algum lugar no interior do Tetraedro, em algum momento  $t_2$ , o ponto de otimização terá mudado. Um pode aplicar essa imagem ao nível social ou individual (HIGGINSON, 1980).

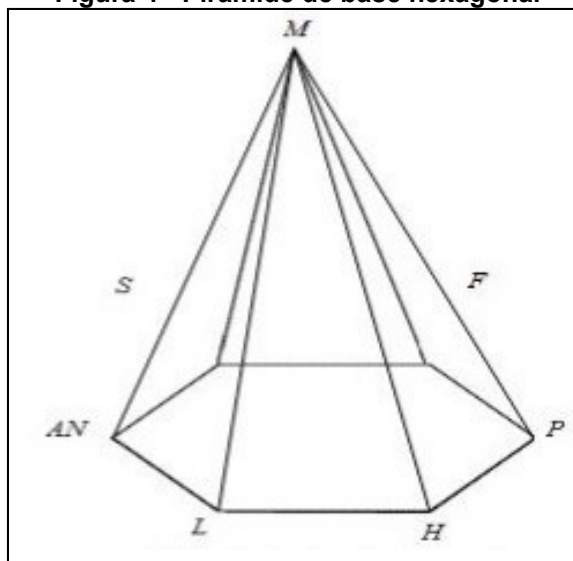
Uma consequência imediata e muito importante dessa abordagem é que não existe uma educação matemática ideal para todos os lugares ou para todos os indivíduos em um único lugar. Consideramos a construção do MAPS como um modelo analógico, nos permite ver como as verdades parciais, a consideração da validade desses quatro argumentos levará uma às quatro dimensões do modelo. O modelo MAPS pode ser de ajuda na compreensão do que aconteceu historicamente na educação matemática. O foco temporal pode ser facilmente deslocado e, em vez de olhar para trás, pode-se usar a estrutura MAPS para tentar entender o que o futuro pode trazer à educação matemática. As indicações são de que, as influências dominantes, durante pelo menos a próxima década, virão da dimensão sociocultural. Além de reformular algumas áreas clássicas de pesquisa em uma luz diferente, o modelo MAPS também sugere a legitimação de algumas novas questões (HIGGINSON, 1980).

Como Thorn (1973, p. 204) apontou, “toda pedagogia matemática, mesmo que mal coerente, baseia-se numa filosofia da Matemática”. O modelo MAPS é uma maneira considerável de fornecer esse quadro. Com a existência de um modelo abrangente estabelecido, a educação prévia pode legitimamente se concentrar nos aspectos do modelo que são responsáveis pelas habilidades de sobrevivência que são de grande importância para estudantes, principalmente para professores de Matemática (HIGGINSON, 1980).

O importante, ainda segundo Higginson (1980) é que “nós, como educadores de matemática, começamos a falar sobre quem somos profissionalmente, quais são nossos problemas e como podemos começar a enfrentá-los”. Se o modelo MAPS pode estimular esse tipo de atividade, ele terá um valor considerável. Se mantivermos o silêncio confuso que existe até agora, a porcentagem de crianças que acham salas de aula de matemática confusas e lugares frustrantes não diminuirá (HIGGINSON, 1980)<sup>8</sup>.

Decorrente de novos estudos a partir de Higginson (1980), uma ampliação para o modelo, destacada por Burak e Klüber (2008, p. 98) pode expressar a inclusão de novas áreas do conhecimento, podendo tomar a forma de uma pirâmide de base pentagonal, hexagonal, heptagonal, tendo como vértice principal a Matemática e na sua base outras áreas do conhecimento, como a Antropologia, a Língua Materna, a História da Matemática, entre outras, atualmente representa pela nova configuração da Figura 4.

**Figura 4 - Pirâmide de base hexagonal**

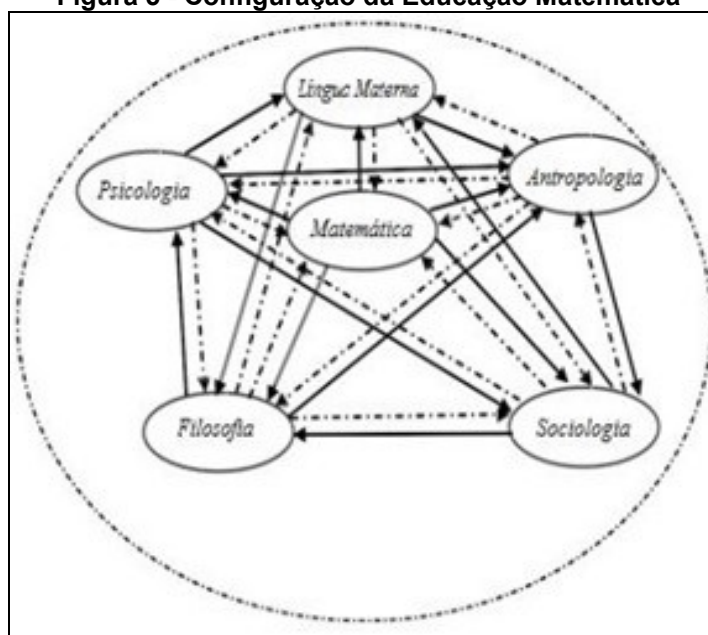


Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 97).

Nessa nova configuração, a Modelagem na concepção da Educação Matemática considera prioridade o ensino e a aprendizagem dos conhecimentos para além da Matemática, necessitando interagir com outras áreas do conhecimento, conforme destacado por Burak e Klüber (2008) na Figura 5.

<sup>8</sup> Higginson (1980) escreveu este artigo enquanto estava em licença sabática (1979-80) na Universidade de Cambridge. Versões anteriores foram apresentadas a colóquios em Cambridge, Milton Keynes (Universidade Aberta), Nottingham e Warwick.

**Figura 5 - Configuração da Educação Matemática**



Fonte: Burak e Klüber (2008, p. 98).

Um desses campos é o da Educação e nesse caso, mais especificamente o ensino da Matemática no nível da Educação Básica. É nesse nível da Educação que a Modelagem pode proporcionar uma prática diferenciada. Uma prática educativa que busca superar a visão reducionista, fragmentada em disciplinas e conteúdos fragmentados e que por muitas vezes é destituída de contextos, em uma prática que busca religar os saberes num contexto mais amplo e complexo.

Neste sentido, a Modelagem, na concepção da Educação Matemática, se preocupa com o sujeito que aprende, e leva em consideração que as dificuldades em compreender a natureza da Matemática começam a partir das variações culturais. E não foca em unificar níveis cada vez mais elevados de linguagem matemática, sem se preocupar se está sendo entendido ou se cada conteúdo é apropriado às idades dos alunos para os quais estão sendo ensinados. O objeto de estudo da Educação Matemática então, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 10) é envolver as múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático, em um contexto sociocultural específico que pode ser visto de ângulos diferentes do que da própria matemática. Os objetivos da sua investigação são múltiplos e difíceis de serem categorizados, mas que podem destacar dois objetivos básicos: o primeiro de natureza pragmática, que tem em vista a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática; e um segundo de cunho científico que tem em vista o desenvolvimento da Educação

Matemática enquanto campo de investigação e de produção de conhecimentos (KOMAR, 2017, p. 19).

Ainda em relação aos objetivos supracitados, Fiorentini e Lorenzato (2006) destacam que existem dois tipos básicos de perguntas sobre a pesquisa em Educação Matemática; as que surgem diretamente da prática de ensino e aquelas geradas a partir de investigações ou estudos precedentes ou da própria literatura (KOMAR, 2017, p. 19-20).

Neste entendimento, para fazer frente à necessidade de um pensamento complexo, Morin (2006; 2007; 2014) destaca um conhecimento que envolve e influencia diversos campos do saber, e que possibilita superar a visão reducionista, fragmentada e disjuntiva das questões educacionais, ampliando as reflexões para um pensar crítico e criativo do professor, que considera a instituição escolar como uma organização complexa na qual precisa religar seus saberes e compreender esse contexto que é múltiplo e uno, para além dos modelos de formação tradicionais e mecanicistas e que possa promover um de ensino e aprendizagem adequados ao processo de ensino e aprendizagem dos estudantes.

A seguir apresentaremos a Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática para a Educação Básica.

### **3.2 A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática**

A Modelagem Matemática na perspectiva de Burak (1992; 2010) segue os mesmos pressupostos de Higginson (1980), para a Educação Matemática, no que diz respeito à sua natureza, o método e objeto. Em relação a sua natureza a Educação Matemática foi representada inicialmente pelo Modelo do Tetraedro constituído inicialmente pela Matemática, cujas faces são constituídas pela Filosofia, pela Sociologia e pela Psicologia, conforme observado a seguir pelas Figuras 4 e 5.

A Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica tem também como fundamentos no âmbito da Psicologia do desenvolvimento e das aprendizagens as teorias da cognição, uma visão construtivista, sociointeracionista e de aprendizagem significativa, considerando o estudante como protagonista e construtor do próprio conhecimento. Mas nem toda Modelagem Matemática é Modelagem na Educação Matemática. Segundo Huf (2016 apud KOMAR, 2017) atualmente no Brasil são encontrados vários autores que desenvolvem estudos e pesquisas sobre

Modelagem Matemática com diferentes concepções. Em sua pesquisa, considera o estudo dessas concepções, destacando Barbosa (2001; 2004), Bassanezi (2002; 2011), Biembengut (1999; 2009), Biembengut e Hein (2003), Caldeira (2009), Almeida e Brito (2005), Almeida e Ferruzzi (2009), Almeida e Dias (2004), Almeida e Vertuan (2010), Burak (1987; 1992; 1998; 2004), Burak e Klüber (2008), Burak e Aragão (2012). O Quadro a seguir mostra diferentes perspectivas para o trabalho com a Modelagem na Educação Matemática.

Tais perspectivas refletem trajetórias profissionais descritos por Huf (2016) e Komar (2017), opções pela Concepção de Modelagem, encaminhamentos dos conteúdos (etapas) e distintos níveis de ensino, conforme descritos no Quadro 1.

**Quadro 1 - Comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática**

<b>Autores</b>	<b>Concepção de Modelagem</b>	<b>Encaminhamento dos conteúdos (etapas)</b>	<b>Opção por níveis de Ensino</b>
Barbosa (2001, 2004)	Constitui-se de um ambiente de aprendizagem matemática no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar sobre situações de sua realidade (BARBOSA, 2001, 2004). Educação Matemática e Crítica.	Não sugere etapas. É realizado um convite aos alunos, para que participem ou não. O professor realiza o encaminhamento inicial, de maneira antropológica, em virtude da necessidade da atividade.	Ensino Fundamental, Médio e Formação de Professores.
Bassanezi (2002, 2011)	Processo dinâmico para obtenção e validação de modelos matemáticos. Matemática Aplicada.	Apresenta seis passos/etapas para construir um modelo matemático: experimentação; abstração; resolução; validação; modificação e aplicação.	Ensino Superior e Pós-graduação.
Biembengut (1999, 2009)	Processo que envolve a obtenção de um modelo, sem explicitar sua relação com as teorias da aprendizagem.	Sugere etapas de acordo com o processo da modelagem, que possui como objetivo a obtenção de modelo. As etapas seguem os modelos usuais da modelagem, utilizados na matemática aplicada como: a interação; a matematização e modelo matemático.	Ensino Fundamental, Médio e Superior. Formação de Professores.
Caldeira (2009)	Sistema de aprendizagem oriundo da Educação Matemática.	Não sugere etapas, é considerado um sistema com perspectivas antropológicas.	Ensino Fundamental e Médio. Formação de professores.

Almeida (2005)	Constitui-se em uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem da matemática nos diferentes níveis de escolaridade	Ações cognitivas que visam identificar situações-problema, possíveis variáveis, de modo a obter um modelo matemático, que pode ser validado ou refutado e que possibilita apresentar uma resposta para a situação investigada.	Ensino Fundamental, Médio e Superior. Formação de Professores.
Burak (1992, 2008)	O objetivo é “construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões” (BURAK, 1992, p. 62). Considerando seus estudos na linha cognitivista, em oposição as resistentes, cômodas, aversivas e ineficientes formas de ensino que existem no conhecimento matemático.	Considera duas premissas iniciais: 1) partir do interesse do grupo ou dos grupos participantes e 2) a obtenção de informações e dados, sempre que possível devem ser coletados do ambiente onde se encontra o interesse do grupo ou dos grupos. Apresenta cinco etapas: a escolha livre do tema, a pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções.	Educação Básica: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio. Formação dos Professores.

Fonte: Komar (2017).

Autores atuais em Modelagem Matemática na Educação Básica, como HUF (2016), Castro (2017), Komar (2017), Leite (2018) e Silva (2018), entre outros, consideram o atual ensino da Matemática, principalmente no âmbito do Ensino Fundamental, distante do contexto dos estudantes. Tal convicção pode estar relacionada à grande demanda de informações cotidianas promovidas pela tecnologia da informação e comunicação (TIC) e os equívocos pedagógicos presentes na forma de apresentação dos conteúdos matemáticos, bem como na formação dos professores. Também por minha constatação, na qualidade de professor da Educação Básica, das discussões com colegas adicionadas ao noticiado pelo MEC, em relação aos resultados da Prova Brasil.

Adotamos nesta tese a Modelagem Matemática segundo os pressupostos de Burak (1992), concebida sob a luz da Educação Matemática e voltada prioritariamente a Educação Básica. Considera em um sentido mais amplo que a Matemática envolve conhecimentos muito mais amplos, além da Matemática,

necessitando interagir com outras ciências do conhecimento, como a Filosofia, a Psicologia, a Sociologia, a Economia, entre outras, e destacando a Modelagem Matemática como cenário da Educação Básica, tendo como arquétipo o alicerce para as teorias da cognição, por uma visão construtivista, sociointeracionista e da aprendizagem significativa, considerando o estudante como protagonista do próprio conhecimento, agregando a outros contextos como: econômicos, psicológicos, sociais, culturais e políticos.

Dionísio Burak é Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (1992). Atualmente é professor do Curso de Doutorado em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG) e professor do Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO), bem como orientador de Mestrandos e Doutorandos, disseminando seus conhecimentos ligados a Modelagem Matemática na Educação, na perspectiva da linha cognitiva.

Seus estudos revolucionaram e revolucionam a maneira de pensar e agir diante do ensino e aprendizagem da Matemática, por meio da concepção de Modelagem Matemática assumida. É pioneiro nos estudos da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Básica, como alternativa metodológica para o ensino e aprendizagem da Matemática, apresentados por sua dissertação de mestrado (1987) e comprovado por sua tese de Doutorado (1992). Assume a perspectiva de que a Educação Matemática se relaciona com outras Ciências, Humanas e Sociais, principalmente em nível de Educação Básica destaca a importância de relacionar os conteúdos matemáticos em outros contextos como: econômicos, psicológicos, sociais, culturais e políticos.

Após a fase da sua tese, a partir dos estudos envolvendo a Educação Matemática, Burak passou a construir uma concepção de Modelagem Matemática. Para isso a concebe numa perspectiva de Educação Matemática que tem nas Ciências Humanas e Sociais seus pilares considerando a educação, principalmente em nível da Educação Básica, em um sentido mais amplo, que envolve além do matemático outros contextos.

Sua preocupação no mestrado (1987) era a de oferecer uma proposta de ensino da Matemática, diferente da concepção cartesiana e iluminista do ensino tradicional, esta que poderia ser significativa às experiências vividas pelos estudantes, ou seja, buscar uma matemática com significado de modo a favorecer a



sua aprendizagem, partindo do interesse do estudante e da sua motivação por um tema ou situação-problema. Em sua tese de doutorado Burak (1992) corrobora sua perspectiva de Modelagem com dois princípios para o desenvolvimento de um trabalho: **1) o interesse do grupo ou dos grupos participantes e 2) a obtenção de informações e dados**, sempre que possível devem ser coletados do ambiente onde se encontra o interesse do grupo ou dos grupos. Nessa fase, Burak “leva em conta os sujeitos, o ambiente social, cultural e outras variáveis” (BURAK; KLÜBER, 2008, p. 20).

Para oferecer o encaminhamento didático da Modelagem Matemática, Burak e Klüber (2008) estabelecem cinco etapas, descritas como: 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e 5) Análise crítica das soluções. As cinco fases sugeridas por Burak e Klüber (2008) são descritas como:

- 1) **Escolha do Tema** - constitui-se na mediação do professor para a apresentação de alguns temas que podem gerar interesse aos estudantes ou a possibilidade dos estudantes sugerirem temas de seus interesses.
- 2) **Pesquisa exploratória** - escolhido o tema pelos estudantes, o professor orientará o desenvolvimento da pesquisa através da busca ativa por referências bibliográficas ou trabalhos em campo, revelando a riqueza e a fidedignidade dos dados levantados na pesquisa.
- 3) **Levantamento dos problemas** - com base no levantamento dos dados da pesquisa desenvolvida, o professor atua como mediador promovendo reflexões de problemas simples ou complexos que podem existir, de acordo com conteúdos matemáticos encontrados pelos estudantes na pesquisa exploratória.
- 4) **Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema** - etapa em que os estudantes buscam resolver os problemas levantados através das percepções dos estudantes com relação ao conteúdo levantado pela pesquisa exploratória, o levantamento dos problemas e a percepção da identidade matemática ou não dos problemas levantados.
- 5) **Análise crítica das soluções** - etapa marcada pela criticidade, que vai além das relações matemáticas encontradas, refletindo nas situações de estudo, os resultados no processo e como podem promover a melhoria das ações e interações, para a formação de cidadãos participativos na sociedade em que vivemos. Adaptado de Burak e Klüber (2008).

Neste sentido, a Modelagem pode permitir ao estudante atribuir significado aos conteúdos estudados, estimulando suas percepções pessoais e a construção de atitudes positivas sobre sua concepção de Matemática (BURAK; MARTINS, 2015).

Nesta tese agregamos de maneira interdisciplinar e complexa a Modelagem Matemática, de acordo com a percepção do professor/acadêmico do curso de Matemática acerca da atividade de modelagem matemática, assumida pela escolha livre do tema, mediada pelo ambiente colaborativo da plataforma *Edmodo*. Esta atividade descreveu os 5 passos metodológicos (BURAK; KLÜBER, 2008), e a configuração desta atividade a Arte de Escher (1898-1972), pelas técnicas da Xilografia, a Litografia ou Meio-tom.

Ainda, a análise dos resultados obtidos deste ambiente colaborativo a aplicação da Matriz Investigativa, na Pesquisa-Ação como dialógico-problematizadora, aportada por Kemmis, McTaggart e Nixon (2013) e Mallmann (2015), neste estudo elencando elementos norteadores como a formação de professores, Educação Matemática, Modelagem Matemática e a Arte de Escher.

Neste entendimento o professor de Matemática pode ter a oportunidade de adquirir uma formação com o escopo na Educação Matemática, na Modelagem Matemática e na Arte de Escher, ampliando suas reflexões para um pensar crítico, reflexivo e criativo no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, da percepção da complexidade do ato de ensinar, para um ensino que possa ter a oportunidade de transformar os estudantes em protagonistas da sua própria aprendizagem.

A seguir apresentamos a Arte de Escher, que neste trabalho de tese irá mostrar, pelas técnicas da Xilografia, Litografia ou Meio-tom, a Arte oportunizada pelas atividades desenvolvidas com o tema livre, na formação dos professores de Matemática, em Modelagem Matemática, pela plataforma *Edmodo*.

### **3.3 A Arte de Escher (1898-1972)**

A partir dos estudos de Coxeter (1988); Ernst (1991); Barth (2006); Eugênio (2012); Tjabbes (2013); Andrade (2015); Schattschneider (2016), Maurits Cornelis Escher, ou M. C. Escher nasceu em 17 de junho de 1898 em Leeuwarder, Frísia (Países Baixos), em uma casa que hoje faz parte do Museu de Cerâmica de Princessehot. Era o filho mais novo de George Arnold Escher, um engenheiro civil casado com Sara Gleichman. Em 1903 mudou-se com sua família para Arnhem, onde frequentou a escola primária e secundária até 1918. Escher era conhecido por

muitos, na época, como “Mauk”. Era uma criança doentia, que estudou em uma escola especial, com dificuldades na aprendizagem até segundo grau (hoje Ensino Médio).

O interessante é que Escher não demonstrava interesse pela Matemática, mas possuía uma grande habilidade para os desenhos. Em 1919 foi para escola de Arquitetura e Arte Decorativas, em Haarlem, pois era uma ambição de seu pai que Escher se tornasse um arquiteto. No entanto, Escher descobriu um grande talento no desenho e na gravura e por influência de um professor chamado Samuel Jessurun de Mesquita, desenvolveu sua grande habilidade. Escher larga o curso de Arquitetura e dedica-se ao desenho, no Curso de Arte Decorativas. Sua atitude foi condenada por seu pai, na época (TJABBES, 2013).

Escher era um jovem franzino que trocava cartas com seus poucos amigos e paixões não correspondidas, muitas vezes desiludido por suas emoções. Em 1921 Escher viaja com sua família para Itália e se encanta com Florença, Ravello e Siena, sendo inspiração para seus trabalhos. Visitou também a Espanha, passando por Madri, Toledo e Granada, encantando-se com a cidade muralhada de Alhambra e seu palácio do século XIV, conheceu e se encantou com os mosaicos da Arte islâmica o que influenciou sua Arte futura na técnica da tesselação na qual polígonos eram usados para preencher uma área dimensional sem sobrar espaço (TJABBES, 2013).

Escher, em 1923, ao visitar Itália novamente conheceu Jetta Umiker, sua futura esposa. Casou-se em 12 de junho de 1924, estabelecendo-se em Roma, teve três filhos com Jetta e em 1926 compraram uma casa. Em 1935 a Itália foi transformada pelo fascismo de Mussolini e Escher ao perceber a dos seus filhos resolve mudar-se para a Suíça, permanecendo por dois anos e em 1937 resolve ir para Bélgica. Em 1941, a segunda guerra mundial assolava a Europa e pouco depois de perder seu pai e sua mãe, Escher refugiou suas gravuras, avançadas para a fase da metamorfose. Em 1944, o ano antes do fim da guerra seu querido Professor Mesquita morre. Escher ajudou a proteger seus trabalhos e em 1946 organizou um memorial para seu professor no Museu Stedelijk, vivendo no anonimato até 1951, época em que pode vender suas xilogravuras e litogravuras (TJABBES, 2013).

Em 1954 as obras de Escher começa a ganhar destaque principalmente na geometria, derivada de seus estudos na Arte islâmica. Mais tarde nos anos 60,

Escher já um pouco doente, se encontrava solitário porque Jetta o havia abandonado. Escher viveu seus últimos dias fazendo que gostava, criando gravuras e desenhando, bem como trabalhando em sua última fase aproximação ao infinito (TJABBES, 2013).

Sua estética se baseava em três técnicas peculiares, a xilografia, a litografia e meio-tom, que eram obtidas por matrizes como uma espécie de carimbo para ser aplicado em papéis e tecidos especiais, sendo as xilogravuras e litogravuras a maior parte do seu acervo, enquanto o método do meio-tom criava uma ilusão de tons intermediários e contínuos nas imagens. Suas técnicas descreviam as situações cotidianas das vidas das pessoas com muita criatividade, incomuns, com várias perspectivas (que geravam ilusão de óptica no observador), como um artista matemático, das simetrias, das geometrias, mesmo não sendo matemático, estava além do seu tempo (grifo nosso).

Em 1972 Escher já havia sido responsável por cerca de 2 mil esboços de desenhos e 448 gravuras e litografias, destacando o pensamento quando se pensa na *op-art*, ou seja, tudo que se pode imaginar é um aglomerado de linhas pretas e brancas que causava confusão e ilusão, despertando um conhecimento visionário para a época. Escher faleceu em Laren, na Holanda, em 27 de março de 1972, aos 74 anos (TJABBES, 2013).

No intuito deste trabalho de tese apresentamos 6 obras de Escher, que apresentam significados matemáticos, que serão favorecidos no trabalho em Modelagem Matemática na formação dos professores com base na metodologia da Modelagem Matemática de Burak e Klüber (2008). Cabe destacar que não evidenciaremos nenhum conteúdo matemático nas obras descritas a seguir, tendo em vista que na formação de professores consideramos as premissas de Burak e Klüber (2008, p. 20) que discorre sobre: **1)** o interesse do grupo ou dos grupos participantes e **2)** a obtenção de informações e dados, sempre que possível devem ser coletados do ambiente onde se encontra o interesse do grupo ou dos grupos. Isso quer dizer que os conteúdos matemáticos serão produzidos a partir da sua metodologia, norteadas por cinco etapas, descritas como: 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e 5) Análise crítica das soluções (BURAK; KLÜBER, 2008). A partir da percepção do item

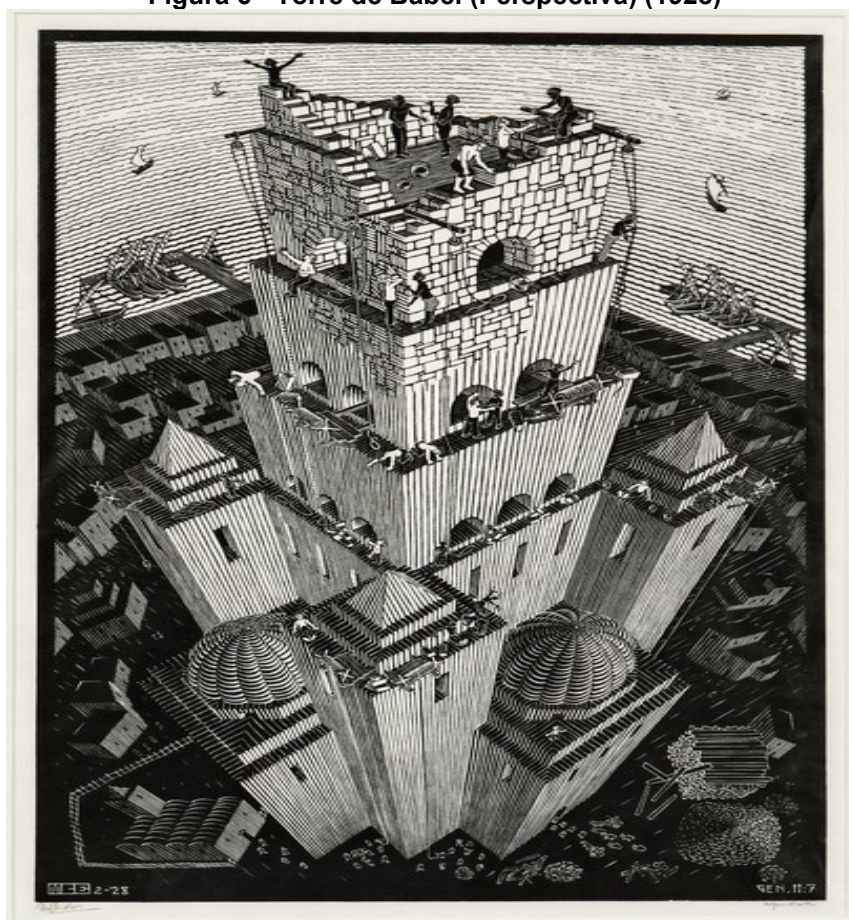
3) Levantamento dos problemas que os estudantes irão descobrir se existem conteúdos matemáticos ou não, mediados pela ação do professor pesquisador.

Assim, algumas obras de Escher escolhidas para esta tese são a “Torre de Babel”, “Dia e Noite”, “Bird Fish”, “Lagartos nº 56 (Lizards)”, “Three Worlds (Três Mundos)” e “Limite Circular IV”, que apresentam elementos simétricos, matemáticos, geométricos para influenciar as atividades dos cursistas, com relação a escolha do tema livre de cada grupo, descritas a seguir:

### 3.3.1 Torre de Babel

Nessa xilogravura, Escher representa os babilônicos construindo a torre para alcançar Deus. Está em Gênesis 11 2.9; Ele descreve a torre como uma estrutura geométrica e coloca o ponto de vista acima dela, o que permita ao observador, exercitar a visualização da perspectiva utilizada, conforme mostra a Figura 6:

**Figura 6 - Torre de Babel (Perspectiva) (1928)**



Fonte: Mundo Mágico de Escher (2010).

Escher (1928 apud TJABBES, 2013) apresenta uma consideração sobre esta obra, destacada pela sua consideração:

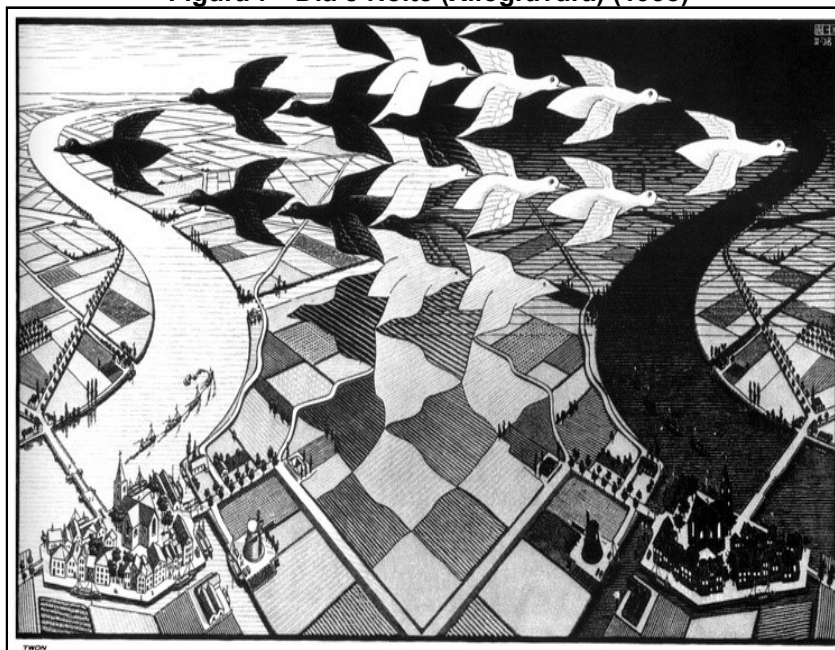
presume-se que no mesmo momento em que se confundiram os idiomas, também se originaram as diferentes raças humanas. Por esse motivo, na construção há trabalhadores de pele branca de pele negra. O trabalho está parado, porque eles não se entendem uns com os outros. Como a cena principal deste drama se passa no alto da torre em construção, esta foi representada pela perspectiva de um pássaro. Daí resultou a necessidade de uma forte redução na perspectiva, para baixo. Só 20 anos mais tarde vim a ocupar-me intensamente com este tema.

A perspectiva central é uma técnica que permite ao artista sugerir relações dentro de uma imagem, ou seja, um ponto imaginário no horizonte é a base para todas as medidas e proporções os objetos que estão perto parecem maiores do que estão do que aqueles que estão mais distantes.

### 3.3.2 Dia e Noite

Campos cinzentos retangulares evoluem para cima, em silhuetas de aves brancas e pretas em um ciclo sem fim. Essa é uma reflexão utilizada por Escher nessa xilogravura<sup>9</sup> pertencente à série metamorfose, conforme mostra a Figura 7:

**Figura 7 - Dia e Noite (Xilogravura) (1938)**



**Fonte: Magia de Escher (TJABBES, 2013).**

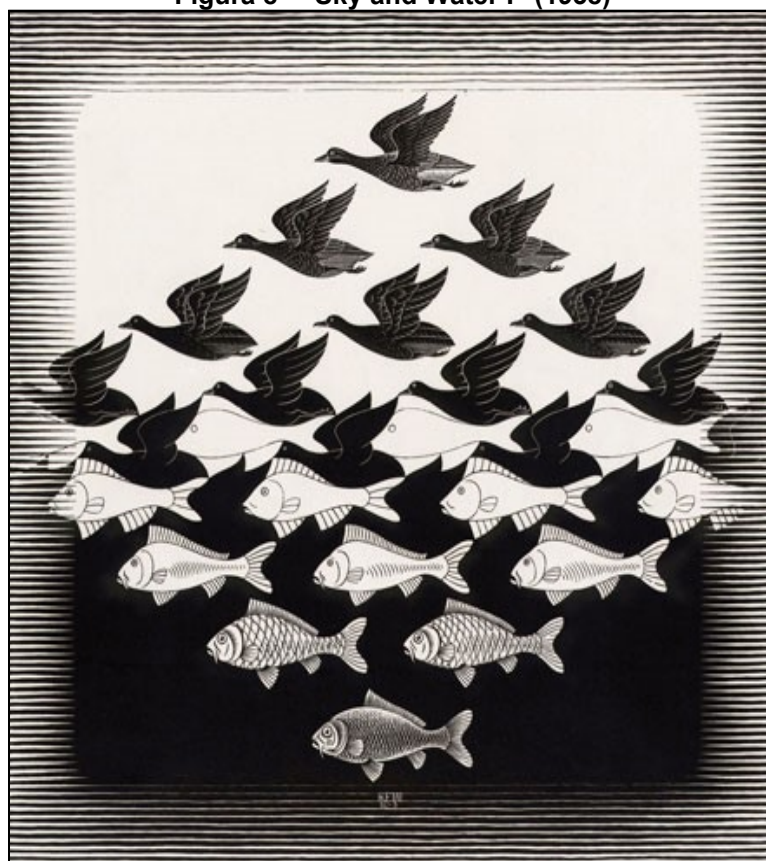
<sup>9</sup> Consiste em criar desenhos em relevo em um bloco de madeira, com a aplicação de tinta.

Na configuração de Escher (1938) a ideia de criar uma gravura sobre o tema dia e noite nasceu da associação lógica de claro como o dia e de escuro como noite. Campos retangulares entre duas cidades tipicamente holandesas aos poucos se desdobram em direção ao alto, formando silhuetas de pássaros que voam em direções opostas: os negros, da direita para esquerda, e os brancos, em sentido contrário, ambos desde o centro. À esquerda, as silhuetas brancas juntam-se e formam um céu diurno, enquanto à direita os pássaros negros juntam-se, formando um fundo noturno. As duas paisagens espelham-se mutuamente e estendem-se lado a lado pelos campos a partir dos quais os pássaros tomam forma (TJABBES, 2013).

### 3.3.3 Bird Fish

A partir de 1938, Escher criou uma série de xilogravuras com o mesmo tema, onde peixes e pássaros encaixavam-se uns nos outros como em peças de um quebra-cabeça, conforme mostra a Figura 8:

**Figura 8 - "Sky and Water I" (1938)**



Fonte: Magia de Escher (TJABBES, 2013).



Na compreensão de Escher (1938) para a obra da mesma forma que associamos “pássaros voando” com o “céu”, também associamos água com os “peixes”. O quadrado dividido exatamente em duas metades por uma faixa horizontal central na qual os componentes branco e preto são equivalentes. As silhuetas dos peixes brancos se fundem para formar o “céu” para as aves, enquanto a metade inferior, os pássaros pretos se misturam para dar forma à “água” para os peixes (TJABBES, 2013).

### 3.3.4 Lagartos número 56 (Lizards)

Escher era mestre em transformar mosaicos poligonais em obras de Arte não poligonais. Como um lagarto pode ser movido para a posição de um vizinho? Como a peça é formada? Conforme mostra a Figura 9:

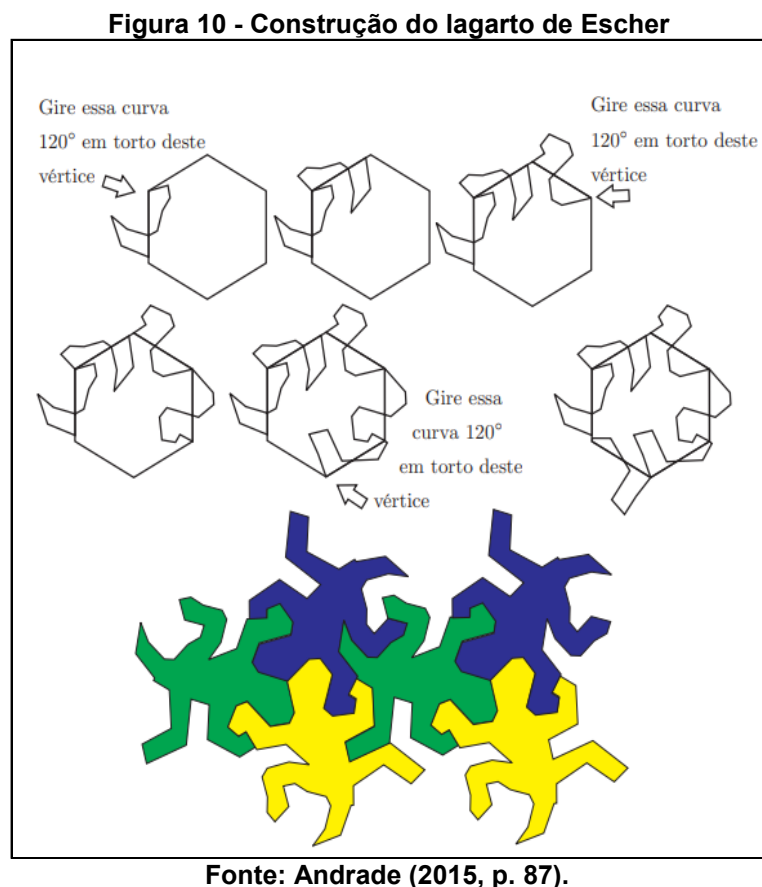
Figura 9 - Lizards 56



Fonte: Magia de Escher (TJABBES, 2013).



De acordo com Andrade (2013), a construção do lagarto de Escher pode ser obtida conforme mostra a Figura 10:



A Figura 10 pode descrever os passos da organização do modelo a ser seguido pelo professor/estudante, como base para a construção dos mosaicos poligonais da obra. Esta figura apenas evidencia ao professor cursista uma reflexão sobre a técnica de construção do lagarto de Escher.

### 3.3.5 Three Worlds (Três Mundos)

É uma das obras de Arte mais populares de Escher porque fornece uma visão profunda de mundos diferentes. A impressão mostra essencialmente uma piscina ou lago, onde é possível ver várias folhas flutuando na superfície da água. Pode-se também ver várias árvores refletidas na água, que é um dos mundos, bem como o segundo mundo, onde você pode ver o que se encontra acima da superfície.

O “terceiro mundo” é a vida debaixo da água onde temos sem primeiro plano, um grande peixe, conforme mostra a Figura 11:

**Figura 11 - Três Mundos (1955)**



Fonte: Magia de Escher (TJABBES, 2013).

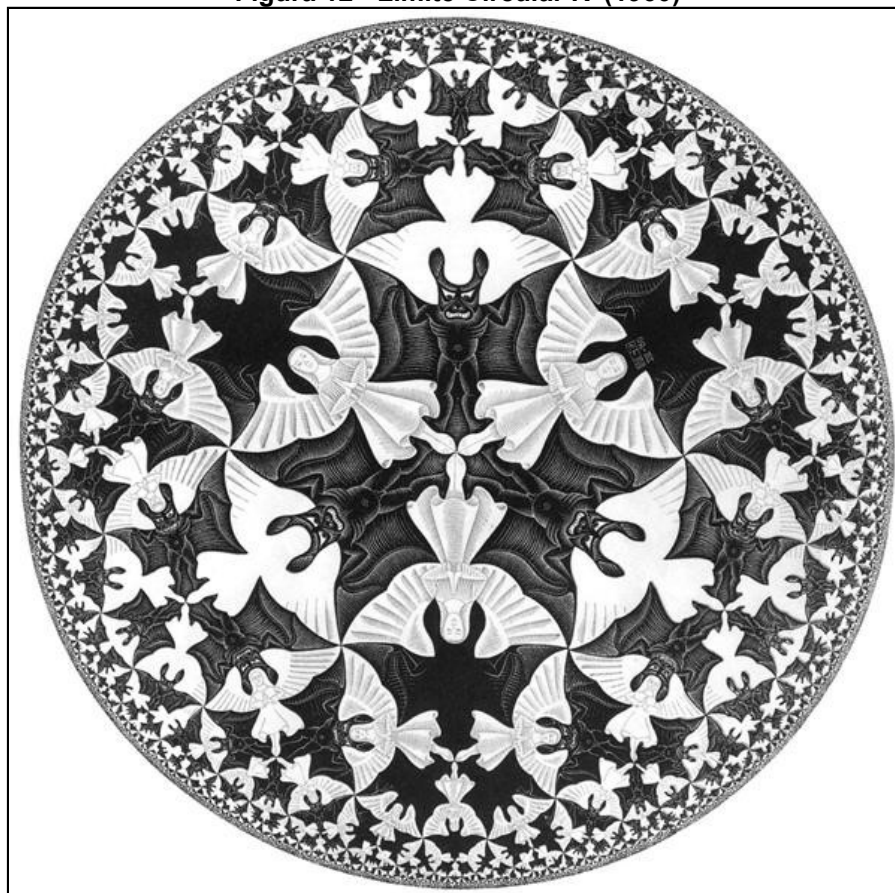
Na compreensão de Escher (1955) esta gravura, representando um laguinho na floresta tem três componentes distintos: as folhas do outono que, caídas das árvores espalhadas em direção ao horizonte invisível, sugerem a superfície da água; os reflexos das três árvores distantes, e o peixe em primeiro plano, logo abaixo da superfície da água (TJABBES, 2013).

### 3.3.6 Limite circular IV

As figuras reduzem-se de dentro para fora. As 6 maiores, 3 anjos brancos e 3 demônios pretos, estão ordenados radialmente em volta do centro. O círculo está dividido em 6 setores onde dominam os anjos, frente a um fundo preto e os

demônios, frente a um branco. O céu e o inferno aparecem alternadamente 6 vezes. Pode-se associar esta e muitos trabalhos de Escher acerca da divisão do plano regular a teoria dos fractais, segundo o qual um deles é objeto geométrico que pode ser multiplicado infinitamente em parte menores, cada uma delas semelhante ao objeto original, conforme mostra a Figura 12:

**Figura 12 - Limite Circular IV (1960)**



**Fonte: Magia de Escher (TJABBES, 2013).**

Em Limite circular IV a estrutura é invertida: as figuras menores estão na borda e as maiores, no centro. Isso cria a impressão de que o movimento delas pode durar para sempre. Segundo Escher (1960 apud TJABBES, 2013), aqui os componentes se reduzem de dentro para fora. Os seis maiores, três anjos brancos e três demônios pretos, estão ordenados radialmente em volta do centro. O disco está dividido em seis setores, onde dominamos anjos, frente ao fundo preto, e os demônios, frente a um branco. Céu e inferno aparecem seis vezes.

A Arte de Escher é um elemento que impõe à tese a sua originalidade, dentro da natureza matemática dos trabalhos artísticos de Escher que pode dar

novos enfoques, ao traduzir resultados da análise nas práticas com Modelagem, que permitiram aos professores em sua formação, conjecturar sobre as relações matemáticas da pesquisa, que serão veiculadas na análise das práticas com modelagem matemática.

Neste sentido, esta formação dos professores, vinculada à Educação Matemática, à Modelagem Matemática e à Arte de Escher, contribuiu para um olhar docente diferenciado, por meio de um ensino que signifique o aprendizado efetivo da Matemática, que significa desenvolver no estudante uma aproximação com essa ciência que muitas vezes, desencanta e atrasa, em seu percurso a escolaridade. Ao propiciar uma aprendizagem efetiva, contribui-se para diminuir o tempo de permanência do estudante em um mesmo ano escolar, contribuindo para que se diminua a evasão escolar, que levam a produzir turmas constituídas por estudantes reprovados, diminuir o tempo de permanência do estudante num determinado ciclo da Educação Básica e poder ser, dentro da Matemática, uma das possibilidades metodológicas para a operacionalização da BNCC.

### 3.4 Formação de professores

Diniz-Pereira (2014) a partir dos conhecimentos de Zeichner (1983), Tatto (1999) e Tabachnick e Zeichner (1991) compreende que existem no mínimo três modelos na formação de professores na concepção da racionalidade da prática, **o modelo humanístico**: professores são os principais definidores de um conjunto particular de comportamentos que eles devem conhecer a fundo; **o modelo de ensino como ofício**: que é o conhecimento sobre ensino adquirido por tentativa e erro por meio da análise cuidadosa da situação imediata; e **o modelo orientado pela pesquisa**: cujo propósito é ajudar o professor analisar e refletir sua prática e trabalhar na solução de problemas de ensino e aprendizagem.

Tais modelos citados por Diniz-Pereira (2014) procuram superar as barreiras colocadas pelo modelo positivista da formação de professores. Ou seja, a construção dos conceitos para além da Racionalidade Técnica, que possam superar a visão da Matemática pronta e acabada, com uso de técnicas e regras, em detrimento ao pensar, à reflexão valorizando os estudos humanísticos.

Santos (2010), afirma que o atual paradigma da modernidade não consegue responder aos anseios científicos e sociais, enfatizando a racionalidade científica. Em seus estudos, Santos (2010, p. 42-46) sintetiza as seguintes afirmações, postuladas em suas teses:

**a) Todo conhecimento científico natural é científico social.** Esta afirmação considera que não, em tempos atuais uma concepção mecanicista fazer distinções entre as ciências, como naturais e sociais, pois ambas as ciências têm o intuito de aproximar a ciência da humanidade.

**b) Todo conhecimento é local e total.** Na ciência moderna a ideia de conhecimento local e total é um paradigma emergente, pois se o conhecimento é total também será local, sendo útil aos indivíduos para migrarem em outras atividades cognitivas.

**c) Todo conhecimento é autoconhecimento.** Neste sentido quando se caracteriza pelo paradigma emergente e não há razões para se distinguir entre as Ciências Naturais e Ciências Sociais, pela forma errônea de como se trata a distinção entre o sujeito e o objeto na ciência moderna. Assim, a composição transdisciplinar se consolida como a maior consolidação do conhecimento.

**d) Todo conhecimento científico visa a se constituir em senso comum.** Isso quer dizer que nenhum conhecimento, mesmo que empírico deve ser desprezado e sim estimulado em sua interação com o conhecimento científico para produzir Ciência.

Logo, Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 10), afirmam que na Educação Matemática seu propósito de estudos é a de envolver as múltiplas relações e determinações entre ensino, aprendizagem e conhecimento matemático, em um contexto sociocultural específico. Assim o objeto da Educação Matemática pode ser visto de ângulos diferentes do que da própria matemática. Os objetivos da sua investigação são múltiplos e difíceis de serem categorizados, mas podemos destacar dois objetivos básicos: o primeiro de natureza pragmática, que tem em vista a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática; e um segundo de cunho científico que tem em vista o desenvolvimento da Educação Matemática enquanto campo de investigação e de produção de conhecimentos. Ainda em relação aos objetivos supracitados, destacam que existem dois tipos básicos de perguntas sobre a pesquisa em Educação Matemática; as que surgem diretamente da prática de ensino e aquelas geradas a partir de investigações ou estudos precedentes ou da própria literatura. Algumas tendências em Educação Matemática como a Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Leitura e Escrita na Matemática, Educação Matemática Crítica e uso das TIC (Tecnologias de Informação e Comunicação) podem contribuir com o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Os

avanços da Educação Matemática e suas tendências podem promover um processo de ensino e aprendizagem para além da Racionalidade Técnica.

Neste ínterim, a partir da análise e visão de Diniz-Pereira (2014), Santos (2010), Fiorentini e Lorenzato (2006) como arcabouço teórico que darão sustentação as ações dessa prática de formação dos professores e as análises dessas práticas estão sustentadas na Modelagem na concepção da Educação Matemática, cuja natureza envolve a Matemática, a Sociologia, a Psicologia e a Filosofia, a Antropologia, a Língua Materna, o paradigma de conhecimento sustentado pelo paradigma emergente de Santos (2006) e paradigma do Pensamento Complexo de Edgar Morin (2006; 2014), que agrega outros contextos tais como: econômicos, psicológicos, sociais, culturais e políticos. E os estudos e as perspectivas de Escher à análise dos dados relativos aos resultados da aplicação da metodologia da Modelagem Matemática.

No entanto para o entendimento deste trabalho temos a concepção adotada por Carr e Kemmis (1986, 1988), que defendem a importância da participação dos atores principais da educação, os professores e estudantes, protagonistas ativos sobre a realidade a ser investigada em educação. Segundo os autores, nesta participação entre professores e estudantes, os resultados seriam pesquisas colaborativas, melhorando a prática educacional do professor, que poderá contribuir para que os estudantes se tornem mais sábios, prudentes e críticos. Os autores defendem questões como a natureza da pesquisa em educação e as diferentes maneiras de se pensar em relação à teoria e a prática educacional, relacionadas às suas raízes histórico filosóficas e a relação entre teoria e prática educacional como mera aplicação da teoria positivista e a necessidade de se pensar formas de investigação que pudessem ocorrer de maneira integrada a pesquisa, defendendo e justificando a proposição de que os professores devem atuar com uma comunidade crítica, para além do pensamento positivista, pois o comportamento dos indivíduos é tão complexo que se torna impossível pensar em leis gerais e aplicar o método das ciências naturais para investigar os comportamentos humanos e sociais. Nesta perspectiva consideram a prática educacional como visão interpretativa e a partir dela seria possível descrever como os indivíduos interpretam suas ações e suas situações em que agem assumindo a abordagem crítica interpretativa proveniente de objeções positivistas e a partir delas a capacidade de produzir generalizações amplas a respeito da relação entre teoria e a prática. Stenhouse (1988) ainda

considera que os professores devem ser pesquisadores e não meros transmissores de conceitos ou conteúdos, por preciso encontrar meios de conectar o conhecimento cotidiano escolar dos estudantes com o conhecimento do mundo e, para que isso ocorra, cada ação precisa refletir sobre sua prática educativa, promovendo a inovação nas atividades escolares ao invés de meros transmissores de currículos criados por outros indivíduos. Para que isto ocorra à formação de um bom professor deve ser o produto da construção e reconstrução do seu conhecimento e não pode ser transmitido, mas socialmente construído em práticas colaborativas que visem à obtenção da Pesquisa-Ação.

Neste sentido que esse trabalho de tese se apresenta, com a colaboração dos professores em uma formação que consiste em interagir coletivamente e interdisciplinarmente no aprendizado as concepções utilizadas para subsidiar a Modelagem Matemática e a Arte de Escher. Tais encaminhamentos podem nortear as ações complexas que possam melhorar a metodologia da Matemática em sala de aula, alinhando com a nova proposta da BNCC (BRASIL, 2008), pois tem na Modelagem, na concepção da Educação Matemática, elementos para a prática pedagógica, partindo do interesse do grupo de participantes, rompendo com a perspectiva linear do currículo e também os conteúdos que serão trabalhados a partir dos problemas levantados, propiciando aos professores cursistas à autonomia, o protagonismo, a criação de estratégias distintas para a solução dos problemas, bem com o incentivo à criatividade, que poderá implicar positivamente no processo de ensino e aprendizagem escolares.

## 4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica desta tese cobre vertentes importantes da pesquisa científica, destacadas por teses e dissertações e os artigos científicos. Por meio dessa revisão, buscamos sistematizar o que já foi desenvolvido nos estudos que abordam a Educação Matemática, a Modelagem Matemática e a Arte de Escher na formação dos professores da Educação Básica, subdividindo em dois subcapítulos, um para cada vertente.

### 4.1 Teses e Dissertações

Foram feitas as pesquisas por meio *ScienceDirect*, *Scopus*, *Scielo*, *Web of Science*, *Ibict* (de teses e dissertações), de 2002 a 2022, ou seja, um período de 20 anos. Com o tema Formação dos professores; Educação Matemática, a Modelagem Matemática e a Arte de Escher na Educação Básica, não foram encontrados nenhum trabalho. No entanto ao pesquisar a Educação Matemática, na perspectiva da Modelagem Matemática assumida por Burak (1992; 2008) para a Educação Básica, foram encontradas 39 teses e dissertações, que após leituras e análises, embora não apresentam a relação da Modelagem Matemática com a Arte de Escher, apresentam a importância da Modelagem, na Educação Matemática, construindo o arquétipo necessário ao professor pesquisador, para mediar junto aos professores/acadêmicos de Matemática, no curso de formação, o encaminhamento das atividades, sendo escolhidas 18 referências, descritas no Quadro 2.

**Quadro 2 - Relação da pesquisa com o tema**

Autor	Ano	Tese/ Dissertação	Título/ Relevância da pesquisa	UNIVERSIDADE
Maria Mazur	2021	Dissertação	Modelagem na Educação Matemática: implicações na formação do ser e do saber. <b>Relevância:</b> refere-se à formação do estudante pesquisador, crítico, autônomo e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos de forma interdisciplinar.	UNICENTRO



Maria Eduarda Bittencourt Camargo Fogaça	2021	Dissertação	Modelagem Matemática na Educação Matemática. Possibilidades de avanços para uma nova racionalidade no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental <b>Relevância:</b> analisa a relação entre a metodologia da Modelagem Matemática na perspectiva de Burak (1992), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a BNCC.	UEPG
Marcelo Fabricio Chociai Komar	2017	Dissertação	A Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem do Ensino Fundamental: ações e interações. <b>Relevância:</b> apresenta aspectos da Modelagem Matemática na Educação Matemática, capazes de constituir-se em alternativa para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, no âmbito do Ensino Fundamental.	UNICENTRO
Elhane de Fátima Fritsch Cararo	2017	Dissertação	O sentido da formação continuada em Modelagem Matemática na Educação Matemática desde os professores participantes. <b>Relevância:</b> reflete sobre a postura do professor em conceber a Matemática como ciência viva, dinâmica, fruto das construções humanas, dos interesses e necessidades da sociedade.	UNIOESTE
Samuel Francisco Huff	2016	Dissertação	Modelagem Matemática no 9º ano do ensino fundamental: uma perspectiva para o ensino e a aprendizagem. <b>Relevância:</b> apresenta aspectos relacionados ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na Educação Matemática, no âmbito do Ensino Fundamental.	UNICENTRO
Daniele Regina Penteadó	2015	Dissertação	As práticas de Modelagem Matemática na Educação Básica do Estado do	UEPG

			Paraná. <b>Relevância:</b> apresenta 65 relatos de experiências apresentadas nos encontros paranaenses de Modelagem em Educação Matemática (EPNEM) realizados entre 2004 a 2012.	
Derli Kaczmarek	2014	Dissertação	Modelagem Matemática no ensino de Matemática: um viés na ação e interação do processo de ensino e aprendizagem. <b>Relevância:</b> trata das ações e interações dos estudantes pelas atividades de modelagem matemática e as relações com a teoria de Vygotsky.	UEPG
Helaine Maria de Souza Pontes	2011	Dissertação	A Educação Matemática a luz de princípios da aprendizagem significativa e suas implicações na interação professor-aluno-conhecimento matemáticas em sala de aula. <b>Relevância:</b> considera elementos da aprendizagem significativa de David Ausubel, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental.	UEPG
Carlos Roberto Ferreira	2010	Dissertação	Modelagem Matemática na Educação Matemática: contribuições e desafios à formação continuada de professores na modalidade educação a distância online. <b>Relevância:</b> mostra a experiência de como se evidencia um curso de Modelagem Matemática, na modalidade de Educação a Distância online EaD.	UEPG
Alzenir Virginia Ferreira Soistak	2006	Dissertação	Modelagem Matemática no contexto do Ensino Médio: Possibilidade de relação da Matemática com o cotidiano. <b>Relevância:</b> realiza uma investigação da aplicação da Modelagem Matemática, no Ensino Médio, como alternativa	UEPG

			metodológica para o ensino de Matemática.	
Rosemeire Rodrigues Wagner	2006	Dissertação	A relação dos professores de Matemática como processo de transposição didática pelo entendimento da interdisciplinaridade, da contextualização e da complexidade do conhecimento. <b>Relevância:</b> investiga as concepções dos professores de Matemática quanto ao processo de transposição didática do conhecimento, com relação à complexidade e interdisciplinaridade do saber.	UEPG
Patrícia Abdanur	2006	Dissertação	Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa de ensino. <b>Relevância:</b> analisa aspectos da Modelagem Matemática na Educação Básica, enquanto uma prática educativa diferenciada para o ensino de Matemática.	UEPG
Marcos Pereira dos Santos	2005	Dissertação	Recursos Didático-pedagógicos no processo educativo da Matemática: uma análise crítico reflexiva sobre sua presença e utilização no Ensino Médio. <b>Relevância:</b> apresenta os materiais didáticos necessários para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, em quatro gerações, que podem permitir ao estudante uma melhor compreensão sobre a Matemática.	UEPG
Antonio Camilo Vamir	2002	Dissertação	Modelagem Matemática: uma perspectiva para o ensino de matemática no Ensino Médio. <b>Relevância:</b> apresenta uma atividade de Matemática realizada com estudantes do Ensino Médio no município de Guarapuava-PR.	UNICAMP

Derli Kaczmarek	2019	Tese	Práticas curriculares com modelagem numa perspectiva da Educação Matemática: um olhar as suas dimensões. <b>Relevância:</b> apresenta a descrição de práticas curriculares envolvendo a Modelagem Matemática na Educação básica, caracterizadas por professores e pesquisadores do Ensino Fundamental.	UEPG
Gabriele Granada Veleda	2018	Tese	Avaliação para a aprendizagem em Modelagem Matemática na Educação Matemática: elementos para uma teorização. <b>Relevância:</b> apresenta a Modelagem Matemática como uma metodologia do ensino que visa formação do estudante crítico, ativo e participativo em sua sociedade.	UEPG
Marinês Ávila de Chaves Kaviatkovski	2017	Tese	As práticas de modelagem matemática no âmbito do ensino fundamental: um olhar a partir dos relatos de experiências. <b>Relevância:</b> apresenta um estudo de como a Modelagem Matemática vem sendo inserida no contexto escolar, a partir de suas práticas no âmbito do Ensino Fundamental.	UEPG
Carlos Roberto Ferreira	2016	Tese	A Modelagem Matemática na Educação Matemática como eixo metodológico da prática do professor de Matemática. <b>Relevância:</b> a pesquisa demonstra como o professor utiliza a metodologia da Modelagem Matemática e como mantém esta metodologia ao longo do tempo.	UEPG

Fonte: Autoria própria (2022).

Com base na leitura das dissertações de teses apresentadas, embora não atribuídas ao tema em questão, foi possível observar a importância da Educação Matemática no contexto da Modelagem Matemática, na formação do professor e

principalmente na metodologia de ensino a ser utilizada pelos estudantes, para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, contribuindo nos exemplos e mediações aos professores/acadêmicos nas orientações do professor pesquisador.

Outro fator de grande importância está no caminho em que o professor, ao ensinar matemática, deve percorrer, para que o estudante possa compreender a matemática não ao alcance técnico e cartesiano, mas na apropriação da matemática utilizada em sala de aula e a sua aplicação cotidiana, o que torna o estudante protagonista da sua própria aprendizagem.

Neste sentido, destacamos mais uma vez, que nas teses e dissertações encontradas não encontramos trabalhos com relação à Educação Matemática, Modelagem Matemática e a Arte de Escher, o que torna este trabalho inovador para atender uma nova proposta metodológica para o ensino da Matemática.

## 4.2 Artigos analisados

Utilizando o *Methodi Ordinatio*, ou seja, a organização da pesquisa de bases científicas sintetizadas com *SNIPs*, de acordo com Pagani, Kovaleski e Resende (2015), respaldado pela produtividade e qualidade no impacto da citação de um periódico, considerando preferencialmente a Qualis/Capes A1 e A2, de revistas com um alto fator de impacto e utilizando o *software Mendley Desktop*. Destacamos que a busca otimizou os anos de 2002 a 2022, ou seja um período de 20 anos. Após o *download* do *software Mendley Desktop*, gerenciador de bases, e cadastro nas bases: *Science Direct*, *Scopus*, *Scielo*, *Web of Science*, foi possível encontrar uma pesquisa refinada sobre o tema. Cabe citar a *Methodi Ordinatio*, que é composta por 9 etapas:

- 1) Definição da intenção de pesquisa.
- 2) Pesquisa preliminar exploratória nas bases de dados bibliográficas.
- 3) Definição das palavras-chaves e combinações; definições das bases de dados a serem utilizados; e recorte ou amplitude temporal.
- 4) Busca definitiva nas bases de dados e coleta.
- 5) Procedimentos de filtragem.
- 6) Identificação dos fatores de impacto e número de citações.
- 7) Ordenação da relevância científica dos artigos pelo *InOrdinatio*.
- 8) Download dos artigos em pdf.
- 9) Leitura sistemática dos artigos (PAGANI; KOVALESKI; RESENDE, 2015).

Com base nos cadastros de pesquisa, foi utilizado, neste processo, os operadores booleanos "AND, OR", que foram consideradas nas palavras-chaves: *Mathematics Education. Mathematical Modelling. Escher's Art. Formation of Teachers*. Assim a combinação proposta estabelecida pelas possibilidades (1) e (2) descritas pelos operadores booleanos como:

(1) ("*Mathematics Education*") AND ("*Mathematical Modelling*" OR "*Escher's Art*")

**E ainda**

(2) ("*Teacher training*") AND ("*Mathematical Modelling*" OR "*Escher's Art*")

Nesse entendimento, após consulta realizada nas bases de pesquisa: *Science Direct, Scopus, Scielo, Web of Science*, coube à importação dos dados para o *Mendeley* e na sequência do *Mendeley* para *JabRef*, outro gerenciador de pesquisas de bases, que se faz necessário para exportar os dados das bases do *Mendeley Desktop*. Foram utilizados os comandos: selecionar todos -> *File* -> *export* -> salvar a pasta -> Abrir o *JabRef* -> *File* -> *Import*, para a planilha do *software Excel*, com o comando CTRL+V, aportando 41 artigos. No Excel foi organizando e reorientado como: retirar o volume, através da classificação por filtro e excluídos espaços em branco e linhas na tabela, conforme ilustrado pelo Quadro 3.

**Quadro 3 - Relação da pesquisa de artigos com o tema**

Author	Title	Year	Journal/Proceedings	Reftype
Arcones, A., Bardayan, D.W., Beers, T.C., Bernstein, L.A., Blackmon, J.C., Messer, B., Brown, B.A., Brown, E.F., Brune, C.R., Champagne, A.E., Chieffi, A., Couture, A.J., Danielewicz, P., Diehl, R., El-Eid, M., Escher, J.E., Fields, B.D., Fröhlich, C., Herwig, F., Hix, W.R., Iliadis, C., Lynch, W.G., McLaughlin, G.C., Meyer, B.S., Mezzacappa, A., Nunes, F., O'Shea, B.W., Prakash, M., Pritychenko, B., Reddy, S., Rehm, E., Rogachev, G., Rutledge, R.E., Schatz, H., Smith, M.S., Stairs, I.H., Steiner, A.W., Strohmayer, T.E., Timmes, F.X., Townsley, D.M., Wiescher, M., Zegers, R.G.T. and Zingale, M.	White paper on nuclear astrophysics and low energy nuclear physics Part 1: Nuclear astrophysics	2017	Progress in Particle and Nuclear Physics	article
Asmolov, A.G.	Psychology of Modernity as a Social Situation of	2016	Procedia - Social and Behavioral	article

	Development: Challenges of Uncertainty, Complexity and Diversity		Sciences	
Bast, G.	FOCIS abstract supplement	2005	Clinical Immunology	article
Bergaya, F., Beneke, K., Berry, R.W., Lagaly, G. and Tankersley, K.B.	Chapter 15 - Clay Science: A Young Discipline and a Great Perspective	2013	Developments in Clay Science	book_section
Berry, R.W., Bergaya, F. and Lagaly, G.	Chapter 16 Teaching Clay Science: A Great Perspective	2006	Developments in Clay Science	book_section
Brack, W., Altenburger, R., Schürmann, G., Krauss, M., Herráez, D.L., van Gils, J., Slobodnik, J., Munthe, J., Gawlik, B.M., van Wezel, A., Schriks, M., Hollender, J., Tollefsen, K.E., Mekenyan, O., Dimitrov, S., Bunke, D., Cousins, I., Posthuma, L., van den Brink, P.J., de Alda, M.L., Barceló, D., Faust, M., Kortenkamp, A., Scrimshaw, M., Ignatova, S., Engelen, G., Massmann, G., Lemkine, G., Teodorovic, I., Walz, K.-H., Dulio, V., Jonker, M.T.O., Jäger, F., Chipman, K., Falciani, F., Liska, I., Rooke, D., Zhang, X., Hollert, H., Vrana, B., Hilscherova, K., Kramer, K., Neumann, S., Hammerbacher, R., Backhaus, T., Mack, J., Segner, H., Escher, B. and de Aragão Umbuzeiro, G.	The SOLUTIONS project: Challenges and responses for present and future emerging pollutants in land and water resources management	2015	Science of The Total Environment	article
Brenner, J.E.	Linking the Tao, biomathics and information through the logic of energy	2017	Progress in Biophysics and Molecular Biology	article
Chen, Z., Ngo, H.H. and Guo, W.	A critical review on sustainability assessment of recycled water schemes	2012	Science of The Total Environment	article
Cox, M.T.	Metacognition in computation: A selected research review	2005	Artificial Intelligence	article
Despeaux, S.E., Martini, L. and Plofker, K.	Abstracts	2007	Historia Mathematica	article
Gerbersdorf, S.U., Cimatoribus, C., Class, H., Engesser, K.-H., Helbich, S., Hollert, H., Lange, C., Kranert, M., Metzger, J., Nowak, W., Seiler, T.-B., Steger, K., Steinmetz, H. and Wieprecht, S.	Anthropogenic Trace Compounds (ATCs) in aquatic habitats - Research needs on sources, fate, detection and toxicity to ensure timely elimination strategies and risk	2015	Environment International	article

	management			
Hawkes, P.W.	The tongue of the mind	2012	Ultramicroscopy	article
Huang, L., Cheng, Z. and Wu, Y.	A rule-based computer support for the design of tessellation tiles	2022	Displays	article
Matthews, J.B.	Relativity: Societies, universities, and surgeons	2003	Surgery	article
Melville, D.J., Martini, L. and Plofker, K.	Abstracts	2011	Historia Mathematica	article
Melville, D.J., Martini, L. and Plofker, K.	Abstracts	2016	Historia Mathematica	article
Murphy, M.S.	Considering Happiness and Caring: A conversation with Nel Noddings	2013	Teaching and Teacher Education	article
Murphy, P.	Design Capitalism: Design, Economics and Innovation in the Auto-Industrial Age	2015	She Ji: The Journal of Design, Economics, and Innovation	article
Oberc, H., Prinz, C., Glogowski, P., Lemmerz, K. and Kuhlenkötter, B.	Human Robot Interaction - learning how to integrate collaborative robots into manual assembly lines	2019	Procedia Manufacturing	article
Osinenko, P., Devadze, G. and Streif, S.	Constructive analysis of control system stability	2017	IFAC-PapersOnLine	article
Shaffer, D.W.	Epistemic frames for epistemic games	2006	Computers & Education	article
Stecken, J., Linsinger, M., Sudhoff, M. and Kuhlenkötter, B.	Didactic Concept for Increasing Acceptance of Consistent Data Standards Using the Example of Assistance Systems in Assembly	2019	Procedia Manufacturing	article
Wauer, J., Moon, F.C. and Mauersberger, K.	Ferdinand Redtenbacher (1809-1863): Pioneer in scientific machine engineering	2009	Mechanism and Machine Theory	article
Zhang, J., Zhang, K., Peng, R. and Yu, J.	Parametric Modeling and Generation of Mandala Thangka Patterns	2020	Journal of Computer Languages	article
Zhou, D., Huang, D., Hao, J., Wu, H., Chang, C. and Zhang, H.	Fault diagnosis of gas turbines with thermodynamic analysis restraining the interference of boundary conditions based on STN	2021	International Journal of Mechanical Sciences	article
	AGA CME statement	2006	Gastroenterology	article
	Subject index	2004	Gastroenterology	article
	RETRACTED: The 2013 International Conference on Nuclear Data for	2014	Nuclear Data Sheets	article



	Science and Technology			
	Abstracts: Edited by Sloan Evans Despeaux and Glen Van Brummelen	2005	Historia Mathematica	article
	Abstracts of the 55th Congress of the European Societies of Toxicology (EUROTOX 2019) TOXICOLOGY SCIENCE PROVIDING SOLUTIONS	2019	Toxicology Letters	article
İldeş, G.	“An Analysis for the Works of Escher and their Use in Art Education”	2014	Procedia - Social and Behavioral Sciences	article
Staden, J.V.	South African Association of Botanists - Annual Meeting 2011	2011	South African Journal of Botany	article
	Full Issue PDF	2021	JACC: Cardiovascular Imaging	article
	Scientific Abstract Sessions	2007	Journal of Allergy and Clinical Immunology	article
	Abstracts: Edited by Glen Van Brummelen	2004	Historia Mathematica	article
	AGA Institute and Digestive Disease Week 2007 Program Pages	2007	Gastroenterology	article
	Poster sessions	2004	Gastroenterology	article
Garcia-Ruiz, M.A. and Gutierrez-Pulido, J.R.	An overview of auditory display to assist comprehension of molecular information	2006	Interacting with Computers	article
	Author Index	2009	Toxicology Letters	article
	Abstracts: 71.1-88.16	2003	Molecular & Cellular Proteomics	article

Fonte: Autoria própria (2022).

Cabe citar também que a ordenação dos artigos por meio da equação *InOrdinatio* visa encontrar o índice de ordenação, tendo como pressuposto de Pagani, Kovaleski e Resende (2015), a seguinte equação **InOrdinatio** 1:

$$\text{InOrdinatio} = (Fi / 1000) + \alpha * [10 - (\text{AnoPesq} - \text{AnoPub})] + (\sum Ci) (1)$$

Em que **Fi** = fator de impacto (*last year impact factor*);

$\alpha$  (alfa) é elemento da equação em que o autor do artigo pode atribuir um peso para o ano;

**AnoPesq:** ano em que a pesquisa está sendo realizada

**AnoPub:** é o ano em que o artigo foi publicado

$\sum Ci$ : total de citações localizadas no *Google Scholar*

Com a equação foi possível sintetizar os elementos como: JCR, *CiteScore*, SJR, SNIP, que podem ser escolhidos por ordem de preferência da pesquisa, do maior índice para o menor. Assim, o resultado da pesquisa, com as palavras-chave os operadores booleanos aportou 40 artigos, com periodicidade encontrada desde 2003 a 2022, não encontrando o ano de 2022.

Após análise dos artigos com o tema em específico, o único artigo que pode ser considerado para o tema está apresentado no Quadro 4 a seguir:

**Quadro 4 - Artigo selecionado com o tema**

Author	Title	Year	Journal/Proceedings	Reftype	DOI/URL
Íldeç, G.	"An Analysis for the Works of Escher and their Use in Art Education"	2014	Procedia - Social and Behavioral Sciences	article	DOI URL

**Fonte: A autoria própria (2022).**

Neste artigo "*An Analysis for the Works of Escher and their Use in Art Education*", Escher é descrito como um pintor holandês do século XX, artista gráfico e de impressão autêntica, que aproveitava a matemática para criar um mundo que ele queria estabelecer em suas obras. Cada obra do artista é apresentada como um padrão apontando os elementos básicos da Arte como ponto, linha, superfície, forma, espaço, destacando através da sua Arte, uma complexidade de criatividade, genialidade e sazonalidade.

Para a aplicação nos operadores booleanos "AND, OR", que foram consideradas nas palavras-chaves em português: *Educação Matemática. Modelagem Matemática. Arte de Escher e Formação de Professores*. Assim a combinação proposta estabelecida pelas possibilidades (3) e (4) descritas pelos operadores booleanos como:

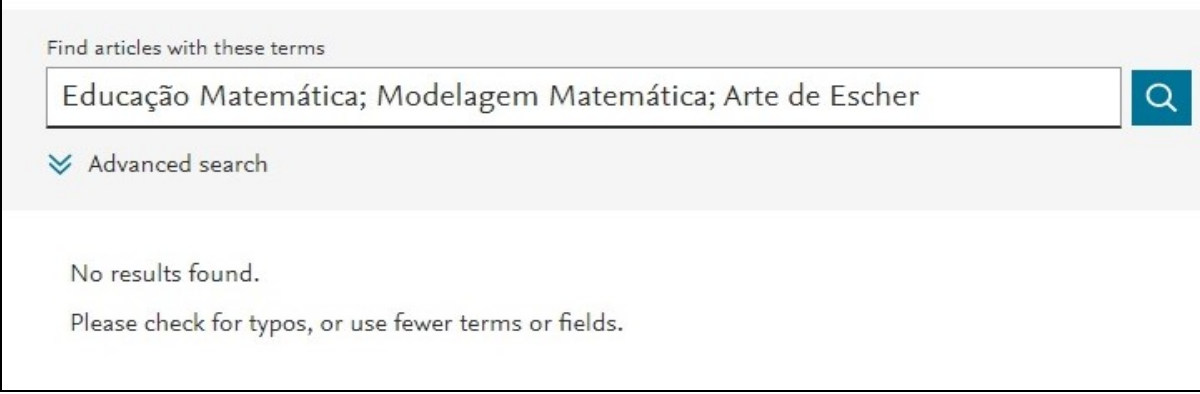
(3) ("*Educação Matemática*") AND ("*Modelagem Matemática*" OR "*Arte de Escher*")

E ainda

(4) (“*Formação de Professores*”) AND (“*Modelagem Matemática*” OR “*Arte de Escher*”)

Foi encontrado o seguinte resultado:

**Figura 13 - Operadores Boelanos (3)**



Find articles with these terms

Educação Matemática; Modelagem Matemática; Arte de Escher

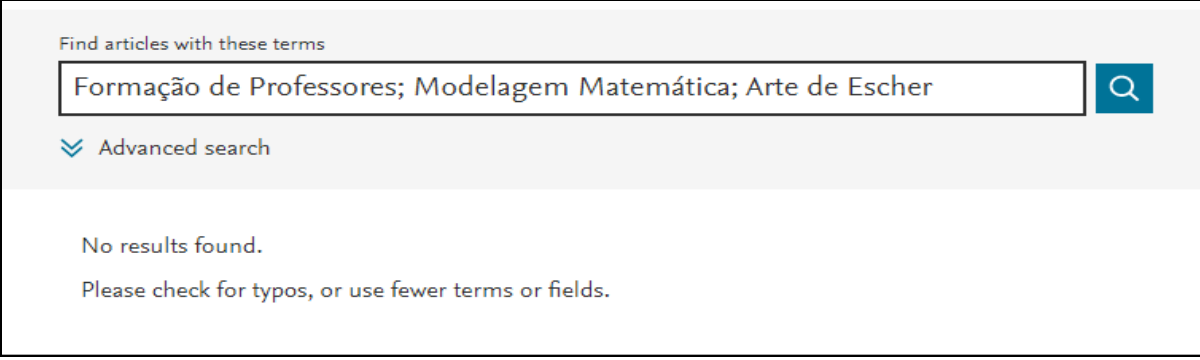
Advanced search

No results found.  
Please check for typos, or use fewer terms or fields.

**Fonte: Autoria própria (2022).**

E ainda:

**Figura 14 - Operadores Boleanos (4)**



Find articles with these terms

Formação de Professores; Modelagem Matemática; Arte de Escher

Advanced search

No results found.  
Please check for typos, or use fewer terms or fields.

**Fonte: Autoria própria (2022).**

Neste sentido destacamos que não foram encontrados artigos relacionados aos temas Formação de Professores, Educação Matemática, Modelagem Matemática e a Arte de Escher, mesmo com a ação dos operadores booleanos, inclusive utilizando a língua inglesa, como por exemplo:

(5) (“*Mathematics Education*”) AND (“*Mathematics Modelling*” OR “*Art of Escher*”)

And still

(6) (*“Teacher Training”*) AND (*“Mathematical Modelling”* OR *“Art of Escher”*)

***No results found.***

A seguir apresentamos os encaminhamentos metodológicos da investigação.

## 5 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

A seguir apresentamos as considerações sobre a classificação da pesquisa, etapas da pesquisa, participantes da pesquisa, procedimento junto aos professores e a coleta e análise de dados.

### 5.1 Classificação da pesquisa

Na perspectiva de Gil (2008) a pesquisa tem como procedimento científico, **do ponto de vista do objeto o Estudo de Campo**, com maior flexibilidade e reformulações, utilizando a plataforma Edmodo, como ferramenta tecnológica (*free*) que foi utilizada pelos cursistas por meio de celulares (aplicativos), computadores e notebook, com acesso à rede wifi. **Do ponto de vista da natureza** foi “Modo 2” definida por Gibbons *et al.* (1994), interdisciplinar, aproximando-se da produção esperada pela Universidade do século XXI, em detrimento ao modelo denominado “Modo 1” puramente mecânico, linear e centralizador na ação do pesquisador. **Do ponto de vista da natureza da abordagem do problema foi qualitativa** a partir dos estudos de Triviños (1987), que considera a pesquisa qualitativa como uma interação dinâmica. **Do ponto de vista dos seus objetivos explicativa** e **do ponto de vista dos procedimentos técnicos a Pesquisa-Ação**, que permitiu a ação e reflexão dos dados obtidos por meio do planejamento, das práticas pedagógicas e da formação continuada dos professores/acadêmicos.

### 5.2 Etapas da Pesquisa

Essa investigação ocorreu em 4 etapas, descritas a seguir:

A primeira etapa, do segundo semestre de 2019 ao primeiro semestre de 2021, constituiu no referencial teórico feito mediante leitura sistemática, com fichamento de cada obra envolvendo dissertações, teses e artigos que tratem sobre o tema em foco: a Arte de Escher na configuração dos resultados de análise de práticas com modelagem matemática: uma percepção à formação do professor para a Educação Básica.

A segunda etapa, a partir do segundo semestre de 2021 constituiu na construção dos capítulos teóricos que deram sustentação às concepções utilizadas

pela nova BNCC, a Educação Matemática, a Modelagem Matemática e a Arte de Escher descrita, destacada pelas técnicas da Xilografia, Litografia e Meio-tom. Os procedimentos foram: seleção do material sobre os assuntos, leitura e fichamento e a construção dos capítulos teóricos, que foram norteados pela aplicação do curso de formação para os professores. Em virtude da pandemia do COVID-19, optamos pelo curso de formação de maneira remota, sendo autorizado pelo Comitê de Ética e Pesquisa da UTFPR-PG.

A terceira etapa, no segundo semestre de 2022, a partir de julho/2022, foi constituída pelo desenvolvimento das atividades com a oferta do curso de extensão, 100% on-line, com carga horária de 60 h, durante 06 semanas, com no mínimo 10h por semana<sup>10</sup>, certificado pela UTFPR-PG, utilizando a plataforma *Edmodo*. Cabe destacar que a mediação entre professor pesquisador e professores/acadêmicos cursistas foi superior as 10h semanais.

A quarta etapa foi constituída pelo desenvolvimento das práticas, descrição das atividades e coleta, tratamento e análise dos dados, como base nos resultados obtidos pela interação do professor cursista com o professor pesquisador, através de chats, mensagens e orientações do professor pesquisador aos professores/acadêmicos cursistas via *Google Meeting*. Por meio da análise dos dados coletados e com base na Espiral autorreflexiva da Modelagem Matemática<sup>11</sup>, foi produzida uma Matriz Investigativa da Pesquisa-Ação<sup>12</sup>, 4x4, proporcionada pelas ações da Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak (1992), Burak e Klüber (2008) e a apresentação destas práticas com Modelagem, através do tema escolhido pelos grupos (A, B, C e D) e na escolha de uma das Artes de Escher (1898-1972) que se aproxima do tema escolhido pelo Grupo, por meio das técnicas da Xilografia, Litografia e Meio-tom, através de um catálogo de obras<sup>13</sup> disponibilizada pelo professor pesquisador. Os procedimentos adotados incluem o

---

<sup>10</sup> Considerando o tempo para a realização das atividades dos professores/acadêmicos cursistas.

<sup>11</sup> A conexão da Metodologia da Modelagem Matemática e a Arte de Escher foi desenvolvida em ciclos, como o **planejamento, ação, observação e reflexão** (CARR; KEMMIS, 1986) como a espiral autorreflexiva, orgânica, atribui às etapas da Modelagem Matemática descritas por Burak e Klüber (2008) como 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e 5) Análise crítica das soluções.

<sup>12</sup> Matriz Investigativa, na Pesquisa-Ação como dialógico-problematizadora, aportada por (KEMMIS; MCTAGGART; NIXON, 2013), neste estudo elencando elementos norteadores como a formação de professores, Educação Matemática, Modelagem Matemática e a Arte de Escher.

<sup>13</sup> O Mundo mágico de Escher. Disponível em:

<https://www.bb.com.br/docs/pub/inst/img/EscherCatalogo.pdf>.

período de realização das atividades, coleta de dados e a fase de tratamento e análise dos dados.

### 5.3 Participantes da Pesquisa

A presente pesquisa foi realizada 100% *on-line* utilizando a plataforma *Edmodo*, com certificação de 60 horas, pela UTFPR-PG. A participação foi de professores/acadêmicos de Matemática, do Núcleo Regional de Educação (NRE) de Irati-PR, adultos, maiores de 18 anos, da rede estadual de ensino, sendo ofertadas 40 vagas, abrangendo as cidades de Irati, Prudentópolis, Inácio Martins, Rebouças, Mallet, Rio Azul, Fernandes Pinheiro, Teixeira Soares e Guamiranga. Houve a participação de 24 professores/acadêmicos cursistas, na faixa etária de 18 a 50 anos, dois quais 05 não tinham experiência em sala de aula e 19 apresentaram experiência que variava de 01 a 20 anos, na Educação Básica. A proposta foi a metodologia da Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, que oportunizou ao professor/acadêmico uma possibilidade de melhorar sua prática metodológica, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

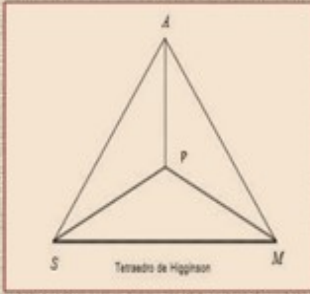
### 5.4 Procedimentos junto aos professores

As inscrições para o curso de formação intitulado “A Arte de Escher na configuração dos resultados de análise de práticas com modelagem matemática: uma percepção diferenciada à formação do professor para a Educação Básica”, foram feitas por um formulário próprio através de convite e divulgadas pelas redes sociais como o Facebook, Whatsapp e e-mails institucionais das escolas que compõe o Núcleo Regional de Educação de Irati.

O link para inscrição do curso foi [https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd4hFW9j1wcY2XGLdCtJpaG9ue27HZad4ldQyZwPO0oPAJ-rQ/viewform?usp=pp\\_url](https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd4hFW9j1wcY2XGLdCtJpaG9ue27HZad4ldQyZwPO0oPAJ-rQ/viewform?usp=pp_url). As inscrições foram realizadas por este *link*, no período de 21 a 28 de junho de 2022.

O modelo do convite para a inscrição foi encaminhado por e-mails institucionais, WhatsApp e redes sociais, *como o Facebook*, conforme modelo apresentamos pela Figura 15 (Apêndice A).

Figura 15 - Modelo de convite inscrição




## CURSO DE FORMAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

***A Arte de Escher na configuração dos resultados de análise  
de práticas com Modelagem Matemática: uma percepção  
diferenciada à formação do professor para a educação  
básica***



**Público:** professores de Matemática do Núcleo Regional de Educação (NRE) de Itati-PR, da rede estadual de ensino e acadêmicos do curso de Matemática, abrangendo as cidades de Itati, Prudentópolis, Inácio Martins, Rebouças, Mallet, Rio Azul, Fernandes Pinheiro, Teixeira Soares e Guamiranga, pela Plataforma Edmodo.



**VAGAS:** 40 vagas conforme edital    **INSCRIÇÕES :** DE 21 a 28 de junho de 2022

Link para inscrição:  
[https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd4hFW9j1wcY2XGLdCtJpaG9ue27HZad4ldQyZwPO0oPAJ-rQ/viewform?usp=pp\\_url](https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd4hFW9j1wcY2XGLdCtJpaG9ue27HZad4ldQyZwPO0oPAJ-rQ/viewform?usp=pp_url)

**Resultados dos selecionados:** 30 de junho de 2022, conforme edital

**Início do curso:** 04 de julho de 2022    **Término do curso:** 14 de agosto de 2022

**Certificação de 60 h pela UTFPR-PG.**    **Contato:** mfckomar@mail.com

Fonte: Autoria própria (2022).



Após o prazo para seleção e análise dos cursistas, ou seja, no período de 21 a 28 de junho de 2022, das 40 vagas oportunizadas, 24 participaram do curso, sendo concluído por 11 professores/acadêmicos cursistas. Depois de homologada as inscrições por análise do professor pesquisador, foi encaminhado o resultado da seleção. O resultado dos cursistas selecionados foi divulgado no dia 30 de junho de 2022, conforme Edital 001/2022 (Apêndice B).

Na sequência, dia 01/07/2022, foi criado um grupo de *WhatsApp* com os cursistas selecionados, conforme é destacado pela Figura 16.

**Figura 16 - Grupo *WhatsApp* criado para formação**



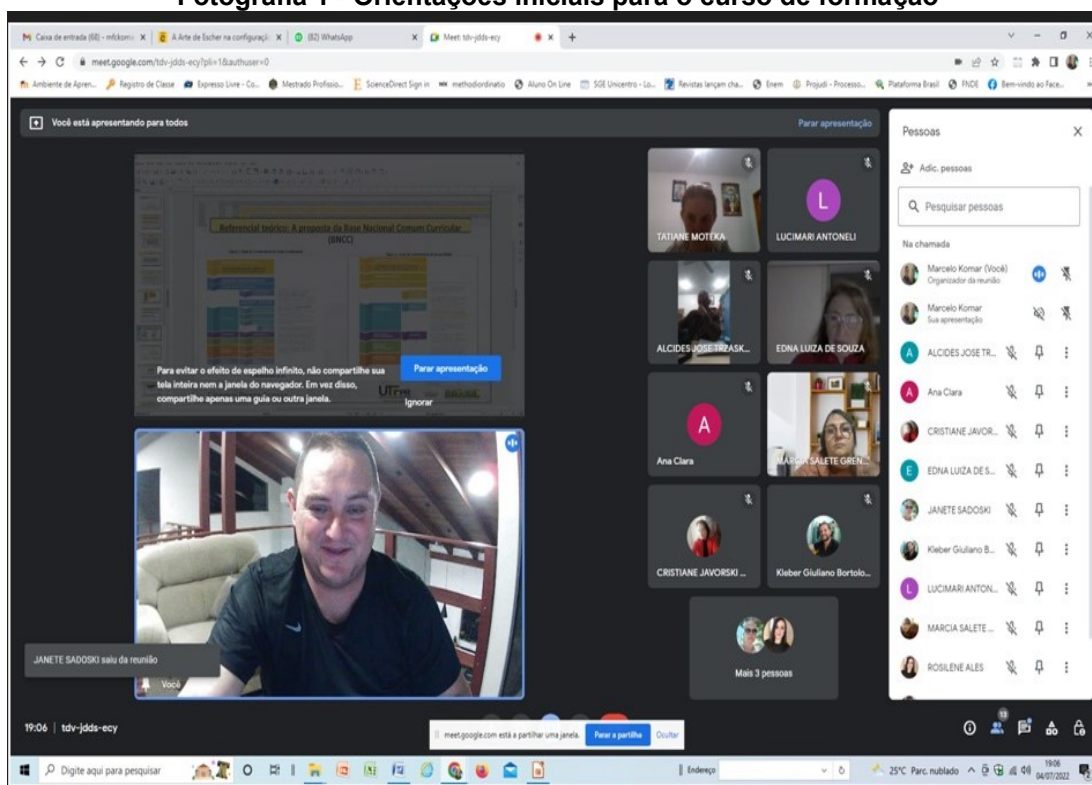
**Fonte: Autoria própria (2022).**

Ao criar o grupo o professor pesquisador encaminhou as seguintes mensagens aos professores/acadêmicos cursistas: “Boa noite pessoal, tudo bem? Sou o professor Marcelo. Sejam muito bem vindos ao nosso curso de formação!!!” Muito feliz em poder trabalhar com vocês [sic]. Foi encaminhado no WhatsApp e orientado aos professores/acadêmicos cursistas, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) (Apêndice D), para autorização quanto à realização da pesquisa, sendo solicitado aos professores/acadêmicos cursistas a devolução digitalizado no e-mail do professor pesquisador.

Na sequência houve o convite para uma reunião de alinhamento, pelo *Google Meeting*, na segunda-feira, dia 04/07, às 20 h, para orientação dos professores/acadêmicos cursistas de como acessar a plataforma online do Edmodo em seus computadores ou celulares, criando um login e senha. Foi disponibilizado aos professores/acadêmicos cursistas um guia rápido sobre a utilização do Edmodo, destacado pelo tutorial da UTFPR<sup>14</sup>.

No dia 04 de julho de 2022, conforme combinado com os cursistas, houve o início do curso com as orientações necessárias, como o acesso à plataforma Edmodo e também a configuração do curso, conforme destacado pela Fotografia 1:

**Fotografia 1 - Orientações iniciais para o curso de formação**



Fonte: Autoria própria (2022).

Neste momento foi oportunizado aos professores cursistas a introdução sobre o curso, bem como o funcionamento da plataforma *Edmodo*, pelo *link* <https://new.edmodo.com/>. Ao acessarmos juntos o *link* na reunião, foi (re)orientado, a partir do tutorial encaminhado, para os cursistas com dificuldades no acesso, os seguintes comandos:

<sup>14</sup> Disposto no *link* <http://metacognicao.com.br/wp-content/uploads/2018/06/Tutorial-Edmodo.pdf>.

1º No canto superior direito cadastre-se. O professor pesquisador orientou os professores/acadêmicos cursistas para utilizassem o e-mail da inscrição no curso, passando para a etapa seguinte;

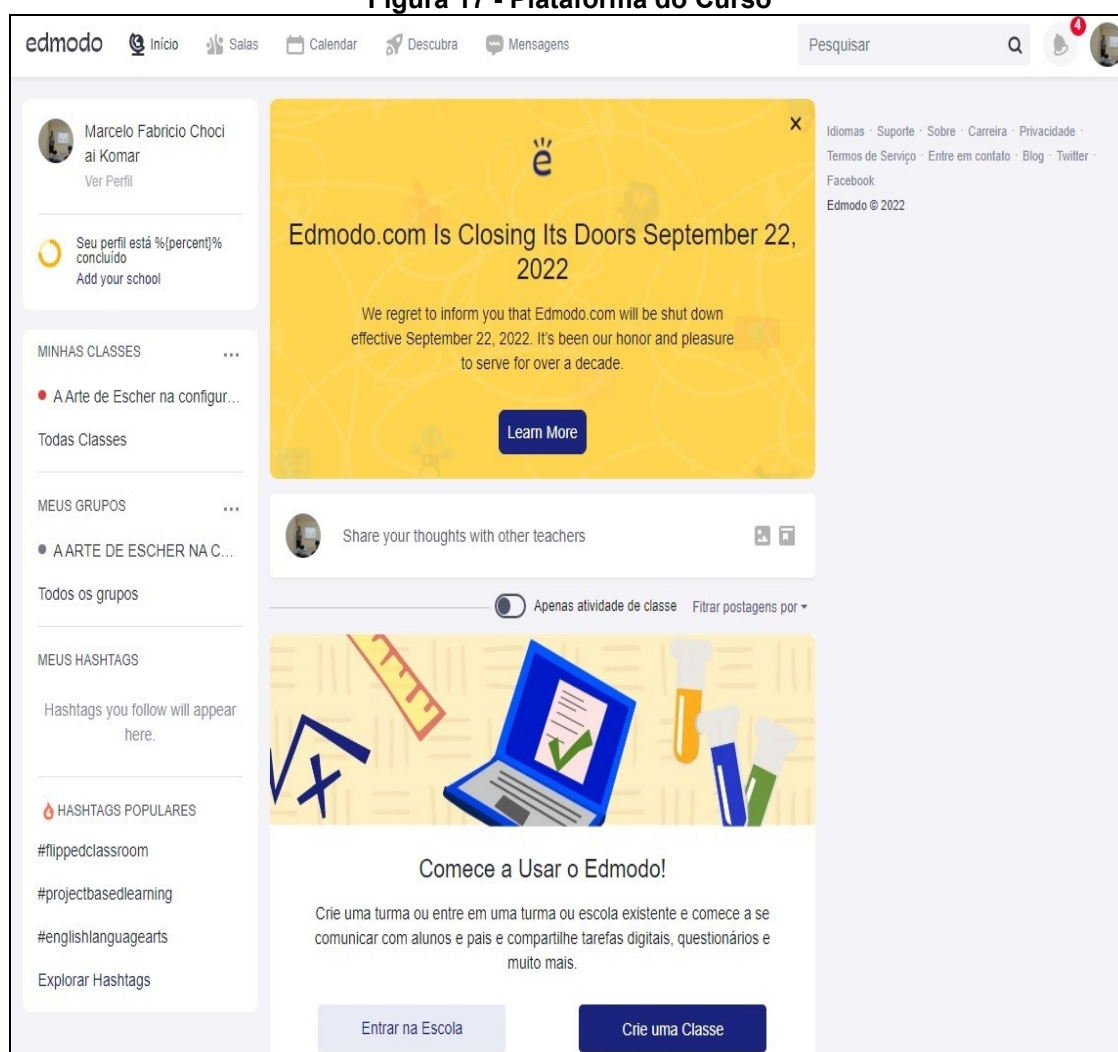
2º No canto inferior esquerdo, escolher o idioma Português (Brasil);

3º Na opção *Choose an account* escolherem a opção *Student Account*;

4º Na opção *select your location* escolherem a opção *Brazil* e por fim

5º Após realizarem o cadastro e sua senha, o professor pesquisador encaminhou um código de acesso chamado de “Código da Classe ou Escola”, viabilizando o acesso de todos os cursistas já cadastrados, conforme apresenta a Figura 17.

**Figura 17 - Plataforma do Curso**



**Fonte: Autoria própria (2022).**

Cabe destacar que na Figura 17 possui uma mensagem: *Edmodo.com Is Closing Its Doors September 22, 2022*, ou seja, a plataforma deixou de existir, a

partir de 22 de setembro de 2022, que foi evidenciado pelos autores da plataforma, com um dos problemas da crise mundial estabelecido pela COVID-19<sup>15</sup>. E com certeza perdemos um importante ambiente colaborativo de aprendizagem [sic].

Os professores/acadêmicos cursistas foram orientados sobre as atividades iniciais. Os cursistas que não puderam participar desta orientação inicial, por motivo de trabalho ou que estivessem em horário de aulas (Colégios/Universidade), foram atendidos em outros horários flexíveis oportunizados pelo professor pesquisador, de modo a oportunizar a formação para todos(as).

**De uma maneira geral, os encaminhamentos do curso de formação junto aos professores/acadêmicos cursistas seguiu o seguinte cronograma:**

**Primeira semana: de 04 a 10 de julho de 2022 (10 h);**

Foram expostos aos professores/acadêmicos cursistas algumas atividades, como por exemplo, uma apresentação inicial sobre a formação de cada cursista e a experiência no ensino de Matemática; a Arte de Escher nas técnicas da Xilografia, Litografia e Meio-tom<sup>16</sup>; A BNCC e os desafios para o ensino da Matemática; Um texto sobre um artigo de Higginson (1980), uma reflexão da Educação Matemática na época; A Modelagem na perspectiva da Educação Matemática aportada por Burak (1992) e Burak e Klüber (2008) e também, a atividade final (em grupos) sobre a Modelagem Matemática e Arte de Escher. Foram utilizados textos norteadores no *Google Meeting* com os temas propostos.

**Segunda semana: de 11 a 17 de julho de 2022 (10 h);**

No encaminhamento a esse aporte obtivemos a participação dos cursistas para a escolha dos temas livres, organizados em grupos (A, B, C e D), com no mínimo 3 cursistas em cada grupo. Devido à desistência de alguns cursistas, dos 24 selecionados, apenas 11 cursistas participaram da atividade, em virtude de problemas pessoais, trabalho e outras dificuldades, mesmo com incentivos e vários horários dispostos pelo professor pesquisador, para atendê-los. Foram produzidos 04 temas pelos professores/acadêmicos cursistas. Esse encaminhamento se deu com a utilização do *Google Meeting* e a mediação do professor pesquisador.

---

<sup>15</sup> A COVID-19 foi uma das maiores tragédias ocorridas no mundo, vidas ceifadas, sonhos perdidos e uma das maiores crises econômicas das nossas décadas.

<sup>16</sup> Também foi disposto aos professores/acadêmicos cursistas nesta atividade um catálogo com as obras do artista Escher. Disponível em: <https://www.bb.com.br/docs/pub/inst/img/EscherCatalogo.pdf>.

**Terceira semana: de 18 a 24 de julho de 2022 (10 h);**

Após escolhidos os 04 temas livres pelos professores/acadêmicos cursistas dos grupos A, B, C e D, onde foi organizado a socialização e a roda de conversas sobre as atividades com os grupos, pela plataforma Edmodo e *Google Meeting*, norteando a discussão e o encaminhamento para a realização das atividades.

**Quarta semana: de 25 a 31 de julho de 2022 (10 h);**

Houve a orientação, pelo *Google Meeting*, do professor pesquisador aos professores/acadêmicos cursistas dos grupos A, B, C e D, norteando o encaminhamento para a realização das atividades e as dúvidas encontradas pelos participantes com relação às etapas metodológicas da pesquisa.

**Quinta semana: de 01 a 07 de agosto de 2022 (10 h);**

Novamente houve a orientação, pelo *Google Meeting*, do professor pesquisador aos professores/acadêmicos cursistas dos grupos A, B, C e D, sobre a construção da atividade e das etapas metodológicas da pesquisa.

**Sexta semana: de 08 a 22 de agosto de 2022 (10 h);**

Com as atividades e desenvolvimento por meio dos temas/subtemas livres e a partir da Modelagem Matemática e dos passos de Burak e Klüber (2008) e a Arte de Escher, foram apresentados os trabalhos realizados pelos 04 grupos, com os 04 temas escolhidos, para a socialização coletiva. Grupos A e B no dia 15/08/2022, e dos Grupos C e D no dia 22/08/2022, via *Google Meeting*.

Cabe destacar que devido ao encaminhamento das atividades, sua construção orgânica e respeitando o tempo de dedicação escolar do professor/acadêmico, o encerramento do curso foi postergado, terminando após 30 dias do prazo, ou seja, até 14 de setembro de 2022, para que os cursistas pudessem produzir uma análise crítica e reflexiva acerca da sua formação nesta proposta metodológica envolvendo a Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, em consonância com a Arte de Escher, nas técnicas da Xilografia, Litografia e Meio-Tom, a partir dos temas de livre escolha e encaminhamentos produzidos pelos próprios cursistas em sua formação.

A última etapa foi uma avaliação dos cursistas sobre o processo concebido por eles para a realização dos temas/subtemas livre, na metodologia da Modelagem Matemática, aportada por Burak (1992) e Burak e Klüber (2008), na concepção de Educação Matemática e as relações das atividades com a Arte de Escher. A partir das atividades de modelagem matemática desenvolvidas pelos cursistas dos grupos

A, B, C e D, tivemos resultados obtidos e interpretados pelas técnicas da Arte de Escher como a Xilografia, Litografia e Meio-tom, de acordo com interpretação e a observação dos cursistas, aos temas livres criados pelos grupos.

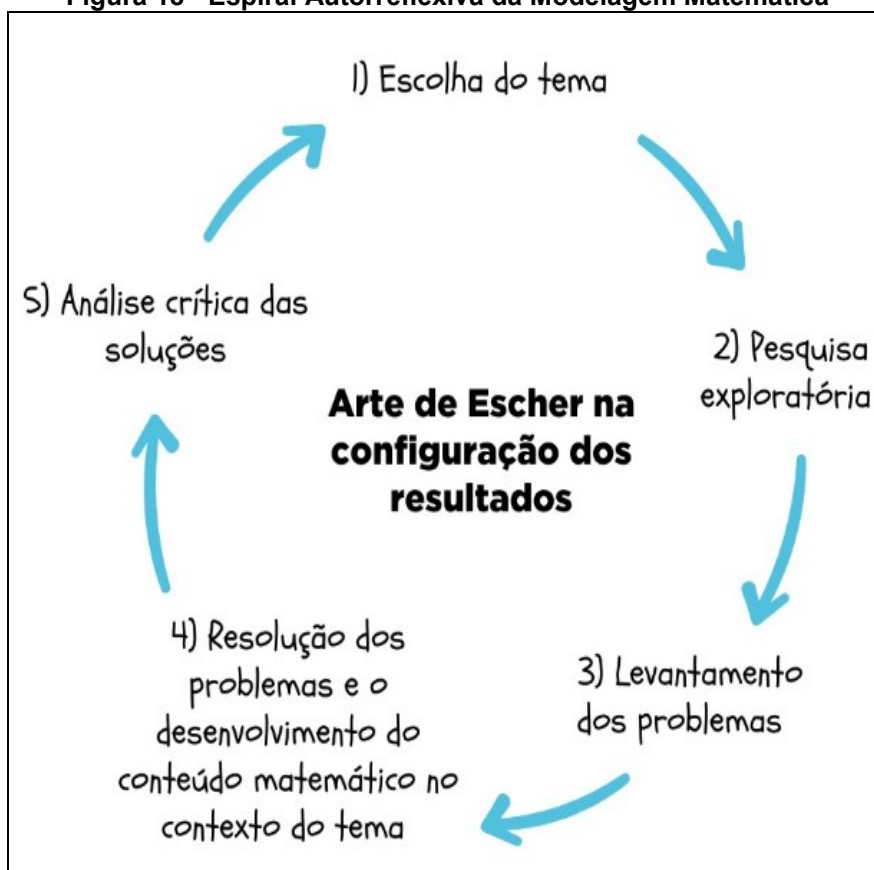
## 5.5 Coleta e Análise dos Dados

Este aspecto que envolveu a Modelagem Matemática e a Arte de Escher permitiu ao trabalho um toque de originalidade, quando buscou traduzir essa análise sob diversas formas artísticas, também a construção de elementos que podem representar evidências de uma nova racionalidade, na busca de superação da atual racionalidade técnica. A investigação na Pesquisa-Ação tornou-se um instrumento de compreensão da prática, onde o pensamento e a ação guardaram para si uma relação dialética, entre o processo histórico vivo e toda a situação social real (CARR; KEMMIS, 1986, p. 51).

Neste sentido a Pesquisa-Ação foi crítica e colaborativa, conforme apontado por Kemmis, McTaggart e Nixon (2013) e Mallmann (2015). A conexão da Metodologia da Modelagem Matemática e a Arte de Escher foi desenvolvida em ciclos, como o **planejamento, ação, observação e reflexão** (CARR; KEMMIS, 1986) como a espiral autorreflexiva. Neste estudo que envolve a Modelagem Matemática na perspectiva de Burak e Klüber (2008) e a Arte de Escher, o trabalho atribui uma nova configuração da espiral autorreflexiva (CARR; KEMMIS, 1986), adotando as etapas da Modelagem Matemática já definidas e reconhecidas mundialmente pela Academia, como um dos arquétipos metodológicos para a Educação Matemática, apontadas por Burak e Klüber (2008) como: **1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e 5) Análise crítica das soluções.**

Assim, neste trabalho, a partir dos estudos de Carr e Kemmis (1986) e Burak e Klüber (2008), a nova configuração denominada de Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática, descrita na Figura 18:

Figura 18 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática



Fonte: Autoria própria, adaptado de Carr e Kemmis (1986) e Burak e Klüber (2008).

Como resultado da Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática, tivemos a Arte de Escher, nas técnicas da Xilografia, Litografia e Meio-Tom, que configurou um esboço (desenho) das 5 etapas descritas pelo tema/subtema livre criado pelos cursistas, conforme descreve a Figura 18. Para análise das atividades desenvolvidas e a atividade final pelos professores/acadêmicos cursistas, elencamos a Matriz Investigativa dialógico-problematizadora na Pesquisa-Ação, aportada por Kemmis, McTaggart e Nixon (2013) e Mallmann (2015), que será apresentada no próximo capítulo.

Cada elemento da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora, descrita a seguir, foi construída após o pensamento crítico e reflexivo sobre a formação do professor, através da sua experiência como docente e alguns elementos norteadores desta formação, como a própria Formação do Professor, a Educação Matemática, a Modelagem Matemática e a Arte de Escher, descritas pelo Quadro 5:

Quadro 5 - Matriz Investigativa dialógico-problematizadora

	<b>A. Formação do Professor</b>	<b>B. Educação Matemática</b>	<b>C. Modelagem Matemática</b>	<b>D. Arte de Escher</b>
<b>1. Formação do Professor</b>	(1A) Com base em sua formação acadêmica, comente sobre a importância da formação pedagógica para o professor de matemática?	(1B) Como a Educação Matemática pode contribuir para formação do professor de Matemática?	(1C) Qual seu conhecimento acadêmico sobre a formação do professor em Modelagem Matemática? Cite exemplos.	(1D) Em sua formação acadêmica você já teve a oportunidade de conhecer a Arte de Escher? Se sim cite exemplos?
<b>2. Educação Matemática</b>	(2A) Qual a importância para o professor de Matemática a formação em Educação Matemática?	(2B) Qual a sua percepção sobre a natureza da ação da Educação Matemática em sala de aula?	(2C) Qual a característica da Educação Matemática quando evidenciada pela Modelagem Matemática?	(2D) Existe relação no ensino de Matemática entre a Educação Matemática e a Arte de Escher? Se sim, quais?
<b>3. Modelagem Matemática</b>	(3A) Como a Metodologia da Modelagem Matemática aportada por Burak e Klüber (2008) se apresentam na formação dos professores para a Educação Básica?	(3B) Qual seu conhecimento sobre a Modelagem Matemática, na concepção de Educação Matemática?	(3C) Qual a configuração metodológica dos resultados das atividades de Matemática envolvendo a Educação Básica?	(3D) Existe relação entre a Modelagem Matemática aportada por Burak e Klüber (2008), a Educação Matemática e a Arte de Escher?
<b>4. Arte de Escher</b>	(4A) Como a Arte de Escher pode proporcionar a aprendizagem de Matemática na sala de aula?	(4B) A Arte de Escher pode contribuir com a formação em Educação Matemática para o professor de Matemática?	(4C) Como a Arte de Escher pode ressignificar as etapas da Modelagem definidas pela metodologia da Modelagem Matemática aportadas por Burak e Klüber (2008)?	(4D) Com base em seus conhecimentos durante e após o curso de formação, a Arte de Escher se manifesta como uma possibilidade para a aprendizagem do estudante na concepção de Educação Matemática e a Modelagem Matemática? Descrever com base em suas percepções.

Fonte: Autoria própria baseada em Kemmis, McTaggart e Nixon (2013).

Cada elemento da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora do Quadro 5, apresentou uma configuração do tipo  $a_{ij}$ , ou seja, elementos que



apresentam linhas e colunas dispostas em uma Matriz Investigativa dialógico-problematizadora na Pesquisa-Ação, aportada por (KEMMIS; MCTAGGART; NIXON, 2013), neste caso, do tipo 4x4 (quatro linhas por quatro colunas). Cada elemento desta Matriz possui uma configuração, como por exemplo, no caso de  $a_{ij}$ , para a primeira linha e primeira coluna, temos  $a_{11}$ , então 1 (1º linha) e A (1º coluna) = 1A,  $a_{12}$  seria 1 (1º linha) x B (2ª coluna), 1B, e assim por diante. No caso das repetições entre os elementos norteadores com  $i = j$  nesta matriz, a diferença entre uma linha e uma coluna na repetição dos termos está na percepção do professor/acadêmico cursista, em assumir seu papel na interpretação crítica e reflexiva, com base em sua experiência, ou não, enquanto docente ou acadêmico e sua interação, ou não, com a formação em Educação Matemática, Modelagem Matemática e a da Arte de Escher. A linha (i) representa a experiência profissional e a coluna (j) a formação, ou seja, de acordo com a experiência do professor/acadêmico, a interação com a ciência admitida pela Formação de Professores, Educação Matemática, Modelagem Matemática e a Arte de Escher.

Ainda, foram levados em conta os dados empíricos (abertos) da investigação, constituídos pelas produções dos cursistas professores durante a realização das atividades como *chats*, webconferências (*Google Meeting*), vídeos, observando o comportamento ativo e colaborativo dos grupos, através da plataforma *Edmodo* e registradas no Diário de Campo (Apêndice C) do professor pesquisador. O Diário consiste em uma fonte inesgotável de construção e reconstrução do conhecimento profissional e do agir de registros quantitativos e qualitativos [...]. (LEWGOY; ARRUDA, 2004, p. 123-124). É um documento que apresenta um caráter descritivo - analítico, investigativo e de sínteses cada vez mais provisórias e reflexivas, abordadas também pelos pressupostos de estudos em pesquisa qualitativa de Triviños (1987).

No Diário foram descritas as etapas das atividades realizadas pelo grupo, as entrevistas entre os cursistas e professor pesquisador, os depoimentos espontâneos e as filmagens, as discussões, as trocas de ideias, as interações com o ambiente colaborativo, enfim um número maior de elementos para análise. Nas apresentações das práticas as falas, os depoimentos, as estratégias utilizadas por grupo.

A seguir apresentaremos as descrições das atividades dos professores/acadêmicos cursistas, em relação à formação, oportunizada pela plataforma *Edmodo*.

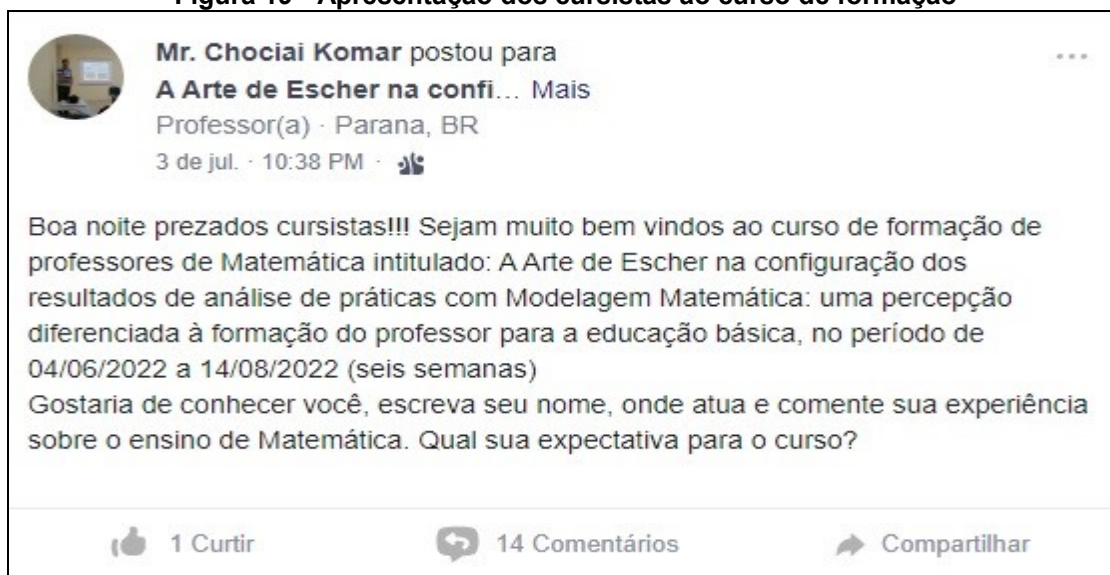
## 6 DESCRIÇÕES DOS TEMAS E SUBTEMAS DESENVOLVIDOS COM A FORMAÇÃO DO PROFESSOR POR MEIO DA PLATAFORMA EDMODO

### 6.1 Considerações e atividades iniciais

Na primeira semana, de 04 a 10 de julho de 2022, os professores/acadêmicos cursistas tiveram algumas atividades, como por exemplo, uma apresentação inicial sobre sua formação, sua experiência no ensino de Matemática. Foi apresentado um texto sobre a Arte de Escher nas técnicas da Xilografia, Litografia e Meio-tom<sup>17</sup>. Um texto sobre a BNCC e os desafios para o ensino da Matemática; um texto de Higginson (1980) sobre uma reflexão da Educação Matemática da época e um texto sobre a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática aportada por Burak (1992) e Burak e Klüber (2008), para que pudesse dar uma sustentação epistemológica inicial ao professor/acadêmico cursista, nesta formação.

A apresentação inicial contou com a seguinte configuração, conforme destaca a Figura 19:

**Figura 19 - Apresentação dos cursistas ao curso de formação**



Fonte: Autoria própria (2022).

<sup>17</sup> Nesta atividade foi oportunizado aos professores/acadêmicos cursistas um catálogo com as obras do artista Escher. Disponível em: <https://www.bb.com.br/docs/pub/inst/img/EscherCatalogo.pdf>.

Embora o número de participantes fosse 24, apenas 14 participantes responderam a apresentação. Nomenclaturamos Professor 1 (P1), Professor 2 (P2),..., Acadêmico 1 (A1), Acadêmico 2 (A2),..., e assim por diante. As informações obtidas com as respostas dos professores/acadêmicos cursistas foram:

(P1) *“Atuo no NRE de Irati. Tenho experiência no Ensino de Matemática durante mais de 15 anos que lecionei em turmas do Ensino Fundamental e Médio nas escolas públicas do campo e urbanas no municipal de Irati. A expectativa para o curso é compartilhar saberes e novas práticas para o Ensino da Matemática como também aprimorar novos conhecimentos e teorias nesse campo educacional” [sic].*

(P2) *“Atuo no Colégio Estadual do Campo Padre José Orestes Preima e no Colégio Estadual do Campo Cristo Rei em Prudentópolis. Uma vida tentando eliminar o pavor que os alunos têm da matemática. Escutei de muitos alunos, “professora eu gosto da senhora, mas não de matemática”. “Não sei de onde vem esse medo ou pavor, mas a gente sempre tentando mostrar o lado bom e desafiador” [sic].*

(P3) *“Atuo no Colégio João Negrão Júnior. Teixeira Soares. Sou professora mais de 11 anos, tenho experiência sobre o ensino de Matemática. A expectativa sobre o curso, que ele traga novas possibilidades e recursos aos estudantes articularem os conceitos científicos as suas experiências cotidianas com tecnologias” [sic].*

(P4) *“É meu segundo ano dentro da sala de aula como professora, trabalho no Colégio Estadual do Campo Padre Jose Orestes Preima. Como estou no início tenho pouca experiência em relação ao ensino da matemática, porém, já pude perceber o desgosto dos estudantes em relação a ela. A minha expectativa é adquirir técnicas e novos conhecimentos para aprimorar dentro da sala de aula e levar aos alunos um ensino de matemática cada vez melhor” [sic].*

(P5) *“Sou Mestre e Doutor em métodos numéricos. Atuo no ensino superior a 10 anos e nos dois últimos anos no colégio Xavier (Irati). Em relação ao curso espero obter novos conhecimentos e ferramentas para o ensino da matemática, ampliar meu conhecimento a respeito da metodologia modelagem matemática e conhecer mais sobre a as obras Escher e suas possibilidades para o ensino” [sic].*

(A1) *“Sou acadêmica do 2º ano do curso de Licenciatura em Matemática, pela Unicentro, na cidade de Irati. Minha expectativa para o curso é aprofundar meus conhecimentos matemáticos de forma a me auxiliarem nas disciplinas do meu*

*curso, nas pretensões de pesquisas, bem como em sala de aula caso venha a atuar” [sic].*

(P6) *“Professor de Educação Física na primeira licenciatura e segunda graduação em Matemática. Trabalho no Núcleo Regional de Educação de Irati, no setor de tecnologias CRTE. Sempre gostei de Matemática, por isso fiz minha segunda graduação na área, porém não tive a oportunidade ainda de lecionar esta disciplina pois fiz o curso já trabalhando no NRE. Estou fazendo o curso para adquirir experiências na área” [sic].*

(P7) *“Atuo no Colégio estadual Professor Dario Veloso, em Mallet, na disciplina de matemática, com dois padrões QPM. Adoro atuar nessa disciplina. Busco sempre novas metodologias, estou em constante formação. Uma das únicas metodologias que não tenho bons resultados é a modelagem, portanto busco melhor conhecer para analisar o por quê não forneceu bons resultados quando a utilizei. Adoro a Arte de Escher, já explorei em sala e busco aprimorar a forma de explorar esse conhecimento” [sic].*

(P8) *“Atuo em uma escola do campo e uma cívico militar, em Inácio Martins, gosto de estar em sala de aula e trabalhar com várias metodologias, espero com este curso aperfeiçoar/aprimorar, fazer uma reciclagem. Buscar ideias para tornar a matemática mais significativa e atraente” [sic].*

(A2) *“Olá, faço licenciatura em Matemática, procuro me aprofundar mais na matemática e ter um bom desempenho e tirar muito bom proveito do curso” [sic].*

(P9) *“Sou professor da rede estadual. As obras deste autor são conhecidas na matemática por conter riqueza de detalhes, a utilização de linhas retas, planos, e estruturas circulares, trazendo assim formas geométricas, imagens tridimensionais. Conhecia um pouco sobre o artista” [sic].*

(P10) *“Atuo no Colégio Estadual Francisco Ramos a mais de 20 anos. A expectativa para o curso é adquirir novos saberes e compartilhar as práticas vivenciadas em sala de aula, que podem ser melhoradas ainda mais com o uso da Modelagem Matemática” [sic].*

(P11) *“Sou professora do Colégio Estadual de Faxinal dos Marmeleiros em Rebouças-PR, licenciada em matemática e mestranda no Programa de Ensino de Ciência Naturais e Matemática, da Unicentro. Concluí uma disciplina ministrada pelo professor Dionísio Burak e mantenho grande apreço pelo mesmo, gosto muito da*

*modelagem e vejo esse curso como uma forma de aprimorar minhas aulas e experiências nessa metodologia” [sic].*

(P12) *“Sou professor do Colégio Estadual do Campo Nossa Senhora Aparecida e do Colégio Estadual Doutor Chafic Cury, ambos de Rio Azul. Tenho Licenciatura em Matemática pela UNICENTRO. Espero com o curso melhorar a minha prática em sala de aula” [sic].*

Em sua grande maioria são professores/acadêmicos do NRE de Irati, que abrangem as cidades de Irati, Prudentópolis, Inácio Martins, Rebouças, Mallet, Rio Azul, Fernandes Pinheiro, Teixeira Soares e Guamiranga. São professores/acadêmicos que lutam diariamente para garantir uma educação pública com qualidade, esta percepção foi possível a partir da configuração dos excertos produzidos pelos diálogos na apresentação. Percebe-se também que são professores/acadêmicos que tentam melhorar sua metodologia de ensino para “Modo 2” definida por Gibbons *et al.* (1994), interdisciplinar, aproximando-se da produção esperada pela Universidade do século XXI, em detrimento ao modelo denominado “Modo 1” puramente mecânico, linear e centralizador, constituído ainda, pela formação do professor, que persistem até os dias atuais, em muitas Academias, bem como na formação continuada oportunizada pela má gestão pública.

A atividade seguinte foi proporcionada pela reflexão, a partir dos estudos de Coxeter (1988); Ernest (1991); Barth (2006); Eugênio (2012); Tjabbes (2013); Andrade (2015); Schattschneider (2016), sobre algumas obras de Escher, sendo apresentadas aos professores/acadêmicos cursistas pelo *Google Meeting* as obras: a Torre de Babel, Dia e Noite, Bird Fish, Lagartos nº 56 (Lizards), Three Worlds (Três Mundos) e Limite Circular IV, que apresentam elementos simétricos, matemáticos, geométricos, estes que puderam influenciar a percepção dos cursistas e assim orientá-los para a atividade futura, em grupos, da escolha livre do tema, a partir da metodologia da Modelagem Matemática, descrita Burak e Klüber (2008).

Esta percepção permitiu aos professores/acadêmicos cursistas estabelecer relações entre as obras de Escher, a Matemática e a sua realidade local, seus costumes, suas contradições, ou seja, o pensamento humano, complexo e que talvez, não houvesse limites para a imaginação. Também que a Arte de Escher se baseava em três técnicas peculiares, a xilografia, a litografia e meio-tom, que eram obtidas por matrizes como uma espécie de carimbo para ser aplicado em papéis e tecidos especiais, sendo as xilogravuras e litogravuras a maior parte do seu acervo,

enquanto o método do meio-tom criava uma ilusão de tons intermediários e contínuos nas imagens. Suas técnicas descreviam as situações cotidianas das vidas das pessoas com muita criatividade, incomuns, com várias perspectivas (que geravam ilusão de óptica no observador), como um artista matemático, das simetrias, das geometrias, mesmo não sendo matemático, estava além do seu tempo.

Na atividade proposta a seguir foi referenciado as três técnicas distintas de Escher, como a Litografia, Meio-Tom e a Xilogravura, descritas pela Figura 20:

**Figura 20 - Reflexão sobre a Arte e as técnicas de Escher**



Mr. Chociai Komar postou para  
**A Arte de Escher na confi...** Mais  
 Professor(a) - Parana, BR  
 3 de jul. · 10:43 PM · 📍

Reflexão inicial: Com base nas Figuras 1, 2 e 3 do artista Maurits Cornelis Escher, qual seus conhecimentos sobre o artista e qual sua percepção sobre as imagens? Contextualize.  
 Mais obras do artista podem ser observadas no catálogo  
<https://www.bb.com.br/docs/pub/inst/img/EscherCatalogo.pdf>

Traduzir

FIGURA 1 - ESCADA ACIMA E ESCADA ABAIXO, LITOGRAFIA, 1960

FIGURA 2 - Oha - Eye Meio-tom | (1946)

FIGURA 3 - RELATIVIDADE, XILOGRAVURA, 1953

👍 Curtir      💬 10 Comentários      ➦ Compartilhar

Fonte: Autoria própria (2022).

A partir das observações dos cursistas, com relação à atividade, tivemos 10 participações, onde a partir das quais seguem as considerações:

(P3) *“As figuras de Escher levam a curiosidade, a análise desafia a busca por respostas. As figuras trazem consigo conteúdos de Física óptica e Matemática, geometria, tridimensionalidade em que colaboram ao desenvolvimento da percepção visual e especial” [sic].*

(P4) *“O artista é conhecido principalmente pelas suas xilogravuras, pois, a maior parte delas são de encher os olhos e dizer ” isso parece impossível de ser*

realizado". Em relação as imagens são obras inusitadas, as quais abrangem conceitos matemáticos pertencentes ao campo da Geometria, na forma espacial e da isometria" [sic].

(A1) "Ainda não tinha conhecimentos muito profundos sobre o artista, bem como suas obras. Na minha percepção as obras trazem sentidos ilusórios e possuem sentidos muito próprios a cada observador. Acredito que elas trazem muitos conceitos matemáticos voltados ao campo da geometria e de limites" [sic].

(P6) "Não conhecia o artista em questão. Suas obras me impressionam devido a complexidade de analisar cada detalhe pertencente a cada uma delas...o que pode fazer com que cada observador sinta dentro do seu eu, o que o artista quis passar de mensagem através do desenho. É uma mistura de geometria com a referência histórica da época. A figura 3 me faz refletir sobre a escada, pois sempre que pensamos em escada, nos vem a cabeça "subir", porém com o desenho de Escher penso que algumas vezes na vida estamos em uma escada, mas descendo, sem mesmo perceber essa diferença, o que o desenho nos mostra com clareza" [sic].

(P1) "Não conhecia o trabalho artístico de Escher e fiquei impressionada com a riqueza de detalhes que podem ser explorados nessas figuras. As tonalidades, a impressão de profundidades, a geometria, os aspectos da reprodução da realidade. Certamente esses trabalhos se entrelaçam com a sensibilidades e a capacidade de utilizar saberes de diversas ciências que ao final resultam em belíssimas imagens. A Matemática é uma dessas ciências em que vários conceitos e especialmente geométricos são incluídos para uma quase perfeita reprodução. Trabalhar pedagogicamente com essa arte enriquece as possibilidades para dar significado ao que se ensina e se aprende" [sic].

(P5) "Já conhecia algumas obras do artista Escher e tive a oportunidade de explorá-las na disciplina de Desenho Geométrico, disciplina que leciono. Acho de grande importância o estudo da Matemática por meio da história, filosofia e sobretudo à arte. Sabemos que existe uma profunda relação entre a arte e Matemática, explorar a matemática por meio da arte me parece um caminho natural, uma vez que essas estão interligadas desde a pré-história. Por exemplo, uma das formas de contagem mais antiga era expressa por meio de desenhos nas paredes das cavernas. É possível relacionarmos as obras de Escher a diversos conteúdos da Matemática, principalmente da geometria (perspectiva, simetria: rotação, translação

*e reflexão). Nota-se que suas obras são matematicamente pensadas com o objetivo de nos iludir, proporcionando uma maneira fantasiosa de olharmos o mundo, criando assim diferentes pontos de vista e interpretação de suas obras” [sic].*

(P7) “Eu já conhecia as maravilhosas obras de Escher, que encantam a todos. Não há quem não olhe admire e pare para analisar sua criação. Percebemos que mesmo não sendo um matemático trabalhou muitos conceitos de simetria e da geometria da transformação em suas obras, criando o que chamamos de ilusão de ótica. Utiliza os poliedros e os padrões geométricos em suas obras. Simplesmente fantástico!!” [sic].

(P8) “Já tinha visto algumas obras do artista em questão, são bem complexas para se observar pela riqueza de detalhes e pela profundidade que nossos olhos podem adentrar a imagem, como a matemática torna uma imagem tridimensional, real. As formas geométricas, a física presente nossos olhos são espelho, na imagem que reflete outra imagem. A matemática presente nas obras nos faz refletir sobre o mundo e suas formas seus ângulos” [sic].

(P11) “Olá, eu não conhecia as obras do artista, são obras que demonstram muito mais que uma simples representação gráfica, representam simetria, sentimentos, imagens tridimensionais, demonstrando que o autor deseja repassar uma mensagem com essas obras” [sic].

(P2) “Boa noite. Não conhecia as obras do artista, porém já tinha ouvido falar. As obras de Escher me faz pensar muito sobre a vida. Retratando o cenário da época e até mesmo o de hoje, o artista é o mais realista possível em suas obras, mostrando que na vida a altos e baixos, muitas vezes estamos bem e no topo, outras precisamos nos reerguer, continuar o ciclo da vida e cedo ou tarde encarar a morte. O mais incrível é que Escher consegue passar tudo isso e ainda fazer representações com a geometria” [sic].

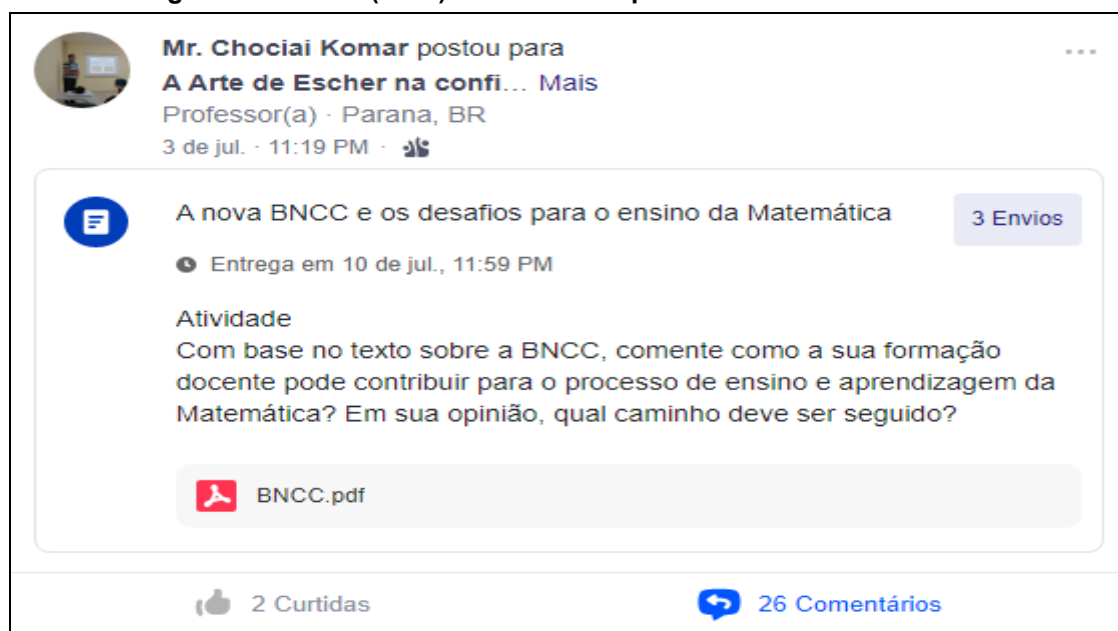
Percebemos através dos excertos produzidos pela atividade junto aos professores/acadêmicos, que despertou nos cursistas a curiosidade, a interação e a motivação pela Arte, atribuindo de forma interdisciplinar a ciência, o conhecimento e o pensamento complexo, com relação as obras de Escher. Morin (2006; 2007; 2014) destaca que o conhecimento envolve e influencia diversos campos do saber, e que possibilita superar a visão reducionista, fragmentada e disjuntiva das questões educacionais, ampliando as reflexões para um pensar crítico e criativo do professor, que considera a instituição escolar como uma organização complexa na qual precisa



religar seus saberes e compreender esse contexto que é múltiplo e uno, para além dos modelos de formação tradicionais e mecanicistas e que possa promover um processo de ensino e aprendizagem adequados ao processo de ensino e aprendizagem dos estudantes.

A atividade seguinte, oportunizada aos professores/acadêmicos cursistas na Plataforma Edmodo, caracterizou a análise de um texto sobre a BNCC (BRASIL, 2018), os desafios nesta nova configuração para o ensino, que teve início no Paraná, no ano de 2021, destacado pela Figura 21:

**Figura 21 - BNCC (2018) e os desafios para o ensino da Matemática**



Fonte: Autoria própria (2022).

A partir das considerações dos professores/acadêmicos cursistas tivemos as seguintes contribuições:

(P4) *“Para o processo de ensino e aprendizagem da matemática a função do docente não é mais a de simplesmente repassar um conhecimento acabado e pronto. Mais sim, organizar situações de aprendizagem, desafiadoras que envolva afetiva e intelectualmente os nossos estudantes na construção dos conceitos presentes na matemática. O caminho a ser seguido é onde o professor deve ser orientador, mediador e organizador, para articular o modo de pensar e ser do estudante com as estruturas epistemológicas dos conceitos matemáticos” [sic].*

(P6) *“Acredito que o docente tem o papel de mediar os conhecimentos, de forma a moldá-los de acordo com cada realidade, além de proporcionar um*

*ambiente em que os discentes possam expressar suas dúvidas e dificuldades. Com a Educação Matemática, o aluno passa a ter voz ativa em sala de aula, sendo de responsabilidade do docente dar suporte e direcionar de maneira assertiva os conteúdos programados. Apresentar situações problemas como citado no documento, principalmente voltados a realidade da turma e realizar interdisciplinaridade com outras disciplinas são formas de contribuir para o ensino da Matemática” [sic].*

*(A1) “O processo de aprendizagem envolve um aluno ativo e protagonista e um professor que apresenta domínio do conteúdo, mas também possui embasamento em processos pedagógicos que possibilitem repassar os conhecimentos matemáticos de forma a atingir o aluno da forma mais ideal. Ou seja, os estudantes precisam ter sentido em aprender sobre determinado assunto, de forma a não só serem ouvintes, mas serem participantes das discussões, para apresentarem argumentos, questionamentos e dúvidas. Assim, cabe ao professor utilizar diferentes estratégias para atingir este objetivo” [sic].*

*(P1) “As políticas públicas educacionais refletem o momento histórico que vivenciamos e as mudanças curriculares são constantes, nem sempre articuladas com a realidade e das necessidades das comunidades escolares. Durante a formação acadêmica e formação contínua é possível perceber que a cada nova mudança curricular é necessária adaptação para atender a essas mudanças. Há necessidade de constante formação e enquanto educadores. Estamos buscando a compreensão e novas possibilidades para seguirmos as novas orientações” [sic].*

*(P3) “A BNCC apresenta novos mecanismos para a transformação do ensino metodológico da Matemática, em que faz necessário ser algo mais agradável e interessante. Especialmente a Educação Matemática, um dos caminhos a seguir é a situações-problema e a resolução de problemas, em que o docente, mostra aos seus alunos, na teoria e na prática que a Matemática está ao nosso redor, importante em nossas vidas para que assim surja a tão sonhada e esperada transformação” [sic].*

*(P7) “O processo de ensino aprendido da Matemática deve se dar através da mediação, o educador deve atuar como mediador e facilitador no processo ensino-aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento do senso crítico, a participação e a inserção do aluno no mercado de trabalho, dando assim a oportunidade de atuarem como protagonistas na sociedade” [sic].*

(P8) *“A BNCC é documento norteador para desenvolvimento da aprendizagem com apropriação do conhecimento, onde o professor é o mediador, para que ocorra tal construção e o desenvolver das 10 habilidades deve-se ter um olhar aguçado. São vários fatores relacionados para que ocorra a construção do conhecimento. A matemática estando presente no dia a dia, fazendo significado, os educadores são protagonistas na articulação e significação desse conhecimento dentro da realidade que estamos inseridos” [sic].*

(P9) *“A BNCC regulamenta quais são as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas públicas. O professor é o elo entre o ensino aprendizagem, o papel do educador é desenvolver competências e habilidades atuais, que contribuem na criação de uma nova realidade educacional, de um novo ensino matemático, com perspectivas de ensino ativa, assim como a modelagem matemática trazendo problemas da vida real com criatividade. Fazendo com que os alunos tenham um pensamento crítico capaz de resolver problemas, aprendendo a justificá-los. Colaborando com o aluno na construção do conhecimento com uma aula participativa, investigativa, prazerosa ao saber matemático, para que possam ver que a matemática faz parte do cotidiano” [sic].*

(P11) *“A BNCC direciona o professor em seu trabalho na sala de aula, visando um ensino igualitário, promovendo ao educando conceitos necessários para demandas da vida cotidiana. Como professores é necessário compreendermos que o aluno deve aprender para a vida, não somente para uma avaliação diagnóstica. Que ele utilize os conceitos aprendidos para melhorar a sua situação e também desenvolver habilidades necessárias para a sua vivência. O aluno deve descobrir, compreender como o processo matemático ocorre e não somente decorar explicações, deste modo, ela se tornará mais significativa para ele” [sic].*

(P10) *“A BNCC nos mostra a importância das crianças participarem ativamente do planejamento das atividades escolares propostas pelo educador, como por exemplo, a escolha das brincadeiras e dos materiais, proporcionando mais autonomia e permitindo um posicionamento do estudante. Define o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da educação básica de modo que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento. Busca proporcionar aos estudantes, competências gerais que consubstanciam no âmbito pedagógico os direitos de aprendizagem e desenvolvimento, competência para mobilização de conhecimentos*

*entre conceitos e procedimentos, habilidades, práticas cognitivas e socioemocionais, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. O professor precisa estar atento à toda informação que o ajude a desenvolver em seu aluno todo esse processo de conhecimento” [sic].*

*(P2) “De acordo com a BNCC e uma experiência considerável que já tenho em sala de aula, devemos valorizar os conhecimentos que o estudante possui, onde vive, suas experiências e vivências culturais e aproximar ao máximo a realidade do aluno com os conteúdos a serem trabalhados para uma melhor aprendizagem. Para que de fato a aprendizagem aconteça uma metodologia deve ser seguida, como a modelagem matemática que permite aproximar professor e aluno, deixando o aluno mais a vontade para expor suas opiniões e questionamentos” [sic].*

*(P12) “A diversidade de alunos que frequentam a sala de aula, requer do professor uma atitude de mediador do conhecimento aproveitando o que os alunos já sabem e a partir deste conhecimento prévio, buscar por um ensino contextualizado que promova a aprendizagem” [sic].*

*(P13) “...muito importante, a partir dos desafios encontrados, o professor como mediador propor e mostrar estratégias e várias formas de resolver os problemas” [sic].*

*(P1) A BNCC apresenta um conjunto de objetivos a serem alcançados pelos alunos. Certamente deve-se articular a base com as experiências profissionais para repassar estes conhecimentos [sic].*

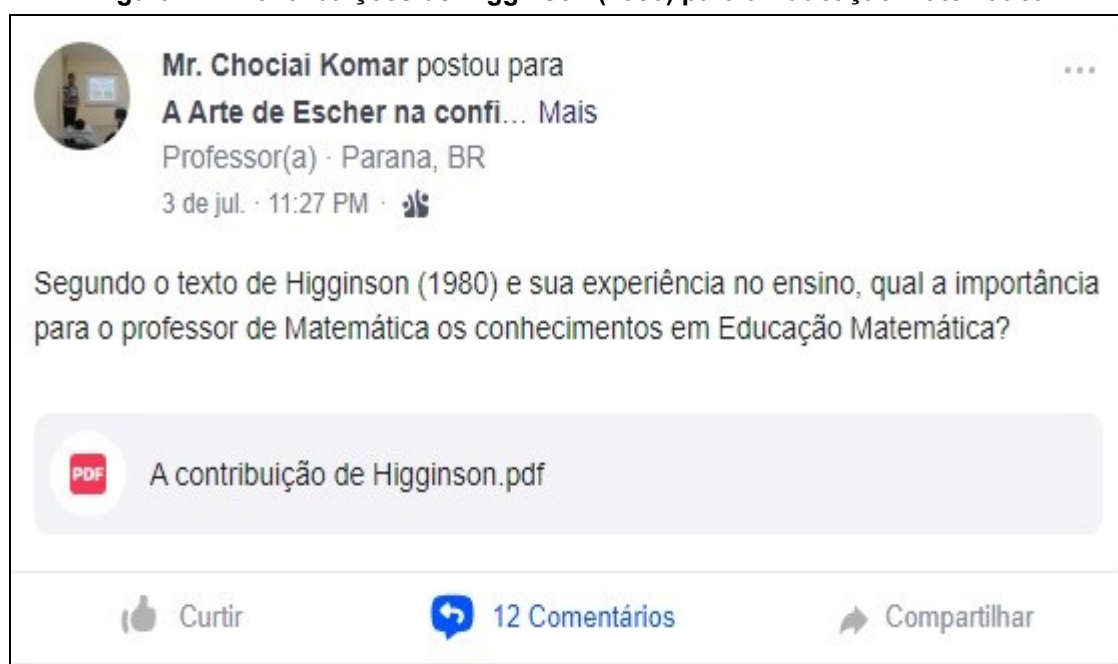
A partir das reflexões dos cursistas pode-se perceber, até pela grande participação dos cursistas, que a articulação da BNCC (BRASIL, 2018) junto as escolas/colégios precisa ter atenção, por parte dos governantes, no processo, deve ser dialogada como o coletivo escolar, para que a metodologia do ensino possa ser um diferencial no arquétipo da formação dos estudantes, em nosso caso, da Matemática. A cultura e o respeito aos saberes dos estudantes precisam ser valorizadas, em consonância com a formação de cidadãos críticos e reflexivos. No entanto é preciso articular este processo, com o objetivo de consolidar e aprofundar a formação integral do estudante, centrando-se na compreensão de conceitos e procedimentos em seus diferentes campos do pensamento computacional e do pensamento complexo, apropriando o ensino pela formulação e resolução de

problemas em diversos contextos, aliados a área de Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2018, grifo nosso).

A partir desta síntese sobra a nova proposta da BNCC, principalmente no que diz respeito ao processo de ensino e aprendizagem das Ciências do conhecimento e em especial ao ensino da Matemática, requer, por parte do professor, um pensamento complexo para nortear as ações de aprendizagem, de modo que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática possa ter uma construção clara e objetiva dos seus princípios metodológicos, pois sua construção depende de fatores sociais, cognitivos e humanos, não podendo ser considerada como uma ciência isolada e sem sentido, ao estudante.

Na continuidade das atividades junto aos professores/acadêmicos cursistas, apresentamos um texto de um dos artigos de Higginson (1980), que referencia a importância da Educação Matemática para a formação dos estudantes em Matemática, conforme demonstra a Figura 22:

**Figura 22 - Contribuições de Higginson (1980) para a Educação Matemática**



Fonte: Autoria própria (2022).

A partir das considerações dos professores/acadêmicos cursistas tivemos as seguintes contribuições:

(P4) *“A Educação Matemática é de suma importância para os docentes. Ela é voltada para um ensino robusto da matemática, envolvendo práticas que*

*fortalecem e efetivam o aprendizado dos estudantes, alicerçadas nas teorias da aprendizagem, no conhecimento multicultural e na transdisciplinaridade. Tirando de lado os métodos de ensino tradicionais, onde o aluno era ator passivo dos processos de ensino e apenas receptivo do que se entendia por aprendizagem” [sic].*

*(P7) “É importante esse conhecimento para que ele desempenhe seu papel de mediador na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilidade de raciocínio, na aplicação a situações problemas reais, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e situações de aprendizagem desafiadora que envolvam afetividade e intelectualidade, capacidade de solucionar obstáculos com conhecimento, legitimando o aprendizado” [sic].*

*(A1) “A Educação Matemática carrega o papel de proporcionar ao aluno um ambiente favorável e confortável a este para a ocorrência do aprendizado. Assim, a sala de aula passa de um ambiente onde o aluno é passivo e apenas ouvinte dos saberes transmitidos pelo professor, para ser ativo, questionador, pesquisador, mediado pelo professor, que terá ferramentas para adequar seu ensino da melhor forma possível, levando-se em consideração as diferenças e limitações de cada turma” [sic].*

*(P6) “Em sala de aula é de grande importância que os estudantes tenham uma participação ativa durante as aulas. Assim, a Educação Matemática vem como uma mudança para o ensino da disciplina, sendo este fator decisivo na aprendizagem. A Matemática precisa ser aprendida e não decorada, pois desta forma torna-se muito mais complexa quando foge do “padrão”, o que gera um espanto por parte dos estudantes. Saber a forma de repassar o conhecimento e ministrar a forma de aprendizado faz total diferença para a compreensão por parte dos alunos” [sic].*

*(P1) “O texto apresenta de maneira dialética a base teórica de Higginson e as adaptações dessa teoria por pesquisadores do Ensino da Matemática. O Tetraedro elaborado por Higginson e a relação da Matemática com a Sociologia, Filosofia e Psicologia atualmente é articulado e revisto tendo em vista que diversas outras áreas do conhecimento são importantes e se interligam reciprocamente entre si. Essa visão perpassa o conceito de fragmentação dos conteúdos e da aprendizagem no Ensino da Matemática, pois é necessário entrelaçar os saberes e assim como uma rede construir elos que dialoguem e realmente produzam efeito de dar significado ao que se aprende na escola. Ensino de Matemática é unir e trilhar*

*por diversos métodos, teorias, concepções e principalmente estar em consonância com outras ciências” [sic].*

*(P3) “Para que a aula de Matemática possa fluir e que os alunos aprendam, primeiramente são necessários os professores serem formados na área, em que muitos de outras disciplinas não têm uma formação completa, percebendo que a forma de passar os conteúdos tem erros, e muitas vezes os discentes sentem a insegurança. No texto fica bem claro a interdisciplinaridade entre as disciplinas, abordar um determinado tema que chame a atenção e seja meio de pesquisas, em que o aluno desperte o bom senso que é estar interligado a matemática com várias áreas de conhecimento. Para a docente, o conceito matemático é uma das partes que alguns possuem dificuldade em aplicar na sala de aula, principalmente conteúdos abstratos em que o aluno tem dificuldade de compreender. E muitas vezes o aluno traz consigo uma modelagem em qual é importante utilizar, apresentar e explicar. No caminho tanto docente e discente estão em busca do conhecimento” [sic].*

*(P9) “Um dos destaques de Higginson que chama a atenção é que a experiência de aprendizagem de matemática, para a maioria dos estudantes não foi intelectual nem emocionalmente moderna; sua exposição à matemática não foi prazerosa, nem a fez mais competente. Esse destaque está muito presente em sala de aula atualmente pois se os “primeiros contatos” do aluno com a matemática não foram com uma abordagem diferenciada, não foi prazerosa, esse aluno carrega a “imagem” da matemática como algo difícil, a pior disciplina. Muitas vezes isso acontece porque o professor que está atuando em sala de aula nem é formado em Matemática, entre outros fatores. Para mudar esse pensamento entre os estudantes o professor deve ser o mediador oferecendo formas diferentes de ensino como a investigação matemática, utilizar da modelagem matemática, para que os alunos possam participar mais da aula, verificar se o que está sendo ensinado está sendo absorvido e compreendido pelo aluno, para que o conhecimento matemático seja então mais valorizado por eles” [sic].*

*(P11) “O Modelo de Tetraedro de Higginson (1980) pressupõe uma perspectiva interdisciplinar entre a matemática, a Filosofia, a Psicologia e a Sociologia. Para o autor essas disciplinas estão interligadas e proporcionam um melhor entendimento no ensino da Matemática. Na nova configuração da educação matemática outras áreas do conhecimento também vêm a contribuir para o ensino*

*da matemática. Quando desenvolvido a interdisciplinaridade na Educação Básica o estudante consegue fazer a relação entre as disciplinas, o que auxilia na assimilação de conteúdos da matemática que é vista, pela maioria, como um conteúdo isolado e sem vínculo com a realidade. Dessa forma o ensino passa a fazer sentido para o estudante, o que é fundamental para que aconteça a aprendizagem” [sic].*

*(P10) “Segundo o texto, Higginson (1980) foi brilhante ao descrever o Tetraedro, que para a época marcou um início de um legado para os estudos em Educação Matemática. Realmente muito interessante toda colocação e explicação de Higginson sobre o fato do Tetraedro estar fechado, de ser uma maneira de perceber que as quatro áreas fundamentais não são apenas necessárias, mas suficientes para determinar a natureza da Educação Matemática. Tendo como fundamentos os pressupostos de Educação Matemática de Higginson, a Modelagem orientada pela Matemática e pelas disciplinas que integram a Educação, como a Psicologia, Sociologia e a Filosofia, que atualmente contam com a Linguística e a Antropologia, cada dia tem se mostrado importante para a Educação Matemática” [sic].*

*(P2) “Para que nossos estudantes tenham um aprendizado significativo, é importante que o professor esteja sempre acompanhando os estudos em relação a Educação Matemática, bem como os métodos de aprendizagem. Como Higginson diz em seus estudos “não existe uma educação matemática ideal para todos os lugares ou para todos os indivíduos em um único lugar” e com minha experiência como professora, vejo que nem todos os estudantes aprendem de uma mesma maneira e nem ao mesmo tempo. Por isso, devemos considerar as diversidades culturais e também a parte afetiva e emocional de cada um, deixando-os mais confortáveis para encontrar sua melhor forma de aprendizado” [sic].*

*(P8) “O texto deixa claro que temos que pensar o ensino da matemática de forma ampla e não isolada, levar em consideração os vários fatores que interferem no aprendizado, afinal o ser humano é um ser complexo. Conforme destacado por Burak e Klüber (2008) que a matemática necessita interagir com as outras áreas de conhecimento sendo uma via de mão dupla para fortalecer e dar mais significado a construção do conhecimento” [sic].*

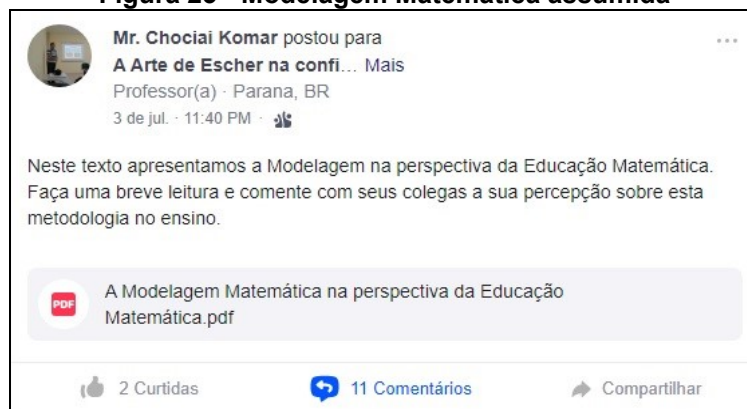
*(P12) “Na Educação Matemática, o professor tem grande importância quando trabalha o conteúdo contextualizado com o cotidiano do aluno, assumindo um papel de mediador do conhecimento” [sic].*



Após a leitura sobre os excertos dos professores/acadêmicos cursistas, a partir do Artigo Higginson (1980), os objetivos da investigação em Educação Matemática são múltiplos e difíceis de serem categorizados, mas podemos destacar dois objetivos básicos: o primeiro de natureza pragmática, que tem em vista a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática; e um segundo de cunho científico que tem em vista o desenvolvimento da Educação Matemática enquanto campo de investigação e de produção de conhecimentos. O reconhecimento do papel dos fatores sociais e culturais é, no entanto, um processo que ainda está em curso. Interpretando Higginson (1980) em nosso momento atual, esse reconhecimento está acontecendo devido à maior sensibilidade à dinâmica interpessoal das salas de aula e ao papel social desempenhado pelos professores, que são explorados por políticas públicas, sem a devida valorização que merecem. A maioria dos ensinamentos e a aprendizagem da Matemática ocorre dentro dessas instituições complexas, em que os valores culturais prevalecentes, as baixas condições econômicas e sociais dos estudantes e ainda, estruturas e tecnologias inacessíveis, fora da realidade e alcances educacionais, corroboram para um ensino de Matemática distante da percepção do “Modo 2” definida por Gibbons *et al.* (1994), interdisciplinar, e declinam ainda para o modelo denominado “Modo 1” puramente mecânico, linear e centralizador na ação do professor.

A partir do texto sobre o artigo de Higginson (1980) a última atividade epistemológica realizada com os professores/acadêmicos cursistas foi a metodologia da Modelagem Matemática, aportada por Burak e Klüber (2008), devido a relação da Modelagem apresentada com a Educação Matemática aportada por Higginson (1980). A atividade é descrita como mostra a Figura 23:

**Figura 23 - Modelagem Matemática assumida**



**Fonte: Autoria própria (2022).**

A partir das considerações dos professores/acadêmicos cursistas sobre a Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, tivemos as seguintes contribuições:

(P1) *“O texto apresenta diferentes aspectos teóricos e metodológicos referente a Modelagem Matemática. Essa leitura proporcionou uma visão para novas abordagens na sala de aula tendo como pontos importantes a apreensão dos saberes matemáticos por meio do processo e etapas que vão de certa maneira abrangendo novos saberes e motivação nas ações propostas. As etapas apresentadas por Burak permitem indicar um tema, percorrer caminhos que possibilitam a interação de outros saberes em diversas áreas do conhecimento. Nesse sentido a aprendizagem na Matemática torna-se significativa e atraente para o aluno, pois partindo de um assunto de interesse individual e até coletivo, desde a formulação dos problemas e a síntese dos resultados há engajamento e principalmente a participação dos alunos em todos os momentos” [sic].*

(P7) *“O texto apresenta um comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática, vários autores. Destaca a perspectiva adotada por Burak, o qual considera que a matemática envolve conhecimentos mais amplos, interagindo com outras ciências de conhecimentos, destacando a modelagem, o aluno como protagonista do próprio conhecimento, agregados a outros contextos. Apresento a trajetória de estudos realizados por Burak e seus dois princípios para o desenvolvimento de um trabalho: o interesse do grupo ou dos grupos participantes e a obtenção de informações e dados, sempre que possíveis coletados do ambiente onde se encontra o interesse deste(s) grupo(s). O texto apresenta também as 5 fases sugeridas por Burak e Klüber: Escolha do Tema, Pesquisa exploratória, Levantamento dos Problemas, resolução dos Problemas e o Desenvolvimento do conteúdo Matemático no contexto do tema e análise Crítica das Soluções. Segundo Burak e Martins (2015) essa abordagem permite ao estudante atribuir sentido e significado ao conteúdo estimulando suas perspectivas pessoais e construção de atitudes positivas. Destacamos também a utilização da Arte de Escher atrelada a Modelagem” [sic].*

(P4) *“O texto nos traz uma visão bastante boa em relação a Modelagem Matemática, onde ao utilizá-la podemos relacionar situações do dia a dia do estudante a conteúdos matemáticos. A principal ideia do uso da Modelagem e abordar fenômenos das mais diferentes áreas científicas para educar*

*matematicamente, com isso despertando o interesse dos alunos pela matemática. Na Modelagem Matemática o professor descreve uma situação problema e fornece as informações necessárias para que ele seja resolvido. Os estudantes são responsáveis pelo processo de resolução, com isso inverte o modelo comum de ensino onde o professor é o detentor do saber, trazendo assim uma aprendizagem mais significativa para dentro da sala de aula e também o interesse dos alunos pela matemática” [sic].*

*(P3) “Hoje com novas ferramentas, o uso da tecnologia a sala de aula invertida faz que o estudante seja o protagonista, construtor do próprio conhecimento e com a inserção da arte de Escher pode despertar maior curiosidades dos discentes pela evolução da matemática em que cada aluno terá uma visão diversificada contribuído para a modelagem matemática. Trazer a novo desperta nos discentes interesses, motivação e visão crítica e para o mundo em que vivemos. Em que muitas vezes ficamos apenas com o encaminhamento didático da Modelagem Matemática, Burak e Klüber (2008) o tradicional que a grande maioria dos docentes trabalham no seu dia a dia como: 1) Escolha do tema; 2) Pesquisa exploratória; 3) Levantamento dos problemas; 4) Resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e 5) Análise crítica das soluções”. Portanto trazer a Arte de Escher em que a atividade conterà influência mútua da Matemática com a Arte, propondo a cada um dos estudantes o desafio de designarem uma obra única utilizando a referida técnica com base na resolução de problemas” [sic].*

*(P9) “Na Modelagem Matemática a função do professor é de mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento de cada estudante, contribuindo com a utilização de ferramentas digitais, e facilitando a busca do conteúdo entre outras disciplinas. Diversos autores apontam que a modelagem Matemática pode contemplar a formação da cidadania por tratar de problemas advindos da realidade vivenciada pelos estudantes, fazendo com que o processo de ensino aprendizagem tenha mais ação e interação, propiciando a interpretação, a investigação, contribuindo para a melhoria do rendimento dos conteúdos abordados em Matemática. Sendo assim a utilização do uso da tecnologia em sala de aula é cada vez mais frequente e necessário” [sic].*

*(P10) “O estudante como protagonista e construtor do próprio conhecimento”, um dos fundamentos da Modelagem Matemática, nos coloca a*

*pensar cada vez mais sobre a nossa prática em sala de aula. O educador precisa fazer uso cada vez mais frequente de metodologias dinâmicas de ensino, voltadas ao uso de tecnologias que despertem cada vez mais o interesse dos alunos para a aprendizagem crítica e de qualidade. Na elaboração desse planejamento são fundamentais a presença clara dos objetivos, competências, habilidades e elementos do currículo que serão trabalhados, bem como o nível de abordagem dos conteúdos, buscando sempre interagir com outras ciências do conhecimento” [sic].*

*(P11) “A Modelagem defendida por Burak atua como uma forma de inserir o aluno como protagonista do próprio aprendizado, o fato do mesmo escolher um tema que lhe agrade e pesquisar sobre ele, difere fortemente do que muitas vezes é se trabalhado nas escolas de forma mecânica. Nesta metodologia o aluno descobre fatos curiosos e a ideia de relacioná-los à matemática, faz com que a mesma se torne muito mais significativa à ele, para que o mesmo compreenda a importância desta disciplina. Além disso, na última etapa proposta por Burak o aluno é visto e como crítico, que discute sobre diversos contextos e realidades, enriquecendo sua bagagem de conhecimentos gerais” [sic].*

*(P2) “A gente tá sempre buscando metodologias diferenciadas para trabalhar matemática em sala de aula. Acredito que com a Modelagem Matemática conseguiremos que nosso estudante seja o protagonista e condutor do seu próprio conhecimento. Tive uma experiência de como trabalhar com a Modelagem Matemática com o professor Dionísio Burak” [sic].*

*(P8) “A modelagem matemática é mais um instrumento que podemos nos valer para o ensino, partindo do interesse e necessidade do(s) grupo(s), construindo um conhecimento com significado e mais abrangente. Somos mediadores/norteadores na construção do conhecimento amplo” [sic].*

*(P12) “O texto apresenta a Modelagem Matemática com suas diferentes concepções e autores. A possibilidade de se trabalhar com a Modelagem Matemática em sala de aula promovendo o estudante a protagonista do aprendizado, traz uma ferramenta pedagógica que intenciona tanto ao professor quanto o aluno, a trabalharem juntos buscando sentido e significado para os conteúdos estudados” [sic].*

*(P13) “A modelagem matemática é uma forma bem didática de ensino, a arte de Escher pode influenciar na maneira do estudante olhar o mundo misturando física e geometria, com a sutileza que só este artista tem as formas geométricas tem-se*

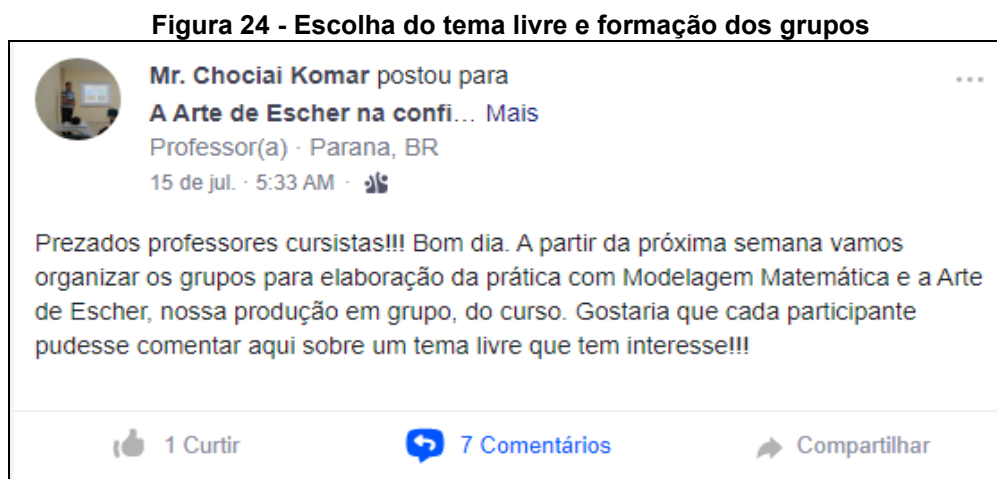
*misturado com cores sóbrias a impressão eu tive é que ele sempre cria suas obras em um reflexo no espelho” [sic].*

A partir dos relatos apresentados pelos excertos dos professores/acadêmicos cursistas, orientados e favorecidos pela natureza da Modelagem, na concepção de Educação Matemática assumida, pode ser um diferencial nas características das aprendizagens interdisciplinares presentes no âmbito da escola e outros fundamentos importantes da educação, como o diálogo, motivando o interesse do estudante em aprender Matemática, potencializado pela Modelagem como metodologia de ensino, cujos fundamentos tornam o ambiente escolar colaborativo, permitindo visualizar com clareza um processo de ensino, com vistas à aprendizagem.

Com base nos temas abordados junto aos professores/acadêmicos cursistas, procedemos a realização das atividades, envolvendo a Modelagem Matemática e a Arte de Escher, descritas a seguir:

## 6.2 Atividades envolvendo a Modelagem Matemática e a Arte de Escher

A partir das atividades iniciais mediadas com os professores/acadêmicos cursistas, envolvendo a Arte de Escher nas técnicas da Xilografia, Litografia e Meiotom, texto sobre a BNCC e os desafios para o ensino da Matemática; texto de Higginson (1980) sobre uma reflexão da Educação Matemática e um texto sobre a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática aportada por Burak (1992), realizamos uma atividade na plataforma *Edmodo*, descrita pela Figura 24:



Fonte: Autoria própria (2022).

Algumas possibilidades de temas livres foram encaminhadas por 5 cursistas, destacados por:

(P1) *“Meus temas podem ser relacionados ao esporte ou plantas” [sic].*

(P11) *“Gosto do tema Gatos, canteiro de obras e música” [sic].*

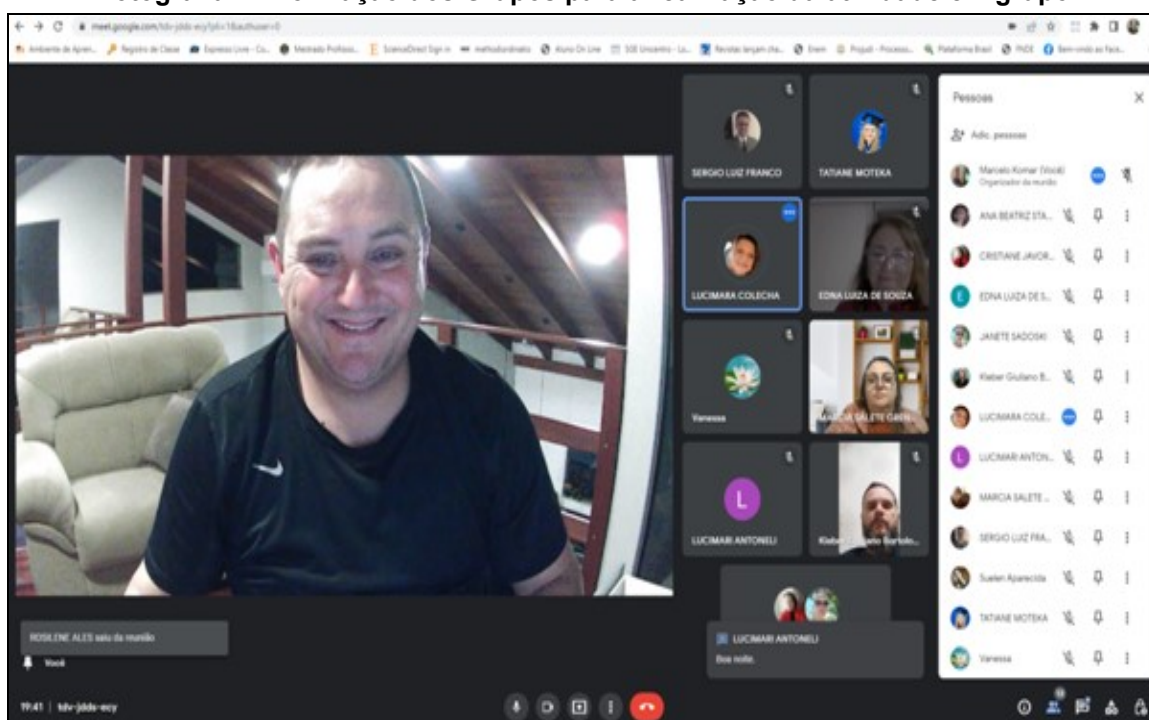
(P5) *“1° Tatuagem; 2° Artes: desenho, aquarela, grafite etc.; 3° Games: videogame e jogos em geral; 4° Moda; 5° Séries e filmes; 6° Arquitetura; 7° Designer” [sic].*

(P7) *“Flores, animais, mar, estrela, frutas, construção” [sic].*

(P10) *“Plantas, flores, animais, filmes” [sic].*

A partir dos temas sugeridos pelos cursistas na Plataforma *Edmodo*, realizamos uma reunião por *Google Meeting*, para a formação dos grupos, conforme é destacado pela Fotografia 2:

**Fotografia 2 - Formação dos Grupos para a realização da atividade em grupo**



Fonte: Autoria própria (2022).

A partir dos temas sugeridos pelos professores/acadêmicos cursistas na Plataforma *Edmodo*, em reunião por *Google Meeting*, partimos das duas premissas iniciais, aportada por Burak (1992) e Burak e Klüber (2008): 1) partir do interesse do grupo ou dos grupos participantes e 2) a obtenção de informações e dados, sempre

que possível devem ser coletados do ambiente onde se encontra o interesse do grupo ou dos grupos. Como realizamos a atividade de forma orgânica, deixamos livres os professores cursistas para que formassem grupos entre si e discutissem qual tema iriam trabalhar, lembrando que a partir do tema, que seria um tema geral, deveriam escolher um tema específico, para delinear a configuração da atividade em grupo. Assim, após discussões no ambiente colaborativo, os grupos formados constituíram as seguintes configurações:

Grupo A (P1, P8, P12) com o tema: Plantas, optando pelo subtema: Feijão.

Grupo B: (P5, P7, P3) com o tema: Arte, optando pelo subtema: Moda.

Grupo C: (P10, P4 e P2) com o tema: Filmes, optando pelo subtema: O menino que descobriu o vento.

Grupo D: (P6, A1, P11 e P9) com o tema: Gastronomia, optando pelo subtema: Macarrão.

Neste momento observamos que houve uma desistência dos professores/cursistas, que iniciaram em 24, para 11 cursistas (com a saída das cursistas P3 e P8). Na sequência foi apresentada a dinâmica da atividade, de acordo com a Figura 18 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática, que apresenta, Segundo Burak e Klüber (2008), cinco etapas: a escolha livre do tema, a pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções. A partir do desenvolvimento das etapas, o grupo irá elaborar, conforme o subtema escolhido, uma Arte, dentro das Técnicas de Escher como a Litografia, Xilogravura e Meio-Tom, tendo como aporte a percepção sobre a atividade e a correspondência desta atividade, no olhar do grupo, por meio da observação de um catálogo<sup>18</sup> fornecido para pesquisa.

Na sequência apresentamos as práticas (na íntegra)<sup>19</sup> produzidas pelos grupos A, B, C e D e as descrições e interações de acordo com a mediação entre o professor pesquisador e professores/acadêmicos cursistas.

---

<sup>18</sup> O Mundo mágico de Escher. Disponível em:  
<https://www.bb.com.br/docs/pub/inst/img/EscherCatalogo.pdf>.

<sup>19</sup> Optamos por apresentar as práticas dos Grupos A, B, C e D, na fonte Arial 12, que foram produzidas pela ação e interação do professor pesquisador e dos professores/acadêmicos cursistas.

### 6.2.1 Grupo A

A seguir apresentamos a atividade realizada pelo do grupo A, Tema: Plantas, Subtema: Feijão. A atividade seguiu os passos da Figura 18 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática, que segundo Burak e Klüber (2008), apresenta: 1) A escolha do tema, 2) A pesquisa exploratória, 3) Levantamento dos problemas, 4) Resolução dos problemas e 5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções. Por fim a incorporação da Arte de Escher ao tema/subtema sugerido pelo Grupo A, de acordo com a escolha do grupo a partir das técnicas de Escher presentes na Litografia, Xilografia e Meio-tom.

#### 1) Escolha do tema:

1.1) Tema: Plantas

1.2) Subtema: Feijão

#### 2) Pesquisa Exploratória:

As plantas possuem uma imensidade de aspectos genéticos que constituem e oferecem a base para as atividades tanto agrícolas como para a sobrevivência de todos os seres tanto animais, vegetais e como para o próprio ambiente. Aliado com outros recursos naturais como a água, o solo, a luz e o próprio espaço geográfico as plantas possuem papel fundamental para a nossa alimentação e na dinâmica do desenvolvimento dos ciclos vitais do percurso de toda a humanidade. Historicamente as plantas sempre foram sendo de alguma maneira domesticada pelos agricultores:

Pode-se definir que a domesticação das plantas é um processo evolutivo, constituído de inúmeras mudanças genéticas e morfológicas, que podem ser percebidas a partir de modificações comportamentais humanas, as quais estão diretamente relacionadas com o desenvolvimento da agricultura de subsistência (cultivo), efetuada, primariamente, pelo grupo dos caçadores-coletores (SERENO; WIETHOLTER; TERRA, 2008).

Essa intervenção humana possui papel fundamental na domesticação das espécies agrícolas e na conservação da agrobiodiversidade. Sabe-se que, ao longo da história, os agricultores domesticaram plantas silvestres e, por meio de seleção, as adaptaram à agricultura e às suas necessidades. Por isso, a importância que representam os recursos genéticos vegetais é inquestionável pela possibilidade de uso deste germoplasma em benefício da sociedade na atualidade e no futuro (EMBRAPA, 2001).



Segundo a FAO (2012) estima-se que três quartos da diversidade genética dos cultivos agrícolas tenham se perdido. Isso indica que embora as tecnologias e a ciência cada vez tenham mais novas possibilidades de modificações e até de produção de novas variedades há uma prática do cultivo de plantas crioulas ou locais que vão sendo repassadas de geração em geração. É o caso do feijão que possui diversas variedades genéticas e muitas dessas são pertencentes à agricultura familiar.

Entre as espécies de plantas que foram incorporadas ao arsenal de sobrevivência, o qual tem garantido a permanência do homem nos mais diversos e inóspitos ambientes encontrados no globo, estão aquelas que produzem grãos e, entre essas espécies, em especial, estão às leguminosas, que constituem uma família de plantas denominada Fabaceae. Nessa família, há um grupo muito importante na alimentação, o qual se destaca dos demais, cujo produto que fornece recebe o nome genérico de feijão (ANTUNES, 2008).

Embora os mais conhecidos e utilizados pelos brasileiros sejam o feijão preto e o carioca no mundo existe mais de 40 mil variedades de feijão, porém só uma pouca parte desse montante é comestível. No sentido nutricional é possível verificar que é um dos vegetais mais ricos em proteínas estão às leguminosas. O feijão contém ainda carboidratos complexos e é rico em fibras alimentares, vitaminas do complexo B, ferro, cálcio, outros minerais, e constituintes bioativos. O conteúdo de lipídios encontrados no feijão é muito baixo, variando de 0,8 a 2,0%, podendo oscilar de acordo com a variedade, origem, localização, clima, condições ambientais e tipo de solo onde são cultivados (GEIL; ANDERSON, 1994).

Um espaço onde o feijão pode ser encontrado é na agricultura familiar que apesar de ocupar apenas 24,3% da área total dos estabelecimentos agropecuários brasileiros, é responsável por aproximadamente 38% do valor bruto da produção (VBP) gerado no país, sendo que a região Sul representa 19% do número total de estabelecimentos da agricultura familiar (FRANÇA *et al.*, 2009). De acordo com essa mesma fonte, a agricultura familiar corresponde a 70% da produção nacional de feijão. Interessante perceber há diversidade de cores do feijão que se pode encontrar nessas propriedades rurais, isso se deve aos tipos de feijão existentes como o vermelho, fradinho, cavalo, rajado, jalo, rosinha, azuki, bolinha, roxinho, mulatinho entre outros. Cada tipo tem suas propriedades nutricionais como também tempo de cozimento e até maneiras de preparo. A coloração do tegumento dos

grãos tem sido considerada pelos programas de melhoramento, pois a aceitação de determinada cultivar pelo consumidor e o maior valor agregado do produto feijão são dependentes do seu padrão de cor (RIBEIRO *et al.*, 2008).

Embora o feijão seja o alimento mais consumido pelos brasileiros uma pesquisa demonstrou que sua produção está diminuindo, conforme gráfico abaixo:



A projeção da Conab representa a menor área de cultivo já registrada em toda a história desde que a pesquisa da companhia iniciou em 1976, quando as lavouras tinham 1, 582 milhão de hectares. Na década de 1980, por exemplo, as áreas passavam de 2 milhões de hectares (DAMASCENO, 2022). Um exemplo é o estado do Ceará:

no Estado, o encolhimento da área plantada foi de quase 40%; entenda situação. O Ceará sofreu redução de 39,15% das plantações de feijão nos últimos 40 anos. Dados Companhia Nacional de Abastecimento (Conab) mostram que a área cultivada caiu de 595 mil hectares, em 1981 e 1982, para 362,3 mil hectares em 2021/2022. O questionamento que se levanta, portanto, é se há risco de desabastecimento do grão no mercado regional. número considera as três safras do ano. Essa é a segunda menor extensão das últimas quatro décadas no Estado, atrás apenas do período de 2012/2013, quando a área plantada foi de 341,1 mil hectares (DAMASCENO, 2022).

Uma situação preocupante, pois os dados da CONAB indicam que a população brasileira consome 223 mil toneladas de feijão. Especificamente no Paraná, a área plantada em 2021/2022 é de 141 mil hectares e na safra de 2019/2020 foram 152 mil hectares. *“As lavouras, principalmente de agricultura familiar, estão reduzindo bastante principalmente o feijão e a mandioca. São culturas que demandam mão de obra e com a valorização da soja e do milho, o feijão está*

*perdendo área para essas duas culturas”, diz o economista do Deral, Methodio Groxko.*

De modo geral, o feijão é um alimento importante e fundamental tanto para a economia dos pequenos agricultores e da economia global, como para a sustentabilidade de toda uma sociedade. Conhecer toda a sua dinâmica tanto de produção e consumo nos remete a muitas reflexões e indagações.

### 3) Levantamento dos problemas

Em relação a demanda de consumo nacional de feijão, qual a contribuição do estado do Paraná?

### 4) Resolução dos problemas

#### Ordem e classes do sistema de numeração decimal

Esses conjuntos formados por **agrupamentos de 10 em 10** que chamamos de unidades, dezenas e centenas, apresentados anteriormente, são conhecidos como **ordens**, e o conjunto de **três ordens forma uma classe**, conforme a imagem a seguir:

Classe dos bilhões			Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades simples		
12 <sup>a</sup> ordem	11 <sup>a</sup> ordem	10 <sup>a</sup> ordem	9 <sup>a</sup> ordem	8 <sup>a</sup> ordem	7 <sup>a</sup> ordem	6 <sup>a</sup> ordem	5 <sup>a</sup> ordem	4 <sup>a</sup> ordem	3 <sup>a</sup> ordem	2 <sup>a</sup> ordem	1 <sup>a</sup> ordem
Centena de bilhão	Dezena de bilhão	Unidades de bilhão	Centena de milhão	Dezena de milhão	Unidade de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidades de milhar	Centenas	Dezenas	Unidades

- A **classe das unidades simples** é formada pela unidade, dezena e centena, que são a 1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup> e 3<sup>oa</sup> ordem;
- A **classe dos milhares** é formada pela unidade de milhar, dezena de milhar e centena de milhar, que são a 4<sup>a</sup>, 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> ordem;
- A **classe dos milhões** é formada pela unidade de milhões, dezena de milhões e centena de milhões, que são a 7<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup> e 9<sup>a</sup> ordem;
- A **classe dos bilhões** é formada pela unidade de bilhões, dezena de bilhões e centena de bilhões, que são a 10<sup>a</sup>, 11<sup>a</sup> e 12<sup>a</sup> ordem.

As classes nos ajudam a ler o número, por exemplo: 123.456.789.132.

Para pronunciar esse número, analisamos as suas classes, então ele é pronunciado como:

- 123 pertence à classe dos bilhões;
- 456 pertence à classe dos milhões;
- 786 pertence à classe dos milhares;
- 132 pertence à classe das unidades simples.

Então, esse número é: 123 bilhões, 456 milhões, 786 mil e 132.

### **Regra de três**

A regra de três é um processo matemático para a resolução de muitos problemas que envolvem duas ou mais grandezas diretamente ou inversamente proporcionais.

Nesse sentido, na regra de três simples, é necessário que três valores sejam apresentados, para que assim, descubra o quarto valor.

Em outras palavras, a regra de três permite descobrir um valor não identificado, por meio de outros três.

#### **Consumo de feijão por mês**

Por mês, a população brasileira consome 223 mil toneladas de feijão, segundo o IBRAFE.

O balanço de oferta e demanda feito pela Conab para 2022 aponta para um **consumo de 2,9 milhões de toneladas em 2022.**

No Paraná, a área plantada nesta primeira safra é de 141 mil hectares tem agora a hipótese de produção esperada em 191,9 mil toneladas.

É possível perceber que a participação do Paraná é bem expressiva para a produção do feijão e o consumo dos brasileiros.

### **5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções**

Tendo como base o estudo exploratório é possível perceber que é necessária uma reflexão sobre a importância do feijão para a humanidade e especificamente para a sensibilização da importância das pequenas propriedades, a agricultura familiar, para a produção como para a conservação dos diversos tipos de feijão existentes por muitas gerações.

Como são propriedades familiares há uma tradição envolvida sendo que certamente muitos aprendizados, recordações materiais como fotos, bens materiais são repassados de geração em geração como memória da cultura e da sua tradição

ao longo dos anos. Assim também os recursos naturais produzidos nas famílias também são de alguma maneira repassadas de geração em geração.

Nesse sentido ressalta-se que a agricultura familiar integra essas relações entre memória e conservação dos bens materiais, naturais que de alguma maneira auxiliam na qualidade de vida das pessoas que estão ao seu redor.

No caso específico do feijão essa preservação e produção refletem com os métodos utilizados no plantio e para a conservação das sementes em lugares e espaços definidos e com medidas necessárias para uma longevidade dessas sementes. Assim por não utilizar muitos maquinários de alta tecnologia e nem produtos químicos especialmente os agrotóxicos, a mão de obra além de gerar emprego possibilita ideias e construções a partir dos materiais e espaços existentes na sua propriedade.

Especificamente para a produção do feijão crioulo é necessário um espaço definido tendo uma área calculada entre os as mudas e também a necessidade de um solo totalmente livre de agrotóxicos e com porcentagem de adubação orgânica de acordo com a necessidade e função para o bom desenvolvimento das plantas. A variedade das cores e tipos de feijão poderá ser totalmente definida por esses cuidados e cálculos corretos para uma boa margem de produção e colheita.

A conservação das sementes de geração em geração necessita de um conhecimento dos meios para guardar e a quantidade/volume para essa conservação durar por meses/anos e assim perpetuar espécies e sementes realmente crioulas. Existem métodos para essa ação como uso de garrafas, potes, e espaços medidos especificamente para o armazenamento desses materiais.

Certamente tanto para a produção do feijão e sua conservação são necessários diversos saberes como físicos, químicos e matemáticos pois os valores tanto das áreas produzidas merecem e só podem produzir bons resultados com esses saberes articulados e integrados. Na pesquisa exploratória foi apontado que a produção de feijão está diminuindo por isso o apoio das políticas públicas, a valorização e conhecimentos sobre as sementes crioulas podem fortalecer e auxiliar que essa produção não venha a prejudicar ou até esvaziar os pratos dos brasileiros. Ressalta-se ainda que o feijão crioulo é mais nutritivo e natural para a saúde das pessoas. O texto exploratório pode trazer elementos importantes para reflexão e conhecimento do tema escolhido. Muitas abordagens puderam contribuir para o

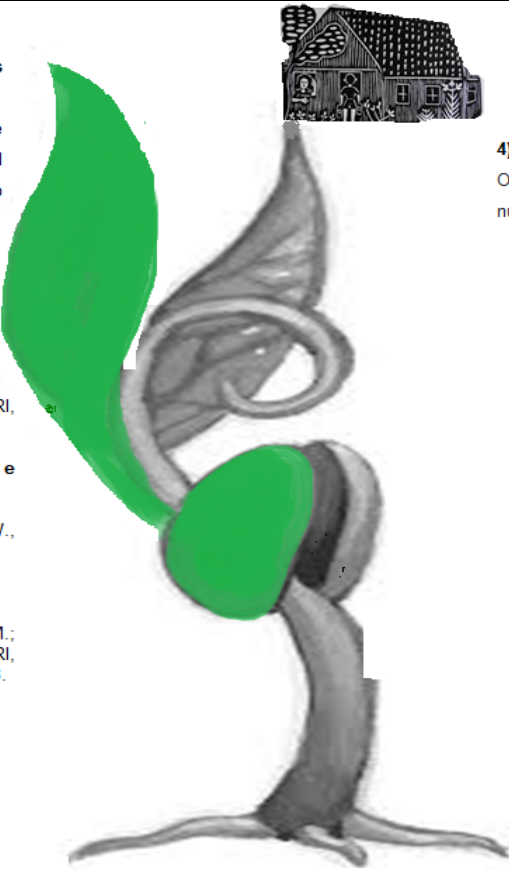
problema levantado tendo como objetivo reconhecer a agricultura familiar como importante para a produção do feijão crioulo.

Observou-se que é necessária a matemática para calcular a produção que será plantada em um determinado espaço geográfico, sendo fundamental o conhecimento sobre área, volume como também esses conhecimentos devem auxiliar na produção de adubo orgânico e sua porcentagem para inserir no solo. Esse tema proporcionou além de saberes sobre o feijão também se levantaram novos saberes que nos fizeram perpassar diversas áreas do conhecimento. Ao realizar as leituras do estudo exploratório e na resolução do problema muitas possibilidades e dimensões foram sendo perpassadas não ficando apenas em único saber. No caso específico da questão norteadora é possível perceber que o entendimento da ordem e classes do sistema de numeração decimal foi essencial para entender e ter a noção da quantidade produzida no Estado do Paraná. Excelente maneira de levar os alunos aos conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal, principalmente nos 6º anos em que há muita dificuldade em relacionar esses valores e representar tanto numericamente como articular entre outros valores apontados no texto.

Essa ação de um tema e problematizá-lo, especificamente nesse caso o feijão, podem demonstrar que a Matemática pode estar inserida em vários contextos e a motivação em aprender e resolver os problemas pode ser uma ação mais significativa para o contexto da sala de aula. Os alunos podem demonstrar interesse e perceber que a Matemática pode ser uma disciplina que realmente está relacionada com a vivência diária, e assim a maneira mecânica e sem sentido de se calcular ou de aprender Matemática dá lugar a uma aprendizagem significativa e que possibilita outros olhares e até novas proposições matemáticas.

Especificamente os saberes matemáticos são realmente necessários e fundamentais para o entendimento de que não é somente organizar uma ação como o plantio do feijão sem planejamento financeiro, de medidas métricas, volumes e articulados com outros saberes e nas ações realmente concretas e com qualidade para que as sementes de feijão crioulas possam contemplar toda uma necessidade tanto econômica como cultural de uma região e suas famílias. Com base no subtema Feijão, a Arte de Escher incorporada ao tema foi a seguinte configuração:

Figura 25 - Grupo A - Subtema feijão



3) Levantamento dos problemas.  
Em relação a demanda de consumo nacional de feijão, qual a contribuição do estado do Paraná?

2) Pesquisa Exploratória  
ANTUNES, I. F. Feijão. In: BARBIERI, R.L. STUMPF, 2008.  
EMBRAPA. Recursos genéticos e biotecnologia. 2001.  
GEIL, P. B.; ANDERSON, J. W., 1994.  
RIBEIRO N.D. et al., 2008.  
SERENO, M. J. C. M.; WIETHOLTER, P. T. F. In: BARBIERI, R. L. STUMPF, E. R. T. (orgs), 2008.

4) Resolução dos problemas  
Ordem e classes do sistema de numeração decimal

5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções.

Tendo como base o estudo exploratório é possível perceber que é necessária uma reflexão sobre a importância do feijão para a humanidade e especificamente para a sensibilização da importância das pequenas propriedades, a agricultura familiar, para a produção como para a conservação dos diversos tipos de feijão existentes por muitas gerações.

1) Escolha do tema:  
1.1) Tema: Plantas  
1.2) Subtema: Feijão

Fonte: Grupo A, com base em Burak e Klüber (2008) e Eye (Meio-Tom) de Escher (1946)

## REFERÊNCIAS (GRUPO A)

ANTUNES, I. F. Feijão. In: BARBIERI, R. L.; STUMPF, E. R. T. (Orgs.). **Origem e evolução de plantas cultivadas**. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 2008.

DAMASCENO, B. Há risco de falta feijão na mesa com redução das plantações no Brasil e no Ceará? **Diário do Nordeste**, 20 jun. 2022. Disponível em: <https://diarionordeste.verdesmares.com.br/negocios/ha-risco-de-faltar-feijao-na-mesa-com-reducao-das-plantacoes-no-brasil-e-no-ceara-1.3244319>. Acesso em 10 jul. 2022.

EMBRAPA. **Recursos genéticos e biotecnologia**. 2001. Disponível em: <https://www.embrapa.br/recursos-geneticos-e-biotecnologia/pesquisa-e-desenvolvimento/intercambio-de-germoplasma>. Acesso em: 12 fev. 2022.

FAO (Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y La Agricultura). Departamento de Pesca y Acuicultura de La FAO. **El estado mundial de la pesca y la acuicultura**. Roma (ITA): FAO, 2012.

FRANÇA, C. G.; *et al.* **O censo agropecuário 2006 e a agricultura familiar no Brasil**. Brasília: MDA, 2009.

GEIL, P. B.; ANDERSON, J. W. Nutrition and health implications of dry beans: a review. **Journal of the American College of Nutrition**, New York, v. 13, p. 549-558, 1994.

RIBEIRO, N. D.; *et al.* Classificação de lotes de feijão. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n. 7, p. 2042-2045, 2008.

SERENO, M. J. C. M.; WIETHOLTER, P. T. F. Domesticação das plantas. *In*: BARBIERI, R. L.; STUMPF, E. R. T. (Orgs.). **Origem e evolução de plantas cultivadas**. Brasília: Embrapa Informação Tecnológica, 2008.

### 6.2.2 Grupo B

A seguir apresentamos a atividade realizada pelo do grupo B, Tema: Moda, Subtema: Moda a partir da inspiração de Piet Mondrian. A atividade seguiu os passos da Figura 18 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática, que segundo Burak e Klüber (2008), apresenta: 1) A escolha do tema, 2) A pesquisa exploratória, 3) Levantamento dos problemas, 4) Resolução dos problemas e 5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções. Por fim a incorporação da Arte de Escher ao tema/subtema sugerido pelo Grupo B, de acordo com a escolha do grupo a partir das técnicas de Escher presentes na Litografia, Xilografia e Meio-tom.

#### 1. A escolha livre do tema:

1.1) Tema: Moda

1.2) Subtema: Moda a partir da inspiração de **Piet Mondrian**

#### 2. A pesquisa exploratória

A pesquisa sobre o tema se deu a partir do interesse dos integrantes do grupo, pela atração nas obras de arte, afinidade com o designer, texturas, inspiração, formas e modelos/croquis de moda desenvolvidos pelo estilista Yves Saint Laurent, especificamente o desfile outono/inverno de 1965 intitulado Homenagem a Mondrian. A Pesquisa se deu em revistas, sites de pesquisa e blogs que tratam o tema.



## 2.1 O grande artista Pieter Cornelis Mondrian

Pieter Cornelis Mondrian, nascido em Amersfoort, 7 de março de 1872, e falecido em Nova Iorque, Estados Unidos, 01 de fevereiro de 1944; foi um pintor modernista, criador do movimento artístico Neoplasticismo.

Nascido em uma fazenda, em uma família neerlandesa muito religiosa, teve contato com a carreira artística através de seu tio que trabalhava com pintura, mas não pode manifestar seu interesse devido a visão ortodoxa, que tinha na arte um caminho para o pecado. Com a promessa ao pai de se tornar professor, entretanto, depois de formado em técnicas de desenho, Mondrian deixou de lecionar e, em 1892, ingressou na Academia de Belas-Artes de Amsterdam.

Entrou em contato, com a Teosofia, em 1908, o que interferiu muito na sua visão de mundo e formação artística e pessoal.

Sua carreira foi influenciada, inicialmente, pelo impressionismo e naturalismo, onde destacamos a pintura “O Moinho Vermelho”.

Mondrian é sempre destacado por suas obras geométricas e com cores puras, trabalhos bastante orgânicos, como em *Árvore Vermelha*.



## 2.2 Yves Saint Laurent: A história de um prodígio

Yves Henri Donat Mathieu-Saint Laurent (1936-1980) foi um estilista francês considerado até hoje como um dos estilistas mais famosos da alta costura.

Saint Laurent nasceu no dia 01 de agosto de 1936 em Argélia<sup>20</sup>, no período que o país era colônia francesa.

Seu gosto pela moda e costura foi influenciado pela mãe e ainda aos 17 anos começou a trabalhar em uma das grifes mais famosas do mundo ao lado de Christian Dior, na qual ele quatro anos mais tarde tornara-se criador responsável.

Em 1962 funda sua própria Maison tornando-se um dos designers de moda mais importante do século XX. Entre as principais contribuições do estilista para o mundo da moda, destaca-se: A criação do Prêt-à-Porter, peças de roupas criadas de forma industrial sem deixar de lado os cortes e acabamentos sofisticados, mais acessíveis ao público em geral; em 1966 é responsável por “colocar” calças nas mulheres, cria o primeiro terninho feminino, democratizando a peça entre ambos os sexos; ainda em 1966 ele transforma um traje de cerimônia masculino, smoking, para dentro do universo feminino.

Sua marca tornou-se um símbolo de sofisticação e glamour, Saint Laurent faleceu em 2008, mas seu legado continua.

### **2.3 Moda Matemática e arte**

A definição de moda segundo o Dicionário Online de Português<sup>21</sup> é: “Uso passageiro que rege, de acordo com o gosto do momento, a maneira de viver, de vestir etc.” e “Estatística. Valor do argumento central da classe de frequência máxima”. Apesar do termo ser o mesmo geralmente ao pensarmos em moda dificilmente fazemos relação com a Matemática, mas apesar dessas duas áreas parecerem dessemelhantes elas possuem muito em comum.

Nessa atividade de Modelagem Matemática tomamos como base o trabalho desenvolvido pelo estilista Yves Saint Laurent, especificamente a coleção concebida para outono/inverno<sup>22</sup> de 1965 intitulado “Homenagem a Mondrian”, uma série de peças inspiradas no trabalho Composição II em Vermelho, Azul e Amarelo do artista Piet Mondrian (1872-1944), a coleção virou um ícone fashion, a releitura das obras do artista holandês pela primeira vez na história misturou moda e arte.

Os croquis da coleção mostram como foram feitas as referências, a mescla da estética, obra de arte, dos anos 20 com as formas do vestido da década de 60.

---

<sup>20</sup>[https://www.ebiografia.com/yves\\_saint\\_laurent/#:~:text=Yves%20Saint%20Laurent%20\(1936%2D2008,1%20de%20agosto%20de%201936.](https://www.ebiografia.com/yves_saint_laurent/#:~:text=Yves%20Saint%20Laurent%20(1936%2D2008,1%20de%20agosto%20de%201936.)

<sup>21</sup> <https://www.dicio.com.br/moda.>

<sup>22</sup> <https://blog.parisstyleweek.com/saint-laurent-mondrian.>



A obra na qual a coleção foi inspirada é composta pelas cores primárias amarelo, azul e vermelho, uma grade na cor preta e um fundo branco. Na qual toda a perspectiva desaparece para que os elementos geométricos da pintura fiquem evidentes. As figuras em destaques são retângulos e quadrados, colocados de forma minuciosa para gerar uma peça única e atemporal. Essa pintura marca o surgimento do estilo Mondrian, que tem inspirado diversos estilistas, designers e artistas ao longo das últimas décadas.

Parte da coleção de 65, seis vestidos de *cocktail* ao todo, foram inspirados na obra de Mondrian, os quais foram confeccionados em tecido Jersey de lã e linha de seda. O Jersey é um material bastante rígido possibilitando a construção dos vestidos em formas geométricas e sem costuras, além disso o peso do tecido garantiu que os vestidos ficassem retos, sem drapeados ou movimentos para distorcer a simplicidade do efeito moderno e minimalista<sup>23</sup>. Os cortes, caimento e a complexidade das misturas de cores foi uma verdadeira proeza. As peças fogem do padrão da época que tinham cinturas marcadas para vestidos tubos, retos, *color-block* e comprimento acima do joelho. A coleção Mondrian foi capa da revista *Vogue* em 1965, tornou-se muito popular e atualmente é o vestido mais copiado da história da moda.

Abaixo fotos da coleção de 65:

<sup>23</sup> [https://stringfixer.com/pt/The\\_Mondrian\\_collection\\_of\\_Yves\\_Saint-Laurent](https://stringfixer.com/pt/The_Mondrian_collection_of_Yves_Saint-Laurent).



A matemática está presente em todas as áreas do conhecimento na moda não é diferente, a matemática aparece nos instrumentos e medição dos tecidos, nos diagramas, croquis, moldes e na anatomia humana. Na planificação de uma peça tridimensional para a sua forma plana é necessário o conhecimento e domínio de técnicas de desenho geométrico e o manuseio de instrumentos como: régua, compasso, transferidor e esquadros.

O processo desde a concepção do modelo de peça de vestuário até a sua produção requer conhecimentos de matemática, como por exemplo, a representação tridimensional da roupa em forma de croqui; a criação de moldes e diagramas; o corte dos tecidos; e, a moldagem das peças. Alguns dos conceitos matemáticos utilizados pelo designer de moda são: operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), proporção, porcentagem, regra de três, plano cartesiano, elementos geométricos (ponto, retas, curvas, planos, sólidos geométricos e outros).

#### **2.4 Alguns números da Moda**

Mercado da moda é um segmento comercial tradicional e um dos maiores do mundo. É o segmento com maior faturamento no e-commerce, com um faturamento anual de US\$ 525 bilhões, segundo a Finaria.it. Crescendo em média 11,4% ao ano

com expectativa de faturamento de US\$ 1 trilhão até 2025. O Brasil ocupa a nona<sup>24</sup> posição entre os dez maiores mercados de vestuários do mundo. Apesar do e-commerce estar em crescimento 79%<sup>25</sup> dos brasileiros ainda preferem fazer compras em lojas físicas, 17% via internet e 3% através de vendas diretas.

O aumento vertiginoso do setor da moda, faz com que se torne a segunda indústria mais poluente do planeta, perdendo apenas para as indústrias de petróleo. A modalidade de consumo *fast fashion* é uma das responsáveis pelo aumento do resíduo gerado pelo setor, o termo cunhado em 1990 prevê o consumo e o descarte de peças de roupas em um ciclo muito



rápido. A preocupação dos consumidores se tornou em adquirir produtos atuais, sem pensar no impacto ambiental. Os números de resíduos da linha de produção têxtil são alarmantes, como explica Francisca Dantas<sup>26</sup>, professora e pesquisadora da área de moda sustentável na Universidade de São Paulo (USP).



### A CADA 100 TRABALHADORES DA INDÚSTRIA TÊXTIL NO BRASIL, 75 SÃO MULHERES

Em 2019, a indústria da moda empregava cerca de 1,7 milhão de brasileiros, dos quais apenas 25% eram homens



### EM UM ANO, A INDÚSTRIA TÊXTIL BRASILEIRA PRODUZ ROUPA O SUFICIENTE PARA VESTIR TODA A POPULAÇÃO MUNDIAL

Só em 2019, o Brasil produziu 9 bilhões de peças de roupa. É uma quantidade maior que a população mundial, de cerca de 7,7 bilhões de pessoas

Esse mercado representa 5,5%<sup>27</sup> do PIB do Brasil e emprega cerca 9,7 milhões de trabalhadores de forma direta ou indireta, mas os resíduos gerados ainda são um desafio a serem contornados. O poliéster, uma das fibras mais utilizadas no mercado fashion, é responsável pela emissão anual de 32 das 57 milhões<sup>28</sup> de toneladas gás carbônico na atmosfera. De cada 100 toneladas de lixo têxtil

<sup>24</sup> <https://blog.uello.com.br/o-mercado-da-moda-o-gigante-do-e-commerce>.

<sup>25</sup> <https://www.consumidormoderno.com.br/2021/09/24/brasil-maior-mercado-roupas-mundo>.

<sup>26</sup> <https://wp.ufpel.edu.br/empauta/um-efeito-borboleta-a-industria-da-moda-e-meio-ambiente>.

<sup>27</sup> <https://piaui.folha.uol.com.br/o-lixo-da-moda>.

<sup>28</sup> <https://investidor.estadao.com.br/colunas/fernanda-camargo/impacto-ambiental-industria-moda>.

produzidos no Brasil apenas 20% são reciclados. Para se ter uma ideia, somente na região do Brás-SP são coletados diariamente 45 toneladas de lixo têxtil. E os números não param por aí.

### **3) Levantamento dos problemas**

Por meio da pesquisa pode-se perceber que há necessidade de muito mais conhecimento e desenvolvimento de matemático para se elaborar, desenhar, criar e modelar e a identificar relações matemáticas necessárias e possíveis com a construção de um bom MODELO, design de moda.

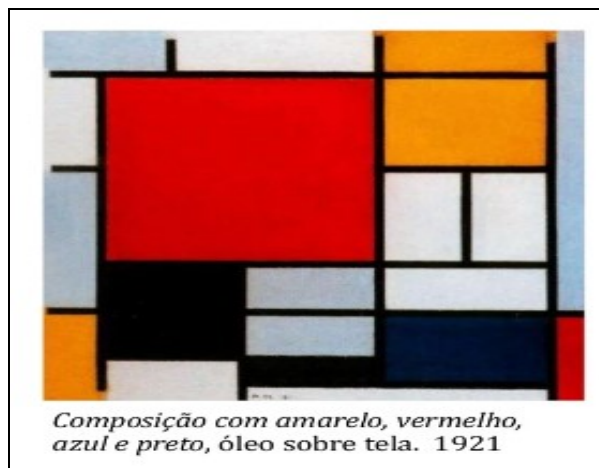
A matemática também está presente nos instrumentos de medição, na anatomia dos tecidos, nos desenhos dos croquis, nos diagramas e moldes constituídos de linhas e formas geométricas

Assim, elaboramos problemas, com base na pesquisa efetuada, decidindo por: Sabendo que necessitamos de muitos saberes matemáticos para atuar no desenvolvimento e criação de um determinado produto, não deixando de pensar na criatividade, estudo sobre os benefícios e malefícios à vida e ao meio ambiente, no lucro e na economia, no conforto, entre tantas outras visões que se fazem necessárias para se ter sucesso, êxito na criação de algo inédito, elabore uma peça de roupa, destacando formas geométricas, de modo a atender essa perspectiva, acima descrita, fazendo um demonstrativo de custo, lucro e conhecimentos matemáticos aplicados para desenvolvimento deste?

Problema 1) O quadro Composição II em Vermelho, Azul e Amarelo é uma pintura a óleo sobre tela nas dimensões 86 cm x 66 cm. Com base nessas informações, qual é a dimensão de cada retângulo e qual é a proporção em relação a obra?

Problema 2) Em duplas observe a obra de Mondrian e e anote detalhes do que observam nela.





2.1) Relate oralmente suas observações

2.2) A partir do compartilhamento de observações complete o quadro sobre as principais características que podemos destacar nessa obra de Piet Mondrian

Cores utilizadas	
Formas geométricas presentes na obra	
Tipos de linhas aplicadas na obra	
Tipos de ângulos	
Posição relativa entre as retas	

2.3) Pesquise as dimensões da *Composição com Vermelho, Amarelo e Azul*, de óleo sobre a tela, e pertence ao *Haags Gemeentemuseum*, que mantém o Museu Escher, localizado em Haia, na Holanda, obra de Piet Mondrian, e determine o perímetro e a área dessa obra.

2.4) Realize a ampliação e a redução e determine a proporção utilizada para realizar

2.5) Observe o esboço feito pelo próprio Mondrian em 1913 - 1914 de. Disponível em: <https://www.kunstmuseum.nl/nl/topstukken/afgebroken-gebouw-schetsboek-ii-folio-21?origin=gm> e realize uma criação com os mesmos elementos artísticos e matemáticos utilizados nas obras utilizados por Mondrian.

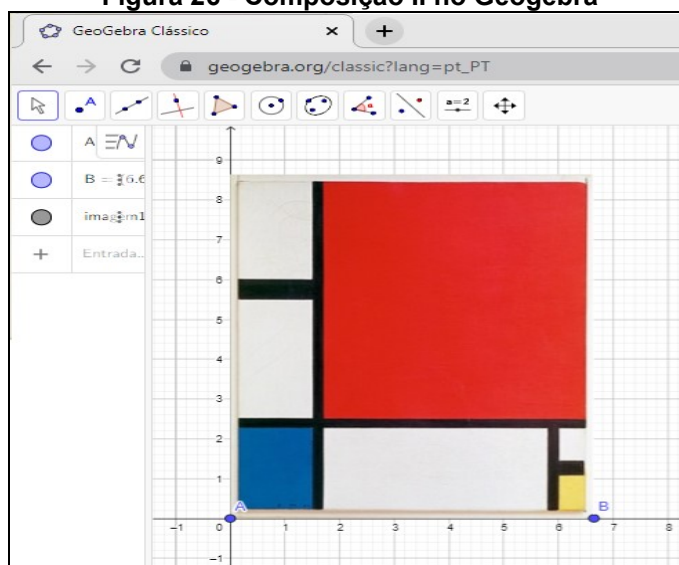
2.6) Faça uma releitura dessa obra de Piet Mondrian, podendo estar representada em uma figura plana ou em um sólido geométrico.

#### 4) Resolução dos problemas

Solução problema 1:

**Passo 1:** Adicionar a imagem do quadro *Composição II* no Software GeoGebra, figura 1.

**Figura 26 - Composição II no Geogebra**



Fonte: Grupo B

**Passo 2:** A partir da imagem do quadro, figura 1, foi criada uma escala que é a proporção de redução da área real para uma representação em tamanho menor. A escala é necessária porque a reprodução não pode ser feita de maneira aleatória e sim proporcional. Para facilitar os cálculos foi adotado a escala 1:10, onde 1 cm no GeoGebra corresponde a 10 cm da obra original.

Para determinar as dimensões da figura no Software foi utilizado regra de três simples:

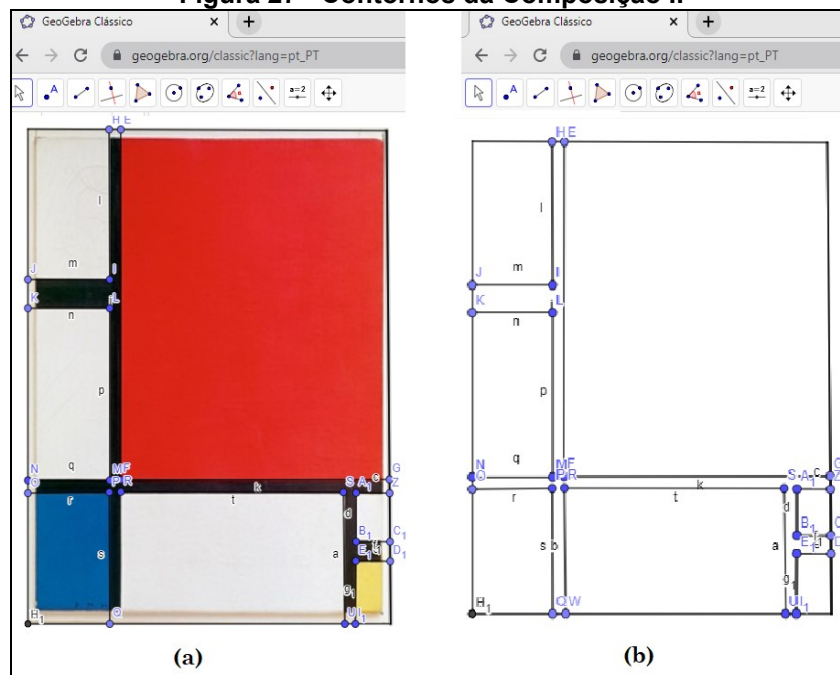
Altura		
Software	Obra real	$\frac{1}{x} = \frac{10}{86} \rightarrow 10x = 86 \rightarrow x = \frac{86}{10} = 8,6$
1	10	
x	86	
Largura		
Software	Obra real	$\frac{1}{x} = \frac{10}{66} \rightarrow 10x = 66 \rightarrow x = \frac{66}{10} = 6,6$
1	10	
x	66	

As dimensões da figura no GeoGebra são de 8,6 x 6,6 cm. **Passo3:** Nessa etapa foi utilizado segmentos de retas para contornar toda a figura e os retângulos internos a ela.

**Passo 4:** Determinar a área de cada parte da figura.

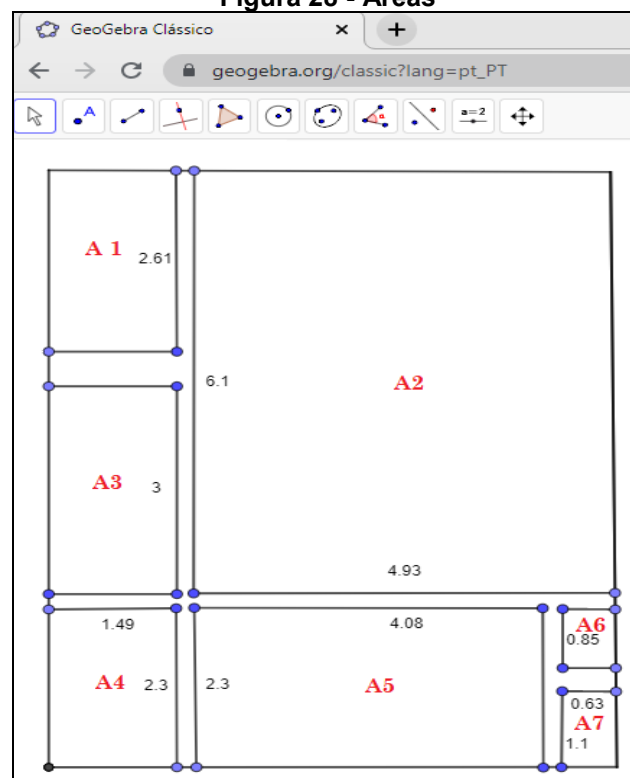


Figura 27 - Contornos da Composição II



Fonte: Grupo B

Figura 28 - Áreas



Fonte: Grupo B

$$A_1 = 1,49 \cdot 2,61 = 3,89 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 4,93 \cdot 6,1 = 30,07 \text{ cm}^2$$

$$A_3 = 1,49.3 = 4,47 \text{ cm}^2$$

$$A_4 = 1,49.2,3 = 3,43 \text{ cm}^2$$

$$A_5 = 4,08.2,3 = 9,38 \text{ cm}^2$$

$$A_6 = 0,63.0,85 = 0,54 \text{ cm}^2$$

$$A_7 = 0,63.1,1 = 0,69 \text{ cm}^2$$

**Passo 5:** Para determinar a percentagem que cada retângulo representa em relação a obra que possui 56,76 cm<sup>2</sup>.

Retângulos Brancos	$\frac{A_1 + A_3 + A_5 + A_6}{56,76} = \frac{18,28}{56,76} = 0,322; 32,2\%$
Retângulo Vermelho	$\frac{A_2}{56,76} = \frac{30,7}{56,76} = 0,540; 54,0\%$
Retângulo Azul	$\frac{A_4}{56,76} = \frac{3,43}{56,76} = 0,06; 6,04\%$
Retângulo Amarelo	$\frac{A_7}{56,76} = \frac{0,69}{56,76} = 0,01; 1,22\%$

Solução problema 2:

Espera-se que os estudantes observem que o autor fazia uso de elementos planos, eliminando as linhas curvas e trabalhava só com uma linha, ângulos retos e cores primárias. A obra apresenta as linhas horizontais e verticais, não apresenta linhas curvas. Obras formadas por quadrados e retângulos.

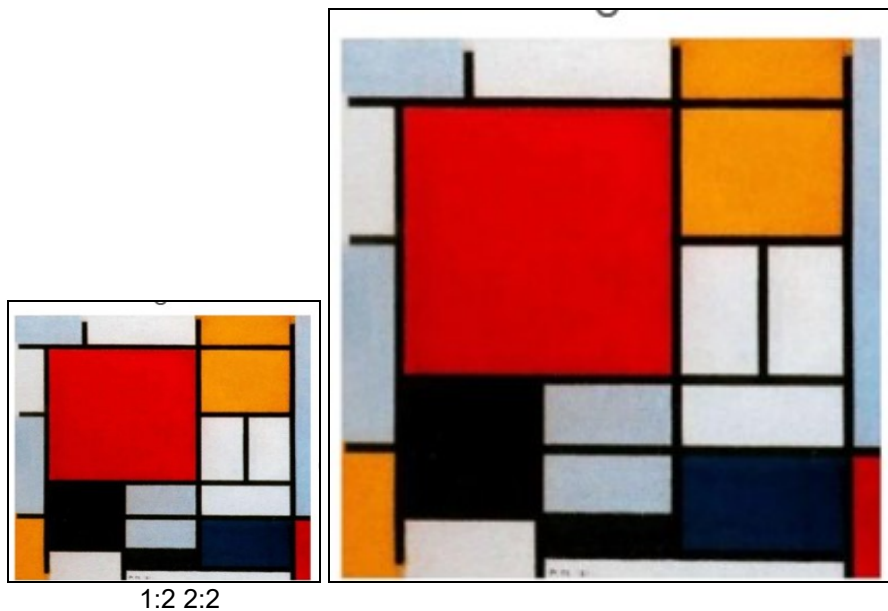
<b>Cores utilizadas</b>	<b>Vermelho, amarelo e azul, pretos e brancos.</b>
Formas geométricas presentes na obra	Quadrados e retângulos
Tipos de linhas aplicadas na obra	Horizontais e verticais
Tipos de ângulos	Ângulos Retos ( 90 <sup>o</sup> )
Posição relativa entre as retas	Paralelas e concorrentes perpendiculares entre si

As dimensões são de 59,5 X 59,5 centímetros, tendo assim:

$$\text{Perímetro} = l+l+l+l \text{ ou } \text{Perímetro} = 4.l$$

$$P = 59,5 + 59,5 + 59,5 + 59,5 = 238 \text{ cm} \text{ ou } P = 4 \times 59,5 \text{ P} = 238 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Área} &= l \times l \text{ ou } \text{Área} = l^2 \\ A &= 59,5 \times 59,5 \quad A = (59,5)^2 \\ A &= 3540,25 \text{ cm}^2 \quad A = 3.540,25 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

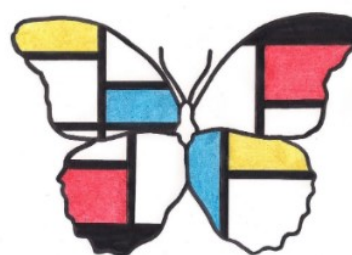
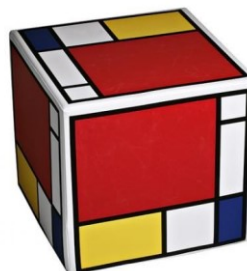
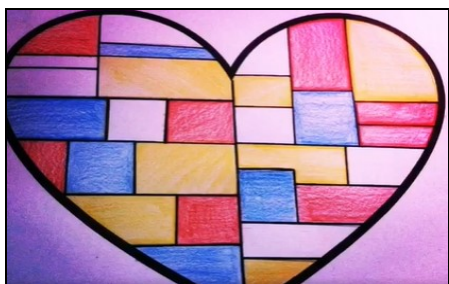


Realizar o desenho inspirado em Piet Mondrian



(Observação aqui deverá ser construído um modelo os mesmos elementos artísticos e matemáticos utilizados nas obras utilizados por Mondrian)

Releitura dessa obra de Piet Mondrian



##### 5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções

Com base na solução do problema 1, foram feitas algumas observações, comentários e discussões relativas aos conteúdos e conceitos matemáticos abordados nesse problema.

Em um primeiro momento é necessário a utilização da TIC computador e software GeoGebra, para realizar a representação do quadro Composição II e posteriormente dar continuidade na resolução da situação problema. Valente (1993) destaca que o computador pode criar um ambiente de aprendizagem e facilitar o processo de aprendizagem e desenvolvimento intelectual do estudante.

Nas etapas seguintes para a solução do problema diversos conteúdos matemáticos podem ser desenvolvidos, entre esses destaca-se os conceitos de razões e proporções. Uma vez que esses conceitos/definições são importantes para o desenvolvimento de outros conteúdos da Matemática a nível de ensino fundamental e médio.

Cabral, Dias e Júnior (2019) destacam que o entendimento dos conceitos de razões e proporções são essenciais na construção de habilidades para resolver diversas situações do cotidiano, pois são conteúdos repletos de aplicações em diversas áreas, como: financeira, meio ambiente, comerciais, engenharias, arquitetura, moda, artes, saúde, entre outras. As atividades relacionadas a esses

temas merecem esforços para assegurar seu desenvolvimento pleno, os PCN destacam que um dos objetivos a serem atingidos no ensino da Matemática é o desenvolvimento do raciocínio que:

[...] envolva a proporcionalidade, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o estudante a: observar a variação entre grandezas, estabelecendo relações entre elas e construir estratégias de solução para resolver situações que envolvam a proporcionalidade (BRASIL, 1998, p. 65).

O conceito razão e proporção são enunciados e descritos em uma das maiores obras de Matemática do mundo antigo, Os Elementos, de Euclides (330 a.C.). Especificamente Euclides trata a definição de razão no Livro V de sua obra. Observa-se que a ideia de razão estava estritamente ligada a comparação entre duas grandezas, geométricas, visando o trabalho com segmentos de retas. No início a definição era totalmente geométrica, mas essa definição estende-se para quaisquer que sejam as grandezas, geométricas ou não (BARNABÉ, 2011).

Para proporcionar uma forma mais atrativa e dinâmica no processo de descoberta e sistematização dessa definição, é sugerido no problema 1 a determinação da proporção que cada parte da obra representa em relação ao todo, possibilitando ao decorrer da atividade o desenvolvimento de diversos conceitos matemáticos. Burak (2010) ressalta que na resolução de uma situação-problema, os conteúdos matemáticos podem ganhar maior destaque e significado para o aluno. Os conceitos, definições e propriedades presentes nessa etapa de exploração do problema atribuem maior significado aos conteúdos matemáticos.

A resolução do problema 2, foram realizadas observações na obra de Mondrian, relatos e discussões orais e sínteses escritas, bem como a abordagem de atividades associando ao trabalho do pintor holandês Piet Mondrian, com as noções básicas de Geometria Plana - reta, ponto, plano, ângulos, polígonos, área, perímetro, escala entre outras.

Nessas atividades, há um conhecimento do artista Mondrian assim como suas obras, aprimorando seus conhecimentos e relacionando aos elementos geométricos, oportunizando a contextualização e proporcionando interação entre matemática e Arte, promovendo a educação geral, favorecendo o ensino e a aprendizagem num contexto mais amplo, dando significado aos conteúdos matemáticos. Assim sendo como Burak e Klüber (2008) destaca em seus estudos

que “a abordagem da matemática deve ocorrer de uma forma mais aberta e contextualizada, dando significado aos conteúdos matemáticos”.

Dando continuidade à situação proposta, de criação de um modelo com os mesmos elementos artísticos e matemáticos utilizados e na releitura das obras do grande artista Piet Mondrian, propõe uma forma de aprendizagem eficaz e atraente, com ênfase no desenvolvimento de habilidades e construção de novos conhecimentos a partir de uma nova perspectiva, explorando o universo cultural da arte, explorando e aprimorando conceitos geométricos, contribuindo para a formação de um sujeito crítico, gerador de ideias, reflexivos, criativos e criador de seus próprios conhecimentos. O ambiente de criação, dão forma para que o estudante seja protagonista de um ensino ativo, com autonomia de busca de novas informações, de assumir responsabilidade pela própria construção e aprendizagem de seu próprio conhecimento, saindo da passividade de apenas receber conhecimento.

Para que essa mudança de papéis ocorra é necessário que os alunos modifiquem alguns comportamentos, como reforçam os autores abaixo:

Por sua vez o aluno precisa ultrapassar o papel de passivo, de escutar, ler, decorar e de repetidor fiel dos ensinamentos do professor e tornar-se criativo, crítico, pesquisador e atuante, para produzir conhecimento (MORAN, MASETTO, BEHRENS, 2013, p. 71).

Destaca-se aqui a importância, de que enquanto professores, estejamos abertos e dispostos a trilhar caminhos, ainda pouco trilhados, mas que certamente, são potencialmente ricos e fundamentais para a formação dos estudantes, cidadãos ativos desse século. Com base no subtema Moda a partir da inspiração de **Piet Mondrian**, a Arte de Escher incorporada ao tema teve as seguintes configurações:



**Croqui I**  
**Céu e água I -**  
**1938**  
**Xilogravura**





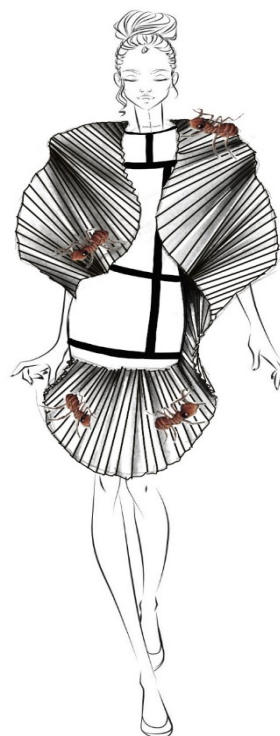
**Croqui II**  
**Céu e água I - 1938**  
**Xilogravura**



**Croqui III**  
**Libertação - 1955**  
**Litografia**



**Croqui IV**  
**Fita de Moebius II - 1963**  
**Xilogravura**



Fonte: Grupo B.

**REFERÊNCIAS (GRUPO B)**

BARNABÉ, F. M. **A melodia das razões e proporções: a música sob o olhar interdisciplinar do professor de matemática.** 2011. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010.

CABRAL, N. F.; DIAS, G. N.; JÚNIOR, J. M. S. O ensino de razão e proporção por meio de atividades. **Ensino da Matemática**, v. 6, n. 3, p. 175-206, 2019.

MORAN, J. M; MASETTO, M. T; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** 21. ed. São Paulo: Papirus, 2013.

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento: repensando a educação.** Campinas: UNICAMP, 1993.



### 6.2.3 Grupo C

A seguir apresentamos a atividade realizada pelo do grupo C, Tema: Filmes, Subtema: Análise sobre o filme “O menino que descobriu o vento” (Reino Unido, 2019). A atividade seguiu os passos da Figura 18 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática, que segundo Burak e Klüber (2008), apresenta: 1) A escolha do tema, 2) A pesquisa exploratória, 3) Levantamento dos problemas, 4) Resolução dos problemas e 5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções. Por fim a incorporação da Arte de Escher ao tema/subtema sugerido pelo Grupo C, de acordo com a escolha do grupo a partir das técnicas de Escher presentes na Litografia, Xilografia e Meio-tom.

#### 1) A escolha livre do tema:

1.1) Tema: Filmes

1.2) Subtema: Análise sobre o filme “O menino que descobriu o vento” (Reino Unido, 2019)

#### 2) A pesquisa exploratória

O filme, “O menino que descobriu o vento” (Reino Unido, 2019), se contextualiza em uma região extremamente árida do país chamado Malawi, situado no sudeste africano e sem saída para o mar. Passando por muitas dificuldades, a comunidade onde vive o adolescente William, protagonista do filme, como a vivência de colheitas fracas, ameaça constante de períodos de seca, trazendo insegurança alimentar para toda a população, acaba despertando o senso de comunidade em William, que através dos estudos, descobre por meio da leitura de um livro da biblioteca de sua escola, uma maneira de “fazer chover”.

William é um estudante autodidata, aprendendo na teoria e posteriormente colocando em prática, maneiras de gerar eletricidade a partir de restos de sucata encontrada na sua comunidade. Demonstrada em uma cena em que William encontra um livro sobre como gerar energia elétrica através da força do vento. O filme não gira somente em torno de William e sua família, mas demonstra as dificuldades e situação de extrema pobreza de toda a comunidade, sendo o estudante aquele que, através do estudo e conhecimento adquirido na escola da comunidade, rompe com os costumes tradicionais, e decide não fazer mais preces e

esperar a “vontade divina” para fazer chover, mas trazer irrigação a partir do conhecimento adquirido cientificamente.

Esse fato demonstra a importância da escola, onde o estudante, William, ao adquirir conhecimentos, coloca-os em prática para trazer benefícios para a comunidade. Ou seja, aqui está a importância de relacionar aquilo que se aprende com a prática, pois o aprendizado faz mais sentido quando este conhecimento pode ser utilizado na realidade, em situações do cotidiano.

Vendo por este ângulo, o filme nos demonstra várias situações sociais, a realidade de grande parte do povo da África, em situação de pobreza, violência e cercados pela insegurança alimentar e fome, sobre a importância que a educação pode impactar na realidade social das pessoas e também demonstrar para o mundo a triste realidade do povo Malawi, pois o filme sendo exibido no mundo todo busca atrair a atenção política e social dos expectadores.

A situação de pobreza e rondados pela miséria, faz com que a frágil democracia do país seja cada vez mais corrupta, deixando a maioria da população abandonados a própria sorte e sem amparo em uma situação de desespero. Os líderes locais estão interessados somente em poder, buscando apoio através da força para convencer os habitantes locais a votar neles através da influência dos chefes tradicionais da comunidade. Também demonstrada através de uma cena no filme. Mesmo ocorrendo este tipo de violência, o filme também demonstra a importância das políticas sociais e humanitárias para garantir a sobrevivência da população. Cena em que apenas dois caminhões com cereais, como o milho, para a fabricação de fubá, chegam à comunidade para trazer alimentos e acabam com seus estoques rapidamente e não sendo suficiente para atender toda a demanda.

Ainda dentro da trama, vale a pena destacar o folclore, as crenças locais e em segundo plano a política local, com a cena em que um político aparece querendo convencer os pobres cidadãos a votar. Mesmo com grandes dificuldades de acesso à informação, vivendo em uma comunidade isolada e escassa de todo tipo de recursos, William descobre a importância da educação para a melhoria da qualidade de vida, sua, de sua família e também da comunidade em que vive. A educação transforma, a união faz a força e a luta educa, em suma, pode-se inferir estes ensinamentos a partir da análise do filme. Filme que busca deixar o expectador em estado ativo, fazendo escolher o lado dos oprimidos e conseqüentemente tomando uma posição social e política.

O filme, como fonte para a produção de conhecimento e disseminador de informações, também pretende que expectadores do mundo todo conheçam a realidade do Malawi e sobre o que a população passa para sobreviver. Também deixa clara a importância da educação como meio de transformação social, todos deveriam ter acesso por direito. Ainda no início do filme, William sofre chacota por parte de colegas por não poder pagar a mensalidade da escola. Mesmo sendo banido, ele consegue frequentar a biblioteca da escola e consegue aprender por conta própria.

Esta força de vontade, de querer aprender, por parte do menino William, também é parte fundamental na trajetória para melhorar um pouco a sua vida, literalmente trazendo luz para o local onde vive. A motivação para o estudo deve ser constante, buscando sempre relacionar aquilo que se pretende aprender com a realidade social do estudante.

### **3) Levantamento dos problemas**

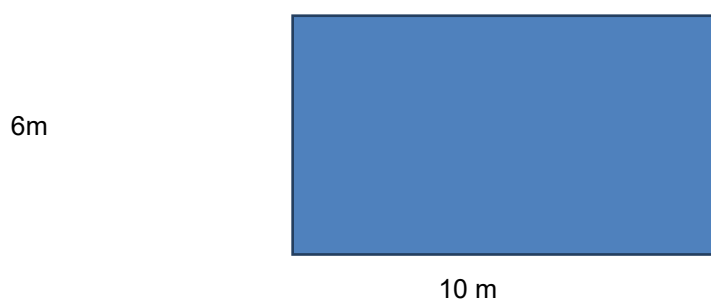
Qual a dimensão e a metragem da terra a ser cultivada pela produção de milho, por metro quadrado, com vistas a suprir as necessidades alimentares da população local, na fabricação de fubá, de acordo com a ingestão de calorias diárias recomendadas pela Organização das Nações Unidas (ONU)? Qual a dimensão da terra e a metragem a ser cultivada para calcular as quantidades de sementes necessárias para o plantio nesta mesma área?

### **4) Resolução dos problemas**

“O menino que inventou o vento”, nos trás diversas formas de se estudar matemática, partindo de situações sociais apresentados no contexto em que se passa o filme. Neste sentido expressamos o conteúdo matemático proporção, expressa pela regra de três e a área de plantio, considerando um retângulo, para a plantação de milho para a produção de fubá, como alternativa de alimentos, de acordo com a ingestão de calorias diárias recomendadas pela Organização das Nações Unidas (ONU).

“O menino que inventou o vento”, nos trás diversas formas de se estudar matemática, partindo de situações sociais apresentados no contexto em que se passa o filme. Neste sentido expressamos o conteúdo matemático cálculo de área para responder a seguinte questão:

Para responder questão acima, elaboramos os cálculos com base em exercício hipotético, onde a área a ser cultivada possui 6 metros de largura por 10 metros de comprimento, conforme a figura abaixo:



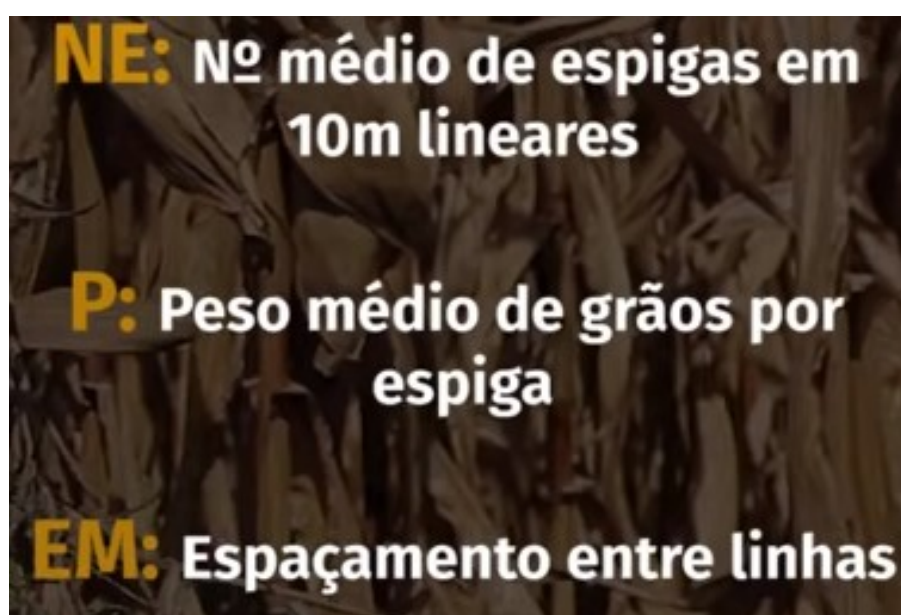
Área:  $b \cdot h$

Área:  $6 \cdot 10 = 60 \text{ m}^2$

Para o plantio de milho, recomenda-se 50 cm de espaçamento entre as sementes, conforme apontado pelo vídeo de ilustração como estimar a produtividade na cultura de milho, disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=7Vz2FTGiu4w>. Ainda utilizamos a última fórmula do rendimento (produção) expresso no vídeo como:

$$\text{Rendimento} = [(NE \times P) / EM] / 1000$$

Em que:



Fonte: Pionner (2022)

Importante evidenciar a precisão deste cálculo, caso seja possível medir a massa de 100 ou 1000 grãos. Então para determinar a área do plantio temos:

**1º transformar de centímetros em metros**

<u>Centímetros</u>	<u>Metros</u>
1	0,01
50	x

Multiplicando cruzado utilizando regra de 3 simples

$$\underline{1} \cdot x = \underline{50} \cdot \underline{0,01}$$

$$X = 0,5m$$

Agora dividindo  $60m^2$  por  $0,5m$  que é o espaçamento entre as sementes

$$60 \div 0,5 = 120$$

Ou seja, seriam necessárias 120 sementes para completar o plantio nesta área.

Assim, conforme o plantio e a colheita realizada será estimada a produção de milho (será considerada pela região da África, devido ao solo) e em consequência a fabricação de fubá. O fubá tem a seguinte configuração nutricional: é enriquecido com ferro e ácido fólico, rico em vitaminas B6 e E e fonte de vitamina B1, sendo uma alternativa alimentar para o povo da Malawi.

Este exercício hipotético ilustra a importância da Matemática para calcular a área e a quantidade de sementes necessárias para cultivar um pequeno lote de terra. Foi usado o plantio de milho como referência, pois no filme, a maioria das pessoas, inclusive a família de William o cultivam, fabricação de fubá. Os dados para determinar espaçamento das sementes são fictícios e não tem relação com a realidade, servindo apenas para realização do exercício.

### **5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções**

O presente trabalho tem por objetivo análise do filme “O menino que inventou o vento” (Reino Unido, 2019), onde buscaremos elencar pontos de relevância pedagógica para estudo em Matemática.

O método de trabalho do pesquisador depende da problemática que o leva à investigação, ou seja, um interesse para estudar, fatos da realidade. Para isso, indagações, seleção e análise de fontes, fazem parte do trabalho de pesquisar.

Este trabalho foi realizado com base em levantamento bibliográfico, para obtenção de conhecimento e contextualização sobre uso de filmes no processo de ensino-aprendizagem. E quanto aos objetivos, esta pesquisa será exploratória, pois de acordo com Wazlawick (2010, p. 32):

é aquela em que o autor não necessariamente tem uma hipótese ou objetivo definido em mente. Ela pode ser considerada muitas vezes como o primeiro estágio de um processo de pesquisa mais longo. Na pesquisa exploratória o autor vai examinar um conjunto de fenômenos buscando anomalias que não sejam ainda conhecidas e que possam ser então, a base para uma pesquisa mais elaborada.

No trabalho qualitativo, o pesquisador interessa-se mais pelos dados que contribuam de maneira significativa com a investigação proposta. O trabalho qualitativo não pode ser mensurado, e o importante não é o resultado em si, e sim o processo, pois nesse caso não se trata apenas de dados estatísticos, a partir dos quais se pode chegar a conclusões, ou de números, mas sim de pessoas, com pontos de vistas e visões sociais e políticas diferentes, desejos, sentimentos e modos de vida totalmente diversos uns dos outros.

A pesquisa exploratória nesse sentido adquire um caráter de exploração de assuntos considerados relevantes ou de interesse pelo pesquisador.

### **5.1) Sobre a importância do uso de meio audiovisual na produção de novos conhecimentos em Matemática**

O uso de recursos audiovisuais, como filmes é de extrema importância para o desenvolvimento cognitivo da criança dentro do contexto escolar. Um filme pode ser utilizado para a exploração e produção de conhecimentos no ensino de Matemática, e o professor enquanto agente de promoção da aprendizagem pode utilizar deste recurso no processo de ensino e aprendizagem.

Estudar com o auxílio de recursos didáticos, como filmes, também é uma maneira lúdica de aprender, pois assim se consegue de forma mais rápida assimilar conceitos, estabelecer contrapontos, contextualizar geograficamente os fatos e acontecimentos, desenvolver relações de causa e efeito, de lógica e potencializar a capacidade de sintetizar aquilo que se está aprendendo entre outras maneiras.

## **5.2) O professor como mediador para produção de conhecimentos com o uso de filmes**

Um dos principais objetivos da educação no mundo moderno, e que vem sendo disseminado pelas pedagogias mais atuais, está na preparação do indivíduo para se tornar um agente de seu próprio destino. Um sujeito consciente e ativo na sociedade em que vive, capaz de agir com autonomia e senso crítico, tornando-se um cidadão consciente de seus direitos e deveres.

Neste ponto, o papel do professor enquanto mediador do processo educativo é de suma importância, e toda atividade desenvolvida deve ter um objetivo a ser atingido, portanto em educação, o filme passa a ser atividade, onde passará a contribuir para o desenvolvimento cognitivo, e intelectual do educando. Sendo assim, considera-se o filme um meio para se adquirir conhecimentos novos.

Negrine (1994), em sua obra aborda o conceito de formação pessoal, onde o profissional que irá atuar na educação desenvolverá técnicas e habilidades através de experiências com o uso de criatividade, cultivo da sensibilidade e a busca da afetividade em sua formação.

Nos filmes de ficção não existe necessariamente um compromisso com o mundo real, embora seja a partir da realidade, do tempo presente, que o autor cria seu mundo de ficção, pois é nele que toda a sua bagagem cultural, ideológica, estética e social está ancorada. Sendo assim as representações de um personagem no cinema podem corresponder a padrões ideológicos e estéticos desejados pelo cineasta em um dado contexto histórico, geográfico, político, social e cultural.

o cinema exerce um papel de mediação, pois transmite, de forma implícita e explícita, gesto, objetos, comportamentos sociais, enfim, um grande conjunto de mensagens que vai além daquilo que é expresso na história que o filme conta (SOUZA, 2012, p. 03).

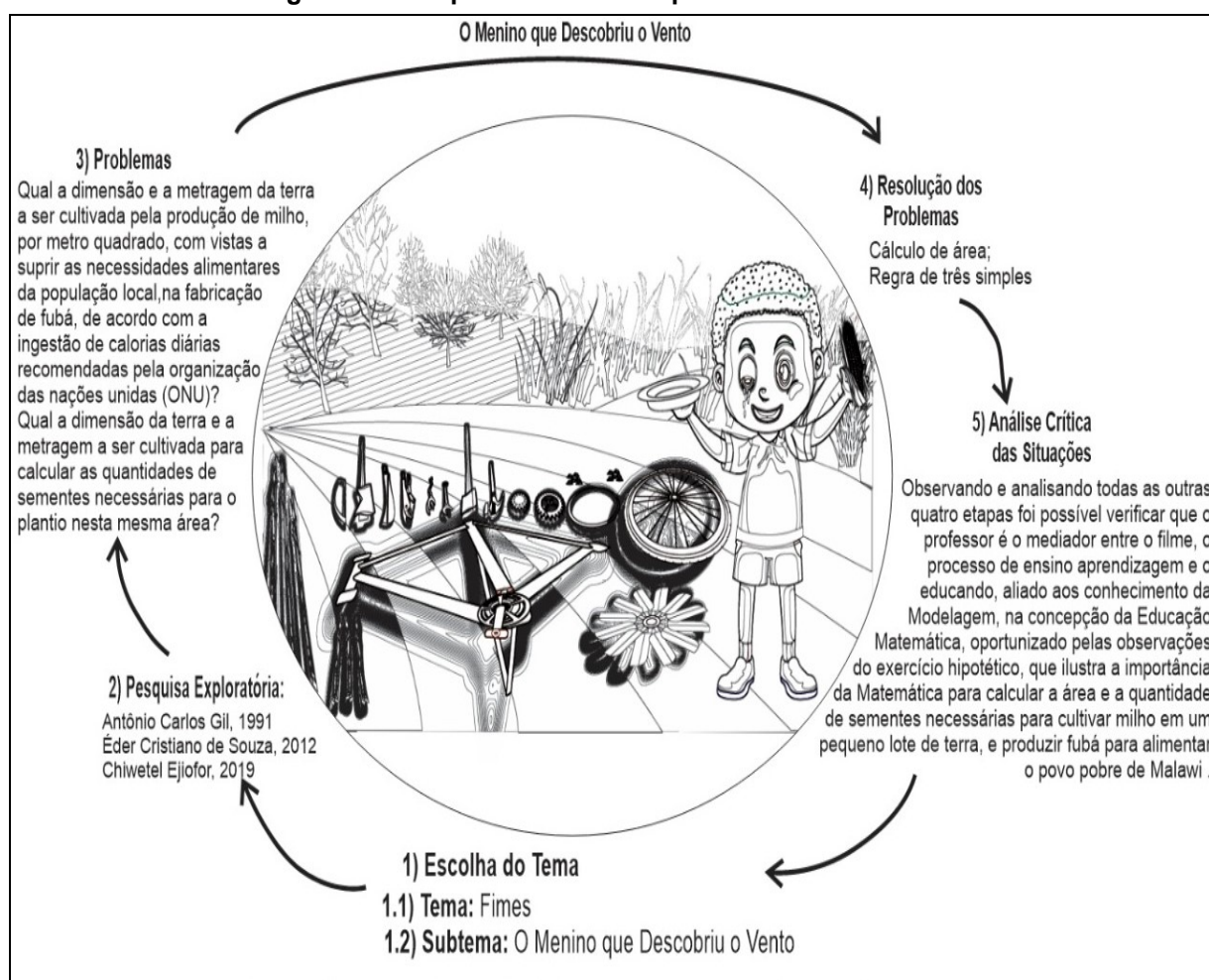
Há uma gama de recursos elaborados, para que um filme adquira um maior número de atrativos e torne a produção vendável, agradando a um público o mais amplo possível. Um filme necessariamente está mais preocupado em atrair telespectadores, e segundo Souza (2012), “existe a tendência em se moldar a história para que se torne popular, atraente e vendável”. O filme apropria-se de acontecimentos passados ou atuais para criar seus enredos. Portanto cuidados de ordem estética, cultural, comercial, social e política, devem ser estudados para que o filme não seja utilizado apenas para ilustrar um plano de aula ou atuar como fundo

de verdade, pois essa circularidade social diz mais sobre quem produziu o filme e quais seus objetivos, do que aquele que ele pretendeu representar. Também sobre a miséria e pobreza do povo de Malawi, dura realidade, não só na África, enquanto muitos têm o que comer, outros sequer tem o direito de comer.

Isso faz com que o professor seja o mediador entre o filme, o processo de ensino aprendizagem e o educando, aliado aos conhecimentos da Modelagem, na concepção da Educação Matemática, oportunizado pelas observações do exercício hipotético, que ilustra a importância da Matemática para calcular a área e a quantidade de sementes necessárias para cultivar milho em um pequeno lote de terra, e produzir fubá para alimentar o povo pobre de Malawi.

Com base no subtema: O menino que descobriu o vento, a Arte de Escher incorporada ao tema obteve a seguinte configuração:

**Figura 29 - Grupo C - O menino que descobriu o vento**



Fonte: Grupo C, com base em Burak e Klüber (2008) e Estudo para Cascata (Litografia) de Escher (1961)



## REFERÊNCIAS (GRUPO C)

MENINO que descobriu o vento, O. Direção: Chiwetel Ejiofor. Produção: Andrea Calderwood, Gail Egan. Reino Unido: Netflix, 2019.

NEGRINE, A. **Aprendizagem e desenvolvimento infantil**. Porto Alegre: Propril, 1994.

SOUZA, E. C. Cinema e didática da história: um diálogo com o conceito de cultura histórica de Jörn Rüsen. **História Revista**, v. 17, n. 1, p. 15-36, jan./jun. 2012.

WAZLAWICK, R. S. Uma reflexão sobre a pesquisa em Ciência da Computação à luz da classificação das ciências e do método científico. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, n. 6, p. 3-10, 2010.

### 6.2.4 Grupo D

A seguir apresentamos a atividade realizada pelo do grupo D, Tema: Gastronomia, Subtema: Macarrão. A atividade seguiu os passos da Figura 18 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática, que segundo Burak e Klüber (2008), apresenta: 1) A escolha do tema, 2) A pesquisa exploratória, 3) Levantamento dos problemas, 4) Resolução dos problemas e 5) O desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções. Por fim a incorporação da Arte de Escher ao tema/subtema sugerido pelo Grupo D, de acordo com a escolha do grupo a partir das técnicas de Escher presentes na Litografia, Xilografia e Meio-tom.

#### 1) Escolha do Tema

1.1 Tema: Gastronomia

1.2 Subtema: Macarrão

#### 2) Pesquisa Exploratória

Como meio de uma alimentação rápida e versátil, o macarrão se tornou alimento rotineiro na dieta das diversas populações, pela sua versatilidade, rapidez de preparo e baixo custo. Ele está presente em 99,3% dos lares brasileiros, conforme a pesquisa da Associação Brasileira das Indústrias de Biscoitos, Massas Alimentícias e Pães & Bolos Industrializados (ABIMAPI, 2017).

Chamado de “lagane” ou “lagunum”, palavras que originaram a “lasanha” de hoje, eram os termos utilizados pelos antigos romanos para se referirem ao macarrão. Esse alimento teria surgido na China há 4 mil anos e chegou até a Itália

por meio do explorador italiano Marco Polo, entretanto há outras versões, afirmando que a massa já existia no Ocidente antes disso. Já no Brasil, ele teria chegado por meio da Família Real e se difundiu por todo o país, difundido pelos imigrantes italianos. Segundo a Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA), a massa alimentícia é definida como o produto não fermentado, obtido pelo amassamento da farinha de trigo, da semolina ou da sêmola de trigo com água, adicionado ou não de outras substâncias permitidas. A Anvisa também classifica este alimento quanto ao teor de umidade em seco e fresco (BRASIL, 2005).

O macarrão seco é o produto que passa por um processo de secagem e possui a umidade máxima de 13% (g/100g). Quanto ao macarrão fresco pode ou não passar por este processo de secagem parcial, mas apresenta uma umidade máxima de 35 % (g/100g).

As massas secas formam uma grande categoria, composta por farinha e água, com ovos, semolina, integral, grano duro, com vegetais, etc. “Uma massa de boa qualidade deve ter aspecto uniforme, além de aroma e sabor característicos, não podendo apresentar-se fermentada ou rançosa; não deve, tampouco, turvar a água de cozimento” (GUERREIRO, 2016, p. 3).

Cada tipo de macarrão apresenta certa quantidade de calorias, carboidratos, proteínas, gordura, fibra alimentar e sódio, conforme a tabela abaixo é possível observar esses dados de alguns tipos de macarrão em uma porção de 200 gramas.

**Quadro de valores calóricos**

Tipos de macarrão	Calorias	Carboidratos	Proteína	Gordura	Fibra alimentar	Sódio
Farinha e água	282 kcal	58g	9,1g	1,6g	2,4g	0 mg
Grano duro (com clara de ovo)	280 kcal	56g	10g	1,6g	1,6g	0 mg
Com ovos, farinha e água	284 kcal	59g	8,8g	1,4g	2g	6 mg
Integral	271 kcal	56g	10g	0,8g	5,6g	0 mg
Caseiro	212,18 kcal	37,91g	7,82g	2,70g	1,15g	38,30 mg
Sem glúten	282 kcal	62g	5,2g	1,5g	2,5g	0 mg
Com legumes	282 kcal	59g	8,1g	1,6g	2,4g	0 mg

**Fonte: Autoria própria (2022).**

Assim, pode-se verificar que em relação ao valor nutricional, este alimento é deficitário, se destaca pela sua riqueza em carboidratos, mas é pobre em termos de quantidade e qualidade proteica. Conforme a Tabela Brasileira de Composição de Alimentos - TBCA (USP, 2020) 100 g de macarrão de trigo, cozido, possui em média 125 calorias, sendo 27g de carboidrato e 3,56 g de proteína, em comparação com 100g de carne de boi, acém cozido, possui 210 calorias, sendo 0,63 g de carboidrato e 27,3g de proteína.

Já o macarrão integral pode apresentar as mesmas calorias ou até mais do que o tradicional, por conter mais nutrientes, entretanto devido a quantidade de fibras, contribui para a saciedade, diminuindo o consumo.

O macarrão é um alimento de carboidrato simples que pode elevar a glicose no sangue e estimular o aumento da insulina. Quem possui diabetes, é recomendado consumir o macarrão integral, pois este possui baixo índice glicêmico, além de possuir fibras que ajudam na saciedade e que colaboram com o funcionamento intestinal. Também existem outros tipos de macarrão que são mais leves feitos de arroz, de milho, de pupunha (palmito), de abobrinha e até de leguminosas (grão-de-bico e soja). Já o macarrão de sêmola é feito com trigo nobre (tipo I), trata-se de um produto mais refinado, obtendo uma massa mais solta e macia. Pela ausência de ovos, é a massa recomendada para pessoas que têm restrição ao alimento, entretanto, não diminui o ganho de peso. Já o macarrão instantâneo é um macarrão muito processado, conforme estudos da Agência — macarrão instantâneo é maior do que em uma colher rasa de sal, equivalente a quantidade recomendada para um dia inteiro (BRASIL, 2005). Em uma pesquisa da ABIMAPI, os brasileiros informaram que as massas secas (tradicional, caseira, sêmola, integral, grano duro e com ovos) são as mais comuns, respondendo por 81,3% do consumo. Em seguida, aparecem as instantâneas com 14,7%, e por fim as frescas com 4% (ABIMAPI, 2017).

As refeições diárias devem ser equilibradas, comer muita massa e também de forma isolada, aumenta a insulina no sangue e dificulta a digestão, ocasionando a sensação de cansaço. Para estar ciente da quantidade de calorias ingeridas por meio do macarrão, é importante saber quantas gramas será consumido na refeição, normalmente utiliza-se entre 200 a 300 gramas por pessoa, se for a única refeição; se ela servir como acompanhamento, pode ser utilizado de 120 a 180 gramas por

pessoa. Na tabela nutricional abaixo consta a quantidade de calorias de diversos tipos de massas:

Tabela: porção/calorias

Alimento ^	Porção ↕	Calorias ↕
<a href="#">Cannelloni</a>	1 porção (200 g)	292 kcal
<a href="#">Capellini / Massa cabelo de anjo</a>	1 porção (200 g)	706 kcal
<a href="#">Cappelletti</a>	1 porção (200 g)	328 kcal
<a href="#">Conchas</a>	1 xícara (85 g)	300 kcal
<a href="#">Espaguete</a>	1 porção (200 g)	740 kcal
<a href="#">Espaguete integral</a>	1 porção (200 g)	702 kcal
<a href="#">Farfalle / Massa gravatinha</a>	1 porção (200 g)	716 kcal
<a href="#">Fettuccine</a>	1 porção (200 g)	706 kcal
<a href="#">Folhas de lasanha</a>	1 pedaço (21 g)	57 kcal
<a href="#">Fusilli / Macarrão parafuso</a>	1 porção (200 g)	704 kcal
<a href="#">Linguine</a>	1 porção (200 g)	714 kcal
<a href="#">Macaroni</a>	1 xícara (114 g)	422 kcal
<a href="#">Macarrão com carboidratos reduzidos</a>	1 porção (200 g)	564 kcal
<a href="#">Macarrão de ovo</a>	1 xícara (38 g)	146 kcal
<a href="#">Macarrão de shirataki</a>	1 porção (200 g)	36 kcal
<a href="#">Macarrão de soja</a>	1 porção (200 g)	432 kcal
<a href="#">Macarrão integral</a>	1 porção (200 g)	694 kcal
<a href="#">Massa fina transparente</a>	1 porção (200 g)	384 kcal
<a href="#">Orecchiette / Massa conchinha</a>	1 porção (200 g)	740 kcal
<a href="#">Orzo / Risoni</a>	1 porção (200 g)	714 kcal
<a href="#">Penne</a>	1 porção (200 g)	702 kcal
<a href="#">Penne Rigate</a>	1 porção (200 g)	740 kcal
<a href="#">Pierogi</a>	3 pierogi (100 g)	200 kcal
<a href="#">Pão alemão</a>	1 pão alemão (85 g)	233 kcal
<a href="#">Ravioli</a>	1 porção (200 g)	154 kcal
<a href="#">Rigatoni</a>	1 porção (200 g)	706 kcal
<a href="#">Spätzle</a>	1 porção (200 g)	736 kcal
<a href="#">Tagliatelle</a>	1 porção (200 g)	740 kcal
<a href="#">Tortellini</a>	1 xícara (113 g)	329 kcal

Fonte: Macarrão (2022, p. 27).

Atualmente, há diversos tipos de massas, caracterizadas não só por modos de preparo, base de ingredientes, mas também por seus formatos. Assim, abre-se portas para uma infinidade de combinações diferentes, entre massas e molhos, que encantam os amantes da gastronomia italiana. A seguir, vamos conhecer um pouco mais alguns dos principais tipos de macarrão, de acordo com seus formatos (ENEIDA, 2021):

- Penne: Formato de massa curta mais conhecido do mundo. O penne pode ser encontrado de dois tipos, o Penne rigate, com rachaduras e sulcos, promovendo

maior aderência do molho, e o Penne liso, não apresentando estes sulcos. Este tipo combina com quase todos os tipos de molhos.

- Rigatoni: Mais largo e comprido do que o modelo anterior, o rigatoni pode ser encontrado em sua forma recheada, o que expande um pouco seu preparo, podendo assim ser finalizado no forno, por exemplo.
- Fusili: Popularmente conhecido como “parafuso”, seu formato em espiral garante mais aderência aos molhos, principalmente aos de tomate e de carne. Ele também é utilizado para as famosas “saladas de macarrão”.
- Elbow: Popularmente conhecido como “cotovelo”, este formato parecido com um tubo curvado é ideal para fazer o popular macarrão estadunidense Mac and Cheese. Ele pode ou não apresentar sulcos, tendo assim sua variação Rigati. Ele é mais utilizado para saladas e sopas.
- Farfalle: Popularmente conhecido como “gravatinha”, é mais utilizado, principalmente no norte da Itália, com molhos à base de tomate, creme de leite, presunto e ervilhas.
- Concha: Com o formato de concha e ranhuras pela massa, este tipo é preparado com diversos recheios, além de levar ao forno para finalização. Seu tamanho varia, sendo a “conchinha” chamado de Conchigliette e o “conchão” de Conchiglioni.
- Espaguete (*Spaghetti*): Um dos mais tradicionais, o espaguete pode variar muito de espessura. Por sua popularidade e formato, este tipo combina com os mais diversos molhos existentes.
- Fidelini ou Capellini: Popularmente conhecido como “cabelinho de anjo”, esta massa apresenta diâmetro de menos de 1mm. Este, normalmente é servido com molhos de frutos do mar, ou molho de tomate.
- Bucatini: Apresenta uma massa de diâmetro mais espesso, sendo assim podendo ser cilíndrico (o próprio Bucatini) ou chato (como o Fettuccine ou o Tagliatelle). Além dos molhos tradicionais, um dos mais utilizados com este tipo de massa é o à carbonara. O fettuccine normalmente é servido com carne ou com molho de cogumelos. Já o tagliatelle, vendido em ninhos, pode ser acompanhado com molhos de tomate, frutos do mar, presunto e queijo e ragú de carne.
- Pappardelle: Massa chata, com normalmente 2-3 cm de largura. Assim, por sua largura, a massa acompanha molhos mais encorpados, com carne, por exemplo.
- Linguine ou bavette: Tiras de massas mais estreitas, conhecidas por “linguinhas”. Sua combinação mais famosa é com o pesto de manjeriço.

A tabela abaixo traz as figuras dos tipos de massas apresentadas:

Penne



Rigatoni



Fusilli



Elbow



Farfalle



Concha



Espaguete

Fidelini ou  
Capellini

Bucatini



Fettuccine



Tagliatelle



Pappardelle



Linguine ou Bavete



Fonte: Site BemAfiada.com<sup>29</sup>

### 3) Levantamento de problemas

<sup>29</sup> Disponível em: <https://www.bemafiada.com/tipos-de-macarrao>.

- 1) Quais as diferenças entre as massas secas, frescas em relação aos ingredientes e calorias?
- 2) Qual das massas apresenta menor e maior teor calórico?
- 3) Qual o custo anual de uma família brasileira no consumo de macarrão, utilizando deste alimento todos os dias, duas vezes ao dia?

#### 4) Resolução dos problemas

##### Resolução do problema 1 e 2:

- 1) Quais as diferenças entre as massas: secas, frescas em relação aos ingredientes e calorias?
- 2) Qual das massas apresenta menor e maior teor calórico?

As massas secas formam uma grande categoria, composta por aquelas com farinha e água, com ovos, semolina, integral, grão duro, com vegetais, etc.

Tipos de macarrão	Calorias	Carboidratos	Proteínas	Gorduras	Fibras alimentares	Sódio
Farinha e água	282 kcal	58g	9,1g	1,6g	2,4g	0 mg
Grão duro (com clara de ovo)	280 kcal	56g	10g	1,6g	1,6g	0 mg
Com ovos, farinha e água	284 kcal	59g	8,8g	1,4g	2g	6 mg
Integral	271 kcal	56g	10g	0,8g	5,6g	0 mg
Caseiro	212,18 kcal	37,91g	7,82g	2,70g	1,15g	38,3 mg
Sem glúten*	282 kcal	62g	5,2g	1,5g	2,5g	0 mg
Com legumes	282 kcal	59g	8,1g	1,6g	2,4g	0 mg

Nota-se a partir da tabela que contém as principais informações nutricionais de diferentes tipos de massas uma constância nos valores. Assim, com intuito de vermos as diferenças calóricas entre os tipos de massas, vamos calcular a média aritmética e o desvio padrão (GURGEL; GOMES; TRIVELIN, 1958), dos dados referentes às calorias (kcal). Para o cálculo da média aritmética, utilizamos a seguinte fórmula, em (kcal):



$$\bar{x} = \frac{\sum x_1}{n},$$

Onde temos o somatório dos termos no numerador sobre o número de elementos.

$$\bar{x} = \frac{1893,18}{7} \simeq 270,5.$$

Para o cálculo do desvio padrão, a seguinte fórmula foi utilizada:

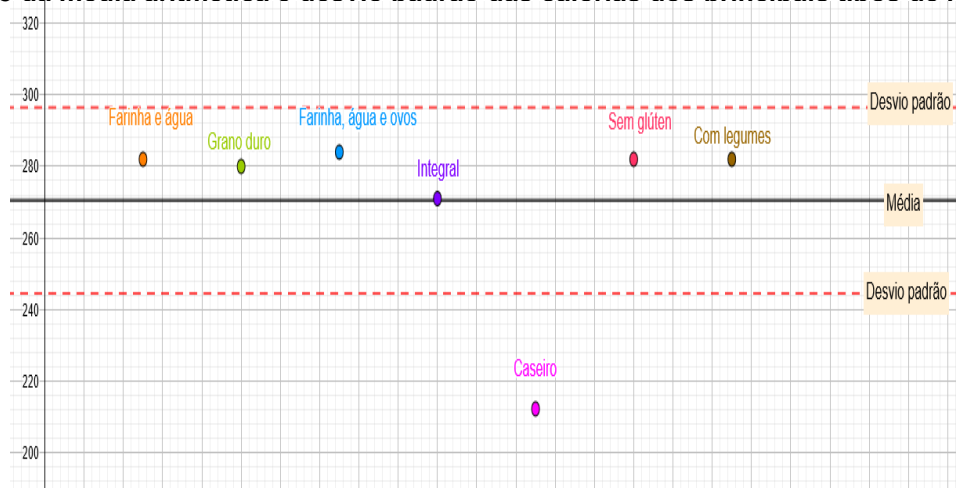
$$Dp = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}},$$

Onde temos a raiz quadrada da diferença de cada elemento pela média aritmética, sobre o número de elementos (em kcal).

$$Dp = \sqrt{678,4513} \simeq 26.$$

No gráfico abaixo, a linha em preto representa a média aritmética dos valores referentes às calorias de cada tipo de massa, e, a linha em vermelho, o desvio padrão. O eixo y representa os valores para as respectivas calorias. A figura foi desenvolvida no software online Geogebra Classic (GEOGEBRA, 2019).

**Gráfico da média aritmética e desvio padrão das calorias dos principais tipos de massas**



Fonte: Autoria própria (2022).

Diante do gráfico é possível observar que o único tipo de massa abaixo do desvio padrão das calorias é a caseira. As demais estão todas acima, ou, como no caso do tipo integral, exatamente na média de calorias, sendo a do tipo farinha com ovos e água a que apresenta maior quantidade de calorias dos sete tipos apresentados. Procedemos agora a resolução do problema 3.

3) Qual o custo anual de uma família brasileira no consumo de macarrão, utilizando deste alimento todos os dias, duas vezes ao dia?

É necessário analisar na hora da compra o formato do macarrão, pois massas como o espaguete/massas caseiras rendem mais que as massas secas.

Nutricionistas afirmam que calcular 100 g da massa por pessoa é o ideal. Então um pacote com meio quilo de macarrão é suficiente para 5 pessoas se alimentarem somente com a massa em um jantar, por exemplo.

Para duas pessoas um pacote de 500 g daria para almoço e jantar, ou para se alimentar duas vezes por semana, portanto 4 pacotes para passar o mês seria suficiente. Já para se alimentar duas vezes ao dia com macarrão todos os dias o consumo seria de aproximadamente 2800 kg por semana, então para um mês 11200 kg, levando em consideração que é para duas pessoas. Se um pacote de macarrão espaguete de 500 g custa em média R\$ 4,50 e de 1kg R\$ 8,50. O custo para duas pessoas em 30 dias em macarrão se daria R\$ 103,50 comprando 23 pacotes de 500g cada.

Nota-se que, há uma diferença de valores com relação ao preço médio dos pacotes de macarrão de 500 gramas e de 1 quilo. Assim, podemos utilizar uma

função que seja capaz de modelar as diferenças de valores, realizando assim um comparativo entre os dois valores de pacotes, podendo observar-se qual é mais vantajoso financeiramente.

Tendo assim como variável  $r$  o número de refeições por pessoa, podemos definir duas funções afins, definidas em  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , do tipo  $f(x) = ax + b$  (ALVES, 2012).

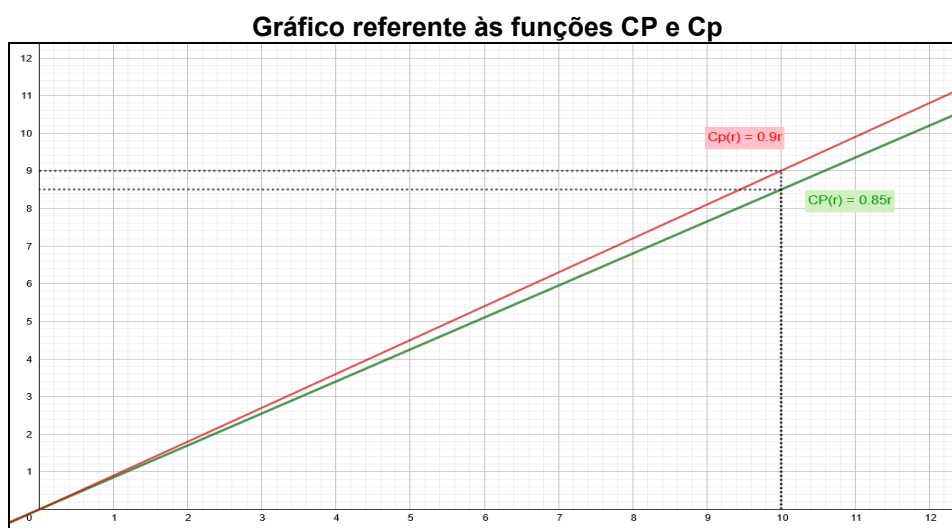
Neste caso, como possuímos apenas uma variável,  $r$ , o valor de  $b$  será igual a 0, e o valor de  $a$  será o custo por refeição de cada pacote.

Percebemos uma variação no valor dos pacotes com relação a quantidade em gramas presentes em cada um. O valor do de 500 gramas é igual à R\$ 4,50. Assim, temos que o valor para 100 gramas de macarrão consumidos, média ingerida por pessoa em uma refeição, é de R\$ 0,9. Já comprando o pacote de 1 quilo, é de R\$ 0,85 por refeição. Logo, é possível definirmos duas funções afins para os dois tamanhos de pacote:

**$CP(r) = 0,85r$** , onde  $CP$  é o custo da refeição utilizando do pacote grande (1 quilo), e  $r$ , o número de refeições realizadas por uma pessoa.

**$Cp(r) = 0,9r$** , onde  $Cp$  é o custo da refeição utilizando do pacote pequeno (500 gramas), e  $r$ , o número de refeições realizadas por uma pessoa.

O gráfico abaixo, também desenvolvido no software online Geogebra Classic, representa as duas funções definidas,  $CP(r)$  e  $Cp(r)$ .



Fonte: Autoria própria (2022).

A partir da representação gráfica, torna-se visível que a reta em verde, definida pela função  $CP(r)$  apresenta um menor custo financeiro por refeição em comparação com a reta em vermelho, definida pela função  $Cp(r)$ . Por exemplo, nota-se que, para as funções  $CP(10)$  e  $Cp(10)$ , ou seja, 10 refeições por pessoa, obtemos

valores para as respectivas imagens de R\$ 8,50 e de R\$ 9,00. Portanto, concluímos que se torna mais vantajoso comprar um pacote de 1 quilo do que de 500 gramas.

### **5) Análise Crítica das Soluções**

Pode-se perceber a importância e profundidade da matemática ao podermos encaixar um tema totalmente oposto ao que se espera nesta área do conhecimento. Conseguimos modelar algumas situações problemas por meio de funções, gráficos, e conceitos de estatísticas, além de utilizarmos um software que nos auxiliou no processo da modelagem e na visualização dos eventos matemáticos.

Além disso, com esse estudo é possível conhecer os diferentes tipos de macarrão e também informações muito importantes sobre a quantidade calórica presente nas porções consumidas.

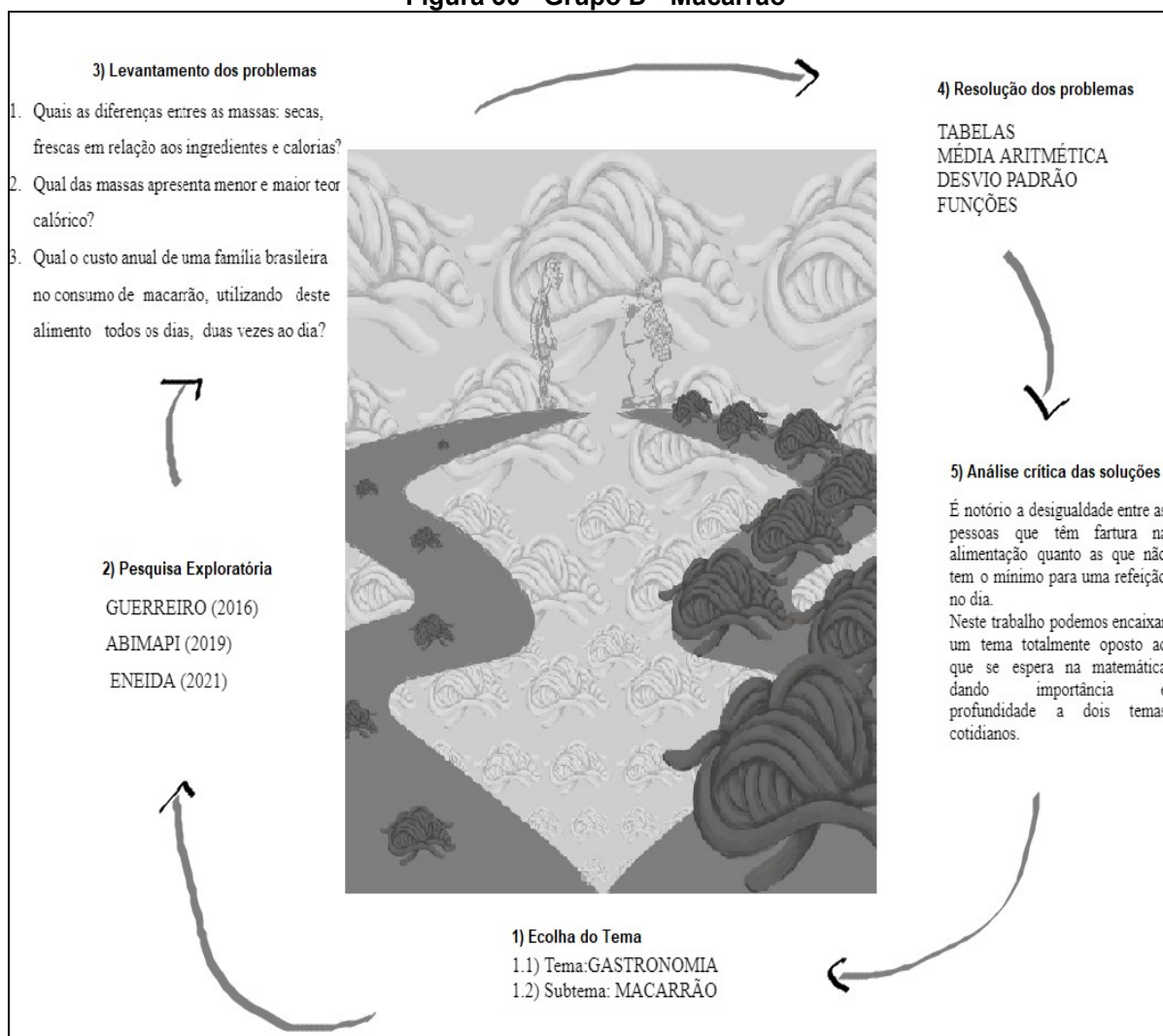
É muito importante ter consciência do quanto se consome esse alimento, por ser muito rico em carboidrato, quando consumido em grandes quantidades, o organismo utiliza uma parte para gerar energia, mas o que não é utilizado é armazenado na forma de gordura, favorecendo o aumento de peso.

Também é necessário refletir sobre a desigualdade presente na mesa da população mundial, conforme um estudo dos Efeitos da pandemia na alimentação e na situação da segurança alimentar no Brasil, de 2020, 59,4% da população brasileira encontra-se em situação de insegurança alimentar, sendo que 15% passa fome, em contrapartida, segundo um relatório divulgado pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), revela que, em média, metade dos adultos nos países desenvolvidos está acima do peso.

Aqueles que exageram nas massas podem sofrer com obesidade entre outras doenças que o excesso de calorias e carboidratos trazem. Enquanto de outro lado temos uma grande massa da população lutando pelo alimento de cada dia, seguindo um árduo caminho, de barriga vazia, que pode acarretar também em sérios problemas de saúde. Entretanto ao estar frente a frente com a situação torna-se apático. Percebendo que a situação muitas vezes não incomoda a quem tem fartura, mas assusta os que pouco tem. Mostrando a desigualdade recorrente devido à situação econômica que se encontram.

Com base no subtema: Macarrão, a Arte de Escher incorporada ao tema obtive a seguinte configuração:

Figura 30 - Grupo D - Macarrão



Fonte: Grupo D, com base em Burak e Klüber (2008) e Litografia: Eternidade e infinito; Contraste (Ordem e Caos) de Escher (1950)

## REFERÊNCIAS (GRUPO D)

ALVES, J. P. S. **A função afim e suas aplicações**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012. Disponível em: <http://dspace.bc.uepb.edu.br/jspui/bitstream/123456789/880/1/PDF%20-%20Juliany%20Paula%20da%20Silva%20Alves.pdf>. Acesso em: 6 set. 2022.

BRASIL. Anvisa (Agência Nacional de Vigilância Sanitária). **Resolução RDC nº. 12, de 2 de janeiro de 2001**. Estabelece padrões microbiológicos para alimentos. Brasília, Diário Oficial da União, 12 jan. 2001.

BRASIL. Anvisa (Agência Nacional de Vigilância Sanitária). **Resolução RDC nº. 263, de 22 de setembro de 2001**. Regulamento técnico para produtos de cereais, amidos, farinhas e farelos. Brasília: Diário Oficial da União, 23 set. 2005.

DIA do Macarrão: Brasil é o terceiro maior produtor do mundo. **Folha de Pernambuco: Agência Brasil**, 10 set. 2022. Disponível em: <https://www.folhape.com.br/sabores/dia-do-macarrao-brasil-e-o-terceiro-maior-produtor-do-mundo/120818>. Acesso em: 28 ago. 2022.

ENEIDA. **Tipos de macarrão**: quais são e como servir. 2021. Disponível em: <https://www.bemafiada.com/tipos-de-macarrao>. Acesso em: 6 set. 2022.

GEOGEBRA. **Classic - GeoGebra**. 2019. Disponível em: <https://www.geogebra.org/classic>. Acesso em: 7 out. 2022.

GUERREIRO, L. **Dossiê Técnico de Massas Alimentícias**. Rio de Janeiro: Rede de Tecnologia do Rio de Janeiro, 2016.

GURGEL, J. T. A.; GOMES, F. P.; TRIVELIN, A. P. Determinação da média aritmética e desvio padrão de quocientes de séries independentes e dependentes. **Anais da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz**, v. 14-15, p. 31-42, 1958.

MACARRÃO e massas: tabela de calorias. **TabelaDeCalorias.net**. 2022. Disponível em: <https://www.tabeladecalorias.net/alimento/macarrao-e-massas>. Acesso em: 28 ago. 2022.

TJABBES, P. **A magia de Escher**. São Paulo: Art Unlimited, 2013.

USP (Universidade de São Paulo. **Tabela Brasileira de Composição de Alimentos (TBCA)**. Food Research Center (FoRC). Versão 7.1. São Paulo, 2020. Disponível em: <http://www.fcf.usp.br/tbca>. Acesso em: 10 set. 2022.

Na sequência das atividades foi realizada a apresentação das atividades ao professor pesquisador, dos Grupos A e B no dia 15/08/2022, e dos Grupos C e D no dia 22/08/2022, via *Google Meeting*, conforme descreve a Figura 31:

**Figura 31 - Apresentação dos Grupos: A, B, C e D**

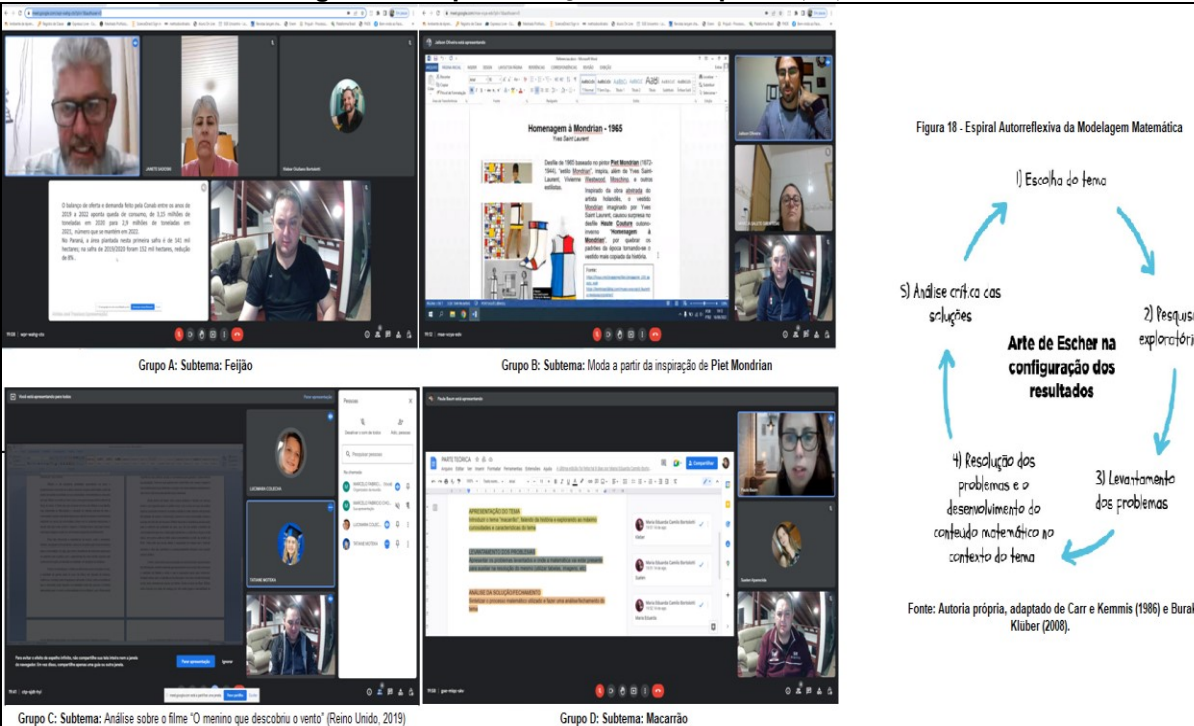


Figura 18 - Espiral Autorreflexiva da Modelagem Matemática

1) Escolha do tema

2) Pesquisa exploratória

3) Levantamento dos problemas

4) Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema

5) Análise crítica das soluções

Arte de Escher na configuração dos resultados

Fonte: Autoria própria, adaptado de Carr e Kemmis (1986) e Burak e Klüber (2008).

**Fonte: Autoria própria (2022).**

Cabe destacar que a experiência adquirida nesta formação, por parte do professor pesquisador e dos integrantes dos grupos A, B, C e D, segundo Diniz-Pereira (2014) superou as barreiras colocadas pelo modelo positivista da formação de professores, ou seja, a construção dos conceitos superou a visão da Matemática, mesmo pelas dificuldades encontradas pelos professores/acadêmicos cursistas, ao tentar encontrar elementos matemáticos a partir da pesquisa exploratória. Cada momento foi registrado pelo professor pesquisador, nos diários de campo, em áudios sobre as gravações dos professores, enfim, chegando a algumas configurações sobre os subtemas apresentados.

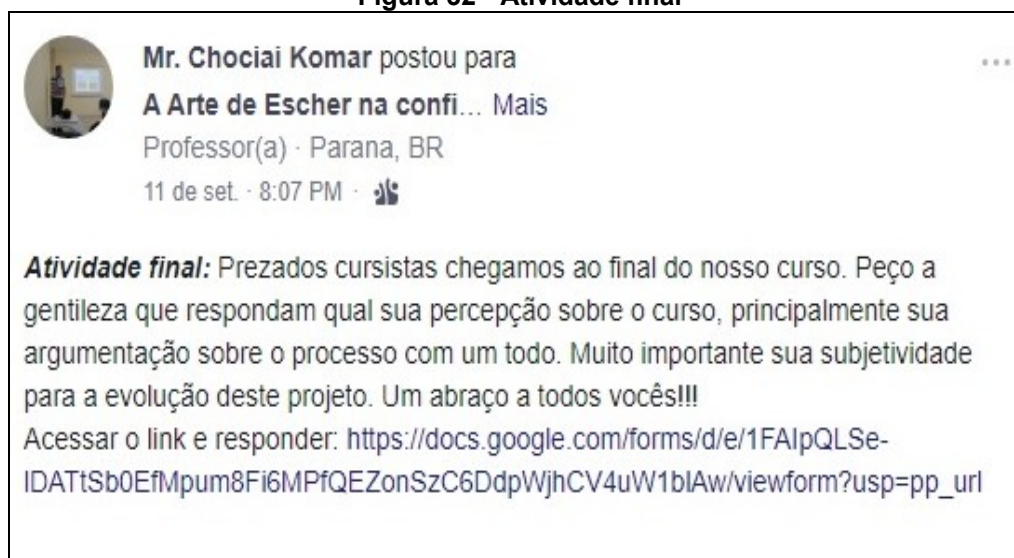
Nas palavras de Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 10), as múltiplas relações e determinações entre o ensino, a aprendizagem e o conhecimento da Educação Matemática, foram mediados com os professores/acadêmicos cursistas no desenvolvimento da Educação Matemática enquanto campo de investigação e de produção de conhecimentos, para além da Racionalidade Técnica. Por outro lado, as práticas sustentadas na Modelagem na concepção da Educação Matemática e as técnicas de Escher como a Litografia, Xilografia e Meio-tom construíram dados relativos às obras de Escher e aos resultados da aplicação da metodologia da Modelagem Matemática, apresentados pelos Grupos A, B, C e D.



O resultado das atividades encontrou em Carr e Kemmis (1986; 1988), os protagonistas ativos sobre a realidade a ser investigada em educação, em que os indivíduos interpretam suas ações e suas situações em que agem assumindo a abordagem crítica interpretativa proveniente de objeções positivistas e a partir delas a capacidade de produzir generalizações amplas a respeito da relação entre teoria e a prática, que nas palavras de Stenhouse (1988), os professores pesquisadores ao refletir sobre sua prática educativa, promovem a inovação nas atividades escolares ao invés de meros transmissores de currículos criados por outros indivíduos, tudo isso em sua visão sobre as práticas colaborativas na Pesquisa-Ação, arquétipo da pesquisa para esta tese.

Na sequência às apresentações, o professor pesquisador orientou os professores cursistas para que respondessem a atividade final, conforme descreve a Figura 32:

**Figura 32 - Atividade final**



**Fonte: Autoria própria (2022).**

A partir das análises das respostas, áudios dos professores/cursistas e os encaminhamentos das atividades apresentamos a seguir, a Matriz Investigativa dialógico-problematizadora.

### **6.3 Matriz Investigativa dialógico-problematizadora**

Para análise das atividades desenvolvidas e a atividade final, pelos professores/cursistas, elencamos a Matriz Investigativa dialógico-problematizadora, na Pesquisa-Ação, aportada por (KEMMIS; MCTAGGART; NIXON, 2013). Conforme já descrito anteriormente, cada elemento da Matriz Investigativa, dialógico-



problematizadora foi construída após o pensamento crítico e reflexivo sobre a formação do professor, a Educação Matemática, a Modelagem Matemática e a Arte de Escher, de forma orgânica.

Foram levados em conta os dados empíricos (abertos) da investigação, constituídos pelas produções dos cursistas professores durante a realização das atividades como chats, webconferências (*Google Meeting*), vídeos, observando o comportamento ativo e colaborativo dos grupos, através da plataforma Edmodo e registradas no Diário de Campo (Apêndice C) do professor pesquisador.

No Diário foram descritas as atividades das etapas realizadas pelos participantes, as entrevistas entre os cursistas e professor pesquisador, os depoimentos espontâneos e as filmagens, as discussões, as trocas de ideias, as interações com o ambiente colaborativo, enfim um número maior de elementos para análise. Nas apresentações das práticas as falas, os depoimentos, as estratégias utilizadas por grupo. Retomamos a configuração da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora, conforme Quadro 6:

**Quadro 6 - Matriz Investigativa dialógico-problematizadora**

	<b>A. Formação do Professor</b>	<b>B. Educação Matemática</b>	<b>C. Modelagem Matemática</b>	<b>D. Arte de Escher</b>
<b>1. Formação do Professor</b>	(1A) Com base em sua formação acadêmica, comente sobre a importância da formação pedagógica para o professor de matemática?	(1B) Como a Educação Matemática pode contribuir para formação do professor de Matemática?	(1C) Qual seu conhecimento acadêmico sobre a formação do professor em Modelagem Matemática? Cite exemplos.	(1D) Em sua formação acadêmica você já teve a oportunidade de conhecer a Arte de Escher? Se sim cite exemplos?
<b>2. Educação Matemática</b>	(2A) Qua a importância para o professor de Matemática a formação em Educação Matemática?	(2B) Qual a sua percepção sobre a natureza da ação da Educação Matemática em sala de aula?	(2C) Qual a característica da Educação Matemática quando evidenciada pela Modelagem Matemática?	(2D) Existe relação no ensino de Matemática entre a Educação Matemática e a Arte de Escher? Se sim, quais?
<b>3. Modelagem Matemática</b>	(3A) Como a Metodologia da Modelagem Matemática aportada por Burak e Klüber (2008) se apresentam na	(3B) Qual seu conhecimento sobre a Modelagem Matemática, na concepção de Educação Matemática?	(3C) Qual a configuração metodológica dos resultados das atividades de Matemática envolvendo a Educação	(3D) Existe relação entre a Modelagem Matemática aportada por Burak e Klüber (2008), a Educação Matemática e a Arte de Escher?

	formação dos professores para a Educação Básica?		Básica?	
<b>4. Arte de Escher</b>	(4A) Como a Arte de Escher pode proporcionar a aprendizagem de Matemática na sala de aula?	(4B) A Arte de Escher pode contribuir com a formação em Educação Matemática para o professor de Matemática?	(4C) Como a Arte de Escher pode ressignificar as etapas da Modelagem definidas pela metodologia da Modelagem Matemática aportadas por Burak e Klüber (2008)?	(4D) Com base em seus conhecimentos durante e após o curso de formação, a Arte de Escher se manifesta como uma possibilidade para a aprendizagem do estudante na concepção de Educação Matemática e a Modelagem Matemática? Descrever com base em suas percepções.

**Fonte: Autoria própria baseada em Kemmis, McTaggart e Nixon (2013).**

A partir do Quadro 6, da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora, criamos a Matriz Organizadora da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora que, devido aos dados serem numerosos, não haver perda das informações importantes. Utilizamos os dados relevantes da pesquisa filtrando e sistematizando os dados produzidos, de acordo com o que sugere Mallmann (2015, p. 83-84),

o rigor de uma pesquisa educacional aumenta na medida em que os pesquisadores são vigilantes críticos desde a etapa do planejamento do estudo, ou seja, da inovação e transformação das práticas reflexivas sustentadas na elaboração de perguntas, com temas relevantes.

Conforme destacado pela Matriz Organizadora da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora na Pesquisa-Ação, que se apresenta no Quadro 7:

Quadro 7 - Matriz Organizadora da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora

	<b>A. Formação do Professor</b>	<b>B. Educação Matemática</b>	<b>C. Modelagem Matemática</b>	<b>D. Arte de Escher</b>
<b>1. Formação do Professor</b>	<p>(1A) Julho a setembro de 2022 (prazo postergado pelo professor pesquisador). Apresentação do curso pela plataforma Edmodo, alinhamentos e orientações iniciais no Diário de Campo: (04/jul) (por Google meeting, com gravação do áudio). Respostas P1, P2, P3, P4, P5 a apresentação inicial dos cursistas na plataforma Edmodo (05, 06 e 12/jul); Resposta A1 e P6 (08/jul); Respostas P7, P11 e P8 (11/jul); Resposta A2 (12/jul); Resposta P10 (15/jul); Resposta P12 (24/jul); Dados da atividade Plataforma Edmodo: Resposta P4 (05/jul); Respostas A1 e P6 (08/jul); Resposta P3 (10/jul); Resposta P9 (14/jul); Resposta P11 (18/jul); Resposta P7 (19/jul); Resposta P10 (20/jul); Resposta P2 (21/jul); Resposta P12 (24/jul); Resposta P13 (25/jul).</p>	<p>(1B) Dados do Diário de Campo 11/jul. Dados da atividade na Plataforma Edmodo Resposta P2 (23/jul); Resposta P8 (24/jul).</p>	<p>(1C) Dados da atividade Plataforma Edmodo Resposta P2 (23/jul); Resposta P12 (24/jul).</p>	<p>(1D) Dados do Diário de Campo 05/jul. Dados da atividade Plataforma Edmodo (03/jul); Resposta P4 (05/jul); Resposta A1 (08/jul); Respostas P1, P5, P7, P8 (11/jul); Resposta P2 (19/jul).</p>
<b>2. Educação Matemática</b>	<p>(2A) Dados da atividade na Plataforma Edmodo 05/jul Resposta P4 (05/jul); Respostas A1, P6 (08/jul); Resposta P1 (10/jul); Resposta P9 (14/jul); Resposta P2 (23/jul); Resposta P12 (24/jul).</p>	<p>(2B) Dados do Diário de Campo (05/ago), (por Google meeting, com gravação do áudio). Dados da atividade na Plataforma Edmodo Resposta P11 (18/jul); Resposta P10 (19/jul).</p>	<p>(2C) Orientação registrada no Diário de Campo em (21/set), por Google meeting. Dados da atividade na Plataforma Edmodo Resposta P8 (24/jul).</p>	<p>(2D) Dados do Diário de Campo (05/jul e 11/jul) por Google meeting. Apresentação Figura 18 aos cursistas.</p>
<b>3. Modelagem Matemática</b>	<p>(3A) Dados da atividade</p>	<p>(3B) Dados do</p>	<p>(3C) Dados do Diário</p>	<p>(3D) Dados do Diário de</p>

	Plataforma Edmodo Resposta P1 (10/jul); Resposta P4 (11/jul); Resposta P8 (24/jul).	Diário de Campo por Google meeting, com gravação do áudio (11/jul).	de Campo por Google meeting, com gravação do áudio (26/jul). Dados da atividade Plataforma Edmodo Resposta P7 (10/jul); Resposta P13 (12/jul); Resposta P9 (14/jul); Resposta P10 (15/jul); Resposta P11 (18/jul); Escolha do Tema livre para a atividade final, em grupos (18 e 19/jul).	Campo por Google meeting (20/jul, 21/jul).
<b>4. Arte de Escher</b>	(4A) Dados do Diário de Campo (05/jul). Dados da atividade Plataforma Edmodo Resposta P4 (03/jul, 05/jul); Resposta A1 (08/jul); Respostas P1, P5, P7, P8 (11/jul); Resposta P2 (19/jul).	(4B) Dados do Diário de Campo por Google meeting (20/jul, 21/jul).	(4C) Dados da atividade Plataforma Edmodo Resposta P3 (11/jul); De 25 de jul. a 07 de agosto orientação dos Grupos A, B, C e D, com relação a atividade em Grupo; Apresentação da atividade em grupo: Grupos A e B no dia (15/ago), e dos Grupos C e D no dia (22/ago) via Google Meeting; Atividade Final sobre as atividades realizadas (11/set), Figura 32.	(4D) Dados da atividade Plataforma Edmodo Resposta P3 (03/jul, 04/jul); Resposta P6 (10/jul); Resposta P11 (18/jul); Resposta P2 19/jul; Dados do Diário de Campo por Google meeting, com gravação do áudio (06/set); Encerramento das atividades e considerações gerais sobre os trabalhos, por Google meeting, com gravação do áudio (13/set).

Fonte: Autoria própria baseado em Mallmann (2015).

A partir da organização das atividades, Quadro 7, retomamos ao Quadro 6 da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora, para estabelecer os resultados

da pesquisa. Cada elemento do resultado desta Matriz, do tipo  $a_{ij}$ , ou seja, elementos que apresentam linhas e colunas dispostas em uma Matriz Investigativa, dialógico-problematizadora na Pesquisa-Ação, aportada por (KEMMIS; MCTAGGART; NIXON, 2013), neste caso, do tipo 4x4 (quatro linhas por quatro colunas). Está associada as reuniões, mediações e alinhamentos junto aos professores/acadêmicos cursistas, levando em consideração, de forma orgânica, as respostas dos cursistas, em relação às atividades e ao tema proposto pela formação de grupos. Ainda, foram levados em conta os dados empíricos (abertos) da investigação, constituídos pelas produções dos cursistas professores durante a realização das atividades como chats, webconferências (*Google Meeting*), vídeos, observando o comportamento ativo e colaborativo dos grupos, através da plataforma Edmodo e registradas no Diário de Campo (Apêndice C) do professor pesquisador.

Neste sentido temos o Quadro 8:

**Quadro 8 - Resultado da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora**

	<b>A. Formação do Professor</b>	<b>B. Educação Matemática</b>	<b>C. Modelagem Matemática</b>	<b>D. Arte de Escher</b>
<b>1. Formação do Professor</b>	<p><b>P7</b> A participação dos professores nas formações pedagógicas e de suma importância, pois através do envolvimento com professores de outras instituições e com textos e provocações do professor formador, acontecem reflexões, debates, produções, nas quais há o enriquecimento de conhecimento, favorecendo a melhoria da prática pedagógica e por conseguinte na aprendizagem de seus estudantes.</p> <p><b>P6</b> Formação continuada e com qualidade é fundamental para os professores e</p>	<p><b>P7</b> A Educação Matemática possibilita que o professor utilize metodologias de ensino, formando o aluno em sua amplitude, fazendo deste um pesquisador, construtor de seu próprio conhecimento, tendo o professor um mediador de seu aprendizado.</p> <p><b>P6</b> A Educação Matemática vai além do repasse dos conceitos matemáticos já elaborados e organizados historicamente, pois permite que esses conceitos sejam articulados e apreendidos por meio de novas metodologias e relação com os</p>	<p><b>P7</b> Tive contato com a Modelagem Matemática em minha pós-graduação nos anos 2001/2002. Onde, juntos conhecemos e elaboramos aulas aplicamos a modelagem.</p> <p><b>P6</b> Infelizmente na minha formação inicial não tive a oportunidade de um aprofundamento em relação a Modelagem Matemática.</p> <p><b>P4</b> Muito curta e vaga.</p> <p><b>P2</b> Na formação inicial só ouvia os professores comentando sobre a</p>	<p><b>P7</b> Na realização do PDE, conheci e elaborei minha produção com Escher: <a href="http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_mat_unicentro_marciasaletegrenteski.pdf">http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_pdp_mat_unicentro_marciasaletegrenteski.pdf</a></p> <p><b>P6</b> Não tive conhecimento. Com essa formação oportunizou o saber sobre a Arte de Escher.</p> <p><b>P4</b> Não. Nunca tinha ouvido falar de Escher. Soube por uma professora de arte poucas informações sobre ele e uns desenhos de simetria.</p>

	<p>especificamente no ensino da Matemática permite que novos olhares sejam articulados além daqueles que muitas vezes tornam-se apenas uma repetição de metodologias que nem sempre contemplam o interesse e a motivação dos alunos na apreensão dos conhecimentos.</p> <p><b>P4</b> Para estar preparado e atualizado para promover questionamentos, apresentando soluções de diferentes pontos de vista.</p> <p><b>P2</b> A formação pedagógica para o professor de matemática é importante, pois, favorece a elaboração de saberes relacionados a sua autonomia profissional como por exemplo os métodos de ensino.</p> <p><b>P10</b> O conhecimento teórico é importante, mas a prática é sempre indispensável, por isso os professores buscam desenvolver atividades que proporcionam melhorias em sua prática docente por meio da formação</p>	<p>interesses dos alunos como também de maneira a valorizar a vida cotidiana e seus fenômenos.</p> <p><b>P4</b> É através da própria Educação Matemática que nos sentimos preparados para atuar em sala de aula. Através de cursos de formação continuada.</p> <p><b>P2</b> A Educação Matemática possibilita ao docente, além dele utilizar os métodos e técnicas de ensino, ele deve também priorizar os aspectos elementares dos estudantes, como: social, socioeconômico e cultural, porque a matemática está presente em tudo e em todos os momentos da vida de um ser humano.</p> <p><b>P10</b> A Educação Matemática contribui para uma cidadania responsável, ajudando os alunos a tornarem-se indivíduos independentes. A Educação Matemática é de grande importância desde a formação inicial do professor, não só pela importância de tal conhecimento na</p>	<p>Modelagem Matemática citando alguns exemplos, mais coisa bem básica, nada de algo prático ou mais aprofundada.</p> <p><b>P10</b> Na graduação tivemos a grande oportunidade de termos como professor Dionísio Burak, muito do que procurei aplicar em sala de aula referente a Modelagem Matemática foi a partir dos conhecimentos adquiridos com ele, em suas aulas.</p> <p><b>P11</b> Tive a experiência em uma disciplina do mestrado no Programa Pós no Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Unicentro, com o professor Dionísio Burak e Laynara Zontini.</p> <p><b>P1</b> Não tive contato. Acredito que a modelagem matemática com a qual tive contato era voltada a problemas matemáticos.</p> <p><b>A1</b> Como questões, ou gincanas, que participei na escola, que precisavam da modelagem</p>	<p><b>P2</b> Sim. Vi algumas imagens da Arte mais não das técnicas que ele utilizava para fazê-las.</p> <p><b>P10</b> Não conhecia a Arte de Escher até iniciar esse curso.</p> <p><b>P11</b> Não tive a oportunidade durante a graduação e pós.</p> <p><b>P1</b> Ouvi falar, mas não conhecia de maneira mais profunda como agora no curso.</p> <p><b>A1</b> Infelizmente ainda não havia estudado a Arte de Escher, tendo assim uma noção muito básica deste.</p> <p><b>P5</b> Não.</p> <p><b>P9</b> Não conhecia a Arte.</p> <p><b>P12</b> Não. Conheci a Arte de Escher agora com esse curso.</p>
--	--	--	--	---

	<p>continuada bem como a apropriação de novas formas de intervenção no ambiente escolar. Estas intervenções diversificam o processo de ensino e aprendizagem, facilitando o desenvolvimento dos estudantes inseridos neste processo.</p> <p><b>P11</b> O professor precisa estar atualizado, em constante trabalho de pesquisa sobre o conteúdo matemático, mas principalmente sobre sua prática.</p> <p><b>P1</b> Acredito ser extremamente importante pois muita coisa não consegue se aprofundar na graduação, então as formações tem um papel fundamental para a didática do professor em sala.</p> <p><b>A1</b> Acredito que o curso traz elementos e práticas muito ricas a serem trabalhadas em sala de aula. Assim, podemos tornar uma aula mais didática, e, prazerosa aos estudantes.</p> <p><b>P5</b> A formação pedagógica do professor de matemática implica diretamente na</p>	<p>formação, mas também como elemento de fortalecimento no que diz respeito a investigação.</p> <p><b>P11</b> A educação matemática é fundamental, pois trata principalmente da reflexão da própria prática, o professor deve compreender a base da Educação Matemática, pois a matemática deve estar alinhada às demais áreas, como a psicologia, sociologia e filosofia.</p> <p><b>P1</b> Contribui no sentido de direcionar as metodologias da melhor maneira para o professor não ser um mero repassador de conteúdo, mas sim conseguir fazer com que o aluno seja cativado pela ciência da Matemática.</p> <p><b>A1</b> Ser professor vai além de apenas repassar um conteúdo. Este, precisa estudar a melhor maneira de ensinar para que os alunos não apenas decorem conceitos ou fórmulas, mas sim, compreendam o sentido e o porquê de cada uma. A educação matemática vem</p>	<p>matemática para resolução dos problemas.</p> <p><b>P5</b> Poucas leituras sobre essa metodologia, mas nunca tinha realizado uma atividade pratica envolvendo as cinco etapas.</p> <p><b>P9</b> Tive uma experiência em algumas disciplinas do curso, mas nada colocado em prática.</p> <p><b>P12</b> Na minha formação inicial não tive a Modelagem Matemática como disciplina. Particpei de um grupo que trabalhava a Modelagem Matemática na sala de apoio com dois encontros semanais.</p>	
--	--	---	--	--

	<p>qualidade de ensino, uma vez que, o licenciado tem a possibilidade de aproximar conteúdos complexos estudados da vida social e cultural do estudante de forma mais atrativa e interessante, assegurando assim que as competências gerais descritas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sejam atingidas.</p> <p><b>P9</b> A formação pedagógica é essencial para que o professor possa ser o mediador do conhecimento, tornando a aprendizagem matemática significativa perante as adversidades do dia a dia.</p> <p><b>P12</b> Oferecer elementos necessários para dominar o conhecimento matemático e conseguir ensinar esse conhecimento matemático aos estudantes. A escola precisa de professores de matemática que além de matemáticos consigam ensinar matemática.</p>	<p>com o intuito de abordar novas técnicas para o ensino, em uma disciplina que, normalmente, é muito temida por parte dos estudantes.</p> <p><b>P5</b> A Educação Matemática tem como objetivo dar suporte para o licenciado, para que esse assegure que o aluno compreenda e se aproprie dos conceitos matemáticos, tornando-se sujeito capaz de compreender a sociedade onde vive e atue para transformá-la.</p> <p><b>P9</b> Como a matemática está presente dentro e fora das salas de aula, a Educação Matemática permite que o professor utilize de técnicas e métodos de ensino diferenciados; considerando o ambiente, a cultura, entre outros elementos, para melhor transmitir o conhecimento.</p> <p><b>P12</b> Contextualizando com a matemática do cotidiano, dando suporte para o professor de matemática em resgatar o interesse dos alunos quando trabalhar com os estudantes.</p>		
--	--	---	--	--



<p><b>2. Educação Matemática</b></p>	<p><b>P7</b> É muito importante para poder fazer com que a Matemática seja entendida, aplicada, fazendo com que o aluno tenha capacidade de desenvolver a parte intelectual, estruturar seu pensamento, agilidade do raciocínio e aplicação em situações da vida e das atividades que vier a desenvolver.</p> <p><b>P6</b> Os professores com os conhecimentos em Educação Matemática podem integrar seus conhecimentos da formação inicial e até complementar as lacunas existentes sobre metodologias e possibilidades diversas de levar os conceitos matemáticos para os alunos de maneira significativa.</p> <p><b>P4</b> De total e fundamental importância o saber matemático e suas aplicações na realidade, no cotidiano.</p> <p><b>P2</b> Os conhecimentos em Educação Matemática nós trazem a percepção da presença matemática em tudo que fizermos. Isso é importante para levarmos</p>	<p><b>P7</b> O aluno deva participar ativamente de sua aprendizagem, observando, refletindo e tirando conclusões, ou ainda, vivencie dinamicamente a apreensão dos conteúdos matemáticos, e o professor seja o condutor desse processo, conscientizando-se que a prioridade é a aprendizagem significativa do aluno e não apenas a simples transmissão do conteúdo.</p> <p><b>P6</b> A Educação Matemática se constitui um processo de integração dos conceitos matemáticos elaborados historicamente com a ação pedagógica diária, isso é, no entendimento e compreensão dos diversos aspectos sociais, culturais, econômicos e políticos da vida dos alunos.</p> <p><b>P4</b> O educando quando provocado, instigado é capaz de construir, através do conhecimento matemático, valores e atitudes de natureza diversa.</p> <p><b>P2</b> Na prática pedagógica o ensino da</p>	<p><b>P7</b> A modelagem matemática é uma estratégia de ensino que relaciona situações do dia a dia do estudante a conteúdos matemáticos. A ideia é abordar fenômenos das mais diferentes áreas científicas para educar matematicamente, invertendo assim um modelo comum de ensino.</p> <p><b>P6</b> Saberes didatizados e as percepções do repasse desses saberes aos alunos. Muitas vezes a memorização está apresentado nos livros didáticos, sem relação com a vida cotidiana.</p> <p><b>P4</b> O prazer pela matemática. Percebe que a matemática não é o bicho de sete cabeças.</p> <p><b>P2</b> Acredito que seja na parte do problema vir de uma situação real e a formulação e resolução desse problema surja de um modelo orgânico.</p> <p><b>P10</b> Ao trabalhar com Modelagem Matemática é preciso buscar desenvolver uma competência, conforme propõe</p>	<p><b>P7</b> Existe uma relação entre arte, filosofia e geometria, a partir da obra de Maurits Cornelis Escher, apresentando essa aproximação como uma possibilidade para o ensino de Matemática, mais especificamente do conteúdo de Geometria. Percebemos que os conceitos matemáticos por meio de análise das obras de artes possibilitam novos saberes, estimulando processos mais elaborados de reflexão e abstração, dando sustentação ao pensamento, que de forma autônoma podem possibilitar uma produção de significados mais ampla, e, ainda mais, estabelecer uma visão integrada entre a matemática e outras áreas curriculares, contribuir para uma leitura mais ampla do mundo.</p> <p><b>P6</b> A Matemática apresenta seus conceitos os quais são apresentados aos alunos numa linguagem adequada por meio da Educação Matemática. Com a Arte de Escher é possível visualizar e concretizar de maneira "lúdica" os saberes desenvolvidos a partir de um tema.</p>
--------------------------------------	--	---	--	---

	<p>para dentro da sala de aula a importância que a matemática em si tem na vida de cada um, estimulando assim o processo de ensino e aprendizagem e tirando da boca dos nossos estudantes aquela frase “pra que aprender esse tipo de conta onde vou usá-la na minha vida”.</p> <p><b>P10</b> A Educação Matemática contribui para a autonomia e segurança na prática pedagógica do professor.</p> <p><b>P11</b> Para ele abordar o conteúdo de forma significativa ao aluno, que ele saiba da utilidade desse conhecimento e posso utilizar fora do ambiente escolar.</p> <p><b>P1</b> Fundamental importância, pois a didática é a maneira em que o professor vai utilizar para conseguir chegar até ao aluno de maneira mais atrativa e consequentemente um aprendizado mais completo.</p> <p><b>A1</b> A educação matemática tem o papel mais voltado à área pedagógica e didática do ensino</p>	<p>Matemática ele sempre precisa estar focado em significação e compreensão. Só assim consigo desenvolver o pensamento lógico matemático nos estudantes. (E ainda não dá forma que gostaria).</p> <p><b>P10</b> A Educação Matemática contribuiu muito com o "pensar criticamente, resolver problemas, raciocinar de forma lógica e levantar questionamentos". Ou seja, trata-se de uma área de conhecimento com impactos no desenvolvimento cognitivo, social e emocional.</p> <p>Proveniente das ideias discutidas no mestrado, juntamente com as leituras em relação à mesma.</p> <p><b>P1</b> Como fiz 2 graduação em matemática e ainda não tive a experiência de sala de aula, me falta este contato para obter uma resposta mais adequada....mais acredito que cursos como esse são fundamentais pois abrem o horizonte para que o professor possa trabalhar de maneira menos tradicional, encontrando</p>	<p>a Educação Matemática, buscando trabalhar de forma interdisciplinar. A Modelagem Matemática proporciona ao aluno, estudar os conteúdos de forma contextualizada, dando sentido ao que ele está aprendendo, isso que faz o estudante desenvolver atitudes positivas em relação à Matemática.</p> <p><b>P11</b> Principalmente a importância de relacionar com o cotidiano do aluno, algo que ele perceba e não a matemática somente como um saber puro, sem ligações com os demais ramos da ciência.</p> <p><b>P1</b> A característica dela estar inserida no nosso dia a dia , pois é assim que o despertar pelo aprendizado vai fazer com que tenhamos alunos mais interessados e descobrindo o quanto está ciência está aplicada em tudo o que fazemos.</p> <p><b>A1</b> A Modelagem Matemática utiliza de</p>	<p><b>P4</b> Relações em geometria, simetria.</p> <p><b>P2</b> A questão da criatividade, do dinamismo e da beleza presentes na matemática, são qualidades que sempre estão também presentes na arte de Escher. E isso reflete no ensino da Matemática quanto mais dinamismo, mais criatividade para mediar um conteúdo dentro da sala de aula, melhor desempenho dos estudantes e melhor desenvolvimento até do pensamento lógico, tudo está interligado.</p> <p><b>P10</b> Em todas as obras de Escher podemos observar uma forte relação com a Matemática. Em muitas situações.</p> <p><b>P11</b> O ensino da matemática pode ser contextualizado e praticado nos princípios da educação matemática, observando a matemática presente em diversas manifestações, assim como a manifestação artística, como a proposta na arte de Escher.</p> <p><b>P1</b> A arte de Escher nos mostra a matemática</p>
--	--	---	---	---

	<p>da matemática. Assim, o professor de matemática adquire recursos para trabalhar em sala de aula, o que garante um aprendizado mais dinâmico e diferenciado.</p> <p><b>P5</b> Os conhecimentos desenvolvidos na educação matemática contribuem de diferentes formas para a formação do professor de matemática, torna sujeito mais ativo e dedicado/preocupado com as diferentes formas de aprendizado de seu aluno. A Educação Matemática faz com que o educador desenvolva capacidade de questionar qual matemática e quais ensinamentos são adequados e relevantes para a formação de seu aluno.</p> <p><b>P9</b> A Educação Matemática contribui como apoio para quem ensina e aprende matemática, sendo essa tão importante para o sistema educacional.</p> <p><b>P12</b> Considero essencial para o professor de matemática os conhecimentos em Educação Matemática, pois</p>	<p>opções de o aluno gostar e aprender está ciência.</p> <p><b>A1</b> Como estou no segundo ano da graduação em matemática, ainda não tive a experiência de lecionar, entretanto, a educação matemática é trabalhada em meu curso, com o intuito de oferecer-nos uma melhor didática em sala de aula.</p> <p><b>P5</b> A Educação Matemática tem uma natureza pragmática, cujo objetivo é melhorar a qualidade do ensino e da aprendizagem da matemática.</p> <p><b>P9</b> A matemática está presente na vida do ser humano desde os tempos remotos, a matemática foi criada e vem se transformando de acordo com as necessidades do homem, colocar isso na prática pedagógica faz com que o ensino tenha significado para os alunos.</p> <p><b>P12</b> Entendendo a natureza da Educação Matemática no contexto das práticas pedagógicas em sala de aula considero que nem todos consideram a</p>	<p>métodos que proporcionam inserir a matemática em outras áreas, não só acadêmicas. Assim, a educação matemática, que busca uma maior participação dos alunos, faz com que estes encontrem a matemática em problemas do dia a dia.</p> <p><b>P5</b> Estimular a curiosidade dos alunos; Dar relevância aos conteúdos; Tornar os alunos ativos, envolvidos no processo de ensino e aprendizagem; Trabalhar a matemática de forma prática e sentido para o educando.</p> <p><b>P9</b> O fato de tirar algo do cotidiano dos alunos, elaborar um problema um modelo para a solução deste e outros problemas, assim como interligar disciplinas e conteúdos.</p> <p><b>P12</b> Associar a matemática ao cotidiano ou realidade dos estudantes.</p>	<p>inserida no cotidiano das pessoas, e nos faz uma reflexão de mundo, os problemas que nele habitam, e nós faz refletir em nos tornarmos uma pessoa melhor.</p> <p><b>A1</b> A Arte de Escher provoca várias reflexões em suas obras. Assim, ele utiliza de técnicas que envolvem a matemática para modelar um problema real.</p> <p><b>P5</b> Por meio das obras de Escher o professor pode desenvolver diferentes conceitos e conteúdos matemáticos, tendo como base diferentes metodologias de ensino de matemática, por exemplo, modelagem, a história da matemática, jogos matemáticos, uso de tecnologias, etc.</p> <p><b>P9</b> A Matemática sempre esteve envolvida com a arte, simetria, proporção, geometria entre outros aspectos é possível relacionar entre Escher e a Educação Matemática.</p> <p><b>P12</b> São os passos ou etapas para o desenvolvimento</p>
--	---	--	---	--

	ensinar matemática é diferente de resolver problemas matemáticos. O professor precisa saber matemática e também precisa de ferramentas e conhecimentos que contribuam para a aprendizagem dos estudantes.	matemática importante, sendo assim, a matemática pode ser apresentada de diversas e diferentes formas para despertar o interesse e compreensão dos estudantes.		de uma atividade que consiga alcançar um bom resultado.
<b>3. Modelagem Matemática</b>	<p><b>P7</b> Apresenta-se pouco explorada.</p> <p><b>P6</b> É necessário intensificar a formação continuada do professor e a Metodologia da Modelagem necessita ser mais contínua e ampliada, pois infelizmente há lacunas na formação inicial em relação a essa metodologia.</p> <p><b>P4</b> Fala-se bastante em metodologia da modelagem, mas pouco se pratica. A própria formação não trabalha de acordo, com exemplos, idéias.</p> <p><b>P2</b> A metodologia da Modelagem é apresentada como um conjunto de métodos com o objetivo de construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os acontecimentos presentes no cotidiano dos</p>	<p><b>P7</b> Conheço a modelagem matemática, aplico de forma muito restrita, pois temos que cumprir com nossos conteúdos e não conseguimos utilizá-las da forma como ela se apresentou nessa formação.</p> <p><b>P6</b> A Modelagem Matemática está relacionada com atividades e práticas pedagógicas que envolvem assuntos e temas cotidianos ou que possam ampliar os saberes matemáticos a partir de um assunto. São ações motivadoras para engajar o aluno na percepção da importância da matemática e das relações que podem ser articuladas na apreensão dos seus conceitos.</p> <p><b>P4</b> Pouquíssimo. Na verdade um conhecimento equivocado sobre</p>	<p><b>P7</b> Estimula a capacidade de "aprender a aprender", ou seja, permite que o estudante pense em soluções para as mais diferentes situações; Maior autonomia do estudante no processo de aprendizagem, que precisa elaborar hipóteses para solucionar o problema, o gosto, interesse pelo que é aprendido.</p> <p><b>P6</b> Melhores práticas em sala de aula e possibilidades de motivação dos alunos, resultando numa melhor aprendizagem tanto para o aluno como nas diversas possibilidades do professor em melhorar a participação e o envolvimento nas ações e atividades proporcionadas. Certamente os</p>	<p><b>P7</b> Existe uma relação entre arte, filosofia e geometria, a partir da obra de Maurits Cornelis Escher, apresentando essa aproximação como uma possibilidade para o ensino de Matemática, mais especificamente do conteúdo de Geometria. Percebemos os conceitos matemáticos por meio de análise das obras de artes possibilitam novos saberes, estimulando processos mais elaborados de reflexão e abstração, dando sustentação que de forma autônoma podem possibilitar uma produção de significados mais ampla, e, ainda mais, estabelecer uma visão integrada entre a matemática e outras áreas curriculares, contribuindo para uma leitura mais ampla do mundo.</p>

	<p>estudantes, ajudando-os a tomar decisões e também fazer predições.</p> <p><b>P10</b> Segundo Burak (1992, p.62), a Modelagem enquanto metodologia de ensino pode ser compreendida como “um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos que o homem vive no seu cotidiano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões”.</p> <p><b>P11</b> Como um método de aproximar o aluno à matemática de forma significativa, como uma metodologia capaz de promover o próprio aluno como construtor do próprio conhecimento.</p> <p><b>P1</b> De maneira efetiva a fim de que ele aprenda e obtenha conhecimento suficiente para trazer a modelagem em seu dia a dia na sala de aula. Ex: O professor pode incorporar um problema de outra área para com que, a partir da modelagem, este possa se descer de forma</p>	<p>a modelagem.</p> <p><b>P2</b> A Modelagem na Educação Matemática é uma estratégia de ensino que relaciona situações do dia a dia dos estudantes a conteúdos matemáticos.</p> <p><b>P10</b> A Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino que relaciona situações do dia a dia do estudante a conteúdos matemáticos, abordando fenômenos das mais diferentes áreas científicas para educar matematicamente, invertendo assim um modelo comum de ensino.</p> <p><b>P11</b> Tive uma disciplina com o professor e autor Dionísio Burak, onde realizei práticas de modelagem e também escrevi um artigo, juntamente com colegas, para um evento, EPMEM, voltado à modelagem. É uma metodologia rica, de modo que é possível observar o aluno como centro do próprio saber.</p> <p><b>P1</b> Muito pouco até então, mas através deste curso me despertou que a mesma é uma</p>	<p>ganhos são fortemente percebidos no interesse dos alunos em ir além e mergulhar no mundo matemático de maneira prazerosa.</p> <p><b>P4</b> Interesse, curiosidade, aprendizado não somente em matemática, mas em diversas áreas.</p> <p><b>P2</b> É possível perceber a melhora na criatividade, no desenvolvimento do pensamento intuitivo e na simulação de sistemas reais.</p> <p><b>P10</b> Trabalhar com Modelagem em sala de aula pode ser uma alternativa para valorizar o "saber fazer" do estudante, desenvolver a capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos em diferentes contextos; ajudá-lo a ter mais autonomia no processo de aprendizagem.</p> <p><b>P11</b> Os alunos tem a consciência de como a matemática está presente em todos os momentos, nos mais variados</p>	<p><b>P6</b> Sim. Pois a partir das representações na Arte de Escher pode-se descrever e representar de maneira ilustrativa todas as percepções e resultados obtidos por meio das pesquisas, dos questionamentos e indicar os aspectos teóricos com a arte e os cálculos.</p> <p><b>P4</b> Sim. Pensar a inter-relação arte/matemática.</p> <p><b>P2</b> Sim existe. Na modelagem Matemática vamos utilizando situações do cotidiano para desenvolvermos a matemática propriamente dita. E na Arte de Escher geralmente são retratadas situações cotidianas, porém utilizando imagem.</p> <p><b>P10</b> A maior parte dos trabalhos de Escher foram construídos a partir de alguns conceitos matemáticos (rotações, simetrias, translações,...).</p> <p><b>P11</b> Existe sim, visto que a arte de Escher traz diversos pontos a serem analisados, em relação à perspectiva, dimensões, simetria, trazendo também uma análise sobre a</p>
--	---	--	---	---

	<p>matemática.</p> <p><b>A1</b> O professor de educação básica pode trazer problemas do dia a dia para sala de aula, afim de que os alunos utilizem conceitos aprendidos na disciplina para possível resolução.</p> <p><b>P5</b> A Modelagem apresenta-se como mais uma metodologia de ensino, quando aplicada corretamente pode contribuir para o aprendizado do educando. Dentro dos cursos de licenciatura em matemática geralmente essa metodologia de ensino é trabalhada em conjunto com outras.</p> <p><b>P9</b> A Modelagem ser apresenta como uma ferramenta para o professor implementar uma nova alternativa de ensinar Matemática.</p> <p><b>P12</b> Quando apresentada, é de forma simplificada com alguns autores e algumas experiências de atividades já realizadas.</p>	<p>prática muito significativa para trabalhar e atingir os resultados necessários da matemática com os alunos.</p> <p><b>A1</b> A modelagem é uma prática que faz com que o ensino seja mais aprofundado, de forma mais didática, o que gera mais engajamento por parte dos estudantes. Desta forma, temos uma educação matemática mais rica e atrativa.</p> <p><b>P5</b> Esse curso foi meu primeiro contato com uma atividade prática envolvendo modelagem.</p> <p><b>P9</b> É uma metodologia diferenciada que traz situações do dia a dia dos alunos para sala de aula, conforme os conteúdos matemáticos. Dessa maneira propiciar um ensino investigativo aos estudantes, diferente do tradicional.</p> <p><b>P12</b> Até conheço alguns autores e suas perspectivas de Modelagem Matemática, no entanto, ainda não consegui desenvolver atividades com as etapas de Modelagem Matemática.</p>	<p>temas, assim como, a importância para tantas situações. Também é um momento do aluno produzir o próprio conhecimento, ser ativo e crítico para tantas questões possíveis de discussão.</p> <p><b>P1</b> Muitos, pois a atratividade para os alunos é excelente, e os mesmos podem adquirir o gosto e o despertar pela disciplina.</p> <p><b>A1</b> Por meio destes, é possível trazer mais atratividade para sala de aula, além dos alunos perceberem as aplicações práticas de uma disciplina acadêmica.</p> <p><b>P5</b> Um dos principais ganhos do meu ponto de vista é o envolvimento do aluno, esse passa a ser ativo na atividade, deixando de ser apenas receptor. Com isso diversos são os ganhos pedagógicos no desenvolvimento dos conteúdos matemáticos.</p> <p><b>P9</b> Os ganhos pedagógicos são ver que o ensino-aprendizagem tem melhores</p>	<p>obra, de origem crítica em relação às situações apresentadas na arte, assim como a modelagem, principalmente na perspectiva de Burak, que trás a análise crítica e também relaciona com situações e temas variados.</p> <p><b>P1</b> Sim, muito, pois ele através da modelagem nos apresenta problemas do dia a dia.</p> <p><b>A1</b> Sim, pois por meio da modelagem matemática, Escher modela problemas reais, apresentando-os de forma prática.</p> <p><b>P5</b> Do meu ponto de vista sim, o professor pode sugerir como tema as obras do artista e a partir dele desenvolver as etapas de modelagem matemática com os alunos. As obras dão possibilidade de explorar diferentes conteúdos de matemática principalmente os relacionados às geometrias.</p> <p><b>P9</b> Sim.</p> <p><b>P12</b> A simetria, ângulos, rotação, vetor, reflexão e translação são claramente observadas na Arte de Escher e na natureza,</p>
--	---	---	---	---



		<p>Considero uma metodologia de ensino inovadora que coloca o estudante como protagonista do seu aprendizado.</p>	<p>resultados, que os alunos são capazes de investigar e solucionar situações que a Modelagem propõe.</p> <p><b>P12</b> Considero a interação como um dos principais ganhos com a prática da Modelagem Matemática na Educação Básica, pois permite que os estudantes trabalhem em grupo e que o comportamento de cada indivíduo se torna estímulo para outro.</p>	<p>possibilitando por meio da Modelagem Matemática, a aprendizagem.</p>
<p><b>4. Arte de Escher</b></p>	<p><b>P7</b> As análises das obras de arte de Escher possibilitam novos saberes, estimulando processos mais elaborados de reflexão e abstração, dando sustentação ao pensamento que de forma autônoma podem possibilitar uma produção de significados mais ampla, e, ainda mais, estabelecer uma visão integrada entre a matemática e outras áreas curriculares, contribuir para uma leitura mais ampla do mundo.</p> <p><b>P6</b> A simetria, os desenhos, as formas, as</p>	<p><b>P7</b> Na composição de seus mosaicos, Escher, trabalhava com os seguintes conceitos matemáticos: simetria, ângulos, rotação, vetor, reflexão e translação. A simetria é observada na natureza, nas Artes, na arquitetura e em muitos objetos utilizados no dia a dia. Percebemos que não existe matemática sem arte e arte sem matemática.</p> <p><b>P6</b> A arte de Escher permite mergulhar numa perspectiva de ilusão e ao mesmo tempo de</p>	<p><b>P7</b> Há muito que explorar nessas obras e a partir delas criar, inovar, aproveitando da facilita entre a comunicação entre áreas de conhecimentos, (arte e matemática). Saber desenhar auxilia o processo criativo, melhorando no desenvolvimento de habilidades que possam ser empregados futuramente como: desenho industrial, arquitetônico, desenho científico, ilustrações, croqui e esboço entre tantas outras</p>	<p><b>P7</b> A arte de Escher é espetacular, grandiosa, magnífica. Há muito que explorar nessas obras e a partir delas criar, inovar, aproveitando da facilita entre a comunicação entre áreas de conhecimentos, (arte e matemática). Saber desenhar auxilia o processo criativo, melhorando no desenvolvimento de habilidades que possam ser empregados futuramente. Desenvolve o prazer e o gosto pelo que se aprende, estimulando o interesse e a</p>

	<p>pinturas e os olhares de quem vê a figura indica uma harmonia e integração com os conceitos matemáticos.</p> <p><b>P4</b> Sua forma, artes gráficas, desenhos geométricos.</p> <p><b>P2</b> Na arte de Escher podemos perceber muitas propriedades geométricas e isso pode ser explorado em aulas de matemática. Em suas obras é possível observar as pavimentações e simetrias presentes muito em seus mosaicos.</p> <p><b>P10</b> Através de suas imagens, Escher concilia conceitos de Arte e Matemática de forma surpreendente. A criatividade, a beleza e o dinamismo são algumas das qualidades associadas à Arte, mas também à Matemática, buscando levar ao entendimento de temas complexos da Matemática.</p> <p><b>P11</b> Contribuem principalmente nas ideias de simetria, proporção, dimensões.</p> <p><b>P1</b> Contribui de maneira a refletir sobre as obras, as quais trazem</p>	<p>realidade. Isso condiz com o entendimento do real, do imaginário, do possível e do impossível. Na Educação esses termos possibilitam a interpretação do que vemos, ouvimos, sentimos, tocamos e a arte de Escher perpassa esses sentidos.</p> <p><b>P4</b> Exercitar o raciocínio, a inteligência, resolver problemas.</p> <p><b>P2</b> Na Arte de Escher são produzidas gravuras que são movidas pela descoberta dos significados. Na educação em si a mesma coisa vai estudando, praticando até a chegada de um resultado.</p> <p><b>P10</b> A arte de Escher revolucionou a noção clássica de perspectiva, criando efeitos atípicos, figuras e combinações impossíveis de existir em um espaço real. Escher não se preocupava em esboçar a realidade, para ele, o interessante da obra era justamente a ilusão, a possibilidade de representar</p>	<p>aplicações. Desenvolve o prazer e o gosto pelo que se aprende, estimulando o interesse e a busca de conhecimento tornando um construtor de seu próprio conhecimento.</p> <p><b>P6</b> É um convite à criatividade e à imaginação. As técnicas nos levam a refletir o espaço, o tempo às texturas e consequentemente às formas, representações reais e cotidianas.</p> <p><b>P4</b> Enriquecendo o trabalho matemático.</p> <p><b>P2</b> Na parte da construção da Modelagem dentro da sala de aula, usando as técnicas de Escher é possível fazer um maravilhoso trabalho com os alunos dentro da modelagem e utilizando conceitos matemáticos. Essa utilização das técnicas auxiliará os estudantes no desenvolvimento do processo de ensino aprendizagem e a criatividade.</p> <p><b>P10</b> Por apresentar trabalhos com ilusão de óptica.</p>	<p>busca de conhecimento tornando um construtor de seu próprio conhecimento.</p> <p><b>P6</b> Durante é o conhecimento e aprofundamento dos seus processos de representações e após o curso há possibilidade de articulação com as ações pedagógicas e com novas abordagens metodológicas.</p> <p><b>P4</b> Como uma arte enriquecedora para matemática.</p> <p><b>P2</b> Durante o a formação a arte de Escher era vista somente com olhos mais artísticos sem muita matemática envolvida. Após o Curso pode-se perceber que a arte de Escher está ligada com tudo na Matemática, todos os traços toda a parte de geometria presente em cada obra.</p> <p><b>P10</b> O professor seja ele de arte ou de Matemática poderá explorar a genialidade e a potencialidades das obras deste grande artista. Seja na recriação ou reprodução de conceitos matemáticos ou por meio da releitura artística de sua obra.</p>
--	--	--	--	--



	<p>assuntos do cotidiano fundamentado em técnicas matemáticas como exemplo: proporção.</p> <p><b>A1</b> Utilizando técnicas e fundamentando suas obras em conceitos matemáticos, Escher traz um maior significado as suas obras, que tratam de assuntos do cotidiano, como guerras por exemplo.</p> <p><b>P5</b> Por meio das obras de Escher alguns aspectos podem ser desenvolvido, por exemplo, elas desenvolvem nos alunos o pensamento lógico, o olhar crítico sobre os conceitos construídos, além de envolver conceitos de artes e matemática.</p> <p><b>P9</b> Os traços da arte podem trazer diversos entendimentos, nas Artes de Escher é possível observar a criatividade, a beleza dos detalhes matemáticos em suas obras. Essas obras dentro de sala de aula pode proporcionar um ensino Matemática significativo e investigativo, aguçando a</p>	<p>efeitos fora do comum em uma simples folha bidimensional.</p> <p><b>P11</b> A educação necessita formar um cidadão crítico e ativo na sociedade, e a arte de Escher trás essas peculiaridades de crítica a alguma situação social ou a temas diversos.</p> <p><b>P1</b> Muitas, pois a arte dele nos faz pensar em diversos problemas educacionais que se viviam e vivemos nos dias de hoje, fazendo com que nos tornemos pessoas melhores, pois a educação é a base de tudo.</p> <p><b>A1</b> A Arte de Escher trabalha com várias figuras geométricas, e utiliza técnicas que transformam estas imagens. Além disso, é possível ver uma proporção nas figuras que formam as obras.</p> <p><b>P5</b> Não ficou clara para mim a pergunta.</p> <p><b>P9</b> A percepção do olhar, do raciocínio visual como meio de estabelecer uma relação entre a Matemática e outras disciplinas.</p> <p><b>P12</b> Os caminhos percorridos para alcançar um</p>	<p>Foram mais 448 litografias e xilogravuras produzidas além dos desenhos e esboços que giram em torno de 2 mil. Dentre as suas principais obras todas elas se caracterizam por apresentar uma ilusão ótica.</p> <p><b>P11</b> É uma forma do aluno evidenciar que as manifestações artística também pode ser uma crítica ou uma amostra de situações do cotidiano, que também é possível trazer na arte a matemática. Essas técnicas abordam conceitos matemáticos, trazendo diferentes significados a cada obra, de forma a contribuir para o meio artístico e para o meio acadêmico.</p> <p><b>P1</b> Estas técnicas abordam conceitos matemáticos que trazem maior riqueza as obras, provocando assim mais reflexões na observação destas.</p> <p><b>A1</b> A utilização de uma dessas técnicas podem complementar a</p>	<p><b>P11</b> Foi uma ruptura da ideia de arte como pintura ou desenho sem tanta finalidade educativa, trouxe a ideia de arte como manifestação de ideias, como a crítica, mas extremamente pensada e trabalhada de forma que incluía elementos enriquecedores como conceitos de percepção, dimensão, etc.</p> <p><b>P1</b> Ela é muito rica, pois traz uma nova forma de se ver a matemática, fazendo assim com que nós professores possamos ir além do convencional, atingindo o aluno com outras metodologias e automaticamente obtendo um resultado melhor nesta aprendizagem.</p> <p><b>A1</b> Antes não obtinha grandes conhecimentos do artista. Agora, com os aprendizados obtidos no curso, poderei utilizá-las em sala caso venha lecionar um dia, além de obter mais conhecimento voltado a Educação Matemática e também a Modelagem.</p> <p><b>P5</b> Durante o curso passei a olhar para as</p>
--	--	--	--	--

	<p>curiosidade e o despertando o interesse pela Matemática.</p> <p><b>P12</b> Contextualizando e mostrando ao estudante a presença da matemática no dia a dia.</p>	<p>determinado objetivo, um plano de ação.</p>	<p>modelagem no sentido de envolver os alunos ao tema escolhido, desenvolver um olhar mais apurado sobre as artes e aguçar o conhecimento.</p> <p><b>P5</b> Implementando suas obras e aguçando o raciocínio, explorando conhecimentos prévios e aprofundados dos estudantes.</p> <p><b>P12</b> Como um desafio ao final da atividade de Modelagem Matemática. Não fica só na resolução da situação problema, mas desafia o estudante desenvolver um conhecimento atrelado a outras situações ou práticas de aprendizagem.</p>	<p>obras de forma mais atenciosa, analisando detalhes e ilusões de óticas antes não percebidas. Após o curso passei a observar que o uso da arte pode contribuir para o ensino de matemática.</p> <p><b>P9</b> As obras de Escher são vistas como intelectuais e apesar de existir tanta matemática nelas, Escher não era um bom aluno em matemática. Considerando suas inúmeras formas de se expressar através da Arte, este artista contribuiu e contribuirá muito com o raciocínio visual, com lógica, e entendimentos diversificados na Matemática.</p> <p><b>P12</b> Percebo como um estímulo para trabalhar de forma colaborativa com os estudantes mediando o desenvolvimento das atividades em sala de aula.</p>
--	--	--	--	--

Fonte: Autoria própria baseada em Kemmis, McTaggart e Nixon (2013) e Mallmann (2015).

Com base nas reflexões oportunizadas pelas atividades do Quadro 8 - Resultado da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora percebe-se a motivação do professor em estabelecer uma metodologia de ensino, superando o modelo denominado “Modo 1” puramente mecânico, linear e centralizador, para “Modo 2” definida por Gibbons *et al.* (1994), interdisciplinar, aproximando-se da produção esperada pela Universidade do século XXI, em detrimento ao pensamento crítico e reflexivo do professor.

#### 6.4 Análise crítica do professor pesquisador

Com base na atividade inicial proporcionada aos professores/acadêmicos cursistas na plataforma Edmodo (Figura 19) foi possível observar os relatos sobre as experiências docentes vividas, alguns sem, outros com experiência entre 1 a 20 anos. Nos relatos produzidos foi observado pelo professor pesquisador, em especial o relato do (P2) *“Atuo no Colégio Estadual do Campo Padre José Orestes Preima e no Colégio Estadual do Campo Cristo Rei em Prudentópolis. Uma vida tentando eliminar o pavor que os alunos têm da matemática. Escutei de muitos alunos, “professora eu gosto da senhora, mas não de matemática. Não sei de onde vem esse medo ou pavor, mas a gente sempre tenta mostrar o lado bom e desafiador” [sic].* Este excerto nos mostra a realidade dos professores no dia a dia e vem de encontro ao modelo orientado pela pesquisa, cujo propósito é ajudar o professor analisar e refletir sua prática e trabalhar na solução de problemas de ensino e aprendizagem, destacado por Diniz-Pereira (2014) a partir dos conhecimentos de Zeichner (1983), Tatto (1999) e Tabachnick e Zeichner (1991). Também que a construção dos conceitos matemáticos nos estudantes deve superar a visão da Matemática pronta e acabada, com uso de técnicas e regras à reflexão do pensamento, valorizando os estudos humanísticos (CARR; KEMMIS, 1986; 1988; STENHOUSE, 1988).

No entanto, a partir da segunda atividade, na plataforma Edmodo (Figura 20) os professores/acadêmicos cursistas tiveram a oportunidade de refletir sobre 03 obras de Escher, a partir das técnicas da pintura como a Litografia, Xilogravura e Meio-tom, conduzidas pela literatura de Coxeter (1988); Ernest (1991); Barth (2006); Eugênio (2012); Tjabbes (2013), Andrade (2015) e Schattschneider (2016). As reflexões produzidas pelos professores/acadêmicos cursistas foram pertinentes à provocação do professor pesquisador e revelaram, entre outras respostas, duas em especial, como destacado por (P8), *“Já tinha visto algumas obras do artista em questão. São bem complexas para se observar pela riqueza de detalhes e pela profundidade que nossos olhos podem adentrar na imagem e a matemática torna uma imagem tridimensional, real. As formas geométricas, a física presente nos nossos olhos são espelho na imagem que reflete outra imagem. A matemática presente nas obras nos faz refletir sobre o mundo e suas formas, seus ângulos” [sic].* E ainda (P2), *“As obras de Escher me faz pensar muito sobre a vida, retratando o*

*cenário da época e até mesmo o de hoje, o artista é o mais realista possível em suas obras, mostrando que na vida há altos e baixos, muitas vezes estamos bem e no topo, outras precisamos nos reerguer, continuar o ciclo da vida, cedo ou tarde encarar a morte. O mais incrível é que Escher consegue passar tudo isso e ainda fazer representações com a Matemática, como por exemplo a geometria” [sic].* Esta visão destacada por (P8) e (P2) diante das obras de Escher pode ser relacionada ao paradigma do Pensamento Complexo de Edgar Morin (2006, 2014), acreditando que a Arte de Escher atribui significados às relações sociais, econômicas, culturais, entre outras, destacadas pelas expressões das suas obras. E ainda, que Escher não gostava de Matemática, mas suas técnicas descreviam as situações cotidianas das vidas das pessoas com muita criatividade, incomuns, com várias perspectivas (que geram ilusão de óptica no observador), como um artista matemático, das simetrias, das geometrias, mesmo não sendo matemático, estava além do seu tempo (grifo nosso).

Esta interação entre a Arte e Ciência agregou contextos econômicos, psicológicos, sociais, culturais e políticos observados pelos cursistas na relação com as obras de Escher, conduzindo de forma orgânica o pensamento complexo, em que propôs aos professores/acadêmicos cursistas sair do cenário real “Modo 1”, definida por Gibbons *et al.* (1994), como puramente mecânico, linear e centralizador na ação do pesquisador, para o cenário “Modo 2”, interdisciplinar, aproximando-se da produção esperada pela Universidade do século XXI.

A próxima atividade (Figura 21) destacou um texto sobre a BNCC (2018), a partir das 10 competências gerais elencadas, bem como as competências específicas, as habilidades correspondentes, disposta pela Resolução CNE/CES 2/2019, que entre outras atribuições define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação inicial de professores da Educação Básica, e, institui a Base Nacional Comum para a formação inicial de professores da Educação Básica (BNC-Formação). Dentre as reflexões produzidas pelos professores/acadêmicos cursistas, cabe destacar duas delas, como (P8) *“A BNCC é documento norteador para desenvolvimento da aprendizagem com apropriação do conhecimento, onde o professor é o mediador. Para que ocorra tal construção e desenvolver as 10 habilidades deve-se ter um olhar aguçado. A matemática estando presente no dia a dia, fazendo significado, os educadores tornam-se protagonistas na articulação e significação desse conhecimento dentro da realidade em que estão inseridos” [sic].*

E ainda (P9), *“A BNCC regulamenta quais são as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas brasileiras públicas. O professor é o elo entre o ensino e a aprendizagem, seu papel dentre outros, é o desenvolver competências e habilidades atuais, que contribuem na criação de uma nova realidade educacional, de um novo ensino matemático, com novas perspectivas de ensino, assim como a modelagem matemática trazendo problemas da vida real com criatividade, possibilitando aos alunos um pensamento crítico capaz de resolver problemas e aprender a justificá-los, colaborando com o aluno na construção do conhecimento com uma aula participativa, investigativa e prazerosa, para que possam atribuir sentido a matemática em seu cotidiano” [sic].* Esta apropriação permite o entendimento para o professor pesquisador, de que o professor precisa atribuir uma metodologia para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, com vistas à aprendizagem, que possa suprir as competências específicas e as habilidades correspondentes, em detrimento ao ensino mecânico e abstrato, ainda motivado pela Racionalidade Técnica.

A partir da atividade da BNCC (2018), foi oportunizado aos cursistas a atividade da Figura 22, a Educação Matemática na literatura de Higginson (1980), que se opõe à Racionalidade Técnica, permitindo aos cursistas conjecturar sobre a sua realidade. Dentre os excertos produzidos nesta atividade podemos destacar (P11) *“O Modelo de Tetraedro de Higginson (1980) pressupõe uma perspectiva interdisciplinar entre a Matemática, a Filosofia, a Psicologia e a Sociologia. Para o autor essas disciplinas estão interligadas e proporcionam um melhor entendimento no ensino da Matemática. Nesta configuração da Educação Matemática outras áreas do conhecimento também vêm a contribuir para o ensino da Matemática. Quando desenvolvido a interdisciplinaridade na Educação Básica, o estudante consegue fazer a relação entre as disciplinas, o que auxilia na assimilação de conteúdos da matemática que é vista, pela maioria, como um conteúdo isolado e sem vínculo com a realidade. Dessa forma o ensino passa a fazer sentido para o estudante, o que é fundamental para que aconteça a aprendizagem” [sic].*

E ainda o excerto do (P10), *“Segundo o texto, Higginson (1980) foi brilhante ao descrever o Tetraedro, que para a época marcou o início de um legado para os estudos em Educação Matemática. Realmente muito interessante toda colocação e explicação de Higginson sobre o fato do Tetraedro estar fechado, de ser uma maneira de perceber que as quatro áreas fundamentais não são apenas*

*necessárias, mas também suficientes, para determinar a natureza da Educação Matemática. Tendo como fundamentos os pressupostos de Educação Matemática de Higginson, a Modelagem orienta-se pela Matemática e pelas disciplinas que integram a Educação, como a Psicologia, a Sociologia e a Filosofia, e atualmente contam com a Língua Materna e a Antropologia, que a cada dia tem se mostrado importante para a Educação Matemática” [sic]. Estes relatos caracterizam a reflexão do professor em assumir sua atuação como oposição à Racionalidade Técnica, que construiu mais argumentos e críticas para a próxima atividade, destacada pela Figura 23, a Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, alicerçadas pelas teorias de Burak (1992) e Burak e Klüber (2008).*

Na observação sobre a atividade proposta aos professores/acadêmicos cursistas, no que se refere a Modelagem, na perspectiva da Educação Matemática, cabe destacar os seguintes excertos: (P1) *“O texto apresenta diferentes aspectos teóricos e metodológicos referente a Modelagem Matemática. Essa leitura proporcionou uma visão para novas abordagens na sala de aula tendo como pontos importantes a apreensão dos saberes matemáticos por meio do processo e etapas que abrangem novos saberes e motivação nas ações propostas. As etapas apresentadas por Burak e Klüber (2008) permitem aos estudantes a escolha de um tema livre, possibilitando a interação de outros saberes em diversas áreas do conhecimento. Nesse sentido a aprendizagem na Matemática torna-se significativa e atraente para o aluno, pois partindo de um assunto de interesse individual e até coletivo, desde a formulação dos problemas e a síntese dos resultados, há engajamento e principalmente a participação dos estudantes em todos os momentos” [sic]. Outra afirmação (P7) “O texto apresenta um comparativo entre as concepções de Modelagem Matemática. Destaca a perspectiva adotada por Burak (1992), que considera que a Modelagem Matemática envolve conhecimentos mais amplos, interagindo com outras ciências do conhecimento e o aluno, como protagonista do próprio conhecimento. Apresenta a trajetória de estudos realizados por Burak e Klüber (2008) e suas premissas iniciais para o desenvolvimento do trabalho: o interesse do grupo ou dos grupos participantes e a obtenção de informações e dados, sempre que possível coletados do ambiente onde se encontra o interesse deste(s) grupo(s). O texto apresenta também as 5 fases sugeridas por Burak e Klüber (2008): Escolha do Tema, Pesquisa exploratória, Levantamento dos Problemas, resolução dos Problemas e o Desenvolvimento do conteúdo Matemático*

no contexto do tema e análise Crítica das Soluções. Segundo Burak e Martins (2015) essa abordagem permite ao estudante atribuir sentido e significado ao conteúdo estimulando suas perspectivas pessoais e construção de atitudes positivas. Destacamos também a utilização da Arte de Escher a Modelagem” [sic]. E ainda (P9) “Na Modelagem Matemática a função do professor é de mediador entre o conhecimento matemático elaborado e o conhecimento de cada estudante, contribuindo com a utilização de ferramentas digitais, facilitando a busca do conteúdo entre outras disciplinas. Diversos autores apontam que a Modelagem Matemática pode contemplar a formação da cidadania por tratar de problemas advindos da realidade vivenciada pelos estudantes, fazendo com que o processo de ensino e aprendizagem tenham mais ação e interação, propiciando a interpretação, a investigação, contribuindo para a melhoria do rendimento dos conteúdos abordados em Matemática” [sic]. Estas considerações reforçaram o entendimento do professor pesquisador de que a sua formação poderá contribuir para que os estudantes se tornem mais sábios, prudentes e críticos (CARR; KEMMIS, 1986, 1988).

A partir dos relatos e excertos dos professores/acadêmicos cursistas, prosseguimos para obter as formações dos Grupos A, B, C e D, pelo *Google Meeting*. A organização foi realizada pelo interesse dos cursistas, em formar seus grupos. Na sequência, procedemos as escolhas dos temas/subtemas livres, tendo como escopo a metodologia da Modelagem Matemática atribuída a Burak (1992) quando considera inicialmente duas premissas iniciais: 1) partir do interesse do grupo ou dos grupos participantes e 2) a obtenção de informações e dados, sempre que possível devem ser coletados do ambiente onde se encontra o interesse do grupo ou dos grupos. Esta configuração permitiu aos 11 professores/acadêmicos cursistas interagir e chegar aos seguintes temas/subtemas:

Grupo A (P1, P12) com o tema: Plantas, optando pelo subtema: Feijão.

Grupo B: (P5, P7) com o tema: Arte, optando pelo subtema: Moda.

Grupo C: (P10, P4 e P2) com o tema: Filmes, optando pelo subtema: O menino que descobriu o vento.

Grupo D: (P6, A1, P11 e P9) com o tema: Gastronomia, optando pelo subtema: Macarrão.

Na sequência foi apresentada pelo professor pesquisador, pelo *Google Meeting*, a dinâmica da atividade, de acordo com a Figura 18 - Espiral Autorreflexiva

da Modelagem Matemática, que apresenta, segundo Burak e Klüber (2008), cinco etapas: a escolha livre do tema, a pesquisa exploratória, levantamento dos problemas, resolução dos problemas e o desenvolvimento da matemática relacionada ao tema, com a análise crítica de suas soluções. A partir do desenvolvimento das etapas, o grupo elaborou uma arte com o subtema escolhido, dentro das Técnicas de Escher como a Litografia, Xilogravura e Meio-Tom, tendo como aporte a percepção sobre a atividade realizada pelo subtema escolhido, a partir do tema geral e a correspondência desta atividade, no olhar do grupo, pela observação de um catálogo[1], fornecido para a pesquisa pelo professor pesquisador.

Cabe destacar que na fase 3, levantamento de problemas, a partir da fase 2, pesquisa exploratória, todos os grupos apresentaram dificuldades, como por exemplo relacionar problemas matemáticos ao texto vinculado pela pesquisa exploratória, que foi mediado pelo professor pesquisador com todos os integrantes dos grupos A, B, C e D. Destacamos neste momento de dificuldade, a presença do “Modo 1”, definida por Gibbons *et al.* (1994), como puramente mecânico, linear e centralizador na ação do pesquisador e a partir do nosso ambiente colaborativo, para um novo cenário, o modo “Modo 2”, interdisciplinar, aproximando-se da produção esperada pela Universidade do século XXI.

O Grupo A (P1, P12) apresentou o tema plantas, subtema feijão. Desenvolveram uma reflexão sobre a importância do feijão para o consumo da humanidade e especificamente para a sensibilização da importância das pequenas propriedades, a agricultura familiar. No caso específico do feijão, sua produção reflete com os métodos utilizados no plantio e na conservação das sementes em lugares e espaços definidos e com medidas necessárias para uma longevidade dessas sementes, destacando aspectos da Educação Ambiental e a preocupação sobre a saúde e vida das pessoas, por meio da alimentação saudável, reconhecendo, para além dos conteúdos matemáticos, a agricultura familiar como importante para a produção do feijão crioulo. Sobre os saberes matemáticos, cabe destacar neste trabalho o planejamento financeiro para o cultivo do feijão, as relações matemáticas entre as medidas lineares de áreas, volumes e outros saberes, como a cultura da região e suas famílias. Com base no subtema Feijão, a partir da interpretação do catálogo da Arte de Escher, foi incorporado ao tema a imagem Eye (Meio-Tom) (1946), com a nova configuração de imagem, produzida



pelo grupo A, uma planta de feijão, de um lado a vida (verde) representando a agricultura familiar e de outro lado, a morte (em cinza), pela utilização de agrotóxicos em larga escala.

O Grupo B: (P5, P7) com o tema arte, optou pelo subtema moda. A pesquisa sobre o subtema se deu pelo interesse nas obras de arte, afinidade com o design, texturas, inspiração, formas e modelos/croquis de moda desenvolvidos pelo estilista Yves Saint Laurent, especificamente o desfile outono/inverno de 1965 intitulado Homenagem a Mondrian. Nas atividades produzidas pelo grupo B, há um conhecimento do artista Mondrian assim como suas obras, aprimorando seus conhecimentos e relacionando aos elementos geométricos, oportunizando a contextualização e proporcionando interação entre matemática e Arte, promovendo o ensino e a aprendizagem num contexto mais amplo, dando significado aos conteúdos matemáticos, a ideia de razão ligada a comparação entre duas grandezas geométricas, noção de área, volume, entre outros conteúdos. Foi utilizado pelo Grupo B o software Geogebra e a produção dos estilos da moda com a comparação das obras de Arte de Escher destacados pelo Croqui I e II Xilogravura Céu e água I - Escher (1938); Croqui III Litografia Libertação - Escher (1955) e Croqui IV Xilogravura Fita de Moebius II - Escher (1963).

O Grupo C: (P10, P4 e P2) com o tema: Filmes, optando pelo subtema: O menino que descobriu o vento considerou várias situações sociais, a realidade de grande parte do povo da África, em situação de pobreza, violência e cercados pela insegurança alimentar e fome, sobre a importância que a educação pode impactar na realidade social das pessoas e também demonstrar para o mundo a triste realidade do povo Malawi, na África. Também sobre as políticas sociais e humanitárias para garantir a sobrevivência da população, da cena em que apenas dois caminhões com cereais, como o milho, para a fabricação de fubá, chegam à comunidade para trazer alimentos e acabam com seus estoques rapidamente, não sendo suficientes para atender toda a demanda. Da importância da educação para a melhoria da qualidade de vida, da educação transformadora, refletindo no professor, a partir dos relatos do filme, o processo de ensino aprendizagem da Matemática, aliado aos conhecimento da Modelagem, na concepção da Educação Matemática, oportunizado pelas observações do exercício hipotético, que ilustra a Matemática para calcular a área e a quantidade de sementes necessárias para cultivar milho em um pequeno lote de terra e produzir fubá, para alimentar o povo pobre de Malawi.

Também sobre a caracterização do subtema pela arte: O menino que descobriu o vento, a Arte de Escher incorporada foi a Litografia, Estudo para Cascata de Escher (1961), destacando a miséria do povo de Malawi, expressa por um menino pobre, que anseia por comida e está com fome. Ao lado dele tem as ferramentas colocadas no chão, que seriam a falta de políticas públicas, desfocadas de atitudes dos governantes, que não contribuem para acabar com a miséria deste povo, e quantos estão assim em nosso planeta? Para refletirmos.

O Grupo D: (P6, A1, P11 e P9) com o tema gastronomia, optando pelo subtema macarrão, destacou os diferentes tipos de macarrão e também informações muito importantes sobre a quantidade calórica presente nas porções consumidas, percebendo a importância da matemática nesta área do conhecimento, apresentando algumas situações problemas por meio de funções, gráficos, e conceitos de estatísticas, na visualização dos eventos matemáticos. Também sobre a consciência sobre a desigualdade social presente na mesa da população mundial, conforme estudo dos efeitos da pandemia na alimentação e na situação de segurança alimentar no Brasil, que em de 2020 foi de 59,4% da população brasileira, em situação de insegurança alimentar, sendo que 15% passam fome, por meio do relatório divulgado pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). Também constataram que metade dos adultos nos países desenvolvidos está acima do peso, enquanto que de outro lado temos uma grande parte da população lutando pelo alimento, seguindo um árduo caminho, da fome, sendo imperceptível para muitos que têm fartura, mostrando a desigualdade recorrente devido à situação econômica que se encontram. Assim produziram, com base no subtema escolhido pelo Grupo D e pela percepção da obra de Escher Litografia: Eternidade e infinito; Contraste (Ordem e Caos) (1950) dois tipos de homens, o que tem pouco alimento (macarrão), e passam fome e de outro lado, os que tem muito alimento (macarrão), mas em desperdício. Assim é o reflexo da nossa sociedade, muitas vezes egoísta, desumana e autoritária.

A partir das atividades descritas nas etapas realizadas pelos participantes, as entrevistas entre os cursistas e professor pesquisador, os depoimentos espontâneos e as filmagens, as discussões, as trocas de ideias, as interações com o ambiente colaborativo na plataforma *Edmodo*, nas apresentações das práticas, às falas pelo *Google Meeting*, os depoimentos, as estratégias utilizadas por cada grupo foi construída a Matriz Investigativa dialógico-problematizadora, na Pesquisa-Ação,

aportada por (KEMMIS; MCTAGGART; NIXON, 2013). A Matriz Investigativa, dialógico-problematizadora foi construída após o pensamento crítico e reflexivo sobre a formação do professor, a Educação Matemática, a Modelagem Matemática e a Arte de Escher, de forma orgânica. Sua construção foi possibilitada pela Matriz Organizadora da Matriz Investigativa dialógico-problematizadora, utilizando os dados relevantes da pesquisa, filtrando e sistematizando os dados produzidos, reiterando Mallmann (2015) quando afirma que “o rigor de uma pesquisa educacional aumenta na medida em que os pesquisadores são vigilantes críticos desde a etapa do planejamento do estudo e a transformação das práticas reflexivas sustentadas na elaboração de perguntas, com temas relevantes” (MALLMANN, 2015, p. 83-84).

Neste sentido, após as considerações vividas nesta formação, as atividades desenvolvidas, os áudios, os excertos e os diálogos produzidos pelos cursistas nesta formação, que a metodologia da Modelagem, na concepção da Educação Matemática assumida e a Arte de Escher propiciou aos professores/acadêmicos cursistas, um olhar mais autônomo, crítico, reflexivo sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, aliada a Ciência e a Arte. E que a partir desta formação, influenciar sua prática pedagógica com o estudante, podendo transformar o estudante na situação de ser passivo para um estudante ativo, reflexivo e autônomo, com vistas à aprendizagem.

## 7 O PRODUTO EDUCACIONAL

Foi produzido um curso de orientações (vídeo) pelo professor pesquisador aos professores, escolas e colégios, disponibilizando na plataforma da SEED-PR, link <https://youtu.be/GHC0TZ170SY> do *YouTube* e UTFPR, como uma proposta metodológica para auxílio dos professores de Matemática, evidenciando a Modelagem Matemática e a Arte de Escher, que entendemos contribuir com o processo de ensino e aprendizagem na formação de professores da Educação Básica. Neste curso é feita uma orientação e as etapas a serem seguidas para o desenvolvimento deste trabalho, apoiados pelas etapas de Burak (1992), Burak e Klüber (2008) e a Arte de Escher.

## 8 CONCLUSÕES

Ao concluir este trabalho de tese, remeto aos professores meu carinho, gratidão e principalmente minha admiração. Em um cenário que muitas vezes não atribui ao professor condições básicas de ensino, devido à falta de estrutura e a baixa valorização salarial e ainda, enfrentando uma pandemia que cerceou vidas de inocentes, famílias, sonhos e um futuro que parecia próspero, lá estava o professor, lutando, mesmo à distância, para que o processo de ensino e aprendizagem pudesse chegar aos estudantes. Com vistas a este objetivo criamos esta formação, que valorizou os professores/acadêmicos cursistas, por meio dos diálogos, do ambiente orgânico, crítico e criativo.

A Modelagem Matemática na concepção da Educação Matemática e a Arte de Escher como alternativa metodológica apresentada e discutida neste trabalho de formação de professores foi construída pelas leituras de teses, dissertações, artigos e textos que puderam dar sustentação teórica a experiência do professor pesquisador frente à metodologia da Modelagem Matemática e a Arte de Escher, constituindo-se em uma alternativa metodológica para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, no âmbito da Educação Básica.

O foco desta investigação proporcionou a Modelagem, na concepção de Educação Matemática e a Arte de Escher, uma nova possibilidade metodológica para o ensino e aprendizagem da Matemática, constatada pela análise dos elementos proporcionados pelas ações e interações dos professores/acadêmicos cursistas, no desenvolvimento das atividades, do início ao final do curso, identificando o comportamento ativo dos professores/acadêmicos cursistas, percebidos nas descrições do diário de campo, dos excertos, das participações pelo *Google Meeting*, das orientações, das gravações em áudio e dos aprendizados recebidos pelo professor pesquisador durante os encontros virtuais e participações.

Uma das dificuldades percebidas na formação dos professores de Matemática foi produzir problemas a partir da pesquisa exploratória, ou seja, identificar a linguagem Matemática no texto pesquisado, muitas vezes num cenário técnico e cartesiano para a aprendizagem, concebidas pelas próprias formações em muitas universidades e também fruto de políticas públicas omissas a esta realidade, “*formamos para acertos e erros, não para exercemos o papel como seres humanos*”.

Com base na questão: o que se mostra das práticas com Modelagem e a arte de Escher na formação do professor de Matemática da Educação Básica? Os resultados apontam que o professor de Matemática necessita refletir sobre sua prática docente e principalmente atribuir à sua metodologia de ensino na Matemática uma abordagem mais orgânica dos conteúdos, com maior aproximação do contexto dos estudantes e que o propósito da aprendizagem possa atribuir significados, reflexões na formação do professor, não como mero transmissor de conteúdos, mas como mediador do processo de ensino, com vistas à aprendizagem. Neste sentido despertamos essa potencialidade, incorporando a Educação Matemática, A Modelagem Matemática e a Arte de Escher, posicionando o professor/acadêmico como protagonista do seu tema, do seu espaço, da sua criatividade e da sua produção, sobre a metodologia da Modelagem Matemática, a incorporação dos resultados dos trabalhos obtidos nos grupos, pela Arte de Escher, apresentado pelas técnicas de litografia, xilografia e meio-tom. Isso nos remeteu a fazer Ciência, que encanta e oportuniza o cenário dos conceitos, em detrimentos aos conteúdos. A interação entre os participantes, professores/acadêmicos revelou-se como um elemento potencializador do desenvolvimento das atividades e de aprendizagens, tanto do conteúdo matemático como de outros aspectos não matemáticos que se relacionam ao desenvolvimento de um tema, proporcionando o desenvolvimento de ações que favorecem o pensamento crítico e reflexivo dos professores, a partir da complexidade da educação.

Para os trabalhos futuros espera-se o aprofundamento da arte de Escher junto à Modelagem, na concepção de Educação Matemática assumida e a continuidade da formação dos professores, que terão um papel fundamental na sociedade, na formação dos estudantes críticos e reflexivos.

## REFERÊNCIAS

ABIMAPI (Associação Brasileira das Indústrias de Biscoitos, Massas Alimentícias e Pães & Bolos Industrializados). **25 de outubro é o dia mundial do macarrão. Você sabe qual é o tipo preferido em São Paulo?** 18 out. 2017. Disponível em: <https://www.abimapi.com.br/noticias-detalhe.php?i=Mjc3Ng>. Acesso em: 22 jul. 2022.

ANDRADE, E. T. **Construção de mosaicos inspirados nas obras de Maurits Cornelis Escher**. 2015. Disponível em: [https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/18971/1/2015\\_EmersonTeixeiradeAndrade.pdf](https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/18971/1/2015_EmersonTeixeiradeAndrade.pdf). Acesso em: 10 out. 2021.

BARTH, G, M. P. **Arte e matemática: subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M. C. Escher**. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

BERTONI, D. **Gênese e desenvolvimento do conceito vida**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>. Acesso em: 10 jun. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 10 jun. 2021.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil (1988)**. Brasília: Senado Federal, 1988. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/constituicao/constituicaocompilado.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm). Acesso em: 10 jun. 2021.

BRASIL. **Lei n. 9394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm). Acesso em: 10 jun. 2021.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília. MEC/SEF, 1998.

BRASIL. **Prova Brasil: avaliação do rendimento escolar**. Disponível em: <http://provabrasil.inep.gov.br/web/guest/ideb>. Acesso em: 20 maio 2020.

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. I EPMEM - I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, **Anais**. Londrina, PR, 2004.

BURAK, D. Modelagem Matemática sob um olhar de educação matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**, v. 1, n. 1, 10-27. 2010.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho. Rio Claro (SP), 1987.

BURAK, D.; KLÜBER. T. E. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p.17-34, 2008.

BURAK, D; MARTINS, M. A. Modelagem Matemática nos anos iniciais da Educação Básica: uma discussão necessária. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 8, n. 1, 2015.

BURAK, D; ZONTINI, L. R. S. Práticas com modelagem na formação do professor da Educação Básica: a busca por uma nova racionalidade. **Prática Educativa**, v. 15, 2020.

CARR, W.; KEMMIS, S. **Becoming critical: education, knowledge and action research**. Brighton (UK): Famer Press, 1986.

CARR, W.; KEMMIS, S. **Teoria crítica de la enseñanza: la investigación-acción em la formación del profesorado**. Espanha: Martinez Roca, 1988.

CASTRO, E. M. V. **Procedimentos dos alunos associados às ações cognitivas em atividades de modelagem matemática**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Estadual do Centro Oeste, Guarapuava, 2017.

COXETER, H. The Mathematical implications of Escher's prints. *In*: LOCHER, J. **The word of M. C. Escher**. New York: Agradable Press, Harry Abrams Inc. Publishers, 1988. p. 51-54.

DINIZ-PEREIRA, J. E. Da racionalidade técnica a racionalidade crítica: formação docente e transformação social - perspectivas em diálogo. **Revista de Educação e Sociedade**, v. 1, n. 1, 2014.



ERNST, B. **O espelho mágico de Escher**. Berlin: Taschen, 1991.

EUGÊNIO, T. J. B. Um olhar evolucionista para a Arte de M. C. Escher. **Ciências & Cognição**, Rio de Janeiro, v. 17, n. 2, p. 63-75, set. 2012. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/cc/v17n2/v17n2a07.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2020.

BENEDITO EUGENIO, Tiago José. Um olhar evolucionista para a arte de M. C. Escher. *Ciênc. cogn.*, Rio de Janeiro, v. 17, n. 2, p. 63-75, set. 2012. Disponível em <[http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1806-58212012000200007&lng=pt&nrm=iso](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-58212012000200007&lng=pt&nrm=iso)>. acessos em 22 jan. 2023.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. Apresentando a investigação científica. *In: \_\_\_\_\_*. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

GIBBONS, M; *et al.* **The new production of knowledge: the dynamics of science and research in contemporary societies**. London (ENG): Sage, 1994.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HARDY, G. H. What is geometry? **The Mathematical Gazette**, v. 12, n. 175, p. 309-316, 1925.

HIGGINSON, W. **On the foundations of Mathematics Education**. Montreal Quebec: Canada: FLM Publishing Association. 1980.

HUF, S. F. **Modelagem na Educação Matemática no 9º ano do ensino fundamental: uma perspectiva para o ensino e a aprendizagem**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Estadual do Centro Oeste, Guarapuava, 2016.

INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira). **Resultado do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB: 2019**. Disponível em: [https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas\\_e\\_indicadores/resultados\\_indice\\_desenvolvimento\\_educacao\\_basica\\_2019\\_resumo\\_tecnico.pdf](https://download.inep.gov.br/publicacoes/institucionais/estatisticas_e_indicadores/resultados_indice_desenvolvimento_educacao_basica_2019_resumo_tecnico.pdf). Acesso em 15 jan. 2021.

KEMMIS, S.; McTAGGART, R.; NIXON, R. **The action research planner: doing critical participatory action research**. New York: Springer, 2013.

KOMAR, M. F. C. K. **A Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no ensino fundamental: ações e interações**. 2017. 127p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Estadual do Centro Oeste, Guarapuava, 2017.

LEITE, K. C. **Modelagem Matemática na educação do campo**: tecendo novos caminhos. 2018. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Estadual do Centro Oeste, Guarapuava, 2018.

LEWGOY, A. M. B.; ARRUDA, M. P. Novas tecnologias na prática profissional do professor universitário: a experiência do diário digital. **Revista Textos e Contextos: Coletâneas em Serviço Social**, Porto Alegre, n. 2, p. 115-130, 2004.

LITTLEWOOD, J. E. **A matemática**: miscelânea. Londres: Methuen, 1953.

MALLMANN, E. M. Pesquisa-Ação educacional: preocupação temática, análise e interpretação crítico-reflexiva. **Cadernos de Pesquisa**, v. 45, n. 155, p. 76-98, 2015.

MARTINHO, M.; *et al.* **M. C. Escher**: arte e matemática. Guimarães (POR): Gráfica Covense, 1998.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Ed. Pedagógica e Universitária, 1999.

MORIN, E. **A cabeça bem-feita**: repensar a reforma, reformar o pensamento. 21. ed. Rio de Janeiro: Bertrand. 2014.

MORIN, E. Desafios da transdisciplinaridade e da complexidade. *In*: AUDY, J. L. N.; MOROSINI, M. C. (Orgs). **Inovação e interdisciplinaridade na universidade**. Porto Alegre: Ed.PUCRS, 2007.

MORIN, E. **Sete saberes necessários à educação do futuro**. 11. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

O MUNDO mágico de Escher. Disponível em:  
<https://www.bb.com.br/docs/pub/inst/img/EscherCatalogo.pdf>. Acesso em: 30 jan. 2020.

PAGANI, R. N.; KOVALESKI, J. L.; RESENDE, L. M. Methodi Ordinatio: a proposed methodology to select and rank relevant scientific papers encompassing the impact factor, number of citation, and year of publication. **Scientometrics**, v. 105, n. 3, p. 2109-2135, 2015.

PARANÁ. **Novo ensino médio paranaense**. 2021. Disponível em:  
[https://professor.escoladigital.pr.gov.br/ensino\\_medio](https://professor.escoladigital.pr.gov.br/ensino_medio). Acesso em: 10 nov. 2021.

PARANÁ. **Referencial Curricular do Paraná**: princípios, direitos e orientações. Curitiba: SEED; CONSE; UNDIME; CEE-PR, 2018.

PETRAGLIA, I. C.; MORIN, E. **A educação e a complexidade do ser e do saber**. 9. ed. Petrópolis: Vozes, 1995.

PIONNER Sementes Brasil. **Como estimar a produtividade na cultura do milho?** 6min., color, son. Disponível em: [www.youtube.com/watch?v=7Vz2FTGiu4w](http://www.youtube.com/watch?v=7Vz2FTGiu4w). Acesso em: 12 fev. 2021.

POUPART, J.; *et al.* **A pesquisa qualitativa: enfoque epistemológicos e metodológicos**. Petrópolis-RJ: Vozes, 2008.

RIUS, E. B. Educación matemática: reflexión sobre su naturaleza y su metodología. **Iberoamérica**, v. 1, n. 2, p. 28-42, 1989.

SANTOS, B. S. **Conhecimento prudente para uma vida decente**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

SANTOS, B. S. **Um discurso sobre as ciências**. 16. ed. Porto: B. Sousa Santos e Edições Afrontamento, 2010.

SCHATTSCHEIDER, D. The mathematical side of M. C. Escher. **Notices of the American Mathematical Society**, v. 57, n. 6, p. 706-718, 2016.

SEMIS, L. Saeb substitui Prova Brasil e Avaliação Nacional de Alfabetização. **Revista Nova Escola**, 28 jun. 2018. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/11907/avaliacao-nacional-de-alfabetizacao-e-prova-brasil-sofrem-alteracoes-em-2019>. Acesso em: 10 out. 2021.

SILVA, V. S. **Modelagem Matemática na formação inicial de pedagogos**. 2018. Tese (Doutorado em Educação) - Setor de Ciências Humanas, Letras e Arte. Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2018.

STENHOUSE, L. Artistry and teaching: the teacher as focus of research and development. **Journal of Curriculum and Supervision**, v. 4, n. 1, p. 43-51, 1988.

SWIFT, J. **Gulliver's travels Harmondsworth**. Penguin, 1967 (1726).

THORN, R. Matemática moderna: existe? HOWSON, A. G. (Ed.) Desenvolvimentos em Educação Matemática. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO EM MATEMÁTICA, 2., 1973, **Anais [...]**, Cambridge: Cambridge University Press, 1973. p. 194-209.

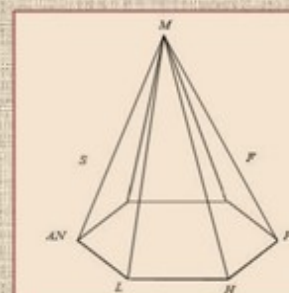
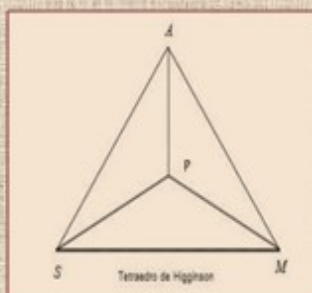
TJABBES, P. **A magia de Escher**. São Paulo: Art Unlimited, 2013.

TRIVIÑOS, A. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa**

em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

## **APÊNDICE A - Modelo de convite para o curso**

## Modelo de convite para o curso



# CURSO DE FORMAÇÃO PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

***A Arte de Escher na configuração dos resultados de análise de práticas com Modelagem Matemática: uma percepção diferenciada à formação do professor para a educação básica***



**Público:** professores de Matemática do Núcleo Regional de Educação (NRE) de Itati-PR, da rede estadual de ensino e acadêmicos do curso de Matemática, abrangendo as cidades de Itati, Prudentópolis, Inácio Martins, Rebouças, Mallet, Rio Azul, Fernandes Pinheiro, Teixeira Soares e Guairanga, pela Plataforma Edmodo.

**VAGAS:** 40 vagas conforme edital     **INSCRIÇÕES :** DE 21 a 28 de junho de 2022

Link para inscrição:

[https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd4hFW9j1wcY2XGLdCtJpaG9ue27HZad4IdQyZwPO0oPAJ-rQ/viewform?usp=pp\\_url](https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSd4hFW9j1wcY2XGLdCtJpaG9ue27HZad4IdQyZwPO0oPAJ-rQ/viewform?usp=pp_url)

**Resultados dos selecionados:** 30 de junho de 2022, conforme edital

**Início do curso:** 04 de julho de 2022     **Término do curso:** 14 de agosto de 2022

**Certificação de 60 h pela UTFPR-PG.**     **Contato:** mfckomar@mail.com



**APÊNDICE B - Cursistas selecionados - Edital 001/2022**



## Curso de Formação para professores de Matemática

A Arte de Escher na configuração dos resultados de análise de práticas com Modelagem Matemática: uma percepção diferenciada à formação do professor para a educação básica

Doutorando: Marcelo Fabricio Chociai Komar

e-mail: [mfckomar@gmail.com](mailto:mfckomar@gmail.com)

Fone: (42)99913-2138

### Edital 001/2022

#### Cursistas selecionados

Início do curso: 04 de julho de 2022 Término do curso: 14 de agosto de 2022

#### Certificação de 60 h pela UTFPR-PG.

<u>Nº</u>	<u>NOME</u>	<u>MUNICÍPIO</u>	<u>GRADUAÇÃO COMPLETA</u>
01	Adriane Bobalo	Prudentópolis	Sim
02	Alcides Jose Trzaskacz	Rio Azul	Sim
03	Alexandro Pinto	Irati	Não
04	Ana Beatriz Stadler	Prudentópolis	Sim
05	Ana Elisa Martins Rezende Nieckasz	Rio Azul	Sim
06	Cristiane Mulazani Trindade	Irati	Não
07	Edna luiza de Souza	Irati	Sim
08	Jailson Domingues de Oliveira	Irati	Sim
09	Janete Sadoski	Inácio Martins	Sim
10	Klüber Giuliano Bortolotti	Irati	Sim
11	Leonardo Mateus Vichinheski	Irati	Não
12	Lorena Zakcheski Molenda	Irati	Sim
13	Lucimara Colecha	Prudentópolis	Sim
14	Lucimari Antoneli Menon	Guamiranga	Sim
15	Marcia Salete Grenteski Dal Magro	Mallet	Sim
16	Marcília Laurita Stadler	Rebouças	Sim
17	Maria Eduarda Camilo Bortolotti	Irati	Não
18	Paula Délis Baum	Rebouças	Sim
19	Rosilene Ales	Teixeira Soares	Sim
20	Sérgio Luiz Franco	Rebouças	Sim
21	Suelen Aparecida Santos Prestupa	Rio Azul	Sim
22	Tatiane Moteka Romanichen	Prudentópolis	Sim
23	Tatiane Storki	Irati	Não
24	Vanessa Rodrigues Soares da Silva	Rio Azul	Sim

Prudentópolis, 30 de junho de 2022

Marcelo Fabricio Chociai Komar  
Doutorando  
PPGECT/UTFPR-PG



**APÊNDICE C - Diário de campo**

**DIÁRIO DE CAMPO****A Arte de Escher na configuração dos resultados de análises de práticas com Modelagem Matemática: uma percepção diferenciada à formação do professor para a Educação Básica**

Data: \_\_\_\_\_ Horário: \_\_\_\_\_ Local: 100% on-line pela Plataforma Edmodo

**Pesquisador: Prof. Marcelo Fabricio Chociai Komar****Descrição processual das atividades realizadas para o desenvolvimento do trabalho:**

(O que? Quando? Como? Com quem? Por quê? Para que? Para quem?).

---

---

---

---

---

---

**Planejamento: (como será desenvolvido)**

---

---

---

---

---

---

**Ação:**

---

---

---

---

---

---

**Nominar Objetivos da ação(s)**

---

---

---

---

---

---

**Sujeitos envolvidos:**

---

---

---

---

---

---

---

---

**Desenvolvimento da atividade: Como foi desenvolvido. Anote dúvidas e questionamentos.**

---

---

---

---

---

---

---

---

**Avaliação: frente aos objetivos, instrumentalidade, sentimentos, e quanto aos resultados esperados e alcançados, como eu analiso e avalio as ações realizadas na semana.**

---

---

---

---

---

---

---

---

**Bibliografia Utilizada:**

---

---

---

---

---

---

---

---

**Planejamento para a próxima atividade**

---

---

---

---

---

---

---

---

**APÊNDICE D - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) - para  
maiores de 18 anos**

## TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

**Título da pesquisa:** A Arte de Escher na configuração dos resultados de análises de práticas com Modelagem Matemática: uma percepção à formação do professor para a Educação Básica

**Pesquisador:** Marcelo Fabrício Chociai Komar

**Endereços:** Rua Marechal Cândido Rondon, 10, Centro

**Telefones:** (42) 99913-2138

**Local de realização da pesquisa:** 100% on-line pela plataforma Edmodo (Projeto Extensão UTFPR-PG).

**Endereço, telefone do local:**

Rua Marechal Cândido Rondon, 10, Centro, (42) 99913-2138

### A) INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE

#### 1. Apresentação da pesquisa.

Prezado cursista, você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa resultante de um projeto de doutorado vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da UTFPR. A pesquisa consiste em desenvolver uma formação continuada em Matemática, com professores da Educação Básica, tendo como metodologia de ensino a Modelagem na Educação Matemática e as análises dos resultados das práticas mediadas pelas técnicas da Arte Escher. Para o encaminhamento das atividades e análises será utilizada a plataforma Edmodo contendo o registro das imagens, atividades, áudios e vídeos através de fóruns, chats, *wikis* e atividades.

#### 2. Objetivos da pesquisa.

Temos como objetivo, a partir do trabalho realizado 100% on-line, curso de extensão da UTFPR, pela plataforma Edmodo, identificar possíveis contribuições proporcionadas à formação dos professores e examinar sob o ponto de vista da abordagem do processo de ensino e aprendizagem, da dinâmica da prática pedagógica e do processo colaborativo dos conteúdos matemáticos e da interdisciplinaridade, o engajamento da metodologia de ensino da Modelagem na Educação Matemática e as análises dos resultados das práticas mediada pela teoria da Arte Escher.

#### 3. Participação na pesquisa.

Em virtude da pandemia do COVID-19 a presente pesquisa será realizada 100% on-line utilizando o Edmodo. A participação será de professores que serão da rede Estadual de Ensino ou acadêmicos da licenciatura em Matemática, num total de 40 cursistas, pertencentes ao Núcleo Regional de Educação de Irati, abrangendo as cidades de Irati, Prudentópolis, Inácio Martins, Rebouças, Mallet, Rio Azul, Fernandes Pinheiro, Teixeira Soares e Guamiranga, durante seis semanas, como metodologia de formação de professores, que desejam melhorar sua prática pedagógica, realizando leituras, utilizando tecnologias, bem como alinhando sua docência como forma de melhorar o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

As inscrições serão feitas pelo site da UTFPR e divulgadas pelas redes sociais como o Facebook, Whatsapp e e-mails institucionais das escolas que compõe o Núcleo

Regional de Educação de Irati, orientando sobre o preenchimento do TCLE e TCUISV.

Serão selecionadas as 40 primeiras inscrições, por ordem de chegada, e as vagas remanescentes, no caso de desistência dos cursistas, serão chamados até completar o número de cursistas do curso. Após a definição dos participantes, será solicitado que apresentem declaração da instituição em que trabalham e no caso dos acadêmicos, da coordenação do curso. Serão desenvolvidos 10 temas de escolha livre dos cursistas, sendo 4 alunos em cada grupo.

O curso será de extensão e terá certificado de 60 h, expedido pela UTFPR-PG e será dividido em: **10 h** - Introdução sobre o tema, **40 h** - atividades de Modelagem Matemática e aplicação das atividades, incluindo uma Web com o pesquisador e orientadores e **10 h** - para as considerações finais, totalizando 60 h, num período de seis semanas, a partir de julho de 2022. Cada roteiro de atividades será semanal e terá uma carga de 10 h, em seis semanas, totalizando 60 h de curso.

Os dados coletados serão através das entrevistas, *wikis*, chats, vídeos, excertos (trechos de linguagem dos cursistas) e atividades propostas pela formação de grupos (40 cursistas - 10 grupos) pela plataforma Edmodo e serão coletados através da autorização assinada pelos cursistas pelos formulários TCLE e TCUISV, sendo resguardadas as identidades dos participantes.

Como arcabouço teórico que darão sustentação as ações dessa prática de formação dos professores será as análises dessas práticas sustentadas na Modelagem na concepção da Educação Matemática, cuja natureza envolve a Matemática, a Sociologia, a Psicologia e a Filosofia, a Antropologia, a Língua Materna, também o paradigma de conhecimento sustentado pelo paradigma emergente de Santos (2006) e paradigma do Pensamento Complexo de Edgar Morin (2006; 2014). E ainda os estudos e as perspectivas de Escher na análise dos dados relativos aos resultados da aplicação da metodologia da Modelagem Matemática.

#### **4. Confidencialidade.**

Destacamos que todos os dados coletados durante a pesquisa não serão identificados com seu nome, mas sim com um código para manter o sigilo e a confidencialidade conforme rege as normativas do Comitê de Ética e Pesquisa.

#### **5. Riscos e Benefícios.**

**5a) Riscos:** Os riscos aos participantes são mínimos e serão evitados por meio da participação do professor pesquisador (PP) em todas as atividades a serem realizadas, via Edmodo, respeitando o horário de trabalho do professor, que poderá utilizar qualquer horário do dia para realizar suas atividades, através de aplicativo no celular, em seu computador ou notebook pessoal. Em momentos que algum professor ou acadêmico se sentir constrangido por apresentar dificuldade em realizar alguma atividade, mediante solicitação ao PP, terão atendimento individualizado (videoconferência meeting do Google), em horário agendado inclusive nos finais de semana, se for necessário, com vistas a suprir essas necessidades e potencializar o andamento das atividades da turma. O participante ainda terá a liberdade de poder optar por não participar do curso, neste sentido apresentará uma justificativa ao professor pesquisador.

**5b) Benefícios:** O benefício esperado para os professores e acadêmicos envolvidos consistem em interagir coletivamente e interdisciplinarmente no aprendizado as técnicas utilizadas para subsidiar a Arte de Escher (1898-1972), como a Xilografia,

Litografia e Meio-tom na análise de atividades de Modelagem Matemática adotada por Burak (1992), Burak e Klüber (2008). Tais encaminhamentos podem nortear as ações complexas com a nova proposta da BNCC para a Educação Básica, bem como os encaminhamentos das análises a partir das Teorias Cognitivas da Aprendizagem, presentes no escopo da Educação Matemática.

#### **6. Critérios de inclusão e exclusão.**

**6a) Inclusão:** Como critérios de inclusão convêm destacar que serão professores de Matemática e acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática, devido à necessidade de formação específica na área.

**6b) Exclusão:** Não se aplica.

#### **7. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.**

Os participantes têm os direitos de: a) deixar o estudo a qualquer momento e b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, terão a liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem penalização. O acesso aos resultados será fornecido após a publicação da Tese na plataforma do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, em artigos científicos publicados em periódicos e divulgados junto ao site da SEED Paraná e UTFPR, Campus de Ponta Grossa.

Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:

(  ) quero receber os resultados da pesquisa (e-mail para envio: \_\_\_\_\_)

(  ) não quero receber os resultados da pesquisa

#### **8. Ressarcimento e indenização.**

A pesquisa não tem custo para os participantes, com relação a ressarcimento se no decorrer da pesquisa for necessário algum material específico será fornecido pelo pesquisador. Se os participantes obtiverem algum dano decorrente da pesquisa é de responsabilidade do pesquisador o ressarcimento.

### **ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:**

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, e-mail: [coep@utfpr.edu.br](mailto:coep@utfpr.edu.br).

#### **B) CONSENTIMENTO**

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da participação direta de meu (minha) filho (a) na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o

objetivo, a natureza, os riscos, benefícios, ressarcimento e indenização relacionados a este estudo.

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, que o estudante sob minha responsabilidade pode participar deste estudo. Estou consciente ele pode deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

### **CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ (TCUISV)**

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, que o estudante sob minha responsabilidade pode participar deste estudo, permitindo que os pesquisadores relacionados neste documento obtenham **fotografia, filmagem ou gravação de voz** sob minha responsabilidade para fins de pesquisa científica/educacional. As fotografias, vídeos e gravações ficarão sob a propriedade do grupo de pesquisadores pertinentes ao estudo e sob sua guarda.

Concordo que o material e as informações obtidas relacionadas a minha pessoa possam ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, não devo ser identificado por nome ou qualquer outra forma.

Estou consciente que o estudante sob minha responsabilidade pode deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, que o estudante sob minha responsabilidade pode participar deste estudo.

Nome Completo: \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_ Data de Nascimento: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_ Telefone: \_\_\_\_\_

Endereço: \_\_\_\_\_

CEP: \_\_\_\_\_ Cidade: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome completo: Marcelo Fabricio Chociai Komar Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_\_\_

Assinatura pesquisador (a):

\_\_\_\_\_

Para todas as questões relativas ao estudo ou para se retirar do mesmo, poderão se comunicar com o pesquisador via e-mail: [mkomar@bol.com.br](mailto:mkomar@bol.com.br) ou telefone: (42) 99913-2138; (42) 3421-2200.

**Contato do Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos para denúncia, recurso ou reclamações do participante pesquisado:**

Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)

**Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR,  
**Telefone:** 3310-4494, E-mail: [coep@utfpr.edu.br](mailto:coep@utfpr.edu.br)




## **ANEXO A - Aprovação do Comitê de Ética e Pesquisa**

## DETALHAR PROJETO DE PESQUISA

## - DADOS DA VERSÃO DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: ARTE DE ESCHER NA CONFIGURAÇÃO DOS RESULTADOS DE ANÁLISE DE PRÁTICAS COM MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA NOVA PERCEPÇÃO À FORMAÇÃO DO PROFESSOR PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA  
 Pesquisador Responsável: AWDRY FEISSER MIQUELIN  
 Área Temática:  
 Versão: 2  
 CAAE: 41790921.6.0000.5547  
 Submetido em: 14/03/2021  
 Instituição Proponente: Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
 Situação da Versão do Projeto: Aprovado  
 Localização atual da Versão do Projeto: Pesquisador Responsável  
 Patrocinador Principal: Financiamento Próprio



Comprovante de Recepção:  PB\_COMPROVANTE\_RECEPCAO\_1670006

## - DOCUMENTOS DO PROJETO DE PESQUISA

Tipo de Documento	Situação	Arquivo	Postagem	Ações
<ul style="list-style-type: none"> <li>↳ Versão Atual Aprovada (PO) - Versão 2               <ul style="list-style-type: none"> <li>↳ Pendência de Parecer (PO) - Versão 2                   <ul style="list-style-type: none"> <li>↳ Currículo dos Assistentes</li> <li>↳ Documentos do Projeto                       <ul style="list-style-type: none"> <li>↳ Comprovante de Recepção - Submissã</li> <li>↳ Cronograma - Submissão 2</li> <li>↳ Declaração de Pesquisadores - Submis</li> <li>↳ Folha de Rosto - Submissão 2</li> <li>↳ Informações Básicas do Projeto - Subm</li> <li>↳ Outros - Submissão 2</li> <li>↳ Parecer Anterior - Submissão 2</li> <li>↳ Projeto Detalhado / Brochura Investigaç</li> <li>↳ TCLE / Termos de Assentimento / Justif</li> </ul> </li> <li>↳ Apreciação 2 - Universidade Tecnológica F</li> </ul> </li> <li>↳ Projeto Completo</li> </ul> </li> </ul>				