

## Modelagem Matemática nos Anos Iniciais no Contexto

### Remoto: uma análise do Raciocínio Proporcional

### Mathematical Modeling in Early Years in the remote context: an analysis of Proportional Reasoning

*Maria do Carmo Cardoso Bezerra*<sup>1</sup>

*Nágela Martins*<sup>2</sup>

*Adriana Helena Borssoi*<sup>3</sup>

*Karina Alessandra Pessoa da Silva*<sup>4</sup>

#### RESUMO

Neste artigo apresentamos resultados de uma pesquisa cujo objetivo foi investigar a mobilização do Raciocínio Proporcional em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no contexto do ensino remoto. A fundamentação teórica baseia-se no entendimento da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e do Raciocínio Proporcional caracterizado nos aspectos de Lamon. Considerando uma abordagem qualitativa, analisamos um conjunto de dados obtidos por meio digital de registros escritos, falas e gestos de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. A análise de três episódios relativos ao desenvolvimento desta atividade nos indicou que há aspectos que são mobilizados espontaneamente pelos alunos, aspectos que são requeridos pelas professoras e aspectos que não se fizeram presentes, mas poderiam estar presentes se um planejamento direcionado fosse realizado.

**PALAVRAS-CHAVE:** Modelagem Matemática. Raciocínio Proporcional. Ensino Remoto. Anos Iniciais.

#### ABSTRACT

---

<sup>1</sup> Universidade Tecnológica Federal do Paraná. E-mail: [maria.bezerra11@prof.londrina.pr.gov.br](mailto:maria.bezerra11@prof.londrina.pr.gov.br)  
Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-3307-8790>.

<sup>2</sup> Discente Bolsista da Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação do campus Londrina da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. E-mail: [nagelamartins@alunos.utfpr.edu.br](mailto:nagelamartins@alunos.utfpr.edu.br). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-7895-3245>

<sup>3</sup> Universidade Tecnológica Federal do Paraná. E-mail: [adrianaborsoi@utfpr.edu.br](mailto:adrianaborsoi@utfpr.edu.br). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1725-6307>

<sup>4</sup> Universidade Tecnológica Federal do Paraná. E-mail: [karinasilva@utfpr.edu.br](mailto:karinasilva@utfpr.edu.br). Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1766-137X>



In this paper, we present the results of a research whose objective was to investigate the mobilization of Proportional Reasoning in a mathematical modeling activity developed in the context of remote education. The theoretical foundation is based on the understanding of Mathematical Modeling as a pedagogical alternative and Proportional Reasoning characterized in aspects by Lamon. Considering a qualitative approach, we analyzed a set of data obtained by digital means of written records, speeches and gestures of students from the 4th year of elementary school in the development of a mathematical modeling activity. The analysis of three episodes related to the development of the modeling activity indicated that there are aspects that are spontaneously mobilized by the students, aspects that are required by the teachers and aspects that were not present, but could be present if a targeted planning were carried out.

**KEYWORDS:** Mathematical Modeling. Proportional Reasoning. Remote Teaching. Early Years.

## Introdução

Na área da Educação Matemática, as produções sobre Modelagem Matemática<sup>5</sup> nos anos iniciais do Ensino Fundamental ou na Educação Infantil têm ocorrido com mais vigor nos últimos anos (COUTINHO; TORTOLA, 2020). Esse fato motivou as autoras deste artigo a desenvolver atividades de modelagem matemática com algumas especificidades com alunos dos anos iniciais.

Na literatura há várias maneiras de definir Modelagem Matemática (VILLA-OCHOA; SOARES; ALENCAR, 2019). Neste artigo nos fundamentamos em Almeida, Silva e Vertuan (2012), que concebem a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica tendo como ponto de partida um problema não essencialmente matemático. Os alunos, instigados por uma situação problemática, definem o problema e seguem um encaminhamento matemático até uma solução final.

Neste entendimento consideramos, assim como Coutinho e Tortola (2020), que a Modelagem Matemática mobiliza o Raciocínio Proporcional por ser uma perspectiva de ensino que oportuniza aos alunos explorarem uma determinada situação-problema com levantamento de informações, formulação de hipóteses, testes de alternativas de resolução e de justificativas. Este é o contexto das ideias de Lamon (2012, p. 4), quando afirma que “Raciocínio Proporcional refere-se a detectar, expressar, analisar, explicar e oferecer evidências em apoio às afirmações sobre relações proporcionais”. Para Lamon (2012), o entendimento do conceito de proporcionalidade está relacionado à investigação de regularidades em situação-problema, processo reconhecido pelos matemáticos como Modelagem Matemática.

---

<sup>5</sup> Utilizamos modelagem ou modelagem matemática (no minúsculo) quando se trata de atividade de modelagem matemática. E utilizamos Modelagem Matemática (com as iniciais em maiúsculo) quando se refere à alternativa pedagógica.

Tendo em vista aulas de Matemática no ensino remoto no ano de 2020, foi prerrogativa da professora (segunda autora do artigo) o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental em que se levou em consideração a mobilização do Raciocínio Proporcional. Neste artigo, temos como objetivo *investigar a mobilização do Raciocínio Proporcional em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por alunos dos anos iniciais no contexto do ensino remoto*.

Organizamos o texto apresentando o quadro teórico sobre Raciocínio Proporcional e Modelagem Matemática, os aspectos metodológicos (com destaque para o contexto e sujeitos de pesquisa), a descrição e uma análise da atividade de modelagem matemática *Cozinhando com a Matemática*, finalizando com nossas considerações.

### **Raciocínio Proporcional nos Anos Iniciais**

O Raciocínio Proporcional é considerado fundamental no desenvolvimento matemático do aluno (COUTINHO; TORTOLA, 2020; CYRINO *et al.*, 2014; LAMON, 2012; LESH; POST; BEHR, 1988). Auge da matemática elementar no aprendizado da aritmética, o Raciocínio Proporcional também compõe a base do pensamento algébrico, pois envolve conhecimentos algébricos relacionados com equivalência, variáveis e transformações (LESH; POST; BEHR, 1988).

A expressão *Raciocínio Proporcional* é empregada na literatura por vários autores. Para Lesh, Post e Behr (1988), envolve o sentido de covariação e possibilita múltiplas comparações; está relacionado com inferência e predição, envolvendo o pensamento qualitativo e quantitativo. O Raciocínio Proporcional também é apontado como capacidade de analisar relações entre grandezas - o que demanda elaborar hipóteses, justificar ideias, construir argumentos para justificar as afirmações sobre essas relações. Nesse contexto, não se limita a uma simples memorização de regras e técnicas e nem ao conhecimento formal de definições.

O conceito de Raciocínio Proporcional pode ser ainda uma medida sobre a compreensão de ideias matemáticas elementares: um indicador de que um aluno atingiu a compreensão dos números racionais e dos conceitos multiplicativos relacionados (LAMON, 2012).

Assim, com base em Lamon (2012), observamos que os alunos até podem resolver problemas de proporcionalidade, mas não necessariamente desenvolvem o Raciocínio Proporcional quando há exclusivamente aplicação mecânica de relações.

Assim, concebe-se o Raciocínio Proporcional como pré-requisito para a compreensão de contextos e aplicações com base na proporcionalidade.

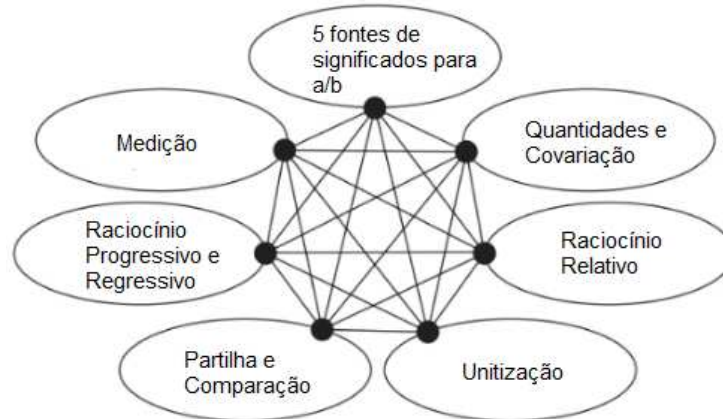
Neste artigo, a expressão Raciocínio Proporcional está em concordância com Lamon (2012) e Lesh, Post e Behr (1988). O termo refere-se, portanto, à capacidade de identificar situações em que as grandezas numéricas se relacionam de forma multiplicativa, justificando as relações em situações que envolvem proporções diretas simples e inversas.

A relevância do Raciocínio Proporcional desde os primeiros anos escolares compreende o fato de que é útil para a vida, pois está presente no dia a dia das pessoas em diversas situações, como a interpretação de um mapa ou da planta de um edifício, a ampliação de uma foto, o desenvolvimento de uma receita, a leitura de um gráfico, estimativas de preços entre outras (ONTARIO MINISTRY OF EDUCATION, 2012).

Em tais motivos reside a necessidade de que professores criem para as crianças, desde os primeiros anos escolares, a possibilidade de viver experiências nas quais podem desenvolver a compreensão das proporções, a comparação entre razões, transformar quantidades, trabalhar com medidas, quantificar informações qualitativas a partir de noções intuitivas e estratégias informais (ENGLISH, 2006; WALLE, 2009).

Para Lamon (2012), estruturas, conceitos, ideias e formas de pensar que são base para o Raciocínio Proporcional podem ser relacionados por meio de uma rede, sistematizada em sete aspectos: *5 fontes de significado para  $a/b$ ; medição; raciocínio progressivo e regressivo; partilha e comparação; unitização; raciocínio relativo; quantidades e covariação*. Na Figura 01, destacam-se os 7 aspectos subjacentes ao Raciocínio Proporcional. Apesar de apresentados graficamente de forma pontual em "nós" representam diversas ideias e conceitos do conhecimento matemático dos indivíduos em uma estrutura de rede. Logo, para a mobilização do Raciocínio Proporcional é interessante que durante as trajetórias escolares os indivíduos, por meio de diferentes vivências, desenvolvam esses conceitos, ideias e representações propostos na rede de Lamon (2012).

Figura 01 - Rede de Lamon



Fonte: Lamon (2012, p. 10, tradução nossa)

Para Lamon (2012), construir diferentes interpretações para o registro fracionário  $a/b$  e compreender frações pode ser o início de uma trajetória de estudo significativo a respeito dos números racionais de forma a mobilizar o Raciocínio Proporcional. São cinco *as fontes de significados* para a representação fracionária  $a/b$ : relação parte-todo (medida), razão, taxa, quociente e operador.

A *medição* está no cerne da atividade humana e é ponto de partida para a Matemática. Ao estudar os números racionais positivos, a ênfase muda da contagem discreta para medição de quantidades contínuas. Todas as cinco fontes de significados citados podem ser concebidas como medida, compondo uma tarefa complexa para compreender a medição, um avanço em relação a apenas ensinar e aprender a medir.

O *pensamento relativo* implica a compreensão de várias noções importantes como o pensamento multiplicativo. Nos anos escolares iniciais é difícil para as crianças se afastarem do pensamento aditivo e começarem a pensar relativamente. Para tal, é necessário mensurar quantidades abstratas que não podem ser medidas em termos absolutos, já que são resultados de comparações e relações entre grandezas (CYRINO *et al.*, 2014).

*Quantidade e covariação* estão relacionadas à quantidade, à relação com outras quantidades e à maneira como as quantidades interligadas covariam. É, portanto, processo de identificar, quantificar e analisar grandezas, percebendo a covariância ou invariância.

A *unitização* é um processo de reagrupar quantidades podendo reorganizá-las de diversas maneiras sempre mantendo a mesma unidade. O processo de unitização traz flexibilidade para o pensamento, podendo o aluno escolher ou antecipar a melhor estratégia para resolver um problema. Este aspecto torna muito viável encorajar essa flexibilização por meio do processo de unitização, promovendo liberdade de raciocínio. (CYRINO *et al.*, 2014; LAMON, 2012).

O *raciocínio progressivo e regressivo* está relacionado ao conceito de equivalência de frações. É “[...] um processo mental que envolve calcular de maneira progressiva, a partir de uma fração qualquer, as relações de proporcionalidades equivalentes a um inteiro [...]” (CYRINO *et al.*, 2014, p. 55).

*Partilha e comparação* vêm da ideia de efetuar divisões de uma unidade de forma que as partes divididas não se sobreponham umas às outras e formem uma unidade.

Podemos conjecturar que a mobilização do Raciocínio Proporcional se dá ao longo da trajetória escolar para que possam ser desenvolvidos os aspectos na rede de Lamon (2012) supracitados. Como exemplo, apontamos pesquisas desenvolvidas por Coutinho (2020) e Coutinho e Tortola (2020) nas quais foram evidenciadas mobilizações do Raciocínio Proporcional na Educação Infantil, com crianças de três e quatro anos ao desenvolverem atividades de modelagem matemática. Em nossa pesquisa, todavia, a investigação foi realizada com alunos de um 4º ano do Ensino Fundamental no contexto do ensino remoto. Trata-se de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.

### **Modelagem Matemática**

Tendo em vista as caracterizações apresentadas na literatura da Educação Matemática a respeito da Modelagem Matemática, fundamentamo-nos no entendimento que a refere como uma alternativa pedagógica de ensino e aprendizagem possibilitadora da criação de um espaço que contempla o interesse e a motivação do aluno (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

A partir de “um problema do mundo real que requer interpretação, investigação e representação matemática” (ENGLISH, 2016, p. 187), é possível estabelecer relações entre conteúdos curriculares e fenômenos da realidade. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), em atividades de modelagem matemática, os envolvidos inicialmente identificam o problema, tendo o primeiro contato, analisam as características e especificidades da situação para, assim, selecionar as informações.

Com a situação-problema identificada, é realizada a “formulação de hipóteses, seleção de variáveis e simplificação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16) das informações, para assim construir um modelo matemático. De forma geral, atividades de modelagem matemática são desenvolvidas em grupos. Assim, como salientam Tortola e Silva (2021, p. 4), “sejam grupos menores ou a sala toda, os modelos matemáticos produzidos servem como subsídios para a argumentação e a comunicação de resultados”.

A implementação de atividades de modelagem matemática em diferentes níveis de escolaridade tem sido defendida por pesquisadores da área (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; ALSINA *et al.*, 2021; ENGLISH, 2016; SILVA; PIRES; GOMES, 2020; TORTOLA, 2016). Sua inserção desde os primeiros anos escolares “permitirá que as crianças adquiram progressivamente sólidas competências matemáticas, sempre tendo em mente a conexão entre o mundo matemático e o mundo real” (ALSINA *et al.*, 2021, p. 92). Isso porque, segundo English (2016, p. 188), “problemas que incluem dados qualitativos e quantitativos podem ajudar os alunos a lidar de forma mais eficaz com informações fora da sala de aula”.

Porém, de acordo com Tortola e Almeida (2018, p. 146), quando se trata de alunos dos anos iniciais, a Modelagem Matemática irá apresentar “algumas especificidades, especialmente no que se refere à simbologia matemática e à produção de modelos matemáticos e seu uso na apresentação de respostas para o problema em estudo em cada situação investigada”. Dependendo das orientações do professor e do conhecimento dos alunos, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática pode resultar em “modelos de variados níveis de sofisticação” (ENGLISH, 2016, p. 187).

Segundo Tortola e Almeida (2018), ao desenvolver atividades de modelagem matemática, os alunos podem mobilizar conhecimentos já aprendidos em outros momentos associados ao problema ou poderão ser abordados novos conhecimentos de acordo com a necessidade de investigação. Por meio da análise de um modelo matemático, o “conteúdo matemático é estudado e compreendido à medida que se busca resolver os problemas práticos da realidade, as situações-problema, os fenômenos reais” (SOUZA; LARA, 2017, p. 116).

Visto que o professor assume seu papel de orientador, mostrando caminhos e oportunidades de interpretação matemática do fenômeno em estudo, suas orientações no desenvolvimento de uma atividade de modelagem são fundamentais. Embora pesquisas sinalizem aspectos positivos relativos à implementação da

Modelagem Matemática nos primeiros anos escolares (ENGLISH, 2016; TORTOLA; ALMEIDA, 2018; TORTOLA; SILVA, 2021; NUNOMURA, 2021), Villa-Ochoa, Soares e Alencar (2019, p. 63), em um levantamento bibliográfico em quatro periódicos da área da Educação Matemática referentes aos anos de 2009 a 2018, das produções científicas brasileiras acerca da Modelagem Matemática nos anos iniciais, “revelou que há produções científicas mínimas no assunto, [...] indicando a necessidade de novos estudos ou pesquisas que tratem dessa temática nesse nível de ensino”.

Frente aos apontamentos supracitados e diante do momento vivenciado na pandemia por Covid-19, consideramos estabelecer mediação entre Modelagem Matemática e Raciocínio Proporcional no contexto do ensino remoto com alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

### **Aspectos metodológicos**

Com o objetivo de investigar a mobilização do Raciocínio Proporcional em uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por alunos dos anos iniciais no contexto do ensino remoto, as professoras, autoras deste artigo, planejaram, no âmbito de um grupo de pesquisa, os encaminhamentos para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. A partir do planejamento, duas das professoras - uma professora regente e uma professora auxiliar - desenvolveram a atividade, no contexto remoto, em uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental formada por 27 alunos de uma escola privada de um município paranaense.

O desenvolvimento da atividade de modelagem matemática *Cozinhando com a Matemática* aconteceu em setembro de 2020. A atividade teve como tema a produção de um doce, em dois momentos. No momento assíncrono, os alunos responderam um questionário on-line (*Google Forms*) sobre o doce preferido. A partir da escolha do doce (beijinho de leite em pó), a professora regente enviou, via *WhatsApp*, um vídeo com orientações do desenvolvimento da receita, bem como solicitou que informassem a quantidade de doces que geralmente comem - média de cinco. Os alunos produziram a receita junto com a família, coletaram dados anotando a quantidade de ingredientes utilizada, o rendimento da receita, o tamanho dos doces produzidos e enviaram fotos e vídeos do registro dessa etapa da atividade. O momento síncrono foi desenvolvido em cerca de 2h50min de duração numa aula regular de Matemática, utilizando a plataforma de videoconferência *Google Meet*. Vale ressaltar que atividades neste formato remoto não eram parte da rotina escolar dos alunos.



Embora a atividade de modelagem matemática tivesse início desde a resposta dos alunos ao formulário, em nossa investigação, debruçamo-nos sobre o momento síncrono em que as discussões ligadas à proporção de ingredientes utilizada, o rendimento de docinhos e a resposta para o problema – “*quanto iremos gastar para fazer docinhos para a nossa turma, considerando que cada um irá comer 5 docinhos?*” - subsidiaram a mobilização do Raciocínio Proporcional.

Do momento síncrono participaram, em conjunto, a professora regente e a professora auxiliar que, doravante, designamos por PR e PA, respectivamente. O momento síncrono foi gravado sob autorização dos pais dos alunos. Os nomes que aparecem no corpo do texto são fictícios, de forma a preservar os alunos no anonimato.

As gravações foram transcritas e, após leitura, selecionamos três episódios de análise que denominamos: *delimitando os ingredientes*, *rendimento da receita* e *solução para o problema*. Para as análises fundamentamo-nos na pesquisa qualitativa, que segundo Garnica (2004, p. 86), tem como características:

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma análise a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de se estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas.

As características da pesquisa qualitativa se fizeram presentes considerando o desconhecimento prévio das relações que os alunos estabeleceriam no desenvolvimento de uma primeira atividade de modelagem e mesmo como se comportariam nas discussões empreendidas no contexto remoto. Na análise dos episódios, consideramos o referencial teórico estabelecido com relação ao Raciocínio Proporcional e à Modelagem Matemática de forma a estabelecer diálogos com os dados produzidos no contexto remoto, delimitados por falas e gestos dos alunos e das professoras que orientaram o desenvolvimento da atividade, não se mantendo neutras às discussões.

### **Descrição e análise da atividade de modelagem matemática**

A aula síncrona foi iniciada por PR retomando a atividade disponibilizada no momento assíncrono quando os alunos assistiram e prepararam os doces, conforme transcrição:

*PR: [...] E aí, vocês fizeram: uma receita completa ou parte da receita, igual sugeri no vídeo? Meia receita ou um quarto da receita?*

*AMANDA: Tia eu fiz meia.*

*GABRIEL: Eu fiz meia receita.*

Com isso, configura-se o episódio 1 - *delimitando os ingredientes*. Neste episódio, indicamos falas e alguns momentos da aula síncrona relacionados à quantidade de ingredientes que os alunos utilizaram para constituir a massa do doce.

Quando os alunos relataram algumas etapas da preparação da receita, pudemos observar que compreenderam o contexto do problema vivenciado. Expressaram-se por meio das falas e, algumas vezes, por representação de gestos, conforme representado pela aluna Maria (Figura 02).

Nos trechos a seguir, os alunos relataram como determinaram a quantidade de massa e também a quantidade de docinhos produzidos, mobilizando o Raciocínio Proporcional ao escolherem o quanto gostariam de produzir.

*[...]*

*PR: Alguns de vocês falaram para mim que fizeram meia receita, e como dividiu então, por exemplo, a quantidade do leite em pó ou também de leite condensado para fazer essa metade da receita... Quem fez meia, como que vocês fizeram?*

*MARIA: Eu fiz assim, eu fui vendo até o pacote, aí eu fui vendo se dava metade [aluna gesticula pegando metade do pacote], daí deu até certo isso. Fui colocando até dar o ponto.*

*PR: Foi meio a olho o seu Maria?*

*MARIA: Foi a olho.*

*[...]*

*PR: E quem fez uma receita inteira, precisava de copo medidor, de balança, de pensar nessa quantidade, pensar em separar metade, precisava pessoal?*

*MARIA: Não, porque quem fez inteira, colocou tudo.*

Podemos inferir que a aluna Maria, ao medir “a olho”, buscava manter a proporcionalidade dos ingredientes ao optar em produzir meia receita, fazendo uma estimativa da metade com uma estratégia informal e sem materiais de medição. Além disso, revela que a aluna avaliou a pertinência do valor encontrado no contexto da receita ao dizer: *fui colocando até dar o ponto*.

Nesse excerto também podemos evidenciar que a aluna compreendeu o necessário para uma receita inteira ou uma parte. Enquanto falava, a aluna também tentou encenar o processo feito para realizar a medição buscando justificar sua estratégia de proporção de forma livre, conforme registros da Figura 02. A ideia de medida, ou de medição, está presente na constituição do conhecimento da

representação fracionária dos números racionais e, conseqüentemente, está na base do desenvolvimento/mobilização do Raciocínio Proporcional” (CYRINO *et al.*, 2014, p. 52).

Figura 02 - aluna representando metade do pacote



Fonte: registros digitais das autoras

A medição apresentada pela aluna está alinhada ao entendimento de Modelagem Matemática. Meyer, Caldeira e Malheiros (2019) destacam que uma das características da Modelagem Matemática é trabalhar com problemas reais, com o aluno convidado a discutir com os demais colegas e a indagar sobre a problemática tendo, muitas vezes, de escolher a melhor resposta ou a mais aproximada, podendo aprender (e usar) as ferramentas matemáticas no processo de elaboração do modelo.

No excerto a seguir temos que o aluno Miguel relata como realizou a medição de um dos ingredientes utilizado na receita.

[...]

*MIGUEL: Eu fiz três quartos.*

*PR: Três quartos - e como que você mediu esses três quartos, Miguel?*

*MIGUEL: É que eu fiz com a ajuda do meu pai, essa parte. A gente tinha balança, meu pai disse que não era para usar a balança porque ele sabia medir de um jeito mais fácil. Ele simplesmente pegou os dedos e foi medindo em partes iguais com o dedo, falando assim: aqui tem três partes e como a gente tem que usar duas, vamos colocar duas até ficar aquele tantinho. Daí, assim que a gente ia fazendo.*

[...]

*PR: Foi três quartos ou dois terços que usou?*

*MIGUEL: Ele usou os três tudo, três quartos.*

*PR: Três partes?*

*MIGUEL: Aham.*

O aluno relata um momento em que vivenciou a Matemática envolvida na situação e expôs “suas aplicações para a resolução de problemas com que o aluno se depara fora da escola” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 29). E ao identificar que utilizou três quartos de um ingrediente, estabeleceu relações do tipo parte-todo, indicando que utilizou três partes de um total de quatro partes, sendo este um dos fatores requeridos para a mobilização do Raciocínio Proporcional. Aqui também está

presente a ideia de medida, sendo a relação parte-todo uma das formas de efetuar medições estabelecendo a relação multiplicativa que uma parte tem com o todo (CYRINO *et al.*, 2014).

Nos apontamentos a seguir, podemos observar - quando a PA questiona a quantidade de ingredientes utilizada para fazer um quarto da receita - que de imediato uma aluna retorna com uma pergunta, indagando quanto seria o inteiro considerado. Nessa situação temos a mobilização do operador que “é uma medida de alguma mudança na quantidade em um estado anterior” (CYRINO *et al.*, 2014, p. 52).

*PA: [...] Vamos ver se vocês podem responder algumas perguntinhas minhas. Se eu fiz um quarto da receita, quantos gramas eu usei de leite em pó?*

*MARIA: Depende de quantos gramas tem no seu saquinho?*

*PA: Que pergunta maravilhosa, muito bem. No meu saquinho tinha 400g.*

*MARIA: Então você usou 200g, não, não, não.*

*AMANDA: Não, você usou...*

*MIGUEL: Você usou 150 gramas.*

*ANDRÉ: Você usou 100 gramas.*

*LAURA: 100 gramas.*

*AMANDA: 100.*

*MIGUEL: Você usou 50 gramas.*

*PA: Então vamos lá, quem falou que eu usei 200 gramas? Quem que falou 200 gramas aí?*

*MARIA: Eu falei, mas eu acho que está errado.*

*PA: Por que que você acha que tá errado?*

*MARIA: Porque se o seu saquinho tinha 400 gramas, 200 gramas seria metade.*

*PA: Muito bem. Então já descartamos que não é 200.*

*ANDRÉ: Eu falei que é 100.*

*PA: Você que falou 100, como você pensou para saber que era 100?*

*ALUNOS: Porque 400 dividido por 4 dá 100.*

*PA: E por que eu tenho que dividir por 4?*

*ANDRÉ: Pra poder saber um quarto, porque se não dividir por 4, vai dar outro resultado.*

*PA: Isso.*

*MIGUEL: A fração seria assim, 400 fracionado por 4, no caso, primeiro a gente divide os 400 dividido por 4, que vai dar 100 e depois multiplica pelo que seria o 1?*

Miguel, ao final de sua fala, mostra conhecer um procedimento para determinar a fração de uma quantidade: [...] “primeiro a gente divide os 400 dividido por 4, que

vai dar 100 e depois multiplica pelo que seria o 1". Contudo, pela forma com que se envolveu na discussão, podemos considerar que compreendeu o contexto para poder aplicar o procedimento do cálculo. Miguel concluiu sua justificativa com o cálculo matemático.

Podemos evidenciar que no episódio 1 os alunos realizaram tradução da linguagem materna para símbolos matemáticos, caracterizando a matematização, uma das fases da Modelagem Matemática. Com essas ações, duas fontes de significado para o registro fracionário  $a/b$  foram mobilizadas, sendo elas a relação parte-todo e operador como também o aspecto medição.

Ao que compete ao episódio 2 - *rendimento da receita* -, em continuidade ao desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, os alunos estimaram uma quantidade abstrata, sem possibilidade de ser medida diretamente: o rendimento de metade e de uma receita inteira a partir das relações multiplicativas diretamente proporcionais que conseguiram identificar (CYRINO *et al.*, 2014), conforme excerto transcrito a seguir:

*PR: Se você fez a metade da receita e rendeu uma quantidade, vamos supor "x" de docinhos, quanto então vai render se nós fizermos a receita completa? Vamos imaginar se eu tivesse feito metade da minha receita, e rendeu vamos supor 15 docinhos, eu consigo saber quantos docinhos, seriam aproximadamente uma receita inteira?*

*MARIA: O dobro, 30.*

*MARIA: Eu fiz metade e deu 38, daí o inteiro dá 76.*

*[...]*

*PA: [...] Vamos supor que um quarto da receita tivesse rendido, por exemplo, 10 docinhos [...]. Usando essa estimativa que a professora PR falou, uma receita renderia quantos docinhos? Se um quarto rendeu dez docinhos, por exemplo?*

*LAURA: 40 docinhos.*

*HELENA: 40.*

*AMANDA: É 40.*

*MARIA: 40, seria 40.*

*PA: Por que?*

*MARIA: Porque ali você fez um quarto, então deu 10, daí se você fizer um inteiro vai fazer 40 por causa que você fez antes um quarto.*

*PA: Mas é certeza absoluta que vai render 40 docinhos?*

*ALUNOS: Não.*

*MARIA: Não, porque você pode fazer um maior, talvez alguns que ficam maiores, alguns que ficam menores.*

Neste excerto podemos evidenciar a quantificação das grandezas por meio do raciocínio relativo, este atrelado à ideia de medição. Os alunos, por meio de

requerimentos de PA, identificaram quantos docinhos rendeu um quarto da receita. Partindo desse valor identificado, os alunos calcularam o possível rendimento de uma receita inteira, considerando que o tamanho do docinho se manteve o mesmo, definindo, assim, uma hipótese. A formulação de hipóteses é essencial, pois demarca “a trajetória dos alunos, enquanto conhecimento extramatemático e orienta o próprio trabalho matemático” (ALMEIDA, 2018, p. 25).

Além de identificar e mensurar quantidades, é manifestado nos diálogos do excerto o entendimento dos alunos sobre como essas quantidades variam - diretamente proporcional ou inversamente proporcional - caracterizando o aspecto quantidades e covariação (CYRINO *et al.*, 2014, p. 54). Nos diálogos a seguir, o aluno André tenta justificar o motivo de sobrar tantas forminhas de docinhos sem utilizar:

*ANDRÉ: [...] porque eu iniciei fazendo magrinho e depois eu comecei a engordar os doces.*

*[...]*

*MIGUEL: [...] mas tô falando, modifica quantas forminhas vai ocupar e também é que tem pessoa que faz bolinha pequena para pegar mais docinhos e tem pessoa que faz bolinhas maiores que já tem menos docinhos.*

Em ambas as falas, podemos evidenciar a compreensão dos alunos a respeito da covariação entre as grandezas tamanho dos docinhos e rendimento da receita, de maneira multiplicativa inversamente proporcional, ao dizerem como o tamanho de cada doce influencia no rendimento da quantidade de docinhos. Se o docinho é “*magrinho*” e depois passa a “*engordar*”, o rendimento da quantidade de docinhos passa a ser menor, utilizando assim menos forminhas de papel. A pessoa que faz “*bolinha pequena* pega mais docinhos” (entende-se produziu mais docinhos), logo a pessoa que fez “*bolinhas maiores*” produziu menos docinhos.

Ainda sobre o rendimento da receita de cada aluno, no excerto a seguir podemos evidenciar a mobilização do Raciocínio Proporcional quanto aos aspectos quantidade e covariação:

*PA: Isso, o seu, Miguel, a gente colocou 40. Então, olha só o da Rafaela: 112. E o seu, 40. Por que essa diferença no rendimento?*

*MIGUEL: É por causa que depende do tamanho dos docinhos.*

No excerto a seguir, podemos constatar o aspecto partilha (divisão equitativa), pois ao fazer metade da receita em um dia e fazer a outra metade no outro dia, e que deu o mesmo rendimento ao afirmar que “*deu a metade certinho*”, a aluna mostrou a compreensão de que as partes resultantes não se sobrepõem e fazem parte da unidade. Neste caso, a unidade é uma receita completa, muito embora entenda que

não há uma exatidão, ao afirmar “*mais ou menos*”. Porém, em atividades de modelagem matemática, a simplificação consiste em uma ação cognitiva que, de certa forma, possibilita o avanço da atividade, desconsiderando possíveis variáveis que possam interferir na exatidão dos dados.

*MARIA: Tia PA, posso falar?*

*MARIA: Eu fiz metade num dia e no outro dia eu fiz a outra metade. Então eu percebi que deu mesmo tanto nos dois dias, então deu a metade certinho, assim, mais ou menos.*

A organização dos ingredientes, o preparo da receita e o momento de enrolar os doces foram momentos vivenciados pelos alunos nos quais puderam levantar hipóteses para solucionar o problema. Na formulação das hipóteses foi mobilizado pelos alunos aspectos do Raciocínio Proporcional, tais como raciocínio relativo, medição, quantidades e covariação e partilha.

Do episódio 3 - *solução para o problema* - analisamos os encaminhamentos realizados pela turma e professoras a fim de deduzir um modelo matemático “com a finalidade de descrever a situação, [...], responder às perguntas formuladas sobre o problema” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 16): “*quanto iremos gastar para fazer docinhos para a nossa turma, considerando que cada um irá comer cinco docinhos?*”

Para determinar o rendimento de uma receita, foi anotado em uma planilha eletrônica (Figura 03) o rendimento da receita de cada aluno e, a partir dela, PA questionou:

*PA: Vocês sabem calcular a média? Já ouviram falar nessa palavra?*

*AMANDA, MIGUEL: Sim, mas eu não sei calcular.*

*PA: Na escola vocês têm alguma coisa relacionado à média?*

*MARIA: De alunos?*

*ANDRÉ: Média escolar?*

*PA: Aah, então eu vou apresentar [projeta-se o conceito de média]...*

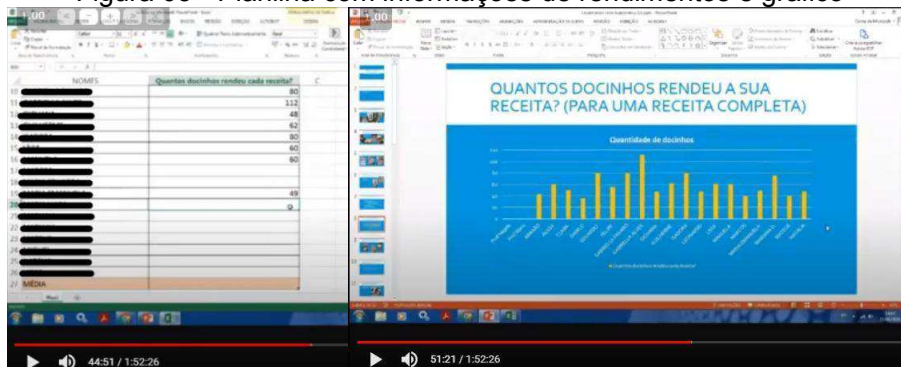
*MARIA: Média de nota?*

*PA: Isso mesmo!*

*PA: Só que agora, precisamos pegar essa soma dos números dessa lista e dividir por quanto?*

*MIGUEL: Pela quantidade de números que foram somados.*

Figura 03 - Planilha com informações de rendimentos e gráfico



Fonte: Dados da pesquisa.

No diálogo estabelecido com os alunos sobre a estimativa de quanto rendeu uma receita completa para cada aluno, calculou-se a média, concluindo que uma receita rende aproximadamente 57 docinhos - nossa hipótese. Sabendo que cada aluno irá comer cinco docinhos, temos:

*MIGUEL: Tia quantos alunos têm na nossa sala?*

*PR: Juntando, são 29 alunos.*

*PA: Mas por que você quer saber dessa informação?*

*MIGUEL: Pois aí eu faço aqui, eu multiplico  $5 \times 29$ .*

*[...]*

*MARIA: Tia não chega nem a três receitas.*

*PR: Por que não chega nem a três, Maria? Como você pensou?*

*MARIA: Porque duas já dá 114.*

*PA: Duas receitas serão suficientes?*

*ALUNOS: Não.*

*PA: Alguém já calculou três receitas, para falar para gente?*

*GABRIELA: Eu, 171.*

Os alunos envolvidos com as discussões em busca de uma solução para o problema da quantidade de receitas a serem produzidas relacionaram o rendimento da receita com a quantidade de docinhos apresentando a solução de triplicar a receita para a quantidade de docinhos necessária para toda a turma.

Nos excertos dos diálogos a seguir, inferimos que os alunos relacionaram quantidades que covariam proporcionalmente, caracterizando o “nó” relativo a quantidades e covariação (Figura 01).

*PR: Quanto de leite condensado vai em uma receita?*



AMANDA: 400g... 450g...

PR: Então quanto que nós vamos precisar de leite condensado para nós fazermos essa quantidade, de três receitas?

MIGUEL: 3 latas.

Após definir a quantidade de ingrediente, foi realizada uma consulta on-line nas opções de supermercados da cidade para definir onde seriam comprados os ingredientes das receitas. Os alunos realizaram a pesquisa e determinaram o valor de R\$ 66,69. A Figura 04 representa os registros da aluna Bia, que digitalizou e compartilhou com os colegas o levantamento de preços realizado por eles.

Figura 04 - solução para o problema investigado

Produto	preço unitário	quantidade necessária	valor total
Leite em pó (União)	R\$ 14,98	3	R\$ 44,94
Leite condensado (Mg)	R\$ 1,99	3	R\$ 5,97
Coco ralado (Yngia)	R\$ 1,99	1	R\$ 1,99
Forminha de papel	R\$ 4,79	1 pacote de 200 unid.	R\$ 4,79
total			66,69

Fonte: Dados da pesquisa

No episódio 3, conduzindo a dedução do modelo matemático, os alunos mobilizaram o aspecto quantidades e covariação subjacente à mobilização do Raciocínio Proporcional.

Podemos conjecturar que os alunos, além de vivenciarem uma experiência de pesquisa e produção de dados, argumentaram a respeito de suas inferências, manifestando impressões por meio de registros orais, os quais possibilitaram chegar a uma solução para o problema, finalizando o desenvolvimento da atividade.

No Quadro 01 sintetizamos a mobilização do Raciocínio Proporcional evidenciado nos episódios analisados.

Quadro 01 - Aspectos do Raciocínio Proporcional na atividade de modelagem matemática

Episódios	Excertos de falas	Aspectos do Raciocínio Proporcional baseado na rede de Lamon (2012)

Episódio 1	Eu fiz assim, eu fui vendo até o pacote, aí eu fui vendo se dava metade [aluna gesticula pegando metade do pacote], daí deu até certo isso. Fui colocando até dar o ponto.	Medição
Episódio 1	Ele simplesmente pegou os dedos e foi medindo em partes iguais com o dedo, falando assim: aqui tem três partes e como a gente tem que usar duas, vamos colocar duas até ficar aquele tantinho. Daí, assim que a gente ia fazendo.	Medição; 5 fontes de significado: parte - todo
Episódio 1	Se eu fiz um quarto da receita, quantos gramas eu usei de leite em pó? MARIA: Depende de quantos gramas tem no seu saquinho?	5 fontes de significado: operador
Episódio 2	Porque ali você fez um quarto, então deu 10. Daí se você fizer um inteiro vai fazer 40 por causa que você fez antes um quarto.	Raciocínio Relativo
Episódio 2	[...] modifica quantas forminhas vai ocupar e também é que tem pessoa que faz bolinha pequena para pegar mais docinhos e tem pessoa que faz bolinhas maiores que já tem menos docinhos.	Quantidades e Covariação: inversamente proporcional
Episódio 2	Eu fiz metade num dia e no outro dia eu fiz a outra metade, então eu percebi que deu mesmo tanto nos dois dias, então deu a metade certinho, assim, mais ou menos.	Partilha e Comparação
Episódio 3	Tia quantos alunos têm na nossa sala? PR: Juntando, são 29 alunos. PA: Mas por que você quer saber dessa informação? MIGUEL: Pois aí eu faço aqui, eu multiplico $5 \times 29$ ?	Quantidades e Covariação: diretamente proporcional

Fonte: As autoras, 2021

Em nossas análises evidenciamos que o aspecto de medição foi mobilizado de forma mais espontânea no início do episódio 1, com pouca intervenção das professoras. Podemos supor que ocorreu de forma espontânea por demandar menor abstração e por constituir situações que fazem parte do dia a dia de alguns alunos, envolvendo estratégias informais de medição. Considerar situações que podem estar presentes no dia a dia dos alunos é inerente à Modelagem Matemática e o fato de se

escolher uma temática em que os alunos produziram dados foi prerrogativa das professoras de forma que aspectos do Raciocínio Proporcional pudessem ser evidenciados.

No entanto, os encaminhamentos e as análises que realizamos estão subsidiados no contexto remoto em que a atividade foi desenvolvida. Em um contexto presencial, os aspectos do Raciocínio Proporcional, principalmente relacionado a estratégias informais de mediação, poderiam ter se constituído de maneira diferente, caso os dados fossem produzidos sob supervisão das professoras em que os alunos, em grupos menores ou a sala toda, seguiriam procedimentos parecidos. O acompanhamento da família foi primordial para o início da atividade de modelagem.

### **Considerações finais**

Diante das evidências apontadas em pesquisas sobre a mobilização do Raciocínio Proporcional no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática presentes na literatura (COUTINHO; TORTOLA, 2020; LAMON, 2012), intentamos coadunar a essas pesquisas os anos iniciais e o ensino remoto. A escolha está subsidiada, de certo modo, ao contexto vivenciado pela pandemia de Covid-19, bem como da incipiência de pesquisas que versam sobre Modelagem Matemática nos anos iniciais.

Entendemos, assim como Alsina et al. (2021, p. 92), que o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática permite que as crianças estabeleçam “conexão entre o mundo matemático e o mundo real”. A partir da receita de um doce de escolha dos alunos - beijinho de leite em pó - foram empreendidas ações que caracterizaram a atividade como de Modelagem Matemática.

Os alunos, em conjunto com seus familiares, com o desenvolvimento da receita disponibilizada por meio de vídeo pela PR, produziram os dados e os comunicaram por meio digital com as professoras e os colegas tanto no momento assíncrono como no síncrono. Nos encaminhamentos desta atividade de modelagem matemática aspectos do Raciocínio Proporcional caracterizados por Lamon (2012) foram mobilizados.

A mobilização espontânea de alguns destes aspectos, pelos alunos, favoreceu a discussão, como no episódio 1 (o aspecto medição), quando a aluna Maria diz: *“Eu fiz assim, eu fui vendo até o pacote, aí eu fui vendo se dava metade [aluna gesticula pegando metade do pacote], daí deu até certo isso”*. No entanto, aspectos como quantidade e covariação foram solicitados pelas professoras por meio de intervenções, como no episódio 2. Ao dispor o rendimento da receita de cada aluno

em uma planilha eletrônica e compará-los, a professora questiona os alunos: “*Por que será que o rendimento de cada receita foi diferente para alguns alunos?*” No desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, algumas intervenções se fazem necessárias, levando em consideração que o professor tem o papel de orientador e “orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, é não aceitar o que não está bom, é sugerir procedimentos” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 24).

O que podemos conjecturar em nossa investigação é que nem todos os aspectos caracterizados por Lamon (2012) se fizeram presentes no desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Todavia, sua mobilização poderia ter sido requerida pelas professoras por meio de questionamentos, como no episódio 3, para distinguir estratégias aditivas das estratégias multiplicativas quando os alunos calcularam o rendimento de duas e três receitas.

O ensino remoto oportunizou a constituição de um ambiente educacional em que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática foi possível com alunos dos anos iniciais, parte de forma assíncrona e parte de forma síncrona e on-line. Porém, entendemos que em nossa investigação, a falta de familiaridade com ferramentas do *Google Meet* impossibilitou uma discussão a ser empreendida em pequenos grupos, tanto que alguns alunos somente se manifestaram quando solicitados pelas professoras, seja para indicar dados coletados, seja para dizer o que pensou. O trabalho em grupo como aporte no desenvolvimento de uma atividade ficou limitado nessa investigação. Porém, entendemos, assim como Tortola e Silva (2021, p. 4), que o modelo matemático produzido pela sala toda serviu como subsídio “para a argumentação e a comunicação de resultados”.

Portanto, mesmo diante de tais limitações e mesmo da falta de familiaridade com as ferramentas computacionais à disposição em momento em que o ensino remoto estava sendo iniciado na escola, não foi negligenciada a implementação de uma atividade de modelagem matemática nos anos iniciais, indicando possibilidades mesmo em um contexto extremo vivenciado nos anos de 2020 e 2021.

## Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, Berlim, [s. l.], v. 50, n. 1, p. 19–30, 2018. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-017-0902-4>. Acesso em: 12 Jun. 2021.

ALSINA, Ángel; *et al.* Developing early mathematical modelling skills in the early ages: a comparative analysis at 3 and 5 years. **Cuadrante**, [s. l.], v. 30, n. 1, p. 74–

93, 2021. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/23654/18335>. Acesso at: 17 Jun. 2021.

COUTINHO, Leticia. **Modelagem matemática e raciocínio proporcional na educação infantil**. 2020. 153 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

COUTINHO, Letícia; TORTOLA, Emerson. Raciocínio Proporcional em uma Atividade de Modelagem Matemática por alunos da Educação Infantil. **Vidya**, [s. l.], v. 40, n. 2, p. 65–85, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3390>. Acesso em: 9 Apr. 2021.

CYRINO, Márcia Cristina de Costa Trindade; *et al.* **Formação de professores em comunidades de prática: frações e raciocínio proporcional**. Londrina, 2014.

ENGLISH, Lyn. Mathematical Modeling in the Primary School: Children's Construction of a Consumer Guide. **Educational Studies in Mathematics 2006**, [s. l.], v. 63, n. 3, p. 303–323, 2006. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-005-9013-1>. Acesso em: 18 Jul. 2021.

GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. História Oral e Educação Matemática. *In*: BORBA, Marcelo C.; ARAÚJO, Jussara L. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

LAMON, Susan. **Teaching fractions and ratios for understanding: essential content knowledge and instructional strategies for teachers**. 3th ed. New York: Routledge, 2012.

LESH, Richard; POST, Thomas; BEHR, Merlyn. Proportional reasoning. *In*: HIEBERT, James; BEHR, Merlyn (eds.). **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. 2. ed. National Council of Teachers of Mathematics, Lawrence Erlbaum Associates, 1988. p. 93–118.

MEYER, João Frederico da Costa Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

NUNOMURA, Andréa Regina Teixeira. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: um olhar para os registros de representação semiótica**. 2021. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/24665>. Acesso em: 16 Mar. 2022.

ONTARIO MINISTRY OF EDUCATION. **Paying Attention to Proportional Reasoning: Support Document for Paying Attention to Mathematical Education**. Toronto: Queen's Printer for Ontario, 2012. Disponível em: <http://www.edu.gov.on.ca/eng/teachers/studentsuccess/proportionreason.pdf>. Acesso em: 13 Maio 2021.

SOUZA, Emerson Silva de; LARA, Isabel Cristina Machado. Caracterizando análise de modelos e sua influência na interação entre a matemática escolar e a realidade dos estudantes: depoimentos de um grupo de professores. **Revista Educação Matemática em Foco**, [s. l.], v. 6, n. 2, p. 103–118, 2017. Disponível em:

<http://revista.uepb.edu.br/index.php/REVEDMAT/article/view/3833/2263>. Acesso em: 14 Abr. 2021.

TORTOLA, Emerson. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Londrina: Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2016. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000209937>. Acesso em: 9 Mar. 2021.

TORTOLA, Emerson; ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. A formação matemática de alunos do primeiro ano do ensino fundamental em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. **Perspectivas da Educação Matemática**, [s. l.], v. 11, n. 25, p. 142–161, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/3339>. Acesso em: 4 Maio 2021.

VILLA-OCHOA, Jhony Alexander; SOARES, Maria Rosana; ALENCAR, Edvoneete Souza de. A modelagem matemática nos anos iniciais como perspectiva para o ensino de matemática: um panorama de publicações brasileiras em periódicos (de 2009 a 2018). **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, v. 35, n. 78, p. 47–64, 2019. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/er/a/xnN86CVPMMFpQvZkdc4wSvJ/?lang=pt>. Acesso em: 10 Jul. 2021.

WALLE, John Van. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6 ed. Porto Alegre: Penso, 2009.

Submetido em agosto de 2021.

Aceito em março de 2022.