UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

VYNYCIUS LUIZ MARRA RIBAS

ESTUDO E ANÁLISE DE UM CONVERSOR CC-CC DE ELEVADO GANHO BASEADO NA TOPOLOGIA BOOST EMPREGANDO INDUTOR ACOPLADO

PONTA GROSSA

VYNYCIUS LUIZ MARRA RIBAS

ESTUDO E ANÁLISE DE UM CONVERSOR CC-CC DE ELEVADO GANHO BASEADO NA TOPOLOGIA BOOST EMPREGANDO INDUTOR ACOPLADO

Steady state analysis of a self-clamped and high step-up DC-DC boost-based converter with coupled inductors

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica, do Departamento Acadêmico de Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. Claudinor Bitencourt Nascimento

PONTA GROSSA

2022



4.0 Internacional

Esta licença permite download e compartilhamento do trabalho desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es), sem a possibilidade de alterá-lo ou utilizá-lo para fins comerciais. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

VYNYCIUS LUIZ MARRA RIBAS

ESTUDO E ANÁLISE DE UM CONVERSOR CC-CC DE ELEVADO GANHO BASEADO NA TOPOLOGIA BOOST EMPREGANDO INDUTOR ACOPLADO

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 28/junho/2022

Claudinor Bitencourt Nascimento Doutorado Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Eloi Agostini Junior Doutorado Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Zito Palhano Da Fonseca Doutorado/Mestrado Universidade Estadual de Ponta Grossa

PONTA GROSSA

2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, Marina Marra, à minha irmã, Rhayssa Marra, ao meu padrasto, Marcos Gabriel e aos nossos estimados pet's Dynno Marra e Pedrytta Amora Marra. Este trabalho não teria sido finalizado sem a presença deles na minha trajetória.

Agradeço aos meus amigos e pessoas próximas pelas palavras de incentivo e pelos momentos de descontração. Agradeço também ao meu orientador, professor doutor Claudinor Bitencourt Nascimento, pela paciência, disposição e pelo lançamento do desafio do tema.

Obrigado!

RESUMO

MARRA, Vynycius. **Steady state analysis of a self-clamped and high stepup DC-DC boost base converter with coupled inductors.** 2022. 87 f. Trabalho de Conclusão de Curso Bacharelado em Engenharia Elétrica- Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2022.

A energia solar é uma das matrizes energéticas renováveis com maior projeção de crescimento futuro. Entre suas vantagens está o fato de a luz solar ser abundante em grande parte do planeta ao longo de todo o ano e os equipamentos para seu processamento possuírem baixos custos de manutenção, já que não possuem partes móveis. Aliando esse contexto às preocupações ambientais no setor de processamento de energia, à crescente demanda energética global e ao limite das reservas de combustíveis fósseis, o estudo na área de energia solar deve ser encorajado. Esse trabalho propõe uma nova topologia de conversor estático CC-CC para utilização em aplicações nesse setor. O conversor proposto apresenta características de auto grampeamento da tensão nos semicondutores, elevado ganho estático e aproveitamento da energia vinda da dispersão dos seus indutores acoplados. O trabalho consiste na análise estática em malha aberta das cinco etapas de operação e a proposta de um modelo matemático simplificado para descrever o seu comportamento e uma metodologia de projeto. O modelo matemático é validado ao ser comparado com a simulação do conversor, tornando-se base para estudos dinâmicos e comprovando a validade da topologia para aplicações no setor de energia fotovoltaica.

Palavras-chave: Conversor CC-CC de alto ganho, conversor auto grampeado, indutores acoplados, análise estática.

ABSTRACT

MARRA, Vynycius. Steady state analysis of a self-clamped and high stepup DC-DC boost base converter with coupled inductors. 2022. 87 f. Trabalho de Conclusão de Curso Bacharelado em Engenharia Elétrica- Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2022.

Solar energy is one of the highest projection growth renewable energy matrixes. Among its advantages, there is the fact that sunlight is abundant in much of the planet during the whole year and the equipment for its use has low maintenance costs, since they have no moving parts. Combining this context with environmental concerns in the power generation sector, the growing global energy demand and the limitation of fossil fuel reserves, the study of solar energy should be encouraged. This work proposes a new DC-DC converter topology for use in applications in this sector. The proposed converter presents characteristics of self-clamping of the voltage in the semiconductors, high static gain and use of the energy from the dispersion of its coupled inductors. The paper consists of an open loop static analysis of the five stages of operation, the proposal of a simplified mathematical model to describe its behavior and a design methodology. The mathematical model is validated when compared to the converter simulation, becoming the basis for dynamic behaviour studies and proving the topology's validity for applications in the photovoltaic energy sector.

Keywords: High step-up DC-DC Converter, self-clamped converter, coupled inductors, steady state analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Layout de conexão de um sistema de energia fotovoltaico com a rede
elétrica17
Figura 2 - Conversor Boost21
Figura 3 - Etapas de operação conversor <i>boost</i> : (a) Etapa ON (b) Etapa OFF21
Figura 4 Ganho estático do conversor boost ideal e não ideal
Figura 5 - Conversor SEPIC23
Figura 6 - Conversor Flyback25
Figura 7 - Conversor Boost Flyback27
Figura 8 - Conversor Flyback Buck-boost28
Figura 9 - Conversor Flyback SEPIC28
Figura 10 - Conversor de alto ganho SEPIC isolado29
Figura 11 - Conversor de alto ganho e auto grampeado proposto por Hass29
Figura 12 - Etapas de operação do conversor proposto por Hass: (a) 1ª etapa, (b) 2ª
etapa, (c) 3ª etapa e (d) 4ª etapa30
Figura 13 - Conversor de alto ganho e auto grampeado estudado
Figura 14 - Conversor adaptado para análise31
Figura 15 - Formas de onda das indutâncias do conversor estudado
Figura 16 - Formas de onda dos semicondutores do conversor estudado35
Figura 17 - Estado topológico da primeira etapa de operação do conversor estudado
Figura 18 - Estado topológico da segunda etapa de operação do circuito estudado 37
Figura 19 - Estado topológico da terceira etapa de operação do conversor estudado
Figura 20 - Estado topológico da quarta etapa de operação do conversor estudado41
Figura 21 – Estado topológico da quinta etapa de operação do conversor estudado
Figura 22 - Circuito simplificado - sem indutância de dispersão
Figura 23 - Formas de onda da indutância magnetizante e da corrente de entrada do
conversor estudado53
Figura 24 - Formas de onda dos semicondutores do circuito simplificado54
Figura 25 - Circuito de Correntes Médias do conversor estudado58
Figura 26 - Ganhos do circuito simulado72

Figura 27 - Ganhos do modelo matemático simplificado	72
Figura 28 - Variação do erro % no ganho de saída	74
Figura 29 - Corrente média de entrada teórica vs simulada	74
Figura 30 - Ganho do modelo matemático simplificado variando-se n e a ra	zão cíclica
	75
Figura 31 – Forma de onda da tensão de saída	78
Figura 32- Forma de onda da corrente de saída	78
Figura 33 – Forma de onda da corrente de entrada	79
Figura 34 - Corrente da indutância magnetizante	80
Figura 35 - Tensão na indutância de dispersão	80
Figura 36 - Tensão sobre indutância de dispersão durante quinta etapa de	e operação
	81
Figura 37 - Forma de onda da tensão sobre o indutor magnetizante	81
Figura 38 - Corrente nos capacitores C ₁ (lilás), C ₂ (azul) e C ₃ (vermelho)	82
Figura 39 - Correntes nos diodos D_1 (lilás), D_2 (azul) e D_3 (vermelho)	83
Figura 40 - Tensão nos diodos D ₁ (lilás), D ₂ (azul) e D ₃ (vermelho)	83
Figura 41 - Corrente no interruptor	84
Figura 42 - Tensão no interruptor	85
Figura 43 - Potência de entrada e potência de saída	86
Figura 44 - Eficiência estimada do conversor	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Estado dos Interruptores no Conversor Hass	.30
Tabela 2 - Estado de operação dos semicondutores para cada etapa	de
funcionamento do conversor	.34
Tabela 3 - Razão cíclica para diferentes tensões de entrada	.70
Tabela 4 - Parâmetros de Projeto	.70
Tabela 5 - Valores de projeto dos componentes	.70
Tabela 6 - Ganho teórico de saída versus ganho simulado	.73
Tabela 7 - Correntes máximas e médias de entrada e magnetizante	.76
Tabela 8 - Tensões máximas nos semicondutores	.76
Tabela 9 - Correntes médias e máximas nos semicondutores	.77
Tabela 10 - Variação de tensão em capacitores e corrente na indutância magnetiza	nte
	.77

LISTA DE SIGLAS E ACRÔNIMOS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
C1	Capacitor 1
C ₂	Capacitor 2
C ₃	Capacitor 3
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente contínua
D1	Diodo 1
D2	Diodo 2
D3	Diodo 3
DC	Corrente contínua
L _d	Indutância de dispersão
Lm	Indutância magnetizante
OCDE	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
R₀	Resistência de saída
S	Interruptor
SEPIC	Single-ended primary inductance converter
U.S.	United States – Estados Unidos

LISTA DE VARIÁVEIS

D	Razão cíclica
D'	Complemento do Razão cíclica
f	Frequência
$i_{C1}(t)$	Corrente no capacitor C1 ao longo do tempo
$i_{C2}(t)$	Corrente no capacitor C2 ao longo do tempo
$i_{C3}(t)$	Corrente no capacitor C ₃ ao longo do tempo
$i_g(t)$	Corrente de entrada ao longo do tempo
$i_{L1}(t)$	Corrente na indutância L1 ao longo do tempo
$i_{L2}(t)$	Corrente na indutância L2 ao longo do tempo
$i_{Ld}(t)$	Corrente na indutância Ld ao longo do tempo
$i_{Lm}(t)$	Corrente na indutância Lm ao longo do tempo
$i_o(t)$	Corrente de saída ao longo do tempo
I_{a1}	Corrente de entrada ao final da 1ª etapa de
9-	funcionamento
I_{g2}	Corrente de entrada ao final da 2ª etapa de
5	funcionamento
I_{g3}	Corrente de entrada ao final da 3ª etapa de
0	funcionamento
I_{g4}	Corrente de entrada ao final da 4ª etapa de
	funcionamento
I_{g5}	Corrente de entrada ao final da 5ª etapa de
_	funcionamento
I_{Ld1}	Corrente em L _d ao final da 1ª etapa de funcionamento
I_{Ld2}	Corrente em L_d ao final da 2ª etapa de funcionamento
I _{Ld3}	Corrente em L_d ao final da 3ª etapa de funcionamento
I_{Lm1}	Corrente em Lm ao final da 1º etapa de funcionamento
I_{Lm2}	Corrente em L _m ao final da 2° etapa de funcionamento
I_{Lm3}	Corrente em L _m ao final da 3ª etapa de funcionamento
I_{Lm4}	Corrente em L _m ao final da 4ª etapa de funcionamento
I_{Lm5}	Corrente em Lm ao final da 5º etapa de funcionamento
\overline{I}_{O}	Corrente de Salda
$\frac{I_{C2-2}}{\bar{I}}$	Corrente em C2 ao inal da 2ª etapa de funcionamento
$\frac{I_{D1}}{\bar{I}}$	Corrente média no diodo D1
$\frac{I_{D2}}{\overline{I}}$	Corrente média no diodo D_2
$\frac{I_{D3}}{\bar{I}}$	Corrente média de entrada
$\frac{1_{g}}{\overline{I}}$	Corrente média de entrada durante a 1ª etana
$\frac{I_{g1}}{\bar{I}}$	Corrente média de entrada durante a 1º etapa
$\frac{I_{g2}}{\bar{I}}$	Corrente media de entrada durante a 2ª etapa
I_{g3}	Corrente media de entrada durante a 3ª etapa
I_{g4}	Corrente media de entrada durante a 4º etapa
I_{g5}	Corrente média de entrada durante a 5ª etapa
\overline{I}_{Lm}	Corrente média na indutância L _m
\overline{I}_{s}	Corrente média no interruptor
Ī _o	Corrente média de saída
I _{C2-máx}	Corrente máxima no capacitor C ₂
I _{D1-máx}	Corrente máxima no diodo D ₁

$I_{D2-m\acute{a}x}$	Corrente máxima no diodo D ₂
I _{D3-máx}	Corrente máxima no diodo D ₃
I _{L1-máx}	Corrente máxima na indutância L ₁
$I_{L2-m\acute{a}x}$	Corrente máxima na indutância L ₂
$I_{Lm-m\acute{a}x}$	Corrente máxima na indutância L _m
I_{Lm-min}	Corrente mínima na indutância Lm
I _{s-máx}	Corrente máxima no interruptor
k	Coeficiente utilizado para divisores de tensão de
	indutâncias
L	Indutância do indutor
L_d	Indutância de dispersão
L_m	Indutância magnetizante
Μ	Ganho estático
M_1	Ganho estático no capacitor C1
M_2	Ganho estático no capacitor C ₂
M_3	Ganho estático no capacitor C ₃
M _{Boost} ideal	Ganho estático ideal do conversor boost
M _{Boost} não ideal	Ganho estático não ideal do conversor boost
M _{boost flyback} ideal	Ganho estático ideal do conversor boost flyback
M _{flvback} ideal	Ganho estático ideal do conversor flyback
M _{Hass} ideal	Ganho estático ideal do conversor Hass
MSERIC ideal	Ganho estático ideal do conversor SEPIC
M _{SEPIC} Não ideal	Ganho estático não ideal do conversor SEPIC
n	Relação de transformação do conversor
R	Resistência de saída do conversor
R_d	Resistência interna do diodo
R_{I1}^{μ}	Resistência do indutor L1
R_{12}	Resistência do indutor L ₂
R_{ON}	Resistência do interruptor quando está conduzindo
$R_{\rm s}$	Resistência do interruptor quando está conduzindo
ť	Тетро
T_{S}	Período do conversor
t_x	Tempo de uma determinada etapa x
$v_{c1}(t)$	Tensão do capacitor C1 ao longo do tempo
$v_{C2}(t)$	Tensão do capacitor C2 ao longo do tempo
$v_{C3}(t)$	Tensão do capacitor C3 ao longo do tempo
$v_a(t)$	Tensão de entrada ao longo do tempo
$v_{I1}(t)$	Tensão do indutor L1 ao longo do tempo
$v_{12}(t)$	Tensão do indutor L ₂ ao longo do tempo
$v_{Ld}(t)$	Tensão da indutância Ld ao longo do tempo
$v_{lm}(t)$	Tensão da indutância Lm ao longo do tempo
$v_o(t)$	Tensão de saída ao longo do tempo
V_{C1}	Tensão constante do capacitor C1
V_{C2}	Tensão constante do capacitor C ₂
V_{C3}	Tensão constante do capacitor C ₃
V_d	Tensão de condução do diodo
V_{D12}	Tensão do diodo D₁ ao final da 2ª etapa
V_{D14}	Tensão do diodo D₁ ao final da 4ª etapa
V_{D22}	Tensão do diodo D₂ ao final da 2ª etapa
•=	

V_{D34}	Tensão do diodo D₃ ao final da 4ª etapa
V_{D35}	Tensão do diodo D₃ ao final da 5ª etapa
V_{g}	Tensão de entrada
V_{Ld1}	Tensão da indutância Ld ao final da 1ª etapa
V_{Ld2}	Tensão da indutância L₀ ao final da 2ª etapa
V_{Ld3}	Tensão da indutância L₀ ao final da 3ª etapa
V_{Ld4}	Tensão da indutância L₀ ao final da 4ª etapa
V_{Ld5}	Tensão da indutância L₀ ao final da 5ª etapa
V_o	Tensão de saída
V_{s4}	Tensão do interruptor ao final da 4ª etapa
V_{s5}	Tensão do interruptor ao final da 5ª etapa
V _{s máx}	Tensão máxima no interruptor
V _{s máx boost flyback}	Tensão máxima no interruptor no conversor boost
	flyback
V _{s máx Hass}	Tensão máxima no interruptor no conversor Hass
α	Coeficiente angular da reta
ΔI_{Lm}	Variação da corrente I⊾m
Δt	Variação de tempo
Δ_{t1}	Duração da 1ª etapa de funcionamento
Δ_{t2}	Duração da 3ª etapa de funcionamento
Δ_{t3}	Duração da 3ª etapa de funcionamento
Δ_{t4}	Duração da 4ª etapa de funcionamento
Δ_{t5}	Duração da 5ª etapa de funcionamento

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 Organização do trabalho	18
1.2 Objetivos	19
1.2.1 Objetivo Geral	19
1.1.2 Objetivos Específicos	19
2. REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1 Apresentação do conversor	31
3 CONVERSOR CC-CC DE ALTO GANHO E AUTO GRAMPEADO	33
3.1 Etapas de Operação	33
3.1.1 Primeira etapa de operação	35
3.1.2 Segunda etapa de operação	37
3.1.3 Terceira etapa de operação	38
3.1.4 Quarta etapa de operação	40
3.1.5 Quinta etapa de operação	41
3.1.6 Equações simplificadas para solução estática do conversor	43
3.1.7 Definição de quantidade de variáveis para solução estática do conversor	46
3.1.8 Equações de tempo	47
3.1.9 Balanço Volt segundo - indutância de dispersão	47
3.1.10 Balanço Volt segundo - indutância magnetizante	47
3.1.11 Balanço Ampére segundo – capacitor C2	48
3.1.12 Equações relacionando tensão e corrente de indutores	48
3.1.13 Solução estática do conversor	49
3.1.14 Ganho do conversor – Tensão de saída	49
3.1.15 Ganho do conversor – Capacitor C1	50
3.1.16 Ganho do conversor – Capacitor C2	51
3.1.17 Ganho do conversor – Capacitor C3	51
3.2 Considerações sobre a modelagem do conversor não ideal	51
3.3 Considerações sobre modelo matemático simplificado	52
3.3.1 Equações para solução estática do conversor simplificado	54
3.3.2 Balanço Volt segundo – Indutância Magnetizante Lm conversor simplificado.	56
3.3.3 Balanço Ampere segundo – Capacitor C1 conversor simplificado	56
3.3.4 Balanço Ampere segundo – Capacitor C2 conversor simplificado	57
3.3.5 Balanço Ampere segundo – Capacitor C3 conversor simplificado	57

SUMÁRIO

3.3.6 Ganho do modelo matemático simplificado – Capacitor C1	58
3.3.7 Ganho do modelo matemático simplificado – Capacitor C2	58
3.3.8 Ganho do modelo matemático simplificado – Capacitor C3	59
3.3.9 Ganho do modelo matemático simplificado - Tensão de saída	59
3.3.10 Solução das variáveis de tempo do modelo matemático simplificado	59
3.3.11 Solução das variáveis de corrente magnetizante do modelo mate	mático
simplificado	60
3.3.12 Solução das variáveis de corrente de entrada do modelo mate	mático
simplificado	61
3.4 Tensões e correntes nos semicondutores	62
3.4.1 Correntes médias nos diodos	63
3.4.2 Corrente média no interruptor	63
3.4.3 Corrente máxima nos diodos	63
3.4.3.1 Corrente máxima no diodo D1	64
3.4.3.2 Corrente máxima no diodo D ₂	64
3.4.3.3 Corrente máxima no diodo D_3	64
3.4.4 Corrente máxima no interruptor	65
3.4.5 Tensão máxima nos diodos	65
3.4.5.1 Tensão máxima no diodo D1	65
3.4.5.2 Tensão máxima no diodo D ₂	66
3.4.5.3 Tensão máxima no diodo D_3	66
3.4.6 Tensão máxima no interruptor	66
3.5 Dimensionamento da indutância magnetizante e dos capacitores	67
3.5.1 Dimensionamento da indutância magnetizante Lm	67
3.5.2 Dimensionamento do capacitor C1	67
3.5.3 Dimensionamento do capacitor C2	68
3.5.4 Dimensionamento do capacitor C ₃	68
4 METODOLOGIA DE PROJETO	69
4.1 Projeto do conversor	69
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	71
5.1 Características da simulação	71
5.2 Resultados em malha aberta	71
5.3 Formas de onda obtidas por simulação	77
6 CONCLUSÕES	87

7 REFERÊNCIAS	
APÊNDICE A – SOLUÇÃO COMPLETA DO CONVERSOR	91

1 INTRODUÇÃO

A preocupação com o meio ambiente é um tema recorrente e pertinente na sociedade. O aquecimento global é pauta constante nos noticiários e suas consequências prometem ser devastadoras para a humanidade em um futuro não tão distante. Derretimento das calotas polares, elevação dos níveis dos oceanos, desertificação, alterações nos regimes pluviométricos, entre outros. Em maior ou menor escala, esses efeitos já estão presentes no nosso cotidiano.

Segundo a *U.S. Energy Information Administration* (2017), em 2015, a principal fonte de energia mundial era o petróleo, seguida do carvão e do gás natural. Ou seja, as três principais matrizes energéticas globais são não renováveis e emissoras de gases estufa. O mesmo estudo projetou um crescimento de 28% no consumo de energia elétrica até 2040.

O cenário atual somado às projeções de consumo futuro revela a necessidade e oportunidade de desenvolvimento das fontes de energias renováveis a fim de conter ou, pelo menos, atenuar os efeitos do aquecimento global no planeta. Isso é evidenciado pelo levantamento da *U.S. Energy Information Administration* (2017) que mostrou as energias renováveis e a energia nuclear como as fontes de energia de maior crescimento global atual e projetado. Dentre as fontes de energia renovável, a energia hidrelétrica é a principal matriz energética, representando 71% desse espectro em países da OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico), no ano de 2015. No entanto, o trabalho aponta que as projeções são de queda para 53% em 2040, já que as preocupações ambientais com os impactos da construção dessas usinas limitam o número de novos projetos hidrelétricos de médio ou grande porte. Sendo assim, o crescimento projetado das matrizes renováveis (4,9% por ano) é puxado principalmente pela energia solar e eólica. O documento justifica a projeção de crescimento desses dois modais na sua maior competividade econômica ao longo do tempo.

Para Li et al. (2009), as fontes de energia fotovoltaicas se tornarão as maiores contribuidoras na geração de energia elétrica dentre todas as fontes de energia renovável no ano de 2040 pois são uma energia completamente limpa e de alta confiabilidade.

Outra característica interessante dessa matriz é a ausência de partes móveis na estrutura, reduzindo, a um nível mínimo, a necessidade de manutenção e proporcionando uma longa vida útil. Somado a isso, a energia solar tem a vantagem de ser ilimitada e podendo ser utilizada na maior parte do mundo (FOROUZESH et al., 2017).

Um sistema de energia fotovoltaica pode ser conectado à rede elétrica ou ser isolado da mesma, mas a maioria desses sistemas é do tipo conectado à rede elétrica (FOROUZESH et al., 2017). Segundo a resolução normativa nº482 da Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), esse tipo de sistema permite ao proprietário reduzir a sua fatura de energia elétrica ou receber créditos da companhia elétrica pela energia excedente gerada, podendo ser utilizados posteriormente em meses em que o consumo supere a geração. A **figura 1** representa um sistema convencional de energia fotovoltaica.



Figura 1 - Layout de conexão de um sistema de energia fotovoltaico com a rede elétrica

Fonte: Adaptado de Forouzesh et al. (2017)

O sistema é constituído, principalmente, pelos painéis solares, um módulo elevador de tensão e um módulo inversor. Os painéis solares captam os raios solares e transformam essa energia em energia elétrica. No entanto, a tensão de saída dos painéis solares não é adequada para ser integrada diretamente na rede elétrica. Os painéis solares fornecem uma tensão de saída contínua de baixa tensão, entre 20V e 50V. Sendo assim, entram em ação os outros dois módulos do sistema (FOROUZESH et al., 2017).

O primeiro módulo é um elevador de tensão CC-CC de alto ganho, responsável por elevar a tensão contínua fornecida pelo painel solar a fim de reduzir o índice de modulação do inversor. O segundo módulo é o módulo inversor, responsável por transformar a tensão contínua vinda do primeiro módulo em tensão alternada, adequada em frequência e amplitude com a rede elétrica.

Ambos os módulos utilizados no sistema de energia fotovoltaica são compostos por circuitos de processamento eletrônico de energia. A eficiência energética é uma preocupação inerente ao projeto desses circuitos eletrônicos, tendo em vista que conversores com baixa eficiência energética dissipariam muito calor, o que tornaria a sua implementação inviável. Sendo assim, a implementação desses circuitos para o processamento de energia está alinhada com os interesses de redução de consumo de energético. (ERICKSON e MAKSIMOVIC, 2004).

Sendo assim, a utilização de circuitos de processamento eletrônico de energia em aplicações envolvendo matrizes renováveis faz total sentido. A geração de energia renovável combina perfeitamente com a característica nata da tecnologia de conversores de energia, a eficiência. Forouzesh et al. (2017) ressalta as vantagens da utilização de conversores estáticos para tais aplicações, apresentando maior eficiência e confiabilidade e menor complexidade e custo do que circuitos que empregam transformadores em sua topologia.

Este trabalho irá avaliar alguns dos elevadores de tensão clássicos presentes na literatura aplicáveis à sistemas fotovoltaicos e, posteriormente, propor um novo circuito capaz de eliminar algumas das principais desvantagens encontradas nas alternativas clássicas discutidas.

1.1 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado em sete capítulos, sendo o segundo dedicado a apresentação de conversores presentes na literatura que são condizentes com a aplicação em questão e apresentação do conversor estudado. O terceiro capítulo analisa e equaciona o conversor estudado. O quarto capítulo apresenta uma metodologia de projeto para a aplicação prática do conversor estudado. No quinto capítulo, o conversor projetado é comparado com o resultado de uma simulação computacional em malha aberta, a fim de validar o modelo. No sexto capítulo, o

trabalho é concluído com sugestões de trabalhos futuros. O sétimo capítulo apresenta as referências utilizadas.

1.2 Objetivos

Nesta seção são apresentados quais os objetivos gerais e específicos para a realização deste trabalho.

1.2.1 Objetivo Geral

Propor e analisar estaticamente um conversor CC-CC auto grampeado e de alto ganho baseado na configuração *boost* utilizando indutores acoplados.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver a modelagem matemática do comportamento estático do conversor estudado;
- Discorrer sobre as características principais do conversor;
- Apresentar uma metodologia de projeto para o conversor em questão;
- Validar o modelo matemático estático obtido através da comparação com resultados de simulação do circuito apresentado;

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Segundo Erickson e Maksimovic (2004), a eletrônica de potência é uma área de estudo preocupada com o processamento da energia elétrica utilizando dispositivos eletrônicos. Os circuitos eletrônicos de potência podem ser divididos de acordo com algumas funções básicas:

- Conversores CC-CC Uma tensão contínua é convertida em outra tensão contínua de maior ou menor magnitude.
- Retificadores CA-CC Uma tensão alternada é convertida em uma tensão contínua. A tensão de saída e a corrente de entrada podem ser controladas.
- Inversores CC-CA Uma tensão contínua é convertida em uma tensão alternada de magnitude e frequência controláveis.
- Cicloconversores CA-CA Uma tensão alternada é convertida em uma tensão alternada de magnitude e frequência controláveis.

Em um sistema de energia solar conectado à rede elétrica, estão presentes conversores CC-CC e inversores CC-CA, os quais desempenham a função de, em conjunto, adequar a energia elétrica fornecida pelo painel fotovoltaico (corrente contínua de baixa tensão) à integração na rede elétrica (corrente alternada de maior tensão).

O conversor CC-CC, objeto de estudo deste trabalho, recebe uma tensão contínua de entrada e fornece uma tensão de saída também contínua. A tensão de saída pode ser maior ou menor que a tensão de entrada, conforme citado anteriormente, de polaridade igual ou oposta, isolada ou não da tensão de entrada. Para a aplicação em questão, sistemas de energia solar, o conversor deve elevar a tensão de saída, a fim de que sua magnitude seja compatível com a conexão com a rede elétrica após passagem pelo estágio de inversão.

O conversor *boost* é o conversor CC-CC elevador de tensão mais comum e simples presente na literatura. Ele é composto por um indutor, um capacitor, um interruptor e um diodo, **figura 2**. Sua utilização é muito comum em aplicações pouco exigentes em termos de ganho estático. O modelo ideal desse conversor é capaz de

entregar qualquer valor de tensão entre a tensão de entrada e o infinito, razão cíclica variando entre zero e um.



Figura 2 - Conversor Boost

Fonte: Autoria própria

O conversor *boost* possui duas etapas de funcionamento em modo de condução contínua, com o interruptor conduzindo e bloqueado. A **figura 3** ilustra os circuitos elétricos referentes a cada uma dessas etapas. Durante a etapa de condução do interruptor, o indutor é carregado e a tensão de saída é sustentada pelo capacitor. Quando o interruptor é bloqueado, o capacitor é carregado e a tensão de saída é sustentada pela fonte de entrada e pelo indutor. O ganho (M) desse conversor em modo de condução contínua está descrito na **equação 2.1**, onde D é a razão cíclica do conversor, ou seja, a relação entre o tempo de condução do interruptor e seu período de comutação.





Fonte: Autoria própria

$$M_{Boost \ ideal} = \frac{1}{1-D} \tag{2.1}$$

O funcionamento real do conversor *boost* possui grandes limitações, conforme salienta Hass (2017) "quando uma grande elevação de tensão é requerida, as não idealidades do conversor acabam impactando seu desempenho". Essas não idealidades são, principalmente, a resistência do indutor (R_L), do interruptor (R_s) e a tensão de condução do diodo (V_d). Quando são levadas em consideração no equacionamento, o ganho do conversor é descrito pela **equação 2.2**, onde D' = 1 - D.

$$M_{Boost\,n\tilde{a}o\,ideal} = \left(\frac{1}{D'}\right) \left(1 - \frac{D'V_d}{V_g}\right) \left(\frac{D'^2 R_o}{D'^2 R_o + R_L + DR_s + D'R_d}\right)$$
(2.2)

As diferenças do ganho do conversor *boost* ideal e real ficam mais claras quando expressas graficamente, **figura 4**. Essa figura nos mostra que existe um ponto máximo para o ganho do modelo real, enquanto o ganho do modelo ideal tende ao infinito. Os parâmetros utilizados para elaboração da **figura 4** são de um conversor *boost* de 100 W, V_g de 5 V, V_D de 0,5 V, R_o de 22 Ω , R_L de 0,24 Ω , R_s de 0,05 Ω e R_d de 0,03 Ω .



Figura 4 Ganho estático do conversor boost ideal e não ideal

Fonte: Autoria própria

Segundo Forouzesh et al. (2017), as desvantagens do conversor *boost* são impactantes principalmente em aplicações em alta tensão, onde o interruptor deve suportar elevados estresses de tensão e o diodo deve suportar elevadas perdas por recuperação reversa. Uma simples análise de malha no circuito do conversor em questão permite observar que a tensão máxima que deve ser suportada nos

semicondutores é igual a tensão de saída, evidenciando a desvantagem citada (equação 2.3).

$$V_{s\,m\acute{a}x} = V_o \tag{2.3}$$

Outro conversor bastante abordado na literatura é o conversor SEPIC (*Single-ended primary inductance converter*). Ele apresenta um capacitor e um indutor a mais que o conversor *boost* e sua tensão de saída pode ser maior ou menor que a tensão de entrada. Ou seja, seu modelo ideal pode fornecer todo o *range* de tensões de saída, de zero até o infinito.

A **figura 5** apresenta o circuito do conversor SEPIC. Durante a etapa em que o interruptor é comandado a conduzir, os indutores L₁ e L₂ são carregados pela tensão de entrada e pelo capacitor C₁, respectivamente. Enquanto isso, a tensão de saída é mantida pelo capacitor C₂. Durante a etapa de bloqueio do interruptor, os capacitores C₁ e C₂ são carregados enquanto os indutores L₁ e L₂, juntamente com a fonte de entrada, fornecem energia para o circuito.







O ganho do modelo ideal do conversor SEPIC em modo de condução contínua está representado na **equação 2.4**. Pode-se observar que o ganho é menor que 1 para valores de razão cíclica menores que 0,5 e maior que 1 para valores maiores que 0,5. As vantagens desse conversor são, segundo Hasanpour et al. (2017), a não inversão da tensão de saída, a pequena oscilação da corrente de entrada, que é contínua, e a proteção contra curto-circuito na saída. As desvantagens do conversor SEPIC envolvem a maior quantidade de componentes armazenadores de energia e a

tensão sobre o interruptor, que é maior do que a tensão de saída do conversor, **equação 2.5**. Além disso, levando-se em consideração que o conversor SEPIC opera como elevador de tensão em razões cíclicas superiores a 0,5, ele apresenta desvantagens operacionais quando comparado ao conversor *boost*, como por exemplo a operação em uma razão cíclica mais elevada para obtenção de um mesmo ganho estático.

$$M_{SEPIC \ ideal} = \frac{D}{1-D} \tag{2.4}$$

$$V_{s\,m\acute{a}x} = V_g + V_o \tag{2.5}$$

O ganho estático do conversor SEPIC não ideal está apresentado na **equação 2.6**. O ganho em questão leva em consideração os impactos negativos gerados pela resistência dos indutores e semicondutores. Além disso, também é levada em consideração a tensão do diodo quando se encontra em condução.

$$M_{SEPIC \ N\tilde{a}o \ ideal} = \left(\frac{D}{D'}\right) \left(\frac{1 - \frac{D'V_D}{DV_g}}{1 + \frac{R_{L1}D^2}{R_o D'^2} + \frac{R_{L2}}{R_o} + \frac{R_D}{D'} + \frac{R_{ON}D}{R_o D'^2}}\right)$$
(2.6)

Em aplicações onde é necessária uma grande elevação ou redução da tensão de entrada, transformadores ou indutores acoplados são adicionados aos circuitos dos conversores. Segundo Erickson e Maksimovic (2004), essa adição traz algumas vantagens para o conversor como:

- Isolamento entre entrada e saída do conversor, característica demandada por algumas entidades regulatórias.
- Uma nova variável de projeto para otimização do ganho do conversor.
- Possibilidade de redução dos estresses gerados por tensão ou corrente nos semicondutores, aumentando a eficiência do circuito.
- Possibilidade de múltiplas saídas de tensão.

Eles ainda ressaltam que existem, também, desvantagens na utilização de transformadores e indutores acoplados no conversor. A principal delas é a dispersão magnética presente nesses componentes. Essa dispersão pode ser modelada como

um indutor em série com o modelo do transformador ideal e leva, em geral, a efeitos como aumento nas tensões em cima do interruptor e perdas no chaveamento.

Segundo Pomilio (2013), em um indutor acoplado a continuidade do fluxo magnético é obtida pela passagem de corrente ora por um enrolamento, ora por outro. Enquanto isso, em um transformador, existem correntes em mais de um enrolamento ao mesmo tempo, mantendo a continuidade do fluxo magnético. Assim, para um mesmo valor de potência transferida, o volume de um transformador é menor que o de um indutor acoplado, pois o transformador faz um melhor aproveitamento do fluxo magnético.

Nesse contexto, está inserido o conversor flyback, um conversor isolado baseado no conversor *buck-boost*, **figura 6**. Durante a etapa de condução do interruptor, o capacitor na saída fornece energia para a carga, enquanto a indutância magnetizante é carregada. Durante a etapa complementar, o capacitor é carregado e a carga é alimentada pela indutância magnetizante.





Fonte: Autoria Própria

O ganho estático do modelo ideal do conversor *flyback* está representado na **equação 2.7**. Diferentemente dos conversores anteriores, ele é afetado por duas variáveis: a relação de transformação (n) e a razão cíclica (D). Da mesma maneira que o conversor SEPIC, o modelo ideal do conversor *flyback* pode atingir qualquer valor de tensão entre 0 e infinito.

$$M_{flyback\ ideal} = \frac{nD}{1-D} \tag{2.7}$$

O conversor *flyback* possui as vantagens e desvantagens típicas de conversores isolados, além disso, a tensão máxima no interruptor é dada pela soma da tensão de entrada e da tensão de saída refletida no primário do transformador, **equação 2.8**. A presença da indutância de dispersão adicionará tensão a ser suportada pelo interruptor. Além das desvantagens comentadas, Tseng e Liang (2004) também ressaltam que no conversor *flyback* existem problemas com recuperação reversa nos diodos.

$$V_{s\,m\acute{a}x} = \frac{V_g}{1-D} \tag{2.8}$$

Liu et al. (2016) destacam que os desafios para novas topologias de conversores com indutores acoplados e de alto ganho envolvem:

- Reaproveitamento da energia da dispersão nos indutores acoplados, suprimindo picos de tensão em cima dos semicondutores durante o chaveamento.
- Redução da variação da corrente de entrada, que é muito elevada nesse tipo de conversor. Métodos para a redução dessa oscilação devem ser pesquisados.
- Aumentar o ganho de tensão do conversor utilizando técnicas que não necessitem valores de razão cíclica extremos e nem topologias com diversos estágios.

Na direção de reaproveitar a energia de dispersão nos indutores acoplados e suprimir picos de tensão nos semicondutores, Zhao e Lee (2003) propuseram o conversor *boost flyback*, **figura 7**. Essa topologia permite que a energia de dispersão seja recuperada e direcionada para a saída com significativa redução dos picos de tensão durante o chaveamento o conversor, já que o interruptor tem sua tensão grampeada pelo capacitor C₂. Esse conversor possui cinco etapas de operação, tornando sua análise mais complexa que a de conversores básicos. No entanto, sua topologia é simples e envolve a utilização de poucos componentes. As vantagens

desse conversor envolvem alta eficiência, elevado ganho estático (equação 2.9) e baixo estresse de tensão no interruptor, equação 2.10.

$$M_{boost flyback ideal} = \frac{1+nD}{1-D}$$
(2.9)

$$V_{s \max boost flyback} = \frac{V_g}{1 - D}$$
(2.10)

Figura 7 - Conversor Boost Flyback



Fonte: Adaptado de Zhao e Lee, 2003.

A técnica de acoplamento do indutor do conversor *Flyback* ao indutor de outros conversores é uma prática comum nessa área de estudo e traz vantagens relevantes principalmente no aproveitamento da energia da dispersão, redução do estresse de tensão nos semicondutores e na quantidade de variáveis que interferem no ganho estático (quando comparadas aos conversores acoplados ao *Flyback*). Exemplos da aplicação dessa técnica podem ser observados na **figura 8**, que apresenta o conversor *Flyback Buck-boost* proposto por Zhao e Lee (2003), e na **figura 9**, que apresenta o conversor *Flyback SEPIC*, também proposto por Zhao e Lee (2003).





Fonte: Adaptado de Zhao e Lee, 2003.

Figura 9 - Conversor Flyback SEPIC



Fonte: Adaptado de Zhao e Lee, 2003.

O conversor SEPIC isolado de alto ganho proposto por Lodh e Majumber (2016), **figura 10**, é outro exemplo de modificações topológicas em conversores clássicos que apresentam bons resultados. Nessa topologia foram combinados transformadores Flyback à um conversor SEPIC e a saída dos transformadores foi ligada em série. Essa topologia resultou em um expressivo ganho de tensão e baixo estresse elétrico sobre os semicondutores.



Figura 10 - Conversor de alto ganho SEPIC isolado

Fonte: Adaptado de Lodh e Majumber, 2016.

Seguindo essa técnica de projeto, utilização de indutores acoplados e auto grampeamento da tensão nos semicondutores, Hass (2017) propôs um conversor de topologia simples e que inspirou a topologia proposta nesse trabalho, **figura 11**. Esse conversor possui um interruptor, dois indutores acoplados, dois diodos e dois capacitores.

O conversor proposto por Hass (2017) opera em quatro etapas de funcionamento, quando a dispersão do indutor acoplado é levada em consideração no modelo, seguindo a **tabela 1**. Os circuitos de operação de cada uma das etapas estão representados na **figura 12**. Uma rápida análise das etapas de operação permite verificar o grampeamento da tensão do interruptor na tensão de saída, a qual é igual a soma da tensão dos capacitores C₁ e C₂, **equação 2.12**.



Figura 11 - Conversor de alto ganho e auto grampeado proposto por Hass

	Interruptor S	Diodo D ₁	Diodo D ₂
1 ^a etapa	Conduzindo	Bloqueado	Conduzindo
2ª etapa	Conduzindo	Conduzindo	Bloqueado
3ª etapa	Bloqueado	Conduzindo	Conduzindo
4ª etapa	Bloqueado	Bloqueado	Conduzindo
Fonte: Adaptado de Hass (2017)			

Tabela 1 - Estado dos Interruptores no Conversor Hass

O ganho estático do modelo ideal do conversor apresenta maior potencial para ganhos elevados do que os conversores apresentados anteriormente. O ganho é influenciado pelos valores da razão cíclica e pela relação de transformação do indutor acoplado, possuindo uma característica de ganho *boost*, ou seja, a tensão de saída será sempre maior do que a tensão de entrada (para razões de transformação maiores ou iguais a um e valores de razão cíclica maiores que zero), **equação 2.11**.

$$M_{Hass \, ideal} = \frac{1+n}{1-D} \tag{2.11}$$

$$V_{s \ max \ Hass} = \frac{(1+n)V_g}{1-D}$$
(2.12)

Figura 12 - Etapas de operação do conversor proposto por Hass: (a) 1ª etapa, (b) 2ª etapa, (c) 3ª etapa e (d) 4ª etapa



Fonte: Hass, 2017.

2.1 Apresentação do conversor

O conversor discutido neste trabalho, **figura 13**, é um conversor CC-CC de alto ganho e auto grampeado. O conversor possui os seguintes componentes: interruptor, capacitores C₁, C₂ e C₃, diodos D₁, D₂ e D₃ e dois indutores acoplados. Para a modelagem, os indutores acoplados serão substituídos por um transformador ideal, com indutâncias L₁ e L₂, sua indutância de magnetização (L_m) e uma indutância de dispersão (L_d) em série a esse conjunto. Essa substituição de componentes pode observada na **figura 14**.





Fonte: Autoria própria.

Figura 14 - Conversor adaptado para análise



Fonte: Autoria própria.

A característica de alto ganho do conversor se dá por apresentação de uma topologia semelhante à de um conversor *boost* aliada a presença de um indutor

acoplado no circuito. O auto grampeamento da tensão nos semicondutores ocorre devido à presença de capacitores limitando a tensão sobre esses componentes.

3 CONVERSOR CC-CC DE ALTO GANHO E AUTO GRAMPEADO

Nesse capítulo será abordada a modelagem estática do conversor. Primeiramente, serão analisadas as etapas de operação do mesmo e, posteriormente, será apresentada a sua modelagem matemática. Encerrando o capítulo, será apresentada uma versão simplificada da modelagem, a fim de encontrar um modelo matemático menos complexo.

Algumas equações são válidas para todas as etapas de funcionamento do conversor, essas equações estão representadas abaixo a fim de evitar sua repetição ao longo da análise:

$$v_o(t) = v_{C2}(t) + v_{C3}(t)$$
(3.1)

$$v_{L2}(t) = n * v_{L1}(t) \tag{3.2}$$

$$i_{L1}(t) = n * i_{L2}(t) \tag{3.3}$$

$$i_g(t) = i_{Ld}(t) \tag{3.4}$$

$$i_o(t) = \frac{v_o(t)}{R_o} \tag{3.5}$$

$$v_{L1}(t) = v_{Lm}(t)$$
(3.6)

3.1 Etapas de Operação

É possível observar as etapas de operação do circuito na **figura 15**. Ela apresenta os formatos de onda da razão cíclica, corrente de entrada do conversor e corrente na indutância magnetizante. Baseando-se na análise da **figura 15**, pode-se observar que o conversor possui 5 etapas de operação. Dessas 5 etapas, 2 etapas possuem tempo de duração muito inferior à das outras e ocorrem logo após o chaveamento do interruptor. A **figura 16** apresenta os formatos de onda da razão cíclica e de corrente nos semicondutores do circuito. Baseando-se na análise da

figura 16, foi possível chegar à **tabela 2**, que apresenta o funcionamento dos semicondutores para cada etapa de operação.

	Interruptor	Diodo D ₁	Diodo D ₂	Diodo D ₃
Primeira Etapa	Conduzindo	Bloqueado	Conduzindo	Bloqueado
Segunda Etapa	Conduzindo	Bloqueado	Bloqueado	Conduzindo
Terceira Etapa	Bloqueado	Conduzindo	Bloqueado	Conduzindo
Quarta Etapa	Bloqueado	Conduzindo	Conduzindo	Bloqueado
Quinta Etapa	Bloqueado	Bloqueado	Conduzindo	Bloqueado

Tabela 2 - Estado de operação dos semicondutores para cada etapa de funcionamento do
conversor

Fonte: Autoria Própria

Figura 15 - Formas de onda das indutâncias do conversor estudado



Fonte: Autoria própria.



Figura 16 - Formas de onda dos semicondutores do conversor estudado

Fonte: Autoria própria.

3.1.1 Primeira etapa de operação

A primeira etapa de operação se inicia quando o interruptor S recebe comando para conduzir. Os diodos D₁, D₂ e D₃ mantém seu estado de condução da etapa anterior, etapa 5. Nesse momento, a fonte de entrada inicia transferência de energia para o circuito e a indutância L_D é carregada. A corrente magnetizante continua a decrescer e a corrente de entrada cresce com uma elevada derivada em relação ao tempo. Durante essa etapa, a corrente no primário do transformador ideal vai de -I_{Lm5} até 0. O capacitor C₁ fornece corrente para o secundário do transformador ideal, o capacitor C₂ fornece corrente para a saída e o capacitor C₃, que estava sendo carregado pelo circuito no início da etapa, passa a fornecer energia para o circuito.
Quando a corrente do primário do transformador chega em 0 e a corrente da indutância magnetizante atinge seu valor mínimo, a etapa se encerra, ocorrendo o bloqueio do diodo D₂ e início da condução do diodo D₃.

O circuito elétrico que representa a primeira etapa está representado na **figura 17**. Pode-se observar que a tensão no secundário do transformador ideal é igual a diferença de tensão entre os capacitores C₁ e C₃. Por sua vez, a tensão na indutância de dispersão é a diferença de tensão entre a tensão de entrada (V₉) e a tensão refletida no primário do transformador ideal (V_{L1}). A tensão na indutância magnetizante (V_{Lm}) é igual a tensão do primário do transformador ideal. A tensão de saída (V_o) é, como em todas as outras etapas, a soma da tensão dos capacitores C₂ e C₃.





Fonte: Autoria própria.

Analisando as correntes na etapa 1, pode-se observar que a corrente de saída (I_0) é igual ao negativo da corrente do capacitor C₂. A corrente do capacitor C₃ é igual a corrente de saída somada da corrente no secundário do transformador ideal. A corrente do capacitor C₁ é igual ao negativo da corrente no secundário do transformador. A corrente de entrada é igual a corrente na indutância de dispersão que, por sua vez, é igual a soma da corrente magnetizante e da corrente no primário do transformador. Essa análise nos permite formar as equações **3.7** a **3.12**.

$$v_g(t) = v_{Ld}(t) + v_{L1}(t)$$
(3.7)

$$v_{C1}(t) = v_{L2}(t) + v_{C3}(t)$$
(3.8)

$$i_{Ld}(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
(3.9)

$$i_{C1}(t) = i_{Ld}(t) \tag{3.10}$$

$$i_{L2}(t) = i_{C2}(t) - i_{C3}(t)$$
(3.11)

$$i_{C2}(t) = -i_o(t) \tag{3.12}$$

 C_3

3.1.2 Segunda etapa de operação

A segunda etapa de operação se inicia quando a corrente do primário do transformador ideal atinge zero e a corrente da indutância magnetizante atinge seu valor mínimo. Nesse momento, o diodo D₂ é bloqueado e o diodo D₃ começa a conduzir, o diodo D₁ se mantém bloqueado. Nessa etapa, a fonte de tensão continua a fornecer energia para o circuito, a tensão em cima da indutância de dispersão continua positiva, mas tem módulo menor devido à redução na derivada da corrente de entrada com relação ao tempo. O capacitor C₁ é isolado do circuito, tendo em vista o estado de bloqueio de D₁ e D₂. A indutância magnetizante é carregada durante essa etapa e sua corrente se eleva. O capacitor C₂, que estava fornecendo corrente para a saída (R_o), começa a ser carregado e o capacitor C₃ fornece energia para o circuito.



 C_{i}

Figura 18 - Estado topológico da segunda etapa de operação do circuito estudado

Fonte: Autoria própria.

O circuito elétrico que representa a segunda etapa está representado na **figura 18**. Pode-se observar que a tensão no secundário do transformador ideal é igual tensão no capacitor C₂. Por sua vez, a tensão na indutância magnetizante é igual a tensão do capacitor C₂ refletida no primário do transformador ideal. A tensão na

indutância de dispersão é a diferença de tensão entre a tensão de entrada e a tensão na indutância magnetizante.

Analisando as correntes na etapa 2, pode-se observar que a corrente de saída (I_0) é igual ao negativo da corrente do capacitor C₃. A corrente do capacitor C₂ é igual a corrente do secundário do transformador subtraída da corrente de saída. A corrente do capacitor C₁ é nula, tendo em vista que ele se encontra isolado do resto do circuito. A corrente de entrada é igual a corrente na indutância de dispersão que, por sua vez, é igual a soma da corrente magnetizante e da corrente no primário do transformador. Essa análise nos permite formar as equações **3.13** a **3.17**.

$$v_g(t) = v_{Ld}(t) + v_{L1}(t)$$
(3.13)

$$v_{L2}(t) = v_{C2}(t) \tag{3.14}$$

$$i_{Ld}(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
 (3.15)

$$i_o(t) = -i_{C3}(t) \tag{3.16}$$

$$i_{L2}(t) = i_{C2}(t) + i_o(t)$$
(3.17)

3.1.3 Terceira etapa de operação

A terceira etapa de operação se inicia quando o interruptor S recebe comando para bloquear. O diodo D₁ inicia a condução, o diodo D₂ se mantém bloqueado e o diodo D₃ se mantém conduzindo. Durante essa etapa, o capacitor C₁ é carregado. A corrente magnetizante continua a crescer e a corrente de entrada decresce com uma elevada derivada em relação ao tempo. A corrente no primário do transformador ideal decresce até 0. A indutância de dispersão é descarregada. O capacitor C₂ sofre uma transição de estado, inicia a etapa sendo carregado pelo circuito e finaliza fornecendo energia para o circuito, o capacitor C₃ continua fornecendo energia para o circuito. Quando a corrente do primário do transformador chega em 0 e a corrente da indutância magnetizante atinge seu valor máximo, a etapa se encerra, o diodo D₃ é bloqueado e o diodo D₂ inicia condução.

A tensão no secundário do transformador ideal é igual tensão no capacitor C₂. Por sua vez, a tensão na indutância magnetizante é igual a tensão do capacitor C₂ refletida no primário do transformador ideal. A tensão na indutância de dispersão é a diferença de tensão entre a tensão de entrada e a tensão na indutância magnetizante somada com a tensão do capacitor C₁.



Figura 19 - Estado topológico da terceira etapa de operação do conversor estudado

Fonte: Autoria própria.

Analisando as correntes na etapa 3, pode-se observar que a corrente de saída (I_0) é igual ao negativo da corrente do capacitor C₃. A corrente do capacitor C₂ é igual a corrente do secundário do transformador subtraída da corrente de saída. A corrente do capacitor C₁ é igual a corrente de entrada, que é igual a corrente na indutância de dispersão. A soma da corrente da indutância magnetizante e do primário do transformador ideal são iguais a corrente de entrada. Essa análise nos permite formar as equações **3.18** a **3.23**.

$$v_g(t) = v_{Ld}(t) + v_{L1}(t) + v_{C1}(t)$$
(3.18)

$$v_{L2}(t) = v_{C2}(t) \tag{3.19}$$

$$i_{Ld}(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
 (3.20)

$$i_{Ld}(t) = i_{C1}(t)$$
 (3.21)

 $i_o(t) = -i_{C3}(t) \tag{3.22}$

$$i_{L2}(t) = i_{C2}(t) + i_o(t)$$
(3.23)

3.1.4 Quarta etapa de operação

A quarta etapa de operação se inicia quando a corrente do primário do transformador ideal atinge zero e a corrente da indutância magnetizante atinge seu valor máximo. Nesse momento, o diodo D2 inicia condução, o diodo D3 é bloqueado e o diodo D1 se mantém conduzindo. Nessa etapa, a fonte de tensão continua a fornecer energia para o circuito, a tensão em cima da indutância de dispersão se mantém negativa, mas tem módulo menor devido à redução na derivada da corrente de entrada com relação ao tempo. A indutância magnetizante começa a fornecer energia para o circuito, sendo assim sua corrente começa a decrescer. O capacitor C1 continua sendo carregado pelo circuito. O capacitor C₂ fornece corrente para a saída e o capacitor C₃ inicia a etapa fornecendo energia para o circuito, mas termina a etapa sendo carregado pelo circuito. Quando a corrente de entrada do circuito chega a zero, essa etapa se encerra. Todas as etapas de funcionamento podem ser analisadas considerando duas malhas ligadas apenas pela relação de transformação do transformador ideal, exceto essa etapa. Na guarta etapa de operação, é observada a ligação elétrica entre a malha primária e a malha secundária do transformador. Isso ocorre pois nessa etapa temos os diodos $D_1 e D_2$ conduzindo.

O circuito elétrico que representa a quarta etapa está representado na **figura 20**. Pode-se observar que a tensão no secundário do transformador ideal é igual a diferença de tensão entre os capacitores $C_1 e C_3$. Por sua vez, a tensão na indutância magnetizante é igual a essa diferença de tensão refletida no primário do transformador ideal. A tensão na indutância de dispersão é negativa e pode ser encontrada analisando a malha que envolve tensão de entrada, tensão na indutância magnetizante e tensão no capacitor C_1 , equação **3.24**.



Figura 20 - Estado topológico da quarta etapa de operação do conversor estudado

Fonte: Autoria própria.

Analisando as correntes na etapa 4, pode-se observar que a corrente de saída é igual ao negativo da corrente do capacitor C₂. A corrente do capacitor C₃ é igual a corrente do secundário do transformador somada a corrente de saída. A corrente do capacitor C₁ é igual a corrente de entrada somada a corrente do secundário do transformador ideal. A corrente de entrada é igual a corrente na indutância de dispersão que, por sua vez, é igual a soma da corrente magnetizante e da corrente no primário do transformador. Essa análise nos permite formar as equações **3.24** a **3.29**.

$$v_g(t) = v_{Ld}(t) + v_{L1}(t) + v_{C1}(t)$$
(3.24)

$$v_{C1}(t) = v_{L2}(t) + v_{C3}(t)$$
(3.25)

$$i_{Ld}(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
(3.26)

$$i_{Ld}(t) = i_{C1}(t) - i_{L2}(t)$$
(3.27)

$$i_{C2}(t) = -i_o(t) \tag{3.28}$$

$$i_{C2}(t) = i_{L2}(t) + i_{C3}(t)$$
(3.29)

3.1.5 Quinta etapa de operação

A quinta etapa de operação se inicia quando a corrente de entrada é zerada e se encerra quando o interruptor é comandado a conduzir novamente. Nessa etapa, o diodo D₁ é bloqueado, o diodo D₂ se mantém conduzindo e o diodo D₃ se mantém bloqueado. A fonte de tensão não fornece energia para o circuito, estando isolada do mesmo devido ao bloqueio do interruptor S e do diodo D₁. A indutância de dispersão não interfere no funcionamento dessa etapa pois, da mesma forma que a fonte de tensão, ele se encontra isolado do circuito. A indutância magnetizante fornece energia para o circuito através do primário do transformador. O capacitor C₁ fornece energia para o circuito. O capacitor C₂ fornece corrente para a saída e o capacitor C₃ é carregado durante toda a etapa.

O circuito elétrico que representa a quinta etapa está representado na **figura 21**. Pode-se observar que a tensão no secundário do transformador ideal é igual a diferença de tensão entre os capacitores C₁ e C₃. Por sua vez, a tensão na indutância magnetizante é igual a essa diferença de tensão refletida no primário do transformador ideal. A tensão na indutância de dispersão é nula.





Fonte: Autoria própria.

Analisando as correntes na etapa 5, pode-se observar que a corrente de saída é igual ao negativo da corrente do capacitor C₂. A corrente do capacitor C₃ é igual a corrente do secundário do transformador somada a corrente de saída. A corrente do capacitor C₁ é igual a corrente do secundário do transformador ideal. A corrente de entrada é nula conforme explicado anteriormente. Essa análise nos permite formar as equações **3.30** a **3.34**.

$$v_{C1}(t) = v_{L2}(t) + v_{C3}(t)$$
(3.30)

$$i_{Lm}(t) = -i_{L1}(t) \tag{3.31}$$

$$i_o(t) = -i_{C2}(t) \tag{3.32}$$

$$i_{L2}(t) = i_{C1}(t) \tag{3.33}$$

$$i_{C2}(t) = i_{L2}(t) + i_{C3}(t)$$
(3.34)

3.1.6 Equações simplificadas para solução estática do conversor

Para a modelagem estática do conversor foram consideradas as seguintes condições:

- As tensões nos capacitores C1, C2 e C3 são consideradas constantes;
- A tensão de entrada é considerada constante;

Levando em conta essas condições, pode-se formar as equações **3.35** e **3.36**, que serão utilizadas para a solução estática do conversor.

$$V_o = V_{C2} + V_{C3} \tag{3.35}$$

$$I_o = \frac{V_o}{R_o} \tag{3.36}$$

Considerando, então, as condições citadas acima, as equações **3.35** a **3.38** e os gráficos da **figura 15** e **figura 16**, podemos reescrever e rearranjar as equações que descrevem o funcionamento do conversor, a fim de, posteriormente, encontrar sua solução estática.

Primeira etapa:

$$V_g = v_{Ld}(t) + v_{L1}(t) \tag{3.39}$$

$$V_{C1} = v_{L2}(t) + V_{C3} \tag{3.40}$$

$$i_{Ld}(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
(3.41)

$$i_{C1}(t) = i_{Ld}(t) \tag{3.42}$$

$$i_{L2}(t) = i_{C2}(t) - i_{C3}(t)$$
(3.43)

$$i_{C2}(t) = -\frac{V_o}{R_o}$$
(3.44)

Segunda etapa:

$$V_g = v_{Ld}(t) + v_{L1}(t)$$
(3.45)

$$v_{L2}(t) = V_{C2} \tag{3.46}$$

$$i_{Ld}(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
(3.47)

$$\frac{V_o}{R_o} = -i_{C3}(t)$$
(3.48)

$$i_{L2}(t) = i_{C2}(t) + \frac{V_o}{R_o}$$
(3.49)

Terceira etapa:

$$V_g = v_{Ld}(t) + v_{L1}(t) + V_{C1}$$
(3.50)

$$v_{L2}(t) = V_{C2} \tag{3.51}$$

$$i_{Ld}(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
 (3.52)

$$i_{Ld}(t) = i_{C1}(t) \tag{3.53}$$

$$\frac{V_o}{R_o} = -i_{C3}(t) \tag{3.54}$$

$$i_{L2}(t) = i_{C2}(t) + \frac{V_o}{R}$$
(3.55)

Quarta etapa:

$$V_g = v_{Ld}(t) + v_{L1}(t) + V_{C1}$$
(3.56)

$$V_{C1} = v_{L2}(t) + V_{C3} \tag{3.57}$$

$$i_{Ld}(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
 (3.58)

$$i_{Ld}(t) = i_{C1}(t) - i_{L2}(t)$$
(3.59)

$$i_{C2}(t) = -\frac{V_o}{R_o}$$
(3.60)

$$-\frac{V_o}{R_o} = i_{L2}(t) + i_{C3}(t)$$
(3.61)

Quinta etapa:

$$V_{C1} = v_{L2}(t) + V_{C3} \tag{3.62}$$

$$i_{Lm}(t) = -i_{L1}(t) \tag{3.63}$$

$$\frac{V_o}{R_o} = -i_{C2}(t)$$
(3.64)

$$i_{L2}(t) = i_{C1}(t) \tag{3.65}$$

$$-\frac{V_o}{R_o} = i_{L2}(t) + i_{C3}(t)$$
(3.66)

3.1.7 Definição de quantidade de variáveis para solução estática do conversor

O conversor possui 5 etapas de operação, sendo assim, a sua solução estática deve fornecer equações para determinar 5 variáveis de tempo. Analisando o comportamento das correntes magnetizante e da indutância de dispersão, tem-se que nas transições entre etapas, elas apresentam valores distintos. A corrente da indutância de dispersão apresenta em dois momentos valor igual a 0 (início e final da etapa 5). A corrente da indutância magnetizante apresenta 5 valores diferentes ao longo do período de funcionamento do conversor. Tem-se, então, um total de 13 incógnitas:

- 5 variáveis de tempo;
- 5 variáveis de corrente da indutância magnetizante;
- 3 variáveis de corrente da indutância de dispersão.

Dessa maneira, seria necessário um sistema de 13 equações para encontrar a solução estática do conversor. No entanto, observando a **figura 15** e a descrição das etapas 1 e 3 do circuito, tem-se que a corrente da indutância magnetizante e a corrente da indutância de dispersão possuem o mesmo valor no final da primeira etapa de funcionamento e no final da terceira etapa, equações **3.67** e **3.68**.

$$I_{Lm1} = I_{Ld1} (3.67)$$

$$I_{Lm3} = I_{Ld3} (3.68)$$

Sendo assim, é possível considerar 11 incógnitas e, portanto, serão necessárias 11 equações para o sistema. Essas equações serão obtidas através de equacionamentos envolvendo período e razão cíclica do conversor, balanço Ampére segundo dos capacitores, balanço Volt segundo das indutâncias e equações relacionando tensão e corrente das indutâncias, que serão substituições das equações de funcionamento do conversor combinadas à equação **3.69**.

A equação **3.69** relaciona tensão e corrente em indutores é uma equação própria desse componente.

$$i_L(\Delta t) = i_L(0) + \frac{V_L \Delta t}{L}$$
(3.69)

3.1.8 Equações de tempo

Considerando o período de funcionamento do conversor (Ts) e a sua razão cíclica (D), é possível obter duas equações relacionadas apenas ao tempo. Essas equações estão representadas abaixo:

$$\Delta_{t1} + \Delta_{t2} + \Delta_{t3} + \Delta_{t4} + \Delta_{t5} = T_S$$
(3.70)

$$\Delta_{t1} + \Delta_{t2} = D * T_S \tag{3.71}$$

3.1.9 Balanço Volt segundo - indutância de dispersão

Para o balanço Volt segundo da indutância de dispersão, as equações 3.2, 3.39, 3.40, 3.45, 3.46, 3.50, 3.51, 3.56, 3.57 foram utilizadas pois relacionam os valores de tensão na indutância de dispersão em cada uma das etapas de funcionamento do conversor. Ao relacionar essas equações, obtém-se a equação **3.72** abaixo:

$$n\left(V_g - \frac{V_{C2}}{n}\right)(T_S - \Delta_{t5}) + V_o(\Delta_{t4} + \Delta_{t1}) = nV_{C1}\Delta_{t3} + (n+1)V_{C1}\Delta_{t4} + V_{C1}\Delta_{t1} \quad (3.72)$$

3.1.10 Balanço Volt segundo - indutância magnetizante

Para o balanço Volt segundo da indutância magnetizante, as 3.2, 3.6, 3.40, 3.46, 3.51, 3.57, 3.62 foram utilizadas pois relacionam os valores de tensão na indutância magnetizante em cada uma das etapas de funcionamento do conversor. Ao relacionar essas equações, obtém-se a equação **3.73** abaixo:

$$V_{C2}T_s + (V_{C1} - V_o)(\Delta_{t1} + \Delta_{t4} + \Delta_{t5}) = 0$$
(3.73)

3.1.11 Balanço Ampére segundo – capacitor C2

Para o balanço Ampére segundo do capacitor C₂, as 3.3, 3.5, 3.44, 3.47, 3.49, 3.52, 3.55, 3.60, 3.64 foram utilizadas pois relacionam os valores de corrente no capacitor em cada uma das etapas de funcionamento do conversor. Ao relacionar essas equações, obtém-se a equação **3.74** abaixo:

$$\frac{2nV_oT_S}{R} = (I_{g2} + I_{g1} - I_{Lm1} - I_{Lm2})\Delta_{t2} + (I_{g2} + I_{g3} - I_{Lm2} - I_{Lm3})\Delta_{t3}$$
(3.74)

3.1.12 Equações relacionando tensão e corrente de indutores

Várias equações podem ser formadas considerando a tensão dos indutores e a variação na sua corrente ao longo daquela etapa de funcionamento do conversor. No entanto, são necessárias apenas 6 equações para a solução do sistema. Essas equações foram escolhidas de acordo com a conveniência para solução do sistema e estão descritas abaixo:

$$I_{g2} = I_{g1} + \frac{\left(V_g - \frac{V_{C2}}{n}\right)\Delta_{t2}}{L_d}$$
(3.75)

$$I_{Lm2} = I_{Lm1} + \frac{V_{C2}\Delta_{t2}}{nL_m}$$
(3.76)

$$0 = I_{G3} + \frac{\left(V_g - V_{C1} - \frac{(V_{C1} - V_o + V_{C2})}{n}\right)\Delta_{t4}}{L_d}$$
(3.77)

$$I_{Lm4} = I_{Lm3} + \frac{(V_{C1} - V_o + V_{C2})\Delta_{t4}}{nL_m}$$
(3.78)

$$I_{Lm5} = I_{Lm4} + \frac{(V_{C1} - V_o + V_{C2})\Delta_{t5}}{nL_m}$$
(3.79)

$$I_{Lm1} = I_{Lm5} + \frac{(V_{C1} - V_o + V_{C2})\Delta_{t1}}{nL_m}$$
(3.80)

3.1.13 Solução estática do conversor

Utilizando-se de um software para resolução de sistemas algébricos, buscouse uma solução para o sistema de 11 equações e 11 incógnitas encontrado no desenvolvimento do conversor. As 11 equações do sistema estão representadas pelas equações **3.70** até **3.80**. Para a resolução desse sistema, as variáveis de tensão de saída, entrada e capacitores, razão cíclica, frequência, período, n (relação de ganho do transformador ideal), resistência de saída, indutância magnetizante e indutância de dispersão foram consideradas conhecidas e constantes. Esses valores serão obtidos pelos parâmetros de projeto e pela equação de ganho do conversor.

A solução estática obtida para o conversor está presente no **anexo 1**, devido ao tamanho das equações da solução.

3.1.14 Ganho do conversor - Tensão de saída

Para encontrar o ganho do conversor, inicia-se o desenvolvimento da etapa 4 de funcionamento do conversor, equações **3.56** até **3.61**. Utiliza-se essa etapa pois é a etapa mais eficaz para equacionar as tensões de entrada, saída e dos capacitores.

Ao desenvolver as equações mencionadas podemos chegar a seguinte equação:

$$V_{C1} = V_O - V_{C2} + \frac{n(V_g + V_{C2} - V_O + V_{Ld4})}{n+1}$$
(3.81)

Substituindo o valor de V_{C1} no balanço Volt segundo da indutância magnetizante (equação **3.73**), obtém-se a equação **3.82**:

$$V_g D(n+1) + (V_g - V_O + V_{C2})D' + nV_{Ld4}(\Delta_{t3} + \Delta_{t4}) - V_{Ld4}\Delta_{t5} = 0$$
(3.82)

Na equação **3.51** é substituído o valor de V_{C2}, de acordo com a equação **3.84**. Para obtenção dessa equação, foi considerado que o conjunto de indutâncias L_d e L_m como um divisor de tensão. Esse divisor de tensão foi parametrizado utilizando as seguintes variáveis:

- k Coeficiente utilizado para adequar valores teóricos a valores encontrados experimentalmente em divisores de tensão compostos por indutores, tem seu valor em torno de 0,92 a 0,95.
- λ Valor dado pela proporção entre indutância de dispersão e indutância magnetizante, representado na equação 3.83.

$$\lambda = \frac{L_d}{L_m} \tag{3.83}$$

$$V_{C2} = \frac{nkV_g}{\lambda + 1} \tag{3.84}$$

Após a substituição, a equação **3.82** é desenvolvida e rearranjada. Obtendose assim a equação **3.85**.

$$M = \frac{V_o}{V_g} = \frac{(\lambda + 1)(nD + 1) + nkD'}{(\lambda + 1)D'} + \frac{V_{Ld4}n(\Delta_{t3} + \Delta_{t4} - \Delta_{t5}/n)}{V_g T_s}$$
(3.85)

Pode-se verificar que não foi possível a obtenção de uma equação de ganho estático baseada somente nos parâmetros de projeto do conversor. Essa questão será abordada no decorrer do trabalho.

3.1.15 Ganho do conversor – Capacitor C1

Partindo da equação **3.81**, encontrada para a solução estática do conversor, substituem-se os valores de V₀ pelo valor do ganho estático multiplicado por V_g e substitui-se V_{C2} pela expressão encontrada na equação **3.84**. Pode-se, então, encontrar a expressão para o ganho estático no capacitor C_{1.}, equação **3.86**.

$$M_{1} = \frac{V_{C1}}{V_{g}} = \frac{V_{g}}{D'} - \frac{nV_{Ld4}\left(T_{s} + \frac{\Delta_{t5}}{n} - \Delta_{t3} - \Delta_{t4}\right)}{n+1}$$
(3.86)

É possível observar a componente relacionada ao circuito ideal, a esquerda, e a componente relacionada a não idealidade do circuito, componente direita. Nesse caso, em especial, o ganho no capacitor C₁ é maior no circuito com dispersão do que no circuito ideal. Na etapa 3 e 4 de funcionamento, tem-se a contribuição da indutância de dispersão descarregando a energia acumulada nas etapas 1 e 2, elevando, assim, a tensão média do capacitor C₁. Durante a etapa 1, essa condição fica evidenciada pela redução da diferença de tensão entre o capacitor C₁ e o capacitor C₃, tendo em vista que a tensão da indutância magnetizante é reduzida pela presença da dispersão. Ao analisar a equação 3.86, sabendo que a tensão V_{Ld4} é negativa, fica evidenciada matematicamente essa característica.

3.1.16 Ganho do conversor – Capacitor C2

A tensão no capacitor C₂ foi obtida durante o processo de equacionamento do ganho do conversor, equação **3.84**, sendo necessário apenas dividir a tensão obtida pela tensão de entrada. O ganho está representado na equação **3.87**.

$$M_2 = \frac{V_{C2}}{V_g} = \frac{nk}{\lambda + 1}$$
(3.87)

3.1.17 Ganho do conversor – Capacitor C₃

O ganho para o capacitor C_3 é obtido a partir da equação 3.35. Essa equação é válida para todas as etapas e relaciona a tensão do conversor no resistor de saída, no capacitor C_2 e no capacitor C_3 . Pode-se então, subtrair o ganho na saída do ganho do capacitor C_2 , obtendo-se então o ganho no capacitor C_3 , equação **3.88**.

$$M_3 = \frac{V_{C3}}{V_g} = \frac{nD+1}{D'} + \frac{V_{Ld4}n(\Delta_{t3} + \Delta_{t4} - \Delta_{t5}/n)}{V_g T_s}$$
(3.88)

3.2 Considerações sobre a modelagem do conversor não ideal

Na modelagem considerando a dispersão nos indutores acoplados, não foi possível encontrar uma solução de ganho baseada somente em valores de projeto do

conversor. Esse fato prejudica a solução estática encontrada para o conversor, tendo em vista que essa solução é dependente dos valores de projeto e dos ganhos estáticos. Ganhos esses, que, por sua vez, dependem de valores de tempo que seriam obtidos pela solução estática. A modelagem considerando a indutância de dispersão e cinco etapas de operação torna-se, então, além de complexa, pouco útil em termos práticos. Para encontrar um modelo matemático útil, um modelo considerando apenas as três principais etapas de funcionamento foi elaborado. Tendo em vista que as etapas de transição possuem um período de atividade pouco significativo quando comparadas a todo o período de funcionamento, essa abordagem levará a uma menor complexidade dos cálculos sem uma perda significativa na assertividade do modelo.

3.3 Considerações sobre modelo matemático simplificado

Para o modelo matemático simplificado, apenas as etapas dois, quatro e cinco serão consideradas pois são as etapas mais relevantes dentro do período de funcionamento do conversor. Apesar da redução da quantidade de etapas consideradas, os nomes das mesmas não serão alterados para facilitar a identificação e relação entre ambos os modelos matemáticos.

O funcionamento das etapas será idêntico, levando em consideração as mesmas formas de onda de tensão e corrente obtidas no conversor completo. No entanto, nessa abordagem não será levada em conta a presença da indutância de dispersão no equacionamento, a fim de simplificar a obtenção dos ganhos do circuito e, consequentemente, da sua solução estática. A **figura 22** mostra o circuito simplificado, a **figura 23** e a **figura 24** mostram as formas de onda do modelo matemático simplificado.

Para essa nova modelagem, existem 8 incógnitas, além dos ganhos de tensão em cada capacitor do circuito:

- 3 variáveis de tempo;
- 2 variáveis de corrente da indutância magnetizante;
- 3 variáveis de corrente de entrada.



Figura 22 - Circuito simplificado - sem indutância de dispersão

Fonte: Autoria própria.

Figura 23 - Formas de onda da indutância magnetizante e da corrente de entrada do conversor estudado



Fonte: Autoria própria.



Figura 24 - Formas de onda dos semicondutores do circuito simplificado

Fonte: Autoria própria.

3.3.1 Equações para solução estática do conversor simplificado

As equações utilizadas para o desenvolvimento da solução estática do conversor estão descritas abaixo levando em consideração as simplificações comentadas na seção anterior.

Segunda etapa:

$$V_g = v_{L1}(t)$$
 (3.89)

$$v_{L2}(t) = V_{C2} (3.90)$$

$$i_g(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
 (3.91)

$$\frac{V_o}{R} = -i_{C3}(t)$$
(3.92)

$$i_{L2}(t) = i_{C2}(t) + \frac{V_o}{R}$$
(3.93)

Quarta etapa:

$$V_g = v_{L1}(t) + V_{C1} \tag{3.94}$$

$$V_{C1} = v_{L2}(t) + V_{C3} \tag{3.95}$$

$$i_g(t) = i_{Lm}(t) + i_{L1}(t)$$
 (3.96)

$$i_g(t) = i_{C1}(t) - i_{L2}(t)$$
 (3.97)

$$i_{C2}(t) = -\frac{V_o}{R}$$
(3.98)

$$-\frac{V_o}{R} = i_{L2}(t) + i_{C3}(t)$$
(3.99)

Quinta etapa:

$$V_{C1} = v_{L2}(t) + V_{C3} \tag{3.100}$$

$$i_{Lm}(t) = -i_{L1}(t) \tag{3.101}$$

$$\frac{V_o}{R} = -i_{C2}(t) \tag{3.102}$$

$$i_{L2}(t) = i_{C1}(t) \tag{3.103}$$

$$-\frac{V_o}{R} = i_{L2}(t) + i_{C3}(t)$$
(3.104)

3.3.2 Balanço Volt segundo – Indutância Magnetizante L_m conversor simplificado

O balanço Volt segundo do conversor simplificado é obtido de maneira muito simples, tendo em vista que possui menos etapas e, também, menos componentes que o modelo completo. Para sua obtenção, é realizada a análise de malha das etapas dois, quatro e cinco. Importante ressaltar que como a tensão no secundário do transformador ideal se mantém a mesma da etapa quatro para a etapa cinco, a tensão refletida no primário do transformador e, por consequência, na indutância magnetizante é a mesma. Sendo assim, é possível aplicar a análise de malha para a etapa quatro e expandi-la para a etapa cinco. Esse artificio facilita a obtenção do ganho estático do conversor, após algumas manipulações matemáticas, equação **3.105**.

$$M = \frac{V_o}{V_g} = \frac{(n+1)}{D'}$$
(3.105)

3.3.3 Balanço Ampere segundo – Capacitor C1 conversor simplificado

Diferentemente da abordagem inicial, no modelo simplificado, o balanço Ampere segundo dos três capacitores será realizado a fim de encontrar relações úteis para o desenvolvimento matemático. É importante notar que, diferentemente das tensões, as correntes nem sempre permanecem com valores constantes durante uma etapa de funcionamento. Sendo assim, os valores trabalhados nos balanços Ampere segundo serão os valores médios da corrente durante aquela etapa. Sendo indicados com índices numéricos referente a etapa em questão, por exemplo: \bar{I}_{g4} – Corrente de entrada média durante a etapa 4.

O capacitor C₁ é conectado eletricamente ao circuito apenas nas etapas 4 e 5. Utilizando as equações **3.97**, **3.103** e **3.104** é possível chegar ao balanço Ampere segundo do componente em questão, equação **3.106**.

$$\bar{I}_{g_4}\Delta_{t_4} = \frac{\bar{I}_{Lm}D'}{(n+1)}$$
(3.106)

3.3.4 Balanço Ampere segundo – Capacitor C₂ conversor simplificado

O capacitor C₂ tem sua corrente igual a corrente de saída durante todo o período em que o interruptor está desligado, equações **3.98** e **3.102**. Para o período de condução do interruptor, utilizou-se a equação **3.93**. Obtendo-se assim o balanço Ampere segundo desse componente, equação **3.107**.

$$\bar{I}_{g2} = \frac{\bar{I}_o n}{D} + \bar{I}_{Lm}$$
(3.107)

3.3.5 Balanço Ampere segundo – Capacitor C₃ conversor simplificado

A corrente do capacitor C₃ durante o período de condução do interruptor é igual ao negativo da corrente de saída, equação **3.92**. Para o período de bloqueio do interruptor, foram utilizadas as equações **3.99** e **3.104**. Obtendo-se então a equação **3.108**.

$$n\bar{I}_{o} = \bar{I}_{Lm}D' + \bar{I}_{g4}\Delta_{t4}$$
(3.108)

O valor de \bar{I}_{Lm} pode ser substituído após análise das correntes médias do circuito, **figura 25**. O balanço Ampere segundo dos capacitores em regime permanente é igual a zero, ou seja, sua corrente média é igual a zero. Assim, as correntes médias do primário e do secundário do transformador ideal também são iguais a zero. Dessa forma, a corrente média de entrada do conversor (\bar{I}_g) é igual a corrente média da indutância magnetizante (\bar{I}_{Lm}), equação **3.109**.

$$\bar{I}_{Lm} = \bar{I}_g \tag{3.109}$$



Figura 25 - Circuito de Correntes Médias do conversor estudado

Fonte: Autoria própria.

Utilizando as equações **3.106**, **3.108** e **3.109** é possível chegar numa relação entre a corrente de saída e a corrente de entrada do conversor simplificado, equação **3.110**.

$$\frac{(n+1)\bar{I}_o}{D'} = \bar{I}_g$$
(3.110)

3.3.6 Ganho do modelo matemático simplificado - Capacitor C1

Para encontrar o ganho do capacitor C₁, utiliza-se o balanço Volt segundo da indutância magnetizante, já discutido anteriormente. A manipulação matemática é voltada, nesse momento, para a obtenção de uma relação entre a tensão no capacitor C₁ e a tensão de entrada, equação **3.111**.

$$M_1 = \frac{V_{C1}}{V_g} = \frac{1}{D'}$$
(3.111)

3.3.7 Ganho do modelo matemático simplificado – Capacitor C2

Fazendo a análise do funcionamento do circuito durante a etapa 2, pode-se encontrar diretamente o valor do ganho M₂.

$$M_2 = \frac{V_{C2}}{V_g} = nV_g \tag{3.112}$$

3.3.8 Ganho do modelo matemático simplificado – Capacitor C3

Utilizando a etapa quatro do funcionamento do circuito e igualando a tensão do primário do transformador com a tensão refletida no secundário do transformador, é possível obter o valor de M₃.

$$M_3 = \frac{V_{C3}}{V_g} = \frac{nD+1}{D'}$$
(3.113)

3.3.9 Ganho do modelo matemático simplificado - Tensão de saída

Esse ganho já foi obtido anteriormente, no entanto é possível validar o seu resultado através da soma dos ganhos M₂ e M₃.

$$M = M_2 + M_3 = \frac{V_o}{V_g} = \frac{(n+1)}{D'}$$
(3.114)

3.3.10 Solução das variáveis de tempo do modelo matemático simplificado

Conforme discutido da sessão 3.5.6, a corrente média no primário e secundário do transformador ideal são iguais a zero. Analisando a **figura 23**, que retrata a forma de onda da corrente no primário do transformador, os circuitos e equações desse conversor, pode-se formar a equação **3.115**. Levando em consideração que o modelo simplificado possui apenas 3 etapas de funcionamento, as equações **3.116** e **3.117** são formadas.

$$(\bar{I}_{C2-2} + \bar{I}_o)D - \bar{I}_{Lm}\left(\frac{\Delta_{t4}}{2} + \Delta_{t5}\right) = 0$$
 (3.115)

$$\Delta_{t2} + \Delta_{t4} + \Delta_{t5} = T_s \tag{3.116}$$

$$\Delta_{t4} + \Delta_{t5} = (1 - D)T_s = D'T_s \tag{3.117}$$

Para encontrar o valor de \overline{I}_{C2-2} é realizado o balanço Ampere segundo desse capacitor, resultando na equação **3.118**.

$$\bar{I}_{C2-2} = \frac{I_o D'}{D}$$
(3.118)

O valor de l_o será substituído conforme a equação **3.119**, levando em consideração o ganho do conversor.

$$I_o = \frac{V_o}{R} = \frac{(n+1)V_g}{RD'}$$
(3.119)

O valor de \bar{I}_{Lm} já foi obtido através da equação **3.109**, bem como o valor da corrente de entrada em função da corrente de saída, equação **3.110**. Realizando as devidas substituições, é possível solucionar o sistema envolvendo **3.115** e **3.117** a fim de, finalmente, encontrar os valores de Δ_{t4} e Δ_{t5} .

$$\Delta_{t4} = \frac{2D'}{(n+1)}$$
(3.120)

$$\Delta_{t5} = \frac{D'(n-1)}{(n+1)}$$
(3.121)

3.3.11 Solução das variáveis de corrente magnetizante do modelo matemático simplificado

É conhecido, como visto anteriormente, que a corrente média da indutância magnetizante é igual a corrente média de entrada. Sabe-se também que a variação da corrente na indutância magnetizante é um valor determinado em projeto. Assim sendo, é possível encontra o valor máximo e mínimo da corrente magnetizante através das equações **3.122** e **3.123**, onde ΔI_{Lm} é a porcentagem de variação da corrente da indutância magnetizante determinada em projeto.

$$I_{Lm-m\acute{a}x} = \bar{I}_{Lm}(1 + \Delta I_{Lm}) = \frac{V_g(n+1)^2}{R{D'}^2}(1 + \Delta I_{Lm})$$
(3.122)

$$I_{Lm-min} = \bar{I}_{Lm}(1 - \Delta I_{Lm}) = \frac{V_g(n+1)^2}{RD'^2}(1 - \Delta I_{Lm})$$
(3.123)

3.3.12 Solução das variáveis de corrente de entrada do modelo matemático simplificado

Conforme mencionado no início dessa sessão, existem três variáveis da corrente magnetizante a serem solucionadas. No entanto, ao analisar o funcionamento do conversor, é possível notar que no início da etapa 2 e da etapa 4 a corrente do secundário do transformador ideal é igual a zero. Portanto a corrente de entrada, nesses momentos, é igual ao valor da corrente magnetizante. Pela análise da **figura 23**, é possível concluir que a corrente de entrada no início da etapa 2 é igual a I_{Lm-min}, equação **3.123**, e no início da etapa 4 é igual a I_{Lm-máx}, equação **3.122**.

$$I_{g1} = I_{Lm-min} = \frac{V_g (n+1)^2}{RD'^2} (1 - \Delta I_{Lm})$$
(3.124)

$$I_{g4} = I_{Lm-max} = \frac{V_g (n+1)^2}{RD'^2} (1 + \Delta I_{Lm})$$
(3.125)

Para encontrar a solução para a corrente de entrada no final da segunda etapa de funcionamento, é necessário conhecer a corrente do primário do transformador ideal. Essa corrente, por sua vez, pode ser encontrada sabendo-se que a corrente média do capacitor C₂ é igual a zero, equação **3.126**. Analisando a **figura 23**, é possível observar o pico de corrente no capacitor ao final da segunda etapa de operação (Ic_{2máx}).

$$\frac{\int_0^{T_s} i_{C2}(t)dt}{T_s} = 0$$
(3.126)

A equação **3.126** é igual a área entre a curva da corrente do capacitor e o eixo do tempo. Para realizar o equacionamento, o tempo durante a segunda etapa em que a corrente no capacitor C_2 é negativa (t_x) é um dado faltante. É possível encontrar esse tempo utilizando uma abordagem gráfica para a questão.

Tendo em vista que a corrente no capacitor pode ser considerada uma linha reta durante a segunda etapa de operação, conhecendo o coeficiente angular (α) dessa reta, a corrente no início dessa etapa (equação **3.102**) e a corrente ao final da mesma (Ic_{2máx}) é possível encontrar sua função de formação e, consequentemente, o valor do tempo em questão, equação **3.128**.

$$\alpha = \frac{I_{C2m\acute{a}x} + I_o}{D} \tag{3.127}$$

$$0 = \frac{t_x (I_{C2m\acute{a}x} + I_o)}{D} - I_o$$
(3.128)

O valor do tempo t_x é dependente do valor do pico de corrente no capacitor C₂ (I_{C2máx}). Forma-se, então, um sistema de equações com a equação **3.126** e a equação **3.128**, obtendo-se os valores das variáveis em questão.

$$t_x = \frac{D^2}{2}$$
(3.129)

$$I_{C2max} = \frac{I_o(2-D)}{D}$$
(3.130)

Com o valor de I_{C2max} encontra-se, através de análise de nós, o valor da corrente no primário do transformador ideal ao final da segunda etapa de operação, equação **3.131**.

$$I_{L1-max} = n(I_{C2max} + I_o) = \frac{2nI_o}{D}$$
(3.131)

Ao final da segunda etapa, a corrente da indutância magnetizante está em seu valor máximo $I_{Lm-máx}$, já definido pela equação **3.122**. Sabendo que a corrente de entrada é igual a soma da corrente da indutância magnetizante e do primário do transformador, a equação **3.132** representa o valor da corrente de entrada nesse momento.

$$I_{g2} = I_{L1-m\acute{a}x} + I_{Lm-m\acute{a}x} = \frac{2nV_g(n+1)}{DD'R} + \frac{V_g(n+1)^2}{RD'^2}(1+\Delta I_{Lm})$$
(3.132)

3.4 Tensões e correntes nos semicondutores

Os semicondutores são os componentes mais frágeis e caros da topologia e devem ser escolhidos levando em consideração as tensões máximas e correntes

máximas e médias a que serão submetidos durante o funcionamento do conversor. Em muitos circuitos, picos de tensão elevados podem danificar os semicondutores levando a necessidade de circuitos grampeadores, conforme visto no referencial teórico. A própria topologia do conversor proporciona um grampeamento da tensão nos semicondutores, o que descarta a necessidade da utilização de grampeadores de tensão e, consequentemente, reduz o custo do conversor.

3.4.1 Correntes médias nos diodos

A **figura 25**, vista em sessões anteriores, representa o conversor levando em consideração apenas correntes médias. Analisando essa figura e sabendo que a corrente média dos capacitores é igual a zero, fica evidente que a corrente média nos três diodos que compõe o conversor é igual a corrente de saída, equação **3.133**.

$$\bar{I}_{D1} = \bar{I}_{D2} = \bar{I}_{D3} = \bar{I}_o = \frac{(n+1)V_g}{RD'}$$
 (3.133)

3.4.2 Corrente média no interruptor

Seguindo o mesmo raciocínio da sessão anterior, a corrente média no interruptor é igual a subtração da corrente média de saída da corrente média de entrada do conversor, equação **3.134**.

$$\bar{I}_s = \bar{I}_g - \bar{I}_o = \frac{(n+D)(n+1)V_g}{RD'^2}$$
(3.134)

3.4.3 Corrente máxima nos diodos

Cada diodo possui correntes máximas distintas, diferentemente da corrente média. Sendo assim, cada corrente máxima será analisada individualmente baseando-se no funcionamento do conversor, nas análises de nós e nas equações já encontradas para descrever o comportamento do conversor.

3.4.3.1 Corrente máxima no diodo D1

O diodo D₁ está em condução apenas durante a quarta etapa de funcionamento. Durante essa etapa, sua corrente é igual a corrente de entrada. Ou seja, sua corrente máxima será igual a I_{g3}, valor já discutido anteriormente.

$$I_{D1-m\acute{a}x} = I_{g3} = I_{Lm-m\acute{a}x} = \frac{V_g(n+1)^2}{RD'^2} (1 + \Delta I_{Lm})$$
(3.135)

3.4.3.2 Corrente máxima no diodo D2

O diodo D_2 está em condução durante a quarta e quinta etapa de funcionamento. Durante esse período, sua corrente é igual ao negativo da corrente no secundário do transformador ideal. Conforme foi abordado anteriormente, no início da quarta etapa de funcionamento, a corrente de entrada é igual a corrente da indutância magnetizante, portanto, nesse momento, a corrente do secundário do transformador é zero. Essa corrente vai decrescendo até encontrar seu valor mínimo ao início da quinta etapa de funcionamento, quando seu valor é igual ao negativo da corrente magnetizante refletida no secundário do transformador. Então, a corrente máxima do diodo D_2 ocorre no início da quinta etapa e é descrita pela inequação **3.136**.

$$I_{D2-m\acute{a}x} < \frac{I_{Lm-m\acute{a}x}}{n} = \frac{V_g(n+1)^2}{nRD'^2} (1 + \Delta I_{Lm})$$
(3.136)

3.4.3.3 Corrente máxima no diodo D3

O diodo D₃ conduz durante a segunda etapa de operação. Sua corrente, durante essa etapa, é igual a corrente do secundário do transformador ideal. O valor máximo dessa corrente já foi encontrado na sessão 3.5.11.

$$I_{D3-m\acute{a}x} = I_{L2-m\acute{a}x} = \frac{2I_o}{D}$$
(3.137)

3.4.4 Corrente máxima no interruptor

O interruptor conduz apenas durante a segunda etapa de funcionamento. Nessa etapa, a corrente do interruptor é igual a corrente de entrada, sendo assim a corrente máxima no interruptor é a corrente máxima de entrada, calculada na sessão 3.5.11.

$$I_{s-m\acute{a}x} = I_{g2} = \frac{2nV_g(n+1)}{DD'R} + \frac{V_g(n+1)^2}{RD'^2}(1 + \Delta I_{Lm})$$
(3.138)

3.4.5 Tensão máxima nos diodos

Cada diodo está sujeito a tensões diferentes durante o funcionamento do conversor, portanto cada diodo terá sua tensão máxima analisada individualmente. Como citado anteriormente, o conversor em questão é auto grampeado, isso ficará evidenciado ao final desta sessão.

3.4.5.1 Tensão máxima no diodo D1

O diodo D₁ está bloqueado durante a segunda e quinta etapa de funcionamento do conversor. Durante a segunda etapa, pela **figura 18**, é evidente que a tensão a que está submetido é V_{C1}. Considerando a quarta etapa de funcionamento, pode-se formar uma malha que percorre a tensão de entrada, a indutância magnetizante, o diodo D₁ e o capacitor C₁. Essa malha está representada na equação **3.94** e o seu resultado é zero tendo em vista que para a análise foi considerado que capacitores não tem variação de tensão, ainda assim esse diodo está bloqueado nessa etapa.

$$V_{D12} = V_{C1} = \frac{V_g}{D'}$$
(3.139)

$$V_{D14} = -V_g + V_{Lm} + V_{C1} = 0 ag{3.140}$$

3.4.5.2 Tensão máxima no diodo D2

O diodo D₂ é bloqueado apenas durante a segunda etapa de operação. Podese calcular sua tensão formando uma malha de tensão que envolve o resistor de saída, o diodo D₂ e o capacitor C₁. Essa malha de tensão está representada abaixo.

$$V_{D22} = V_o - V_{C1} = \frac{nV_g}{D'}$$
(3.141)

3.4.5.3 Tensão máxima no diodo D3

O diodo D₃ permanece bloqueado na quarta e quinta etapa de operação do conversor. Apesar disso, pode-se utilizar a mesma malha de tensão para o cálculo da sua tensão máxima. Essa malha passa pelo resistor de saída, pelo diodo D₃ e pelo capacitor C₁, equação **3.95**. É possível notar que a malha de tensão que envolve o diodo D₂ e o diodo D₃ é a mesma e que eles funcionam de maneira oposta, se um conduz o outro necessariamente está bloqueado.

$$V_{D34} = V_{D35} = V_o - V_{C1} = \frac{nV_g}{D'}$$
(3.142)

3.4.6 Tensão máxima no interruptor

Para análise da tensão máxima no interruptor, as etapas quatro e cinco devem ser analisadas. Durante a etapa quatro, é evidente que a tensão no interruptor é igual a tensão do capacitor C₁. Na etapa cinco, é possível formar uma malha de tensão entre o capacitor C₁, o diodo D₁ e o interruptor. Na equação **3.140**, foi verificado que a tensão no diodo D₁ é zero durante esse período, portanto a tensão do interruptor continua limitada a tensão do capacitor C₁.

$$V_{s4} = V_{s5} = V_{c1} = \frac{V_g}{D'}$$
(3.143)

Após a análise da tensão sobre todos os semicondutores do conversor, é clara sua característica de auto grampeamento e fica evidente que todas as tensões máximas nos semicondutores estão atreladas ao valor de tensão do capacitor C₁. Deixando clara a importância desse capacitor para o circuito em questão.

3.5 Dimensionamento da indutância magnetizante e dos capacitores

A indutância magnetizante e os capacitores devem ser dimensionados para que o conversor atenda requisitos de projeto relacionados a variação de corrente na indutância (ΔI_{Lm}) e variação de tensão nos capacitores (ΔV_{Cx}). O dimensionamento da indutância é fundamental para que o conversor funcione em modo de condução contínua (MCC), tendo em vista que toda a modelagem matemática do conversor foi realizada levando essa exigência em consideração. O dimensionamento dos capacitores envolve a variação da tensão sobre os semicondutores e, principalmente, a variação da tensão de saída que, idealmente, deve ser a menor possível.

3.5.1 Dimensionamento da indutância magnetizante Lm

Durante a primeira etapa de operação, a tensão na indutância L_m é igual a tensão de entrada do circuito. Utilizando-se essa etapa para o dimensionamento da indutância magnetizante, a equação **3.144** é obtida.

$$L_m = \frac{DRD'^2}{2f\Delta I_{Lm}(n+1)^2}$$
(3.144)

3.5.2 Dimensionamento do capacitor C1

Para o capacitor C₁, a etapa cinco é utilizada para o dimensionamento. Isso é possível pois o intervalo de tempos dessa etapa já foi equacionado anteriormente. Durante essa etapa, a corrente no capacitor C₁ é igual a corrente da indutância magnetizante refletida no secundário do transformador ideal.

$$C_1 = \frac{(n+1)(n-1)}{2fR\Delta V_{C1}}$$
(3.145)

3.5.3 Dimensionamento do capacitor C2

O dimensionamento do capacitor C₂ é realizado baseando-se nas etapas quatro e cinco quando a corrente desse componente é igual a corrente de saída. A equação abaixo representa o dimensionamento do capacitor C₂.

$$C_2 = \frac{(n+1)}{2nfR\Delta V_{C2}}$$
(3.146)

3.5.4 Dimensionamento do capacitor C₃

O capacitor C₃ é dimensionado utilizando a segunda etapa de funcionamento do conversor quando sua corrente é igual a corrente de saída. A equação **3.147** representa o dimensionamento desse componente.

$$C_3 = \frac{(n+1)D}{2fR(1+nD)\Delta V_{C3}}$$
(3.147)

4 METODOLOGIA DE PROJETO

Nesse capítulo será abordada a metodologia de projeto do conversor. O conversor será projetado em malha aberta, tendo em vista que o projeto de controladores está fora do escopo desse trabalho.

4.1 Projeto do conversor

A topologia do conversor foi desenvolvida para aplicação em sistemas fotovoltaicos, conforme visto nos primeiros capítulos. O range de tensão de entrada comum em painéis fotovoltaicos comerciais é entre 30 e 60 V, portanto esse será o range da tensão de entrada para qual o conversor será projetado. A potência considerada para o conversor será, também, baseada em valores comerciais comuns encontrados em painéis fotovoltaicos, 500 W. A tensão de saída, por sua vez, foi definida como 400 V tendo em vista que essa é uma tensão de entrada comum em inversores de frequência, tornando possível a interligação com a rede elétrica.

O valor da razão cíclica do conversor será calculado para 3 valores de tensão de entrada distintos (30 V, 48 V e 60 V). Dessa forma, é possível observar o comportamento do conversor ao longo de todo o range de entrada considerado. O valor da relação de transformação do indutor acoplado (n) está diretamente ligado ao ganho do conversor e, também, ao valor da razão cíclica em que ele irá operar. Sabendo-se que um indutor acoplado de relação de transformação muito elevada resultará em aumento das perdas magnéticas do circuito e, também, que um indutor de baixa relação de transformação não contribuirá significativamente para o ganho estático do conversor, optou-se por uma relação de transformação de 2,333, valor comumente utilizado em projetos elétricos de potência.

Considerando os três valores de entrada descritos acima, o valor da relação de transformação do indutor acoplado e a equação que descreve o ganho estático do conversor ideal, chega-se aos valores de razão cíclica para cada valor de tensão de entrada mantendo a tensão de saída determinada. Esses valores estão descritos na **tabela 3**.

Tensão de Entrada -Vg	Razão cíclica – D	
30 V	0,75	
48 V	0,60	
60 V	0,50	
Fonto: Autoria Drópria		

Tabela 3 - Razão cíclica para diferentes tensões de entrada

Fonte: Autoria Própria

A **tabela 4** apresenta todos os parâmetros considerados para o desenvolvimento do projeto.

Tabela 4 - Parâmetros de Projeto

Parâmetro	Valor de Projeto	
Tensão de Entrada	30 - 60 V	
Relação de Transformação	2,333	
Razão cíclica	0,5 - 0,75	
Frequência de Comutação	100 kHz	
Potência de Saída	500 W	
Tensão de Saída	400 V	
Ondulação de corrente na indutância L _m	15%	
Ondulação de Tensão no Capacitor C ₁	1%	
Ondulação de Tensão no Capacitor C ₂	1%	
Ondulação de Tensão no Capacitor C ₃	1%	
Fonte: Autoria Própria		

Utilizando as equações encontradas no capítulo 3 e os valores determinados para os parâmetros do projeto, é possível dimensionar os capacitores e indutores que serão utilizados no circuito. Tendo em vista que alguns desses componentes possuem o equacionamento dependente do valor de razão cíclica, eles foram dimensionados para a razão cíclica correspondente a tensão de saída de 48 V. Os valores encontrados para os componentes estão presentes na **tabela 5**.

Tabela 5 - Valores de projeto dos componentes

Componente	Valor projetado
Indutância L _m	92,178 µH
Capacitor C ₁	6,942 µF
Capacitor C ₂	2,232 µF
Capacitor C ₃	1,302 µF
Resistor de Saída	320 Ω

Fonte: Autoria Própria

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesse capítulo, o modelo matemático simplificado do conversor será comparado com os resultados obtidos em simulação envolvendo a presença da indutância de dispersão. Dessa maneira, busca-se validar o modelo matemático obtido para que possa ser utilizado em desenvolvimentos práticos futuros.

5.1 Características da simulação

A simulação do conversor para comparação de valores de ganho estático, tensão e correntes foi realizada no software PSIM™, para comparação de formas de onda utilizou-se o software Orcad™, a fim de constatar a ausência de eventuais componentes harmônicos. O circuito foi simulado, em ambas as situações, em malha aberta com o dimensionamento dos componentes e parâmetros obtidos no capítulo 4, considerando a tensão de entrada fixa em 48 V e a variação da razão cíclica determinada na tabela 4. É interessante a fixação de apenas uma tensão de entrada para que os efeitos na variação da razão cíclica possam ser evidenciados. Tendo em vista que a simulação busca representar o circuito real, foi considerada uma dispersão de 1% nos enrolamentos do indutor acoplado, valor coerente com os que podem ser obtidos na prática.

5.2 Resultados em malha aberta

A **figura 26** mostra o ganho de tensão na saída e em cada capacitor variandose a razão cíclica (0,1 a 0,9), em contrapartida a **figura 27** apresenta ganhos teóricos calculados para a mesma variação da razão cíclica no modelo matemático simplificado.


Figura 26 - Ganhos do circuito simulado





Figura 27 - Ganhos do modelo matemático simplificado

Fonte: Autoria própria.

É possível observar que ambas as figuras possuem curvas com formatos semelhantes. Os valores, dentro de um determinado range de razão cíclica, também são semelhantes. Essas informações são evidenciadas na **tabela 6**, onde é possível observar o ganho de tensão na saída do modelo teórico e do circuito simulado e o erro percentual entre eles.

Razão Cíclica	Ganho Teórico Saída	Ganho Simulado Saída	% Erro
0,1	3,70	2,91	27,25%
0,15	3,92	3,43	14,46%
0,2	4,17	3,83	8,87%
0,25	4,44	4,19	6,01%
0,3	4,76	4,56	4,42%
0,35	5,13	4,97	3,09%
0,4	5,56	5,42	2,57%
0,45	6,06	5,92	2,39%
0,5	6,67	6,52	2,23%
0,55	7,41	7,25	2,13%
0,6	8,33	8,16	2,16%
0,65	9,52	9,31	2,34%
0,7	11,11	10,81	2,75%
0,75	13,33	12,88	3,53%
0,8	16,67	15,86	5,09%
0,85	22,22	20,47	8,58%
0,9	33,33	28,06	18,78%

Tabela 6 - Ganho teórico de saída versus ganho simulado

Fonte: Autoria própria.

Tendo em vista que o circuito simulado e modelo teórico consideram componentes ideais, exceto pela presença de dispersão na simulação, o ganho do conversor tende ao infinito conforme a razão cíclica se aproxima do valor unitário. No entanto, este é um comportamento puramente teórico e impossível de ser obtido na prática, não só pela evidente saturação dos indutores acoplados ao serem submetidos a uma razão cíclica unitária, mas também pelas perdas relacionadas às não idealidades de cada componente do circuito. Sendo assim, os valores de razão cíclica devem ater-se aos *ranges* comumente utilizados em trabalhos práticos, a fim de minimizar perdas e reduzir as disparidades entre os circuitos teórico, simulado e prático.

A **figura 28** mostra a variação do percentual de erro para cada valor de razão cíclica. Tendo em vista que o modelo matemático em questão é um modelo simplificado, as elevadas diferenças nos valores extremos de razão cíclica são esperadas. Pela análise da **figura 28**, fica evidente a validade do modelo matemático simplificado para valores de razão cíclica comumente utilizados na prática.



Figura 28 - Variação do erro % no ganho de saída



A **figura 29** representa a variação da corrente média de entrada decorrente da variação da razão cíclica para o modelo matemático simplificado e simulado. Novamente, ambas apresentam formatos de curva semelhantes.



Figura 29 - Corrente média de entrada teórica vs simulada

Fonte: Autoria própria.

Nas figuras acima, é possível observar que quanto maior a razão cíclica maior a tensão de saída e, também, a corrente de entrada. Considerando que a tensão de entrada é constante, a elevação da corrente de entrada é o único modo de se elevar a potência de entrada do conversor. Sendo assim, o seu crescimento é mais acentuado ao longo da variação crescente da razão cíclica quando comparada com o crescimento da tensão de saída. A corrente de entrada eleva-se quadraticamente quando comparada com a variação da tensão de saída, para uma mesma variação da razão cíclica.

A **figura 30** mostra a variação no ganho da tensão de saída calculada no modelo matemático simplificado para diferentes valores de n variando-se a razão cíclica.





Fonte: Autoria própria.

O valor de n tem uma relação direta com o valor da tensão de saída deslocando as diferentes curvas da **figura 30** verticalmente e influenciando na sua velocidade de crescimento ao longo da variação da razão cíclica. É importante ressaltar que uma relação de transformação muito elevada, em um circuito prático, aumenta as perdas magnéticas e, também, aumentará a corrente de entrada necessária para o funcionamento do circuito.

A tabela 7 apresenta as correntes máximas e médias de entrada e magnetizante do modelo matemático simplificado e da simulação. A figura 32, por sua vez, traz a tensão simulada e teórica na indutância magnetizante e a tensão simulada na indutância de dispersão, sendo possível comparar apenas a tensão na indutância magnetizante já que o modelo teórico não contempla a indutância de dispersão.

Componente	Corrente Máx Teórica (A)	Corrente Máx Simulada (A)	Erro (%)	Corrente Média Teórica (A)	Corrente Média Simulada (A)	Erro (%)
lg	21,69	20,16	7,59%	10,41	10,12	2,86
I _{Lm}	11,97	11,56	3,54%	10,41	10,12	2,86

Tabela 7 - Correntes máximas e médias de entrada e magnetizante

Fonte: Autoria própria.

A característica de auto grampeamento do circuito está demonstrada na tabela 8, onde é possível observar as tensões máximas dos semicondutores ao longo de todo o período de funcionamento do conversor no modelo teórico e no circuito simulado.

Componente	Tensão Máx Teórica (V)	Tensão Máx Simulada (V)	Erro (%)		
D ₁	120	121	0,83		
D ₂	279,96	275	1,8		
D ₃	279,96	272	2,92		
S	120	122,5	2,04		
Eonto: Autoria própria					

Tabela 8 - Tensões máximas nos semicondutores

Fonte: Autoria própria.

As tensões nos semicondutores estão grampeadas pelos capacitores do circuito, conforme dito anteriormente, sendo assim a tensão máxima em um semicondutor será a tensão do capacitor C1 multiplicada pela relação de transformação. Acrescentando mais um motivo para a utilização de uma relação de transformação adeguada, já que guanto maior a relação de transformação do indutor acoplado, maior será o estresse de tensão nos semicondutores.

As correntes simuladas nos semicondutores estão representadas na tabela 9, as correntes máximas dos diodos são de magnitudes diferentes, mas, conforme visto na análise do circuito e comprovado na tabela 9, seus valores médios são iguais.

Componente	Corrente Máx Teórica (A)	Corrente Máx Simulada (V)	Erro (%)	Corrente Média Teórica (A)	Corrente Média Simulada (A)	Erro (%)
D ₁	11,97	11,48	4,26	1,24	1,23	0,8
D ₂	5,13	4,35	17,90	1,24	1,23	0,8
D ₃	4,16	3,68	13,04	1,24	1,23	0,8
S	21,69	20,14	7,69	9,16	8,89	3,03
Fonte: Autoria própria.						

Tabela 9 - Correntes médias e máximas nos semicondutores

Por fim, a **tabela 10** compara o *ripple* de corrente na indutância magnetizante e o de tensão nos capacitores considerando o valor projetado com o valor simulado.

Componente	Variação projetada	Variação simulada	Erro (%)
C 1	1,2 V	1,32 V	9
C ₂	1,12 V	1,35 V	17
C₃	2,88 V	2,96 V	2
Lm	1,56 A	1,47 A	6

Tabela 10 - Variação de tensão em capacitores e corrente na indutância magnetizante

Fonte: Autoria própria.

5.3 Formas de onda obtidas por simulação

Conforme mencionado anteriormente, o software Orcad[™] foi utilizado para a aquisição de formas de onda, já que ele leva em consideração mais fenômenos eletromagnéticos em sua simulação. Nesta seção, serão apresentadas as principais formas de onda obtidas em simulação. Foram utilizados os parâmetros de projeto presentes na **tabela 4** e **tabela 5** (tensão de entrada de 48 V e razão cíclica de 0,6).

A **figura 31** representa a tensão de saída da simulação, apresentando uma pequena oscilação de magnitude e sendo menor do que o projetado de 400V. Isso deve ao fato de a simulação em questão levar em conta algumas não idealidades dos componentes que não foram equacionadas para a obtenção do modelo estático, comportamento também esperado na prática.



Figura 31 – Forma de onda da tensão de saída

Fonte: Autoria própria.

A **figura 32** apresenta a corrente de saída. O comportamento dessa corrente é alinhado com o comportamento da tensão de saída já que a carga é uma resistência.



Figura 32- Forma de onda da corrente de saída

Fonte: Autoria própria.

A figura 33 apresenta a forma de onda da corrente de entrada. É possível notar que seu valor máximo está abaixo dos 20 A, ou seja, menor do que o simulado no Psim[™]. Essa redução no valor de corrente de entrada é coerente com as não idealidades simuladas no Orcad[™]. Outro ponto interessante da figura 33 é o

crescimento da corrente de entrada de forma não linear ao longo da segunda etapa. Ainda que seu comportamento possa ser aproximado para uma reta, esse detalhe demonstra a influência de componentes indutivos no circuito.

A **figura 34** apresenta a forma de onda da corrente da indutância magnetizante. O seu valor é menor do que o simulado no Psim[™] e do que calculado no modelo matemático pelos mesmos motivos discutidos sobre a corrente de entrada. O seu comportamento está alinhado com o esperado durante a elaboração do modelo matemático.

A **figura 35** apresenta a tensão sobre a indutância de dispersão. Essa tensão apresenta picos elevados nas etapas de transição do circuito. Outro ponto de atenção no comportamento dessa tensão é a componente harmônica presente durante a quinta etapa de operação, momento em que não deveria haver tensão sobre a indutância. A **figura 36** é um recorte da **figura 35**, buscando facilitar a visualização da componente harmônica presente no circuito.



Figura 33 – Forma de onda da corrente de entrada

Fonte: Autoria própria.



Figura 34 - Corrente da indutância magnetizante







Fonte: Autoria própria.



Figura 36 - Tensão sobre indutância de dispersão durante quinta etapa de operação

Fonte: Autoria própria

A **figura 37** apresenta o formato de onda da tensão sobre a indutância magnetizante. Tendo em vista que essa tensão está grampeada pela tensão dos capacitores do circuito, por conta do secundário do indutor acoplado, o seu comportamento é muito próximo do modelado e do simulado no Psim[™].



Figura 37 - Forma de onda da tensão sobre o indutor magnetizante



A **figura 38** apresenta o formato de onda da corrente nos capacitores do circuito. Destaca-se, nessa figura, o pico de corrente no capacitor C₁ durante a terceira etapa de operação do conversor. Esse pico é reflexo de, no início da terceira etapa de operação, o capacitor C₁ passar a ser carregado pela corrente de entrada a qual apresentava esse valor. O formato de onda dos demais capacitores não possui nenhum ponto fora do esperado durante a modelagem do circuito.

A corrente do capacitor C₁ naturalmente impacta também a corrente dos diodos D₁ e D₂. A **figura 39** mostra que o comportamento transitório relacionado a entrada do capacitor C₁ no circuito durante a terceira etapa de operação também ocorre no diodo D₁, já que ele possibilita essa ligação elétrica ao entrar em condução.

O valor da corrente máxima em D₁ está acima do esperado pelo modelo matemático, mas é coerente com o valor máximo esperado para a corrente de entrada. Esse fato é efeito da simplificação do modelo, o qual desconsiderou a terceira etapa de operação. O efeito dessa simplificação em aplicações práticas deve ser levado em conta para o dimensionamento de componentes que resistam aos estresses elétricos das etapas transitórias.



Figura 38 - Corrente nos capacitores C1 (lilás), C2 (azul) e C3 (vermelho)

Fonte: Autoria própria.



Figura 39 - Correntes nos diodos D₁ (lilás), D₂ (azul) e D₃ (vermelho)

Fonte: Autoria própria.

A figura 40 apresenta os formatos de onda da tensão sobre os diodos do conversor. Fica evidente o grampeamento da tensão sobre os diodos, que em nenhum momento da operação do conversor possui módulo superior a 300 V. Um ponto de atenção que a figura 40 demonstra é o reflexo do comportamento harmônico apresentado pela tensão sobre a indutância L_D que traz efeitos na tensão sobre o diodo D₁ durante a quinta etapa de operação.



Figura 40 - Tensão nos diodos D₁ (lilás), D₂ (azul) e D₃ (vermelho)



A **figura 41** apresenta os formatos de onda da corrente no interruptor. Considerando que a condução ocorre durante a primeira e segunda etapa de operação, momentos em que a corrente pelo interruptor é igual a corrente de entrada, essa figura apresenta um recorte da corrente de entrada durante as etapas de condução.





Fonte: Autoria própria.

A **figura 42** apresenta a tensão sobre o interruptor. Fica, novamente, evidenciada a característica de auto grampeamento do conversor, uma de suas principais vantagens operacionais. Outra característica a ser observada na figura é a componente harmônica de tensão durante a quinta etapa de operação.





Fonte: Autoria própria.

A **figura 43** apresenta a potência dissipada pela entrada e pela saída durante a operação do conversor. Fica evidente que a saída possui uma potência quase constante, enquanto a entrada possui um perfil pulsante, já que durante a quinta etapa de operação a fonte de entrada não fornece energia para o circuito. Outro ponto importante demonstrado na figura é a potência de saída ser próxima de 500W, indicando que o conversor está adequadamente dimensionado, mas que possui perdas, as quais não foram consideradas no modelo matemático.

Por fim, a **figura 44** demonstra a eficiência do conversor estimada pelo software, acima de 96%. Em uma eventual aplicação prática, a eficiência tende a ser menor do que a estimada pelo software, ainda assim, é um resultado que reflete o potencial desse conversor.



Figura 43 - Potência de entrada e potência de saída

Fonte: Autoria própria.





Fonte: Autoria própria.

6 CONCLUSÕES

O desenvolvimento de novas tecnologias na área de energia renovável é fundamental para o avanço da nossa sociedade de maneira sustentável. A demanda por energia é crescente, as reservas das principais matrizes energéticas são finitas e sua utilização é danosa para o meio ambiente. As novas tecnologias podem ser novas matrizes energéticas e, também, novos meios de processamento de energia das matrizes já existentes. É de interesse da sociedade, como um todo, que todo o processo de geração, processamento, transmissão e distribuição de energia seja projetado e executado da maneira mais eficiente, sustentável e ecologicamente correta possível.

Nesse contexto, o conversor abordado se apresenta como uma ferramenta interessante. Sua utilização oferece vantagens no grampeamento natural de tensão dos semicondutores, reutilização da energia da indutância de dispersão, elevado ganho de tensão, a possibilidade de utilização de dois parâmetros para obtenção da saída desejada (relação de transformação e razão cíclica) e uma alta eficiência energética. Como desvantagem é possível citar a presença de uma corrente de entrada pulsante que obriga a utilização de um filtro para algumas aplicações.

Buscou-se, durante o desenvolvimento do trabalho, a obtenção de um modelo matemático que englobasse todas as cinco etapas de funcionamento do conversor. No entanto, apesar da obtenção de equações que descrevem adequadamente essas etapas, não foi possível encontrar uma equação de ganho estático independente de variáveis de tempo o que inviabilizou essa solução, tendo em vista que as próprias equações de tempo dependem dos ganhos do conversor (apêndice A). Por conta disso, um modelo matemático simplificado foi elaborado, levando em conta as três principais etapas de funcionamento do conversor e desconsiderando a dispersão nos enrolamentos do indutor acoplado.

Quando comparado com o circuito simulado, esse modelo foi adequado para descrever o funcionamento do conversor para ranges de razão cíclica comumente utilizados em implementações práticas. Sendo possível utilizá-lo para o projeto dos componentes presentes na topologia. Para esse projeto, é necessário levar em consideração que a operação das etapas que foram desconsideradas na elaboração do modelo matemático podem refletir em valores máximos de corrente divergentes dos apresentados pelo modelo elaborado. Apesar disso, durante as simulações realizadas nenhuma variação extremamente crítica foi detectada.

Esse trabalho fornece uma base sólida para aprofundamento do estudo sobre o conversor em questão. Trabalhos futuros podem ser desenvolvidos para modelar seu comportamento dinâmico, projetar controladores para operação em malha fechada, aprofundar-se no comportamento harmônico apresentado pela indutância de dispersão e seus efeitos sobre circuito e sua eficiência e, também, buscar a validação das vantagens e características desse conversor em uma implementação prática.

7 REFERÊNCIAS

BERTOLDI, Bruno *et al.* Modeling of SEPIC Converter with Non-Ideal Components in Continuous and Discontinuous Conduction Mode. 2018. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/326812367_Modeling_of_SEPIC_Converter_with_Non-Ideal_Components_in_Continuous_and_Discontinuous_Conduction_Mode. Acesso em: 12 dez. 2021.

BRASIL. Nelson José Hübner Moreira. Agência Nacional de Energia Elétrica. **RESOLUÇÃO NORMATIVA Nº 482**. 2012. Disponível em: http://www.aneel.gov.br/cedoc/ren2012482.pdf. Acesso em: 12 dez. 2021.

ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIĆ, D. **Fundamentals of power electronics**. 2. ed., 6. printing ed. Norwell, Mass.: Kluwer Acad. Publ, 2004.

FOROUZESH, Mojtaba *et al.* High-Efficiency High Step-Up DC-DC Converter with Dual Coupled Inductors for Grid-Connected Photovoltaic Systems. **IEEE Transactions On Power Electronics**, [S.I.], v. 33, n. 7, p. 5967-5982, jul. 2018.

HASANPOUR, Sara; BAGHRAMIAN, Alfred; MOJALLALI, Hamed. A new high-gain coupled-inductor SEPIC converter for a microgrid system. In: **2017 8th Power Electronics, Drive Systems & Technologies Conference (PEDSTC)**. IEEE, 2017. p. 294-299.

HASS, Eduardo Silva. **CONVERSOR CC-CC DE ELEVADO GANHO AUTOGRAMPEADO BASEADO NA CONFIGURAÇÃO BOOST EMPREGANDO INDUTOR ACOPLADO**. 2017. 132 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2018.

LI, Wuhua et al. A review of non-isolated high step-up DC/DC converters in renewable energy applications. In: **2009 Twenty-Fourth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition**. IEEE, 2009. p. 364-369.

LIU, Huawu et al. Overview of high-step-up coupled-inductor boost converters. **IEEE journal of** emerging and selected topics in power electronics, v. 4, n. 2, p. 689-704, 2016.

LODH, TirthaSarathi; MAJUMDER, Tanmoy. A high gain high efficiency and compact isolated sepic DC-DC converter. In: **2016 International Conference on Signal Processing, Communication, Power and Embedded System (SCOPES)**. IEEE, 2016. p. 1506-1511.

MEAD, Ian. International energy outlook 2017. US Energy InformationAdministration, 2017

POMILIO, José Antenor. Topologias básicas de conversores CC-CC com isolação. In: POMILIO, José Antenor. **Fontes Chaveadas**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2020. Cap. 2. p. 1-17.

TSENG, K. C.; LIANG, Tsorng-Juu. Novel high-efficiency step-up converter. **IEE Proceedings-Electric Power Applications**, v. 151, n. 2, p. 182-190, 2004.

.

APÊNDICE A – SOLUÇÃO COMPLETA DO CONVERSOR

Δt₁

 $\frac{2 L disp Lm Vo n^2 (Vo - VcI)}{R (VcI + Vc2 - Vo) ((L disp + Lm) Vc2 - n Lm Vg)}$

∆t₂

 $\frac{R Ts \left(\left(L disp + Lm\right) Vc^{2} \left(Vcl + Vc2 - Vc\right)^{2} - Lm Vg n \left(Vcl + Vc2 - Vc\right)^{2}\right) + 2 L disp Lm Vo n^{2} \left(Vo - Vcl\right)^{2}}{R \left(Vcl + Vc2 - Vo\right) \left(Vcl - Vo\right) \left(\left(L disp + Lm\right) Vc2 - n Lm Vg\right)}$

∆t₃

 $- \Big(Duty L disp R Ts Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) (-Vg n + Vc1 + Vc2 - Vo) + Duty Lm R Ts (Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)² + Vg² n² (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) + 2 L disp Lm Vo n² (Vc1 - Vo)² (-Vg n + Vc2 - Vo + Vc1 (n + 1)) + Lm R Ts (Vc² (Vc1 - Vc)² - Vg n² (Vc1 - Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)² + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)² + L disp R Ts Vc2 (Vc1 + Vc2 - Vo)² (-Vg n + Vc2 - Vo)² (Vc1 n - Vg n + Vc2) / ((R Vc2 (Vc1 - Vo) (L disp + Lm) (Vc1 + Vc2 - Vo)² + L disp R Ts Vc2 (Vc1 + Vc2 - Vo)² (Vc1 n - Vg n + Vc2) / ((R Vc2 (Vc1 - Vo) (L disp + Lm) (Vc1 + Vc2 - Vo)) (Vc1 + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 + Vc2 - Vo)² (Vc1 n - Vg n + Vc2) / ((R Vc2 (Vc1 - Vo) (L disp + Lm) (Vc1 + Vc2 - Vo)) (Vc1 + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 - Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2) / ((R Vc2 (Vc1 - Vo) (L disp + Lm) (Vc1 + Vc2 - Vo)) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2) / ((R Vc2 (Vc1 - Vo) (L disp + Lm) (Vc1 + Vc2 - Vo)) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2) + Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2) / ((R Vc2 (Vc1 - Vo) (L disp + Lm) (Vc1 + Vc2 - Vo)) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2) / ((R Vc2 (Vc1 - Vo) (L disp + Lm) (Vc1 + Vc2 - Vo)) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2 - Vo) + L disp R Ts Vc2 (Vc1 n - Vg n + Vc2 + Vc2$

Δt₄

 $\frac{((Duty - 1) Vcl + Vg) Ts n}{-Vc2 + (-n - 1) Vcl + Vg n + Vo}$

∆t₅

 $\frac{Duty R Ts (Vcl + Vc2 - Vo) ((Ldisp + Lm) Vc2 - n Lm Vg) + 2 Ldisp Lm Vo n^{2} (Vcl - Vo)}{R (Vcl + Vc2 - Vo) ((Ldisp + Lm) Vc2 - n Lm Vg)}$

l_{g1}

- $\left(Duty Ldisp Lm R Ts Vc2 (Vc1 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo)^2 Duty Ldisp Lm R Ts Vc2 Vg n (Vc1 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo) + Ldisp^2 R Ts Vc2^2 (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Lm^2 R Ts Vc2^2 (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Lm^2 R Ts Vc2^2 (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Lm^2 R Ts Vc2^2 (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Lm^2 R Ts Vc2^2 (Vc1 Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Lm^2 R Ts Vc2^2 (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Ldisp Lm^2 n^3 Vo (Vc1 Vg) (Vc1 Vo)^2 + Ldisp Lm R Ts Vc2^2 (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Ldisp Lm R Ts Vc2^2 (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Ldisp Lm R Ts Vc2 (Vc1 2Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Duty Lm^2 R Ts Vc2 (Vc1 + Vc2 + Vc2$
 - $-Vo) (Vcl + Vc2 Vo)^{2} Duly Lm^{2} R Ts Vg n (Vcl Vo) (Vcl + 2 Vc2 Vo) (Vcl + Vc2 Vo) + Duly Lm^{2} R Ts Vg^{2} n^{2} (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)) / (Lm n (Vcl + Vc2 Vc)) / (Lm n (Vcl + Vc2 Vc)) / (Lm n (Vcl + Vc2 Vc)) / (Lm n (Vcl +$

 $-Vo) \left(Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 + Vc2 - Vo) + Ldisp Lm R (-Vg n + Vc2) (Vc1 + Vc2 - Vo) \right) \right)$

lg2

 $-\left(Ldsp^{2}R Ts Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Lm^{2}R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} - Vg n^{2} (Vc1 - Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}\right) \\ + Ldsp Lm^{2}n^{2} (2 Vo (Vc1 - Vo)^{3} + 2 Vc1 Vo n (Vc1 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm R Ts (2 Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Duty Lm^{2} R Ts (Vc2 (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Duty Lm^{2} R Ts (Vc2 (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2}) + Ldsp Lm^{2} N Ts (Vc2 + Vc2 + Vc2$

- $V_{0} (V_{cl} + V_{c2} V_{0})^{2} + V_{g}^{2} n^{2} (V_{cl} V_{0}) (V_{cl} + V_{c2} V_{0}) V_{g} n (V_{cl} V_{0}) (V_{cl} + 2V_{c2} V_{0}) (V_{cl} + V_{c2} V_{0}) + Duty Ldisp Lm R Ts (V_{c2} (V_{cl} V_{0}) (V_{cl} + V_{c2} V_{0}) + V_{g} N Ts (V_{c2} V_{c2} V_{c2}) + V_{g} N Ts (V_{c2} V_{c2} V_{c2}) + Duty Ldisp Lm R Ts (V_{c2} V_{c2} V_{c2}) + Duty Ldisp Lm R Ts (V_{c2} V_{c2}) + Duty Ldisp Lm R Ts (V_{c2$
- $+ Vc2 Vo)^{2} Vc2 Vgn (Vc1 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo)))/(Ldisp Lmn (Vc1 Vo) (R Vc2 (Ldisp + Lm) (Vc1 + Vc2 Vo) Lm R Vgn (Vc1 + Vc2 Vo))))/(Ldisp Lmn (Vc1 Vo) (R Vc2 (Ldisp + Lm) (Vc1 + Vc2 Vo) Lm R Vgn (Vc1 + Vc2 Vo))))/(Ldisp Lmn (Vc1 Vo) (R Vc2 (Ldisp + Lm) (Vc1 + Vc2 Vo) Lm R Vgn (Vc1 + Vc2 Vo))))/(Ldisp Lmn (Vc1 Vo) (R Vc2 (Ldisp + Lm) (Vc1 + Vc2 Vo) Lm R Vgn (Vc1 + Vc2 Vo))))/(Ldisp Lmn (Vc1 Vo) (R Vc2 (Ldisp + Lm) (Vc1 + Vc2 Vo) Lm R Vgn (Vc1 + Vc2 Vo)))))/(Ldisp Lmn (Vc1 Vo) (R Vc2 (Ldisp + Lm) (Vc1 + Vc2 Vo) Lm R Vgn (Vc1 + Vc2 Vo)))))/(Ldisp Lmn (Vc1 Vo) (R Vc2 (Ldisp + Lm) (Vc1 + Vc2 Vo) Lm R Vgn (Vc1 + Vc2 Vo))))))))))))))))))))$

l_{g3}

- $-\left(Duty Ldtsp R Ts \left(Vc2 (Vc1 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} Vc2 Vg n (Vc1 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo)\right) + Duty Lm R Ts (Vc2 (Vc1 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vg^{2} n^{2} (Vc1 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo) + Ldtsp R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Lm R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Lm R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Lm R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Lm R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Lm R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Lm R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 Vg) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Lm R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 +$
- $\left(R \operatorname{Ve2} n \left(\operatorname{Ve1} \operatorname{Vo}\right) \left(\operatorname{Ve1} + \operatorname{Ve2} \operatorname{Vo}\right) \operatorname{Ldisp}^{2} + \operatorname{Lm} R n \left(\operatorname{Ve2} \left(\operatorname{Ve1} \operatorname{Vo}\right) \left(\operatorname{Ve1} + \operatorname{Ve2} \operatorname{Vo}\right) \operatorname{Vg} n \left(\operatorname{Ve1} \operatorname{Vo}\right) \left(\operatorname{Ve1} + \operatorname{Ve2} \operatorname{Vo}\right) \right) \operatorname{Ldisp}\right)$

Lm2

 $-(Ldsp^{2} R Ts Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Dudy Lm^{2} R Ts (Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Vg^{2} n^{2} (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) - Vg n (Vc1 - Vo) (Vc1 + 2 Vc2 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)) + Lm^{2} R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} - Vg n^{2} (Vc1 - Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + 2 Ldsp Lm^{2} Vo n^{2} ((Vc1 - Vo)^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + 2 Ldsp Lm^{2} Vo n^{2} ((Vc1 - Vo)^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Ldsp Lm R Ts (2 Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2})$

 $+ Duty Ldisp Lm R Ts (Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} - Vc2 Vg n (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) + Ldisp Lm R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) + Ldisp Lm R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) + Ldisp Lm R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) + Ldisp Lm R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) + Ldisp Lm R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) + Ldisp Lm R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))) / (Lm n (Ldisp^{2} R Vc2 (Vc1 - Vo)))$

Lm4

- $-\left(Duty L disp^{2} R T_{5} \left(Vc2 \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{3} Vc2 Vgn \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{2}\right) + Duty L m^{2} R T_{5} \left(Vc2 \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{3} Vg^{3} n^{3} \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{2}\right) + Vc1 Vg^{2} n^{3} \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{2} + Vc1 Vg^{2} n^{3} \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right) + Vg^{2} n^{2} \left(Vc1 Vo\right) \left(2 Vc1 + 3 Vc2 2 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right) Vgn \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{2} + Vc1 Vgn^{2} \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)\right) + L disp^{2} R T_{5} \left(Vc2^{2} \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{3} + Vc1 Vc2 n \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{2} + Vc1 Vgn^{2} \left(Vc1 Vo\right) \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)\right) + L disp^{2} R T_{5} \left(Vc2^{2} \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{3} + Vc1 Vc2 n \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{2} + Vc1 Vc2 n \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{3} + Vc1 Vc2 n \left(Vc1 + Vc2 Vo\right)^{2} + Vc1 Vc2 n \left(Vc1 +$
 - + 4 Vcl Von³ (Vcl Vo)² (Vcl + Vc2 Vo) 4 Vg Von³ (Vcl Vo)² (Vcl + Vc2 Vo) 4 Vcl Vg Von⁴ (Vcl Vo)²) + Ldisp² Lm (2 Von² (Vcl Vo)² (Vcl + Vc2 Vo)² + 2 Vcl Von³ (Vcl Vo)² (Vcl + Vc2 Vo)² (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo)) + Duty Ldisp Lm R Ts (2 Vc2 (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)³ + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo) + Vc2 + Vcl Vc2 n (Vcl + Vc2 Vo) + Vc2 +
 - $-V_0) (V_{c1} + V_{c2} V_0)^2 + V_g^2 n^2 (V_{c1} V_0) (V_{c1} + V_{c2} V_0) (V_{c1} + V_{c2} V_0) + V_{g1} n V_{c1} + V_{c2} V_0) (V_{c1} + V_{c2} V_0) (V_{c1}$
 - $+ Vc2 Vo) + Ldisp Lm R Ts (2 Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 Vo)^{3} + Vg^{2} n^{2} (Vc1 + 2 Vc2 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo)^{2} + Vc1^{2} Vc2 n^{2} + Vc1^{2} Vc2 + Vc2$

 - $-Ldisp Lm R Vg n^{2} + Ldisp^{2} R Vc2 n + Ldisp Lm R Vc2 n) (Vc1 n Vg n + Vc1 + Vc2 Vo))$

Lm5

 $- \left(Duty L disp^{2} R Ts Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Duty Lm^{2} R Ts (Vc2 (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Vg^{2} n^{2} (Vc1 - Vo) (Vc1 + Vc2 - Vo) - Vg n (Vc1 - Vo) (Vc1 + 2 Vc2 - Vo) (Vc1 + 2 Vc2 - Vo) + L disp^{2} R Ts Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Lm^{2} R Ts (Vc2^{2} (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} - Vg n^{2} (Vc1 - Vg) (Vc1 + Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vg) (Vc1 - 2 Vc2 - Vo)^{2} + Vc2 n (Vc1 - 2 Vc2 -$

- $+Vc2-Vo)^{2})+2LdispLm^{2}\left(Von^{2}\left(Vcl-Vo\right)^{2}\left(Vcl+Vc2-Vo\right)+Von^{3}\left(Vcl-Vg\right)\left(Vcl-Vo\right)^{2}\right)+2LdispLm^{2}Von^{2}\left(Vcl-Vo\right)^{2}\left(Vcl+Vc2-Vo\right)+Von^{3}\left(Vcl-Vg\right)\left(Vcl-Vo\right)^{2}\right)+2LdispLm^{2}Von^{2}\left(Vcl-Vo\right)^{2}\left(Vcl+Vc2-Vo\right)+Von^{3}\left(Vcl-Vg\right)\left(Vcl-Vo\right)^{2}\right)+2LdispLm^{2}Von^{2}\left(Vcl-Vo\right)^{2}\left(Vcl+Vc2-Vo\right)+Von^{3}\left(Vcl-Vg\right)\left(Vcl-Vo\right)^{2}\right)+2LdispLm^{2}Von^{2}\left(Vcl-Vo\right)^{2}\left(Vcl-Von^{2}Vc2-Vo\right)+Von^{3}\left(Vcl-Vg\right)\left(Vcl-Von^{2}Vc2-Von^{$
- + Duty Ldisp Lm R Ts $(2 Vc2 (Vc1 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo)^2 Vg n (Vc1 Vo) (Vc1 + 2 Vc2 Vo) (Vc1 + Vc2 Vo)) + Ldisp Lm R Ts (2 Vc2^2 (Vc1 + Vc2 Vo)^2 + Vc2 n (Vc1 + Vc2 Vo))$
- $-2 Vg (Vcl + Vc2 Vo)^{2}) / (R Vc2 n (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo) Ldisp^{2} Lm + R (Vc2 n (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo) Vg n^{2} (Vcl Vo) (Vcl + Vc2 Vo)) Ldisp Lm^{2})$