

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**DJONATHAN WEISS**

**ESTUDO DA ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFICAÇÕES USANDO MÉTODOS  
ITERATIVOS P-DELTA E COMPUTACIONAIS NA AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE  
SEGUNDA ORDEM**

**TOLEDO**

**2022**

**DJONATHAN WEISS**

**ESTUDO DA ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFICAÇÕES USANDO MÉTODOS  
ITERATIVOS P-DELTA E COMPUTACIONAIS NA AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE  
SEGUNDA ORDEM**

**Study of the global stability of buildings using iterative P-Delta and  
computational methods in the analysis of second order effects**

Trabalho de conclusão de curso de graduação  
apresentada como requisito para obtenção do título de  
Bacharel em Engenharia Civil da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador(a): Rodnny Jesus Mendoza Fakhye.

**TOLEDO**

**2022**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es).

Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**DJONATHAN WEISS**

**ESTUDO DA ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFICAÇÕES USANDO MÉTODOS  
ITERATIVOS P-DELTA E COMPUTACIONAIS NA AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE  
SEGUNDA ORDEM**

Trabalho de conclusão de curso de graduação  
apresentada como requisito para obtenção do título de  
Bacharel em Engenharia Civil da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 09/junho/2022

---

Rodny Jesus Mendoza Fakhye  
Doutor  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Lucas Boabaid Ibrahim  
Doutor  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Jose Gustavo Venancio Da Silva Ramos  
Mestre  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**TOLEDO**

**2022**

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pela vida.

A minha família, em especial meus pais, Wilson e Edi, pelo apoio, compreensão e sustento até aqui que possibilitou tudo o que vivo hoje, sem eles nada disso seria possível.

Aos colegas de curso da turma 2017/2, particularmente, Lucas, Matheus e Vaneila, pela amizade e companheirismo durante todo o curso. Uma amizade que com certeza levarei para minha vida profissional.

A todos os professores da minha graduação, que compartilharam do seu conhecimento comigo e contribuíram, de certo modo, com a realização deste trabalho.

Ao meu orientador, Rodnny Fakhye, por todos os ensinamentos repassados, pela paciência nas revisões e por me instruir para que este trabalho seja feito da melhor maneira possível.

A banca examinadora, professores Lucas Ibrahim e José Ramos, pelas valiosas sugestões que aperfeiçoaram este trabalho.

A UTFPR por abrir as portas da graduação e me dar a oportunidade de alcançar uma formação superior. Também pela bolsa no programa de iniciação científica concedida a mim nos anos de 2020 e 2021, cujo projeto foi fundamental para a realização deste trabalho de conclusão de curso.

Enfim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para a minha formação.

## RESUMO

Os avanços na tecnologia do concreto permitem a execução de estruturas mais esbeltas, devido as altas resistências mecânicas obtidas nos concretos atuais. Como consequência desta esbeltez, há a amplificação dos chamados efeitos de segunda ordem, efeitos estes provenientes de deslocamentos horizontais das estruturas, assim, a análise da estabilidade global ganha grande importância, uma vez que esta visa a avaliação correta destes efeitos. Nesse contexto propõe-se o estudo e aplicação de métodos P-Delta visando verificar a possibilidade de sua utilização no estudo da estabilidade global de estruturas, avaliando o seu desempenho na consideração dos efeitos de segunda ordem. Por estabilidade entende-se a capacidade de determinada estrutura manter-se em equilíbrio mesmo sofrendo perturbações externas. O processo P-Delta relaciona a carga vertical com o deslocamento horizontal da estrutura, trabalhando de forma iterativa a fim de analisar a estrutura no seu estado final de equilíbrio. São utilizados o método da carga lateral fictícia e o método da carga de gravidade iterativa como métodos iterativos P-Delta, além do software SAP2000 como método computacional e de referência, e o processo normativo gama-z para classificação das estruturas frente aos seus deslocamentos laterais. Por meio de exemplos de pórticos de 4, 8 e 12 lances, com distintas faixas de gama-z, são aplicados os métodos iterativos e comparados os resultados com as respostas do programa SAP2000. O comparativo é feito em relação aos deslocamentos no topo e aos momentos na base do pilar esquerdo de cada pórtico. Nos três exemplos, em ambos os métodos, percebe-se a evolução dos deslocamentos totais no topo, que convergem para os valores fornecidos pelo SAP2000. Na comparação dos momentos, da mesma forma, as respostas obtidas com os métodos iterativos são próximas à resposta do SAP2000. Considerando o bom desempenho dos métodos iterativos conclui-se que a utilização dos mesmos para consideração dos efeitos de segunda ordem na análise da estabilidade global de estruturas é viável.

**Palavras-chave:** análise de segunda ordem; métodos iterativos; estabilidade estrutural.

## ABSTRACT

Advances in concrete technology allow the execution of more slender structures, due to the high mechanical strength obtained in current concretes. Because of this slenderness, there is an amplification of the so-called second-order effects, effects arising from horizontal displacements of the structures, thus, the analysis of global stability gains great importance, since it aims at the correct evaluation of these effects. In this context, we propose the study and application of P-Delta methods to verify the possibility of their use in the study of the global stability of structures, evaluating their performance in the consideration of second order effects. Stability is understood as the ability of a given structure to remain in balance despite external disturbances. The P-Delta process relates the vertical load to the horizontal displacement of the structure, working iteratively to analyze the structure in its final equilibrium state. The fictitious lateral load method and the iterative gravity load method are used as P-Delta iterative methods, in addition to the SAP2000 software as a computational and reference method, and the gamma-z normative process for classifying structures in relation to their lateral displacements. By means of examples of frames with 4, 8 and 12 flights, with different ranges of z-gamma, the iterative methods are applied and the results are compared with the responses of the SAP2000 program. The comparison is made in relation to the displacements at the top and the moments at the base of the left column of each frame. In the three examples, in both methods, we can see the evolution of the total displacements at the top, which converge to the values provided by SAP2000. In the comparison of the moments, in the same way, the answers obtained with the iterative methods are close to the answer of the SAP2000. Considering the good performance of the iterative methods, it is concluded that their use to consider second-order effects in the analysis of global stability of structures is feasible.

**Keywords:** second order analysis; iterative methods; structural stability.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Pórtico com carregamentos genéricos .....	12
Figura 2 – Configuração inicial e deformada de uma estrutura .....	15
Figura 3 – Estados não deformado e deformado da estrutura .....	17
Figura 4 – Posição das iterações do processo P-Delta .....	18
Figura 5 – Elementos finitos .....	20
Figura 6 – Cargas laterais fictícias .....	23
Figura 7 – Deformação em cada iteração .....	24
Figura 8 – Coluna fictícia .....	25
Figura 9 – Pórticos Modelo 4, 8 e 12 .....	27
Figura 10 – Estrutura deslocada no SAP2000 (PM4) .....	29
Figura 11 – Momentos SAP2000 (PM4) .....	32
Figura 12 – Estrutura deslocada no SAP2000 (PM8) .....	33
Figura 13 – Momentos SAP2000 (PM8) .....	35
Figura 14 – Estrutura deslocada no SAP2000 (PM12) .....	36
Figura 15 – Momentos SAP2000 (PM12) .....	39

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Evolução dos deslocamentos no topo (PM4).....	30
Gráfico 2 – Deslocamento inicial x final MCLF (PM4) .....	30
Gráfico 3 – Deslocamento inicial x final MCGI (PM4).....	31
Gráfico 4 – Evolução dos deslocamentos no topo (PM8).....	33
Gráfico 5 – Deslocamento inicial x final MCLF (PM8) .....	34
Gráfico 6 – Deslocamento inicial x final MCGI (PM8).....	34
Gráfico 7 – Evolução dos deslocamentos no topo (PM12).....	37
Gráfico 8 – Deslocamento inicial x final MCLF (PM12) .....	37
Gráfico 9 – Deslocamento inicial x final MCGI (PM12).....	38



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores considerados nos pórticos.....	26
Tabela 2 – Deslocamento no topo PM4 .....	31
Tabela 3 – Momentos na base (PM4) .....	32
Tabela 4 – Deslocamento no topo (PM8).....	35
Tabela 5 – Momentos na base (PM8) .....	36
Tabela 6 – Deslocamento no topo (PM12).....	38
Tabela 7 – Momentos na base (PM12) .....	39

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>10</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b> .....	<b>11</b>
1.1.1	Objetivo geral .....	11
1.1.2	Objetivos específicos.....	11
<b>1.2</b>	<b>Justificativa</b> .....	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>12</b>
<b>2.1</b>	<b>Pórticos planos</b> .....	<b>12</b>
<b>2.2</b>	<b>Estabilidade global</b> .....	<b>13</b>
<b>2.3</b>	<b>Não linearidade geométrica</b> .....	<b>13</b>
<b>2.4</b>	<b>Análise de 1ª e 2ª ordem</b> .....	<b>14</b>
<b>2.5</b>	<b>Processo P-Delta</b> .....	<b>16</b>
<b>2.6</b>	<b>Não linearidade física</b> .....	<b>18</b>
<b>2.7</b>	<b>Método dos elementos finitos (MEF)</b> .....	<b>19</b>
<b>3</b>	<b>MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	<b>21</b>
<b>3.1</b>	<b>Coeficiente <math>\gamma_z</math></b> .....	<b>21</b>
<b>3.2</b>	<b>Método da carga lateral fictícia</b> .....	<b>22</b>
<b>3.3</b>	<b>Método da carga de gravidade iterativa</b> .....	<b>23</b>
<b>3.4</b>	<b>Softwares</b> .....	<b>25</b>
<b>3.5</b>	<b>Pórtico modelo</b> .....	<b>26</b>
<b>3.6</b>	<b>Comparação de resultados</b> .....	<b>28</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>29</b>
<b>4.1</b>	<b>Pórtico Modelo de 4 pavimentos (PM4)</b> .....	<b>29</b>
<b>4.2</b>	<b>Pórtico Modelo de 8 pavimentos (PM8)</b> .....	<b>32</b>
<b>4.3</b>	<b>Pórtico Modelo de 12 pavimentos (PM12)</b> .....	<b>36</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>40</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>41</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Com os avanços na tecnologia do concreto disponíveis, nas obras atuais existe a possibilidade de trabalhar com concretos de alto desempenho, cuja resistência à compressão pode ultrapassar os 50MPa, permitindo assim, o projeto e a execução de estruturas mais esbeltas. Como comparação, há poucas décadas, a resistência usual em estruturas de concreto chegava a 20MPa (MONCAYO, 2011).

Como consequência, essa esbeltez leva a deslocamentos horizontais maiores gerados por forças laterais, e, conseqüentemente, a esforços maiores na estrutura (AZAMBUJA, 2015). Os esforços adicionais provenientes dos deslocamentos horizontais são chamados de esforços de segunda ordem.

Portanto, em projetos estruturais a análise da estabilidade global considerando esses esforços adicionais é muito importante para garantir a segurança da estrutura. Uma das ferramentas usadas na avaliação desses efeitos são os chamados parâmetros de estabilidade (MONCAYO, 2011).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  (alfa) e o coeficiente  $\gamma_z$  (gama-z), que classificam as estruturas de acordo com a magnitude dos efeitos de segunda ordem como de nós fixos ou nós móveis. Uma estrutura de nós fixos é aquela na qual esses efeitos podem ser desconsiderados.

O coeficiente  $\gamma_z$  também pode ser utilizado como coeficiente de majoração dos efeitos de primeira ordem para obter os efeitos totais. Esta solução é simples, mas existem situações em que o uso deste método pode ser impreciso ou, por vezes, inviável em alguns casos segundo Iglesias (2016). Para uma avaliação mais precisa se faz necessário o uso de processos mais complexos, como por exemplo os chamados processos P-Delta.

Os processos P-Delta consistem em uma análise não linear geométrica que busca a posição de equilíbrio da estrutura. Estes processos geralmente são métodos iterativos, implementados de forma computacional ou manual.

Dois métodos iterativos P-Delta são apresentado neste trabalho, e, através de exemplos, tenta-se avaliar a sua eficiência. Como forma de avaliação dos métodos, os resultados obtidos serão comparados com as respostas fornecidas pelo software SAP2000, programa de referência em mecânica computacional que usa o método dos elementos finitos, com o objetivo de validar as respostas dos métodos.

## **1.1 Objetivos**

### 1.1.1 Objetivo geral

Analisar a influência da não linearidade geométrica na análise de estabilidade global de pórticos planos por meio de métodos iterativos P-Delta e computacionais.

### 1.1.2 Objetivos específicos

1. Implementar o algoritmo de cada um dos dois métodos definidos: Método da carga lateral fictícia e Método da carga de gravidade iterativa;
2. Avaliar os deslocamentos horizontais e momentos na base usando software;
3. Avaliar a influência da variação das características dos pórticos na análise da estabilidade global e no comportamento dos métodos iterativos;
4. Analisar e comparar os resultados obtidos com as diferentes metodologias.

## **1.2 Justificativa**

A análise da estabilidade global de estruturas é de extrema importância principalmente em edifícios altos, cada vez mais comuns na atualidade. Para esta análise existem diversos métodos que incluem processos normativos, métodos computacionais e manuais.

Devido a relevância do tema, principalmente por estar relacionado a segurança de estruturas, propõe-se o estudo de métodos iterativos P-Delta, visto que sua aplicação é relativamente simples, buscando avaliar a possibilidade de utilização destes na análise da estabilidade global de edificações.

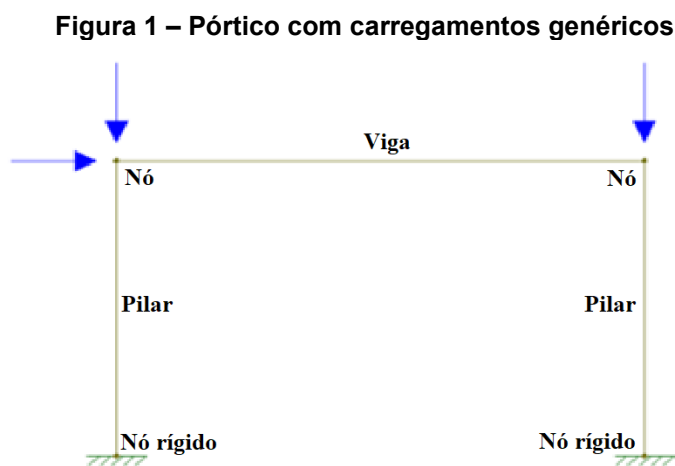
## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção apresenta-se algumas definições e conceitos utilizados no desenvolvimento deste trabalho.

### 2.1 Pórticos planos

Segundo Fontes (2005), pórticos, que podem ser planos ou tridimensionais, são formados pela união de elementos verticais e horizontais com variados tipos de ligação, resultando em estruturas de contraventamento.

Pórticos planos, conforme apresentado na figura 1, são modelos de estrutura representados em um único plano formados por elementos lineares, que, além de considerar a ação das forças nos elementos, também leva em conta a transmissão destes esforços entre os elementos por meio das ligações.



**Fonte: Autoria própria (2021)**

Há a possibilidade de associação de dois ou mais pórticos por meio de barras rígidas articuladas nas extremidades, que simulam as lajes. Este é um dos motivos que, segundo Fontes (2005), possibilita a utilização de pórticos planos na análise da estabilidade global de estruturas.

## 2.2 Estabilidade global

Em projetos estruturais a análise da estabilidade global é muito importante uma vez que visa garantir a segurança da estrutura frente aos estados limites últimos (MONCAYO, 2011).

Devido ao aumento da verticalização das edificações atualmente, essa análise torna-se indispensável visto que, em maiores alturas ocorre a intensificação da instabilidade estrutural nas edificações.

Segundo Bueno (2009), a análise da estabilidade global busca avaliar a sensibilidade das estruturas perante deslocamentos horizontais. Uma estrutura é considerada estável se esta se mantém em seu estado de equilíbrio quando aplicadas perturbações externas.

Bento e Simões (2018) buscaram avaliar a estabilidade global de edifícios de diferentes alturas por meio de diferentes métodos a fim de comparar os resultados entre eles. Observou-se que a altura da edificação tem grande influência na estabilidade estrutural. Além disso, o método utilizado para essa análise também influencia os resultados da avaliação.

Netto (2018) analisou a influência da posição em planta dos pilares parede na estabilidade global de edificações, e concluiu que a variação da posição destes elementos estruturais em edifícios tem relação direta com a variação de coeficientes de estabilidade.

Conforme afirma Pinto (1997), outro ponto importante a ser considerado na análise da estabilidade é a não linearidade geométrica e física presente nas estruturas. A primeira refere-se à geometria da estrutura como um todo, já a segunda trata das propriedades físicas do material.

Nota-se que a estabilidade global sofre influência de diversos fatores, destacando a importância do seu estudo para realização de projetos estruturais eficientes e otimizados.

## 2.3 Não linearidade geométrica

Segundo Lacerda (2014), as equações lineares de equilíbrio físico descrevem muito bem o comportamento de estruturas indeformadas. Quando o sistema estrutural

sofre deslocamentos significativos, são necessárias novas equações de equilíbrio que atendam ao novo estado da estrutura. A cada deformação essas equações são reformuladas, gerando a não linearidade na relação entre deslocamento e deformação.

Portanto a não linearidade geométrica (NLG) está ligada às deformações da estrutura e sua análise é feita considerando a posição final de equilíbrio da mesma.

A consideração da NLG é importante visto que com as deformações, surgem esforços adicionais na estrutura que, se não considerados, podem levar ao colapso da estrutura (PINTO, 1997).

Banki (1999) utilizou métodos que incluem a análise da NLG no estudo da estabilidade global de pórticos planos. Entre eles utilizou um método iterativo P-Delta, além de outros dois métodos, os quais foram implementados em códigos computacionais, e após, comparados os resultados. Mostrou-se que os métodos podem ser facilmente implementados computacionalmente, fornecendo resultados satisfatórios na consideração da NLG.

Em sua pesquisa Silva et al. (2016) usaram o método dos dois ciclos iterativos para análise da não linearidade geométrica em pórticos planos, cujos resultados foram muito próximos às respostas fornecidas pelo método de Newton-Raphson, mostrando-se uma alternativa viável para análise da NLG.

Em estruturas rígidas as deformações e seus respectivos esforços são desprezíveis, porém, em estruturas flexíveis essas deformações podem ser amplificadas resultando em esforços significativos.

Esses esforços adicionais são denominados de efeitos de 2ª ordem, e são avaliados de forma não linear por processos que serão apresentados nas próximas seções.

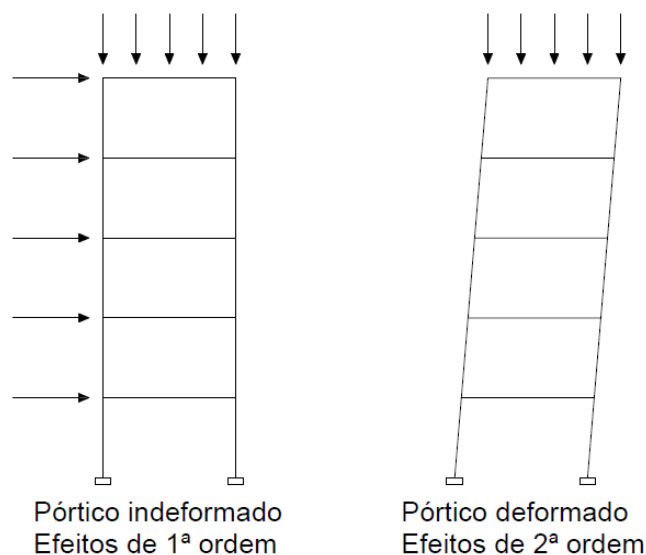
## **2.4 Análise de 1ª e 2ª ordem**

Os efeitos de 1ª ordem surgem com a aplicação de cargas externas na estrutura indeformada, os quais são avaliados por meio de equações lineares de equilíbrio relacionando.

A partir dessas cargas, surgem deslocamentos na estrutura, a qual assume uma configuração deformada, verifica-se então solicitações adicionais, as quais

contribuem para novos deslocamentos horizontais, e assim sucessivamente. Essas solicitações são denominadas de efeitos de 2ª ordem. A figura 2 representa ambos efeitos.

**Figura 2 – Configuração inicial e deformada de uma estrutura**



**Fonte: Autoria própria (2021)**

Por vezes esses efeitos podem ser desconsiderados por serem muito pequenos em relação aos efeitos de 1ª ordem. Para tomar essa decisão a norma brasileira, NBR 6118 (ABNT, 2014), propõe dois parâmetros de estabilidade, o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$ , sendo este último o que será utilizado neste trabalho.

Através do coeficiente  $\gamma_z$ , é possível identificar se a estrutura é de nós fixos ou nós móveis.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), uma estrutura é considerada de nós fixos quando os deslocamentos horizontais são pequenos, e os esforços provenientes destes deslocamentos são desprezíveis, ou seja, menores que 10% em relação aos esforços de primeira ordem.

Quando os deslocamentos provocam esforços maiores, a estrutura é classificada como de nós móveis, e, portanto, os efeitos de segunda ordem devem ser considerados nos cálculos do projeto estrutural.

Uma das vantagens de se utilizar o coeficiente  $\gamma_z$  é que, além de classificar a estrutura, ele pode ser usado como coeficiente de majoração dos esforços de primeira ordem.



Porém, a utilização deste coeficiente como majorador possui certas limitações. Conforme afirmam autores como Moncayo (2011), Bueno (2009), Pinto (1997), entre outros, deve-se tomar cuidado ao utilizar este processo em faixas de  $\gamma_z$  mais altas, principalmente acima de 1,2. Além disso, segundo os autores, deve-se atentar às hipóteses consideradas na concepção do coeficiente, verificando se a estrutura em estudo se assemelha a estas hipóteses. A própria NBR 6118 (ABNT, 2014) traz um limite de utilização deste coeficiente de 1,3.

O coeficiente  $\gamma_z$  será tratado com maior detalhe na seção 3.1.

Existem outros processos utilizados para o cálculo dos efeitos de segunda ordem. Dentre eles, há os processos numéricos, que geralmente fazem uso de métodos analíticos como o método dos elementos finitos, presente em softwares, por exemplo.

Há também os processos aproximados, como por exemplo os chamados métodos P-Delta, que serão mostrados nas seções seguintes.

Moncayo (2011) avaliou os efeitos de segunda ordem por meio de processos normativos e por métodos P-Delta, demonstrando o seu funcionamento e comparando resultados apresentados por cada processo.

O autor concluiu que, em certos casos, a utilização do processo normativo  $\gamma_z$  é desfavorável a segurança da estrutura, sendo mais interessante a utilização do processo P-Delta no estudo da estabilidade global de edificações.

## 2.5 Processo P-Delta

Segundo Moncayo (2011), o processo P-Delta relaciona a carga vertical com o deslocamento horizontal da estrutura.

É um processo de análise não-linear que busca a posição final de equilíbrio da estrutura, geralmente de forma iterativa (FEITOSA, 2016). O deslocamento horizontal gerado pelos esforços aplicados na estrutura, é representado por  $\Delta$  (delta), de onde surge o nome do processo. A figura 3 ilustra este processo.

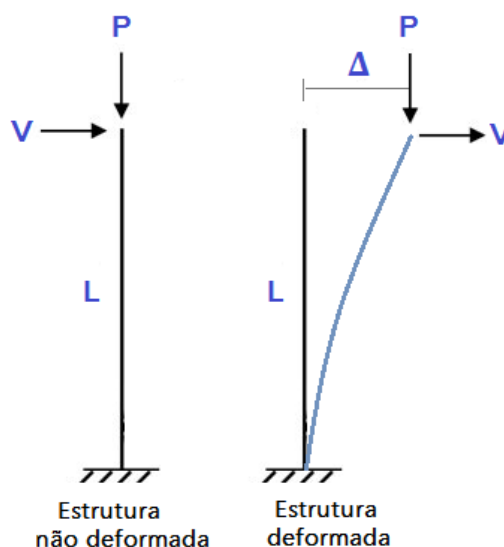
Na análise de primeira ordem, com a estrutura não deformada, o momento na base da coluna da figura 3 pode ser encontrado pela equação 1.

$$M = V \cdot L \tag{1}$$

Aplicando-se um deslocamento  $\Delta$  no topo da estrutura, surge um acréscimo de momento, e, portanto o momento na base da coluna da estrutura deformada é obtido pela equação 2.

$$M = VL + P\Delta \quad (2)$$

Figura 3 – Estados não deformado e deformado da estrutura



Fonte: Iglesia (2016)

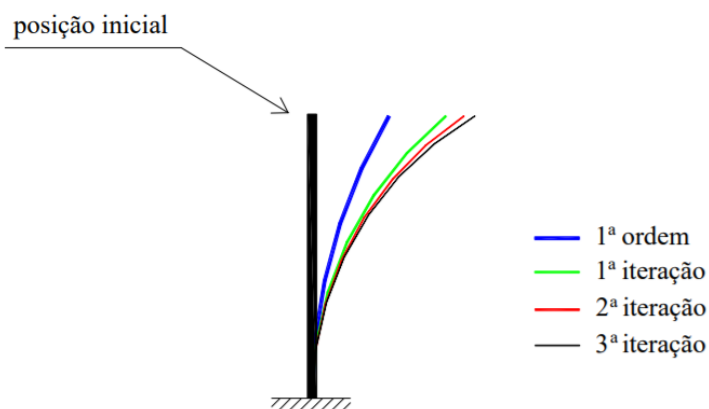
Na análise estrutural o deslocamento  $\Delta$  é o deslocamento horizontal total da estrutura no seu estado de equilíbrio. Este deslocamento é composto por um deslocamento inicial, referente as ações laterais na estrutura, somado a sucessivos incrementos de deslocamento oriundos das ações verticais na estrutura deformada.

Como já descrito, estes deslocamentos são chamados de efeitos de segunda ordem, cuja solução não pode ser encontrada numa análise linear. Estes deslocamentos adicionais podem ser obtidos, por exemplo, por métodos iterativos, conforme representado na figura 4.

Lopes et al. (2005) apresentaram diversos métodos que utilizam o processo P-Delta, dentre eles, o método da rigidez negativa, método dos dois ciclos iterativos, método da carga lateral fictícia, método da carga de gravidade iterativa, entre outros.

Nestes métodos, a cada iteração é possível analisar a estrutura de forma linear para encontrar os próximos deslocamentos. De maneira simples, é possível dizer que o processo P-Delta transforma uma análise não-linear em várias análises lineares da estrutura.

**Figura 4 – Posição das iterações do processo P-Delta**



Fonte: Lima (2016)

Azambuja (2015) estudou e aplicou o método da carga lateral fictícia em pórticos planos e comparou as suas respostas com o software Mastan2 (MASTAN2) e concluiu que o método se mostrou uma ferramenta importante em análises não-lineares de pórticos planos.

Em trabalhos anteriores, Weiss e Fakhrye (2021) estudaram métodos P-Delta aplicando-os em pórticos planos simétricos com gama-z menor que 1,3, e compararam os resultados obtidos com as respostas fornecidas pelo software Mastan2 (MASTAN2). O estudo mostrou que a utilização de tais métodos é possível na análise dos efeitos de segunda ordem.

## 2.6 Não linearidade física

Outra consideração importante na análise da estabilidade global de estruturas é a não linearidade física (NLF).

A NLF refere-se ao comportamento do material. A fissuração e fluência do concreto, o escoamento da armadura, implicam na redução do módulo de elasticidade do concreto armado, e, a partir daí, seu comportamento torna-se não-linear (PINTO, 1997).

A rigidez do material está diretamente ligada à sua capacidade resistente a deformações, por isso a importância de considerar a NLF na análise estrutural.

Essa consideração não é algo trivial, visto que é necessária uma análise específica para cada elemento da estrutura, devido as diferentes configurações de

carregamentos, taxas de armadura, detalhes construtivos dos mesmos (PINTO, 1997).

Porém, existem processos simplificados que consideram a NLF de forma aproximada, aplicando reduções nas rigidezes dos elementos estruturais. Para o caso da análise da estabilidade global de estruturas a NBR 6118 (ABNT, 2014) permite a seguinte redução da rigidez dos elementos:

- lajes:  $(EI)_{sec} = 0,3 E_c I_c$
- vigas:  $(EI)_{sec} = 0,4 E_c I_c$
- pilares:  $(EI)_{sec} = 0,8 E_c I_c$

Onde:

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto.

$E_c$  é o valor representativo do módulo de deformação do concreto.

Moncayo (2011) ressalta que tais reduções podem ser feitas apenas na análise da estabilidade global, e em estruturas reticuladas com quatro ou mais pavimentos. Para análise de estabilidade local e para o estudo de estruturas com menor altura são necessárias pesquisas específicas para estas condições.

## 2.7 Método dos elementos finitos (MEF)

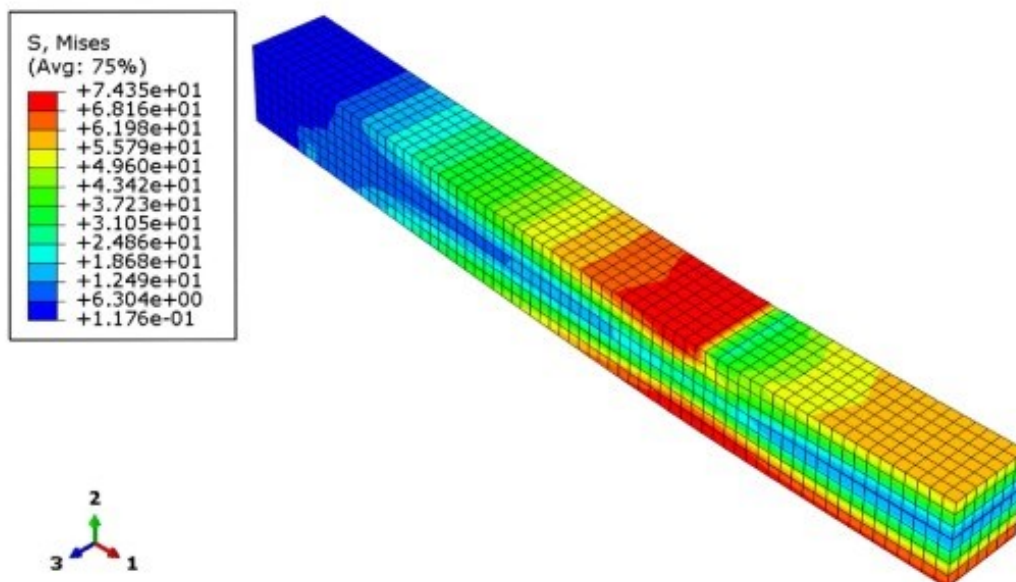
O método dos elementos finitos consiste em subdividir a geometria submetida a carregamentos em pequenas partes, chamadas de elementos, os quais são avaliados separadamente e conectados uns aos outros por meio de nós. Esses elementos podem ser de diferentes formatos e tamanhos, de acordo com o tipo de geometria e com a precisão que se pretende obter na resposta do problema. Quanto menores os elementos, maior a precisão dos resultados (MIRLISENNA, 2016).

A figura 5 mostra uma representação gráfica desses elementos em uma viga de concreto armado.

Alguns softwares no mercado utilizam este método na análise estrutural, gerando respostas com grande precisão, sendo amplamente utilizados na análise e dimensionamento de estruturas. Um exemplo de programa que utiliza o MEF, é o SAP2000 (CSI, 2022).

O software SAP2000 (CSI, 2022) é um programa de modelagem e análise linear e não-linear de diversos tipos de estruturas por meio do MEF. Além disso possui uma interface gráfica 3D orientada a objetos o que facilita a interação do usuário.

**Figura 5 – Elementos finitos**



**Fonte: Khelifa et al. (2015)**

O programa teve sua primeira versão desenvolvida em 1961, em uma tese de doutorado pelo professor Dr. Edward Wilson, da Universidade da Califórnia. Desde então o software recebe atualizações e melhoramentos periodicamente.

O software é amplamente utilizado nas engenharias devido a sua versatilidade em tipos de estruturas e de carregamentos estáticos e dinâmicos, além da precisão que se tem nos resultados obtidos.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

Neste trabalho foi estudado e aplicado o método da carga lateral fictícia e o método da carga de gravidade iterativa, e em seguida avaliou-se o seu desempenho frente ao software MEF de análise estrutural SAP2000 (CSI, 2022).

Além disso buscou-se avaliar a influência da variação do coeficiente  $\gamma_z$  na análise da estabilidade global da estrutura.

A seguir são apresentados os dois métodos iterativos P-Delta, e o processo normativo, coeficiente  $\gamma_z$ , o qual será utilizado para classificar as estruturas em nós fixos ou móveis.

Finalmente, são apresentados três pórticos os quais foram utilizados como exemplos de aplicação dos métodos e posterior comparação dos resultados.

#### 3.1 Coeficiente $\gamma_z$

A NBR 6118 (ABNT, 2014) define o coeficiente  $\gamma_z$  (gama-z) para mensurar a magnitude dos efeitos de segunda ordem. Permitindo identificar se uma estrutura é de nós fixos ou nós móveis.

Fisicamente o coeficiente representa a relação entre dois momentos: o momento total ( $M_{tot,d}$ ) e o momento de primeira ordem ( $M_{1ª,d}$ ). Onde o momento total é calculado em uma análise não-linear, e o momento de primeira ordem, em uma análise linear. A equação 3 apresenta essa relação.

$$\gamma_z = \frac{M_{Tot,d}}{M_{1ª,d}} \quad (3)$$

Na equação anterior há duas variáveis desconhecidas, o que impossibilita usá-la diretamente no cálculo do coeficiente. Através de algumas considerações é possível encontrar uma equação com a qual é possível trabalhar. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o  $\gamma_z$  é dado por:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (4)$$

Onde:

$M_{1,tot,d}$  é a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura;

$\Delta M_{tot,d}$  é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de 1ª ordem (ABNT, 2014).

A partir do valor obtido pela equação 4 é possível classificar a estrutura como de nós fixos ou nós móveis. A estrutura é considerada de nós fixos se  $\gamma_z \leq 1,1$  e nós móveis se  $\gamma_z > 1,1$ . Quando a estrutura é classificada como de nós móveis, os efeitos de segunda ordem devem ser levados em consideração na análise estrutural.

Quando  $1,1 < \gamma_z \leq 1,3$ , o coeficiente pode ser utilizado para majorar os efeitos de primeira ordem da estrutura sendo multiplicado ainda por 0,95, conforme apresentado pela equação 5.

$$M_{2^a \text{ ordem}} = 0,95\gamma_z \times M_{1^a \text{ ordem}} \quad (5)$$

Se  $\gamma_z > 1,3$  a norma orienta que se faça uma análise mais rigorosa da estrutura com métodos mais precisos.

### 3.2 Método da carga lateral fictícia

O método da carga lateral fictícia, baseado em Gaiotti e Smith (1989), propõe a adição de cargas horizontais fictícias à estrutura com o intuito de simular os efeitos de P-Delta.

Consideremos, novamente conforme representado na figura 3, uma coluna cuja equação de equilíbrio é dada pela equação 2.

Pode-se reescrever a equação 2, da seguinte forma:

$$M = VL + \left(\frac{P\Delta}{L}\right)L = (V + \bar{V})L \quad (6)$$

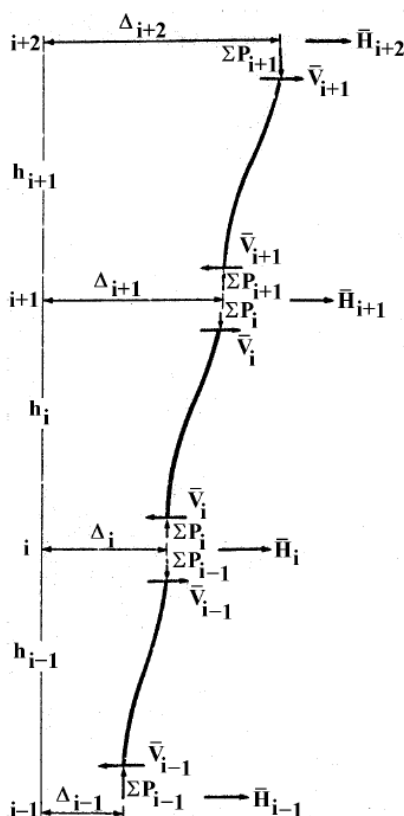
Onde  $\bar{V} = P\Delta/L$  é a força cortante fictícia.

O processo apresentado para uma coluna pode ser estendido para estruturas de múltiplos andares. A figura 6 traz esta representação. Para estes casos a força cortante fictícia no pavimento  $i$  pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$\bar{V}_i = \frac{\sum P_i}{h_i} (\Delta_{i+1} - \Delta_i) \quad (7)$$

Onde,  $\sum P_i$  é o somatório dos esforços axiais no pavimento  $i$ ,  $h_i$  é a altura do pavimento  $i$ ,  $\Delta_i$  é o deslocamento lateral do pavimento  $i$ .

Figura 6 – Cargas laterais fictícias



Fonte: Lopes et al. (2005)

A carga lateral fictícia a ser aplicada no pavimento  $i$ , é dada por:

$$H_i = \bar{V}_{i-1} - \bar{V}_i \quad (8)$$

Após feita a análise de primeira ordem na estrutura, estas cargas são somadas às forças de vento já atuantes na estrutura. A cada iteração, novos deslocamentos são obtidos, e o processo iterativo se repete até que haja a convergência dos deslocamentos, verificada por um critério de parada. Neste trabalho, quando a diferença entre deslocamentos sucessivos fosse menor que 1% as iterações foram interrompidas.

Neste método, trabalha-se com a estrutura indeformada; os incrementos ocorrem nas forças laterais a cada iteração.

### 3.3 Método da carga de gravidade iterativa

No método da carga de gravidade iterativa, baseado em Smith e Gaiotti (1988), o pórtico em estudo é analisado com as cargas de gravidade na estrutura



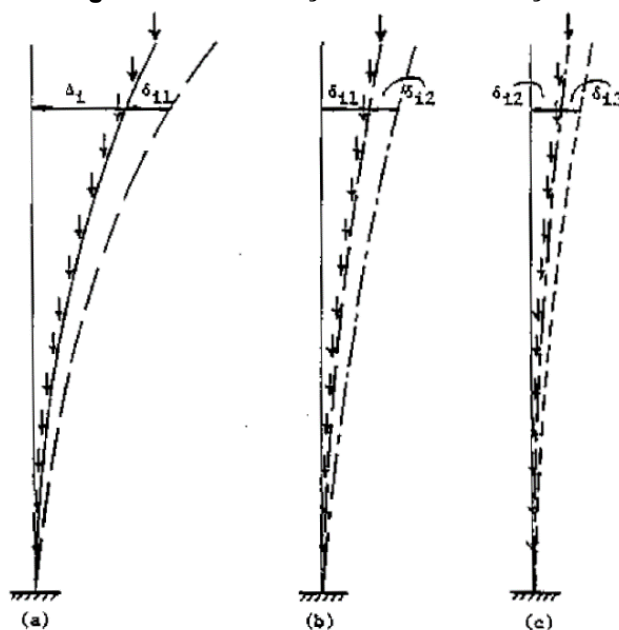
deformada. Porém, como a geometria deformada não é conhecida, esta é determinada através de iterações.

Inicialmente, são aplicados ao pórtico somente os carregamentos horizontais. A partir disso, são obtidos os deslocamentos iniciais em cada pavimento numa análise de primeira ordem.

Com a estrutura deformada, aplicam-se os carregamentos verticais, com a finalidade de se obter novos deslocamentos os quais serão utilizados na próxima iteração.

Neste método as coordenadas dos nós do pórtico devem ser alteradas a cada iteração, a fim de analisá-lo em sua forma deformada. A cada iteração a estrutura é remodelada, aplicando-se apenas a deformação oriunda da iteração anterior. Na primeira iteração a estrutura é analisada com deformação  $\Delta$ , deslocamento de primeira ordem, na segunda iteração ela é analisada com deformação igual a  $\delta_1$ , e assim, sucessivamente, conforme ilustrado na figura 7.

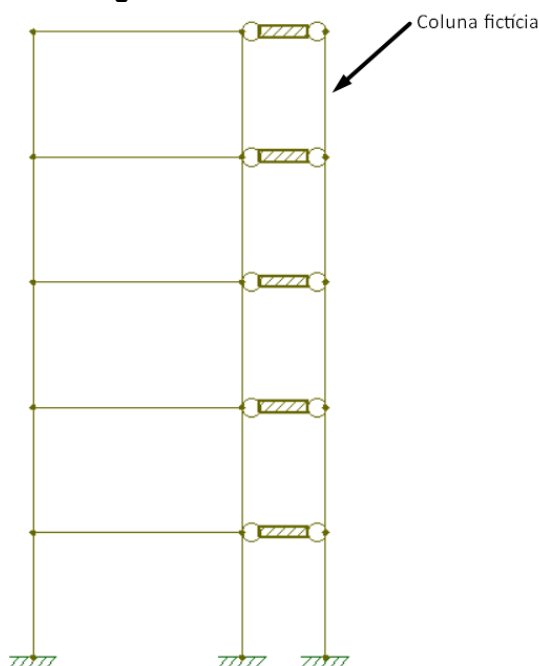
Figura 7 – Deformação em cada iteração



Fonte: Smith e Gaiotti (1988)

Para facilitar o processo de remodelagem, Smith e Gaiotti (1988) sugerem a adição de colunas fictícias à estrutura original, aplicando as cargas totais de cada pavimento nestas colunas já deformadas, não sendo necessária a remodelagem da estrutura toda. Estas colunas são ligadas à estrutura por meio de elementos rígidos rotulados, conforme representado na figura 8.

**Figura 8 – Coluna fictícia**



**Fonte: Autoria própria (2021)**

O processo iterativo se repete até atingir o critério de parada estipulado. Neste trabalho, quando a diferença entre deslocamentos sucessivos fosse menor que 1% as iterações foram interrompidas.

O deslocamento final da estrutura é encontrado utilizando a equação 9.

$$\Delta_i^* = \Delta_i + \delta_{i1} + \delta_{i2} + \delta_{i3} + \dots \quad (9)$$

Onde  $\Delta_i^*$  é o deslocamento total do pavimento  $i$ ,  $\Delta_i$  é o deslocamento de primeira ordem do pavimento  $i$  e  $\delta_{ij}$  é o deslocamento de segunda ordem proveniente da  $j$ -ésima iteração do pavimento  $i$ .

Neste método, ao contrário do anterior, a estrutura é analisada em sua forma deformada, e a cada iteração há incrementos dos deslocamentos horizontais.

### 3.4 Softwares

Neste trabalho foi utilizado o software Ftool (TECGRAF, 2018), para as sucessivas análises lineares dos métodos iterativos P-Delta, e o programa Excel (MICROSOFT, 2019) para a criação de planilhas de cálculo para estes métodos.

Além disso, foi utilizado o programa de elementos finitos SAP2000 (CSI, 2022), como parâmetro para avaliação dos resultados obtidos pelos métodos iterativos P-Delta. Este programa é licenciado pela UTFPR.

### 3.5 Pórtico modelo

Para possibilitar a aplicação dos métodos e a comparação de seus resultados, foram utilizados três pórticos modelo (PM).

Estes pórticos têm diferentes alturas e faixas de  $\gamma_z$ , para avaliar o comportamento dos métodos frente as distintas configurações.

O primeiro pórtico conta com 4 pavimentos com  $\gamma_z < 1,1$ , o segundo, com 8 pavimentos e  $1,1 < \gamma_z < 1,3$  e o terceiro, 12 pavimentos com  $\gamma_z > 1,3$ . Serão denominados de PM4, PM8 e PM12, respectivamente.

As rigidezes dos elementos, bem como os carregamentos em cada pavimento e as alturas entre eles, foram consideradas as mesmas para os três pórticos. A única variação está na quantidade de lances em cada pórtico, ou seja, a altura total.

O módulo de elasticidade inicial ( $E_{ci}$ ) foi calculado segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) de acordo com a equação 10, considerando concreto com  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ , granito para agregado graúdo ( $\alpha_E = 1,0$ ).

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (10)$$

Por meio da equação 11 calculou-se o módulo de deformação secante ( $E_{cs}$ ), o qual pode ser majorado em 10% para análise da estabilidade global de estruturas de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014).

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (11)$$

Onde:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (12)$$

Além disso foi aplicada a redução da rigidez de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), conforme apresentado em seções anteriores.

A tabela 1 apresenta os valores considerados para os pórticos.

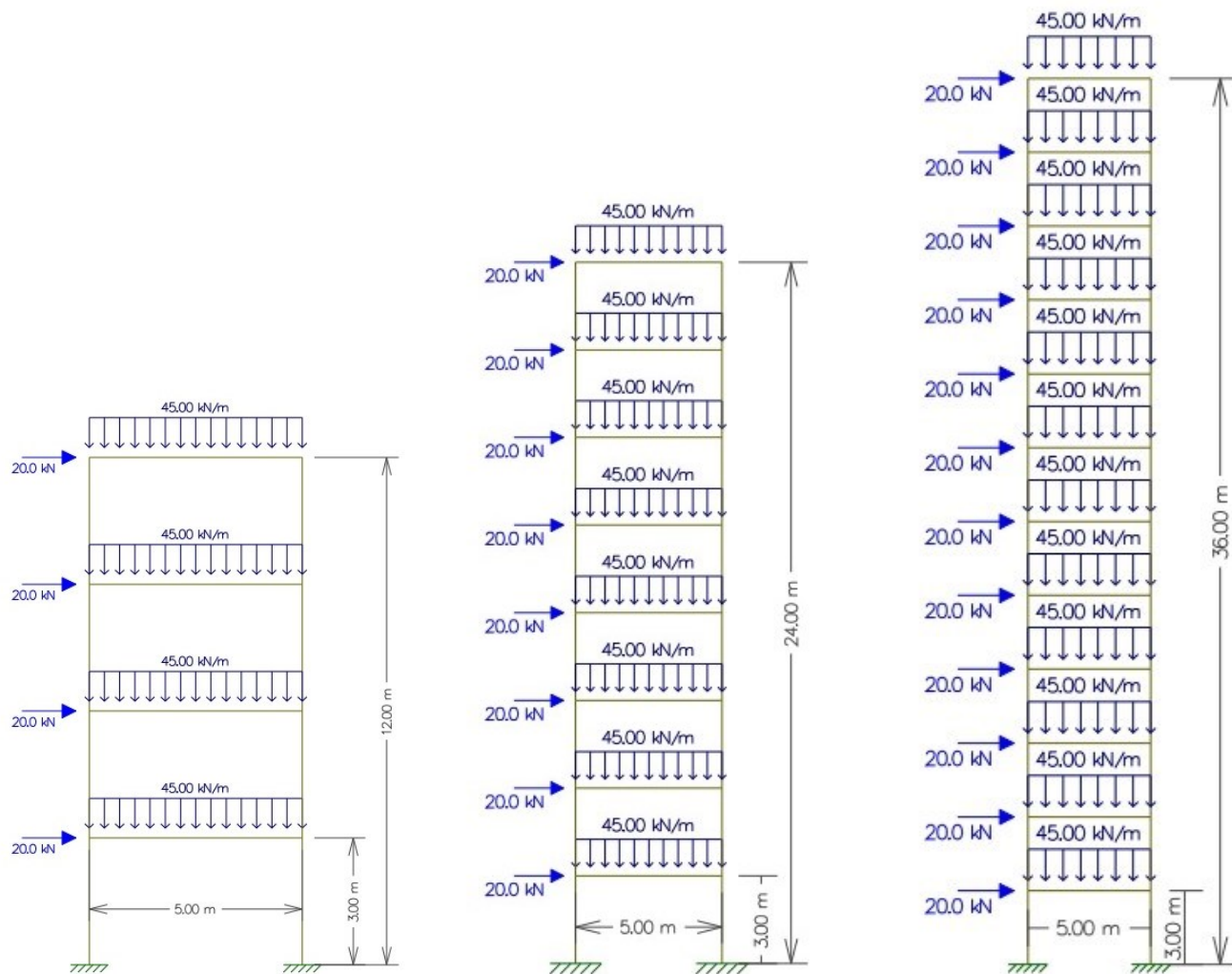
A figura 9 representa os pórticos PM4, PM8 e PM12.

**Tabela 1 – Valores considerados nos pórticos**

Elemento	Seção (cm)	I (cm <sup>4</sup> )	E <sub>cs</sub> (MPa)	(EI) <sub>sec</sub> (kNcm <sup>2</sup> )
Pilar	20 x 40	106667	26565	226,7 x 10 <sup>6</sup>
Viga	15 x 40	80000	26565	85,0 x 10 <sup>6</sup>

Fonte: Autoria própria (2021)

Figura 9 – Pórticos Modelo 4, 8 e 12



Fonte: Autoria própria (sem escala) (2021)

### **3.6 Comparação de resultados**

A comparação dos resultados foi feita em duas métricas, levando em consideração os resultados dos métodos iterativos apresentados e os resultados do software.

Foram comparados os deslocamentos horizontais no topo das estruturas e os momentos na base do pilar esquerdo de cada pórtico.

As respostas obtidas com o SAP2000 serviram como parâmetros e os resultados dos métodos P-Delta foram avaliados em relação a essas respostas.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção apresenta-se os resultados encontrados com o estudo. A apresentação dos resultados está dividida em subseções referentes a cada pórtico modelo utilizado no estudo dos métodos.

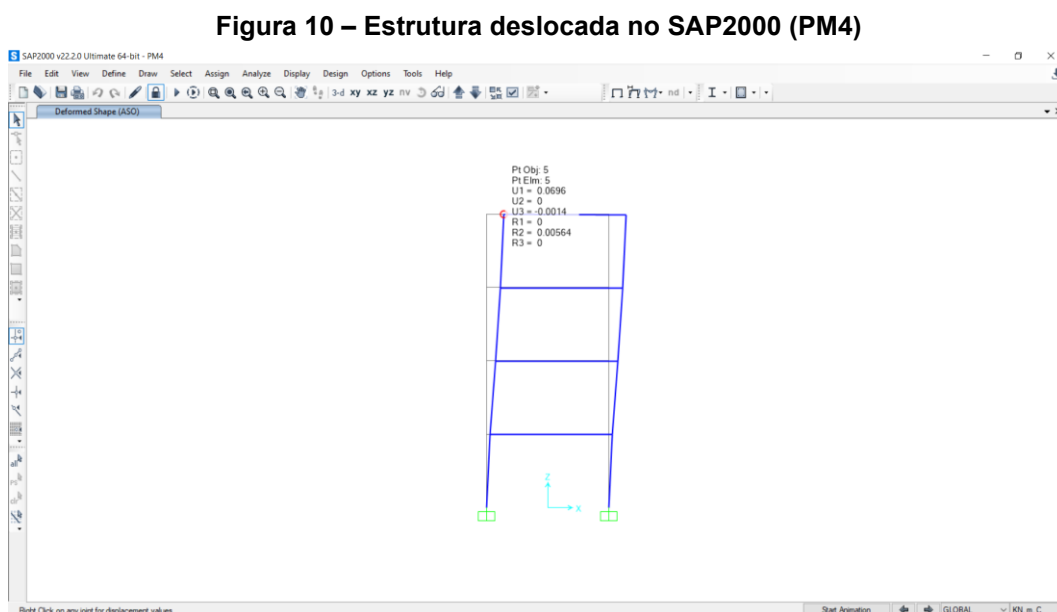
Para melhor compreensão do funcionamento dos métodos, mostra-se gráficos referentes à evolução dos processos iterativos nos deslocamentos de segunda ordem.

Por se tratar de métodos iterativos, foi definido um critério de parada. As iterações foram interrompidas quando a diferença entre os deslocamentos de iterações subsequentes fosse menor do que 1%.

Em seguida expõe-se os gráficos comparativos dos resultados obtidos com os métodos iterativos P-Delta com os resultados fornecidos pelo SAP2000.

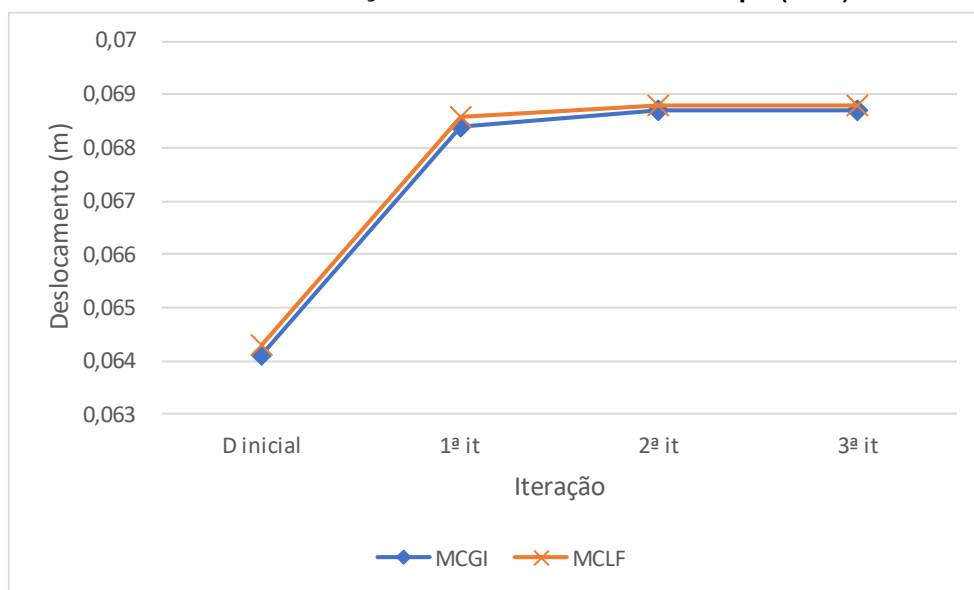
### 4.1 Pórtico Modelo de 4 pavimentos (PM4)

O PM4 apresentou um  $\gamma_z = 1,065$ , classificando a estrutura em nós fixos. A figura 10 apresenta a tela do SAP2000 com a estrutura deslocada, onde  $U1 = 0,0696$  m representa o valor do deslocamento lateral de segunda ordem no topo.



**Fonte: Autoria própria (2022)**

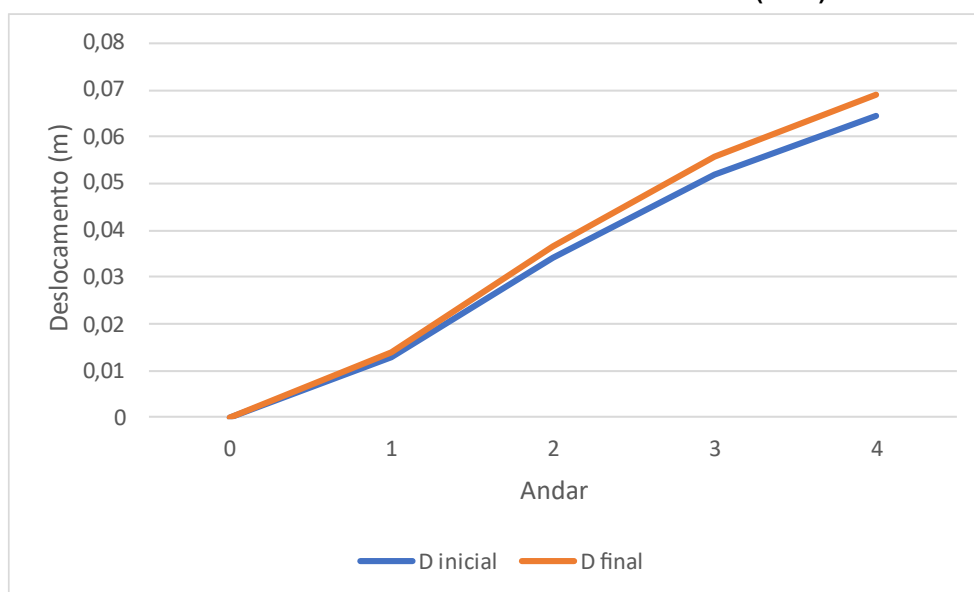
O gráfico 1 apresenta a evolução dos deslocamentos no topo do pórtico a cada iteração pelos dois métodos iterativos estudados.

**Gráfico 1 – Evolução dos deslocamentos no topo (PM4)**

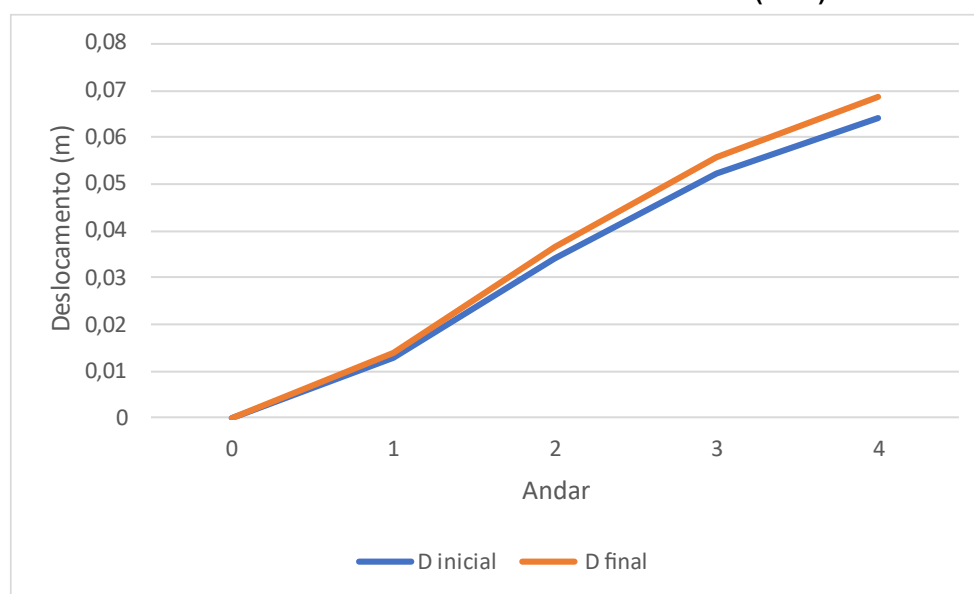
Fonte: Autoria própria (2022)

Analisando o gráfico 1, nota-se que ambas as curvas têm um comportamento similar. Já na primeira iteração, são obtidos 95,6% e 93,5% dos efeitos de segunda ordem, pelo MCLF e MCGI, respectivamente.

Os gráficos 2 e 3 apresentam os deslocamentos iniciais e finais em cada pavimento.

**Gráfico 2 – Deslocamento inicial x final MCLF (PM4)**

Fonte: Autoria própria (2022)

**Gráfico 3 – Deslocamento inicial x final MCGI (PM4)**

**Fonte: Autoria própria (2022)**

Nota-se, novamente, que os métodos produzem curvas similares tanto para deslocamentos de primeira quanto de segunda ordem. A diferença média entre deslocamentos de primeira e segunda ordens é de 6,9% e 7,1% para o MCLF e MCGI, respectivamente.

Em seguida são apresentados os comparativos dos resultados dos métodos iterativos em relação aos resultados fornecidos pelo SAP2000.

A tabela 2 mostra os valores dos deslocamentos no topo do pórtico obtidos com cada método, e as diferenças percentuais em relação ao parâmetro.

**Tabela 2 – Deslocamento no topo PM4**

Método	Deslocamento (m)	Diferença (%)
MCLF	0,0688	-1,15
MCGI	0,0687	-1,29
SAP2000	0,0696	--

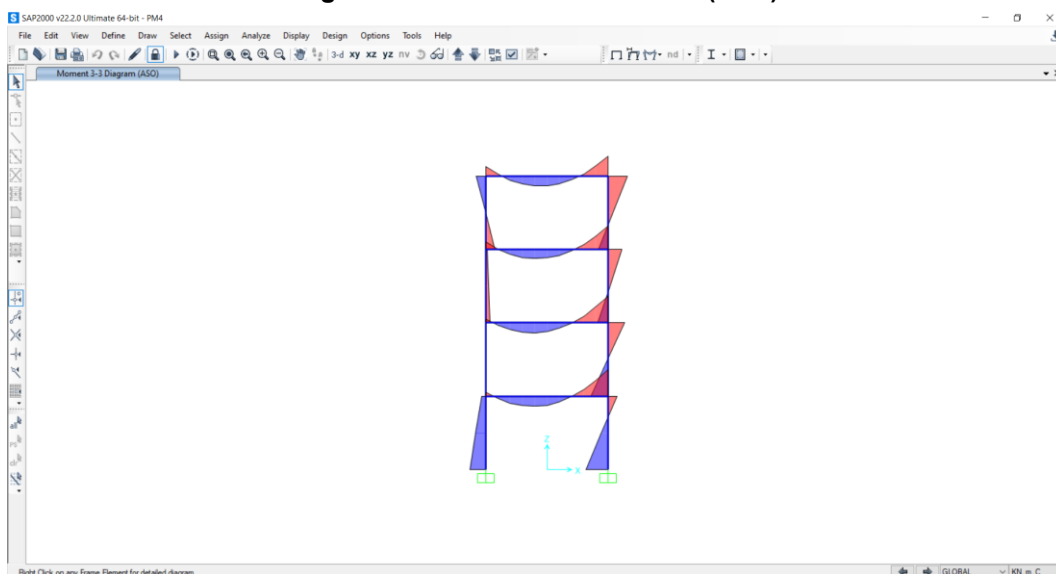
**Fonte: Autoria própria (2022)**

A diferença entre os deslocamentos obtidos pelos métodos iterativos ultrapassa 1% negativo, chegando a 1,29% no MCGI em relação ao parâmetro.

A figura 11 mostra gráfico dos momentos no pórtico, fornecido pelo SAP2000.



**Figura 11 – Momentos SAP2000 (PM4)**



**Fonte: Autoria própria (2022)**

A tabela 3 mostra o comparativo dos momentos na base do pilar esquerdo obtidos com cada método apresentando o valor dos momentos obtidos e a diferença em relação à resposta fornecida pelo SAP2000.

**Tabela 3 – Momentos na base (PM4)**

<b>Método</b>	<b>Momento (kNm)</b>	<b>Diferença (%)</b>
MCLF	92,7	-0,75
MCGI	92,8	-0,64
SAP2000	93,4	--

**Fonte: Autoria própria (2022)**

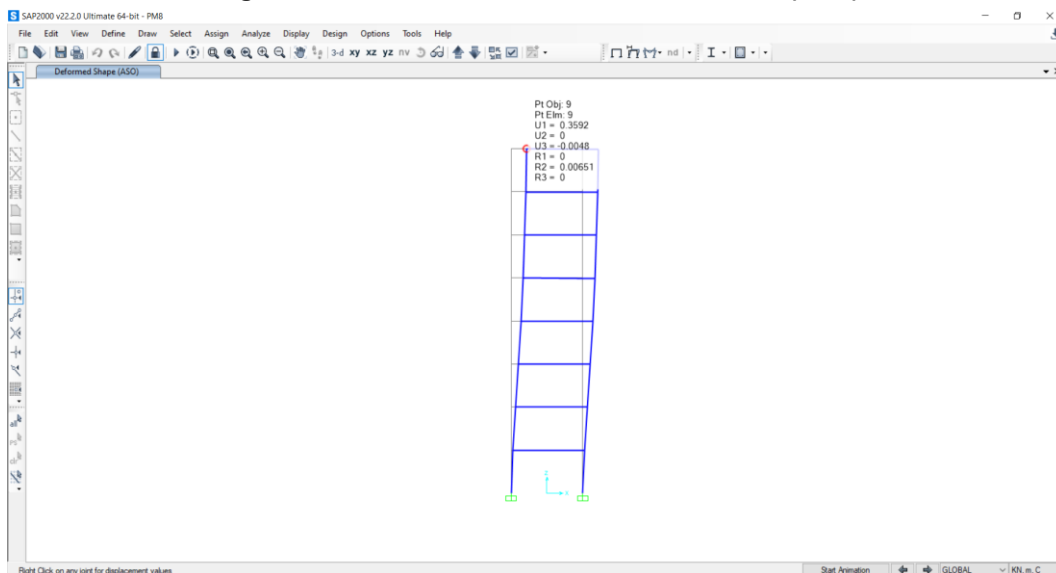
Analisando a tabela, vê-se que as diferenças percentuais, comparando os momentos, reduzem em relação as diferenças dos deslocamentos apresentadas na tabela 2. A maior diferença se dá no momento obtido pelo MCLF, sendo 0,75% menor do que a resposta do software.

#### **4.2 Pórtico Modelo de 8 pavimentos (PM8)**

Para o PM8 obteve-se um  $\gamma_z = 1,185$ , o que classifica a estrutura como sendo de nós móveis. A figura 12 apresenta o pórtico deslocado no SAP2000, onde  $U1$  representa o valor do deslocamento horizontal no topo.

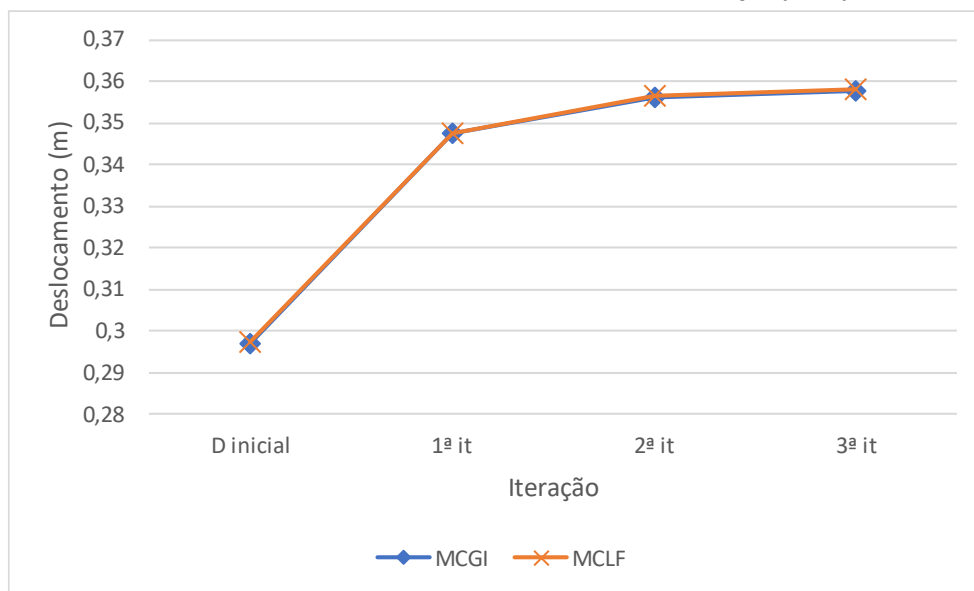
O gráfico 4 apresenta a evolução dos deslocamentos a cada iteração pelos dois métodos iterativos estudados. Nota-se que ambos têm um comportamento similar, sendo que as curvas se sobrepõem quase que totalmente.

**Figura 12 – Estrutura deslocada no SAP2000 (PM8)**



Fonte: Autoria própria (2022)

**Gráfico 4 – Evolução dos deslocamentos no topo (PM8)**

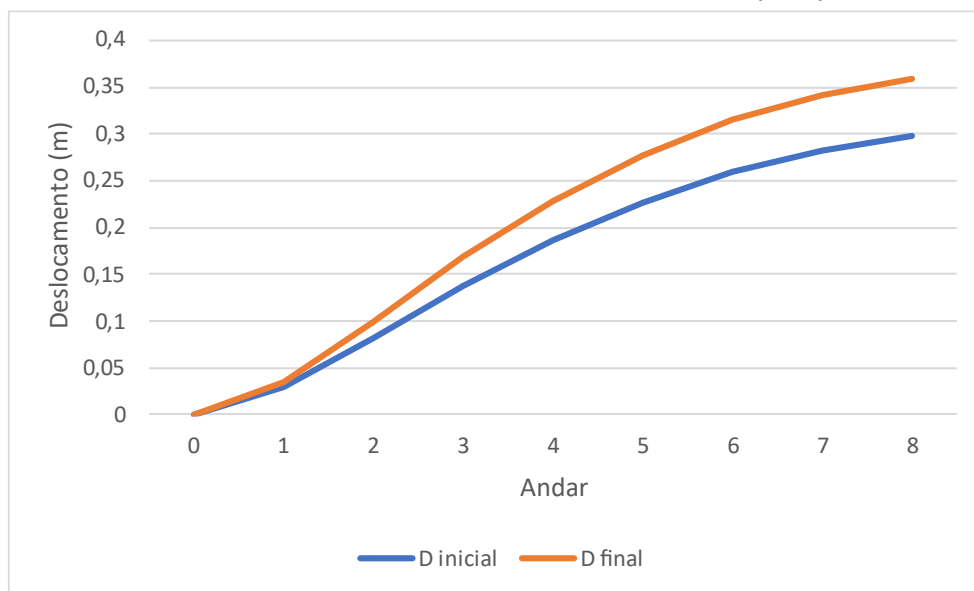


Fonte: Autoria própria (2022)

Analisando ainda o gráfico 4, percebe-se que cerca de 83% dos efeitos de primeira ordem são obtidos já na primeira iteração, e que a partir da 3ª iteração a diferença nos deslocamentos de iterações subsequentes é menor que 1%.

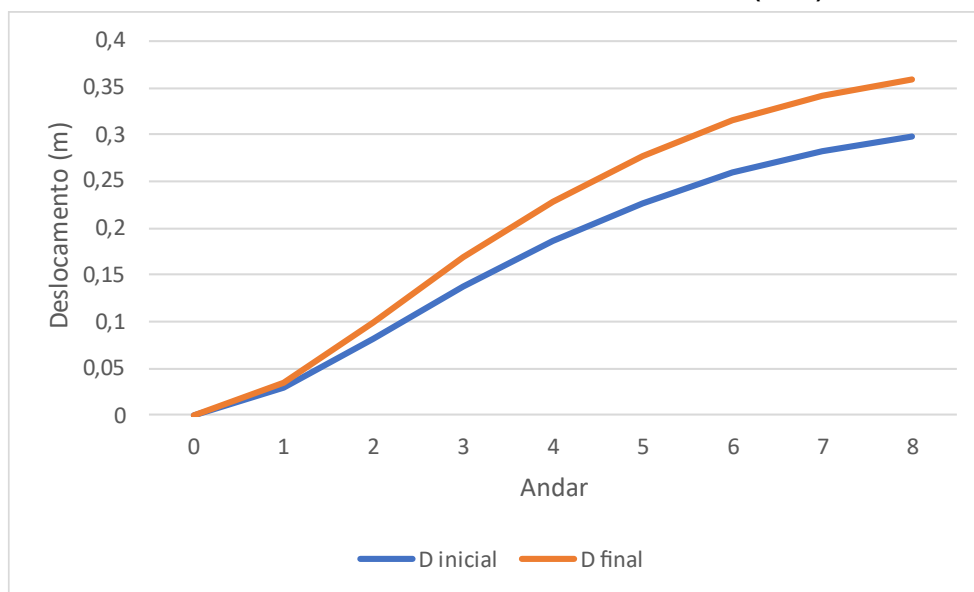
Os gráficos 5 e 6 apresentam os deslocamentos iniciais e finais em cada pavimento para MCLF e MCGI, respectivamente.

**Gráfico 5 – Deslocamento inicial x final MCLF (PM8)**



Fonte: Autoria própria (2022)

**Gráfico 6 – Deslocamento inicial x final MCGI (PM8)**



Fonte: Autoria própria (2022)

Novamente, os dois métodos geraram curvas idênticas, com valores de deslocamento muito próximos.

Nota-se que a diferença entre deslocamento inicial e final aumenta conforme o andar analisado. Em percentual, há uma diferença média de 21,3% em cada andar,

nos dois métodos, analisando os deslocamentos de segunda ordem em relação aos de primeira ordem.

A tabela 4 apresenta os deslocamentos no topo do pórtico além da diferença percentual entre as respostas dos métodos P-Delta em relação ao SAP2000.

**Tabela 4 – Deslocamento no topo (PM8)**

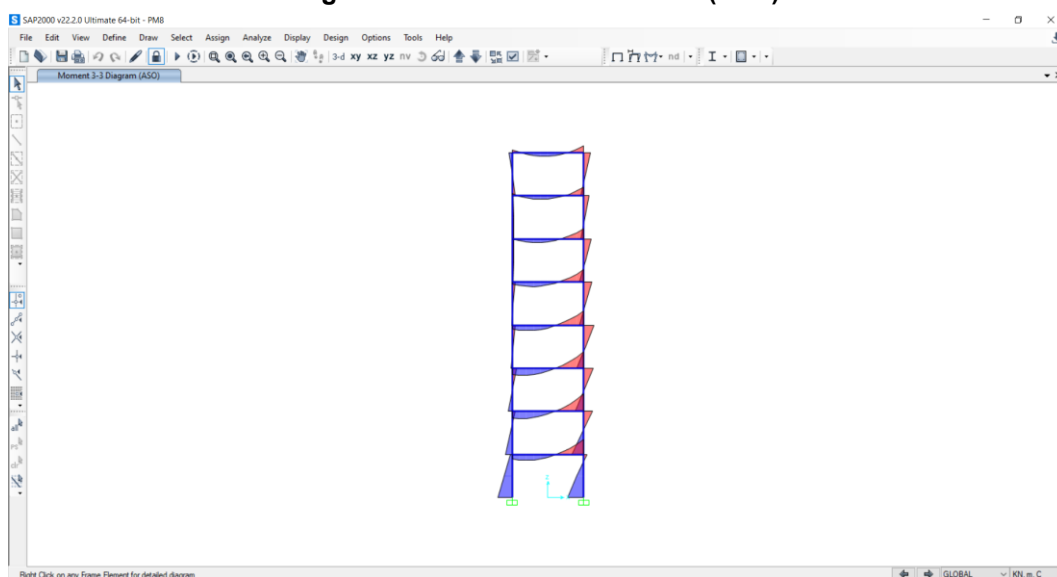
Método	Deslocamento (m)	Diferença (%)
MCLF	0,3581	-0,31
MCGI	0,3579	-0,36
SAP2000	0,3592	--

**Fonte: Autoria própria (2022)**

Observa-se que a diferença dos deslocamentos é em milímetros, representando um percentual negativo de 0,31% e 0,36% comparando as respostas do MCLF e MCGI, respectivamente, com o software MEF.

A figura 13 mostra o gráfico de momentos do pórtico, fornecido pelo SAP2000.

**Figura 13 – Momentos SAP2000 (PM8)**



**Fonte: Autoria própria (2022)**

A tabela 5 mostra o comparativo de momentos na base do pilar esquerdo.

Mais uma vez, analisando a tabela, a diferença absoluta é menor do que 1%. A diferença maior se dá no resultado do MCLF, que é 0,69% menor que a resposta do SAP2000.

Tabela 5 – Momentos na base (PM8)

Método	Momento (kNm)	Diferença (%)
MCLF	244,4	-0,69
MCGI	245,0	-0,45
SAP2000	246,1	--

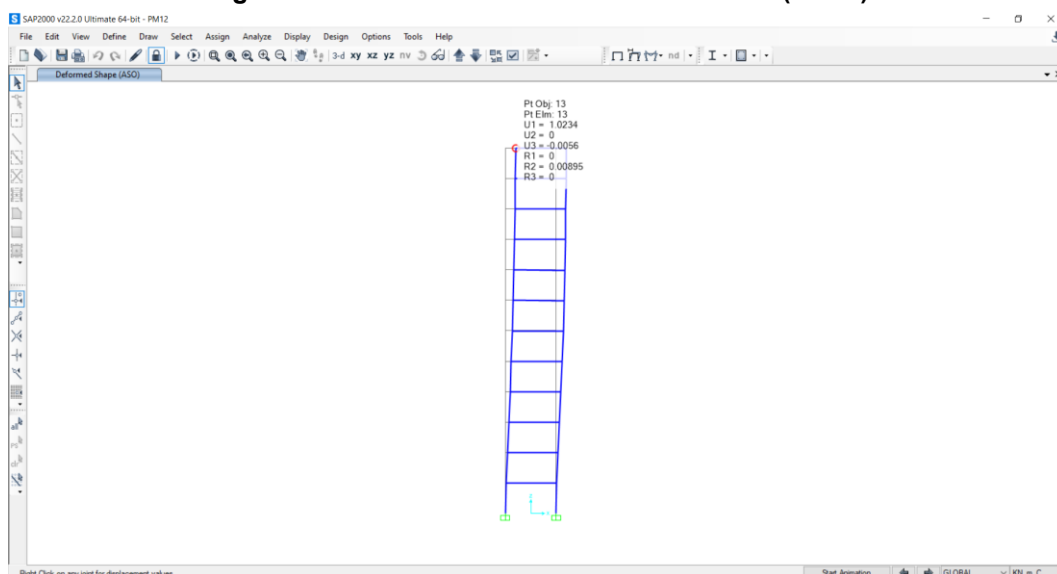
Fonte: Autoria própria (2022)

### 4.3 Pórtico Modelo de 12 pavimentos (PM12)

Para o PM12 obteve-se um  $\gamma_z = 1,359$ , o que classifica a estrutura em nós móveis e que a norma orienta a utilização de métodos mais robustos para análise estrutural.

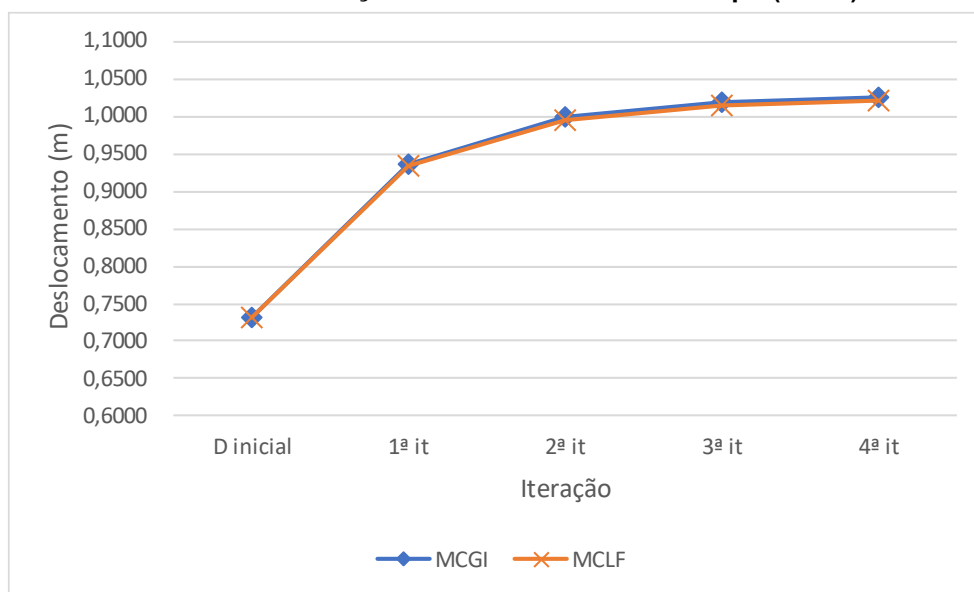
A figura 14 mostra a estrutura deslocada no SAP2000. Na figura,  $U1$  representa o valor do deslocamento horizontal no topo.

Figura 14 – Estrutura deslocada no SAP2000 (PM12)



Fonte: Autoria própria (2022)

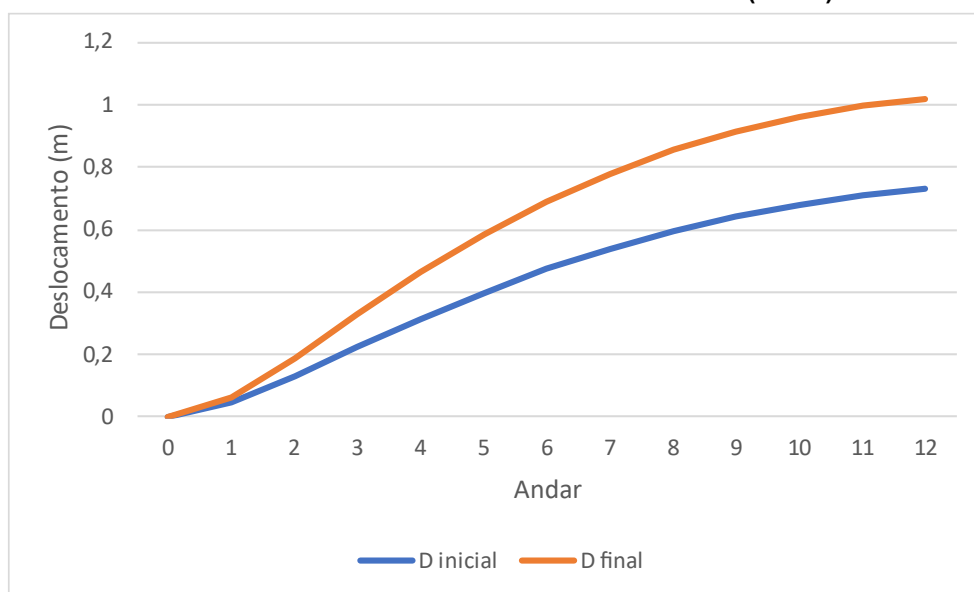
O gráfico 7 apresenta o valor dos deslocamentos em cada iteração pelos dois métodos P-Delta. Assim como no exemplo anterior, as curvas se sobrepõem quase que totalmente.

**Gráfico 7 – Evolução dos deslocamentos no topo (PM12)**

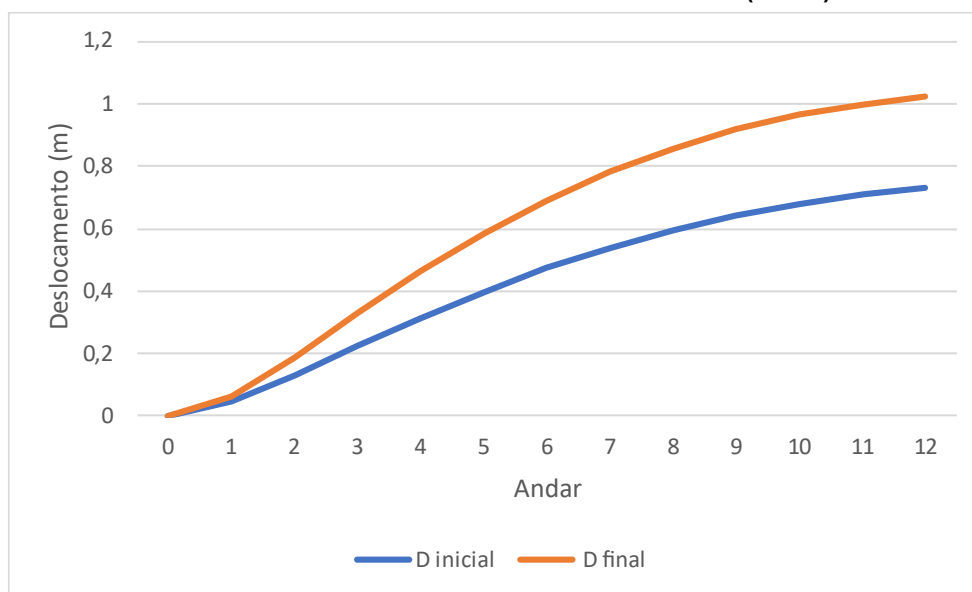
Fonte: Autoria própria (2022)

Neste pórtico cerca de 70% dos deslocamentos de segunda ordem são obtidos na primeira iteração, e são necessárias quatro iterações para atingir o critério de parada.

Os gráficos 8 e 9 mostram os deslocamentos horizontais de primeira e segunda ordem totais em cada pavimento pelo MCLF e MCGI, respectivamente.

**Gráfico 8 – Deslocamento inicial x final MCLF (PM12)**

Fonte: Autoria própria (2022)

**Gráfico 9 – Deslocamento inicial x final MCGI (PM12)**

**Fonte: Autoria própria (2022)**

Observa-se que os métodos iterativos, novamente, geraram valores de deslocamento muito próximos.

A diferença entre deslocamento inicial e final, em percentual médio, é de 43,1% no MCGI e 42,8% no MCLF, analisando os deslocamentos de segunda ordem em relação aos de primeira ordem.

A tabela 6 mostra os deslocamentos laterais no topo do pórtico e a diferença percentual entre as respostas dos métodos iterativos em relação ao SAP2000.

**Tabela 6 – Deslocamento no topo (PM12)**

Método	Deslocamento (m)	Diferença (%)
MCLF	1,0208	-0,25
MCGI	1,0248	0,14
SAP2000	1,0234	--

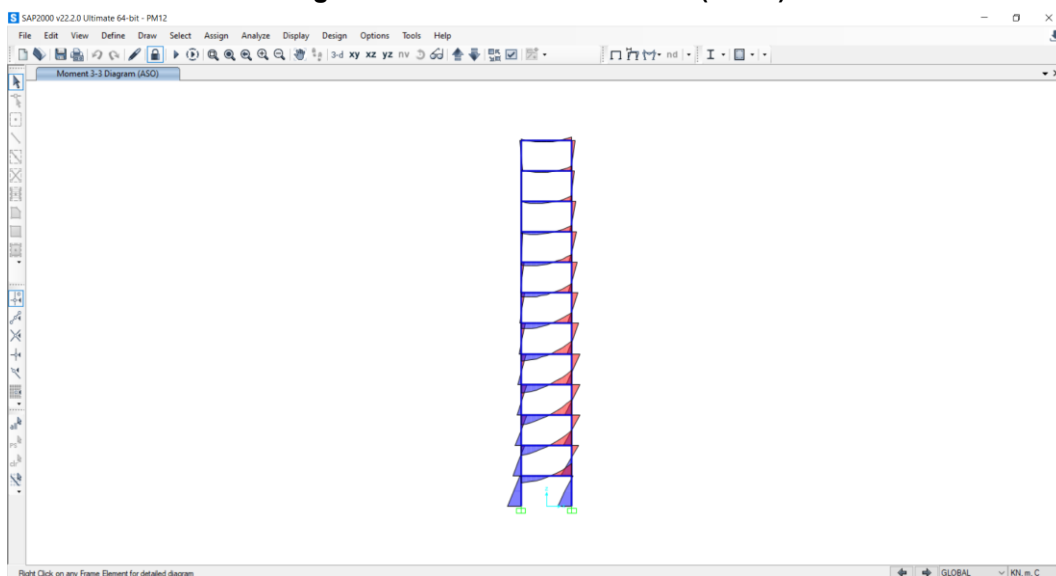
**Fonte: Autoria própria (2022)**

Como apresenta a tabela 6, a maior diferença ocorre no deslocamento encontrado no MCLF, sendo 0,25% menor que o deslocamento obtido no software.

A figura 15 mostra o gráfico dos momentos no pórtico, fornecido pelo SAP2000.

A tabela 7 apresenta o momento na base do pilar esquerdo do pórtico obtido por cada método, e a diferença percentual em relação à resposta do SAP2000.

**Figura 15 – Momentos SAP2000 (PM12)**



**Fonte: Autoria própria (2022)**

**Tabela 7 – Momentos na base (PM12)**

<b>Método</b>	<b>Momento (kNm)</b>	<b>Diferença (%)</b>
MCLF	438,5	-2,12
MCGI	441,2	-1,52
SAP2000	448	--

**Fonte: Autoria própria (2022)**

Nesta comparação as diferenças são maiores, chegando a ultrapassar 2%. Na comparação com o momento fornecido pelo SAP2000, através do MCLF o momento obtido é 2,12% menor, e pelo MCGI, 1,52% menor.



## 5 CONCLUSÃO

Com o desenvolvimento dos exemplos observou-se a forma como os métodos iterativos analisam os efeitos de segunda ordem. Em ambos os métodos se nota a convergência dos deslocamentos, em apenas três iterações no PM4 e PM8 e de quatro iterações no PM12.

Comparando os deslocamentos totais finais no topo dos pórticos, a maior diferença foi de 1,29% menor do que o deslocamento obtido com o software SAP2000.

Analisando os momentos, os métodos se mostraram bastante eficientes na consideração dos efeitos de segunda ordem em pórticos com  $\gamma_z < 1,3$ , apresentando diferenças nos resultados, frente ao SAP2000, menores que 1%. No pórtico com  $\gamma_z > 1,3$ , essa diferença ultrapassou 2%. Ainda assim, por se tratar de métodos aproximados, esta diferença é aceitável.

Em relação as respostas do software MEF, o método da carga lateral fictícia apresenta diferenças ligeiramente maiores que o método da carga de gravidade iterativa, contudo, ambos obtiveram um desempenho satisfatório.

Por outro lado, no desenvolvimento dos métodos, com as planilhas de cálculos desenvolvidas, o MCLF se mostrou menos trabalhoso, uma vez que não era necessário alterar a geometria da estrutura a cada iteração. Os cálculos eram resolvidos por planilhas do Excel (MICROSOFT, 2019) e a alteração do modelo era feita apenas nas forças laterais aplicadas na estrutura.

Já para o MCGI utilizou-se uma planilha mais simples, com menos processos de cálculo, porém a cada iteração era necessária a remodelagem da coluna fictícia anexada à estrutura.

Para facilitar o processo iterativo, ambos métodos poderiam ser desenvolvidos em linguagem de programação simples.

Portanto, conclui-se que, devido ao bom desempenho dos métodos P-Delta na consideração dos efeitos de segunda ordem, tais métodos podem ser utilizados na análise da estabilidade global de pórticos planos, sendo mecanismos que podem ser utilizados tanto por acadêmicos quanto profissionais do ramo da engenharia civil.

Como sugestão, caberia um estudo para avaliação de tais métodos em estruturas tridimensionais, verificando a possibilidade de sua utilização, abrangendo assim, problemas mais complexos de estabilidade estrutural.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

AZAMBUJA, F. P. **Análise dos efeitos de segunda ordem em pórticos planos**. 2015. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Comunitária da Região de Chapecó, Chapecó, 2015.

BANKI, A. L. **Estudo sobre a inclusão da não linearidade geométrica em projetos de edifícios**. 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.

BENTO, M. H. C.; SIMÕES, Y. S. Estudo sobre a estabilidade global de um edifício de concreto armado. **60º Congresso Brasileiro do Concreto**. 2018. Foz do Iguaçu: IBRACON, 2018.

BUENO, M. M. E. **Avaliação dos parâmetros de instabilidade global em estruturas de concreto armado**. 2009. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção civil) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

CSI. SAP2000 v22.2.0 for Windows. 2022. CD-ROM.

FEITOSA, L. A. **Estudo da estabilidade global de edifícios de múltiplos andares com lajes lisas**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

FONTES, F. F. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

GAIOTTI, R.; SMITH, B. S. P-Delta Analysis of Building Structures. **Journal of Structural Engineering**, Montreal, v. 115, n. 4, p. 755-770, 1 abr. 1989.

IGLESIA, S. M. **O efeito P-Delta nas estruturas de edifícios**. AltoQi, 2016. Ebook. Disponível em: <https://maisengenharia.altoqi.com.br/wp-content/uploads/2016/08/Ebook-O-Efeito-P-Delta.pdf>. Acesso em: 30 out. 2021.

KHELIFA, M.; et al. Finite element analysis of flexural strengthening of timber beams with Carbon Fibre-Reinforced Polymers. **Engineering Structures**. v. 101, p. 364-375, 15 out. 2015.

LACERDA, E. G. M. **Análise não linear de treliças pelo método dos elementos finitos posicional**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

LIMA, J. S. **Verificações da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto**: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas. 2001.

Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

LOPES, A. P.; et al. Estudo sobre diferentes métodos de análise p-delta. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, Brasília, n. 7, p. 9-19, 1 set. 2005.

MASTAN2. Versão 3.5.4. Disponível em: <http://www.mastan2.com/download.html>. Acesso em: 30 out. 2021.

MICROSOFT. Excel for Windows. Microsoft Corporation, 2019. CD-ROM.

MIRLISENNA, G. Método dos Elementos Finitos: o que é? **Blog ESSS**. 22 jan. 2016. Disponível em: <https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e/>. Acesso em: 16 dez. 2021.

MONCAYO, W. J. Z. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

NETTO, N. O. **Análise da influência da posição em planta de pilares-parede nos coeficientes de estabilidade**. 2018. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2018.

PINTO, R. S. **Não linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

SILVA, M. F. D. S. et al. Um método simplificado para análise não linear geométrica no Ftool. **XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**. 2016. Brasília: ABMEC, 2016.

SMITH, B. S.; GAIOTTI, R. Iterative Gravity Load Method for P-Delta Analysis. **Journal of Structural Engineering**, Montreal, v. 88, n. 4, jun. 1988.

TECGRAF. Ftool: Two-Dimensional Frame Analysis Tool. Versão 4.00. Tecgraf/PUC-Rio, 2018. Disponível em: <https://www.ftool.com.br/Ftool/user/download>. Acesso em: 30 out. 2021.

WEISS, D.; FAKHYE, R. J. M. Avaliação do desempenho de métodos de análise p-delta em problemas de estabilidade de pórticos planos. **XXVI Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica**. 2021. Guarapuava: UTFPR, 2021.