

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

GUILHERME FELIPE ABIBE MACHADO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE
POROSA**

GUARAPUAVA

2022

GUILHERME FELIPE ABIBE MACHADO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE
POROSA**

**NUMERICAL SIMULATION OF NATURAL CONVECTION IN A POROUS
CAVITY**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Mecânica da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR).

Orientador: Sérgio Dalmás

GUARAPUAVA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

GUILHERME FELIPE ABIBE MACHADO

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE
POROSA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Mecânica da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
(UTFPR).

Data de aprovação: 19 de dezembro de 2022

Sérgio Dalmás
Doutor em Engenharia Mecânica
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Carla Dantas da Silva
Doutora em Ciência e Engenharia de Materias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Denise Alves Ramalho
Doutora em Engenharia Mecânica
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

GUARAPUAVA

2022

Este trabalho é todo dedicado aos meus pais,
pois é graças ao seu esforço que hoje posso
concluir o meu curso.

AGRADECIMENTOS

Certamente estes parágrafos não irão atender a todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas elas podem estar certas que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

Gostaria de agradecer à todos os professores que participaram de minha vida acadêmica de alguma maneira, à todos os funcionários administrativos e técnicos de laboratório da UTFPR.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Sérgio Dálmas, pela sabedoria com que me guiou neste trabalho e também contribuiu para fomentar meu interesse pela área térmica do curso.

Aos meus colegas de sala, com os quais compartilhei momentos de alegria e tristeza durante o caminho para a graduação.

Gostaria de deixar registrado, o meu reconhecimento aos meus pais, o Sr Anderson e a Sra Salete pelo esforço, dedicação, direcionamento e amor incondicional para com minha pessoa, pois certamente esta conquista não seria possível sem vocês.

Não menos importante gostaria de agradecer aos meus irmãos, Amaly, Vinicius e Gustavo por todo apoio e paciência comigo durante este longo caminho de graduação.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

Quanto mais aumenta nosso conhecimento,
mais evidente fica nossa ignorância.
(Kennedy, John F.)

RESUMO

O estudo de fenômenos de transporte em meios porosos ganhou considerável atenção nas décadas recentes, devido a sua relevância em uma ampla gama de aplicações na engenharia. O estudo da convecção natural em meios porosos exerce um papel muito importante na melhoria da extração de petróleo. As equações que governam o fenômeno físico da transferência de calor por convecção natural são diferenciais parciais acopladas, com as variáveis velocidade e temperatura. Essas equações não possuem solução analítica e, neste trabalho, serão obtidas soluções numéricas. Estas soluções serão validadas para garantir-se que os resultados obtidos estejam corretos e a validação é realizada comparando resultados numéricos obtidos por outros autores, encontrando-se resultados com erro relativo abaixo de 3%. O refinamento da malha utilizada nas simulações foi determinado através de um caso considerado extremo computacionalmente. Estes resultados das simulações numéricas são expressos através dos parâmetros de número de Nusselt médio na parede aquecida e de isothermas no interior da cavidade. Com o aumento do número de Rayleigh observou-se um aumento do número de Nusselt médio ao longo da parede aquecida.

Palavras-chave: convecção natural; simulação numérica; meio poroso; número de nusselt; isothermas.

ABSTRACT

The study of transport phenomena in porous media has gained considerable attention in recent decades due to its relevance in a wide range of engineering applications. The study of natural convection in porous media plays a very important role in improving oil extraction. The equations that govern the physical phenomenon of natural convective heat transfer are coupled partial differentials with the variables velocity and temperature. These equations have no analytical solution and, in this work, numerical solutions will be obtained. These solutions will be validated to ensure that the results obtained are correct and the validation is performed by comparing numerical results obtained by other authors, finding results with relative error below 3%. The mesh refinement used in the simulations was determined using a case considered computationally extreme. These results of the numerical simulations are expressed through the parameters of average Nusselt number in the heated wall and isotherms inside the cavity. With increasing Rayleigh number an increase in the mean Nusselt number along the heated wall was observed.

Keywords: natural convection ; numerical simulation ; porous medium; nusselt number; isotherms.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Porosidade do arenito	1
Figura 2 – Um pedaço de amostra de espuma FeCrAlY fabricado pela sinterização.	2
Figura 3 – Esquema de rocha geradora, armazenadora e selante.	2
Figura 4 – Cavidade com blocos uniformes.	4
Figura 5 – Desenvolvimento da camada limite em uma placa vertical aquecida	7
Figura 6 – Volume de controle para a discretização das equações governantes	22
Figura 7 – Algoritmo SIMPLE	25
Figura 8 – Cavidade limpa e condições de contorno.	26
Figura 9 – Cavidade preenchida e condições de contorno.	27
Figura 10 – Temperatura adimensional para $Ra = 10^5$; $D = 0,5$; $\kappa = 0,2$.	28
Figura 11 – Temperatura adimensional para $Ra = 10^5$; $D = 0,5$; $\kappa = 5,0$.	29
Figura 12 – Temperatura adimensional para $Ra = 10^7$, $\kappa = 10,0$, $D = 0,45$ e $N = 4$.	31
Figura 13 – Temperatura adimensional para $Ra = 10^7$, $\kappa = 10,0$, $D = 0,45$ e $N = 4$.	32
Figura 14 – Temperatura adimensional para os casos $Ra = 10^7$, $D = 0,45$ e $N = 4$.	34
Figura 15 – Temperatura adimensional para os casos $Ra = 10^6$, $D = 0,45$ e $N = 4$.	35
Figura 16 – Temperatura adimensional para os casos $Ra = 10^5$, $D = 0,45$ e $N = 4$.	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Termos da equação de transporte.	22
Tabela 2	– Número de Nusselt Médio ao Longo da Parede Aquecida	27
Tabela 3	– Número de Nusselt Médio ao Longo da Parede Aquecida da Cavidade Prenchida com Bloco Sólido	28
Tabela 4	– Parâmetros das simulações abordados neste estudo	30
Tabela 5	– Teste de malha para o caso $Ra = 10^7$, $\kappa = 10,0$, $D = 0,45$ e $N = 4$	30
Tabela 6	– Nu_{med} ao Longo da Parede Aquecida: $Ra = 10^7$, $D = 0,45$ e $N = 4$	33
Tabela 7	– Nu_{med} ao Longo da Parede Aquecida: $Ra = 10^6$, $D = 0,45$ e $N = 4$	33
Tabela 8	– Nu_{med} ao Longo da Parede Aquecida: $Ra = 10^5$, $D = 0,45$ e $N = 4$	34

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Siglas

DFC	Dinâmica dos fluidos computacional
SIMPLE	<i>Semi-implicit method for pressure linked equations</i>
QUICK	<i>Quadratic upstream interpolation for convective kinematics</i>
PRESTO	<i>Pressure staggering option</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Latinas

k	Condutividade térmica	$[\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})]$
K	Permeabilidade específica	$[\text{m}^2]$
T	Temperatura	$[\text{K}]$
q''	Fluxo de calor	$[\text{W}/\text{m}^2]$
q'''	Taxa de geração de energia por unidade de volume	$[\text{W}/\text{m}^3]$
h	Coefficiente de transferência de calor convectivo	$[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$
h_x	coeficiente de transferência de calor convectivo local	$[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})]$
Nu_x	Número de Nusselt local	$[-]$
C_p	Calor específico a pressão constante	$[\text{kJ}/\text{kg}]$
Da	Número de Darcy	$[-]$
Gr	Número de Grashof	$[-]$
Pr	Número de Prandtl	$[-]$
Ra	Número de Rayleigh	$[-]$
\vec{V}	Vetor velocidade	$[\text{m}/\text{s}]$
u	Componente x da velocidade	$[\text{m}/\text{s}]$
v	Componente y da velocidade	$[\text{m}/\text{s}]$
F	Força de campo por unidade de volume	$[\text{N}/\text{m}^3]$
g	Constante gravitacional	$[\text{m}/\text{s}^2]$

Letras Gregas

α	Difusividade térmica	$[\text{m}^2/\text{s}]$
β	Coefficiente de expansão volumétrico	$[1/\text{K}]$
μ	Viscosidade dinâmica	$[\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})]$
ν	Viscosidade cinemática	$[\text{m}^2/\text{s}]$
Φ_v	Função de dissipação viscosa	$[1/\text{s}^2]$
ϕ	Porosidade	$[-]$
φ	Variável de transporte	$[-]$
ρ	Massa específica	$[\text{kg}/\text{m}^3]$
δ	Espessura da camada limite de velocidade	$[\text{m}]$

δ_T Espessura da camada limite térmica [m]

Notações

∇ Operador gradiente
 ∇^2 Operador laplaciano
 $\frac{D}{Dt}$ Derivada total

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Convecção	1
1.2	Meios porosos	1
1.2.1	Convecção em meios porosos	2
1.3	Formulação do problema	3
1.4	Objetivos	3
1.4.1	Objetivo geral	3
1.4.2	Objetivos específicos	3
1.5	Justificativa	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
2.1	Camada limite de velocidade e térmica	6
2.2	Lei de resfriamento de Newton	6
2.3	Meios porosos	7
2.3.1	Meios de representação	7
2.3.2	Porosidade	8
2.3.3	Permeabilidade	8
2.4	Revisão de Literatura	8
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	13
3.1	Equações governantes	13
3.1.1	conservação de massa	13
3.1.2	Conservação da quantidade de movimento	13
3.1.3	Conservação da energia	14
3.2	Aproximações usuais	14
3.3	Hipóteses simplificadoras	15
3.4	Equações governantes simplificadas	17
3.4.1	Adimensionalização das variáveis	17
3.4.2	Equações adimensionalizadas	18
3.5	Representação dos resultados	19
3.5.1	Número de Nusselt	19
3.5.2	Função de corrente	20

4	MODELAGEM NUMÉRICA	21
4.1	Métodos numéricos	21
4.1.1	Método dos volumes finitos	21
4.1.2	Acoplamentode pressão-velocidade	23
5	RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO	26
5.1	Cavidade limpa aquecida lateralmente	26
5.2	Cavidade homogênea aquecida lateralmente	27
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	30
6.1	Teste de convergência de malha	30
6.2	Resultados	33
7	CONCLUSÃO	37
	REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

1.1 Convecção

O modo convectivo da transferência de calor envolve a transferência de energia através do escoamento, em um fluido, em conjunto com a condução de calor, ou difusão térmica, e é geralmente classificado em dois modos básicos. Se a movimentação do fluido é causada por um agente externo, por exemplo, um ventilador, um soprador o processo é denominado então de *convecção forçada*. Se, por outro lado não existir escoamento induzido e o escoamento surge “espontaneamente” devido ao efeito de diferenças de densidades, resultantes da diferença de temperatura ou diferença de concentração em um campo de forças como a gravidade, o processo é então dito *convecção natural* (BEJAN; KRAUS, 2003).

1.2 Meios porosos

Um meio poroso é descrito como uma matriz sólida, com vazios, interconectados ou não, em seu interior. Supõe-se que esta matriz seja rígida ou com deformação desprezível. A interconectividade do vazio (os poros) permite o escoamento de um ou mais fluidos através do material. Em um meio poroso natural, a distribuição dos poros em relação à forma e tamanho é irregular (NIELD; BEJAN *et al.*, 2006). Exemplos de meios porosos naturais são areia de praia, arenito, calcário, madeira e pulmão humano. Na Figura 1 é mostrado a forma da porosidade no arenito.

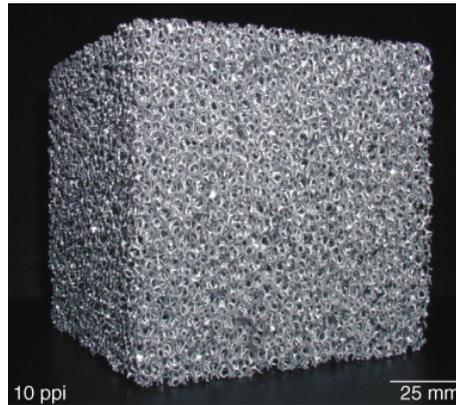
Figura 1 – Porosidade do arenito.



Fonte: Photos (2011).

Com o desenvolvimento dos processos de fabricação, novas tecnologias de processamento levaram a produção de uma gama de materiais porosos mais leves com uma menor aleatoriedade do que os naturais. Esses materiais porosos são fabricados para aplicações estruturais, térmicas e acústicas (ZHAO, 2012). A Figura 2 mostra a estrutura de um material poroso fabricado através de um processo de fabricação.

Figura 2 – Um pedaço de amostra de espuma FeCrAlY fabricado pela sinterização.



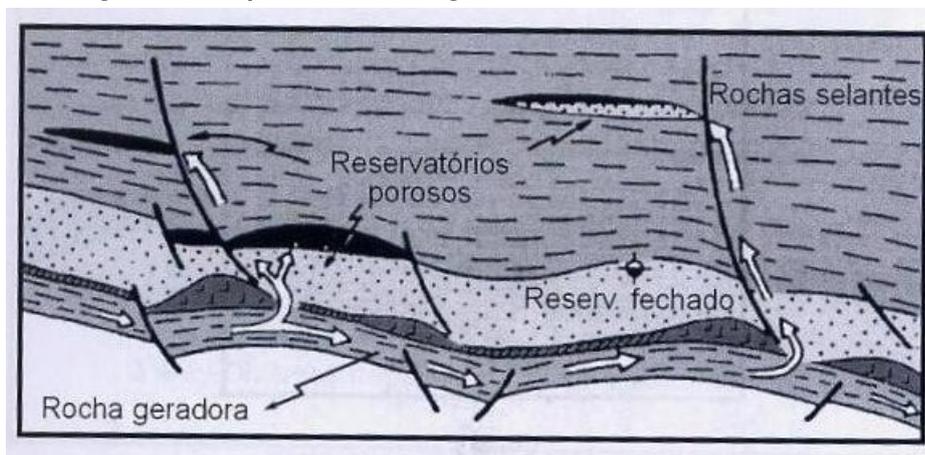
Fonte: Zhao (2012).

1.2.1 Convecção em meios porosos

Convecção em meios porosos possui uma gama de aplicações industriais, como recuperação de energia geotérmica, extração de petróleo, armazenamento e escoamento de energia térmica em dispositivos de filtragem (RAJU; VARMA; ANANDAREDDY, 2011).

Para a indústria petrolífera, o estudo da convecção natural em meios porosos exerce um papel muito importante nos avanços tecnológicos que melhoram a produtividade da extração de petróleo e gás (LIMA, 2013).

Figura 3 – Esquema de rocha geradora, armazenadora e selante.



Fonte: Thomas (2001).

O elemento mais importante e fundamental para a ocorrência de petróleo em quantidades significativas em uma bacia sedimentar, em algum tempo geológico passado ou presente, é a existência de grandes volumes de matéria orgânica de composição adequada acumulada quando da deposição de certas rochas sedimentares que são denominadas de geradoras. Com a presença de altas temperaturas e pressões a matéria orgânica se transforma em petróleo e gás. Com a formação do petróleo e gás a pressão na rocha geradora causa fraturas levando a sua migração para regiões com pressões mais baixas. As regiões que apresentam pressões

mais baixas são as rochas reservatório, que são rochas portadoras de espaços porosos onde o petróleo e gás serão armazenados (MILANI *et al.*, 2000). O petróleo é confinado na rocha armazenadora através da presença de uma rocha salina com baixa permeabilidade (THOMAS, 2001), como mostrado na Figura 3 .

1.3 Formulação do problema

Na Figura 4 é mostrado o esquema de cavidade porosas abordadas neste trabalho. O ambiente ao redor da cavidade está é um fluido quiescente, ou seja, o fluido está em repouso, a temperatura T_{∞} e pressão P_{∞} . A parede vertical central e a inferior horizontal são paredes isotérmicas com temperatura T_H , sendo as outras paredes são adiabáticas.

Na Figura 4 os blocos no interior da cavidade são quadrados com aresta D , os quais são sólidos e conductivos e representam o meio poroso abordado sob a ótica heterogênea.

Devido a dificuldade em se resolver analiticamente as equações governantes da transferência de calor convectivo natural em meios porosos, realiza-se a análise numérica através de um *software* comercial, o *Ansys Fluent*.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver a simulação numérica de transferência de calor por meio da convecção natural em cavidades abertas preenchidas por blocos quadrados usando o *software Ansys Fluent*.

Neste trabalho será analisado uma cavidade com 4 blocos sólidos que participarão das trocas térmicas. Os blocos serão posicionados de maneira centralizada na cavidade, equidistantes umas das outras.

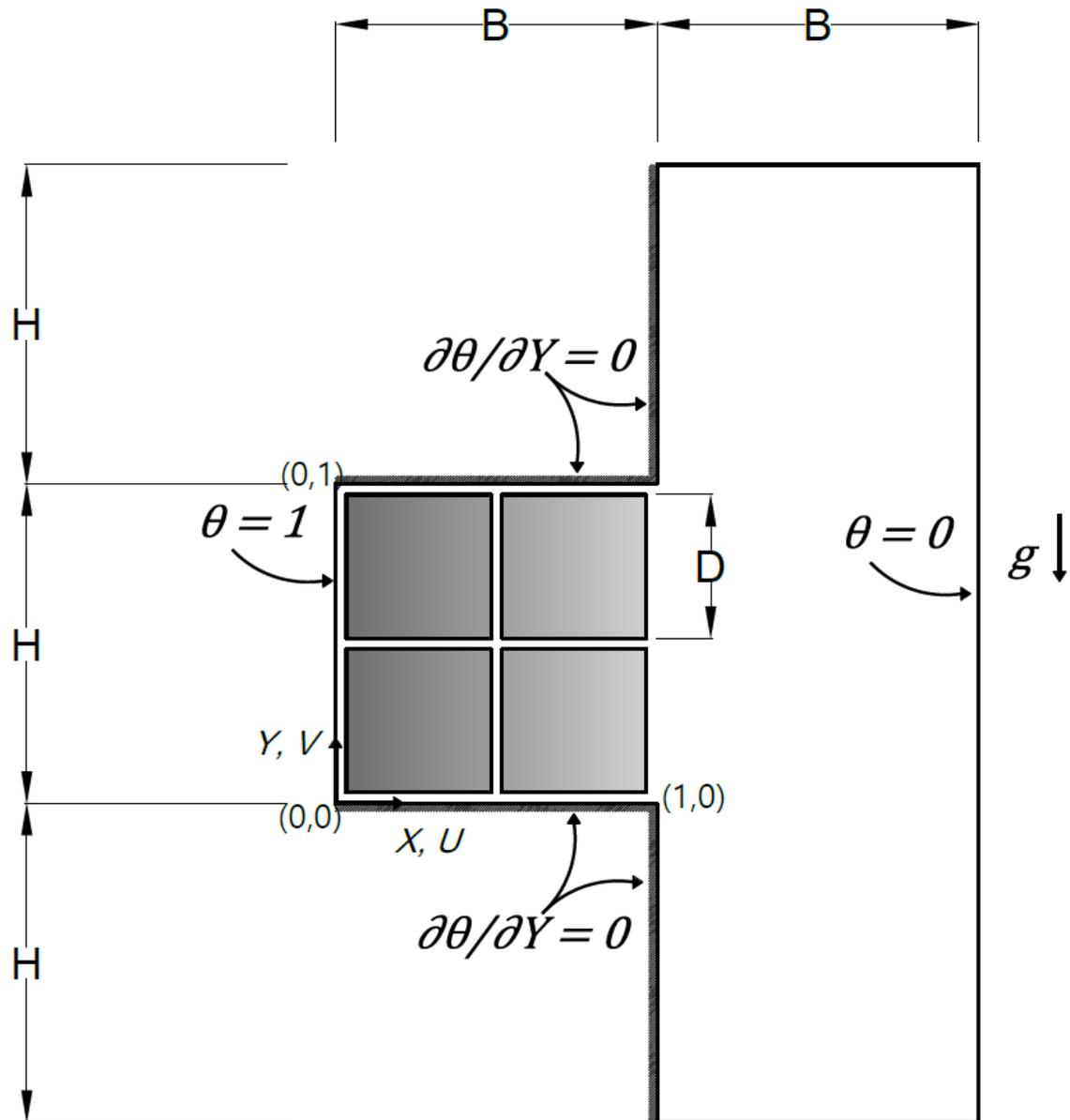
Com a análise pretende-se investigar o efeito da variação da relação das propriedades de condutividade térmica dos blocos e do fluido para as trocas térmicas entre a cavidade e o meio.

1.4.2 Objetivos específicos

Entende-se como objetivos específicos a determinação dos seguintes parâmetros:

- Número de Nusselt nas paredes aquecida;
- Isotermas.

Figura 4 – Cavidade com blocos uniformes.



Fonte: Autoria própria (2022).

1.5 Justificativa

Em muitos problemas de transferência de calor a obtenção de soluções analíticas só é possível em casos cuja a geometria e as condições de contorno são simples. Na grande maioria dos problemas encontrados na prática, a geometria é complicada e as condições de contorno são complexas ou com propriedades variáveis, e, então, não há soluções analíticas. Nesses casos soluções aproximadas, precisas o suficiente podem ser obtidas por computadores, com a utilização de *métodos numéricos*.

O uso de métodos numéricos estão atualmente extremamente difundidos na engenharia atualmente, sendo que praticamente todos os escritórios de engenharia hoje possuem compu-

tadores potentes com softwares sofisticados. Fato este inimaginável a 30 ou 40 anos atrás. Isto foi possível devido principalmente ao fantástico desenvolvimento dos computadores tanto em termos de velocidade e capacidade de armazenamento como no aperfeiçoamento dos métodos numéricos.

A transferência de calor em meios porosos através de convecção ganhou uma considerável atenção nas décadas recentes, devido a sua relevância em uma ampla gama de aplicações, como no isolamento térmico, no movimento da água em reservatórios geotérmicos, em tubos de calor, no armazenamento e melhor recuperação de reservatórios de petróleo (VAFAI, 2012).

A crise energética dos anos 70 e a ênfase na eficiência energética (conservação de recursos combustíveis), levou a uma revisão completa da forma como os sistemas de energia são analisados e aprimorados termodinamicamente (BEJAN, 2002)

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é apresentado a revisão bibliográfica realizada em livros técnicos e artigos científicos relevantes para a área de interesse do caso abordado neste trabalho.

2.1 Camada limite de velocidade e térmica

O conceito de camada limite é necessário para a compreensão da transferência de calor através da convecção entre uma superfície e um fluido que passa por ela. Para o fluxo sobre qualquer superfície, sempre existirá uma camada limite de velocidade devido a condição de não-deslizamento. A camada limite de velocidade é caracterizada pela presença de gradientes de velocidade e tensões de cisalhamento, de forma análoga à camada limite de temperatura onde existe de gradientes de temperatura e transferência de calor (BERGMAN *et al.*, 2015).

A camada limite de velocidade é a região onde a influência da condição de não-deslizamento sob a placa afeta a velocidade das camadas de fluidos adjacentes, ou seja, a região onde a viscosidade do fluido gera tensões de cisalhamento que causam um retardamento no fluido. A espessura desta região é definida como o valor da coordenada normal à superfície y no qual a velocidade do fluido corresponde 99% da velocidade da corrente livre, e é simbolizada pela letra grega δ .

A camada limite térmica é formada devido a transferência de calor entre a superfície e o fluido e a diferença de temperatura entre a superfície e o fluido. Na interface, o fluido e a superfícies estão em equilíbrio térmico, a massa de fluido adjacente troca calor com a superfície, causando gradientes de temperatura. A região do escoamento sobre a superfície em que a variação de temperatura na direção normal à superfície denomina-se camada limite térmica com espessura δ_T definida como o valor de y onde $[(T_s - T)/(T_s - T_\infty)] = 0,99$ (CENGEL, 2014).

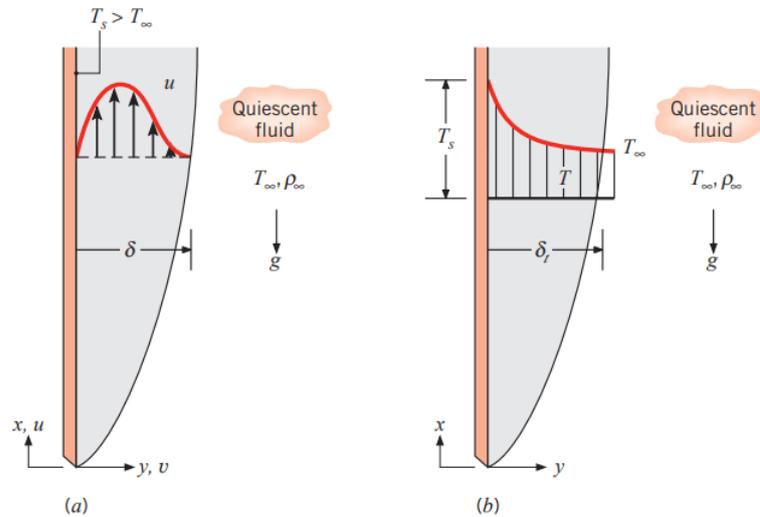
Na Figura 5 é mostrado as camadas limites de velocidade e térmica sob uma placa plana aquecida. A placa está imersa em um fluido quiescente, com $T_s > T_\infty$, devido essa diferença de temperatura o fluido mais próximo da placa torna-se menos denso que o mais afastado da placa. As forças de empuxo induzem a convecção natural na qual o fluido aquecido se eleva e faz com que fluido da região quiescente penetre na camada.

2.2 Lei de resfriamento de Newton

Independentemente da natureza do processo de transferência de calor por convecção, a equação apropriada para o fluxo térmico é convenientemente expresso por

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (1)$$

Figura 5 – Desenvolvimento da camada limite em uma placa vertical aquecida:(a) Camada limite de velocidade (b) Camada limite térmica



Fonte: Bergman *et al.* (2015).

O fluxo de calor é proporcional a diferença de temperatura entre a superfície e o fluido, a constante de proporcionalidade é h , denominado coeficiente de transferência de calor por convecção. O coeficiente de transferência de calor por convecção h não é uma propriedade do fluido (CENGEL, 2014).

O h geralmente é dado em termos do parâmetro adimensional chamado *Número de Nusselt*, definido por

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} \quad (2)$$

onde k é a condutividade térmica do fluido e x é a posição sob a superfície.

2.3 Meios porosos

2.3.1 Meios de representação

Modelos que permitam o estudo do meio poroso são criados com o intuito de realizar aproximações quanto à forma e à disposição dos poros, utilizando a técnica da média volumétrica. Dentre os diversos modelos existentes, pode-se citar os modelos homogêneo, heterogêneo e bi-disperso, que caracterizam diferentes níveis de detalhamento de um meio poroso (ALEXANDRE, 2015). O meio é classificado como heterogêneo quando as interfaces entre os constituintes são visíveis (INGHAM; POP, 2005) *apud* (POLETTO *et al.*,). No modelo heterogêneo, também denominado modelo contínuo, as fases constituintes são consideradas separadamente, e descritas por diferentes equações governantes, ou seja, uma fase para descrever o domínio sólido e outra para descrever o domínio fluido (ALEXANDRE, 2015) *apud* (POLETTO *et al.*,). Um meio poroso bi-disperso (BDPM) é composto de aglomerados de partículas grandes que

são aglomerações de pequenas partículas em grupos com microporos dentro deles (NIELD; BEJAN *et al.*, 2006).

2.3.2 Porosidade

A porosidade ϕ de um meio poroso é definida como a fração do volume total (V_T) do meio que é ocupado pelo espaço vazio (V_f). Assim $1 - \phi$ é a fração que é ocupado pelo sólido. Matematicamente a porosidade é representado por

$$\phi = \frac{V_f}{V_T} \quad (3)$$

2.3.3 Permeabilidade

A investigações de Henry Darcy (1856) sobre a hidrologia do abastecimento de água de Dijon, cidade francesa situada a 130 km da capital Paris, e seus experimentos sobre fluxo unidirecional em regime permanente em um meio uniforme revelou uma proporcionalidade entre a taxa de fluxo e a diferença de pressão aplicada. Na notação moderna, isso é expresso, de forma refinada, por

$$u = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (4)$$

O coeficiente K é independente da natureza do fluido mas depende da geometria do meio, ele é denominado permeabilidade específica ou permeabilidade intrínica, com unidade dimensional de comprimento ao quadrado (NIELD; BEJAN *et al.*, 2006). Em três dimensões, a Equação 6 generaliza para:

$$\vec{V} = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (5)$$

O número de Darcy é então definido como

$$Da = \frac{K}{L^2} \quad (6)$$

2.4 Revisão de Literatura

Nesta seção será realizado uma breve revisão da literatura sobre os problemas de transferência de calor em cavidades.

Os efeitos da transferência de calor através de convecção natural vêm sendo estudado desde o início do século XX, tendo sido iniciado com Bénard (1901) e Rayleigh (1916). A partir de 1970, devido em grande parte à maior facilidade de acesso ao computador e à melhoria de técnicas computacionais e de métodos numéricos, uma grande quantidade de estudos vem sendo realizada a respeito do tema.

Taunton e Lightfoot (1970) fizeram análise da camada limite, em regime permanente, para convecção natural ou transferência de massa entre uma superfície com forma arbitrária e rodeada por meio poroso como a soja. Concluíram em seu trabalho que o número de Nusselt para transferência de massa ou calor é expressa em como a multiplicação da raiz quadrada do número de Rayleigh modificado e um coeficiente dependente somente do sistema geométrico.

Holst e Aziz (1972) estudaram em seu trabalho a convecção natural em meios porosos confinados, em um domínio tridimensional, sob o regime transitório. Os resultados teóricos obtidos em seus estudos utilizaram o método de diferenças finitas para as equações governantes da convecção natural transitória em meio poroso. Holst e Aziz (1972) concluíram que os resultados numéricos obtidos em seus estudos indicaram em seus estudos que sob certas condições o escoamento tridimensional resultaria em taxas de transferência de calor significativamente maiores daquelas apresentadas em escoamentos bidimensionais em meios porosos.

Penot (1982) e Quere, Humphrey e Sherman (1981) examinaram em seus estudos uma cavidade isotérmica horizontal usando a aproximação de Bussinesq, aproximação que negligencia a variação de ρ . Quere, Humphrey e Sherman (1981) concluíram que, a partir de certo número de Grashof, $Gr > 10^6$, as regiões aquecidas próximas à parede inferior da cavidade tornam o escoamento intável, sendo assim impossível obter uma solução em regime permanente para o problema.

Corcione (2003) estudou em seu trabalho a convecção natural laminar em regime permanente em uma cavidade limpa aquecida pela parede inferior e refrigerada pela superior para uma grande gama de condições de contorno nas paredes laterais. utilizou-se um modelo numérico baseado no algoritmo SIMPLER para obter-se soluções para as equações de balanço de massa, quantidade de momentum e balanço de energia. São apresentados resultados para um grande intervalo da razão largura-altura da cavidade, com valores entre 0,66 e 8, em conjunto com números de Rayleigh (Ra) entre 10^3 e 10^6 . Concluiu-se que a medida que cada parede adiabática é substituída por uma resfriada ou aquecida, a efetividade da transferência de calor da parede base aumenta ou diminui. Os resultados da taxa de transferência de calor obtidos foram expressos através de equações de correlações adimensionais.

Chan e Tien (1985a) e Chan e Tien (1985b) realizaram estudos da convecção natural em regime laminar em cavidades bidimensionais. Em ambos os estudos as cavidades possuíam uma parede vertical aquecida defrente para uma abertura vertical com duas paredes horizontais isoladas.

Chan e Tien (1985a) obtiveram resultados para números de Rayleigh entre 10^3 e 10^6 , com número de Prandtl unitário. Os resultados de transferência de calor obtidos se aproximam daqueles encontrados em uma placa plana aquecida, para altos números de Rayleigh. Uma zona de recirculação é observada na região de entrada da cavidade devido a mudança de direção do fluxo. Na região inferior da parede aquecida observou-se a formação de uma região com estratificação térmica, que conseqüente originou uma pluma térmica na saída da cavidade.

Devido a falta de conhecimento das condições de contorno na entrada da cavidade utilizou-se um domínio numérico estendido.

Chan e Tien (1985b) utilizaram um domínio computacional restrito ao interior da cavidade porosa, com a finalidade de reduzir o custo computacional da simulação. Essa nova abordagem se mostrou fiel quanto as trocas de calor na cavidade, especialmente para a cavidade alongada. Algumas discrepâncias foram observadas, como a falta de mudança abrupta na direção do fluxo na entrada da cavidade, ocasionando assim a falta de surgimento de regiões de recirculação apresentadas em Chan e Tien (1985a). Foram obtidos resultados para os seguintes parâmetros: $Ra = 10^3$, $Ra = 10^9$ e $Pr = 7$. Para baixos valores de Ra o mecanismo de transferência de calor é condutivo. Ao passo que o número de Ra aumenta o número de Nusselt se aproxima assintoticamente dos obtidos para placa vertical plana.

House, Beckermann e Smith (1990) investigaram em seu estudo qual o efeito um bloco condutivo, sólido e rígido, no centro de uma cavidade quadrada fechada, exerce nos fenômenos de transferência de calor. A análise deles revelou que o escoamento e o processo de transferência de calor são governados pelos números de *Rayleigh* e *Prandtl*, pelo tamanho adimensional do bloco e pela razão entre a condutividade do sólido e fluido. Apresentam resultados para $Pr = 0,71$ e para uma ampla gama dos demais parâmetros, sendo as trocas térmicas ocorridas na cavidade descritas pelo número de Nusselt. A transferência de calor na cavidade pode ser aumentada ou diminuída em decorrência da razão entre condutividade do sólido e fluido, sendo que se atinge um valor mínimo de transferência a medida que o tamanho do bloco aumenta.

Nithiarasu, Seetharamu e Sundararajan (1997) estudaram em seu trabalho a convecção natural em meios porosos com porosidade variável, no qual o domínio apresenta propriedades médias para representar o meio poroso. Neste estudo desenvolveram um modelo para meios porosos não Darcianos, levando em consideração os componentes de arrasto linear e não linear da matriz porosa, assim como os componentes inerciais e forças viscosas do fluido. Observaram no estudo que o número de Nusselt na parede sofre grande influência por uma combinação de parâmetros adimensionais como *Rayleigh* (Ra), número de Darcy (Da) e a porosidade do escoamento em regime não Darciano.

Al-Amiri (2002) realizou uma investigação numérica de uma cavidade poroso preenchida com fluido. O escoamento foi modelado usando a forma generalizada da equação da quantidade de movimento, contabilizando os efeitos viscosos e os efeitos inerciais. As temperaturas locais do fluido e sólido foram analisadas separadamente, através da utilização de duas equações de energia. Neste estudo foram desenvolvidas formulações matemáticas para descrever o número de Nusselt em um modelo com duas equações de energia. Neste estudo concluiu-se que a suposição de equilíbrio térmico local é quebrada para grandes valores do número de Darcy e/ou número de Grashof.

Bhave, Narasimhan e Rees (2006) utilizaram uma geometria semelhante a abordada no trabalho de House, Beckermann e Smith (1990) em seu estudo com o objetivo de delinear o efeito do tamanho adimensional do bloco adiabático sobre o escoamento do fluido e os campos

de temperatura, sobre a ótica de se encontrar dimensões ótimas para a transferência de calor na cavidade. Foram apresentados resultados para $Ra = 10^3$ a $Ra = 10^6$ com três números de Prandtl, $Pr = 0,071$, $Pr = 0,71$ e $Pr = 7,1$. O estudo mostrou que a transferência de calor, representada pelo número de Nusselt médio, aumenta até atingir um valor máximo com o aumento do tamanho do bloco. Após determinado tamanho, o bloco se torna maior que a área predominantemente condutiva original, diminuindo a vazão mássica de fluido em convecção. Caracterizando um tamanho ótimo para a transferência de calor. Foram propostas relações matemáticas para prever o tamanho ideal do bloco .

Merrikkh e Lage (2005) estudaram uma cavidade horizontal aquecida lateralmente, preenchida com blocos condutivos, desconexos e igualmente espaçados através do modelo contínuo de meio poroso, o qual trata as fases fluídas e sólidas separadamente. O efeito dispersivo da fase sólida foi isolado pelo aumento do número de blocos, diminuindo o seu tamanho, mantendo assim uma porosidade constante. Apresentaram uma grande gama de resultados para números de Rayleigh e vários valores da razão entre condutividade fluido-sólido (κ). O efeito de obstrução do escoamento e de influência nas taxas de transferência de calor se mostrou dependente de um número mínimo de blocos, para cada Ra . Uma expressão analítica predizendo o número mínimo de blocos foi proposta.

Braga e Lemos (2005a) abordaram neste trabalho dois modelos matemáticos diferentes para se obter soluções numéricas para transferência de calor natural laminar ou turbulenta em cavidades preenchidas com uma quantia fixa de material sólido condutivo. O primeiro modelo abordado é chamado de modelo poro-contínuo, homogêneo ou macroscópico, no qual é assumido que as fases sólida e fluída são um único meio, onde as equações de transporte aplicadas são baseadas em médias volumétricas. O segundo modelo abordado é chamado de modelo contínuo, heterogêneo ou microscópico, para o qual soluciona-se a equação da quantidade de momentum apenas para a fase fluída, resultando em um problema de transferência de calor conjugado em ambas as fases sólidas e espaços vazios. Em ambas as abordagens, utilizou-se o método dos volumes finitos para a solução numérica. Concluiu-se que o número de Nusselt médio calculado através de ambas as abordagens, para um mesmo número de Rayleigh modificado Ra_m são diferentes, e essas diferenças aumentam a medida que o número de Darcy diminui no modelo poro-contínuo, ou o número de blocos aumenta no modelo heterogêneo.

Braga e Lemos (2005b) compararam as características do fenômeno de transferência de calor em uma cavidade parcialmente preenchida com uma quantia fixa de material sólido. A fase sólida foi modelada em dois tipos diferentes de geometria, quadradas e cilíndricas. Comparações foram obtidas através da solução numérica do problema de transferência de calor conjugado que considera o espaço sólido e fluido. O número de Nusselt médio sob a parede aquecida é obtido, para a cavidade preenchida com material sólido quadrado, aliados a uma enorme gama de valores do número de Darcy (Da). Os resultados para a geometria quadrada são comparados com os calculados com os obstáculos cilíndricos. Quando comparados os re-

sultados sob o mesmo número de Rayleigh modificado Ra_m , o estudo mostrou que o número de Nusselt médio são ligeiramente menores do que os obtidos para os quadrados.

Chen *et al.* (2009) investigaram em seu trabalho a convecção natural em uma cavidade com camadas porosas nas paredes inferior e superior, usando o método SIMPLEC. Utilizaram em seu estudo o modelo estendido de Brinkman-Forchheimer foi usado nas equações governantes do escoamento na região do meio poroso. Foram apresentados resultados para número de Nusselt médio ao longo da parede fria para diferentes números de Darcy entre 10^{-1} e 10^{-6} , valores de porosidade entre 0,2 e 0,8, número de Rayleigh de 10^3 e 10^7 e razões de espessura da camada porosa em relação a altura de 0 à 0,5. Propuseram números de Darcy e Rayleigh modificados para a intensidade de calor convectivo nos domínios preenchidos com poros/fluido.

Tatsuo *et al.* (1986) realizaram a análise numérica da convecção natural em uma cavidade retangular dividida horizontalmente entre camada fluída e porosa. O escoamento da região fluída é regido pelas equações de Navier-Stokes, enquanto a região porosa é regida pela equação de Brinkman, uma extensão da lei de Darcy. Tatsuo *et al.* (1986) concluíram que o escoamento e os campos de temperatura variaram com os números de Rayleigh e Darcy.

Bagchi e Kulacki (2011) também abordaram em seu trabalho um estudo numérico da convecção natural em cavidade fechada, sobre um domínio bidimensional, também dividida horizontalmente, aquecida localmente pela face inferior. O efeito de cinco parâmetros adimensionais sob o número de Nusselt global foram investigados. Linhas de corrente e linhas isotérmicas indicaram que a convecção restringiu-se a camada superior do fluido com alguma penetração na camada porosa. O número de Nusselt apresentou um aumento com a diminuição do tamanho do aquecedor razão de altura e aumenta com o número de Darcy. Para domínios com grandes aspectos de razões, foi observado uma reestruturação complexa com o aumento do número de Rayleigh.

O estudo da convecção natural em meios porosos ainda continua atual contando com várias aplicações e publicações como as mostradas pelos trabalhos de Ghaziani e Hassanipour (2017), Ahmadi (2017), Rahman (2012), Cheng (2010), os trabalhos de conclusão de curso de Loyola (2012), Lima (2013) e Souza (2014), entre outros. Em especial o estudo da convecção em cavidades preenchidas com um meio poroso recebeu uma maior atenção devido a sua vasta aplicabilidade, como por exemplo os filtros e reatores catalíticos, exploração e extração de petróleo e gás, processamento de materiais, secagem e armazenagem de grãos (MERRIKH; LAGE, 2005).

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A formulação matemática do problema é desenvolvida neste capítulo. Na primeira seção é apresentado as equações que regem a transferência de calor através da convecção natural. As equações são derivadas dos balanços de massa, quantidade de movimento, energia e radiação superficial. Hipóteses simplificadoras serão introduzidas e discutidas ao longo do texto. Ao final deste capítulo serão apresentadas as funções utilizadas como ferramentas de interpretação dos resultados de ambos os modos, qualitativo e quantitativo. O uso de parâmetros adimensionais permite com que os resultados obtidos neste trabalho possam ser comparados com os de outros autores de referência.

3.1 Equações governantes

As equações governantes de um processo convectivo de transferência de calor são obtidas por considerações sobre a conservação de massa e energia e do equilíbrio entre a taxa de mudança de quantidade de movimento e forças aplicadas.

3.1.1 conservação de massa

Para a dedução da equação da conservação da massa é usado um volume de controle diferencial. Um volume de controle é um artifício usado na análise de escoamentos de fluidos para avaliar balanços de massa, quantidade de movimento e energia. Os volumes de controle normalmente são fixos e referenciados a um sistema de coordenadas. A equação da conservação da massa é comumente chamada de equação da *continuidade* (FOX *et al.*, 2006).

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla\rho = -\rho\nabla \cdot \vec{V} \quad (7)$$

3.1.2 Conservação da quantidade de movimento

Para a dedução da equação da conservação da quantidade de movimento aplica-se a segunda lei de Newton a uma partícula de fluido infinitesimal de massa dm . As forças atuando sobre um fluido podem ser classificadas como forças de campo ou forças de superfície.

Como mencionado neste trabalho a convecção natural ocorre devido a diferença de temperaturas. A variação da temperatura causa diferenças de densidade, as quais resultam em forças de empuxo devido a presença de forças de campo. Para o campo gravitacional, a força de corpo é $F = \rho \cdot \vec{g}$, onde g é a aceleração gravitacional. A variação de ρ com a temperatura

que origina o escoamento (BEJAN; KRAUS, 2003).

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \vec{V} \right) = \vec{F} - \nabla \cdot \rho + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (8)$$

Na Equação 8, a pressão estática local p pode ser dividida em dois termos: um, p_a , devido à pressão hidrostática, e outro, p_d , a dinâmica pressão devido ao movimento do fluido. Se ρ_∞ é a densidade do fluido no meio, podemos escrever o termo de empuxo como:

$$\vec{F} - \nabla \cdot \rho = (\rho \cdot \vec{g} - \nabla \cdot p_a) - \nabla p_d = (\rho - \rho_\infty) \vec{g} - \nabla p_d \quad (9)$$

Desta forma a Equação 8 torna-se :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = (\rho - \rho_\infty) \vec{g} - \nabla p_d + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (10)$$

3.1.3 Conservação da energia

Para o volume de controle de tamanho finito "a taxa de energia acumulada no volume de controle deve ser igual a soma da energia líquida transferida através do escoamento de fluido e condução térmica com taxa de geração de energia menos o trabalho líquido transferido para o ambiente." (BEJAN; KRAUS, 2003)

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) + q''' + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \mu \Phi_v \quad (11)$$

Onde V é o vetor de velocidade, T a temperatura local, t o tempo, C_p o calor específico a pressão constante, p é a pressão estática, ρ a densidade do fluido, β o coeficiente de expansão térmica do fluido, Φ_v a dissipação viscosa e q''' é a geração de energia por unidade de volume (BEJAN; KRAUS, 2003).

3.2 Aproximações usuais

As equações governantes da transferência de calor por convecção natural são acopladas entre si, de forma elíptica e tratam-se de equações diferenciais parciais, portanto, de considerável complexidade. Outro problema na obtenção de uma solução para estas equações reside na inevitável variação da densidade ρ com temperatura ou concentração. Duas aproximações comuns são a de Bussinesq e as da camada limite (BEJAN; KRAUS, 2003).

A aproximação de Bussinesq é dada pela negligência da variação da ρ na equação da continuidade e que a diferença de densidade é estimada por

$$(\rho_{\infty} - \rho) = \rho\beta (T - T_{\infty}) \quad (12)$$

Outra aproximação feita nas equações governantes e amplamente empregada é a suposição de que a camada limite do escoamento convectivo natural é similar a aquelas em convecção forçada. Com esta aproximação os termos de difusão nas equações da quantidade de movimento e energia a jusante são negligenciados. Outro termo negligenciado é o balanço do momento normal. Além disso, as espessuras da camada limite de velocidade e térmica são expressas em ordem de grandeza (BEJAN; KRAUS, 2003).

$$\frac{\delta}{L} = O\left(\frac{1}{Gr^{\frac{1}{4}}}\right) \quad (13)$$

$$\frac{\delta_T}{\delta} = O\left(\frac{1}{Pr^{\frac{1}{2}}}\right) \quad (14)$$

Onde Gr é o número de Grashof baseado em comprimento característico L e Pr é o número de Prandtl. Esses parâmetros adimensionais são definidos como

$$Gr = \frac{g\beta L^3 (T - T_{\infty})}{\nu^2}, \quad Pr = \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (15)$$

Fisicamente, o número de Grashof é uma medida da razão entre a força de empuxo e as forças viscosas que atuam no fluido. Matematicamente, esse parâmetro é obtido pela adimensionalização da equação de conservação de quantidade de movimento (LOYOLA, 2012). O número de Prandtl é a medida entre a razão da taxa de difusão viscosa com a taxa de difusão térmica, sendo uma medida de eficiência das taxas de difusão térmica e viscosa nas camadas limites hidrodinâmicas e térmicas.

3.3 Hipóteses simplificadoras

As hipóteses simplificadoras, em conjunto com as aproximações usuais, adotadas a fim de permitir a resolução das equações diferenciais, são :

- Escoamento em regime permanente:

O problema será abordado em regime permanente, ou seja, as propriedades e fenômenos físicos não dependem do tempo resultando em $\frac{\partial ()}{\partial t} = 0$.

- Escoamento bidimensional:

Como mostrado na Figura 4, o problema está sendo tratado em um domínio bidimensional, ou seja, o escoamento é descrito apenas pelas coordenadas x e y . Sendo assim

as componentes de velocidade descritas como $\vec{V} = (u, v)$, o vetor Gradiente torna-se $\nabla = \left(\frac{\partial()}{\partial x}; \frac{\partial()}{\partial y} \right)$ e conseqüentemente o operador Laplaciano, $\nabla^2 = \frac{\partial^2()}{\partial x^2} + \frac{\partial^2()}{\partial y^2}$.

- Escoamento laminar:

Segundo Bejan e Lage (1990 apud BEJAN, 2013) a região de transição entre escoamento laminar para turbulento, em uma placa vertical plana, ocorre para números de Grashof na ordem de:

$$Gr \sim 10^9 \quad (10^{-3} \leq Pr \leq 10^3) \quad (16)$$

Este critério universal de transição pode ser expresso em termos do número de Rayleigh:

$$Ra \sim 10^9 Pr \quad (10^{-3} \leq Pr \leq 10^3) \quad (17)$$

- Escoamento incompressível:

Os efeitos da compressibilidade são desconsiderados para os líquidos, gases nos quais o número de Mach $< 0,3$ (FOX *et al.*, 2006). Diz-se que um escoamento é incompressivo quando a sua densidade é considerada constante, ou seja, $\rho(t, x, y) = \rho$. Devido a as baixas velocidades e diferenças de pressão apresentadas no processo de convecção natural, tal hipótese faz-se coerente e aplicável .

- Fluido Newtoniano;

O estudo baseia-se no escoamento de um fluido newtoniano, cujo a relação entre a tensão de cisalhamento (τ_{xy}) e o gradiente local de velocidade ($\frac{du_x}{dy}$) é definida através de uma relação linear, sendo a constante de proporcionalidade a viscosidade do fluido (μ). Em outras palavras estes fluídos obedecem a seguinte equação:

$$\tau_{xy} = -\mu \frac{du_x}{dy} \quad (18)$$

- Propriedades físicas constantes:

As propriedades físicas do fluido como difusividade térmica (α), viscosidade (μ), condutividade (κ), coeficiente de expansividade volumétrica (β) são tomadas como invariantes no estudo.

- Não há geração de energia;

3.4 Equações governantes simplificadas

Aplicando as hipóteses simplificadoras as equações governantes para as fases fluída e sólida são apresentadas das seguintes formas:

Região Fluída

- Equação da Conservação da Massa:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (19)$$

- Equação da Conservação da Quantidade de Movimento:

Em direção do eixo x obtemos:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (20)$$

Em direção do eixo y obtemos:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = g\beta (T - T_\infty) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (21)$$

- Equação da Conservação da Energia:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \quad (22)$$

Região Sólida

Para a fase sólida o $\vec{V} = \vec{0}$, ou seja, há apenas a equação da conservação de energia se aplica.

- Equação da Conservação da Energia:

$$\frac{k}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (23)$$

3.4.1 Adimensionalização das variáveis

A adimensionalização das equações governantes que regem o escoamento e transferência de energia no sistema é realizada conforme a abordada por (CHAN; TIEN, 1985a). Com o processo de adimensionalização obtém-se os parâmetros de interesse que governam os fenômenos físicos, fazendo com que os resultados sejam expressos de forma generalizada.

- Para as coordenadas espaciais:

$$X = \frac{x}{H} \quad e \quad Y = \frac{y}{H} \quad (24)$$

- Para as componentes de velocidade:

$$U = u \frac{H}{\alpha} \quad e \quad V = v \frac{H}{\alpha} \quad (25)$$

- Para a pressão:

$$P = (p - p_{\infty}) \frac{H^2}{\rho \alpha^2} \quad (26)$$

- Para a temperatura:

$$\theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_H - T_{\infty}} \quad (27)$$

Com as adimensionalizações mostradas acima e tomando como comprimento característico H , os números de Grashof (Gr) e Rayleigh (Ra) são definidos como:

$$Gr = \frac{g\beta H^3 (T - T_{\infty})}{\nu^2} \quad (28)$$

$$Ra = GrPr = \frac{g\beta H^3 (T - T_{\infty})}{\nu \alpha} \quad (29)$$

3.4.2 Equações adimensionalizadas

Aplicando as adimensionalizações nas equações simplificadas obtemos as seguintes equações:

Região Fluída

- Conservação da Massa:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (30)$$

- Conservação da Quantidade de movimento:

Para o eixo x , aplicadas as adimensionlizações:

$$\frac{\partial U^2}{\partial X} + \frac{\partial(UV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (31)$$

Para o eixo y , aplicadas as adimensionlizações:

$$\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial V^2}{\partial Y} = RaPr\theta - \frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (32)$$

- Conservação da Energia:

$$\frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right) \quad (33)$$

Região Sólida

- Conservação da Energia:

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \right) = 0 \quad (34)$$

3.5 Representação dos resultados

O uso de parâmetros adimensionais para a representação dos resultados permite a validação e a comparação com trabalhos de outros autores.

3.5.1 Número de Nusselt

O número de Nusselt é o coeficiente adimensional de transferência de calor por convecção definido como sendo a razão entre o fluxo de calor por convecção e o fluxo condutivo entre a interface de duas camadas adjacentes de matéria, as camadas podem ser fluído-sólido ou fluído-fluído.

Aplicando o balanço de energia para o volume de controle que compreende a parede aquecida da cavidade e a camada de fluído adjacente obtém-se que o fluxo de calor condutivo é igual ao fluxo de calor convectivo.

$$\frac{-\kappa (T_H - T_\infty)}{H} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{y=0} = h (T_H - T_\infty) \quad (35)$$

Com manipulações algébricas conseguimos mostrar que o negativo da derivada parcial de θ em relação a Y é igual ao número de Nusselt local.

$$-\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{y=0} = \frac{hH}{\kappa} \equiv Nu_L \quad (36)$$

Para avaliar-se o fluxo de calor sob a superfície independentemente de sua cordenada defini-se o número de Nusselt médio através da Equação 37.

$$\overline{Nu} = \frac{1}{A_s} \int_{A_s} Nu_L|_{y=0} dA = \frac{1}{H} \int_0^1 \left(-\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{y=0} \right) H dX = \int_0^1 \left(-\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{y=0} \right) dX \quad (37)$$

3.5.2 Função de corrente

As linhas de corrente é um dos métodos de visualização mais comumente utilizados na dinâmica de fluídos computacional, pois com seu emprego é possível identificar a formação de fenômenos como o desenvolvimento da camada limite, as áreas de recirculação, plumas térmicas, o decolamento de flúido de uma parede, entre outros.

Uma linha de corrente é definida como sendo uma curva que é tangente em todos os pontos ao vetor instantâneo de velocidade, de tal modo um comprimento de arco infinitesimal, para um escoamento bidimensional, $d\vec{r} = (dx, dy)$ ao longo de uma linha de corrente deve ser paralelo ao vetor instantâneo de velocidade $\vec{V} = (u, v)$, logo o produto vetorial entre estes vetores deve resultar no vetor nulo, ou seja, $d\vec{r} \times \vec{V} = \vec{0}$, resolvendo esta equação obtemos o seguinte resultado:

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \quad (38)$$

$$vdx - udy = 0 \quad (39)$$

Para que tal equação diferencial seja dita exata define-se a função potencial ψ , neste caso chamada de função de corrente, que obedece as seguintes igualdades:

$$u \equiv -\frac{\partial\psi}{\partial y} \quad e \quad v \equiv \frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (40)$$

Com a utilização da função linha de corrente é possível demonstrar que, para escoamentos incompressíveis, a equação da continuidade é satisfeita .

A função linha de corrente para um escoamento bidimensional em sua forma adimensional é dada por:

$$\psi_{i,j} = \psi_{i,j-1} + \int_{j-1}^j U dY \quad (41)$$

4 MODELAGEM NUMÉRICA

4.1 Métodos numéricos

Soluções analíticas para o fenômeno de transferência de calor e massa por meio de convecção natural são extremamente difíceis de serem obtidas, pois como mostrado nos capítulos anteriores, as equações que regem este processo são equações diferenciais parciais, não lineares e de segunda ordem com acoplamento de pressão, velocidade e temperatura. Desta forma a utilização de uma ferramenta *DFC* se mostra como uma proposta de solução para o problema. O software adotado para as simulações é o *FLUENT* do pacote *ANSYS 22.0*, o qual possui todos os modelos necessários para resolver o problema proposto, bem como possui ferramentas de monitoramento de convergência das soluções. Para que isto seja possível, métodos de discretização e interpolação devem ser aplicados às equações que modelam o problema.

4.1.1 Método dos volumes finitos

O método dos volumes finitos (PATANKAR; SPALDING, 1983), será utilizado para obtermos as soluções das equações 30, 31, 32, 33 e 34. De um modo geral as equações que regem os fenômenos de transferências de calor e massa e o escoamento fluido dinâmico possuem varias similaridades entre si. Deste modo podemos introduzir uma variável genérica φ a forma conservativa de todas as equações da quantidade de movimento, incluindo as equações escalares como as de temperaturas e as de concentração de espécies por exemplo, podem ser escritas da seguinte forma (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007):

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \nabla(\rho\varphi\vec{V}) = \nabla(\Gamma\nabla\varphi) + S_\varphi \quad (42)$$

A Equação 42 é chamada de equação de transporte para a propriedade φ . A interpretação física desta equação é a de um balanço entre a taxa de variação, advecção e difusão da variável φ , bem como a soma de um termo fonte S_φ , cujo o qual inclui os outros termos que não podem ser descritos pelos demais, como a força gravitacional por exemplo. Aplicando as hipóteses simplificadoras apresentadas no capítulo 3 a equação de transporte toma a seguinte forma:

$$\nabla(\rho\varphi\vec{V}) = \nabla(\Gamma\nabla\varphi) + S_\varphi \quad (43)$$

O principal passo para o método dos volumes finitos é a integração, para um volume de controle, da Equação 42 para os casos gerais, ou para regimes permanentes a Equação 43, cujo a qual, após manipulações algébricas e a utilização do teorema da divergência de Gauss, toma a forma da Equação 44.

$$\int_A (\mathbf{n} \cdot \rho \varphi \vec{V}) dA = \int_A \mathbf{n} \cdot (\Gamma \nabla \varphi) dA + \int_{VC} S_\varphi dV \quad (44)$$

Na Tabela 1 são mostrados os termos para as equações, em ambas as formas, integral e diferencial, que regem o fenômeno da convecção natural.

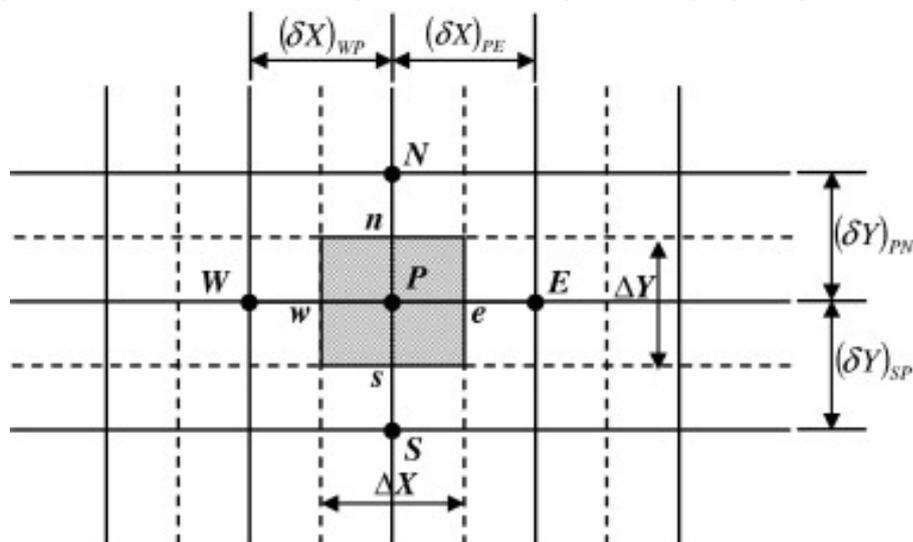
Tabela 1 – Termos da equação de transporte.

Equação da Conservação da	φ	Γ	S_φ
Massa	1	0	0
Quantidade de Movimento em x	U	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantidade de Movimento em y	V	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + RaPr\theta$
Energia do Fluido	θ	1	0
Energia do Sólido	θ	1	0

Fonte: Autoria própria (2022).

Na Figura 6 mostra-se parte de um domínio bidimensional utilizado para se realizar a discretização. Um ponto nodal geral é identificado por P e seus vizinhos em uma geometria bidimensional, os nós a oeste, leste, norte e sul, são identificados por W , E , S e N respectivamente. A face do lado oeste do volume de controle é referida por w e a face de volume de controle do lado leste por e , sendo as faces norte e sul representadas por n e s , respectivamente. As distâncias entre os nós W e P , e entre os nós P e E , são identificados por δx_{WP} e δx_{PE} , respectivamente. De forma análoga para as faces norte e sul obtemos as distâncias δy_{SP} e δy_{PN} . Distâncias semelhantes entre a face w e o ponto P e entre P e a face e são denotadas por δx_{wP} e δx_{Pe} respectivamente. A Figura 6 mostra que a largura do volume de controle é $\Delta x = \delta x_{we}$ (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Figura 6 – Volume de controle para a discretização das equações governantes.



Fonte: Gonzalez, Palafox e Estrada (2012), Versteeg e Malalasekera (2007).

Após realizar o processo de integração sobre este volume de controle e fazer algumas manipulações algébricas obtemos a Equação 45 que para todos os pontos nodais do domínio discretizado toma a forma expressa pela Equação 46. (GONZALEZ; PALAFOX; ESTRADA, 2012)

$$a_P \varphi_P = a_W \varphi_W + a_E \varphi_E + a_S \varphi_S + a_N \varphi_N + b \quad (45)$$

$$a_P \varphi_P^{n+1} = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} \varphi_{nb}^{n+1} + b^n \quad (46)$$

4.1.2 Acoplamento de pressão-velocidade

De uma maneira geral os campos de velocidade são desconhecidos e emergem como sendo parte dos processos gerais de solução em conjunto com as outras variáveis. As equações que descrevem o escoamento do fluido são intrinsecamente acopladas, pois em sua dedução mostrou-se que todos os termos de velocidade aparecem nas equações da quantidade de movimento e da continuidade (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Se o gradiente de pressão é conhecido o processo de obtenção de equações de velocidades discretizadas a partir da equação da quantidade de movimento é o mesmo utilizado para qualquer outra propriedade escalar, mas de modo generalizado o o gradiente de pressão não é conhecido de antemão.

O gradiente de pressão é principal termo fonte da equação da quantidade de movimento, na maioria dos escoamentos de maior relevância na engenharia, mas aparece apenas nesta equação, tornando o seu processo de obtenção moroso. Para os casos em que o escoamento é compressível a equação da continuidade é utilizada como equação de transporte para a densidade em conjunto com a equação da conservação da energia para obter-se o campo escalar da temperatura. Com estas duas propriedades do fluido pode-se obter a pressão através de uma equação de estado $P = P(\rho, T)$. Entretanto em escoamentos incompressíveis a densidade é constante e conseqüentemente não ligada a pressão. Nestes casos o acoplamento entre pressão-velocidade introduz uma restrição na solução dos campos do escoamento: se o correto campo de pressão for aplicado na equação da quantidade de movimento o campo de velocidade resultante deve satisfazer a equação da continuidade perfeitamente (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

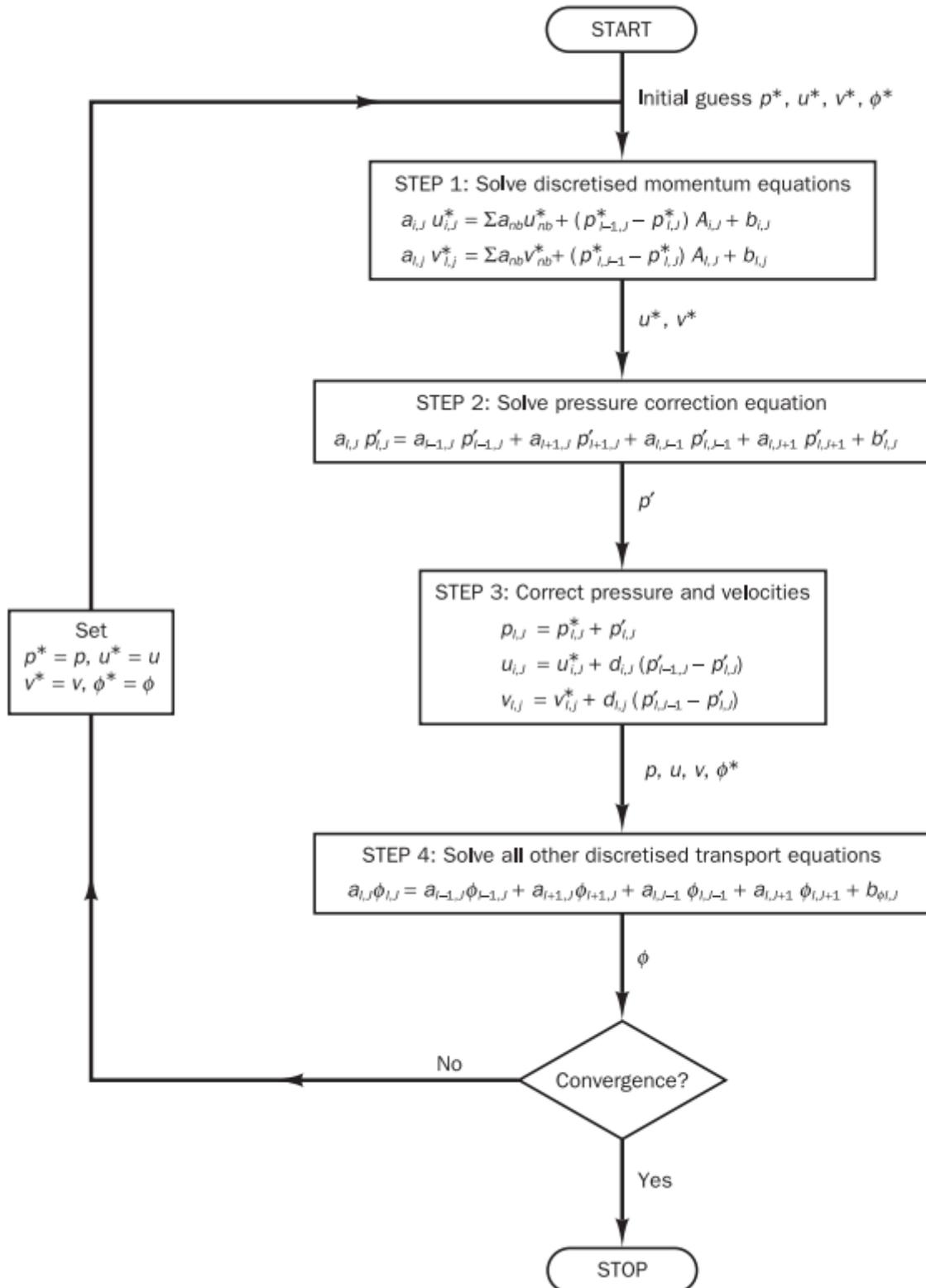
O método dos volumes finitos começa, como sempre, com a discretização do domínio para solucionar as equações de transporte relevantes. Primeiro devemos decidir onde calcular as velocidades. Parece lógico definir este local como sendo o mesmo local onde as variáveis escalares, e.g., pressão e temperatura são. Entretanto, se as velocidades e pressões são definidas nos nós de um volume de controle comum, um campo de pressão altamente não uniforme pode agir como um campo uniforme nas equações da quantidade de movimento dis-

cretizadas. Uma solução para este problema é usar uma grade escalonada (*staggered grid*) para os componentes de velocidade (Harlow e Welch, 1965). A ideia é avaliar variáveis escalares, como pressão, densidade, temperatura etc, em pontos nodais comuns mas para calcular os componentes de velocidade em grades escalonadas centradas em torno das faces das células.

Ambos os problemas associados com as não linearidades nas equações que descrevem o processo e o acoplamento de pressão-velocidade podem ser resolvidos com a adoção de um processo iterativo de solução como o algoritmo SIMPLE de Patankar e Spalding (1983). O acrônimo SIMPLE advém do inglês Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations, tradução livre, método semi-implícito para equações de pressão lincadas . Neste algoritmo, os fluxos convectivos por unidade de massa através das faces são avaliadas a partir dos chamados componentes de velocidade estimada. Além disso, um campo de pressão estimado é usado para resolver as equações da quantidade do movimento, e uma equação de correção de pressão, deduzida da equação de continuidade, é resolvido para obter um campo de correção de pressão, que por sua vez é usado para atualizar os campos de velocidade e pressão. Para iniciar o processo de iteração, usamos suposições para os campos de velocidade e pressão. Conforme o algoritmo prossegue, nossa objetivo deve ser o de melhorar progressivamente esses campos adivinhados. O processo é iterado até a convergência dos campos de velocidade e pressão. Na Figura 7 é apresentado o algoritmo do método SIMPLE em formato de fluxograma.

Devido a utilização de malhas deslocadas entre si para calcular os campos de velocidades e os campos escalares surge a necessidade de realizar a interpolação das variáveis durante os processos iterativos. Conforme a metodologia seguida por Souza (2014) neste trabalho utiliza-se os método de segunda ordem QUICK (Leonard, 1979) para interpolar as componentes de velocidade e temperatura. O método usa um quadrático ponderado, para um fluxo a montante, de três pontos interpolados para os valores das faces da célula. O valor de face de φ é obtido a partir de um função quadrática passando por dois nós de suporte (em cada lado do face) e um nó no lado a montante. Para o campo escalar de pressão o PRESTO (PATANKAR; SPALDING, 1983).

Figura 7 – Algoritmo SIMPLE.



Fonte: Versteeg e Malalasekera (2007).

5 RESULTADOS DE VERIFICAÇÃO

Neste capítulo são apresentados os dados comparativos entre os resultados obtidos neste trabalho com trabalhos de referência apresentados no capítulo da revisão bibliográfica. Os resultados são caracterizados através do monitoramento das isothermas, linhas de corrente e número de Nusselt médio.

As soluções são consideradas convergidas para o caso em que os resíduos entre as iterações $n-1$ e n , para as equações governantes, são menores do que 10^{-6} .

A verificação dos resultados é realizada através do cálculo do erro percentual relativo entre os resultados obtidos através da literatura e os resultados obtidos neste trabalho, sendo o seu cálculo dado pela expressão abaixo:

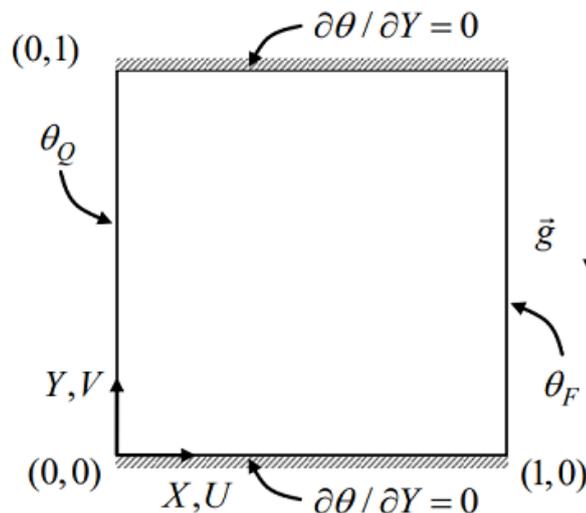
$$ER = \left| \frac{\Theta_{lit} - \Theta_{cal}}{\Theta_{lit}} \right| 100\% \quad (47)$$

O símbolo Θ_{lit} representa os valores de referência encontrados na literatura e o símbolo Θ_{cal} representa os valores calculados neste trabalho. Neste trabalho erros percentuais relativos menores do que 3% são consideráveis aceitáveis.

5.1 Caverna limpa aquecida lateralmente

O problema de convecção natural em uma caverna aquecida lateralmente é tido como um problema clássico da literatura. Os resultados obtidos pelos modelos numéricos para tal problema são usados como validação para as soluções numéricas desenvolvidas para diversos trabalhos tais como Davis (1983), House, Beckermann e Smith (1990), Merrikh e Lage (2005), Loyola (2012), Lima (2013) e Souza (2014).

Figura 8 – Caverna limpa e condições de contorno.



Fonte: Autoria própria (2022).

A Figura 8 apresenta o domínio do problema e suas condições de contorno adimensionais. A cavidade é descrita como um quadrado com medidas unitárias com sistema de coordenadas com origem no canto esquerdo do quadrado. As paredes laterais são mantidas em temperaturas constantes adimensionais θ_Q e θ_F respectivamente, paredes cujo trocas térmicas induzem o movimento do fluido, e paredes superior e inferior adiabáticas.

Na Tabela 2 são apresentados resultados obtidos com o modelo contínuo baseado no número e Nusselt médio, para uma cavidade preenchida com um fluido transparentes, dados apresentados para $Pr=0,71$.

Tabela 2 – Número de Nusselt Médio Parede Aquecida

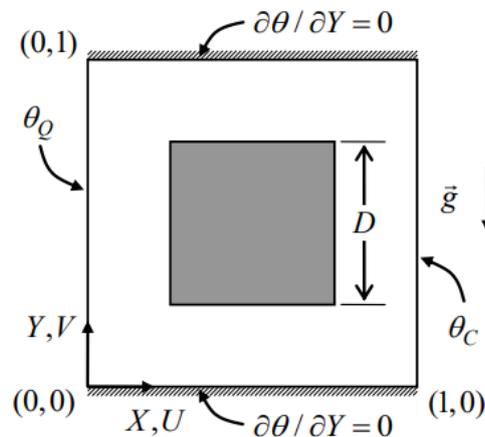
Ra	Davis (1983)	House, Beckermann e Smith (1990)	Merrickh e Lage (2005)	Presente	ER %
10^4	2,243	2,254	2,244	2,246	0,35
10^5	4,519	4,561	4,536	4,458	2,26
10^6	8,800	8,923	8,860	8,770	1,71
10^7	-	-	16,625	16,157	2,82
10^8	-	-	31,200	30,549	2,09

Fonte: Autoria própria (2022).

5.2 Cavidade homogênea aquecida lateralmente

O segundo problema de verificação abordado neste trabalho é semelhante ao problema anterior possuindo mesma geometria e condições de contorno adimensionais, conforme mostrado na Figura 9. Para este problema introduz-se agora na geometria um único bloco quadrado sólido posicionado ao centro da cavidade.

Figura 9 – Cavidade preenchida e condições de contorno.



Fonte: Autoria própria (2022).

Estas configurações são as mesmas do problema estudado por House, Beckermann e Smith (1990) e usado como validação por Merrikh e Lage (2005) e Loyola (2012).

Na Tabela 3 são mostrados os resultados do Nu_{med} obtidos para o problema de verificação comparados com os resultados de referência. As simulações foram realizadas para a malha com 320x320 volumes de controle.

Tabela 3 – Número de Nusselt Médio ao Longo da Parede Aquecida Cavidade Prenchida com Bloco Sólido

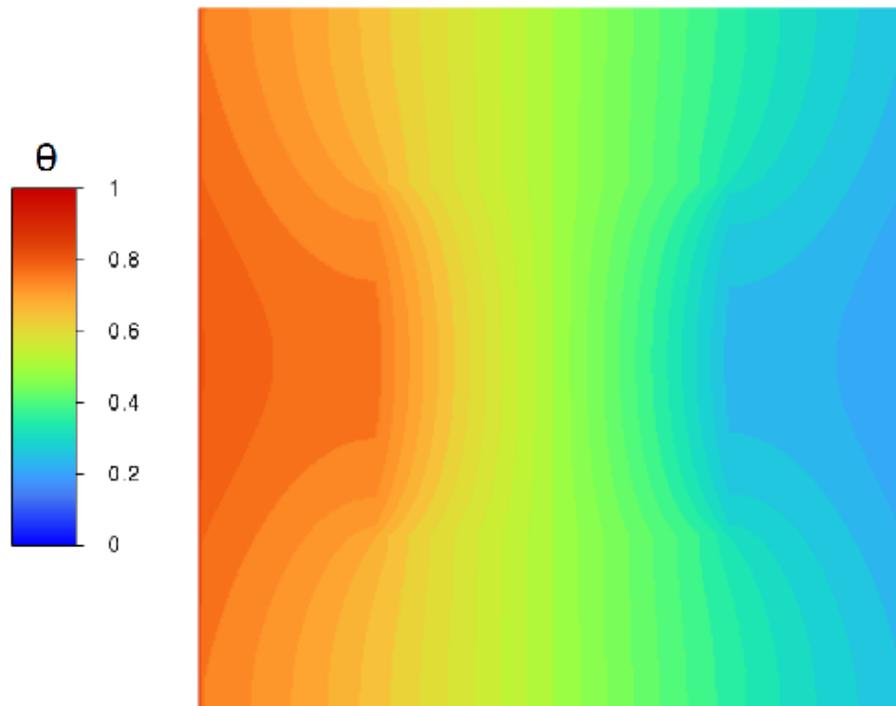
Ra	D	κ	House, Beckermann e Smith (1990)	Merrikh e Lage (2005)	Presente	ER %
10^5	0,5	0,2	4,624	4,605	4,638	0,72
10^5	0,5	5,0	4,324	4,280	4,323	0,99

Fonte: Autorial própria (2022).

Os valores de ER apresentados na Tabela 5 abaixo de 1% corroboram para a conclusão de que a modelagem e solução numérica realizadas pelo DFC é válida.

Nas Figura 10 e Figura 11 são apresentados os perfis de temperatura adimensional para os casos com o seguinte conjunto de parametros $Ra = 10^5$, $D = 0,45$, $N = 1$, $\kappa = 0,2$ e $\kappa = 5,0$.

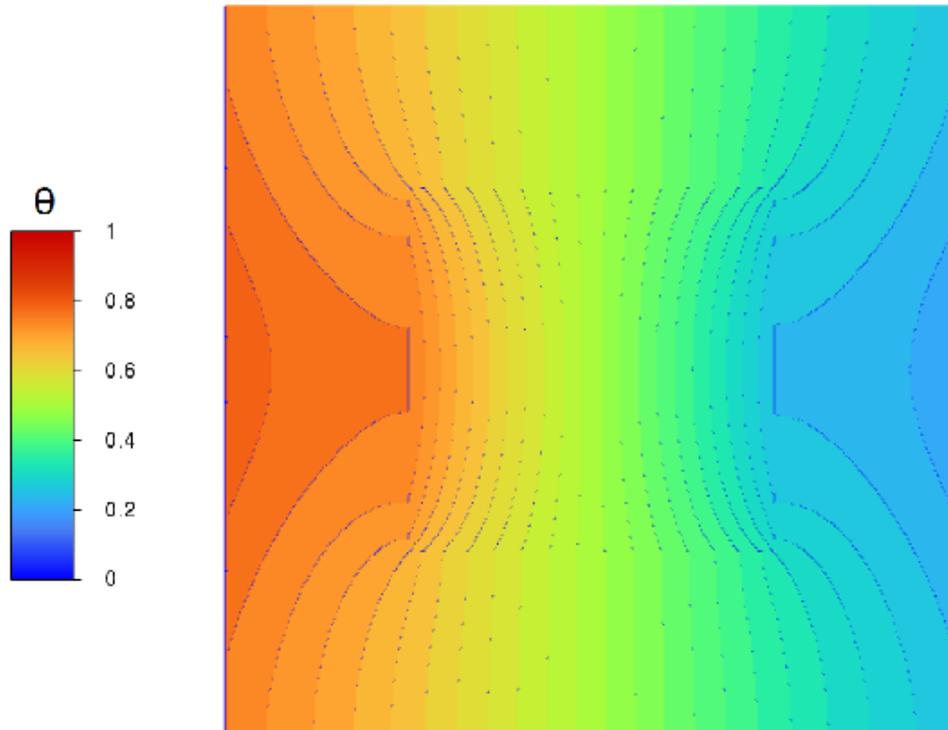
Figura 10 – Temperatura adimensional para $Ra = 10^5$; $D = 0,5$; $\kappa = 0,2$.



Fonte: Autorial própria (2022).

Conforme mostrado na Figura 10 as isothermas apresentam valores maiores quando se aproximam da parede aquecida, conforme se esperava dos resultados.

Figura 11 – Temperatura adimensional para $Ra = 10^5$; $D = 0,5$; $\kappa = 5,0$.



Fonte: A autoria própria (2022).

Na Figura 11 as isothermas continuam apresentando padrões de isothermas parecido com os apresentados na Figura 10. Pode se observar que o padrão de isothermas no bloco sólido possui mais variação, pois para este caso o coeficiente de condutividade térmica do sólido é maior do que a do fluido.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção será investigada a convecção natural na cavidade aberta heterogênea. O efeito da variação dos parâmetros adimensionais número de Rayleigh, razão de condutividade térmica sólido-fluido e número de blocos serão avaliados qualitativamente pela observação das linhas de corrente e isotermas obtidas para cada caso, e quantitativamente pela comparação dos valores de número de Nusselt e vazão volumétrica adimensional na entrada da cavidade. Os casos estudados neste trabalho estão descritos na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros das simulações abordados neste estudo

Parâmetro do Problema	Faixa de estudo
Ra	$10^5, 10^6, 10^7$
Pr	0,71
κ	0,1 ; 1,0; 10,0
D	0,45

Fonte: Autoria própria (2022).

6.1 Teste de convergência de malha

Ao todo seriam necessários 9 estudos para determinar as malhas com melhor convergência para cada uma das combinações de parâmetros apresentados neste estudo, tornando a execução do mesmo moroso e lento. Conforme Souza (2014) adotou-se um caso tido como extremo computacionalmente para determinar a malha com melhor convergência em função do número de volumes de controle no interior da cavidade. O caso usado para a determinação da malha com melhor refinamento possui os seguintes parâmetros $Ra = 10^7$, $\kappa = 10,0$, $D = 0,45$ e $N = 4$.

Tabela 5 – Teste de malha para o caso $Ra = 10^7$, $\kappa = 10,0$, $D = 0,45$ e $N = 4$

Número de Volumes de Controle na cavidade	Nu_{med}	DR
600	0,0815	-
1.200	0,0475	71,43
2.400	0,0412	15,35
4.800	0,0390	5,71
9.600	0,0381	2,29
19.200	0,0375	1,59
38.400	0,0371	1,28

Fonte: Autoria própria (2022).

Na Tabela 5 são apresentados os resultados obtidos para o caso descrito acima. Na terceira coluna da Tabela 5 são apresentados os dados referentes a diferença relativa entre os

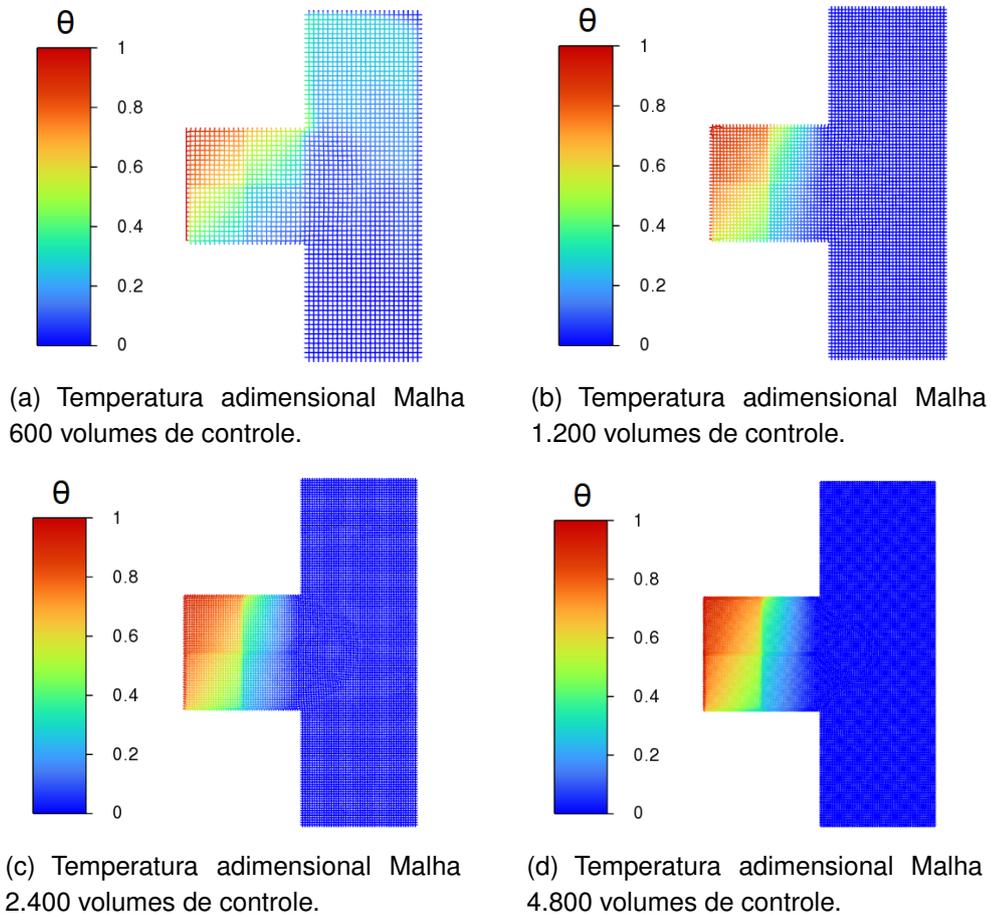
Nu_{med}^{n-1} e Nu_{med}^n , sendo o subscrito $n-1$ referente a simulação que possui menor refinamento de malha, ou seja, possua menos volumes de controle para a simulação numérica.

$$DR = \left| \frac{Nu_{med}^{n-1} - Nu_{med}^n}{Nu_{med}^n} \right| 100\% \quad (48)$$

Neste trabalho deseja-se uma boa precisão para gerar soluções com acurácia e boa precisão para que tais possam ser usadas como referência para trabalhos futuros. Sabendo que as outras malhas serão obtidas a partir deste refinamento, escolheu-se aquela com 19.200 elementos dentro da cavidade, a qual possui todos os diferença relativa menor que 3% com um menor demanda de capacidade computacional comparada a malha com 38.400 volumes de controle.

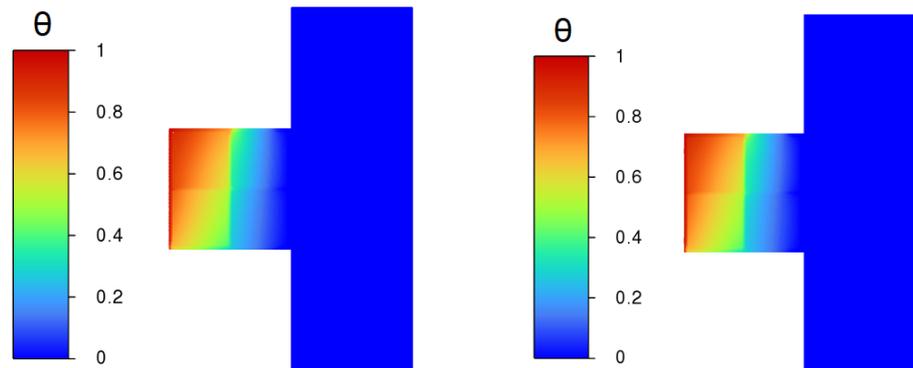
Nas Figura 12 e Figura 13 são apresentados as imagens com os perfis de temperatura adimensionais referentes as malhas estudadas para o refinamento. Da mesma forma que os valores para o Nu_{med} apresentados na Tabela 5 para as três últimas malhas apresentam variações abaixo de 3% entre elas, os perfis de temperatura adimensional Figura 13 (a), (b), (c) também apresentam variações quase imperceptíveis entre si.

Figura 12 – Temperatura adimensional para $Ra = 10^7$, $\kappa = 10,0$, $D = 0,45$ e $N = 4$



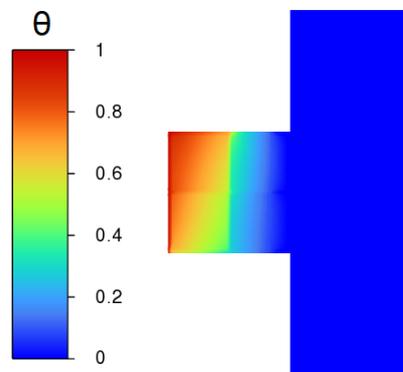
Fonte: Autoria própria (2022).

Figura 13 – Temperatura adimensional para $Ra = 10^7$, $\kappa = 10,0$, $D = 0,45$ e $N = 4$



(a) Temperatura adimensional Malha 9.600 volumes de controle.

(b) Temperatura adimensional Malha 19.200 volumes de controle.



(c) Temperatura adimensional Malha 38.400 volumes de controle.

Fonte: Autoria própria (2022).

Na medida que o número de volumes de controle na região da cavidade foi aumentado, observou-se um aumento no tempo de cálculo entre as iterações, bem como mais tempo para que a solução convergisse para valores residuais abaixo de 10^{-6} .

Conforme discutido e apresentado na secção 4.1.1 para se determinar os valores de cada variável de transporte, em uma simulação numérica, para cada volume de controle são necessários cálculos ponderados entre os valores dos volumes de controle em sua vizinhança. A cada iteração todas as variáveis são calculadas para todos os volumes de controle sendo está a causa do aumento do tempo entre a execução das iterações $n-1$ e n .

6.2 Resultados

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos para as simulações numéricas referentes aos casos dispostos na Tabela 4, com as seguintes configurações:

- Malha com refinamento de 19.200 volumes de controle no interior da cavidade;
- Algoritmo *SIMPLE* para acoplamento de Pressão-Velocidade;
- Método de segunda ordem *QUICK* para interpolação de velocidade e temperatura;
- Método de interpolação *PRESTO* para o campo escalar de pressão;
- Resíduos entre iterações menores que 10^{-6} .

Na Tabela 6 são apresentados o Nu_{med} ao Longo da Parede Aquecida para $Ra = 10^7$, $D = 0,45$, $N = 4$ e para as diferentes razões entre a condutividade térmica do fluido e do sólido: $\kappa = 10,0$; $\kappa = 1,0$; $\kappa = 0,1$.

Tabela 6 – Nu_{med} ao Longo da Parede Aquecida: $Ra = 10^7$, $D = 0,45$ e $N = 4$

κ	Nu_{med}
10,0	0,0375
1,0	0,0095
0,1	0,0049

Fonte: Autoria própria (2022).

Na medida que a razão entre a condutividade térmica do fluido e do sólido é diminuída o Nu_{med} ao longo da parede aquecida também diminui.

Na Tabela 7 são apresentados o Nu_{med} ao longo da parede aquecida: $Ra = 10^6$, $D = 0,45$ e $N = 4$ para as diferentes razões de condutividade térmica do fluido e sólido: $\kappa = 10,0$; $\kappa = 1,0$; $\kappa = 0,1$.

Tabela 7 – Nu_{med} ao Longo da Parede Aquecida: $Ra = 10^6$, $D = 0,45$ e $N = 4$

κ	Nu_{med}
10,0	0,0033
1,0	0,0006
0,1	0,0002

Fonte: Autoria própria (2022).

De maneira semelhante ao que ocorreu na simulação cujo o $Ra = 10^7$ o Nu_{med} ao longo da parede aquecida também diminuiu com a diminuição da razão de condutividade térmica entre sólido e fluido, mas neste caso os valores de Nu_{med} apresentaram ordem de grandeza menores.

Na Tabela 8 são apresentados o Nu_{med} ao longo da parede aquecida: $Ra = 10^5$, $D = 0,45$ e $N = 4$ para as diferentes razões de condutividade térmica do fluido e sólido: $\kappa = 10,0$; $\kappa = 1,0$; $\kappa = 0,1$.

Tabela 8 – Nu_{med} ao Longo da Parede Aquecida: $Ra = 10^5$, $D = 0,45$ e $N = 4$

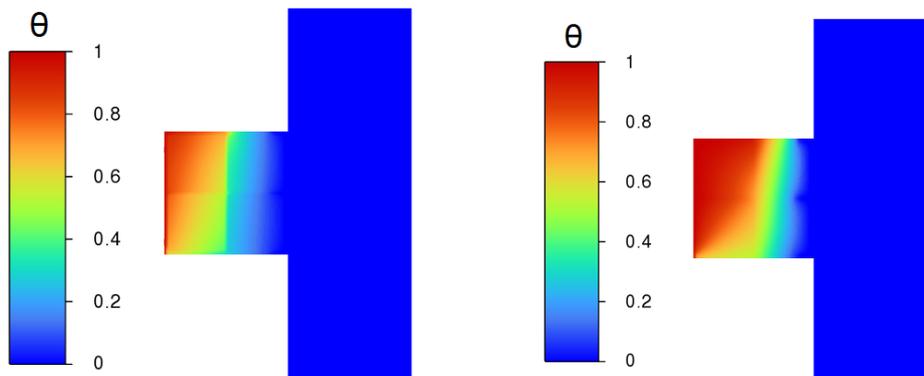
κ	Nu_{med}
10,0	$3,24 \cdot 10^{-4}$
1,0	$5,92 \cdot 10^{-5}$
0,1	$1,26 \cdot 10^{-5}$

Fonte: Autoria própria (2022).

De maneira semelhante ao que ocorreu nas simulações com $Ra = 10^7$ e $Ra = 10^6$ o Nu_{med} ao longo da parede aquecida também diminuiu com a diminuição da razão de condutividade térmica entre sólido e fluido, este caso apresentou os resultados com menor ordem grandeza entre as simulações.

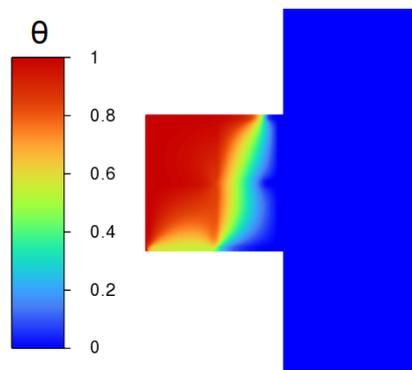
Na Figura 14 são apresentados os perfis de temperatura adimensional para os casos com o seguinte conjunto de parametros $Ra = 10^7$, $D = 0,45$ e $N = 4$ e $\kappa = 10,0$; $\kappa = 1,0$; $\kappa = 0,1$.

Figura 14 – Temperatura adimensional para os casos $Ra = 10^7$, $D = 0,45$ e $N = 4$



(a) Temperatura adimensional $\kappa = 10,0$.

(b) Temperatura adimensional $\kappa = 1,0$.



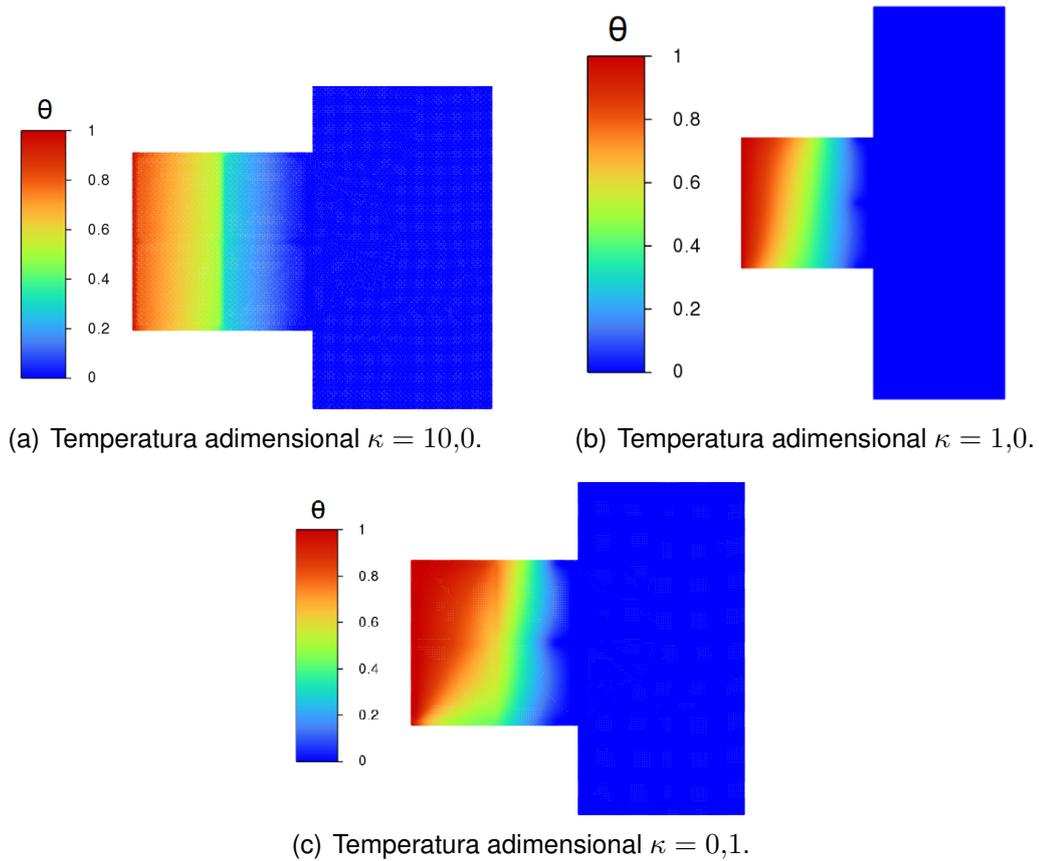
(c) Temperatura adimensional $\kappa = 0,1$.

Fonte: Autoria própria (2022).

Na Figura 14 pode se observar que com a diminuição da razão de condutividade térmica entre sólido e fluido, maior é a difusão do calor transferido pela parede vertical aquecida através da convecção.

Na Figura 15 são apresentados os perfis de temperatura adimensional para os casos com o seguinte conjunto de parâmetros $Ra = 10^6$, $D = 0,45$ e $N = 4$ e $\kappa = 10,0$; $\kappa = 1,0$; $\kappa = 0,1$.

Figura 15 – Temperatura adimensional para o caso $Ra = 10^6$, $D = 0,45$ e $N = 4$

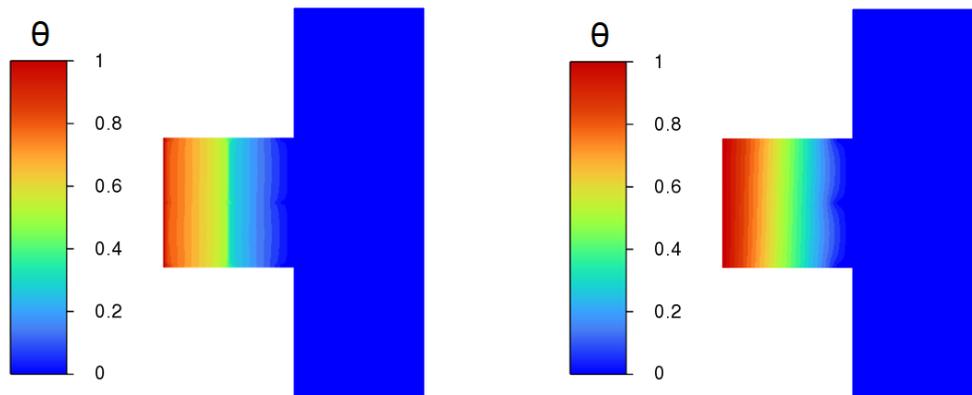


Fonte: Autoria própria (2022).

De maneira semelhante ao que ocorreu com o caso de $Ra = 10^7$, pode se observar que com a diminuição da razão de condutividade térmica entre sólido e fluido, maior é a difusão do calor transferido pela parede vertical aquecida através da convecção.

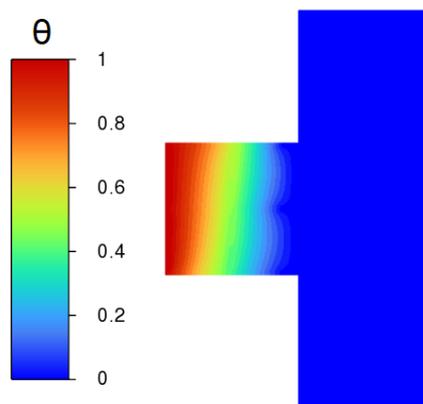
Na Figura 16 são apresentados os perfis de temperatura adimensional para os casos com o seguinte conjunto de parâmetros $Ra = 10^5$, $D = 0,45$ e $N = 4$ e $\kappa = 10,0$; $\kappa = 1,0$; $\kappa = 0,1$.

Figura 16 – Temperatura adimensional para o caso $Ra = 10^5$, $D = 0,45$ e $N = 4$



(a) Temperatura adimensional $\kappa = 10,0$.

(b) Temperatura adimensional $\kappa = 1,0$.



(c) Temperatura adimensional $\kappa = 0,1$.

Fonte: Autoria própria (2022).

7 CONCLUSÃO

Meios porosos reais apresentam elevada complexidade geométrica, razão pela qual se faz necessário o desenvolvimento de modelos capazes de representar estes meios. Neste trabalho apresentou-se soluções numéricas para a transferência de calor por meio de convecção natural em uma cavidade aberta aquecida lateralmente contendo quatro blocos sólidos em seu interior por meio da representação heterogênea do meio poroso, ou seja, aquele que descreve duas fases em seu domínio, uma sólida e outra fluida. As principais hipóteses simplificadoras da convecção natural foram o uso de propriedades constantes para o fluido e a modelagem do termo de empuxo pela aproximação de Boussinesq-Oberbeck.

Foi realizada a variação de propriedades termo-hidráulicas da cavidade como número de Rayleigh, razão de condutividade térmica. Para o estudo do efeito da variação de parâmetros, foram analisados o número de Nusselt médio e isothermas do escoamento, além de outras propriedades para casos de verificação.

Para os casos analisados, o aumento do número de Rayleigh levou a uma intensificação do processo de transferência de calor pois aumenta a intensidade de recirculação do fluido e, conseqüentemente, a troca de calor por convecção.

Como sugestões de trabalhos futuros pode-se citar a investigação de convecção natural em meios porosos representados por diferentes geometrias de blocos sólidos, com variação de fator de porosidade da cavidade, bem como a avaliação do modelo sob a representação de meios homogêneos e bi-dispersos.

REFERÊNCIAS

- AHMADI, M. Natural convective heat transfer in a porous medium within a two dimensional enclosure. **IJUM Engineering Journal**, KULLIYAH ENGINEERING INT ISLAMIC UNIV MALAYSIA, JALAN GOMBAK, 53100, MALAYSIA, v. 18, n. 2, p. 196–211, 2017.
- AL-AMIRI, A. M. Natural convection in porous enclosures: the application of the two-energy equation model. **Numerical Heat Transfer: Part A: Applications**, Taylor & Francis, v. 41, n. 8, p. 817–834, 2002.
- ALEXANDRE, K. F. **Simulação numérica da convecção natural em cavidades porosas aquecidas lateralmente utilizando o método lattice boltzmann**. 2015. Dissertação (B.S. thesis) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2015.
- BAGCHI, A.; KULACKI, F. Natural convection in fluid–superposed porous layers heated locally from below. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 54, n. 15-16, p. 3672–3682, 2011.
- BEJAN, A. Fundamentals of exergy analysis, entropy generation minimization, and the generation of flow architecture. **International Journal of Energy Research**, Wiley, v. 26, n. 7, p. 0–43, 2002.
- BEJAN, A. **Convection heat transfer**. [S.l.]: John wiley & sons, 2013.
- BEJAN, A.; KRAUS, A. D. **Heat transfer handbook**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2003. v. 1.
- BEJAN, A.; LAGE, J. The prandtl number effect on the transition in natural convection along a vertical surface. **Journal of heat transfer**, American Society of Mechanical Engineers, v. 112, n. 3, p. 787–790, 1990.
- BÉNARD, H. Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide.-méthodes optiques d’observation et d’enregistrement. **Journal de Physique Théorique et Appliquée**, Société Française de Physique, v. 10, n. 1, p. 254–266, 1901.
- BERGMAN, T. *et al.* **Fundamentals of heat and mass transfer, 2011**. [S.l.: s.n.], 2015. v. 13. 978–0470 p.
- BHAVE, P.; NARASIMHAN, A.; REES, D. Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: optimal block size and prandtl number effect. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 49, n. 21-22, p. 3807–3818, 2006.
- BRAGA, E. J.; LEMOS, M. J. D. Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 48, n. 23-24, p. 4748–4765, 2005.
- BRAGA, E. J.; LEMOS, M. J. de. Laminar natural convection in cavities filled with circular and square rods. **International communications in heat and mass transfer**, Elsevier, v. 32, n. 10, p. 1289–1297, 2005.
- CENGEL, Y. **Heat and mass transfer: fundamentals and applications**. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 2014.
- CHAN, Y.; TIEN, C. A numerical study of two-dimensional laminar natural convection in shallow open cavities. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 28, n. 3, p. 603–612, 1985.

- CHAN, Y.; TIEN, C. A numerical study of two-dimensional natural convection in square open cavities. **Numerical Heat Transfer**, Taylor & Francis, v. 8, n. 1, p. 65–80, 1985.
- CHEN, X. *et al.* Natural convection in a cavity filled with porous layers on the top and bottom walls. **Transport in porous media**, Springer, v. 78, n. 2, p. 259–276, 2009.
- CHENG, C.-Y. Soret and dufour effects on heat and mass transfer by natural convection from a vertical truncated cone in a fluid-saturated porous medium with variable wall temperature and concentration. **International Communications in Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 37, n. 8, p. 1031–1035, 2010.
- CORCIONE, M. Effects of the thermal boundary conditions at the sidewalls upon natural convection in rectangular enclosures heated from below and cooled from above. **International Journal of Thermal Sciences**, Elsevier, v. 42, n. 2, p. 199–208, 2003.
- DAVIS, G. de V. Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution. **International Journal for numerical methods in fluids**, Wiley Online Library, v. 3, n. 3, p. 249–264, 1983.
- FOX, R. W. *et al.* Mecânica dos fluidos. **Livros Técnicos e Científicos**, 2006.
- GHAZIANI, N. O.; HASSANIPOUR, F. Convective heat transfer of Al_2O_3 nanofluids in porous media. **Journal of Heat Transfer**, American Society of Mechanical Engineers, v. 139, n. 3, p. 032601, 2017.
- GONZALEZ, M. M.; PALAFOX, J. H.; ESTRADA, C. A. Numerical study of heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in an open cavity receiver. **Solar energy**, Elsevier, v. 86, n. 4, p. 1118–1128, 2012.
- HOLST, P.; AZIZ, K. Transient three-dimensional natural convection in confined porous media. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 15, n. 1, p. 73–90, 1972.
- HOUSE, J. M.; BECKERMANN, C.; SMITH, T. F. Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure. **Numerical Heat Transfer**, Taylor & Francis, v. 18, n. 2, p. 213–225, 1990.
- INGHAM, D. B.; POP, I. **Transport phenomena in porous media III**. [S./]: Elsevier, 2005. v. 3.
- LIMA, G. H. d. **Simulação numérica da convecção natural em cavidade porosa bi-dispersa aquecida por baixo**. 2013. Dissertação (B.S. thesis) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2013.
- LOYOLA, L. T. **Investigação numérica da convecção natural em cavidades abertas heterogêneas**. 2012. Dissertação (B.S. thesis) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2012.
- MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L. Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 48, n. 7, p. 1361–1372, 2005.
- MILANI, E. *et al.* Petróleo na margem continental brasileira: geologia, exploração, resultados e perspectivas. **Brazilian Journal of Geophysics**, SciELO Brasil, v. 18, n. 3, p. 351–396, 2000.
- NIELD, D. A.; BEJAN, A. *et al.* **Convection in porous media**. [S./]: Springer, 2006. v. 3.
- NITHIARASU, P.; SEETHARAMU, K.; SUNDARARAJAN, T. Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, Elsevier, v. 40, n. 16, p. 3955–3967, 1997.

- PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. Elsevier, p. 54–73, 1983.
- PENOT, F. Numerical calculation of two-dimensional natural convection in isothermal open cavities. **Numerical Heat Transfer, Part A Applications**, Taylor & Francis, v. 5, n. 4, p. 421–437, 1982.
- PHOTOS, D. **Porous sandstone structure**. 2011. Disponível em: <http://https://br.depositphotos.com/7949794/stock-photo-porous-sandstone-structure.html>. Acesso em: 8 de maio de 2018.
- POLETTI, V. *et al.* Simulação numérica do escoamento em meio poroso heterogêneo em estrutura periódica de cilindros com porosidade anisotrópica.
- QUERE, P. L.; HUMPHREY, J. A.; SHERMAN, F. S. Numerical calculation of thermally driven two-dimensional unsteady laminar flow in cavities of rectangular cross section. **Numerical Heat Transfer**, Taylor & Francis, v. 4, n. 3, p. 249–283, 1981.
- RAHMAN, M. Combined effects of internal heat generation and higher order chemical reaction on the non-darcian forced convective flow of a viscous incompressible fluid with variable viscosity and thermal conductivity over a stretching surface embedded in a porous medium. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, Wiley Online Library, v. 90, n. 6, p. 1632–1645, 2012.
- RAJU, M.; VARMA, S. V. K.; ANANDAREDDY, N. Radiation and mass transfer effects on a free convection flow through a porous medium bounded by a vertical surface. **i-Manager's Journal on Future Engineering and Technology**, iManager Publications, v. 7, n. 2, p. 7, 2011.
- RAYLEIGH, L. Lix. on convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side. **The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science**, Taylor & Francis, v. 32, n. 192, p. 529–546, 1916.
- SOUZA, A. L. d. **Convecção natural e radiação em cavidade aberta preenchida com meio poroso heterogêneo**. 2014. Dissertação (B.S. thesis) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014.
- TATSUO, N. *et al.* Numerical analysis of natural convection in a rectangular enclosure horizontally divided into fluid and porous regions. **International journal of heat and mass transfer**, Elsevier, v. 29, n. 6, p. 889–898, 1986.
- TAUNTON, J.; LIGHTFOOT, E. Free convection heat or mass transfer in porous media. **Chemical Engineering Science**, Elsevier, v. 25, n. 12, p. 1939–1945, 1970.
- THOMAS, J. E. **Fundamentos de engenharia de petróleo**. [S.l.]: Interciência, 2001.
- VAFAI, K. Preface: Porous media and its applications in science, engineering, and industry. *In: .* [S.l.]: AIP, 2012.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method**. [S.l.]: Pearson education, 2007.
- ZHAO, C. **Review on thermal transport in high porosity cellular metal foams with open cells**. [S.l.]: Elsevier, 2012. v. 55. 3618–3632 p.