

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**ELAINE HELENA CAMBRUZZI**

**AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO NOS LIVROS  
DIDÁTICOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA SEGUNDO A TEORIA DOS REGISTROS  
DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL**

**PATO BRANCO**

**2022**

**ELAINE HELENA CAMBRUZZI**

**AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DE DISPERSÃO NOS LIVROS  
DIDÁTICOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA SEGUNDO A TEORIA DOS REGISTROS  
DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL**

**The measures of central tendency and dispersion in basic education textbooks according  
to Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado  
como requisito para obtenção do título de Licenciado em  
Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do  
Paraná (UTFPR).

Orientadora: Cleonis Viater Figueira

**PATO BRANCO**

**2022**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**ELAINE HELENA CAMBRUZZI**

**AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL E DISPERSÃO NOS LIVROS  
DIDÁTICOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA SEGUNDO A TEORIA DOS REGISTROS  
DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado  
como requisito para obtenção do título de Licenciado em  
Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do  
Paraná (UTFPR).

Data de aprovação:

---

Cleonis Viater Figueira (Presidente da Banca)  
Doutora em Matemática  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Pato Branco

---

Janecler Aparecida Amorin Colombo  
Doutora em Educação Científica e Tecnológica  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Pato Branco

---

Silvana Matucheski  
Doutora em Educação Matemática  
Instituto Federal do Paraná - Campus Avançado Quedas do Iguaçu

**PATO BRANCO, PARANÁ**

**2022**

Dedico este trabalho à minha família, por me ensinar que a  
força vem da união.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a minha família, por estar sempre ao meu lado, me dando forças, encorajamento e todos os meios possíveis para realizar este trabalho.

Agradeço também a Escola de Educação Básica Santa Lúcia no município de Novo Horizonte em Santa Catarina, por ser a fonte de inspiração do meu eu enquanto futura professora e por disponibilizar os livros didáticos das séries dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Agradeço especialmente à minha orientadora a Prof. Dra. Cleonis Viater Figueira, que me guiou no desenvolvimento deste TCC, com dicas, sugestões e todo auxílio de que precisei.

Agradeço também a Deus, pois foi por meio da fé Nele que consegui superar os desafios e tristezas que por ventura atravessaram o meu caminho nesses pouco mais de quatro anos de faculdade.

Por fim, agradeço a minha companheira inseparável, a minha irmã, e acadêmica do curso de Letras, Érica Julia Cambuzzi. Não posso expressar em palavras o nosso companheirismo.

Não é possível estudar os fenômenos  
relativos ao conhecimento sem  
se recorrer à noção de  
representação.  
(DUVAL, 2009)

## RESUMO

O presente trabalho se insere no âmbito da educação matemática e tem como objetivo geral analisar como o tema “medidas de tendência central e de dispersão” é abordado nos livros didáticos utilizados na Escola de Educação Básica Santa Lúcia no município de Novo Horizonte em Santa Catarina, no âmbito dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, e como essa abordagem se relaciona com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Para dar conta do objetivo geral foram traçados alguns objetivos específicos: i) identificar as abordagens desenvolvidas nos livros didáticos sobre medidas de tendência central e de dispersão, considerando tanto definições, teoremas e explicações quanto exemplos, problemas e exercícios; ii) analisar, com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, as representações das medidas de tendência central e de dispersão apresentadas nos livros didáticos. Para dar suporte à análise dos dados coletados nos livros didáticos, foi realizada uma investigação através de pesquisa exploratória e bibliográfica, sendo feita a busca de artigos e livros nos portais Google Acadêmico e Minha Biblioteca. O estudo teve caráter qualitativo, analisando e descrevendo a relação entre o modo como as medidas de tendência central e de dispersão são apresentadas nos livros didáticos dos diferentes níveis de ensino da educação básica e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. A partir da análise realizada neste estudo, percebeu-se que, apesar de importantes, os registros de representação e operações cognitivas (elementos abordados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval) não são empregados de forma satisfatória nos livros didáticos analisados, o que pode, conseqüentemente, prejudicar o entendimento dos conteúdos por parte dos alunos.

Palavras-chave: registros de representação semiótica; operações cognitivas; medidas de tendência central e medidas de dispersão; livro didático.

## ABSTRACT

The present work falls within the scope of mathematics education and its general objective is to analyze how the theme “measures of central tendency and dispersion” is approached in the textbooks used in the *Escola de Educação Básica Santa Lúcia* (Santa Lúcia Basic Education School) in the municipality of Novo Horizonte in Santa Catarina, in the context of the Final Years of Elementary School and High School, and how this approach relates to Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation. To meet the general objective, some specific objectives were outlined: i) to identify the approaches developed in the textbooks on measures of central tendency and dispersion, considering definitions, theorems and explanations as well as examples, problems and exercises; ii) to analyze, based on Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation, the representations of measures of central tendency and of dispersion presented in the textbooks. To support the analysis of the data collected in the textbooks, an investigation was carried out through exploratory and bibliographic research, with the search for articles and books in the Google Scholar and My Library portals. The study had a qualitative character, analyzing and describing the relationship between the way in which measures of central tendency and dispersion are presented in textbooks of different levels of education of the basic education and Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation. From the analysis carried out in this study, it was noticed that, despite being important, the registers of representation and cognitive operations (elements covered in Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation) are not used satisfactorily in the analyzed textbooks, which can, consequently, impair the students' understanding of the content.

Keywords: registers of semiotic representation; cognitive operations; measures of central tendency and measures of dispersion; textbook.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Captura de tela da definição de média aritmética trazida no livro didático do 7º ano.....	30
Figura 2 - Captura de tela da definição de média ponderada trazida no livro didático do 7º ano.....	31
Figura 3 - Captura de tela do 1º exemplo exposto no livro didático do 7º ano.....	32
Figura 4 - Captura de tela do 2º exemplo exposto no livro didático do 7º ano.....	33
Figura 5 - Captura de tela do 3º exemplo exposto no livro didático do 7º ano.....	34
Figura 6 - Captura de tela do exercício 1 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano.....	35
Figura 7 - Captura de tela do exercício 3 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano.....	36
Figura 8 - Captura de tela do exercício 5 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano.....	36
Figura 9 - Captura de tela do exercício 1 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano.....	37
Figura 10 - Captura de tela do exercício 2 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano.....	38
Figura 11 - Captura de tela do exercício 4 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano.....	39
Figura 12 - Captura de tela do exercício 5 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano.....	40
Figura 13 - Captura de tela do exercício 2 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano.....	41
Figura 14 - Captura de tela do exercício 4 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano.....	41
Figura 15 - Captura de tela do exercício 3 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano.....	42
Figura 16 - Captura de tela do exercício 6 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano.....	43
Figura 17 - Captura de tela do exercício 6 de média aritmética apresentado no livro didático	

do 7º ano.....	44
Figura 18 - Captura de tela do exercício 7 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano.....	45
Figura 19 - Captura de tela da definição de média trazida no livro didático do 8º ano.....	48
Figura 20 - Captura de tela da definição de mediana trazida no livro didático do 8º ano.....	48
Figura 21 - Captura de tela da definição de moda trazida no livro didático do 8º ano.....	48
Figura 22 - Captura de tela da definição de amplitude trazida no livro didático do 8º ano.....	48
Figura 23 - Captura de tela da definição de dispersão trazida no livro didático do 8º ano.....	49
Figura 24 - Captura de tela do 1º exemplo exposto no livro didático do 8º ano.....	50
Figura 25 - Captura de tela do 2º exemplo exposto no livro didático do 8º ano.....	51
Figura 26 - Captura de tela do 3º exemplo exposto no livro didático do 8º ano.....	52
Figura 27 - Captura de tela do 4º exemplo exposto no livro didático do 8º ano.....	53
Figura 28 - Captura de tela do 5º exemplo exposto no livro didático do 8º ano.....	54
Figura 29 - Captura de tela do 6º exemplo exposto no livro didático do 8º ano.....	55
Figura 30 - Captura de tela do 7º exemplo exposto no livro didático do 8º ano.....	56
Figura 31 - Captura de tela do exercício 1 apresentado no livro didático do 8ºano.....	58
Figura 32 - Captura de tela do exercício 6 apresentado no livro didático do 8º ano.....	58
Figura 33 - Captura de tela do exercício 1 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano.....	59
Figura 34 - Captura de tela do exercício 2 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano.....	60
Figura 35 - Captura de tela do exercício 3 apresentado no livro didático do 8º ano.....	61
Figura 36 - Captura de tela do exercício 7 apresentado no livro didático do 8º ano.....	62
Figura 37 - Captura de tela do exercício 4 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano.....	63
Figura 38 - Captura de tela do exercício 6 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano.....	63
Figura 39 - Captura de tela do exercício 3 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano.....	65
Figura 40 - Captura de tela do exercício 2 apresentado no livro didático do 8º ano.....	65
Figura 41 - Captura de tela do exercício 5 apresentado no livro didático do 8º ano.....	66
Figura 42 - Captura de tela do exercício 4 apresentado no livro didático do 8º ano.....	67

Figura 43 - Captura de tela do exercício 6 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano.....	68
Figura 44 - Captura de tela do exercício 1 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano.....	69
Figura 45 - Captura de tela do exercício 2 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano.....	69
Figura 46 - Captura de tela do exercício 3 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano.....	70
Figura 47 - Captura de tela do exercício 4 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano.....	70
Figura 48 - Captura de tela do exercício 5 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano.....	72
Figura 49 - Captura de tela do exercício 6 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano.....	72
Figura 50 - Captura de tela da parte de elaboração de uma pesquisa proposta no livro didático do 8º ano.....	74
Figura 51 - Captura de tela do exercício 3 de média apresentado no livro didático do 9º ano.....	78
Figura 52 - Captura de tela do exercício 15 de média apresentado no livro didático do 9º ano.....	79
Figura 53 - Captura de tela de efetuando pesquisas exposto no livro didático do 9º ano.....	80
Figura 54 - Captura de tela da definição de média aritmética trazida no livro didático da 3ª série.....	84
Figura 55 - Captura de tela da definição de média ponderada trazida no livro didático da 3ª série.....	84
Figura 56 - Captura de tela da definição de moda trazida no livro didático da 3ª série.....	85
Figura 57 - Captura de tela da definição de mediana trazida no livro didático da 3ª série.....	85
Figura 58 - Captura de tela do exemplo 1 de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série.....	87
Figura 59 - Captura de tela do exemplo 2 de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série.....	88
Figura 60 - Captura de tela do exemplo 3 de medidas de tendência central exposto no livro	

didático da 3ª série.....	89
Figura 61 - Captura de tela do exemplo 4 de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série.....	90
Figura 62 - Captura de tela do exemplo 5 de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série.....	90
Figura 63 - Captura de tela do exemplo 6 de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série.....	91
Figura 64 - Captura de tela da atividade resolvida R1 de medidas de tendência central exposta no livro didático da 3ª série.....	92
Figura 65 - Captura de tela da atividade resolvida R2 de medidas de tendência central exposta no livro didático da 3ª série.....	93
Figura 66 - captura de tela da atividade resolvida R3 de medidas de tendência central exposta no livro didático da 3ª série.....	95
Figura 67 - Captura de tela do 2º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série.....	96
Figura 68 - Captura de tela do 4º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série.....	98
Figura 69 - Captura de tela do 5º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série.....	99
Figura 70 - Captura de tela do 7º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série.....	100
Figura 71 - Captura de tela do 1º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série.....	101
Figura 72 - Captura de tela do 3º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série.....	102
Figura 73 - Captura de tela do 6º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série.....	103
Figura 74 - Captura de tela da definição de desvio médio trazida no livro didático da 3ª série.....	104
Figura 75 - Captura de tela da definição de variância trazida no livro didático da 3ª série...	105
Figura 76 - Captura de tela da definição de desvio padrão trazida no livro didático da 3ª série.....	105

Figura 77 - Captura de tela dos exemplos 1 e 2 de medidas de dispersão exposto no livro didático da 3ª série.....	106
Figura 78 - Captura de tela do exemplo 3 de medidas de dispersão exposto no livro didático da 3ª série.....	107
Figura 79 - Captura de tela do exemplo 4 de medidas de dispersão exposto no livro didático da 3ª série.....	108
Figura 80 - Captura de tela do exemplo 5 de medidas de dispersão exposto no livro didático da 3ª série.....	109
Figura 81 - Captura de tela da atividade resolvida R4 de medidas de dispersão exposta no livro didático da 3ª série.....	110
Figura 82 - Captura de tela do 6º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série.....	112
Figura 83 - Captura de tela do 2º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série.....	113
Figura 84 - Captura de tela do 4º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série.....	114
Figura 85 - Captura de tela do 1º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série.....	116
Figura 86 - Captura de tela do 3º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série.....	117
Figura 87 - Captura de tela do 6º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série.....	118

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Informações, referentes aos registros de representação, obtidas a partir da análise do livro didático do 7º ano.....	29
Quadro 2 - Informações, referentes às operações cognitivas, obtidas a partir da análise do livro didático do 7º ano.....	30
Quadro 3 - Informações, referentes aos registros de representação, obtidas a partir da análise do livro didático do 8º ano.....	47
Quadro 4 - Informações, referentes às operações cognitivas, obtidas a partir da análise do livro didático do 8º ano.....	47
Quadro 5 - Informações, referentes aos registros de representação, obtidas a partir da análise do livro didático do 9º ano.....	77
Quadro 6 - Informações, referentes às operações cognitivas, obtidas a partir da análise do livro didático do 9º ano.....	77
Quadro 7 - Informações, referentes aos registros de representação, obtidas a partir da análise do livro didático da 3ª série.....	83
Quadro 8 - Informações, referentes às operações cognitivas, obtidas a partir da análise do livro didático da 3ª série.....	83

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>16</b>
<b>2.1 Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval - TRRS</b>	<b>16</b>
<b>2.2 Medidas de tendência central e de dispersão</b>	<b>19</b>
<b>2.3 Análise do livro didático</b>	<b>21</b>
<b>2.4 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)</b>	<b>21</b>
<b>3 METODOLOGIA DA PESQUISA</b>	<b>24</b>
<b>3.1 Questão investigativa</b>	<b>24</b>
<b>3.2 Objetivos</b>	<b>25</b>
3.2.1 Objetivo geral	25
3.2.2 Objetivos específicos	25
<b>3.3 Fonte dos dados</b>	<b>25</b>
<b>3.4 Procedimentos de coleta, tratamento e análise dos dados</b>	<b>26</b>
<b>4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS</b>	<b>28</b>
<b>4.1 Anos finais do ensino fundamental</b>	<b>28</b>
4.1.1 7º ano	28
<u>4.1.1.1 Etapa de exposição dos objetos de conhecimento</u>	<u>29</u>
<u>4.1.1.2 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exemplos</u>	<u>30</u>
<u>4.1.1.3 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios</u>	<u>34</u>
<u>4.1.1.4 Medidas de tendência central e de dispersão no livro didático do 7º ano</u>	<u>44</u>
4.1.2 8º ano	45
<u>4.1.2.1 Etapa de exposição dos objetos de conhecimento</u>	<u>46</u>
<u>4.1.2.2 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exemplos</u>	<u>48</u>
<u>4.1.2.3 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios</u>	<u>56</u>
<u>4.1.2.4 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: elaboração de pesquisa</u>	<u>72</u>
<u>4.1.2.5 Medidas de tendência central e de dispersão no livro didático do 8º ano</u>	<u>74</u>
4.1.3 9º ano	76
<u>4.1.3.1 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios</u>	<u>76</u>
<u>4.1.3.2 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: efetuando pesquisas</u>	<u>79</u>
<u>4.1.3.3 Medidas de tendência central e de dispersão no livro didático do 9º ano</u>	<u>80</u>

<b>4.2 Ensino médio</b>	<b>81</b>
4.2.1 3ª série	82
<u>4.2.1.1 Medidas de tendência central</u>	<u>83</u>
4.2.1.1.1 <i>Etapa de exposição dos objetos de conhecimento</i>	83
4.2.1.1.2 <i>Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exemplos</i>	85
4.2.1.1.3 <i>Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: atividades resolvidas</i>	91
4.2.1.1.4 <i>Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios</i>	95
<u>4.2.1.2 Medidas de dispersão</u>	<u>103</u>
4.2.1.2.1 <i>Etapa de exposição dos objetos de conhecimento</i>	103
4.2.1.2.2 <i>Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exemplos</i>	105
4.2.1.2.3 <i>Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: atividade resolvida</i>	108
4.2.1.2.4 <i>Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios</i>	110
<u>4.2.1.3 Medidas de tendência central e de dispersão no livro didático da 3ª série</u>	<u>118</u>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>120</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>123</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa se encontra no âmbito da Educação Matemática, tendo como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval - neste trabalho será utilizada a sigla TRRSD para referir-se a esta teoria, a qual indica que, para se melhor entender um objeto matemático, é necessário e imprescindível fazer-se o uso de diferentes representações desse mesmo objeto. Particularmente, esta pesquisa se concentra nas operações cognitivas de tratamento e de conversão, as quais integram a referida teoria. A primeira operação, a de tratamento, acontece internamente a um sistema de representação, ou seja, é interna a um registro. Já a segunda, a de conversão, ocorre quando há a transformação de um registro em outro, ou seja, é uma transformação externa.

Ao longo da “caminhada” acadêmica na educação básica e no cotidiano das pessoas, é comum a utilização das medidas de tendência central (como média, moda e mediana) e das medidas de dispersão (como amplitude, desvio médio, desvio padrão e variância). Logo, estas medidas estatísticas devem ser satisfatoriamente aprendidas pelos alunos, para tanto, é preciso propiciar meios para que estes entendam, manipulem e compreendam os processos envolvidos na utilização do conteúdo. Por esses motivos, é preciso levar em consideração como essas medidas estatísticas são apresentadas e representadas nas seções de exposição e manipulação dos objetos de conhecimento no livro didático.

Em vista disso, o objetivo geral deste trabalho é analisar como são abordadas as medidas de tendência central e de dispersão nos livros didáticos utilizados na Escola de Educação Básica Santa Lúcia no município de Novo Horizonte em Santa Catarina, no âmbito dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, e como essa abordagem se relaciona com a TRRSD. Para dar conta do objetivo geral foram traçados alguns objetivos específicos: i) identificar as abordagens desenvolvidas nos livros didáticos sobre medidas de tendência central e de dispersão, considerando tanto definições, teoremas e explicações quanto exemplos, problemas e exercícios; ii) analisar, a partir da TRRSD, as representações das medidas de tendência central e de dispersão apresentadas nos livros didáticos em questão.

Para cumprir esses objetivos, foi realizada uma investigação através de pesquisa bibliográfica, sendo feita a busca de artigos e livros nos portais Google Acadêmico e Minha Biblioteca e para a produção dos dados foram utilizados os livros didáticos da escola citada anteriormente.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

As medidas de tendência central e de dispersão estão presentes nos diferentes níveis de ensino, mas isso não significa que os alunos assimilam estes conteúdos completamente ou da melhor forma. Mais comumente, estes assuntos são expostos por meio dos livros didáticos, os quais, nem sempre atendem as demandas necessárias para os diferentes tipos de alunos e a forma com que eles aprendem.

Levando isso em conta, deve-se refletir como esses conteúdos, medidas de tendência central e de dispersão, são apresentados nos livros didáticos utilizados por esses alunos. Isso vem ao encontro da TRRS (DUVAL, 2013; DUVAL, 2012; DUVAL, 2009; COLOMBO, 2008), na qual é evidenciada a importância do uso de diferentes representações semióticas de um mesmo objeto matemático.

### 2.1 Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval - TRRS

“Não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação.” (DUVAL, 2009, p.29). Segundo o autor, é necessário ponderar sobre as duas faces da atividade matemática, para, assim, assimilar o efeito das particularidades dessa ciência no desenvolvimento da compreensão na aprendizagem.

Uma dessas faces, a face exposta da atividade matemática:

[...] corresponde aos objetos matemáticos (números, funções, equações, polígonos, poliedros, etc.), às suas propriedades, às fórmulas e algoritmos as quais eles dão origens, às demonstrações. O ensino se faz no quadro institucional da escolha de certos conhecimentos de base desses objetos que todos os alunos devem ter adquirido ao término do currículo. Esses conhecimentos de base são decompostos em uma sequência de conteúdos pré-requisitos, cujas aprendizagens são distribuídas ao longo de vários anos. Em suas aulas, os professores têm como objetivo anual vários conteúdos matemáticos que são conteúdos pré-requisitos para o ano seguinte. (DUVAL, 2013, p. 17).

Enquanto a outra, a face oculta:

[...] corresponde aos gestos intelectuais que constituem o caráter cognitivo e epistemológico específicos da matemática. [...] Ela se manifesta indiretamente, por meio de bloqueios ou erros recorrentes, a partir do momento em que solicitamos a resolução de problemas [...] E, evidentemente, o não reconhecimento de um mesmo objeto em duas escritas diferentes, é o sintoma frequente que, muitas vezes, passa despercebido, ou é considerado como uma incompreensão do conceito a ser utilizado. (DUVAL, 2013, p. 17, 18).

A partir do exposto, fica evidente que essas faces da atividade matemática estão presentes no ato de ensinar e aprender matemática. Isso se deve ao fato de que, de certa

forma, podemos compreender a face exposta como a parte sistemática da atividade matemática, o que, o quando e quais os conteúdos que devem ser ensinados, e a face oculta compreende o cognitivo, como esses conteúdos estão sendo aprendidos e as dificuldades apresentadas pelos alunos.

Ademais, de acordo com Duval (2013), a TRRSO corresponde à face oculta, onde busca-se entender e modelar o comportamento semio-cognitivo implícito ao pensamento matemático, sendo que, sem a evolução deste, não é possível compreender e coordenar uma atividade matemática.

Com isso em mente, verifica-se que, ao longo do ensino e aprendizado dos diferentes conteúdos e objetos matemáticos, são mobilizadas diferentes representações, as quais se adequam e correspondem a cada situação. Entretanto, “[...] os objetos matemáticos não devem ser jamais confundidos com a representação que se faz deles.” (DUVAL, 2012, p. 268). E, ainda, “A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão da matemática.” (DUVAL, 2012, p. 268). Isto é, além de conhecer as representações é preciso compreender o que concerne ao objeto matemático e o que concerne à representação desse objeto, em outras palavras, é necessário reconhecer e diferenciar o que é o objeto matemático em si e o que é a representação desse objeto.

Ademais, cabe salientar que essas representações podem ser mentais ou semióticas: “As representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado.” (DUVAL, 2012, p. 269). Enquanto: “As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento.” (DUVAL, 2012, p.269). Essas duas categorias de representações estão comumente presentes no processo de aprendizagem de um novo conteúdo ou objeto matemático, no seu entendimento e, posteriormente, na utilização deste.

No entanto, se tem a concepção equivocada de que as representações semióticas são simplesmente um recurso para exteriorizar as representações mentais com o propósito comunicativo. Mas, ao contrário, estas representações são fundamentais para a atividade cognitiva do pensamento. (DUVAL, 2012).

Ainda, de acordo com Duval (2012), o funcionamento cognitivo do pensamento humano se mostra como uma característica inerente à presença da variedade de registros

semióticos, com isso se evidencia a semiose e a noesis. A primeira se caracteriza como “[...] a apreensão ou a produção de uma representação semiótica.” (DUVAL, 2012, p. 270), enquanto a segunda se configura como “[...] a apreensão conceitual de um objeto.” (DUVAL, 2012, p. 270). E, além disso, “[...] a noesis é inseparável da semiose.” (DUVAL, 2012, p. 270). Isto é, o aprendizado de um objeto matemático está diretamente ligado com a utilização e entendimento da representação semiótica deste objeto.

Em relação a isso, tem-se que:

A aprendizagem da matemática é um campo privilegiado de estudo da ligação entre *semiosis* e *noesis*, ou seja, para que ocorra a apreensão de um objeto matemático é necessário que a *noesis* (conceitualização) ocorra através de significativas *semiosis* (representações). Assim, quanto maior a coordenação de registros de representação diferentes dos mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto. (COLOMBO, 2008, p. 108-109, grifo do autor).

Dessa forma, a TRRSO foi a base para esta pesquisa, com ênfase nas atividades cognitivas relacionadas à semiose. Em relação a estas, segundo Duval (2012), para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, este tem de admitir as três atividades cognitivas ligadas a semiose, sendo estas:

A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado [...]. Essa formação implica seleção de relações e de dados no conteúdo a representar. Esta seleção se faz em função de unidades e de regras de formação que são próprias do registro cognitivo no qual a representação é produto. [...] Essa formação deve respeitar regras [...].

O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro. A paráfrase e a inferência são formas de tratamento em língua natural. O cálculo é uma forma de tratamento próprio das expressões simbólicas [...]. A reconfiguração é um tipo de tratamento particular para as figuras geométricas [...]. A anamorfose é uma forma de tratamento que se aplica a toda representação figural.

A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial. A conservação é uma transformação externa ao registro de início [...]. A ilustração é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. A tradução é a conversão de uma representação linguística numa língua dada, em outra representação linguística de outro tipo de língua. A descrição é a conversão de uma representação não verbal [...] em uma função linguística. (MORETTI, 2012, p. 272).

As atividades cognitivas de tratamento e conversão embasaram a análise dos objetos matemáticos, os conteúdos de medidas de tendência central e de dispersão, que esta pesquisa procurou examinar. Em particular, nas atividades cognitivas empregadas, a operação de tratamento é relacionada “[...] mais à forma do que ao conteúdo, no sentido de que um mesmo objeto matemático pode ter mais de uma representação diferente e, neste caso, apresenta tratamentos também diferenciados com graus de dificuldade diversos.” (COLOMBO, 2008, p.

112), e a operação de conversão propicia a compreensão de “[...] diferentes aspectos de um mesmo objeto, conduzindo aos mecanismos subjacentes à compreensão.” (COLOMBO, 2008, p. 113). Dessa forma, é importante e necessário que as duas operações se façam presentes no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

## 2.2 Medidas de tendência central e de dispersão

A Estatística, bem como as medidas de tendência central e dispersão, estão no currículo dos diferentes níveis de ensino, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Médio. Por isso, algumas medidas-resumo (entende-se como medidas-resumo as medidas de tendência central e dispersão), que são estudadas no Ensino Fundamental – Anos Finais, são revistas no Ensino Médio, sendo que a cada nível subsequente é aprofundado o assunto sobre as medidas-resumo estudadas no nível anterior, além de serem inseridas novas medidas. Desse modo, no Ensino Fundamental e no Ensino Médio podem ser ensinadas, em diferentes graus de dificuldade, as mesmas medidas-resumo.

As medidas de tendência central - média, mediana e moda - são ensinadas em todos os níveis de ensino citados: “Essas medidas são chamadas assim, pois indicam em que lugar a massa de dados tende a se concentrar.” (CAZORLA et al, 2017, p. 67). A seguir, são trazidas as definições dessas medidas segundo Bussab e Morettin (2017, p. 39-40):

A **média aritmética** é a soma das observações dividida pelo número delas.

Se  $x_1, \dots, x_n$  são os  $n$  valores (distintos ou não) da variável  $X$ , a média aritmética, ou simplesmente média, de  $X$  pode ser escrita

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Agora, se tivermos  $n$  observações da variável  $X$ , das quais  $n_1$  são iguais a  $x_1$ ,  $n_2$  são iguais a  $x_2$ , etc.,  $n_k$  iguais a  $x_k$ , então a média de  $X$  pode ser escrita

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

A **mediana** é a realização que ocupa a posição central da série de observações, quando estão em ordem crescente.

Consideremos, agora, as observações ordenadas em ordem crescente. Vamos denotar a menor observação por  $x_{(1)}$ , a segunda por  $x_{(2)}$ , e assim por diante, obtendo-se

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n-1)} \leq x_{(n)}$$

Com essa notação, a mediana da variável  $X$  pode ser definida como

$$md(X) = \begin{cases} x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} & , se\ n\ \acute{e}\ \acute{i}mpar; \\ \frac{x_{\left(\frac{n}{2}\right)} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} & , se\ n\ \acute{e}\ par. \end{cases}$$

A **moda** é definida como a realização mais frequente do conjunto de valores observados.

Em alguns casos, pode haver mais de uma moda, ou seja, a distribuição dos valores pode ser bimodal, trimodal, etc.

As medidas de dispersão - amplitude, desvios, desvio médio, variância e desvio padrão - começam a ser ensinadas nos Anos Finais do Ensino Fundamental, iniciando-se com a amplitude, já no Ensino Médio, todas as medidas de dispersão citadas se fazem presentes. Ainda, cabe salientar que: “As medidas de dispersão tem por objetivo avaliar o quão dispersos estão os valores da variável em torno de suas medidas de tendência central.” (GONÇALVES, 2021, p. 9). A seguir, são trazidas as definições dessas medidas segundo Barbeta, Reis e Bornia (2010, p. 70-71) e Bussab e Morettin (2017, p. 42):

A **amplitude** é a diferença entre o maior e o menor valor de um conjunto de dados. Matematicamente:

$$a = \acute{m}ax. (x_1, x_2, \dots, x_n) - \acute{m}in. (x_1, x_2, \dots, x_n)$$

O **desvio médio** é dado pela média dos valores absolutos dos desvios em relação a média, ou seja, a soma, em módulo, dos desvios dividida pela quantidade de observações:

$$dm = \frac{\sum_{i=1}^n |x_o - \bar{x}|}{n}$$

A **variância** é a média aritmética dos desvios ao quadrado. E, no caso de estarmos trabalhando com uma amostra, devemos calcular a média usando como denominador  $(n - 1)$  ao invés de  $n$ . Dessa forma, definimos a variância de um conjunto de dados pela expressão:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

O **desvio padrão** é a raiz quadrada positiva da variância, o qual é apresentado na mesma unidade de medida dos dados em análise. Assim, o desvio padrão de um conjunto de dados pode ser calculado por:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

### 2.3 Análise do livro didático

Em todos os níveis de ensino estão presentes os livros didáticos, portanto, tem-se que ele é o “[...] principal material utilizado pelo professor no preparo de suas aulas, seu estudo permite, entre outros, certa aproximação com o que é ensinado pelo professor.” (BITTAR, 2017, p. 365-366).

Ainda, segundo Bittar (2017), decorre disso a relevância de se entender o que é proposto no livro didático, principalmente para auxiliar na elaboração de intervenções didáticas com os alunos, uma vez que, independentemente da escolha teórica, é necessário levar em consideração o contexto de ensino. Sobre isso, acrescenta-se que:

Uma análise do livro didático descortina ao pesquisador diversas paisagens que podem ir desde o estudo da cultura escolar em uma dada época à identificação de possíveis razões de dificuldades de aprendizagem e à elaboração de sequências didáticas. Conforme o objetivo da investigação, uma ferramenta teórica pode se mostrar mais pertinente do que a outra. (BITTAR, 2017, p. 366).

Por isso da relevância e utilidade de ser analisado e estudado esse importante instrumento de ensino.

### 2.4 Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) serve de parâmetro para o planejamento das aulas não só de Matemática mas de todos os componentes curriculares que compõem a grade curricular dos alunos da educação básica. Dessa forma, ela, a BNCC, deu o

direcionamento para a designação dos livros didáticos analisados neste trabalho, a partir dos objetos de conhecimento de medidas de tendência central e de dispersão.

As medidas de tendência central e/ou de dispersão começam a ser apresentadas aos alunos da educação básica na etapa dos Anos Finais do Ensino Fundamental, onde se fazem presentes nas turmas do 7º, 8º e 9º anos, na unidade temática Probabilidade e Estatística.

No 7º ano, os objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC referentes às medidas de tendência central e dispersão são, respectivamente:

Estatística: média e amplitude de um conjunto de dados.  
(EF07MA35) Compreender, em contextos significativos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados. (Brasil, 2017).

No 8º ano, os objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC referentes às medidas de tendência central e dispersão são, respectivamente:

Medidas de tendência central e de dispersão.  
(EF08MA25) Obter os valores de medidas de tendência central de uma pesquisa estatística (média, moda e mediana) com a compreensão de seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, indicada pela amplitude. (Brasil, 2017).

No 9º ano, os objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC referentes às medidas de tendência central e dispersão são, respectivamente:

Leitura, interpretação e representação de dados de pesquisa expressos em tabelas de dupla entrada, gráficos de colunas simples e agrupadas, gráficos de barras e de setores e gráficos pictóricos.  
(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central. Planejamento e execução de pesquisa amostral e apresentação de relatório.  
(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas. (Brasil, 2017).

Na etapa do Ensino Médio, as medidas de tendência central e/ou de dispersão se fazem presentes apenas na turma da 3ª série. Na qual as competências e habilidades trazidas na BNCC, referentes a essas medidas, são:

Competência específica 2: Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.  
(EM13MAT202) Planejar e executar pesquisa amostral sobre questões relevantes usando dados coletados diretamente ou em diferentes fontes, e comunicar os resultados por meio de relatório contendo gráficos e interpretações das medidas de tendência central e dispersão (amplitude e desvio padrão), utilizando ou não recursos tecnológicos.



Competência específica 3: Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

(EM13MAT316) Resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, que envolvem cálculo e interpretação das medidas de tendência central (média, moda, mediana) e das medidas de dispersão (amplitude, variância e desvio padrão). (Brasil, 2017).

A partir da verificação da presença do conhecimento matemático ora analisado no documento norteador do ensino brasileiro, percebe-se que este não se faz presente em todo o percurso escolar de um estudante da educação básica.

### 3 METODOLOGIA DA PESQUISA

O presente estudo tem como tema central a forma como as medidas de tendência central e de dispersão são abordadas nos livros didáticos da educação básica e a relação dessa abordagem com a TRRS. Para essa análise, realizou-se uma investigação através de pesquisa exploratória.

Tal investigação fundamentou-se na BNCC, como também em trabalhos científicos e livros que tratam da TRRS, da avaliação do livro didático e de medidas de tendência central e de dispersão, para tal, se fez necessária à pesquisa bibliográfica com o levantamento de dados sendo feito nos portais Google Acadêmico (<https://scholar.google.com.br/?hl=pt>) e Minha Biblioteca (<https://webapp.utfpr.edu.br/bibservices/minhaBiblioteca>). Utilizando como instrumentos de coleta de dados os livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio de uma escola estadual, denominada Escola de Educação Básica Santa Lúcia, do município de Novo Horizonte em Santa Catarina.

Ademais, o presente estudo tem caráter qualitativo, analisando e descrevendo a relação entre o modo como as medidas de tendência central e de dispersão são apresentadas nos diferentes níveis de ensino da educação básica e a TRRS.

#### 3.1 Questão investigativa

As medidas de tendência central e de dispersão, mesmo que não apareçam exatamente com esta nomenclatura, estão comumente presentes nos livros didáticos e, conseqüentemente, no ensino e aprendizagem nas diferentes séries e níveis de ensino, desde o fundamental até o médio, com os níveis de dificuldade correspondentes. Entretanto, mesmo com a ampla exposição desse conteúdo, não é possível afirmar que todos aprendem satisfatoriamente bem e que a forma como ele é apresentado nos materiais didáticos estimula esse aprendizado. Com base nisso, e com o aporte da TRRS, esse estudo busca analisar como essas medidas são apresentadas nos livros didáticos, tendo como problema norteador a seguinte pergunta: Qual a relação entre a forma como as medidas de tendência central e de dispersão são abordadas nos livros didáticos da Escola de Educação Básica Santa Lúcia e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval?

## 3.2 Objetivos

Nesta seção são apresentados os objetivos deste trabalho.

### 3.2.1 Objetivo geral

Analisar como são abordadas as medidas de tendência central e de dispersão nos livros didáticos utilizados na escola Estadual de Educação Básica Santa Lúcia no município de Novo Horizonte em Santa Catarina, no âmbito dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, e como essa abordagem se relaciona com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

### 3.2.2 Objetivos específicos

- Identificar as abordagens desenvolvidas nos livros didáticos sobre medidas de tendência central e de dispersão, considerando tanto definições, teoremas e explicações quanto exemplos, problemas e exercícios.
- Analisar, a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, as representações das medidas de tendência central e de dispersão, apresentadas nos livros didáticos.

## 3.3 Fonte dos dados

Os dados foram extraídos dos livros didáticos utilizados pelos alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio do município de Novo Horizonte, estado de Santa Catarina. Dessa forma, foram utilizados os seguintes livros:

- “Matemática”, 7º ano, de Adilson Longen;
- “Matemática”, 8º ano, de Adilson Longen;
- “Matemática”, 9º ano, de Adilson Longen;
- “Contato matemática”, 3ª série, de Joamir Roberto de Souza e Jacqueline da Silva R. Garcia.

A escolha dessa fonte de dados se deu por conta da importância do livro didático no aprendizado dos alunos, sendo que este muitas vezes é o principal meio de ensino usado pelos professores. Além disso, optou-se pela escolha dos livros didáticos do município de Novo Horizonte para se ter uma visão local da relação do ensino das medidas de tendência central e

de dispersão, por meio dos livros didáticos, com a TRRSD, uma vez que a autora reside nesse município.

### **3.4 Procedimentos de coleta, tratamento e análise dos dados**

Primeiramente foi realizada uma averiguação no documento norteador da educação básica, em nível nacional, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Com isso, identificou-se às séries que apresentam no currículo os conteúdos estatísticos de medidas de tendência central e de dispersão. Assim, determinou-se os livros que seriam analisados, ou seja, a fonte de dados deste trabalho. Além disso, nesta etapa, constatou-se que estas medidas não estão presentes em algumas séries dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Posteriormente, os livros necessários foram escolhidos, sendo que estes foram emprestados pela Escola de Educação Básica Santa Lúcia, uma escola estadual do município de Novo Horizonte em Santa Catarina. No entanto, é importante frisar que o livro didático utilizado para o ensino e aprendizado da Matemática nas turmas da 3ª série do Ensino Médio da referida escola não está em consonância com a BNCC. Isso se deve ao fato do livro em questão ser anterior à BNCC: enquanto o documento foi implementado no ano de 2018, o livro didático citado é datado do ano de 2016.

Em posse dos livros, foi realizada a seleção dos objetos de conhecimento referentes às medidas de tendência central e dispersão presentes em cada um dos livros didáticos, seguida da divisão destes em duas etapas, a etapa de exposição do conteúdo e a etapa de manipulação do conteúdo.

Na sequência, a partir de alguns elementos da TRRSD, foi realizada a análise, por vezes separadamente, como nas definições, ou por agrupamento por semelhanças, como em alguns exercícios.

Na análise, em cada definição, exemplo e exercício, primeiramente realizou-se a identificação do objeto matemático, registro de representação e operações cognitivas utilizadas ou que devem ser utilizadas (no caso dos exercícios). Depois, efetivou-se a análise e discussão do que estava sendo apresentado no livro didático e a sua relação com a TRRSD.

Ao fim da análise do livro didático referente a cada série é exposto um apanhado do que o livro didático traz referente às medidas de tendência central e de dispersão de acordo com a TRRSD. Além disso, é apresentada uma breve discussão voltada para a Matemática

envolvida nas definições expostas no livro didático, e um comparativo entre as competências e habilidades referentes às medidas de tendência central e de dispersão e o que é apresentado no livro didático em questão.

## 4 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

“Basta abrir qualquer manual de matemáticas para constatar, na mesma página, vai-e-vens incessantes entre frases em língua natural, fórmulas literais, expressões em língua formal, figuras geométricas ou gráficos cartesianos.” (DUVAL, 2009, p. 63-64). E isso, evidentemente, acontece nos livros didáticos analisados nesta pesquisa.

Por conta dessa oscilação de registros de representação, os alunos acabam por se confundir sucessivas vezes, o que pode ocasionar dificuldades tanto em entender os objetos de conhecimento e objetos matemáticos quanto mobilizar as representações, tratamentos e conversões necessários ao entendimento e manipulação destes.

Diante disso, este estudo busca evidenciar os registros de representação e as operações cognitivas ligadas aos conteúdos de medidas de tendência central e de dispersão. Sendo que os conteúdos a serem analisados neste trabalho se encontram nos livros didáticos utilizados na Escola de Educação Básica Santa Lúcia do município de Novo Horizonte em Santa Catarina.

### 4.1 Anos finais do ensino fundamental

Após verificação na BNCC, constatou-se que as medidas de tendência central e de dispersão estão previstas no currículo do 7º ano, 8º ano e 9º ano. Desse modo, foram analisados neste trabalho os livros didáticos utilizados nestas séries.

#### 4.1.1 7º ano

A partir dos objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC referentes às medidas de tendência central e de dispersão, no que concerne ao 7º ano, sucedeu-se a seleção dos objetos de conhecimento no livro didático da referida série e, em seguida, a análise dos mesmos.

A seguir são apresentadas as informações alcançadas a partir da análise realizada.

Quadro 1 - Informações, referentes aos registros de representação, obtidas a partir da análise do livro didático do 7º ano

7º ano	
	Registros de Representação
Definições (2)	Língua natural e figural
Exemplos (3)	Língua natural, numérico e figural

Exercícios (13)	Língua natural, numérico, figural e gráfico
-----------------	---

Fonte: Autoria própria

Quadro 2 - Informações, referentes às operações cognitivas, obtidas a partir da análise do livro didático do 7º ano

7º ano				
	Operações cognitivas			
	Nenhuma	Tratamento	Conversão	Conversão e tratamento
Definições (2)	2	0	0	0
Exemplos (3)	0	0	0	3
Exercícios (13)	2	1	0	10

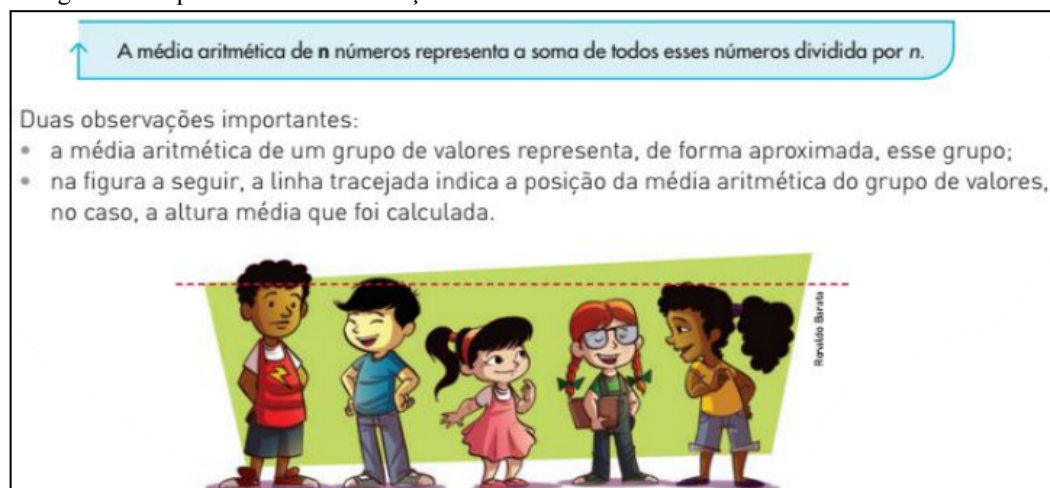
Fonte: Autoria própria

#### 4.1.1.1 Etapa de exposição dos objetos de conhecimento

Entendemos como “Etapa de exposição do conteúdo” a parte do livro que trata das definições, conceitos, teoremas, a qual é apresentada a seguir.

Em cada imagem é exibida a definição de uma medida de tendência central ou de dispersão tal qual é trazida no livro didático, e, em seguida, a análise desta com relação a TRRSO.

Figura 1 - Captura de tela da definição de média aritmética trazida no livro didático do 7º ano



Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objeto matemático: Média aritmética.

Registro de representação: Registro da língua natural e registro figural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Figura 2 - Captura de tela da definição de média ponderada trazida no livro didático do 7º ano



Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objeto matemático: Média ponderada.

Registro de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma

Observou-se que em nenhuma das supostas definições apresentadas acima é realizada alguma operação cognitiva. Além disso, a principal, e no caso da Figura 2 a única, representação é dada no registro da língua natural. Dessa forma, não é possibilitado aos alunos visualizarem a suposta definição com números (registro numérico), o que pode dificultar a possibilidade destes relacionarem o que está escrito (na língua natural) com o numérico. Ainda, no caso da Figura 2, nem ao menos é apresentada a definição de média ponderada, mas sim uma constatação da existência do cálculo dessa medida estatística.

Ademais, comparando as definições de média aritmética e média ponderada expressas por Bussab e Morettin (2017) com as definições trazidas no livro didático do 7º ano, percebeu-se que as definições, principalmente a de média ponderada, são simples. Entretanto, a definição de média aritmética exibida no retângulo azul da Figura 1 é bastante semelhante com a primeira linha da definição de média aritmética exposta por Bussab e Morettin (2017). Com relação a suposta definição de média ponderada, não foi possível estabelecer correspondência entre a definição apresentada no livro didático do 7º ano com a apresentada por Bussab e Morettin (2017).

#### 4.1.1.2 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exemplos

Nesta etapa foram analisados os exemplos pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão.



Figura 3 - Captura de tela do 1º exemplo exposto no livro didático do 7º ano

Para compreendermos melhor o que é média aritmética e como obtê-la, vamos considerar a seguinte situação.

Em um acampamento, um instrutor precisou calcular a média aritmética da altura das cinco crianças de seu grupo. Para isso, chamou as crianças e, com o auxílio de uma fita métrica, mediu a altura de cada uma delas, registrando os dados em uma tabela.



Nome	Pedro	Marcos	Roseli	Roberta	Ana
Altura (cm)	115	110	95	98	102

Em seguida, ele somou as alturas e, como eram cinco crianças, dividiu o resultado por cinco:

$$\text{altura média} = \frac{115 + 110 + 95 + 98 + 102}{5} = \frac{520}{5} = 104 \rightarrow 104 \text{ cm}$$

Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objeto matemático: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão.

O registro da língua natural situa-se no enunciado do exemplo e na frase após a tabela, o registro numérico no cálculo da média aritmética e o registro figural na tabela que apresenta os dados e na figura exposta.

Analisando particularmente a frase após a tabela, registro da língua natural, percebeu-se que esta descreve o cálculo da média aritmética das alturas das crianças, registro numérico, que será feito em seguida, e este, por sua vez, realiza o que a frase descreve. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Tratando-se particularmente do cálculo da média aritmética das alturas, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

Figura 4 - Captura de tela do 2º exemplo exposto no livro didático do 7º ano

Junte-se a um colega e analisem as seguintes situações que envolvem o cálculo de média aritmética. Em cada uma delas, observem o valor máximo e o valor mínimo para compará-los com o valor médio obtido.

**1ª situação**


Suponha que, de acordo com a previsão do tempo, a temperatura máxima de amanhã alcançará 34 °C no estado do Amazonas. Já a temperatura mínima será de 23 °C. Qual é, nessa previsão, a temperatura média?

*Resolução*  
Adicionamos os valores e dividimos o resultado por dois:

$$\text{temperatura média} = \frac{34 + 23}{2}$$

$$\text{temperatura média} = \frac{57}{2} = 28,5$$

Assim, a temperatura média será de 28,5 °C.



**2ª situação**

Numa empresa, a média aritmética dos salários de seus 15 funcionários é R\$ 1.640,00. Calcule o total que essa empresa gasta com os salários.

*Resolução*  
Note que, nesse exemplo, conhecemos a média aritmética dos salários, mas não conhecemos a soma deles. Representando a soma dos salários pela letra S, temos que:

$$\text{média dos salários} = \frac{S}{15}$$

$$1\,640 = \frac{S}{15}$$

$$S = 15 \cdot 1\,640 \rightarrow S = 24\,600$$

Portanto, essa empresa gasta R\$ 24.600,00 com os salários.

Fonte: A poema matemática (7º ano) - manual do professor

Objeto matemático: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, além da multiplicação (necessária na resolução da 2ª situação).

O registro da língua natural situa-se no enunciado do exemplo, na 1ª e na 2ª situação, e na resolução das mesmas, o registro numérico nos cálculos realizados e o registro figural na figura do mapa (1ª situação).

Analisando particularmente a 1ª situação, verificou-se que a primeira frase da resolução desta, registro da língua natural, descreve o cálculo da média aritmética da temperatura, registro numérico, que será feito em seguida, e este, por sua vez, realiza o que a frase descreve. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Ademais, tanto na 1ª quanto na 2ª situação, na realização dos cálculos, registro numérico, pôde ser constatada a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Figura 5 - Captura de tela do 3º exemplo exposto no livro didático do 7º ano

Num concurso público, os candidatos precisavam fazer três provas, com os seguintes pesos:

Prova	Peso
Conhecimentos gerais	2
Conhecimentos específicos	3
Redação	5

A nota final dos candidatos foi calculada pela média ponderada das provas, de acordo com o peso de cada uma delas.  
Observe a seguir as notas de dois candidatos e como as médias finais foram determinadas.

- Candidato A:

Prova	Peso	Nota
Conhecimentos gerais	2	6
Conhecimentos específicos	3	7
Redação	5	6,5

Note que a soma dos pesos é igual a 10. Assim, é como se tivéssemos 10 provas e a nota fosse considerada, em cada tipo de prova, tantas vezes quanto o peso. Então, a nota final foi dada pelo cálculo da média dessas 10 provas, isto é:

$$\text{média A} = \frac{6 + 6 + 7 + 7 + 7 + 6,5 + 6,5 + 6,5 + 6,5 + 6,5}{2 + 3 + 5}$$

$$\text{média A} = \frac{2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 + 5 \cdot 6,5}{10} \rightarrow \text{média A} = \frac{65,5}{10} = 6,55$$

- Candidato B:

Prova	Peso	Nota
Conhecimentos gerais	2	6,5
Conhecimentos específicos	3	4
Redação	5	7,2

De acordo com o procedimento anterior, vamos determinar a média do candidato B:

$$\text{média B} = \frac{6,5 + 6,5 + 4 + 4 + 4 + 7,2 + 7,2 + 7,2 + 7,2 + 7,2}{2 + 3 + 5}$$

$$\text{média B} = \frac{2 \cdot 6,5 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 7,2}{10} \rightarrow \text{média A} = \frac{61}{10} = 6,1$$

Em relação à média ponderada, conforme a situação apresentada, observe que:

- o cálculo da média ponderada é feito de forma análoga ao cálculo da média aritmética. O peso de cada valor, quando representado por um número natural, indica o número de vezes que esse valor deve ser considerado.

Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objeto matemático: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão.

O registro da língua natural situa-se nas frases que compõem o exemplo, o registro numérico nos cálculos da média ponderada das notas dos candidatos A e B, e o registro figural nas tabelas que apresentam os dados.

Analisando as informações e cálculos referentes ao candidato A, verificou-se que a frase após a tabela, registro da língua natural, descreve, de certa forma, o cálculo da média ponderada das notas desse candidato, registro numérico, que será feito em seguida, e este, por sua vez, realiza o que a frase descreve. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Ademais, tanto para o candidato A quanto para o B, na realização dos cálculos da média ponderada, registro numérico, pôde ser constatada a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Ainda, no fim do exemplo é trazida uma explicação de como é o cálculo da média ponderada, sendo este exposto no registro da língua natural. Cabe destacar que, apesar do fato dessa explicação apresentada após o exemplo facilitar a sua compreensão, seria interessante formalizar a definição da média ponderada, fazendo uso dos registros da língua natural e do registro numérico.

#### 4.1.1.3 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios

Nesta etapa foram analisados os exercícios pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão, sendo estes divididos por semelhanças entre si. Cabe mencionar que, na análise dos exercícios, foi levado em conta, também, o que é necessário para as resoluções destes.

Figura 6 - Captura de tela do exercício 1 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano

1 A tabela a seguir mostra as notas bimestrais de Mateus na disciplina de História. Para ser aprovado, sua média deve ser superior a 5,4. Responda: Mateus foi aprovado?

Notas em História	
Bimestre	Nota
1º	6,0
2º	4,0
3º	5,0
4º	7,0

Sim, pois sua média foi 5,5.

Fonte: Dados fictícios

Fonte: Apoema matemática (7º ano) - manual do professor

Objeto matemático: Média Aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 6 os alunos devem, a partir dos dados exibidos na tabela e no enunciado, responder se Mateus foi aprovado na disciplina de História.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 7 - Captura de tela do exercício 3 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano

**3** A tabela ao lado apresenta os valores arrecadados para uma campanha solidária. O dinheiro será utilizado para comprar cobertores que serão doados a pessoas em situação de rua.

Calcule a média dos valores arrecadados nesses quatro meses. **R\$ 275,00**

Campanha solidária	
Mês	Quantia arrecadada (R\$)
março	250,00
abril	300,00
maio	400,00
junho	150,00

Fonte: Dados fictícios.

Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objeto matemático: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 7 os alunos devem, a partir dos dados exibidos na tabela, calcular a média aritmética dos valores arrecadados em uma campanha solidária.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 8 - Captura de tela do exercício 5 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano

**5** A tabela abaixo apresenta o faturamento de uma empresa durante os cinco primeiros meses do ano.

Mês	Faturamento (R\$)
janeiro	220.000,00
fevereiro	180.000,00
março	380.000,00
abril	440.000,00
maio	300.000,00

Fonte: Dados fictícios.

a) Qual foi o faturamento total no final dos cinco meses? **R\$ 1.520.000,00**  
 b) Qual foi o faturamento mensal médio nesse período? **R\$ 304.000,00**

Fonte: Apoema matemática (7º ano) - manual do professor

Objeto matemático: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 8 os alunos devem, a partir das informações exibidas na tabela, calcular o faturamento de uma empresa no final de 5 meses (item a) e calcular o faturamento mensal médio da empresa nesse mesmo período (item b).

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar a operação de adição (item a) e calcular a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão (item b), além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 9 - Captura de tela do exercício 1 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano

1 No quadro a seguir estão as notas obtidas por um aluno numa gincana escolar de duas modalidades: conhecimentos gerais e raciocínio lógico. Observe os pesos dados para cada uma das modalidades.

Modalidade	Notas	Peso
Conhecimentos gerais	7,0	1
Raciocínio lógico	8,0	2

a) Calcule a média obtida por esse aluno na gincana. 7,666... ou aproximadamente 7,67  
 b) Responda: Qual seria a média se os pesos fossem iguais? 7,5

Fonte: Apoema matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 9 os alunos devem, a partir das informações exibidas na tabela, calcular a média, no caso a média ponderada, das notas de um aluno em uma gincana (item a) e a média se os pesos das notas fossem iguais (item b).

Para responder esse exercício os alunos devem saber o conceito de média ponderada e como calculá-la, o que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 10 - Captura de tela do exercício 2 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano

2 O resultado de três provas feitas por Euclides está indicado no quadro. Observando que cada prova tem um peso, calcule a média dessas notas. 6,666...

Prova	Peso	Nota
1ª	1	6
2ª	2	5
3ª	3	8

Fonte: Apoema matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural .

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 10 os alunos devem, a partir das informações exibidas na tabela, calcular a média ponderada das notas de três provas feitas por Euclides.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

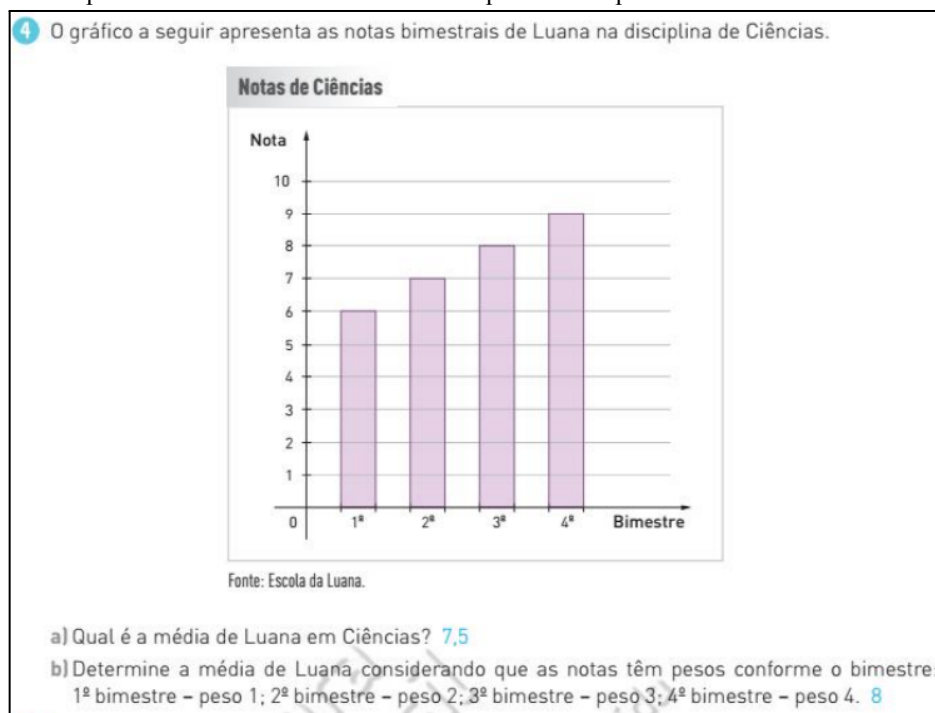
Por meio da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 6, 7, 8, 9 e 10 é semelhante, bem como os registros de representação, registro da língua natural, registro numérico e registro figural, e as operação cognitivas, tratamento e conversão, são os mesmos em todos os exercícios citados. Em virtude disso, foi feita a análise conjunta desses exercícios.

Dessa forma, verificou-se que, nos referidos exercícios, o registro da língua natural situa-se em todos os enunciados, na resposta do exercício da figura 6, em conformidade com a pergunta deste, e a cargo dos alunos nas respostas dos demais exercícios (pois estes podem elaborar a resposta, não apenas responder com o resultado obtido no cálculo). O registro numérico encontra-se nos cálculos necessários para responder os exercícios. E o registro figural nas tabelas que apresentam os dados, sendo que há uma tabela em cada exercício.

Tratando-se particularmente dos cálculos, registro numérico, necessários na resolução de cada exercício, constatou-se que em cada um está presente a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e a tabela, registro figural, além de terem que extrair da tabela os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 11 - Captura de tela do exercício 4 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano



Fonte: Apoema matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética e média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

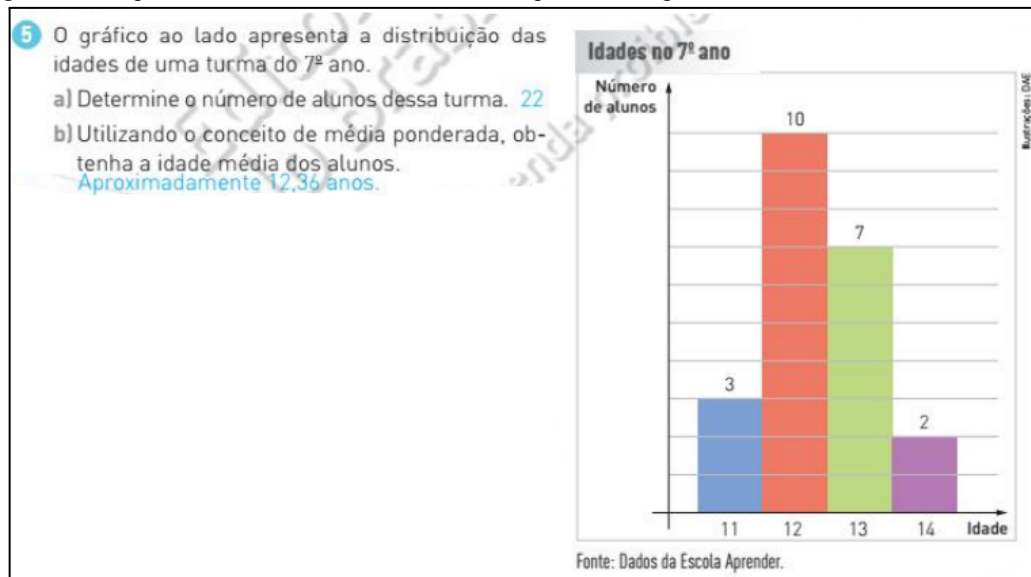
Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 11 os alunos devem, a partir das informações exibidas no gráfico, calcular a média aritmética das notas de Luana em Ciências (item a) e a média ponderada das notas de Luana atribuindo pesos conforme o bimestre (item b).

Para responder esse exercício os alunos devem saber calcular a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão (item a), e a média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão (item b), além de serem capazes de extrair do gráfico os dados que precisam.



Figura 12 - Captura de tela do exercício 5 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano



Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 12 os alunos devem, a partir das informações exibidas no gráfico, calcular o número de alunos da turma do 7º ano (item a) e a média ponderada da idade dos alunos da turma (item b).

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar a operação de adição (item a), e calcular a média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão (item b), além de serem capazes de extrair do gráfico os dados que precisam.

Por meio da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 11 e 12 é semelhante, bem como os registros de representação, registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico, e as operações cognitivas, tratamento e conversão, são os mesmos em ambos os exercícios. Em virtude disso, foi feita a análise conjunta desses exercícios.

Dessa forma, verificou-se que, em ambos os exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado e a carga dos alunos nas respostas (pois estes podem elaborar a resposta, não apenas responder com o resultado obtido no cálculo). O registro gráfico pode ser visto no enunciado dos exercícios e é deles que os alunos retiram os dados para resolver o problema. E o registro numérico está presente nos cálculos necessários na resolução dos exercícios.

Em relação aos cálculos, registro numérico, necessários para a resolução de cada exercício, constatou-se que em cada um está presente a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e o gráfico, registro gráfico, além de terem que extrair do gráfico os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e gráfico, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 13 - Captura de tela do exercício 2 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano

2 Resposta:

a) Se você tem 12 anos de idade e seu pai tem 38 anos de idade, a média aritmética dessas idades estará mais próxima da sua idade ou da idade de seu pai?

b) Se você tem 12 anos de idade, seu pai tem 38 anos de idade e sua mãe tem 35 anos de idade, a média dessas três idades está mais próxima de quem?

Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 13 os alunos devem, a partir das informações do enunciado, calcular a média aritmética das idades de duas pessoas, que tem 12 e 38 anos, e identificar de qual dessas pessoas a média está mais próxima (item a); calcular a média aritmética das idades de três pessoas, que tem 12, 38 e 35 anos; e identificar de qual dessas pessoas a média está mais próxima (item b).

Para responder esse exercício os alunos devem saber calcular a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, além de serem capazes de identificar de qual valor apresentado no enunciado de cada item a média aritmética está mais próxima.

Figura 14 - Captura de tela do exercício 4 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano

4 Em relação à situação anterior, responda:

a) Em quais meses a arrecadação foi superior à média dos valores arrecadados nos quatro meses? **Em abril e maio.**

b) Qual é a soma dos valores arrecadados nos quatro meses? **R\$ 1.100,00**

c) Se multiplicarmos o valor da arrecadação média pelo número de meses, obteremos qual informação?

Fonte: Apoema matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

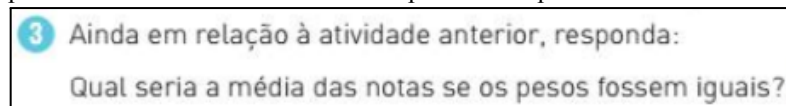
Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 14 os alunos devem, a partir da atividade anterior, segundo a ordem do livro (exercício da Figura 7 deste trabalho), indicar em quais meses a arrecadação foi superior à média aritmética dos valores arrecadados (item a), calcular a soma dos valores arrecadados nos quatro meses (item b) e apontar qual informação conseguimos se multiplicarmos o valor da arrecadação média pelo número de meses (item c).

Para responder esse exercício os alunos precisam ter resolvido o exercício da Figura 7 deste trabalho, serem capazes de identificar os valores que são maiores que a média (item a), saber realizar a operação de adição (item b) e a operação de multiplicação (item c).

Figura 15 - Captura de tela do exercício 3 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano



Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 15 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e com relação a atividade anterior, segundo a ordem do livro (exercício da Figura 10 deste trabalho), calcular a média das notas se os pesos das mesmas fossem iguais.

Para responder esse exercício os alunos precisam ter resolvido o exercício da Figura 10 deste trabalho e saberem calcular a média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão.

Por meio da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 13, 14 e 15 é semelhante, bem como os registros de representação, registro da língua natural e registro numérico, e as operações cognitivas, tratamento e conversão, são os mesmos em todos os exercícios citados. Em virtude disso, foi feita a análise conjunta desses exercícios.

Dessa forma, verificou-se que, nos três exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado, na resolução dos itens a) e b) do exercício da Figura 13, nos itens a) e

c) do exercício da Figura 14 e a cargo dos alunos nas respostas dos demais exercícios. Já o registro numérico encontra-se nos cálculos necessários para resolver os exercícios.

No que diz respeito aos cálculos, registro numérico, necessários para a resolução de cada exercício, constatou-se que, em cada um, está presente a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, além de terem que extrair dele os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 16 - Captura de tela do exercício 6 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano

**6** Junte-se a um colega e resolva os problemas a seguir, que envolvem o cálculo com médias.

a) Em três turmas do Ensino Médio, os alunos têm alturas que variam de 130 cm até 163 cm. Sabe-se que a média aritmética das alturas de todos os alunos é 150 cm e que 8 alunos têm altura de 163 cm. Desconsiderando esses 8 alunos, a média da altura dos demais alunos é 148 cm. Qual é o total de alunos nessa turma? **60 alunos**

b) A média das notas dos 50 alunos de duas turmas do 7º ano na prova de Matemática foi 7,7. Considerando apenas as notas de 15 alunos, a média das notas é 7. Determine a média das notas desconsiderando esses alunos. **8,0**

Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Nesse exercício os alunos devem, a partir das informações do enunciado, resolver dois problemas (itens a e b) que envolvem o cálculo com médias. No primeiro (item a), é descrita uma situação que envolve a altura dos alunos de três turmas do Ensino Médio, nele, os alunos devem encontrar quantos alunos têm na turma. No segundo (item b), é descrita uma situação que envolve a nota dos 50 alunos de uma turma de 7º ano em uma prova de

matemática, nele, os alunos devem determinar a média das notas desconsiderando as notas de 15 alunos.

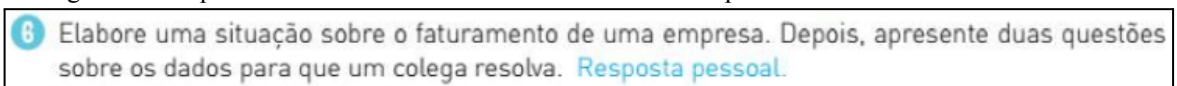
Para responder esse exercício os alunos devem compreender o conceito de média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão, além de serem eficientes na competência de interpretação, necessária para a compreensão dos enunciados dos itens (a) e (b).

O registro da língua natural situa-se, principalmente, no enunciado do exercício. Já o registro numérico está presente nos cálculos necessários para resolver o exercício.

Por meio da análise, tornou-se visível que as questões a) e b) deste exercício tem uma organização similar. O enunciado de cada questão, além da pergunta, descreve uma circunstância, registro da língua natural, que envolve cálculos de média, registro numérico, sendo que, para chegar a resposta, os alunos devem desenvolver estes cálculos. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

No tocante aos cálculos, registro numérico, necessários na resolução de cada item, constatou-se que se faz presente a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Figura 17 - Captura de tela do exercício 6 de média aritmética apresentado no livro didático do 7º ano



Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

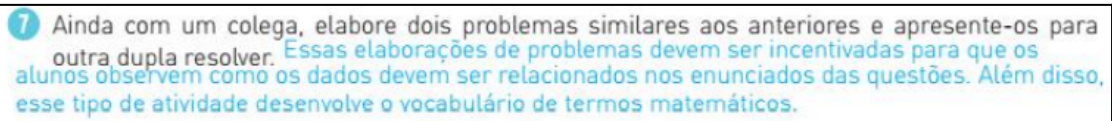
Registros de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

No exercício da Figura 17 os alunos devem preparar uma situação sobre o faturamento de uma empresa e duas questões sobre os dados dessa situação para um dos colegas resolver.

Para responder esse exercício os alunos devem compreender o conceito de média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão.

Figura 18 - Captura de tela do exercício 7 de média ponderada apresentado no livro didático do 7º ano



Fonte: Apoema Matemática (7º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

No exercício da Figura 18 os alunos devem preparar dois problemas parecidos com os problemas anteriores a ele no livro (exercícios das figuras 9,10, 11, 12, 15 e 16 deste trabalho).

Para resolver esse exercício os alunos devem compreender o conceito de média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão.

Por meio da análise, tornou-se perceptível que a organização e o que é proposto nos exercícios das figuras 17 e 18 é similar, bem como o registro de representação, registro da língua natural, é o mesmo nos dois exercícios, além disso, em ambos não há a presença de alguma operação cognitiva. Assim sendo, foi realizada a análise conjunta desses exercícios.

Verificou-se que, em ambos os exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado e, dada a natureza dos mesmos, os alunos devem arquitetar questões, obrigatoriamente, nas respostas também.

Dessa forma, constatou-se que, se os alunos, ao elaborarem as questões para os seus colegas, realizarem os cálculos, teríamos também o registro numérico e a operação de tratamento, e, ainda, poderia configurar-se a operação de conversão.

#### 4.1.1.4 Medidas de tendência central e de dispersão no livro didático do 7º ano

Em síntese, constatou-se que, no livro didático do 7º ano, a etapa de exposição dos objetos de conhecimento - as definições - dos objetos matemáticos média aritmética e média ponderada é expressa principalmente, e quase que totalmente, no registro da língua natural. Além disso, notou-se que não é utilizada alguma das operações cognitivas - conversão e/ou tratamento.

No que se refere à etapa em que os alunos manipulam os objetos de conhecimento - os exemplos e os exercícios - observou-se que há uma maior variedade de registros, além de se fazerem presentes as operações cognitivas. Particularmente com relação aos exemplos, os

três que são apresentados utilizam os registros de representação da língua natural, numérico e figural. No que concerne às operações cognitivas, verificou-se a existência das operações cognitivas de conversão e tratamento em todos eles.

No tocante aos exercícios, nos treze que são propostos percebeu-se o uso do registro da língua natural e do registro numérico, além de alguns utilizarem o registro gráfico e o registro figural. Referente às operações cognitivas, detectou-se que as operações de conversão e tratamento, as duas, estão presentes na maioria dos exercícios, enquanto a operação de tratamento aparece sozinha em um exercício e em dois deles não é utilizada operação cognitiva alguma.

Resumindo, com a referida análise foi possível constatar que o livro, na parte analisada, não traz uma grande variedade de registros de representação, especialmente na parte de exposição do conteúdo.

Cabe destacar, ainda, que a maioria dos exercícios, com exceção dos exercícios das Figuras 17 e 18, tem resolução direta - aplicações das definições de média aritmética e de média ponderada - de forma que os alunos não são levados a realmente refletir sobre o exercício e sobre o que eles tem que fazer para respondê-lo.

Com relação aos objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC, no que se refere ao 7º ano e as medidas de tendência central e de dispersão, observou-se que o objeto do conhecimento média está presente no livro didático correspondente a essa série, mas o objeto do conhecimento amplitude não. Se tratando da habilidade (EF0MA35), que indica, entre outras coisas, que seja possibilitado aos alunos compreender, em contextos significativos, o significado de média e relacioná-la com a amplitude de um conjunto de dados (Brasil, 2017), esta não se faz presente de forma aceitável no livro didático do 7º ano, pois os exemplos e exercícios trabalham com dados referentes a altura, temperatura, valor monetário, idade e, em mais casos, a notas, os quais podem não ser considerados contextos significativos para a faixa etária dos alunos de uma turma de 7º ano. Além disso, cabe destacar que os elementos trazidos no referido livro didático não propiciam o movimento, a ação, de fazer os alunos associarem a média com a amplitude.

#### 4.1.2 8º ano

A partir dos objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC referentes às medidas de tendência central e de dispersão, no que concerne ao 8º ano, sucedeu-se a seleção

dos objetos de conhecimento no livro didático da referida série e, em seguida, a análise dos mesmos.

A seguir são apresentadas as informações alcançadas a partir da análise realizada.

Quadro 3 - Informações, referentes aos registros de representação, obtidas a partir da análise do livro didático do 8º ano

8º ano	
	Registros de Representação
Definições (5)	Língua natural
Exemplos (7)	Língua natural, numérico, figural e gráfico
Exercícios (19)	Língua natural, numérico, figural e gráfico
Proposta de pesquisa amostral (1)	Língua natural, numérico, figural e gráfico

Fonte: Autoria própria

Quadro 4 - Informações, referentes às operações cognitivas, obtidas a partir da análise do livro didático do 8º ano

8º ano				
	Operações cognitivas			
	Nenhuma	Tratamento	Conversão	Conversão e tratamento
Definições (5)	5	0	0	0
Exemplos (7)	1	0	0	6
Exercícios (19)	4	0	0	15
Proposta de pesquisa amostral (1)	0	0	0	1

Fonte: Autoria própria

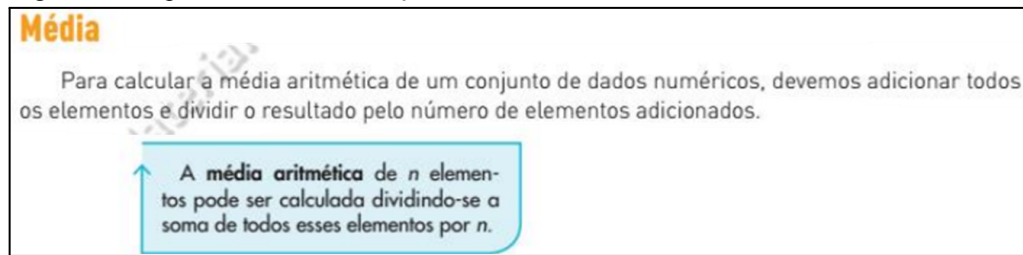
#### 4.1.2.1 Etapa de exposição dos objetos de conhecimento

Entendemos como “Etapa de exposição do conteúdo” a parte do livro que trata das definições, conceitos, teoremas, a qual é apresentada a seguir.

Em cada imagem é exibida a definição de uma medida de tendência central ou de dispersão tal qual é trazida no livro didático, e, em seguida, a análise desta com relação a TRRSO.



Figura 19 - Captura de tela da definição de média aritmética trazida no livro didático do 8º ano



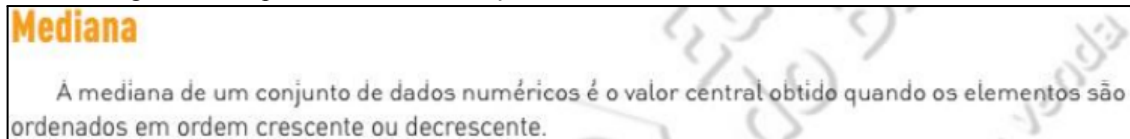
Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Figura 20 - Captura de tela da definição de mediana trazida no livro didático do 8º ano



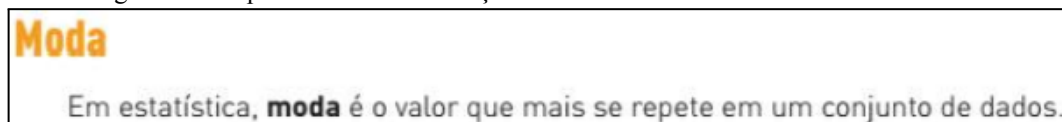
Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Figura 21 - Captura de tela da definição de moda trazida no livro didático do 8º ano



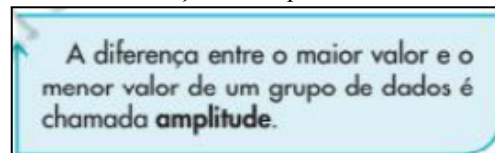
Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Moda.

Registros de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Figura 22 - Captura de tela da definição de amplitude trazida no livro didático do 8º ano



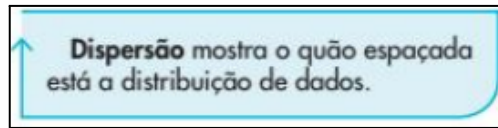
Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Amplitude.

Registros de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Figura 23 - Captura de tela da definição de dispersão trazida no livro didático do 8º ano



Fonte: A poema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Dispersão.

Registros de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Observou-se que em nenhuma das definições é realizada alguma operação cognitiva e, além disso, a única representação dada é no registro da língua natural. Dessa forma, não é possibilitado aos alunos visualizarem a definição com números (registro numérico) ou com letras (registro da linguagem algébrica), diminuindo, assim, a chance dos estudantes relacionarem a definição escrita com a numérica e a algébrica, o entendimento destes acerca do conteúdo e a sua desenvoltura ao resolver os exercícios.

Ademais, comparando as definições das medidas de tendência central média aritmética, mediana e moda expressas por Bussab e Morettin (2017) e a definição da medida de dispersão amplitude expressa por Barbetta, Reis e Bornia (2010) com as definições trazidas no livro didático do 8º ano, percebeu-se que as definições trazidas no último são semelhantes às expressas nos outros dois. Com relação a definição de dispersão que é apresentada no livro didático do 8º ano, não há uma definição correspondente em Bussab e Morettin (2017) ou em Barbetta, Reis e Bornia (2010), esta, ao que parece, tem o intuito de explicar brevemente o que é a dispersão de dados. No que se refere a média ponderada, notou-se que, mesmo que esta seja abordada nos exemplos e exercícios, não é feita a sua formalização, ou seja, não é apresentada a sua definição.


#### 4.1.2.2 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exemplos

Nesta etapa foram analisados os exemplos pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão.

Figura 24 - Captura de tela do 1º exemplo exposto no livro didático do 8º ano

## Média, mediana e moda

Para o estudo desses conceitos, analisemos a situação descrita a seguir.  
Ao verificar a altura dos jogadores de dois times de basquete, obtivemos os seguintes dados:



Time A	
jogador 1	185 cm
jogador 2	201 cm
jogador 3	198 cm
jogador 4	182 cm
jogador 5	190 cm

Time B	
jogador 1	180 cm
jogador 2	192 cm
jogador 3	189 cm
jogador 4	203 cm
jogador 5	187 cm

Observando os quadros que mostram a altura dos jogadores dos times, responda:

- Em qual dos times a diferença entre a altura máxima e a altura mínima é maior? **No time B.**
- Em qual dos times a média das alturas é maior? **No time A.**

### Média

Para calcular a média aritmética de um conjunto de dados numéricos, devemos adicionar todos os elementos e dividir o resultado pelo número de elementos adicionados. Logo:

- a média de altura do time A é 191,2 cm  $\left( \frac{185 + 201 + 198 + 182 + 190}{5} = 191,2 \right)$
- a média de altura do time B é 190,2 cm  $\left( \frac{180 + 192 + 189 + 203 + 187}{5} = 190,2 \right)$

Dessa forma, podemos afirmar que a média de altura do time A é maior que a média de altura do time B.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Amplitude e média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a amplitude, que envolve a operação de subtração (item 1), e a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão.

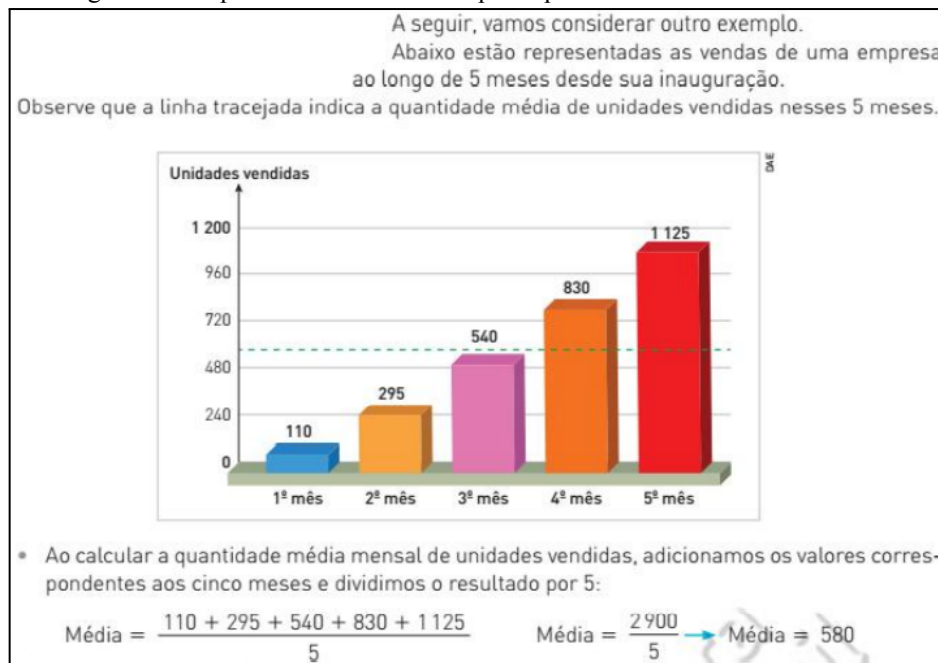
O registro da língua natural situa-se no enunciado do exemplo, na explicação do cálculo da média aritmética e na frase após o referido cálculo; o registro numérico no cálculo da média aritmética; e o registro figural nas tabelas que apresentam os dados e na figura exibida (meramente ilustrativa).

Analisando particularmente a frase antes dos cálculos das médias do time A e do time do B, registro da língua natural, percebeu-se que esta descreve o cálculo da média aritmética, registro numérico, que será feito em seguida, e este, por sua vez, realiza o que a frase descreve. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Tratando-se particularmente do cálculo da média aritmética, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

Ainda, é interessante o fato de o conceito de média aritmética ser apresentado no exemplo, pois, com essa informação e com o cálculo da média, os alunos visualizam o que tem que fazer e como fazer.

Figura 25 - Captura de tela do 2º exemplo exposto no livro didático do 8º ano



Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão.

O registro da língua natural situa-se no enunciado do exemplo e na frase após o gráfico, o registro numérico no cálculo da média aritmética e o registro gráfico no gráfico que apresenta os dados.

Analisando particularmente a frase após o gráfico, registro da língua natural, percebeu-se que esta descreve o cálculo da média aritmética, registro numérico, que será feito em seguida, e este, por sua vez, realiza o que a frase descreve. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Tratando-se particularmente do cálculo da média aritmética, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

É interessante, também, o fato de os alunos poderem observar a média no gráfico, facilitando, assim, a visualização e comparação com os demais valores. Além disso, a representação da média aritmética obtida através do cálculo, registro numérico, dos dados presentes no gráfico, registro gráfico, configura uma conversão, visto que a mesma informação está sendo exibida em dois registros de representação diferentes.

Figura 26 - Captura de tela do 3º exemplo exposto no livro didático do 8º ano

No caso da altura dos jogadores dos dois times de basquete exemplificados anteriormente, as medianas são os números destacados:

Time A: 182 – 185 – **190** – 198 – 201  
 Time B: 180 – 187 – **189** – 192 – 203

Logo, a mediana do time A é 190 cm e a mediana do time B é 189 cm.

Observe que, nesse caso, temos 5 informações de cada time. Portanto, é possível descobrir o valor que está no "meio". Mas se houvesse seis informações de cada time, qual seria o valor da mediana?

Vejamos o exemplo a seguir.

No conjunto de dados 31, 45, 47, 50, 52, 52 há 6 elementos.

Nesse caso, a mediana será representada pela média aritmética entre os dois termos centrais:

31, 45, **47, 50**, 52, 52;

$$\text{Mediana} = \frac{47 + 50}{2} = 48,5$$

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a mediana, que, se a quantidade de dados for par, envolve o cálculo da média aritmética.

O registro da língua natural situa-se nas frases que compõem o exemplo; o registro numérico nos três conjuntos de dados e na resolução do exemplo; e o registro figural no esquema que mostra como localizar os termos centrais de uma sequência de dados, para, em seguida, calcular a média aritmética, que se faz necessária para obter a mediana do último conjunto de dados.

Analisando particularmente a frase antes da identificação da mediana do último conjunto de dados exposto, registro da língua natural, percebeu-se que esta descreve o cálculo, registro numérico, que será feito em seguida, e este, por sua vez, realiza o que a frase descreve. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Tratando-se do cálculo da média aritmética, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

Figura 27 - Captura de tela do 4º exemplo exposto no livro didático do 8º ano

No caso dos times

de basquete, não há repetição de valores; assim, dizemos que esse conjunto é **amodal**, ou seja, não tem moda.

Um conjunto de dados pode ter diversas modas. Observe os exemplos a seguir.

- Considere o conjunto formado pelos elementos: 12, 15, 15, 16, 17, 19, 19, 20, 21.  
Esse conjunto é bimodal, pois tem duas modas: 15 e 19.
- Considere o conjunto formado pelos elementos: 21, 25, 25, 25, 27, 30, 31, 31, 34, 36, 37, 37.  
A moda desse conjunto é 25.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Moda.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Neste exemplo é trabalhada a moda e são nomeados os casos em que o conjunto de dados possui duas modas ou nenhuma moda.

O registro da língua natural situa-se nas frases que compõem o exemplo e o registro numérico nos conjuntos de dados expostos e nas respostas do exemplo.

Ainda, o exemplo não apresenta alguma operação cognitiva, o que não interfere no seu entendimento, visto que ele trata apenas do reconhecimento da moda nos conjuntos de dados exibidos.

Figura 28 - Captura de tela do 5º exemplo exposto no livro didático do 8º ano

**Primeira situação**

Júlia elaborou o seguinte quadro dos valores em reais que ela conseguiu guardar em caderneta de poupança ao longo dos 8 primeiros meses do ano.

Mês	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai	Jun.	Jul.	Ago.
Valor	700	800	800	900	1 000	1 100	1 200	1 000

- Observe inicialmente que a amplitude desses dados é:
 
$$\text{Amplitude} = 1\,200 - 700$$

$$\text{Amplitude} = 500$$
- Calculando a média desses valores:
 
$$\text{Média} = \frac{700 + 800 + 800 + 900 + 1\,000 + 1\,100 + 1\,200 + 1\,000}{8} \rightarrow \text{Média} = \frac{7\,500}{8} \rightarrow \text{Média} = 937,50$$

Resposta: **Sim.**

- A maioria dos valores poupados está próxima do valor correspondente à média de valores?
- Você considera que o valor médio guardado mensalmente representa os valores guardados ao longo desses 8 meses? **Resposta pessoal.**

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Amplitude e média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

Neste exemplo é trabalhada a amplitude, que envolve a operação de subtração, e a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão.

O registro de língua natural situa-se no enunciado do exemplo, na sua resolução e nas duas questões finais (enunciado e resposta); o registro numérico encontra-se nos cálculos da amplitude e da média aritmética; e o registro figural está presente na tabela que apresenta os dados.

Tratando-se dos cálculos da amplitude e da média aritmética realizados no exemplo, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente no exemplo, pois, para responderem as duas questões finais, os alunos devem utilizar as informações da tabela, registro figural, e dos cálculos realizados, registro numérico. Assim, configura-se uma conversão dos registros figural e numérico, registros de saída, para o registro da língua natural, registro de chegada.

Ademais, é interessante o fato de as duas questões finais serem para os alunos responderem, pois estas tratam da interpretação da média em relação ao conjunto de dados.

Figura 29 - Captura de tela do 6º exemplo exposto no livro didático do 8º ano

**Segunda situação**

Rafaela é diretora-financeira de uma empresa que presta serviço de entregas. Ela fez um levantamento dos salários de todos os funcionários para observar quanto a empresa gasta, em média, somente com os salários. A tabela a seguir foi elaborada por ela.

Cargos e salários da empresa		
Cargo	Salário (R\$)	Número de funcionários
Serviços gerais	1.450,00	2
Entregador	2.460,00	21
Técnico administrativo	3.200,00	4
Diretor	28.000,00	3

Observe inicialmente que a diferença entre o maior valor e o menor valor, também denominado de amplitude, é:

Amplitude = 28 000 – 1 450  
Amplitude = 26 550

Fonte: Dados fictícios.

- Cálculo da média dos salários:

$$\text{Média} = \frac{2 \cdot 1450 + 21 \cdot 2460 + 4 \cdot 3200 + 3 \cdot 28000}{2 + 21 + 4 + 3}$$

$$\text{Média} = \frac{2900 + 51660 + 12800 + 84000}{30} \rightarrow \text{Média} = \frac{151360}{30} \rightarrow \text{Média} \approx 5045,34$$

Resposta: **A amplitude é muito grande quando comparada aos salários.**

- Compare a amplitude com a média de salários. Os valores são próximos?
- Você considera que a média dos salários representa adequadamente o grupo de salários das 30 pessoas da empresa? **Resposta pessoal.**

Entretanto, espera-se que os alunos informem que não representa adequadamente, pois existem 21 funcionários que recebem um salário de R\$ 2.460,00, que está bem abaixo da média de salários.

Nessa situação, tanto a moda quanto a mediana dos salários (elas são iguais) representam melhor o salário desse grupo de 30 pessoas. Observe que, se colocássemos esses salários em ordem crescente, teríamos o 15º e o 16º salários iguais a 2460 reais.

$$1450, \dots, 2460, 2460, \dots, 28000$$

$$\text{Mediana} = \frac{2460 + 2460}{2} = 2460$$

A mediana é bastante útil quando temos uma grande quantidade de valores e, além disso, valores que fogem do valor médio. Nessa situação, o valor R\$ 2.460,00 é muito mais representativo do que o valor correspondente à média dos valores.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Amplitude, média ponderada, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a amplitude, que envolve a operação de subtração; a média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão; a moda e a mediana que, nesse caso, envolvem o cálculo da média aritmética.



O registro da língua natural situa-se no enunciado do exemplo, no enunciado das duas questões finais e na resolução destas; o registro numérico nos cálculos da amplitude, da média ponderada e da mediana; e o registro figural na tabela que exhibe os dados.

Analisando particularmente a frase antes do cálculo da amplitude, registro da língua natural, percebeu-se que esta descreve o cálculo, registro numérico, que será feito em seguida, e este, por sua vez, realiza o que a frase descreve. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.


Tratando-se dos cálculos da amplitude, da média ponderada e da mediana realizados no exemplo, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Ademais, é interessante o exemplo abordar o fato de que nem sempre a média é a melhor forma de se representar um conjunto de dados, e que, às vezes, ela pode dar uma impressão errada do que está acontecendo naquele conjunto de dados.

Figura 30 - Captura de tela do 7º exemplo exposto no livro didático do 8º ano

**Terceira situação**

Fabrizio é voluntário em uma ONG e arrecadou doações para comprar itens de higiene para a comunidade auxiliada pela organização. Ele obteve ajuda de nove doadores. Cada um deles doou uma nota de real, conforme representado a seguir.



Qual valor representa melhor esse conjunto de notas?

- Observe inicialmente que a diferença entre o maior valor e o menor valor, denominada amplitude, é:
 
$$\text{Amplitude} = 100 - 2$$

$$\text{Amplitude} = 98$$
- Cálculo da média das quantias:
 
$$\text{Média} = \frac{2 + 2 + 2 + 2 + 5 + 10 + 20 + 50 + 100}{9} \rightarrow \text{Média} = \frac{193}{9} \rightarrow \text{Média} = 21,444...$$
- Valor da mediana:
 
$$\underbrace{2 - 2 - 2 - 2}_{4 \text{ valores}} - \underbrace{5 - 10 - 20 - 50 - 100}_{4 \text{ valores}}$$

Mediana dos valores

**Não.** Espera-se que os alunos observem que a amplitude é alta quando comparada com os valores. A média R\$ 21,44 não representa adequadamente a quantia em reais que cada um deles tem.

Resposta:

- Você considera que a média dos valores está representando adequadamente o grupo de dados?
- E a mediana? **Não.** Os valores abaixo dessa mediana são muito pequenos quando comparados com os valores que estão acima.

Na situação apresentada, tanto a média das quantias quanto a mediana não estão representando de forma adequada a realidade: das nove doações, quatro foram de R\$ 2,00. Assim, a moda representa melhor esse conjunto de dados.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Amplitude, média aritmética, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a amplitude, que envolve a operação de subtração; a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão; além da mediana e da moda.

O registro da língua natural situa-se no enunciado, no desenvolvimento do exemplo, no enunciado das duas questões finais e na resolução destas; o registro numérico encontra-se nos cálculos da amplitude, da média aritmética e no reconhecimento da mediana; e o registro figural na figura das notas de dinheiro que compõem o conjunto de dados.

Analisando particularmente a frase antes do cálculo da amplitude, registro da língua natural, percebeu-se que esta descreve o cálculo, registro numérico, que será feito em seguida, e este, por sua vez, realiza o que a frase descreve. Por esse motivo, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

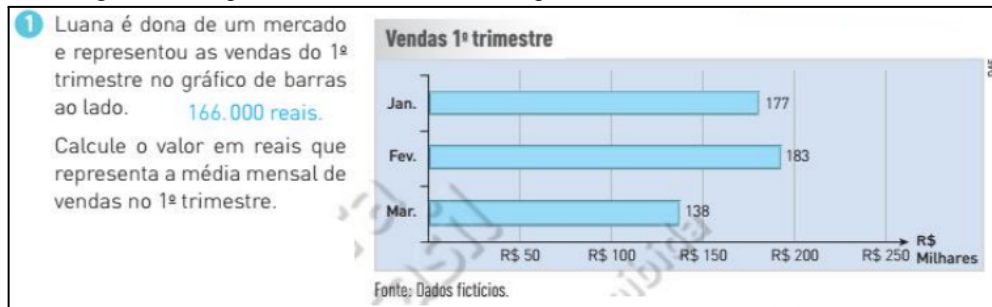
Tratando-se dos cálculos da amplitude e da média aritmética realizados no exemplo, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Ademais, é proveitoso o fato de, neste exemplo, ser abordada qual medida de tendência central ou de dispersão descreve melhor o conjunto de dados, ao invés de somente serem realizados os cálculos.

#### 4.1.2.3 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios

Nesta etapa foram analisados os exercícios pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão, sendo estes divididos por semelhanças entre si. Cabe mencionar que, na análise dos exercícios, foi levado em conta, também, o que é necessário para as resoluções destes.

Figura 31 - Captura de tela do exercício 1 apresentado no livro didático do 8ºano



Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 31 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e do gráfico, calcular a média aritmética mensal das vendas no 1º trimestre.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, além de serem capazes de extrair do gráfico os dados que precisam.

Figura 32 - Captura de tela do exercício 6 apresentado no livro didático do 8ºano



Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, mediana e moda.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 32 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e do gráfico, calcular a média aritmética (item a), a mediana (item b) e a moda (item c) da quantidade de alunos que participaram de atividades assistenciais entre os anos de 2014 e 2018.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão (item a), identificar a mediana (item b) e a moda (item c), além de serem capazes de extrair do gráfico os dados que precisam.

Figura 33 - Captura de tela do exercício 1 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano



Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética e amplitude.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 33 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e do gráfico, calcular a média aritmética (item a) e a amplitude (item b) da quantidade de livros emprestados entre os anos de 2013 e 2018.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão (item a), e da amplitude, que envolve a operação de subtração (item b), além de serem capazes de extrair do gráfico os dados que precisam.

Através da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 31, 32 e 33 é semelhante, às operações cognitivas de tratamento e conversão são empregadas em todos os exercícios citados e, além disso, os três exercícios dispõem dos registros de representação da língua natural, numérico e gráfico.

Dessa forma, verificou-se que, nos referidos exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado e a cargo dos alunos nas respostas dos exercícios. Já o registro numérico pode ser visto nos cálculos necessários para responder os exercícios: na Figura 31 para o cálculo da média aritmética; na Figura 32 para o cálculo da média aritmética, mediana e moda; e na Figura 33 para o cálculo da média aritmética e da amplitude. Por fim, o registro gráfico encontra-se nos gráficos exibidos.

Tratando-se particularmente dos cálculos necessários para a resolução de cada exercício, registro numérico, constatou-se que em cada um está presente a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e o gráfico, registro gráfico, além de terem que extrair do gráfico os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e gráfico, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 34 - Captura de tela do exercício 2 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano



Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

No exercício da Figura 34 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e do gráfico, escrever uma frase que resuma as informações da notícia “Atletas de times do Brasil transferidos para os gramados chineses”.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, além de serem capazes de compreender o gráfico.

Dessa forma, verificou-se que, no referido exercício, o registro da língua natural situa-se no enunciado e na resposta do exercício, o registro numérico no cálculo da média aritmética e o registro gráfico no gráfico que apresenta os dados e que, também, serve de base para a elaboração da resposta.

Na resolução do exercício os alunos devem elaborar uma frase, registro da língua natural, que resume as informações do gráfico e do cálculo da média aritmética pedidas no enunciado, desse modo, configura-se uma conversão dos registros numérico e gráfico, registros de saídas, para o registro da língua natural, registro de chegada.

Tratando-se do cálculo da média aritmética, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Figura 35 - Captura de tela do 3º exercício apresentado no livro didático do 8º ano

3 A distribuição dos salários dos funcionários de uma empresa está descrita na tabela a seguir. Determine o salário médio, o salário mediano e o salário modal dos funcionários dessa empresa.

Salário	Número de funcionários que recebem o valor
R\$ 2.400,00	5
R\$ 3.600,00	2
R\$ 5.000,00	2
R\$ 10.000,00	1

Salário médio: R\$ 3.920,00; salário mediano: R\$ 3.000,00; salário modal: R\$ 2.400,00.

4. c) A nova média é 39,82 (aproximadamente). A moda não mudou. A nova mediana é 39,5.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 35 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e da tabela, calcular a média ponderada, determinar a mediana e identificar a moda dos salários mensais dos funcionários de uma empresa.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão; determinar a mediana, que envolve a ordenação (em ordem crescente ou decrescente) dos dados e, neste caso, o cálculo da média aritmética; identificar a moda; além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 36 - Captura de tela do exercício 7 apresentado no livro didático do 8º ano

7 Junte-se a um colega para resolver a atividade a seguir.  
Na tabela abaixo, estão as idades dos alunos da escola A em anos completos. Observe que na 1ª coluna da tabela está registrada a quantidade de alunos e, na 2ª coluna, as idades correspondentes.

Idade dos alunos da escola A	
Quantidade	Idade em anos
4	10
15	11
10	12
1	14

Fonte: Dados fictícios.

a) Calculem a média das idades desses 30 alunos.  
b) Obtenham a mediana das idades desses alunos. **Mediana: 11 anos.**  
c) Obtenham a moda das idades desse grupo de alunos. **Moda: 11 anos.**

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 36 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e da tabela, calcular a média ponderada (item a), determinar a mediana (item b) e identificar a moda (item c) das idades dos alunos da escola A.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão (item a); determinar a mediana, que envolve a ordenação dos dados (item b); identificar a moda (item c); além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 37 - Captura de tela do exercício 4 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano

4 O resultado de uma pequena pesquisa com 6 mulheres adultas reunidas numa sala sobre a quantidade de filhos de cada uma foi:

a) Obtenha, dos dados, as seguintes medidas de tendência central: média e moda. **Média = 1,33; moda = 1.**

b) A média representa adequadamente esse conjunto de valores? Justifique.

c) A moda representa adequadamente esse conjunto de valores? Justifique.

Mulher	Número de filhos
A	0
B	1
C	1
D	2
E	3
F	1

Fonte: Dados fictícios.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética e moda.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 37 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e da tabela, calcular a média aritmética e a moda (item a) dos dados referentes a uma pesquisa, e responder se a média aritmética (item b) e a moda (item c) descrevem adequadamente o conjunto de valores em questão.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, e identificar a moda, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 38 - Captura de tela do exercício 6 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano

6 Numa avaliação do desempenho de uma turma, o resultado observado pelo professor está na tabela ao lado.

Você utilizaria a média aritmética ou outra medida de tendência central para representar o grupo de notas? Qual? Justifique.

**Não, essa média está “mascarando” o fato de que a maioria dos alunos está com nota 9. Espera-se que os alunos observem que a moda, nesse caso, representa melhor o grupo de notas da turma.**

Desempenho da turma	
Número de alunos	Nota
3	zero
15	9,0
2	10,0
Média	7,75

Fonte: Dados fictícios.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.



Nesse exercício, o enunciado faz alusão a média aritmética, mas na tabela que apresenta os dados está presente a média ponderada. Dessa forma, a análise desse exercício partiu do ponto de vista de que o cálculo correto é o da média ponderada, pois este se adequa ao conjunto de valores.

No exercício da Figura 38 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e da tabela, calcular a média ponderada das notas dos alunos em uma avaliação, indicar e justificar se essa medida é a adequada para descrever o conjunto de dados, caso contrário, torna-se necessário apontar qual seria a ideal.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Através da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 35, 36, 37 e 38 é semelhante, bem como os registros de representação, registro da língua natural, registro numérico e registro figural, e as operações cognitivas, tratamento e conversão, são os mesmos em todos os exercícios citados. Em virtude disso, foi feita a análise conjunta desses exercícios.

Dessa forma, verificou-se que, nos referidos exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado, na resposta dos itens b) e c) do exercício da Figura 37 e no exercício da Figura 38, em conformidade com a pergunta destes, e a cargo dos alunos nas respostas dos demais exercícios. O registro numérico encontra-se nos cálculos necessários para responder os exercícios: na Figura 35 e 36 para o cálculo da média ponderada, mediana e moda; na Figura 37 para os cálculos da média aritmética e da moda; e na Figura 38 para o cálculo da média ponderada. E o registro figural está nas tabelas que apresentam os dados em cada um dos exercícios.

Tratando-se dos cálculos, registro numérico, necessários na resolução de cada exercício, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e a tabela, registro figural, além de terem que extrair da tabela os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão dos

registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 39 - Captura de tela do exercício 3 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano

3 Observe os resultados de uma pesquisa descritos na tabela a seguir.

Teste de medicamento contra dor de cabeça	Remédio	A	B	C	D	E
	Números de resultados positivos	24	28	22	24	32

Qual dos remédios obteve o melhor resultado? Justifique.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Nenhum.

Registros de representação: Registro da língua natural e figural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

No exercício da Figura 39 os alunos devem, a partir das informações da tabela, indicar e justificar qual remédio obteve o melhor resultado.

Dessa forma, verificou-se que o registro da língua natural situa-se no enunciado e na resolução do exercício, enquanto o registro figural encontra-se na tabela que apresenta os dados.

Em relação às operações cognitivas, constatou-se que esse exercício, bem como a sua resolução, não apresenta a operação de tratamento e/ou a de conversão.

Além disso, não é perceptível o conteúdo de medidas de tendência central e/ou de dispersão no exercício. Ele trata apenas de uma interpretação superficial do enunciado e da tabela.

Figura 40 - Captura de tela do exercício 2 apresentado no livro didático do 8º ano

2 As notas das provas de um candidato em um concurso foram: 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,2. Determine a nota média, a nota mediana e a nota modal desse candidato

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 40 os alunos devem, a partir das informações do enunciado, calcular a média aritmética, a mediana e a moda das notas de um candidato em um concurso.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão; obter a mediana, que envolve, neste caso, ordenar os dados e o cálculo da média aritmética; além de identificar a moda.

Figura 41 - Captura de tela do exercício 5 apresentado no livro didático do 8º ano

5 Reunidos em uma sala, há quatro jovens com idade média de 15 anos. Se entrar na sala um jovem de 25 anos, qual será a nova média de idade das pessoas do grupo? Justifique sua resposta.

Fonte: Apeoma matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 41 os alunos devem, a partir das informações do enunciado, calcular a nova média aritmética a partir da entrada de um jovem de 25 anos.

Para responder esse exercício os alunos devem saber o conceito de média aritmética e como calculá-la. Na resolução, primeiro os alunos precisam se atentar para o fato de que se a média das idades dos quatro jovens é 15 anos pode-se supor que a idade de cada um deles é 15 anos, restando aos alunos, em seguida, calcular a média aritmética das idades dos quatro jovens com aquele que entrou na sala.

Por meio da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 40 e 41 é semelhante, bem como os registros de representação, registro da língua natural e registro numérico, e as operações cognitivas, tratamento e conversão, são os mesmos em ambos os exercícios. Em virtude disso, foi feita a análise conjunta desses exercícios.

Desse modo, verificou-se que, nos dois exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado, além de estar presente na resposta do exercício da Figura 41, em conformidade com a pergunta deste, e a cargo dos alunos na resposta do outro exercício. Enquanto o registro numérico pode ser visto nos cálculos necessários para responder os exercícios: na Figura 40 para o cálculo da média aritmética, mediana e identificação da moda; e na Figura 41 para o cálculo da média aritmética.

Tratando-se dos cálculos, registro numérico, necessários para a resolução dos exercícios, constatou-se que em cada um está presente a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, além de terem que extrair dele os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 42 - Captura de tela do exercício 4 apresentado no livro didático do 8º ano

4 As idades dos funcionários de uma empresa foram organizadas na seguinte sequência:  
 23, 23, 34, 36, 36, 36, 36, 38, 39, 40, 41, 42, 42, 43, 50, 50, 50, 51, 52

a) Calcule a média, a moda e a mediana das idades dos funcionários.  
 b) Elabore uma tabela de frequência para esses dados. Média: 40,1 (aproximado); mediana: 40; moda: 36.  
 c) Na mesma empresa do item a, foram admitidos 3 novos funcionários com as idades de 34 anos, 23 anos e 57 anos. Qual é a nova média? A moda sofreu alteração? E a mediana?

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 42 os alunos devem, a partir das informações do enunciado, calcular a média ponderada, a moda e a mediana das idades dos funcionários de uma empresa (item a); desenvolver uma tabela de frequência para o conjunto de dados apresentado (item b); calcular a média ponderada e a mediana; e identificar a moda quando da admissão de três novos funcionários, cujas idades são 34, 23 e 57 anos.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão, e determinar a mediana e a moda (itens a e c). No caso da mediana, no item (a) basta identificar o valor central no conjunto de dados, mas no item (c) deve-se incluir os valores das idades dos três novos funcionários, ordenar os dados e, como a quantidade de dados será par, utilizar também o cálculo da média aritmética. Além disso, para responder o item (b) os alunos devem saber como construir uma tabela de frequências: em uma coluna ficam as idades (sem repetição) e na outra a frequência que cada idade (valor) aparece no conjunto de dados.

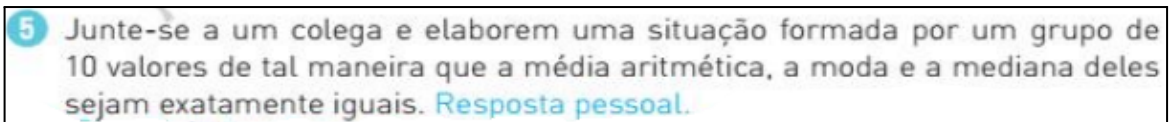
Desse modo, verificou-se que o registro da língua natural está no enunciado do exercício, na resposta do item (c) e, a cargo dos alunos, nas respostas dos demais itens. O

registro numérico está presente nos cálculos necessários para responder o exercício. E o registro figural situa-se na tabela que os alunos devem elaborar, item (b).

Referente aos cálculos necessários na resolução dos itens (a) e (c), registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente no exercício, pois, para respondê-lo, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, além de terem que extrair dele os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico e registro figural, de cada item. Assim, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para os registros numérico e figural, registros de chegada.

Figura 43 - Captura de tela do exercício 6 da seção “O uso da média, mediana e moda” apresentado no livro didático do 8º ano



Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Nenhuma.

No exercício da Figura 43 os alunos devem desenvolver uma situação formada por um conjunto de dados com 10 valores de forma que a média aritmética, a moda e a mediana sejam iguais.

Para responder esse exercício os alunos devem saber o conceito de média aritmética, de moda e de mediana, além de serem capazes de elaborar estratégias para resolvê-lo.

Assim, constatou-se que o registro da língua natural está no enunciado e na resolução do exercício. Tem-se ainda, na resolução do exercício, o registro numérico, pois, ao elaborarem a situação pedida, os alunos podem realizar cálculos.

Além disso, ao desenvolverem o que é solicitado, os alunos podem fazer uso das operações cognitivas de tratamento e/ou de conversão.

Há ainda uma seção do livro que traz exercícios de retomada do conteúdo, a seguir são expostos os exercícios referentes às medidas de tendência central e de dispersão que são apresentados na referida seção.

Figura 44 - Captura de tela do exercício 1 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano

1 As idades de uma turma de hidroginástica do período da manhã da Academia Saúde são:

28, 67, 70, 56, 60, 42, 68, 67, 50, 56, 76 e 56.

a) Determine a média, a moda e a mediana desse conjunto de dados.  
 Média: 58; moda: 56; mediana: 58.

b) Com que intervalo você iria dispor esses dados em uma tabela de frequência?

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 44 os alunos devem, a partir das informações do enunciado, calcular a média aritmética, determinar a mediana e identificar a moda das idades dos alunos de uma turma de hidroginástica.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão; determinar a mediana, o que, neste caso, envolve a ordenação dos dados e o cálculo da média aritmética; e identificar a moda.

Desse modo, verificou-se que o registro da língua natural situa-se no enunciado do exercício e na resposta do item (b), enquanto o registro numérico encontra-se nos cálculos realizados (item a).

Na realização dos cálculos, registro numérico, necessários para a resolução do exercício, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente no exercício, pois, para respondê-lo, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, além de terem que extrair dele os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada um dos itens. Assim, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 45 - Captura de tela do exercício 2 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano

2 O quadro abaixo representa a quantidade de litros de leite produzidos por uma vaca ao longo de uma semana.

Dia	domingo	segunda-feira	terça-feira	quarta-feira	quinta-feira	sexta-feira	sábado
Litros	11	13	14	16	16	18	15

Qual valor representa a moda? Alternativa c.

a) 11  
 b) 13  
 c) 16  
 d) 18

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Moda.

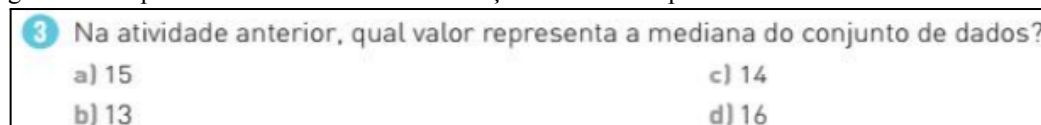
Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

No exercício da Figura 45 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e da tabela, identificar a moda da quantidade de litros de leite produzidos por uma vaca durante uma semana.

Para responder esse exercício os alunos devem saber identificar, a partir da tabela, a moda do conjunto de dados.

Figura 46 - Captura de tela do exercício 3 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano



Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Mediana.

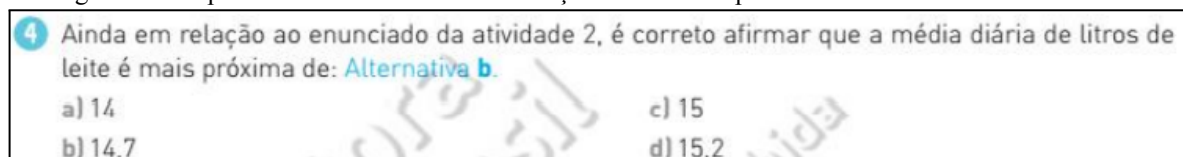
Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

No exercício da Figura 46 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e da tabela do exercício Figura 45, identificar a mediana da quantidade de litros de leite produzidos por uma vaca durante uma semana.

Para responder esse exercício os alunos devem saber identificar, a partir da tabela, a mediana do conjunto de dados, para tanto, faz-se necessário ordenar os dados apresentados na tabela exposta na Figura 45.

Figura 47 - Captura de tela do exercício 4 da seção “Retomar” apresentado no livro didático do 8º ano



Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 47 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e da tabela do exercício Figura 45, calcular a média aritmética da quantidade de litros de leite produzidos por uma vaca durante uma semana.

Para responder esse exercício os alunos devem saber calcular a média aritmética, que envolve as operações de soma e divisão, além de serem capazes de extrair da tabela, exposta na Figura 45, os dados que precisam.

Os exercícios das figuras 45, 46 e 47 se embasam na mesma tabela de dados (a tabela do exercício da Figura 45).

Assim, verificou-se que, nos três exercícios, o registro da língua natural situa-se nos enunciados. O registro numérico encontra-se no cálculo da média aritmética, Figura 47, e nas alternativas em cada um dos exercícios. E o registro figural está na tabela que apresenta os dados, Figura 45. Como a tabela é usada nos três exercícios, o registro figural está presente em todos eles.

No que diz respeito ao cálculo da média aritmética (Figura 47), constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta se faz presente no exercício da Figura 47, pois, para respondê-lo, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e a tabela, registro figural, além de terem que extrair da tabela os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, do exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.





Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 49 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e do gráfico do exercício da Figura 48, calcular a amplitude dos pontos obtidos pelas equipes.

Para responder esse exercício os alunos devem saber calcular a amplitude de um conjunto de dados, que envolve a operação de subtração, além de serem capazes de extrair os dados que precisam do gráfico exposto na Figura 48.

Os exercícios das figuras 48 e 49 se embasam no mesmo gráfico (o gráfico exibido na Figura 48).

Assim, verificou que, nos dois exercícios, o registro da língua natural situa-se nos enunciados, o registro numérico encontra-se nos cálculos da média aritmética, Figura 48, e da amplitude, Figura 49, e o registro gráfico no gráfico que apresenta os dados, Figura 48. Como o gráfico é usado nos dois exercícios, o registro gráfico está presente em ambos.

No que diz respeito aos cálculos da média aritmética e da amplitude, registro numérico, constatou-se que em cada um está presente a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e o gráfico, registro gráfico, além de terem que extrair do gráfico os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e gráfico, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

#### 4.1.2.4 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: elaboração de pesquisa

Por fim, o livro traz também como sugestão a elaboração de uma pesquisa que aborda as medidas de tendência central média, moda e mediana, e a medida de dispersão amplitude.

Figura 50 - Captura de tela da parte de elaboração de uma pesquisa proposta no livro didático do 8º ano

### Elaboração de uma pesquisa estatística

Já estudamos a diferença entre uma pesquisa censitária e uma pesquisa amostral. Também vimos o que são as variáveis de uma pesquisa e os métodos que podem ser utilizados para selecionar uma amostra. Agora, conheça os passos para a realização de uma pesquisa estatística.

- **Definição do tema da pesquisa:** O que você deseja pesquisar, ou seja, qual o problema que você deseja analisar por meio da pesquisa?
- **População e amostra:** Qual será a população da pesquisa? A pesquisa será censitária ou amostral? Se for amostral, qual será o método utilizado para selecionar a amostra?
- **Escolha das variáveis:** Quais serão as variáveis da pesquisa, ou seja, quais serão as características estudadas?
- **Coleta de dados:** definidas as variáveis, é o momento de coletar e registrar os dados.
- **Apresentação:** apresente os dados de forma adequada, ou seja, escolha que tipo de tabela será utilizado ou que tipo de gráfico é o mais apropriado para organizar o resultado da pesquisa.
- **Análise da pesquisa:** por meio de um relatório, analise o resultado da pesquisa observando aspectos como as medidas de tendência central (média, moda e mediana) e a amplitude dos dados. No final do relatório, apresente as conclusões.

Agora, forme um grupo com mais nove colegas e sigam as instruções abaixo para fazer uma pesquisa estatística.

#### Encaminhamento

- 1 Cada grupo deverá decidir um tema relevante para a comunidade escolar para ser pesquisado e justificar a escolha.
- 2 A população da pesquisa será o conjunto de alunos da escola. Escolham a amostra que será usada e como ela será selecionada.
- 3 Escolham as variáveis do estudo e elaborem um questionário para a pesquisa.
- 4 Coletem os dados agindo de forma respeitosa durante as entrevistas.
- 5 Organizem os dados da pesquisa em tabelas, por exemplo.
- 6 Elaborem um gráfico utilizando planilhas eletrônicas e o imprimam para apresentar aos colegas.
- 7 Escrevam um relatório destacando aspectos como as medidas de tendência central (média, moda e mediana) e a amplitude, com as conclusões da pesquisa realizada.
- 8 Apresentem o resultado da pesquisa.

Fonte: Apoema matemática (8º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média, moda, mediana e amplitude.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico, registro gráfico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

No exposto na Figura 50 os alunos devem elaborar uma pesquisa, para isso eles têm que seguir o encaminhamento apresentado.

Na pesquisa, mais especificamente no relatório que deve ser produzido, os alunos devem ter entendido as definições de média aritmética, moda, mediana e amplitude apresentadas, além de saberem como determiná-las, seja por meio de cálculo ou por meio da identificação no conjunto de dados.

Dessa forma, verificou-se o registro da língua natural, que situa-se na descrição dos elementos da pesquisa e de como realizá-la, além de estar presente na sua realização propriamente dita.

Na parte do encaminhamento da pesquisa, os alunos devem elaborar tabelas, registro figural, e gráficos, registro gráfico. Ademais, no relatório, há a realização dos cálculos, registro numérico, das medidas de tendência central média, moda e mediana e da medida de dispersão amplitude.

Ainda, nos cálculos realizados, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo. Por fim, podemos observar que a operação de conversão se faz presente na pesquisa, pois a tabela e o gráfico apresentam os mesmos dados com registros de representação diferentes (registro figural e registro gráfico).

#### 4.1.2.5 Medidas de tendência central e de dispersão no livro didático do 8º ano

Em síntese, constatou-se que, no livro didático do 8º ano, a etapa de exposição dos objetos de conhecimento - as definições - dos objetos matemáticos média aritmética, mediana, moda, amplitude e dispersão é expressa no registro da língua natural. Além disso, notou-se que não é utilizada alguma das operações cognitivas - conversão e/ou tratamento. Com essa forma de exposição, os alunos só visualizam o conteúdo por meio de palavras, quando o necessário seria eles visualizarem, também, ao menos numericamente os objetos matemáticos estudados.

No que se refere à etapa em que os alunos manipulam os objetos de conhecimento - os exemplos e exercícios - observou-se que há uma maior variedade de registros, além de se fazerem presentes as operações cognitivas de conversão e tratamento. Particularmente com relação aos exemplos, os sete que são apresentados utilizam, basicamente, os mesmos registros de representação, registro da língua natural e registro numérico, sendo que um deles utiliza o registro gráfico e outros dois utilizam também o registro figural. No que concerne às operações cognitivas, verificou-se em seis dos sete exemplos a presença das duas operações cognitivas, conversão e tratamento, e um deles não utiliza operação cognitiva alguma. Ainda em relação aos exemplos, cabe destacar os que são apresentados nas figuras 29 e 30, onde é abordada qual medida de tendência central ou de dispersão melhor descreve o conjunto de

dados, o que leva os alunos a analisar os resultados que estão obtendo, não apenas calcular por calcular.

Com relação aos exercícios, percebeu-se que os dezenove que são propostos utilizam o registro da língua natural e o registro numérico, além de alguns utilizarem o registro gráfico e alguns o registro figural. Referente às operações cognitivas, detectou-se que quatro dos exercícios não utilizam operação cognitiva alguma, mas, retirando esses exercícios, a operação de tratamento e de conversão estão presentes em todos os exercícios.

Resumindo, com a referida análise foi possível constatar que o livro, na seção analisada, não traz uma grande variedade de registros de representação, especialmente na parte de exposição do conteúdo, onde é utilizado apenas o registro de representação da língua natural.

Cabe destacar, ainda, que a maioria dos exercícios tem resolução direta - aplicações das definições - de forma que os alunos não são levados a realmente refletir sobre o exercício e sobre o que eles tem que fazer para respondê-lo, além disso, apenas alguns poucos exercícios fazem os alunos justificarem a resposta.

Com relação aos objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC, no que se refere ao 8º ano e as medidas de tendência central e de dispersão, observou-se que os objetos do conhecimento média, moda e mediana, referentes às medidas de tendência central, estão presentes no livro didático correspondente a essa série, mas, dos objetos do conhecimento referentes às medidas de dispersão, apenas a amplitude se faz presente. Se tratando da habilidade (EF08MA25), que indica, entre outras coisas, que seja possibilitado aos alunos obter os valores das medidas de tendência central, mais especificamente a média (aritmética e ponderada), a moda e a mediana, a partir de uma pesquisa estatística, além de compreender os seus significados e relacioná-los com a dispersão de dados, mais especificamente a amplitude (Brasil, 2017), esta não se faz presente de forma aceitável no livro didático do 8º ano, pois a obtenção dos valores das medidas de tendência central, por meio da média, moda e mediana, é feita de fato a partir de uma pesquisa estatística apenas no efetuando pesquisas (Figura 50). Ademais, cabe destacar que os elementos trazidos no referido livro didático não propiciam o movimento, a ação, de fazer os alunos associarem a média com a amplitude.

#### 4.1.3 9º ano

A partir dos objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC referentes às medidas de tendência central e de dispersão, no que concerne ao 9º ano, sucedeu-se a seleção dos conteúdos no livro didático da referida série e, em seguida, a análise desses conteúdos.

Com a verificação das habilidades da BNCC, pertinentes a este trabalho, da série em questão, 9º ano, detectou-se que não são estudadas diretamente as medidas de tendência central e de dispersão, estas, por sua vez, são usadas em outras situações, como, por exemplo, em exercícios. Dessa forma, foi realizada a análise da parte do livro didático que é compatível com o que este trabalho buscava.

A seguir são apresentadas as informações alcançadas a partir da análise realizada.

Quadro 5 - Informações, referentes aos registros de representação, obtidas a partir da análise do livro didático do 9º ano

9º ano	
	Registros de Representação
Exercícios (2)	Língua natural, numérico e gráfico
Proposta de pesquisa amostral (1)	Língua natural, numérico, figural e gráfico

Fonte: Autoria própria

Quadro 6 - Informações, referentes às operações cognitivas, obtidas a partir da análise do livro didático do 9º ano

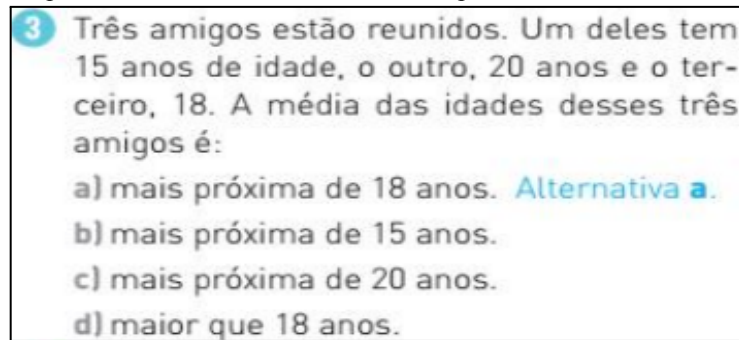
9º ano				
	Operações cognitivas			
	Nenhuma	Tratamento	Conversão	Conversão e tratamento
Exercícios (2)	0	0	0	2
Proposta de pesquisa amostral (1)	0	0	0	1

Fonte: Autoria própria

##### 4.1.3.1 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios

Nesta etapa foram analisados os exercícios pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão. Cabe mencionar que, na análise dos exercícios, foi levado em conta, também, o que é necessário para as resoluções destes.

Figura 51 - Captura de tela do exercício 3 de média apresentado no livro didático do 9º ano



Fonte: Apoema matemática (9º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 51 os alunos devem, a partir das informações do enunciado, calcular a média aritmética das idades de três amigos e indicar de que valor a média está mais próxima dentre as alternativas apresentadas.

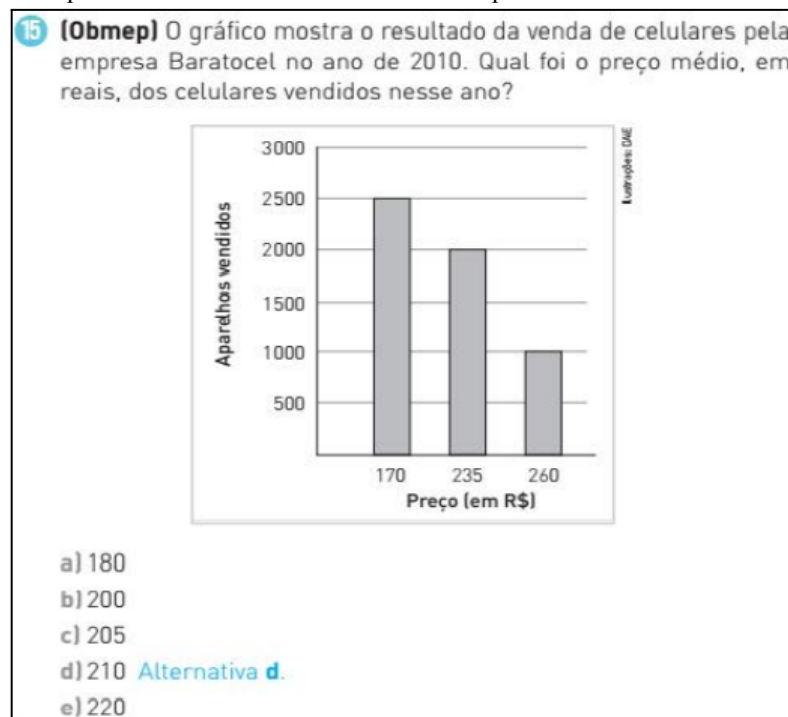
Para responder esse exercício os alunos devem saber o cálculo de média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão.

Desse modo, verificou-se que o registro da língua natural situa-se no enunciado do exercício e o registro numérico no cálculo da média aritmética.

Tratando-se particularmente do cálculo da média aritmética das idades, registro numérico, constatou-se que está presente a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente no exercício, pois para respondê-lo os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, além de terem que extrair dele os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, do exercício. Assim, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 52 - Captura de tela do exercício 15 de média apresentado no livro didático do 9º ano



Fonte: Apoema matemática (9º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 52 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e do gráfico apresentado, calcular a média ponderada da venda de celulares da empresa Baratocel no ano de 2010.

Para responder esse exercício os alunos devem saber calcular a média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão, além de serem capazes de extrair do gráfico os dados que precisam.

Dessa forma, verificou-se que o registro da língua natural situa-se no enunciado do exercício, o registro numérico no cálculo da média ponderada das vendas e o registro gráfico no gráfico apresentado.

Tratando-se do cálculo da média ponderada das vendas, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente no exercício, pois, para respondê-lo, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e o



gráfico, registro gráfico, além de terem que extrair do gráfico os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, do exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e gráfico, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

#### 4.1.3.2 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: efetuando pesquisas

Por fim, o livro traz como sugestão a elaboração de uma pesquisa.

Figura 53 - Captura de tela de efetuando pesquisas exposto no livro didático do 9º ano

**Etetuando pesquisas**

Agora que você já conhece um pouco melhor os gráficos estatísticos e sabe como construí-los com base em dados e informações, poderá também se colocar no lugar de um pesquisador. Você fará, com os colegas, uma pesquisa.

Antes, porém, vamos retomar algumas etapas, vistas no volume anterior, importantes para uma pesquisa. Leia com atenção!

- **Definição do tema da pesquisa**  
Para fazer a pesquisa, é preciso haver uma motivação, uma curiosidade ou mesmo um problema a ser resolvido.
- **Planejamento e execução**  
Não há como executar uma pesquisa sem inicialmente pensar como ela será feita. Nesse sentido, algumas perguntas precisam ser respondidas na fase de planejamento:
  - Como essa pesquisa será feita? Será por meio de questionário?
  - Quem fará a pesquisa?
  - Qual população será pesquisada?
  - Haverá uma amostra a ser pesquisada? Como ela será selecionada: amostra casual simples, amostra sistemática ou amostra estratificada?
 Com essas respostas em mãos, é possível fazer a coleta de dados.
- **Organização e verificação dos dados**  
Após encerrar a coleta de dados, eles deverão ser computados, organizados em tabelas, verificados quanto à ocorrência de erros.
- **Apresentação**  
Como os dados serão apresentados para que as pessoas possam acessar? Que tipo de tabela será utilizada ou que tipo de gráfico é o mais apropriado para organizar o resultado da pesquisa?  
Antes, porém, vamos retomar algumas etapas, vistas no volume anterior, importantes para uma pesquisa. Leia com atenção!
- **Definição do tema da pesquisa**  
Para fazer a pesquisa, é preciso haver uma motivação, uma curiosidade ou mesmo um problema a ser resolvido.
- **Planejamento e execução**  
Não há como executar uma pesquisa sem inicialmente pensar como ela será feita. Nesse sentido, algumas perguntas precisam ser respondidas na fase de planejamento:
  - Como essa pesquisa será feita? Será por meio de questionário?
  - Quem fará a pesquisa?
  - Qual população será pesquisada?
  - Haverá uma amostra a ser pesquisada? Como ela será selecionada: amostra casual simples, amostra sistemática ou amostra estratificada?
 Com essas respostas em mãos, é possível fazer a coleta de dados.
- **Organização e verificação dos dados**  
Após encerrar a coleta de dados, eles deverão ser computados, organizados em tabelas, verificados quanto à ocorrência de erros.
- **Apresentação**  
Como os dados serão apresentados para que as pessoas possam acessar? Que tipo de tabela será utilizada ou que tipo de gráfico é o mais apropriado para organizar o resultado da pesquisa?
- **Análise da pesquisa**  
Como pesquisador que participou de todas as etapas da pesquisa, você precisa contribuir com uma conclusão. Essa conclusão pode ser um relatório que faça uma análise das informações, observando aspectos como as medidas de tendência central (média, moda ou mediana) e, caso achar conveniente, a amplitude dos dados.

Responda: **Resposta pessoal. Podem surgir ideias como a relevância do que será pesquisado, os possíveis benefícios que uma pesquisa pode trazer para as pessoas etc.**

1. Além dos tópicos comentados acima, quais outras ideias você acha importante considerar em uma pesquisa?

Fonte: Apoema matemática (9º ano) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média, moda, mediana e amplitude.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico, registro figural e registro gráfico.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

No efetuando pesquisas da Figura 53 os alunos devem elaborar uma pesquisa, para isso, eles podem seguir as etapas expostas.

Para realizar a pesquisa, e seu relatório, os alunos devem ter relativo conhecimento sobre as medidas de tendência central média, moda e mediana e da medida de dispersão amplitude, visto que não há no livro didático exposição do conteúdo, somente a aplicação deste.

Assim, verificou-se que o registro da língua natural situa-se na descrição das etapas da pesquisa e na ideia de conclusão, na parte da análise da pesquisa, por meio de um relatório.

Ainda na parte da análise da pesquisa, e levando em conta a sugestão de conclusão da mesma, os alunos devem elaborar tabelas, registro figural, e gráficos, registro gráfico, além de realizarem os cálculos, registro numérico, das medidas de tendência central média, moda e mediana, e da medida de dispersão amplitude.

Ademais, pôde-se observar a operação de tratamento nos cálculos, registro numérico, pois o registro de representação permanece o mesmo. E, também, podemos constatar que a operação de conversão se faz presente, pois a tabela e o gráfico apresentam os mesmos dados com registros de representação diferentes (registro gráfico e registro numérico).

#### 4.1.3.3 Medidas de tendência central e de dispersão no livro didático do 9º ano

No livro didático do 9º ano, constatou-se que não há a etapa de exposição dos objetos de conhecimento referente aos objetos matemáticos, no caso média, moda, mediana e amplitude.

No que concerne à etapa em que os alunos manipulam dos objetos de conhecimento - os dois exercícios e a pesquisa que os estudantes devem efetuar - observou-se que há a presença principalmente do registro da língua natural e numérico, além dos registros figural e gráfico, sendo que o registro numérico refere-se aos cálculos que os alunos devem realizar.

Com relação aos exercícios, percebeu-se que os dois que são propostos fazem referência a média aritmética e a média ponderada, o que é insatisfatório, tendo em vista que

os objetos do conhecimento trazidos na BNCC relativos às medidas de tendência central e dispersão, nesta série, incluem também a moda, a mediana e a amplitude, objetos estes que os alunos utilizariam também na análise da pesquisa realizada por eles próprios.

No tocante às operações cognitivas, detectou-se que as operações cognitivas de tratamento e conversão estão presentes nos dois exercícios e na parte da análise da pesquisa.

Resumindo, com a referida análise foi possível observar que, apesar de ser interessante a proposta de realização de uma pesquisa pelos alunos, seria proveitoso ter a exposição do conteúdo e, principalmente, mais exercícios para os estudantes testarem os seus conhecimentos antes de terem que utilizá-los na análise da pesquisa.

Cabe destacar, ainda, que os dois exercícios tem resolução direta, com a realização dos cálculos das médias aritmética e ponderada, de forma que os alunos não são levados a realmente refletir sobre o exercício, sobre o que eles tem que fazer para respondê-lo e o que significa a média (aritmética ou ponderada) que eles estão calculando em relação ao exercício.

No que diz respeito aos objetos de conhecimento e habilidades trazidas na BNCC, no que se refere ao 9º ano e as medidas de tendência central e de dispersão, constatou-se que os objetos de conhecimento média (aritmética e ponderada), moda, mediana e amplitude estão presentes no livro didático correspondente a essa série. Em se tratando das habilidade (EF09MA22) e (EF09MA23), que discorrem, entre outras coisas, sobre o planejamento e execução de pesquisa amostral, construção de tabelas e gráficos relativos a um determinado conjunto de dados e análise dos dados por meio das medidas de tendência central média, moda e mediana, e da medida de dispersão amplitude (Brasil, 2017), percebeu-se que, em grande parte, o livro didático está alinhado com elas.

## **4.2 Ensino médio**

Após verificação na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), constatou-se que as medidas de tendência central e dispersão estão previstas no currículo da 3ª série deste nível de ensino. Desse modo, foi analisado, nesta pesquisa, o livro didático utilizado nesta série.

No entanto, cabe frisar que o livro didático da 3ª série é anterior à implementação da BNCC, mas optou-se por mesmo assim utilizar a BNCC como parâmetro, pois ela é o documento norteador da educação em nosso país.

#### 4.2.1 3ª série

A partir das competências e habilidades trazidas na BNCC referentes às medidas de tendência central e de dispersão, no que concerne a 3ª série, sucedeu-se a seleção dos conteúdos no livro didático da referida série e, em seguida, a análise desses conteúdos.

A seguir são apresentadas as informações alcançadas a partir da análise realizada.

Quadro 7 - Informações, referentes aos registros de representação, obtidas a partir da análise do livro didático da 3ª série

3ª série	
	Registros de Representação
Definições (7)	Língua natural e linguagem algébrica
Exemplos (10)	Língua natural, numérico, figural e gráfico
Atividades resolvidas (4)	Língua natural, numérico e figural
Exercícios (13)	Língua natural, linguagem algébrica, numérico, figural e gráfico

Fonte: Autoria própria

Quadro 8 - Informações, referentes às operações cognitivas, obtidas a partir da análise do livro didático do 3ª série

3ª série				
	Operações cognitivas			
	Nenhuma	Tratamento	Conversão	Conversão e tratamento
Definições (7)	3	0	2	2
Exemplos (10)	1	5	3	1
Atividades resolvidas (4)	0	0	0	4
Exercícios (1)	0	2	0	11

Fonte: Autoria própria

No livro didático da 3ª série, as medidas de tendência central e de dispersão são expostas em seções separadas. Dessa forma, primeiro foram analisadas as definições, teoremas, exemplo, exercícios, etc. da seção destinada às medidas de tendência central, e, posteriormente, foram analisados os mesmos itens da seção destinada às medidas de dispersão.

#### 4.2.1.1 Medidas de tendência central

Em um primeiro momento foi analisada a seção do livro didático da 3ª série destinada às medidas de tendência central.

##### 4.2.1.1.1 Etapa de exposição dos objetos de conhecimento

Entendemos como “Etapa de exposição do conteúdo” a parte do livro que trata das definições, conceitos, teoremas, a qual é apresentada a seguir.

Em cada imagem é apresentada a definição de uma medida de tendência central tal qual é trazida no livro didático, e, em seguida, a análise desta em relação a TRRSO.

Figura 54 - Captura de tela da definição de média aritmética trazida no livro didático da 3ª série

**Média aritmética**

A **média aritmética**, ou simplesmente **média**, é a medida de tendência central mais utilizada para representar um conjunto de dados. Para calcular a média aritmética de dois ou mais números, adicionamos esses números e dividimos o resultado obtido pela quantidade de números adicionados.

A média aritmética ( $\bar{x}$ ) de um conjunto de  $n$  valores ( $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n$ ) é dada por:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_{n-1} + x_n}{n}$$

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro da linguagem algébrica.

Operações cognitivas: Conversão.

Figura 55 - Captura de tela da definição de média ponderada trazida no livro didático da 3ª série

A **média aritmética ponderada** ( $\bar{x}_p$ ) de um conjunto de  $n$  valores  $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{n-1}, x_n$ , cujos pesos são respectivamente  $p_1, p_2, p_3, p_4, \dots, p_{n-1}, p_n$ , é dada por:

$$\bar{x}_p = \frac{x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + x_4 \cdot p_4 + \dots + x_{n-1} \cdot p_{n-1} + x_n \cdot p_n}{p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + \dots + p_{n-1} + p_n}$$

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro da linguagem algébrica.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Figura 56 - Captura de tela da definição de moda trazida no livro didático da 3ª série

**Moda**

Quando dizemos que algo está na moda, como uma peça de vestuário, por exemplo, estamos nos referindo a um modelo de roupa que está sendo aceito e usado por muitas pessoas. Em estatística, a **moda** ( $M_o$ ) é uma medida de tendência central correspondente aos valores de maior frequência em um conjunto de dados.

Há conjuntos de dados que não possuem moda, denominados **amodais**. Contudo, existem também aqueles que possuem mais de uma moda. Denominamos **bi-modais** aqueles que possuem duas modas, **trimodais** os que possuem três modas, e assim por diante.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Moda.

Registros de representação: Registro da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Figura 57 - Captura de tela da definição de mediana trazida no livro didático da 3ª série

**Mediana**

Outra medida de tendência central muito utilizada é a **mediana** ( $M_d$ ).

Podemos considerar dois casos para a obtenção da mediana:

- 1º caso: conjunto de dados com quantidade **ímpar** de valores.  
Nesse caso, inicialmente dispomos esses valores em **rol**, ou seja, em ordem não decrescente ou não crescente. A mediana irá corresponder ao termo central do rol.
- 2º caso: conjunto de dados com quantidade **par** de valores.  
Com os valores dispostos em **rol**, obtemos a mediana calculando a média aritmética entre os dois termos centrais do rol.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Mediana.

Registros de representação: Registo da língua natural.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Nas definições apresentadas nas figuras 54 e 55 (média aritmética e média ponderada, respectivamente) temos o registro da língua natural e o registro da linguagem algébrica, nas definições das figuras 56 e 57 (moda e mediana, respectivamente) temos apenas

o registro da língua natural, o que é adequado, tendo em vistas as definições apresentadas em cada uma das figuras.

Observou-se que apenas na definição da figura 54 é realizada alguma operação cognitiva. Na definição da Figura 54, a última frase da explicação (antes do quadro verde), registro da língua natural, descreve o que será feito na fórmula da média aritmética (que está no quadro verde), registro da linguagem algébrica. Dessa forma, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro da linguagem algébrica, registro de chegada.

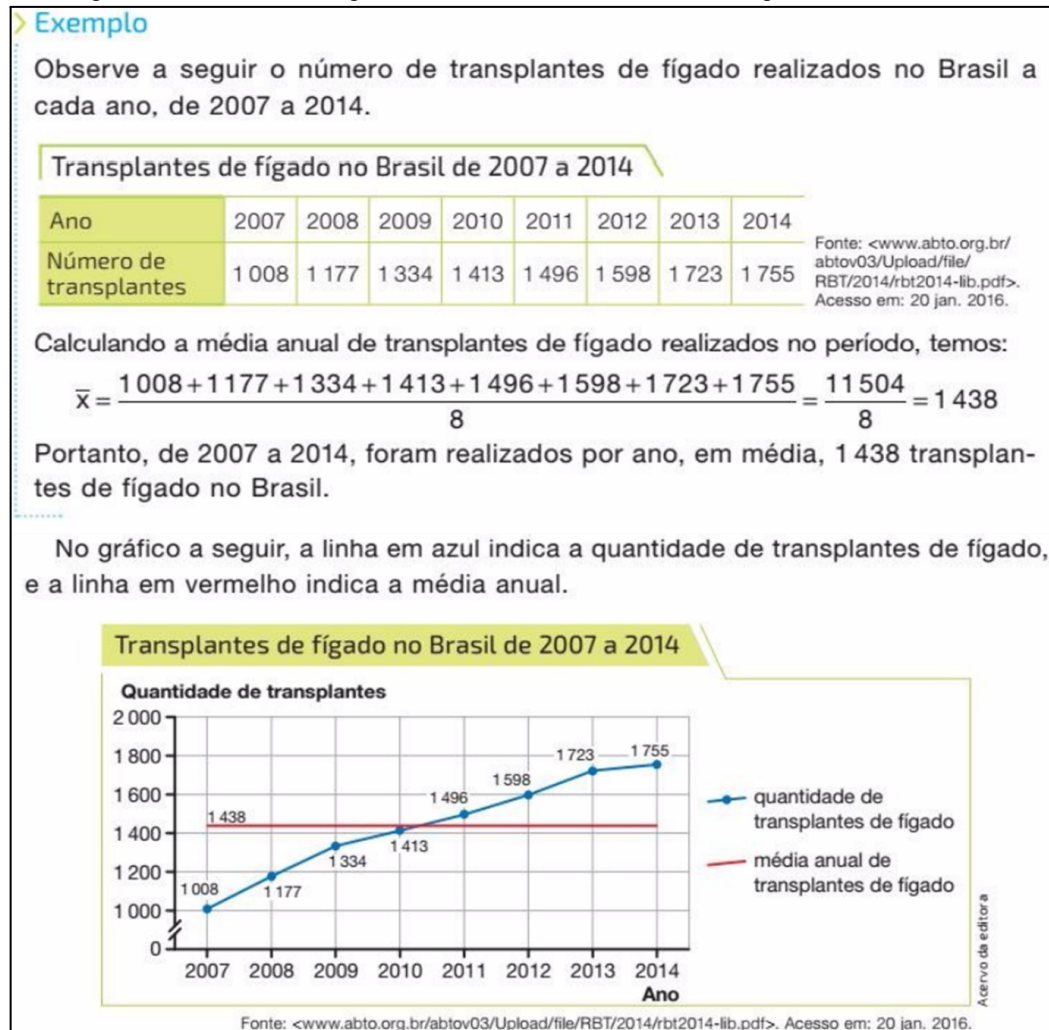
Além disso, os registros de representação e a operação cognitiva utilizados facilitam a compreensão das definições, pois, no caso das definições das Figuras 54 e 55, é utilizado também o registro da linguagem algébrica. Desse modo, as definições não ficam restritas apenas a palavras (registro da língua natural), o que facilita a visualização e a relação com os exemplos e exercícios.

Ademais, comparando as definições de média aritmética, média ponderada, moda e mediana expressas por Bussab e Morettin (2017) com as definições trazidas no livro didático da 3ª série, percebeu-se que as definições apresentadas no último são completas e bastante semelhantes com as expostas no primeiro.

#### *4.2.1.1.2 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exemplos*

Nesta etapa foram analisados os exemplos pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão.

Figura 58 - Captura de tela do 1º exemplo de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série



Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico, registro figural e registro gráfico.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão.

O registro da língua natural situa-se nas frases presentes no exemplo, o registro numérico no cálculo da média aritmética realizado, o registro figural na tabela que apresenta os dados, e o registro gráfico no gráfico apresentado.



No cálculo da média aritmética anual de transplantes de fígado, pôde-se constatar a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

Além disso, percebeu-se que o gráfico apresentado, registro gráfico, exibe as informações da tabela e da média aritmética (calculada anteriormente), registro numérico. Dessa forma, configura-se uma conversão do registro numérico, registro de saída, para o registro gráfico, registro de chegada.

Figura 59 - Captura de tela do 2º exemplo de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série

No processo de seleção de certa instituição de Ensino Superior, a nota do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) obtida pelo candidato tem peso 4, e a obtida no vestibular, peso 6. Se um candidato obtiver nota 70 no Enem e 50 no vestibular, qual será sua nota média final?

Note que, nessa situação, temos de levar em consideração o peso (importância) de cada nota obtida (Enem e vestibular). Essa característica faz que seja necessária, para o cálculo da nota média final do candidato, a utilização da **média aritmética ponderada** ( $\bar{x}_p$ ), que é dada pela soma dos produtos de cada nota pelo respectivo peso, dividida pela soma dos pesos.

Na situação apresentada, temos:

$$\bar{x}_p = \frac{4 \cdot 70 + 6 \cdot 50}{4 + 6} = \frac{280 + 300}{10} = \frac{580}{10} = 58$$

Portanto, a nota média final do candidato foi 58.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão.

O registro da língua natural situa-se na situação problema e na descrição do que será feito na resolução do exemplo, e o registro numérico no cálculo da nota média final do candidato.

No cálculo da nota média final do candidato, pôde-se constatar a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

Além disso, percebeu-se que a última frase da descrição do que será feito no exemplo, registro da língua natural, descreve o cálculo da média ponderada que será feito em

seguida, registro numérico. Dessa forma, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.


Figura 60 - Captura de tela do 3º exemplo de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série

**Exemplo**

Veja a seguir o número de gols marcados nos 40 primeiros jogos do campeonato brasileiro de futebol de 2015.

4	3	1	3	1	3	5	0	6	2
2	2	1	4	1	5	0	1	1	0
3	2	1	0	3	1	1	1	2	1
4	3	3	2	0	3	2	4	5	3

Fonte de pesquisa: <www.cbf.com.br/competicoes/brasileiro-serie-a#.VqDCzporIdU>. Acesso em: 21 jan. 2016.



Partida entre Fluminense e São Paulo, válida pelo campeonato brasileiro de futebol de 2015, no Rio de Janeiro (RJ).

Para auxiliar na obtenção da moda do número de gols marcados por partida, podemos determinar a **frequência (f)** de cada valor, ou seja, quantas vezes esse valor se repete no conjunto de dados. A moda corresponde ao valor de maior frequência.

Portanto, como a maior frequência (11) foi 1 gol, temos  $M_o = 1$ , ou seja, a moda desse conjunto de dados é 1 gol.

Fonte: <www.cbf.com.br/competicoes/brasileiro-serie-a#.VyJuoVK5cdV>. Acesso em: 21 jan. 2016.

Número de gols marcados nos 40 primeiros jogos do campeonato brasileiro de futebol de 2015

Número de gols marcados por jogos	Frequência (f)
0	5
1	11
2	7
3	9
4	4
5	3
6	1

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Moda.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Conversão.

Neste exemplo é trabalhada a moda, pois os alunos devem identificar o valor que aparece mais vezes, tem maior frequência.

O registro da língua natural situa-se nas frases que aparecem ao longo do exemplo, o registro numérico no quadro de dados, e o registro figural na tabela que apresenta a frequência dos gols marcados por jogo e na figura exibida (meramente ilustrativa).

Nesse exemplo é realizada a operação cognitiva de conversão, pois o quadro com os dados, registro numérico, e a tabela, registro figural, contém os mesmos dados, só que em registros de representação diferentes.

Figura 61 - Captura de tela do 4º exemplo de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série

> Exemplos

- Preço de certo produto em diversos supermercados (em reais):

1,85	2,07	2,11	2,45	2,49	2,79	2,99
------	------	------	------	------	------	------

Nesse caso, não há repetição nos preços do produto, ou seja, o conjunto dos preços é amodal.

- Idade dos funcionários de certa empresa (em anos):

18	21	21	21	23	27	31	31	31	38	42	49
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Nesse caso, há duas idades empatadas com maior frequência (21 anos e 31 anos), ou seja, o conjunto das idades é bimodal.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Moda.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Nenhuma.

Neste exemplo é trabalhada a moda, mais especificamente os casos em que um conjunto de dados não tem moda (amodal) ou que tem mais de uma moda (bimodal).

O registro da língua natural situa-se nas frases do exemplo e o registro numérico nos dois conjuntos de dados apresentados.

Nesse exemplo não é realizada alguma operação cognitiva, o que não implica no entendimento do mesmo. Além disso, é exibido e explicado os casos em que o conjunto de dados não tem moda (amodal) ou tem duas modas (bimodal).

Figura 62 - Captura de tela do 5º exemplo de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série

> Exemplo

A seguir, está indicado em ordem não decrescente o comprimento (em centímetros) de 11 peixes criados por um piscicultor.

13	15	15	16	17	18	19	19	21	22	22
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Portanto, a mediana dos comprimentos dos peixes é 18 cm.

Quando a quantidade  $n$  de valores de um conjunto de dados for ímpar, a posição do valor correspondente à mediana, com os valores dispostos em rol, é dada por  $\frac{n+1}{2}$ .

No exemplo acima, temos:

$$\frac{11+1}{2} = 6 \rightarrow 6^{\text{a}} \text{ posição}$$

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a mediana, que envolve, neste caso, a identificação do valor central do conjunto de dados (quando os dados estão em ordem).

O registro da língua natural situa-se nas frases que compõem o exemplo e na explicação da mediana, no caso em que a quantidade de valores do conjunto de dados é ímpar, enquanto o registro numérico encontra-se no conjunto de dados e no cálculo da posição que a mediana ocupa no conjunto de dados.

Tratando-se do cálculo da posição da mediana do tamanho dos 11 peixes, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

Figura 63 - Captura de tela do 6º exemplo de medidas de tendência central exposto no livro didático da 3ª série

**Exemplo**

A seguir, está indicado, em rol, o tamanho (em megabaites) de 14 arquivos gravados em um *pen drive*.

52,8	76	82,4	103	142,5	167,2	173,1	181,5	207,4	248,2	262,3	281	313,3	358,4
------	----	------	-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-----	-------	-------

$$Md = \frac{173,1 + 181,5}{2} = \frac{354,6}{2} = 177,3$$

Portanto, a mediana do tamanho dos arquivos é 177,3 MB.

Quando a quantidade  $n$  de valores de um conjunto de dados for par, a posição dos valores cuja média aritmética corresponde à mediana, com os valores dispostos em rol, é dada por  $\frac{n}{2}$  e  $\frac{n}{2} + 1$ .

No exemplo acima, temos:

$$\frac{14}{2} = 7 \rightarrow 7^{\text{a}} \text{ posição} \quad \frac{14}{2} + 1 = 8 \rightarrow 8^{\text{a}} \text{ posição}$$

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a mediana, que envolve, neste caso, o cálculo da média aritmética com os valores centrais do conjunto de dados.

O registro numérico situa-se nas frases que compõem o exemplo e na explicação da mediana, quando a quantidade de valores do conjunto de dados é par, enquanto o registro numérico encontra-se nos cálculos da mediana e da posição dos valores, no conjunto de dados, que resultarão na mediana.

Tratando-se dos cálculos da mediana e da posição dos valores que resultarão na mediana, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação, registro numérico, permanece o mesmo.

#### 4.2.1.1.3 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: atividades resolvidas

Nesta etapa foram analisadas as atividades resolvidas pertinentes ao tema deste estudo trazidas no livro didático em questão.

Figura 64 - Captura de tela da atividade resolvida R1 de medidas de tendência central exposta no livro didático da 3ª série

**R1.** A seguir estão apresentados os resultados de 400 candidatos aprovados em um concurso e que resolveram uma prova com 30 questões.

Número de acertos	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Número de candidatos	108	80	64	54	39	29	15	7	3	1

Com base nessas informações, calcule a média aritmética, a moda e a mediana para a variável “número de acertos” e dê o significado de cada uma delas.

**Resolução** Explique aos alunos que, mesmo quando a variável é do tipo quantitativa discreta, é conveniente utilizarmos valores decimais para representar medidas estatísticas, como a média aritmética.

- **Média aritmética** A média aritmética ( $\bar{x}$ ) do número de acertos por candidato é dada por:
 
$$\bar{x} = \frac{108 \cdot 21 + 80 \cdot 22 + 64 \cdot 23 + 54 \cdot 24 + 39 \cdot 25 + 29 \cdot 26 + 15 \cdot 27 + 7 \cdot 28 + 3 \cdot 29 + 1 \cdot 30}{108 + 80 + 64 + 54 + 39 + 29 + 15 + 7 + 3 + 1} = \frac{9\,243}{400} = 23,1$$
 Os candidatos acertaram, em média, aproximadamente 23,1 questões.
- **Moda** A moda corresponde ao número de acertos com maior frequência, ou seja,  $M_o = 21$ . Logo, a quantidade de questões que mais alunos acertaram foi 21.
- **Mediana** O total de candidatos é 400 (par). Logo, as posições centrais são 200ª e 201ª
 
$$\left( \frac{n}{2} = \frac{400}{2} = 200 \text{ e } \frac{n}{2} + 1 = \frac{400}{2} + 1 = 201 \right)$$
 Se organizássemos todos os candidatos em ordem não decrescente, de acordo com o número de acertos, teríamos que do 1ª ao 108ª acertaram 21 questões, do 109ª ao 188ª acertaram 22 questões (80 candidatos) e do 189ª ao 252ª acertaram 23 questões (64 candidatos). Logo, os candidatos de posição 200ª e 201ª acertaram 23 questões. Assim:
 
$$M_d = \frac{23 + 23}{2} = 23$$
 Portanto, a quantidade mediana de acertos dos 400 candidatos é 23 acertos.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

Nesta atividade é efetuada a resolução de um exercício que pede que, a partir dos dados apresentados na tabela, seja calculada a média ponderada (que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão), a moda e a mediana para a variável números de acertos.

O registro da língua natural situa-se no enunciado e na resolução da atividade. O registro numérico encontra-se nos cálculos da média aritmética do número de acertos por candidato, na posição dos valores que resultarão na mediana e na mediana da variável número de acertos. E o registro figural está na tabela que apresenta os dados.

Tratando-se particularmente dos cálculos, registro numérico, da média aritmética, da posição dos valores que resultarão na mediana e da mediana em si, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente na atividade resolvida, pois a resolução da mesma envolve a interpretação do enunciado, registro da língua natural, e da tabela, registro figural, além disso, os dados utilizados na resolução, registro numérico, são retirados da tabela. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 65 - Captura de tela da atividade resolvida R2 de medidas de tendência central exposta no livro didático da 3ª série

**R2.** Um instituto de pesquisa entrevistou alguns consumidores em relação à qualidade de três marcas de televisores. Observe ao lado a nota média dada pelos entrevistados em três critérios e os pesos atribuídos pelo instituto para o cálculo da média final. Qual marca de televisor obteve a maior nota final?

Critério	Marca do televisor			Peso
	A	B	C	
Qualidade de imagem	8	7	9	5
Qualidade de som	7	8	6	3
Preço	6	6	4	2

**Resolução**

Chamando de  $\bar{x}_{p_A}$ ,  $\bar{x}_{p_B}$  e  $\bar{x}_{p_C}$  as médias ponderadas finais dos televisores das marcas A, B e C, respectivamente, temos:

- $\bar{x}_{p_A} = \frac{8 \cdot 5 + 7 \cdot 3 + 6 \cdot 2}{5 + 3 + 2} = \frac{73}{10} = 7,3$
- $\bar{x}_{p_B} = \frac{7 \cdot 5 + 8 \cdot 3 + 6 \cdot 2}{5 + 3 + 2} = \frac{71}{10} = 7,1$
- $\bar{x}_{p_C} = \frac{9 \cdot 5 + 6 \cdot 3 + 4 \cdot 2}{5 + 3 + 2} = \frac{71}{10} = 7,1$

Portanto, a marca A obteve maior nota final.

Ativar o Windows

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

Nesta atividade é efetuada a resolução de um exercício que pede que, a partir dos dados apresentados na tabela, seja calculada a média ponderada (que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão) das notas de três marcas de televisores e indicada a marca que obteve a melhor média final.

O registro da língua natural situa-se no enunciado e na resolução da atividade, o registro numérico está no cálculo da média ponderada dos aparelhos das marcas A, B e C, e o registro figural na tabela que apresenta os dados.

Tratando-se dos cálculos da média ponderada, registro numérico, das notas de cada marca de televisor, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente na atividade resolvida, pois a resolução da mesma envolve a interpretação do enunciado, registro da língua natural, e da tabela, registro figural, além disso, os dados utilizados na resolução, registro numérico, são retirados da tabela. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 66 - Captura de tela da atividade resolvida R3 de medidas de tendência central exposta no livro didático da 3ª série

R3. (Enem-MEC) Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

	Reagente 1	Reagente 2	Reagente 3	Reagente 4	Reagente 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o:

a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

**Resolução**

Calculando a média para cada reagente:

- Reagente 1:  $\frac{1+6+6+6+11}{5} = \frac{30}{5} = 6$
- Reagente 2:  $\frac{0+6+7+6+5}{5} = \frac{24}{5} = 4,8$
- Reagente 3:  $\frac{2+3+8+10+11}{5} = \frac{34}{5} = 6,8$
- Reagente 4:  $\frac{2+4+7+8+12}{5} = \frac{33}{5} = 6,6$
- Reagente 5:  $\frac{1+2+9+10+11}{5} = \frac{33}{5} = 6,6$

Comparando a média para cada reagente com os resultados do quadro, observamos que o reagente 2 é o que atende ao critério do pesquisador, pois é o que possui a maior quantidade de resultados acima da média (4 resultados).

Portanto, a alternativa correta é a b.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

Nesta atividade é efetuada a resolução de um exercício que pede que, a partir dos dados apresentados na tabela, seja calculada a média aritmética (que envolve as operação de adição e divisão) da avaliação de cada reagente em cinco experimentos diferentes e identificado o reagente que possui uma maior quantidade de resultados acima da média para aquele reagente.

O registro da língua natural situa-se no enunciado e na resolução da atividade, o registro numérico encontra-se no cálculo da média para cada reagente e o registro figural na tabela que apresenta os dados.

Tratando-se dos cálculos da média aritmética, registro numérico, para cada reagente, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

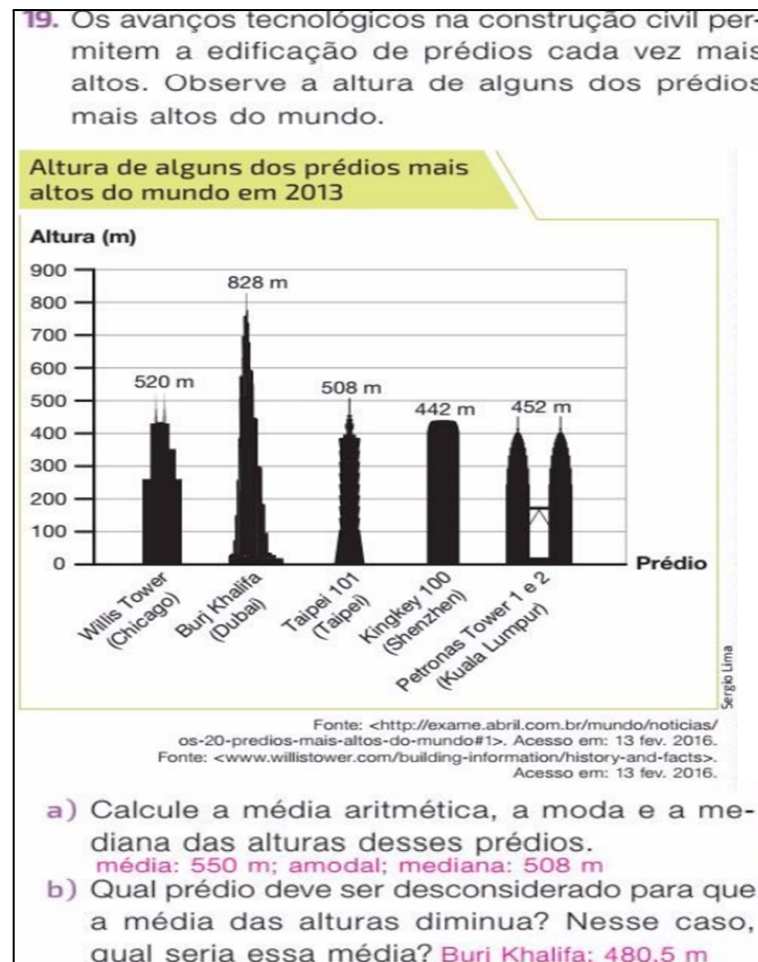


Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente na atividade resolvida, pois a resolução da mesma envolve a interpretação do enunciado, registro da língua natural, e da tabela, registro figural, além disso, os dados utilizados na resolução, registro numérico, são retirados da tabela. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

#### 4.2.1.1.4 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios

Nesta etapa foram analisados os exercícios pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão, sendo estes divididos por semelhanças entre si. Cabe mencionar que, na análise dos exercícios, foi levado em conta, também, o que é necessário para as resoluções destes.

Figura 67 - Captura de tela do 2º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série



Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 67 os alunos devem, a partir das informações do gráfico, calcular a média aritmética, a moda e a mediana das alturas dos prédios (item a); indicar o prédio cuja altura deve ser desconsiderada para que a média calculada no item (a) diminua; e calcular qual seria a média sem a altura desse prédio (item b).

Para responder esse exercício os alunos devem saber o conceito e como calcular a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão; identificar a moda e a mediana; além de serem capazes de extrair do gráfico os dados que precisam e reconhecer o valor que fará a média diminuir.

Assim, verificou-se que registro da língua natural situa-se no enunciado do exercício e na resposta do item (b), o registro numérico encontra-se no cálculo das médias aritmética das alturas dos prédios, nos casos descritos nos itens a) e b), e o registro gráfico no gráfico que apresenta os dados.

Relativo à moda e a mediana, na moda os alunos devem apenas, a partir do gráfico, perceber que o conjunto de dados em questão não tem moda, e na mediana os alunos devem organizar os dados em ordem e identificar a mediana.

Tratando-se dos cálculos das médias nos itens a) e b), registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente no exercício, pois, para respondê-lo, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e o gráfico, registro gráfico, além de terem que extrair do gráfico os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, do exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e gráfico, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 68 - Captura de tela do 4º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série

**21.** A seguir é apresentado o número de alunos de cada uma das três turmas de 3ª ano do Ensino Médio de um colégio, e as notas médias em Matemática de cada uma delas, em certo bimestre. Qual foi a média geral em Matemática nessas três turmas, no bimestre? **67**

Turma	Número de alunos	Nota média em Matemática
A	24	77
B	30	59
C	26	67

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento.

No exercício da Figura 68 os alunos devem, a partir dos dados apresentados na tabela, calcular a média ponderada geral de Matemática dadas as médias de três turmas.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 69 - Captura de tela do 5º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série

**22.** Certo concurso público era composto por três etapas: prova de conhecimentos gerais, prova de conhecimentos específicos e prova prática. Para ser aprovado nesse concurso, o candidato não poderia obter em nenhuma das etapas nota inferior a 5 pontos, e a média aritmética final das três notas tinha de ser igual/ou superior a 7 pontos. Veja a seguir as notas obtidas por três candidatos nas duas primeiras etapas desse concurso.

Candidato	Conhecimentos gerais	Conhecimentos específicos
Amanda	5,2	6,3
Carlos	6,5	7,2
Fátima	7,8	8,3

a) Caso Amanda obtenha nota 9 na prova prática, ela será aprovada? Por quê?

b) Qual é a nota mínima que Carlos deve obter na prova prática para que seja aprovado? **7,3**

c) É possível afirmar que se Fátima não for eliminada na prova prática ela será aprovada? Justifique.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico, registro da linguagem algébrica e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 69 os alunos devem, a partir dos dados apresentados na tabela, no enunciado e utilizando a média aritmética, verificar se a candidata Amanda será aprovada caso obtiver nota 9 na prova prática (item a); calcular a nota mínima (a nota desconhecida que pode ser designada por uma incógnita) que o candidato Carlos deve obter para ser aprovado (item b); identificar e justificar se a candidata Fátima será aprovada caso não seja eliminada na prova prática.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão (itens a, b e c); organizar e resolver

uma equação do 1º grau com uma incógnita (item b); além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 70 - Captura de tela do 7º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série

**24. (Enem-MEC)** Em uma seletiva para a final dos 100 metros livres de natação, numa olimpíada, os atletas, em suas respectivas raias, obtiveram os seguintes tempos:

Raia	1	2	3	4
Tempo (segundo)	20,90	20,90	20,50	20,80

Raia	5	6	7	8
Tempo (segundo)	20,60	20,60	20,90	20,96

A mediana dos tempos apresentados no quadro é: **d**  
 a) 20,70 b) 20,77 c) 20,80 d) 20,85 e) 20,90

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 70 os alunos devem, a partir dos dados apresentados na tabela, calcular a mediana dos tempos de uma seletiva de natação.

Para responder esse exercício os alunos devem saber o conceito de mediana e como calcular a mediana quando a quantidade de dados é par, o que envolve o cálculo da média aritmética, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Por meio da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 68, 69 e 70 é semelhante, e as operações cognitivas de tratamento e conversão são empregues em todos os exercícios citados, além disso, os três problemas dispõem dos registros de representação da linguagem natural, numérico e figural, e, no caso do exercício da Figura 69, também o registro da linguagem algébrica.

Desse modo, verificou-se que, nos referidos exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado, na resposta do item c) do exercício da Figura 69, em conformidade com a pergunta deste, e a cargo dos alunos nas respostas dos demais exercícios. O registro numérico está presente nos cálculos da média ponderada, aritmética e da mediana, Figuras 68,

69 e 70, respectivamente. O registro figural está nas tabelas que apresentam os dados em cada exercício. E o registro da linguagem algébrica encontra-se na resolução do exercício da figura 69.

Tratando-se dos cálculos, registro numérico, necessários na resolução de cada exercício, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e a tabela, registro figural, além de terem que extrair da tabela os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 71 - Captura de tela do 1º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série

**18. Calcule a média aritmética, a moda e a mediana de cada conjunto de valores.**

a) 3 8 15 5 3 12 7 11  
 média: 8; moda: 3; mediana: 7,5

b) 5 10 9 13 21 -5 -1 10 9 12  
 1 0 3 8 7  
 média: 6,8; moda: 10 e 9; mediana: 8

c) -6 -4 -7 -11 -3 -1 -5 -7  
 -10 -20 0 -25 -22 -2 -15  
 média: -9,2; moda: -7; mediana: -7

d) -20 5 8 -1 12 -24 6 10 -3  
 16 -1 -8 0  
 média: 0; moda: -1; mediana: 0

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, moda e mediana.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento.

No exercício da Figura 71 os alunos devem, a partir do conjunto de valores exposto, calcular a média aritmética, a moda e a mediana. São apresentados quatro conjuntos de valores e os alunos devem realizar os cálculos da média, moda e mediana para cada um deles.

Para responder esse exercício os estudantes devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão; ordenar os dados de forma a possibilitar a identificação da mediana (ou o cálculo desta quando a quantidade de dados for par); e constatar qual valor será a moda em cada conjunto de valores.

Assim, verificou-se que o registro da língua natural situa-se no enunciado do exercício e o registro numérico está presente nos conjuntos de valores, no cálculo das médias aritméticas e, dependendo do conjunto de valores, da mediana.

Com relação a moda e a mediana, na primeira os alunos devem apenas identificar o valor que aparece uma maior quantidade de vezes em cada conjunto de valores. Já na segunda, os estudantes devem, quando for necessário, organizar os dados em ordem crescente ou decrescente e identificar ou calcular a mediana em cada conjunto de valores.

Tratando-se dos cálculos, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Figura 72 - Captura de tela do 3º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série

20. Carlos tem o dobro da idade de seu filho e metade da idade de seu pai. Sabendo que a média da idade dos três é 49 anos, qual é a idade de cada um deles?  
Carlos: 42 anos; filho: 21 anos;  
pai: 84 anos

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética

Registros de representação: Registro da língua natural, registro da linguagem algébrica e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 72 os alunos devem, a partir das informações do enunciado, do conceito de média aritmética e utilizando a linguagem algébrica, determinar a idade de Carlos, seu filho e seu pai. Neste exercício os estudantes devem escolher uma incógnita que representa a idade de cada uma das três pessoas e, com o conhecimento algébrico, mais especificamente equações do 1º grau, calcular o valor de cada incógnita.

Para responder esse exercício os alunos têm que saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, bem como devem ter o conhecimento de como utilizar e trabalhar com equações do 1º grau.

Figura 73 - Captura de tela do 6º exercício de medidas de tendência central apresentado no livro didático da 3ª série

23. Após ter realizado uma prova A com peso 7 e obtido nota 6,5, Carlos realizará uma prova B, com peso 5. Sabendo que para ser aprovado ele deve obter a média ponderada das notas das provas A e B igual ou superior a 7, qual é a nota mínima que Carlos deve obter na prova B? 7,7

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro da linguagem algébrica.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 73 os alunos devem, a partir das informações do enunciado e do conceito de média aritmética, definir a nota mínima que Carlos tem que obter na prova B para ser aprovado. Neste exercício os estudantes devem escolher uma incógnita que representa a nota que Carlos tem que obter na prova B e, com o conhecimento algébrico, mais especificamente equações do 1º grau, calcular o valor dessa incógnita.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão, bem como devem ter o conhecimento de como utilizar e trabalhar com equações do 1º grau.

Por meio da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 72 e 73 é semelhante e as operações cognitivas de tratamento e conversão são empregadas em ambos os exercícios, além disso, os dois problemas dispõem dos registros de representação da língua natural, numérico e da linguagem algébrica.

Desse modo, verificou-se que, em ambos os problemas, o registro da língua natural situa-se no enunciado, e a cargo dos alunos nas respostas dos exercícios, já o registro numérico e o registro da linguagem algébrica se fazem presentes nos cálculos necessários para resolver os exercícios.



Tratando-se dos cálculos, registro numérico, necessários para a resolução de cada exercício, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Temos ainda que, em relação ao exercício da Figura 72, a primeira sentença do enunciado descreve uma situação que terá que ser representada por meio da linguagem algébrica na resolução do exercício. Dessa forma, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro da linguagem algébrica, registro de chegada.

Com relação ao exercício da Figura 73, nele também se faz presente a operação de conversão, pois, para respondê-lo, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, além de terem que extrair dele os dados que serão utilizados na resolução do exercício, registro numérico e registro da linguagem algébrica. Assim, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para os registros numérico e da linguagem algébrica, registros de chegada.

#### 4.2.1.2 Medidas de dispersão

Agora, é apresentada a análise que foi realizada da seção destinada às medidas de dispersão.

##### *4.2.1.2.1 Etapa de exposição dos objetos de conhecimento*

Entendemos como “Etapa de exposição do conteúdo” a parte do livro que trata das definições, conceitos, teoremas, a qual é apresentada a seguir.

Em cada imagem é apresentada a definição de uma medida de dispersão tal qual é trazida no livro didático, e, em seguida, a análise desta em relação a TRRSO.

Figura 74 - Captura de tela da definição de desvio médio trazida no livro didático da 3ª série

O desvio médio (Dm) de um conjunto de  $n$  valores é dado pela média aritmética dos valores absolutos dos desvios de cada valor em relação à média:

$$Dm = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Desvio médio.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro da linguagem algébrica.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Figura 75 - Captura de tela da definição de variância trazida no livro didático da 3ª série

A variância (V) de um conjunto de  $n$  valores é dada pela média aritmética dos quadrados dos desvios de cada valor em relação à média:

$$V = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Variância.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro da linguagem algébrica.

Operações cognitivas: Conversão e tratamento.

Figura 76 - Captura de tela da definição de desvio padrão trazida no livro didático da 3ª série

O desvio padrão (Dp) de um conjunto de  $n$  valores é dado pela raiz quadrada da variância:  $Dp = \sqrt{V}$   
 Quanto mais próximo de zero estiver o desvio padrão, mais regular será o conjunto de valores, ou seja, mais próximos da média estarão esses valores.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro da linguagem algébrica.

Operações cognitivas: Conversão.

Nas definições apresentadas nas figuras 74, 75 e 76 (desvio médio, variância e desvio padrão, respectivamente) temos o registro da língua natural e o registro da linguagem algébrica.

Observou-se que nas definições das figuras 74 e 75 são realizadas as operações cognitivas de conversão e tratamento e na definição da Figura 76 é realizada apenas a operação de conversão.

Nas figuras 74, 75 e 76 notou-se que a frase inicial da definição, registro da língua natural, descreve o que será feito a seguir, na fórmula do desvio médio/variância/desvio padrão, registro da linguagem algébrica. Dessa forma, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro da linguagem algébrica, registro de chegada.

Tratando-se das definições das figuras 74 e 75, na fórmula do desvio médio/variância, registro da linguagem algébrica, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Ainda, os registros de representação e as operações cognitivas utilizados facilitam a compreensão das definições, pois, utilizando também o registro da linguagem algébrica, as definições não ficam restritas apenas a palavras (registro da língua natural), o que facilita a visualização e a relação com os exemplos e exercícios.

Ademais, comparando as definições de desvio médio, variância e desvio padrão expressas por Barbetta, Reis e Bornia (2010) com as definições trazidas no livro didático da 3ª série, percebeu-se que as definições apresentadas no último são completas e bastante semelhantes com as expostas no primeiro. Cabe destacar que, no livro didático da 3ª série, apesar de serem trabalhados nos exemplos e exercícios também a amplitude e os desvios, estes não são formalizados, ou seja, não são apresentadas as suas definições.

#### 4.2.1.2.2 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exemplos

Nesta etapa foram analisados os exemplos pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão.

Figura 77 - Captura de tela dos exemplos 1 e 2 de medidas de dispersão expostos no livro didático da 3ª série

> Exemplo 1

Salários: R\$ 2660,00, R\$ 2700,00, R\$ 3040,00, R\$ 3200,00 e R\$ 3400,00.

$$\text{Média: } \bar{x} = \frac{2660 + 2700 + 3040 + 3200 + 3400}{5} = 3000 \rightarrow \text{R\$ 3000,00}$$

> Exemplo 2

Salários: R\$ 1680,00, R\$ 1680,00, R\$ 1900,00, R\$ 3800,00 e R\$ 5940,00.

$$\text{Média: } \bar{x} = \frac{1680 + 1680 + 1900 + 3800 + 5940}{5} = 3000 \rightarrow \text{R\$ 3000,00}$$

Note que em ambos os exemplos a média é igual a R\$ 3000,00. Contudo, no exemplo 1 os valores estão próximos da média e, no exemplo 2, mais distantes dela. Dizemos que no exemplo 1 os valores estão menos dispersos em relação à média do que no exemplo 2.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão.

O registro da língua natural situa-se, principalmente, na explicação da dispersão dos valores em relação à média, e o registro numérico encontra-se nos cálculos das médias aritmética dos salários nos dois exemplos.

Tratando-se dos cálculos das médias, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Cabe destacar que, ao que parece, o objetivo dos exemplos é explicar e comparar os desvios dos valores em relação à média, por isso, estes são simples e diretos.

Figura 78 - Captura de tela do 3º exemplo de medidas de dispersão exposto no livro didático da 3ª série

Observe a seguir a quantidade de veículos vendidos por uma concessionária em certa semana.

Domínio	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira	Sábado
26	12	18	16	33	17	25

Vamos calcular inicialmente a média diária de veículos vendidos:

$$\bar{x} = \frac{26+12+18+16+33+17+25}{7} = \frac{147}{7} = 21 \rightarrow 21 \text{ veículos}$$

Agora, calculamos os desvios de cada valor em relação à média:

- $x_1 - \bar{x} = 26 - 21 = 5$
- $x_2 - \bar{x} = 12 - 21 = -9$
- $x_3 - \bar{x} = 18 - 21 = -3$
- $x_4 - \bar{x} = 16 - 21 = -5$
- $x_5 - \bar{x} = 33 - 21 = 12$
- $x_6 - \bar{x} = 17 - 21 = -4$
- $x_7 - \bar{x} = 25 - 21 = 4$

Podemos verificar que a soma dos desvios é igual a zero ( $5 - 9 - 3 - 5 + 12 - 4 + 4 = 0$ ). A fim de não ser afetado por essa propriedade, o desvio médio é dado pela média dos valores absolutos dos desvios. Nesse caso, temos:

$$Dm = \frac{|5| + |-9| + |-3| + |-5| + |12| + |-4| + |4|}{7} = \frac{42}{7} = 6 \rightarrow 6 \text{ veículos}$$

Portanto, o desvio médio diário foi de 6 veículos vendidos.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética e desvio médio.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

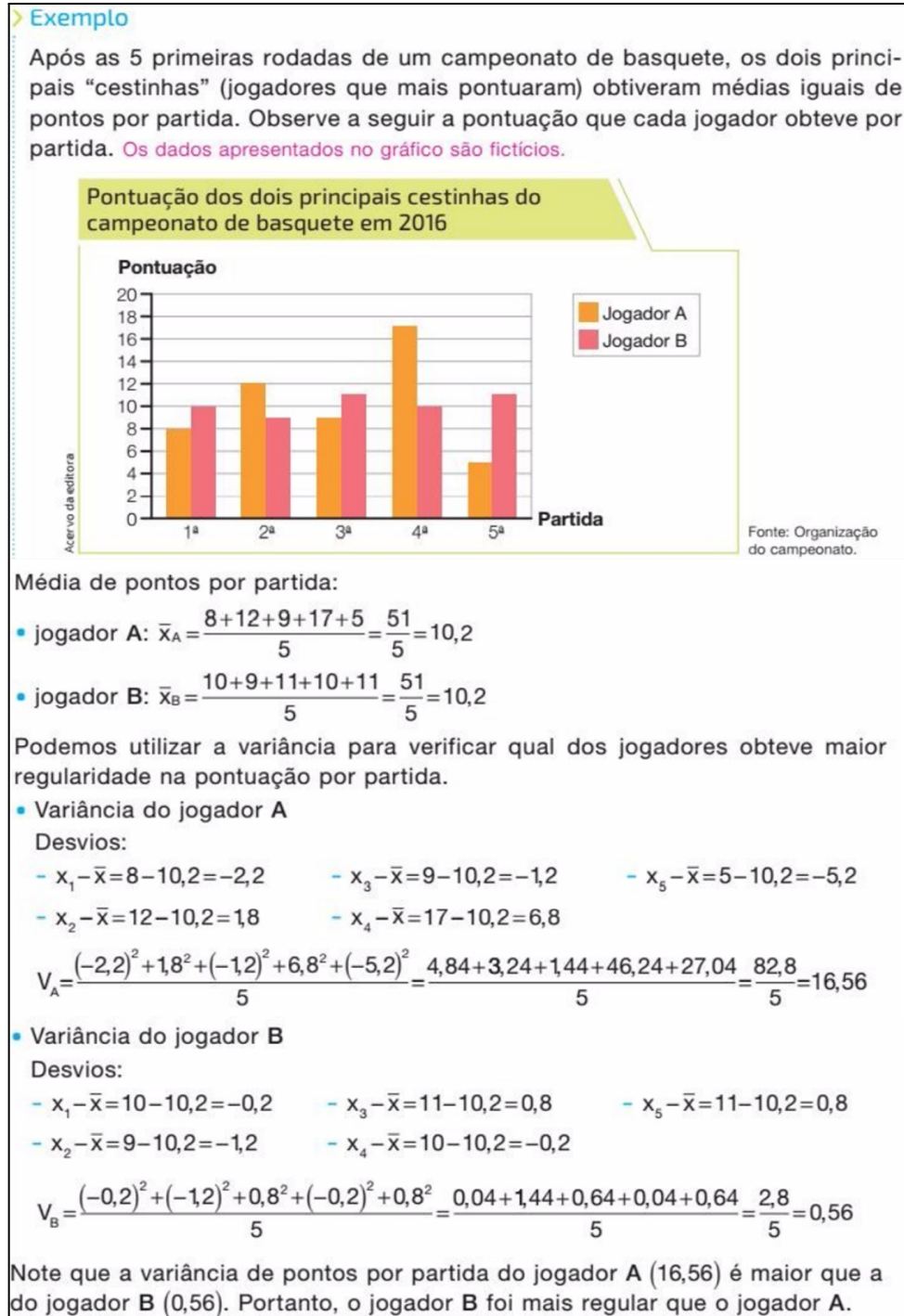
Operações cognitivas: Tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão; o cálculo dos desvios, que envolve a média aritmética calculada anteriormente e a operação de subtração; e o desvio médio, que envolve os desvios calculados, o conceito de módulo e as operações de adição e divisão.

O registro da língua natural situa-se nas frases que compõem o exemplo. O registro numérico encontra-se no cálculo da média aritmética, dos desvios e do desvio médio da quantidade de veículos vendidos. E o registro figural está na tabela que apresenta os dados.

Tratando-se dos cálculos efetuados, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Figura 79 - Captura de tela do 4º exemplo de medidas de dispersão exposto no livro didático da 3ª série



Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética e variância.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Tratamento.

Neste exemplo é trabalhada a média aritmética da pontuação dos jogadores A e B, que envolve as operações de adição e divisão; o cálculo dos desvios, que envolve as médias calculadas anteriormente e a operação de subtração; e a variância, que envolve os desvios calculados, a potenciação e as operações de adição e divisão.

O registro da língua natural situa-se nas frases que compõem o exemplo. O registro numérico está nos cálculos das médias, dos desvios e das variâncias dos jogadores A e B. E o registro gráfico compreende o gráfico que apresenta os dados.

Tratando-se dos cálculos, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Figura 80 - Captura de tela do exemplo 5 de medidas de dispersão exposto no livro didático da 3ª série

Em relação ao exemplo apresentado no estudo da variância, vamos calcular o desvio padrão do número de pontos por partida obtido pelos jogadores A e B.

- Desvio padrão do jogador A:  $Dp_A = \sqrt{V_A} = \sqrt{16,56} \approx 4,07$
- Desvio padrão do jogador B:  $Dp_B = \sqrt{V_B} = \sqrt{0,56} \approx 0,75$

Portanto, o jogador A teve um desvio padrão de aproximadamente 4,07 pontos por partida, e o jogador B, de cerca de 0,75 ponto por partida.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Variância e desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento.

Neste exemplo é trabalhado o cálculo do desvio padrão da pontuação dos jogadores A e B, o que envolve a radiciação e a variância obtida no exemplo anterior (Figura 79).

O registro da língua natural situa-se nas frases que compõem o exemplo e o registro numérico no cálculo do desvio padrão.

Tratando-se do cálculo do desvio padrão, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

#### 4.2.1.2.3 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: atividade resolvida

Nesta etapa foi analisada uma atividade resolvida pertinente ao tema deste estudo trazida no livro didático em questão.

Figura 81 - Captura de tela da atividade resolvida R4 de medidas de dispersão exposta no livro didático da 3ª série

**R4.** Observe a seguir as idades dos alunos de uma das turmas do 3º ano noturno do Ensino Médio de certa escola.

Com relação às idades dos alunos, determine o:

a) desvio médio  
b) desvio padrão

Os dados apresentados na tabela são fictícios.

Idades dos alunos de uma turma do 3º ano do Ensino Médio de certa escola, em 3 de outubro de 2016						
Idade (em anos)	16	17	18	19	20	22
Frequência (f)	16	9	4	2	1	1

Fonte: Turma do 3º ano do Ensino Médio.

**Resolução**

Inicialmente calculamos a média aritmética das idades.

$$\bar{x} = \frac{16 \cdot 16 + 17 \cdot 9 + 18 \cdot 4 + 19 \cdot 2 + 20 \cdot 1 + 22 \cdot 1}{16 + 9 + 4 + 2 + 1 + 1} = \frac{561}{33} = 17 \rightarrow 17 \text{ anos}$$

Agora, calculamos o desvio de cada valor em relação à média:

- $x_1 - \bar{x} = 16 - 17 = -1$
- $x_3 - \bar{x} = 18 - 17 = 1$
- $x_5 - \bar{x} = 20 - 17 = 3$
- $x_2 - \bar{x} = 17 - 17 = 0$
- $x_4 - \bar{x} = 19 - 17 = 2$
- $x_6 - \bar{x} = 22 - 17 = 5$

Como os dados estão distribuídos em uma tabela de frequências, vamos considerar a frequência absoluta para o cálculo das medidas de dispersão.

a)  $Dm = \frac{16 \cdot |-1| + 9 \cdot |0| + 4 \cdot |1| + 2 \cdot |2| + 1 \cdot |3| + 1 \cdot |5|}{33} = \frac{32}{33} = 0,9\overline{6} \rightarrow 0,9\overline{6} \text{ ano}$

Portanto, o desvio médio das idades dos alunos é de  $0,9\overline{6}$  ano.

b) Como o desvio padrão é dado pela raiz quadrada da variância, segue que:

$$V = \frac{16 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot 0^2 + 4 \cdot 1^2 + 2 \cdot 2^2 + 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 5^2}{33} = \frac{62}{33} = 1,8\overline{7}$$

$Dp = \sqrt{1,8\overline{7}} = 1,37$

Portanto, o desvio padrão é de aproximadamente 1,37 ano.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada, desvio médio, variância e desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

Nesta atividade é efetuada a resolução de um exercício que pede que, a partir dos dados apresentados na tabela, seja calculado o desvio médio (que envolve o cálculo da média ponderada, dos desvios, o conceito de módulo e as operações de multiplicação, adição e divisão) e a variância (que envolve o cálculo dos desvios, a potenciação e as operações de

multiplicação, adição e divisão) da idade dos alunos do 3º ano do ensino médio de certa escola.

O registro da língua natural situa-se no enunciado da atividade e nas frases que constam na sua resolução. O registro numérico encontra-se nos cálculos da média ponderada, do desvio de cada valor em relação à média, do desvio médio, da variância e do desvio padrão da idade dos alunos. E o registro figural está na tabela que apresenta os dados.

Tratando-se dos cálculos realizados, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

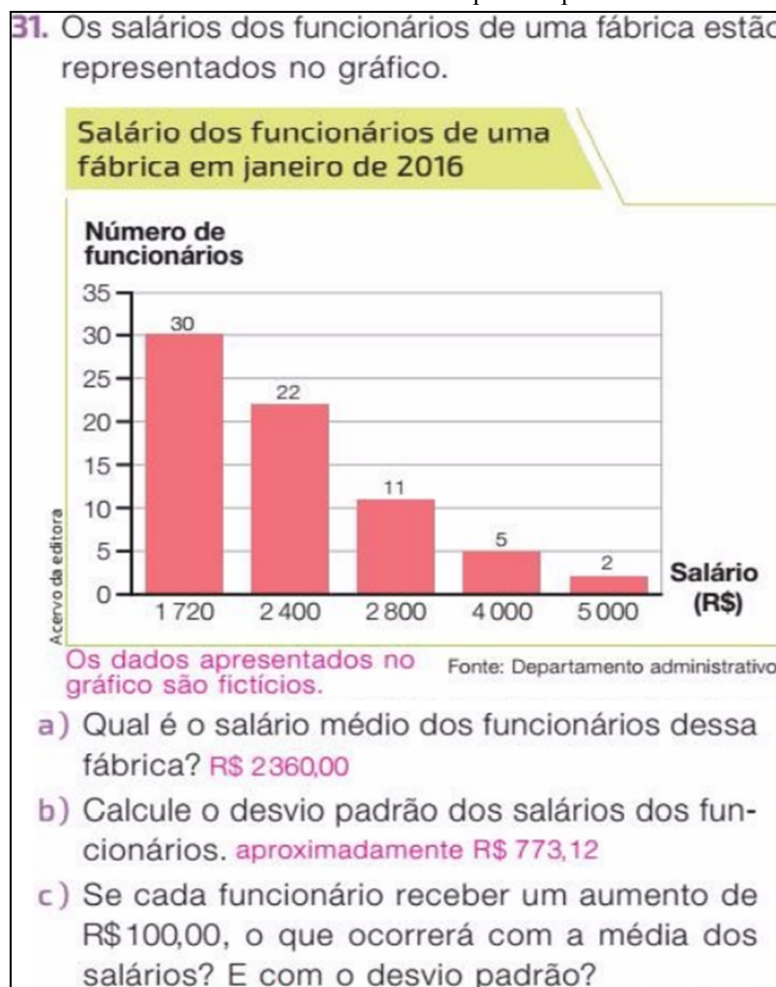
Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente na atividade resolvida, pois a resolução da mesma envolve a interpretação do enunciado, registro da língua natural, e da tabela, registro figural, além disso, os dados utilizados na resolução, registro numérico, são retirados da tabela. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

#### *4.2.1.2.4 Etapa de manipulação dos objetos de conhecimento: exercícios*

Nesta etapa foram analisados os exercícios pertinentes ao tema deste estudo trazidos no livro didático em questão, sendo estes divididos por semelhanças entre si. Cabe mencionar que, na análise dos exercícios, foi levado em conta, também, o que é necessário para as resoluções destes.



Figura 82 - Captura de tela do 6º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série



Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média ponderada, variância e desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro gráfico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

Neste exercício os alunos devem, a partir das informações expostas no gráfico, calcular a média ponderada dos salários (item a), o desvio padrão dos salários dos funcionários da fábrica (item b) e estabelecer o que acontece com a média ponderada e o desvio padrão dos salários se cada funcionário receber um aumento de R\$ 100,00 (item c).

Para responder esse exercício os alunos devem saber calcular a média ponderada, que envolve as operações de multiplicação, adição e divisão; calcular o desvio padrão, que envolve os cálculos dos desvios e da variância; conhecer o conceito de média e desvio padrão; além de serem capazes de extrair do gráfico os dados que precisam.

Desse modo, verificou-se que o registro da língua natural situa-se no enunciado do exercício e na resposta do item (c), em conformidade com a pergunta deste; o registro numérico encontra-se nos cálculos das médias ponderada e dos desvios padrão dos salários; e o registro gráfico no gráfico que apresenta os dados.

Tratando-se dos cálculos das médias nos itens a) e c) e dos desvios padrão nos itens b) e c), registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente no exercício, pois, para respondê-lo, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e o gráfico, registro gráfico, além de terem que extrair do gráfico os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, do exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e gráfico, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 83 - Captura de tela do 2º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série

27. Uma Organização Não Governamental (ONG) realiza semanalmente uma pesquisa de preços de combustíveis em 6 postos. A seguir, estão apresentados os preços da gasolina nesses postos em duas semanas consecutivas.  
Os dados apresentados na tabela são fictícios.

Preço do litro da gasolina por posto de combustível (R\$) em janeiro de 2016

semana posto	1ª	2ª
A	4,67	4,70
B	4,68	4,73
C	4,71	4,74
D	4,69	4,71
E	4,70	4,73
F	4,69	4,71

Fonte: Posto de combustível.

a) De quantos por cento, aproximadamente, foi a diferença entre o menor e o maior preço pesquisado em cada semana? 1ª semana: 0,86%; 2ª semana: 0,85%

b) Qual é o preço médio da gasolina na 1ª semana? E na 2ª semana? R\$ 4,69; R\$ 4,72

c) Para cada semana, calcule o desvio médio, a variância e o desvio padrão em relação ao preço do litro da gasolina.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Amplitude, média aritmética, desvio médio, variância e desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 83 os alunos devem, a partir dos dados apresentados na tabela, determinar (em por cento) a amplitude dos preços da gasolina na primeira e segunda semana (item a), calcular o preço médio da gasolina em cada semana (item b), e calcular o desvio médio, a variância e o desvio padrão em relação ao preço da gasolina em cada semana (item c).

Para responder esse exercício os alunos devem saber calcular a amplitude de um conjunto de dados, que envolve a operação de subtração; a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão; o desvio médio, que envolve os cálculos dos desvios e as operação de adição e divisão; a variância, que envolve o cálculo dos desvios, a potenciação e as operações de adição e divisão; o desvio padrão, que envolve o cálculo da variância e a radiciação; e o conceito de porcentagem. Além disso, é necessário que os alunos sejam capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Figura 84 - Captura de tela do 4º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série

**29.** Em uma corrida de automóveis, três pilotos estão disputando o primeiro lugar. A seguir está apresentado o tempo, em segundos, para as cinco primeiras voltas da corrida.

Piloto	Volta				
	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
A	870	848	855	845	852
B	866	850	847	845	847
C	867	851	843	849	855

Considerando as cinco primeiras voltas, determine qual piloto obteve:

a) pior média  
piloto A

b) maior regularidade  
piloto B

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, variância e desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural, registro numérico e registro figural.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 84 os alunos devem, a partir dos dados apresentados na tabela, calcular a média aritmética dos tempos dos pilotos A, B e C e identificar qual possui a pior média (item a), além de distinguir o piloto que obteve maior regularidade (item b).

Para responder esse exercício os alunos devem saber calcular a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, e o desvio padrão, que envolve o cálculo da variância e a radiciação, além de serem capazes de extrair da tabela os dados que precisam.

Através da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 83 e 84 é semelhante e as operações cognitivas de tratamento e conversão são empregues em ambos, ademais, os dois problemas dispõem dos registros de representação da linguagem natural, numérico e figural.

Dessa forma, verificou-se que, em ambos os exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado, nas respostas dos itens (a) e (b) do exercício da Figura 84 e a cargo dos alunos nas demais respostas. O registro numérico está presente nos cálculos da amplitude (Figura 83), das médias aritméticas, dos desvios, do desvio médio, da variância e do desvio padrão (Figuras 83 e 84). E o registro figural está nas tabelas que apresentam os dados.

Tratando-se dos cálculos, registro numérico, necessários na resolução de cada exercício, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, e a tabela, registro figural, além de terem que extrair da tabela os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico, de cada exercício. Assim, configura-se uma conversão dos registros da língua natural e figural, registros de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

Figura 85 - Captura de tela do 1º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série

**26.** Para cada conjunto de valores, calcule a média aritmética, a moda, a mediana, o desvio médio, a variância e o desvio padrão.

a) 

62	58	72	66	53	70	51	64
----	----	----	----	----	----	----	----

  
 $\bar{x}=62$ ; amodal; Md=63; Dm=6; V=50,25; Dp=7,09

b) 

14	18	25	14	39	27	31
----	----	----	----	----	----	----

  
 $\bar{x}=24$ ; Mo=14; Md=25; Dm=7,43; V=74,29; Dp=8,62

c) 

12	4,5	1,2	12	2,7	4,5
----	-----	-----	----	-----	-----

 $\bar{x}=6,15$ ;  
Mo = 4,5 e Mo = 12; Md = 4,5; Dm = 3,9; V = 18,38; Dp = 4,29

d) 

13	-18	3	8	-1	11	1	3
----	-----	---	---	----	----	---	---

  
 $\bar{x}=2,5$ ; Mo = 3; Md = 3; Dm = 6,375; V = 81; Dp = 9

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, moda, mediana, desvio médio, variância e desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento.

No exercício da Figura 85 os alunos devem, a partir do conjunto de dados exposto, calcular a média aritmética, a moda, a mediana, o desvio médio, a variância e o desvio padrão. São apresentados quatro conjuntos de dados e os alunos devem realizar os cálculos solicitados em cada um deles.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão; da mediana, que envolve a ordenação dos dados e, quando a quantidade de dados for par, o cálculo da média aritmética dos valores centrais; identificar a moda; calcular o desvio médio, que envolve o cálculo dos desvios e as operações de adição e divisão; a variância, que envolve o cálculo dos desvios, a potenciação e as operações de adição e divisão; e o desvio padrão, que envolve o cálculo da variância e a radiciação.

Assim, verificou-se que o registro da língua natural situa-se no enunciado do exercício e o registro numérico está presente nos conjuntos de valores, nos cálculos da média

aritmética, da mediana, do desvio médio, da variância e do desvio padrão para cada conjunto de valores.

Com relação a moda e a mediana, na primeira os alunos devem apenas identificar o valor que aparece uma maior quantidade de vezes em cada conjunto de valores. Já na segunda, os estudantes devem, quando for necessário, organizar os dados em ordem crescente ou decrescente e identificar ou calcular a mediana em cada conjunto de valores.

Tratando-se dos cálculos, registro numérico, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Figura 86 - Captura de tela do 3º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série

**28.** Em certo concurso, foram aprovados os candidatos que obtiveram, no conjunto de 3 provas, nota média superior a 60 pontos e desvio padrão inferior a 5 pontos. Uma candidata que obteve 54, 68 e 61 pontos nas provas foi aprovada nesse concurso? Justifique.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, variância e desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 86 os alunos devem, a partir do enunciado, calcular a média aritmética e o desvio padrão das notas de três provas e determinar se a candidata em questão foi aprovada no concurso.

Para responder esse exercício os alunos devem saber realizar o cálculo da média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, e do desvio padrão, que envolve o cálculo da variância e a radiciação.

Figura 87 - Captura de tela do 6º exercício de medidas de dispersão apresentado no livro didático da 3ª série

30. Em um grupo de pessoas, em que todas têm idades distintas, a média das idades é 18 anos. Se a pessoa mais jovem for substituída por uma de 18 anos, é possível afirmar que, em relação às idades: **d**
- a) a média e o desvio padrão irão aumentar.
  - b) a média irá permanecer igual, e o desvio padrão, diminuir.
  - c) a média irá diminuir, e o desvio padrão, aumentar.
  - d) a média irá aumentar, e o desvio padrão, diminuir.
  - e) a média e o desvio padrão não se alterarão.

Fonte: Contato matemática (3ª série) - manual do professor

Objetos matemáticos: Média aritmética, variância e desvio padrão.

Registros de representação: Registro da língua natural e registro numérico.

Operações cognitivas: Tratamento e conversão.

No exercício da Figura 87 os alunos devem identificar o item correto em relação ao que é trazido no enunciado. Para isso, os estudantes podem utilizar as definições de média aritmética e desvio padrão ou assumir valores para as idades das pessoas e calcular a média e o desvio padrão de acordo com o que é pedido no exercício.

Para responder esse exercício os alunos devem ter compreendido as definições de média aritmética e desvio padrão. Além de, dependendo da escolha de resolução, saber calcular a média aritmética, que envolve as operações de adição e divisão, e o desvio padrão, que envolve o cálculo da variância e a radiciação.

Através da análise, ficou evidente que a organização dos exercícios das figuras 86 e 87 é semelhante e as operações cognitivas de tratamento e conversão são empregues em ambos os exercícios citados, além disso, os dois problemas dispõem dos registros de representação da língua natural e numérico.

Desse modo, verificou-se que, nos referidos exercícios, o registro da língua natural situa-se no enunciado, na resposta do exercício da Figura 87 e a cargo dos alunos nas demais respostas. Enquanto o registro numérico está presente nos cálculos das médias aritméticas, variâncias e desvios padrão nas figuras 86 e 87.

Tratando-se dos cálculos, registro numérico, necessários na resolução dos exercícios, constatou-se a operação de tratamento, pois o registro de representação permanece o mesmo.

Com relação a operação de conversão, esta também se faz presente nos exercícios, pois, para respondê-los, os alunos devem interpretar o enunciado, registro da língua natural, além de terem que extrair dele os dados que serão utilizados na resolução, registro numérico. Assim, configura-se uma conversão do registro da língua natural, registro de saída, para o registro numérico, registro de chegada.

#### 4.2.1.3 Medidas de tendência central e de dispersão no livro didático da 3ª série

Em síntese, constatou-se que, no livro didático da 3ª série, a etapa de exposição dos objetos de conhecimento - as definições - dos objetos matemáticos média aritmética, média ponderada, moda, mediana, desvio médio, variância e desvio padrão são expressas no registro da língua natural e, em cinco das sete definições, também no registro da linguagem algébrica. Além disso, notou-se que são utilizadas, de maneira apropriada, as operações cognitivas de conversão e tratamento em duas das definições, somente a de conversão em duas e em três definições não é utilizada quaisquer operações cognitivas. Essa organização da exposição dos objetos do conhecimento, por meio de mais de um registro de representação e com o uso das operações cognitivas, age em favor dos alunos no entendimento dos mesmos.

No que se refere à etapa em que os alunos manipulam os objetos de conhecimento - os exemplos, atividades resolvidas e exercícios - observou-se que há pouca variedade de registros e de operações cognitivas. Particularmente com relação aos exemplos, os dez que são apresentados utilizam, basicamente, os registros de representação da língua natural e numérico, dois deles utilizam também o registro figural e dois o registro gráfico. Ademais, em cinco dos dez exemplos apenas a operação de tratamento está presente, em três deles as operações de conversão e tratamento, em um somente a operação de conversão e, ainda, em um dos exercícios não é utilizada quaisquer operações cognitivas. Apesar de serem relativamente elaborados, os exemplos, em sua maioria, são de resolução direta, o foco é nos cálculos e não no que eles representam em relação ao conjunto de dados.

No livro didático da 3ª série, são exibidas, também, quatro atividades resolvidas, as quais utilizam exatamente os mesmos registros de representação, registro da língua natural, registro numérico e registro figural, e as mesmas operações cognitivas, tratamento e conversão. Essas atividades resolvidas são pouco elaboradas e complexas, onde o foco, ao que parece, continua sendo o cálculo. Ainda em relação às atividades resolvidas, na atividade resolvida R4 exposta na Figura 81, na resolução do item (a), particularmente na 1ª frase, está



dito que será calculada a média aritmética, quando na realidade será calculada a média ponderada (ou média aritmética ponderada).

No que diz respeito aos exercícios, percebeu-se que os treze que são propostos utilizam o registro da língua natural e o registro numérico, além de alguns utilizarem o registro gráfico, o registro figural e o registro da linguagem algébrica. Referente às operações cognitivas, detectou-se que todos empregam a operação de tratamento, sendo que em onze deles é empregada também a operação de conversão. Ademais, cabe destacar os exercícios expostos nas Figuras 69, 72 e 73, onde, para resolvê-los, os alunos devem estruturar e resolver equações do 1º grau. A presença desses exercícios no livro didático da 3ª série é de suma importância, pois os alunos são levados a mobilizar conhecimentos já concebidos para solucioná-los.

Resumindo, com a referida análise foi possível constatar que o livro, na parte analisada, utiliza ao todo cinco registros de representação: o registro da língua natural, o registro da linguagem algébrica, o registro numérico, o registro figural e o registro gráfico.

Em relação às habilidades trazidas na BNCC, o livro didático da 3ª série é anterior a implementação da Base, mas, para se ter um panorama, foi realizada uma comparação entre o que é exposto no livro didático em questão e o que é proposto na BNCC, afinal, esse é o documento norteador da educação em nosso país.

No que se refere ao 3ª série e as medidas de tendência central e de dispersão, constatou-se a presença das habilidades (EM13MAT202) e (EM13MAT316), que indicam, entre outras coisas, que seja possibilitado aos alunos planejar e executar pesquisa amostral, comunicando os resultados por meio de relatório que incuba as medidas de tendência central, média, moda e mediana, e as medidas de dispersão, amplitude e desvio padrão. Além de resolver e elaborar problemas, em diferentes contextos, os quais devem envolver o cálculo e a interpretação das medidas de tendência central média, moda e mediana, e das medidas de dispersão amplitude, variância e desvio padrão (Brasil, 2017). Essas habilidades não se fazem presentes de forma satisfatória no livro didático 3ª série, pois, primeiramente, em momento algum é sugerida a realização de uma pesquisa amostral. Ademais, não é proposto aos alunos a elaboração de problemas, somente a resolução de exercícios. Sendo que os citados exercícios são expressos em seis contextos diferentes: idade, nota, tempo, dinheiro, construção civil e conjunto de dados, considerando, no entanto, esses contextos como meros coadjuvantes, estabelecendo o foco quase que totalmente nos cálculos.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho foi desenvolvido com foco em responder o seguinte questionamento: Qual a relação entre a forma como as medidas de tendência central e de dispersão são abordadas nos livros didáticos da Escola de Educação Básica Santa Lúcia e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval? Para construir essa resposta nos baseamos na análise dos livros didáticos da referida escola, a qual se encontra na seção “Apresentação e discussão dos dados” deste trabalho.

Percebeu-se que, apesar de serem componentes importantes do currículo da educação básica, afinal são muito utilizadas no cotidiano, as medidas de tendência central e de dispersão não estão representadas nos livros didáticos da Escola de Educação Básica Santa Lúcia de forma a conduzir os alunos a refletirem e absorverem os objetos de conhecimento da melhor forma possível, aprendendo, questionando e aplicando o que aprendem a questões relevantes para eles. Mas sim, quase que totalmente, são apresentadas de forma superficial, sem levarem os alunos a refletir sobre o que estão vendo, na parte de exposição dos objetos de conhecimento, e sobre o que estão fazendo para chegar a solução dos exemplos e exercícios, na parte de manipulação dos objetos de conhecimento.

No tocante aos Anos Finais do Ensino Fundamental, 7º, 8º e 9º anos, as definições são simples, os exemplos são elaborados, mas, na maioria das vezes, recaem apenas no cálculo, e os exercícios não são muito desafiadores. Ademais, nos livros didáticos desse nível de ensino, são utilizados, dependendo da situação, os registros de representação da língua natural, numérico, gráfico e figural, e as operações cognitivas de tratamento e conversão.

No livro didático do 7º ano, a etapa de exposição dos objetos de conhecimento - as definições - é desenvolvida utilizando, quase que completamente, apenas o registro de representação da língua natural e sem o emprego de alguma operação cognitiva, o que pode mostrar-se como inadequado, tendo em vista que essas definições servirão de aporte para os alunos entenderem os exemplos e resolverem os exercícios.

Na etapa de manipulação dos objetos de conhecimento, em cada um dos exemplos e exercícios expostos são utilizados ao menos os registros de representação da língua natural e o numérico. Da mesma forma, a maioria dos exemplos e exercícios empregam as operações cognitivas de tratamento e conversão, e, em apenas dois exercícios, não é utilizada qualquer operação cognitiva.

No livro didático do 8º ano, a etapa de exposição dos objetos de conhecimento - as definições - é desenvolvida utilizando apenas o registro de representação da língua natural e sem o emprego de alguma operação cognitiva, isto é desapropriado, uma vez que é através do exposto nesta parte que os alunos vão entender os exemplos e responder os exercícios.

Na etapa de manipulação dos objetos de conhecimento, em cada um dos exemplos e exercícios estão presentes os registros de representação da língua natural e o numérico. Além disso, há a predominância do emprego de ambas as operações cognitivas, conversão e tratamento. E, ainda, em um exemplo e quatro exercícios não é empregue operação cognitiva alguma.

Ainda, cabe destacar que dois exemplos abordam uma discussão de qual é a medida de tendência central ou de dispersão que melhor descreve o conjunto de dados. Essa abordagem é interessante, pois ajuda os alunos a se atentarem para o que os cálculos e resultados obtidos expressam em relação ao conjunto de dados.

No livro didático do 9º ano, não há etapa de exposição dos objetos de conhecimento, o que por si só já dificulta o entendimento do assunto pelos alunos, mesmo que eles já tenham visto as medidas de tendência central e de dispersão em séries anteriores.

Na etapa de manipulação dos objetos de conhecimento, são expostos dois exercícios e a proposta da realização de uma pesquisa pelos alunos. Nos dois exercícios estão presentes os registros de representação da língua natural e o numérico e são utilizadas as operações cognitivas de tratamento e conversão, no entanto, esses exercícios ficam restritos a cálculos diretos da média. Na pesquisa proposta, são utilizados os registros de representação da língua natural, numérico, figural e gráfico e são empregues as operações cognitivas de conversão e tratamento.

Com relação ao Ensino Médio, 3ª série, a etapa de exposição dos objetos de conhecimento - as definições - é expressa majoritariamente nos registros de representação da língua natural e da linguagem algébrica. Além disso, diferentemente do que é apresentado nos livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, as operações cognitivas de conversão e/ou tratamento são empregues, também, em algumas das definições, com isso, é possibilitado aos alunos observarem a mesma definição de duas formas diferentes, em dois registros de representação diferentes.

Na etapa de manipulação dos objetos de conhecimento, os exemplos, as atividades resolvidas e os exercícios, apresentam os registros de representação da língua natural,

numérico, da linguagem algébrica, figural e gráfico e empregam ambas as operações cognitivas.

Se tratando especificamente dos exemplos, estes utilizam basicamente os registros da língua natural e o numérico e, metade deles utilizam apenas a operação de tratamento. Nas atividades resolvidas, em cada uma delas estão presentes os mesmos registros de representação, registro da língua natural, registro numérico e registro figural, e as mesmas operações cognitivas, tratamento e conversão. Além disso, essas atividades são pouco complexas e o seu foco parece ser o cálculo.

No que diz respeito aos exercícios, são utilizados os registros da língua natural, numérico e, em alguns casos, o registro da linguagem algébrica, figural e gráfico. Com relação às operações cognitivas, a maioria deles emprega ambas as operações cognitivas e em dois deles apenas a operação de tratamento.

Desse modo, percebeu-se que, nos livros didáticos da Escola de Educação Básica Santa Lúcia, a apresentação dos conteúdos de medidas de tendência central e de dispersão é voltada para como realizar os cálculos dessas medidas. Posto isso, não há uma preocupação em disponibilizar variadas formas de representação de um mesmo objeto matemático, propiciando a mobilização entre os diferentes registros de representação e, também, não há o interesse em estimular o emprego das operações cognitivas de conversão e tratamento.

## REFERÊNCIAS

BARBETTA, Pedro A.; REIS, Marcelo M.; BORNIA, Antonio C. **Estatística para cursos de engenharia e informática**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

BITTAR, Marilena. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. *Zetetiké*, Campinas, v. 25, n. 3, p. 364-387, set./dez. 2017.

Disponível em: <

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8648640>>. Acesso em: 25 de agosto de 2021.

BRASIL. Base Nacional Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNIME, 2017. Disponível em:

<<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>>. Acesso em: 14 de agosto de 2021.

CAZORLA, Irene et al. **Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental**. 1. ed.

Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, 2017. E-book. Disponível em:

<[https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/57178465/ebook\\_sbem-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1630444966&Signature=A6A3hm3zUHFznMz2KwdQTVitYp8~BRo713UX4EM-5wKeWbBsR~yC3XcdI6jbDNvta2OMR8Dc5M-YDVdBSwAQ7ZQ6vWk~MskD6ljtOeAOvP64aEvykvBWE5n1NQJU6ow6qf52YHo80PC6qXnfe9S54CEHtBynqLLftIDsaqx0RRI9MZDua1~XVhu0gBliOM7unt6h52217IQMqUhfFpwMUFkkZ4omXskfib1rlYcFEXZHDfcGDwpX2v841ZA28CRRC08MCYe4Pub3abox7W4p8-MCdPO5nyUq14-V1df~6lQfGGEUYLiTGafA9MNDc8EDivVUE2JpKxTaguW4pX8zg\\_\\_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA](https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/57178465/ebook_sbem-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1630444966&Signature=A6A3hm3zUHFznMz2KwdQTVitYp8~BRo713UX4EM-5wKeWbBsR~yC3XcdI6jbDNvta2OMR8Dc5M-YDVdBSwAQ7ZQ6vWk~MskD6ljtOeAOvP64aEvykvBWE5n1NQJU6ow6qf52YHo80PC6qXnfe9S54CEHtBynqLLftIDsaqx0RRI9MZDua1~XVhu0gBliOM7unt6h52217IQMqUhfFpwMUFkkZ4omXskfib1rlYcFEXZHDfcGDwpX2v841ZA28CRRC08MCYe4Pub3abox7W4p8-MCdPO5nyUq14-V1df~6lQfGGEUYLiTGafA9MNDc8EDivVUE2JpKxTaguW4pX8zg__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA)>. Acesso em: 16 de agosto de 2021.

COLOMBO, Janecler Aparecida A. **Representações Semióticas no Ensino: Contribuições para Reflexões Acerca dos Currículos de Matemática Escolar**. 2008. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, SC, n.2, v.07, p. 266-297, 2012. Tradução de Mércles Thadeu Moretti.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira.

Freitas, J. L., & Rezende, V. (2013). ENTREVISTA: RAYMOND DUVAL E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA. *Revista Paranaense De Educação Matemática*, 2(3), 10-34. Recuperado de <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/401>

KUHN, Malcus Cassiano; PEREIRA, Tatiana Maria F. Estatística nos Anos Finais do Ensino Fundamental: Possíveis conexões teóricas e práticas. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 13, n. 3, p. 1-22, abr./jun. 2021. Disponível em:

<<https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2859>>. Acesso em: 16 agosto de 2021.

LONGEN, Adilson. **Matemática, 7º ano**. 1ª edição. Editora do Brasil, São Paulo, 2018.

LONGEN, Adilson. **Matemática, 8º ano**. 1ª edição. Editora do Brasil, São Paulo, 2018.

LONGEN, Adilson. **Matemática, 9º ano**. 1ª edição. Editora do Brasil, São Paulo, 2018.

MORETTIN, Pedro A.; BUSSAB, Wilton de O. **Estatística básica**. 9. ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

SOUSA, Natália G. de. **Estatística e Probabilidade no Ensino Médio**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Viçosa, Florestal, 2018.

SOUZA, Joamir Roberto de; GARCIA, Jacqueline da Silva R. **Contato Matemática, 3 série**. 1º edição. FTD, São Paulo, 2016.