

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**FLÁVIA PATOLEA VILAS BOAS**

**A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO NA GRADUAÇÃO:  
POTENCIALIDADES E LIMITAÇÕES DAS SITUAÇÕES  
DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE GEOMETRIA  
ANALÍTICA**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**CURITIBA**

**2021**

**FLÁVIA PATOLEA VILAS BOAS**

**A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO NA GRADUAÇÃO:  
POTENCIALIDADES E LIMITAÇÕES DAS SITUAÇÕES  
DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE GEOMETRIA  
ANALÍTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, Licenciatura em Matemática, Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em matemática.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Lucia Panossian

Coorientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Nara Bobko

**CURITIBA**

**2021**

**FLAVIA PATOLEA VILAS BOAS**

**A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO NA GRADUAÇÃO:  
POTENCIALIDADES E LIMITAÇÕES DAS SITUAÇÕES  
DESENCADEADORAS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE GEOMETRIA  
ANALÍTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
apresentado como requisito para obtenção do  
título de Licenciada em Matemática da  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
(UTFPR).

Data de aprovação: 23/agosto/2021

Maria Lucia Panossian  
Doutora  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Angelita Minetto Araujo  
Doutora  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Luciana Schreiner de Oliveira  
Doutora  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**CURITIBA**

**2021**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha orientadora Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Lucia Panossian, e coorientadora Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Nara Bobko, por me guiar e auxiliar nessa pesquisa.

Aos meus colegas de sala que me apoiaram e auxiliaram.

Aos estudantes que aceitaram participar da pesquisa.

A coordenação do curso, pela cooperação.

Em especial, à minha família que pela paciência e apoio nos momentos difíceis da pesquisa.

Por fim, a todos que de alguma forma me auxiliaram nos momentos decisivos, e complicados desse trabalho.

## RESUMO

VILAS BOAS, Flavia Patolea. **A Atividade Orientadora de Ensino na graduação:** potencialidades e limitações das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem no ensino de Geometria Analítica. 2021. 104 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2021.

Essa pesquisa tem como objetivo propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. A Atividade Orientadora de Ensino se baseia na teoria histórico-cultural e na teoria da Atividade, sendo a mediação entre a atividade do professor e a do estudante. A iniciativa para a utilização dessa base teórico-metodológica no ensino superior veio da percepção da ausência da explicitação do uso de metodologias de ensino em disciplinas de conteúdo matemático na Licenciatura, considerando que este é um curso que forma professores que recorrem a diversas metodologias de ensino em sua atuação profissional. Nessa pesquisa foram realizados estudos sobre o movimento histórico da Geometria Analítica, e sobre sua presença em matrizes curriculares tanto do ensino básico quanto no superior. A partir deste estudo foram elaboradas duas situações desencadeadoras de aprendizagem que compõem um experimento didático com os estudantes da disciplina de Geometria Analítica do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Curitiba. A análise, realizada a partir de isolados, mostrou que o modelo remoto não se mostrou como um espaço adequado para a interação e cooperatividade dos estudantes, dificultando a motivação e criação de necessidades para resolução dos problemas desencadeadores.

**Palavras-chave:** Atividade Orientadora de Ensino. Situação Desencadeadora de Aprendizagem. Geometria Analítica. Licenciatura.

## ABSTRACT

VILAS BOAS, Flavia Patolea. **The Teaching Guiding Activity at:** potentials and limitations of Learning Triggering Situations in the teaching of Analytical Geometry. 2021. 104 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2021.

This research aims to propose and analyze the potential of triggering situations for learning aimed at the appropriation of concepts of Analytical Geometry, by students of the Licentiate Degree in Mathematics. The Teaching Guidance Activity is based on the cultural-historical theory and on the Activity theory, being the mediation between the activity of the teacher and the student. The initiative for the use of this theoretical-methodological basis in higher education came from the perception of the lack of explicit use of teaching methodologies in subjects with mathematical content in the Licentiate Degree, considering that this is a course that trains teachers who use different teaching methodologies in his professional performance. In this research, studies were carried out on the historical movement of Analytical Geometry, and on its presence in curriculum matrices in both basic and higher education. From this study, three triggering learning situations were elaborated that compose a didactic experiment with the students of the Analytical Geometry discipline of the Mathematics Degree course at the Federal Technological University of Paraná – Curitiba Campus. The analysis, carried out from isolates, showed that the remote model does not present an adequate space for interaction and cooperation of students, making it difficult to motivate and create needs to solve the triggering problems.

**Keywords:** Teaching Guiding Activity. Triggering learning situation. Analytical Geometry. Graduation.

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>8</b>
<b>2.</b>	<b>A GEOMETRIA ANALÍTICA: CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS E SEU PAPEL NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES .....</b>	<b>10</b>
<b>2.1</b>	<b>A Geometria Analítica antes de Descartes .....</b>	<b>10</b>
<b>2.2</b>	<b>Qual a visão do ensino da Geometria Analítica na licenciatura atualmente? .....</b>	<b>18</b>
<b>2.3</b>	<b>A Geometria Analítica no ensino básico: BNCC e PCN .....</b>	<b>22</b>
<b>2.4</b>	<b>A proposta da disciplina de Geometria Analítica no curso de licenciatura em Matemática .....</b>	<b>24</b>
<b>3.</b>	<b>A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO E OS NEXOS CONCEITUAIS DA GEOMETRIA ANALÍTICA .....</b>	<b>28</b>
<b>4.</b>	<b>METODOLOGIA DA PESQUISA .....</b>	<b>36</b>
<b>4.1</b>	<b>Organização do experimento didático .....</b>	<b>36</b>
<b>4.2</b>	<b>A elaboração das situações desencadeadoras de aprendizagem...</b>	<b>37</b>
<b>4.2.1</b>	<b>A situação do “O guia de Mariana-Parte 1” .....</b>	<b>38</b>
<b>4.2.2</b>	<b>A situação do “O guia de Mariana-Parte 2” .....</b>	<b>40</b>
<b>4.2.3</b>	<b>A situação “Refletindo sobre Cônicas” .....</b>	<b>41</b>
<b>4.3</b>	<b>Metodologia de análise .....</b>	<b>45</b>
<b>5.</b>	<b>ANÁLISES REALIZADAS .....</b>	<b>46</b>
<b>5.1</b>	<b>As Situações Desencadeadoras de Aprendizagem .....</b>	<b>48</b>
<b>5.2</b>	<b>Os Encontros Síncronos .....</b>	<b>49</b>
<b>5.2.1</b>	<b>Primeiro Encontro .....</b>	<b>49</b>
<b>5.2.2</b>	<b>Segundo Encontro .....</b>	<b>50</b>
<b>5.2.3</b>	<b>Terceiro Encontro .....</b>	<b>52</b>
<b>5.3</b>	<b>Os Episódios .....</b>	<b>53</b>
<b>6.</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>62</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>64</b>
	<b>ANEXO A – Plano de ensino da disciplina de Geometria Analítica de 2020/1 .....</b>	<b>67</b>
	<b>ANEXO B – Plano de aula de 2020/1 da disciplina de Geometria Analítica .....</b>	<b>70</b>
	<b>ANEXO C – Plano de aula de 2020/2 da disciplina de Geometria Analítica .....</b>	<b>73</b>
	<b>APÊNDICE A – Situação Desencadeadora de Aprendizagem “O guia de Mariana” – parte 1 .....</b>	<b>75</b>
	<b>APÊNDICE B – Situação Desencadeadora de Aprendizagem “O guia de Mariana” – parte 2 .....</b>	<b>81</b>

<b>APÊNDICE C – Termo de consentimento de voz e imagem .....</b>	<b>83</b>
<b>APÊNDICE D – História inicial da Situação “O guia de Mariana”...</b>	<b>87</b>
<b>APÊNDICE E – Formulário inicial, Situação “O guia de Mariana”....</b>	<b>90</b>
<b>APÊNDICE F – Formulário inicial, Situação “O guia de Mariana” – parte 2 .....</b>	<b>93</b>
<b>APÊNDICE G – Situação Desencadeadora de Aprendizagem “Refletindo sobre Cônicas” .....</b>	<b>98</b>



## 1. INTRODUÇÃO

A motivação dessa pesquisa veio do interesse em trabalhar com a base teórico-metodológica da Atividade Orientadora de Ensino – AOE na formação de professores. Pelas experiências nas ao longo da graduação participando de projetos de extensão como a Oficina Pedagógica de Matemática (OPM), Grupo de Estudos da Teoria Histórico-Cultural (GETHC), e de eventos como o Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul (EREMATSUL) e o Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática (SHIAM), percebi a necessidade de equilíbrio entre a dimensão pedagógica e a dimensão matemática nas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática. O constante trabalho em formar educadores acaba sendo impactado pelo próprio processo formativo, que se faz muitas vezes com recursos metodológicos e avaliativos tradicionais.

Considerando os estudos realizados na graduação sobre Atividade Orientadora de Ensino, para a formação de estudantes na educação básica, surgiu o interesse em analisar as potencialidades desta base teórico-metodológica para os estudantes durante a graduação, mais especificamente no curso de Licenciatura em Matemática.

A Atividade Orientadora de Ensino como unidade entre a atividade de ensino e a de aprendizagem, tem como ação central a situação desencadeadora de aprendizagem, que é desenvolvida com o interesse de concretizar a atividade de ensino do professor ou formador e desencadear a atividade de aprendizagem dos estudantes. De forma específica, nesta pesquisa procurou-se responder à questão: Que possibilidades de organização do ensino, a partir da Atividade Orientadora de Ensino, podem favorecer a apropriação de conceitos de Geometria Analítica por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática? E toma-se como objetivo propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática.

A escolha da disciplina se deu pela sua importância na formação dos futuros professores. Os conceitos de plano cartesiano, pontos, retas e polígonos são objetos de conhecimento no ensino básico e, portanto, é necessário um profissional que tenha conhecimento dos conceitos básicos da Geometria

Analítica, tal como vetores, retas e planos, e que consiga organizar seu ensino para atender e fazer os estudantes desenvolverem as seguintes habilidades, citadas na BNCC (BRASIL, 2018):

**(EF06MA16)** Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.

**(EF07MA19)** Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.

**(EF07MA20)** Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.

**(EF09MA16)** Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.

**(EF09MA17)** Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva. (BRASIL, 2018, 303-320).

Para apresentação do que foi desenvolvido, essa pesquisa está dividida em quatro partes. A primeira contempla os estudos sobre a Geometria Analítica enquanto conhecimento científico e conteúdo de ensino. Nesta parte incluem-se os estudos sobre o movimento histórico-lógico da Geometria Analítica; a forma como é proposta como disciplina nos cursos de licenciatura em Matemática atualmente; uma comparação entre sua apresentação na BNCC e nos PCN+; e por fim um estudo sobre a grade curricular da disciplina de Geometria Analítica no curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR – CT, do primeiro semestre de 2020, quando a pesquisa foi projetada.

Em seguida, é realizado um estudo teórico sobre a Atividade Orientadora de Ensino, em que se apresenta o processo da AOE e os seus elementos, entre eles a situação desencadeadora de aprendizagem. A terceira parte trata da metodologia da pesquisa e apresenta o experimento didático bem como os procedimentos de análise baseados no conceito de isolados, com a composição dos episódios e cenas que auxiliaram na verificação das potencialidades e limitações das Situações Desencadeadoras de aprendizagem no ensino remoto.

## **2. A GEOMETRIA ANALÍTICA: CONSIDERAÇÕES HISTÓRICAS E SEU PAPEL NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES**

Para aproximação à temática desta pesquisa, neste capítulo serão apresentados aspectos históricos da Geometria Analítica na sua constituição, desenvolvimento atual enquanto área da Matemática e a apresentação de seus conceitos durante a formação inicial de professores.

De início serão tratados aspectos históricos, procurando momentos importantes em seu desenvolvimento. Este estudo terá um papel de desmistificar a visão de que apenas Descartes (1596 - 1650) desenvolveu a Geometria Analítica, e resgatando que seus conhecimentos sistematizam várias obras de pensadores da antiguidade, ainda assim acrescentando alguns elementos próprios em sua obra *La Géométrie* (1637).

Em seguida se apresenta um levantamento sobre como a disciplina de Geometria Analítica é trabalhada atualmente em alguns cursos de Licenciatura de Matemática. Esse estudo tem como foco reconhecer como alguns professores da disciplina a desenvolvem, seja com Jogos, Investigação Matemática ou metodologias ativas como a Sala de Aula Invertida e que conteúdos destacam. Também é apresentada uma breve análise sobre como o conteúdo de Geometria Analítica está indicado nos PCN + - Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2000) e na BNCC - Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018).

Na última parte do estudo apresentado neste capítulo, se discute a organização da disciplina de Geometria Analítica na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Curitiba (UTFPR - CT), considerando sua ementa e o plano de ensino da professora regente no 1º semestre de 2020 voltados para o modelo presencial.

### **2.1 A Geometria Analítica antes de Descartes**

A Geometria Analítica, diferente da euclidiana, se refere ao estudo de elementos geométricos como retas, parábolas, hipérbolas, elipses, parabolóides, hiperbolóides e elipsóides através da associação com suas respectivas

equações. Nesse ramo da Matemática se trabalha com a Álgebra e a Geometria ao mesmo tempo, podendo realizar transformações nos elementos geométricos a partir de suas diferentes representações.

Quando discutimos sobre o surgimento da Geometria Analítica, é comum que se pense, citando Collidge (1936), que ela nasceu com Descartes, em sua obra *La Géométrie* (1637). Porém, mesmo com tanta importância, essa obra não marca o início da Geometria Analítica, mas sim sua sistematização. Pouco se comenta sobre as contribuições que vieram antes dele, não somente em sua época, mas vindas desde a Grécia antiga, como apontado por Collidge (1936).

No estudo sobre a história da Geometria Analítica, temos alguns pesquisadores que são mais influentes. No topo dessa discussão estão Collidge (1936) e Gunther (1877). Gunther<sup>1</sup> (1877, apud COLLIDGE, 1936), desenvolveu um axioma indicando três estágios no desenvolvimento da Geometria Analítica, considerando que qualquer coisa que não passe por todos eles, não merece esse nome, sendo elas:

- a determinação de pontos por coordenadas;
- a representação gráfica de uma relação entre a variável dependente e a independente;
- a determinação da equação correspondente. (GUNTHER, 1877, apud COLLIDGE, 1936, p. 231).

Gunther (1877 apud COLLIDGE, 1936) diz que caso achemos um exemplo de um autor usando o terceiro estágio, sem a presença dos dois anteriores, não podemos reconhecer uma antecipação da Geometria Analítica, mas sim como um golpe de genialidade do mesmo. Porém, para Collidge (1936) isso não era válido, pois como exemplo, a civilização grega chegou a determinar equações para curvas, mesmo sem apresentar pontos como coordenadas e representar graficamente a variável independente se relacionando com a dependente. Assim seria possível dizer que essa civilização avançou tão rapidamente pela Geometria Analítica, que não tomou como necessário, documentar esses dois processos.

---

<sup>1</sup> GUNTHER, L'origine ed il grado di sviluppo del principio dele coordinate. Translated from the German by BARBIERI. Bolletino di Biografia de di storia dele scienze matematiche. Vol. X, 1877.

O nome que Collidge confia mais em ser quem iniciou os estudos de seções cônicas e suas equações é Menêcmo (380 a.C.). Existem poucos manuscritos desse matemático que sobreviveram sendo em grande parte, comentado por outros autores. Menêcmo apresentou dois problemas a serem resolvidos, o primeiro é a duplicação do cubo e o segundo, uma generalização dessa duplicação, onde se colocam duas *means proportionals*<sup>2</sup> entre dois valores a e b, chegando em equações como apresentadas na Figura 1.

FIGURA 1 - EQUAÇÕES DOS PROBLEMAS DE MENÊCMO

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{2a} \quad x^3 = 2a^3$$

$$\frac{a}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{b} \quad x^2 = ay \quad y^2 = bx$$

$$xy = ab \quad x^2 + y^2 - ax - by = 0$$

FONTE: Adaptado de Collidge (1936, p. 243).

Como Menêcmo, segundo Collidge (1936), era grego e não tinha um conhecimento de álgebra mais desenvolvido, ele resolveu esses problemas geometricamente, possivelmente encontrando quais curvas correspondiam a essas equações. Acredita-se que resolveu os problemas com uma interseção entre uma parábola e um círculo, chegando nessas curvas ao cortar um cone. A teoria é que Menêcmo se interessou pelas curvas e começou a estudar outras possíveis seções cônicas (COLLIDGE, 1936).

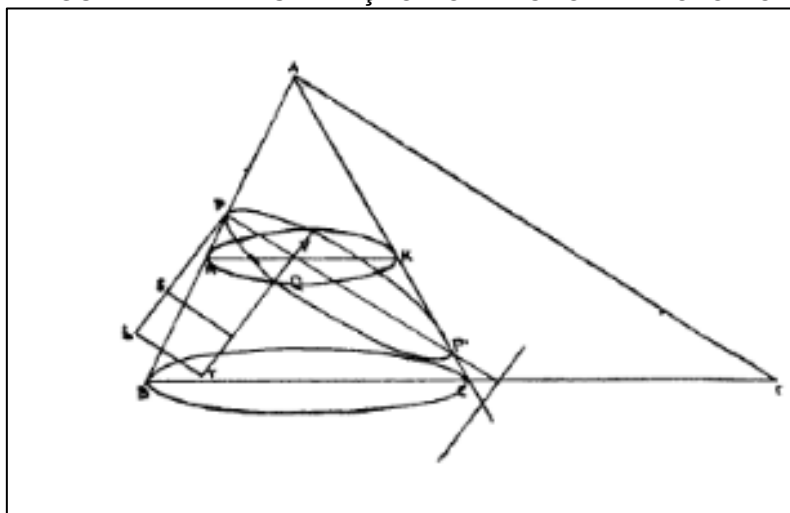
Collidge (1936) então começa a apresentar exemplos na antiguidade de elementos da Geometria Analítica, e que aos olhos dele, foram importantes para o desenvolvimento da mesma. Como por exemplo o movimento elíptico do sol, que já quatro séculos antes de Cristo, era graduado entre 0° e 360°, sendo dividido em 12 partes iguais (FORBES, 1977). Outro exemplo é o trabalho de Apolônio de Perga com seções cônicas, comentado por Boyer (1956), e Collidge (1936), que determinou a equação de uma elipse através de um cone. A seguir está o trecho escrito por Apolônio, como o original está em grego, será apresentada o trecho em inglês com uma tradução livre em nota de rodapé.

<sup>2</sup> *Mean proportional* se refere ao valor de x para a e b, tal que  $ax=xb$ .

If a cone be cut by a plane passing through the axis and if it be cut by another plane which, meeting each of the sides of the triangle passing through the axis, is neither parallel nor anti-parallel to the base; if, further, the base of the cone and the secant plane meet in a line perpendicular to the base of the triangle passing through the axis of perpendicular to the prolongation of the base, the square on any line drawn from the section of the cone parallel to the intersection of the two planes to the diameter of the section, will be equivalent to an area applied on a certain line with which the ratio of the diameter of the section is the same as the ratio of the square on the line drawn from the summit of the cone parallel to the diameter of the section to the base of the triangle, to the rectangle cut on the latter line by the sides of the triangle, this area having as a width the line cut on the diameter by the first line and diminished by a figure similar to the figure determined by the diameter and the parameter and similarly placed. We shall call such a section an ellipse. (COLLIDGE, 1936, p. 236)<sup>3</sup>.

Na Figura 2 temos uma representação geométrica do trecho de Apolônio.

FIGURA 2 - REPRESENTAÇÃO DO TRECHO DE APOLÔNIO



FONTE: Collidge (1936, p. 236).

Apolônio percebeu que com cortes em cones circulares oblíquos, conseguiria formas como elipses e parábolas, e também que uma hipérbole pode

<sup>3</sup> Se um cone for cortado por um plano que passa pelo eixo e se for cortado por outro plano que, encontrando cada um dos lados do triângulo que passa pelo eixo, não seja nem paralelo nem antiparalelo à base; se, além disso, a base do cone e o plano secante se encontram em uma linha perpendicular à base do triângulo passando pelo eixo perpendicular ao prolongamento da base, o quadrado em qualquer linha traçada a partir da seção do cone é paralelo à intersecção dos dois planos com o diâmetro da seção, será equivalente a uma área aplicada em uma certa linha com a qual a razão do diâmetro da seção é a mesma que a razão do quadrado na linha desenhada a partir do cume do cone paralelo ao diâmetro da seção à base do triângulo, ao retângulo cortado na última linha pelos lados do triângulo, esta área tendo como largura a linha cortada no diâmetro pela primeira linha e diminuída por uma figura semelhante à figura determinada pelo diâmetro e o parâmetro e colocada de forma semelhante. Chamaremos tal seção de elipse. (COLLIDGE, 1936, p. 236, tradução nossa).

ser conseguida através de dois cones conectados pelo seu vértice como na Figura 3, presente na obra de Apolônio. Essas pesquisas viriam aparecer em sua obra 'As cônicas'.

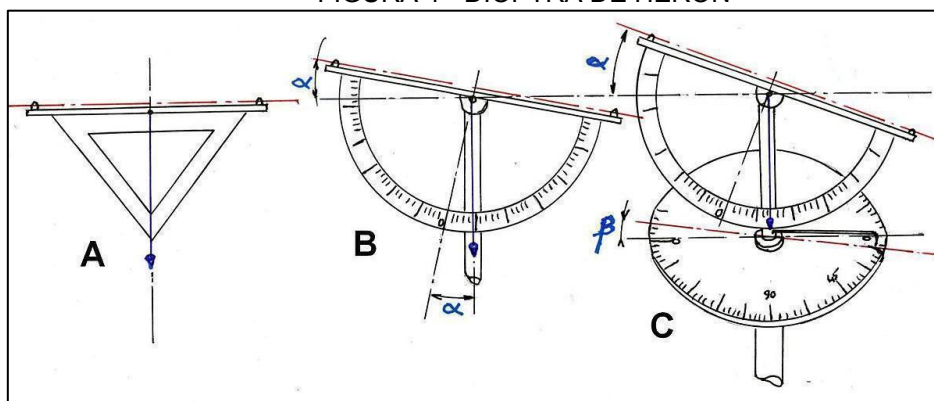
FIGURA 3 - CÔNICAS ACHADAS POR APOLÔNIO



FONTE: Benjamin (2012, p. 12).

Além do estudo de cônicas, é possível achar relatos sobre a utilização do princípio de coordenadas na antiguidade através do trabalho de Heron de Alexandria (10 d.C.), que utilizou coordenadas retangulares em medidas da terra, levando os romanos a utilizarem esse método nas demarcações de terra, utilizando sua invenção, a dioptra, instrumento importante na astronomia, que ao ser utilizado com um transferidor, pode medir ângulos e distâncias de estrelas.

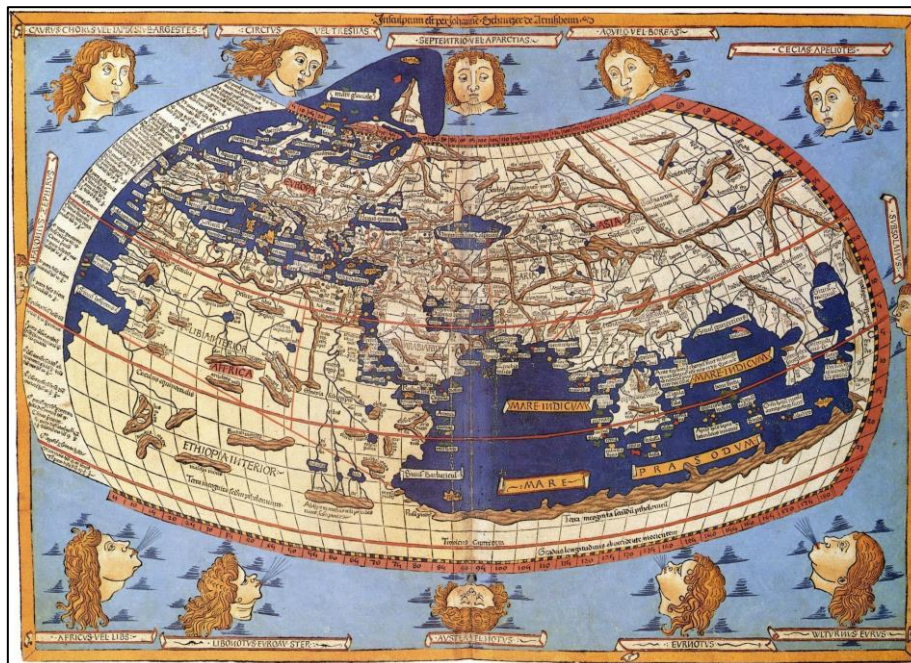
FIGURA 4 - DIOPTRA DE HERON



FONTE: Philosophy/Sciences

Outra referência presente sobre o princípio de coordenadas está nos mapas geográficos de Ptolomeu (FIGURA 5), em sua obra '*Geographia*' (cerca de 150 d.C.), que apresentavam as diferenças terrestres de latitude e longitude (FORBES, 1977).

FIGURA 5 - MAPA PROPOSTO POR PTOLOMEU



FONTE: Almeida (2018).

A fim de compreender os aspectos históricos da Geometria Analítica pode-se citar Nicolas de Oresme (1323), que afirmou que uma taxa de variação constante ou uma taxa de variação proporcional ao tempo pode ser representada em um sistema de coordenadas por meio de uma configuração retilínea; outro matemático marcante foi Alhazen (965), que utilizou o trabalho de Arquimedes sobre a revolução de uma parábola sobre o seu eixo principal para criar um parabolóide, e generalizou o estudo para revoluções sobre eixos arbitrários.

François Viète (1540), não só iniciou o pensamento da utilização de letras para representar valores fixos desconhecidos, que viriam a se transformar nas variáveis da álgebra que conhecemos hoje, como também foi um dos primeiros que utilizou a álgebra na solução de problemas geométricos, Viète foi um dos matemáticos que mais chegou perto de formalizar a Geometria Analítica, porém se restringiu a trabalhar com equações com apenas uma incógnita, o que não o permitiu finalizar esse estudo (BOYER, 1956).

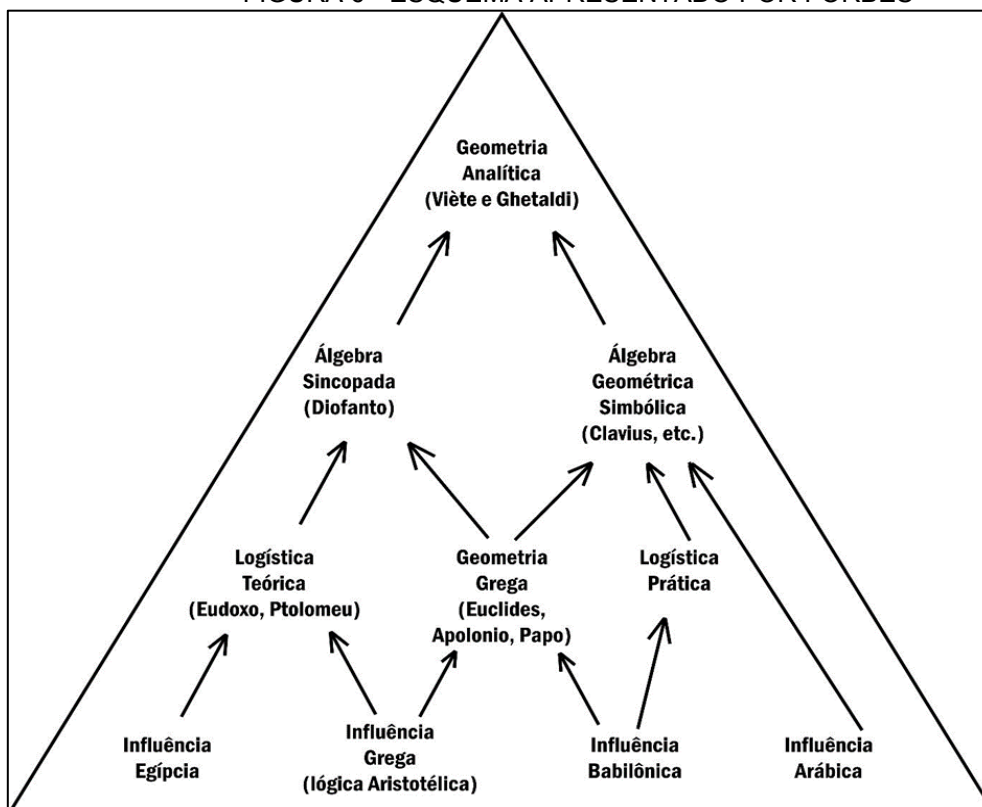


Por fim tem-se o trabalho *La Géométrie* (1637), de Descartes, que uniu todos os conceitos já desenvolvidos anteriormente, sendo os estudos de cônicas, planos cartesianos, equações de retas e de cônicas, e os formalizou, criando assim a base dos conhecimentos que hoje temos como Geometria Analítica.

Em sua obra *La Géométrie* Descartes sistematiza a Geometria Analítica em três livros. O primeiro, intitulado “Problemas que podem ser construídos por apenas círculos e linhas retas” (tradução nossa), apresenta a notação algébrica que utilizamos hoje, sendo as letras do final do alfabeto as variáveis e as letras iniciais as constantes, a notação exponencial, e também a resolução do problema de Pappus. No segundo livro, “A natureza das linhas curvadas” (tradução nossa), Descartes define curvas mecânicas e geométricas, também apresenta uma maneira de achar a reta normal de uma curva com equação conhecida. Por fim, no terceiro livro, “Construção de sólidos e super sólidos” (tradução nossa), Descartes comenta sobre a álgebra envolvida na resolução das equações das curvas, e como trabalhar com elas (BOYER, 1956).

Forbes (1977) nos apresenta uma representação visual de quais contribuições históricas levaram à Geometria Analítica, apresentada na FIGURA 6.

FIGURA 6 - ESQUEMA APRESENTADO POR FORBES



FONTE: Traduzido de Forbes (1977, p. 148).

Uma questão a ser levantada é onde apresentar Descartes nesse diagrama, sendo que seu trabalho envolveu vários pontos de uma mesma “linha de tempo”. Descartes não estaria presente nesse diagrama pelo simples fato de seu trabalho inteiro estar fundamentado em todos esses conceitos, logo a união de todos esses conceitos veio a ser a formalização da Geometria Analítica como sabemos hoje (FORBES, 1977, p. 148).

A partir desse estudo histórico da Geometria Analítica, pode se reconhecer de forma sintética o movimento do seu desenvolvimento até a sua formalização por Descartes. Ter uma visão das necessidades que vieram a ser tratadas de como alguns elementos da Geometria Analítica auxiliam na percepção de que ela não se originou apenas do pensamento de um único homem, mas sim de um movimento de desenvolvimento matemático e humano. E por ser um movimento, não se deve ignorar o seu processo de criação, focando apenas em sua formalização, mas sim valorizar os conhecimentos dos antigos pensadores que criaram, a partir de seus problemas, elementos que juntos se tornaram a Geometria Analítica.

No próximo item pretende-se apresentar o estudo feito com a intenção de verificar a compreensão de Geometria Analítica e seu ensino na Licenciatura em Matemática.

## 2.2 Qual a visão do ensino da Geometria Analítica na licenciatura atualmente?

Para compreender como o ensino de Geometria Analítica é tratado nos cursos de Licenciatura em Matemática foi realizado um estudo bibliográfico. As referências para este estudo foram coletadas no *website* de Periódicos da Capes<sup>4</sup>, no dia 13 de março de 2020, utilizando os termos de busca: Geometria Analítica e Licenciatura; Geometria Analítica e situações de ensino.

Para a primeira busca, utilizando os termos de 'Geometria Analítica' e 'Licenciatura', foi possível encontrar 80 artigos e para a segunda, utilizando os termos 'Geometria Analítica' e 'situações de ensino', foram encontrados 76 artigos. Grande parte dos textos encontrados apresentavam discussões sobre o currículo da disciplina, até aplicações da Geometria Analítica em outras áreas distantes do ensino. Como o foco desse trabalho é o estudo sobre o ensino de Geometria Analítica na Licenciatura em Matemática, a partir de uma análise dos títulos e resumos dos artigos, uma parcela desses não foi selecionada, assim finalizando com 5 artigos na primeira busca, e 4 na segunda. É válido comentar que durante a segunda busca, alguns textos já haviam aparecido anteriormente, logo não foram contabilizados. As referências dos artigos selecionados para estudo e aproximação à temática podem ser vistas no quadro a seguir.

QUADRO 1 – ARTIGOS PARA ESTUDO E APROXIMAÇÃO À TEMÁTICA

Artigos
DALLEMOLE, J. J.; GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L. M. <b>Registros de representação semiótica e Geometria Analítica</b> : Uma experiência com futuros professores. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, México, v. 17, n. 2, p. 131-163, jul. 2014. Disponível em: < <a href="http://relime.org/index.php/numeros/todos-numeros/volumen-17/2014b/433-201401b">http://relime.org/index.php/numeros/todos-numeros/volumen-17/2014b/433-201401b</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.
GOULART, J. S. S.; FARIAS, L. M. S. <b>Análise da dimensão ostensiva e não ostensiva em uma atividade avaliativa envolvendo a álgebra vetorial</b> . Educação Matemática Pesquisa: Revista do

<sup>4</sup> Disponível em: <<https://www.periodicos.capes.gov.br>>. Acesso em: 06 out. 2020.

Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 21, n. 5, nov. 2019a. Disponível em: < <a href="https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45530">https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45530</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.
GOULART, J. S. S.; FARIAS, L. M. S. <b>Um diálogo sobre a Teoria Antropológica do Didático – TAD intermediado por um curso introdutório sobre os vetores.</b> Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 20, n. 3, jan. 2019b. Disponível em: < <a href="https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/40111">https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/40111</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.
MENEZES, R. O.; BRAGA, R. M. <b>Modelagem matemática na inserção de tecnologias da informação para o ensino de Geometria Analítica.</b> EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, [S.l.], v. 4, n. 1, 2013. Disponível em: < <a href="https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2241/0">https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2241/0</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.
MOTA, J. F.; LAUDARES, J. B. <b>Um estudo de planos, cilindros e quádricas, na perspectiva da habilidade de visualização, com o software Winplot.</b> Bolema, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 497-512, ago. 2013. Disponível em: < <a href="https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S0103-636X2013000300011&amp;lng=pt&amp;tlng=pt">https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S0103-636X2013000300011&amp;lng=pt&amp;tlng=pt</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.
PINHEIRO, J. M. L.; BICUDO, M. A. V.; DETONI, A. R. Um olhar fenomenológico à Geometria Dinâmica. <b>Educação Matemática em Pesquisa:</b> Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v.21, n.2, p. 264-287, 2019. Disponível em: < <a href="https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/41408">https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/41408</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.
RICHIT, A.; MALTEMPI, M. V. <b>Tecnologias informáticas, constructivismo y pedagogia por projetos:</b> perspectivas de formación inicial de profesores de Matemática. Paradigma, Maracay, v. 30, n. 1, p. 183-204, jun. 2009. Disponível em: < <a href="http://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1011-22512009000100010&amp;script=sci_arttext&amp;tlng=pt">http://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1011-22512009000100010&amp;script=sci_arttext&amp;tlng=pt</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.
ULIANA, M. R. <b>Inclusão de estudantes cegos nas aulas de matemática:</b> a construção de um kit pedagógico. Bolema, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 597-612, ago. 2013. Disponível em: < <a href="https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S0103-636X2013000300017&amp;lng=pt&amp;tlng=pt">https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&amp;pid=S0103-636X2013000300017&amp;lng=pt&amp;tlng=pt</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.
VALÉRIO, M.; MOREIRA, A. L. O. R.; BRAZ, B. C.; NASCIMENTO, W. J. Do. <b>A sala de aula invertida na universidade pública Brasileira:</b> evidências da prática em uma licenciatura em ciências exatas. Revista Thema, Pelotas, v. 16, n. 1, p. 195-211, 2019. Disponível em: < <a href="http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1159">http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1159</a> >. Acesso em: 10 maio 2020.

FONTE: Autoria Própria (2021).

A partir da leitura e sínteses destes artigos, alguns pontos podem ser destacados, como: a clara dificuldade presente no aprendizado da Geometria Analítica (GOULART, FARIAS, 2019b; MOTA, LAUDARES, 2013; MENEZES, BRAGA, 2013; DALLEMOLE, GROENWALD, RUIZ, 2014); a importância dada à tecnologia para a aprendizagem do estudante (RICHIT, MALTEMPI, 2009; VALÉRIO et al., 2019); a necessidade de metodologias de ensino adequadas (ULIANA, 2013; MENEZES, BRAGA, 2013; VALÉRIO et al., 2019). Tais pontos são comentados na maioria dos artigos estudados, assim demonstrando que não são individuais para cada situação, mas questões que permeiam o ensino de Geometria Analítica na Licenciatura atualmente.

Um dos principais problemas a ser enfrentado em relação ao ensino de Geometria Analítica nas licenciaturas, é a falta de pesquisa sobre a temática. Como visto no momento da busca, poucos artigos se mostraram condizentes

com o assunto. A falta de pesquisa, em qualquer tópico, gera dificuldades para quem está atrás de respostas para suas questões, devido à escassez de informações do tópico a ser pesquisado. Assim destaca-se a importância da pesquisa sobre a Geometria Analítica na licenciatura, pois não fica claro para professores, e futuros professores como articular uma disciplina trabalhada de forma complexa no ensino superior, e que também é apresentada no ensino básico.

Outro ponto a ser levado em consideração é a dificuldade que os estudantes têm com essa disciplina, que possui, segundo Goulart e Farias (2019b) um índice de reprovação de até 35% em algumas universidades. Essa dificuldade que acompanha os estudantes desde a educação básica é evidenciada no ensino superior revelando dificuldade de interpretação e análise do assunto, vinda do desconhecimento de propriedades básicas de geometria plana e espacial (MOTA; LAUDARES, 2013).

Essas dificuldades se apresentam de diversas formas, que vão desde a identificação em planos cartesianos, a definição de pontos em respectivos quadrantes, operações básicas da aritmética (MENEZES; BRAGA, 2013), registros na língua natural, algébrica e gráfica, conversão entre as representações dos objetos matemáticos, relações entre o coeficiente angular com o ângulo correspondente (DALLEMOLE; GROENWALD; RUIZ, 2014), entre outros.

Alguns métodos para se evitar tais dificuldades sugeridos nos artigos do levantamento podem ser o trabalho com mais de um registro de representação dos objetos (DALLEMOLE; GROENWALD; RUIZ, 2014), e a utilização de tecnologias, tais como *softwares* de matemática dinâmica, que podem favorecer o trabalho com as dimensões matemática e tecnológica, possibilitando a manipulação das representações gráficas e algébricas (RICHIT; MALTEMPI, 2009), visto que a passagem da representação plana para a espacial fica mais clara, assim diminuindo a dificuldade da visualização (MOTA; LAUDARES, 2013).

Outra possibilidade para auxiliar no ensino da Geometria Analítica é a criação de novos materiais, como apresentado na pesquisa de Uliana (2013), em uma sala de aula com alunos videntes e cegos. Ainda que seja mais trabalhosa e demande mais tempo, a criação de materiais como um plano

cartesiano de metal com seus eixos em relevo e imãs para a representação de pontos (ULIANA, 2013), podem auxiliar na visualização dos estudantes.

Para finalizar pode-se comentar sobre o uso das tecnologias no ensino para o auxílio nas aulas, pois as especificidades do conteúdo de Geometria Analítica se aproveitam de grande parte dos elementos e ferramentas dos *softwares* de Matemática dinâmica, como GeoGebra, Winplot, Geometricks, entre outros. Porém, é necessário tomar cuidado ao se trabalhar com as tecnologias no ensino, visto que é necessária a familiarização com elas, tanto por parte do estudante quanto por parte do professor, pois o trabalho pode acabar perdendo seu ar dinâmico e suas conexões entre a sala de aula e fora dela, se algum dos sujeitos envolvidos tiver dificuldade com os dispositivos tecnológicos (VALÉRIO et al., 2019).

Um outro equívoco a se evitar é o papel do computador se tornar instrutor do estudante, onde o(a) professor(a) apenas deixa os estudantes trabalhando em um *software*, adequado ao conteúdo, para realizar algum exercício depois. Esse método não revela para o professor como o estudante pensou para chegar em seus resultados, fazendo que o *software* seja apenas um instrumento e não um componente da aprendizagem (MENEZES; BRAGA, 2013). Conforme Lévy<sup>5</sup> (1998, p. 27, apud RICHIT; MALTEMPI, 2009, p. 2) que “antes mesmo de influir sobre o aluno, o uso dos computadores obriga os professores a repensar o ensino de sua disciplina”.

A partir desse estudo, foi possível entender um pouco do trabalho de se ensinar Geometria Analítica na Licenciatura e como é possível criar materiais de ensino que auxiliam nesse processo. Programas de Matemática dinâmica foram utilizados na maioria das pesquisas, apresentando novamente como a disciplina de Geometria Analítica pode se beneficiar das tecnologias e como esse instrumento, pode se transformar em uma peça essencial do ensino.

Por mais que esse levantamento tenha sido realizado pensando na Licenciatura, o ensino básico também necessita de auxílio no ensino de conceitos vinculados à Geometria Analítica, pois como comentado por Mota e Laudares (2013), as dificuldades dos estudantes começam no ensino básico, onde, de acordo com os autores, a Geometria e Aritmética não são bem

---

<sup>5</sup> Lévy, P. **A Máquina Universo**: criação, cognição e cultura informática. Tradução de Bruno Charles Magne. Porto Alegre: ArtMed. 1998.

trabalhadas, criando, assim, um efeito de bola de neve, resultando na dificuldade de aprendizagem dos conceitos mais técnicos da disciplina. Logo, tem-se a necessidade de estudar como a Geometria Analítica é tratada nos currículos nacionais da educação básica, e qual a importância que se dá para ela nestes mesmos documentos.

### 2.3 A GEOMETRIA ANALÍTICA NO ENSINO BÁSICO: PCN+ E BNCC

Enquanto vigentes, os Parâmetros Curriculares Nacionais+ (PCN+) para o ensino médio (BRASIL, 2000) apresentavam a Geometria Analítica como uma Unidade Temática própria, trabalhando com a representação no plano cartesiano, equações de figuras, como parábolas e circunferências, intersecções dessas figuras e as posições relativas elas. No mesmo documento são apresentados objetivos que o estudante deva alcançar, sendo eles:

- Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos;
- Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características;
- Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa;
- Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles. (BRASIL, 2000, p. 122).

Os PCN+ (BRASIL, 2000) destacam a importância da Geometria Analítica, com um detalhamento de objetivos e opções de trabalho com os estudantes. O documento apresenta esse conteúdo também como possibilidade para resolução de situações-problema ao comentar sobre a possibilidade do estudante ao se deparar com uma situação, usar “um sistema de eixos cartesianos e abordar o problema através da Geometria Analítica” (BRASIL, 2000, p. 115).

Nos PCN+ (2000) a Geometria Analítica está delimitada apenas para o 3º ano do ensino médio. Esses documentos ficaram em vigência até 2018, quando a Base Nacional Comum Curricular entrou em vigor alterando algumas das orientações para o ensino.

Ao observarmos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018), percebemos através de uma busca no documento referências a “Geometria Analítica”, que foi encontrado apenas um resultado, sendo este, parte de um parágrafo sobre a Geometria para o Ensino Fundamental. Neste trecho não se comenta a utilização da Geometria Analítica como um instrumento de resolução de problemas, ou uma Unidade Temática, mas apenas um mediador entre a Álgebra e a Geometria, faltando informações de como trabalhar essa mediação, o trecho é o seguinte: “Outro ponto a ser destacado é a aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da Geometria Analítica” (BRASIL, 2018, p. 272). O documento apresenta uma habilidade (EF09MA16) que é voltada ao ensino de Geometria Analítica que consiste em

Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano. (BRASIL, 2018, p. 319).

A BNCC (2018) apresenta uma breve explicação de como trabalhar a mediação entre Álgebra e Geometria, porém apenas comenta sobre a utilização de representações no plano cartesiano e de sistemas de coordenadas (BRASIL, 2018), não articulando mais sobre outras possibilidades de relações entre esses conceitos.

É possível sintetizar esse levantamento em um quadro que apresenta os pontos principais entre a BNCC (2018) e os PCN+ (2000). (Quadro 2)

QUADRO 2 - COMPARAÇÃO ENTRE PCN+ (2000) E BNCC (2018)

PCN+ (2000-2018)	BNCC (2018-atualmente)
Geometria Analítica como unidade temática - A unidade Geometria Analítica tem como função tratar algebricamente as propriedades e os elementos geométricos.	Geometria Analítica como mediador entre Álgebra e Geometria - Outro ponto a ser destacado é a aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da Geometria Analítica
Objetivos de aprendizagem: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretar e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos.</li> <li>• Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.</li> </ul>	Habilidade proposta: <p>Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros</p>



<ul style="list-style-type: none"> <li>• Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.</li> <li>• Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles.</li> </ul>	<p>e áreas de figuras planas construídas no plano.</p>
---	--

FONTE: Elaborado pela autora com base em PCN+ (BRASIL, 2000) e BNCC (BRASIL, 2018).

Disto pode-se levantar uma questão sobre o ensino básico e como são tratados alguns conteúdos base para a formação do estudante. Como apresentado no estudo bibliográfico anterior, a má formalização dos conceitos básicos da Geometria acarreta dificuldades no ensino superior, não somente na licenciatura, mas em outros cursos de exatas, que têm em suas grades a matéria de Geometria Analítica, muitas vezes sendo ministrada com a Álgebra Linear.

Existem indícios a partir do levantamento realizado anteriormente, sobre as dificuldades se manifestarem desde o ensino básico, apresentando a necessidade de melhora no ensino atual. Disso tem-se uma implicação direta no ensino de Geometria Analítica no ensino superior, em que dificuldades que poderiam ser sanadas nos momentos finais do ensino médio, acabam sendo carregadas até o ensino superior. O problema presente é a falta da apropriação do conceito vinda de um ensino que, trata a Geometria Analítica como um instrumento. Algo importante para essa pesquisa, pois é necessário entender quais as possíveis falhas ou dificuldades que o trabalho com os conceitos pode trazer aos futuros professores de matemática, e assim tentar trabalhar tentando ao máximo preencher as lacunas deixadas por um ensino que não considerou a apropriação do conceito como importante parte do desenvolvimento do sujeito.

Um consenso entre todos os textos da pesquisa, é a necessidade de melhoria no processo de ensino de Geometria Analítica na educação básica. Porém toma-se aqui como hipótese que um passo anterior a essa melhoria, é uma boa base no ensino superior para futuros professores e professoras, de modo a valorizar o movimento histórico desta área de conhecimento.

No caso desta pesquisa, além de pensarmos como trabalhar essa disciplina no ensino básico, temos que entender como a disciplina de Geometria Analítica pode ser trabalhada no ensino superior, para termos uma noção de qual o distanciamento entre essas etapas do ensino. Para isso, analisaremos a atual

matriz da disciplina de Geometria Analítica do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Curitiba.

#### **2.4 A ementa da disciplina de Geometria Analítica no curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR - CT**

Essa pesquisa teve como objetivo propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Sendo assim, ela foi realizada com os estudantes matriculados na disciplina de Geometria Analítica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Curitiba, no 1º semestre de 2021. Para isso foram analisados os planos de ensino (ANEXO A) e de aula (ANEXO B) dessa disciplina, e as respectivas ementas, documentos projetados para o modelo presencial de ensino. Como o desenvolvimento dessa pesquisa foi feito durante o isolamento social, devido a COVID-19, as aulas da disciplina foram ministradas remotamente, assim impactando tanto no processo de criação das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, como nos encontros com os estudantes. O modelo remoto e suas características será apresentado no capítulo de análise.

Atualmente a disciplina de Geometria Analítica é ministrada no terceiro período do curso de licenciatura em Matemática da UTFPR – Campus Curitiba, apresentando como conteúdo programado o estudo inicial de matrizes, vetores e operações entre eles, estudos das equações de retas e planos, e as suas posições relativas, distâncias e ângulos entre pontos, retas e planos, e por fim um estudo de seções cônicas e superfícies quádricas. Esses conteúdos presentes na ementa são distribuídos em cerca de 94 aulas, divididas em 47 dias, em um semestre letivo, considerando o ensino no formato presencial.

A ementa da disciplina, presente no plano de ensino de 2020/1 (ANEXO A), é dada como “Matrizes e sistemas lineares em duas ou três variáveis. Geometria analítica plana: retas e cônicas. Álgebra vetorial. Estudo analítico de retas e planos. Superfícies. Outros sistemas de coordenadas: polares, cilíndricas e esféricas”. No mesmo documento, o objetivo da disciplina descreve o que se espera que o estudante seja capaz de fazer ao completá-la:

[...] reconhecer e resolver problemas que podem ser modelados por sistemas de equações lineares de duas ou três variáveis e interpretar geometricamente a sua solução; compreender os conceitos relacionados a álgebra vetorial, retas e planos, cônicas e quádricas; estabelecer relações entre a representação geométrica de retas, planos, cônicas e quádricas e a sua representação algébrica; estabelecer relações entre as transformações (translação, reflexão e rotação) e vetores no contexto do plano cartesiano; compreender outros sistemas de coordenadas e saber efetuar as mudanças de coordenadas; compreender e utilizar de maneira correta notações matemáticas e elaborar textos matemáticos de maneira adequada. (ANEXO A).

O foco na Licenciatura em Matemática é a formação de professores, e isso está presente no planejamento de aula da professora da disciplina do curso para o modelo presencial de ensino (ANEXO B). Existem 10 momentos que foram preparados para o desenvolvimento de ações para o ensino básico, ou então para o estudo dos *softwares* que são mais utilizados no ensino de Geometria Analítica. Esses momentos preparam não apenas uma pessoa que saiba o conteúdo do ensino superior, mas que consiga traduzi-lo para o ensino básico através de instrumentos virtuais ou então contextualizações em outros conteúdos.

A partir de uma conversa com a professora regente da disciplina, foi identificado que até o início de 2020 o modelo das aulas era baseado na Sala de Aula Invertida, seguindo alguns pontos dessa metodologia, mas trabalhando com outras possibilidades de ensino também. Em linhas gerais, antes de cada aula a professora enviava aos alunos vídeos e textos sobre o conteúdo a serem estudados previamente. Durante às aulas, a professora destacava aos alunos algumas observações mais importantes do assunto, reservando a maior parte do tempo em sala de aula para solução de exercícios previamente selecionados. Estes exercícios eram escolhidos de forma a abordar todo o conteúdo previsto do dia possibilitando assim que a professora detectasse os conceitos que não haviam sido bem compreendidos pelos estudantes. Além disso, a fim de incentivar a troca de conhecimento entre os próprios alunos, estes eram incentivados a realizar a resolução dos exercícios em grupos.

Existia um receio por parte dos estudantes em relação ao método de ensino, porém a professora havia comentado que, a partir de uma observação do ritmo da sala, aparentemente houve uma melhora em dois aspectos, sendo

eles: o estudante atuando de forma mais central na construção do conhecimento; e na compreensão e internalização dos conteúdos de Geometria Analítica.

A professora regente da turma, comentou sobre as dificuldades que os estudantes da disciplina costumavam ter no modelo presencial de ensino, separando-as em: básicas, sobre a parte inicial do conceito, como representação de pontos no plano cartesiano, por exemplo a dificuldade em achar pontos no plano cartesiano; intermediárias, sobre as relações presentes, como criar retas e planos a partir de vetores, por exemplo criar vetores a partir de dois pontos; e avançadas, que se referem às operações avançadas dos conceitos de Geometria Analítica, como o cálculo de distâncias entre retas, pontos e planos, por exemplo, não conseguir calcular a distância entre dois pontos. Segundo a professora, as dificuldades dos estudantes se mantinham nos primeiros níveis, dificultando a compreensão dos conceitos mais avançados.

Após a implementação da abordagem de ensino como sala de aula invertida, ainda no formato presencial, a professora diz que viu uma grande mudança no nível das dificuldades dos estudantes, pois como nesse momento eles precisavam resolver os exercícios em sala de aula, e não apenas em casa, é mais difícil uma dúvida básica se manter até o final. A professora imagina que, após a mudança na formatação das aulas, as dificuldades em geral eram de nível básico a intermediário.

Espera-se com este capítulo ter evidenciado o objeto de investigação bem como o cenário para a realização dessa pesquisa.

### **3. A ATIVIDADE ORIENTADORA DE ENSINO E OS NEXOS CONCEITUAIS DA GEOMETRIA ANALÍTICA**

Essa pesquisa se baseou na Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como base teórico e metodológica para a elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem, e nos procedimentos de constituição e análise dos dados. Tal embasamento foi decidido pela aproximação da pesquisadora com este referencial teórico durante a participação em projetos de extensão, como a Oficina Pedagógica de Matemática e o Grupo de Estudos da Teoria Histórico-cultural, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, nos quais a pesquisadora é participante desde 2017, e pelo interesse do trabalho com metodologias do ensino básico na licenciatura.

Para iniciar, é necessário expor o que está sendo compreendido como Atividade de Ensino. Nela o(a) professor(a), desenvolve soluções para situações-problema, pensando a quem ensinar, o que ensinar e como ensinar (MOURA,1997). Dessas questões alguns aspectos podem ser destacados como, as formas de conhecimento empírico e teórico, o papel da coletividade e a constante formação do(a) professor(a).

Podemos considerar que o conhecimento do sujeito se forma como o empírico ou teórico. Ambos têm seu momento e seu espaço na aprendizagem do sujeito em suas experiências de vida, o empírico, que consiste na relação sensório-intuitiva e intuitivo-intelectual (BERNARDES, 2011), tem um caráter externo e imediato e tem as suas representações gerais ligadas diretamente a atividade prática, tendo a atividade sensorial como base para a obtenção e análise dos dados de uma situação (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010). Nele se tem o conhecimento imediato dos objetos.

O conhecimento teórico irá constituir o objetivo principal da atividade de ensino, pois será a partir dele que se possibilita o desenvolvimento psíquico do estudante (CEDRO; MORAES; ROSA, 2010). Esse conhecimento irá auxiliar na formação do pensamento teórico, que segundo Bernardes (2011), irá se desenvolver no aspecto racional, refletindo a essência do objeto ao analisar suas características e relacioná-las entre si, assim compreendendo o objeto em sua totalidade. Uma explicação mais detalhada sobre a diferença entre o conhecimento empírico e teórico pode ser vista na FIGURA 7.

FIGURA 7 - QUADRO COMPARATIVO ENTRE CONHECIMENTO EMPÍRICO E TEÓRICO

Características	Conhecimento empírico	Conhecimento teórico
<i>Elaboração</i>	Mediante a comparação dos objetos às suas representações, valorizando-se assim as propriedades comuns aos objetos.	Por meio de uma análise do papel e da função de uma certa relação entre as coisas no interior de um sistema.
<i>Tipo de generalização</i>	Generalização formal das propriedades dos objetos que permite situar os objetos específicos no interior de uma dada classe formal.	Forma universal que caracteriza simultaneamente um representante de uma classe e um objeto particular.
<i>Fundamentação</i>	Observação dos objetos.	Transformação dos objetos.
<i>Tipo de representação</i>	Representações concretas do objeto.	Representa a relação entre as propriedades do objeto e as suas ligações internas.
<i>Relações</i>	A propriedade formal comum é análoga às propriedades dos objetos.	Estabelece uma ligação entre o geral e o particular.
<i>Concretização</i>	Por meio de escolha de exemplos relativos a certa classe formal.	Mediante a transformação do saber em uma teoria desenvolvida por meio de uma dedução e uma explicação.
<i>Forma de expressão</i>	Um termo.	Diferentes sistemas semióticos.

FONTE: Rosa, Moraes e Cedro (2016, p. 88).

Espera-se que o conhecimento teórico seja o conteúdo do processo de ensino e que o estudante se aproprie das relações essenciais do conceito. A partir deste primeiro aspecto característico da atividade de ensino se espera que o trabalho com o conceito se dê do geral para o particular, a partir do movimento de ascensão do abstrato ao concreto, no momento em que o estudante organiza suas ações de resolução dos problemas de aprendizagem.

Além das questões sobre a forma do conhecimento (empírico ou teórico), outro aspecto de grande importância na atividade de ensino é o papel da coletividade ou trabalho em grupo, em que estudantes podem compartilhar conhecimentos e ideias, entre si mesmos e com o(a) professor(a), e assim construir um conhecimento coletivo, criado pelas compreensões de cada sujeito em relação ao problema apresentado. Segundo Rubstov<sup>6</sup> (1996, p. 134, apud MOURA, 2016), pesquisas chegaram a mostrar que a disposição para a aprendizagem é resultado de uma interiorização, em que a atividade de

<sup>6</sup> RUBTSOV, V. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C. et al. (Org.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

aprendizagem é realizada em comum. Vigotski<sup>7</sup> (2002, apud MOURA, 2016) defende também o trabalho em coletivo, afirmando que o aprendizado desperta vários processos internos do desenvolvimento, que operam apenas quando a criança, no caso o estudante, interage com outros sujeitos em seu ambiente, e quando coopera com eles em algum trabalho. Podemos então adicionar à atividade de ensino o trabalho coletivo, em que sempre que possível, há um contato dos estudantes entre si e entre o professor, onde a troca de experiências pode criar um conhecimento coletivo.

Um outro aspecto a ser destacado é a autoformação do professor. No processo da atividade de ensino e a partir das questões: a quem, para quem, o que e como ensinar, se forma o profissional, que se desenvolve a partir das condições do contexto em que se insere, avaliando a todo momento o trabalho dos estudantes e o seu. Em relação a isso, Moretti<sup>8</sup> (2007, p. 101, apud MOURA, 2016, p. 103) faz uma comparação a partir de uma visão histórico-cultural, afirmando que “o homem se constitui pelo trabalho, entendendo este como uma atividade humana adequada a um fim e orientada por objetivos, então [...] o professor constitui-se professor na atividade de ensino”. Nesta pesquisa, esta compreensão é fundamental considerando que os sujeitos são futuros professores.

Como a atividade é humana, ela carrega em si a produção histórica e cultural da humanidade, e a partir disso pode-se visualizar o movimento histórico desse ensino, porém não podemos ter o histórico sem um movimento de apropriação e transformação desses conceitos, que seria o movimento lógico do conceito. Como Panossian (2014, p. 80) afirma, “o ‘lógico’, como movimento do pensamento, está relacionado ao movimento dos fenômenos do mundo objetivo, o ‘histórico’”. Porém não podemos pensar em um conceito apenas, sem analisar com quais outros ele está relacionado, determinando os chamados nexos conceituais, revelados através de diferentes formas de conhecimento ao pensarmos no movimento do pensamento (PANOSSIAN; MORETTI; SOUZA, 2017, p. 133). Podemos pensar então no movimento histórico-lógico do conceito

---

<sup>7</sup> VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

<sup>8</sup> MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

como a trajetória que revela a necessidade humana que originou esse conceito, sua sistematização e reestruturação para as situações presentes nos dias de hoje.

A partir desse estudo da atividade de ensino, pode-se levar em consideração que a Atividade Orientadora de Ensino, desenvolvida por Moura (1997),

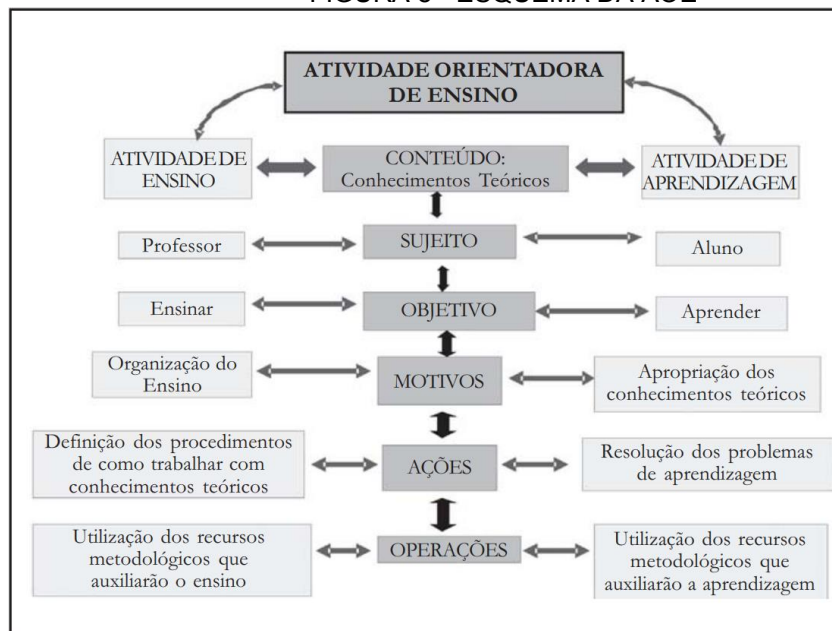
[...] pode ser uma atividade de ensino que o forma na medida em que este planeja a ação inicial e deve permanecer num processo de avaliação contínuo das ações desenvolvidas em aula, para que seja atingido o objetivo proposto. A ação individual do professor está, dessa forma, carregada de sua autoformação, pois é parte de um projeto, cuja realização implica ações coletivas que deverão atentar para o conjunto de fatores que permitirão a realização da aprendizagem: os aspectos sociais, psicológicos, afetivos e cognitivos envolvidos na aula a partir da atividade orientadora de ensino. (MOURA, 1997, p. 13).

Importante comentar que a AOE se denomina orientadora pois possibilita uma sistematização dos elementos presentes na organização do ensino (PANOSSIAN et al., 2017).

Moura (2016, p. 110) comenta sobre a estrutura da AOE, onde a necessidade é a apropriação da cultura, o motivo, a apropriação do conhecimento historicamente acumulado, os objetivos são ensinar e aprender, e as ações que levam em conta as condições objetivas da instituição escolar. Tanto o professor como o estudante têm um papel importante nesse processo, cada um tendo seus objetivos, motivos, ações e operações, tal como apresentado na FIGURA 8.



FIGURA 8 - ESQUEMA DA AOE



FONTE: MORAES (2008, p. 116).

### Assim como na atividade de ensino, na AOE

[...] a solução da situação-problema pelos estudantes deve ser realizada na coletividade. Isso se dá quando aos indivíduos são proporcionadas situações que exigem o compartilhamento das ações para a resolução de uma determinada situação que surge em certo contexto. (MOURA, 2006, p. 121-122).

Um importante ponto no processo da AOE é ter o movimento da ascensão do abstrato ao concreto, que é quando se considera a necessidade de se partir de teses gerais de uma área do saber, e não de seus casos particulares, buscando assim a gênese ou essência dos conceitos, tentando verificar o que um estudante alcança através da construção e manipulação de um objeto mentalmente (MOURA, 2016).

Esse movimento da ascensão do abstrato ao concreto pode ser iniciado pelas situações desencadeadoras de aprendizagem. Moura (2016) fala sobre a importância de se criar nos estudantes a necessidade de apropriação dos conceitos, algo que pode ser concretizado a partir das situações desencadeadoras de aprendizagem. Moura (2006) ainda afirma que “Na AOE, as necessidades, os motivos, os objetivos, as ações e as operações do professor e dos estudantes se mobilizam inicialmente por meio da situação desencadeadora de aprendizagem.” (MOURA, 2006, p. 117).

As situações desencadeadoras de aprendizagem se apresentam em três diferentes formas, sendo elas o jogo, a situação emergente do cotidiano e a história virtual do conceito, que de acordo com Moura e Lanner de Moura (ano???) contém as seguintes características:

O jogo com propósito pedagógico pode ser um importante aliado no ensino, já que preserva o caráter de problema. [...] O que devemos considerar é a possibilidade do jogo colocar a criança diante de uma situação-problema semelhante à vivenciada pelo homem ao lidar com conceitos matemáticos.

[...]

A problematização de situações emergentes do cotidiano possibilita à prática educativa oportunidade de colocar a criança diante da necessidade de vivenciar a solução de problemas significativos para ela.

[...]

É a história virtual do conceito porque coloca a criança diante de uma situação-problema semelhante àquela vivida pelo homem (no sentido genérico). (MOURA; LANNER DE MOURA<sup>9</sup>, 1998, p. 12-14, apud MOURA, 2016, p. 121).

As situações desencadeadoras de aprendizagem auxiliam na mediação do conceito para os estudantes, sendo assim, a sua presença no processo da AOE é imprescindível, seja durante o desenvolvimento ou em uma discussão sobre a resolução do problema apresentado. A AOE como mediação “é instrumento do professor para realizar e compreender seu objeto de estudo: o processo de ensino de conceitos. E é instrumento do estudante, que, por meio dela, pode apropriar-se de conhecimentos teóricos.” (MOURA, 2006, p. 124).

Como um resumo, podemos reconhecer as principais características da AOE voltadas para essa pesquisa, a partir do trabalho de Moraes (2008) como: uma atividade do sujeito, sendo o professor ou o estudante; a presença do trabalho coletivo; as próprias situações desencadeadoras de aprendizagem, e a presença nelas do conceito em sua forma teórica, que envolve o estudo do movimento histórico e lógico do conceito e de seus nexos conceituais.

É importante que o(a) professor(a) tenha conhecimento que “os conceitos estudados são gerados, em sua maioria na práxis humana” (SOUZA, 2018, p. 42), assim é possível analisar um conceito a partir de duas visões. Primeiramente, o conceito pode ser descrito como uma linguagem formal, e

---

<sup>9</sup> MOURA, M. O. de; LANNER de MOURA, A. R. **Escola: um espaço cultural**. Matemática na educação infantil: conhecer, (re)criar - um modo de lidar com as dimensões do mundo. São Paulo: Diadema/SECEL, 1998.

elementos externos perceptíveis, como por exemplo na Geometria Analítica a classificação de ângulos em agudo, reto e obtuso, dessa visão temos os nexos externos, que podem ser observados a partir do conhecimento empírico. Pode-se também analisar o movimento lógico-histórico do conceito, que revela os nexos internos do conceito, compreendidos como formas de conhecimento teórico (SOUSA, 2018). Os nexos internos e externos compõem os nexos conceituais, que segundo Sousa (2018, p. 51) são “os elos que fundamentam os conceitos contêm a lógica, a história, as abstrações, as formalizações do pensar humano no processo de constituir-se humano pelo conhecimento”.

Nesta pesquisa foi desenvolvido um esquema dos nexos conceituais da Geometria Analítica, a partir dos estudos bibliográficos sobre o seu movimento histórico-lógico, apresentando elementos como as relações entre a equação geral da reta, o conceito de representação, construção e medida de um segmento, o teorema de Pitágoras e resolução de equações e sistemas de equações. Neste esquema (FIGURA 9), vetores, base do sistema e as projeções geométricas e algébricas estão destacados como sendo os principais conceitos, pois voltando ao estudo bibliográfico da história da Geometria Analítica, é possível ver que os pesquisadores se dividem ao analisar o início desse campo da matemática estando entre o surgimento das curvas, chamadas de cônicas e quádricas, e o estudo delas, e nos estudos das equações de retas e planos. Disso toma-se como elementos principais, os que vieram a gerar todo o conhecimento presente de Geometria Analítica.

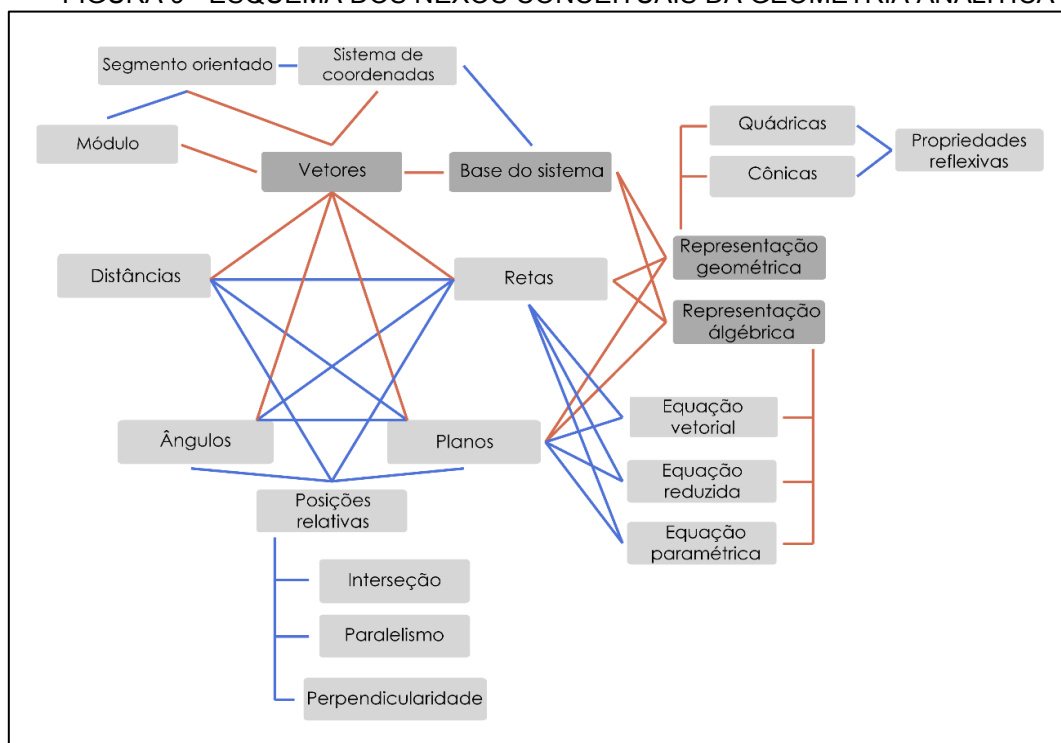
O movimento lógico do conceito também está presente nesses elementos, e se destaca no nexo de ‘vetores’, haja visto que a Geometria Analítica se baseia nos lugares geométricos que são constituídos e determinados por pontos, retas e planos que por sua vez são gerados pelos vetores.

Os tópicos que aparecem em cinza claro, se referem a conceitos e relações essenciais, pelo olhar da pesquisadora, que derivam dos nexos anteriormente comentados. As linhas em laranja são vistas como conexões diretas dos nexos escolhidos, nelas estão aparentes os elementos que, pelo olhar da pesquisadora, derivam dos próprios nexos. Como exemplo o nexo de ‘Vetores’, que é a base para o desenvolvimento de retas, planos e da base de um sistema, também auxilia no estudo de distâncias e ângulos. Além das

ligações em laranja, existem as em azul, que se referem às conexões entre elementos derivados dos nexos principais, como exemplo temos as posições relativas, que a partir das distâncias e ângulos entre retas e planos, se tem os casos de interseção, paralelismo e perpendicularidade. Os nexos de representação geométrica e algébrica derivam da base do sistema que irá determinar como serão essas representações, pois ao modificar a base, irá se alterar tanto o “formato” de alguma figura quanto sua equação, assim alterando ambas as representações. A partir delas, se tem as retas e planos que se apresentam tanto geometricamente quanto nas equações vetoriais, reduzidas e paramétricas.

É necessário comentar que esses itens foram escolhidos de acordo com a experiência da pesquisadora tanto em aula, quanto na pesquisa e estudos feitos neste trabalho. Logo, podem existir elementos que não apareçam nesse esquema, que possam ser de maior importância para o leitor. Determina-se então que esse esquema se refere aos nexos conceituais da Geometria Analítica, referentes à pesquisa realizada nesse trabalho, e que se considera relevante para a formação do futuro professor de matemática.

FIGURA 9 - ESQUEMA DOS NEXOS CONCEITUAIS DA GEOMETRIA ANALÍTICA



FONTE: Autoria Própria (2021).

#### 4. METODOLOGIA DA PESQUISA

Esta pesquisa teve como objetivo propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática. Para tal objetivo, a pesquisa se iniciou com estudos bibliográficos, voltados para o movimento histórico-lógico da Geometria Analítica, e para a base teórico-metodológica da Atividade Orientadora de Ensino.

A partir destes estudos iniciais temos a primeira ação metodológica que é a realização de um experimento didático com duas situações desencadeadoras de aprendizagem elaborados pela autora. Em tais situações, ligadas ao ensino de Geometria Analítica, foram consideradas principalmente as condições de contextualização, o uso de recursos tecnológicos e o trabalho coletivo.

O experimento didático, segundo Cedro e Moura (2016, p. 130), é “um método de investigação psicológica que permite estudar a essência das relações internas entre os diferentes procedimentos da educação e do ensino e o correspondente caráter de desenvolvimento psíquico do sujeito”. Nele podemos presenciar e analisar a intencionalidade do professor, ou seja, podemos entender o processo determinado pelo professor e como o estudante aprende tanto por ele, quanto pela vivência em sala de aula. Como sintetiza Davidov<sup>10</sup> (1988, apud CEDRO; MOURA, 2016, p. 130), ele “plasma a unidade entre a investigação do desenvolvimento psíquico dos sujeitos, o ensino e a sua educação”.

Por fim, teremos a segunda e última ação da pesquisa, que será o processo de análise dos dados recolhidos durante o experimento didático, em diários da pesquisadora, registros dos estudantes e gravações em áudio e vídeo com o objetivo captar os diálogos dos estudantes, da professora, e da pesquisadora com o(s) estudante(s), observando a compreensão dos mesmos durante o processo de aprendizagem na disciplina.

---

<sup>10</sup> DAVYDOV, V. V. La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación psicológica teórica y experimental. Trad. Marta Shuare. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

#### 4.1 Organização do experimento didático

O experimento didático foi realizado com os estudantes matriculados na disciplina de Geometria Analítica do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, nos dias 12/03/2021, 19/03/2021 e 30/04/2021 de forma remota, onde assincronamente foram enviados os arquivos iniciais da situação, para que nos momentos síncronos fossem discutidas as respostas e outras perguntas, com o intuito de ampliar os conceitos discutidos. Os 3 encontros tiveram a duração de 50 minutos síncronos, cada um realizado em momentos de aula regular. Os encontros foram realizados no ambiente virtual, no formato de aulas práticas onde a pesquisadora desenvolveu a situação de ensino com os estudantes e discutiu sobre os assuntos trabalhados.

A professora regente da turma e a pesquisadora, auxiliaram no processo de organização da sala de aula, e no atendimento de dúvidas sobre a situação, de forma a observar todo o processo de apropriação dos conceitos da Geometria Analítica pelos estudantes.

Como método de captura dos dados, além das percepções da pesquisadora, registradas em diário, outros instrumentos foram utilizados, como os registros escritos dos estudantes, e gravações em áudio e vídeo, com o objetivo captar os diálogos dos estudantes, da professora, e da pesquisadora com os estudantes. Para se iniciar o experimento didático, o trabalho foi registrado e aprovado no comitê de ética com o número 33387520.3.0000.5547.

Conforme a resolução nº 48, de 03 de dezembro de 2020, as aulas das disciplinas da UTFPR, foram realizadas, em formato remoto, como atividades pedagógicas não presenciais (APNP). Como a disciplina de Geometria Analítica nesse período seguiu o documento para atividades não presenciais, não era permitido exigir a presença dos estudantes, fazendo com que a participação síncrona não fosse obrigatória. Este fato influenciou o desenvolvimento da pesquisa e das situações desencadeadoras de aprendizagem planejadas, conforme será evidenciado posteriormente nas análises.

## 4.2. A elaboração das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem

Para essa pesquisa foram desenvolvidas duas situações desencadeadoras de aprendizagem, uma voltada para a introdução dos conceitos de equação da reta e distâncias e outra para trabalhar com as propriedades de reflexão das cônicas.

O processo de elaboração das situações se iniciou no começo de 2020, antes do momento de isolamento social, devido ao COVID-19. Por isso, elas foram pensadas para o ambiente presencial da sala de aula, porém, a partir do início do isolamento, as situações foram adaptadas para o ensino remoto.

A primeira situação desencadeadora de aprendizagem “O guia de Mariana” (Apêndice A) foi desenvolvida com o intuito de construir com o estudante a equação vetorial da reta, a partir de pontos conhecidos em um plano (1ª parte), e em sua continuação é discutido o conceito de distâncias (2ª parte) (Apêndice B). A segunda situação desencadeadora de aprendizagem “Refletindo sobre Cônicas”<sup>11</sup> foi desenvolvida com o intuito de aprimorar os conhecimentos dos estudantes em relação às cônicas, e discutir sobre quais as utilidades dessas curvas no mundo real.

### 4.2.1 A situação do “O guia de Mariana-Parte 1”

A situação foi dividida em duas partes. Sendo a primeira parte da situação (APÊNDICE A), desenvolvida visando o estudo da equação vetorial da reta a partir de pontos já conhecidos. Muitas vezes em tarefas de ensino, a equação da reta é dada, e o estudante é solicitado a encontrar pontos que pertencem a uma reta, porém isso pode acabar trazendo dificuldades no momento da utilização da equação, pois se ele não entender o que cada elemento significa e qual a importância deles na expressão, pode ser que chegue em um resultado equivocado. Assim, a intenção nesta situação foi que os estudantes compreendessem as relações para chegar nas equações das retas.

---

<sup>11</sup> Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/skgbtf6j>>.

Na Situação é apresentada Mariana, uma garota que descobre um guia das ruas de sua cidade, e começa a investigá-lo com a ajuda de seu pai. Nessa investigação a jovem tem o interesse de encontrar onde estão as casas de seus amigos, sabendo apenas o caminho de sua casa até a deles. O problema desencadeador aparece quando Mariana percebe que o guia está rasgado, e por isso algumas casas não aparecem, então ela busca uma outra maneira de representar a posição de cada casa no guia.

As primeiras quatro questões foram formuladas para analisar quais conhecimentos já foram apropriados pelos estudantes, procurando identificar se conseguiam somar pontos e vetores, e com o intuito de auxiliar a entender que o sentido de um vetor pode influenciar nessa soma.

A partir da questão 4 (figura 10) espera-se que o estudante comece a trabalhar com retas entre as casas, criando expressões para os pontos já conhecidos e verificando que é possível achar uma única expressão geral que chegue em mais de um ponto.

Figura 10 - Questão 4 "O guia de Mariana"

⋮

Podemos criar uma reta ligando a casa de Mariana à casa de cada amigo dela? Existem amigos \*  
que ambos ficam na mesma reta que passa pela casa de Mariana? Se sim podemos escrever  
duas expressões, a partir da casa de Mariana, usando o que já sabemos para mostrar o ponto da  
casa de cada um?

Texto de resposta longa

---

FONTE: Autoria Própria (2021).

A questão 7 (É possível utilizar essa mesma expressão para casas que não estejam nas esquinas, mas sim no meio dos quarteirões?) inicia um trabalho de mudança de escala, onde podem aparecer valores não inteiros, como o resultado da questão 9 (Tomaremos a medida de um quarteirão como 100 metros, e a mesma escala da questão anterior. Se Mariana morasse em um prédio no 4º andar, qual seria o ponto do apartamento dela? Tomando cada andar com 2,5 metros de altura.). Essa mesma questão inicia o último ponto da situação, que seria trabalhar com três dimensões. O estudante irá criar outra equação de reta, porém sabendo que existe uma diferença de altura a se considerar.



Como toda situação desencadeadora de aprendizagem, é necessário o compartilhamento coletivo durante a resolução das questões, a troca de conhecimentos e ideias é uma das partes mais importantes desse processo. As primeiras questões foram desenvolvidas imaginando um processo que não necessariamente utilize vetores em suas resoluções, porém como é possível que os estudantes vejam a abertura para utilizar vetores, existe espaço para a discussão sobre as diferentes formas de resolução.

Outro ponto previsto para a discussão com os estudantes foi a diferença entre um vetor e a medida nas primeiras expressões encontradas (figura 11), pois pode parecer que a medida irá depender da direção, mas a operação em si que dependerá, assim ao mudar para vetores, iremos unir à medida que temos, mais a dependência pela direção da operação.

Figura 11 - Diferença entre vetor e medida

Poderíamos escrever a expressão dessa resolução da seguinte forma:

Casa do amigo = Casa de Mariana +  $\lambda$ \* distância de 1 quarteirão.

(adicionando no primeiro número para distância horizontal, e no segundo para distancia vertical)

FONTE: A autora (2021).

Ficou aberta a discussão com os estudantes sobre a diferença da equação reduzida da reta:  $y=ax+b$ . Foi explicado que falando-se de retas no espaço, apenas esta equação não é suficiente para determinar a reta. Precisaremos de duas equações.

O encontro com os estudantes foi finalizado com uma síntese do que foi discutido, analisando a equação vetorial da reta, verificando qual o papel de cada elemento dentro dela, e quais as implicações ao se alterar qualquer um desses elementos.

#### 4.2.2 A situação do “O guia de Mariana-Parte 2”

A segunda parte da situação (APÊNDICE B) foi criada com o interesse de iniciar o trabalho com distâncias na Geometria Analítica, explicando os

conceitos básicos do cálculo de distâncias e suas equações. Esse foi o encaminhamento escolhido, pois, geralmente o trabalho com distâncias é realizado após a breve apresentação dos casos e suas respectivas fórmulas e analisando as conexões dos nexos desenvolvidos nessa pesquisa, o cálculo das distâncias têm tanta importância na formação, quanto os outros elementos a ele ligados, como vetores e posições relativas. Disso veio a intenção de focar nos elementos base, ligados à distância, para facilitar o processo de ensino que viria com as seguintes aulas da professora regente.

As primeiras três questões foram formuladas para analisar as distâncias entre pontos através das ruas do guia, trabalhando com os cálculos do módulo dos vetores que ligam as casas. Essas questões foram desenvolvidas com a intenção de deixar claro aos estudantes que o cálculo de distâncias entre dois elementos da Geometria Analítica, é em sua base o cálculo do módulo de um vetor que liga esses elementos.

A partir da questão 4 (Caso Mariana queira saber a distância de sua casa até a rua das casas de Felipe e Mateus, como poderia fazer para calcular essa distância?) se inicia o trabalho com distâncias não apenas entre pontos, mas entre ponto-reta, reta-reta e ponto-plano.

Em cada questão, se explora um tipo diferente de distância, é questionado como encontrar o menor vetor que liga os elementos, e em seguida, é discutida a representação na forma de equação. Como na questão 6 (Pensando na rua que passa na casa de Mariana e de Felipe, qual a distância dela até a rua que passa na casa de Mariana e André? E até a rua da casa de Mateus e Amanda?), onde são apresentados três casos de retas, em que no primeiro elas são concorrentes, no segundo, paralelas e no terceiro reversas.

Como o compartilhamento de conhecimentos é importante, para cada questão são designados momentos de reflexão e discussão com os estudantes, para que compreendam o conceito inicial de como cada equação irá funcionar.

O encontro sobre esta parte da situação 'O guia de Mariana' é finalizado com uma síntese sobre os conceitos discutidos, explicando como a distância na Geometria Analítica se diferencia de outros conceitos de distância, e deixando claro que entre todas as equações, o foco principal sempre será calcular o módulo do menor vetor entre os elementos a serem trabalhados.

Ao analisarmos os nexos conceituais desenvolvidos nessa pesquisa, podemos perceber que nessa primeira situação, estão presentes: distâncias, retas, vetores, posições relativas, ângulos e as representações geométricas e algébricas.

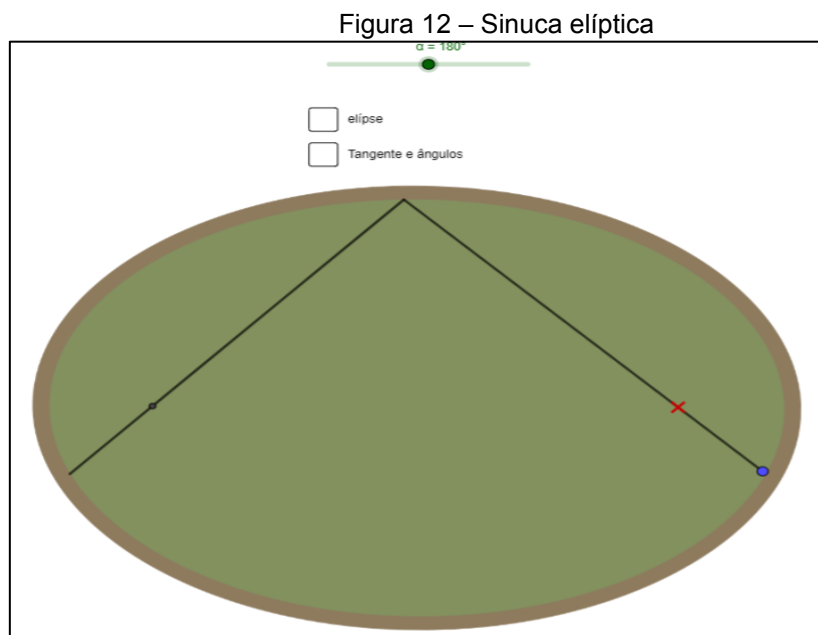
#### 4.2.3 A situação “Refletindo sobre Cônicas”

A Segunda situação desenvolvida<sup>12</sup> (APÊNDICE G) foi sobre as propriedades reflexivas das cônicas. Nela o foco foi trabalhar com as reflexões presentes nas quádricas, estudando como elas funcionam e quais as utilidades das mesmas propriedades aplicadas em cônicas, no nosso cotidiano. A escolha desse processo se deu por uma conversa da pesquisadora com a professora regente da disciplina, ao discutirem sobre os conteúdos que não são muito focados normalmente na disciplina de Geometria Analítica, e mesmo assim que têm grande importância no dia a dia, como faróis, telescópios, antenas, entre outros. . Esses exemplos apresentam a utilização das propriedades reflexivas das cônicas, porém o foco inicial da situação é apresentar como funcionam as quádricas, e transpor para o 3D com as cônicas e suas aplicações.

Foram criados três arquivos no GeoGebra para a situação, sendo cada um voltado para diferentes cônicas, com mesas de sinuca. O primeiro (Figura 15) trabalha com a reflexão na elipse. Neste material inicialmente o intuito é, rebatendo na “parede” da mesa de bilhar, acertar o buraco da mesa, porém após conseguir, é solicitado que o estudante tente fazer a mesma coisa, sem passar pelo X vermelho.

---

<sup>12</sup> Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/skgtbf6j>>.

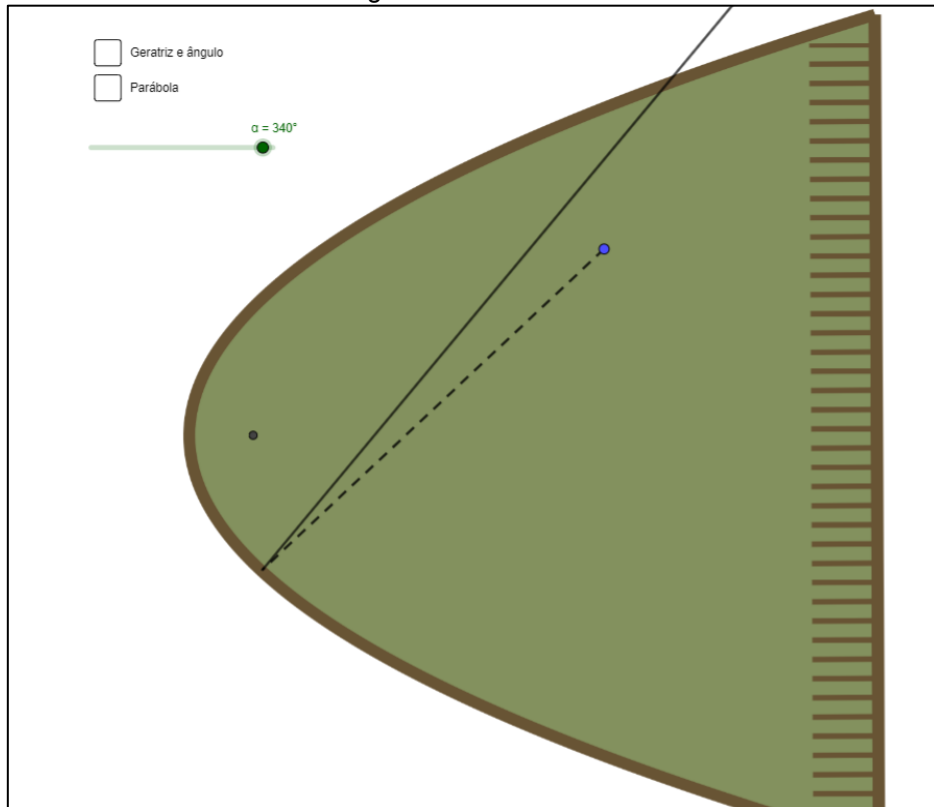


FONTE: Autoria Própria (2021).

Para essa figura, foi perguntado aos estudantes se era possível acertar o buraco da mesa sem passar pelo X vermelho, e o porquê disso. Essa questão foi criada para verificar se os estudantes conseguiriam identificar o buraco e o X como os focos da elipse, e tentar articular alguma explicação envolvendo-os, para então explicar sobre como funciona a reflexão na elipse. Após a discussão sobre a reflexão, são apresentados alguns exemplos de utilizações da reflexão da elipsóide, como a luz de um dentista.

O segundo arquivo do GeoGebra (Figura 16) trabalha com a reflexão na parábola. Neste exercício, era pedido que o estudante, rebatendo na “parede” da mesa, acertasse o fundo de um dos corredores à direita, para analisar os caminhos realizados em todas as vezes que conseguia e verificar se algo em comum acontecia.

Figura 13 – Sinuca Parabólica

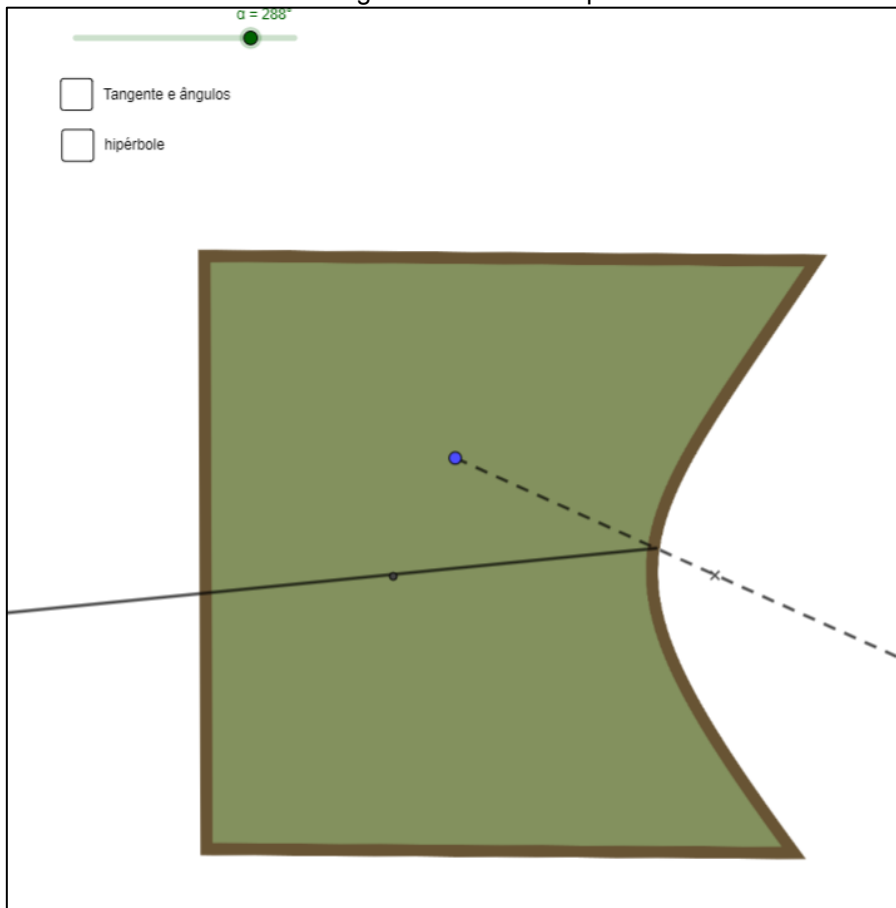


FONTE: Autoria Própria (2021).

Para essa figura, foi perguntado aos estudantes se os caminhos tinham algo em comum, pois era de interesse que percebessem a presença do foco da parábola e que todo caminho que passa pelo foco e reflete na parábola, volta “reto” para os corredores, ou seja, volta perpendicular à geratriz da parábola. Após a discussão sobre a reflexão na parábola, foram apresentados alguns exemplos de utilidades da reflexão do parabolóide, como a antena parabólica.

O terceiro arquivo do GeoGebra (Figura 17) trabalha com a reflexão na hipérbole. Neste material, foi pedido que os estudantes, novamente rebatendo na “parede” da mesa, acertassem o buraco, e percebessem onde eles “miravam”. Aqui era esperado que percebessem que todo caminho que vai em direção a um foco da hipérbole, reflete nela e se encaminha para o outro foco.

Figura 14 – Sinuca hiperbólica



FONTE: A autora (2021).

Para essa figura, foi perguntado aos estudantes se percebiam algo em comum com as vezes que acertavam o buraco, e disso veio a discussão sobre como a reflexão na hipérbole acontece e porque ela reflete de um foco a outro. Dessa figura também vem um exemplo de por que uma hipérbole não pode ser vista como duas parábolas, e vendo a diferença das propriedades reflexivas de cada uma, é impossível que duas parábolas opostas sejam vistas como uma hipérbole. Após a discussão sobre a reflexão na hipérbole, foi apresentado um exemplo de espelhos hiperbólicos, que estão em telescópios de espelhos.

Em todos os arquivos do GeoGebra, foi possível mostrar cada cônica que formou as mesas, e os ângulos que refletem de cada uma, fazendo com que a visualização do processo de reflexão seja mais fácil por parte do estudante. Era livre o ângulo de cada caminho que o ponto faria e onde ele iniciaria, deixando que o estudante tivesse total autonomia no trabalho com o material.

Ao analisarmos os nexos conceituais desenvolvidos nessa pesquisa, podemos perceber que na segunda situação, estão presentes: cônicas, quádricas, posições relativas, propriedades reflexivas, vetores e ângulos.

### **4.3 Metodologia de análise**

Esta pesquisa foi formulada com o objetivo de propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, porém pelo cenário atual decorrente da Covid-19, as aulas passaram a ser realizadas de forma remota, o que impactou no encaminhamento desejado e inicialmente planejado. Assim todo o processo de desenvolvimento da pesquisa foi voltado para o ensino remoto. Como o fenômeno “apropriação de conceitos de Geometria Analítica” está ligado a outras vivências, suas interdependências, se modificam a cada momento, não seria possível estudá-lo como um todo. Por isso, pretende-se manter a atenção em um objeto particular, seguindo então a ideia dos isolados de Bento de Jesus Caraça (1998), como citado por Moura (2004), analisando os movimentos e relações de uma parte de um todo, para que assim seja possível focar nas mudanças qualitativas do seu interior.

Ao analisar dessa maneira, é necessário que seja delimitado um ou mais isolados, que na visão de quem pesquisa, consigam conservar “todos os fatores que, ao se interdependerem, têm influência marcante no fenômeno a estudar” (MOURA, 2004, p. 267). Nessa pesquisa, os encontros síncronos e assíncronos da disciplina de Geometria Analítica no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, realizados com o modelo remoto, constituirão o isolado a ser estudado.

Dentro desse isolado, as manifestações serão apresentadas conforme os episódios, que vão contemplar o processo de formação. A determinação desses episódios irá auxiliar na análise de aprendizagem dos estudantes e o potencial das situações desencadeadoras de aprendizagem no ensino de Geometria Analítica. Os episódios revelados a partir da análise serão: A elaboração e adaptação das situações desencadeadoras de aprendizagem

pela pesquisadora; as ações dos estudantes durante os encontros; e a possível apropriação dos nexos conceituais.

A partir dos episódios, algumas ações, gestos, frases escritas ou faladas serão separados para auxiliar na análise, pois esses momentos que chamaremos de cenas, podem apresentar interdependências entre si dentro no isolado escolhido (MOURA, 2004). Tendo isso é possível relacionar os episódios e cenas e analisar qual o impacto deles no processo de aprendizagem.

O processo de análise dessa pesquisa, será então focado nos episódios e suas cenas, para atingir o objetivo desta pesquisa que é propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, mais precisamente, estudando o isolado dos encontros síncronos e assíncronos da disciplina de Geometria Analítica no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, realizados com o modelo remoto.



## 5. ANÁLISES REALIZADAS

Para se preparar para o desenvolvimento da pesquisa nesses momentos síncronos, a pesquisadora acompanhou duas aulas da professora regente para entender o comportamento da turma. Foram analisadas as aulas dos dias 26/02/2021 e 05/03/2021, em que foi discutido sobre soma de vetores e produto escalar, respectivamente.

A disciplina foi planejada pela professora regente Nara Bobko com um total de 108 aulas, sendo 33 delas destinadas para encontros síncronos. (Anexo C). O conteúdo abordado durante o semestre era: Vetores, Soma de vetores, Produto de número real por vetor, Produto escalar, Produto vetorial, Produto misto, Estudos de retas e planos, Distâncias, Cônicas e Quádricas. Os encontros síncronos, realizados toda sexta-feira em duas aulas de 50 minutos, eram voltados para discussões sobre os materiais enviados de forma assíncrona no início da semana. Na turma estavam matriculados 13 estudantes e desses, em geral, 9 participavam regularmente com as tarefas assíncronas.

Os estudantes se adequaram a essa dinâmica e enviavam as tarefas semanais resolvidas, participando então dos momentos assíncronos. Em função da resolução nº 48, de 03 de dezembro de 2020, a presença nos momentos síncronos não é obrigatória, o que pode ter sido um dos motivos da baixa participação nessas aulas, tendo em média 5 estudantes presentes. Segundo a professora regente, e as aulas que foram observadas, poucos estudantes comentavam e contribuíam durante os momentos síncronos, havendo pouca interação.

Para tentar superar essa falta de interação, a professora regente procurava ao máximo encorajar os estudantes a comentar e discutir, perguntando diretamente a cada participante ou então, deixando um tempo maior para considerações e perguntas. Táticas que ao ver da pesquisadora são úteis, porém nem sempre eficazes, pois mesmo com muitos estímulos, a participação durante os momentos síncronos ainda foi menor que a desejada.

Outra questão importante das aulas neste formato remoto, é o compartilhamento de imagem, em que a professora é a única que mantém sua câmera ligada, o que dificulta a percepção de quais estudantes demonstram estar com dúvidas, e quais estão realmente prestando atenção na aula.

De início é possível já analisar um ponto negativo nesse modelo remoto, em relação à base teórico-metodológica utilizada na pesquisa. A cooperação e compartilhamento de ideias é essencial para o processo de ensino e aprendizagem, considerando a necessidade de elaboração do conhecimento de forma coletiva em relação ao conceito trabalhado, algo que com a pouca interação nos momentos síncronos pode ser uma dificuldade a se superar, e isso foi visto nos encontros realizados pela pesquisadora.

### **5.1 As Situações Desencadeadoras de Aprendizagem**

A constituição dos dados desta pesquisa foi planejada inicialmente para o modelo presencial de aulas, sendo as aulas da disciplina de Geometria Analítica considerada como o isolado. Entretanto, com a pandemia Covid-19 este isolado se mostrou muito abrangente e foi impossibilitado, havendo a necessidade da alteração para o modelo remoto. A mudança de formato das aulas pode ser considerada como um inesperado, que segundo Moura (2004), são indícios de que alguns fatores dominantes da situação não foram considerados, nesse caso, a possibilidade de o trabalho não ser presencial. Porém, pela necessidade e tempo restrito para a finalização da pesquisa, optou-se por realizar os encontros no ambiente virtual, seguindo o modelo das Atividades Pedagógicas Não Presenciais (APNPs) determinado pela resolução nº 48, de 03 de dezembro de 2020.

Conforme explicado na metodologia, o experimento didático foi organizado com duas Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, divididas em três encontros. Os dois primeiros encontros foram voltados para a primeira situação desencadeadora de aprendizagem “O guia de Mariana” com a intenção de iniciar o conteúdo de equações de reta e distâncias, trazendo aos estudantes uma visão geral do que a professora iria continuar trabalhando. O último encontro foi voltado para a segunda situação, denominada “Refletindo sobre Cônicas”, que focava nas propriedades reflexivas das quádras, um conceito pouco trabalhado, segundo a professora regente, mas de grande importância no dia a dia, a partir de exemplos reais da utilização desses conceitos.

A adaptação das situações para o modelo remoto se mostrou desafiadora e problemática em relação ao trabalho com os estudantes. Como comentado anteriormente, a pouca interação já era um fator esperado, porém outros fatores que impactaram foram, a impossibilidade de criar grupos pela quantidade de alunos participantes, possibilitando somente a discussão geral; a limitação dos registros dos estudantes, que deveriam ser feitos com os recursos tecnológicos, os problemas de conexão, a falta da visualização do trabalho de cada estudante, e a dificuldade de colocá-los em atividade, acompanhando as suas ações e reações.

Como já foi pensado ao iniciar a pesquisa, esse modelo de trabalho iria trazer resultados pouco desejados, porém esperados, pelo déficit de elementos importantes da Atividade Orientadora de Ensino que definem o processo de ensino e aprendizagem. Por mais que a pesquisadora estivesse em sua atividade de ensino, determinando objetivos, analisando as necessidades e adaptando as situações, não há como ter certeza de que os estudantes entrariam em atividade de aprendizagem sem a interação que existe no modelo presencial. Mesmo assim a pesquisa se manteve e os encontros foram realizados, considerando o objetivo de analisar o potencial da situação desencadeadora de aprendizagem na apropriação de conceitos da Geometria Analítica.

## **5.2 Os Encontros Síncronos**

### **5.2.1 Primeiro Encontro**

Para o primeiro encontro, foram enviados arquivos auxiliares para os estudantes cinco dias antes do momento síncrono. Entre os documentos estavam o termo de consentimento de voz e imagem (Apêndice C) e a história inicial da primeira situação (Apêndice D). Por um erro de comunicação, o formulário (Apêndice E) com as questões iniciais não chegou a ser enviado, algo que foi notado apenas no dia do encontro síncrono. O que já demonstra uma dificuldade presente no ensino remoto, em que a troca de informações é limitada pelas conversas *online*, ou por troca de mensagens.

No dia do encontro (12/03/2021) a pesquisadora iniciou a conversa retomando a explicação da situação do Guia e qual o problema a ser resolvido. Neste momento enviou aos estudantes o formulário inicial e deixou 10 minutos para que pudessem resolver as questões, assim conseguindo 5 participações no formulário. O processo de discussão das respostas se iniciou sem nenhuma contribuição falada dos estudantes, apenas com a pesquisadora explicando os caminhos percorridos em cada resposta enviada no formulário. Momento que a pesquisadora analisa como um exemplo de que os estudantes não foram motivados, mesmo com a discussão inicial sobre o problema desencadeador.

O segundo momento da aula se iniciou quando foi compartilhado com os estudantes a apresentação no *site nearpod*<sup>13</sup>. Então as questões finais foram discutidas com algumas contribuições dos estudantes, porém em sua maioria apenas com a pesquisadora encaminhando a situação, não havendo interação. Outro momento que pode se perceber a dificuldade de gerar a necessidade e motivar o estudante no modelo remoto.

A aula foi finalizada com uma síntese, e uma explicação de como a equação da reta que foi construída para resolver o problema desencadeador se comportava. Foi explicado o papel dos pontos, dos vetores, dos coeficientes na equação da reta e como trabalhar com ela em três dimensões.

Os nexos conceituais pensados para esse encontro envolviam os conceitos de 'retas', 'equação vetorial', e 'vetores'. É possível abranger mais relações entre os conceitos, como as outras representações da reta em sua forma reduzida ou paramétrica, e também em seu modelo geométrico. Pelo pouco tempo da aula síncrona (50 minutos), e a dificuldade de participação dos estudantes, os nexos que a pesquisadora vê como trabalhados são os de 'vetores' e 'equação vetorial', deixando a desejar em relação ao trabalho com o de 'retas'.

A situação teve sua segunda parte realizada após alguns dias, discutindo o conceito de distâncias.

### 5.2.2 Segundo Encontro

---

<sup>13</sup> Disponível em:  
<<https://drive.google.com/file/d/1xX5o18I4Ap2yjaJIC1rTPukQEPNfMfUf/view?usp=sharing>>.

Para o segundo encontro foi enviado para os estudantes, cinco dias antes da aula, apenas um formulário (Apêndice F), para que respondessem, porém houveram 2 respostas de toda a turma, algo que novamente preocupou a pesquisadora, pela falta de participação.

No dia do encontro (19/03/2021) a pesquisadora iniciou o encontro após a aula da professora regente, que trabalhou com as posições relativas das retas e planos. O código do *nearpod*<sup>14</sup> foi enviado e se iniciou a uma reflexão sobre as respostas do formulário. Não houve contribuições durante o momento de debate das respostas, novamente caracterizando a ausência da ação de aprendizagem por parte dos estudantes.

O segundo momento da aula se iniciou com o trabalho sobre distâncias em 3 dimensões, onde foram apresentadas maneiras de calculá-las entre pontos, retas, planos e quaisquer combinação dessas. Considerando o pouco tempo e a quantidade de fórmulas de distância para apresentar, a pesquisadora apenas iniciou a explicação sobre os conceitos básicos das distâncias na Geometria Analítica. Nesse momento houveram mais contribuições dos estudantes, que comentavam como exemplo a utilização do Teorema de Pitágoras para encontrar uma distância entre um apartamento no 4º andar e uma rua. A pesquisadora viu que ao trabalhar com conceitos mais básicos e próximos aos estudantes, foi mais fácil de conseguir participações, porém ainda não foi possível dizer com certeza se os estudantes tinham entrado em Atividade para solucionar o problema desencadeador, ou então apenas estavam respondendo perguntas feitas diretamente.

As contribuições foram sempre complementadas com uma discussão de caminhos a se seguir a partir das ideias propostas pelos estudantes e orientando os melhores caminhos que resolveriam o problema desencadeador. Muitas das explicações foram acompanhadas de esboços, feitos durante a apresentação, na tela, onde se apresentava uma visão simplificada do problema.

O encontro foi finalizado com uma síntese do que foi discutido e como o cálculo de distâncias na Geometria Analítica vai mudar de acordo com quais elementos estão sendo analisados e quais as posições relativas entre eles.

---

<sup>14</sup> Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1GOp5vyTEFCgaUuyHL-72NQph8WvyGBWz/view?usp=sharing>>.

Os nexos conceituais pensados para esse encontro envolviam os conceitos de ‘retas’, ‘planos’, ‘distâncias’ e ‘posições relativas’. É possível abranger mais relações entre os conceitos, como a ‘base do sistema’ e ‘ângulos’. Pelo pouco tempo da aula, e a dificuldade de participação dos estudantes, os nexos que a pesquisadora vê como trabalhados são os de ‘posições relativas’ e ‘distâncias’, deixando o trabalho com o de ‘retas’ e ‘planos’ a desejar.

A situação ‘O guia de Mariana’, dividida em dois encontros, apresentou dificuldades que mesmo que esperadas no modelo remoto, não foram completamente superadas. A pouca participação e interação, aliada a dificuldade de motivar os estudantes, foi maior que a esperada, e por isso, a segunda situação desencadeadora de aprendizagem “Refletindo sobre Cônicas” foi reestruturada para ser desenvolvida no que seria o último encontro com a turma.

### 5.2.3 Terceiro Encontro

Para o terceiro e último encontro, foram criados 3 arquivos no GeoGebra<sup>15</sup> relacionados a sinucas em cônicas. Foram encaminhados para os estudantes os *links* dos arquivos postados no site do GeoGebra para que investigassem como eles funcionavam e como resolver os problemas apresentados.

No dia do encontro síncrono (30/04/2021), a pesquisadora iniciou a discussão após a aula da professora regente, que estava finalizando a explicação sobre as cônicas e suas diferenças. Foi enviado o código do *nearpod*<sup>16</sup> e em apresentação a pesquisadora abriu os arquivos do GeoGebra. A discussão sobre as sinucas foi feita usando o aplicativo do *nearpod* como um apoio e apresentação. Nele estavam presentes pontos para se discutir e exemplos das aplicações de cada propriedade reflexiva. Nesse momento houveram algumas contribuições dos estudantes, o que demonstrou que a

---

<sup>15</sup> Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/skgbtf6j>>.

<sup>16</sup> Disponível em: <[https://drive.google.com/file/d/1xYl5uSyW9SpM3hWgd-su\\_tR2V0hfmLd/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1xYl5uSyW9SpM3hWgd-su_tR2V0hfmLd/view?usp=sharing)>.

abordagem com mais questionamentos por meio da fala, e não centrado nas apresentações, pode trazer uma maior contribuição para as discussões.

Uma boa discussão criada no final do encontro foi sobre a diferença entre as parábolas e as hipérbolas, e como é possível verificar essa diferença através das propriedades reflexivas de cada uma, que será discutida no episódio 3.

Os nexos conceituais pensados para esse encontro envolviam os conceitos de ‘quádricas’, ‘cônicas’, ‘propriedades reflexivas’ e ‘vetores’. É possível abranger mais relações entre os conceitos, como a ‘representação algébrica’ e ‘representação geométrica’ das quádricas, e as ‘posições relativas’ delas em relação a outras. Pelo pouco tempo da aula, os nexos que a pesquisadora vê como trabalhados são os de ‘propriedades reflexivas’ e ‘quádricas’, deixando a desejar o trabalho com os conceitos de ‘cônicas’ e ‘vetores’.

Tendo uma visão geral de como os encontros foram encaminhados, é necessário voltar ao método de análise escolhido e começar a apresentar os episódios para atingir o objetivo de propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática.

No primeiro episódio serão apresentadas cenas relacionadas a elaboração e adaptação das situações desencadeadoras de aprendizagem pela pesquisadora. No segundo episódio estão presentes as cenas relacionadas às ações realizadas pelos estudantes, e por fim no terceiro episódio, são apresentadas as cenas voltadas para a possível apropriação dos nexos conceituais da Geometria Analítica (Quadro 3).

Quadro 3 – Episódios e Cenas a se analisar

EPISÓDIOS	CENAS
1 - A elaboração e adaptação das situações desencadeadoras de aprendizagem pela pesquisadora	O recurso mais adequado para apresentação e interação
	O encaminhamento do trabalho com nexos conceituais
	A organização do ensino com base na Atividade Orientadora de Ensino
	Os inesperados do ensino remoto

2 - As ações dos estudantes durante os encontros	Formação do conhecimento coletivo sobre posições relativas de retas
	Questionamento sobre os termos utilizados
3 - A possível apropriação dos nexos conceituais	A discussão sobre a diferença entre parábolas e hipérbolas

FONTE: A autoria Própria (2021).

### 5.3 Os Episódios

Episódio 1 – A elaboração e adaptação das situações desencadeadoras de aprendizagem pela pesquisadora

Na AOE, existem elementos importantes para a aprendizagem dos estudantes, entre eles estão as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem (SDA), que irão iniciar o movimento de ascensão do abstrato ao concreto.

Os conceitos inicialmente escolhidos para serem trabalhados foram: equação da reta, equação do plano e distâncias, com o foco nos nexos de representações algébricas e planos na situação de equações do plano. Porém a pesquisadora optou em não trabalhar com a equação do plano, mas sim com as propriedades reflexivas das quádras, em função de uma demanda indicada pela professora regente da turma. Momento que pode ser visto como a pesquisadora já em sua atividade de ensino, ao analisar suas necessidades e objetivos, e adequar suas operações às condições do momento.

O movimento da elaboração das situações envolveu um grande estudo da pesquisadora voltado para os nexos conceituais conforme apresentado no capítulo 3, identificando os conceitos com maior dificuldade para apropriação dos estudantes, que também foram indicados pela professora regente bem como os instrumentos mais adequados para o processo de organização do ensino. Algumas cenas podem ser reconhecidas nesse movimento.

Cena 1: O recurso mais adequado para apresentação e interação

Ao procurar um *site* de apresentações interativas, a pesquisadora se encontrou em um impasse entre duas opções, a primeira, o Mentimeter, apresentava várias maneiras de se interagir e do estudante apresentar suas



conclusões, porém limitava o número de questões a serem adicionadas. A segunda opção, o *Nearpod*, tinha um número ilimitado de questões a serem adicionadas, porém com uma limitação maior na interação dos estudantes. Como a interação poderia ser feita pela videochamada, a pesquisadora optou pela segunda opção.

Nessa cena é possível verificar a clara inserção da pesquisadora em sua atividade de ensino. O momento de escolha do instrumento a ser utilizado é de grande importância, pois nele é necessário que os registros sejam os mais adequados, as situações não se limitem, e os nexos desejados, possam ser apropriados. Por mais que durante a realização dos encontros, o *Nearpod* tenha apresentado algumas limitações, ainda assim, a mudança de aplicativo demonstra a preocupação e intenção da pesquisadora em trabalhar com o melhor instrumento para suas necessidades e objetivos.

#### Cena 2: O encaminhamento do trabalho com nexos conceituais

A cena 2 apresenta um momento em que a pesquisadora em atividade estuda o movimento lógico-histórico da Geometria Analítica, e a partir de seus estudos, cria um esquema dos pontos mais importantes e fundamentais nessa área. O desenvolvimento de nexos conceituais da Geometria Analítica, ainda que baseados nas experiências e estudos da pesquisadora, serviram de orientação para todo o processo de elaboração das situações.

A pesquisadora por mais de uma vez precisou retomar seu esquema previamente construído e analisar se os nexos conceituais estavam presentes na situação, a cada vez tornando-se mais consciente do processo.

#### Cena 3: A organização do ensino com base na Atividade Orientadora de Ensino

Ao analisar a elaboração e adaptação das situações, é possível ver que elementos da AOE, como necessidade, motivação, problema desencadeador, e o ambiente a se trabalhar foram levados em consideração. Também foi levado em consideração manter a essência do conceito ao utilizar os nexos conceituais para elaborar as situações. Porém isso não foi realizado facilmente, foi necessário estudo dos conteúdos de Geometria Analítica reconhecendo os conceitos mais importantes. Para isso a pesquisadora realizou

a síntese histórica do conceito e também realizou estudos a partir de livros didáticos da disciplina retornando aos nexos conceituais para verificar quais as relações mais importantes a serem trabalhadas e no planejamento das ações que seriam realizadas nos encontros.

Essa cena demonstra novamente a atividade de ensino da pesquisadora, e o que deve ser considerado no processo de elaboração das situações. Há uma grande preocupação em colocar os estudantes em atividade para que se chegue à apropriação dos nexos conceituais, e para que os estudantes entendam as relações entre os conceitos, é necessária a participação ativa dos mesmos e a interação entre a pesquisadora (no papel de docente) e os estudantes.

#### Cena 4: Os inesperados do ensino remoto

A cena 4 apresenta os inesperados presentes no desenvolvimento da pesquisa. Como comenta Moura (2004), os inesperados apresentam indícios que alguns fatores dominantes da situação não foram considerados, nesse caso, a possibilidade do trabalho não ser presencial.

Mesmo com o estudo e o preparo da pesquisadora, desafios se apresentaram durante a elaboração e a adaptação, e o principal foi o modo de promover a interação dos estudantes. As questões que encaminharam o processo, os problemas desencadeadores e as discussões que foram realizadas, se mostraram difíceis de formular, tendo todos várias interações até a que foi apresentada aos estudantes. Como exemplo desses momentos pode-se tomar o processo de planejamento da primeira situação, em que a pesquisadora estava finalizando o encaminhamento desejado, e foi anunciado que as aulas seriam realizadas remotamente. Nesse momento, a pesquisadora precisou alterar a situação, procurando *softwares* e *sites* que auxiliassem no desenvolvimento da situação. Momento esse que acabou atrasando o andamento da pesquisa pois o trabalho já realizado anteriormente teve que ser, em sua grande parte, refeito.

Esse episódio demonstrou em suas cenas o movimento da pesquisadora em atividade de ensino e a preocupação em tomar como base para a elaboração das situações, tanto os nexos conceituais da Geometria Analítica estudados na síntese histórica, como no processo da AOE, assim tendo

em mente sempre seus objetivos e necessidades, considerando também o momento inesperado de pandemia, que implicou na adaptação dessas situações e de forma ampla no processo de ensino.

Além da atividade docente da pesquisadora, na AOE é necessário analisar também o processo do estudante, em sua atividade de aprendizagem, e o quanto ela está presente na resolução das situações, e isso será feito no próximo episódio, a partir das ações dos estudantes

### Episódio 2 – As ações dos estudantes durante os encontros

O processo de criação e adaptação das situações apresentou momentos de dificuldades que já foram explicados, porém, alguns desafios encontrados também estavam nos momentos síncronos com os estudantes, e a falta de ações que prejudicaram a interação tão necessária no contexto da Atividade Orientadora de Ensino.

A pequena quantidade de alunos presentes durante os encontros síncronos se revelou como uma barreira, pois havia pouca interação com a pesquisadora e raras interações entre os alunos. Além disso, os estudantes não acionavam a câmera, sendo difícil de perceber se haviam expressões faciais ou gestos indicadores de dúvida. Voltando aos elementos da AOE, a cooperação e trabalho em grupo são de grande importância, logo, é difícil dizer que os estudantes entraram em atividade de aprendizagem, assim desencadeando outras dificuldades nas resoluções das situações.

Não é possível apresentar um único motivo que explique esse modo de interação no modelo remoto, porém ao conversar com a professora regente, algumas hipóteses foram levantadas que expliquem as dificuldades: o fato da presença não ser obrigatória; o fato das aulas serem remotas; o fato de ser uma professora diferente; o fato de ser um conteúdo considerado difícil de se discutir mesmo no modelo presencial; e por questões pessoais de cada estudante. Todos esses são fatores que podem de algum modo ter influenciado a falta de interação a partir da situação. Houve diferença na participação em cada encontro, sendo o segundo o com o menor número de interações dos estudantes.

Mesmo com muitas dificuldades, momentos de interação e de grande importância para o aprendizado dos estudantes aconteceram, e existem algumas cenas que podem apresentar isso.

Cena 1: Formação do conhecimento coletivo sobre posições relativas de retas

A primeira, presente no primeiro encontro, mostra uma boa interação de uma estudante com a pesquisadora. Na segunda questão sobre os dois amigos de Mariana que não pertenciam à mesma reta que ela, a pesquisadora pergunta “O que vocês acham? Conseguimos criar uma expressão que junte essas duas casas?” e a estudante 3 responde: “Pensei utilizando as posições relativas das retas.”

A pesquisadora questiona “E como você imaginou isso?”. A estudante 3 responde: “Nas posições das retas tem as perpendiculares, concorrentes e daria pra utilizar elas pra criar essa equação, por que ela já tem as equações.”

Nesse momento é possível perceber uma interação, onde a estudante ao apresentar uma possibilidade, acaba desencadeando uma discussão para refletir sobre as posições relativas das retas.

Nessa cena está presente uma interação entre mais de um sujeito no processo de ensino, algo que é de grande importância na AOE, pela possibilidade de compartilhamento de conhecimentos, e assim a construção de um conhecimento comum, entre os sujeitos.

Cena 2: Questionamento sobre os termos utilizados

Outra cena aconteceu no segundo encontro, a partir de uma discussão sobre o significado de conceitos.

No final do encontro, após resumir a ideia final de como encontrar distâncias, a pesquisadora finalizou a fala com “... e o que significa achar a distância”, o que causou uma dúvida no estudante 5, que questionou: “O que você quer dizer com “O que significa achar a distância? achar a distância é a distância, ela não vai ser diferente”.

Após isso, tanto a pesquisadora, quanto a professora regente apresentaram ao estudante as diferentes maneiras de se compreender as distâncias, explicando por exemplo a distância de duas cidades, que pode ser feita a partir de um ponto central entre as duas, o que seria diferente das

distâncias de suas fronteiras. Foi comentado como a ideia de 'distância' muda de acordo com o contexto que se está, o que vale para a Geometria Analítica, pois, os caminhos para se encontrar a distância entre um ponto e uma reta, será diferente do caminho para a distância entre uma reta e um plano.

Nessa cena é possível analisar a dúvida de um estudante em relação a como a expressão 'distância' foi apresentada. Esse momento causou nesse estudante uma suspeita sobre qual o real significado do termo 'distância' e quais as diferentes maneiras de entendê-lo. O que para a AOE é de grande importância pois os questionamentos dos termos e conceitos mostram a possível inserção do sujeito em sua atividade, fazendo-o questionar os seus conhecimentos anteriores e o que de novo está sendo apresentado.

A partir das cenas apresentadas neste segundo episódio é possível verificar alguns momentos importantes que podem revelar as ações dos estudantes em aprendizagem, ao compartilhar seus conhecimentos, e questionar o quão corretos esses conhecimentos estavam no contexto discutido. A atividade de aprendizagem é importante no processo da AOE que não pode apenas apresentar o trabalho do professor, mas também o do estudante, criando assim uma mediação entre as duas atividades.

Por fim, é importante analisar o quanto as situações desencadeadoras de aprendizagem possibilitaram a apropriação dos conceitos pelos estudantes, o que será realizado no episódio 3.

### Episódio 3 – A possível apropriação dos nexos conceituais

Para verificar a apropriação dos estudantes em relação aos nexos pensados para cada situação, foram observados momentos de solução da situação, discussão de conceitos e análise dos resultados.

#### Cena 1: A discussão sobre a diferença entre parábolas e hipérbolas

No final do terceiro encontro, ao discutir sobre a propriedade reflexiva das hipérbolas, a professora regente da turma deu uma aplicação dessas propriedades na própria Geometria Analítica. Na discussão sobre se uma hipérbole pode ser vista como duas parábolas opostas, existem várias maneiras de mostrar que isso não é verdade, porém a professora regente mostrou que ao analisarmos as propriedades reflexivas das hipérbolas e das parábolas,

podemos verificar que são completamente diferentes, assim, impossibilitando que uma seja comparada com a outra.

Em sua fala a professora comenta:

[...] é bem interessante, a gente consegue ver de diferentes formas, ou consegue provar de diferentes formas, de que de fato uma hipérbole não pode ser vista como duas parábolas [...], uma das formas de ver é através das propriedades de reflexão, de que tem elas propriedades diferentes [...] (Professora da Turma)

Por mais que não tenham ocorrido contribuições diretas dos estudantes, o trabalho com esse problema, que de acordo com a professora regente é uma confusão comum, já apresenta um movimento de utilização dos conceitos, e deixa mais clara a relação entre diferentes conceitos da Geometria Analítica, o que pode ser visto então como um trabalho com os nexos conceituais.

Nessa cena é possível verificar a apropriação do nexo de 'propriedades reflexivas' pelos estudantes, nesse momento o conceito espontâneo derivado da vivência de cada um fez com que pensassem que dois elementos da Geometria Analítica fossem iguais, porém ao utilizarem as propriedades reflexivas de cada um, puderam perceber as diferenças e como cada um se comportava. Esse momento é de grande importância pois apresenta uma situação importante, o objetivo da atividade de ensino do estudante, a apropriação dos nexos conceituais.

Analisando todos os episódios e suas cenas, pode-se entender um pouco sobre as limitações e potencialidades da utilização de Situações Desencadeadoras de Aprendizagem no modelo de ensino remoto.

Ao estudar o primeiro episódio, pode-se visualizar a atuação da pesquisadora no papel de educadora, estando em atividade, ao retomar constantemente às suas necessidades e motivos, adaptando-se ao momento, para que conseguisse atingir o objetivo inicial. Neste episódio algumas cenas apresentam as dificuldades de planejar uma SDA, para um ensino remoto. Tanto no inesperado do isolado escolhido, ao ter que adaptar a proposta de presencial para remota, quanto na escolha de uma plataforma digital que acomodasse as situações, e o estudo dos registros dos estudantes.

No primeiro episódio tem-se então uma demonstração do processo de planejamento das SDAs em um ambiente virtual, tratando das bases da

disciplina e da AOE, até os processos de desenvolvimento de um material virtual. Entende-se que pela limitação do ambiente que foram planejadas, as situações também trouxeram suas próprias limitações, como o registro e manipulação dos programas escolhidos. Porém também pode ser visto um ponto positivo na utilização dos *softwares* de geometria pela manipulação, mesmo que virtual, dos arquivos criados para o terceiro encontro.

Analisando o segundo episódio, pode-se visualizar como os estudantes reagiram ao modo de ensino apresentado, e quais pontos positivos podem ser encontrados no processo de aprendizagem. Como comentado anteriormente, o modelo remoto traz uma grande dificuldade na cooperação e divisão de informações, tendo um ambiente com pouca interação entre os estudantes. Porém, como apresentado nas cenas, ainda houveram momentos em que a interação e discussões foram significativas para o aprendizado dos estudantes.

Ainda que com as dificuldades do modelo remoto, houveram momentos para motivar e incentivar os estudantes a questionar e discutir sobre os seus próprios conhecimentos sobre o assunto, buscando desenvolver um conhecimento coletivo sobre o assunto.

No último episódio, tem-se o momento de assimilação dos conceitos, e dos seus nexos, nele é possível visualizar quais os resultados do planejamento da pesquisadora, e do trabalho dos estudantes. Nesse episódio pode ser visto como os estudantes analisaram o que lhes foi apresentado, compararam com os seus próprios conhecimentos adquiridos em seus estudos anteriores, e assim testaram hipóteses diferentes, utilizando os conceitos apresentados nos encontros.

Nesse episódio, o movimento de apropriação dos nexos conceituais está presente, porém não como esperado pela pesquisadora. Pela limitação do modelo remoto, houveram dificuldades nos encontros síncronos, como a falta de interação, e a pouca presença dos estudantes, que impactou em como as situações seriam apresentadas. Mesmo que com alguns momentos em que os estudantes conseguiram apropriar os nexos conceituais, ainda foram poucos, comparados com o esperado ao se desenvolver uma SDA no modelo presencial.

Em síntese, o processo de desenvolvimento e resolução das situações se mostrou pouco eficiente pelas dificuldades e limitações que o

modelo remoto apresenta, em que mesmo com momentos importantes de discussão e compartilhamento, a motivação para a resolução dos problemas desencadeadores foi pouca, algo que a pesquisadora toma como advindos da pouca interação e discussões que poderiam acontecer em maior escala, caso essa pesquisa fosse desenvolvida no modelo presencial. É importante destacar que o próprio processo de elaboração da situação desencadeadora de aprendizagem pela pesquisadora apresentou suas limitações que precisam ser consideradas.



## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi realizada tendo como tema as potencialidades e limitações de se utilizar as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem nas aulas de Geometria Analítica do curso de Licenciatura em Matemática. Durante o desenvolvimento foi possível perceber quais as possibilidades que a AOE pode trazer para a formação de futuros professores, como o pensamento teórico, tendo em mente as relações de cada conceito, conseguindo assimilar os nexos conceituais para que em seu trabalho como futuros professores, possam ter uma maior bagagem e conhecimento para o ensino.

Muitos momentos foram marcantes, tanto para a pesquisa, quanto para a pesquisadora, trazendo situações inesperadas que servem de aprendizado. O modelo remoto que foi implementado, fez com que a pesquisa fosse desenvolvida de maneira diferente da inicialmente planejada, algo que implicou nos resultados obtidos. Como o objetivo central da pesquisa foi propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, a pesquisa foi desenvolvida mesmo em ambiente remoto.

A adaptação das situações mostrou a grande dificuldade de se trabalhar com propostas inicialmente coletivas, em um ambiente com pouca interação. A pouca participação e compartilhamento dos conhecimentos, acabou trazendo resultados, não desejados, porém esperados para esse contexto. Como o trabalho em grupo e as discussões são elementos muito importantes na AOE, e quando não se mostraram tão presentes, foi complicado gerar a necessidade nos estudantes para resolver os problemas desencadeadores. A motivação, não era grande o suficiente, para que sozinhos, os estudantes resolvessem o problema. O que fica ainda a se questionar, se ao tentar trabalhar com futuros professores, mas em um modelo presencial onde se espera que seja mais fácil de motivar e gerar as necessidades, os resultados sejam melhores do que os dessa pesquisa.

Retomando às dificuldades presentes no ensino de Geometria Analítica de identificação em planos cartesianos, (MENEZES; BRAGA, 2013) e conversão entre as representações dos objetos matemáticos (DALLEMOLE;

GROENWALD; RUIZ, 2014), as SDAs apresentadas auxiliaram sim na superação desses desafios, trazendo os conceitos já conectados em seus nexos conceituais, facilitaram aos estudantes verificar relações entre o que já conheciam, e o que foi apresentado. Isso pode ser visualizado nos episódios dois e três.

Como uma conclusão dessa pesquisa, é possível analisar que as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem, apresentam sim possibilidades para o ensino, e os conceitos de necessidade, motivo, objetivos e operações, tão presentes na AOE, acabam sendo de grande importância para o trabalho do futuro professor, seja em seu momento de planejamento e desenvolvimento de uma tarefa, ou seja no trabalho com os estudantes, onde se procura motivar ao máximo o trabalho e a coletividade. Outros elementos que são úteis para futuros professores são as próprias SDAs, que auxiliam, não apenas em motivar os estudantes, quase sempre eliminando a questão “para que usarei isso?”, mas também ao auxiliarem o processo de generalização do conceito, saindo do empírico, do singular, e trabalhando com o teórico, ou geral.

Espera-se que outras possibilidades de pesquisa, voltadas para esse assunto sejam possíveis, pois, mesmo que não trazendo os resultados desejados, é possível, como nessa pesquisa, mostrar que certos modelos e contextos, atualmente não funcionam com encaminhamentos mais ativos e coletivos. Resultado que então mostra que por mais que útil ao modelo remoto, a AOE ainda não se encontra em condições favoráveis de ser utilizada neste formato, sem que as formas de discussão e cooperatividade sejam ampliadas.

## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, B. **A Geografia de Ptolomeu ou o texto obsoleto mais importante de sempre**. Disponível em:  
<<https://www.publico.pt/2018/06/25/ciencia/ensaio/a-geografia-de-ptolomeu-ou-o-texto-obsoleto-mais-importante-de-sempre-1835095>>. Acesso em: 02 ago. 2021.
- BENJAMIN, G. A. **La historia de las matemáticas**: de dónde vienen y hacia dónde se dirigen. 43 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Setor de didática da Matemática, Universidade de Cantabria, Cantabria, 2012.  
Disponível em:  
<<https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1764/Galán%20Atienza%2C%20Benjamín.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 06 out. 2020
- BOYER, C. B. **History of Analytic Geometry**. Nova York: SCRIPTA MATHEMATICA, 1956.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais +**: Ciências da natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 2000.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF, 2018.
- CEDRO, W. L. MOURA, M. O. DE. Possibilidades Metodológicas na Pesquisa em Educação Matemática: o experimento didático. **Revista Educativa - Revista de Educação**, Goiânia, v. 15, n. 1, p. 25-38, mar. 2013. Disponível em: <<http://seer.pucgoias.edu.br/index.php/educativa/article/view/2439>>. Acesso em: 29 jul. 2021.
- COOLIDGE, J. **The Origin of Analytic Geometry**. Osiris, v. 1, p. 231-250, jan. 1936. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/301607>. Acesso em: 11 set. 2020.
- DALLEMOLE, J. J.; GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L. M. Registros de representação semiótica e Geometria Analítica: Uma experiência com futuros professores. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, México, v. 17, n. 2, p. 131-163, jul. 2014. Disponível em: <<http://relime.org/index.php/numeros/todos-numeros/volumen-17/2014b/433-201401b>>. Acesso em: 10 maio 2020.
- FORBES, E. G. **Descartes and the birth of analytic geometry**. Historia Mathematica, v. 4, n. 2, p. 141-151, maio 1977. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0315086077901057?via%3Dihub>>. Acesso em: 11 set. 2020.
- GOULART, J. S. S.; FARIAS, L. M. S. Análise da dimensão ostensiva e não ostensiva em uma atividade avaliativa envolvendo a álgebra vetorial. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 21, n. 5, nov. 2019a.

Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/45530>>. Acesso em: 10 maio 2020.

GOULART, J. S. S. FARIAS, L. M. S. Um diálogo sobre a Teoria Antropológica do Didático – TAD intermediado por um curso introdutório sobre os vetores. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v. 20, n. 3, jan. 2019b. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/40111>>. Acesso em: 10 maio 2020.

MENEZES, R. O.; BRAGA, R. M. Modelagem matemática na inserção de tecnologias da informação para o ensino de Geometria Analítica. **EM TEIA: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, [S.l.], v. 4, n. 1, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2241/0>>. Acesso em: 10 maio 2020.

MORAES, S. P. G. de. **Avaliação do processo de ensino e aprendizagem em matemática**: contribuições da teoria histórico-cultural. 2008. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-16032009-145709/pt-br.php>>. Acesso em: 10 maio 2020.

MOTA, J. F.; LAUDARES, J. B. Um estudo de planos, cilindros e quádricas, na perspectiva da habilidade de visualização, com o software Winplot. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 497-512, ago. 2013. Disponível em: <[https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-636X2013000300011&lng=pt&lng=pt](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2013000300011&lng=pt&lng=pt)>. Acesso em: 10 maio 2020.

MOURA, M. O. de. A Atividade de Ensino como Unidade Formadora. **Bolema**, Rio Claro, v. 11, n. 12, 1997. Disponível em: <<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10647>>. Acesso em: 10 maio 2020.

MOURA, M. O. DE. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formativa. In: BARBOSA, R. L. L. Org. **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Editora UNESP, 2004. p. 257-284.

MOURA, M. O. DE. A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. In: MOURA, M. O. de. Org. **A Atividade pedagógica na teoria histórico-cultural**. 2. Ed. Campinas: Autores Associados, 2016. p. 93-125.

PANOSSIAN, M. L. et al. **A atividade orientadora de ensino como pressuposto teórico-metodológico de pesquisas**. Reflexão e Ação, Santa Cruz do Sul, v. 25, n. 3, p. 279-298, set. 2017. Disponível em: <<https://online.unisc.br/seer/index.php/reflex/article/view/9765>>. Acesso em: 10 maio 2020.

Philosophy/Sciences. Disponível em:

<<https://en.wikiversity.org/wiki/Philosophy/Sciences>>. Acesso em: 02 ago. 2021.

PINHEIRO, J. M. L. BICUDO, M. A. V. DETONI, A. R. Um olhar fenomenológico à Geometria Dinâmica. **Educação Matemática em Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, São Paulo, v.21, n.2, p. 264-287, 2019. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/41408>>. Acesso em: 10 maio 2020.

RICHIT, A. MALTEMPI, M. V. Tecnologias informáticas, constructivismo y pedagogia por projetos: perspectivas de formación inicial de profesores de Matemática. **Paradigma**, Maracay, v. 30, n. 1, p. 183-204, jun. 2009. Disponível em: <[http://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1011-22512009000100010&script=sci\\_arttext&tlng=pt](http://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1011-22512009000100010&script=sci_arttext&tlng=pt)>. Acesso em: 10 maio 2020.

ULIANA, M. R. Inclusão de estudantes cegos nas aulas de matemática: a construção de um kit pedagógico. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 46, p. 597-612, ago. 2013. Disponível em: <[https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-636X2013000300017&lng=pt&tlng=pt](https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2013000300017&lng=pt&tlng=pt)>. Acesso em: 10 maio 2020.

VALÉRIO, M. MOREIRA, A. L. O. R. BRAZ, B. C. NASCIMENTO, W. J. DO. A sala de aula invertida na universidade pública Brasileira: evidências da prática em uma licenciatura em ciências exatas. **Revista Thema**, Pelotas, v. 16, n. 1, p. 195-211, 2019. Disponível em: <<http://periodicos.ifsul.edu.br/index.php/thema/article/view/1159>>. Acesso em: 10 maio 2020.

## ANEXO A – Plano de ensino da disciplina de Geometria Analítica de 2020/1

29/06/2020

Informações da disciplina -



**Ministério da Educação**  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
**Câmpus Curitiba**



### Informações da disciplina

Código Ofertado	Disciplina/Unidade Curricular	Modo de Avaliação	Modalidade da disciplina	Oferta
MA73N	Geometria Analítica A	Nota/Conceito E Frequência	Presencial	Semestral

Carga Horária					
AT	AP	APS	ANP	APCC	Total
6	0	6	0	24	90

- AT: Atividades Teóricas (aulas semanais).
- AP: Atividades Práticas (aulas semanais).
- ANP: Atividades não presenciais (horas no período).
- APS: Atividades Práticas Supervisionadas (aulas no período).
- APCC: Atividades Práticas como Componente Curricular (aulas no período, esta carga horária está incluída em AP e AT).
- Total: carga horária total da disciplina em horas.

Objetivo		
<p>Espera-se, que ao final o futuro professor seja capaz de: reconhecer e resolver problemas que podem ser modelados por sistemas de equações lineares de duas ou três variáveis e interpretar geometricamente a sua solução; compreender os conceitos relacionados a álgebra vetorial, retas e planos, cônicas e quádricas; estabelecer relações entre a representação geométrica de retas, planos, cônicas e quádricas e a sua representação algébrica; estabelecer relações entre as transformações (translação, reflexão e rotação) e vetores no contexto do plano cartesiano; compreender outros sistemas de coordenadas e saber efetuar as mudanças de coordenadas; compreender e utilizar de maneira correta notações matemáticas e elaborar textos matemáticos de maneira adequada.</p>		
Ementa		
<p>Matrizes e sistemas lineares em duas ou três variáveis. Geometria analítica plana: retas e cônicas. Álgebra vetorial. Estudo analítico de retas e planos. Superfícies. Outros sistemas de coordenadas: polares, cilíndricas e esféricas.</p>		
Conteúdo Programático		
Ordem	Ementa	Conteúdo
1	Matrizes e sistemas lineares em duas ou três variáveis	Definição e determinante de matrizes de ordem 2 e 3. Resolução de sistemas de equações lineares de até três variáveis.

Ordem	Ementa	Conteúdo
2	Geometria analítica plana: retas e cônicas	Álgebra vetorial no plano. Equações da reta no plano. Posição relativa de retas no plano. Distâncias: entre ponto e reta e entre duas retas no plano. Elipse, hipérbole e parábola: definição, equações reduzidas e propriedades. Definição geral de cônica. Translação e eliminação dos termos lineares. Rotação e eliminação do termo misto. Identificação e esboço de cônicas.
3	Álgebra vetorial.	Álgebra vetorial no espaço. Equações da reta no espaço. Equações de planos. Intersecção de retas e planos. Posição relativa de retas e planos. Medida angular, perpendicularidade e ortogonalidade. Distâncias
4	Estudo analítico de retas e planos.	Álgebra vetorial no espaço. Equações da reta no espaço. Equações de planos. Intersecção de retas e planos. Posição relativa de retas e planos. Medida angular, perpendicularidade e ortogonalidade. Distâncias.
5	Superfícies.	Superfície esférica: definição; equações; intersecção e posição relativa de superfície esférica e reta, de superfície esférica e plano e de duas superfícies esféricas. Quádricas: elipsoide, hiperboloide, paraboloides, quádrica cilíndrica, quádrica cônica. Geração de superfícies: cilíndrica, cônica e de rotação.
6	Outros sistemas de coordenadas: polares, cilíndricas e esféricas	Sistema de coordenadas polares. Sistema de coordenadas cilíndricas. Sistema de coordenadas esféricas.

#### Bibliografia Básica

BOULOS, Paulo; OLIVEIRA, Ivan de Camargo e. **Geometria analítica**: um tratamento vetorial. 3. ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2005. xiv, 543 p. ISBN 9788587918918.

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria analítica**. 2. ed. São Paulo, SP: McGraw-Hill, Pearson Makron Books, c1987. 292 p. ISBN 0074504096.

LIMA, Elon Lages. **Geometria analítica e álgebra linear**. 2. ed. Rio de Janeiro, RJ: IMPA, 2011. 323 p. (Matemática universitária.). ISBN 9788524401855.

#### Bibliografia Complementar

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar, 7**: geometria analítica ; 478 exercícios propostos com resposta, 296 questões de vestibulares com resposta. 6. ed. São Paulo, SP: Atual, 2013. 312 p. ISBN 9788535717549 (v.7).

SANTOS, Fabiano José dos; FERREIRA, Silvimar Fábio. **Geometria analítica**. Porto Alegre, RS: Bookman, 2009. 216 p. ISBN 9788577804825.

CONDE, Antonio. **Geometria analítica**. São Paulo, SP: Atlas, 2004. 165 p. ISBN 8522436460.

29/06/2020

Informações da disciplina -

<b>Bibliografia Complementar</b>	
LEITHOLD, Louis. <b>O cálculo com geometria analítica</b> . São Paulo, SP: HARBRA, 1977. 2 v.	
WINTERLE, Paulo. <b>Vetores e geometria analítica</b> . 2. ed. São Paulo, SP: Pearson, 2014. xii, 242 p. ISBN 9788543002392.	

#	Resumo da Alteração	Edição	Data	Aprovação	Data
1	cadastro do plano de ensino.	Neusa Nogas Tocha	06/03/2018	Neusa Nogas Tocha	06/03/2018

29/06/2020

10:40



## ANEXO B – Plano de aula de 2020/1 da disciplina de Geometria Analítica



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Câmpus Curitiba



1º semestre de 2020

Planejamento de Aula  
GEOMETRIA ANALÍTICA A  
MA73N-S83  
Professor(a): Nara Bobko

#	Data prevista	Tipo	Aulas/peso	Conteúdo previsto
1	02/03/2020 Segunda	Aula normal	2	Apresentação da disciplina.
2	04/03/2020 Quarta	Aula normal	2	Matrizes e sistemas lineares.
3	06/03/2020 Sexta	Aula normal	2	Definição de vetores.
4	09/03/2020 Segunda	Aula normal	2	APCC: Introdução ao software GeoGebra.
5	11/03/2020 Quarta	Aula normal	2	Soma de Vetores.
6	13/03/2020 Sexta	Aula normal	2	Multiplicação por Escalar.
7	16/03/2020 Segunda	Aula normal	2	Coordenadas de Vetores.
8	18/03/2020 Quarta	Aula normal	2	Produto Escalar.
9	20/03/2020 Sexta	Aula normal	2	Projeção Ortogonal.
10	23/03/2020 Segunda	Aula normal	2	APCC: Outros Sistemas de Coordenadas (Polar, Esférica e Cilíndrica). Visualização da Projeção Ortogonal com auxílio do GeoGebra.
11	25/03/2020 Quarta	Aula normal	2	Produto Vetorial.
12	27/03/2020 Sexta	Aula normal	2	Produto Misto.
13	30/03/2020 Segunda	Aula normal	2	APCC: Cálculo de áreas e volumes.
14	01/04/2020 Quarta	Aula normal	2	AVALIAÇÃO 1.
15	03/04/2020 Sexta	Aula normal	2	Equações da reta.
16	06/04/2020 Segunda	Aula normal	2	APCC: Equações da reta com auxílio do GeoGebra.
17	08/04/2020 Quarta	Aula normal	2	Equações do plano.
	10/04/2020 Sexta			Sexta-feira Santa
18	13/04/2020 Segunda	Aula normal	2	APCC: Posições relativas entre retas e planos com auxílio do GeoGebra.
19	15/04/2020 Quarta	Aula normal	2	Intersecção de retas e planos.
20	17/04/2020 Sexta	Aula normal	2	Distâncias.
	20/04/2020 Segunda			Recesso de Tiradentes
21	22/04/2020 Quarta	Aula normal	2	Distâncias.
22	24/04/2020 Sexta	Aula normal	2	Ângulos entre retas e planos.
23	27/04/2020 Segunda	Aula normal	2	APCC: Explorando retas e planos no GeoGebra.
24	29/04/2020 Quarta	Aula normal	2	AVALIAÇÃO 2.
	01/05/2020 Sexta			Dia do Trabalhador

#	Data prevista	Tipo	Aulas/peso	Conteúdo previsto
	04/05/2020	Segunda		Planejamento/Capacitação
	06/05/2020	Quarta		Planejamento/Capacitação
	08/05/2020	Sexta		Planejamento/Capacitação
25	11/05/2020	Segunda	Aula normal 2	Parábola.
26	13/05/2020	Quarta	Aula normal 2	Resolução de Exercícios.
27	15/05/2020	Sexta	Aula normal 2	Resolução de Exercícios.
28	18/05/2020	Segunda	Aula normal 2	Elipse.
29	20/05/2020	Quarta	Aula normal 2	Hipérbole.
30	22/05/2020	Sexta	Aula normal 2	Retas tangentes e retas normais.
31	25/05/2020	Segunda	Aula normal 2	APCC: Explorando as cônicas no GeoGebra.
32	27/05/2020	Quarta	Aula normal 2	Equações Paramétricas das cônicas
33	29/05/2020	Sexta	Aula normal 2	Resolução de Exercícios.
34	01/06/2020	Segunda	Aula normal 2	APCC: Equação Geral das cônicas e Propriedades de reflexão com o uso do GeoGebra.
35	03/06/2020	Quarta	Aula normal 2	AVALIAÇÃO 3.
36	05/06/2020	Sexta	Aula normal 2	Cônicas: Translação.
37	08/06/2020	Segunda	Aula normal 2	Cônicas: Rotação.
38	10/06/2020	Quarta	Aula normal 2	Cônicas: Rotação.
	12/06/2020	Sexta		Sexta-feira de Corpus Christi
39	15/06/2020	Segunda	Aula normal 2	APCC: Visualização da Rotação e Translação com auxílio do GeoGebra.
40	17/06/2020	Quarta	Aula normal 2	APCC: Formalização de escrita matemática (Identificação de Cônicas).
41	19/06/2020	Sexta	Aula normal 2	Superfície Esférica.
42	22/06/2020	Segunda	Aula normal 2	APCC: Superfície Esférica com auxílio do GeoGebra.
43	24/06/2020	Quarta	Aula normal 2	Superfícies Quádricas: Elipsoide e Hiperboloides.
44	26/06/2020	Sexta	Aula normal 2	Superfícies Quádricas: Paraboloides.
45	29/06/2020	Segunda	Aula normal 2	APCC: Visualização das quádricas com auxílio do GeoGebra.
46	01/07/2020	Quarta	Aula normal 2	Superfícies Quádricas: Cilíndricas e Cônicas.
47	03/07/2020	Sexta	Aula normal 2	Superfícies Quádricas: Equação Geral.
48	06/07/2020	Segunda	Aula normal 2	AVALIAÇÃO 4.
49	08/07/2020	Quarta	Aula normal 2	Provas de 2ª Chamada.
50	10/07/2020	Sexta	Aula normal 2	Esclarecimento de dúvidas.
1ª	13/07/2020	Segunda	Avaliação 1,00	Avaliação
51	13/07/2020	Segunda	Aula normal 2	REAValiação.

Procedimento de ensino		
Atividade	Total	Descrição
Atividades de Complementação de Carga Horária	5 horas	As atividades de complementação de carga horária serão realizadas através de resolução de listas de exercícios disponibilizados ao longo do curso.

Procedimentos de Ensino - Aulas Teóricas	6 aulas semanais	As aulas teóricas serão realizadas prioritariamente através de metodologias ativas (baseada no método Sala de Aula Invertida - Flipped Classroom). Também será utilizado o software de geometria dinâmica GeoGebra, com o intuito de estimular os(as) alunos(as) ao uso de tecnologias da informação e comunicação (TICs).
Procedimentos de Ensino - Atividades Práticas como Componente Curricular	24 aulas	As APCC serão concretizadas através das seguintes atividades: a) Criação e resolução de atividades com o uso do GeoGebra. Estas atividades objetivam estimular os alunos a explorarem conteúdos de geometria analítica via TICs (auxiliando no processo de ensino-aprendizagem), bem como estimulá-los ao uso destas tecnologias como ferramenta para quando tornarem-se professores. b) Resolução de exercícios em equipe: visando a troca de conhecimentos bem como a consolidação do conteúdo. c) Resolução de exercícios individuais: estimulando-os na compreensão e organização do conteúdo bem como na prática da transmissão do conhecimento de forma escrita. d) Resolução de exercícios no quadro: estimulando-os na compreensão e organização do conteúdo bem como na prática da transmissão do conhecimento de forma oral.
Procedimentos de Avaliação	-	o desempenho do aluno será mensurado através de quatro avaliações dissertativas e individuais e pelas APCC com pesos 25%, 25%, 20%, 20% e 10% respectivamente. O aluno que desejar poderá realizar uma reavaliação que contemplará todo o conteúdo da disciplina. Neste caso, a nota final do aluno será substituída pela nota da reavaliação.

Histórico de alterações	
Data	Observação
02/03/2020 08:04	Planejamento de Aula (da turma) cadastrado
06/03/2018 14:54	Plano de Ensino (da disciplina) aprovado

## ANEXO C – Plano de aula de 2020/2 da disciplina de Geometria Analítica



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Curitiba



2º semestre de 2020

Planejamento de Aula  
GEOMETRIA ANALÍTICA A  
MA73N-S83  
Professor(a): Nara Bobko

#	Data prevista	Tipo	Aulas/peso	Qtde Aulas	Síncronas	Conteúdo previsto
1	19/02/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Apresentação Disciplina
2	22/02/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Vetores, Soma de Vetores e Produto de Número real por Vetor
3	24/02/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Vetores, Soma de Vetores e Produto de Número real por Vetor
4	26/02/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Vetores, Soma de Vetores e Produto de Número real por Vetor
5	01/03/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Produto Escalar
6	03/03/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Produto Escalar
7	05/03/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Produto Escalar
8	08/03/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Produto Vetorial e Produto Misto
9	10/03/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Produto Vetorial e Produto Misto
10	12/03/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Produto Vetorial e Produto Misto
11	15/03/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Estudo de Retas
12	17/03/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Estudo de Retas
13	19/03/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Estudo de Retas
14	22/03/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Estudo de Planos
15	24/03/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Estudo de Planos
16	26/03/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Estudo de Planos
17	29/03/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Distâncias
18	31/03/2021	Quarta	Aula normal	4	2	Distâncias
	02/04/2021	Sexta				Sexta-feira Santa
19	05/04/2021	Segunda	Aula normal	4	2	Distâncias
20	07/04/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Distâncias
21	09/04/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Prova 1
22	12/04/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Parábolas e Elipses
23	14/04/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Parábolas e Elipses
24	16/04/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Parábolas e Elipses
25	19/04/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Hiperboles
	21/04/2021	Quarta				Tiradentes
26	23/04/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Hiperboles
27	26/04/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Equação Geral das Cônicas
28	28/04/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Equação Geral das Cônicas
29	30/04/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Equação Geral das Cônicas
30	03/05/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Quádricas
31	05/05/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Quádricas
32	07/05/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Quádricas
33	10/05/2021	Segunda	Aula normal	2	2	Revisão conteúdo de Cônicas e Quádricas
34	12/05/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Quádricas
35	14/05/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Prova 2
36	17/05/2021	Segunda	Aula normal	2	0	Revisão conteúdo e esclarecimento de dúvidas
37	19/05/2021	Quarta	Aula normal	2	0	Entregas das Notas e Esclarecimento de dúvidas
38	21/05/2021	Sexta	Aula normal	4	2	Avaliação de Recuperação
1*	24/05/2021	Segunda	Avaliação	1,00		Nota Final
39	24/05/2021	Segunda	Aula normal	2	1	Entregas das Notas Finais e Esclarecimento de dúvidas

Procedimentos de ensino	
Atividade	Descrição
Procedimentos de Ensino - Aulas Teóricas - AT	Serão realizadas através da indicação de videoaulas, indicação de textos com o respectivo conteúdo, indicação de exercícios, recapitulação dos conceitos centrais e resolução de exercícios selecionados afim de consolidar a essência do conteúdo.
Procedimentos de Ensino - Atividades Práticas como Componente Curricular - APCC	As APCC serão concretizadas através das seguintes atividades: a) Explorar construções prontas do GeoGebra envolvendo os conteúdos de Geometria Analítica contemplados nesta disciplina (disponíveis em <a href="https://www.geogebra.org/m/AhGjmmPu">https://www.geogebra.org/m/AhGjmmPu</a> ); b) Estimular os alunos a criarem suas próprias construções no GeoGebra; c) Situações desencadeadoras de aprendizagem. As atividades (a) e (b) visam auxiliar no aprendizado de Geometria Analítica bem como exemplificar ao alunos de forma prática as potencialidades do uso de ferramentas computacionais no processo ensino-aprendizagem, bem como auxiliá-los a aprender a usar uma destas ferramentas (GeoGebra) bastante difundida nos diferentes níveis de ensino.
Procedimentos de Avaliação	O desempenho do aluno será mensurado através de duas avaliações síncronas e individuais, com peso de 40% cada, e de tarefas semanais individuais, com peso de 20%. O aluno que desejar poderá realizar uma reavaliação que contemplará todo o conteúdo da disciplina (síncrona, dissertativa e individual). Neste caso, a nota final do aluno será substituída pela nota da reavaliação.
Orientações Gerais	Será utilizado o AVEA Google Sala de aula (edg2lw) e o serviço de comunicação Google Meet. Os alunos deverão utilizar o e-mail institucional com domínio @alunos.utfpr.edu.br.

Totais	
Aulas	108
Aulas síncronas	33
CCH	0h
APCC	As APCC serão concretizadas através das seguintes atividades: a) Explorar construções prontas do GeoGebra envolvendo os conteúdos de Geometria Analítica contemplados nesta disciplina (disponíveis em <a href="https://www.geogebra.org/m/AhGjmmPu">https://www.geogebra.org/m/AhGjmmPu</a> ); b) Estimular os alunos a criarem suas próprias construções no GeoGebra; c) Situações desencadeadoras de aprendizagem. As atividades (a) e (b) visam auxiliar no aprendizado de Geometria Analítica bem como exemplificar ao alunos de forma prática as potencialidades do uso de ferramentas computacionais no processo ensino-aprendizagem, bem como auxiliá-los a aprender a usar uma destas

	ferramentas (GeoGebra) bastante difundida nos diferentes níveis de ensino.
CHT da disciplina	90h

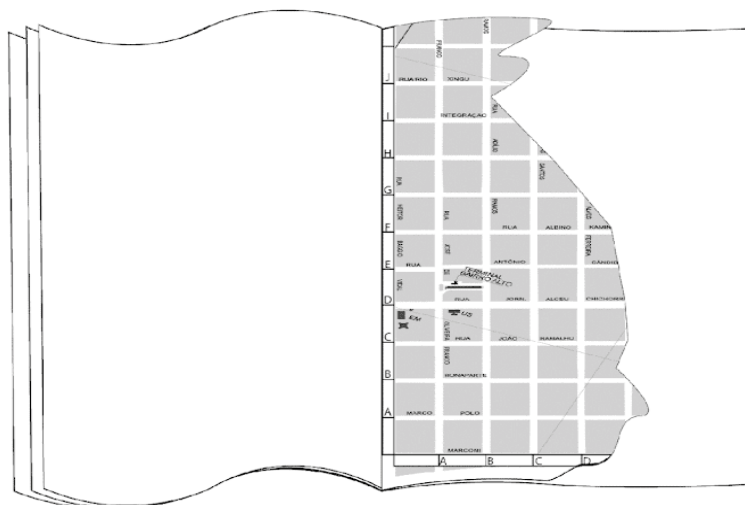
Histórico de alterações	
Data	Observação
19/02/2021 09:27	Planejamento de Aula (da turma) cadastrado
06/03/2018 14:54	Plano de Ensino (da disciplina) aprovado

## APÊNDICE A– Situação Desencadeadora de Aprendizagem “O guia de Mariana” – parte 1

### O guia de Mariana

Mariana sempre foi uma garota curiosa, gostava de vasculhar os objetos antigos de seus pais no sótão de sua casa. Um dia ao mexer em um baú empoeirado, achou uma revista de papel rasgada com algumas marcações e um desenho que parecia sua cidade. Curiosa foi correndo falar com seu pai, João, sobre o que seria aquilo.

*Mariana - Papai! Olha o que eu achei no sótão! Você sabe o que é isso?*



*João - Olha que legal filha! Você achou meu antigo guia da cidade. Faz tanto tempo que não uso ele. Deixe-me dar uma olhada.*

Ao olhar, João percebeu que ele estava bem rasgado, mostrando apenas sua própria casa e alguns quarteirões ao redor.

*João - Que pena que ele esteja tão rasgado, ele é tão interessante!*

*Mariana - E por que tem essas marcações nele?*

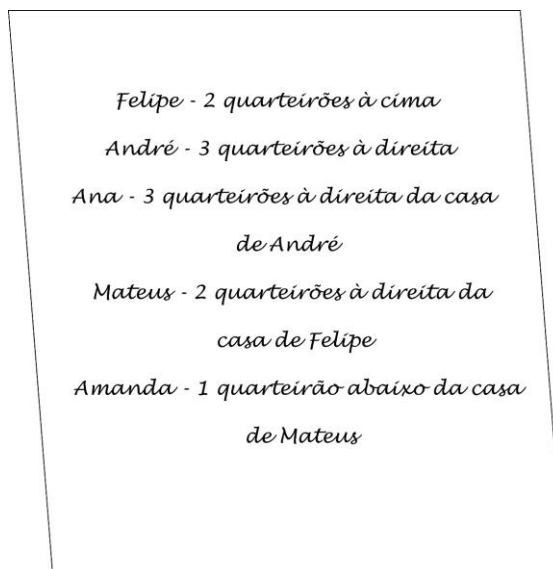
*João - Ah! Simples, ele divide a cidade nesses espaços para que fique mais fácil de acharmos algum ponto específico no mapa. Por exemplo, aqui está nossa casa, se pegarmos uma linha que parte daqui de baixo no A e uma depois uma da esquerda por esse B, podemos achar nossa casa que fica nessa esquina A-B.*

*Mariana - E onde fica a casa do Felipe? – amigo de Mariana – eu sei que ele mora na esquina 2 quarteirões seguindo aqui pra cima. – Mariana aponta no mapa indo de sua casa para direção do norte.*

João então começa a ver o mapa para achar a casa de Felipe.



achar os valores pontos das casas de cada amigo sabendo apenas onde fica sua casa, e as distâncias até a de seus amigos? (Tomaremos que todos moram nas esquinas).



Resposta:

FELIPE:  $(1,2) + 2$  quarteirões na vertical =  $(1,4)$

ANDRÉ:  $(1,2) + 3$  quarteirões na horizontal =  $(4,2)$

ANA:  $(1,2) + 3$  quarteirões na horizontal + 3 quarteirões na horizontal =  $(1,2) + 6$  quarteirões na horizontal =  $(7,2)$

MATEUS:  $(1,2) + 2$  quarteirões na vertical + 2 quarteirões na horizontal =  $(3,4)$

AMANDA:  $(1,2) + 2$  quarteirões na vertical + 2 quarteirões na horizontal - 1 quarteirões na vertical =  $(1,2) + 1$  quarteirões na vertical + 2 quarteirões na horizontal =  $(3,3)$

Poderíamos escrever a expressão dessa resolução da seguinte forma?

Casa do amigo = Casa de Mariana +  $\lambda$ \* distância de 1 quarteirão

(adicionando no primeiro número para distância horizontal, e no segundo para distância vertical)

2) Gabriel, amigo de Mariana mora a apenas 1 quarteirão de distância abaixo, usando a expressão anterior, qual o ponto de Gabriel? Ele fica igual ao



quadrado de outro amigo? Se sim, como podemos modificar nossa expressão para que o resultado faça sentido?

Resposta:

$$\text{GABRIEL} = (1,2) + 2 \text{ quarteirões na vertical} = (1,4)$$

Sim.

Levando em conta a direção, ao ir para baixo ou para a esquerda, subtrair os valores da distância

$$\text{GABRIEL} = \text{Casa de Mariana} + -1a * 2 \text{ quarteirões,}$$

$a=0$ , quando caminha para cima e direita

$a=1$ , quando caminha para baixo e esquerda

$$\text{GABRIEL} = (1,2) + (-1) * 2 \text{ QUARTEIRÕES} = (1,0)$$

3) Caso José, um amigo de Mariana more a dois quarteirões para baixo e 3 para a direita, como ficaria o ponto dele? Como podemos escrever a expressão para achar esse número, utilizando a que conseguimos anteriormente?

Resposta:

$$1) \text{ José} = (1,1) + 3 \text{ quarteirões para direita} - 2 \text{ quarteirões para baixo} = (4,-1)$$

4) Podemos criar uma reta ligando a casa de Mariana à casa de cada amigo dela? Existem amigos que ambos ficam na mesma reta que passa pela casa de Mariana? Se sim, podemos escrever duas expressões, a partir da casa de Mariana, usando o que já sabemos para mostrar o ponto da casa de cada um?

Resposta:

Sim.

Sim, Felipe e Gabriel.

$$\text{Felipe} = (1,2) + 2 \text{ quarteirões para cima} = (1,4)$$

$$\text{Gabriel} = (1,2) - 2 \text{ quarteirões para baixo} = (1,0)$$

5) É possível criar uma única expressão que possa chegar no ponto desses dois amigos, ou em alguma outra casa de esquina, pertencente à mesma reta?

Resposta:

Sim,

Alguma casa na reta =  $(1,2) + -1a * \lambda$  quarteirões para cima,

$a=0$ , quando caminha para cima

$a=1$ , quando caminha para baixo

6) André e Felipe não pertencem à mesma reta que passa pela casa de Mariana, porém podemos criar uma expressão que faça com que ambos pertençam a uma mesma reta, diferente das demais?

Resposta:

Sim,

Reta de André e Felipe: casa de André +  $\lambda$  \* vetor indo de André até Felipe

Ou

Reta AF:  $(4,1) + \lambda * (-3,2)$

7) É possível utilizar essa mesma expressão para casas que não estejam nas esquinas, mas sim no meio dos quarteirões?

Resposta:

Sim

8) Caso a escala do guia fosse diferente, e para cada marcação, fosse meio quarteirão, como ficaria a equação da reta da casa de André até a de Felipe?

Resposta:

Reta AF:  $(8,2) + \lambda * (-6,4)$

9) Tomaremos a medida de um quarteirão como 100 metros, e a mesma escala da questão anterior. Se Mariana morasse em um prédio no 4º andar, qual seria o ponto do apartamento dela? Tomando cada andar com 2,5 metros de altura.

Resposta:

$$\text{Casa de Mariana} = (2, 4, 0.2)$$

10) Se tomarmos que todos os amigos de Mariana moram em casas, e não em prédios, podemos ainda criar retas que ligam o apartamento dela à casa de um dos amigos? Se sim, e uma expressão para essa reta, ainda é possível criar? Dê um exemplo.

Resposta:

Sim.

$$\text{Reta Mariana e André: } (2, 4, 0.2) + \lambda * (2, -3, -0.8)$$

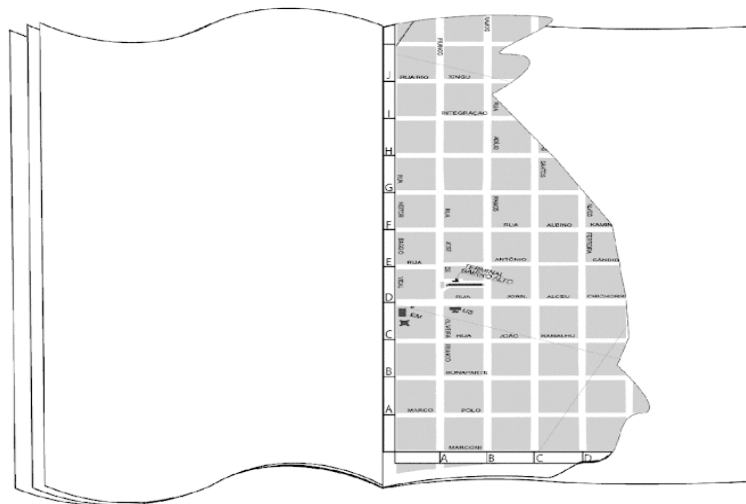
## APÊNDICE B – Situação Desencadeadora de Aprendizagem “O guia de Mariana” – parte 2

### O guia de Mariana – Parte 2

Após descobrir onde ficam as casas de seus amigos, Mariana ficou curiosa em saber qual a distância da casa dela, até a deles. Disso, Mariana começou a pensar e voltou a analisar o guia rasgado.

*Mariana – Hmm... A casa de alguns até que não é tão longe, por exemplo a do Felipe está a dois quarteirões daqui.*

Mariana pegou seu pedaço de papel com o caminho até a casa de seus amigos e começou a pensar.



*Felipe - 2 quarteirões à cima*  
*André - 3 quarteirões à direita*  
*Ana - 3 quarteirões à direita da casa de André*  
*Mateus - 2 quarteirões à direita da casa de Felipe*  
*Amanda - 1 quarteirão abaixo da casa de Mateus*

- 1) Apenas com as informações do guia e da lista de amigos, como Mariana pode medir a distância da casa dela até a de algum deles?

Resposta:

Somando a quantidade de quarteirões:

Felipe: 2  
 André: 4  
 Ana: 6  
 Mateus: 4  
 Amanda: 3

- 2) Se fosse possível andar em linha reta da casa de Mariana até a casa dos amigos dela, passando pelo meio dos quarteirões, como podemos calcular a distância do segmento de reta formado?

Resposta:

Calculando o módulo do vetor que liga ambas as casas.

- 3) Considerando o trajeto em linha reta, quais as distâncias?

Resposta:

Felipe: 2  
 André: 3  
 Ana: 6  
 Mateus:  $\sqrt{8}$   
 Amanda:  $\sqrt{5}$

- 4) Caso Mariana queira saber a distância de sua casa até a rua das casas de Felipe e Mateus. Como poderia fazer para calcular a distância?

Resposta:

Calculando o módulo do menor vetor que liga a casa dela à rua.

- 5) Mariana lembrou que mora em um prédio e teria que levar em conta essa distância também. Como ela poderia achar a distância de sua casa, sabendo que mora no 4º andar (1,2,4), até a casa de Felipe? E até a rua de Felipe e Mateus?

Resposta:

Tomando a distância da casa dela até a rua como 4, e a distância da casa do prédio até a casa de Felipe como 2, utilizando Pitágoras temos que a distância será  $2\sqrt{5}$ .

A distância até a rua deles será a mesma que a da distância até a casa de Felipe.

- 6) Pensando na rua que passa na casa de Mariana e de Felipe, qual a distância dela até a rua que passa na casa de Mariana e André? E até a rua da casa de Mateus e Amanda?

Resposta:

A distância será 0.

A distância será 2.

## APÊNDICE C – Termo de consentimento de voz e imagem

### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO/TERMO DE CONSENTIMENTO DO USO DE IMAGEM, SOM E VÍDEO. (TCLE/TCUISV)

**Título da pesquisa:** A Atividade Orientadora de Ensino na Graduação: Quais as potencialidades das Situações Desencadeadoras de Aprendizagem no ensino de Geometria Analítica?

**Pesquisadoras ou outra profissional responsável pela pesquisa, com Endereços e Telefones:** Flávia Patolea Vilas Boas, Maria Lucia Panossian, Nara Bobko

**Local de realização da pesquisa:** Universidade Tecnológica Federal do Paraná – campus Curitiba

**Endereço, telefone do local:** Av. Sete de Setembro, 3165 - Rebouças CEP 80230-901 - Curitiba - PR – Brasil. Telefone Geral +55 (41) 3310-4545

#### A) INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE

Por meio deste documento, convidamos você a participar da pesquisa « A Atividade Orientadora de Ensino na Graduação: Quais as potencialidades das situações desencadeadoras de aprendizagem no ensino de Geometria Analítica? », que tem como interesse estudar quais as potencialidades das situações desencadeadoras de aprendizagem no processo de ensino e aprendizagem do licenciando em matemática. Nesta pesquisa serão realizadas três intervenções durante as aulas da disciplina de Geometria Analítica no primeiro semestre letivo de 2021. As intervenções serão documentadas em áudio e vídeo, e tanto as gravações como os registros escritos serão analisados no final da pesquisa.

#### 1. Apresentação da pesquisa.

O projeto de pesquisa apresentado trata de situações desencadeadoras de aprendizagem sobre a Geometria Analítica no ensino superior. Deseja-se investigar como essas situações podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem dos estudantes de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Curitiba.

#### 2. Objetivos da pesquisa.

Propor e analisar o potencial de situações desencadeadoras de aprendizagem voltadas para a apropriação de conceitos da Geometria Analítica, por estudantes do curso de licenciatura em Matemática da UTFPR, câmpus Curitiba.

#### 3. Participação na pesquisa.

Por meio desse documento, convidamos você a participar das intervenções que serão realizadas nas aulas de Geometria Analítica propostas pelas pesquisadoras Flávia Patolea Vilas Boas, Maria Lucia Panossian e Nara Bobko, que serão desenvolvidos no horário das aulas regulares totalizando 3 intervenções, sendo uma por semana, com a duração de duas aulas cada (100 minutos por intervenção). As intervenções serão realizadas na sala de aula no formato de aulas práticas onde a pesquisadora irá desenvolver uma situação de ensino com os estudantes e ao final irá criar uma discussão sobre os assuntos trabalhados na intervenção. Ao final da 3ª intervenção, um formulário será enviado aos estudantes para que dissertem sobre suas impressões em relação às situações.

A sua participação é voluntária e você poderá desistir a qualquer momento desta

---

Rubrica do Pesquisador Rubrica do participante da pesquisa

pesquisa sem nenhum tipo de prejuízo. Considerando que as intervenções serão realizadas no período das aulas, todos os estudantes regularmente matriculados na disciplina irão desenvolver as situações, porém os registros escritos e em áudio e vídeo dos que não concordarem em participar da pesquisa, não serão utilizados. É importante destacar que a sua participação não implica em nenhuma avaliação quanto a sua participação nas situações propostas nesta pesquisa, portanto nenhum dos participantes será prejudicado quanto a notas e faltas na disciplina.

#### **4. Confidencialidade.**

Todas as informações pessoais como nome, idade e gênero serão omitidas no momento da escrita da pesquisa, utilizando-se apenas codinomes para os estudantes. As gravações de áudio e vídeo não serão disponibilizadas para qualquer pessoa que não esteja participando da pesquisa, e serão utilizadas apenas para a análise, novamente omitindo quaisquer informações pessoais.

#### **5. Riscos e Benefícios.**

**5a) Riscos:** Nesta pesquisa, os estudantes que participarem dos encontros presenciais, estarão livres para não fornecerem seus dados à pesquisa, podendo participar das situações propostas da maneira como desejarem, sem haver pré-julgamento com a avaliação final feita junto da professora regente. O anonimato será garantido a todos os estudantes participantes, os quais serão identificados por codinomes ou nomes fictícios, a serem escolhidos posteriormente.

Pensa-se que os únicos desconfortos vindos dessa pesquisa podem ser devido à falta de compreensão dos conceitos matemáticos presentes nas situações propostas, ou do software a ser utilizado, também vindos da não aprendizagem de certo conceito nas aulas regulares. Entretanto, acredita-se que alguns desses possíveis desconfortos podem ser considerados como um movimento da aprendizagem, inerente ao processo escolar em que o estudante está inserido, e podem ser solucionados durante o processo de intervenção do curso.

Caso o estudante sinta algum dos desconfortos apresentados anteriormente, sua situação será resolvida prontamente pela pesquisadora que irá ajudá-lo a entender o que precisar, ou auxiliar a manipular o software utilizado.

**5b) Benefícios:** Durante a aplicação das situações desencadeadoras de aprendizagem neste projeto, o estudante terá a possibilidade de se apropriar de novos conhecimentos e/ou compreender com mais clareza os conteúdos de Geometria Analítica.

#### **Critérios de inclusão e exclusão.**

**6a) Inclusão:** Serão considerados nesta pesquisa todos os alunos de licenciatura em matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, do campus Curitiba, que estão matriculados e ativos na matéria de Geometria Analítica no segundo semestre letivo de 2020, na turma de Licenciatura em Matemática, e também a professora regente da matéria

**6b) Exclusão:** Não há.

#### **6. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.**

Os estudantes convidados a participar desta pesquisa possuem o direito de: **a)** Deixar a sala de aula a qualquer momento no momento das intervenções; **b)** De receber

esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, possuem a liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem nenhum tipo de penalização.

Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse :

- quero receber os resultados da pesquisa (email para envio : \_\_\_\_\_)

não quero receber os resultados da pesquisa

#### **7. Ressarcimento e indenização.**

Esta pesquisa não gerará nenhum custo para os participantes envolvidos, devido a este motivo não haverá a necessidade de uma especificação de ressarcimento. No entanto, o direito à indenização haverá sempre que um colaborador entender que houve algum tipo de dano, de acordo com a Resolução 510/16.

#### **ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:**

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, **e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

#### **B) CONSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA**

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da minha participação direta (ou indireta) na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos, benefícios, ressarcimento e indenização relacionados a este estudo. Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, participar desta pesquisa. Estou consciente que posso deixar a pesquisa a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

---

Rubrica do Pesquisador Rubrica do participante da pesquisa



Nome Completo: \_\_\_\_\_  
RG: \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_ de  
Nascimento: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_ Telefone: \_\_\_\_\_  
Endereço: \_\_\_\_\_  
CEP: \_\_\_\_\_ Cidade: \_\_\_\_\_ Estado: \_\_\_\_\_  
Assinatura: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome completo: \_\_\_\_\_  
Assinatura \_\_\_\_\_ pesquisador (a): \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_  
\_\_\_\_\_  
(ou seu representante)

Para todas as questões relativas ao estudo ou para se retirar do mesmo, poderão se comunicar com \_\_\_\_\_, via e-mail: \_\_\_\_\_ ou telefone: \_\_\_\_\_.

**Contato do Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos para denúncia, recurso ou reclamações do participante pesquisado:**

Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)

**Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** 3310-4494, **E-mail:** [coep@utfpr.edu.br](mailto:coep@utfpr.edu.br)

---

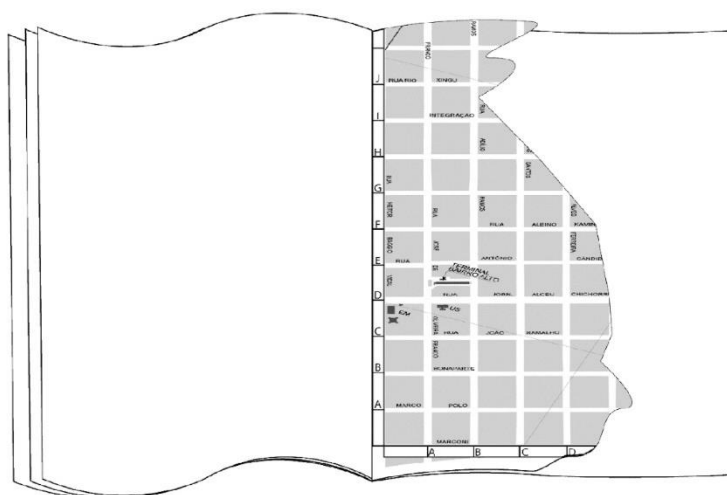
Rubrica do Pesquisador Rubrica do participante da pesquisa

## APÊNDICE D – História inicial da situação “O guia de Mariana”

### O guia de Mariana

Mariana sempre foi uma garota curiosa, gostava de vasculhar os objetos antigos de seus pais no sótão de sua casa. Um dia ao mexer em um baú empoeirado, achou uma revista de papel rasgada com algumas marcações e um desenho que parecia sua cidade. Curiosa foi correndo falar com seu pai, João, sobre o que seria aquilo.

*Mariana - Papai! Olha o que eu achei no sótão! Você sabe o que é isso?*



*João - Olha que legal filha! Você achou meu antigo guia da cidade. Faz tanto tempo que não uso ele. Deixe-me dar uma olhada.*

Ao olhar, João percebeu que ele estava bem rasgado, mostrando apenas sua própria casa e alguns quarteirões ao redor.

*João - Que pena que ele esteja tão rasgado, ele é tão interessante!*

*Mariana - E por que tem essas marcações nele?*

*João - Ah! Simples, ele divide a cidade nesses espaços para que fique mais fácil de acharmos algum ponto específico no mapa. Por exemplo, aqui está nossa casa, se pegarmos uma linha que parte daqui de baixo no A e uma depois uma da esquerda por esse B, podemos achar nossa casa que fica nessa esquina A-B.*

*Mariana - E onde fica a casa do Felipe? – amigo de Mariana – eu sei que ele mora na esquina 2 quarteirões seguindo aqui pra cima. – Mariana aponta no mapa indo de sua casa para direção do norte.*

João então começa a ver o mapa para achar a casa de Felipe.



Mariana fica triste por um momento, mas já faz uma expressão de confiança e diz ao seu pai:

*Mariana - Pode deixar pai, eu vou resolver isso!*

Mariana então corre para seu quarto com o pedaço do mapa gritando:

*Mariana - EU VOU ACHAR A CASA DE TODO MUNDO!!*

## APÊNDICE E – Formulário inicial, Situação “O guia de Mariana”

22/07/2021

O guia de Mariana

### O guia de Mariana

Ajude Mariana a resolver o problema que encontrou.

\*Obrigatório

#### Questão 1

Lista de amigos de Mariana

*Felipe - 2 quarteirões à cima*

*André - 3 quarteirões à direita*

*Ana - 3 quarteirões à direita da casa  
de André*

*Mateus - 2 quarteirões à direita da  
casa de Felipe*

*Amanda - 1 quarteirão abaixo da casa  
de Mateus*

1. Em sua lista de amigos ela tem 5 pessoas, que moram a diferentes distâncias. Como ela pode achar os valores pontos das casas de cada amigo sabendo apenas onde fica sua casa, e as distâncias até a de seus amigos? (Tomaremos que todos moram nas esquinas). \*

---

---

---

---

---

#### Expressão para resolução

Poderíamos escrever a expressão dessa resolução da seguinte forma:

Casa do amigo = Casa de Mariana +  $\lambda$  \* distância de 1 quarteirão.

(adicionando no primeiro número para distância horizontal, e no segundo para distancia vertical)

#### Questão 2

2. Gabriel, amigo de Mariana mora logo abaixo da casa dela, apenas 1 quarteirão de distância, usando a expressão anterior, qual o ponto de Gabriel? Ele fica igual ao quadrado de outro amigo? Se sim, como podemos modificar nossa expressão para que o resultado faça sentido? \*

---

---

---

---

---

#### Questão 3

22/07/2021

O guia de Mariana

3. Caso José, um amigo de Mariana more a dois quarteirões para baixo e 3 para a direita, como ficaria o ponto dele? Como podemos escrever a expressão para achar esse número, utilizando a que conseguimos anteriormente? \*

---

---

---

---

---

#### Questão 4

4. Podemos criar uma reta ligando a casa de Mariana à casa de cada amigo dela? Existem amigos que ambos ficam na mesma reta que passa pela casa de Mariana? Se sim podemos escrever duas expressões, a partir da casa de Mariana, usando o que já sabemos para mostrar o ponto da casa de cada um? \*

---

---

---

---

---

---

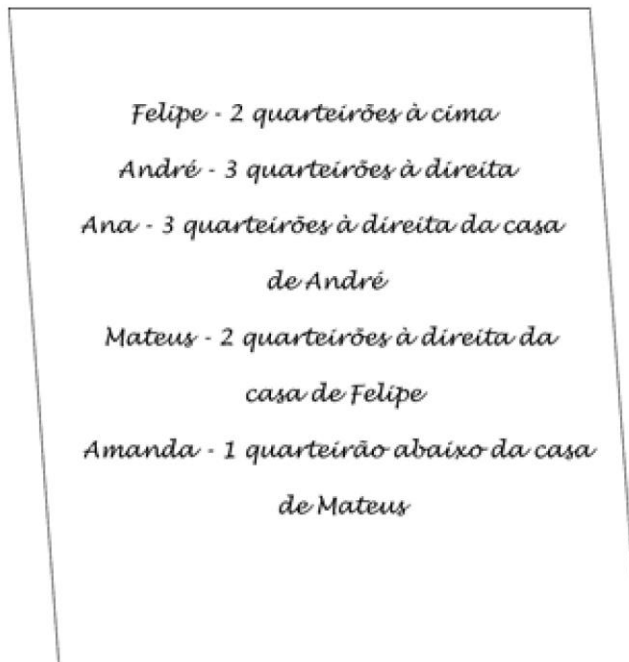
Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários





## Amigos de Mariana



1. Apenas com as informações do guia e da lista de amigos, Como mariana pode medir a distancia da casa dela ate a de algum deles? \*

---

---

---

---

---

## Questão 2

22/07/2021

O guia de Mariana - parte 2

2. Se fosse possível andar em linha reta da casa de Mariana até a casa dos amigos dela, passando pelo meio dos quarteirões, como podemos calcular a distância do segmento de reta formado? \*

---

---

---

---

---

### Questão 3

3. Considerando o trajeto em linha reta, quais as distâncias? \*

---

---

---

---

---

---

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

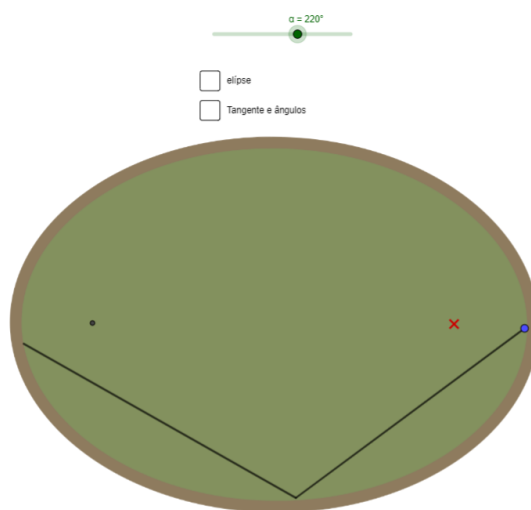
Google Formulários

## APÊNDICE G – Situação Desencadeadora de Aprendizagem “Refletindo sobre Cônicas”

Começar o trabalho encaminhando os links dos arquivos:

- Sinuca hiperbólica: <https://www.geogebra.org/m/w7bfdsz6>
- Sinuca elíptica: <https://www.geogebra.org/m/juvb78wg>
- Sinuca parabólica: <https://www.geogebra.org/m/tzaedkctc>

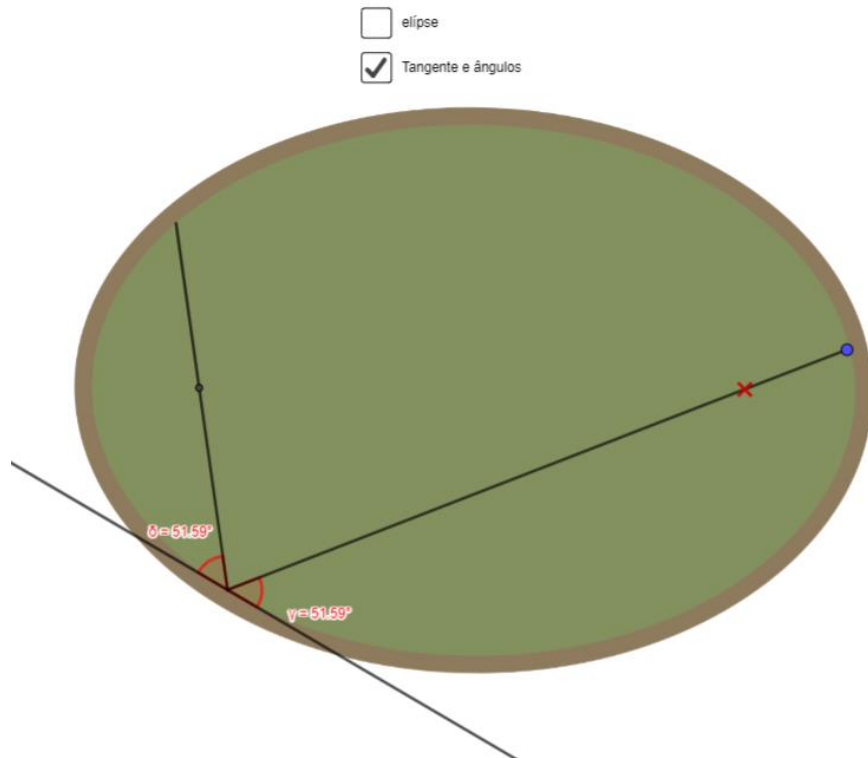
Discutir inicialmente o arquivo “Sinuca – elipse”.



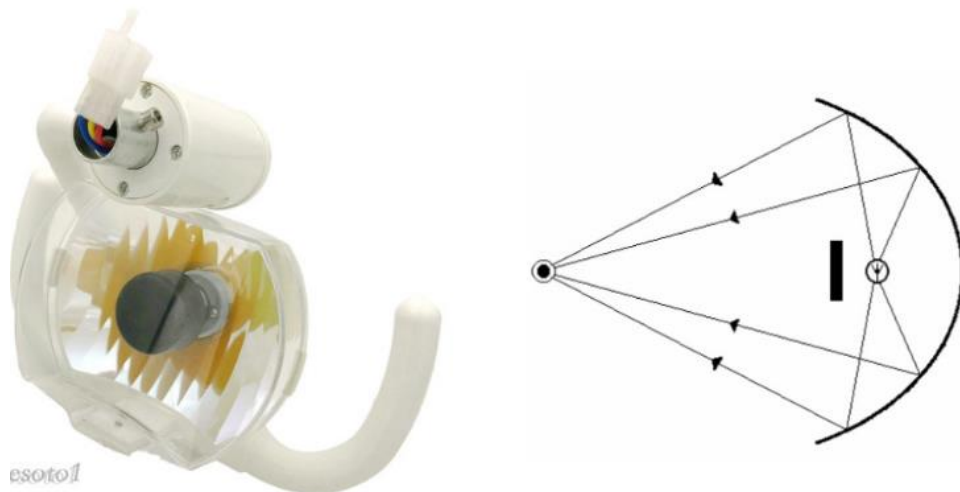
Pedir que os estudantes tentem acertar a ‘caçapa’, porém com a bola batendo na parede da mesa. Após verificar que os estudantes conseguem realizar o que foi pedido, questionar se conseguem fazer o mesmo, porém sem que o caminho da bola passe pelo X vermelho.

Após um momento, perguntar aos estudantes se foram capazes de acertar a caçapa sem passar pelo X, e ao responderem que não é possível, questionar se imaginam o porquê isso ocorre.

Seguindo o debate criado sobre a elipse, apresentar a reflexão a partir dos botões presentes no arquivo, explicando para os estudantes como uma reta, no caso o caminho da bola de sinuca, que passa por um dos focos da elipse, irá refletir para o outro.

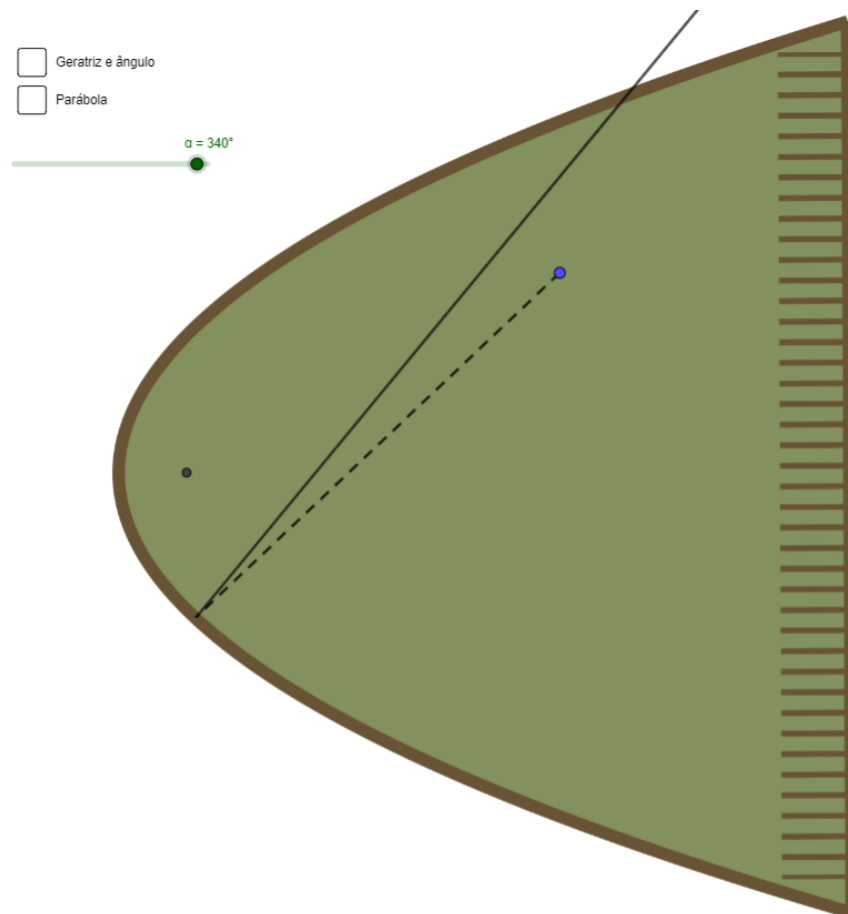


Explicar como ao tomarmos 3 dimensões, a propriedade da elipsóide é a mesma da elipse, mostrando exemplos de suas aplicações, como a luz de um dentista e “salas de sussurro”, feitas para que a fala de uma pessoa no foco, seja ouvida no outro.



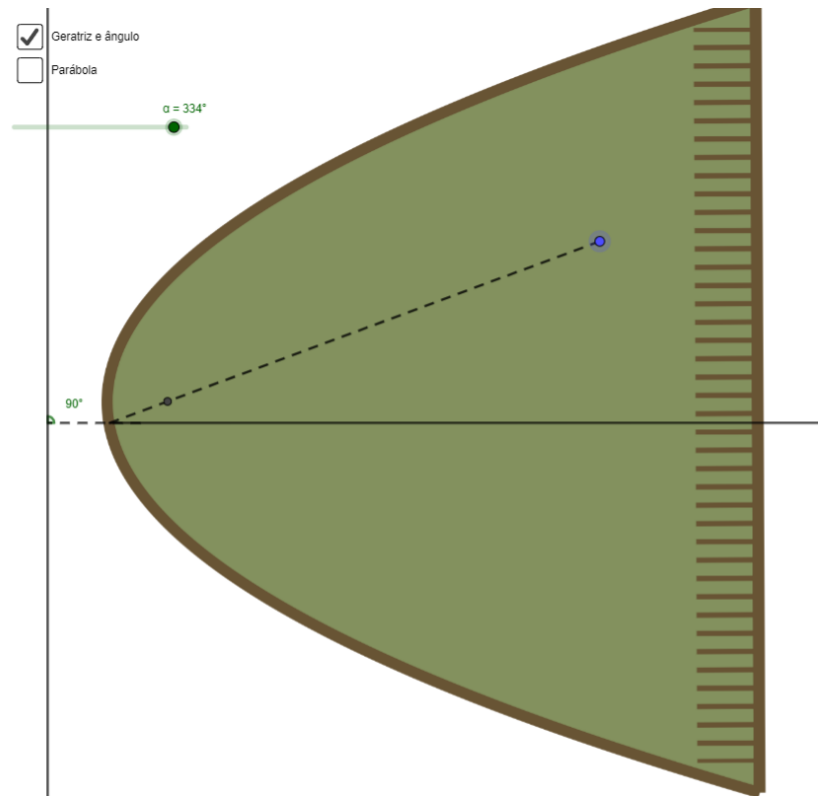
Por fim, questionar se algum estudante conhece mais alguma aplicação da propriedade.

Discutir então o arquivo “Sinuca – parábola”.



Pedir que os estudantes tentem acertar o fundo de um dos corredores à direita, com a bola batendo na parede da mesa. Após verificar que os estudantes conseguem realizar o que foi pedido, questionar se conseguem ver similaridades nos caminhos percorridos. Encaminhar o debate para o foco da parábola estar sempre presente no caminho da bola, e questionar se imaginam o porquê isso ocorre.

Seguindo o debate criado sobre a parábola, apresentar a reflexão a partir dos botões presentes no arquivo, explicando para os estudantes como uma reta, no caso o caminho da bola de sinuca, que passa por um dos focos da parábola, irá refletir em “linha reta”, ou seja, perpendicular à diretriz da quádrlica.

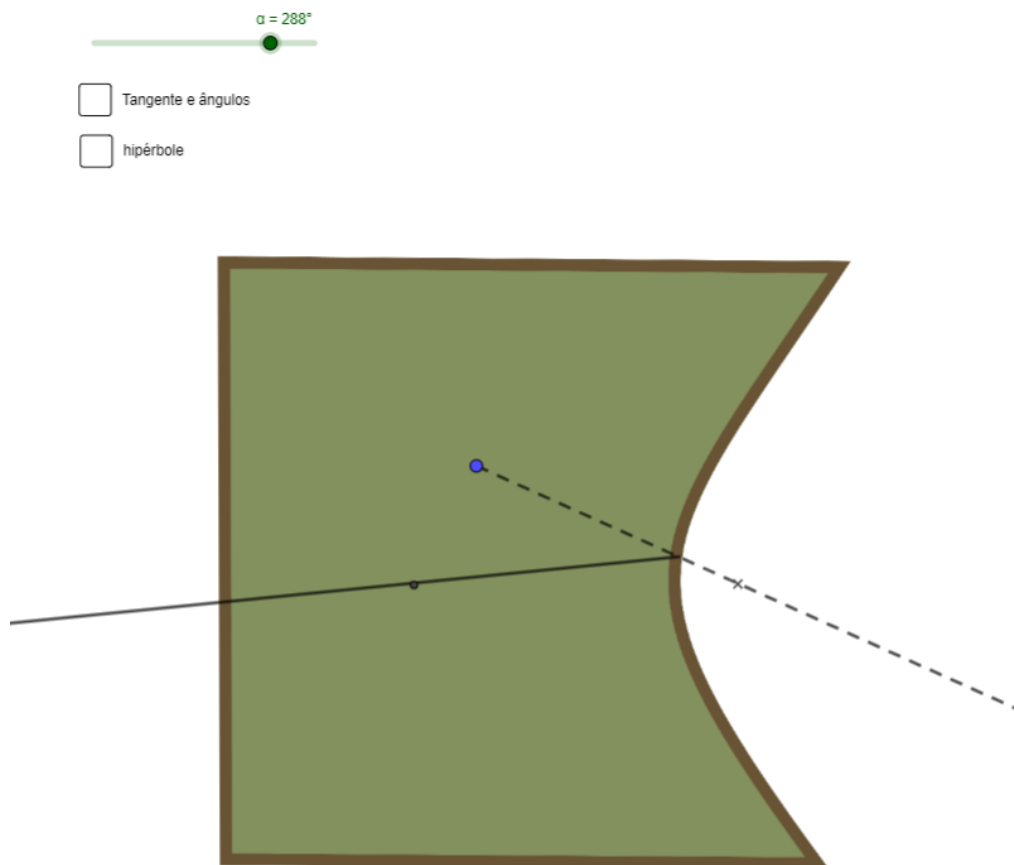


Explicar como ao tomarmos 3 dimensões, a propriedade da parabolóide é a mesma da parábola, mostrando exemplos de suas aplicações, como a antena parabólica e os faróis dos carros.



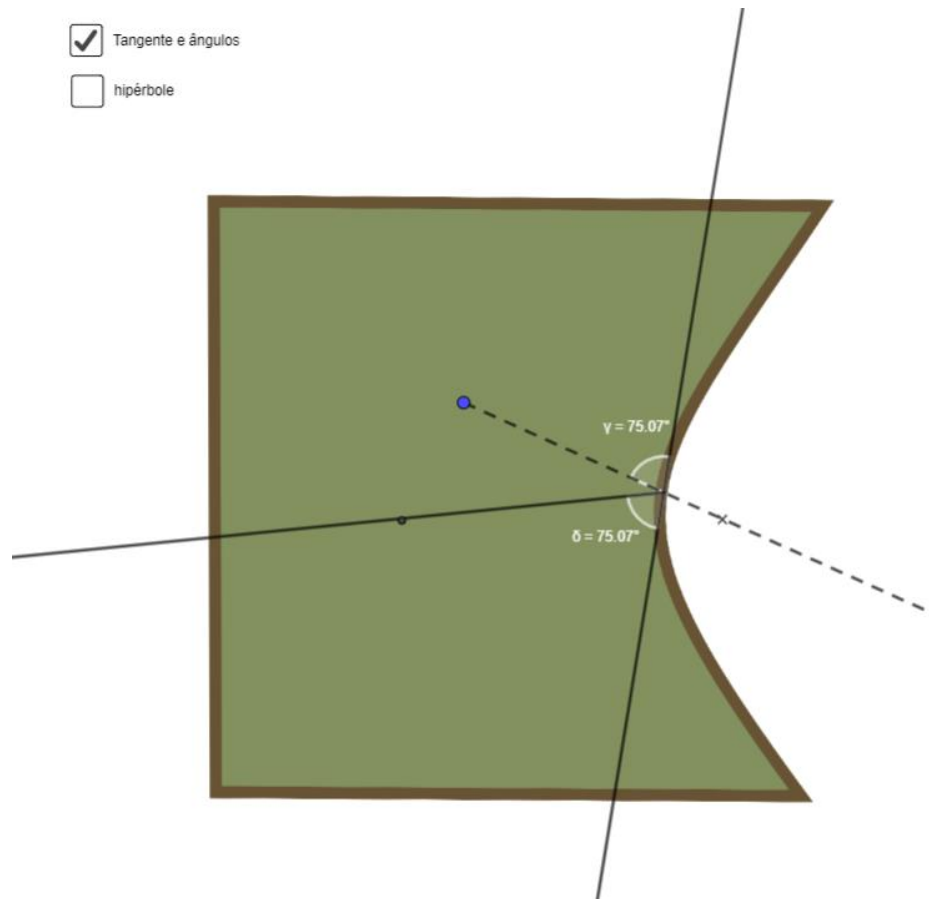
Por fim, questionar se algum estudante conhece mais alguma aplicação da propriedade.

Discutir então o último arquivo “Sinuca – hipérbole”.

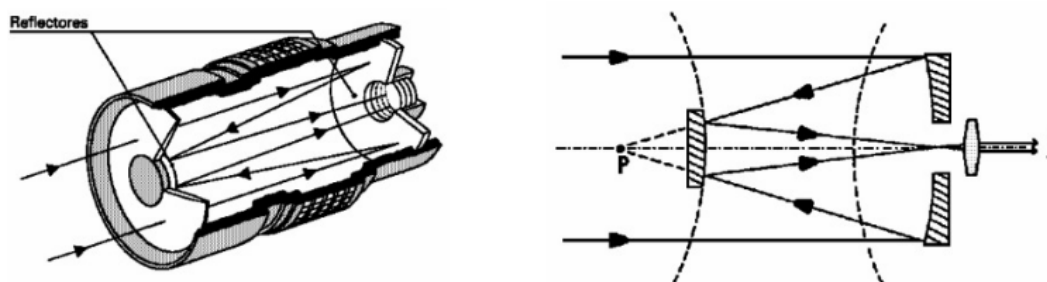


Pedir que os estudantes tentem acertar a caçapa da mesa, com a bola batendo na parede da direita. Após verificar que os estudantes conseguem realizar o que foi pedido, questionar se conseguem ver similaridades nos caminhos percorridos. Encaminhar o debate para o X fora da mesa estar sempre presente no caminho da bola, e questionar se imaginam o porquê isso ocorre.

Seguindo o debate criado sobre a hipérbole, apresentar a reflexão a partir dos botões presentes no arquivo, explicando para os estudantes como uma reta, no caso o caminho da bola de sinuca, que passa por um dos focos da hipérbole, irá refletir para o outro foco da quádrlica.



Explicar como ao tomarmos 3 dimensões, a propriedade da hiperbolóide é a mesma da hipérbole, mostrando exemplos de suas aplicações, como o telescópio de espelhos.



Por fim, questionar se algum estudante conhece mais alguma aplicação da propriedade.