

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E  
INFORMÁTICA INDUSTRIAL - CPGEI

EMERSON LUIZ CHIESSE DA SILVA

**ANÁLISE DA REDE DE TRANSPORTE PÚBLICO DE CURITIBA  
COMO REDE COMPLEXA**

DISSERTAÇÃO

CURITIBA  
2017

EMERSON LUIZ CHIESSE DA SILVA

**ANÁLISE DA REDE DE TRANSPORTE PÚBLICO DE CURITIBA  
COMO REDE COMPLEXA**

DISSERTAÇÃO apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de “Mestre em Ciências” - Área de Concentração: Telemática.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Keiko Verônica Ono Fonseca,  
co-orientador: Prof. Dr. Marcelo de Oliveira Rosa

CURITIBA  
2017

---

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação**

---

S586ana  
2017      Silva, Emerson Luiz Chiesse da  
            Análise da rede de transporte público de Curitiba como  
            rede complexa / Emerson Luiz Chiesse da Silva.-- 2017.  
            63 f.: il.; 30 cm.

Disponível também via World Wide Web.  
Texto em português, com resumo em inglês.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica  
Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Elétrica e Informática Industrial. Área de Concentração:  
Telemática, Curitiba, 2017.  
Bibliografia: f. 58-60.

1. Transporte urbano - Curitiba (PR). 2. Redes complexas.  
3. Teoria dos grafos. 4. Análise por agrupamento. 5.  
Projeto de sistemas. 6. Análise de sistemas. 7. Transporte  
rápido por ônibus. 8. Engenharia elétrica - Dissertações. I.  
Fonseca, Keiko Verônica Ono, orient. II. Rosa, Marcelo de  
Oliveira, coorient. III. Universidade Tecnológica Federal do  
Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e  
Informática Industrial. IV. Título.

CDD: Ed. 22 -- 621.3

---

**Biblioteca Central do Câmpus Curitiba - UTFPR**

## TERMO DE APROVAÇÃO DE DISSERTAÇÃO Nº764

A Dissertação de Mestrado intitulada “**Análise da Rede De Transporte Público de Curitiba como Rede Complexa**” defendida em sessão pública pelo(a) candidato(a) **Emerson Luiz Chiesse da Silva**, no dia 05 de julho de 2017, foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Ciências, área de concentração Telecomunicação e Redes, e aprovada em sua forma final, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial

BANCA EXAMINADORA:

Prof(a). Dr(a). Keiko Verônica Ono Fonseca - Presidente – (UTFPR)

Prof(a). Dr(a). André Luís Vignatti - (UFPR)

Prof(a). Dr(a). Luiz Celso Gomes Junior – (UTFPR)

Prof(a). Dr(a). Carlos Marcelo Pedroso - (UFPR)

A via original deste documento encontra-se arquivada na Secretaria do Programa, contendo a assinatura da Coordenação após a entrega da versão corrigida do trabalho.

Curitiba, 05 de julho de 2017.

*À memória de minha mãe Marina e meu irmão Luiz Felipe*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço imensamente à minha esposa Cláudia, sem ela seria impossível este feito. A meus filhos Pedro e Bento, pela minha ausência nas brincadeiras.

À meus pais, irmãs e cunhados, sobrinhos; aos Chiesse; à família Schittini; à grande família Oliveira de Apucarana.

À Dr<sup>a</sup>. Keiko Fonseca e ao Dr. Marcelo Rosa, pelo crédito, compreensão, sabedoria deste grande empenho.

À Dr<sup>a</sup>. Anelise Munaretto, Dr. Mauro Fonseca, Luiz Henrique Duma, Reggie Vivekananda, Laurinei Fergutz, Cláudio Navarro, Dr. Neri Volpato, Dr. Marcos Dorigão, Acyr Antun, Emile Ab-abib, Diogo Kraemer, Juliano Vieira, Nelmar Alvarenga, Ícaro de Oliveira.

Aos amigos, colegas, professores. À UTFPR e seus colaboradores.

## RESUMO

SILVA, Emerson Luiz Chiesse da. ANÁLISE DA REDE DE TRANSPORTE PÚBLICO DE CURITIBA COMO REDE COMPLEXA. Dissertação – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

Os sistemas de transporte público (STP) são entidades complexas formados por vários subsistemas (administração, gerenciamento de frota, manutenção de veículos, segurança, bilhetagem, engenharia de tráfego, urbanismo, recursos humanos, entre outros). Os STP oferecem diversas rotas de veículos coletivos para atender os usuários do serviço mas o planejamento das rotas é uma das áreas que exigem atenção e são de difícil avaliação de desempenho. Estas rotas formam malhas que podem ser abstraídas como grafos, em vários tipos de representações, como por exemplo as paradas associadas aos nós e uma rota (ou linha) de veículos associada a uma sequência de conexões ou arestas que interligam estes pontos. Da representação do STP como grafos, é possível extrair informações importantes a partir de métricas como dimensões, centralidades, pesos, entre outras, e classificar o STP em algum modelo proposto de rede complexa. A partir do modelo estabelecido, melhorias no sistema podem ser propostas e uma posterior re-análise dos resultados das novas medidas no modelo pode justificar ou não uma possível implementação destas propostas no sistema real. Neste trabalho um sistema de transporte público foi analisado como rede complexa, especificamente o STP de Curitiba, no estado do Paraná, Brasil. Demonstrou-se que este sistema, em representação espaço-L, possui características de rede complexa do tipo *scale free*. Tal sistema possuía onze categorias de rotas de ônibus, sendo que as principais categorias foram analisadas como rede complexa para avaliar sua influência nas métricas do sistema como um todo. Adicionalmente, combinando as métricas de redes complexas com o método k-means de agrupamento nesse STP, foram identificadas regiões geográficas da cidade que possuem as maiores e menores características de conectividade para os habitantes de Curitiba, sinalizando possíveis degradações de atendimento do sistema de transporte. O estudo revelou que, em Curitiba, a região central é a melhor servida em termos de transporte público, enquanto que algumas regiões periféricas no sudeste e nordeste da cidade podem ser melhoradas.

**Palavras-chaves:** Redes complexas. Sistemas de transporte público. k-means. Bus Rapid Transit. Rede Integrada de Transporte. Curitiba.

## ABSTRACT

SILVA, Emerson Luiz Chiesse da. ANALYSIS OF CURITIBA'S PUBLIC TRANSPORTATION SYSTEM AS COMPLEX NETWORK. Dissertação – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2017.

Public transportation systems (PTS) are complex entities composed by many different subsystems (administration, vehicles management and maintenance, security, taxing, traffic engineering, urbanism, human resources and others). A PTS should offer various routes using public vehicles to serve users and route planning is one of the issues that demand special attention because it is hard to assess its results based on the PTS performance. These routes form meshes in many types of representation, e. g. vehicle stops as nodes and a route as a sequence of links that connect their nodes. From PTS representation as graphs, it is possible to extract valuable informations from metrics as dimensions, centralities, weight and others, and to classify this PTS within some model already studied. Towards established models, system enhancements can be proposed and posterior re-analysis of such improved systems can justify or not their implementation in the real system. At this work a public transport system was analysed as Complex Network, specifically Curitiba's PTS, (Paraná, Brazil). Here it was demonstrated that this system, represented in l-space, has network characteristics of scale-free networks. This system has eleven bus routes categories, in which main categories were analysed as complex networks to assess their influence on whole system metrics. Additionally, combining both complex network metrics and k-means method on this PTS, geographic areas of the city showing best and worst connectivity characteristics for the inhabitants of Curitiba were identified, which allows detecting potential transportation system weakness. This study revealed that Curitiba's central region is the best served in terms of public transportation service, while some peripherals areas at southeast and northeast can be improved.

**Key-words:** Complex networks. Public transportation systems. k-means. Bus Rapid Transit. Rede Integrada de Transporte. Curitiba.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Exemplo de representação de um grafo de 8 nós .....	16
Figura 2	– Exemplo de um grafo regular de 6 nós .....	18
Figura 3	– Exemplo de um grafo completo com 6 nós .....	19
Figura 4	– Distribuição de grau de uma rede randômica .....	23
Figura 5	– Categorias da RIT .....	29
Figura 6	– Tipos de ônibus de Curitiba e suas capacidades de transporte .....	31
Figura 7	– Rotas da linha Expresso .....	32
Figura 8	– Rotas da linha Alimentador .....	33
Figura 9	– Rotas da linha Convencional .....	34
Figura 10	– Rotas da linha Linha Direta ou Ligeirinho .....	35
Figura 11	– Rotas da linha Interbairros .....	36
Figura 12	– Rotas da linha Interbairros .....	37
Figura 13	– Distribuição de graus da RIT .....	40
Figura 14	– Distribuição de graus da categoria Alimentador .....	40
Figura 15	– Distribuição de graus da categoria Convencional .....	41
Figura 16	– Distribuição de graus da categoria Linha Direta .....	41
Figura 17	– Distribuição de graus da categoria Troncal .....	42
Figura 18	– Distribuição de graus da categoria Interbairros .....	42
Figura 19	– Distribuição de graus da categoria Expresso .....	43
Figura 20	– Distribuição de caminhos mais curtos da RIT .....	44
Figura 21	– Metodologia de combinação k-means e redes complexas .....	45
Figura 22	– Subdivisão de 2 e 4 grupos de paradas do STP de Curitiba .....	46
Figura 23	– Subdivisão de 40 grupos de paradas do STP de Curitiba .....	47
Figura 24	– Bairros de Curitiba .....	48
Figura 25	– Distribuição da média de comprimento de caminhos $\langle l \rangle$ para supernós ....	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Métricas de redes complexas das linhas de ônibus de Curitiba .....	39
Tabela 2	– Coeficientes de lei de potência das categorias .....	44
Tabela 3	– Agrupamentos de paradas da RIT de Curitiba em 4 e 8 grupos .....	53
Tabela 4	– Agrupamentos de paradas da RIT de Curitiba em 40 grupos .....	54
Tabela 5	– Classificação parcial das regiões da cidade .....	55

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANTP	Associação Nacional de Transportes Públicos
BRT	<i>Bus Rapid Transit</i> , Transporte Rápido por Ônibus
GPS	<i>Global Positioning System</i> , Sistema de Posicionamento Global
IPPUC	Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba
RC	Rede Complexa
RIT	Rede Integrada de Transporte de Curitiba
STP	Sistema de Transporte Público
STPC	Sistema de Transporte Público de Curitiba
URBS	Urbanização de Curitiba S.A.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$C$	coeficiente de agrupamento nodal
$\langle C \rangle$	coeficiente de agrupamento médio
$D$	diâmetro de um grafo
$E$	conjunto de nós ( <i>edges</i> )
$G$	grafo
$interm$	centralidade de intermediação nodal
$\langle interm \rangle$	média de centralidade de intermediação
$k$	grau de um nó
$\langle k \rangle$	grau médio de todos os nós de um grafo
$l$	comprimento de caminho de um par de nós
$\langle l \rangle$	média de comprimento de caminho
$P(k)$	distribuição de grau
$prox$	centralidade de proximidade nodal
$\langle prox \rangle$	média de centralidade de proximidade
$V$	conjunto de vértices

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
1.1 MOTIVAÇÃO .....	14
1.2 OBJETIVOS .....	15
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	15
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>16</b>
2.1 GRAFOS .....	16
2.1.1 Métricas .....	17
2.1.1.1 Grau $k$ .....	17
2.1.1.2 Grau médio $\langle k \rangle$ .....	17
2.1.1.3 Distribuição de grau $P(k)$ .....	17
2.1.1.4 Caminho .....	18
2.1.1.5 Custo de um caminho .....	19
2.1.1.6 Caminho mínimo .....	19
2.1.1.7 Comprimento ou distância de um caminho .....	20
2.1.1.8 Diâmetro $D$ .....	20
2.1.1.9 Comprimento médio de caminho $\langle l \rangle$ .....	20
2.1.1.10 Agrupamento ou clusterização .....	20
2.1.1.11 Coeficiente de agrupamento $C$ .....	21
2.1.1.12 Centralidade de intermediação ( <i>betweenness centrality</i> ) .....	21
2.1.1.13 Centralidade de proximidade ( <i>closeness centrality</i> ) .....	22
2.2 REDES COMPLEXAS .....	22
2.2.1 Tipos de redes .....	22
2.2.1.1 Grafos randômicos ou aleatórios .....	23
2.2.1.2 Redes mundo-pequeno ( <i>small-world</i> ) .....	23
2.2.1.3 Redes livre de escala ( <i>scale-free</i> ) .....	24
2.3 MÉTODO K-MEANS .....	24
2.4 REDES DE TRANSPORTE PÚBLICO .....	26
<b>3 DESENVOLVIMENTO</b> .....	<b>28</b>
3.1 O SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO COLETIVO DE CURITIBA .....	28
3.1.1 Breve história do transporte urbano de Curitiba .....	28
3.1.2 RIT - Rede Integrada de Transporte .....	29
3.1.3 Categorias .....	30
3.1.4 Expresso .....	31
3.1.5 Alimentador .....	32
3.1.6 Convencional .....	33
3.1.7 Linha Direta ou Ligeirinho .....	33
3.1.8 Ligeirão .....	34
3.1.9 Troncal .....	34
3.1.10 Interbairros .....	35
3.1.11 Circular Centro .....	35
3.1.12 Educação Especial .....	35
3.1.13 Turismo .....	36
3.1.14 Madrugueiros .....	36
3.2 A RIT COMO REDE COMPLEXA .....	37
3.3 COMBINANDO AGRUPAMENTOS E REDES COMPLEXAS NO STPC .....	44
<b>4 DISCUSSÃO</b> .....	<b>52</b>

<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>56</b>
<b>6</b>	<b>APÊNDICE .....</b>	<b>61</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Nos primórdios das cidades, tanto no Brasil quanto em outros países, pequenas comunidades com o passar do tempo formaram cidades. Do contínuo crescimento da população fez-se necessário a organização física e social dos aglomerados, originando o planejamento urbano, que definiu o uso do solo através da criação de zoneamentos com propósitos específicos, das áreas de residências, produção, comércio, saúde, entretenimento, serviços (DEÁK; SCHIFFER, 1999). No Brasil, por exemplo, no Rio de Janeiro este planejamento urbano ocorreu em 1875, já em Curitiba foi iniciado por Alfredo Agache em 1943 (AGACHE, 1943).

O aumento da população demandou a mobilidade pelas diversas áreas da cidade, e do transporte individual surgiu a necessidade de mobilidade coletiva. Com a evolução da cidade, o transporte público cresceu e tornou-se um sistema complexo, com enorme importância socioeconômica e política, que envolve muitas variáveis para seu funcionamento eficiente, e também com incremento de dificuldades e problemas.

Este sistema exige contínua manutenção e expansão devido às demandas da cidade, como o crescimento populacional, alterações no comportamento das comunidades, novas rotas de trânsito e alargamento de vias para suprir o aumento de veículos em circulação, e também pela dinâmica de empreendimentos, com a criação, rotatividade e remoção de indústrias, comércio, condomínios, serviços, entre outras inúmeras variáveis. O serviço de mobilidade urbana coletiva, denominado Sistema de Transporte Público - STP, influencia diretamente no desenvolvimento dos municípios e é tema de pesquisas e estudos em todo o mundo em diversas áreas (Arquitetura e Urbanismo, Economia, Engenharias Civil, Mecânica, Eletrônica, Elétrica, Ambiental entre tantas outras). Tal sistema complexo exige o uso de ferramentas, além da experiência dos planejadores, para facilitar o acompanhamento, planejamento, projeto, implantação e manutenção da rede, para garantir um funcionamento adequado, resiliente e otimizado. No que tange a área de abrangência de atendimento e dinâmica de movimentação dos veículos do STP aos usuários, o planejamento das rotas e pontos de paradas de veículos é essencial, devendo primeiramente obter uma medição da rede, para então avaliar mudanças com novas medições. As rotas e pontos de paradas (que podem ser representados em grafos) formam uma grande rede com determinadas particularidades.

Assim, modelos matemáticos auxiliam na simplificação e avaliação dos sistemas existentes, a partir da identificação de métricas e características de modelos conhecidos, por exemplo, otimização de sistemas de transporte (SEBASTIANI; LUDERS; FONSECA, 2016) e estudo de comportamento de usuários (VONU; TANG; VASSILAKIS, 2011). Encontrado um modelo matemático equivalente, podem ser aplicados algoritmos que otimizam o modelo obtido, auxiliando na tomada de decisão para a implementação de soluções no sistema real.

O tema 'sistemas de transporte público' é muito amplo, que originou e ainda demanda muitos estudos em várias áreas no mundo todo. No Brasil podemos citar uma variedade de

trabalhos, desde levantamento histórico do STP de Curitiba, recontado em (BONDE, 2009); de arquitetura de sistema de STP para BRT (HICKMAN CHIN-WOO TAN; ZHANG, 2006), propondo três níveis (aplicação, física e lógica); de monitoração de veículos (SILVA, 2006) sobre coleta de dados de veículos usando GPS; de Estudos Sociais (RIBEIRO, 2008) sobre identificação de perfil de mobilidade dos beneficiários de vale-transporte em Pelotas/RS; para escolha de tipo de veículos (MOTTA, 2013) sobre o uso de veículo leve sobre trilho (VLT); sobre estudos sobre o uso de ônibus elétricos com uma avaliação simulada da operação deste tipo de tecnologia por (SEBASTIANI; LUDERS; FONSECA, 2016), entre outros.

Os STP sendo formados por rotas de veículos, basicamente formam redes. Quanto maior a cidade, maior é a rede. Redes podem ser representadas como grafos, também alvos de estudos e pesquisas, desde a Teoria de Grafos, que evoluiu para estudos de redes, e destes a definição das Teorias de Redes Complexas (RC). As redes complexas fornecem métodos de obtenção de métricas, que caracterizam o modelo de rede a partir de comportamentos determinados dados pelas métricas (como concentrações de pontos próximos, convergências, entre outros); com estas informações a rede pode ser trabalhada com a alteração dos comportamentos observados para melhoria do desempenho do sistema real. As redes complexas definem os modelos mundo-pequeno (*small-world*) e livre de escala (*scale-free*), cada qual com suas características e comportamentos específicos.

No sistema de transporte público, as paradas e rotas dos veículos de transporte podem ser representados por grafos de diferentes representações como, por exemplo, espaço-L e espaço-P (SIENKIEWICS; HOLYST, 2005). Dependendo dos valores obtidos de suas métricas de grafos, pode-se identificar se o grafo apresenta características como a de redes complexas livre de escala (ALBERT; BARABÁSI, 2002), por exemplo. Conhecido o tipo de rede complexa, é possível inferir sobre o seu comportamento em diversas situações: se um determinado tipo de rede complexa puder ser mapeado como um modelo válido do sistema de transporte, este modelo pode ser aplicado para ajudar na predição do comportamento e planejamento do sistema de transporte.

A aceitação pela comunidade acadêmica do uso de Teorias de Redes Complexas em STP originou estudos inicialmente pontuais a STP locais, como visto em (LATORA; MARCHIORI, 2002) que avaliou o metrô de Boston/EUA como sendo mundo-pequeno; no Brasil com os trabalhos de (IZAWA, 2010) que modelou o STP de Brasília. Com maior abrangência, (SEN *et al.*, 2003) também concluiu que a rede ferroviária da Índia é mundo-pequeno. Vários STPs foram comparados, como na Polônia (SIENKIEWICS; HOLYST, 2005), vinte e duas STPs foram estudados e vistas como mundo-pequeno. Na Hungria (HÁZNAGY *et al.*, 2015), registraram comparações entre cidades de diferentes países (HOLOVATCH, 2011) e em (FERBER *et al.*, 2009) analisaram quarenta cidades de países diferentes. Aumentando ainda mais a abrangência, em (QING *et al.*, 2013) foram pesquisadas 330 cidades da China. Além de medições, as redes complexas fornecem características de rede como pontos de fragilidade, que foi demonstrado em (BERCHE *et al.*, 2010).



Este trabalho registra a análise de um sistema de transporte público coletivo urbano como rede complexa, especificamente o da cidade de Curitiba, capital do estado do Paraná, denominado RIT - Rede Integrada de Transporte. Aplicando os métodos de redes complexas neste STP com representação em espaço-L, foram obtidas métricas que caracterizaram a rede, tipificando-a nos modelos propostos em outros estudos. Além de modelar o sistema completo como rede complexa, as principais categorias de linhas de ônibus que atuam na cidade também foram analisadas individualmente, e cada uma mostrou comportamento específico mundo-pequeno ou livre de escala, que influenciam diretamente na rede completa. O estudo mostrou que o STP de Curitiba possui 108 paradas entre os pontos mais distantes, média de 37,2 paradas entre duas paradas aleatórias, e comportamento típico como rede livre de escala (com presença de *hubs*). Algumas categorias de rotas mostram comportamento de mundo pequeno e outras agem como rede livre de escala.

Desta forma, o sistema de transporte foi modelado considerando os pontos de parada individuais, onde cada ponto mostra quantas rotas passam por ele. Neste formato, tem-se a ideia de oferta de transporte por cada ponto individual. Porém, se vários pontos de rotas diferentes estão próximos, mesmo cada ponto tendo poucas rotas, tornam aquela área com comportamento diferente do comportamento individual do ponto, por exemplo, com alta concentração de tráfego de veículos do transporte público, ou seja, com mais opções de locomoção. Em seguida à análise inicial do STP, o sistema foi remodelado com formação de grupos de pontos próximos, e novas redes foram formadas através de técnica de agrupamento k-means dos pontos de paradas. Aplicando novamente as medições de redes complexas na nova representação, foram identificadas regiões na cidade com diferentes graus de conectividade, que classificaram áreas da cidade em termos de como a população estava sendo servida pelo transporte público. As medidas indicam que a área central possui o maior número de rotas para as demais áreas, enquanto que o sul da cidade possui o menor número de rotas para as demais áreas.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

O sistema de transporte é uma grande entidade cuja eficiência na operação requer planejamento e manutenção frequente. Cabe o uso de ferramentas e avaliações quantitativas e qualitativas que justifiquem a tomada de decisões na implantação de soluções. É proposto o uso de ciências exatas, com técnicas matemáticas, da teoria de redes complexas e método k-means de agrupamento para auxiliar na melhoria contínua do planejamento do STP.

Busca-se demonstrar a aplicação da teoria de redes complexas em um sistema de transporte público, para que possa ser usado como ferramenta de análise, pela obtenção de métricas que caracterizam o sistema, classificá-lo em algum modelo de rede complexa proposto em estudos anteriores para fornecer informações adicionais ao planejamento do sistema real, de insumos para a melhoria do sistema de transporte, somando aos outros métodos já aplicados pelas enti-

dades responsáveis pelo gerenciamento do sistema.

## 1.2 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho são:

- Obter métricas de redes complexas (distribuição de grau, coeficientes de agrupamento e centralidades) no STP de Curitiba, da rede formada pelas principais categorias de rotas de ônibus e de cada categoria isolada;
- Caracterizar as áreas da cidade (e não apenas pontos de ônibus ou terminais de integração individualmente) em relação à mobilidade oferecida pelo sistema de transporte público.

## 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho possui os seguintes tópicos e conteúdos:

- No capítulo 2 são descritos os fundamentos teóricos das ferramentas usadas para desenvolvimento deste trabalho, com uma breve explicação sobre grafos na seção 2.1, redes complexas na seção 2.2 e o algoritmo de agrupamento k-means na seção 2.3;
- A seção 2.4 descreve as características gerais de sistemas de transporte público, discutindo as formas de mapeamento do sistema em redes complexas (particularmente redes ditas espaço-P);
- O capítulo 3 contém especificamente o cenário da aplicação dos métodos: a rede de transporte público de Curitiba é descrita na seção 3.1, com um histórico sobre sua evolução, peculiaridades que a diferenciam de outras redes de transporte urbano, e os tipos de linhas existentes. Em seguida, esta rede é analisada como rede complexa, na seção 3.2, bem como a aplicação de método de agrupamento neste STP é descrito na seção 3.3;
- Resultados obtidos são apresentados no capítulo 4, das métricas de redes complexas e análise com k-means;
- Conclusões e discussões sobre trabalhos futuros são apresentados no capítulo 5.
- O apêndice 6 contém a descrição de como os dados foram obtidos e processados para chegar aos resultados.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 GRAFOS

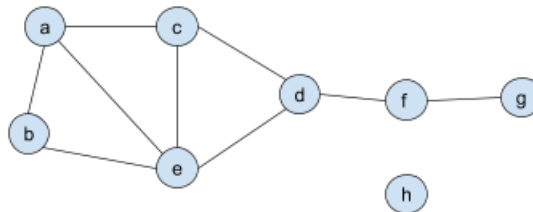
Neste capítulo é brevemente introduzida a teoria de grafos, além de apresentar conceitos que serão usados neste trabalho.

Informalmente, grafo é uma estrutura matemática formada por conjuntos que representam relacionamento entre entidades; ou seja, dado dois objetos com algum tipo de relacionamento, esta relação pode ser representada por grafo. Redes de transporte, por exemplo, podem ser representadas por grafos.

Um grafo é um par  $G = (V, E)$ , não-vazio, composto de dois conjuntos:

- conjunto  $V$  de **nós** ou **vértices**  $v_i$ ,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ .
- conjunto de **arestas** ou  $E$  (*edges*): conjunto de pares  $a_i$ , para representar conexões ou relacionamento entre os nós.  $E = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ ,  $a_j = (v_x, v_y)$ .

Um exemplo de grafo é mostrado na figura 1.



**Figura 1 – Exemplo de representação de um grafo de 8 nós** ( $n = 8$ ),  $V = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ , **com nove arestas**  $E = \{(a, b), (a, c), (a, e), (b, e), (c, d), (c, e), (d, e), (d, f), (f, g)\}$ .  
**Fonte: autoria própria.**

As arestas podem ter:

- **direção**: indicação de origem e destino da aresta. Existindo direção, o grafo é dito direcionado ou dígrafo, e se as arestas não tiverem direção, o grafo é dito não-direcionado. São exemplos de grafos direcionados: direção em ruas de “mão única”, relação produtor-consumidor, publicador-assinante, “seguidores” em redes sociais.
- **peso**: um valor na relação entre os dois objetos, por exemplo, distância entre cidades, custo para transitar em estradas, taxa de erros entre conexões de internet.

“Vizinho” é o nó diretamente adjacente a um determinado nó, conectado por uma aresta. Um nó pode ter vários vizinhos, ou nenhum.

Quando um grafo não-direcionado possui mais de uma aresta entre dois mesmos nós, o grafo é denominado multigrafo.

### 2.1.1 Métricas

Com os conceitos básicos apresentados anteriormente, define-se métricas de redes complexas como medidas que caracterizam os grafos, possibilitando identificar nós e/ou arestas importantes, por exemplo. Elas são definidas tanto a nível dos nós e arestas quanto a nível do grafo como um todo.

#### 2.1.1.1 Grau $k$

Grau é a quantidade de arestas conectadas a um nó, ou ainda, número de vizinhos conectados ao nó. Com a definição de grau muitas outras métricas são derivadas, como grau médio, distribuição de grau, entre outros, demonstrados a seguir. Uma aplicação simples de grau é, em uma rede de transporte, quando um ponto de parada é considerado um nó, o grau deste ponto é a quantidade dos pontos adjacentes são as próximas paradas dos ônibus que passam por aquele ponto.

No exemplo da figura 1, temos que o grau  $k$  do nó  $a$  é  $k_a = 3$  (nó  $a$  tem grau 3),  $k_b = 2$ ,  $k_g = 1$ ,  $k_h = 0$ .

#### 2.1.1.2 Grau médio $\langle k \rangle$

Grau médio é a média de todos os graus dos nós do grafo, dado por:

$$\langle k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N k_i$$

Por exemplo, em uma rede de transporte, pode indicar a média de linhas (rotas) por parada.

#### 2.1.1.3 Distribuição de grau $P(k)$

Distribuição de grau é a frequência relativa de um grau do grafo. Sendo  $n$  o número total de nós,  $k$  é um inteiro,  $n(k)$  é o número de nodos com grau  $k$ , a frequência  $f(k)$  é dada por:

$$f(k) = \frac{n(k)}{n}$$

Como os nós do grafo possuem diferentes valores de grau  $k$ , o grafo apresenta uma função distribuição  $P(k)$ , que expressa a probabilidade de um nó escolhido ter certo grau, como cita (ALBERT; BARABÁSI, 2002), ou ainda, é a fração de vértices com grau  $k$ , conforme (COSTA *et al.*, 2007). É uma das principais métricas que caracterizam o tipo de rede. Por exemplo, redes do tipo randômicas apresentam distribuição de grau em formato de curva de sino ou Poisson; já redes livres de escala possuem distribuição de grau como sendo função lei-de-potência (*power-law*), tais redes serão descritas na seção 2.2.

No exemplo da figura 1, temos  $n = 8$  e a seguinte frequência relativa de graus:

$$f(0) = 1/8$$

$$f(1) = 1/8$$

$$f(2) = 2/8$$

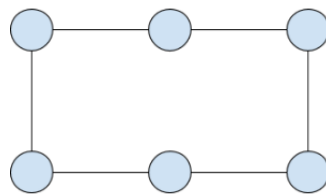
$$f(3) = 3/8$$

$$f(4) = 1/8$$

$$f(5) = 0$$

Com a definição de grau, temos os conceitos de:

- “grafo regular”: é um grafo onde a distribuição de grau é constante, ou ainda, todo nó do grafo possui o mesmo número de arestas. A figura 2 mostra um grafo regular, em que todos os nós possuem duas conexões.

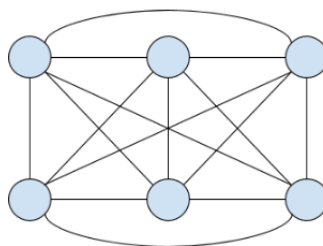


**Figura 2 – Exemplo de um grafo regular de 6 nós ( $n = 6$ ) e distribuição de grau  $k = 2$ . Fonte: autoria própria.**

- “grafo completo”: é um grafo regular onde a distribuição de grau é constante e todos graus são  $k = (n - 1)$ , ou seja, todo nó possui conexão para todo outro nó. A figura 3 mostra um grafo completo, com grau 5 para todos os nós.

#### 2.1.1.4 Caminho

É o conjunto de nós intermediários que conectam dois nós, em sequência e sem repetição. Em uma rede de transporte público, o caminho é a sequência das paradas por onde um



**Figura 3 – Exemplo de um grafo completo com 6 nós ( $n = 6$ ). Todos os nós se conectam a todos os outros. O grau de todos os nós é 5.  
Fonte: autoria própria.**

ônibus executa uma rota (ou linha), em determinado sentido. Outro exemplo, é a sequência de terminais onde um passageiro troca de veículo para chegar no seu destino.

Alguns caminhos da figura 1 são:

- de  $a$  para  $g$ :  $\{a, b, e, d, f, g\}$ ,  $\{a, b, e, c, d, f, g\}$ ;  $\{a, c, d, f, g\}$ ;  $\{a, e, d, f, g\}$
- de  $b$  para  $c$ :  $\{b, a, c\}$ ;  $\{b, e, d, c\}$

#### 2.1.1.5 Custo de um caminho

Conforme (ROSS; KUROSE, 2005), custo de um caminho é a soma dos pesos das arestas de um caminho entre dois nós. Esta medida pode ser o "custo" ou "esforço" de um caminho para se deslocar entre dois nós.

Um exemplo cotidiano desta métrica é seu uso em conexões da internet, pois influencia em tomada de decisão para roteamento de tráfego de pacotes. Para um sistema de transporte, pode indicar o tempo de deslocamento entre duas paradas distantes, considerando a velocidade média dos trechos por onde o veículo trafega mais a quantidade de paradas intermediárias, somado ao tempo médio de embarque e desembarque dos passageiros em cada parada, que é proporcional aos horários de maior movimento.

#### 2.1.1.6 Caminho mínimo

Podem existir muitos caminhos entre dois nós, e entre estes caminhos alguns possuem o menor custo: são os caminhos mínimos. Uma aplicação é a escolha de melhores caminhos (menores custos) entre dois nós da rede, por exemplo, para viajar entre duas cidades de automóvel considerando as distâncias entre as cidades intermediárias, ou viajar de avião entre dois países distantes, considerando o tempo de voo.

No grafo apresentado na figura 1, alguns caminhos mínimos são:

- de  $a$  para  $f$ :  $\{a, c, d, f\}$  e  $\{a, e, d, f\}$
- de  $b$  para  $c$ :  $\{b, a, c\}$  e  $\{b, e, c\}$

#### 2.1.1.7 Comprimento ou distância de um caminho

É o número de arestas do menor caminho (ou menores caminhos) entre dois nós. No exemplo, a distância de  $a$  para  $f$  é  $d(a, f) = 4$ .

Em um sistema de transporte público, pode indicar quantas paradas um usuário deve transpassar para chegar em um destino.

#### 2.1.1.8 Diâmetro $D$

É o maior caminho mínimo entre todos os pares de nós. Portanto, indica o número máximo de nós intermediários entre os dois nós mais distantes no grafo, ou ainda, escolhendo um nó qualquer no grafo, a distância para qualquer outro nó será menor ou igual o diâmetro.

O grafo da figura 1 tem diâmetro  $D = 5$ .

#### 2.1.1.9 Comprimento médio de caminho $\langle l \rangle$

É a distância média entre todos os pares de nós do grafo; determina o tamanho efetivo do grafo, a separação típica de nós do grafo (WANG; CHEN, 2003).

Para uma rede de transporte público, mostra o número médio de paradas que um passageiro passa entre quaisquer dois pontos entre todos os pares de paradas.

#### 2.1.1.10 Agrupamento ou clusterização

São subgrupos existentes no grafo, caracterizados pela existência de *loops* (um vizinho em comum de dois nós adjacentes) (COSTA *et al.*, 2007), por exemplo, círculos de amizades ou relações de colaboradores de empresas; Em STP, pode mostrar grupos de rotas que possuem paradas compartilhadas.

### 2.1.1.11 Coeficiente de agrupamento $C$

Coeficiente de agrupamento ou transitividade mede a frequência de formações de triângulos na rede, indicando quanto o nó está interligado pelos nós vizinhos: quando um nó A é conectado a um nó B, que é ligado a C, implica que A tem tendência a estar conectado a C. O coeficiente  $C$  varia de 0 a 1:  $C = 0$  indica que não existem triângulos na rede, e  $C = 1$  indica que a rede é totalmente conectada, todos os nodos estão conectados entre si.

O coeficiente de agrupamento de um nó  $i$  é dado por:

$$C_i = \frac{2E_i}{k_i(k_i-1)}$$

onde  $E_i$  é o número de arestas entre vizinhos do nó  $i$ ,  $k_i$  é o grau do nó  $i$ .

Para um sistema de transporte, pela natureza dos pontos de parada possuírem poucos pontos com pontos vizinhos que tenham conexão entre si, o coeficiente de agrupamento dos pontos é baixo.

Para toda a rede, o coeficiente de agrupamento global é a média de todos os coeficientes individuais, dado por:

$$C = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n C_i$$

### 2.1.1.12 Centralidade de intermediação (*betweenness centrality*)

Conforme (COSTA *et al.*, 2007), a centralidade indica quão central um nó apresenta ser no grafo, ou quantos caminhos mínimos passam pelo nó. Quanto maior, mais caminhos mínimos passam pelo nó, indicando que o nó pode ser "importante": caso seja removido da rede, pode implicar em alto impacto na conectividade da rede. Como consequência, mostra a resiliência da rede, por exemplo, em roteadores na internet, um roteador com alta centralidade deve ser muito bem monitorado, pois caso apresente problema, terá impacto em muitas rotas, e consequentemente, afetará muitos serviços. Em sistema de transporte, indica quantas linhas passam por uma parada ou uma rua; caso ocorra um acidente que impeça os ônibus de chegarem neste ponto, muitos passageiros serão afetados, e portanto, caberia implantar procedimentos de contingência de maior prioridade para esta área do que outros pontos que tenham centralidade de intermediação menor.



### 2.1.1.13 Centralidade de proximidade (*closeness centrality*)

Mede o quão distante um nó está dos demais. É o valor médio de todos os caminhos mínimos a partir de um nó  $i$ . Mostra o custo médio para trafegar de um nó até os demais. Em um sistema de transporte, indica quanto um ponto de parada está distante do restante da rede.

## 2.2 REDES COMPLEXAS

Esta seção introduz a definição de redes complexas e seus tipos.

Historicamente com o avanço em estudo de redes como mostrado em (ALBERT; BARABÁSI, 2002), percebeu-se que muitas redes do cotidiano possuem comportamento diferente dos grafos regulares e também diferente de grafos randômicos, como por exemplo, quando um novo nó é adicionado à rede, existe uma preferência de conexão a determinados nós.

Redes complexas são redes que apresentam características entre as regulares e as randômicas, que podem representar várias redes do cotidiano. São grafos que apresentam características não-triviais de topologia e conectividade, por exemplo, possuem maior tendência de conexão a determinados nós, diferente de redes simples como treliças (ou grades), que possuem regularidade de conectividade, ou grafos randômicos. As redes complexas refletem muitas redes do cotidiano, como estradas rodoviárias, rotas aeroviárias, malha de ferrovias, linhas de transmissão de energia elétrica, redes de telecomunicações, conexões da internet, conexões entre neurônios, redes sociais, referências de artigos, comunicações, relações entre sites, etc.

Algumas das aplicações de redes complexas são: identificação de tendências de conectividade, identificação de nós importantes, revelação de robustez em áreas da rede, identificação de comportamento anômalo (*spam*), doenças, detecção de interesses mútuos, comportamentos específicos, avaliação de comunidades (tamanho, relações).

### 2.2.1 Tipos de redes

Ao longo dos anos, foram propostos os seguintes modelos de redes:

- randômicas: proposta por Erdős e Rènnyi, em 1959;
- redes WS (Watts-Strogatz) ou "mundo-pequeno" (*small-world*), proposto em 1998;
- livre de escala, ou *preferential attachment*, proposto por Barabási e Albert, em 1999 (BARABÁSI; ALBERT, 1999).

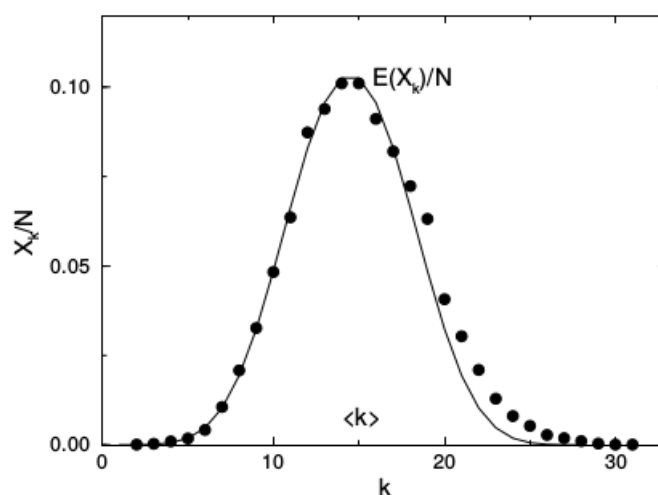
Estes tipos são de interesse do trabalho e são descritos em seguida.

### 2.2.1.1 Grafos randômicos ou aleatórios

São grafos que possuem arestas existentes independentemente umas das outras, com probabilidade  $p$  de conexão na concepção da rede, sem influência das conexões entre si (sem tendência de preferência de conexão a certos nós).

Possuem distribuição de grau em formato Poisson (como o exemplo da figura 4), com tendência a ter diâmetro pequeno e baixo coeficiente de clusterização.

Este modelo falha na predição de coeficiente de clusterização e na distribuição do grau dos nós (WATTS; STROGATZ, 1998).



**Figura 4 – Distribuição de grau de uma rede randômica, com 10.000 nós ( $N = 10000$ ) e probabilidade de conexão  $p = 0.0015$ , mostra uma distribuição de Poisson para os  $k$  graus da rede. No eixo y,  $X_k$  é o número de nós com grau  $k$ , e a curva mostra a expectativa  $E(X_n)/N$ .**

Fonte: (ALBERT; BARABÁSI, 2002)

### 2.2.1.2 Redes mundo-pequeno (*small-world*)

Muitas redes do cotidiano possuem um comportamento típico de "mundo-pequeno", isto é, partindo de um nó qualquer da rede, é possível alcançar qualquer outro nodo passando por um relativo pequeno número de nós intermediários. As redes sociais mostram padrões de redes típicas mundo-pequeno, como mostraram estudos, por exemplo de Milgram em 1967 (COSTA *et al.*, 2007), em que sua experiência mediu aproximadamente "seis graus de separação" entre os indivíduos do experimento.

As redes mundo-pequeno são caracterizadas por possuir:

- baixa distância de caminho entre nós;

- baixo diâmetro;
- alta clusterização, ou seja, os subgrupos são bem conectados. Para "trafegar" entre os extremos da rede, bastam poucos nós intermediários.
- distribuição de grau em modelo de distribuição de Poisson.

Em sistemas de transporte, ser uma rede *small world* é um comportamento desejável, para que os deslocamentos de passageiros no sistema sejam mais curtos e/ou mais rápidos.

### 2.2.1.3 Redes livre de escala (*scale-free*)

As redes livre de escala apresentam comportamento diferente de redes randômicas e redes mundo-pequeno: poucos nós possuem grau muito alto em relação à maioria (que apresentam baixos graus), e se destacam da maioria, ou seja, as redes livres de escala possuem muitos nós com poucos vizinhos e poucos nós com muitos vizinhos. Ou ainda, identificam a existência de nós preferenciais, ou *hubs*, em que novos nós que surgem na rede tendem a se conectar nos nós preferenciais.

Os estudos de Barabási e Albert (BARABÁSI; ALBERT, 1999), demonstraram que estas redes possuem distribuição de grau seguindo **lei de potência** (*power-law*):

$$P(k) \sim k^{-\gamma}$$

Estas redes apresentam algumas características das redes mundo-pequeno: possuem baixo diâmetro e alto coeficiente de clusterização. Entretanto sua distribuição de grau segue a lei de potência.

São algumas redes livre de escala do cotidiano: linhas aéreas, relações de políticos, sites da internet, influenciadores de opinião; no sistema de transporte público urbano de Curitiba, algumas categorias de linhas apresentam esta características.

## 2.3 MÉTODO K-MEANS

Nesta seção é brevemente descrito um método de definição de agrupamento ou classificação de conjuntos, ou ainda, quantização vetorial: o método k-means (HARTIGAN; WONG, 1979). Este algoritmo consiste em formar grupos, dado um conjunto de elementos (observações) dispersos. Tem aplicações em processamento de sinais, mineração de dados, classificação, computação gráfica, análise de grupos, entre outros.

Em trabalhos anteriores os STPs foram medidos considerando cada ponto de parada sendo um nó da rede (representação em espaço-L, descrito na seção 2.4). Esta forma de re-

apresentação caracteriza cada parada individual, quantificando suas métricas individuais (graus, centralidade, etc) ou da rede completa (médias, distribuições), ou seja, pontos com baixo grau de conectividade significam paradas com pouco tráfego de ônibus, conseqüentemente com relativa baixa oferta de transporte público. Porém, se vários pontos de rotas diferentes estão próximos, podem tornar esta área com alta disponibilidade de locomoção de passageiros. Logo, com a aplicação de método de agrupamento de pontos próximos, é possível identificar a oferta de transporte pelas diversas áreas da cidade.

O uso de agrupamento k-means foi aplicado em sistemas de transporte como em (GALBA; BALKIĆ; MARTINOVIĆ, 2013), que explorou congestionamento de tráfego na cidade de Osijek, na Croácia.

Para o presente estudo, o método k-means foi usado para análise de agrupamento, com o particionamento de grupos de paradas de ônibus dispersos na cidade formando  $k$  grupos de pontos, no caso, grupos com pontos próximos, para formar áreas de concentração de paradas de ônibus de tal forma a, indiretamente, avaliar a capacidade de mobilidade dos passageiros de uma região (*cluster*) em relação aos demais.

O método de agrupamento k-means funciona da seguinte forma: dado um conjunto de observações  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , em que cada observação está em um vetor de dimensão  $d$ , este método visa particionar  $n$  observações em  $k$  conjuntos.

Tal algoritmo é executado com um número  $k$  de grupos, ou seja, define-se  $k$  e o algoritmo k-means agrupa o conjunto em  $k$  grupos. Cada grupo é associado a um ponto central, denominado centróide, e cada ponto é relacionado ao grupo com o centróide mais próximo.

O método basicamente funciona como descrito no algoritmo 1.

selecione  $K$  pontos como centróides aleatórios iniciais;

**repita**

forme  $K$  grupos, assinalando todos os pontos ao centróide mais próximo;  
recalcule o centróide para cada grupo;

**até que os centróides não se alterem;**

**Algoritmo 1:** Algoritmo k-means de agrupamento.

Os centróides iniciais geralmente são escolhidos aleatoriamente ou definidos por algum critério externo ao método (de acordo com alguma imposição dos próprios dados). Aqui foram definidos aleatoriamente.

Já a medida de proximidade pode ser calculada pela distância euclidiana (usada neste trabalho), similaridade cosseno, correlação ou alguma outra medida. Formalmente, essas definições caracterizam o algoritmo Hartigan-Wong (HARTIGAN; WONG, 1979) para estimar as coordenadas dos centróides.

O passo de recálculo de centróide de cada grupo é feito pela média dos pontos obtidos do grupo.

O algoritmo é iterado até que um critério de parada seja atingido. Este critério pode ser

a inalteração dos centróides recalculados, ou a minimização da soma das distâncias, ou ainda, quando chegar a um número máximo de iterações.

Ao final, o resultado pode não ser a saída ótima. Um número maior de execuções do algoritmo pode melhorar os resultados.

## 2.4 REDES DE TRANSPORTE PÚBLICO

O tema “sistemas de transporte público” é bastante estudado em várias áreas (Economia (CARVALHO; PEREIRA, 2011), Arquitetura e Urbanismo (LEME; FERNANDES, 1999), Política Social (RIBEIRO, 2008), Engenharia Elétrica (SEBASTIANI; LUDERS; FONSECA, 2016)), e também especificamente no âmbito de redes complexas, como mostram diversos trabalhos publicados, sendo alguns: (HÁZNAGY *et al.*, 2015) que analisou sistemas nas cidades da Hungria; (SIENKIEWICS; HOŁYST, 2005) mede 22 STP de cidades da Polônia; (HOLOVATCH, 2011) que observou 14 grandes cidades do mundo, com seus trabalhos relacionados, entre muitos outros.

As rotas e as paradas de veículos podem ser modeladas como grafos em diferentes formas de representação da rede para sua caracterização, por exemplo:

- Espaço-L: (SIENKIEWICS; HOŁYST, 2005) a rede é construída em que cada ponto de parada de veículos é um nó, e as ligações entre os pontos são as rotas de veículos que passam por estes pontos;
- Espaço-P: (SIENKIEWICS; HOŁYST, 2005) também denominada de “rede de transferência”, é uma rede onde os nós são as paradas e a ligação entre dois nós existe quando ambas as paradas pertencem à mesma linha/rota, representando que, de uma parada é possível chegar a outra parada permanecendo no mesmo veículo (sem necessitar troca de rota/fazer transferência). Este tipo de representação mostra quantas conexões (troca de rotas) são necessárias para se deslocar na rede.

Em (SIENKIEWICS; HOŁYST, 2005), várias cidades polonesas foram modeladas como redes complexas em espaço-L e espaço-P, mostrando que as distribuições de grau seguem distribuições de lei-de-potência, como rede livre de escala. No espaço-P tal fenômeno ocorre quando essa representação é aplicada à pequenas redes de transporte.

Várias cidades na China foram analisadas em representação espaço-P e aplicação de um método que acrescenta linhas de ônibus para reduzir tempo de transferência de passageiros. Em Pequim (ZHANG *et al.*, 2013) considerou-se a representação em espaço-L e observou-se um comportamento de rede livre de escala ou sistema baseado em *hubs*. Em Cingapura, avaliou-se mobilidade em espaço-L e foram observados padrões diferentes para dias de semana e finais de semana.

Modelando a rede de STP em uma das representações de espaços, é possível aplicar a teoria de redes complexas nesta rede, para obter métricas e analisar em outras perspectivas.

Neste trabalho é feita a análise de um STP modelado em representação de espaço-L e medido com as técnicas de redes complexas. A rede foi dividida em grupos usando k-means, as métricas foram recalculadas para cada agrupamento, e feita nova análise para caracterizar quais grupos são mais e menos servidos do serviço de transporte público.

### 3 DESENVOLVIMENTO

Neste capítulo é comentado um breve histórico do Sistema de Transporte Público de Curitiba, como foi originada a Rede Integrada de Transporte, e descrição das categorias de ônibus que circulam na cidade com suas particularidades, que foi alvo deste estudo.

#### 3.1 O SISTEMA DE TRANSPORTE PÚBLICO COLETIVO DE CURITIBA

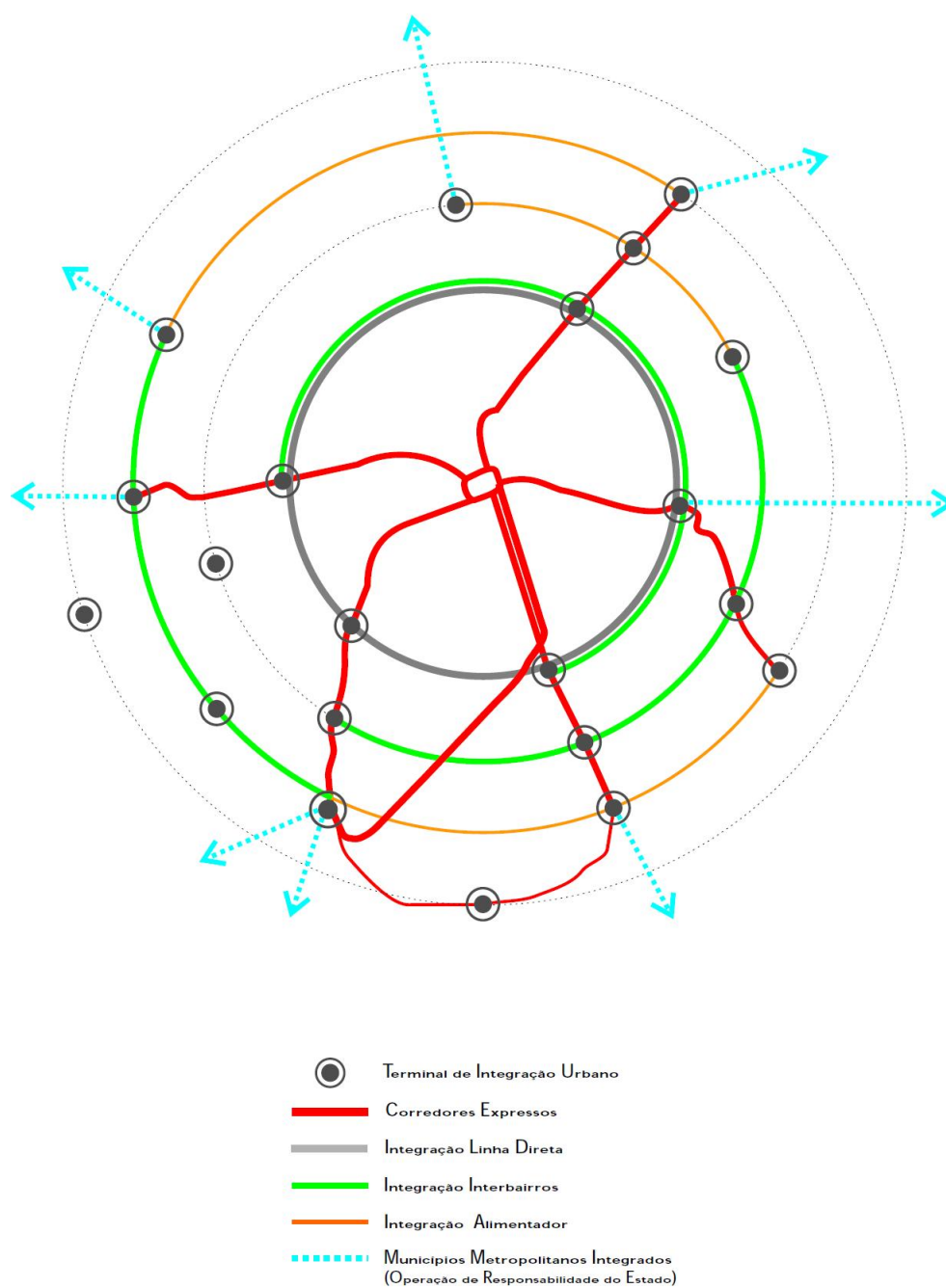
##### 3.1.1 Breve história do transporte urbano de Curitiba

Conforme (PRESTES, 2009), os primeiros bondes começaram a circular em 1887, de tração animal, em apenas uma rota. Bondes elétricos surgiram na cidade em 1910. Em 1912 eram três linhas atendendo os usuários. Os ônibus a combustão chegaram em 1936.

O desenvolvimento urbano de Curitiba foi norteado por um plano diretor de urbanização, o “Plano de Urbanização” de 1943 ou “Plano Agache”, do arquiteto Alfred Agache (AGACHE, 1943). Este projeto propôs geograficamente vários setores da cidade, com “centros funcionais” e especializados (cívico, comercial e social, abastecimento, entre outros), e o “Plano das Avenidas”, um sistema de vias organizado, interligando os centros funcionais e acessos de/para a cidade e os municípios vizinhos. Naquele trabalho foram esboçados os primeiros esquemas das linhas de ônibus para percorrer os setores propostos, já planejando a substituição dos bondes que então existiam.

Em 1955 existiam 50 ônibus e 80 lotações. Em 1960 o sistema de transporte público movimentavam 143.100 usuários/dia, por 56 linhas com 2.250 veículos em circulação. Em 1974 foi implantado o ônibus "Expresso", que percorria vias exclusivas. A chamada “integração” que consistia em permitir a troca de ônibus sem pagar outra tarifa, sendo esta troca feita somente em terminais de integração, foi implantada em 1980. Esta iniciativa originou a chamada RIT - Rede Integrada de Transportes.

Com dados oficiais coletados em fevereiro de 2016 (CURITIBA, 2016), a rede de transporte de Curitiba em 2015 consistia em 250 linhas de ônibus, com 1.320 ônibus, com paradas em 6.737 pontos, movimentava em média 1.620.000 passageiros diários, percorrendo 75 bairros da cidade.



**Figura 5 – Mapa esquemático das categorias da RIT, do formato de atuação das categorias de linhas de ônibus sobre a cidade de Curitiba.**

**Fonte: (CURITIBA, 2016)**

### 3.1.2 RIT - Rede Integrada de Transporte

O sistema de transporte público urbano de Curitiba é denominado de RIT, que conecta várias linhas de ônibus em terminais de integração, fornecendo deslocamento para praticamente



toda a cidade com um única passagem. A RIT é administrada pela entidade URBS - Urbanização de Curitiba S.A.. O sistema de transporte público da cidade de Curitiba é composto exclusivamente de ônibus, sem a existência de metrô, trens ou VLT.

O sistema atua em vias exclusivas (somente para tráfego de veículos do sistema de transporte e emergências) e compartilhadas (ruas e avenidas públicas, com tráfego de outros veículos). É composto por onze categorias de rotas de ônibus, caracterizadas pela sua área de atuação na cidade, em um modelo denominado “tronco/alimentador”, onde existem rotas que atendem os principais troncos da cidade e outras rotas que atendem as regiões ao redor dos troncos.

A maioria das linhas operam entre 5h e 23h59. A quantidade de ônibus por linha durante o dia varia de acordo com a demanda, apresentando seu ápice em 8h e 18h.






















Os dados de localização geográfica das paradas, linhas de ônibus e as categorias foram obtidos através de acesso aos sistemas da URBS, concedido por convênio entre a URBS e a UTFPR, com consultas via *webservice* (NOTE, 2004) que retornavam arquivos em formato JSON (JAVASCRIPT... , 2016). Estes arquivos foram importados na ferramenta R (R Core Team, 2014) e devidamente processados para a obtenção das informações registradas neste trabalho. O processo detalhado de obtenção dos dados está descrito no Apêndice 6.

### 3.1.3 Categorias

A RIT (na data do desenvolvimento deste estudo) era composta por onze categorias de linhas (ou rotas) de ônibus, cada uma com seu propósito bem definido: de área atendida, rota e capacidade de carga de passageiros que combinadas, oferecem deslocamento mais rápido até o destino. O sistema era composto por vários tipos de ônibus, de diferentes capacidades de transporte de passageiros, dependendo da categoria, detalhados em seguida. Na figura 5 é observada uma abstração do perfil de traçado de cada categoria sobre a cidade; já na figura 6 são mostrados os perfis dos ônibus de cada categoria e suas capacidades de passageiros.

Para acomodar os passageiros na espera de ônibus nos pontos de parada, existiam três tipos de estruturas, diferenciadas pela quantidade de pessoas que aguardam embarque:

- paradas para embarque de poucas pessoas: identificadas por placas verticais (ou totens) com informações de linhas e horários, dotado de uma pequena cobertura para os usuários se protegerem de chuva ou sol, localizadas na calçada à direita da via, em vias compartilhadas (por onde trafegam quaisquer tipos de veículos - particulares ou coletivos);
- estações “tubo”: para capacidade média de passageiros em espera, com cobrador, em vias compartilhadas e vias exclusivas;
- terminais de integração: comportam grande quantidade de passageiros à espera. Os termi-

COMPOSIÇÃO DA FROTA 2017						
RIT - REDE INTEGRADA DE TRANSPORTE						
CATEGORIA DE LINHA	TIPOS DE VEÍCULO	CAPACIDADE / VEÍCULO	FROTA OPERANTE		QTDE LINHAS	
			Subtotal	Total		
EXPRESSO LIGEIRÃO	BIARTICULADO 	250	26	26	02	
EXPRESSO	BIARTICULADO 	230/250	116	150	05	
	ARTICULADO 	170	34			
LINHA DIRETA	ARTICULADO 	150	39	241	15	
	PADRON 	110	202			
INTERBAIRROS	ARTICULADO 	140	98	110	08	
	PADRON 	100	2			
	HÍBRIDO 	79	10			
ALIMENTADOR	ARTICULADO 	140	74	439	129	
	COMUM 	85	335			
	MICRO ESPECIAL 	70	30			
TRONCAL	ARTICULADO 	140	5	80	15	
	COMUM 	85	62			
	MICRO ESPECIAL 	70	3			
	HÍBRIDO 	79	10			
CONVENCIONAL	COMUM 	85	102	221	74	
	HÍBRIDO 	79	10			
	MICRO ESPECIAL 	70	106			
	MICRO 	40	3			
CIRCULAR	MICRO 	40	5	5	01	
TURISMO	DOUBLE-DECK 	65	8	8	01	
TOTAL			1.280		250	

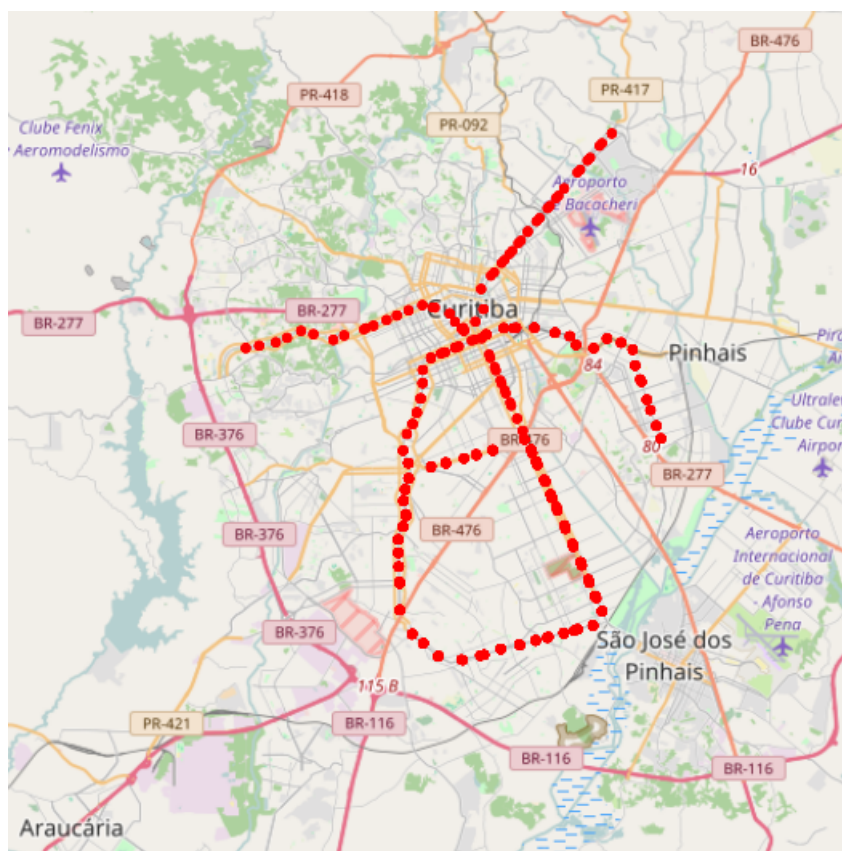
**Figura 6 – Tipos de ônibus que operam no STP de Curitiba e suas capacidades de transporte.**  
**Fonte: (CURITIBA, 2016).**

nais de integração permitem troca de linhas de ônibus sem custo adicional de passagem para embarcar em outros ônibus que também possuem paradas no mesmo terminal.

### 3.1.4 Expresso

A categoria Expresso visa atender os principais eixos da cidade passando pelo centro da cidade, de forma rápida e alta capacidade de transporte, através de vias exclusivas, para evitar influência do tráfego comum de vias compartilhadas de carros particulares, caminhões, ônibus fretados e outros; este tipo de linha de ônibus são denominados BRT - *Bus Rapid Transit*. Os ônibus que operam nesta categoria são identificados pela cor vermelha, possuem grande capacidade de carga de passageiros (de 170 a 250 passageiros por ônibus). Fazem embarque e desembarque em paradas do tipo tubo, e grande distância entre as paradas. Na data da análise, possuía 12

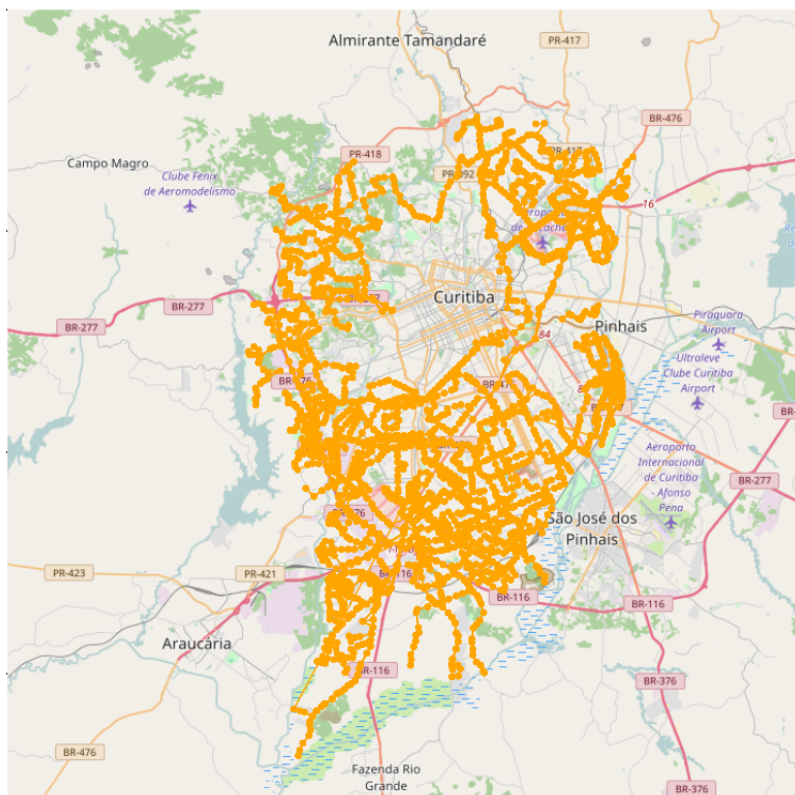
linhas e 224 paradas. As rotas e paradas dos ônibus desta categoria são observadas na Figura 7.



**Figura 7 – Rotas de ônibus e paradas da categoria “Expresso”. Percorrem os principais eixos de Curitiba em vias exclusivas.**  
**Fonte: autoria própria.**

### 3.1.5 Alimentador

Esta categoria atende entre os bairros periféricos e terminais de integração, não passando pelo centro da cidade. São ônibus de cor laranja; operam com pequena distância entre as paradas adjacentes, de modo a alcançar o mais próximo das residências. Existem 174 rotas, com 3.849 paradas, mostradas na figura 8. Os ônibus desta categoria não operam no centro da cidade e circulam em rotas bastante infiltradas nos bairros periféricos. Seus ônibus possuem capacidade de carga de passageiros de 70 a 140 passageiros, fazem paradas em nível das ruas (sem plataformas) e rodam em vias compartilhadas, com um cobrador embarcado para fazer o controle de pagamento de tarifa.



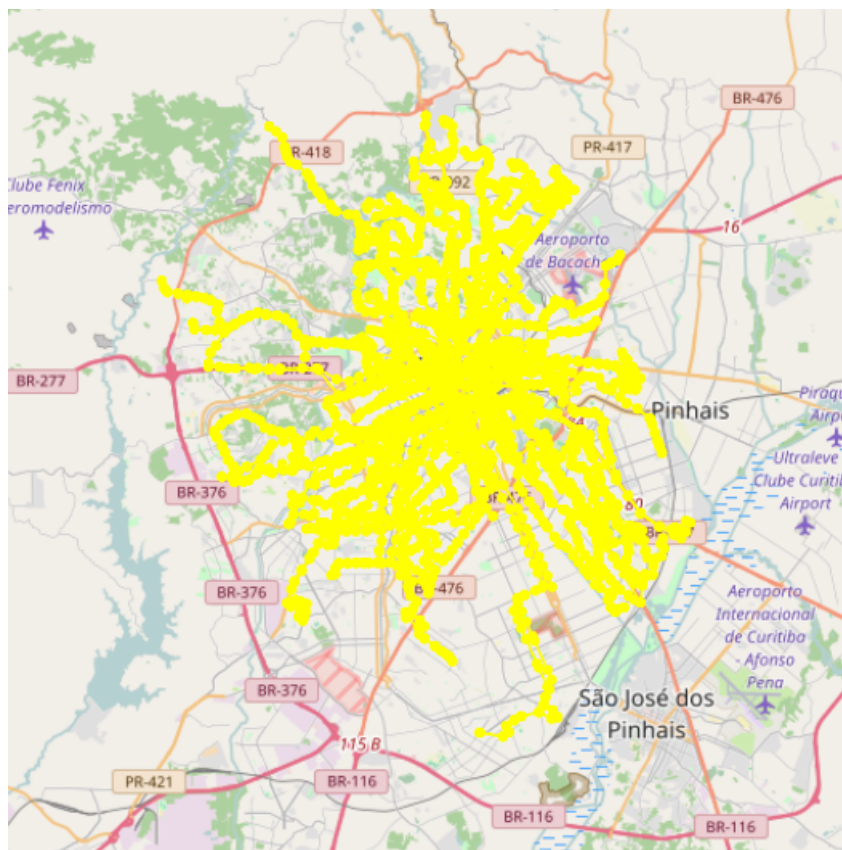
**Figura 8 – Rotas de ônibus e paradas da categoria “Alimentador”. Percorrem nos bairros periféricos ao centro, propiciando os passageiros a embarcar/desembarcar o mais perto de suas residências, com conexão nos terminais de integração. Fonte: autoria própria.**

### 3.1.6 Convencional

Esta categoria visa atender do centro da cidade para os bairros e vice-versa, em sentido radial. São ônibus de cor amarela e percorrem vias compartilhadas. É formada por 83 linhas, atendendo 2.560 paradas. Opera em paradas com pequena capacidade de abrigar passageiros e pequena distância entre pontos. Pode ser observado na figura 9. Os ônibus da categoria "convencional" possuem grande infiltração no centro e bairros próximos.

### 3.1.7 Linha Direta ou Ligeirinho

A categoria Linha direta opera com paradas distantes umas das outras para evitar tempo de embarque/desembarque, aumentando eficiência. Trafegam tanto nas vias compartilhadas como nas exclusivas, de preferência por vias rápidas, e fazem paradas tanto em tubos como terminais de integração, operando com 31 linhas e 121 paradas. Seus ônibus são identificados pela cor cinza, com capacidade de transporte de 110 a 150 passageiros. Atendem a área mostrada na figura 10.



**Figura 9 – Rotas de ônibus e paradas da categoria “Convencional”. Operam entre o centro da cidade e os bairros. Fonte: autoria própria.**

### 3.1.8 Ligeirão

Esta categoria percorre somente vias exclusivas, com ônibus identificados pela cor azul, possuem a maior capacidade de transporte dos veículos que operam na cidade (250 passageiros). Seus pontos de parada são distantes, na maioria em terminais de integração, visando deslocamento rápido entre o centro e terminais de integração.

### 3.1.9 Troncal

Os ônibus da linha Troncal ligam bairros e terminais de integração, alcançando as áreas de residências mais remotas, para que o passageiro possa trocar de ônibus para outra linha. São 17 linhas, com 361 paradas, como mostra a figura 11.



**Figura 10 – Rotas de ônibus e paradas da categoria “Linha Direta” ou “Ligeirinho”. Os pontos de paradas são distantes uns dos outros.**  
**Fonte: autoria própria.**

### 3.1.10 Interbairros

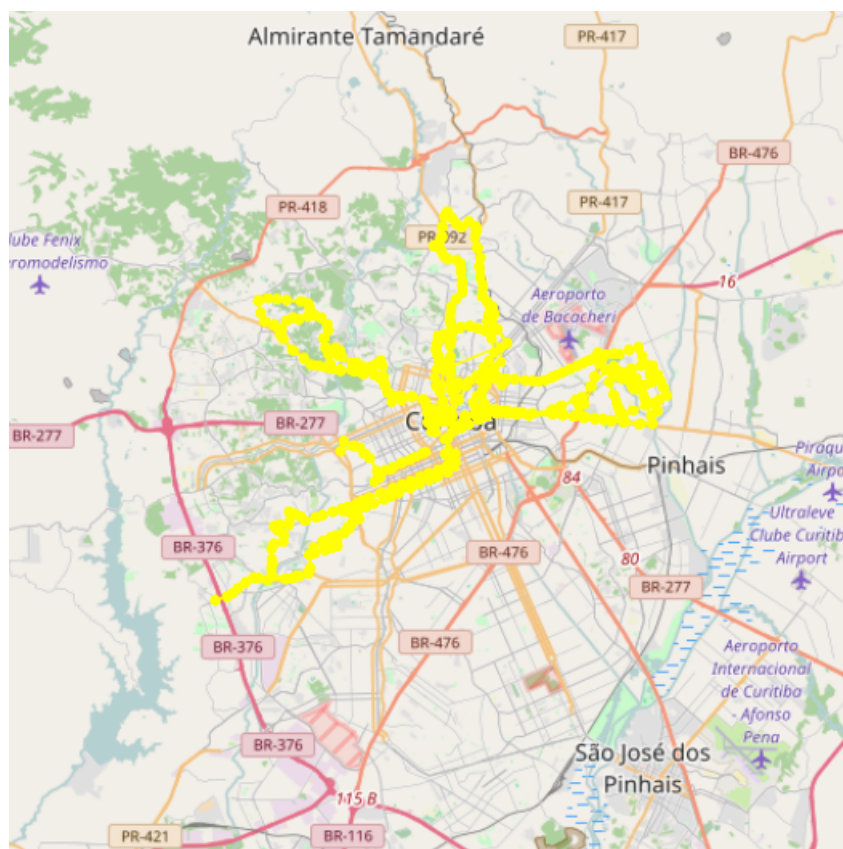
São ônibus de cor verde, percorrem a cidade de forma circular em relação ao centro da cidade, conectando bairros periféricos, evitando o deslocamento pelo centro da cidade e fazem integração com outras linhas nos terminais de integração. Possuem nove linhas, com 779 paradas. A área atendida é vista na figura 12.

### 3.1.11 Circular Centro

São linhas atendidas por micro-ônibus, percorrendo somente no centro da cidade, em paradas muito próximas em vias compartilhadas de baixa velocidade.

### 3.1.12 Educação Especial

Atende alunos especiais, transportando-os de suas residências até as escolas.



**Figura 11 – Rotas de ônibus e paradas da categoria “Troncal”. Percorrem trechos radiais na cidade.**

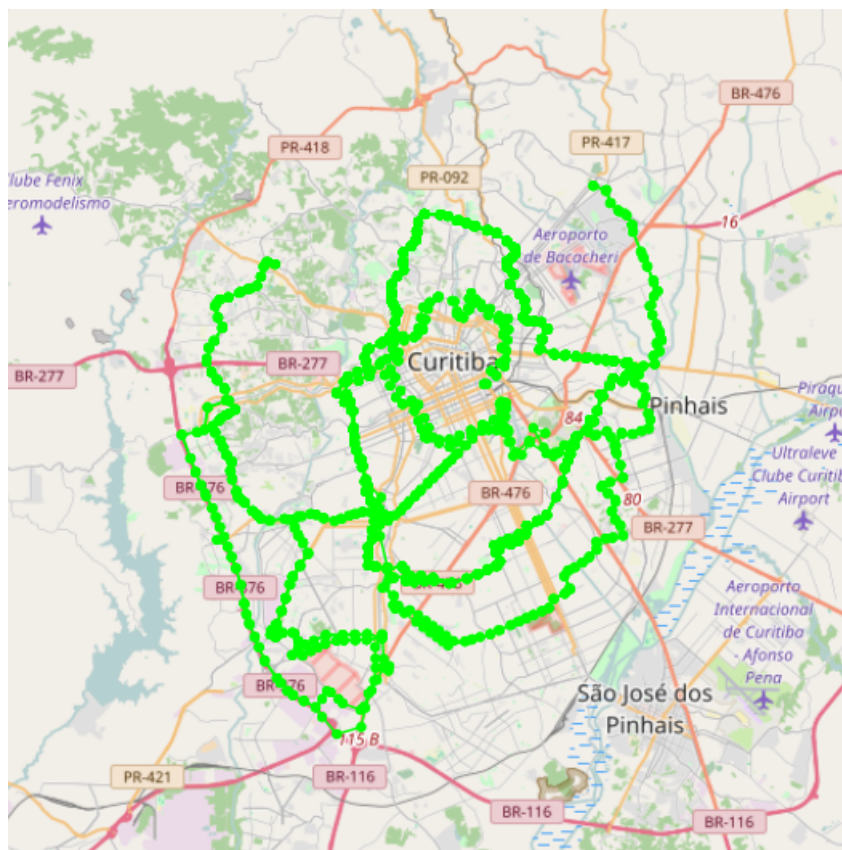
**Fonte: autoria própria.**

### 3.1.13 Turismo

Oferecem uma rota pelos principais pontos turísticos da cidade, com ônibus do tipo “jardineira”, com grandes janelas e com assentos no topo do ônibus sem cobertura para facilitar a visão dos passageiros às atrações e sistema de som com informações turísticas. Possuem tarifa diferenciada das demais categorias.

### 3.1.14 Madrugueiros

Percorrem alguns trechos da cidade durante a madrugada, em horários esparsos, em mínima quantidade, com baixíssima demanda nestes horários.



**Figura 12 – Rotas de ônibus e paradas da categoria “Interbairros”. Operam em formato concêntrico à cidade, interligando os bairros vizinhos.**  
**Fonte: autoria própria.**

### 3.2 A RIT COMO REDE COMPLEXA

Nesta seção, o sistema de transporte de Curitiba é analisado como rede complexa. Para esta análise, foram assumidas as seguintes considerações:

- a RIT estava composta por onze categorias de linhas de ônibus na data do desenvolvimento do estudo;
- cada categoria possui um propósito e comportamento diferente (tipo de atendimento aos passageiros, dado pela a área de atuação na cidade, tipo de ônibus e percurso);
- eram seis as principais categorias do sistema, que atendiam a população de modo massivo; as demais eram categorias de serviços especiais, que atendiam parcela específica de passageiros e menor escala, sem influência para o deslocamento usual dos usuários. Ou seja, foram observadas as linhas regulares (com tabela de horários bem definidas): Alimentadores, Expresso, Interbairros, Linha Direta, Troncal e Convencional; não foram analisadas as categorias Circular Centro, Educação Especial, Turismo e Madrugueiro, que possuíam perfil de relativo baixo número de usuários.



- cada uma destas seis categorias foi considerada como uma rede isolada, em seguida foi analisada como rede complexa e suas métricas foram registradas na tabela 1. Depois de cada categoria ser analisada isoladamente, as seis categorias foram somadas, feitas as medições, e depois cada categoria foi retirada para identificar qual a influência desta categoria sobre a rede completa.

Quanto à construção das redes complexas observadas, são feitas as seguintes considerações:

- cada ponto/parada de ônibus é um nó na rede, como dita a representação em espaço-L (SIENKIEWICS; HOLYST, 2005). Uma aresta entre duas paradas é parte da rota de ônibus por onde uma linha de ônibus percorre, dos pontos consecutivos. Já que entre dois pontos pode existir mais de uma rota que passam por eles, existem mais de uma aresta em alguns pares de paradas, logo a rede é multigrafo;
- **peso de uma unidade** para cada conexão entre duas paradas consecutivas (análise apenas topológica);

Com estas considerações - na data da coleta de dados do STPC em fevereiro de 2016 - a rede formada consistia de:

- 326 linhas de ônibus;
- 6.737 nós referente às paradas;
- 16.259 vértices representando as conexões entre paradas adjacentes.

A rede unificada apresentou comprimento médio de caminho de aproximadamente 37 pontos ( $\langle l \rangle = 37,15$ ), ou seja, no STP de Curitiba, um passageiro passaria por 37 pontos em média para transitar entre dois pontos aleatórios no STP. Já o trajeto mais longo do STPC no modelo estudado possuía um total de 108 pontos, indicado pelo diâmetro da rede. Quanto à média de graus dos pontos obteve-se  $\langle k \rangle = 4,853$ , que interpreta-se que, em média, cada parada de ônibus atende pouco mais que duas linhas de ônibus (já que foi considerado que uma conexão/aresta da rede é uma chegada de ônibus ao ponto de parada e também é uma conexão a partida de ônibus do ponto). Um ônibus de uma linha executa a tanto a chegada e partida nos pontos, são contabilizadas duas arestas em cada nó/ponto da rede. Portanto, um ponto de ônibus que atende uma linha de ônibus implica necessariamente em um grau 2 no mínimo.

As categorias Convencional, Linha Direta e Expresso mostraram ser totalmente conectadas: um usuário conseguiria usar todas as linhas da mesma categoria, apenas fazendo troca de ônibus em algum ponto ou terminal de integração; não necessariamente significa que o passageiro ficaria isento de pagar uma nova tarifa de embarque. Os ônibus “Alimentadores” são os mais dispersos e isolados, como mostrou o coeficiente de agrupamento  $C = 8$ .

**Tabela 1 – Métricas de redes complexas das principais categorias de linhas de ônibus de Curitiba.  $\langle k \rangle$  é o grau médio,  $\langle l \rangle$  é o comprimento médio de caminho, *Diâm.* é o diâmetro, *NC* é o número de componentes, e  $\langle C \rangle$  é a média de coeficiente de agrupamento.**

**Fonte: autoria própria.**

Categoria	Linhas	Paradas	Trajetos	$\langle k \rangle$	$\langle l \rangle$	Diâm.	NC	$\langle C \rangle$
Linha Direta	31	121	515	8,52	5,55	12	1	0,096
Expresso	12	224	798	7,12	18,62	46	1	0,017
Troncal	17	631	1005	3,19	21,00	56	5	0,019
Interbairros	9	779	2230	5,73	37,79	102	3	0,065
Convencional	83	2560	4866	3,80	31,53	84	1	0,037
Alimentador	174	3849	6845	3,56	67,46	232	8	0,026
Todas menos Linha Direta	295	6616	15744	4,76	37,17	108	4	0,043
Todas menos Expresso	314	6513	15461	4,75	37,18	108	4	0,045
Todas menos Troncal	309	6516	15254	4,68	38,14	108	6	0,045
Todas menos Interbairros	317	6518	14029	4,30	42,90	118	6	0,037
Todas menos Convencional	243	5088	11393	4,48	48,23	131	5	0,038
Todas menos Alimentador	152	3675	9414	5,12	27,17	85	4	0,053
<b>Rede completa</b>	326	6737	16259	4,83	37,15	108	5	0,045

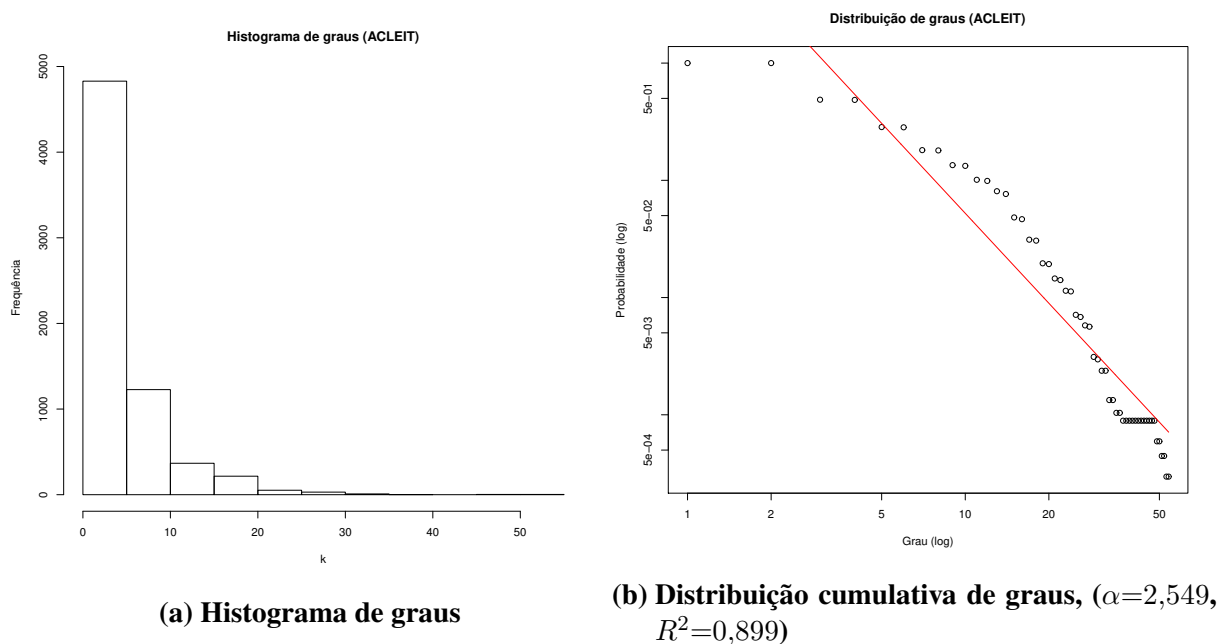
Observa-se nas figuras 19a e 18a que as categorias Expresso e Interbairros possuem vários pontos que compartilham rotas, por exemplo, na categoria Expresso, existem em torno de 30 pontos (eixo y) que recebem 7 linhas (14 conexões (eixo x), de embarques e desembarques), enquanto que a Interbairros possui 120 pontos que atendem 6 linhas (também com embarque e desembarque).

A figura 13a mostra a distribuição de graus do sistema de transporte completo, e na figura 13b é vista a distribuição cumulativa de grau em escala log-log, que mostra ser uma rede livre de escala, ou com *hubs*: poucos pontos com muitas linhas que passam por ela, e muitas paradas com poucas linhas.

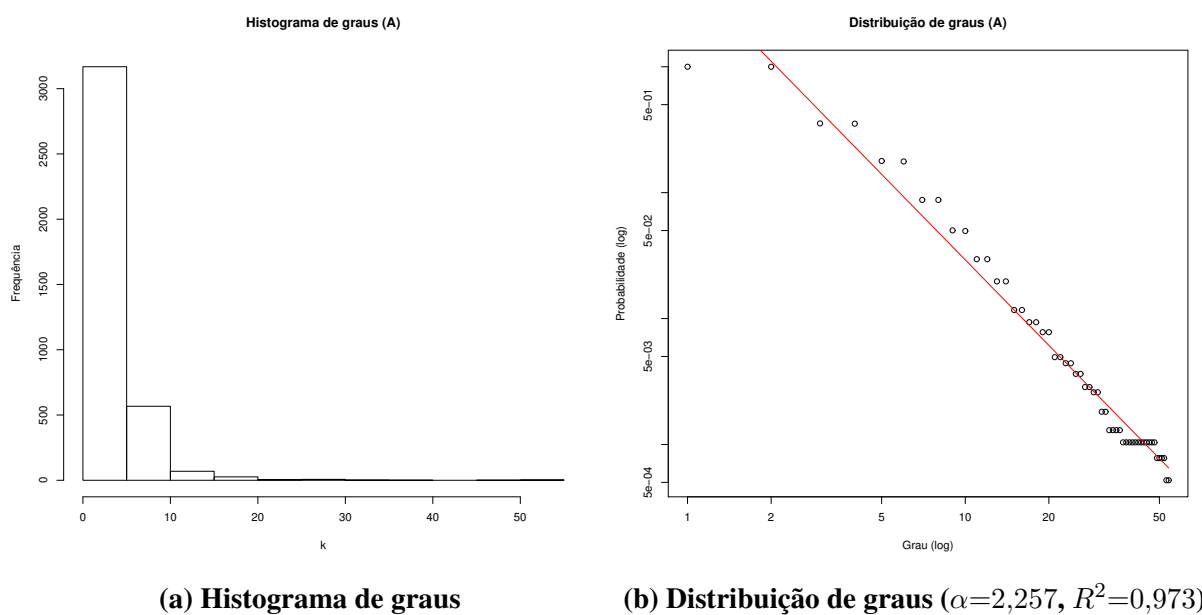
A categoria Interbairros apresentou a taxa mais alta entre o número de redes desconectadas e o número de linhas, seguida pela categoria Troncal.

Observando as distribuições de graus das diversas categorias, é percebido que algumas mostram distribuição em modelo *power-law*, sendo as categorias Alimentadores (figura 14), Convencional (figura 15) e Troncal (figura 17).

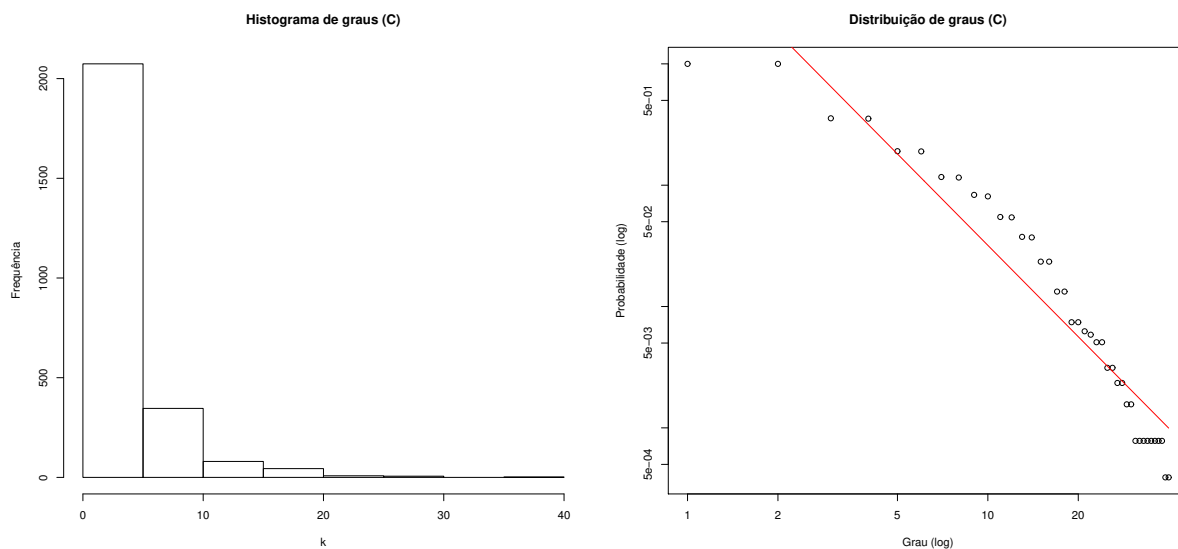
Topologicamente, a categoria Linha Direta apresentou o menor diâmetro e compri-



**Figura 13 – Distribuição de graus da RIT completa, em frequência de pontos por graus, e sua distribuição cumulativa com o teste de aderência.**  
**Fonte: autoria própria.**



**Figura 14 – Distribuição de graus da categoria Alimentador. Mostra que possui poucos pontos (paradas) que atendem muitas linhas/rotas de ônibus, e muitos pontos com poucas linhas; é um comportamento típico livre de escala.**  
**Fonte: autoria própria.**

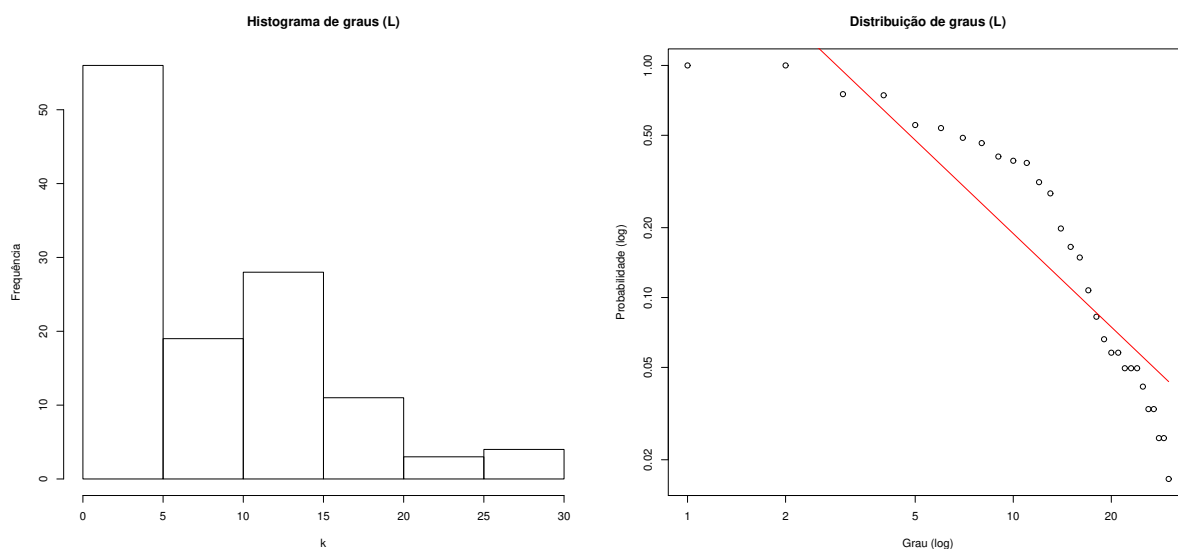


(a) Histograma de graus

(b) Distribuição de graus ( $\alpha=2,502$ ,  $R^2=0,907$ )

**Figura 15 – Distribuição de graus da categoria Convencional. Mostra que possui poucos pontos (paradas) que atendem muitas linhas/rotas de ônibus, e muitos pontos com poucas linhas; é um comportamento típico livre de escala.**

**Fonte: autoria própria.**

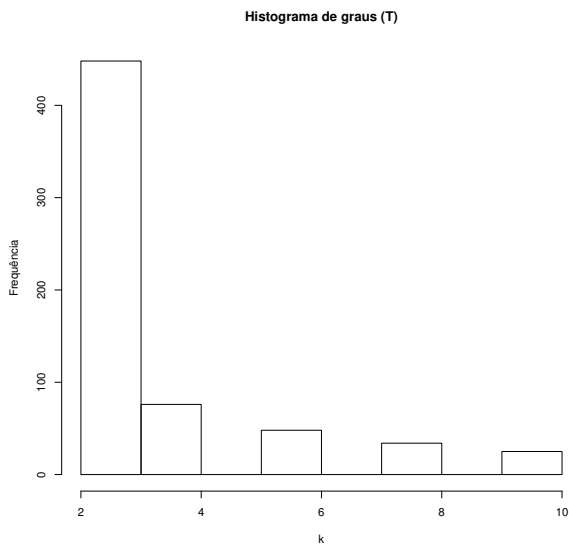


(a) Histograma de graus

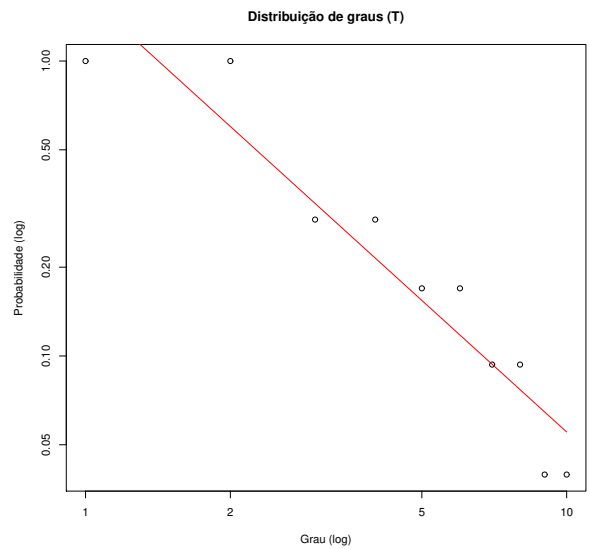
(b) Distribuição de graus ( $\alpha=1,337$ ,  $R^2=0,809$ )

**Figura 16 – Distribuição de graus da categoria Linha Direta. A categoria Linha Direta mostra uma distribuição com vários pontos (paradas de ônibus) que atendem várias linhas, ou seja, são pontos que compartilham outras rotas, facilitando conexões entre diferente linhas de ônibus.**

**Fonte: autoria própria.**

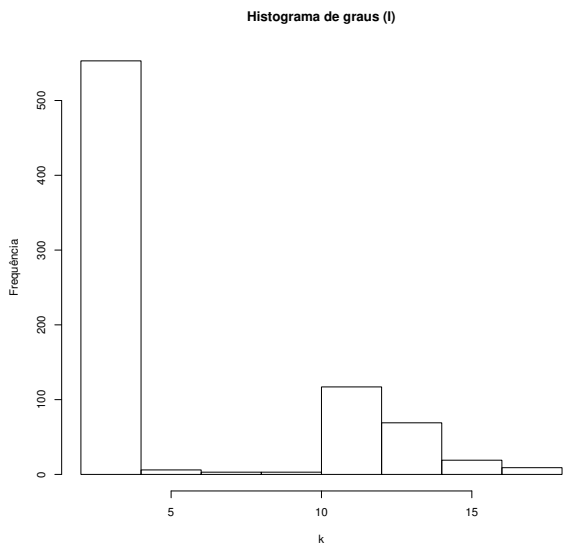


(a) Histograma de graus

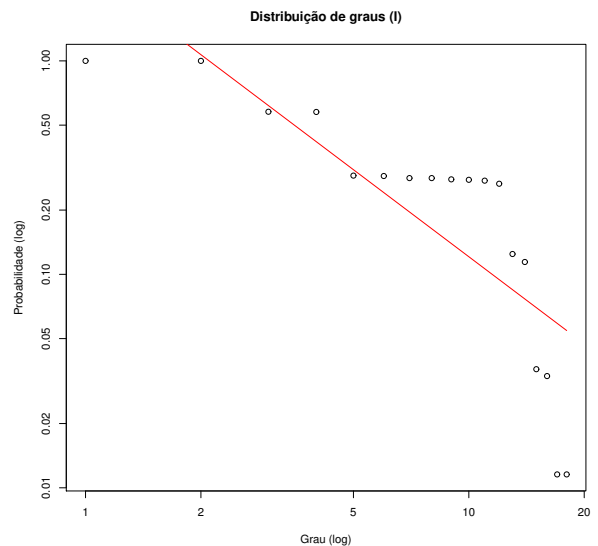


(b) Distribuição de graus ( $\alpha=1,482, R^2=0,901$ )

**Figura 17 – Distribuição de graus da categoria Troncal.**  
**Fonte: autoria própria.**

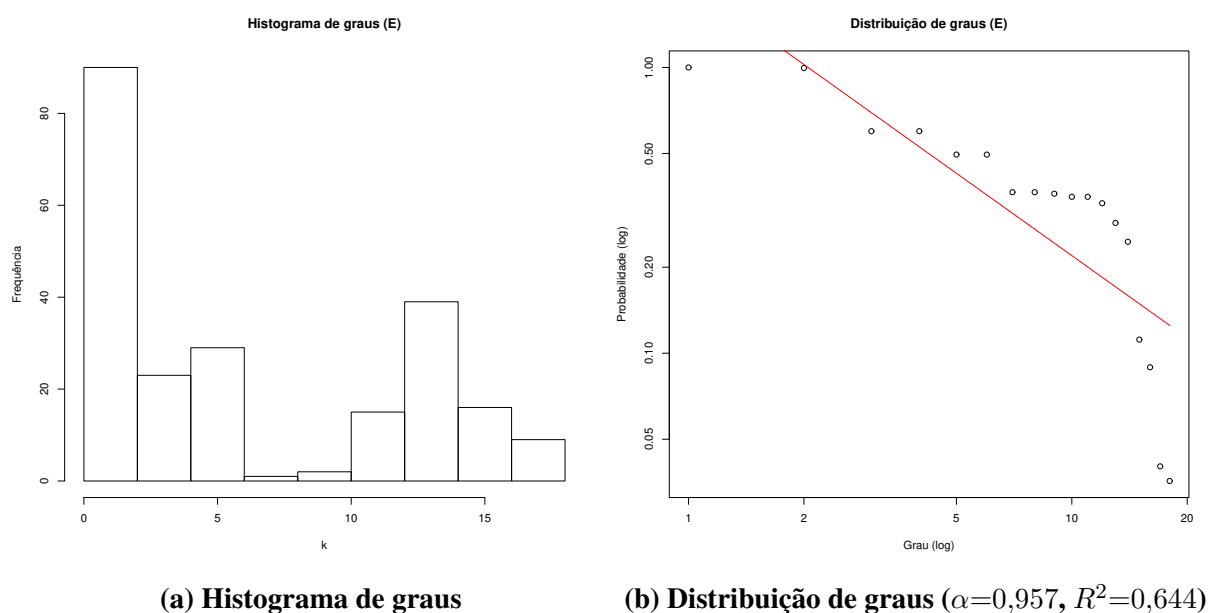


(a) Histograma de graus



(b) Distribuição de graus ( $\alpha=1,354, R^2=0,646$ )

**Figura 18 – Distribuição de graus da categoria Interbairros.**  
**Fonte: autoria própria.**



**Figura 19 – Distribuição de graus da categoria Expresso.**

**Fonte: autoria própria.**

mento médio de caminho, ou seja, possui poucas paradas entre os pontos extremos. Deve ser citado que, particularmente nesta categoria, as distâncias entre as paradas são as maiores do STP, justificando seu nome. Também mostraram o mais alto coeficiente de agrupamento e menor comprimento de caminho.

Removendo as categorias Convencional e Alimentadores da rede completa, foi obtido um incremento e decremento de diâmetro da rede, respectivamente. No caso da Alimentadores, já que partem e encerram seus trajetos em terminais, esta categoria altera o comportamento da rede expandindo o diâmetro da rede e comprimento de caminhos entre pontos.

Comparando os resultados com (SIENKIEWICS; HOŁYST, 2005), as cidades polonesas têm maior coeficiente de agrupamento (0,085) para sua maior cidade ( $N = 2811$ ) e  $\langle k \rangle$  e  $\langle l \rangle$  menores (2,83 e 19,76 para a mesma cidade). O mesmo perfil foi observado quando comparado Curitiba com o STP de Pequim (ZHANG *et al.*, 2013).

As figuras 14, 15, 16, 17, 18 e 19 mostram a distribuição de graus de cada categoria, e na tabela 2 estão registrados os coeficientes de teste de aderência à função lei de potência.

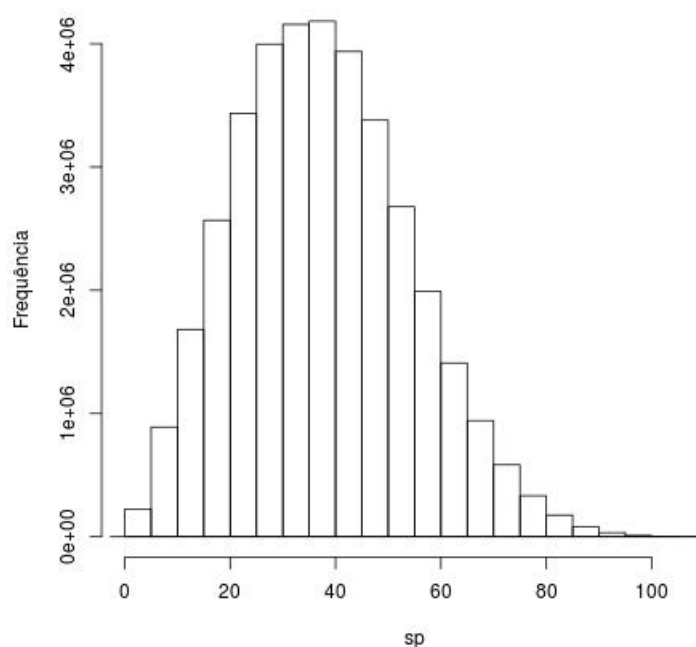
A categoria Convencional 15 formou uma típica rede livre de escala, pois sua distribuição é *power-law* pois  $\alpha=2,257$  e  $2 < \alpha < 3$ . Sua existência na rede acrescentou rotas alternativas, já que eliminando da rede, incrementa o diâmetro e comprimento de caminhos da rede. Esta categoria também mostrou características de rede livre de escala.

Finalmente, a figura 20 mostra a distribuição de caminhos mais curtos entre duas paradas do STPC. Conforme as figuras 13b e tabela 2 é percebido que o STP de Curitiba é uma rede com comportamento típico livre de escala). Na tabela 1, o caminho médio do STP completo foi 37,154, e a maioria das linhas giram em torno deste valor. Este alto número de paradas para atra-

**Tabela 2 – Coeficientes para teste de aderência para função lei de potência das categorias da RIT.**

**Fonte: autoria própria.**

Categoria	$\alpha$	$R^2$
Alimentador	2,257	0,973
Convencional	2,502	0,907
Troncal	1,482	0,901
Interbairros	1,354	0,646
Expresso	0,957	0,644
Linha Direta	1,337	0,809
RIT	2,549	0,899



**Figura 20 – Distribuição de caminhos mais curtos (*sp* - *smallest paths*) da RIT completa.**

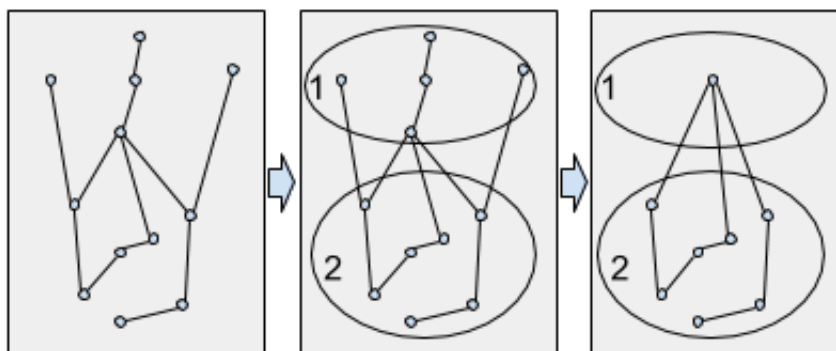
**Fonte: autoria própria.**

vessar a cidade por ônibus pode ser relacionada à necessidade dos usuários trocarem de ônibus em poucos terminais ou pontos compartilhados por diferentes linhas que existem no sistema. Adicionando mais terminais na rede ou linhas intermediárias que operem unindo pontos mais distantes, levaria a rede a ter menor  $\langle l \rangle$  e possivelmente torná-la mundo-pequeno.

### 3.3 COMBINANDO AGRUPAMENTOS E REDES COMPLEXAS NO STPC

Nesta seção é desenvolvida uma avaliação da mobilidade do transporte público de Curitiba, de como as regiões da cidade estão servidas de transporte público, pelo uso do método

de agrupamento k-means e combinando com as métricas de redes complexas.



**Figura 21 – Ilustração da metodologia de combinação do k-means com rede complexa: 1) rede inicial; 2) é aplicado o método de agrupamento, que separam a rede em  $K$  grupos; 3) todos os pontos de cada grupo são substituídos por apenas um, o "supernó", e então as métricas são recalculadas.**

**Fonte: autoria própria.**

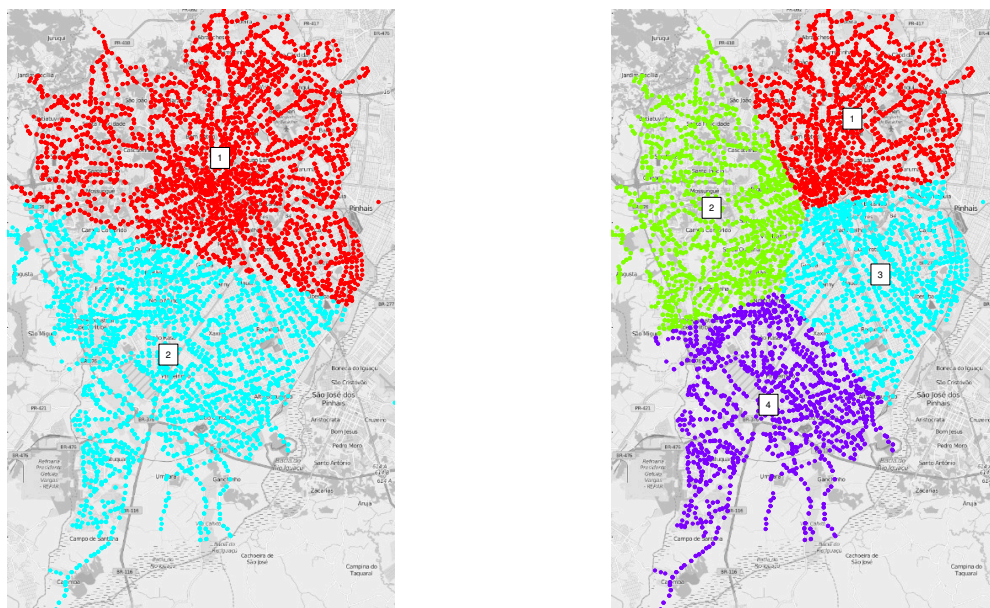
A metodologia aplicada baseou-se nos seguintes passos, conforme a ilustração da figura 21:

- com a rede completa, foram calculadas as métricas de redes complexas;
- foi aplicada a técnica de agrupamento para  $K$  grupos;
- para cada grupo, todos os pontos deste grupo foram substituídos por somente um ponto, aqui chamado **supernó**.
- todas as conexões existentes convergiram para o supernó;
- as métricas de redes complexas foram recalculadas com a nova rede formada.

O algoritmo de agrupamento k-means (HARTIGAN; WONG, 1979) foi usado para particionar todas as paradas de ônibus da cidade em grandes grupos de pontos próximos geograficamente, independente das divisões de bairros. Foram formados  $K$  grupos, com  $K$  variando de 2, 4, 8, 10, 20 e 40; estes números foram escolhidos como parâmetros iniciais para uma primeira avaliação do método proposto. Para cada formação  $K$  de grupos, foi combinada em uma nova rede da seguinte forma: para cada um dos grupos, todas as paradas/nós do grupo foram substituídos pelo **supernó**. Com cada supernó definido, todas as ligações/vértices que existiam entre os pontos daquele grupo para outros pontos fora do grupo foram substituídos conectando ao supernó. Com os pontos dos grupos adjacentes conectados ao supernó, todas as métricas de rede complexa foram calculadas para a nova rede e registradas nas tabelas 3 e 4. Cada criação de supernó gerou uma nova rede complexa em espaço-L.

As seguintes métricas de redes complexas foram usadas nas redes criadas com supernós:

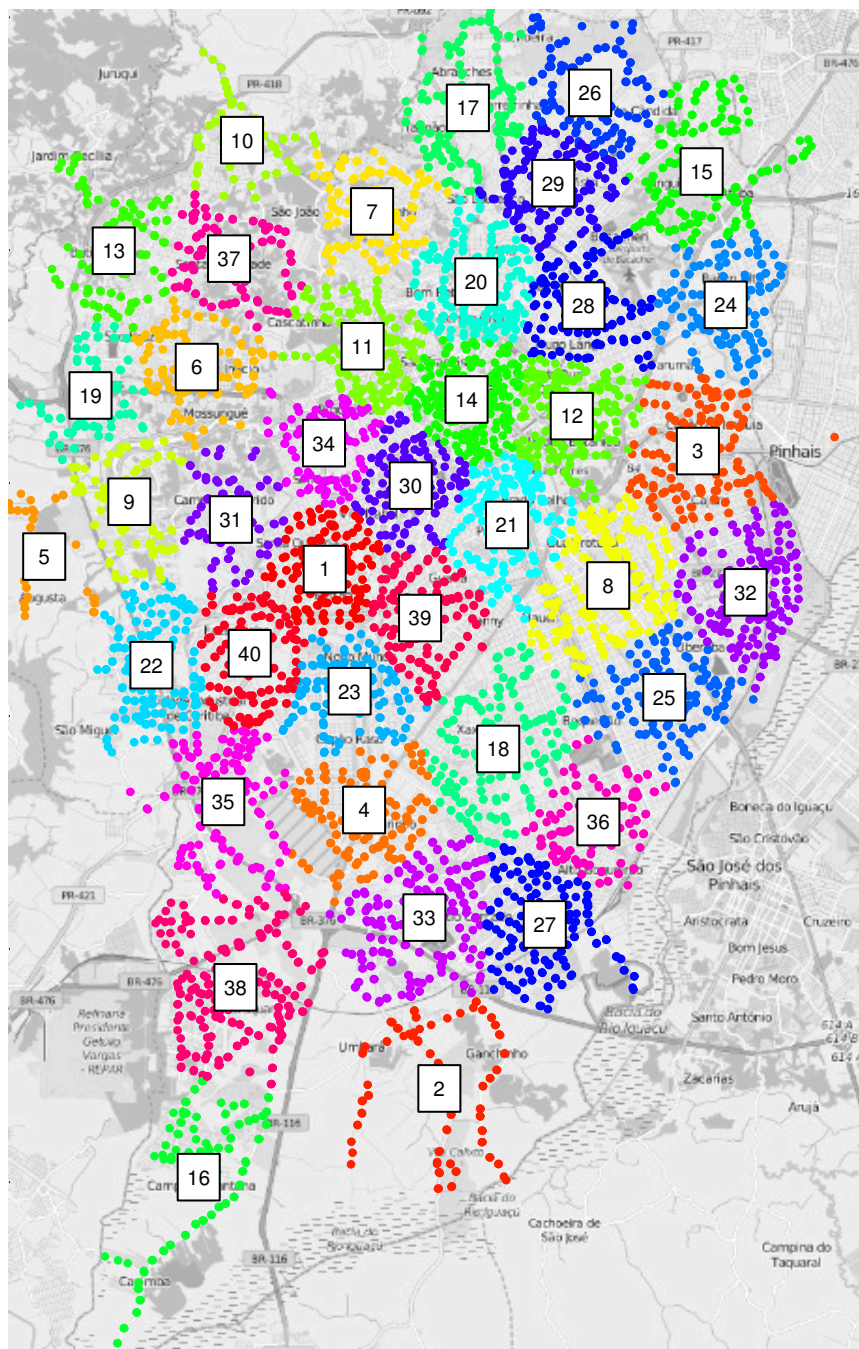


(a) Dois grupos de paradas ( $K = 2$ )(b) Quatro grupos de paradas ( $K = 4$ )**Figura 22 – Subdivisão de dois e quatro grupos de paradas na cidade de Curitiba.**

**Fonte: autoria própria, sobre mapa obtido do OpenStreetMap (OPENSTRE-EMAPFOUNDATION, 2016).**

- grau médio  $\langle k \rangle$ : média de linhas de ônibus que embarcam/desembarcam nos pontos. Indiretamente indica o quanto os pontos de ônibus ou uma região (representada pelo super-nó) são compartilhados por diferentes linhas.
- distribuição de caminho médio: mostra um histograma do número de pontos intermediários entre dois pontos da STPC, ou ainda, revelam as distâncias dos caminhos entre dois pontos.
- comprimento médio de caminho ( $\langle l \rangle$ ): média de todos os comprimentos de caminhos, isto é, número médio de paradas intermediárias para chegar ao destino.
- coeficiente de agrupamento médio ( $\langle C \rangle$ ): média dos coeficientes de agrupamento individuais  $C_i$  (probabilidade do  $i$ -ésimo nó ser um grafo completo com seus vizinhos). No STP, indica a existência de pontos com conexões próximas.
- média de centralidade de intermediação ( $\langle interm \rangle$ ): para um determinado nó, a centralidade de intermediação é a quantidade de linhas que passam por este ponto.
- média de centralidade de proximidade ( $\langle prox \rangle$ ): número normalizado de pontos intermediários de um dado ponto para alcançar todos os outros pontos da rede.

Inicialmente, as seguintes métricas foram extraídas da rede complexa original do STP de Curitiba, em espaço-L, sem agrupar os pontos:

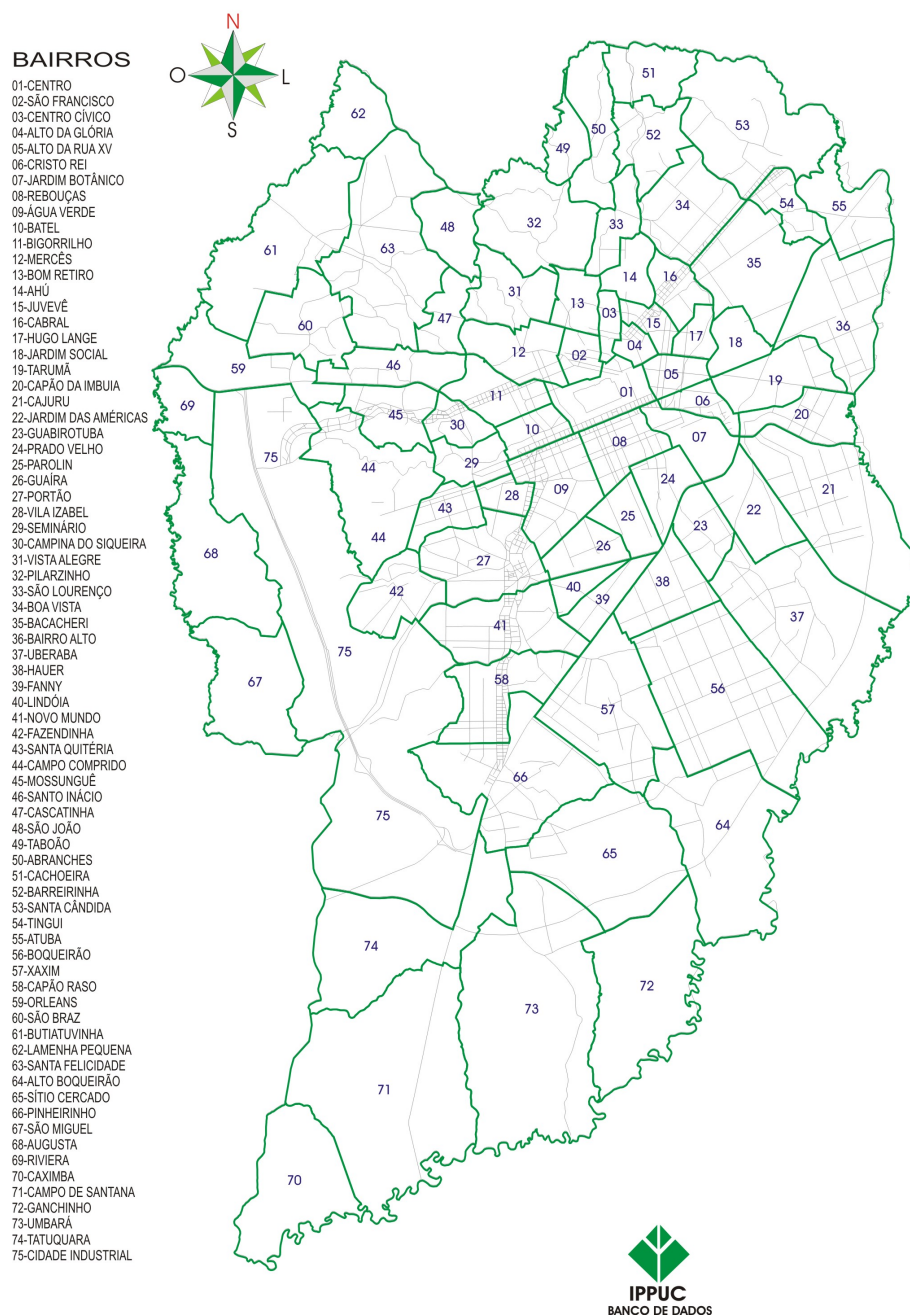


**Figura 23 – Subdivisão de 40 grupos de paradas do STP de Curitiba,  $K = 40$ .**

**Fonte: autoria própria, sobre mapa obtido do OpenStreetMap (OPENSTRE-EMAPFOUNDATION, 2016).**

- $\langle k \rangle = 2,43$ : média de mais de duas conexões entre duas paradas, ou seja, mostra o compartilhamento que, em média, cada parada atende pouco mais que uma linha de ônibus, já que um grau corresponde a chegada de ônibus àquele ponto, e outro grau é a saída do ônibus do mesmo ponto.
- $\langle l \rangle = 37,55$ : média de 37 pontos para trafegar entre dois pontos quaisquer na rede: escolhendo aleatoriamente um ponto de partida da RIT, um passageiro levaria em média de 37 pontos para alcançar os demais paradas do sistema.

## Sistema Viário Básico e Divisão de Bairros de Curitiba



**Figura 24 – Bairros de Curitiba.**

**Fonte: IPPUC (IPPUC, 2016).**

- $\langle interm \rangle = 0,0075$ , média de centralidade de intermediação: foi obtida para ser referência em comparações do supernodo com a média da rede;
- $\langle prox \rangle = 0,0035$ , média de centralidade de proximidade: também foi obtida para ser referência em comparações;
- $\langle C \rangle = 0,0225$ : média de coeficiente de agrupamento: foi obtida para referência em comparações.

Estes dados mostram a STPC como uma rede baseada em *hub* (livre de escala) com tendência a ser randômica, pois sua distribuição de grau cumulativa segue uma distribuição *power-law* com  $\gamma = 4,03 > 3,0$  e coeficiente de agrupamento baixo.

Para avaliar o efeito do agrupamento de nós - realizado pelo método k-means - sobre as métricas de redes complexas consideradas neste trabalho (grau, comprimento de caminho, intermediação, proximidade e agrupamento), foi usado o teste Mann-Withney. Assim, as métricas obtidas para a rede agrupada ( $K = 40$ ) e a rede não agrupada (original) foram comparadas, obtendo-se  $p = 1,582 \times 10^{-8}$ ,  $p = 1,819 \times 10^{-12}$ ,  $p = 1,819 \times 10^{-12}$ ,  $p = 1,819 \times 10^{-12}$  e  $p = 0,0002$ , respectivamente para as medidas  $\langle k \rangle$ ,  $\langle l \rangle$ ,  $\langle interm \rangle$ ,  $\langle prox \rangle$ , e  $\langle C \rangle$ .

Isso significa que há diferença estatística ( $p$  próximo de zero) entre as métricas quando a rede é simplificada pelo método k-means. Contudo, houve convergência das métricas obtidas para as redes agrupada e não agrupada (original) quando se aumentou o valor de K.

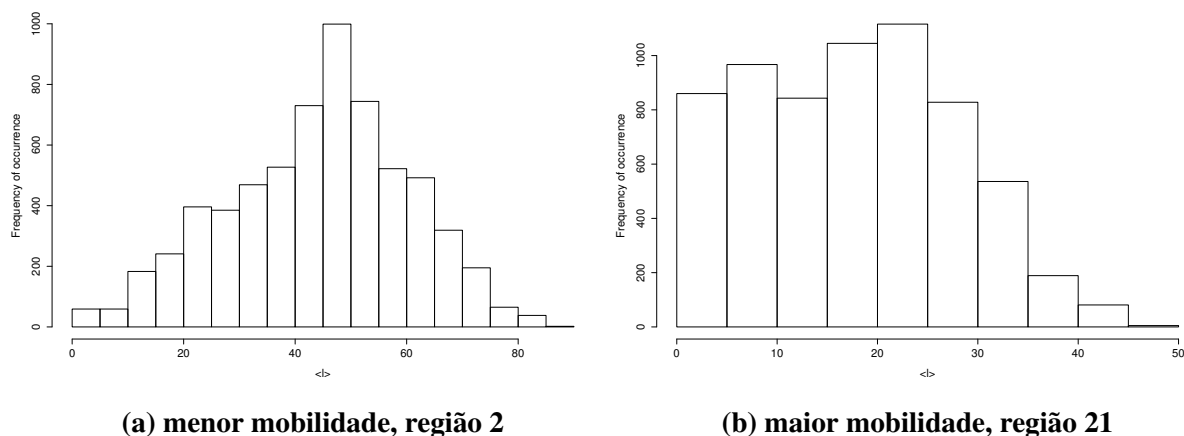
As figuras 22a, 22b, e 23 apresentam os grupos formados para  $K = 2$ ,  $K = 4$ , e  $K = 40$ , respectivamente. A definição de dois grupos dividiu a cidade em regiões norte e sul; definindo-se quatro grupos ( $K = 4$ ), obteve-se uma divisão da cidade em regiões norte, sul, leste e oeste.

No caso de  $K = 40$  é observado que as regiões 2 e 16 (conforme a figura 24, correspondem aos bairros Campo de Santana, Caximba, Umbará e Ganchinho) localizadas no extremo sul da cidade, não foram distribuídas espacialmente como em outras regiões, mostrando pontos mais esparsos do que nas outras regiões.

As tabelas 3 e 4 confirmam que o grau do supernó tem grau mais alto que a média de grau  $\langle k \rangle$  da rede complexa. O aumento do número de grupos K resultou em decréscimo de  $\langle k \rangle$ . A regressão linear revelou uma relação inversa significativa entre as métricas  $\langle l \rangle_{supernó}$  e  $k_{supernó}$  (no caso de modelos lineares,  $p = 7,41 \times 10^{-15}$  e  $R^2 = 0,67$  para  $K = 20$ , e  $p < 2 \times 10^{-16}$  e  $R^2 = 0,63$  para  $K = 40$ ; no caso de modelos log,  $p = 1,28 \times 10^{-13}$  e  $R^2 = 0,87$  para  $K = 20$ , e  $p < 2 \times 10^{-16}$  e  $R^2 = 0,74$  para  $K = 40$ ). Assumindo um nível de significância  $p = 0,05$ , nota-se que todas essas regressões são significativas estatisticamente, mesmo com  $R^2$  não tão elevado (o ideal seria  $R^2 \rightarrow 1$ ).

Para o menor K,  $\langle l \rangle_{supernó}$  de todos os clusters foi menor que  $\langle l \rangle$  da rede inteira. Contudo, para  $K \geq 8$ , há regiões que apresentaram relação oposta para a métrica de comprimento de caminho. Estes grupos foram formados em áreas de subúrbio como nas regiões 2 (sul, bairros Umbará e Ganchinho), 26 (norte, Santa Cândida) e 16 (sul, Campo do Santana e Caximba) ( $\langle l \rangle - \langle l \rangle_{supernó} = -7,646, -5,612, e -2,350$ , respectivamente). Isso significa que os usuários dessas regiões precisaram percorrer maiores distâncias para chegar a qualquer outro destino na cidade do que os demais usuários.

As figuras 25a e 25b mostram exemplos de comportamento encontrado na distribuição de  $\langle l \rangle$  para supernós. As regiões com alta diferenças entre  $\langle l \rangle$  e  $\langle l \rangle_{supernó}$  apresentaram um considerável número de comprimento de caminho curtos em comparação a regiões com va-



**Figura 25 – Distribuição de  $\langle l \rangle$  para supernós em regiões com menor e maior mobilidade, de acordo com  $(\langle l \rangle - \langle l \rangle_{supernó})$ .  
Fonte: autoria própria**

lores mais baixos. Estas regiões mostraram algumas características: são circundadas por vários vizinhos e tem mais conexões (ou ponto de contato) aos seus vizinhos do que outros. A última constatação implica que há mais linhas conectando a eles para outras partes da cidade em comparação com outras regiões.

A importância de uma região pode ser avaliada pelo seu ranking de acordo com uma métrica de redes complexas (tabela 5). As regiões 11 (bairros Mercês e Bigorriho), 14 (Centro), 21 (Rebouças) e 30 (Batel e Água Verde) (localizados perto do centro na figura 23) são áreas relevantes em Curitiba pois as distâncias de suas paradas para outras paradas são as mais curtas ( $\langle l \rangle_{supernó}$ ), suas paradas pertencem a maioria de todos os caminhos mais curtos no STPC ( $interm_{supernó}$ ), e suas paradas eram central para o sistema todo ( $prox_{supernó}$ ). Já os grupos 2 (Umbará e Ganchinho), 10 (Lamenha Pequena) e 16 (Campo do Santana e Caximba) apresentaram comportamento oposto.

Os grupos 15 e 37 apresentaram os valores mais altos para  $prox_{supernó}$ , que são áreas que compreendem os bairros Tingui, Santa Cândida e Santa Felicidade. Entretanto, notou-se que os nós com maior proximidade nessas redes reduzidas não eram tais supernós. No caminho oposto, os supernós dos grupos 21 (Rebouças) e 14 (Centro) foram os nós com proximidade mais alta na sua rede ( $prox_{supernó} = max$  (proximidade de todos os nós)). Este comportamento também foi observado em rede complexa para os grupos 8 (Guabirota e Hauer), 11 (Bigorriho), 12 (Rebouças/Jardim Botânico), 14 (Centro), 21 (Parolim), 20 (Bom Retiro, Centro Cívico e Ahú), 30 (Água Verde), 34 (Batel, Seminário e Campina do Siqueira) e 39 (Guaíra, Lindóia e Fanny)). Isto é interessante, pois a avaliação da região de maior proximidade deve considerar que seu supernós também possua a maior proximidade dentre os nós da rede analisada.

Analogamente à proximidade nodal, a intermediação de um supernó foi tanto a intermediação máxima de todos os nós em uma rede analisada ou não. Este último comportamento ( $interm_{supernó} < max(intermtodososnós)$ ) foi observada em redes complexas para os grupos 9, 6, 22, 7, 32, 37, 27, 17, 24, 19, 15, 38, 13, 26, 16, 10, 5 e 2 (ordenados pela  $interm_{supernó}$  -

$\max(\text{interm}_{\text{todososnós}})$ .

Finalmente, muitos grupos mostraram coeficientes de agrupamento local igual a 0 (grupos 2, 6, 7, 9, 10, 13, 16, 32, 35, 36, e 37): isto significa que os pontos não possuem pontos subsequentes com conexões para outras linhas. Geograficamente são regiões periféricas à rede. Os grupos com alto coeficiente de agrupamento local apresentaram balanço numérico maior entre o número de triângulos em volta do supernó e o número dos seus grafos vizinhos. Para reduzir a influência de  $k_{\text{supernó}}$ , o número de vértices formados pelo grafo vizinho do supernó foram computados, indicando que os grupos centrais geográficos no STPC tenderam a ser conectados às paradas que estavam atualmente conectadas a cada outro grupo (por alguma rota).

## 4 DISCUSSÃO

Primeiramente verificou-se que linhas da categoria Alimentador são responsáveis pelo aumento do alcance (maior diâmetro) do STP de Curitiba. Já a categoria Convencional, que conecta bairros ao centro, quando removida do sistema aumentou o diâmetro da rede, pois eliminam rotas alternativas que facilitariam a mobilidade do usuário. Ambas as linhas apresentaram características de redes livre de escala.

Alguns tipos de linha (Linha Direta e Interbairros) apresentaram, individualmente, características distintas das redes livre de escala. Não se pode afirmar que sigam estritamente um modelo do tipo mundo-pequeno, apesar do relativamente baixo  $\langle l \rangle$  observado (seriam de mundo-pequeno se o coeficiente de agrupamento fosse alto).

Quando agrupa-se nós geograficamente próximos, a diferença estatística entre as métricas calculadas das redes complexas nas quais se aplicou o método k-means e daquela sem a aplicação do método era relacionada ao alto número de conexões que os supernós têm, refletindo diretamente em mudanças na média de métricas de nós. Contudo, dado que estas métricas de redes complexas agrupadas convergiram àquelas das suas versões não agrupadas de redes complexas com  $K$  aumentando, eles podem dar indicação do desempenho da STP em suas diferentes  $K$  regiões.

A relação inversa entre o comprimento de caminho médio de um supernó e seu grau, indica que as regiões com baixo número de paradas demandará rotas com mais paradas intermediárias para alcançar a cidade toda. Isto ocorre porque estas regiões não tem número significativo de conexões a seus vizinhos.

Existem regiões na cidade onde a diferença entre comprimento de caminho de um supernó e da rede complexa completa (representando o sistema de transporte), que a diferença  $\langle l \rangle_{supernó}$  pode ser usada para numericamente assumir a mobilidade de uma região da cidade desde que seus usuários possam viajar por rotas com maior número de paradas intermediárias para alcançar seus destinos. Também é válido para determinar regiões melhor providas pelo STP.

Para  $K = 4$ , a análise quantitativamente indicou que passageiros no sul de Curitiba deviam percorrer maiores distâncias para viajar em comparação a passageiros de outras regiões (em termos de número de paradas).

No caso de Curitiba, conforme os dados registrados na tabela 5, a maioria das linhas convergem do (ou partem para o) centro da cidade, que é o grupo 14 da figura 23. Contudo, em termos desta análise de redes complexas, o grupo 21 (localizada na vizinhança sul do centro) foi a região mais relevante da STP: dado sua alta intermediação, a maioria dos caminhos mais curtos cruzam esta região; e seus passageiros conseguiam o acesso com menos paradas intermediárias para outras regiões da cidade por ônibus. A possível explicação é que várias linhas do centro incluem paradas deste grupo para chegar ao sul da cidade. Os passageiros dos grupos 2 (extremo sul, bairros Umbará e Ganchinho), 5 (Augusta) e 16 (Campo do Santana e Caximba), por outro

lado, mostram maior número de paradas intermediárias para alcançar as demais regiões, pois suas métricas são menores que a média da STP.

A análise de coeficiente de agrupamento tem sido usada para detectar nós formando grupos com estreita relação. Os autores (SIENKIEWICS; HOLYST, 2005), (ZHANG *et al.*, 2015) e (SOH *et al.*, 2010) usaram para somente caracterizar estatisticamente diferentes STPs. Aqui, quando ponderada por  $k_{supernó}$ , revelou grupos com pouca ou muita conectividade com os grupos adjacentes. Este nível de conectividade pode ser relacionado com o nível de tráfego na área do grupo uma vez que as linhas cruzam as fronteiras do supernó. Tal dependência pode justificar o fato que a região 21 (Rebouças) apresentou a intermediação mais alta da cidade. Assim, pondera-se que grupos com coeficiente de agrupamento elevado possuem maior número de rotas alternativas (caminhos) para seus passageiros.

**Tabela 3 – Graus de nós e comprimento de caminhos calculados para os “supernós” de quatro e oito agrupamentos (representação das paradas de ônibus na região avaliada) e para a rede complexa toda.**  
**Fonte: autoria própria.**

$K$	grupo	supernó		Todos nós + supernó	
		$k_{supernó}$	$\langle l \rangle_{supernó}$	$\langle k \rangle$	$\langle l \rangle$
4	1	<b>230</b>	<b>17,62</b>	2,456	29,636
	2	186	16,63	2,473	29,418
	3	224	16,33	2,473	29,175
	4	<b>94</b>	<b>20,57</b>	2,479	29,572
8	1	<b>214</b>	<b>16,44</b>	2,393	29,392
	2	<b>27</b>	<b>35,57</b>	2,455	34,955
	3	104	17,98	2,469	31,139
	4	79	23,49	2,458	32,423
	5	57	23,73	2,461	34,678
	6	172	16,38	2,451	29,988
	7	60	26,32	2,474	34,000
	8	71	23,67	2,443	33,569



**Tabela 4 – Graus de nós e comprimento de caminhos calculados para os “supernós” de 40 grupos (representação das paradas de ônibus na região avaliada) e para a rede complexa toda.**

**Fonte: autoria própria.**

grupo	supernó		Todos nós + supernó	
	$k_{supernó}$	$\langle l \rangle_{supernó}$	$\langle k \rangle$	$\langle l \rangle$
1	60	22,89	2,441	35,583
2	6	<b>44,70</b>	2,440	37,058
3	57	25,06	2,443	35,985
4	60	22,87	2,440	33,324
5	7	36,73	2,436	37,374
6	30	27,28	2,444	36,538
7	22	29,34	2,443	36,836
8	82	20,14	2,450	33,912
9	30	29,18	2,439	36,572
10	10	37,29	2,440	37,261
11	114	21,47	2,445	35,006
12	111	22,25	2,442	35,471
13	16	34,83	2,440	37,230
14	128	18,34	2,417	32,583
15	20	37,52	2,444	36,781
16	<b>5</b>	<b>39,21</b>	2,440	36,864
17	33	34,57	2,443	36,908
18	47	22,95	2,446	34,633
19	24	30,17	2,440	37,032
20	123	21,39	2,449	34,486
21	<b>153</b>	<b>18,15</b>	2,444	32,530
22	30	30,94	2,435	36,599
23	53	23,46	2,439	35,588
24	27	32,74	2,443	36,931
25	53	23,80	2,447	35,833
26	25	42,65	2,444	37,040
27	37	34,63	2,447	36,947
28	74	22,32	2,444	34,693
29	58	28,20	2,446	35,608
30	110	20,43	2,446	34,582
31	20	26,40	2,439	36,655
32	36	27,74	2,446	36,584
33	56	31,36	2,445	35,700
34	54	20,68	2,442	34,493
35	34	30,80	2,439	36,272
36	42	26,43	2,438	35,849
37	26	29,38	2,438	36,953
38	19	37,48	2,442	36,485
39	77	21,16	2,443	34,819
40	47	27,65	2,441	36,484

**Tabela 5 – Classificação parcial das regiões da cidade, de acordo com quatro métricas de redes complexas. Dados em termos de A(B), onde A é o número do agrupamento na Figura 23 ( $K = 40$ ) e B é o valor da métrica. Os valores em negrito indicam regiões onde  $prox_{supernós} <$  (proximidade da rede complexa). \*Resultados para coeficiente de agrupamento local ( $C_{supernó}$ ) excluem  $C_{supernó} = zero$ .  
Fonte: autoria própria.**

Métricas nodais	Melhores resultados	Piores resultados
$k_{supernó}$	21 (153) 14 (128) 20 (123) 11 (114)	10 (10) 5 (7) 2 (6) 16 (5)
$\langle l \rangle_{supernó}$	21 (18,152) 14 (18,335) 8 (20,140) 30 (20,427)	15 (37,520) 16 (39,214) 26 (42,652) 2 (44,704)
$interm_{supernó}$	21 (0,667) 14 (0,629) 11 (0,505) 30 (0,493)	16 (0,024) 5 (0,016) 10 (0,014) 2 (0,003)
$prox_{supernó}$	<b>37 (0,0128)</b> 15 (0,0109) 21 (0,0083) 14 (0,0083) 8 (0,0081) 30 (0,0081)	10 (0,0038) 38 (0,0038) 16 (0,0038) 2 (0,0044)
$C_{supernó}^*$	5 (0,0476) 38 (0,0350) 26 (0,0166) 18 (0,0093)	4 (0,0023) 23 (0,0022) 40 (0,0019) 8 (0,0018)
$C_{supernó} \times k_{supernó} \times (k_{supernó} - 1)^*$	21 (120) 20 (90) 11 (84) 30 (84)	24 (2) 15 (2) 31 (2) 19 (2) 5 (2)

## 5 CONCLUSÃO

Neste estudo, a teoria de redes complexas foi aplicada em um sistema real, particularmente na análise do sistema de transporte público urbano da cidade de Curitiba, Brasil.

Da teoria de redes complexas, foram extraídas várias métricas do STP com representação em espaço-L, mostrando que Curitiba possui 108 pontos de diâmetro (número de pontos intermediários entre os pontos mais distantes do sistema) e média de 37,2 pontos intermediários entre dois pontos aleatórios. Tal rede completa possui comportamento típico de rede livre de escala (*scale-free*), com presença de “hubs”. As categorias Alimentadores, Convencional e Troncal apresentaram características de rede livre de escala. Algumas categorias de linhas de ônibus mostram grande influência na rede, alterando bastante as métricas da rede completa, particularmente as categorias Convencional e Alimentadores, que influenciam o diâmetro e média de comprimento de caminho do STP. Também foi observado que a implantação da categoria Linha Direta melhorou a rede, diminuindo o número médio de pontos para chegar a destinos.

Além da análise de redes complexas convencionais (que focou em caracterizar uma rede complexa em termos de métricas médias obtidos do cálculo das métricas), este trabalho também avaliou como várias regiões de um STP possuem mobilidade para as demais regiões da cidade. Para facilitar o particionamento das paradas em grupos de áreas geográficas semelhantes, o método *k-means* foi usado. Este procedimento de agrupamento unificou paradas não conectadas na área geográfica do grupo e avaliou sua influência na rede. Tal avaliação não é possível através análise convencional de redes complexas. Os resultados indicaram uma relação direta (modelo log) entre o grau e o caminho médio de caminho do supernó representando regiões em Curitiba. Adicionalmente, alguns grupos com alto grau apresentaram alto coeficiente de agrupamento ponderado, o que pode significar uma possível área de excesso de oferta de transporte.

As métricas de centralidade (intermediação e proximidade), quando aplicadas a supernós, revelaram regiões suburbanas onde os passageiros podem estar pouco providos de serviço de transporte público. O método de agrupamento com redes complexas permitiu classificar áreas suburbanas em termos de quantidade de paradas os usuários podem acessar todas as outras partes da cidade por ônibus. No caso de Curitiba, os grupos formados na área central têm mais conexões para outras áreas. Particularmente, os passageiros partindo no sul demandam rotas mais longas para alcançar quaisquer outras áreas da cidade, e isto pode ser visto pela variação de  $K$ .

Este trabalho demonstra o uso da teoria de redes complexas como ferramenta para auxiliar planejadores e projetistas de sistemas de transporte público na identificação objetiva de como as diversas regiões de uma cidade são servidas pelo sistema de transporte oferecido. Também quantifica a importância dos tipos de linha do sistema de transporte.

Os resultados deste trabalho foram apresentados nos congressos 2016 ISPE - International Conference on Transdisciplinary Engineering (SILVA *et al.*, 2016a) e 2016 IEEE 19th

International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC 2016) - Intelligent Transportation for Smarter Societies (SILVA *et al.*, 2016b).

Para trabalhos futuros, poderão ser realizados estudos de redes complexas dinâmicas, que consideram dados no tempo, pois os ônibus da RIT possuem sistema de monitoramento por GPS e comunicação celular, provendo informes de posição geográfica do veículo em pequenos intervalos (que variam por vários fatores, como cobertura de comunicação ou interferências) e outros dados para uma central de monitoração. Estes dados podem fornecer informações para elaboração de outros tipos de redes complexas, por exemplo, velocidades médias, pontualidade, detecção de anomalias, entre muitos outros. Outras considerações de agrupamento mostrarão informações relevantes, como separação por bairros e concentração populacional. Para avaliar pontualidade dos ônibus, pode ser considerada a adição de pesos nas arestas com os tempos de viagens, assim como a velocidade média também pode ser aplicada no modelo. Também como peso entre arestas, a quantidade de passageiros mostraria a ocupação dos ônibus durante o dia. Neste trabalho foi observado dados estáticos de rotas e paradas de um dia; agrupando dados históricos, pode ser observada a tendência de crescimento do STP, e avaliar historicamente as velocidades médias do sistema no tempo. Cruzando dados de outros modais (carros particulares, táxis, bicicletas, a pé, transporte privado, compartilhados), um grande sistema pode ser auxiliar no monitoramento da cidade. Apesar deste trabalho ter usado k-means para particionar as paradas em grupos usando as localidades geográficas, tal processo pode ser substituído pela divisão geográfica dos bairros, ou ainda, de acordo com concentrações populacionais (condomínios residenciais, comerciais, escolas, shoppings). Adicionalmente, dados como número de ônibus por linhas e densidade populacional poderiam ser usados para construir redes com pesos de forma a prover mais informações quantitativas para os projetistas.

## REFERÊNCIAS

- AGACHE, A. Plano de Urbanização de Curitiba. **Boletim Prefeitura Municipal de Curitiba**, 1943.
- ALBERT, R.; BARABÁSI, A.-L. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of modern physics**, APS, v. 74, n. 1, p. 47, 2002.
- BARABÁSI, A.-L.; ALBERT, R. Emergence of scaling in random networks. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 286, n. 5439, p. 509–512, 1999.
- BERCHE, B. *et al.* Public transport networks under random failure and directed attack. 2010.
- BONDE, O. Ú. Curitiba sobre trilhos: A história não contada do BRT. **Revista dos Transportes Públicos-ANTP**, v. 32, p. 3º, 2009.
- CARVALHO, C. H. R. de; PEREIRA, R. H. M. **Efeitos da variação da tarifa e da renda da população sobre a demanda de transporte público coletivo urbano no Brasil**. IPEA, 2011.
- COSTA, L. d. F. *et al.* Characterization of complex networks: A survey of measurements. **Advances in physics**, Taylor & Francis, v. 56, n. 1, p. 167–242, 2007.
- CURITIBA, P. de. **URBS em números**. 2016. Disponível em: <<http://www.urbs.curitiba.pr.gov.br/transporte/rede-integrada-de-transporte>>.
- DEÁK, C.; SCHIFFER, S. T. R. **O processo de urbanização no Brasil**. São Paulo, Brasil: EdUSP, 1999.
- FERBER, C. V. *et al.* Public transport networks: empirical analysis and modeling. **The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems**, Springer, v. 68, n. 2, p. 261–275, 2009.
- GALBA, T.; BALKIĆ, Z.; MARTINOVIĆ, G. Public transportation BigData clustering. **International Journal of Electrical and Computer Engineering Systems**, Elektrotehnički fakultet Sveučilišta JJ Strossmayera u Osijeku, v. 4, n. 1., p. 21–26, 2013.
- HARTIGAN, J.; WONG, M. A k-means clustering algorithm. **Appl. Stats.**, v. 28, p. 100–108, 1979.
- HÁZNAGY, A. *et al.* Complex network analysis of public transportation networks: a comprehensive study. In: IEEE. **Models and Technologies for Intelligent Transportation Systems (MT-ITS), 2015 International Conference on**. Budapest, 2015. p. 371–378.
- HICKMAN CHIN-WOO TAN, P. L. M.; ZHANG, W.-B. Development of a hierarchical BRT system architecture. **2006 IEEE Intelligent Transportation Systems Conference**, 2006.
- HOLOVATCH, T. **Complex transportation networks: resilience, modelling and optimization**. Tese (Doutorado) — Université Henri Poincaré-Nancy I, 2011.
- IPPUC. **Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba**. 2016. Disponível em: <<http://http://curitibaemdados.ippuc.org.br>>.
- IZAWA, M. **Modelagem do sistema de transporte urbano do Distrito Federal por redes complexas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2010.

JAVASCRIPT Object Notation. 2016. Disponível em: <<http://www.json.org/json-pt.html>>.

LATORA, V.; MARCHIORI, M. Is the Boston subway a small-world network? **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, Elsevier, v. 314, n. 1, p. 109–113, 2002.

LEME, M. C. da S.; FERNANDES, A. **Urbanismo no Brasil, 1895-1965**. São Paulo, Brasil: Fupam, 1999.

MOTTA, M. W. V. da. **VEÍCULO LEVE SOBRE TRILHOS: Considerações sobre os seus atributos como justificativa para a sua implantação**. Dissertação (Mestrado) — UFRJ, 2013.

NOTE, W. W. G. **Web Services Glossary**. 2004. Disponível em: <<https://www.w3.org/TR/2004/NOTE-ws-gloss-20040211/#webservice>>.

OPENSTREEMAPFOUNDATION. **OpenStreetMap**. 2016. Disponível em: <<http://www.openstreetmap.org>>.

PAJEK. 2016.

PRESTES, O. M. **Os trilhos de Curitiba - 40 anos de projetos para reinserção de modais sobre trilhos na cidade**. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Paraná, 2009.

QING, X. *et al.* Space p-based empirical research on public transport complex networks in 330 cities of China. **Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology**, Elsevier, v. 13, n. 1, p. 193–198, 2013.

R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2014. Disponível em: <<http://www.R-project.org/>>.

RIBEIRO, C. J. **MOBILIDADE URBANA: Transporte público coletivo e classe trabalhadora**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Católica de Pelotas, 2008.

ROSS, K. W.; KUROSE, J. F. **Redes de computadores e a internet**. São Paulo, 2005.

SEBASTIANI, M.; LUDERS, R.; FONSECA, K. Evaluating electric bus operation for a real-world brt public transportation using simulation optimization. **IEEE Trans. Intel. Transp. Sys.**, v. 99, p. 1–10, 2016.

SEN, P. *et al.* Small-world properties of the indian railway network. **Physical Review E**, APS, v. 67, n. 3, p. 036106, 2003.

SIENKIEWICS, J.; HOŁYST, J. Statistical analysis of 22 public transport networks in Poland. **Phys. Rev. E**, v. 72, p. 46–127, 2005.

SILVA, C. M. de Paiva e. **Utilização do sistema de posicionamento global para monitoramento de transporte fretado**. Dissertação (Mestrado) — UNICAMP, 2006.

SILVA, E. L. C. da *et al.* Analysis of Curitiba's public transport system as a complex network. In: IOS PRESS. **Transdisciplinary Engineering: Crossing Boundaries: Proceedings of the 23rd ISPE Inc. International Conference on Transdisciplinary Engineering October 3–7, 2016**. Curitiba, Brasil, 2016. v. 4, p. 267.

\_\_\_\_\_. Combining k-means method and complex network analysis to evaluate city mobility. In: IEEE. **Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2016 IEEE 19th International Conference on**. Curitiba, Brasil, 2016. p. 1666–1671.

SOH, H. *et al.* Weighted complex network analysis of travel routes on the Singapore public transportation system. **Physica A**, v. 389, p. 5852–5863, 2010.

VONU, P.; TANG, L.; VASSILAKIS, W. Spatio-temporal effects of bus arrival time information. In: **Proceedings of the 4th ACM SIGSPATIAL International Workshop on Computational Transportation Science**. New York, NY, USA: ACM, 2011. (CTS '11), p. 6–11.

WANG, X. F.; CHEN, G. Complex networks: small-world, scale-free and beyond. **IEEE circuits and systems magazine**, IEEE, v. 3, n. 1, p. 6–20, 2003.

WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 393, n. 6684, p. 440–442, 1998.

ZHANG, H. *et al.* The analysis of the properties of bus network topology in Beijing basing on complex networks. **Math. Probl. Eng.**, v. 2013, 2013.

\_\_\_\_\_. Evaluation of bus networks in China: from topology and transfer perspectives. **Discrete Dynamics in Nature and Society**, v. 2015, 2015.

## 6 APÊNDICE: PROCESSAMENTO DOS DADOS

O processo de obtenção dos resultados teve os seguintes passos:

- coleta de dados;
- transformação;
- cálculo de métricas;
- agrupamento k-means;
- recálculo de métricas.

A coleta de dados foi realizada por acesso aos sistemas da URBS. Com os dados em formato JSON (JAVASCRIPT..., 2016), foi transformado em formato "pajek"(PAJEK, 2016) para inserção na ferramenta R (R Core Team, 2014), que executou os cálculos das métricas e geração de gráficos.

Os dados fornecidos pela URBS foram coletados via *webservice* a partir do portal <http://transporteservico.urbs.curitiba.pr.gov.br>. Através de acesso concedido à UTFPR com login e senha, os dados foram coletados e armazenados via shell-scripts em um computador com sistema operacional linux. Dados históricos não eram possíveis de serem coletados, ou seja, apenas dados atualizados na hora da coleta eram disponíveis.

Para recuperar dados do *webservice*, o seguinte formato foi usado:

`http://transporteservico.urbs.curitiba.pr.gov.br/{metodo}[?parametros]`

Os métodos usados para coletar os dados estão listados abaixo:

`getLinhas()`

Descrição: Retorna todas as linhas

Método: GET

Retorno JSON:

COD: Código da linha

NOME: Nome da linha (UTF-8)

SOMENTE\_CARTAO: S: Sim, N: Não, F: Finais de Semana

CATEGORIA\_SERVICO: Categoria da Linha (UTF-8)

Exemplo de retorno:

```
1 [{"COD": "464", "NOME": "A. MUNHOZ \\/ J. BOT\u00c2NICO",
2 "SOMENTE_CARTAO": "S", "CATEGORIA_SERVICO": "CONVENCIONAL"}, {"
  COD": "226", "NOME": "ABAET\u00c9", "SOMENTE_CARTAO": "N", "
  CATEGORIA_SERVICO": "ALIMENTADOR"}, {"COD": "182", "NOME": "
```



```
ABRANCHES " , " SOMENTE_CARTAO " : " N " , " CATEGORIA_SERVICO " : "
TRONCAL " } ] ]
```

getPontosLinha()

Descrição: Retorna todos os pontos da linha

Método: GET

Parâmetros:

linha: Código da linha (3 caracteres)

Retorno JSON:

NOME: Nome do ponto (UTF8)

NUM: Número do ponto

LAT: Latitude

LON: Longitude

SEQ: Sequência do Ponto

GRUPO: Agrupadores de Pontos

TIPO: Tipo do Ponto (UTF8)

SENTIDO: Sentido

```
1 [ {"NOME": "Rua Mariano Torres, 2 - Centro", "NUM": "110411", "LAT": "-25,426720140945", "LON": "-49,264158786482", "SEQ": "23", "GRUPO": "", "SENTIDO": "Anti-Hor\u00e1rio", "TIPO": "Novo mobili\u00e1rio"}, {"NOME": "Av. Sete de Setembro, 3201 - Rebou\u00e7as", "NUM": "110437", "LAT": "-25,439174252855", "LON": "-49,270323843903", "SEQ": "14", "GRUPO": "", "SENTIDO": "Anti-Hor\u00e1rio", "TIPO": "Novo mobili\u00e1rio"}, {"NOME": "Av. Sete de Setembro, 3959 - Centro", "NUM": "110441", "LAT": "-25,441762023574", "LON": "-49,277042448521", "SEQ": "12", "GRUPO": "", "SENTIDO": "Anti-Hor\u00e1rio", "TIPO": "Novo mobili\u00e1rio"}, {"NOME": "Av. Sete de Setembro, 3497 -"} ] ]
```

Os arquivos de linhas do método `getLinhas()` forneceram informações das categorias. Cada categoria foi separada com suas linhas, que por sua vez foram usadas para coletar os pontos de cada linha via método `getPontosLinhas()`, para então obter os pontos de cada categoria.

Para cada categoria, foram criados arquivos *pajek* da rede formada. Já este arquivo foi usado de entrada de dados para a ferramenta R, que calculou as métricas de redes complexas. Um exemplo de arquivo em formato *pajek* é mostrado abaixo:

```
*Vertices 6737
1 101001 42968,27264
```

2 101002 42990,27254  
3 101003 43002,27249  
4 101004 43011,27245  
5 101005 43019,27192  
6 101006 43017,27183  
7 101007 43015,27173

\*Edges

6072 2407 1.000  
2407 2481 1.000  
2481 993 1.000  
993 995 1.000  
995 2905 1.000

Os dados obtidos para os cálculos deste trabalho estão disponíveis em:

<http://dadosabertos.c3sl.ufpr.br/curitibaurbs/redecomplexa>