

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**RICARDO KNESEBECK**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRANSMISSÃO DE PRESSÃO EM  
FLUIDOS NEWTONIANOS GENERALIZADOS CONFINADOS EM GEOMETRIAS  
CILÍNDRICAS COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

**CURITIBA**

**2022**

**RICARDO KNESEBECK**

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRANSMISSÃO DE PRESSÃO EM FLUIDOS  
NEWTONIANOS GENERALIZADOS CONFINADOS EM GEOMETRIAS  
CILÍNDRICAS COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

**Mathematical Modeling of Pressure Transmission in Generalized Newtonian  
Fluids Confined in Cylindrical Geometries with Heat Transfer**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Engenharia Térmica

Orientador: Prof. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D.

Coorientador: Dr. Gabriel Merhy de Oliveira.

**CURITIBA**

**2022**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Esta licença permite download e compartilhamento do trabalho desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es), sem a possibilidade de alterá-lo ou utilizá-lo para fins comerciais. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Curitiba



---

RICARDO KNESEBECK

**MODELAGEM MATEMÁTICA DA TRANSMISSÃO DE PRESSÃO EM FLUIDOS NEWTONIANOS  
GENERALIZADOS CONFINADOS EM GEOMETRIAS CILÍNDRICAS COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).  
Área de concentração: Engenharia Térmica.

Data de aprovação: 26 de Maio de 2022

Dr. Cezar Otaviano Ribeiro Negrao, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Admilson Teixeira Franco, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Jader Riso Barbosa Jr, Doutorado - Universidade Federal de Santa Catarina (Ufsc)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 26/05/2022.

Dedico este trabalho aos meus pais Álvaro e  
Ana Lucia, e à minha amada Amanda,  
que me apoiaram nesta jornada.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço meus pais Álvaro e Ana Lucia por tudo que me proporcionaram para chegar onde cheguei.

À minha amada Amanda, por estar comigo e me apoiar desde o início desta etapa.

Agradeço ao meu orientador Prof. Cezar O. R. Negrão, Ph.D. e ao meu coorientador Dr. Gabriel M. de Oliveira pela paciência e sabedoria com que me guiaram nesta trajetória.

Ao CERNN, pelas oportunidades de iniciação científica e mestrado, além da disponibilização de materiais e programas.

Aos integrantes do CERNN, pelo companheirismo e troca de ideias ao longo dos anos.

A Secretaria do Curso, pela cooperação e compreensão frente às adversidades ocorridas.

Embora penetrar nos mistérios mais íntimos da natureza e reconhecer as verdadeiras causas dos fenômenos não nos seja permitido, ainda pode acontecer que uma certa hipótese ficcional satisfaça a explicação de muitos fenômenos, como se a verdadeira causa fosse vista por nós.

(Leonhard Euler, 1779)

## RESUMO

Com o avanço das tecnologias envolvidas na exploração de óleo e gás, é possível perfurar poços cada vez mais profundos e com maiores extensões de lâminas d'água. Isto tornou necessário o desenvolvimento de modelos de predição de pressão mais precisos, uma vez que o poço deve funcionar dentro de uma janela operacional. Esta dissertação propõe um modelo matemático para calcular a pressão e a temperatura dentro de poços e linhas auxiliares durante a etapa de perfuração. Baseado em modelos de propagação de pressão, o equacionamento leva em consideração as propriedades reológicas e térmicas do fluido de perfuração. Também é imposta a condição de troca de calor com ambiente externo, podendo ser por convecção com o mar ou difusão para a formação rochosa. A solução numérica do sistema de equações é feita pelo método das características. Resultados utilizando dados de campo mostraram boa concordância com a pressão registrada durante o teste de estanqueidade de linha de *kill*, indicando que o modelo é adequado para estas situações. Parâmetros adimensionais foram definidos para generalizar os casos de testes de estanqueidade, facilitando a comparação entre simulações e, potencialmente, auxiliando operadores em suas tomadas de decisões. Comparações mostram que, em geral, há uma rápida queda de pressão após o confinamento do fluido devido à propagação de pressão ao longo do poço, relacionado com os parâmetros reológicos do fluido. Também há outra alteração de pressão, mais lenta, associada com os parâmetros térmicos e à troca de calor do sistema com o meio externo. O principal parâmetro associado a esta segunda alteração de pressão é a relação entre o coeficiente de expansão térmica e a compressibilidade isotérmica do fluido. Conclui-se que pequenas variações de temperatura podem alterar a pressão de forma significativa, justificando a queda de pressão durante testes de estanqueidade onde não se observa vazamento. No entanto, embora o modelo seja capaz de prever essas mudanças, ele não é capaz de diferenciá-las de quedas devido à vazamentos de fluido.

**Palavras-chave:** perfuração de poços; testes de estanqueidade; estabilização de pressão; efeitos térmicos.

## ABSTRACT

With the advance of the technologies related to oil and gas exploration, it is possible to drill ever deeper wells in larger ocean depths. That made necessary the development of more precise pressure prediction models, once the well must work within an operating window. This dissertation proposes a mathematical model to compute pressure and temperature inside wells and auxiliary lines during the drilling phase. Based on pressure propagation models, the equation system considers the rheological and thermal properties of the drilling fluid. It is also imposed a heat transfer condition with the external environment, being either convection with the seawater or diffusion to the rock formation. The numerical solution of the equation system is done through the method of characteristics. Results using field data showed good agreement with the measured pressure during the kill line leak-off test, implying that the model is adequate for these situations. Dimensionless parameters were defined to generalize the leak-off test cases, making the comparison between simulations easier and, potentially, to aid field operators in their decision making. Comparisons show that, in general, there is a quick pressure drop after the fluid confinement due to the pressure propagation throughout the well, related to the fluid's rheological parameters. There is also another, slower, pressure change, related to the thermal parameters and heat exchange with the external environment. The main parameter associated with this second pressure change is the ratio between the fluid's thermal expansion coefficient and isothermal compressibility. It is concluded that small changes in temperature are enough to cause significant pressure changes during leak-off tests where leaks are not observed. However, although the model is capable of predicting these variations, it cannot differ them from pressure drops caused from actual leaks.

**Keywords:** well drilling; leak-off tests; pressure stabilization; thermal effects.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Crescimento da profundidade dos poços no Brasil entre 1940 a 2021 .....	17
Figura 2. Esquema de sonda de perfuração marítima.....	18
Figura 3. Lâmina d'água dos poços <i>offshore</i> no Brasil de 1968 a 2021	19
Figura 4. Esquema do perfil de temperatura ao longo do poço .....	20
Figura 5. Perfil de pressão ao longo do teste de estanqueidade (sem escala) .....	21
Figura 6. Esquema das linhas consideradas durante a perfuração.....	27
Figura 7. Geometrias consideradas no modelo matemático: (a) riser com coluna; (b) poço com coluna inserida na formação rochosa; (c) linha de Kill exposta ao mar .....	28
Figura 8. Esquema para a pressurização de (a) duto cilíndrico e (b) duto cilíndrico e espaço anular .....	34
Figura 9. Escoamento cruzado da água do mar com o <i>riser</i> ou linha auxiliar.....	36
Figura 10. Direções características.....	40
Figura 11. Intervalos radiais para o cálculo de temperatura .....	43
Figura 12. Malha espacial e temporal .....	46
Figura 13. Interpolação dos pontos nas direções características .....	47
Figura 14. Pontos com graus de interpolação nulos.....	49
Figura 15. Esquema do caso isotérmico .....	53
Figura 16. Comparação de pressões de entrada obtidas com diferentes critérios de convergência para 5000 volumes axiais .....	54
Figura 17. Esquema do caso de convecção com o mar.....	56
Figura 18. Perfis de temperatura calculados (a) na coluna e (b) no espaço anular para diferentes malhas .....	57
Figura 19. Comparação entre pressões de entrada do caso isotérmico e com convecção .....	58
Figura 20. Esquema do caso de difusão para a formação.....	59
Figura 21. Perfis de temperatura adimensional para diversos números de Fourier em função de: a) raio absoluto; b) raio adimensionalizado .....	62

Figura 22. Perfil de temperatura na formação para diferentes números de volumes ( $Fo=0,01$ ).....	64
Figura 23. Pressão de entrada (a) e vazão (b) registradas durante teste de estanqueidade em linha de <i>kill</i> .....	67
Figura 24. Queda de pressão após primeira pressurização para diversas diferenças de temperaturas externas .....	69
Figura 25. Comparação das pressões medidas e calculadas durante o período de pressurização.....	70
Figura 26. Quedas de pressão em pressurizações subsequentes com diferença de temperatura de $1,0^{\circ}C$ .....	71
Figura 27. Ajuste das quedas de pressão em pressurizações subsequentes com diferença de temperatura de $1,0^{\circ}C$ .....	72
Figura 28. Efeito da variação da compressibilidade adimensional na pressão .....	77
Figura 29. Efeito da razão entre os termos inercial e dissipativo .....	78
Figura 30. Pressões de entrada calculadas para diferentes parâmetros dissipativos em fluido newtoniano .....	79
Figura 31. Diferença entre pressão de topo e fundo para diferentes parâmetros dissipativos em fluido newtoniano .....	80
Figura 32. Pressões de topo calculadas para diferentes índices de comportamento em fluido de lei da potência com $\lambda_f=0,1$ .....	81
Figura 33. Diferença entre pressão de topo e fundo para diferentes índices de comportamento em fluido de lei da potência com $\lambda_f = 1,0$ .....	82
Figura 34. Pressões de topo calculadas para diferentes razões entre tensões em fluido de Bingham com $\lambda_f = 1,0$ .....	83
Figura 35. Perfis finais de pressão ao longo da linha para diferentes razões entre tensões em fluido de Bingham com $\lambda_f=1$ .....	84
Figura 36. Diferença entre pressão de topo e fundo para diferentes razões entre tensões em fluido de Bingham com $\lambda_f = 1,0$ .....	85
Figura 37. Velocidade média ao longo do eixo imediatamente antes da parada de bombeio .....	86

Figura 38. Comparação das correlações de pressões de estabilização para fluido newtoniano .....	89
Figura 39. Efeito da variação $h^*$ no perfil de temperatura para o caso com capacidade térmica da parede desprezível .....	91
Figura 40. Efeito da variação de razão entre capacidades térmicas na temperatura da parede da tubulação.....	92
Figura 41. (a) Perfil de temperatura e (b) pressão na entrada para fluido newtoniano com $\lambda_f = 0,5$ , para diversas razões de $\beta^*/\alpha^*$ .....	94
Figura 42. Etapas de um teste de estanqueidade .....	95

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Ajustes para viscosidades dos fluidos .....	32
Tabela 2. Parâmetros geométricos do poço .....	51
Tabela 3. Propriedades das paredes da tubulação (aço carbono) .....	51
Tabela 4. Propriedades utilizadas para o fluido de perfuração de base aquosa.....	52
Tabela 5. Erros relativos máximos para diferentes números de pontos da malha axial e critérios de convergência.....	55
Tabela 6. Propriedades da Formação de Arenito.....	61
Tabela 7. Propriedades do fluido para testes de linha de <i>Kill</i> .....	68
Tabela 8. Parâmetros geométricos da linha de <i>Kill</i> .....	68
Tabela 9. Variáveis adimensionalizadas .....	73
Tabela 10. Parâmetros adimensionais .....	75
Tabela 11. Relações aproximadas entre parâmetro dissipativo e pressões para diferentes fluidos .....	88

## sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
1.1	PERFURAÇÃO DE POÇOS .....	15
1.1.1	Profundidade de Poços .....	16
1.1.2	Extensão da Lâmina d'Água .....	17
1.1.3	Perfil de Temperatura ao Longo do Poço .....	19
1.1.4	Reologia dos Fluidos de Perfuração .....	20
1.2	IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA .....	20
1.3	OBJETIVO .....	21
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>23</b>
2.1	MODELOS DE PREDIÇÃO DE TEMPERATURA E DE PRESSÃO .....	23
2.2	EFEITOS REOLÓGICOS NA TRANSMISSÃO DE PRESSÃO .....	25
2.3	SÍNTESE DO CAPÍTULO .....	26
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b> .....	<b>27</b>
3.1	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA .....	27
3.2	HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS .....	28
3.3	EQUAÇÕES GOVERNANTES .....	29
3.3.1	Conservação da massa .....	29
3.3.2	Balço de quantidade de movimento do fluido .....	29
3.3.3	Balço de energia térmica no fluido .....	30
3.3.4	Balço de energia nas paredes .....	30
3.3.5	Equação de estado para o fluido .....	30
3.3.6	Equações constitutivas do fluido .....	31
3.3.7	Condições iniciais .....	33
3.3.8	Condições de contorno de velocidade e pressão .....	33
3.3.9	Condições de contorno para a temperatura .....	35
3.3.10	Sistema de equações .....	37
<b>4</b>	<b>SOLUÇÃO NUMÉRICA</b> .....	<b>38</b>
4.1	MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS .....	38
4.1.1	Combinação linear das equações governantes .....	38
4.1.2	Direções características .....	38
4.2	MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS .....	41
4.2.1	Integração numérica .....	41
4.2.2	Crítério de convergência para velocidade .....	44

4.2.3	Transformação das condições de contorno.....	44
4.2.4	Malha espacial e temporal.....	45
4.2.5	Interpolações.....	46
4.3	SÍNTESE DO CAPÍTULO.....	49
<b>5</b>	<b>VERIFICAÇÃO DO MODELO.....</b>	<b>50</b>
5.1	PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO.....	50
5.2	ANÁLISE DE MALHA AXIAL E CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA.....	52
5.2.1	Caso isotérmico.....	52
5.2.2	Caso de convecção com o mar.....	55
5.3	ANÁLISE DE MALHA RADIAL.....	58
5.3.1	Comparação do número de Fourier.....	61
5.3.2	Número de volumes radiais na formação.....	63
5.4	SÍNTESE DO CAPÍTULO.....	65
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>66</b>
6.1	VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL.....	66
6.1.1	Queda de pressão após a primeira pressurização.....	68
6.1.2	Queda de pressão após pressurizações subsequentes.....	70
6.2	ADIMENSIONALIZAÇÃO DE TESTES DE ESTANQUEIDADES.....	72
6.2.1	Parâmetros adimensionais.....	73
6.2.2	Tempo característico.....	74
6.2.3	Efeito da compressibilidade adimensional.....	76
6.2.4	Relação entre inércia e dissipação viscosa.....	77
6.2.5	Efeito da dissipação viscosa.....	79
6.2.6	Pressão de estabilização após o confinamento.....	85
6.2.7	Variação de temperatura ao longo do tempo.....	89
6.2.8	Parâmetro de troca de calor com o ambiente externo.....	90
6.2.9	Razão entre capacidades térmicas de parede e fluido.....	91
6.2.10	Relação entre pressão e temperatura.....	93
6.3	CONCLUSÕES.....	94
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>96</b>
7.1	TRABALHOS FUTUROS.....	96
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>97</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Com o contínuo avanço tecnológico, o consumo de energia cresce em diversos segmentos da sociedade. Apesar da busca por energias alternativas de baixo impacto ambiental, fontes não renováveis, como o petróleo, continuam sendo importantes na matriz energética global. Assim, a expansão da exploração de petróleo se torna mais relevante e necessária para suprir a demanda, já que seus derivados possuem alto valor energético agregado. No entanto, o processo de extração requer um investimento elevado, além de vários anos desde o início da exploração até a produção, quando se obtém o retorno financeiro. Desta forma, diversas pesquisas são realizadas para melhorar a eficiência dos processos envolvidos, visando a diminuição de tempo e custos de operação, sem comprometer a segurança dos operadores.

O processo de exploração de petróleo é longo e complexo, sendo composto por várias etapas. Através de estudos geológicos e uso de instrumentos de medição, como gravímetros, magnetômetros e sismólogos, identifica-se inicialmente locais onde possa haver reservatórios. Após definir a área de interesse, inicia-se a perfuração para construir um poço que conecte a sonda até o reservatório de petróleo, introduzindo revestimentos para garantir a estabilidade estrutural das paredes do poço e prevenir vazamentos de fluidos. Por fim, é feita a completação, onde os equipamentos necessários para a produção são instalados e finalmente pode-se extrair óleo e gás do poço.

O presente trabalho foca em fenômenos que ocorrem durante a perfuração de poços de petróleo. Nesta etapa, o controle de pressão é crucial para assegurar a integridade do poço e a segurança dos operadores. Assim, modelos matemáticos de predição de pressão são empregados para auxiliar a tomada de decisões durante as operações. No entanto, com o aumento da profundidade e complexidade dos poços, tornou-se necessário desenvolver modelos mais robustos, mais complexos e com menos aproximações.

### 1.1 PERFURAÇÃO DE POÇOS

A perfuração do poço consiste em entregar energia a uma broca, através de peso e rotação, para penetrar as diversas formações rochosas. Para retirar os

cascalhos de rocha formados durante a perfuração do poço, fluido é bombeado através da coluna de perfuração e retorna pelo espaço anular. Periodicamente, as paredes do poço são revestidas e cimentadas para conferir estrutura e impermeabilidade.

Somente o fluido de perfuração deve ser circulado durante a perfuração, sendo indesejável que fluidos das formações rochosas entrem no poço. O influxo de óleo ou de gás para o interior do poço, conhecido como *kick*, se não controlado, pode chegar à superfície. A chegada de óleo ou gases inflamáveis à superfície deve ser evitada a qualquer custo, pois ao entrarem em contato com o oxigênio da superfície podem encontrar uma fonte de ignição e entrar em combustão, colocando em risco a vida de operadores e/ou danificando equipamentos da sonda.

Faz-se necessário então o controle da pressão no poço dentro de um intervalo, denominado de janela operacional, cujo limite inferior é a pressão de poros e o superior, a de fratura da formação. A pressão no poço deve ser mais elevada que a pressão de poros para evitar *kicks* e inferior à de fratura da formação rochosa para evitar o colapso das paredes do poço. O controle da pressão no poço é feito principalmente alterando a densidade do fluido de perfuração. O próprio peso do fluido deve ser suficiente para manter a pressão dentro da janela operacional.

No caso de *kick* descontrolado, o mecanismo de segurança para evitar um *blowout* – chegada do fluido de formação até a superfície – é o BOP (*blowout preventer*) que consiste em um conjunto de válvulas especializadas que cortam a conexão do fluido entre sonda e o poço. Linhas auxiliares são utilizadas para acionar o BOP, ativando as válvulas hidráulicamente.

Para garantir o bom funcionamento do BOP, testes periódicos devem ser efetuados para certificar que não haja vazamentos nas linhas de *choke* e *kill*. Estes testes de estanqueidade consistem em pressurizar estas linhas e monitorar a pressão ao longo do tempo. A queda de pressão ao longo do intervalo de tempo estabelecido por normas de segurança definirá se o teste é aprovado ou não.

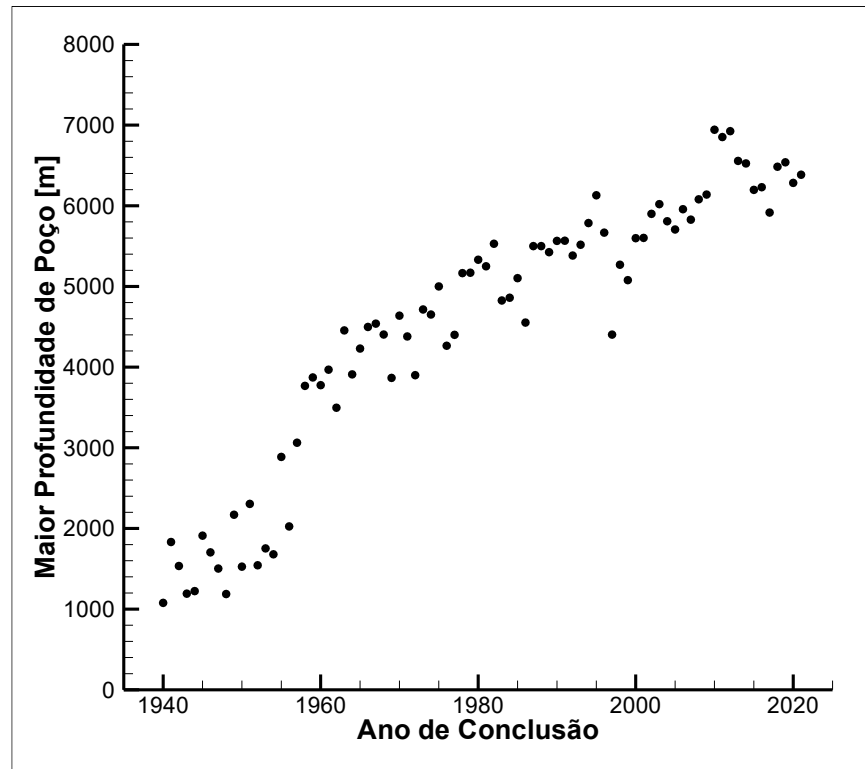
### 1.1.1 Profundidade de Poços

Com o aumento da demanda e o esgotamento de reservatórios mais superficiais, a exploração de petróleo se expandiu para regiões cada vez mais



profundas. A Figura 1 mostra o poço vertical mais profundo concluído no Brasil no período de 1940 a 2021, segundo a ANP (Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis). É possível observar o crescimento da profundidade ao longo do tempo, com poços da última década atingindo 7000m de profundidade.

**Figura 1. Crescimento da profundidade dos poços no Brasil entre 1940 a 2021**



Dados obtidos de ANP (2021)

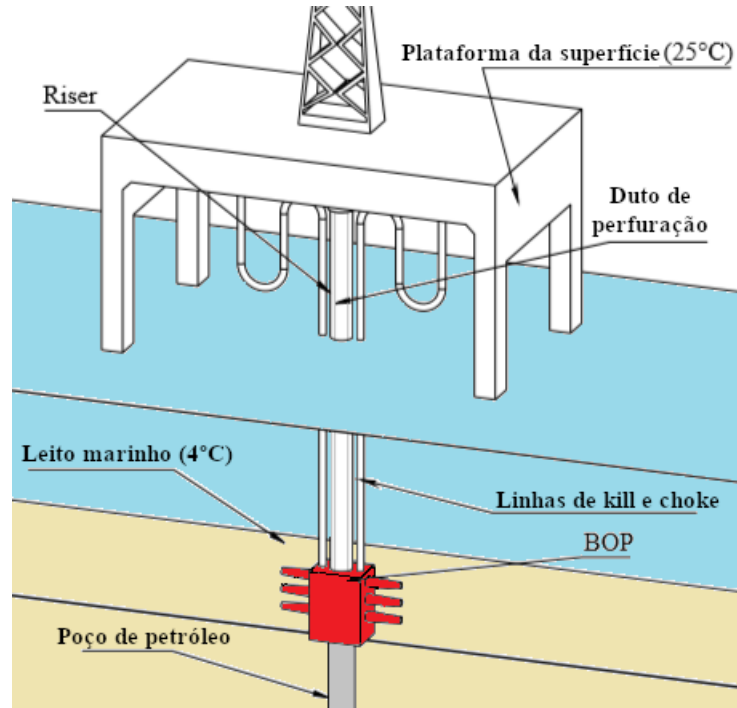
O aumento da profundidade dificulta o processo de perfuração. A coluna hidrostática é maior, resultando em maiores pressões no fundo do poço. Além disso, a distância do fundo até a sonda faz com que as mudanças de pressões demorem mais para serem notadas, dependendo da velocidade de propagação de ondas de pressão no fluido. Variações de temperatura ao longo do poço, especialmente se houver uma lâmina d'água, também podem afetar significativamente a pressão.

### 1.1.2 Extensão da Lâmina d'Água

O aumento da profundidade vertical dos poços é consequência da expansão da exploração de petróleo offshore em águas cada vez mais profundas. Nestes casos, a sonda é conectada à cabeça de poço através de uma tubulação chamada de *riser*,

que cria o espaço anular para retorno de fluido à superfície. A Figura 2 mostra um esquema de sonda de perfuração marítima, onde é possível observar cada componente.

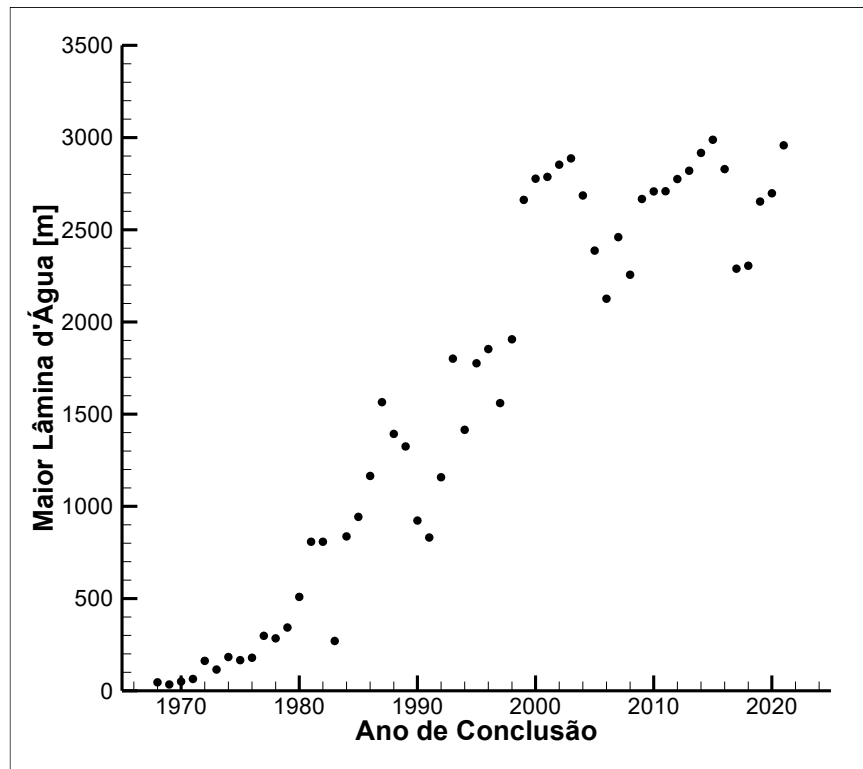
**Figura 2. Esquema de sonda de perfuração marítima**



**Adaptado de Knesebeck et al. (2020)**

A Figura 3 mostra a maior lâmina d'água de poço concluído no Brasil a partir do ano de 1968, quando os primeiros poços *offshore* brasileiros foram descobertos em Guaricema, SE, até 2021. Nas duas últimas décadas, houve um aumento considerável de extensão de lâminas d'água, principalmente relacionado à descoberta dos reservatórios da camada pré-sal. Nestes casos, a extensão da lâmina d'água ultrapassa 2500m, classificando os poços como de águas ultraprofundas.

**Figura 3. Lâmina d'água dos poços *offshore* no Brasil de 1968 a 2021**

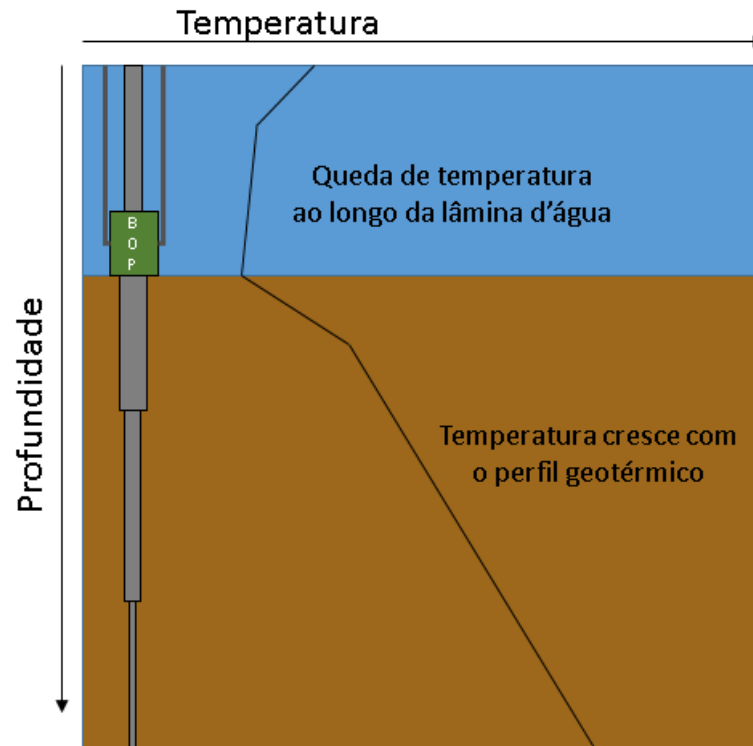


Dados obtidos de ANP (2021)

### 1.1.3 Perfil de Temperatura ao Longo do Poço

A existência da lâmina d'água e do perfil geotérmico da formação rochosa faz com que a temperatura ao longo do poço varie consideravelmente. A Figura 4 mostra um esquema do perfil de temperatura ao longo do poço onde a temperatura da lâmina d'água varia desde da temperatura da superfície até aproximadamente 4°C no leito marinho, enquanto a temperatura da formação rochosa segue um perfil geotérmico, que aumenta com a profundidade (Holmes; Swift, 1970). Ainda há de se considerar que há circulação do fluido de perfuração que troca calor com os ambientes externos de água e formações rochosas, resultando em variações de temperatura do fluido no poço ao longo do tempo.

Figura 4. Esquema do perfil de temperatura ao longo do poço



Fonte: Aatoria Própria

#### 1.1.4 Reologia dos Fluidos de Perfuração

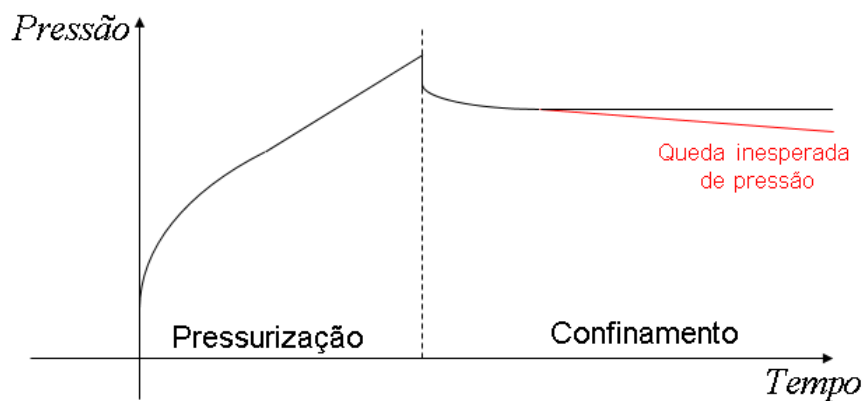
Outro fator que influencia o controle de pressão dentro do poço, além da temperatura, são as propriedades reológicas dos fluidos de perfuração, que geralmente apresentam características não-newtonianas. Além disso, o fluido de perfuração pode se gelificar quando em repouso. Estudos mais recentes demonstram que a reologia do fluido pode até mesmo interferir na transmissão de pressão ao longo do poço, impedindo a sua completa propagação (Oliveira et al., 2012, 2013, 2016; Oliveira & Negrão, 2015).

## 1.2 IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

Uma grande dificuldade encontrada no processo de perfuração é a previsão da pressão no interior dos poços. É fundamental garantir que a pressão esteja dentro da janela operacional para evitar problemas operacionais. No entanto, isso se torna mais complicado quando a profundidade do poço aumenta.

Outro problema está na estabilização de pressão em testes de estanqueidade conforme a lâmina d'água aumenta. Engenheiros de perfuração têm relatado quedas de pressão em testes de estanqueidade nos quais aparentemente não há vazamentos (Oliveira et al., 2012). A Figura 5 mostra o comportamento da pressão medida durante um desses testes. Inicialmente, o fluido é bombeado na linha sem retorno, aumentando sua pressão até atingir a pressão de teste. Em seguida o bombeamento é interrompido e o fluido fica confinado enquanto sua pressão é monitorada. Teoricamente, a pressão deve se estabilizar em um valor constante. No entanto, quando há uma queda inesperada de pressão, como mostrado em vermelho, o motivo deve ser investigado para garantir que o sistema não esteja comprometido.

**Figura 5. Perfil de pressão ao longo do teste de estanqueidade (sem escala)**



**FONTE: Autoria Própria**

Para determinar corretamente o motivo das quedas de pressão, certas aproximações e simplificações para a modelagem matemática não são mais adequadas e efeitos, como térmicos e reológicos, devem ser levados em consideração. Embora os modelos existentes na literatura contemplem estes efeitos separadamente, não foi encontrado nenhum trabalho que levasse todos em consideração simultaneamente. Portanto, é necessário desenvolver novos modelos para simular estas situações.

### 1.3 OBJETIVO

De maneira a preencher certas lacunas da literatura, propõe-se neste trabalho o desenvolvimento de um modelo matemático capaz de simular a transmissão de

pressão em fluidos de perfuração sujeitos à transferência de calor e confinados em geometrias cilíndricas.

O objetivo é simular e avaliar testes de estanqueidade de BOP ou variações de pressão em fluidos confinados em anulares sujeitos a mudanças de temperatura. Estes problemas são eminentemente transitórios e são modelados pelas equações da conservação da quantidade de movimento, de energia e da massa. O fluido é considerado como compressível e tratado como newtoniano generalizado.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Há diversos trabalhos relacionados ao problema em estudo. Neste capítulo, são descritos os principais modelos de predição de pressão e temperatura, bem como trabalhos relevantes para a modelagem, encontrados na literatura. Esta revisão foi dividida em duas principais linhas: predição de temperatura e de pressão e efeitos reológicos na transmissão de pressão.

### 2.1 MODELOS DE PREDIÇÃO DE TEMPERATURA E DE PRESSÃO

Existem vários trabalhos na literatura que focam na determinação da temperatura ao longo de poços de perfuração. Trata-se de um problema de transferência de calor em coordenadas cilíndricas com camadas de diferentes materiais. O que complica a modelagem neste caso é o fato de haver fluidos em movimento, adicionando transporte de massa e convecção ao equacionamento.

O interesse em determinar a temperatura em poços já existe há um bom tempo. Um dos trabalhos pioneiros foi de Farris (1941), que estimava a temperatura de poços de petróleo da costa do Golfo. Edwardson et al. (1962) desenvolveu um trabalho mais robusto com foco nas variações de temperatura da formação causadas pela circulação de fluido, considerando o fluido como newtoniano e incompressível. Holmes & Swift (1970) desenvolveram um modelo para obter campos de temperatura em regime permanente tanto em tubulações, quanto em espaço anular. Wooley (1980), por sua vez, desenvolveu um modelo transitório que prevê o perfil de temperatura. Algo importante de se relevar nesses trabalhos é o poder computacional da época. Os modelos matemático-numéricos não podiam ser muito complicados, caso contrário tornariam as simulações inviáveis devido à alta demanda computacional.

Em trabalhos mais recentes como Chen & Novotny (2003), que utiliza um modelo newtoniano incompressível para calcular a temperatura em um poço, houve uma grande melhora nos resultados numéricos. Feng (2011) descreveu um modelo mais elaborado, incluindo ainda a transferência de calor da tubulação com o mar através de convecção. Dokhani et al. (2016), Khan & May (2016) e Romanó (2017)

trabalharam com modelos parecidos, simulando situações diferentes e prevendo perfis de temperatura que levam em consideração a transferência de calor do fluido no interior da coluna, no espaço anular e na formação rochosa enquanto há escoamento. Até então, esses modelos foram resolvidos com o método de diferenças finitas.

Em outra linha, há trabalhos que consideraram, além da temperatura, a variação da pressão dentro do sistema. Thorley & Tiley (1987) fizeram uma revisão bem detalhada de diferentes modelos e métodos disponíveis na época. Uma conclusão interessante é a recomendação do método baseado na escala de tempo. O método das diferenças finitas produz resultados satisfatórios para transientes lentos (escala de tempo em horas) por economizar tempo computacional. Para transientes rápidos (escala de segundos), o método das características é mais adequado.

Mahgerefteh et al. (2006) produziram um trabalho para avaliar temperatura e pressão em um fluido compressível, propondo três métodos de equacionamento: um em função de entalpia; um em função de entropia; e um em função da massa específica. Eles constataram que os modelos de entalpia e entropia são computacionalmente mais rápidos que o de massa específica. No entanto deve-se avaliar a disponibilidade das propriedades materiais do fluido, uma vez que a massa específica é mais fácil de medir do que a entropia ou entalpia.

Alguns modelos, como Abbaspour et al. (2010) e Chaczykowski (2010), corroboram com a teoria de que os efeitos térmicos devem ser avaliados durante o cálculo de pressão em poços. No entanto, esses modelos consideram somente o fluido compressível como um gás, utilizando relações de gases ideais ou gases reais. Liu et al. (2014) incluíram o termo de dissipação viscosa para fluidos compressíveis na solução. Nota-se que esse assunto já está bem descrito na literatura, mas ainda há outros fatores que podem ser adicionados a essas modelagens, como, por exemplo, a deformação das paredes das tubulações.

Com o foco em problemas relacionados a *annular pressure build-up* (APB), Halal & Mitchell (1994) descreveram um modelo de deformação e pressões em paredes de tubos e espaços anulares. O trabalho argumenta que a deformação tem uma parcela relacionada à deformação elástica e outra relacionada à dilatação térmica. Oudeman & Baccarrea (1995) trabalharam com o modelo de Halal & Mitchell (1994) e desenvolveram um modelo de fluido compressível com transferência de calor e deformação da parede. Posteriormente em outro estudo, Oudeman & Kerem (2006)



aprimoraram esse modelo. Alcofra (2014) expandiu esses estudos e propôs um modelo mais completo que envolve pressão, temperatura e deformação da parede. No entanto, o modelo considera somente a operação em regime permanente. Em um resultado relevante ao comparar o cálculo da pressão com e sem deformação das paredes, Alcofra (2014) observou que deformações elásticas e dilatações térmicas das paredes da tubulação são significativas nos cálculos de pressão dentro de poços, chegando na ordem de 20% de diferença entre um sistema rígido e um flexível. Knesebeck et al. (2020) conduziram um trabalho experimental para mostrar a relação entre pressão e temperatura durante o regime transiente que também relatou a diferença no resultado quando se considera a parede flexível.

## 2.2 EFEITOS REOLÓGICOS NA TRANSMISSÃO DE PRESSÃO

Vários estudos descrevem na literatura os efeitos de reinício de escoamento quando ocorre a gelificação do fluido de perfuração nas tubulações. Apesar desta situação não ser o foco deste projeto, é relevante citar que estes foram os predecessores dos trabalhos de transmissão de pressão. É importante destacar também que a grande maioria destes trabalhos considera o escoamento isotérmico e, portanto, os efeitos de temperatura discutidos na seção anterior são desprezados.

Com base em modelos de reinício de escoamento, Oliveira et al. (2012) começaram o estudo no fenômeno de transmissão de pressão em fluidos não newtonianos, argumentando que um fluido com tensão limite de escoamento pode não transmitir completamente a sua pressão entre dois pontos de uma tubulação. Em um estudo seguinte, Oliveira et al. (2013) expandiram esse modelo adicionando o termo gravitacional. Oliveira et al. (2016) ainda desenvolveram outro trabalho para analisar os efeitos de transmissão de pressão em golpe de aríete.

Galdino (2016) evoluiu sobre estes trabalhos de Oliveira et al. adicionando uma fração de gás misturado no fluido para observar os efeitos na propagação de pressão. Com essa consideração, propôs um modelo com o intuito de detectar *kicks* de gás natural através das leituras de pressão e ganho de volume de fluido nos tanques. Posteriormente, Galdino et al. (2019) apresentou mais resultados que mostraram o efeito citado por Oliveira et al. (2012), no qual a tensão limite de

escoamento do fluido pode causar falha de transmissão de pressão e atrasar a detecção do *kick*.

Paralelamente, Mitishita (2015) projetou uma bancada experimental capaz de simular as condições de reinício de escoamento em uma tubulação, com o foco de estudo em fluidos gelificados em baixas temperaturas. Utilizando uma câmara térmica com um sistema de controle de temperatura e transdutores de pressão ao longo de uma serpentina, observou-se a quebra do gel e a onda de pressão se propagando ao longo da tubulação. Posteriormente, Mitishita (2017) e Mitishita et al. (2018) conduziram outros trabalhos experimentais na mesma bancada, mas com o foco na transmissão de pressão em fluidos com tensão limite de escoamento. Seus resultados corroboraram trabalhos teóricos anteriores, onde foi verificado que a pressão não se transmite em fluidos com tensão limite de escoamento.

Apesar da crescente complexidade destes modelos, ainda não foi adequadamente incorporado um modelo não isotérmico que leva em consideração as propriedades reológicas do fluido.

### 2.3 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foi feita uma revisão bibliográfica dos modelos matemáticos já desenvolvidos para predição de pressão e temperatura em poços. Notou-se uma lacuna a ser preenchida por um modelo que leve em consideração os efeitos da reologia do fluido e da transferência de calor simultaneamente na modelagem. Assim, esta dissertação tem como objetivo preencher essa lacuna ao modelar o problema utilizando como principais bases os modelos térmicos de Alcofra (2014) e Khan & May (2016) e os efeitos reológicos considerados por Oliveira et al. (2016), Galdino (2016) e Mitishita (2017).

Com este modelo, será possível prever o comportamento de pressão em situações de fluido confinado, com foco especialmente em testes de estanqueidade, onde possa haver variação de temperatura. Então, será possível avaliar em quais casos os efeitos térmicos podem causar variações da pressão de forma significativa.

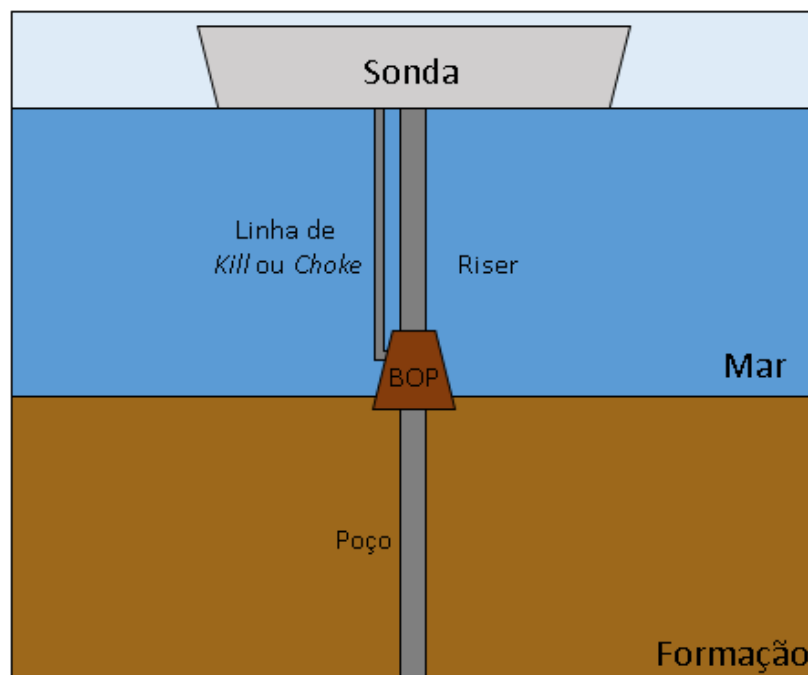
### 3 MOD ELAGEM MATEMÁTICA

A seguir, são definidas a geometria, as equações governantes e suas hipóteses simplificadoras consideradas para simular o problema.

#### 3.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

As geometrias estudadas são baseadas naquelas encontradas em poços de perfuração *off-shore*. Assim, considera-se o caso de perfuração vertical, mostrado na Figura 6, onde o poço é construído diretamente abaixo da sonda submarina. O BOP é localizado na cabeça do poço, no leito marinho e o *riser* faz a conexão do poço com a sonda ao longo da lâmina d'água. Também são consideradas linhas auxiliares que descem junto com o *riser* e conectam ao BOP (linhas de kill e choke).

Figura 6. Esquema das linhas consideradas durante a perfuração

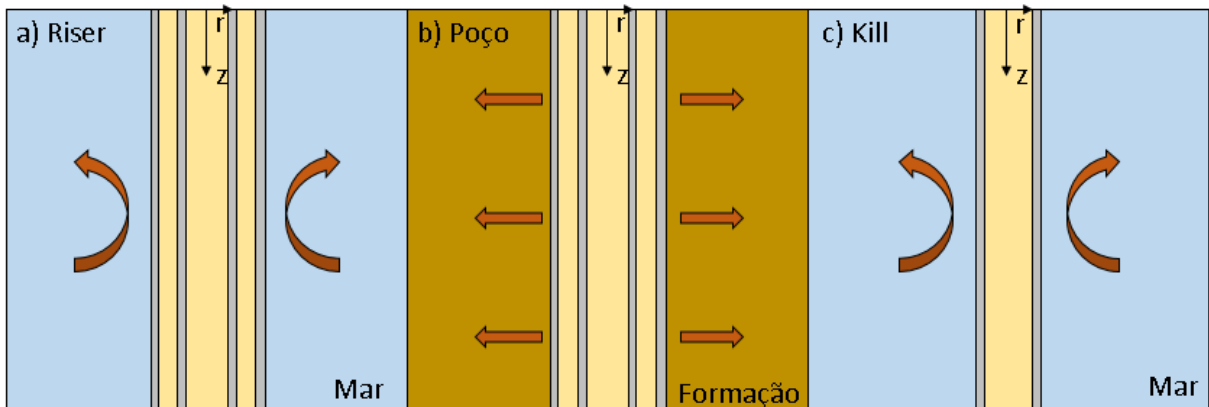


FONTE: Autoria Própria

A Figura 7 mostra em detalhe as três geometrias consideradas no problema, com suas respectivas condições externas de troca de calor. A primeira situação é a do riser com a coluna no interior, mostrada na Figura 7(a) que perde calor para o mar por convecção, a segunda é a do poço com a coluna de perfuração também no seu

interior (Figura 7(b)) que perde calor por difusão para a formação rochosa adjacente e a terceira é a da linha de kill (Figura 7(c)) que está em contato direto com o mar e perde calor por convecção. A modelagem para todos os casos é feita em coordenadas cilíndricas, sendo  $r$  a componente radial e  $z$  a axial, com origem na superfície.

**Figura 7. Geometrias consideradas no modelo matemático: (a) riser com coluna; (b) poço com coluna inserida na formação rochosa; (c) linha de Kill exposta ao mar**



Fonte: Autoria Própria

### 3.2 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Para a simplificação do problema e viabilização de sua solução, algumas hipóteses são adotadas.

- Considera-se o fluido de perfuração como uma fase única no sistema, desprezando-se fração de gases ou partículas de cascalhos presentes nas linhas;
- O fluido é considerado fracamente compressível;
- Todas as propriedades materiais são constantes, com exceção da massa específica do fluido, que varia com pressão e temperatura;
- A geração de calor por efeitos de dissipação viscosa do fluido é desprezada;
- Os perfis radiais de velocidade e temperatura do fluido são aproximados para velocidade e temperatura médias (escoamento unidimensional);
- A condução axial é desprezível em relação à transferência de calor radial.

### 3.3 EQUAÇÕES GOVERNANTES

Nesta seção são descritas as equações para a modelagem do problema.

#### 3.3.1 Conservação da massa

Aplicando o balanço de massa a um volume de controle unidimensional e infinitesimal de fluido, tem-se:

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_f V_z)}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

sendo  $\rho_f$  a massa específica do fluido e  $V_z$  é a velocidade média do escoamento na direção z. Aplicando a regra da derivada do produto no segundo termo, a equação (3.1) ainda pode ser reorganizada na forma,

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + V_z \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

#### 3.3.2 Balanço de quantidade de movimento do fluido

O balanço de quantidade de movimento é aproximado para o caso unidimensional dado pela equação (3.3), que considera somente a pressão média na linha e a velocidade axial média (Wylie; Streeter, 1983). Esta hipótese se justifica pela grande extensão das tubulações em relação aos seus diâmetros.

$$\frac{\partial(\rho_f V_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_f V_z |V_z|)}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{4}{D_h} \tau_w + \rho_f g_z \quad (3.3)$$

Nesta equação, p é a pressão média do escoamento,  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento na parede da tubulação e  $D_h$  é o diâmetro hidráulico da geometria. O termo envolvendo a aceleração da gravidade  $g_z$  pode ser acoplado à pressão média para se trabalhar somente com variações de pressões, desconsiderando a pressão hidrostática, através da equação (3.4).

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z} + \rho_f g_z \quad (3.4)$$

Aplicando a regra da derivada do produto no primeiro e no segundo termo da equação (3.3) e substituindo a equação da conservação da massa, chega-se à equação (3.5). Desta forma, é fácil observar os termos de quantidade de movimento do lado esquerdo da equação e os de forças do lado direito.

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = \frac{1}{\rho_f} \left( -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{4}{D_h} \tau_w \right) \quad (3.5)$$

### 3.3.3 Balanço de energia térmica no fluido

Para calcular a distribuição de temperatura do fluido  $T_f$ , o balanço de energia do fluido com as considerações feitas é dado por:

$$\rho_f c_p \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + V_z \frac{\partial T_f}{\partial z} \right) = \frac{k_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) \quad (3.6)$$

O termo na esquerda representa o armazenamento e transporte de energia feito pelo fluido, onde  $c_p$  é o seu calor específico. O termo da direita representa a transferência radial de calor, onde  $k_f$  é a condutividade térmica do fluido.

### 3.3.4 Balanço de energia nas paredes

Para o balanço de energia nas paredes, considera-se a mesma equação (3.6) sem os efeitos da advecção (velocidade nula). Utiliza-se o índice p para diferenciar as propriedades da parede e do fluido.

$$\rho_p c_{p,p} \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{k_p}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) \quad (3.7)$$

### 3.3.5 Equação de estado para o fluido

Supondo que a massa específica de um fluido é função de sua temperatura média e sua pressão, pode-se escrever:

$$\Delta \rho_f = \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \right)_{T_f} \Delta P + \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial T_f} \right)_P \Delta T_f \quad (3.8)$$

Define-se a compressibilidade isotérmica  $\alpha$  e o coeficiente de expansão térmica  $\beta$  por:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \right)_{T_f} \quad (3.9)$$

$$\beta = -\frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial \rho_f}{\partial T} \right)_P \quad (3.10)$$

Substituindo as equações (3.9) e (3.10) na equação (3.8), tem-se:

$$\frac{\Delta \rho_f}{\rho_f} = \alpha \Delta P - \beta \Delta T_f \quad (3.11)$$

Pode-se utilizar a equação (3.11) para determinar as derivadas parciais da massa específica em relação ao tempo e em relação à coordenada  $z$ . Substituindo estas derivadas na equação (3.2), tem-se:

$$\left( \alpha \frac{\partial P}{\partial t} - \beta \frac{\partial T_f}{\partial t} \right) + V_z \left( \alpha \frac{\partial P}{\partial z} - \beta \frac{\partial T_f}{\partial z} \right) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (3.12)$$

Reorganizando a equação (3.12) para uma forma mais conveniente, chega-se à:

$$\alpha \left( \frac{\partial P}{\partial t} + V_z \frac{\partial P}{\partial z} \right) - \beta \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + V_z \frac{\partial T_f}{\partial z} \right) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (3.13)$$

### 3.3.6 Equações constitutivas do fluido

Para determinar a tensão de cisalhamento na parede da tubulação,  $\tau_w$ , é necessário conhecer as relações constitutivas para o fluido de perfuração, além das condições do escoamento. O modelo de fluido newtoniano generalizado é utilizado para caracterizar essas propriedades. A equação (3.14) mostra como este modelo relaciona o tensor tensão  $\boldsymbol{\tau}$  e o tensor taxa de cisalhamento  $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$  através de uma viscosidade não newtoniana  $\eta$  que varia com a segunda invariante de  $\dot{\boldsymbol{\gamma}}$ , definida como  $\dot{\gamma}$ .

$$\boldsymbol{\tau} = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\boldsymbol{\gamma}} \quad (3.14)$$

Algumas relações para a viscosidade não newtoniano são consideradas, como as mostradas na Tabela 1. Para avaliar a tensão de cisalhamento média da

parede, o perfil de velocidade deve ser conhecido para se determinar a taxa de cisalhamento na parede.

**Tabela 1. Ajustes para viscosidades dos fluidos**

Modelo	Viscosidade	Parâmetros
Newtoniano	$\eta = \mu$	$\mu$ – Viscosidade newtoniana
Lei da potência	$\eta = m\dot{\gamma}^{n-1}$	m – Índice de consistência n – Índice de comportamento
Bingham	$\eta = \begin{cases} \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu_0, & \tau \geq \tau_0 \\ \infty, & \tau < \tau_0 \end{cases}$	$\tau_0$ – Tensão limite de escoamento $\mu_0$ – Viscosidade plástica

**FONTE:** Bird et al. (1980)

No entanto, o conceito de fator de atrito de Fanning  $f$ , definido pela equação (3.15), é utilizado para facilitar o cálculo da tensão de cisalhamento na parede. Apesar do fator de atrito ser definido para a condição de escoamento plenamente desenvolvido em regime permanente, o seu uso para casos transientes apresentou boa concordância nos trabalhos de transmissão de pressão de como os de Oliveira et al. (2012) e Mitishita et al. (2018).

$$f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho_f V_z^2} \rightarrow \tau_w = \frac{\rho_f V_z^2}{2} f \quad (3.15)$$

Assim, não é necessário calcular o perfil radial de velocidade para cada caso, apenas usar correlações analíticas e experimentais já definidas e encontradas na literatura. Para isto, utiliza-se o número de Reynolds generalizado  $Re_g$ , onde  $\mu$  pode ser substituído pela viscosidade newtoniana, pelo índice de consistência de lei de potência ou a viscosidade plástica de Bingham:

$$Re_g = \frac{\rho V_z^{2-n} D_h^n}{8^{n-1} \mu} \left( \frac{4n}{3n+1} \right)^n \quad (3.16)$$

Como o fluido está confinado, as velocidades e, conseqüentemente, o número de Reynolds envolvidos são relativamente baixos. Então é seguro supor que o regime de escoamento do fluido será laminar. Portanto serão usadas as relações de fator de atrito dadas pelas equações (3.17) e (3.18) para os escoamentos em duto cilindro e em espaço anular, respectivamente.



$$f_c = \frac{16}{\gamma_c \text{Re}_g} \quad (3.17)$$

$$f_a = \frac{32}{\gamma_a \text{Re}_g} \quad (3.18)$$

Os termos  $\gamma_c$  e  $\gamma_a$  são definidos como as condutâncias para o escoamento em duto cilindro e em espaço anular, respectivamente (Fontenot e Clark, 1997). Para os fluidos newtonianos e de lei da potência, a condutância é igual a 1. Para os fluidos de Bingham, ela deve ser calculada através das equações implícitas (3.19) e (3.20) para escoamento em duto cilíndrico e em espaço anular, respectivamente, utilizando o número de Bingham  $B_i$  definido pela equação (3.21).

$$\gamma_c = 1 - \frac{\gamma_c B_i}{6} + \frac{1}{3} \left( \frac{\gamma_c B_i}{8} \right)^4 \quad (3.19)$$

$$\gamma_a = 1 - \frac{\gamma_a B_i}{8} + \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma_a B_i}{12} \right)^3 \quad (3.20)$$

$$B_i = \frac{D_h \tau_0}{V_z \mu_0} \quad (3.21)$$

### 3.3.7 Condições iniciais

Como condições iniciais, considera-se que o fluido está em repouso e todas as variáveis dependentes são conhecidas no instante  $t=0$  ao longo do poço.

$$V_z(z, t=0) = 0 \quad (3.22)$$

$$P(z, t=0) = P_0(z) \quad (3.23)$$

$$T_f(z, t=0) = T_{f,0}(z) \quad (3.24)$$

$$T_p(z, t=0) = T_{p,0}(z) \quad (3.25)$$

### 3.3.8 Condições de contorno de velocidade e pressão

As condições de contorno são definidas de forma a representar os testes de estanqueidade. A primeira condição é na entrada da tubulação, sempre pelo duto

cilíndrico, onde será considerada a vazão na entrada durante o período de pressurização. Neste caso, a condição de contorno é definida através da vazão de pressurização  $Q_{press}$  e a área de entrada  $A$ , conforme a equação (3.26).

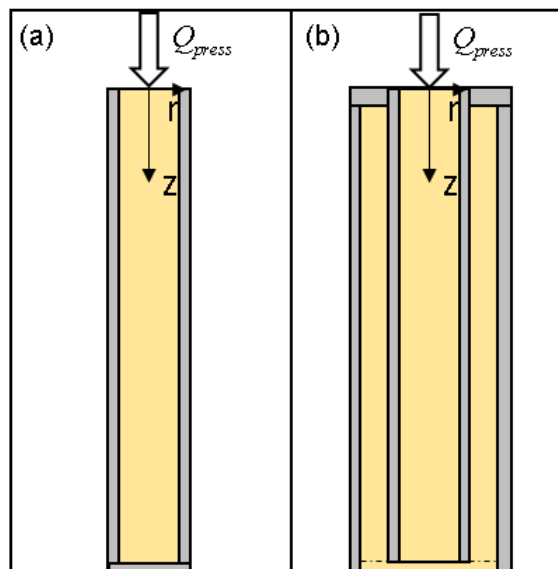
$$V(z=0, t) = Q_{press}(t) A \quad (3.26)$$

A vazão de pressurização é função do tempo para que diferentes formas de pressurização possam ser feitas. Por exemplo, é possível definir uma vazão constante até que a pressão na entrada atinja o valor de pressurização  $P_{press}$ , e então confinar o fluido, conforme a equação (3.27).

$$Q(z=0, t) = \begin{cases} Q_{press} & \max[P(z=L, t)] < P_{press} \\ 0 & \max[P(z=L, t)] \geq P_{press} \end{cases} \quad (3.27)$$

A segunda condição de contorno dependerá se houver espaço anular, pois isso determina onde ela será imposta. A Figura 8 mostra o esquema para esses dois casos, indicando a entrada para a vazão  $Q_{press}$ .

**Figura 8. Esquema para a pressurização de (a) duto cilíndrico e (b) duto cilíndrico e espaço anular**



**FONTE: Autoria Própria**

No caso do sistema ser constituído somente pelo duto cilíndrico, como na Figura 8(a), a condição de contorno de vazão nula é dada pela equação (3.28). Quando há retorno pelo espaço anular, como na Figura 8(b), o sistema é fechado na extremidade superior, conforme a equação (3.29).

$$Q_{tubo}(z=L, t) = 0 \quad (3.28)$$

$$Q_{anular}(z=0, t) = 0 \quad (3.29)$$

Ainda nesse segundo caso, para o fundo do poço, onde o fluido da coluna retorna pelo anular, escolheu-se a condição de acoplamento de pressões dada pela equação (3.30). Para essa condição, os efeitos que ocorrem na região de acoplamento são considerados desprezíveis em relação à variação de pressão ao longo de  $z$ .

$$P_{coluna}(z=L, t) = P_{anular}(z=L, t) \quad (3.30)$$

### 3.3.9 Condições de contorno para a temperatura

Para a primeira condição de contorno no raio, será considerado a simetria radial:

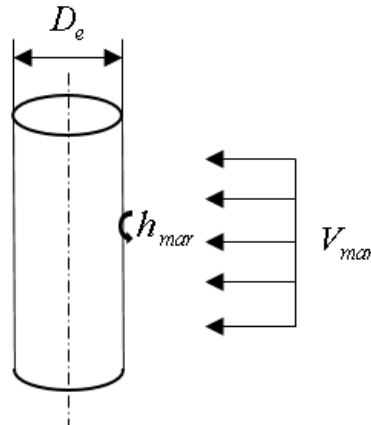
$$\left. \frac{\partial T_f}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (3.31)$$

Para a segunda condição, duas situações diferentes são consideradas. O primeiro caso é a condição de convecção com o mar na temperatura  $T_\infty$  no raio externo  $R_e$ . Neste caso, utiliza-se a Lei de Resfriamento de Newton:

$$-k \left. \frac{\partial T_p}{\partial r} \right|_{r=R_e} = h_{mar} (T_p(r=R_e, t) - T_\infty) \quad (3.32)$$

Para determinar o coeficiente de transferência de calor  $h_{mar}$  entre a parede do tubo e o mar, a correlação para escoamento cruzado com cilindro será empregada no cálculo do coeficiente de transferência de calor. Considera-se que as correntes marítimas atingem o *riser* ou linhas auxiliares de forma perpendicular com velocidade  $V_{mar}$ , conforme mostrado na Figura 9.

Figura 9. Escoamento cruzado da água do mar com o riser ou linha auxiliar



FONTE: Autoria Própria

A equação (3.33) mostra a correlação de Churchill e Bernstein, obtida em Incropera e DeWitt (2008), válida para  $Re_{mar} Pr_{mar} \geq 0,2$ , onde  $Re_{mar}$  é o número de Reynolds do escoamento externo, e  $Pr_{mar}$  é o número de Prandtl da água do mar, definidos pelas equações (3.34) e (3.35), respectivamente.

$$h_{mar} = \frac{k_p}{D_e} \left[ 0,3 + \frac{0,62 Re_{mar}^{1/2} Pr_{mar}^{1/3}}{\left[ 1 + \left( \frac{0,4}{Pr_{mar}} \right)^{2/3} \right]^{1/4}} \left[ 1 + \left( \frac{Re_{mar}}{282000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \right] \quad (3.33)$$

$$Re_{mar} = \frac{\rho_{mar} V_{mar} D_e}{\mu_{mar}} \quad (3.34)$$

$$Pr_{mar} = \frac{c_{p,mar} \mu_{mar}}{k_{mar}} \quad (3.35)$$

O segundo caso é o de condução em um meio semi-infinito, representando a troca de calor com a formação rochosa que possui temperatura fixa  $T_\infty$  em um raio suficientemente distante do poço, conforme a equação (3.36) significando que ele não é termicamente afetado pela troca de calor do poço.

$$T(r \rightarrow \infty, t) = T_\infty(z) \quad (3.36)$$

### 3.3.10 Sistema de equações

O sistema de equações a ser resolvido para o fluido é composto pelas equações da conservação da massa (3.13), quantidade de movimento (3.5) e balanço de energia (3.6). Para as paredes das tubulações, só há o balanço de energia (3.7). Essas equações são aqui repetidas para facilitar o entendimento do procedimento de solução que será apresentado a seguir:

$$L_1 = \alpha \left( \frac{\partial P}{\partial t} + V_z \frac{\partial P}{\partial z} \right) - \beta \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + V_z \frac{\partial T_f}{\partial z} \right) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (3.37)$$

$$L_2 = \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho_f} \left( \frac{\partial P}{\partial z} + 4 \frac{\tau_w}{D_h} \right) = 0 \quad (3.38)$$

$$L_3 = \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + V_z \frac{\partial T_f}{\partial z} \right) - \frac{k_f}{\rho_f c_p} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_f}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.39)$$

$$L_4 = \frac{\partial T_p}{\partial t} - \frac{k_p}{\rho_p c_{p,p}} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.40)$$

## 4 SOLUÇÃO NUMÉRICA

### 4.1 MÉTODO DAS CARACTERÍSTICAS

Para solucionar o sistema de equações, utiliza-se o método das características (MOC). Este método foi escolhido por proporcionar melhores resultados para fenômenos transitórios rápidos (Thorley & Tiley, 1987) e visa transformar as equações diferenciais parciais em equações diferenciais totais. As equações resultantes são integradas em um domínio espacial e temporal discreto, fornecendo equações de diferenças finitas que são convenientemente solucionadas numericamente (Wylie & Streeter 1983).

#### 4.1.1 Combinação linear das equações governantes

O primeiro passo desta solução é fazer uma combinação linear das equações (3.37), (3.38) e (3.39), utilizando três coeficientes  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ , e  $\lambda_3$ :

$$\lambda_1 L_1 + \lambda_2 L_2 + \lambda_3 L_3 = 0 \quad (4.1)$$

Esta combinação linear resulta em:

$$\begin{aligned} \lambda_1 \alpha \left[ \frac{\partial P}{\partial t} + \left( V_z + \frac{\lambda_2}{\rho_f \alpha \lambda_1} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \right] + \lambda_2 \left[ \frac{\partial V_z}{\partial t} + \left( V_z + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) \frac{\partial V_z}{\partial z} \right] + \\ + (\lambda_3 \rho_f c_p - \lambda_1 \beta) \left[ \frac{\partial T_f}{\partial t} + V_z \frac{\partial T_f}{\partial z} \right] = \lambda_2 \left( -\frac{1}{\rho_f} \left( 4 \frac{\tau_w}{D_h} \right) \right) + \lambda_3 \left( \frac{k_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

#### 4.1.2 Direções características

O próximo passo é transformar as derivadas parciais da equação (4.2) em derivadas totais. Aplicando a regra da cadeia para velocidade, pressão e temperatura do fluido, tem-se:

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (4.3)$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (4.4)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (4.5)$$

Comparando os termos entre colchetes no lado esquerdo da equação (4.2) com as derivadas da velocidade, pressão e temperatura nas equações (4.3), (4.4) e (4.5), conclui-se que:

$$\frac{dz}{dt} = \left( V_z + \frac{\lambda_2}{\rho_f \alpha \lambda_1} \right) = \left( V_z + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) = V_z \quad (4.6)$$

Para que as igualdades da equação (4.6) sejam verdadeiras, as razões  $\lambda_1 / \lambda_2$  e  $\lambda_2 / \lambda_1$  devem nulas simultaneamente, o que é impossível. No entanto, se apenas a primeira igualdade for verdadeira, o termo da derivada de temperatura na equação (4.5) deve ser nulo. Como a derivada da temperatura não é zero, isso implica que o seu coeficiente seja nulo.

$$(\lambda_3 \rho_f c_p - \lambda_1 \beta) = 0 \quad (4.7)$$

Note que há duas raízes que satisfazem a primeira igualdade da equação (4.6):

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \pm \sqrt{\frac{1}{(\rho_f \alpha)}} = \pm c_w \quad (4.8)$$

onde  $c_w$  é a velocidade de propagação de onda de pressão. Admitindo que  $\lambda_2$  é igual a 1 e substituindo  $\lambda_1 / \lambda_2$  na equação (4.7), obtém-se:

$$\lambda_3 = \pm c_w \left( \frac{\beta}{\rho_f c_p} \right) \quad (4.9)$$

Com isso, pode-se concluir que existem duas condições que satisfazem as equações (4.6) e (4.7):

$$C_+ \begin{cases} \frac{dz}{dt} = \bar{V}_z + c_w \\ \lambda_1 = +c_w \\ \lambda_2 = 1 \\ \lambda_3 = \frac{\beta}{\rho_f c_p} c_w \end{cases} \quad (4.10)$$

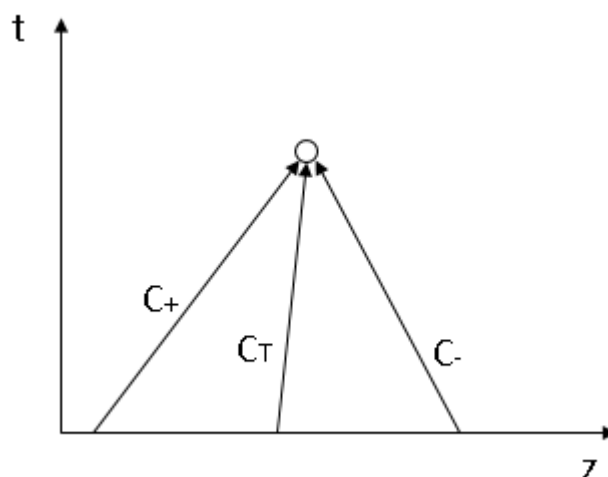
$$C_- \begin{cases} \frac{dz}{dt} = \bar{V}_z - c_w \\ \lambda_1 = -c_w \\ \lambda_2 = 1 \\ \lambda_3 = -\frac{\beta}{\rho_f c_p} c_w \end{cases} \quad (4.11)$$

Para que a derivada total da temperatura seja definida,  $dz/dt$  deve ser igual a  $\bar{V}_z$  e portanto, uma outra condição é especificada:

$$C_T \begin{cases} \frac{dz}{dt} = \bar{V}_z \\ \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = 0 \\ \lambda_3 = 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

Portanto, são definidas as três direções características do equacionamento, representando a propagação de onda nas duas direções do fluido em movimento (C+ e C-) e o transporte de energia térmica (C<sub>T</sub>). A Figura 10 mostra esquematicamente as três linhas característica coincidindo em um ponto no plano (z,t). Para calcular as propriedades neste ponto, devem ser utilizadas informações de pontos anteriores que passem sobre cada uma das três linhas.

**Figura 10. Direções características**



**Fonte: Aatoria Própria**

A substituição das equações (4.10) e (4.11) na equação (4.2) resulta em duas equações características:



$$C_+ \left\{ \frac{dP}{dt_+} + \rho_f c_w \frac{dV_z}{dt_+} = c_w \left[ - \left( 4 \frac{\tau_w}{D_h} \right) \right] + \frac{\beta}{\alpha} \frac{k_f}{\rho_f c_p} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \right\} \quad (4.13)$$

$$C_- \left\{ \frac{dP}{dt_-} - \rho_f c_w \frac{dV_z}{dt_-} = -c_w \left[ - \left( 4 \frac{\tau_w}{D_h} \right) \right] - \frac{\beta}{\alpha} \frac{k_f}{\rho_f c_p} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \right\} \quad (4.14)$$

Considerando que  $dz/dt=V_z$  na equação (4.2), tem-se a terceira equação característica. Nota-se que esta equação envolve somente as derivadas da temperatura, podendo ser solucionada independentemente das outras.

$$C_T \left\{ \frac{dT}{dt_T} = \frac{k_f}{\rho_f c_p} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \right\} \quad (4.15)$$

Com a solução da equação (4.15), o termo da derivada da temperatura pode ser substituído nas equações (4.13) e (4.14).

$$C_+ \left\{ \frac{dP}{dt_+} + \rho_f c_w \frac{dV_z}{dt_+} = c_w \left[ - \left( 4 \frac{\tau_w}{D_h} \right) \right] + \frac{\beta}{\alpha} \frac{dT}{dt_+} \right\} \quad (4.16)$$

$$C_- \left\{ \frac{dP}{dt_-} - \rho_f c_w \frac{dV_z}{dt_-} = -c_w \left[ - \left( 4 \frac{\tau_w}{D_h} \right) \right] + \frac{\beta}{\alpha} \frac{dT}{dt_-} \right\} \quad (4.17)$$

Enquanto as equações (4.16) e (4.17) devem ser resolvidas sobre as linhas característica (4.10) e (4.11), respectivamente, a equação (4.15) deve ser resolvida sobre a linha característica (4.12).

## 4.2 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

O método das diferenças finitas consiste em solucionar as equações diferenciais de forma discretizada sobre uma malha de pontos. Neste caso, as equações definidas pelo método das características devem ser discretizadas em malhas que coincidam com as direções características.

### 4.2.1 Integração numérica

As equações (4.15), (4.16) e (4.17) podem ser facilmente integradas numericamente sobre as respectivas linhas características (4.10), (4.11) e (4.12). Os termos são integrados através da aproximação explícita, com exceção do termo

algébrico de tensão no lado direito da equações (4.16) e (4.17), que será integrado pela regra do trapézio, conforme sugestão de Holloway & Chaudhry (1985). As equações integradas assumem a seguinte forma:

$$C_+ \left\{ P = F_+ + \frac{\beta}{\alpha} T - c_w \rho_f V_z + \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right] \frac{c_w \Delta t_+}{2} \right. \quad (4.18)$$

$$C_- \left\{ P = F_- + \frac{\beta}{\alpha} T + c_w \rho_f V_z + \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right] \frac{c_w \Delta t_-}{2} \right. \quad (4.19)$$

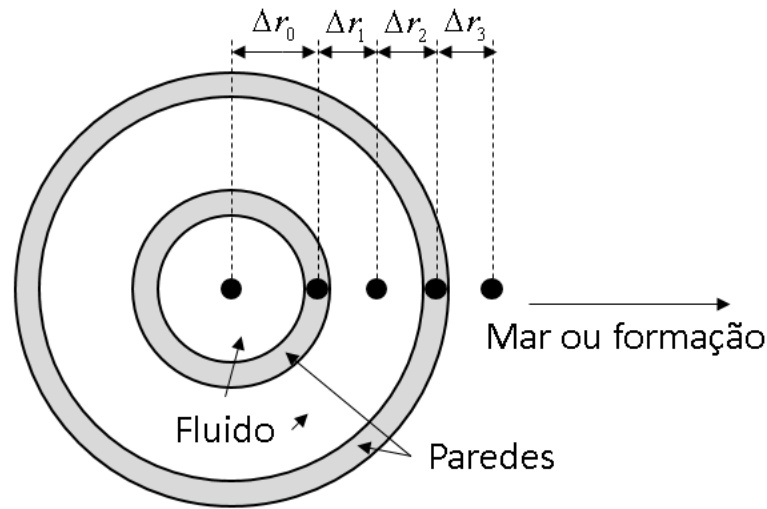
$$C_T \left\{ T = T_T - \frac{k_f}{\rho_f c_p} \left[ \frac{T_{r_e} (r_T + r_e - r_i) - 2r_T T_T + T_{r_i} (r_T - r_e + r_i)}{r_T (r_e - r_i)^2} \right] \Delta t_T \right. \quad (4.20)$$

Os termos  $F_+$  e  $F_-$  são definidos pelas equações (4.21) e (4.22), respectivamente, e representam termos avaliados no instante anterior de cada linha característica. Os termos e índices  $r_e$  e  $r_i$  na equação (4.20) representam os raios dos pontos adjacentes externo e interno, respectivamente, ao ponto atual  $r_T$ . Como se usa a temperatura média nas seções, esses raios são determinados pela geometria do problema, similar ao trabalho de Khan e May (2016). Isso significa que não se usa um intervalo  $\Delta r$  constante, e sim um intervalo para cada seção, conforme a Figura 11. Também se nota que é possível substituir as propriedades na equação (4.20) para obter a solução das paredes.

$$F_+ = P_{C_+} - \frac{\beta}{\alpha} T_+ - c_w \rho_f V_{z,C_+} + \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right]_{C_+} \frac{c_w \Delta t_+}{2} \quad (4.21)$$

$$F_- = P_{C_-} - \frac{\beta}{\alpha} T_- + c_w \rho_f V_{z,C_-} + \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right]_{C_-} \frac{c_w \Delta t_-}{2} \quad (4.22)$$

Figura 11. Intervalos radiais para o cálculo de temperatura



Fonte: Autorial Própria

Para facilitar a solução sobre as linhas C+ e C-, define-se relações entre a distância  $\Delta z$  da malha e o intervalo de tempo da integração de cada direção, conforme sugestão de Wylie e Streeter (1983):

$$\frac{\Delta z}{\Delta t_+} = c_w \quad (4.23)$$

$$\frac{\Delta z}{\Delta t_-} = -c_w \quad (4.24)$$

Assim, substituindo as equações (4.23) e (4.24) nas equações (4.18), (4.19), (4.21) e (4.22), tem-se:

$$C_+ \left\{ P = F_+ + \frac{\beta}{\alpha} T - c_w \rho_f V_z + \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right] \frac{\Delta z}{2} \right. \quad (4.25)$$

$$C_- \left\{ P = F_- + \frac{\beta}{\alpha} T + c_w \rho_f V_z - \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right] \frac{\Delta z}{2} \right. \quad (4.26)$$

$$F_+ = P_{C_+} - c_w \rho_f V_{z,C_+} + \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right]_{C_+} \frac{\Delta z}{2} - \frac{\beta}{\alpha} T_+ \quad (4.27)$$

$$F_- = P_{C_-} + c_w \rho_f V_{z,C_-} - \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right]_{C_-} \frac{\Delta z}{2} - \frac{\beta}{\alpha} T_- \quad (4.28)$$

Escolhe-se esse formato pois ao somar as equações (4.25) e (4.26), obtém-se a solução para a pressão baseada em pontos conhecidos:

$$P = \frac{F_+ + F_-}{2} + \frac{\beta}{\alpha} T \quad (4.29)$$

Subtraindo a equação (4.26) da (4.25), obtém-se a velocidade na mesma posição:

$$V_z = \frac{1}{2c_w \rho_f} \left( F_+ - F_- - \frac{4}{D_h} \tau_w \Delta z \right) \quad (4.30)$$

Nesta forma mais conveniente, basta calcular a mudança de temperatura com a equação (4.20), em seguida os termos  $F_+$  e  $F_-$  com as equações (4.27) e (4.28). Por último, se calcula a velocidade e a pressão utilizando as equações (4.29) e (4.30), respectivamente. Nota-se que o termo de tensão na equação (4.30) não é explícito e depende da própria velocidade. Portanto um processo iterativo deve ser empregado em sua solução para obter a tensão na parede em cada ponto da malha.

#### 4.2.2 Critério de convergência para velocidade

Como a equação (4.30) é resolvida iterativamente, é necessário definir o critério para a convergência da sua solução. Como as velocidades podem ser nulas, não é possível utilizar o erro relativo entre as iterações como critério de convergência, já que resultaria em uma divisão por zero. Assim, é utilizado o erro absoluto  $E$  entre a iteração atual e a anterior, dado pela equação (4.31), como critério de convergência:

$$E = |V_{s+1} - V_s| \quad (4.31)$$

Se o erro for maior que o valor máximo estabelecido,  $E_{\max}$ , repete-se o cálculo até que  $E \leq E_{\max}$ . Estabeleceu-se um número máximo de iterações,  $s_{\max}$ , para que o processo iterativo seja interrompido, caso a convergência não seja alcançada. Neste caso, considera-se o último valor de velocidade calculado como solução e o erro residual deve ser investigado para verificar se há um problema de convergência ou se o erro máximo definido é muito estrito.

#### 4.2.3 Transformação das condições de contorno

Atenção especial deve ser dada ao primeiro e ao último ponto da malha espacial que representam os contornos do domínio, uma vez que só há um ponto adjacente a estes. Como a pressão ou a velocidade são conhecidas nesses pontos, o

equacionamento pode ser deduzido diretamente das equações (4.25) e (4.26). Para o primeiro ponto, na entrada, a velocidade é conhecida durante a pressurização devido à condição de contorno imposta, então só é necessário calcular a pressão através da equação (4.32).

$$P = F_- + \frac{\beta}{\alpha} T + c_w \rho_f V_z - \left[ \frac{4}{D_h} \tau_w \right] \frac{\Delta z}{2} \quad (4.32)$$

Para o último ponto, a vazão é nula e portanto, a pressão é avaliada diretamente da equação (4.27), que resulta em:

$$P = F_+ + \frac{\beta}{\alpha} T \quad (4.33)$$

#### 4.2.4 Malha espacial e temporal

Feito o equacionamento, é necessário estabelecer a malha de pontos para efetuar os cálculos das variáveis  $P$ ,  $V_z$  e  $T$  nas direções  $C+$ ,  $C-$  e  $C_T$ . Será utilizado o índice  $i$  para as posições espaciais e o índice  $n$  para as posições temporais. O número  $N$  de intervalos de tempo  $\Delta t$  é dado pela equação (4.34), baseado no tempo total de simulação  $t_{\max}$ .

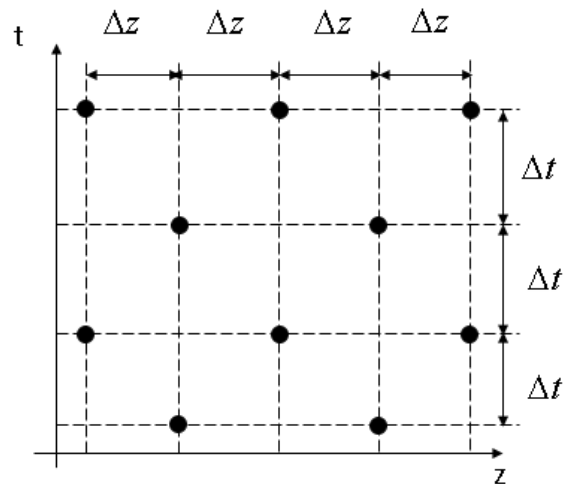
$$N = \frac{t_{\max}}{\Delta t} \quad (4.34)$$

Já o número  $I$  de intervalos espaciais  $\Delta z$  é dado pela equação (4.35), baseado no comprimento total da tubulação  $L$ .

$$I = \frac{L}{\Delta z} \quad (4.35)$$

Conforme outros modelos similares (Wylie e Streeter, 1983), a malha triangular é utilizada. A cada passo de tempo, são alternados os pontos espaciais com índices ímpares e pares, conforme mostrado na Figura 12. A malha é definida desta forma devido à razão dada pelas equações (4.23) e (4.24), garantindo que haja pontos com propriedades conhecidas próximos às linhas características.

**Figura 12. Malha espacial e temporal**



**FONTE: Autoria Própria**

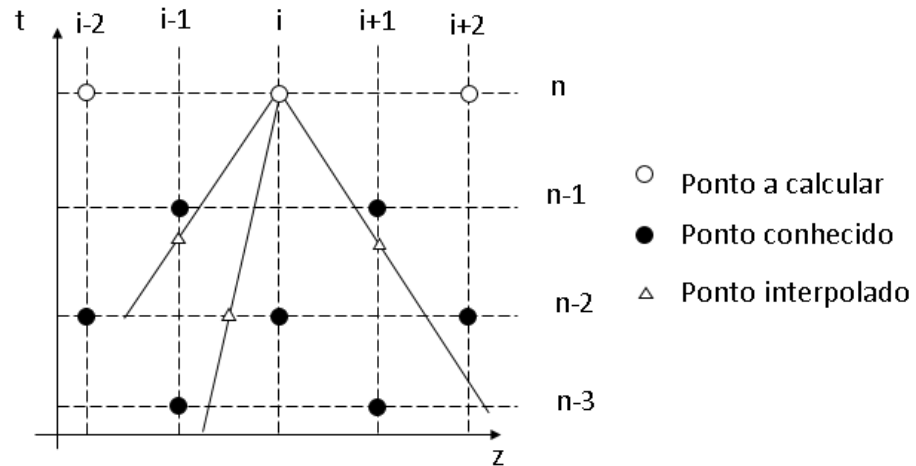
#### 4.2.5 Interpolações

Como as linhas características variam com a velocidade do fluido, não há garantia de que passem pelos pontos da malha espacial fixa. Também há a possibilidade que passem por um ponto definido em algum intervalo de tempo muito anterior ao atual, o que requer que todas as informações em todos os intervalos já calculados sejam armazenadas. Isso demandaria um poder computacional elevado e seria relativamente inviável para aplicações operacionais. Wylie e Streeter (1983) argumenta que esse problema pode ser resolvido de duas formas. A primeira é utilizar uma malha de pontos móvel que se adapta de acordo com o valor local da velocidade do fluido. Outra possibilidade, mais simples, é utilizar uma malha fixa e interpolar os valores baseado em valores anteriormente calculados. Como a distância fixa  $\Delta z$  já foi relacionada pelas equações (4.23) e (4.24), o método da interpolação em malha fixa é utilizado.

A Figura 13 mostra linhas características cujos intervalos de tempo e de espaço são constantes, onde o índice  $i$  indica o ponto atual no espaço e o índice  $n$  indica o ponto atual no tempo. As variáveis devem ser calculadas no cruzamento das linhas de tempo e espaço (círculos brancos) utilizando os valores de instantes anteriores, ao longo das direções características (retas contínuas). Como estes valores estão disponíveis apenas nos pontos calculados anteriormente (círculos

pretos) e não há garantia que a reta passe por um deles, utiliza-se os pontos interpolados (triângulos) para obter os valores.

**Figura 13. Interpolação dos pontos nas direções características**



**FONTE: Autoria Própria**

Há duas formas de interpolar. A primeira é a interpolação no tempo, na qual se utiliza a informação do mesmo ponto no espaço em dois instantes de tempo diferentes. Para uma propriedade genérica  $\phi$  (Goldberg & Wylie, 1983):

$$\phi_+ = \phi_{i-1}^{n-1} (1 - \delta_+) + \phi_{i-1}^{n-(m+1)} \delta_+ \quad (4.36)$$

$$\phi_- = \phi_{i+1}^{n-1} (1 - \delta_-) + \phi_{i+1}^{n-(m+1)} \delta_- \quad (4.37)$$

onde  $m$  é o número de vezes que a linha característica cruza as linhas de tempo antes de cruzar uma linha no espaço:

$$m = \text{int} \left[ \frac{dz/dt}{\Delta t / \Delta z} \right] = \text{int} \left[ \frac{V \pm c_w}{\pm c_w} \right] \quad (4.38)$$

e os graus de interpolação  $\delta_+$  e  $\delta_-$  são dados pelas equações (4.39) e (4.40). Estes termos contém a relação entre a malha fixa definida e a velocidade variável, que corrige as aproximações feitas pelas equações (4.23) e (4.24).

$$\delta_+ = \left| m - \frac{V + c_w}{c_w} \right| \quad (4.39)$$

$$\delta_- = \left| m - \frac{V - c_w}{-c_w} \right| \quad (4.40)$$

A segunda interpolação é no espaço, na qual se utiliza informação do mesmo instante de tempo em dois pontos adjacentes no espaço. Novamente para uma propriedade genérica  $\phi$

$$\phi_T = \begin{cases} \phi_{i-1}^{n-1} \delta_T + \phi_i^{n-1} (1 - \delta_T), V_z > 0 \\ \phi_{i+1}^{n-1} \delta_T + \phi_i^{n-1} (1 - \delta_T), V_z < 0 \end{cases} \quad (4.41)$$

onde o grau de interpolação é dado por:

$$\delta_T = \left| \frac{V_z}{V_z \pm c_w} \right| \quad (4.42)$$

Para a solução do modelo proposto, é utilizada a interpolação temporal nas direções C+ e C- e a interpolação espacial na direção C<sub>T</sub>. O motivo de se utilizar os dois tipos de interpolação é porque a interpolação espacial produz resultados melhores (Goldberg & Wylie 1983). No entanto, o número de passos no tempo (m) para a direção C<sub>T</sub> seria muito grande, sendo necessário guardar informação de muitos intervalos de tempo anteriores. Como já dito anteriormente, isso seria computacionalmente inviável. Apesar da necessidade de interpolação, é interessante notar que para fluidos confinados e fracamente compressíveis, supõe-se que:

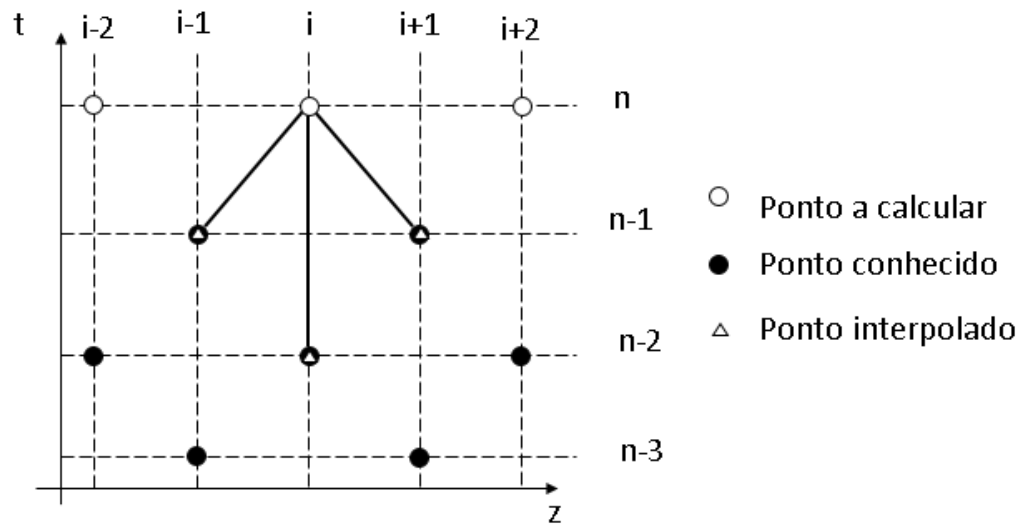
$$c_w \gg V_z \quad (4.43)$$

Desta forma, espera-se que as interpolações não tenham muito efeito, já que a linha característica passará bem próxima dos pontos definidos na malha fixa. Matematicamente, isso pode ser observado ao utilizar a aproximação da equação (4.43) nos graus de interpolação (4.39), (4.40) e (4.42). Neste caso, o ponto interpolado é o próprio ponto conhecido, conforme mostrado na Figura 14.

$$\delta_+ \approx \delta_- \approx \delta_T \approx 0 \quad (4.44)$$



Figura 14. Pontos com graus de interpolação nulos



FONTE: Autoria própria

### 4.3 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentada a metodologia de solução numérica do modelo matemático proposto no capítulo anterior. O Método das Características foi utilizado para transformar o sistema de equações diferenciais parciais em um sistema de equações diferenciais totais. A integração numérica das equações foi feita pelo método de diferenças finitas e foram estabelecidas a malha de pontos e as equações discretizadas para solucionar as equações.

## 5 VERIFICAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo, são simulados casos para verificar a sensibilidade dos resultados numéricos em relação à malha de pontos. Ao discretizar as equações governantes, as derivadas foram aproximadas por diferenças sobre intervalos de tempo e espaço. Isto inevitavelmente gera erros de aproximação que devem ser minimizados através do refinamento da malha.

Inicialmente, verifica-se o caso isotérmico e em seguida o problema com transferência de calor, tanto em relação aos pontos da malha quanto ao critério de convergência. Os quesitos verificados são:

- Número de pontos na malha axial e critério de convergência de velocidade;
- Número de pontos da malha radial e dimensão radial da formação rochosa. Critérios importantes para definir a condição de contorno nos limites do domínio da formação rochosa.

### 5.1 PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

O problema consiste em pressurizar o poço até a pressão de aproximadamente 7MPa, então a bomba é desligada e a pressão monitorada. A geometria simulada é a de coluna e espaço anular. Três situações serão avaliadas:

- i) Isotérmico;
- ii) Troca de calor com mar (riser) e;
- iii) Condução de calor com a formação rochosa (poço).

Conforme as condições de contorno descritas anteriormente, o fluido é bombeado com vazão constante na entrada com o retorno de fluido fechado. O bombeamento ocorre até que a pressão de teste seja alcançada e a bomba seja desligada. O fluido é então confinado dentro do poço e pressão e temperatura são monitoradas. Também se optou por considerar o fluido como de Bingham, pois, devido a possíveis singulares na equação do fator de atrito, a convergência é mais difícil de ser alcançada. A geometria utilizada para estas simulações é dada pela Tabela 2.

**Tabela 2. Parâmetros geométricos do poço**

Parâmetro	Valor	Unidade
Diâmetro interno da coluna	0,0760	[m]
Diâmetro externo da coluna	0,0889	[m]
Diâmetro interno do espaço anular	0,1570	[m]
Diâmetro externo do espaço anular	0,1778	[m]
Extensão do poço	1192	[m]

**FONTE: Dados obtidos de Petrobras**

O poço foi considerado como completamente revestido, sendo o revestimento confeccionado em aço e suas propriedades fornecidas na Tabela 3.

**Tabela 3. Propriedades das paredes da tubulação (aço carbono)**

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
Massa específica	$\rho_w$	7854	[ $kg / m^3$ ]
Condutividade térmica	$k_w$	60,5	[ $W / m.K$ ]
Calor específico	$c_{p,w}$	434	[ $J / kg.K$ ]

**FONTE: Incropera; DeWitt (2008)**

Utilizou-se um fluido de perfuração com base aquosa, com suas propriedades dadas na Tabela 4.

**Tabela 4. Propriedades utilizadas para o fluido de perfuração de base aquosa**

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
Massa específica	$\rho_f$	1929,26	$[kg / m^3]$
Compressibilidade isotérmica	$\alpha$	$5,07 \times 10^{-10}$	$[Pa^{-1}]$
Coefficiente de expansão térmica*	$\beta$	$7,64 \times 10^{-4}$	$[K^{-1}]$
Viscosidade plástica	$\mu_0$	0,06753	$[Pa.s]$
Tensão limite de escoamento	$\tau_0$	10,85	$[Pa]$
Condutividade térmica	$k_f$	0,48	$[W / m.K]$
Calor específico	$c_{p,f}$	3516	$[J / kg.K]$

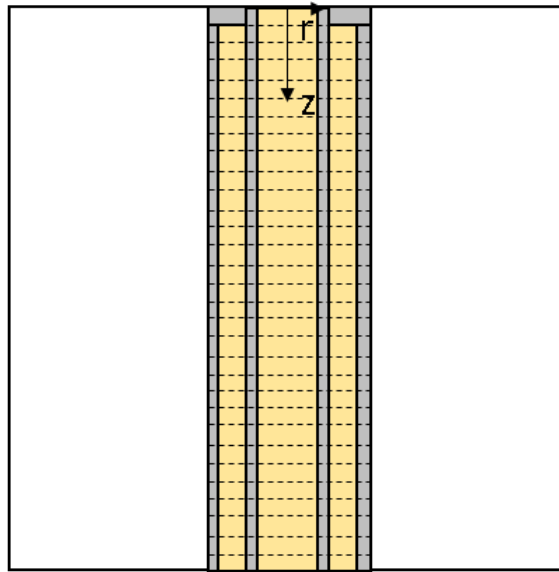
**FONTE:** Dados obtidos de Petrobras

## 5.2 ANÁLISE DE MALHA AXIAL E CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

Como o cálculo de alguns fatores de atrito envolve a solução numérica de equações implícitas, é necessário estabelecer um critério de convergência. Em cada ponto da malha axial, a velocidade é calculada a cada iteração e comparada com a iteração anterior. Para esta análise, foram utilizados  $E_{\max}$  de  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-5}$  e  $10^{-6}$ . Também é definido o número máximo de 100 iterações caso o critério não seja alcançado. Para esta análise de sensibilidade de malha, foram simuladas malhas com 100, 500, 1000, 2000 e 5000 pontos.

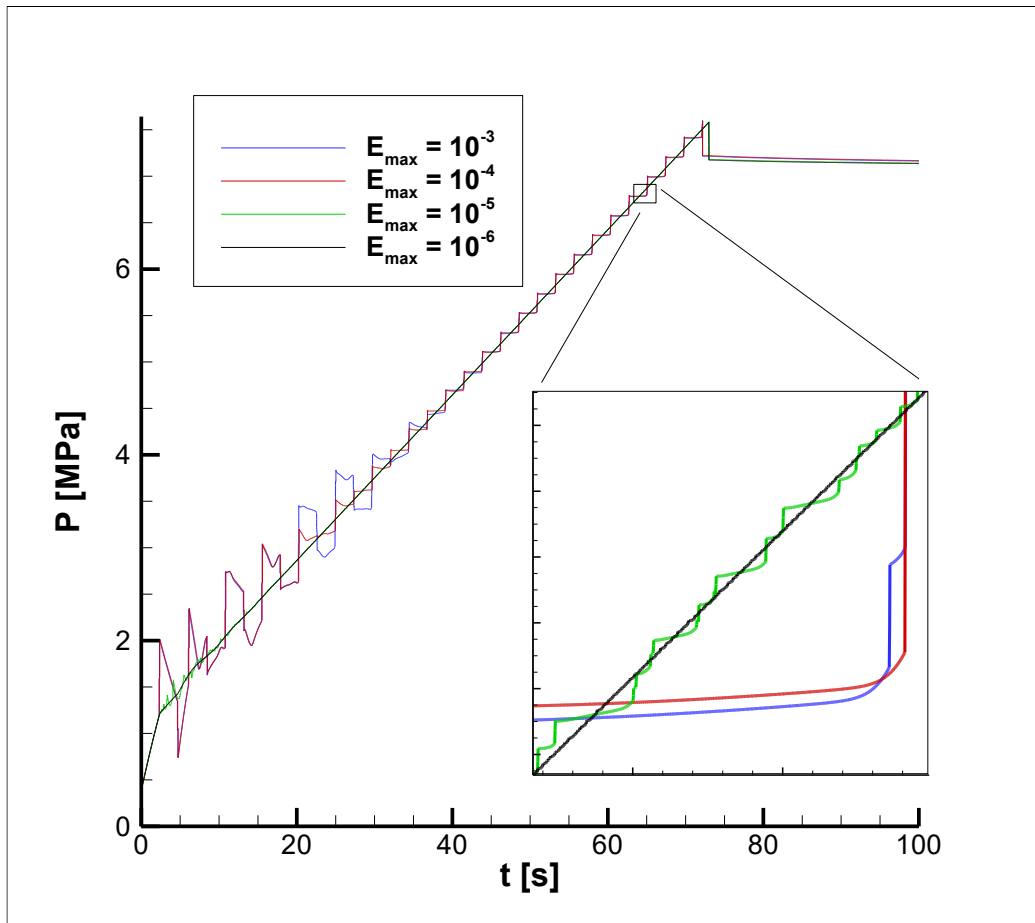
### 5.2.1 Caso isotérmico

Nesta análise, esquematizada na Figura 15, considera-se que o poço possui uma temperatura homogênea e igual à da vizinhança e, portanto, todas as alterações na pressão ocorrem somente devido à pressurização e a propagação da onda de pressão ao longo do poço.

**Figura 15. Esquema do caso isotérmico****FONTE: Autoria Própria**

A Figura 16 mostra o efeito do critério de convergência na variação da pressão de entrada com o tempo, para uma malha axial de 5000 pontos. Observa-se que os critérios de  $10^{-3}$  e  $10^{-4}$  apresentam grandes oscilações da pressão durante a pressurização. Já as diferenças entre os resultados proporcionados pelos critérios de  $10^{-5}$  e  $10^{-6}$  são quase imperceptíveis, só sendo visualizadas ao ampliar consideravelmente o gráfico.

**Figura 16. Comparação de pressões de entrada obtidas com diferentes critérios de convergência para 5000 volumes axiais**



**FONTE: Autoria Própria**

Para analisar de forma quantitativa a diferença entre as malhas, foram calculados os erros relativos máximos entre as curvas de pressão, utilizando a malha com 5000 pontos e  $E_{\max} = 10^{-6}$  como referência, como mostrado na Tabela 5. Desta forma, é possível observar a influência tanto do critério de convergência quanto do número de pontos da malha. Observa-se que diferença no erro se torna clara quando o critério passa de  $10^{-4}$  para  $10^{-5}$ . O número de pontos radiais também mostrou ter influência sobre o resultado, mas relativamente menor. Para todos os critérios de convergência, o aumento do número de pontos melhorou os resultados, mas ao custo de tempo computacional.

**Tabela 5. Erros relativos máximos para diferentes números de pontos da malha axial e critérios de convergência**

N	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$
100	42,7%	40,1%	17,1%	17,0%
500	36,0%	35,6%	7,5%	0,9%
1000	35,3%	35,2%	1,3%	0,5%
2000	35,2%	35,1%	0,8%	0,3%
5000	35,2%	35,1%	0,3%	0,0%

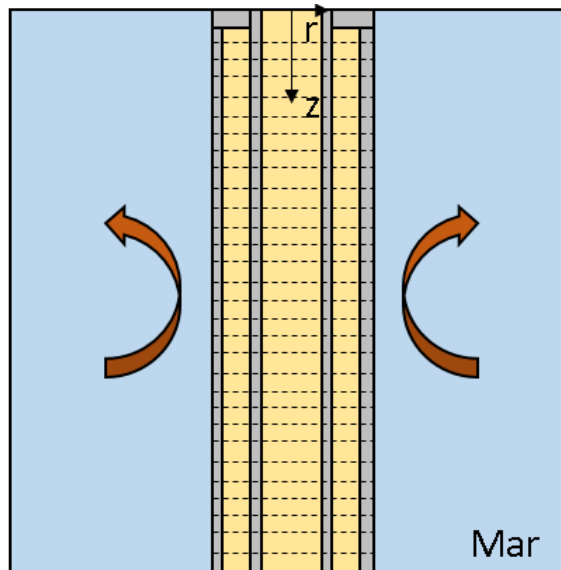
**FONTE: Autoria Própria**

Esses dados seriam suficientes para definir a malha e o critério de convergência para o caso isotérmico. No entanto, é necessário verificar se os efeitos térmicos podem gerar algum efeito no cálculo numérico.

#### 5.2.2 Caso de convecção com o mar

Para observar se a transferência de calor e a mudança de temperatura têm algum efeito no resultado de pressão, na malha e no critério de convergência, o mesmo caso anterior foi simulado, mas usando como condição de contorno a troca térmica com o mar, conforme esquematizado na Figura 17.

Figura 17. Esquema do caso de convecção com o mar



FONTE: Autoria Própria

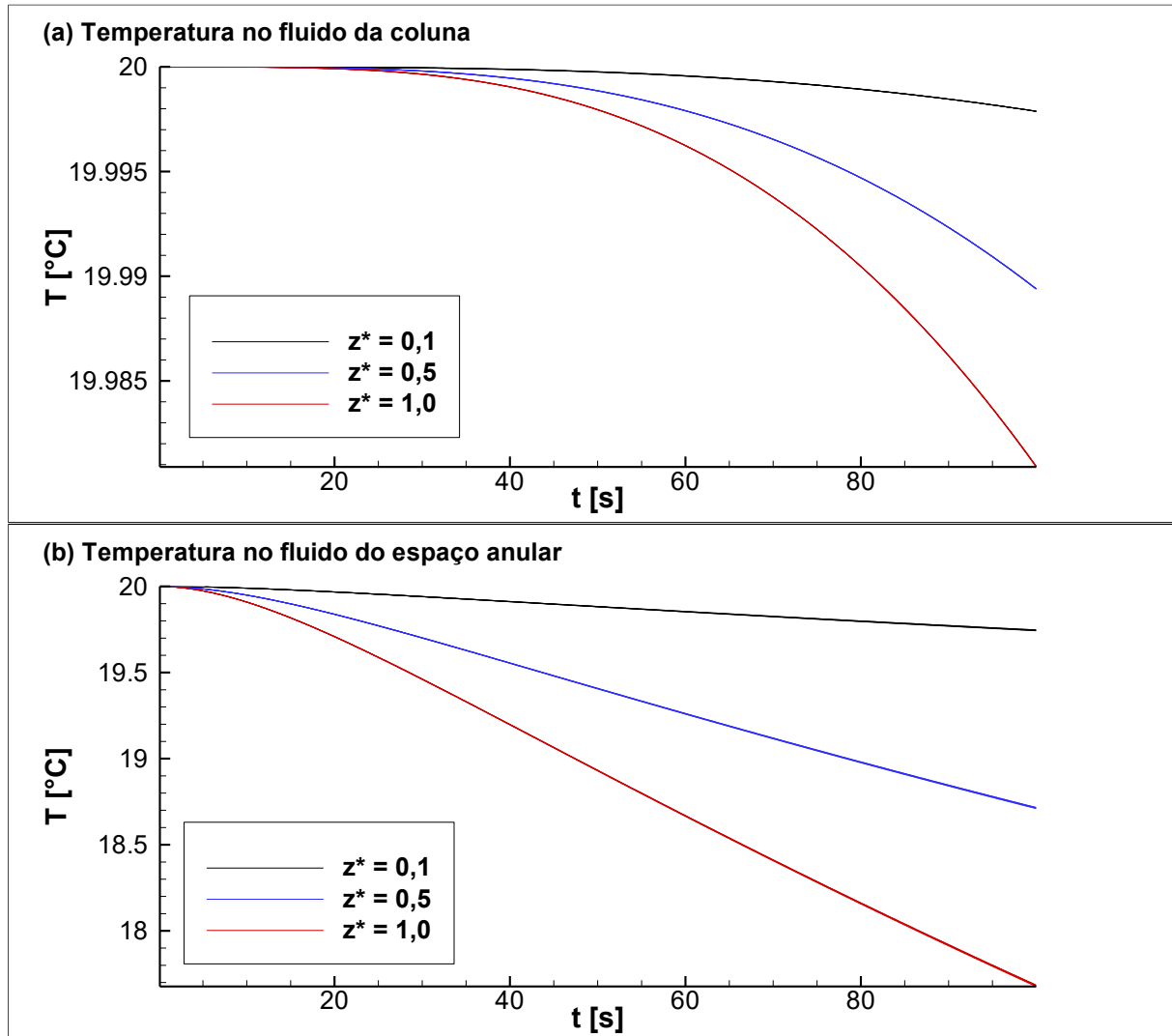
Assim, além da propagação da onda de pressão devido a pressurização, variações de pressão devido ao resfriamento do fluido também devem ocorrer. Para isso, foi imposto um perfil de temperatura ao mar que varia linearmente desde 20°C na superfície até 4°C no leito marinho. A temperatura inicial do fluido e da tubulação foi considerada 20°C. Portanto só deve ocorrer perda de calor do fluido para a corrente marítima.

Como as malhas com menos pontos apresentaram erros relativamente altos para o caso isotérmico, só foram simulados os casos 1000, 2000 e 5000 pontos no caso com convecção. O mesmo se aplica para o critério de convergência, que só se usou  $10^{-5}$  e  $10^{-6}$ . Os resultados mostraram que não houve influência significativa da introdução da temperatura nos erros associados à malha. O efeito da variação da malha na temperatura é desprezível, e as curvas para 1000, 2000 e 5000 pontos são coincidentes. A Figura 18, mostra essas curvas em três pontos ao longo da profundidade do poço, onde  $z^*$  representa a coordenada em razão do comprimento total. No fluido da coluna, a temperatura mostrada na Figura 18(a) quase não variou ao longo do tempo, mesmo na maior profundidade, onde era mais frio. Já a temperatura do fluido do espaço anular, mostrada na Figura 18(b), variou consideravelmente, especialmente próximo ao fundo. Esses resultados são



coerentes, já que a troca de calor começa nas regiões mais externas e lentamente afeta as regiões internas.

**Figura 18. Perfis de temperatura calculados (a) na coluna e (b) no espaço anular para diferentes malhas**

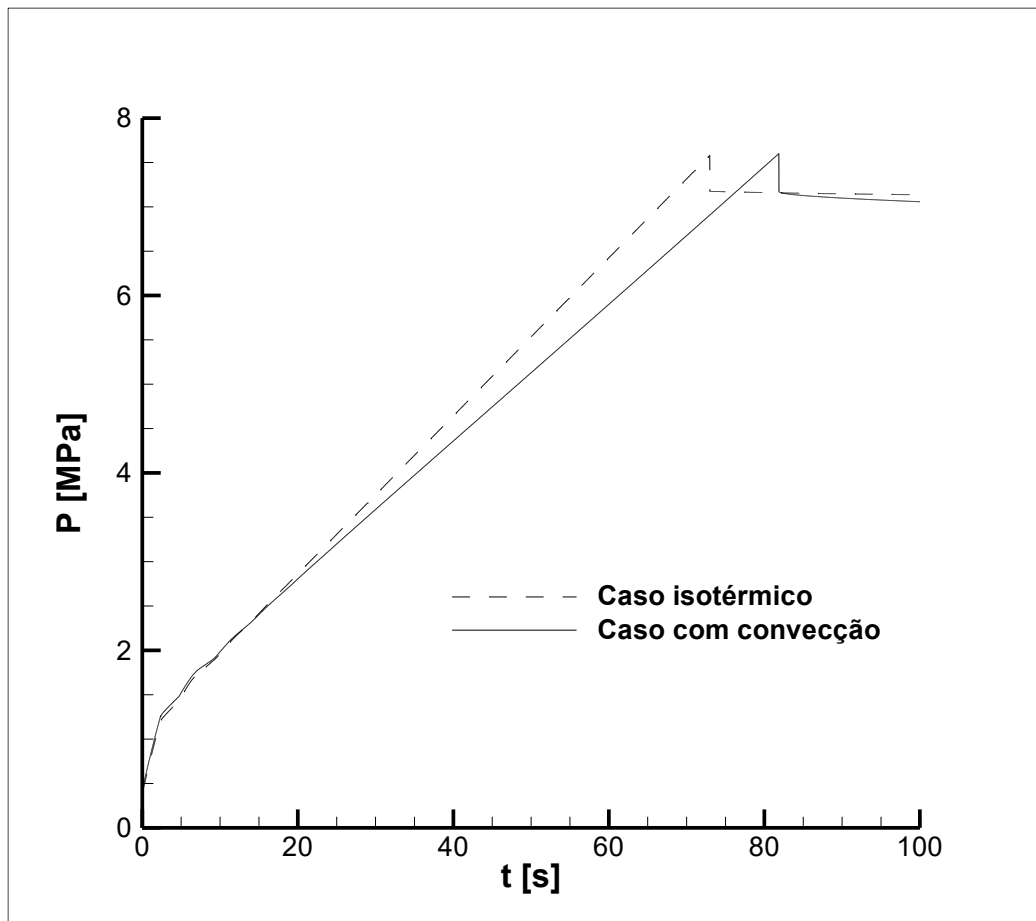


FONTE: Autoria Própria

Os resultados de pressão apresentaram os mesmos erros relacionados à malha e ao critério de convergência do caso isotérmico, ou seja, a introdução dos efeitos térmicos não gerou nenhuma diferença. Este resultado era esperado, uma vez que a malha do caso isotérmico deve garantir a estabilidade para os efeitos de propagação de pressão, que são mais rápidos e com maiores oscilações do que os provocados por mudanças de temperatura. No entanto, a troca de calor mostrou efeitos significativos no comportamento da pressão, conforme mostra a Figura 19.

Como o sistema perdeu calor desde o instante inicial da simulação, conseqüentemente ele perdeu pressão. O primeiro efeito notável foi que a taxa de pressurização se tornou mais lenta, fazendo com que demorasse mais para atingir a pressão de teste. Depois do confinamento do fluido, nota-se ainda que a pressão continua a cair, ao contrário do caso isotérmico, representado pelas linhas tracejadas, que a manteve constante.

**Figura 19. Comparação entre pressões de entrada do caso isotérmico e com convecção**

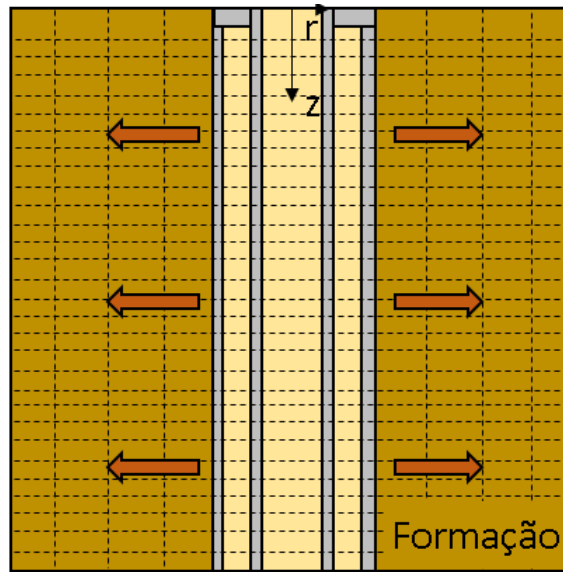


FONTE: Autoria Própria

### 5.3 ANÁLISE DE MALHA RADIAL

Neste caso, avalia-se o efeito da malha radial de pontos que é necessária para calcular as temperaturas na formação rochosa, conforme esquematizado na Figura 20.

Figura 20. Esquema do caso de difusão para a formação



FONTE: Autoria Própria

Como não é possível definir um domínio numérico com dimensão radial infinita (formação rochosa), é necessário definir a dimensão radial do domínio que não afeta dos resultados. Para definir a dimensão do domínio e a condição de contorno nesta posição do domínio, a solução numérica será comparada à solução analítica de condução de calor em uma parede cilíndrica. Apesar de Hahn; Özışık (2012) apresentarem uma solução analítica para a condução em meio cilíndrico infinito, não foi possível reproduzir a integração numérica proposta. Assim, foi usada a solução para o meio não infinito, mas impondo o raio da formação  $R_f$  muito grande, de forma que ele não seja afetado termicamente. Assim, a condição inicial é definida como a temperatura inicial  $T_\infty$  e as condições de contorno podem ser definidas como temperatura  $T_0$  prescrita no raio interno  $R_e$  e condição adiabática no raio da formação:

$$T(t = 0, r) = T_\infty \quad (5.1)$$

$$T(r = R_e, t) = T_0 \quad (5.2)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_f} = 0 \quad (5.3)$$

No entanto, uma terceira condição auxiliar será imposta para aproximar o caso ao meio infinito. A equação (5.4) garante que não haja alteração da temperatura em  $R_f$ , satisfazendo a hipótese de que essa região não é termicamente afetada.

$$T(r = R_f) = T_\infty \quad (5.4)$$

Será utilizada a solução analítica proposta por Hahn & Özişik (2012) para o caso de condução de calor radial em um sólido anular, dada pela equação (5.5). Esta solução utiliza as condições de contorno dadas pelas equações (5.2) e (5.3).

$$T(r, t) = T_\infty + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \exp\left[-\frac{k}{\rho c_p} \lambda_n^2 t\right] \left( J_1(\lambda_n R_f) Y_0(\lambda_n r) - J_0(\lambda_n r) Y_1(\lambda_n R_f) \right) \quad (5.5)$$

Os termos  $J_n$  e  $Y_n$  são funções de Bessel de primeira e segunda espécie de ordem  $n$ , respectivamente.  $C_n$  são constantes dadas pela equação (5.6) e  $\lambda_n$  são coeficientes dado pelas raízes da equação implícita (5.7)

$$C_n = \frac{(T_0 - T_\infty) \int_{r_0}^{R_f} r \left( J_1(\lambda_n R_f) Y_0(\lambda_n r) - J_0(\lambda_n r) Y_1(\lambda_n R_f) \right) dr}{\int_{r_0}^{R_f} r \left( J_1(\lambda_n R_f) Y_0(\lambda_n r) - J_0(\lambda_n r) Y_1(\lambda_n R_f) \right)^2 dr} \quad (5.6)$$

$$J_1(\lambda_n R_f) Y_0(\lambda_n R_e) - J_0(\lambda_n R_e) Y_1(\lambda_n R_f) = 0 \quad (5.7)$$

Para estimar o raio da formação, será usado o conceito do número de Fourier, definido pela equação (5.8), que é a razão entre a taxa de troca de calor por condução e a taxa de armazenamento de energia térmica (Incropera e DeWitt, 2008). A dimensão e o tempo característicos do número de Fourier é a diferença entre  $R_f$  e  $R_e$  e o tempo de simulação  $t_s$ . O número de Fourier é então definido por:

$$Fo = \frac{k}{\rho c_p} \frac{t_s}{(R_f - R_e)^2} \quad (5.8)$$

Isolando  $R_f$  na equação (5.8), obtém-se:

$$R_f = \sqrt{\frac{1}{Fo} \frac{k}{\rho c_p} t_s} + R_e \quad (5.9)$$

O número de Fourier deve ser interpretado como um tempo característico adimensional em que o calor percorre a região  $(R_f - R_e)$ . Para a condição de fluxo de calor nulo em  $R_f$  não afete os resultados, o número de Fourier deve ser suficientemente baixo. Nota-se, também, que o cálculo de  $R_f$  independe da magnitude da temperatura imposta em  $R_e$ .

### 5.3.1 Comparação do número de Fourier

Para determinar o número de Fourier que garanta que a condição de contorno em  $R_f$  não afete a solução, resolveu-se o problema com um  $R_e=0,0889\text{m}$ , um tempo de simulação fixo de 300s e várias dimensões para  $R_f$ . Os valores de  $R_f$  utilizados foram calculados a partir de valores de números de Fourier pré-estabelecidos. As propriedades de arenito foram utilizadas para a formação rochosa como mostradas na Tabela 6.

**Tabela 6. Propriedades da Formação de Arenito**

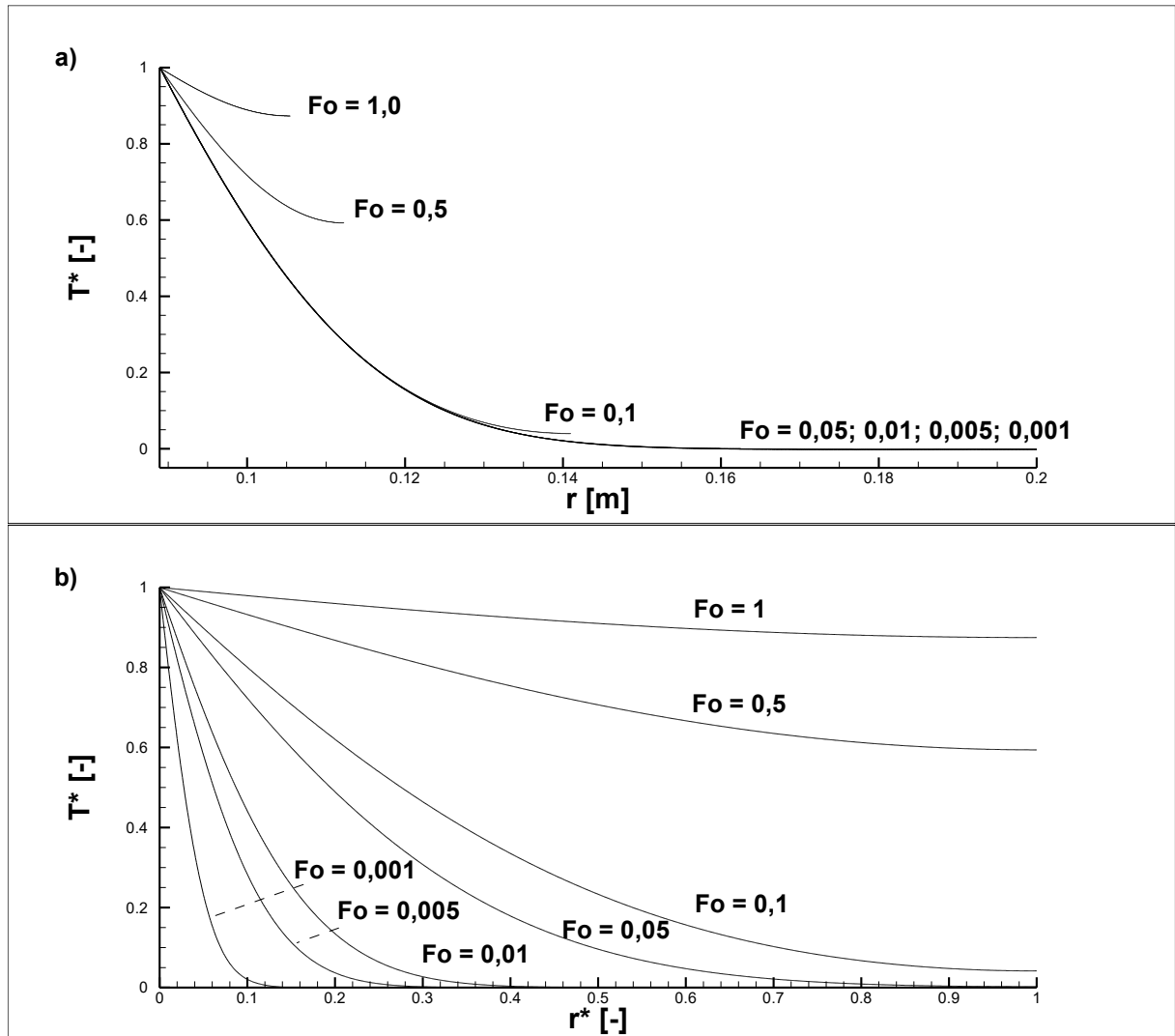
Parâmetros	Valor	Unidade
Condutividade térmica	1,87	$[W / m.K]$
Massa específica	2274	$[kg / m^3]$
Calor específico	913	$[J / kg.K]$

**FONTE:**

A Figura 21 mostra os perfis de temperatura calculados usando a solução analítica, com a temperatura adimensionalizada  $T^* = (T - T_\infty) / (T_0 - T_\infty)$ . O gráfico da Figura 21(a) mostra a variação da temperatura adimensional em função do raio em metros. Note que abaixo de Fourier = 0,05, os perfis de temperatura convergem para zero garantindo que o raio  $R_f$  é suficientemente grande para não afetar o perfil de temperatura no interior do domínio. O gráfico da Figura 21(b) mostra os mesmos resultados, mas utiliza o raio adimensionalizado  $r^* = (r - R_e) / (R_f - R_e)$  no eixo das abscissas. Neste formato, é mais fácil verificar que o raio não é afetado pela onda de calor. Para Fourier maior ou igual a 0,1, a temperatura é afetada em  $r^* = 1$ , contradizendo a condição estabelecida pela equação (5.4). Portanto, para esses valores de Fourier a solução não é adequada para o caso estudado. Para  $Fo = 0,05$ , a condição é válida mas deixa uma margem de aproximadamente 10% de zona não

afetada. Conforme  $Fo$  decresce, essa margem aumenta, chegando em cerca de 85% para  $Fo = 0,001$ .

**Figura 21. Perfis de temperatura adimensional para diversos números de Fourier em função de: a) raio absoluto; b) raio adimensionalizado**



**FONTE: Autoria Própria**

Embora o ideal seja utilizar  $Fo$  o mais baixo possível, o aumento de  $R_f$  exige a solução da equação (5.5) sobre um domínio espacial maior. Isto aumenta o tempo computacional, particularmente pela solução envolver a somatória de integrações numérica das funções de Bessel, que possuem natureza oscilatória. Analogamente, ao gerar a malha para o modelo numérico, a diminuição de  $Fo$  e, conseqüentemente, aumento de  $R_f$  resultará em mais pontos no domínio e, conseqüentemente, maior

tempo computacional. Com essas considerações, escolheu-se usar  $Fo = 0,01$ , deixando uma margem de cerca de 60% de zona não afetada. Portanto, o raio da formação será calculado através da equação (5.10), com base nas propriedades da formação e o raio externo do sistema.

$$R_f = 10 \sqrt{\frac{k}{\rho c_p} t_s} + R_e \quad (5.10)$$

### 5.3.2 Número de volumes radiais na formação

Para a comparação do modelo com a solução analítica, considera-se que a parede externa da tubulação (interna da formação) possui temperatura fixa, da mesma forma que foi definido para a solução analítica. Naturalmente, essa temperatura se alteraria devido à troca de calor com o fluido e com a formação. No entanto, essa consideração servirá como referência para determinar o número de volumes radiais para a versão final do modelo. Utilizando os mesmos parâmetros da Tabela 6 e o raio da formação definido pela equação (5.10), são feitas simulações pelo modelo numérico, mas variando o número de volumes de formação. Inicialmente, define-se o número de Fourier da malha  $Fo_{\Delta}$  como:

$$Fo_{\Delta} = \frac{k}{\rho c_p} \frac{\Delta t}{\Delta r^2} \quad (5.11)$$

Normalmente é utilizada uma relação para  $Fo_{\Delta}$  que garante a estabilidade da malha em problemas de difusão transiente, dada pela equação (5.12) (H.K. Versteeg; 1996).

$$Fo_{\Delta} \leq \frac{1}{2} \quad (5.12)$$

Como o  $\Delta t$  é limitado pela malha espacial e pela velocidade de propagação da onda de pressão no modelo completo, conforme definido pela equação (4.23), e as propriedades térmicas são dependentes do material da formação, o  $Fo_{\Delta}$  dependerá somente de  $\Delta r$ . Isto implica em um valor mínimo para a malha radial de maneira a garantir a estabilidade da malha:

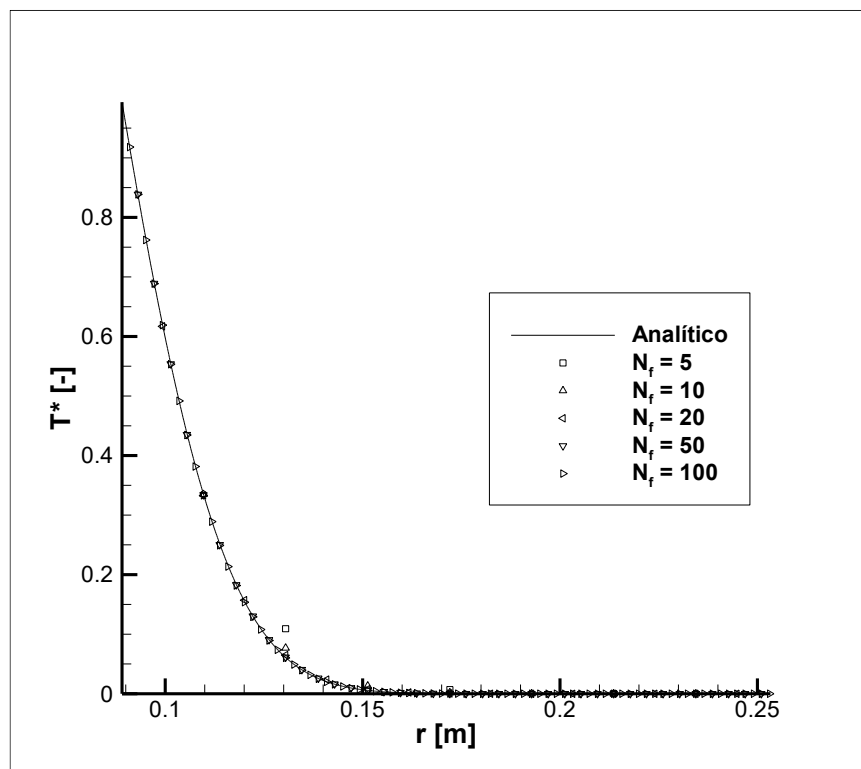
$$\Delta r \geq \sqrt{4 \frac{k}{\rho c_p} \Delta t} \quad (5.13)$$

Como a escala de  $\Delta t$  é definida pela velocidade de propagação da onda de pressão, que é um fenômeno muito mais rápido que a difusão de calor, o valor mínimo de  $\Delta r$  dificilmente será atingido. Para o problema em questão, determinou-se o  $\Delta r$  mínimo na ordem de grandeza de  $10^{-5}\text{m}$ , ou seja,  $0,01\text{mm}$ . Uma análise de sensibilidade do número de pontos da malha,  $N_f$ , foi realizada. Definindo o número de pontos da malha pode-se calcular o  $\Delta r$  pela seguinte equação;

$$N_f = \frac{(R_f - R_e)}{\Delta r} \quad (5.14)$$

A Figura 22 mostra os perfis de temperatura simulados em  $Fo = 0,01$ , com 5, 10, 20, 50 e 100 pontos. O menor valor de  $\Delta r$ , para a malha de 100, foi de  $1,6\text{mm}$ , cem vezes superior ao valor mínimo necessário dado pela equação (5.13). Note que as malhas com 50 e 100 pontos apresentam resultados muito próximos da solução analítica.

**Figura 22. Perfil de temperatura na formação para diferentes números de volumes ( $Fo=0,01$ )**



**FONTE: Autoria Própria**

A solução numérica é bem próxima da solução analítica, mesmo para poucos volumes. Isto se deve ao fato da malha temporal, dimensionada para os efeitos muito



mais rápidos de propagação de pressão, já estar bem refinada, deixando margem para a malha radial da formação ser mais grosseira. Assim, optou-se pelo uso de 50 volumes radiais para as simulações com difusão pela formação.

#### 5.4 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram analisados os efeitos do número de pontos da malha nos resultados. Concluiu-se que os parâmetros mais importantes para reduzir os erros, de forma geral, são o número de pontos axiais e o critério de convergência para a velocidade. Optou-se por usar 2000 pontos axiais e o erro máximo de  $10^{-5}$  entre iterações.

A introdução dos efeitos térmicos não afetou significativamente a estabilidade da solução e não requereu malhas mais refinadas. Isso se deve ao fato da malha ser dimensionada para propagação de pressão, que é um fenômeno muito mais rápido que a transferência de calor. Portanto, a malha já está suficientemente refinada para evitar erros no cálculo da temperatura. Para o caso de difusão de calor para a formação rochosa foi necessário avaliar o número de pontos radiais. Também foram estabelecidos critérios para garantir que as condições de contorno sejam respeitadas. Optou-se por utilizar 50 pontos radiais e um raio da formação e tempo de simulação que garantam um número de Fourier máximo de 0,01.

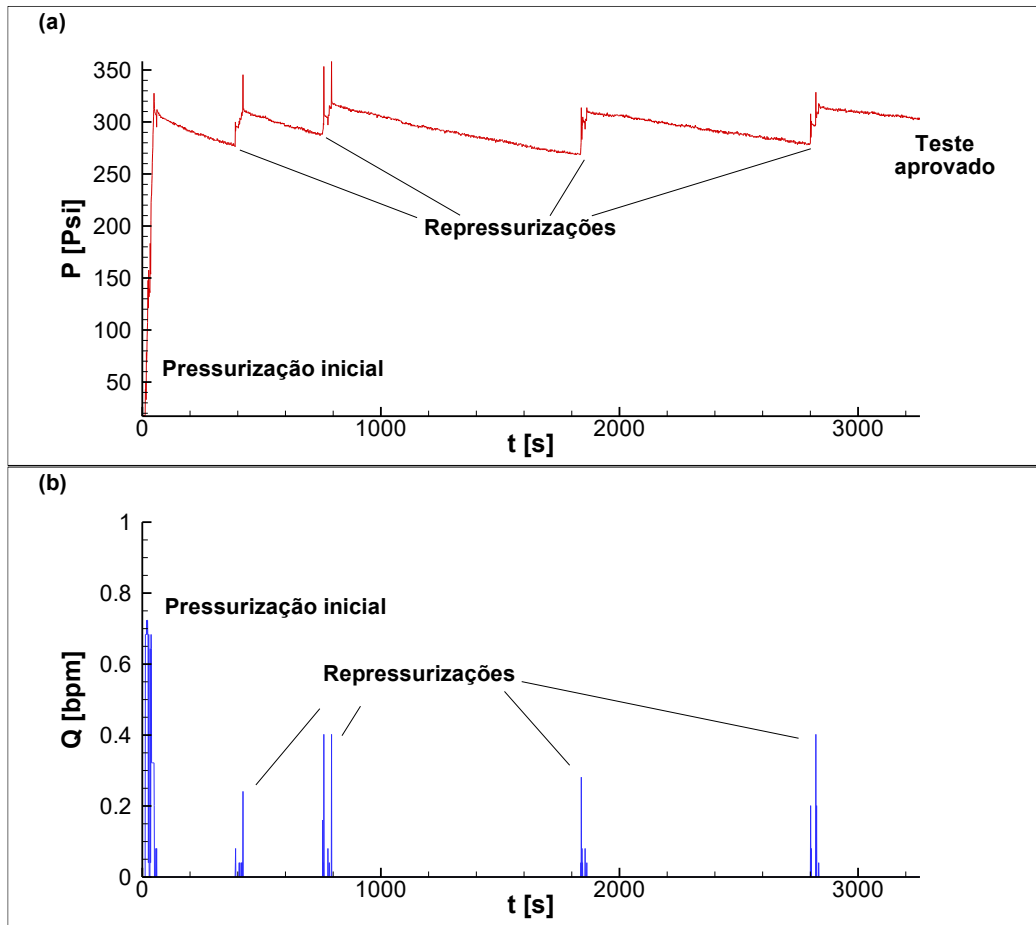
## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo é feita a validação experimental, comparando os resultados simulados com os de campo, mostrando o potencial do modelo em representar um teste de estanqueidade real e a significância dos efeitos térmicos envolvidos no comportamento da pressão. Em seguida, é desenvolvido um modelo adimensional para generalizar esses testes, facilitando comparações de diferentes casos e definindo parâmetros para auxiliar em tomadas de decisões.

### 6.1 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Para a validação experimental, usa-se modelo para simular um caso encontrado em campo e verificar se os resultados condizem com a realidade. O caso selecionado é o teste de estanqueidade de uma linha de *kill* no qual há queda de pressão após a parada do bombeio. A Figura 23(a) mostra o perfil de pressão no topo do poço ao longo do teste. Neste caso, as repressurizações foram necessárias porque a pressão variou mais do que o permitido pelo critério de aceitação do teste, até que fosse aprovado. Nota-se que a taxa de queda de pressão após cada pressurização é gradativamente menor, indicando que possivelmente, a queda de pressão não se deve a vazamentos, mas a outros efeitos, como por exemplo, térmicos. Para as simulações, será utilizada a vazão registrada pela bomba durante os testes, mostrada na Figura 23(b).

Figura 23. Pressão de entrada (a) e vazão (b) registradas durante teste de estanqueidade em linha de kill



FONTE: Dados obtidos de Petrobras

As propriedades do fluido usado para esses testes são dadas pela Tabela 7.

Tabela 7. Propriedades do fluido para testes de linha de *Kill*

Propriedade	Símbolo	Valor	Unidade
Massa específica	$\rho_f$	1066	$[kg / m^3]$
Compressibilidade isotérmica	$\alpha$	9,57e-10	$[Pa^{-1}]$
Coefficiente de expansão térmica	$\beta$	7,64e-4	$[K^{-1}]$
Viscosidade plástica	$\mu$	0,01867	$[Pa.s]$
Tensão limite de escoamento	$\tau_0$	3,49	$[Pa]$
Condutividade térmica	$k_f$	0,48	$[W / m.K]$
Calor específico	$c_p$	3516	$[J / kg.K]$

FONTE: Dados obtidos de Petrobras

A geometria é somente uma linha em contato direto com o mar, sem espaço anular, com parâmetros dados pela Tabela 8.

Tabela 8. Parâmetros geométricos da linha de *Kill*

Parâmetro	Valor	Unidade
Diâmetro interno	0,1143	[m]
Diâmetro externo	0,1578	[m]
Extensão da linha	2065	[m]

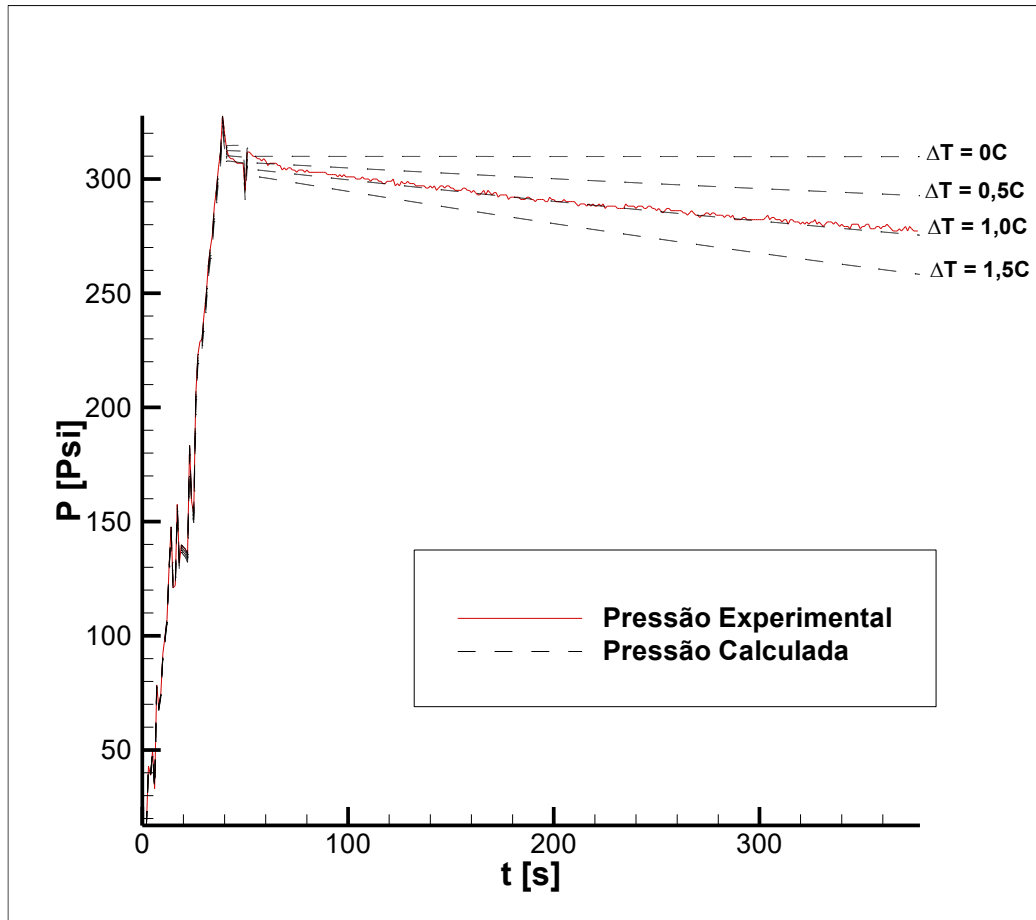
FONTE: Dados obtidos de Petrobras

### 6.1.1 Queda de pressão após a primeira pressurização

Para avaliar o efeito da troca de calor na queda de pressão após a pressurização, considerou-se que a temperatura inicial do fluido após a pressurização era maior do que a temperatura do mar, ou seja, que a pressurização ocasionaria aquecimento do fluido. A Figura 24 mostra a queda de pressão calculada após a pressurização para quatro diferenças de temperatura entre o fluido e mar em comparação com o resultado obtido experimentalmente. Após o confinamento do fluido, é fácil observar a influência da diferença de temperatura. Quanto maior a

diferença, maior é a taxa de queda da pressão, já que o fluido perde calor mais rapidamente. Com os parâmetros utilizados, os resultados da simulação com diferença de  $1,0^{\circ}\text{C}$  coincidiu com os valores experimentais, indicando que a queda de pressão durante o teste pode ter sofrido efeito da troca de calor.

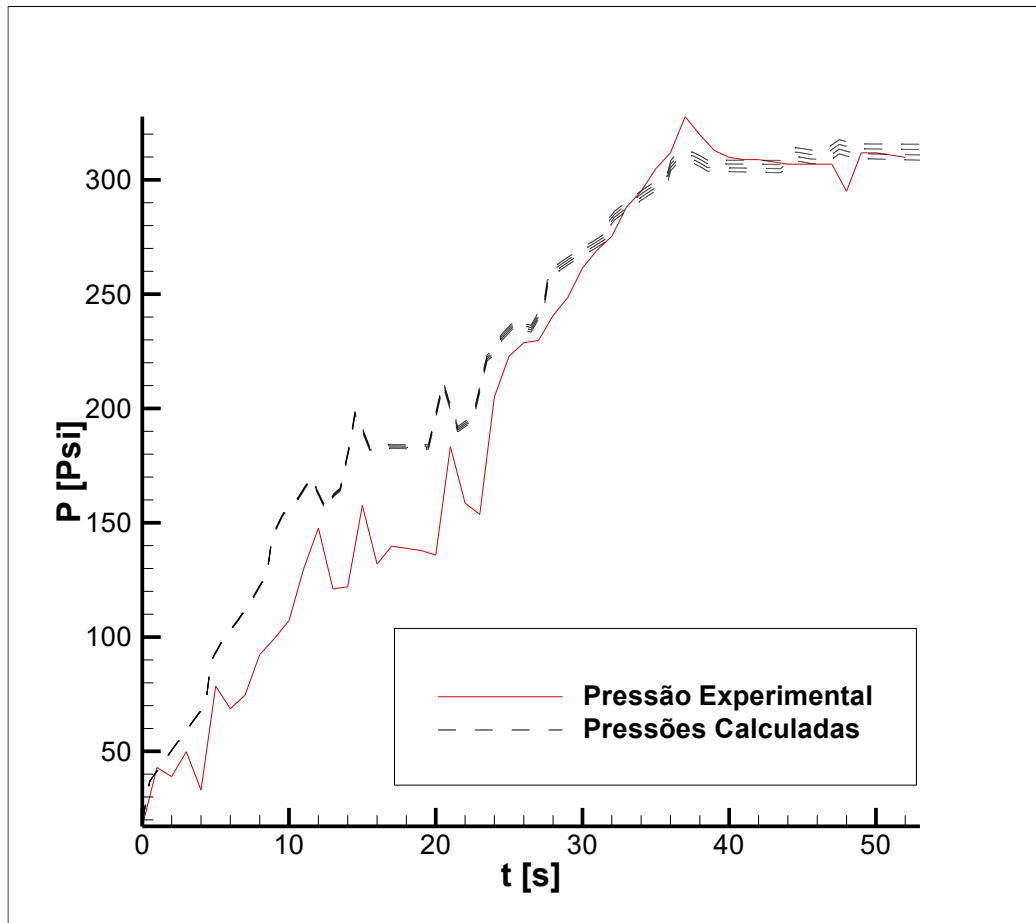
**Figura 24. Queda de pressão após primeira pressurização para diversas diferenças de temperaturas externas**



**FONTE: Autoria Própria**

A Figura 25 mostra ampliado o período de pressurização da Figura 24, indicando uma grande semelhança entre os resultados medidos e calculados também durante a pressurização. As pequenas discrepâncias durante a pressurização podem estar associadas a baixa taxa de aquisição dos valores medidos da vazão da bomba (1 valor por segundo) que não é capaz de captar todas as oscilações na vazão. Durante o período que o fluido está confinado, isto não é um problema já que a válvula está fechada e a vazão é nula.

**Figura 25. Comparação das pressões medidas e calculadas durante o período de pressurização.**



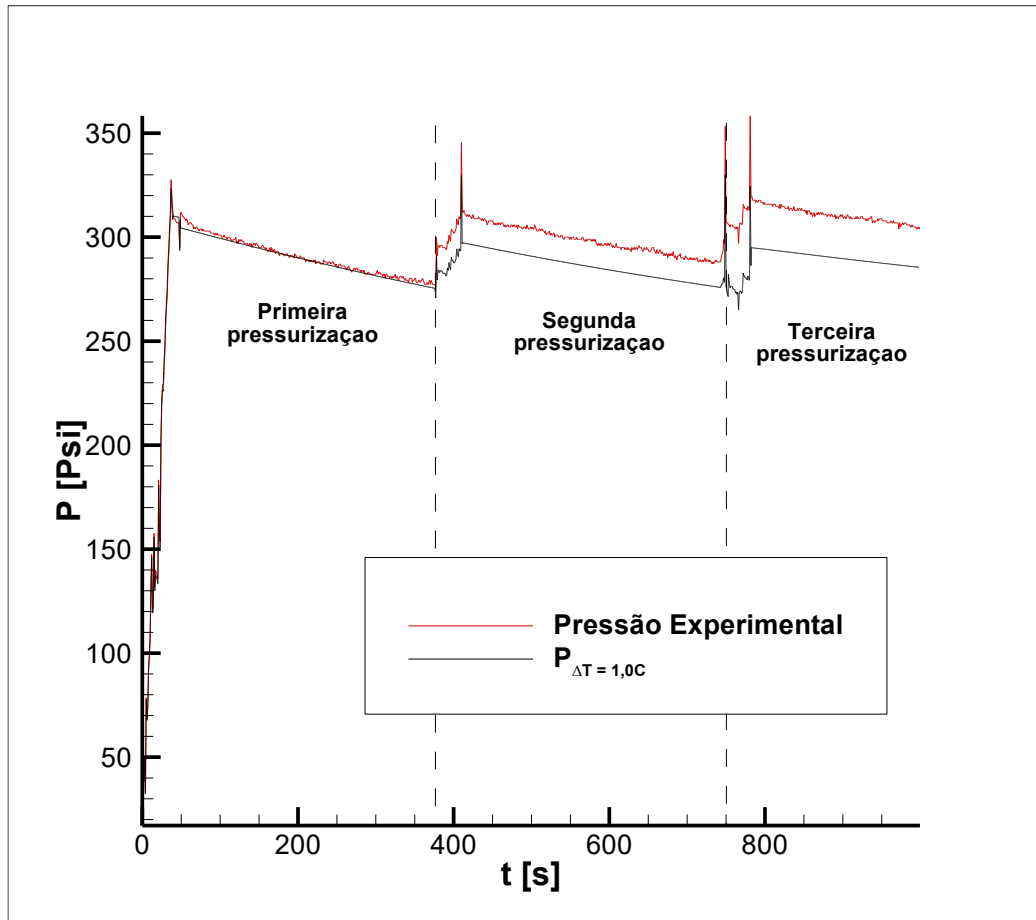
**FONTE: Autoria Própria**

### 6.1.2 Queda de pressão após pressurizações subsequentes

Com o resultado satisfatório de queda de pressão para a diferença de  $1,0^{\circ}\text{C}$ , estudou-se a queda de pressão em pressurizações subsequentes. Quando a queda de pressão durante o teste é muito alta, a linha é repressurizada novamente. Assim, diversas pressurizações podem ser feitas até a estabilização da queda de pressão e a aprovação do ensaio.

Utilizando novamente a entrada de vazão registrada ao longo dos testes, o caso foi simulado até o final da terceira pressurização. A Figura 26 mostra o perfil de pressão ao longo do tempo nessas condições. Apesar dos valores absolutos de pressão não coincidirem exatamente entre os dados experimentais e os de simulação, a taxa de queda de pressão após o fechamento da bomba parece ser comum às duas curvas.

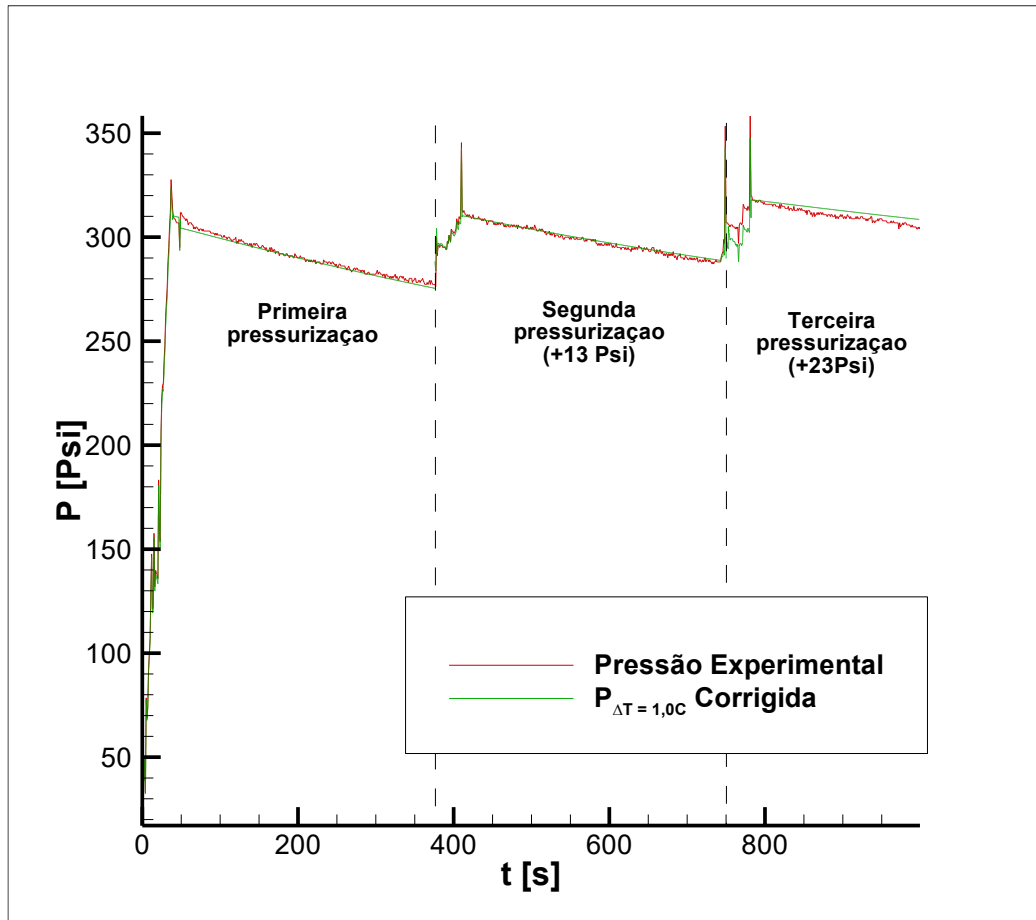
**Figura 26. Quedas de pressão em pressurizações subsequentes com diferença de temperatura de 1,0°C**



**FONTE: Autoria Própria**

Com o intuito de verificar os efeitos de temperatura na taxa de queda de pressão, foram realizadas correções nas pressões calculadas após a segunda e terceira pressurização. A Figura 27 mostra as curvas de pressão calculadas com uma correção de 13Psi e 23Psi após a segunda e a terceira pressurização, respectivamente, indicando boa concordância entre as taxas de pressão calculadas e medidas após a correção. Nota-se que a taxa de queda de pressão diminui com o tempo, o que está associado com o fato da temperatura do fluido se aproximar da temperatura do mar conforme o tempo passa. Esses efeitos podem explicar o motivo de diversas pressurizações serem necessárias para a aprovação do teste de estanqueidade das linhas. Portanto, é evidente o potencial do modelo numérico para estas situações, bem como a influência dos efeitos térmicos na queda de pressão durante os testes.

**Figura 27. Ajuste das quedas de pressão em pressurizações subsequentes com diferença de temperatura de 1,0°C.**



**FONTE: Autoria Própria**

## 6.2 ADIMENSIONALIZAÇÃO DE TESTES DE ESTANQUEIDADES

A seguir, um modelo adimensional é feito com base em testes de estanqueidade de linhas auxiliares, onde não há espaço anular e a troca de calor ocorre com o mar. Parâmetros adimensionais são definidos com base nas equações governantes do problema, a fim de facilitar a comparação entre casos com geometrias e fluidos diferentes. Desta forma, a temperatura é considerada homogênea ao longo do poço e do meio externo, ou seja, não há gradiente axial de temperatura, eliminando a difusão axial do problema. Inicialmente, o fluido se encontra parado, com temperatura inicial  $T_0$ , enquanto que a temperatura do mar é considerada constante a  $T_\infty$ . Ao iniciar a simulação, fluido é bombeado a uma velocidade constante  $V_{press}$  até



atingir a pressão de teste  $\Delta P_{press}$ . Então o bombeamento é interrompido e o fluido fica confinado até que sua pressão estabilize.

### 6.2.1 Parâmetros adimensionais

A fim de facilitar a comparação dos casos, adota-se as adimensionalizações da Tabela 9. Estas relações são definidas de forma que a ordem de grandeza dos parâmetros adimensionais fique próxima de 1. Na maior parte dos casos, são razões simples entre a variável e o seu valor máximo, com exceção do tempo, explicado posteriormente.

**Tabela 9. Variáveis adimensionalizadas**

<i>Variável</i>	<i>Relação</i>
Profundidade adimensional	$z^* = \frac{z}{L}$
Raio adimensional	$r^* = \frac{r}{R_{c,i}}$
Tempo adimensional	$t^* = \frac{t}{t_{press}} = \frac{V_{press}}{\Delta P_{press} \alpha L} t$
Velocidade adimensional	$V^* = \frac{V}{V_{press}}$
Temperatura adimensional do fluido	$T_f^* = \frac{T_f - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$
Temperatura adimensional da parede	$T_p^* = \frac{T_p - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$
Pressão adimensional	$P^* = \frac{P - P_0}{\Delta P_{press}}$
Tensão adimensional	$\tau^* = \frac{\tau_w}{\tau_{press}}$

**FONTE: Autoria Própria**

No caso da tensão adimensional,  $\tau_{press}$  é a tensão de cisalhamento de referência, calculada utilizando a velocidade de pressurização e as relações de fator de atrito, sendo dependente da reologia do fluido.

### 6.2.2 Tempo característico

O tempo característico de pressurização  $t_{press}$  é definido como o tempo necessário para promover o aumento de pressão  $\Delta P_{press}$  com velocidade de pressurização  $V_{press}$  no poço com volume e temperatura constantes. Essa relação pode ser deduzida a partir do balanço de massa.

$$L \frac{d\rho_f}{dt} - \rho_f V_{press} = 0 \quad (6.1)$$

Reorganizando e substituindo a compressibilidade isotérmica:

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{d\rho_f}{dt} = \alpha \frac{dP}{dt} = \frac{V_{press}}{L} \quad (6.2)$$

Substituindo a derivada por variações de pressão e de tempo, obtém-se a relação usada para definir o tempo característico.

$$\frac{\Delta P_{press}}{t_c} = \frac{V_{press}}{\alpha L} \quad (6.3)$$

Substituindo as variáveis adimensionais nas equações governantes (3.37), (3.38), (3.39) e (3.40), para o problema de um tubo com troca de calor por convecção e sem variações axiais de temperatura, tem-se:

$$\left( \frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \alpha \Delta P V^* \frac{\partial P^*}{\partial z^*} \right) - \frac{\beta (T_0 - T_\infty)}{\alpha \Delta P} \frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + \frac{\partial V^*}{\partial z^*} = 0 \quad (6.4)$$

$$\left( \frac{\rho_f c_w V_{press}}{\Delta P_{press}} \right)^2 \left( \frac{\partial V^*}{\partial t^*} + \alpha \Delta P_{press} V^* \frac{\partial V^*}{\partial z^*} \right) + \left( \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{4L}{\Delta P_{press}} \frac{\tau_{press}}{D_h} \tau^* \right) = 0 \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + 2 \frac{k_f}{\rho_f c_p} \frac{t_c}{R_{c,i}^2} (T_f^* - T_p^*) = 0 \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial T_p^*}{\partial t^*} - 2 \frac{k_p}{\rho_p c_{p,p}} \frac{t_c}{R_{c,i}^2} \frac{1}{\kappa^2 - 1} \left( \frac{k_f}{k_p} (T_f^* - T_p^*) + \frac{\kappa R_{c,i} h_{mar}}{k_p} T_p^* \right) = 0 \quad (6.7)$$

Ainda é possível associar as equações (6.6) e (6.7), já que ambas possuem o termo  $T_f^* - T_p^*$ , e obter a relação entre a temperatura do fluido e da parede, dada pela equação (6.8). Desta forma, é possível observar que a variação de temperatura do fluido é influenciada pela capacidade térmica da parede, representada pelo segundo termo, e a troca de calor da parede para o ambiente externo, representada pelo terceiro termo.

$$\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + (\kappa^2 - 1) \frac{\rho_p c_{p,p}}{\rho_f c_p} \frac{\partial T_p^*}{\partial t^*} + 2 \frac{\kappa h_{mar} t_c}{\rho_f c_p R_{c,i}} T_p^* = 0 \quad (6.8)$$

Nota-se algumas relações que aparecem nas três equações. Assim, os parâmetros adimensionais dados pela tabela são usados para simplificar o equacionamento.

**Tabela 10. Parâmetros adimensionais**

<b>Parâmetro</b>	<b>Relação</b>
Compressibilidade adimensional	$\alpha^* = \alpha \Delta P_{press}$
Coefficiente de expansão térmica adimensional	$\beta^* = \beta (T_0 - T_\infty)$
Relação entre forças inerciais e de pressurização	$I^2 = \left( \frac{\rho_f c_w V_{press}}{\Delta P_{press}} \right)^2$
Relação entre dissipação viscosa e pressurização	$\lambda_f = 4 \frac{\tau_{press}}{\Delta P_{press}} \frac{L}{D}$
Razão entre capacidades térmicas	$\Gamma = (\kappa^2 - 1) \frac{\rho_p c_{p,p}}{\rho_f c_p}$
Parâmetro de troca de calor externa	$h^* = 2 \frac{\kappa R_{c,i} h_{c,i}}{\rho_f c_p R_{c,i}}$

**FONTE: Autoria Própria**

Com essas substituições nas equações (6.4), (6.5) e (6.8), o sistema parametrizado é dado pelas equações (6.9), (6.10) e (6.11). Desta forma, os seis parâmetros definidos na Tabela 10 ficam explícitos nas equações adimensionalizadas.

$$\left( \frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \alpha^* V^* \frac{\partial P^*}{\partial z^*} \right) - \frac{\beta^*}{\alpha^*} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial V^*}{\partial z^*} = 0 \quad (6.9)$$

$$I^2 \left( \frac{\partial V^*}{\partial t^*} + \alpha^* V^* \frac{\partial V^*}{\partial z^*} \right) + \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \lambda_f \tau_w^* = 0 \quad (6.10)$$

$$\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + \Gamma \frac{\partial T_p^*}{\partial t^*} + h^* T_p^* = 0 \quad (6.11)$$

Inicialmente, estudou-se o caso isotérmico para entender o comportamento do sistema antes de introduzir a transferência de calor. Isso ajuda a compreender as diferenças entre os efeitos reológicos e térmicos que afetam a queda de pressão após o confinamento do fluido.

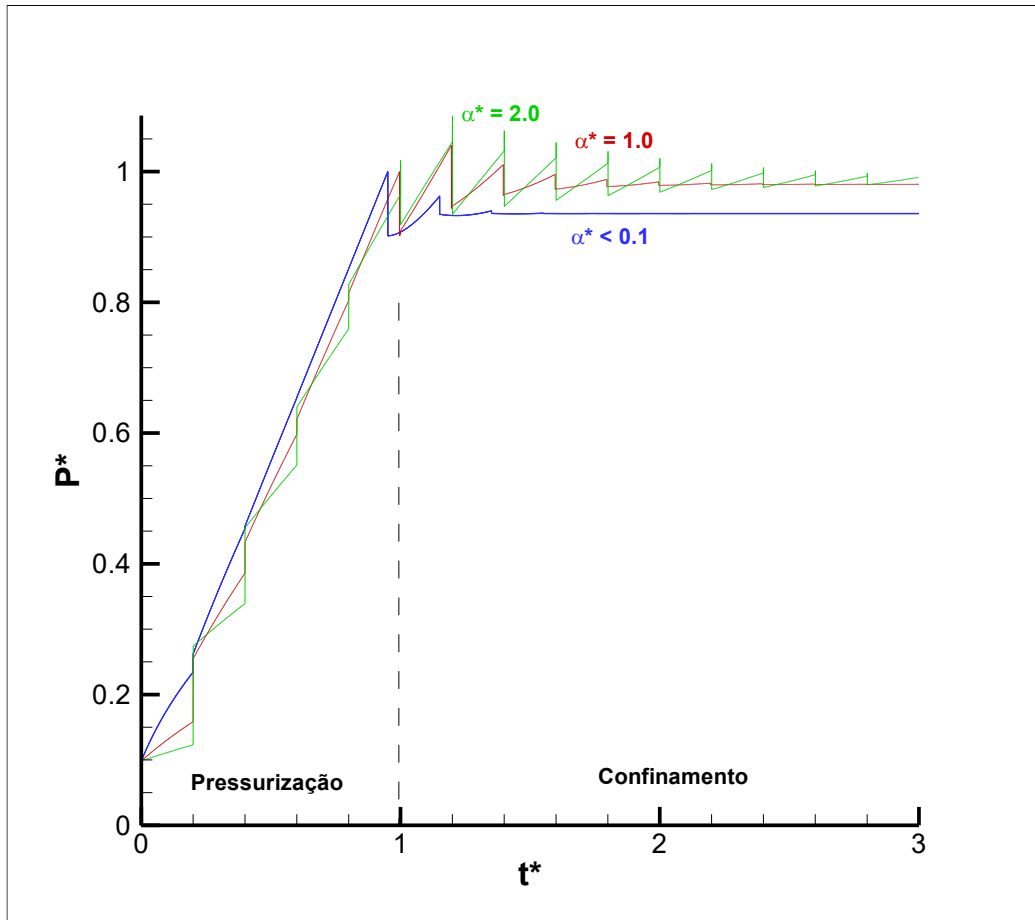
### 6.2.3 Efeito da compressibilidade adimensional

Removendo o termo de variação de temperatura da equação (6.9), obtém-se a equação (6.12), onde o único parâmetro que relaciona velocidade e pressão é a compressibilidade adimensional.

$$\left( \frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \alpha^* V^* \frac{\partial P^*}{\partial z^*} \right) + \frac{\partial V^*}{\partial z^*} = 0 \quad (6.12)$$

A Figura 28 mostra o que efeito da variação da compressibilidade adimensional não alterou significativamente os resultados para  $\alpha^* < 0,1$ . Acima deste valor, ocorrem oscilações de pressão durante a pressurização do fluido. No entanto, vale ressaltar que a ordem de grandeza de  $\alpha^*$  para os fluidos de perfuração é muito abaixo de 0,1. Supõe-se que este parâmetro tenha maior influência para fluidos mais compressíveis, como gases, mas nestes casos as hipóteses consideradas para o modelo já não são mais válidas. Portanto, é possível concluir que mesmo para altas pressões, a hipótese de fluido fracamente compressível se mantém válida no modelo para  $\alpha^* < 0,1$ .

Figura 28. Efeito da variação da compressibilidade adimensional na pressão



FONTE: Autoria Própria

#### 6.2.4 Relação entre inércia e dissipação viscosa

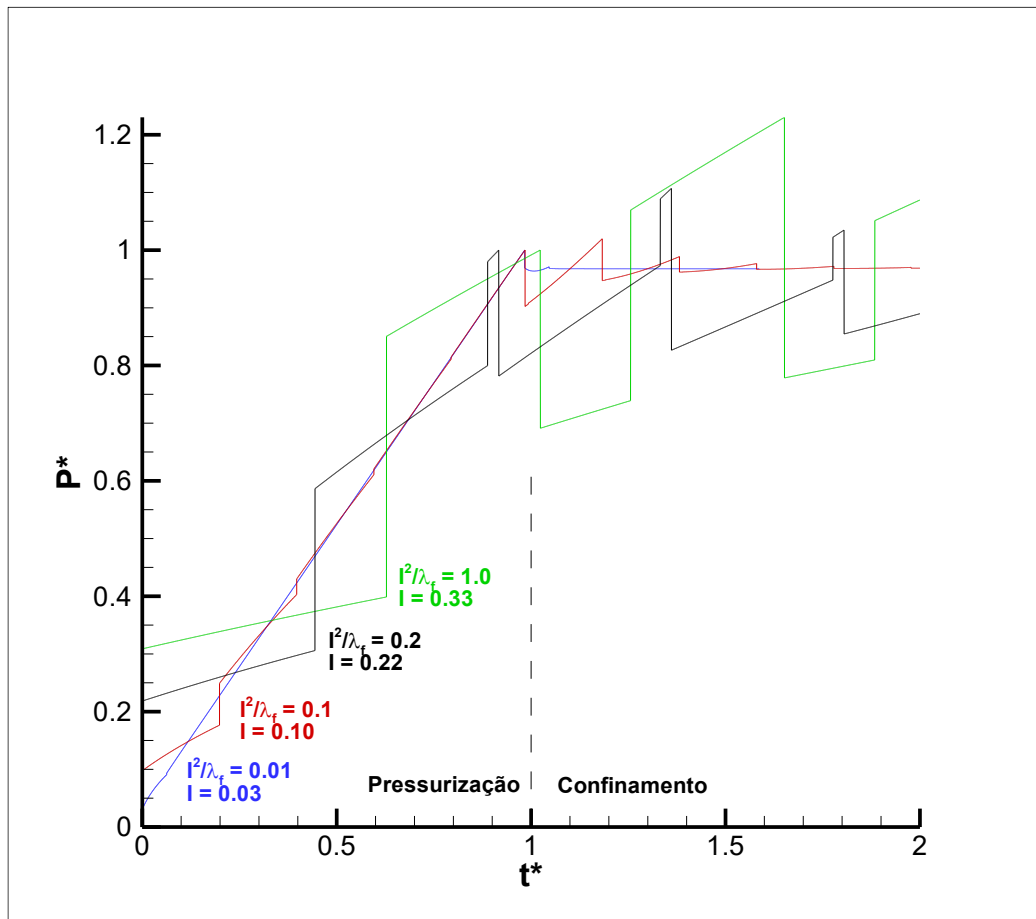
O termo de inércia relaciona a inércia do fluido que entra no sistema e a pressurização, enquanto o termo dissipativo relaciona a energia dissipada em relação à pressurização. Considerando a equação (6.10), pode-se avaliar a razão entre as ordens de grandeza destes dois termos,  $I^2/\lambda_f$ . Nota-se que este parâmetro  $I$  está associado a energia de golpe de aríete e representa a amplitude da onda de pressão que é gerada ao abrir ou fechar a válvula subitamente:

$$I = \frac{\rho_f c_w V_{press}}{\Delta P_{press}} = \frac{\Delta P_{aríete}}{\Delta P_{press}} \quad (6.13)$$

A Figura 29 mostra que se a razão entre inércia e a dissipação durante a pressurização for muito alta, como para as relações de  $I^2/\lambda_f$  iguais a 0,2 e 1, as ondas de pressão geradas não são dissipadas antes do confinamento do fluido. Caso

contrário, para as relações de 0,1 e 0,01, as ondas são dissipadas e a pressão cresce linearmente ao longo do tempo. Nota-se também que a variação imediata de pressão logo no início e na parada do bombeio é exatamente igual ao valor do termo  $I$ , representando o golpe de aríete.

Figura 29. Efeito da razão entre os termos inercial e dissipativo



FONTE: Autoria Própria

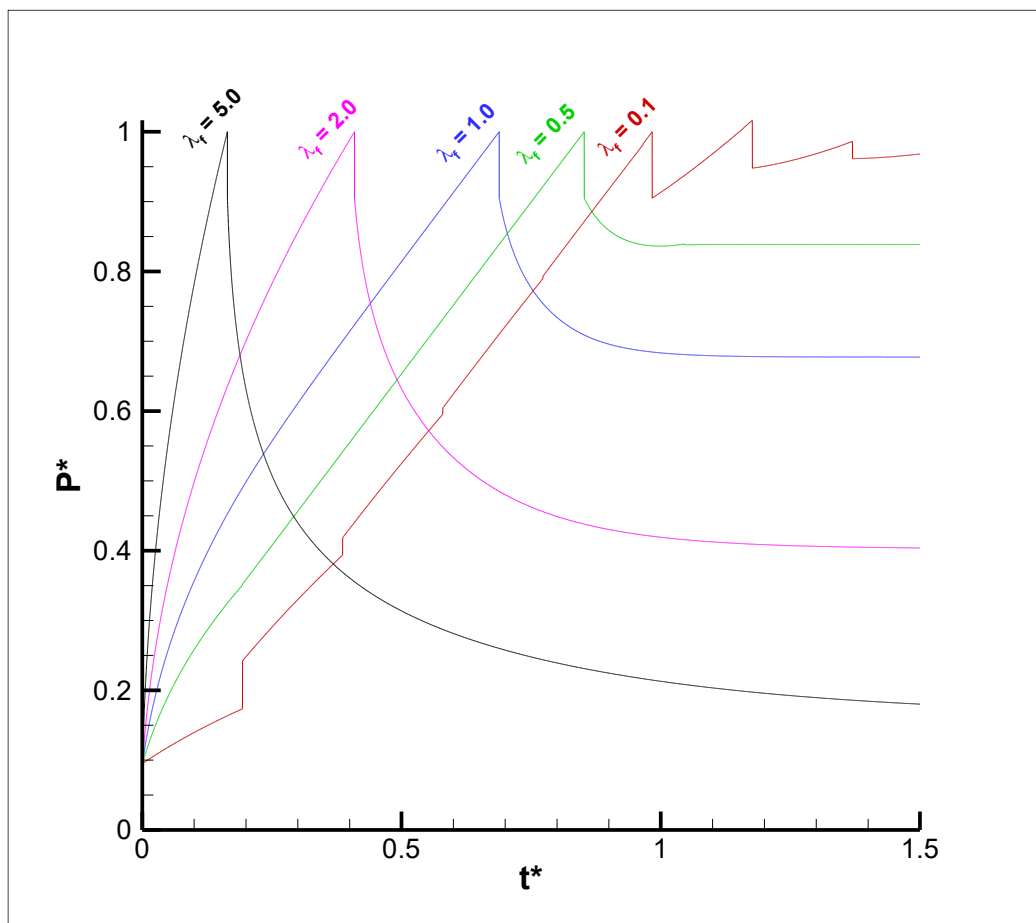
Para as próximas análises, escolheu-se um valor baixo para o parâmetro de inércia em relação à dissipação viscosa, pois o foco do trabalho é principalmente na estabilização da pressão após o fechamento. Outro fator para esta hipótese é que a inércia alta gera golpes de aríete na abertura e fechamento de válvulas, que devem ser evitados porque podem danificar tubulações e componentes. A condição  $I^2/\lambda_f < 0,1$  é estabelecida para que o sistema consiga dissipar totalmente a onda de pressão inicial antes de atingir a pressão máxima. Caso contrário, a própria oscilação pode fazer que um pico de pressão ultrapasse a pressão máxima imposta. Ressalta-

se que a condição estabelecida não despreza totalmente os efeitos da inércia, ainda havendo os saltos de pressão devido ao início e à parada de bombeio.

### 6.2.5 Efeito da dissipação viscosa

Utilizando a hipótese de que a pressurização é feita de forma lenta, a fim de evitar grandes oscilações de pressão, é possível estudar os efeitos viscosos dos fluidos isoladamente. Iniciando com o fluido newtoniano, a Figura 30 mostra a pressão da bomba para diferentes valores de  $\lambda_f$ . Apesar de todos os casos possuírem a mesma vazão de pressurização, a pressão na entrada sobe mais rapidamente para os fluidos mais viscosos, já que sua transmissão para o fundo é mais lenta.

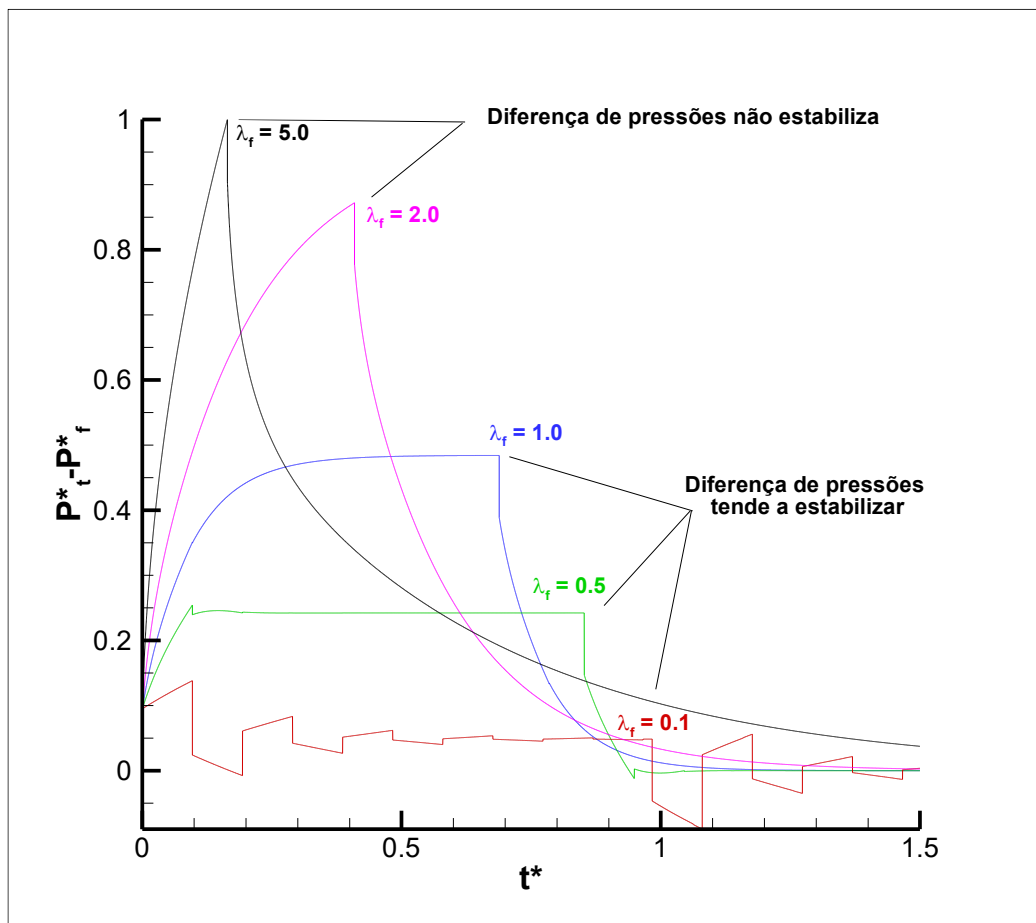
**Figura 30. Pressões de entrada calculadas para diferentes parâmetros dissipativos em fluido newtoniano**



FONTE: Autoria Própria

Uma forma de observar este atraso na transmissão da pressão é acompanhando a diferença entre a pressão no topo  $P_t^*$  e a pressão no fundo  $P_f^*$  ao longo do tempo, conforme mostra a Figura 31. Para os casos mais dissipativos ( $\lambda_f = 2$  e 5), a diferença ainda estava crescendo no momento que o bombeio foi interrompido. Para os casos menos dissipativos, a pressão é transmitida até o fundo e a tubulação atinge uma condição de regime de pressurização, na qual o aumento de pressão é uniforme e constante ao longo da linha

**Figura 31. Diferença entre pressão de topo e fundo para diferentes parâmetros dissipativos em fluido newtoniano**



FONTE: Autoria Própria

Como as equações foram adimensionalizadas em função desta taxa de pressurização, é possível dizer que:

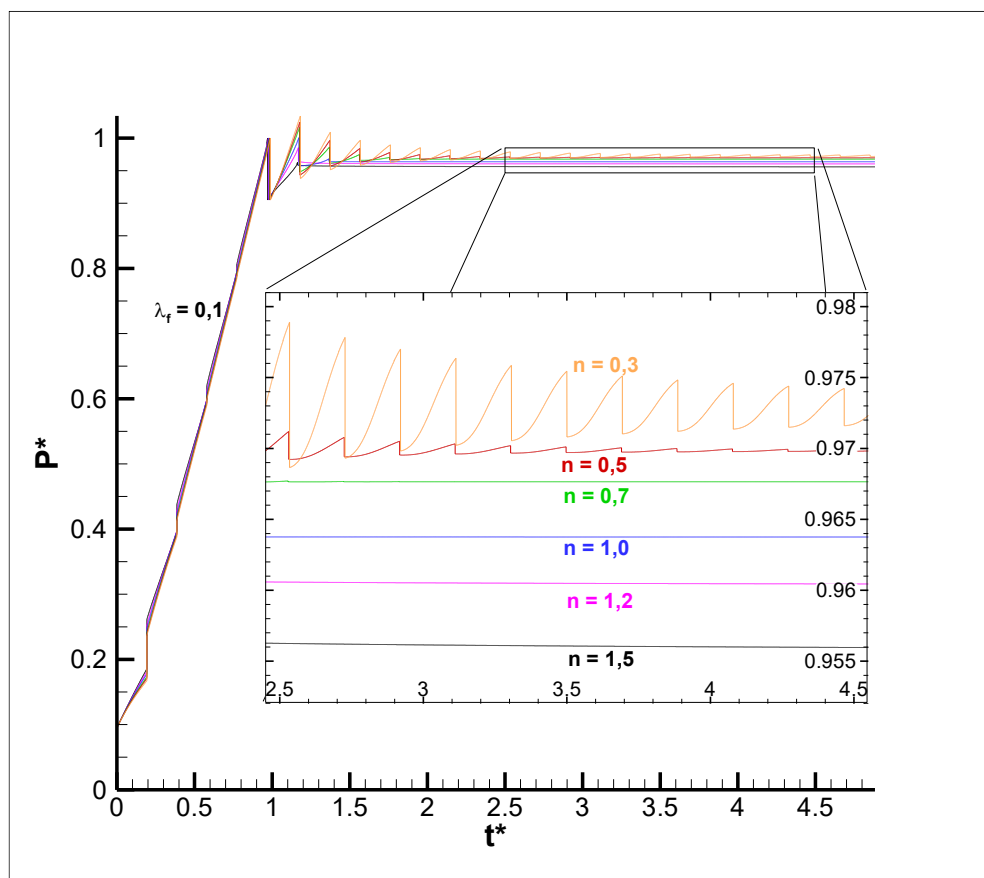
$$\left( \frac{\partial P^*}{\partial t^*} \right)_{regime} \approx 1 \quad (6.14)$$



Nota-se que, dado tempo suficiente, essa taxa de pressurização deverá ocorrer para qualquer fluido. No entanto, o parâmetro  $\lambda_f$  determina se a taxa é atingida antes da parada de bombeio. Com estas considerações, observou-se que a condição de regime de pressurização antes do final do bombeio ocorre se  $\lambda_f \leq 1$ .

A mesma comparação foi feita para o fluido de lei da potência, mostrando resultados similares. No entanto, notou-se que a diferença de pressão não depende somente de  $\lambda_f$ , sendo dependente do índice de comportamento  $n$ . A Figura 32 mostra o perfil de pressão na entrada para  $\lambda_f = 1,0$  e diversos  $n$ . Apesar do comportamento similar entre as curvas, há variação na dissipação das ondas de pressão e pressão final. Isso indica que, apesar do parâmetro dissipativo dominar o fenômeno, ainda é necessária uma correção pela reologia para prever o comportamento da pressão.

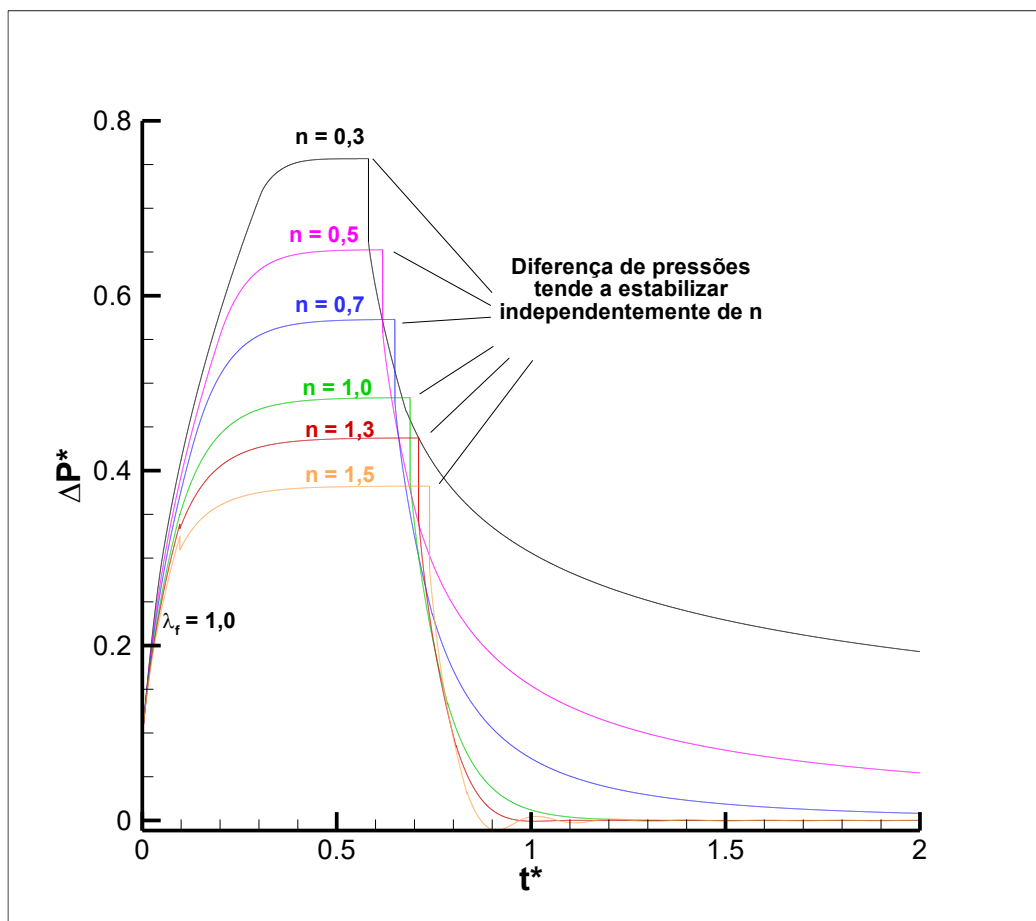
**Figura 32. Pressões de topo calculadas para diferentes índices de comportamento em fluido de lei da potência com  $\lambda_f = 0,1$**



FONTE: Autoria Própria

Como existe esta influência de  $n$  nos resultados, é necessário verificar se a condição de regime de pressurização também é atingida para o fluido de lei da potência quando  $\lambda_f \leq 1$ . A Figura 33 mostra a diferença entre pressões de topo e fundo para  $\lambda_f = 1$ , para diversos índices de comportamento  $n$ . Nota-se que, para todos os casos, as diferenças de pressões tendeu a estabilizar, mostrando que o critério de  $\lambda_f \leq 1$  ainda é válido para esta reologia, independente do  $n$ . No entanto, a pressão em que o regime de pressurização ocorre é diferente, novamente indicando que é necessária uma correção além de  $\lambda_f$ .

**Figura 33. Diferença entre pressão de topo e fundo para diferentes índices de comportamento em fluido de lei da potência com  $\lambda_f = 1,0$**

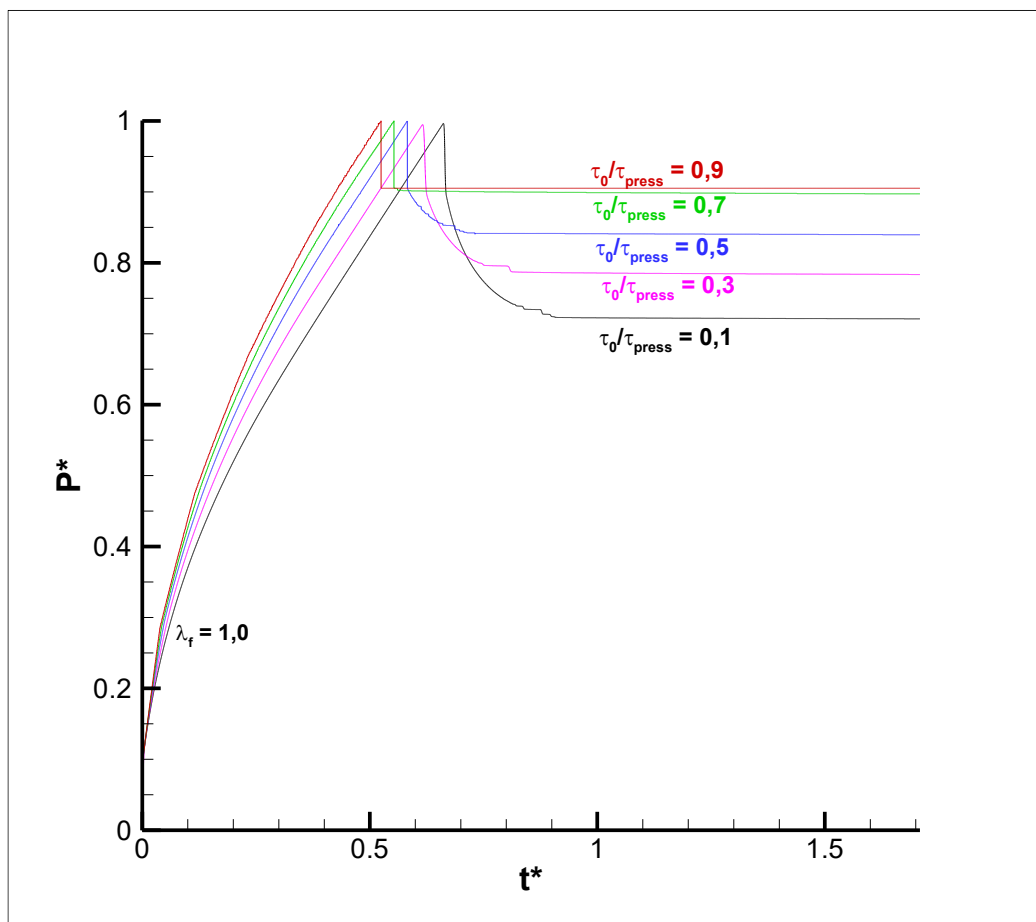


**FONTE: Autoria Própria**

A mesma lógica se aplica para fluidos de Bingham, com a pressão sendo influenciada pela razão entre tensão limite de escoamento e tensão de pressurização

$\tau_0 / \tau_{press}$ , além do parâmetro dissipativo. Neste caso, o efeito é maior do que nos resultados observados anteriormente. A Figura 34 mostra os resultados do fluido de Bingham com  $\lambda_f = 1$  para diversas razões entre tensões. Quanto maior essa razão, menos a pressão na entrada cai após a bomba ser desligada.

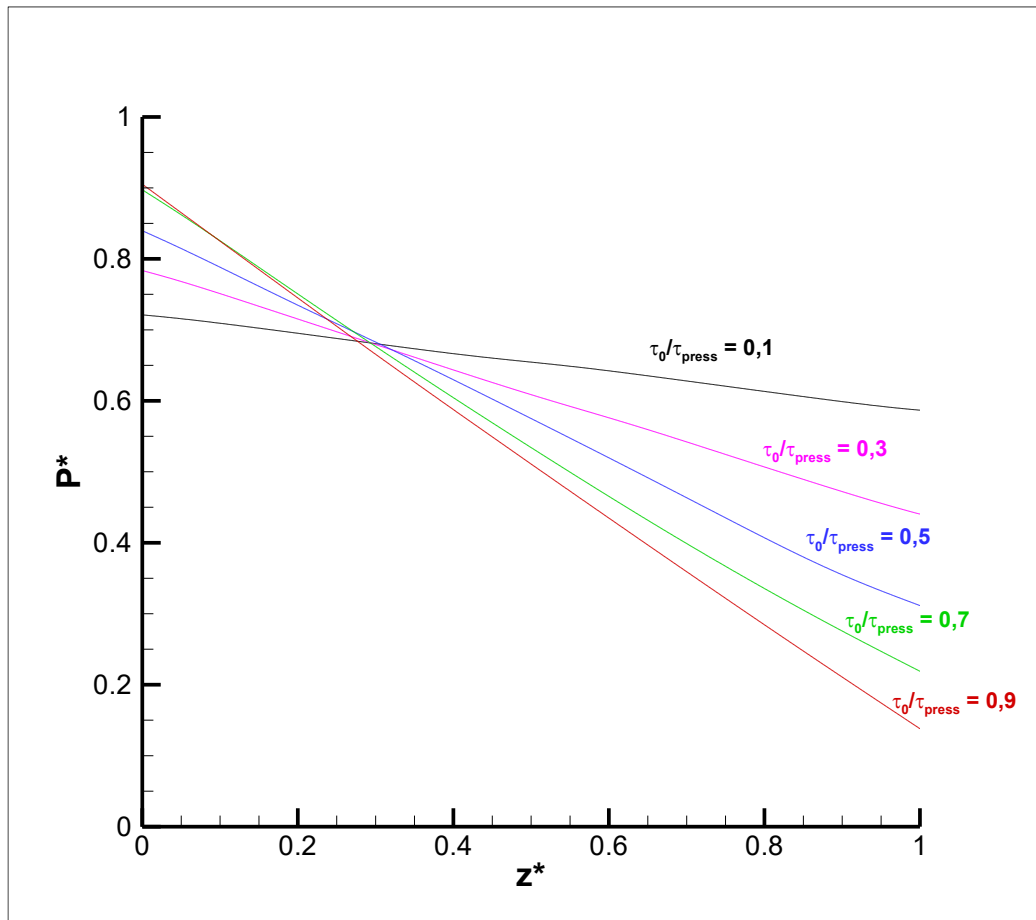
**Figura 34. Pressões de topo calculadas para diferentes razões entre tensões em fluido de Bingham com  $\lambda_f = 1,0$**



**FONTE: Autoria Própria**

Essa diferença se deve ao fato do fluido com tensão limite de escoamento não transmitir totalmente sua pressão, deixando um perfil de pressão residual ao longo do comprimento da linha. A Figura 35 mostra os perfis de pressão ao longo da linha um longo tempo após o confinamento do fluido e como a razão entre as tensões afeta a inclinação do seu perfil.

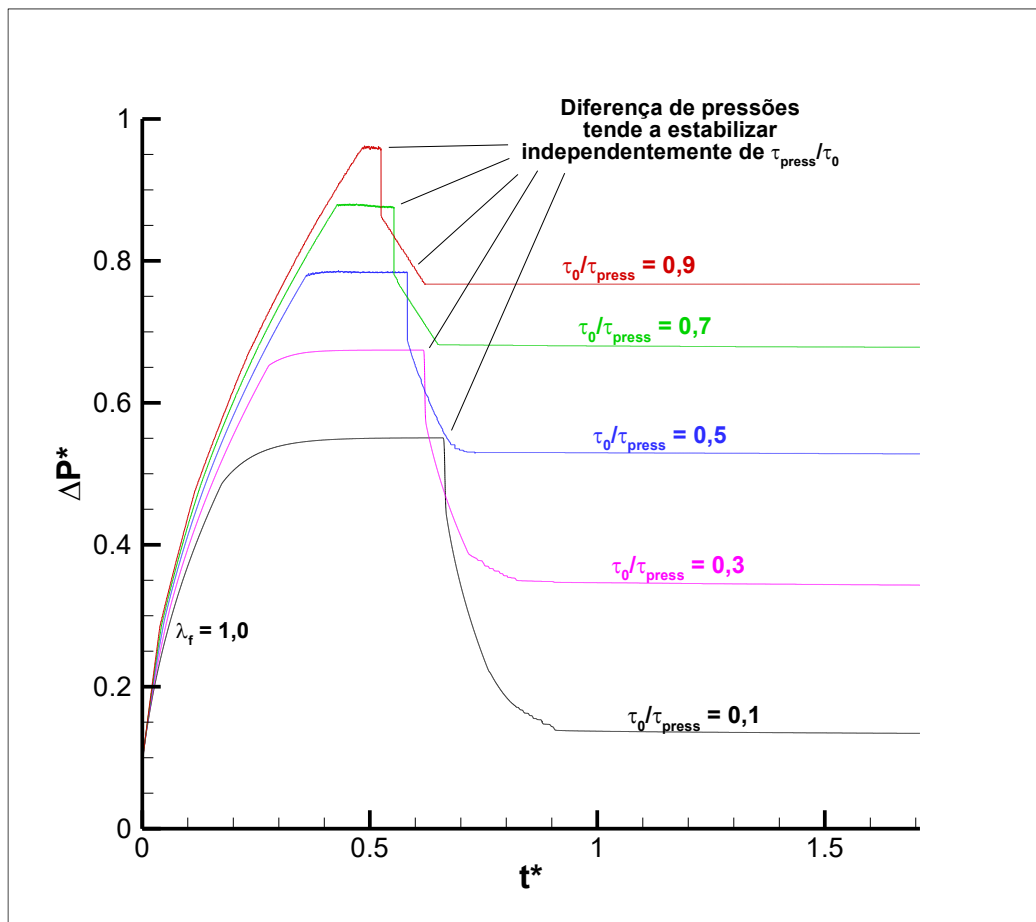
Figura 35. Perfis finais de pressão ao longo da linha para diferentes razões entre tensões em fluido de Bingham com  $\lambda_f = 1$



FONTE: Autoria Própria

Ao observar a diferença entre pressões de topo e fundo, mostrada pela Figura 36, novamente é verificado que o regime de pressurização é atingido para  $\lambda_f \leq 1$  com qualquer  $\tau_0/\tau_{press}$ . Ao contrário dos fluidos anteriores, a diferença de pressão entre topo e fundo não tende a zero após a parada do bombeio, mas para outro valor constante, no qual a tensão do fluido não é suficiente para vencer a tensão limite de escoamento e a pressão não é mais transmitida.

Figura 36. Diferença entre pressão de topo e fundo para diferentes razões entre tensões em fluido de Bingham com  $\lambda_f = 1,0$



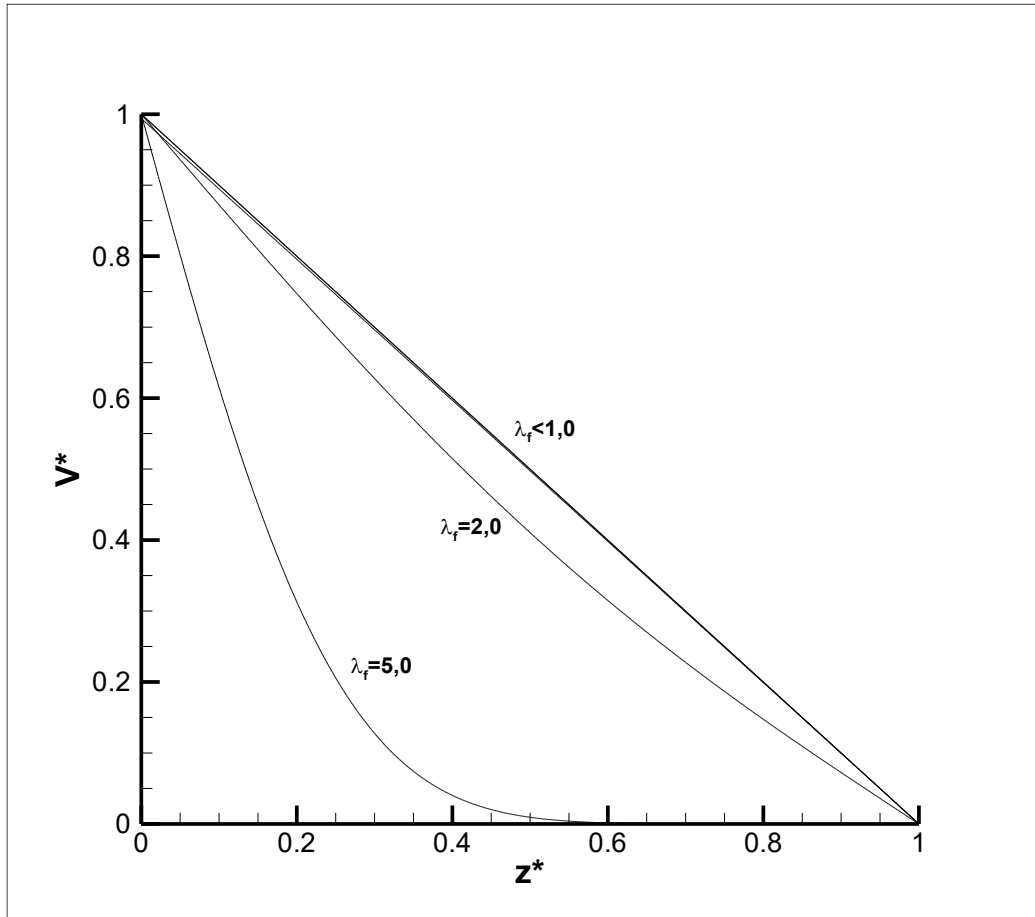
FONTE: Autoria Própria

### 6.2.6 Pressão de estabilização após o confinamento

Como os resultados de testes de estanqueidade dependem do comportamento da pressão após a parada do bombeio, é de grande interesse saber quais quedas estão relacionadas somente à reologia do fluido. Com base nos resultados numéricos, foi possível deduzir relações entre o parâmetro dissipativo e a queda de pressão. No entanto, as relações só são válidas se o sistema atingir a condição de regime de pressurização. Isto se deve ao comportamento da velocidade quando o aumento de pressão se torna constante. A Figura 37 mostra que a velocidade do fluido atinge um perfil linear ao longo da tubulação antes da parada do bombeio, para  $\lambda_f \leq 1$ , sendo a velocidade máxima na entrada e zero no final da

tubulação. Já para os casos mais dissipativos, não houve tempo o suficiente para atingir o regime, então a velocidade não se tornou linear.

**Figura 37. Velocidade média ao longo do eixo imediatamente antes da parada de bombeio**



Fonte: Autoria Própria

É possível obter a relação matemática para justificar este perfil de velocidade. Considerando que  $\alpha^* \ll 1$ , é possível desprezar o termo da compressibilidade na equação (6.12), resultando na equação (6.15),

$$\left( \frac{\partial V^*}{\partial z^*} \right)_{\text{regime}} = - \left( \frac{\partial P^*}{\partial t^*} \right)_{\text{regime}} \quad (6.15)$$

Como a equação (6.14) define que variação de pressão é constante na condição de regime de pressurização, é possível integrar a equação (6.15) de 0 a 1 ao longo de  $z^*$  e obter o perfil linear de velocidades:

$$V^*(z^*) = 1 - z^* \quad (6.16)$$

A consequência de se obter este perfil de velocidade é de que o perfil de tensão  $\tau^*(z)$  ao longo do poço se torna conhecido. Com este perfil, é possível estimar as pressões finais antes da parada de bombeio e, conseqüentemente, a pressão de estabilização. Supondo que o perfil linear de velocidade seja atingido durante a pressurização, a diferença de pressão entre entrada e fundo se torna proporcional ao parâmetro dissipativo. Desprezando o termo de inércia da equação (6.10) e integrando-a em  $z^*$  ao longo de todo o comprimento do poço, obtém-se:

$$(P_f - P_t)_{regime} = \lambda_f \int_0^1 \tau^*(z) dz^* \quad (6.17)$$

Utilizando as relações para equação constitutiva de cada tipo de fluido, é possível substituir o termo  $\tau^*(z)$  para resolver a integral. Desta forma, obtém-se as relações aproximadas entre  $\lambda_f$ , a diferença entre pressão de topo  $P_t^*$  e pressão de fundo  $P_f^*$  durante a pressurização, e a pressão estabilizada  $P_e^*$ , um longo tempo após parar o bombeio. A Tabela 11 mostra as correlações para as diferenças de pressões entre topo e fundo e para a pressão de estabilização. Para os fluidos newtonianos e de lei da potência, essa pressão deve ser igual ao longo do poço. Para os fluidos de Bingham, haverá um perfil de pressão residual que dependerá da inércia do bombeio (Oliveira et al., 2013). Como a inércia é relativamente pequena, considerou-se um perfil linear e a  $P_e^*$  calculada no topo. Também se notou que o erro dessas aproximações cresce conforme  $\lambda_f$  se aproxima de 1,0.

**Tabela 11. Relações aproximadas entre parâmetro dissipativo e pressões para diferentes fluidos**

Fluido	$P_t^* - P_f^*$	$P_e^*$
Newtoniano	$\frac{\lambda_f}{2}$	$1 - \frac{\lambda_f}{4}$
Lei da potência	$\frac{\lambda_f}{n+1}$	$1 - \frac{\lambda_f}{2(n+1)}$
Bingham	$\frac{\lambda_f}{2} \left( 1 + \frac{\tau_0}{\tau_{press}} \right)$	$1 - \frac{\lambda_f}{4} \left( 1 - \frac{\tau_0}{\tau_{press}} \right)$

**FONTE: Autoria Própria**

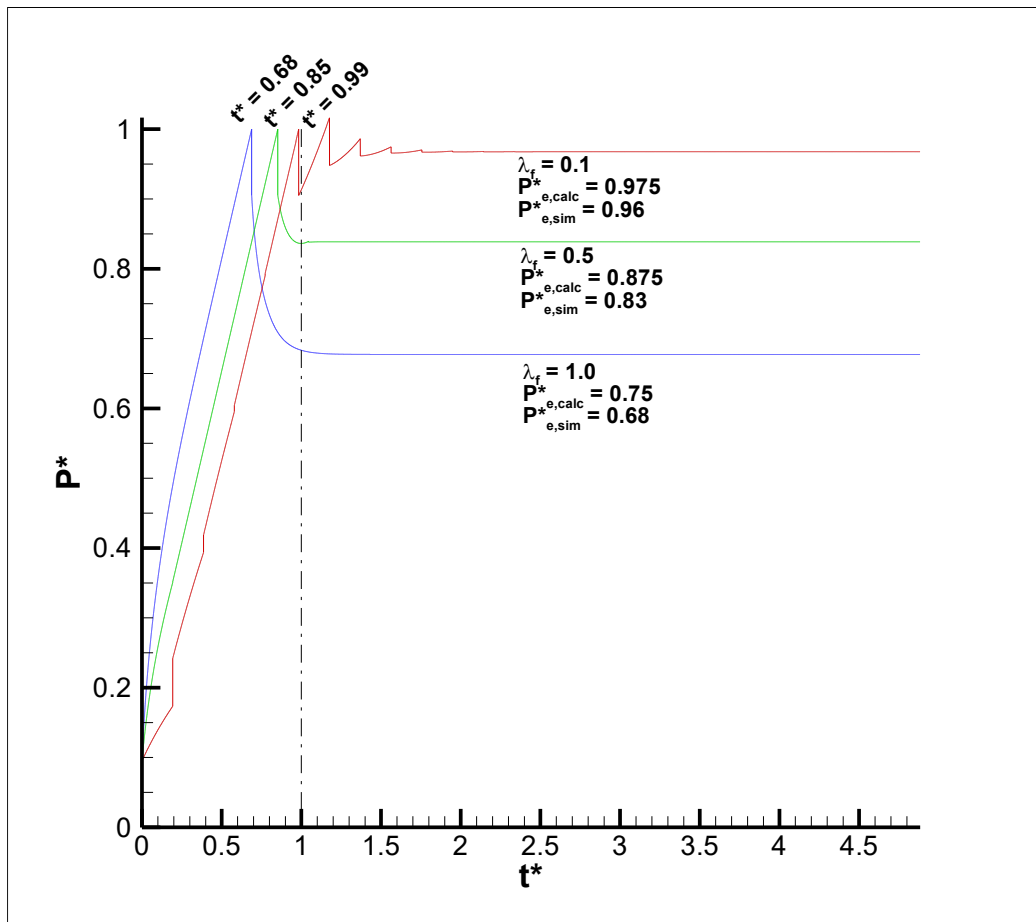
Também é possível obter a relação da pressão de estabilização com o tempo até a pressão de entrada atingir a pressão de teste. Como  $t_{press}$  é, por definição, o tempo necessário para a pressurização total, qualquer teste que tenha a parada de bombeio antes de  $t_{press}$  necessariamente não bombeou fluido suficiente para pressurizar a linha inteira. Assim, também é possível estimar a pressão de estabilização através da relação:

$$P_e^* \approx t^* \quad (6.18)$$

Esta relação é especialmente útil em termos operacionais, já que só é necessário calcular o tempo teórico de pressurização e comparar com o tempo real para estimar a pressão após a parada do bombeio. A Figura 38 mostra um exemplo de aplicação dessas relações, tanto de  $\lambda_f$  quanto de  $t^*$ , comparando-as com os valores de pressão simulados para o fluido newtoniano com  $\lambda_f$  igual a 0,1, 0,5 e 1,0.



Figura 38. Comparação das correlações de pressões de estabilização para fluido newtoniano



FONTE: Autoria Própria

### 6.2.7 Variação de temperatura ao longo do tempo

Conhecendo o comportamento isotérmico do sistema, considera-se agora os efeitos térmicos. Observa-se na equação (6.11), reescrita abaixo por conveniência, que a temperatura é definida por dois parâmetros adimensionais e totalmente independente da pressão e da velocidade.

$$\frac{\partial T_f^*}{\partial t^*} + \Gamma \frac{\partial T_p^*}{\partial t^*} + h^* T_p^* = 0 \quad (6.11)$$

Nesta equação, há dois termos que influenciam a taxa com que o fluido perde calor. O primeiro está relacionado à capacidade térmica e variação de temperatura da parede. O segundo relaciona a taxa de transferência de calor do sistema para o ambiente externo. A seguir, analisa-se o efeito de  $\Gamma$  e  $h^*$  separadamente.

### 6.2.8 Parâmetro de troca de calor com o ambiente externo

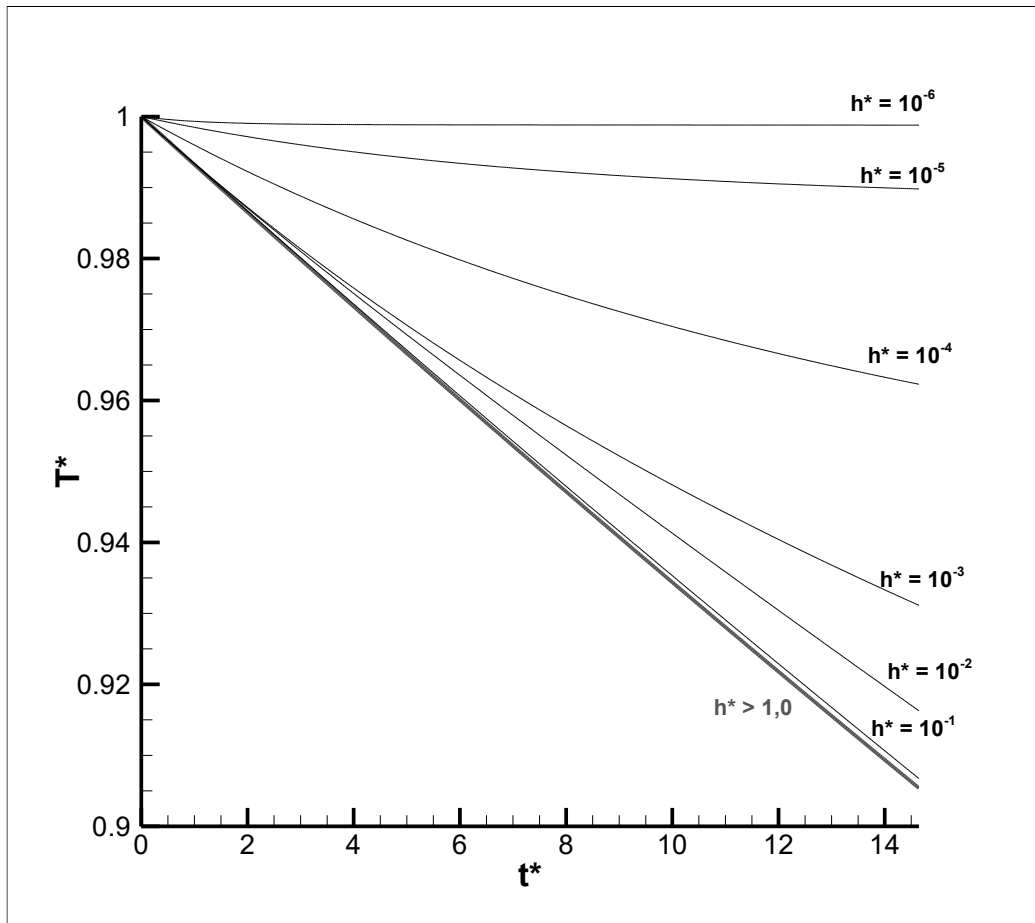
O parâmetro  $h^*$  da equação (6.11) representa um coeficiente global de troca de calor entre fluido e ambiente externo. Uma forma de entender o parâmetro é decompor seu termo conforme a equação (6.19).

$$h^* = 2 \frac{hkt_{press}}{\rho_f c_p R} = \left( \frac{2\kappa R h}{k_f} \right) \left( \frac{k_f}{\rho_f c_p} \frac{t_{press}}{R^2} \right) = Bi \cdot Fo_{press} \quad (6.19)$$

Desta forma, torna-se fácil observar que  $h^*$  relaciona o número de Biot,  $Bi$ , que representa a relação entre a convecção externa e a difusão na parede sólida e o número de Fourier  $Fo_{press}$ , que representa a razão entre o tempo característico de pressurização e o tempo característico da difusão térmica. Assim,  $h^*$  é o parâmetro mais significativo para determinar o perfil de temperatura ao longo do tempo.

É possível considerar o caso extremo da parede sem capacidade térmica. Neste caso, a parede serve somente como uma resistência térmica entre o fluido e o ambiente externo, assumindo uma condição de regime quase-estático. Assim, o coeficiente global pode ser avaliado individualmente. A Figura 39 mostra o efeito de  $h^*$  na variação de temperatura ao longo do tempo para o caso com a capacidade térmica desprezível. Para os valores mais baixos de  $h^*$ , o perfil se aproxima do caso isotérmico. Conforme o parâmetro aumenta, a queda de temperatura se torna mais rápida até  $h^*=1$ . Acima deste valor, o perfil de temperatura parece não ser mais afetado pelo parâmetro. Como a transferência de calor para o ambiente externo é muito alta para  $h^*>1$ , a temperatura da parede tende rapidamente à temperatura externa. Assim, a perda de calor do fluido fica limitada somente por suas propriedades.

**Figura 39. Efeito da variação  $h^*$  no perfil de temperatura para o caso com capacidade térmica da parede desprezível**



**FONTE: Autoria Própria**

Para os casos onde  $h^* > 1$ , foi possível deduzir analiticamente o perfil de temperatura ao longo do tempo:

$$T_f^*(t^*) = \exp[-2Fo_{press} t^*] \quad (6.20)$$

Ou, utilizando o próprio número de Fourier do fluido como tempo adimensional:

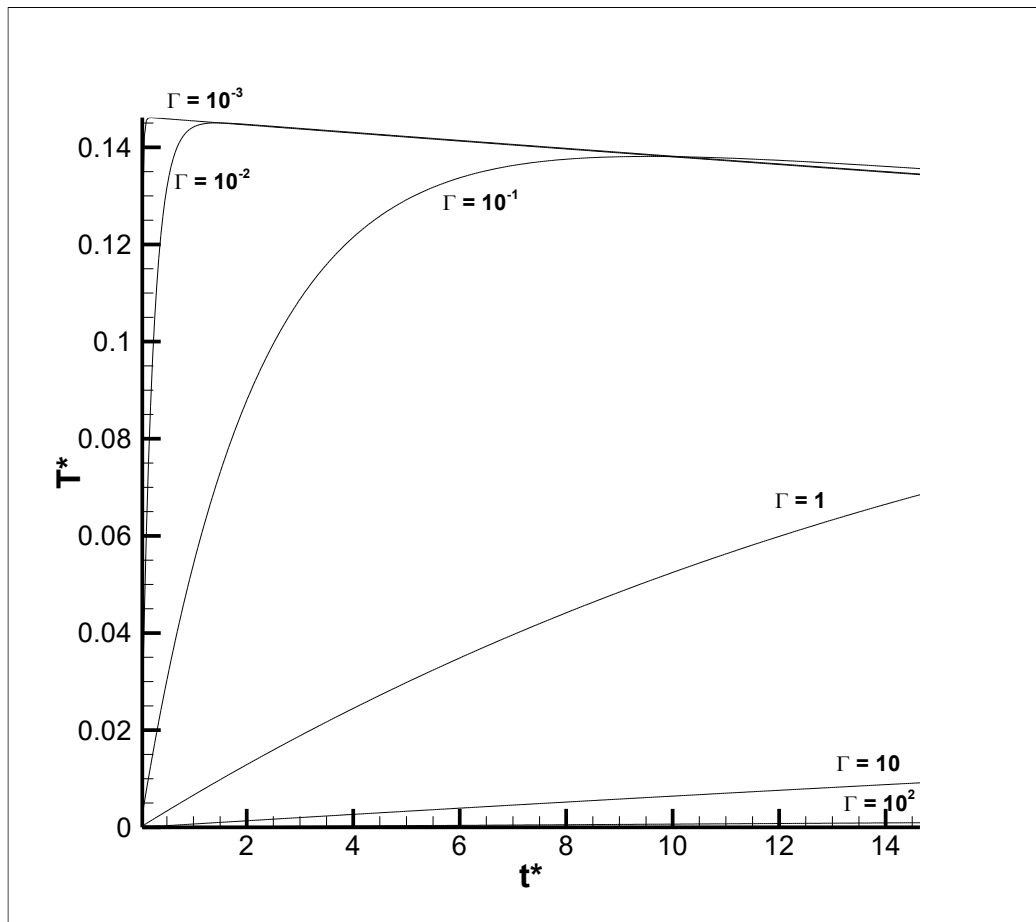
$$T_f^*(Fo_f) = \exp[-2Fo_f] \quad (6.21)$$

### 6.2.9 Razão entre capacidades térmicas de parede e fluido

O parâmetro  $\Gamma$  representa a razão entre a capacidade térmica total da parede, levando em consideração sua espessura e a capacidade térmica total do fluido. A Figura 40 mostra a temperatura na parede para diversos  $\Gamma$  com o mesmo  $h^*$ . Nota-se que conforme a troca de calor ocorre, a parede da tubulação tende a uma

temperatura intermediária entre o fluido e o ambiente externo. Quando a razão entre capacidades térmicas aumenta, mais tempo é necessário para a parede atingir essa temperatura. Para  $\Gamma$  abaixo de  $10^{-3}$ , a capacidade térmica se torna desprezível e a temperatura intermediária é atingida quase instantaneamente, tendendo ao caso da seção anterior.

**Figura 40. Efeito da variação de razão entre capacidades térmicas na temperatura da parede da tubulação**



**FONTE: Autoria Própria**

Apesar de afetar significativamente a temperatura da parede, o parâmetro  $\Gamma$  não apresentou influência significativa na temperatura do fluido. Com essa consideração, é possível afirmar que os efeitos de  $h^*$  são mais importantes de se avaliarem no atual modelo. Um possível uso para  $\Gamma$  envolve considerar, em modelagens futuras, os efeitos que a temperatura na parede possam ter na pressão, através da contração e da dilatação térmica.

### 6.2.10 Relação entre pressão e temperatura

Observando a equação (6.9), reescrita abaixo por conveniência, nota-se que a razão  $\beta^*/\alpha^*$  é o único termo do equacionamento que relaciona a temperatura com a velocidade e a pressão.

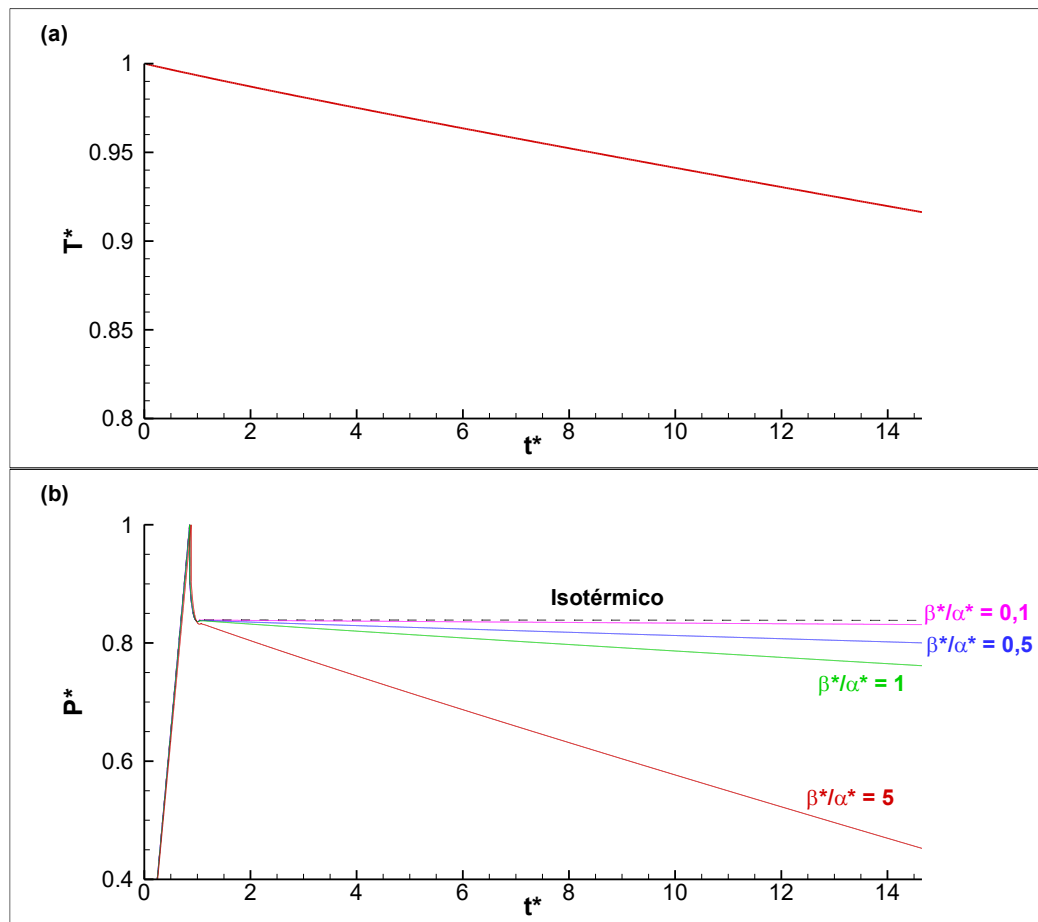
$$\left( \frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \alpha^* V^* \frac{\partial P^*}{\partial z^*} \right) - \frac{\beta^*}{\alpha^*} \frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \frac{\partial V^*}{\partial z^*} = 0 \quad (6.9)$$

Se considerarmos a equação (6.9) após a parada do bombeio, quando as velocidades se estabilizam em zero, é possível obter a relação entre pressão e temperatura dada pela equação (6.22).

$$\left( \frac{\partial P^*}{\partial T^*} \right)_{V^*=0} = \frac{\beta^*}{\alpha^*} \quad (6.22)$$

Isso significa que enquanto houver variação na temperatura, haverá variação proporcional da pressão, e é o único efeito que resta depois que o fluido estabiliza sua pressão em relação ao comprimento da linha. Para mostrar esse efeito, as mesmas condições de troca térmica foram impostas em um teste de estanqueidade de fluido newtoniano, com  $\lambda_f = 0,5$  e diversos valores de  $\beta^*/\alpha^*$ . A Figura 41(a) mostra o perfil de temperatura resultante das simulações da Figura 41(b), que mostra os resultados para as pressões na entrada. Nos instantes iniciais, não se nota diferença entre os perfis de pressão, já que a queda de temperatura é lenta e o efeito do bombeamento de fluido é dominante. Após a interrupção do bombeio, o fluido newtoniano rapidamente estabiliza sua pressão ao longo da linha e os efeitos térmicos começam a ser notados. Observou-se que há efeito significativo da temperatura na pressão a partir de razões tão baixas quanto  $10^{-1}$ , nas quais se estima que estão a maioria dos testes de estanqueidade. Conforme essa razão cresce, o efeito térmico cresce proporcionalmente e, conseqüentemente, a pressão também. Ainda foram considerados casos extremos onde  $\beta^*/\alpha^* > 1$ , significando que os efeitos de temperatura são muito maiores que a própria pressurização e poderiam fazer a pressão cair abaixo até da pressão inicial.

**Figura 41. (a) Perfil de temperatura e (b) pressão na entrada para fluido newtoniano com  $\lambda_f = 0,5$ , para diversas razões de  $\beta^*/\alpha^*$**



FONTE: Autoria Própria

Apesar de  $\beta^*/\alpha^*$  determinar a queda de pressão devido aos efeitos térmicos, o parâmetro não relaciona a taxa com que essa queda ocorre. Portanto os parâmetros definidos anteriormente e o cálculo do perfil de temperatura são necessários para obter a relação transiente. No entanto, é possível utilizar o parâmetro para estimar a influência dos efeitos térmicos na pressão durante testes e decidir se eles podem ou não ser desprezados.

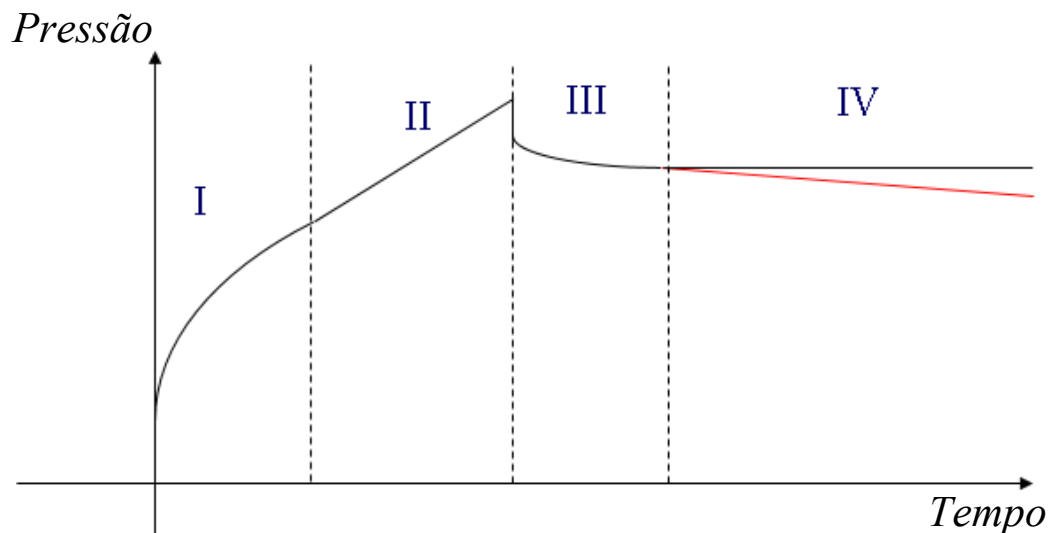
### 6.3 CONCLUSÕES

Com a comparação experimental e a adimensionalização dos testes de estanqueidade, é possível concluir que os efeitos térmicos podem ser significativos na queda de pressão após o confinamento do fluido. É possível classificar o teste em

quatro etapas, para facilidade de comparação e estimativa de pressões. A Figura 42 mostra essas quatro etapas, sendo elas:

- I. Início da pressurização. Os instantes iniciais do teste nos quais a pressão começa a subir;
- II. Regime de pressurização. Caracterizado pela taxa de pressurização constante e uniforme ao longo do poço. Só é presente se o fluido não for muito dissipativo em relação à pressão máxima, caso contrário o regime não é atingido;
- III. Estabilização viscosa. Imediatamente após o confinamento do fluido, os efeitos viscosos são predominantes e o fluido tende a se estabilizar em uma pressão aparentemente constante;
- IV. Estabilização térmica. Mais lenta que a estabilização viscosa e ocorre até que o sistema atinja equilíbrio térmico. A queda de pressão pode variar consideravelmente do caso isotérmico em função da temperatura inicial do teste.

Figura 42. Etapas de um teste de estanqueidade



FONTE: Autoria Própria

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi desenvolvido um modelo matemático de predição de pressão e temperatura em fluidos newtonianos generalizados confinados. A principal modificação do modelo em relação aos encontrados na literatura é a adição dos efeitos térmicos

Em testes de estanqueidade, observou-se duas quedas de pressão após o confinamento do fluido.

A efetividade do modelo é dependente do conhecimento do perfil de temperatura ao longo da geometria. No caso de poços de perfuração, recomenda-se o monitoramento periódico da temperatura nas linhas para auxiliar na predição da pressão ao longo do tempo e durante manobras.

Os resultados mostraram boa concordância com os resultados experimentais. Conclui-se que os efeitos térmicos contribuem significativamente para a mudança de pressão e devem ser considerados para obter melhores resultados em modelos matemáticos.

### 7.1 TRABALHOS FUTUROS

O modelo possui grande potencial para melhoras, algumas sugestões para trabalhos futuros são:

- Adaptação da equação de balanço de energia para o fluido em movimento, expandindo o uso do modelo além dos fluidos confinados;
- Após incluir fluidos em movimento, estudo do termo de dissipação viscosa no balanço de energia, que pode gerar quantidades significativas de calor para fluidos mais viscosos em alta velocidade;
- Estudo do termo de expansividade térmica no balanço de energia, desprezado durante o equacionamento, que pode causar alteração de temperatura durante as pressurizações;



## REFERÊNCIAS

ABBASPOUR, M.; CHAPMAN, K. S.; GLASGOW, L. A. Transient modeling of non-isothermal, dispersed two-phase flow in natural gas pipelines. **Applied Mathematical Modelling**, v. 34, n. 2, p. 495–507, 2010. Elsevier Inc. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2009.06.023>>. .

ALCOFRA, E. L. M. **Aumento de Pressão de Fluido Confinado no Anular de Poços de Petróleo**, 2014. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

ANP. Acervo de dados — Português (Brasil). Disponível em: <<https://www.gov.br/anp/pt-br/assuntos/exploracao-e-producao-de-oleo-e-gas/dados-tecnicos/acervo-de-dados>>. Acesso em: 20/8/2021.

BIRD, R. B.; STEWART, E. W.; LIGHTFOOT, N. E. **Transport Phenomena**. 1980.

CHACZYKOWSKI, M. Transient flow in natural gas pipeline - The effect of pipeline thermal model. **Applied Mathematical Modelling**, v. 34, n. 4, p. 1051–1067, 2010. Elsevier Inc. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2009.07.017>>. .

CHEN, Z.; NOVOTNY, R. J. Accurate Prediction Wellbore Transient Temperature Profile under Multiple Temperature Gradients: Finite Difference Approach and Case History. **Proceedings - SPE Annual Technical Conference and Exhibition**, p. 5389–5401, 2003.

DOKHANI, V.; MA, Y.; YU, M. Determination of equivalent circulating density of drilling fluids in deepwater drilling. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, v. 34, p. 1096–1105, 2016. Elsevier B.V. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jngse.2016.08.009>>. .

EDWARDSON, M. J.; GIRNER, H. M.; PARKISON, H. R.; WILLIAMS, C. D.; MATTHEWS, C. S. Calculation of Formation Temperature Disturbances Caused by Mud Circulation. **Journal of Petroleum Technology**, v. 14, n. 04, p. 416–426, 1962.

EULER, L. Conjectura circa naturam aeris , pro explicandis phaenomenis in atmosphaera observatis. , , n. 1779, 1779.

FARRIS, R. F. A practical evaluation of cements for oil wells. **Drilling and Production Practice 1941**, , n. 1, p. 283–292, 1941.

FENG, M. The temperature prediction in deepwater drilling of vertical well. , , n. May, p. 146, 2011.

FONTENOT, J. E.; CLARK, R. K. An improved method for calculating swab and surge pressures and circulating pressures in a drilling well. **SPE Reprint Series**, , n. 44, p. 36–43, 1997.

GALDINO, J. F. Análise da Propagação de Pressão em Fluidos de Perfuração Durante Kick de Gás. , p. 153, 2016.

GALDINO, J. F.; OLIVEIRA, G. M.; FRANCO, A. T.; NEGRÃO, C. O. R. Gas kick detection and pressure transmission in thixotropic, compressible drilling fluids. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 180, n. May, p. 138–149, 2019. Elsevier B.V. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.petrol.2019.05.029>>. .

GOLDBERG, D. E.; WYLIE, E. B. Characteristics Method Using Time-Line Interpolations. **Journal of Hydraulic Engineering**, v. 109, n. 5, p. 670–683, 1983.

H.K. VERSTEG, W. M. **Ann introduction tocomputational fluid dynamecs: TheFinite Volum Methd**. 1996.

HAHN, D. W.; ÖZİŞİK, M. N. **Heat Conduction**. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2012.

HALAL, A. S.; MITCHELL, R. F. Casing design for trapped annular pressure buildup. **SPE Drilling and Completion**, v. 9, n. 2, p. 107–114, 1994.

HOLLOWAY, M. B.; CHAUDHRY, M. . H. Stability and accuracy of waterhammer analysis. **Advances in Water Resources**, v. 8, n. 3, p. 121–128, 1985.

HOLMES, C. S.; SWIFT, S. C. Calculation of Circulating Mud Temperatures. **JPT, Journal of Petroleum Technology**, v. 22, n. 6, p. 670–674, 1970.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. **Fundamentos de Transferencia de Calor e de massa**. 6º ed. LTC, 2008.

KHAN, N. U.; MAY, R. A generalized mathematical model to predict transient bottomhole temperature during drilling operation. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 147, p. 435–450, 2016. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.petrol.2016.08.017>>. .

KNESEBECK, R.; PORTELA, A. G.; IMANO, A. Y.; OLIVEIRA, G. M.; NEGRÃO, C. O. R. Thermal Effects On Pressure Changes of Fluids Confined In Pipes. **18th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering**, 2020.

LIU, E.; ZHU, S.; LI, J.; et al. Liquid Pipeline Transient Flow Analysis. **Open Fuels and Energy Science Journal**, v. 7, n. 1, p. 9–11, 2014.

MAHGEREFTEH, H.; OKE, A. O.; RYKOV, Y. Efficient numerical solution for highly transient flows. **Chemical Engineering Science**, v. 61, n. 15, p. 5049–5056, 2006.

MITISHITA, R. S. Projeto de aparato experimental para avaliação de pressões e vazões no reinício de escoamento de fluidos de perfuração. , p. 89, 2015.

MITISHITA, R. S. Avaliação experimental da transmissão de pressão em

tubulações preenchidas por fluidos viscoplásticos. , p. 184, 2017.

MITISHITA, R. S.; OLIVEIRA, G. M.; SANTOS, T. G. M.; NEGRÃO, C. O. R. Pressure transmission in yield stress fluids - An experimental analysis. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 261, n. June, p. 50–59, 2018. Elsevier B.V. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jnnfm.2018.08.007>>. .

OLIVEIRA, G. M. DE; FRANCO, A. T.; NEGRÃO, C. O. R.; MARTINS, A. L.; SILVA, R. A. Modeling and validation of pressure propagation in drilling fluids pumped into a closed well. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 103, p. 61–71, 2013.

OLIVEIRA, G. M.; FRANCO, A. T.; NEGRÃO, C. O. R. Mathematical Model for Viscoplastic Fluid Hammer. **Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME**, v. 138, n. 1, p. 1–8, 2016.

OLIVEIRA, G. M.; NEGRÃO, C. O. R. The effect of compressibility on flow start-up of waxy crude oils. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 220, p. 137–147, 2015. Elsevier B.V. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jnnfm.2014.12.010>>. .

OLIVEIRA, G. M.; NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A. T. Pressure transmission in Bingham fluids compressed within a closed pipe. **Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics**, v. 169–170, p. 121–125, 2012. Elsevier B.V. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jnnfm.2011.11.004>>. .

OUDEMAN, P.; BACCARREZA, L. J. Field trial results of annular pressure behavior in a high-pressure/high-temperature well. **SPE Drilling and Completion**, v. 10, n. 2, p. 84–88, 1995.

OUDEMAN, P.; KEREM, M. Transient behavior of annular pressure buildup in HP/HT wells. **SPE Drilling and Completion**, v. 21, n. 4, p. 234–241, 2006.

ROMANÓ, J. L. Modelo numérico para determinação de zonas de perda de circulação de fluido de perfuração em poços de petróleo. , p. 98, 2017.

THORLEY, A. R. D.; TILEY, C. H. Unsteady and transient flow of compressible fluids in pipelines-a review of theoretical and some experimental studies. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 8, n. 1, p. 3–15, 1987.

WOOLEY, G. R. Computing Downhole Temperatures in Circulation, Injection, and Production Wells. **JPT, Journal of Petroleum Technology**, v. 32, n. 9, p. 1509–1522, 1980.

WYLIE, E. B.; STREETER, V. L. **Fluid Transients**. McGraw-Hill Inc., 1983.