

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CÂMPUS DOIS VIZINHOS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ZOOTECNIA**

ABILIO GALVÃO TRINDADE FERREIRA

**ESTUDO DAS CURVAS DE LACTAÇÃO DE VACAS LEITEIRAS DO
SUDOESTE DO PARANÁ: COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS
EMPÍRICOS E MECANICISTAS**

DISSERTAÇÃO

DOIS VIZINHOS-PR

2013

ABILIO GALVÃO TRINDADE FERREIRA

**ESTUDO DAS CURVAS DE LACTAÇÃO DE VACAS LEITEIRAS DO
SUDOESTE DO PARANÁ: COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS
EMPÍRICOS E MECANICISTAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Zootecnia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Dois Vizinhos, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Zootecnia – Área de Concentração: Nutrição e Produção Animal.

Orientador: Prof. Dr. Douglas Sampaio Henrique

Co-Orientador: Prof. Dr. Ricardo Augusto Mendonça Vieira

DOIS VIZINHOS-PR

2013

F385e Ferreira, Abílio Galvão Trindade.

Estudo das curvas de lactação de vacas leiteiras do sudoeste do Paraná: comparação entre modelos empíricos e mecanicistas Abílio Galvão Trindade Ferreira. – Dois Vizinhos: [s.n], 2013.
64 f.;il.

Orientador: Douglas Sampaio Henrique.

Co-orientador: Ricardo Augusto Mendonça Vieira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de pós-graduação em Zootecnia. Dois Vizinhos, 2013.

Inclui bibliografia



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Dois Vizinhos
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Zootecnia



TERMO DE APROVAÇÃO

Título da Dissertação nº 011

**Estudo das curvas de lactação de vacas leiteiras do Sudoeste do Paraná:
Comparação entre modelos empíricos e mecanicistas.**

por

Abílio Galvão Trindade Ferreira

Dissertação apresentada às quatorze horas do dia vinte e oito de fevereiro de dois mil e treze, como requisito parcial para obtenção do título de MESTRE EM ZOOTECNIA, Linha de Pesquisa – Produção e Nutrição Animal, Programa de Pós-Graduação em Zootecnia (Área de Concentração: Produção animal), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Câmpus* Dois Vizinhos. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho APROVADO.

Banca examinadora:

Dr. Douglas Sampaio Henrique
UTFPR

Dr. Emilyn Midori Maeda
UTFPR

Dr. Ricardo Augusto Mendonça Vieira
UENF

Visto da Coordenação:

Prof. Dr. Luis Fernando G. de Menezes
Coordenador do PPGZO

*A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Zootecnia.

Dedico esta dissertação aos meus queridos pais (minha mãe *in Memoriam*), irmãos, aos meus filhos Lázaro e Ornella e em especial a minha esposa Ivani, pela compreensão e incentivo para que conseguisse a realização deste sonho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter estado junto comigo em toda esta jornada, me amparando nos momentos mais difíceis, dando força para persistir e conquistar os meus objetivos, pela oportunidade de realizar este sonho e por ter me designado o Professor Dr. Douglas Sampaio Henrique como meu orientador.

Aos meus pais, Jonas de Souza Ferreira e Inês A. Trindade Ferreira (*in memoriam*), pelo amor incondicional;

A minha querida esposa Ivani Dreher Ferreira, por ser a principal incentivadora na realização dos meus objetivos, pela compreensão e estímulo para vencer as dificuldades;

Aos meus irmãos, em especial ao Marcelo por entender minha ausência na empresa e me incentivar a prosseguir neste sonho;

Aos meus filhos Lazzáro e Ornella, por compreender a minha ausência nos momentos que precisei me dedicar aos estudos.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Dois Vizinhos, e ao Programa de Pós Graduação em Zootecnia pela oportunidade de realização do Curso de Mestrado;

Ao meu orientador Professor Dr. Douglas Sampaio Henrique, pela paciência, dedicação, conselhos, amizade, pelo exemplo de dedicação e empenho ao ensino e à pesquisa, assim como pessoa humanitária que servirá como exemplo e inspiração para toda minha vida, o qual serei eternamente grato;

A todos os professores do PPGZO pelos ensinamentos; em especial a professora Dr^a Emilyn Midori Maeda pelos conselhos e paciência em me ajudar;

A A.P.C.B.R.H. pelo fornecimento dos dados para realização deste trabalho em especial ao Dr. José Augusto Horst, Gerente do Programa de Análise de Rebanhos Leiteiros da APCBRH e Dr. Altair Antônio Valotto, Superintendente da APCBRH.

E a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho, minha eterna gratidão!

"Ninguém cruza nosso caminho por acaso e nós não entramos na vida de alguém sem nenhuma razão. (**Chico Xavier**)

RESUMO

FERREIRA, Abilio Galvão Trindade. Estudo das curvas de lactação de vacas leiteiras do Sudoeste do Paraná: Comparação entre modelos empíricos e mecanicistas. 2013. 64 f. Dissertação (Mestrado em Zootecnia) – Programa de Pós-Graduação em Zootecnia (Área de Concentração: Nutrição e Produção Animal), Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Dois Vizinhos, 2013.

Este trabalho foi desenvolvido na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Dois Vizinhos, com o objetivo de comparar diferentes modelos matemáticos de base empírica ou mecanicista, quanto à qualidade de ajuste e poder de predição das curvas de lactação, obtidas por meio de dados provenientes do controle leiteiro da APCBRH de rebanhos da região sudoeste do Paraná. Foram obtidos inicialmente 42.281 controles de produções leiteiras referentes aos anos de 2005 a 2011, dos quais foram excluídas as informações de animais que não possuíam a data de secagem e a produção total aos 305 dias, restando 15.142 controles referentes à 2441 vacas da raça holandesa. Os dados utilizados foram classificados de acordo com a ordem de parição das vacas (variando de um a seis), e dentro de cada ordem de parição os animais foram separados em quartis (Q25%, Q50%, Q75% e Q100%) conforme a produção total aos 305 dias. Para cada quartil, dentro de cada ordem de parição foram ajustados quatro modelos matemáticos, dois predominantemente empíricos (modelo de Brody e de Wood) e dois com características mais mecanicistas (modelo de Dijkstra e de Pollot) usando o *proc nlin* do SAS método de Marquardt. O de Wood resultou na melhor qualidade de ajuste aos dados. Entretanto os modelos de Brody e Dijkstra também devem ser considerados para descrever as curvas de lactação de vacas holandesas criadas na região sudoeste do Paraná, por apresentarem desempenho muito semelhante, em que o modelo Dijkstra possui uma descrição biológica dos parâmetros e permite uma conotação fisiológica da curva de lactação. Ressaltando o valor histórico do modelo de Brody como pioneiro em modelagem de curva de lactação.

Palavras-chave: Modelos matemáticos; produção leiteira; vacas holandesas.

ABSTRACT

FERREIRA, Abilio Galvão Trindade. Study of the lactation curves of dairy cows in southwestern Paraná: Comparison between empirical and mechanistic models. 2013. – 64F. Dissertation MSc in Animal Science) - Graduate Program in Animal Sciences (Area of Concentration: Nutrition and Animal Production), Federal Technological University of Parana. Dois Vizinhas, 2013.

His work was developed at Federal Technological University of Paraná, Câmpus Dois Vizinhas, aiming to analyze different mathematical models comparing empirical and mechanistic models, as their fit and predictive power of the lactation curves obtained using data from the control of dairy APCBRH herds in the southwest region of Paraná, where the evaluation and analysis of 42.281 controls milk production for the years 2005 to 2011, where information from animals that didn't have the date of drying and total output to 305 days were excluded from the set of data analysis, leaving 15.142 controls concerning the 2.441 Holstein cows, classifying the data according to the order of calving cows (ranging from one to six) and within each order of calving animals were divided into quartiles (Q25% Q50%, Q75% and Q100%) as the total output to 305 days. For each quartile within each lactation numbers were adjusted four mathematical models, two predominantly empirical model (Brody and Wood) and two with more mechanistic characteristics (model Dijkstra and Pollot) using SAS proc nlin Marquardt method. Obtaining the Wood model as a result of best fit to the data. However the use of models and Brody Dijkstra to describe lactation curves of Holstein cows raised in the southwestern region of Paraná, should be considered as an option because they have very similar performance, where the model Dijkstra has a biological description of the parameters and allows a connotation physiological lactation curve. Emphasizing the historical value of the model Brody as a pioneer in modeling lactation curve.

Keywords: Mathematical models; milk production; Holstein cows

Lista de Figuras

FIGURA 1- EIXO X – DIAS DE LACTAÇÃO E EIXO Y PRODUÇÃO DE LEITE (KG/D) . DADOS OBSERVADOS E CURVA PREDITA PELO MODELO DE BRODY PARA A 1ª (A, C, E, G) E A 3ª ORDEM DE LACTAÇÃO (B, D, F, H) NOS QUARTIS: 25% (A, B), 50% (C, D), 75% (E, F) E 100% (G, H).....37

FIGURA 2- EIXO X – DIAS DE LACTAÇÃO E EIXO Y PRODUÇÃO DE LEITE (KG/D) . DADOS OBSERVADOS E CURVA PREDITA PELO MODELO DE WOOD PARA A 1ª (A, C, E, G) E A 3ª ORDEM DE LACTAÇÃO (B, D, F, H) NOS QUARTIS: 25% (A, B), 50% (C, D), 75% (E, F) E 100% (G, H).....38

FIGURA 3- EIXO X – DIAS DE LACTAÇÃO E EIXO Y PRODUÇÃO DE LEITE (KG/D) . DADOS OBSERVADOS E CURVA PREDITA PELO MODELO DE DIJKSTRA PARA A 1ª (A, C, E, G) E A 3ª ORDEM DE LACTAÇÃO (B, D, F, H) NOS QUARTIS: 25% (A, B), 50% (C, D), 75% (E, F) E 100% (G, H).....39

Lista de Tabelas

- TABELA 1 – PRODUÇÕES MÁXIMAS E MÍNIMAS AOS 305 DIAS, NÚMERO DE VACAS E DE CONTROLES EM CADA ORDEM DE PARIÇÃO (OP) E QUARTIL (Q) 34
- TABELA 2 - DIFERENÇA ENTRE OS VALORES DE AIC_{cr} (Δr), PROBABILIDADE DE VEROSSIMILHANÇA (w_r) E VEROSSIMILHANÇA RELATIVA (ER_r) DOS MODELOS EM CADA ORDEM DE PARIÇÃO (OP) E CADA QUARTIL (Q)..... 35
- TABELA 3 -. ESTIMATIVAS DA PRODUÇÃO NO PICO DA LACTAÇÃO (Prod. pico), DO DIA EM QUE OCORRE O PICO DE PRODUÇÃO (Dia pico) E DA PRODUÇÃO TOTAL AOS 305 DIAS DE LACTAÇÃO (Produção) UTILIZANDO OS MODELOS DE BRODY, WOOD e DIJKISTRA.....36

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1 Caracterização da produção leiteira	13
2.1.1 Curva de lactação	14
2.1.2 Persistência na lactação	16
2.1.3 Pico de lactação.....	18
3 MODELOS MATEMÁTICOS PARA DESCREVER A CURVA DE LACTAÇÃO ..	19
3.1 Modelos matemáticos empíricos.....	20
3.2 Modelos matemáticos mecanicistas	21
4 DESENVOLVIMENTO.....	23
ANÁLISE E AJUSTE DE DIFERENTES MODELOS DE CURVA DE LACTAÇÃO DE VACAS HOLANDESAS, NA REGIÃO SUDOESTE DO PARANÁ.....	24
INTRODUÇÃO	25
MATERIAL E MÉTODOS	27
RESULTADOS	29
CONCLUSÕES	33
REFERÊNCIAS	40
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
REFERÊNCIAS	43
ANEXO.....	51

1 INTRODUÇÃO

O Brasil é atualmente o quinto maior produtor de leite mundial, e a produção leiteira nacional faz parte de um dos setores do agronegócio que mais cresceu nos últimos anos, cerca de 50% em relação ao ano de 2001 e 4,5% em relação a 2011 IBGE (2012), tornando-se de importância considerável tanto no desempenho econômico como na geração de empregos. O estado do Paraná classifica-se como terceiro maior produtor leiteiro do país, com uma produtividade de 10,9 litros/vaca/dia, (superior à média nacional que é de 5 litros/vaca/dia). Neste Estado a região Sudoeste é a que possui a maior produção de leite, destacando-se pelo seu crescimento no nível do rebanho e na produtividade leiteira (SEAB, 2012).

O manejo nutricional e reprodutivo é de importância imprescindível para obtermos resultados satisfatórios na atividade leiteira, e para melhor entendimento faz-se necessário o conhecimento da curva de lactação, a qual pode ser representada graficamente pela evolução da produção de leite do parto até a secagem do animal, que por sua vez, pode ser descrita por meio de uma função matemática que procura estimar o processo fisiológico o qual ocorre no período produtivo de leite (QUINTERO et al., 2007).

A finalidade de estudar os modelos matemáticos de curva de lactação é prever a produção leiteira em qualquer uma das fases da lactação, com o mínimo de erro possível. É uma ferramenta auxiliar que nos permite predizer a produção total a partir de resultados parciais da lactação, com a previsão da produção total de leite ao pico da lactação, estimada pela curva de lactação poderemos ajustar o manejo, desta forma melhorando a resposta produtiva do rebanho. O conhecimento e aplicação das estimativas e predição da curva de lactação são fundamentais nas tomadas de decisão em programas de seleção, bem como nas decisões de manejo.

Como ferramenta auxiliar em propriedades leiteiras, as curvas de lactação e os parâmetros calculados a partir delas, pico e persistência vem sendo há muito tempo utilizados. Brody (1923) realizou um dos primeiros trabalhos, o qual propôs um modelo para descrever a curva de lactação, e Gaines (1927), definiu a persistência da lactação. Sanders (1930), corroborando com os autores acima, afirmou que a persistência e pico da lactação são fatores primordiais para descrever curvas de lactação. Segundo Shanks (1981), cada região geográfica com suas particularidades climáticas apresentará um modelo matemático diferente de melhor ajuste.

A falta de uma curva de lactação ideal para a região Sudoeste dificulta os ajustes de manejo nutricional, produtivo, reprodutivo e sanitário, que são peculiares a esta região. Pensando em melhorar a produção leiteira, o presente trabalho teve como principal objetivo analisar diferentes modelos matemáticos comparando modelos empíricos e mecanicistas, quanto ao seu ajuste e poder de predição das curvas de lactação obtidas através de dados provenientes do controle leiteiro da APCBRH de rebanhos da região sudoeste do Paraná.

Os dados disponíveis pela APCBRH são a melhor fonte de informação sobre a produção de leite local, assim como a respeito da qualidade do leite produzido, em termos de percentuais de gordura e proteína e de contagem de células somáticas (CCS) (RIBAS, 1992).

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Caracterização da produção leiteira

Segundo dados da EMBRAPA (2012), a produção mundial de leite (bovinos e bubalinos) atingiu o total de 729,3 milhões de toneladas em 2011 com estimativas para 2012 de próximo a 751 milhões de toneladas de leite. De acordo com levantamento realizado pelo IFCN (International Farm Comparison Network, 2012), o Brasil ocupa a quinta posição entre os maiores países produtores de leite do mundo com uma produção de 32 mil toneladas anuais, ficando atrás de países como Índia (137,5 mil Toneladas), USA (84,3 mil toneladas), Paquistão (41,6 mil toneladas) e China (33,9 mil toneladas).

A cadeia produtiva do leite é uma das mais importantes do complexo agroindustrial brasileiro. Está entre os produtos mais importantes da agropecuária brasileira. O Agronegócio do leite e seus derivados desempenham um papel relevante no suprimento de alimentos, na geração de emprego e renda para a população, movimentando anualmente cerca de US\$10 bilhões, emprega três milhões de pessoas, das quais acima de um milhão são produtores (EMBRAPA, 2011).

Para o agronegócio do leite, a exportação desempenha um papel importante, sendo que a quantidade de produtos lácteos que o Brasil importa é superior às exportações tornando o Brasil um grande importador de lácteos para atender a demanda

interna desses produtos, em 2011 as importações foram de 161.434.000 Kg, e das exportações no mesmo ano correspondem a um valor total de 6.449.000 Kg, desta maneira as importações representaram 25 vezes o volume exportado (EMBRAPA, 2012a).

No Brasil o consumo de leite de vaca é de aproximadamente 177 litros per capita/ano, este valor é inferior à média recomendável pela Organização Mundial da Saúde (OMS), que é de 200 litros per capita/ano (IEPEC, 2013). Segundo, Leite e Carvalho, (2010) com a implementação de novos programas sociais, e o aumento da renda econômica, o consumo de leite tende a aumentar, tornando a produção leiteira uma atividade cada vez mais relevante.

O estado do Paraná apresenta cerca de 1,588 milhões de vacas ordenhadas e é o terceiro maior produtor de leite do Brasil com 12,1% da produção nacional (3,819 bilhões de litros/ano) (EMBRAPA, 2012b). A bovinocultura de leite tem se tornado uma atividade muito importante pelo número de famílias envolvidas (29.932) na região Sudoeste do estado do Paraná, com elevado crescimento do rebanho e dos níveis de produtividade (IPARDES, 2009).

De acordo com os dados obtidos (DERAL 2010), a região Sudoeste foi a que mais cresceu em produção de leite no estado do Paraná, saltando de uma produção de 304,3 milhões de litros por ano para 956,3 milhões, entre os anos de 2000 a 2010, respectivamente, o qual teve um aumento de 214% demonstrando desta forma que a região está crescendo tecnologicamente e ainda apresenta grande potencial para ser explorado.

2.1.1 Curva de lactação

A curva de lactação é a representação gráfica da produção de leite em função do tempo (YADAV et al., 1977). Refere-se à representação gráfica da produção de leite em função do tempo de lactação após o parto (PAPAJCSIK e BODERO, 1988).

Uma curva de lactação tem como principal característica uma fase crescente, que se estende próximo de 35 dias após o parto, uma fase de pico, que é representada pela produção máxima observada, e uma terceira fase de declínio que se estende até o final da lactação. Porém, existem certas propriedades da curva de lactação que determinam sua forma, tais como a persistência e o pico da lactação (ALI e SCHAEFFER, 1987).

Segundo Wood (1967), a curva da lactação aumenta rapidamente do parto ao pico da produção, se mantendo por algumas semanas, e conseqüentemente inicia-se

uma fase de redução gradual na produção até o animal secar em 10 meses, caracterizando-se essencialmente uma curva tipo gama.

Geralmente, a curva de lactação pode ser utilizada para realizar estudos da produção leiteira de um rebanho, ou de um único indivíduo, e para obtenção de valores de composição do leite corrigidas para o estágio de lactação (FUERTES et al., 1998). A previsão da produção de leite total a partir de registros parciais e produção a cada estágio de lactação, através de uma expressão algébrica são utilizadas há muito tempo.

De acordo com Wood (1967), o conhecimento da curva de lactação, é imprescindível para direcionar o manejo nutricional e reprodutivo adotado nos animais em lactação, pelo fato de possibilitar uma estimativa da produção total, do pico de lactação e da persistência. Portanto é fundamental estimar a produção total de leite de um animal em lactação, a partir de dados de produções incompletas, para que seja possível a avaliação desse animal antes de ter sua lactação encerrada, proporcionando uma economia de tempo e de recursos financeiros (EL FARO et al.,1999). Por meio desta estimativa, torna-se possível realizar a seleção baseada em registros parciais da lactação de um animal ou de seus descendentes e de seus contemporâneos.

O progresso dos métodos estatísticos e o desenvolvimento de técnicas computacionais inovadoras tornaram possível a utilização de métodos mais aprimorados, que direcionam a uma estimativa mais apurada da produção leiteira (PONTE, 2009).

Cobucci et al. (2000) relataram que o formato da curva e suas implicações sobre a produção de leite podem auxiliar o produtor na previsão da produção de leite de suas vacas em um determinado estágio de lactação e, também, na tomada de decisões quanto ao descarte dos animais menos produtivos.

El Faro (1999) destaca que com base no desvio entre a curva padrão e a curva estimada para cada vaca, o pecuarista tem uma ferramenta adicional para direcionar a tomada de decisão sobre descarte e manejo. A magnitude da curva de lactação está na caracterização ampla da produção do animal durante toda lactação, podendo ser alcançada dentre outras avaliações, o tempo de ascensão ao pico de produção, a produção de leite no pico da lactação, a persistência e duração da lactação (FERREIRA e BEARZOTI, 2003).

Segundo Morant e Gnanasakthy (1989), o estudo da curva de lactação de um animal, além de auxiliar o pecuarista na melhoria de técnicas de manejo e alimentação, também é utilizado para estimar a produção total de leite a partir de registros que estão incompletos, tornando possível detectar quando uma vaca é potencialmente mais produtiva ou se o rebanho apresenta o desempenho desejado.

Já Bianchini Sobrinho (2004), enfatiza que por meio da previsão da produção de leite total de uma vaca, é possível escolher reprodutores e matrizes dentro de um rebanho por meio de seus descendentes, o que antecipa o processo de seleção.

Gonçalves et al. (2002) destaca que previsões da curva de lactação podem, dessa forma, ser de grande utilidade em tomadas de decisão em programas de seleção, bem como nas atitudes de manejo, em que a produção total de leite está correlacionada com as produções nos diferentes estádios da lactação.

A forma em que a curva se apresenta serve de indicativo ao produtor, direcionando as alterações que devem ser realizadas no manejo alimentar, indicando a necessidade de melhorar o plano nutricional, como ocorre na fase ascendente da curva permitindo desta forma a expressão do potencial produtivo, ou utilizar uma dieta menos complexa na fase descendente por ser uma fase biológica de diminuição da produção de leite (PONTE, 2009). Além disso, as curvas de lactação podem ser usadas para estabelecer um tempo adequado para que o produtor saiba o momento de encerrar a lactação (CHANG et al., 2001).

Tekerli et al. (2000), acrescentam que deve-se levar em consideração que nem todas as vacas ou um determinado grupo de vacas possuem curvas de lactação iguais, pois além do componente genético, a magnitude dos parâmetros que determinam sua forma varia segundo a influência de determinados fatores como, o rebanho, o ano do parto, a ordem de parição, a idade da vaca e a estação de parição.

Para Oliveira et al. (2007), as curvas de lactação devem ser estudadas mediante o uso de modelos matemáticos, objetivando o estabelecimento de estratégias capazes de aperfeiçoar a seleção e buscar genótipos que sejam mais eficientes e lucrativos ao produtor. Para os estudos de curvas de lactação os métodos lineares e não lineares de ajuste têm sido utilizados, principalmente em registros de produção em bovinos leiteiros.

De acordo com Afifi & Clark, (1984) as curvas de lactação são estudadas mediante três tipos de funções matemáticas: linear, intrinsecamente linear e não linear. Desta forma, pesquisadores buscam relatar matematicamente a curva de lactação de bovinos, investigando funções que predizem a produção leiteira com maior acurácia.

2.1.2 Persistência na lactação

A persistência na lactação foi definida na terceira década do século passado por Gaines (1927), como sendo o tempo em que a vaca mantém a produção de leite após

atingir o pico de produção sendo o principal componente da curva de lactação (WOOD, 1967).

Na literatura, podemos constatar várias descrições para a persistência na lactação, dentre elas Wood (1967) descreve como o tempo em que o pico de produção é mantido, já Sanders (1930), cita como a taxa de diminuição de leite a partir da produção máxima e Cupps (1966), como a capacidade da vaca em manter alta produção de leite até o final da lactação e ainda pode ser definida como a magnitude em que o pico de lactação é preservado ou a taxa de decréscimo da produção de leite após o pico de produção (BIANCHINI SOBRINHO, 1984).

A seleção de animais objetivando alteração no formato da curva de lactação é facilitada devido à persistência na lactação ser uma característica genética de herdabilidade moderada e de baixa correlação com a produção leiteira até 305 dias (COBUCCI et al; 2004). A melhoria da produção de leite e do nível de persistência na lactação das vacas pode ser uma maneira de aperfeiçoar a exploração econômica do rebanho, pois a melhor eficiência reprodutiva, menor taxa de enfermidades, maior vida útil dos animais são benefícios indiretos assim como a diminuição dos gastos com alimentação.

Segundo Dekkers, J.C.M., Tem Hag, J.H., e Weersink, A. (1988), vacas com boa persistência na lactação têm necessidades energéticas mais estáveis, permitindo uma melhor eficiência alimentar e da utilização de uma dieta menos onerosa. Além disso, vacas mais persistentes em um rebanho podem contribuir para diminuição dos custos de produção, pois, a persistência na lactação possui relação econômica no sistema de produção leiteira, (TEKERLI et al., 2000; JAKOBSEN et al., 2002). Desta forma, as curvas de lactação com maior persistência podem influenciar, de forma positiva, a permanência dos animais no rebanho e diminuir a taxa de descarte de animais menos lucrativos.

Gengler (1996) destaca que vacas que apresentam curvas com formato mais achatado, são originadas de vacas mais persistentes ou animais com pico menos expressivos, resultam em distribuição da produção de leite de forma mais bem distribuída, pois segundo Grossman et al., (1999) e Tekerli et al., (2000) vacas que originam curvas mais planas são menos propensas a estresse fisiológico, por não apresentarem produções elevadas no pico de lactação, e desta forma contribuem para menor ocorrência de distúrbios metabólicos e problemas reprodutivos.

2.1.3 Pico de lactação

O pico de lactação foi definido como a maior de produção de leite para uma determinada ordem de parto e nível produtivo do rebanho (MOLENTO, et al., 2004).

Gonçalves et al. (2002), ao estudar curvas de lactação com vacas Holandesas no Estado de Minas Gerais, observaram que o pico de produção ocorre em torno de 38 dias após o parto, diferente dos resultados encontrados por Cobucci et al. (2004), os quais observaram que o pico de lactação ocorre entre 60 e 90 dias após a parição ao analisar a persistência na lactação de vacas da raça Holandesa.

Já Lopes et al. (1996), ao avaliar a função gama incompleta proposta por WOOD (1967) em um estudo de curva de lactação com vacas holandesas constatou a ocorrência do pico da lactação no 48º dia e 51º dia pós parto para as estações chuvosa e seca respectivamente, e 46º dia para animais puro de origem (PO) contra 53º dia, para os de geração controlada (PC). Molento (1995) enfatiza que produção de leite no momento do pico aumenta à medida que aumentam a ordem de lactação e o nível de produção.

Guimarães et al. (2006), ao analisar a curva de lactação de caprinos observaram a existência de correlação negativa entre o pico e a persistência na lactação, concluindo que animais que apresentam maior persistência tendem a expressar pico de lactação menos acentuado. Da mesma forma, vacas que apresentam produções mais elevadas no pico da lactação, tendem a apresentar um decréscimo mais rápido da produção de leite após a expressão máxima da produção (TEKERLI et al., 2000).

Outro fator importante ressaltado por Martinez (2010), é que quando uma vaca deixa de atingir 0,5 kg de leite no pico de lactação, devido à falta de nutrientes, isto equivale a uma perda de produção de 110 kg de leite na lactação total.

Molento, (1995) enfatiza sobre a aplicabilidade prática relativa à obtenção do pico de produção, pois através dos valores obtidos, é possível selecionar animais a partir do momento do pico de produção, utilizando os valores como instrumento de auxílio para tomadas de decisões de descarte com base simplesmente no cálculo da razão entre o pico de um animal individualmente (por exemplo, um animal de primeira lactação) e o pico médio dos animais de outra ordem de lactação do rebanho (por exemplo, média de produção de leite no pico para os animais de segunda lactação).

3 MODELOS MATEMÁTICOS PARA DESCREVER A CURVA DE LACTAÇÃO

Os Modelos matemáticos podem ser denominados como um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduz, de alguma forma, um fenômeno em questão ou um problema de situação real BIEMBENGUT e HEIN, (2000), os quais também podem ser denominados de representações ou interpretações simplificadas da realidade, ou uma interpretação de um fragmento do todo. O conceito de modelo matemático pode ser determinado como uma representação de um sistema real, o que significa que um modelo deve representar um sistema e a forma como ocorrem modificações no mesmo, para Bassanezi (1994), consiste em transformação de problemas da realidade, em problemas matemáticos e os resultados transformados em linguagem do mundo real.

A modelagem pode ser utilizada como ferramenta para melhor compreender e aperfeiçoar o desempenho e a veracidade dos sistemas, os modelos são representações da realidade e constituem apoio para inúmeras áreas do ensino, da pesquisa e da extensão sendo citada com uma ferramenta de alto desempenho e baixo custo (LOVATTO e SAUVANT, 2002). Desta forma os modelos matemáticos desenvolvidos para descrever a produção de leite podem ser classificados em empíricos e mecanicistas (BEEVER, 1961).

Segundo Cunha et al., (2010) de acordo com a média de produção e a ordem de parto, determinados modelos matemáticos se mostram mais eficientes que outros. Os referidos autores separaram os animais em níveis de produção e subgrupos de acordo com a ordem de parto (1º, 2º, 3º ou mais), e verificaram que os modelos matemáticos estudados apresentavam diferentes ajustamentos em função dos grupos, sendo que vacas de primeira lactação foram melhor representadas pelo método de Wilmink (1987), animais de baixa produção e terceira lactação acima pelo modelo de Wood (1967), que se ajustou para todas ordens de lactação de animais de produção média, e Dijkstra (1997), apresentou melhor ajustamento para todas as ordens de lactação do grupo de alta produção (CUNHA et al., 2010). Na literatura, vários autores realizaram estudos comparativos de modelos estatísticos para curvas de lactação e encontraram resultados diversos (Cobby & Le Du, 1978; Shanks et al., 1981; Papajcsik & Boderó, 1988; Cobuci et al., 2000; Vargas et al., 2000).

3.1 Modelos matemáticos empíricos

Os modelos matemáticos empíricos de curvas de lactação são funções regulares $y = f(t)$, definidos para valores positivos da produção de leite por dia (y) e do tempo decorrido pós-parto (t), (PONTE, 2009).

Gipson e Grossman (1989) relatam que modelos empíricos têm sido utilizados para simulação da lactação e para previsões de futuras produções, tornando-se fundamental analisar quais modelos permite melhor capacidade de ajustamento às curvas de lactação. A modelagem empírica descreve as respostas de forma quantitativa sem levar em consideração os processos biológicos no resultado observado (DIAS, 2011).

Brody et al. (1923), foram um dos primeiros a descrever a curva de lactação por meio de modelos matemáticos. Os autores descreveram um modelo algébrico simples: $M_t = M_o e^{-kt}$, em que M_t é a produção de leite em qualquer mês, M_o é o valor teórico da produção máxima de leite no momento do parto, e representa a base dos logaritmos naturais, k é a constante de decréscimo da produção (definido posteriormente por Brody et al., (1924) e t é o tempo em meses.

Segundo Brody et al. (1923), esse modelo monomolecular de reações químicas, pode expressar a curva de lactação de alguns animais cujo pico se dá no dia do parto e a produção declina exponencialmente em função do tempo da lactação, porém em 1924 os mesmos autores propuseram outro modelo que unia a fase decrescente da lactação (do pico até a secagem do animal - descrita pela equação original) com uma outra fase ascendente (do parto até o pico): $M = Ae^{-K_1 t} - Be^{-K_2 t}$, estima a produção inicial em zero, com pico de produção, e posterior declínio da produção em que: em que: k_1 possui o mesmo significado de k da equação anterior, k_2 é a constante de declínio característica da fase ascendente da curva de secreção de leite, A e B são parâmetros não definidos biologicamente pelos autores.

Brody et. al. (1924), sugeriram que o aumento inicial da produção de leite até o pico da lactação ocorre devido ao aumento no número e no “vigor” das células secretoras de leite e que o decréscimo após o pico seria consequência da diminuição do número ou do “vigor” dessas células. Devido a relevante importância do modelo de Brody como introdutor dos estudos de curva de lactação por meio de modelos estatísticos, utilizados em estudos dessa natureza até hoje, optou-se por avaliar este modelo neste estudo.

Entre os modelos empíricos mais utilizados para a estimativa de curvas de lactação esta a função gama incompleta, descrita por WOOD (1967), que oferece um adequado ajuste às curvas de lactação, pois possui a aptidão de originar curvas de

diferentes formatos, com interferência de fatores ambientais e biológicos. Caracterizando-se por ser uma função exponencial ($M = At^b e^{-ct}$) com três parâmetros (A , b , c) e a variável tempo (t), em que: M é a produção de leite em determinada semana, A , b e c são constantes.

Ponte (2009) descreve a vantagem do modelo de Wood (1967), como de fácil ajustamento a diferentes curvas, devido a sua conformação algébrica. Contudo, podem ocorrer problemas de capacidade preditiva neste modelo, podendo ser atribuídos a fatores como raça, ou um fator biológico como uma queda de produção associada à nutrição (CASOLI et al., 1989).

O modelo de Wood (1967), também caracterizado como intrinsecamente linear, é bastante utilizado em estudos de lactação. Porém as superestimações da produção de leite tanto no início como no final da lactação, e a subestimação no meio da lactação, são citados como as maiores dificuldades para realização de ajuste (COBBY e LE DU, 1978). O modelo de Wood, com apenas três parâmetros, permitem predições da produção máxima, do tempo para obter essa produção e da persistência da lactação, sendo, desta forma um modelo utilizado na maioria dos estudos desta natureza (RIBEIRO e PIMENTA FILHO, 1999).

Molento et al. (2004) ao utilizar o banco de dados da A.P.C.B.R.H., descreveu o modelo de Wood (1967), por ser um modelo matemático com pontos de produção máxima sendo adequado para descrição de curvas de lactação de vacas holandesas. No referido estudo foram obtidos resultados mostrando um aumento de produção no momento do pico da lactação conforme a ordem de parto e nível de produção do rebanho. Devido a ser um dos modelos mais utilizados em estudos de curvas de lactação citado por vários autores e como sendo o que melhor representa o comportamento da curva (Madalena et al. 1979, Wood 1980; Macedo et al., 2001; Guimarães et al., 2002; Gonçalves et al., 2002; Molento et al., 2004; Gloria et al., 2010) decidiu-se como um modelo fundamental na avaliação deste estudo.

3.2 Modelos matemáticos mecanicistas

Modelos mecanicistas, construídos com base na biologia da lactação, como os propostos por Neal e Thornley (1983), representam esforços no sentido de se melhor compreender o comportamento de componentes do sistema, e são baseados em leis físicas e químicas, podendo envolver os níveis tecidual, celular ou molecular.

O modelo proposto por Dijkstra et al. (1997), é o principal modelo mecanicista abordado pela literatura, o qual busca traduzir processos bioquímicos e fisiológicos em termos matemáticos, o que leva em consideração processos celulares ligados a glândula mamária como número de células, atividade de secreção e apoptose das células secretoras, sendo preferencialmente utilizado para investigar mecanismos que regulam o desenvolvimento e dinâmica do tecido mamário no decorrer da lactação.

Val-Arreola et al. (2004), descreveram que o modelo de Dijkstra et al., (1997) além de apresentar melhor ajuste dos dados que o modelo de Wood (1967) tem como vantagem apresentar significado biológico para os parâmetros.

Recentemente Cunha et al. (2010), obtiveram os melhores ajustes às curvas de lactação de animais de alta produção da região da Zona da Mata mineira comparando oito modelos comumente citados na literatura com o modelo de DIJKSTRA et al. (1997).

O modelo de DIJKSTRA et al. (1997) é representado pela seguinte equação:

$$M = M_0 \exp \left(\delta \left(1 - \exp \left(-k_2 t \right) / k_2 - \lambda \right) \right)$$

em que:

M = produção de leite no tempo “ t ” (d^{-1})

δ = taxa específica de proliferação celular no dia do parto

k_2 = parâmetro de decaimento

λ = taxa específica de morte celular

t = tempo em dias

O modelo de Pollott (2000), também mecanicista é estruturado com base em processos biológicos, o que envolve a diferenciação celular do sistema mamário, morte celular e taxa de secreção de leite por unidade celular, este modelo adapta duas curvas logísticas e caracteriza o aumento da produção de leite mediante a proliferação e diferenciação de células secretoras do sistema mamário; além disso, retrata a diminuição da produção de leite durante a lactação devido principalmente à apoptose, isto é, a morte celular secretora programada (Pollot e Gootwine, 2000).

O Modelo de Pollot (2000): é representado pela equação:

$$M = \frac{MS}{1 + \frac{1-P_0}{P_0} \exp -G_t} \times \frac{1}{1 + \frac{1-Q_0}{Q_0} \exp -Dt}$$

em que:

M = produção diária de leite

P_0 = proporção de células do parênquima ativas no dia do parto em relação ao total de células presentes no período inicial da lactação.

G = taxa de crescimento relativo no número de células ativas

t = tempo em dias

Q_0 = proporção de células mortas no dia do parto em relação ao total de células morrendo durante a lactação completa.

D = taxa de mortalidade relativa de células

MS = potencial de secreção de leite total

Os modelos mecanicistas sobre a lactação tem permitido um grande desenvolvimento no conhecimento do metabolismo e dos processos bioquímicos que ocorrem na síntese do leite (GAONA, 2005).

Dijkstra et al. (1997) descreveram que a modelagem por funções mecanicistas apresentam limitações, pois alguns modelos apresentam certa complexidade referente à exigência de parâmetros para explicação do processo de produção leiteira na glândula mamária, o que requer variáveis adicionais que podem estar indisponíveis no banco de dados do rebanho.

4 DESENVOLVIMENTO

O desenvolvimento desta dissertação será realizado em um capítulo em forma de artigo que está formatada nas normas da Revista Semina: Ciências Agrárias da UEL- Universidade Estadual de Londrina. (Anexo A).

ANÁLISE E AJUSTE DE DIFERENTES MODELOS DE CURVA DE LACTAÇÃO DE VACAS HOLANDESAS, NA REGIÃO SUDOESTE DO PARANÁ

ANALYSIS AND ADJUSTMENT OF DIFFERENT LACTATING CURVE MODELS OF HOLSTEIN COWS IN SOUTHWEST REGION OF PARANA

Abilio Galvão Trindade Ferreira^{1*}; Douglas Sampaio Henrique²; Ricardo Augusto Mendonça Vieira³; Emilyn Midori Maeda⁴; Altair Antônio Valotto⁵

RESUMO

O objetivo do presente trabalho foi analisar quatro modelos matemáticos quanto ao seu ajuste e poder de predição das curvas de lactação de vacas Holandesas pertencentes a rebanhos da Região Sudoeste do Paraná. Foram obtidos inicialmente 42.281 controles de produções leiteiras referentes aos anos de 2005 a 2011, dos quais foram excluídas as informações de animais que não possuíam a data de secagem e a produção total aos 305 dias, restando 15.142 controles referentes a 2.441 vacas da raça holandesa. Os dados utilizados foram classificados de acordo com a ordem de parição das vacas (variando de um a seis), e dentro de cada ordem de parição os animais foram separados em quartis (Q25%, Q50%, Q75% e Q100%) conforme a produção total aos 305 dias. Para cada quartil, dentro de cada ordem de parição foram ajustados quatro modelos matemáticos, dois predominantemente empíricos (modelo de Brody e de Wood) e dois com características mais mecanicistas (modelo de Dijkstra e de Pollot). A qualidade de ajuste dos modelos foi comparada pelo critério de Akaike corrigido. O modelo de Wood apresentou o melhor resultado nos critérios de avaliação, na grande maioria de situações estudadas e, portanto é o mais indicado para representar as curvas de lactação de vacas holandesas na Região Sudoeste do Paraná.

Palavras-chave: Controle Leiteiro; modelos matemáticos; produção leiteira.

ABSTRACT

The objective of this study was to analyze four mathematical models about their fit and predictive power of the lactation curves of Holstein cows belonging to herds in the Southwest Region of Parana. Were obtained initially 42,281 controls of milk production for the years 2005 to 2011, from which were excluded the information of animals that did not have the date of drying and total milk production at 305 days of lactation, remaining 15,142 controls relating to 2,441 Holstein cows. The data were sorted according to the order of calving (ranging from one to six), and within each order of calving the animals were divided into quartiles (Q25%, Q50%, Q75% and Q100%) related to the total production at 305 days. For each quartile, within each lactation number, were adjusted four mathematical models, two predominantly empirical (Brody and Wood) and two with more mechanistic characteristics (model Dijkstra and Pollot). The quality of fit of the models was compared by corrected Akaike criterion. Wood's model showed the best result in almost all situations studied and therefore is the most suitable to represent the lactation curves of Holstein cows in the Southwest Region of Parana.

Key words: Milk control; mathematical models; milk production

¹ Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Zootecnia - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Campus Dois Vizinhos*, Dois Vizinhos-PR. E-mail: abilio_vet@hotmail.com;

² Professor do Programa de Pós-Graduação em Zootecnia - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Campus Dois Vizinhos*, Dois Vizinhos-PR. E-mail: douglas@utfpr.edu.br;

³ Professor do Laboratório de Zootecnia e Nutrição Animal, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, UENF – Campos dos Goytacazes, RJ . E-mail: ramvieira@uenf.br

⁴ Professora do departamento de Zootecnia UTFPR- *Campus Dois Vizinhos*. E-mail: emilyn@utfpr.edu.br

⁵ Médico Veterinário, APCBRH. E-mail: altair@holandesparana.com.br.

INTRODUÇÃO

A curva de lactação representa graficamente a produção de leite de um animal durante o período de lactação (YADAV et al., 1977). O estudo das curvas de lactação auxilia no entendimento do sistema de produção, na predição da produção de leite em determinado estágio de lactação e, conseqüentemente, na tomada de decisões quanto à seleção e manejo de animais (COBUCCI et al., 2001).

A primeira representação matemática da curva de lactação de bovinos foi feita por (BRODY et al., 1923). Este primeiro modelo (equação 1) descreve uma curva descendente cujo pico de lactação é previsto para ocorrer no dia do parto. Portanto, esse modelo não é adequado para descrever lactações inteiras de raças especializadas na produção de leite, mas é útil para delinear apenas a fase descendente da curva (BRODY et al., 1924; COBBY e LE DU, 1978):

$$M = Ae^{-k_1 t} \quad (1)$$

em que:

M = fluxo de leite no tempo “ t ” após o início do processo

k_1 = constante de declínio ou taxa específica da reação

Posteriormente, Brody et al. (1924), propuseram um modelo (equação 2) composto por duas fases: uma descendente representada pelo mesmo modelo publicado em 1923 (equação 1) e outra ascendente:

$$M = Ae^{-k_1 t} - Be^{-k_2 t} \quad (2)$$

em que:

k_2 = constante de declínio característica da fase ascendente da curva de secreção de leite.

Os demais parâmetros conforme equação (1)

Nas equações acima A e B são parâmetros cujos significados biológicos não foram descritos por (BRODY et al., 1924).

Wood (1967) propôs a utilização da função gama incompleta para modelar a curva de lactação e obteve um melhor ajuste das fases ascendente e descendente da curva do que os modelos empregados até essa época. Segundo Guimarães et al. (2006), a função gama incompleta, sugerida por Wood (1967), é o modelo mais empregado em estudos de estimativas da curva de lactação. Provavelmente, a ampla utilização deste modelo se deve à sua capacidade de se ajustar relativamente bem a dados de procedência diversa oriundos de vacas de diferentes raças ou nível de produção e ainda de sistemas de produção de localidades distintas (Cobby e Le Du, 1978, Papajcsik e Boderó, 1988, Dijkstra et al., 1997, Landete-Castillejos e Gallego, 2000, Cobucci et al., 2000, Pollott, 2000, Guimarães et al., 2006, Cunha et al., 2010). Outra característica importante do modelo de Wood é sua simplicidade e reduzido número de parâmetros (Wood, 1967).

Apesar da boa qualidade de ajuste apresentada pelo modelo de Wood (1967), seus parâmetros não possuem uma explicação biológica direta, assim como alguns parâmetros do modelo de (BRODY 1924).

Estes modelos são conhecidos como modelos empíricos, pois descrevem apenas as relações entre as variáveis sem ater-se obrigatoriamente às relações de causa e efeito. Ao longo das últimas décadas, a melhoria na capacidade de processamento computacional permitiu o desenvolvimento de modelos mais complexos cujos parâmetros podem representar processos bioquímicos e/ou fisiológicos que fazem parte do processo a ser modelado. Estes modelos são chamados de mecanicistas e, diferentemente dos modelos empíricos, são formulados com o intuito de estabelecer as relações de causa e efeito entre as variáveis estudadas.

O primeiro modelo da curva de lactação com parâmetros que possuem explicação fisiológica direta e cuja estimativa de seus valores numéricos pode ser feita com dados obtidos a campo foi proposto por (DIJKSTRA et al., 1997). Este modelo mecanicista foi desenvolvido com o objetivo de descrever o padrão de crescimento da glândula mamária de mamíferos durante a gestação e a lactação. O modelo é constituído de um único pool (população de células no tecido mamário) que é representado pelo acúmulo de DNA durante os períodos de gestação e lactação, um influxo e um efluxo que são a proliferação e a morte celular, respectivamente. Os autores ajustaram o modelo aos dados de desenvolvimento da glândula mamária (representado pelo acúmulo de DNA) em diversas espécies (camundongo, rato, cobaia, hamster e cabra) e posteriormente realizaram algumas redefinições dos parâmetros do modelo original para usá-lo na representação da curva de lactação de bovinos.

Um outro modelo que possui características fortemente mecanicistas foi proposto por Pollott (2000) e baseia-se no ajuste de duas curvas logísticas para representar os principais processos biológicos envolvidos na lactação como a proliferação das células do parênquima do tecido mamário e sua diferenciação em células com capacidade de secretar leite, assim como na redução numérica dessas células em decorrência de apoptose (POLLOTT e GOOTWINE, 2000). Segundo Pollott (2000), além da vantagem em possuir significado biológico para os parâmetros, este modelo pode ser modificado por meio de termos aditivos que permitem prever o efeito de fatores que alteram o curso da produção de leite durante o período de lactação como melhorias na nutrição ou o início de uma gestação. Entretanto, o modelo de Pollot é mais complexo que o de Dijkstra e possui maior número de parâmetros.

Os modelos supracitados, além de outros, foram testados por vários autores quanto a sua qualidade de ajuste a dados de produção leiteira obtidos em contextos diversos (Papajcsik e Boderó, 1988, Dijkstra et al., 1997, Cobucci et al., 2000, Cobucci et al., 2001, Val-Arreola et al., 2004, Guimarães et al., 2006, Cunha et al., 2010). Os resultados variaram devido, principalmente, às diferenças no nível de produção dos rebanhos e à ordem de parição das vacas e a classificação dos modelos quanto à qualidade de ajuste divergiu significativamente nos diferentes trabalhos (Papajcsik e Boderó, 1988, Dijkstra et al., 1997, Cobucci et al., 2000, Cobucci et al., 2001, Val-Arreola et al., 2004, Guimarães et al., 2006, Cunha et al., 2010).

Diversos autores, ao avaliar o modelo de Brody (Papajcsik e Boderó, 1988, Cobucci et al., 2000, Guimarães et al., 2006, Cunha et al., 2010), representaram a curva de lactação usando a seguinte grafia para a equação:

$$M = Ae^{-k_1 t} - Ae^{-k_2 t} \quad (3)$$

A equação (3) prediz produção de leite igual à zero no dia do parto, como foi afirmado por (PAPAJCSIK e BODERO 1988). Contudo, o modelo original de Brody (equação 2) não produz esse resultado. Simulações da curva de lactação usando os valores dos parâmetros da equação (2) estimados por Brody et al., (1924) a partir de dados de vacas holandesas ordenhadas duas, três ou quatro vezes ao dia predizem produções iniciais de 13, 16 e 40 lb/d, respectivamente. Portanto, a equação que os autores supracitados avaliaram como sendo a de Brody et al., (1924) difere da publicada originalmente e o equívoco se repetiu por pelo menos duas décadas.

Portanto, a partir dos resultados publicados não é possível definir qual modelo se aplica a todas às situações e depreende-se que existe a necessidade de avaliar qual (is) modelo(s) se aplica(m) melhor à condição em que se pretende utilizá-lo(s). Uma situação particular é a avaliação do modelo de Brody et al. (1924), que até o momento foi descrito de forma errônea, o que certamente invalida os resultados obtidos. Neste sentido, um conjunto de dados sobre produção leiteira na região Sudoeste do Paraná foi utilizado para avaliar quatro (Brody et al., 1924, Wood, 1967, Dijkstra et al., 1997 e Pollot, 2000), dos cinco modelos citados anteriormente com o intuito de conhecer qual é o mais adequado para ser utilizado nos programas de seleção de vacas leiteiras da região, que atualmente é a maior bacia leiteira do Paraná (SEAB, 2012), mas ainda carece de dados técnicos para melhorar a produtividade por vaca (IPARDES, 2009).

MATERIAL E MÉTODOS

Foram obtidos 42.281 controles de produções leiteiras da região Sudoeste do Paraná referentes aos anos de 2005 a 2011 junto à Associação Paranaense dos Criadores de Bovinos da Raça Holandesa (APCBRH) com sede em Curitiba – PR. Os controles continham os registros de produção na data do controle leiteiro, coletado mensalmente, a identificação dos animais, as datas de nascimento e de partos, a ordem de parição, a produção parcial e a produção total aos 305 dias de lactação. As informações de animais que não possuíam a data de secagem e a produção total aos 305 dias foram excluídas do conjunto de dados a ser analisado, restando 15.142 controles referentes a 2.441 vacas da raça holandesa (Tabela 1).

Os dados foram classificados de acordo com a ordem de parição das vacas (que variava de um a seis) e dentro de cada ordem de parição os animais foram separados em quartis (Q25%, Q50%, Q75% e Q100%) conforme a produção total aos 305 dias. Esta classificação foi realizada por meio do procedimento *procunivariate* do SAS (version 9; SAS Institute Inc., Cary, NC, USA). Para cada quartil dentro de cada ordem de parição foram ajustados quatro modelos matemáticos, dois predominantemente empíricos (modelo de Brody e de Wood) e dois com características mais mecanicistas (modelo de Dijkstra e de Pollot) usando o *procnlin* do SAS método de Marquardt.

A descrição dos modelos e de seus respectivos parâmetros usada no presente trabalho foi a mais próxima possível da contida nos artigos originais.

Modelo de Brody:

Descrito anteriormente na equação (2).

Modelo de Wood:

$$M = At^b e^{-ct} \quad (4)$$

M = produção de leite.

A , b e c = constantes (como descrito por Wood, 1967).

b e c devem ser menores que 1.

t = tempo em dias (no artigo original o tempo era dado em semanas)

Modelo de Dijkstra:

$$M = M_0 \exp \mu_T (1 - \exp -k_2 t) / k_2 - \lambda \quad (5)$$

M = produção de leite no tempo “ t ” (d^{-1}).

M_0 = produção inicial teórica de leite ($kg d^{-1}$)

μ_T = taxa específica de proliferação celular no dia do parto;

k_2 = parâmetro de decaimento.

λ = taxa específica de morte celular.

t = tempo em dias.

Modelo de Pollot:

$$M = \frac{MS}{1 + \frac{1-P_0}{P_0} \exp -Gt} \times \frac{1}{1 + \frac{1-Q_0}{Q_0} \exp -Dt} \quad (6)$$

M = produção diária de leite.

P_0 = proporção do total de células do parênquima que se tornaram ativas durante o início da lactação que estão presentes no primeiro dia de lactação.

G = taxa de crescimento relativo no número de células ativas.

t = tempo em dias.

Q_0 = proporção do total de células do parênquima morrendo que estão mortas no primeiro dia de lactação.

D = taxa de mortalidade relativa de células.

MS = potencial de secreção de leite total durante a lactação.

A qualidade de ajuste dos modelos aos dados foi verificada por meio do critério de Akaike (Akaike, 1974, Burnham e Anderson, 2004) observando as recomendações sugeridas por (VIEIRA et al., 2012).

Segundo Burnham e Anderson (2004) o critério de Akaike (AIC) possui sólido embasamento filosófico e estatístico para avaliar a qualidade de ajuste de modelos matemáticos e auxiliar na seleção do modelo mais adequado. O AIC_{cr} (AIC corrigido) é uma versão do AIC que deve ser utilizada na prática, pois pode ser usada até mesmo quando o número de observações (n) não é suficientemente grande (ao contrário do AIC) e o aumento do “ n ” faz com que AIC_{cr} tenda a AIC. O AIC_{cr} é determinado a partir da soma de quadrado dos resíduos, do número de observações utilizadas e do número de parâmetros do modelo (incluindo o parâmetro do erro aleatório). O valor individual do AIC_{cr} não possui uma interpretação. Para selecionar os modelos deve-se calcular: a diferença entre o AIC_{cr} do modelo em questão e o AIC_{cr} mínimo do rol de modelos (Δ_r); a probabilidade de verossimilhança (w_r) a partir do Δ_r e do número de modelos e a verossimilhança relativa (ER_r) que é a razão entre o w_r máximo e o w_r do modelo em questão (BURNHAM e ANDERSON, 2004, VIEIRA et al., 2012). Os valores de Δ_r devem estar entre 0 e 2 para que os modelos sejam considerados semelhantes em reproduzir o comportamento dos dados observados e reduzir a perda de informação (nesse caso o modelo com o menor número de parâmetros deve ser preferido). Valores de Δ_r maiores que 2 e menores ou iguais a 10 significam que o desempenho do modelo não foi tão bom e valores maiores que 10 indicam que o modelo falhou em reproduzir os dados e minimizar a perda de informação (BURNHAM e ANDERSON, 2004, VIEIRA et al., 2012). Em relação ao w_r , quando seu valor for superior a 0,8 considera-se que o modelo é uma representação verossímil da realidade, não tanto para um w_r maior que 0,5 e menor ou igual a 0,8 e não verossímil quando w_r for menor ou igual a 0,5. (VIEIRA et al., 2012). Na escolha do melhor modelo, aquele que possuir o valor de $ER_r = 1$ será a melhor escolha, os modelos cujos valores de ER_r forem maiores que 1 e menores ou iguais a 20 serão considerados modelos menos prováveis e aqueles cujo ER_r superar o valor 20 serão as piores escolhas (VIEIRA et al., 2012).

Após o ajuste dos parâmetros, foi calculado o pico de produção de leite, por meio da integral definida no intervalo 0,305 da produção de leite em função do tempo usando cada função ajustada nas respectivas ordens de parição (OP1 a OP6) e quartis (Q25% a Q100%), como descrito na integral generalizada abaixo:

$$\int_0^{305} f(t) dt \quad (7)$$

A produção no pico de lactação e o dia de pico também foram calculados para as situações descritas acima, por meio da determinação do ponto de máximo das curvas de lactação e do valor de t referente ao ponto de máximo calculado.

RESULTADOS

O modelo de Pollott utilizado no presente trabalho foi modificado para reduzir o número de parâmetros de sete para cinco, conforme as sugestões de (POLLOTT, 2000 e POLLOTT e GOOTWINE, 2000). Apesar da simplificação do modelo o mesmo não se ajustou aos dados em nenhuma das ordens de parição (OP) e quartis relativos aos níveis de produção total aos 305 dias de lactação (Q).

O modelo de Brody (Brody, 1924) obteve valores de $\Delta_r < 0,2$ em 11 situações (tabela 2), destas, em seis casos (OP1 Q50%; OP2 Q25%; OP3 Q25%; OP3 Q50%; OP3 Q75% e OP4 Q50%) o modelo de Brody foi semelhante ao de Wood e ao de Dijkstra em reproduzir o comportamento dos dados e minimizar a perda de informação (tabela 2); em dois casos (OP1 Q25% e OP1 Q75%) foi semelhante apenas ao modelo de Dijkstra e em outros dois casos foi semelhante apenas ao modelo de Wood (OP5 Q50% e OP6 Q75%). Em apenas uma situação (OP1 Q100%) o modelo de Brody falhou em reproduzir o comportamento dos dados observados ($\Delta_r > 10$ – Tabela 2). Entretanto, observando-se os valores de w_r (tabela 2 – todos menores que 0,8) depreende-se que em nenhuma situação o modelo de Brody apresentou alta probabilidade de ser uma representação verossímil do comportamento dos dados. Entretanto, em dois casos (OP1 Q75% e OP5 Q75%) o referido modelo possui probabilidade intermediária ($w_r \in (0,5, 0,8]$) de representar a realidade com verossimilhança. Na OP1 Q75% e na OP5 Q75% o modelo de Brody foi considerado a melhor escolha dentre os modelos testados ($ER_r = 1$ – Tabela 2) e na OP1 Q100%; na OP2 Q75% e na OP3 Q100% foi considerado a pior escolha ($ER_r > 20$ – Tabela 2), nos outros casos ocupou posição intermediária, com exceção da OP4 Q75%, da OP4 Q100% e da OP6 Q50% em que ocorreu falha no ajuste (duas primeiras situações) ou problema com o modelo (na OP6 Q50%).

O desempenho do modelo de Dijkstra et al. (1997), foi parecido com o do modelo de Brody et al., (1924). Em dez situações o modelo de Dijkstra et al. (1997), obteve $\Delta_r < 0,2$ em seis (OP1 Q50%; OP2 Q25%; OP3 Q25%; OP3 Q50%; OP3 Q75%; OP4 Q50%) o modelo foi semelhante ao de Brody e Wood para reproduzir o comportamento dos dados (Tabela 2), em dois casos foi semelhante apenas ao modelo de Brody (OP1 Q25% e OP1 Q75%) e em duas situações, apenas ao modelo de Wood (OP4 Q75% e OP4 Q100%). Assim, como o modelo de Brody, na OP1 Q100% o modelo de Dijkstra falhou em reproduzir o comportamento dos dados ($\Delta > 10$ – Tabela 2) e não foi verossímil em nenhuma situação estudada ($w_r < 0,8$ – Tabela 2). Somente na OP4 Q75% o modelo de Dijkstra apresentou probabilidade intermediária $\Delta w_r \in (0,5, 0,8$ de representar os dados com verossimilhança. Este modelo seria a melhor escolha para representar os dados na OP1 Q25% e na OP4 Q75% ($ER_r = 1$). Na OP5 Q 50% houve problema com o ajuste do modelo e na OP5 Q75% e na OP6 Q75% não foi possível ajustar os parâmetros (matriz Hessiana singular).

O modelo de Wood (1967) obteve $\Delta_r < 0,2$ em 21 das 24 situações estudadas (Tabela 2) e nas outras três situações $\Delta_r < 2,10$ (Tabela 2).

Este foi o único modelo capaz de representar os dados com verossimilhança, ou seja, com valores de $w_r > 0,8$. Isto ocorreu na OP1 Q100%, OP2 Q75%, OP2 Q100% e OP3 Q100% (Tabela 2). Além disso, o modelo de Wood foi considerado a melhor escolha ($ER_r = 1$) em 20 ocasiões (Tabela 2) e a pior escolha em apenas uma (OP1 Q75% – Tabela 2).

As funções para estimar a produção aos 305 dias, a produção máxima e o dia do pico de lactação para o modelo de Wood são representadas pelas equações (8), (9) e (10), respectivamente:

$$M_{tot} = A \int_0^{305} t^b \exp -ct \, dt \quad (8)$$

$$M_{max} = A(b/c)^b e^{-b} \quad (9)$$

$$t_p = b/c \quad (10)$$

em que M_{max} representa a produção máxima de leite e t_p o dia em que ocorre o pico de lactação. Os outros parâmetros conforme definidos anteriormente

As mesmas estimativas podem ser obtidas para o modelo de Dijkstra por meio das equações (11), (12) e (13):

$$M_{tot} = M_0 \int_0^{305} \exp \frac{\mu (1 - \exp -k_2 t)}{k_2} - \lambda t \, dt \quad (11)$$

$$M_{max} = M_0 \left(\frac{\lambda}{\mu T} \right)^{\lambda/k_2} \exp (\mu T - \lambda)/k_2 \quad (12)$$

$$t_p = \ln(\mu T/\lambda) / k_2 \quad (13)$$

E para o modelo de Brody pelas equações (14), (15) e (16):

$$M_{tot} = \int_0^{305} A e^{-k_1 t} - B e^{-k_2 t} \, dt \quad (14)$$

$$M_{max} = A \cdot \exp \frac{-k_1}{k_2 - k_1} \times \ln \frac{B k_2}{A k_1} - B \cdot \exp \frac{-k_1}{k_2 - k_1} \times \ln \frac{B k_2}{A k_1} \quad (15)$$

$$t_p = \ln \frac{B \cdot k_2}{A \cdot k_1} \times \frac{1}{k_2 - k_1} \quad (16)$$

Todos os parâmetros conforme definições anteriores.

As estimativas do pico de produção e do dia de pico obtidas pelos três modelos (Brody, Wood e Dijkstra) foram bastante próximas (tabela 3), assim como a estimativa da produção total aos 305 dias (tabela 3), sendo os valores estimados pelos modelos de Brody e Dijkstra sempre mais próximos um do outro do que dos valores de Wood (Tabela 3).

DISCUSSÃO

Devido a dificuldades em se quantificar alguns processos biológicos a campo, como a taxa de secreção de leite (S) em kg/célula por dia, Pollott sugeriu modificações em seu modelo para que fosse possível ajustá-lo aos dados de produção obtidos em propriedades leiteiras (Pollott, 2000 e Pollott e Gootwine, 2000), além de outras modificações para prever variações na curva de lactação decorrentes de mudanças no regime nutricional e evolução da gestação (POLLOTT, 2000). Desta forma, os autores ajustaram o modelo, com sucesso, tanto a dados de produção leiteira de bovinos Pollott (2000), quanto de ovinos (POLLOTT e GOOTWINE, 2000). E ao compará-lo com os modelos propostos por Wood, Dijkstra e Morant (os dois primeiros também testados no presente trabalho), Pollott encontrou menores valores para o quadrado médio do resíduo com a forma simplificada do modelo proposto por ele. Contudo, no presente trabalho, a qualidade de ajuste dos modelos foi realizada segundo o critério de Akaike, que possui uma boa fundamentação teórica para avaliar modelos matemáticos (Burnham e Anderson, 2004) e não apenas comparando os quadrados médios dos desvios. Entretanto, o modelo de Pollott não chegou a ser comparado

com os outros pelo critério de Akaike, por não ter se ajustado aos nossos dados, o processo de estimativa dos parâmetros resultou em uma matriz Hessiana singular.

O modelo desenvolvido por Dijkstra et al. (1997), após algumas redefinições dos parâmetros para usá-lo na representação da curva de lactação de bovinos, foi comparado com o modelo de Wood quanto à capacidade de ajuste a dados de lactações inteiras provenientes de 23 animais (DIJKSTRA et al., 1997). A comparação entre os modelos foi baseada no quadrado médio dos resíduos, no R² e no teste estatístico de Durbin-Watson (DIJKSTRAET al., 1997). O modelo de Wood foi superior em lactações cujo pico de lactação era mais suave, enquanto o modelo de Dijkstra se ajustou melhor às curvas com pico mais acentuado (DIJKSTRA et al., 1997). Além disso, Dijkstra et al. (1997), afirmam que, em geral, os resíduos obtidos com o modelo de Wood são positivamente autocorrelacionados (estatística de Durbin-Watson entre 0,31 e 2,13), enquanto do modelo de Dijkstra a autocorrelação é menos pronunciada (estatística de Durbin-Watson entre 0,59 e 2,5).

No presente trabalho o modelo de Dijkstra teve desempenho semelhante ao de Brody, apesar dos 73 anos que separam a criação dos dois. Enquanto Brody et al. (1923), e Brody et al. (1924), formularam as primeiras descrições da curva de lactação, Dijkstra et al. (1997), desenvolveram a primeira descrição simples e biológica da curva que poderia ser utilizada em situações práticas. Contudo em relação ao modelo de Wood (1967). Os modelos de Dijkstra e de Brody tiveram desempenho bastante inferior (tabela 2)

Por ser o modelo de curva de lactação mais conhecido o modelo de Wood é amplamente utilizado como termo de comparação com outros modelos (PONTE, 2009, MOLENTO et al., 2004 e DIAS, 2011).

Papajcsik e Boderó (1988), ao comparar 20 modelos de curva de lactação concluíram que o modelo de Wood e uma forma modificada do mesmo forneceram as melhores representações da curva de lactação de vacas holandesas do sudoeste de Queensland (Australia). Enquanto Val-Arreola et al., (2004) obtiveram melhores ajustes com o modelo de Dijkstra às curvas de lactação de vacas divididas em 3 ordens de parição, oriundas de propriedades pertencentes a dois níveis de produção (pequena escala e intensiva) no México central.

Cunha et al. (2010), ajustaram oito tipos de modelos de curva de lactação aos dados de produção de vacas mestiças holandês-zebu separadas por ordem de parto (1^a, 2^a e 3^a acima) e originárias de propriedades classificadas como baixa, média e alta produção. Estes autores obtiveram bons ajustes com o modelo de Wood para vacas dos grupos de baixa e média produção leiteira e para o grupo de alta produção o modelo de Dijkstra foi o que melhor se ajustou. O modelo de Pollott não se destacou em qualquer um dos grupos estudados e teve problemas de ajuste nos grupos de 1^a e 2^a cria de baixo e alto níveis de produção (CUNHA et al., 2010). Os autores ponderaram sobre a possibilidade de modelos mecanicistas como o de Pollott e de Dijkstra não se ajustarem bem às curvas de animais de baixa produção. Contudo, no presente trabalho o modelo de Pollott não se ajustou nem mesmo aos grupos de maior produção (Q100%) e o de Dijkstra se ajustou a alguns grupos de baixa produção (Q25% - Tabelas 2), sendo inclusive a melhor opção para o grupo OP1 Q25% (Tabela 2), portanto, a pressuposição de Cunha et al. (2010) não foi corroborada por nossos resultados.

As estimativas para o dia do pico de lactação calculado com os modelos de Brody et al. (1924), Wood (1967) e Dijkstra et al. (1997) ajustados por Cunha et al. (2010) são bastante divergentes. No referido artigo, o dia do pico calculado pelo modelo de Brody é mais próximo do início da lactação, seguido pelo modelo de Wood e o pico mais tardio é o estimado pelo modelo de Dijkstra (CUNHA et al., 2010). Mas, conforme citado anteriormente os autores, assim como vários outros, descreveram o modelo de Brody de uma forma diferente da existente no artigo original, o que invalida as inferências feitas acerca do modelo. Nossas estimativas do dia do pico calculadas a partir dos três modelos foram próximas (tabela 3), com a menor diferença entre os modelos de Brody e Dijkstra (tabela 3 e figuras 1 e 3), sendo, com raras exceções, um pouco mais próximo ao parto para o modelo de Wood (tabela 3 e figura 2). Nas figuras 1, 2 e 3 onde estão representadas as curvas geradas pelos três modelos para as ordens de parição OP1 e OP3, é possível visualizar a semelhança das curvas dos modelos de Wood e de Brody (figura 1 e 3), enquanto o modelo de Wood produziu curvas levemente diferentes (figura 3).

No presente trabalho também não houve tendência de algum modelo se ajustar melhor a determinada situação, como por exemplo, Dijkstra se ajustar bem para animais de alta produção (como encontrado por Cunha et al., 2010) ou a uma curva com pico mais acentuado (conforme resultado de Dijkstra et al., 1997). Os resultados mais relevantes e gerais foram: Pollott não se ajustou a nenhuma situação, Wood foi o melhor na maioria delas (tabela 2) e Brody e Dijkstra tiveram qualidade de ajuste intermediária e semelhante (tabela 2), com estimativas de pico, dia de pico e produção total aos 305 dias, muito próximas para os dois últimos modelos (tabela 3). Os resultados obtidos possuem alguma influência apenas do número de parâmetros de cada modelo (cinco para Pollott, quatro para Brody e Dijkstra e três para Wood), ou seja, aparentemente, a qualidade de ajuste foi inversamente proporcional ao número de parâmetros do modelo.

Portanto, pelos critérios de avaliação utilizados o modelo de Wood obteve o melhor desempenho, na grande maioria dos casos. O modelo de Wood possui ainda vantagem de se ajustar bem aos dados com um número reduzido de parâmetros (apenas dois), mas a desvantagem de não ter uma caracterização biológica dos parâmetros do modelo.

CONCLUSÕES

O modelo de Wood foi o que melhor se ajustou aos dados na maioria das situações. Provavelmente, devido à sua simplicidade e reduzido número de parâmetros. Por isso, é o mais recomendado para delinear a curva de lactação em situações práticas e nos casos em que a descrição biológica dos parâmetros não for necessária para realização de inferências.

AGRADECIMENTOS

A A.P.C.B.R.H. pelo fornecimento dos dados para realização deste trabalho em especial ao Dr. José Augusto Horst Gerente do Programa de Análise de Rebanhos Leiteiros da APCBRH e Dr. Altair Antônio Valotto, Superintendente da APCBRH.

Tabela 1. Produções máximas e mínimas aos 305 dias, número de vacas e de controles em cada Ordem de Parição (OP) e Quartil (Q).

OP	Q	n° vacas	Produção aos 305 dias		N° controles
			Mínima	Máxima	
1	25%	343	19	4508	1261
1	50%	342	4512	6442	1705
1	75%	343	6443	8327	2214
1	100%	342	8330	16103	2422
2	25%	162	165	5656	815
2	50%	161	5658	7667	1179
2	75%	161	7679	9329	1211
2	100%	161	9340	14397	1237
3	25%	66	302	5783	325
3	50%	66	5906	8224	489
3	75%	65	8284	10487	555
3	100%	65	10492	14658	533
4	25%	29	420	6029	145
4	50%	28	6062	8200	203
4	75%	28	8285	10432	225
4	100%	28	10530	13677	221
5	25%	9	1580	6176	38
5	50%	9	6524	9616	82
5	75%	9	9856	11756	85
5	100%	9	12090	13537	72
6	25%	4	5775	7566	24
6	50%	4	7915	9430	33
6	75%	4	9494	11009	48
6	100%	3	11206	13409	20
TOTAL		2441			15142

OP = Ordem de Parição; Q = Quartil.

Tabela 2. Diferença entre os valores de $AICc_r$ (Δ_r), probabilidade de verossimilhança (w_r) e verossimilhança relativa (ER_r) dos modelos em cada Ordem de Parição (OP) e cada Quartil (Q).

OP	Q	Brody			Wood			Dijkstra		
		Δ_r	w_r	ER_r	Δ_r	w_r	ER_r	Δ_r	w_r	ER_r
1	25%	0,024	0,464	1,012	3,941	0,065	7,175	0,000	0,470	1,000
1	50%	0,200	0,337	1,105	0,000	0,372	1,000	0,496	0,291	1,282
1	75%	0,000	0,537	1,000	6,348	0,022	23,90	0,397	0,440	1,220
1	100%	17,07	0,000	5090	0,000	1,000	1,000	20,40	$3,7 \times 10^{-5}$	26876
2	25%	1,813	0,223	2,476	0,000	0,553	1,000	1,816	0,223	2,479
2	50%	3,023	0,154	4,534	0,000	0,698	1,000	3,102	0,148	4,715
2	75%	8,681	0,013	76,73	0,000	0,979	1,000	9,596	0,008	121,2
2	100%	5,789	0,051	18,07	0,000	0,913	1,000	6,459	0,036	25,26
3	25%	1,902	0,218	2,588	0,000	0,564	1,000	1,910	0,217	2,599
3	50%	0,339	0,302	1,185	0,000	0,358	1,000	0,104	0,340	1,053
3	75%	0,968	0,291	1,623	0,000	0,472	1,000	1,375	0,237	1,989
3	100%	6,822	0,031	30,30	0,000	0,945	1,000	7,390	0,023	40,25
4	25%	2,457	0,186	3,417	0,000	0,635	1,000	2,528	0,179	3,540
4	50%	1,601	0,235	2,226	0,000	0,523	1,000	1,532	0,243	2,152
4	75%	-	-	-	1,208	0,353	1,829	0,000	0,647	1,000
4	100%	-	-	-	0,000	0,565	1,000	1,258	0,301	1,876
5	25%	2,423	0,186	3,359	0,000	0,626	1,000	2,409	0,188	3,336
5	50%	1,598	0,262	2,223	0,000	0,582	1,000	-	-	-
5	75%	0,000	0,541	1,000	3,657	0,087	6,225	-	-	-
5	100%	2,889	0,162	4,240	0,000	0,686	1,000	3,004	0,153	4,491
6	25%	2,732	0,170	3,920	0,000	0,665	1,000	2,781	0,166	4,017
6	50%	-	-	-	0,000	0,817	1,000	3,066	0,176	4,632
6	75%	1,085	0,297	1,720	0,000	0,511	1,000	-	-	-
6	100%	2,408	0,188	3,334	0,000	0,625	1,000	2,412	0,187	3,340

OP = Ordem de Parição; Q = Quartil.

Tabela 3. Estimativas da produção no pico da lactação (Prod. pico), do dia em que ocorre o pico de produção (Dia pico) e da produção total aos 305 dias de lactação (Produção) utilizando os modelos de Brody, Wood e Dijkstra.

		Estimativas da produção leiteira								
OP	Q	Brody			Wood			Dijkstra		
		Dia Pico	Prod. pico (kg/d)	Produção 305(kg)	Dia Pico	Prod. pico (kg/d)	Produção (kg /305 d)	Dia Pico	Prod. pico (kg/d)	Produção (kg /305 d)
1	25%	21	17,54	4087	19	17,02	4093	21	17,56	4089
1	50%	43	23,83	6195	44	23,38	6173	45	24,19	6297
1	75%	58	28,74	7609	68	28,18	7585	58	28,82	7620
1	100%	77	35,85	9794	78	35,60	9759	77	35,97	9819
2	25%	21	23,52	5402	16	23,38	5378	21	23,50	5400
2	50%	45	28,53	7256	39	28,59	7214	46	28,53	7256
2	75%	49	34,34	8738	46	34,11	8700	49	34,42	8750
2	100%	56	41,81	10851	52	41,58	10796	56	41,86	10858
3	25%	29	26,06	5773	28	25,64	5735	29	25,78	5710
3	50%	41	31,40	7572	35	31,44	7533	42	31,43	7584
3	75%	59	37,59	9543	50	37,79	9501	59	37,65	9553
3	100%	52	45,49	11817	49	45,19	11762	52	45,53	11818
4	25%	42	30,18	6531	40	30,03	6473	43	30,16	6541
4	50%	51	31,29	7545	48	31,02	7497	52	31,32	7541
4	75%	-	-	-	41	39,02	9656	41	38,15	9721
4	100%	-	-	-	24	45,36	11675	24	44,95	11737
5	25%	34	34,39	7430	25	34,80	7455	34	34,47	7445
5	50%	30	33,79	8774	23	33,37	8745	-	-	-
5	75%	13	43,84	9271	43	40,85	10460	-	-	-
5	100%	47	51,09	12903	55	49,91	12864	46	51,22	12897
6	25%	41	37,64	7910	54	36,02	7759	41	37,67	7957
6	50%	-	-	-	46	38,76	8981	53	38,91	9032
6	75%	8	46,65	675	42	42,98	10522	-	-	-
6	100%	39	47,37	12341	58	46,01	12271	39	47,39	12342

OP = Ordem de Parição; Q = Quartil.

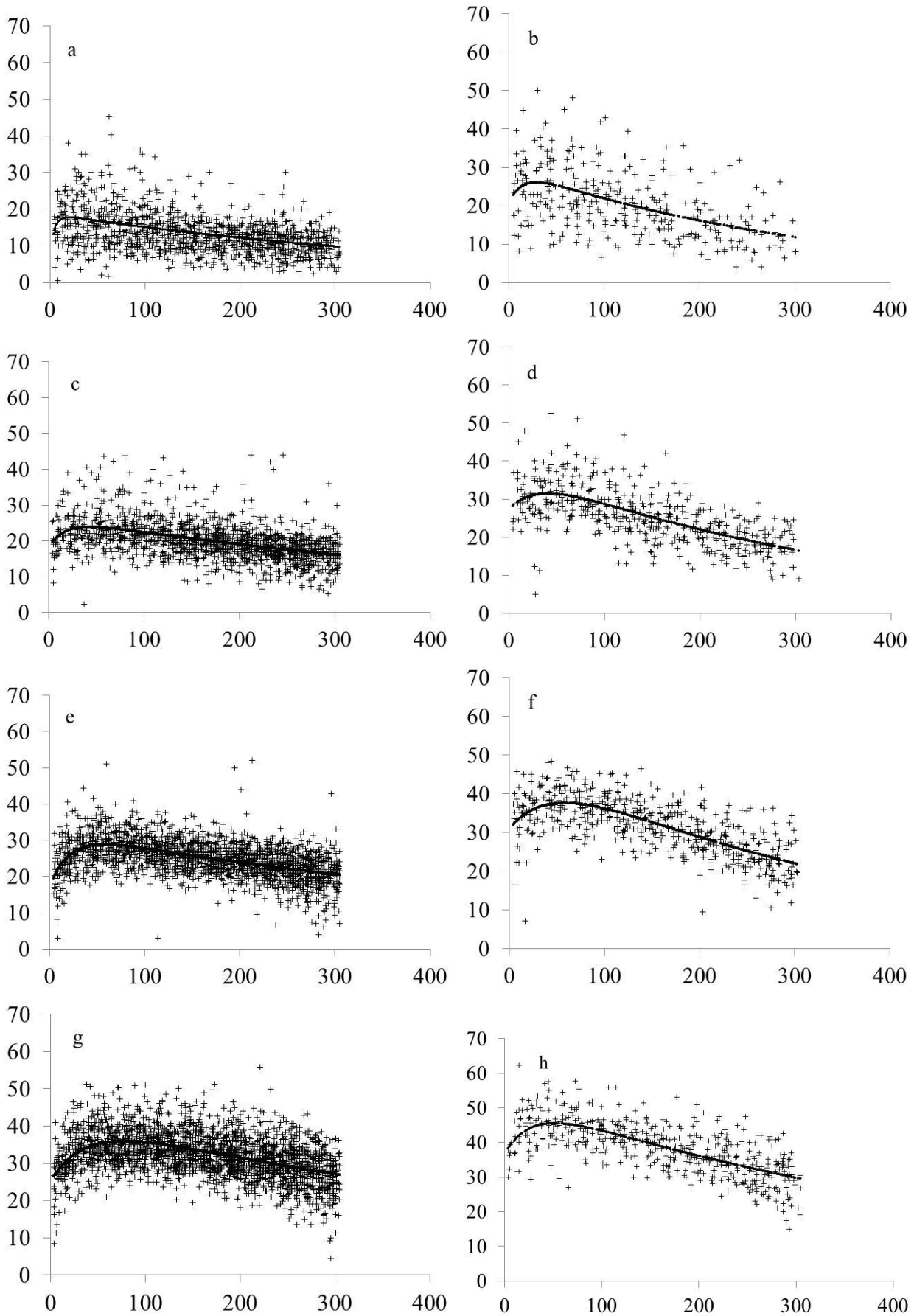


Figura 1. Eixo x – dias de lactação e eixo y produção de leite (kg/d) . Dados observados e curva predita pelo modelo de Brody para a 1ª (a, c, e, g) e a 3ª ordem de lactação (b, d, f, h) nos quartis: 25% (a, b), 50% (c, d), 75% (e, f) e 100% (g, h).

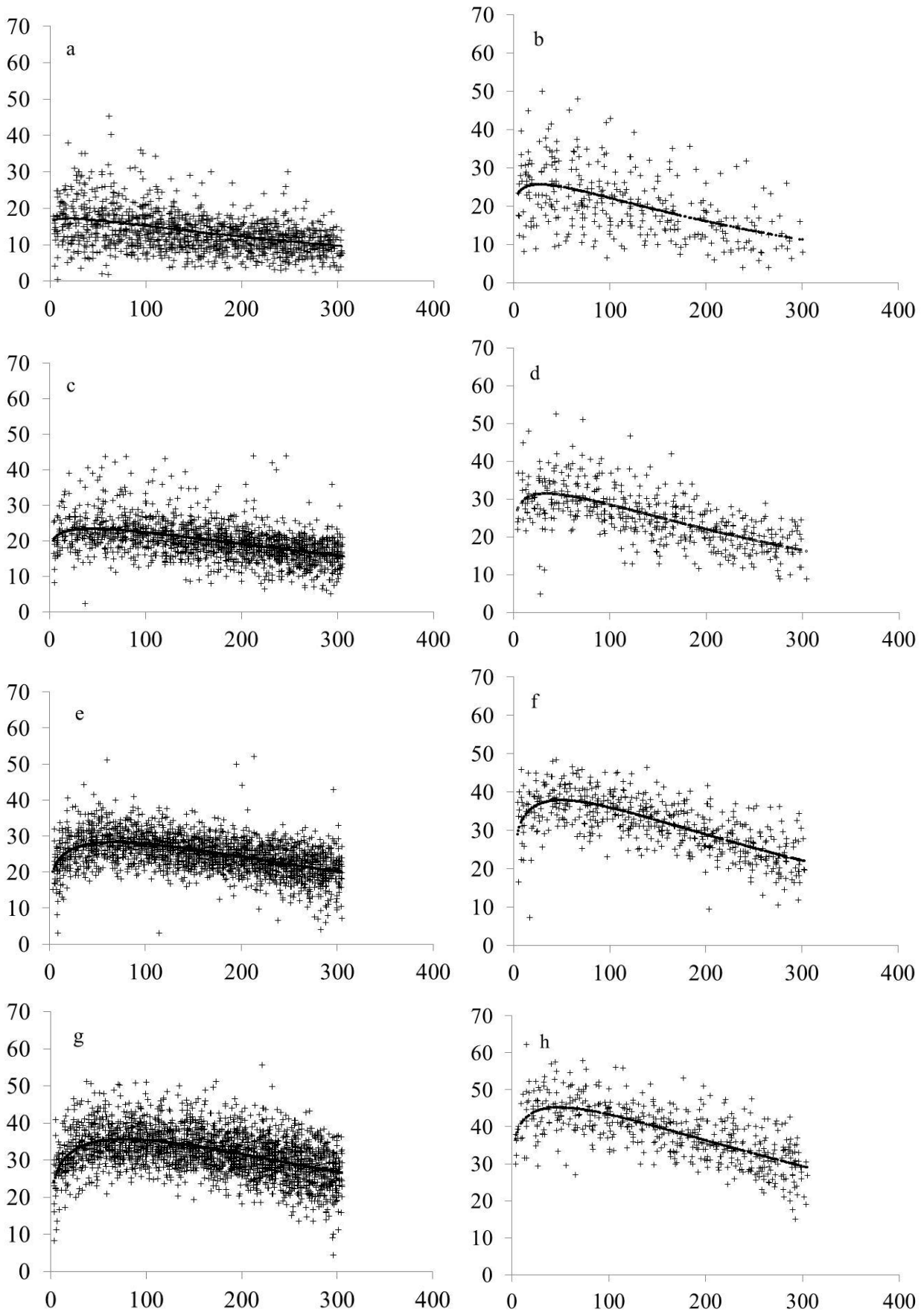


Figura 2. Eixo x – dias de lactação e eixo y produção de leite (kg/d) . Dados observados e curva predita pelo modelo de Wood para a 1^a (a, c, e, g) e a 3^a ordem de lactação (b, d, f, h) nos quartis: 25% (a, b), 50% (c, d), 75% (e, f) e 100% (g, h).

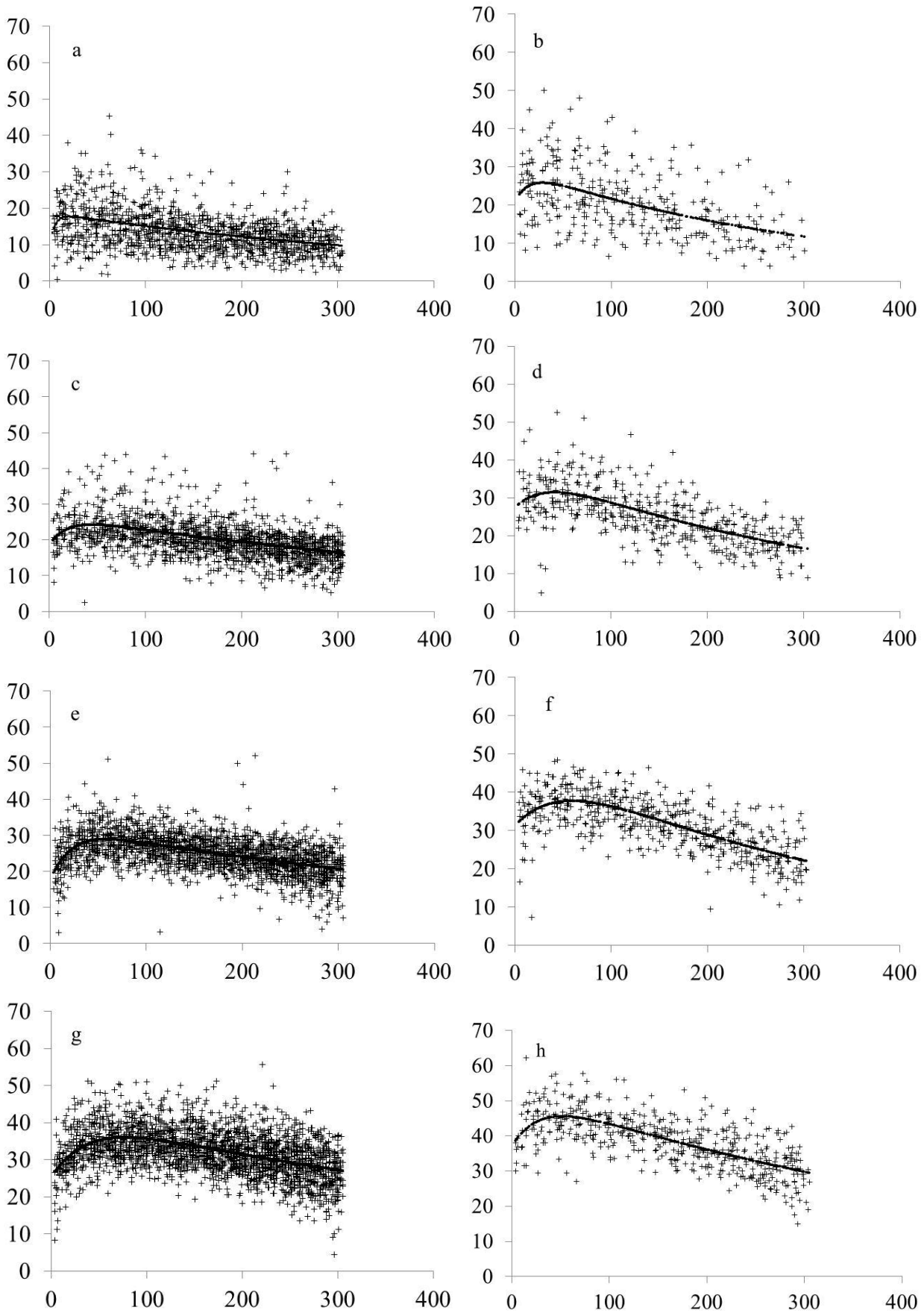


Figura 3. Eixo x – dias de lactação e eixo y produção de leite (kg/d) . Dados observados e curva predita pelo modelo de Dijkstra para a 1^a (a, c, e, g) e a 3^a ordem de lactação (b, d, f, h) nos quartis: 25% (a, b), 50% (c, d), 75% (e, f) e 100% (g, h).

REFERÊNCIAS

- AKAIKE, HIROTUGU. "A New Look at the Statistical Model Identification." **IEEE Transactions on Automatic Control**, AC-19:716-23.1974.
- BRODY, S.; TURNER, C.W.; RAGSDALE, A.C. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period lactation. **Journal of Genetic Physiology**, n.5, p. 441, 1923.
- BRODY, S.; RAGSDALE, A. C.; TURNER, C. W. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. **The Journal of General Physiology**, v.6, p. 541-545, 1924.
- BURNHAM, K.P.; ANDERSON, D.R. Multimodel inference understanding AIC and BIC in model selection. **Sociological Methods and Research**, v.33, p. 261-304, 2004.
- COBBY, J.M.; LE DU, Y.L.P. An fitting curves to lactation data. **Animal Production**, v.26, n.2, p. 127-133, 1978.
- COBUCCI, J.A.; EUCLIDES, R.F.; VERNEQUE, R.S. et. Curva de lactação na raça Guzerá. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 29, n.5, p. 1332-1339, 2000.
- COBUCCI, J.A; EUCLIDES, R.F.; TEODORO, R.L; VERNEQUE, R.S.; LOPES, P.S.; SILVA, M.A. Aspectos Genéticos e Ambientais da Curva de Lactação de Vacas da Raça Guzerá. **Revista Brasileira de Zootecnia**. v. 30, n.4º, Viçosa, 2001
- CUNHA, D.N.F.V.; PEREIRA, J.C.; SILVA, F.F. et. al. Selection of models lactation curves to use in milk production simulation systems. **Revista Brasileira de Zootecnia.**, vol.39, n.4, p.891-902. 2010.
- DIAS, J. **Avaliação das curvas de lactação de rebanhos holandeses nos estados de Minas Gerais e São Paulo**. 2011. 57 f. Dissertação (Mestrado em zootecnia) – Universidade de São Paulo, 2011.
- DIJKSTRA, J.; FRANCE, J.; DHANOA, M.S. et al. A model to describe growth patterns of the mammary gland during pregnancy and lactation. **Journal of Dairy Science**, v.80 n.10, p.2340-2354, 1997..
- GUIMARÃES, V.P.; RODRIGUES, M. T.; SARMENTO, J. L. R.; ROCHA, D. T. Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em Caprinos. **Revista Brasileira de Zootecnia**. v. 35, n. 2, p.535-543, 2006.
- IPARDES, Caracterização sócio econômica da atividade leiteira no Paraná : **Sumário Executivo** / Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social e Instituto Paranaense de Assistência Técnica e Extensão Rural. Curitiba, 29 p.2009.
- LANDETE-CASTILLEJOS, T.: CALLEGO, L. (2000). Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. **Journal of Dairy Science**, v.78, p.3010-3013, 2000.
- MOLENTO, C. F. M.; MONARDES, H., RIBAS, N.P., BLOCK, E. Curvas de lactação de vacas holandesas do Estado do Paraná, Brasil. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.34, n.5, p 1585-1591, set-out, 2004.
- PAPAJCSIK, I.A.; BODERO, J. Modeling lactation curves of Friesian cow in a subtropical climate. **Animal Production.**, 47:201-207,1988.
- POLLOTT, G. E.; GOOTWINE, E. Appropriate mathematical models for describing the complete lactation of dairy sheep. **Animal Science**. 71:197-207, 2000.
- POLLOTT, G.E. A biological approach to lactation curve analysis for milk yield. **Journal of Dairy Science**, v.83, n.11, p.2448-2458, 2000.

PONTE, RUI A.V.; **Estimação da função produção e rendimento de leite por animal aplicação da função gama incompleta à Ilha de São Miguel**. 2009. 68 f. Dissertação (Mestrado em ciências empresariais) - Universidade dos Açores, 2009.

SEAB- **SECRETARIA DA AGRICULTURA E ABASTECIMENTO -ESTADO DO PARANÁ**. Disponível em: www.agricultura.pr.gov.br/arquivos/files/deral...leite_2012.pdf acesso em 01/10/2012. Tecnologia e Ensino Superior - Fundo Paraná. Curitiba, 2012.

VAL-ARREOLA, D.; KEBREAB, E.; DIJKSTRA, J.; FRANCE, J. Study of the Lactation Curve in Dairy Cattle on Farms in Central Mexico. **Journal of Dairy Science**. 87:3789–3799. American Dairy Science Association, 2004.

VIEIRA.,R.A.M.; CAMPOS, P.R.S.S; SILVA, J.F.C. et al. Heterogeneity of the insoluble fiber os selected forages in situ. **Animal Feed Science and Technology**. v. 171, n. 2, p. 154-166, 2012

WOOD, P.D.P. Algebraic of the lactation curve in cattle. **Nature**. n. 216, p.164-165, 1967.

YADAV, M.C.; KATPATAL, B.C.; KAVSHIK, S.N. Components of gamma type function of a lactation curve, and factors affecting them in Haryana and its Friesian cross. **Indian Journal of Animal Science**, v. 49, n. 9, p.502-505, 1977

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com desenvolvimento do setor produtivo de leite no Brasil torna-se necessário a adoção de tecnologias que contribuam para melhorar o manejo dos rebanhos, auxiliando os produtores nas tomadas de decisões através de ferramentas que predizem a produção de leite e a eficácia econômica da atividade de maneira mais fidedigna possível.

Informações próprias do Sudoeste do Paraná quanto à descrição de curvas de lactação eram inexistentes até o presente trabalho, pois se sabe que o comportamento das curvas de lactação é peculiar a cada região geográfica, tornando necessário utilizar nos programas para ajustes nutricionais e de análise econômica, dados próprios desta região, oferecendo desta maneira uma previsão e descrição mais próxima da realidade.

Através do presente estudo pelos critérios de avaliação preconiza-se o modelo de Wood para delineamento de curvas de lactação de vacas Holandesas na Região Sudoeste do Paraná, por apresentar melhor acurácia de ajustamento aos dados estudados além de se um modelo empírico com menos parâmetros e amplamente utilizado na literatura.

A descrição do modelo de Brody et al. (1924) utilizando seus parâmetros equacionais e grafia original permite a indicação deste modelo como opção para descrição de curvas de lactação de vacas holandesas na Região Sudoeste do Paraná, diferindo-se de resultados de estudos realizados em outras regiões.

O modelo Dijkstra por ser um modelo mecanicista com aspectos biológicos também deve ser considerado como possibilidade de uso, pois além de ser mais recente possibilitou um bom ajuste.

Não houve tendência de melhor ajustamento dos modelos quanto ao número de lactações.

REFERÊNCIAS

AFIFI, A.A. and V. CLARK. Computer aided multivariate analysis. **Life time Learning Publication**. Belmont. California, 1984.

ALI, T.E.; SCHAEFFER, L. R.. Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. **Canadian Journal of Animal Science**, v. 67, p. 637-44, 1987.

BASSANEZI, R. Modelagem Matemática. **Dynamis**, Blumenau, v. 2, n. 7, p. 55-83, 1994.

BEEVER D.E.; ROOK A.J.; FRANCE J.; DANOVA M.S.; GILL M. A review of empirical and mechanistic models of lactation performance by the dairy cow. **Livestock Production Science**. 29,115–130,1991.

BIANCHINI SOBRINHO. **Estudo da curva de lactação em vacas da raça Gir**. Tese (Doutorado em Genética). Faculdade de Medicina Veterinária de Ribeirão Preto. Universidade de São Paulo. Ribeirão Preto, 1984.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BRODY, S.; TURNER, C.W.; RAGSDALE, A.C. The rate of decline of milk secretion with the advance of the period lactation. **Journal of Genetic Physiology**, n.5, p.441, 1923.

BRODY, S.; RAGSDALE, A. C.; TURNER, C. W. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. **The Journal of General Physiology**, v.6, p.541-545, 1924.

CASOLI, C.; DURANTI, E.; MORBIDINI, L. et al. Quantitative and compositional variations of Massese sheep milk by parity and stage of lactation. **Small Ruminant Research**, v.2, p.47-62, 1989.

CHANG, Y.M.; REKAYA, R.; GIANOLA, D.; THOMAS, D.L. Genetic variation of lactation curves in dairy sheep: a Bayesian analysis of Wood's function. **Livestock Production Science**, v.71, p.241-251, 2001.

COBBY, J.M.; LE DU, Y.L.P. An fitting curves to lactation data. **Animal Production**, v.26, n.2, p.127-133, 1978.

COBUCCI, J.A.; EUCLIDES, R.F.;VERNEQUE, R.S. et. al. Curva de lactação na raça Guzerá. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.29, n.5, p.1332-1339, 2000.

COBUCCI, J.A.; EUCLYDES, R.F.; COSTA, C.N.; LOPES, P.S.; et. al. Análises da Persistência na Lactação de Vacas da Raça Holandesa, Usando Produção no Dia do Controle e Modelo de Regressão Aleatória. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.33, n.3, p.546-554, 2004.

CUNHA, D.N.F.V.; PEREIRA, J.C.; SILVA, F.F. et. al. Selection of models lactation curves to use in milk production simulation systems. **Revista Brasileira de Zootecnia**, vol.39, n.4, p.891-902. 2010.

CUPPS, P.T. Breeds of dairy cattle. 2nd. ed., Ed. W.H. **Freeman & Co**, San Francisco, CA. 1996.

DERAL, DEPARTAMENTO DE ECONOMIA RURAL, 2008. Disponível em: <<http://www.seab.pr.gov.br/arquivos/File/deral/nppr.pdf>.> Acesso em: 20/10/2010.

DEKKERS, J.C.M., TEM HAG, J.H., and WEERSINK, A. 1988. Economic aspects of persistency of lactation in dairy cattle. **Livest. Production Science**. 53: 237-252.

DIAS, Juliana. **Avaliação das curvas de lactação de rebanhos holandeses nos estados de Minas Gerais e São Paulo**. 2011. 57 f. Dissertação (Mestrado em zootecnia) – Universidade de São Paulo, 2011.

DIJKSTRA, J. J. France; M. S. Dhanoa, J. A. Maas, M. D. Hanigan, A. J. Rook, and D. E. Beever. A model to describe growth patterns of the mammary gland during pregnancy and lactation. **Journal of Dairy Science**. v. 80. 2340 – 2354. 1997.

DORNELES, Cristian K. P. **Estudos da curva de lactação de vacas da raça holandesa utilizando modelo de regressão aleatória**. 2006. 59 f. Dissertação (Mestrado em Zootecnia) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2006.

EL FARO, L.; ALBUQUERQUE, L. G.; FRIES, L.A. Comparação de alguns modelos matemáticos para ajuste à curva de lactação média de um rebanho da raça caracu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.28, n.5, p.987-992, 1999.

EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA - Embrapa gado de leite. Leite em número Disponível em: <http://cnpqgl.embrapa.br/nova/informacoes/estatisticas/estatisticas.php>>. Acesso em: 10/06/2011.

EMBRAPA Gado de Leite, Panorama do leite. Versão eletrônica. Disponível em: http://www.agricultura.mg.gov.br/images/files/indicadores/2012_ano_6_n,65. Acesso em 03/03/2013 a.

EMBRAPA Gado de Leite, Panorama do leite. Versão eletrônica. Disponível em: www.cnpqgl.embrapa.br/sistema_producao/book/export/html/16. Acesso: 05/12/2012 b.

FERREIRA, E.B.; BEARZOTI, E. Comparação de métodos no ajustamento de curvas de lactação de bovinos por meio de simulação. **Ciência e Agrotecnologia**. Lavras. v. 27, n. 4, p. 865-872, 2003.

FUERTES, J.A.; GONZALO, C.; CARRIEDO, J.A. et al. Parametres of test day milk yield and milk componentes for dairy ewes, **Arquivos Brasileiro de Medicina Veterinária**, v.81, p.1300-1307, 1998.

GAINES, W.L. Persistency of lactation in dairy cows.III **Agricultural Experiment Station. Bull**, v.288, p.15-20, 1927.

GAONA, RÓMULO C.; **Modelagem da composição química do leite através de indicadores metabólicos em vacas leiteiras de alta produção**. Tese (Doutorado em Ciências veterinárias). Faculdade de Veterinária. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2005.

GENGLER, N. Persistency of lactation yields: A review. Proc. Int. Workshop on Genetic Improvement of functional Traits in Cattle. **Interbull Bulletin**. 12, 97-102, 1996.

GIPSON, T. A.; GROSSMAN, M. Diphasic Analysis of lactation curves in dairy goats. **Journal of Dairy Science**, v.72, p.1035- 1044, 1989.

GLORIA, J.R.; BERGMANN, J.A.G.; QUIRINO, C.R. et al. Curvas de lactação de quatro grupos genéticos de mestiças Holandês-Zebu. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.39, n.10, p.2160-2165, 2010.

GONÇALVES, T.M.; OLIVEIRA, A.I.G.; FREITAS, R.T.F.; PEREIRA, I.G.; Curvas de Lactação em Rebanhos da Raça Holandesa no Estado de Minas Gerais. Escolha do Modelo de Melhor Ajuste. **Revista Brasileira de Zootecnia**. v. 31, n. 4, p. 1689-1694, 2002.

GROSSMAN, M.; HARTZ, S.M.; KOOPS, W.P. Persistency of lactation yield: A novel approach. **Journal of Dairy Science**, v.82, n.10, p.2192-2197, 1999.

GUIMARÃES, V. P.; RODRIGUES, M. T.; SARMENTO, J.L.R.; et al. Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.35, n.2, p.535-543, 2006.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Indicadores IBGE, estatística da produção Pecuária**. IBGE, 2012. 35p.

IEPEC- Instituto de estudos Pecuários. <http://www.iepec.com/noticia/pais-deve-manter-crescimento-de-3-na-producao-de-leite-em-2013>. Acesso em: 02 mar. 2013.

IFCN. **A summary of results from the IFCN Dairy Report 2012**. Disponível em: <http://www.ifcnnetwork.org/media/bilder/inhalt/News/DR2012/IFCN-Dairy-Report-2012-press-release-corrected.pdf>. Acesso em: 30 out. 2012.

IPARDES, Atividade Leiteira no Paraná. **Financiamento**: Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior - Fundo Paraná. Curitiba 2009.

JAKOBSEN, J.H. et al. Genetic parameters for milk production and persistency for Danish Holstein estimated in random regression models using REML. **Journal of Dairy Science**, v.85, n.6, p.1607-1616, 2002.

LEITE, J.L.B.; CARVALHO, G. Brasil e o mercado internacional de lácteos. **Balde Branco**, São Paulo, a. 46, n. 549, p.78-83, jul.2010.

LOPES, M.A.; NEIVA, R.S.; VALENTE, J. et al. Aplicação da função tipo Gama Incompleta no estudo da curva de lactação de vacas da raça Holandesa, variedade preta e branca, mantidas em sistema intensivo de produção. **Revista da Sociedade Brasileira de Zootecnia**, v.25, n.6, p.1087-1101, 1996

LOVATTO, P.A.; SAUVANT, D. Premissas básicas para o desenvolvimento de modelos na agricultura. In: **Modelos Para a Tomada de Decisões na Produção de Bovinos e Ovinos**. Eds. Everling, D.M.; Quadros, F.L. Viégas, J.; Sanchez, L.M.; Gonçalves, M.B.F.; Lovatto, P.A; Rorato, P.R.N. Santa Maria,RS. 2002.

MACEDO, V.P.; DAMASCENO, J.C.; SANTOS, G.T. et al. Comportamento da curva de lactação de cabras mestiças Saanen em função da alocação de concentrado e do sistema de produção. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.30, n.6, p.2093-2098, 2001. (Supl.)

MADALENA, F.E.; MARTINEZ, M.L.; FREITAS, A.F. Lactation curves of Holstein-Friesian and Holstein x Gir cows. **Animal Production**, 29:101-107,1979.

MARTINEZ, J.C. **Guia rápido para nutrição de vacas leiteiras**. Fonte: PORTAL EDUCAÇÃO Milkpoint (publicação eletrônica), 2010. <http://www.portaleducacao.com.br/veterinaria/artigos/18023/curva-de-lactacao-em-vacas-leiteiras>> acesso em 02/01/2013.

MOLENTO, C. F. M. **Estudo das curvas de lactação de vacas da raça Holandesa no Estado do Paraná**. 1995. 98 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Veterinárias). Setor de Ciências Agrárias, Universidade federal do Paraná, 1995.

MOLENTO, C. F. M.; MONARDES, H., RIBAS, N.P., BLOCK, E. Curvas de lactação de vacas holandesas do Estado do Paraná, Brasil. **Ciência Rural**, Santa Maria, v.34, n.5, p 1585-1591, set-out, 2004.

MORANT,S.V.; GNANASAKTHY, A.A. New approach to the mathematical formulation of lactation curves. **Animal Production**, v.49, n.2, p.151-162, 1989.

NEAL, H. D., and J. H. M. THORNLEY. The lactation curve in cattle: A mathematical model of the mammary gland. **Journal of Agriculture Science**. Camb. 101:389–400, 1983.

OLIVEIRA, H.T.V.; REIS, R.B.; GLÓRIA J.R.; QUIRINO, C.R; PEREIRA, J.C.C.: Curvas de lactação de vacas F₁ Holandês-Gir ajustadas pela função gama incompleta. **Arquivo Brasileiro Medicina Veterinária Zootecnia**. v.59, n.1, Belo Horizonte, 2007.

PAPAJCSIK, I.A.; BODERO, J. Modeling lactation curves of Friesian cow in a subtropical climate. **Animal Production**., 47:201-207,1988.

POLLOTT, G. E. and E. GOOTWINE. Appropriate mathematical models for describing the complete lactation of dairy sheep. **Animal Science**. v. 71. 197-207, 2000.

POLLOTT, G.E. A biological approach to lactation curve analysis for milk yield. **Journal of Dairy Science**, v.83, n.11, p.2448-2458, 2000.

PONTE, RUI A.V.; **Estimação da função produção e rendimento de leite por animal aplicação da função gama incompleta à Ilha de São Miguel**. 2009. 68 f. Dissertação (Mestrado em ciências empresariais) -Universidade dos Açores, 2009.

QUINTERO, J.C.; SERNA, J.I.; HURTADO, N.A. et al. Modelos matemáticos para curvas de lactancia enganado lechero. **Revista Colombiana Ciencias Pecuarias**, v.20,p.149-156,2007.

RIBAS, N.P. Serviço de controle leiteiro no Brasil. Laboratório Centralizado de Análises de Leite do Paraná. **Revista Gado Holandês**, v.402, p.10, 1992.

RIBEIRO, M.N.; PIMENTA FILHO, E.C. Estudo de efeitos ambientais que influem na forma da curva de lactação de cabras mestiças no estado da Paraíba. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.28, n.4, p.868-874, 1999.

SANDERS, H.G. The analysis of the lactation curve into maximum yield and persistency. **Journal of Agriculture Science**, v.20,p.145-185,1930.

SEAB-SECRETARIA DA AGRICULTURA E ABASTECIMENTO-ESTADO DO PARANÁ.

http://www.agricultura.pr.gov.br/arquivos/File/deral/Prognosticos/leite_2012.pdf
acesso: 12/11/2012.

SHANKS, R.D. et al. Genetic aspects of lactation curves. **Journal of Dairy Science**, v. 64, p.1852-1860, 1981.

TEKERLI, M.; AKINCI, Z.; DOGAN, J. et al. Factors Affecting the Shape of Lactation Curves of Holstein Cows from the Balikesir Province of Turkey. **Journal of Dairy Science**, v.83, p.1381-1386, 2000.

VAL-ARREOLA, D.; KEBREAB, E.; DIJKSTRA, J.; FRANCE, J. Study of the Lactation Curve in Dairy Cattle on Farms in Central Mexico. **Journal of Dairy Science**. 87:3789–3799. American Dairy Science Association, 2004.

VARGAS, B.; KOPS, W.J.; HERRERO, M. et al. Modeling extended lactations of dairy cows. **Journal of Dairy Science** , v.83, n.4, p.1371-1380, 2000.

WILMINK, J.B.M. Adjustment of test day milk, fat and protein yields for age, season and stage of lactation. **Livestock Production Science**, v.16, p.335-348, 1987.

WOOD, P.D.P. Algebraic of the lactation curve in cattle. **Nature**, n.216, p.164-165, 1967.

WOOD, P.D.P. A note on the lactation curves of some high yielding British Friesian cows. **Animal Production**, v.30, n.2, p.299- 302, 1980.

YADAV, M.C.; KATPATAL, B.C.; KAVSHIK, S.N. Components of gamma type function of a lactation curve, and factors affecting them in Haryana and its Friesian crosse. **Indian Journal of Animal Science** , v.49, n.9, p.502-505, 1977.

ANEXO

ANEXO A – Normas para preparação de trabalhos científicos para publicação na Revista Semina: Ciências Agrárias da UEL- Universidade Estadual de Londrina

Semina: Ciências Agrárias

Diretrizes para Autores

Categorias dos Trabalhos

- a) Artigos científicos: no máximo 20 páginas incluindo figuras, tabelas e referências bibliográficas;
- b) Comunicações científicas: no máximo 12 páginas, com referências bibliográficas limitadas a 16 citações e no máximo duas tabelas ou duas figuras ou uma tabela e uma figura;
- b) Relatos de casos: No máximo 10 páginas, com referências bibliográficas limitadas a 12 citações e no máximo duas tabelas ou duas figuras ou uma tabela e uma figura;
- c) Artigos de revisão: no máximo 25 páginas incluindo figuras, tabelas e referências bibliográficas.

Apresentação dos Trabalhos

Os originais completos dos artigos, comunicações, relatos de casos e revisões podem ser escritos em português, inglês ou espanhol, no editor de texto Word for Windows, com espaçamento 1,5, em papel A4, fonte Times New Roman, tamanho 11 normal, com margens esquerda e direita de 2 cm e superior e inferior de 2 cm, respeitando-se o número de páginas, devidamente numeradas, de acordo com a categoria do trabalho. Figuras (desenhos, gráficos e fotografias) e Tabelas serão numeradas em algarismos arábicos e devem estar separadas no final do trabalho.

As figuras e tabelas deverão ser apresentadas nas larguras de 8 ou 16 cm com altura máxima de 22 cm, lembrando que se houver a necessidade de dimensões maiores, no processo de editoração haverá redução para as referidas dimensões. As legendas das figuras deverão ser colocadas em folha separada obedecendo à ordem numérica de citação no texto. Fotografias devem ser identificadas no verso e desenhos e gráfico na parte frontal inferior pelos seus respectivos números do texto e nome do primeiro autor. Quando necessário deve

ser indicado qual é a parte superior da figura para o seu correto posicionamento no texto.

Preparação dos manuscritos

Artigo científico:

Deve relatar resultados de pesquisa original das áreas afins, com a seguinte organização dos tópicos: Título; Título em inglês; Resumo com Palavras-chave (no máximo seis palavras); Abstract com Key words (no máximo seis palavras); Introdução; Material e Métodos; Resultados e Discussão com as conclusões no final ou Resultados, Discussão e Conclusões separadamente; Agradecimentos; Fornecedores, quando houver e Referências Bibliográficas. Os tópicos devem ser escritos em letras maiúsculas e minúsculas e destacados em negrito, sem numeração. Quando houver a necessidade de subitens dentro dos tópicos, os mesmos devem receber números arábicos. O trabalho submetido não pode ter sido publicado em outra revista com o mesmo conteúdo, exceto na forma de resumo de congresso, nota prévia ou formato reduzido.

A apresentação do trabalho deve obedecer à seguinte ordem:

1. *Título do trabalho*, acompanhado de sua tradução para o inglês.
2. *Resumo e Palavras-chave*: Deve ser incluído um resumo informativo com um mínimo de 150 e um máximo de 300 palavras, na mesma língua que o artigo foi escrito, acompanhado de sua tradução para o inglês (*Abstract e Key words*).
3. *Introdução*: Deverá ser concisa e conter revisão estritamente necessária à introdução do tema e suporte para a metodologia e discussão.
4. *Material e Métodos*: Poderá ser apresentado de forma descritiva contínua ou com subitens, de forma a permitir ao leitor a compreensão e reprodução da metodologia citada com auxílio ou não de citações bibliográficas.
5. *Resultados e discussão com conclusões ou Resultados, Discussão e Conclusões*: De acordo com o formato escolhido, estas partes devem ser apresentadas de forma clara, com auxílio de tabelas, gráficos e figuras, de modo a não deixar dúvidas ao leitor, quanto à autenticidade dos resultados, pontos de vistas discutidos e conclusões sugeridas.
6. *Agradecimentos*: As pessoas, instituições e empresas que contribuíram na realização do trabalho deverão ser mencionadas no final do texto, antes do item Referências Bibliográficas.

Observações:

Quando for o caso, antes das referências, deve ser informado que o artigo foi aprovado pela comissão de bioética e foi realizado de acordo com as normas técnicas de biosegurança e ética.

Notas: Notas referentes ao corpo do artigo devem ser indicadas com um símbolo sobrescrito, imediatamente depois da frase a que diz respeito, como notas de rodapé no final da página.

Figuras: Quando indispensáveis figuras poderão ser aceitas e deverão ser assinaladas no texto pelo seu número de ordem em algarismos arábicos. Se as ilustrações enviadas já foram publicadas, mencionar a fonte e a permissão para reprodução.

Tabelas: As tabelas deverão ser acompanhadas de cabeçalho que permita compreender o significado dos dados reunidos, sem necessidade de referência ao texto.

Grandezas, unidades e símbolos: Deverá obedecer às normas nacionais correspondentes (ABNT).

7. Citações dos autores no texto: Deverá seguir o sistema de chamada alfabética seguidas do ano de publicação de acordo com os seguintes exemplos:

- a) Os resultados de Dubey (2001) confirmam que
- b) De acordo com Santos et al. (1999), o efeito do nitrogênio.....
- c) Belotiet al. (1999b) avaliaram a qualidade microbiológica.....
- d) [...] e inibir o teste de formação de sincício (BRUCK et. al., 1992).
- e) [...]comprometendo a qualidade de seus derivados (AFONSO; VIANNI, 1995).

Citações com três autores

Dentro do parêntese, separar por ponto e vírgula.

Ex: (RUSSO; FELIX; SOUZA, 2000).

Incluídos na sentença, utilizar virgula para os dois primeiros autores e (e) para separar o segundo do terceiro.

Ex: Russo, Felix e Souza (2000), apresentam estudo sobre o tema....

Citações com mais de três autores

Indicar o primeiro autor seguido da expressão et al.

Observação: Todos os autores devem ser citados nas Referências Bibliográficas.

8. Referências Bibliográficas: As referências bibliográficas, redigidas segundo a norma NBR 6023, ago. 2000, da ABNT, deverão ser listadas na ordem alfabética no final do artigo. Todos os autores participantes dos trabalhos deverão ser relacionados, independentemente do número de participantes (única exceção à norma – item 8.1.1.2). A exatidão e adequação das referências a trabalhos que tenham sido consultados e mencionados no texto do artigo, bem como opiniões, conceitos e afirmações são da inteira responsabilidade dos autores.

As outras categorias de trabalhos (Comunicação científica, Relato de caso e Revisão) deverão seguir as mesmas normas acima citadas, porem, com as seguintes orientações adicionais para cada caso:

Semina: Ciências Agrárias

Londrina - PR
ISSN 1676-546X

E-ISSN 1679-0359

APÊNDICES

APÊNDICE A

Estimativas dos parâmetros, erro padrão assintótico (EPA) e intervalos de confiança assintóticos dos modelos ajustados aos dados de cada ordem de parição (OP) e quartil (Q).

OP	Q	Parâmetro	Estimativa	EPA	Intervalo de confiança assintótico ao nível de probabilidade de 0,95	
					Limite inferior	Limite superior
Brody						
1	25%	A	18,5687	0,4204	17,744	19,3934
		B	11,1774	9,7185	-7,8892	30,2441
		k_2	0,1917	0,1328	-0,0689	0,4522
		k_1	0,00218	0,000144	0,0019	0,00246
1	50%	A	26,3046	0,5083	25,3077	27,3016
		B	8,2803	1,7985	4,7528	11,8078
		k_2	0,0575	0,0189	0,0204	0,0945
		k_1	0,00163	0,000098	0,00144	0,00182
1	75%	A	32,4181	0,462	31,512	33,3241
		B	15,5579	1,2009	13,2028	17,9129
		k_2	0,0483	0,00627	0,036	0,0606
		k_1	0,00152	0,000072	0,00137	0,00166
1	100%	A	42,642	0,9713	40,7373	44,5468
		B	17,854	1,0216	15,8508	19,8573
		k_2	0,0279	0,00362	0,0208	0,035
		k_1	0,00152	0,0001	0,00132	0,00171
Wood						
1	25%	A	15,5305	1,414	12,7564	18,3047
		b	0,0474	0,0273	-0,00603	0,1009
		c	0,00253	0,000305	0,00193	0,00313
1	50%	A	17,7023	1,0984	15,548	19,8566
		b	0,0998	0,0175	0,0654	0,1342
		c	0,00226	0,000168	0,00193	0,00259
1	75%	A	15,7729	0,6791	14,4411	17,1047
		b	0,1799	0,0122	0,1561	0,2038
		c	0,00263	0,000116	0,0024	0,00285
1	100%	A	18,8349	0,7463	17,3715	20,2983
		b	0,1898	0,0111	0,1681	0,2116
		c	0,00244	0,000104	0,00224	0,00265
Dijkstra						
1	25%	M_0	8,8086	6,4803	-3,905	21,52222
		δ	0,1537	0,2542	-0,345	0,6524

		k_2	0,2026	0,145	-0,0784	0,4907
		λ	0,00218	0,000143	0,0019	0,00246
1	50%	M_0	18,5228	1,6654	15,2563	21,7892
		δ	0,0201	0,0108	-0,001	0,0413
		k_2	0,0573	0,0193	0,0195	0,0951
		λ	0,00163	0,000098	0,00144	0,00182
1	75%	M_0	17,6171	1,0959	15,4679	19,7663
		δ	0,0324	0,0068	0,019	0,0457
		k_2	0,0534	0,00695	0,0398	0,0671
		λ	0,0015	0,000068	0,00136	0,00163
1	100%	M_0	25,3288	0,922	23,5208	27,1367
		δ	0,0158	0,00254	0,0108	0,0207
		k_2	0,0309	0,00391	0,0233	0,0386
		λ	0,00147	0,000089	0,0013	0,00165

Apêndice 1.

OP	Q	Parâmetro	Estimativa	EPA	Intervalo de confiança assintótico ao nível de probabilidade de 0,95	
					Limite inferior	Limite superior
Brody						
2	25%	A	25,5755	0,9415	23,7275	27,4236
		B	4,2132	3,8814	-3,4058	11,8322
		k_2	0,0831	0,108	-0,129	0,2952
		k_1	0,00253	0,000242	0,00205	0,003
2	50%	A	34,2747	1,4456	31,4383	37,1111
		B	9,0732	1,382	6,3618	11,7846
		k_2	0,0294	0,01	0,00959	0,0493
		k_1	0,00227	0,000195	0,00189	0,00265
2	75%	A	40,5284	0,9793	38,607	42,4498
		B	13,006	1,3133	10,4294	15,5825
		k_2	0,0369	0,00793	0,0213	0,0524
		k_1	0,00215	0,00119	0,00191	0,00238
2	100%	A	50,1423	1,4788	47,2411	53,0435
		B	16,9353	1,6211	13,7548	20,1158
		k_2	0,0317	0,00685	0,0182	0,0451
		k_1	0,00206	0,000136	0,00179	0,00232
Wood						
2	25%	A	21,4902	2,0853	17,3968	25,5835
		b	0,0471	0,0305	-0,0128	0,1069
		c	0,0029	0,000392	0,00213	0,00367

2	50%	A	21,2795	1,1827	18,9589	23,6
		b	0,1105	0,0165	0,0782	0,1429
		c	0,00281	0,000179	0,00246	0,00316
2	75%	A	23,296	1,0632	21,21	25,382
		b	0,1347	0,0134	0,1084	0,1609
		c	0,00292	0,000141	0,00264	0,00319
2	100%	A	27,0297	1,3105	24,4587	29,6008
		b	0,1461	0,0141	0,1184	0,1738
		c	0,00282	0,000145	0,00253	0,0031
Dijkstra						
2	25%	M_0	21,4677	3,8596	13,8916	29,0439
		δ	0,0144	0,0313	-0,0469	0,0758
		k_2	0,0825	0,1099	-0,1332	0,2983
		λ	0,00253	0,000241	0,00205	0,003
2	50%	M_0	25,3606	1,2053	22,9958	27,7254
		δ	0,00883	0,00345	0,00206	0,0156
		k_2	0,0296	0,0104	0,00924	0,05
		λ	0,00226	0,000183	0,0019	0,00262
2	75%	M_0	27,7044	1,3281	25,09688	30,3101
		δ	0,0149	0,00435	0,00636	0,0234
		k_2	0,0399	0,0087	0,0228	0,057
		λ	0,00211	0,000109	0,0019	0,00233
2	100%	M_0	33,6704	1,5195	30,6892	36,6515
		δ	0,013	0,00349	0,00611	0,0198
		k_2	0,033	0,00719	0,0189	0,0471
		λ	0,00204	0,000127	0,00179	0,00229

Apêndice 1.

OP	Q	Parâmetro	Estimativa	EPA	Intervalo de confiança assintótico ao nível de probabilidade de 0,95	
					Limite inferior	Limite superior
Brody						
3	25%	A	29,7757	1,9068	26,0243	33,5272
		B	9,4836	5,6397	-1,6119	20,5791
		k_2	0,0721	0,0671	-0,0599	0,2041
		k_1	0,00308	0,00045	0,00219	0,00396
3	50%	A	38,3948	2,3143	33,8473	42,9422

		B	11,1774	2,391	6,4793	15,8756
		k_2	0,0334	0,0157	0,00255	0,0642
		k_1	0,00279	0,000302	0,0022	0,00338
3	75%	A	50,3933	3,8666	42,7981	57,9885
		B	19,5971	3,3065	13,1021	26,0921
		k_2	0,0224	0,00644	0,00978	0,0351
		k_1	0,00276	0,000318	0,00214	0,00339
3	100%	A	53,1204	1,6383	49,902	56,3388
		B	16,6309	2,2381	12,2341	21,0277
		k_2	0,36	0,0101	0,0163	0,0558
		k_1	0,00193	0,000148	0,00164	0,00222
Wood						
3	25%	A	19,8988	3,0361	13,9256	25,8721
		b	0,1094	0,0489	0,0132	0,2055
		c	0,00397	0,000677	0,00263	0,0053
3	50%	A	23,3288	2,0405	19,3194	27,3382
		b	0,1173	0,0264	0,0655	0,169
		c	0,00339	0,000303	0,00279	0,00398
3	75%	A	23,1645	1,4578	20,3009	26,028
		b	0,1679	0,0186	0,1313	0,2045
		c	0,00335	0,000204	0,00295	0,00375
3	100%	A	30,9556	1,8268	27,367	34,5443
		b	0,1308	0,0172	0,097	0,1645
		c	0,00267	0,000176	0,00232	0,00301
Dijkstra						
3	25%	M_0	20,7156	5,4225	10,0474	31,3838
		δ	0,0265	0,0404	-0,053	0,106
		k_2	0,07033	0,0702	-0,0648	0,2113
		λ	0,00307	0,000443	0,0022	0,00394

3	50%	M_0	27,3813	2,2129	23,0332	31,7295
		δ	0,0113	0,00641	-0,00133	0,0239
		k_2	0,0335	0,0161	0,00197	0,0651
		λ	0,00278	0,000285	0,00222	0,00334
3	75%	M_0	31,1195	1,4557	28,2601	33,979
		δ	0,011	0,00285	0,00538	0,0166
		k_2	0,0238	0,00662	0,0108	0,0368
		λ	0,00268	0,000266	0,00216	0,00231
3	100%	M_0	36,9855	2,2106	32,6428	41,3283
		δ	0,0134	0,00504	0,00349	0,0233
		k_2	0,0373	0,0107	0,0164	0,0583
		λ	0,00192	0,000141	0,00164	0,00219

Apêndice 1.

OP	Q	Parâmetro	Estimativa	EPA	Intervalo de confiança assintótico ao nível de probabilidade de 0,95	
					Limite inferior	Limite superior
Brody						
4	25%	A	40,3414	8,0816	24,3644	56,3184
		B	18,1308	7,1175	4,0598	32,2017
		k_2	0,0376	0,0348	-0,313	0,1064
		k_1	0,00413	0,00118	0,00179	0,00646
4	50%	A	39,4879	3,1213	33,3328	45,6431
		B	17,0137	3,4767	10,1578	23,8696
		k_2	0,0355	0,0154	0,00513	0,0658
		k_1	0,00289	0,000407	0,00209	0,00369
4	75%	A	-	-	-	-
		B	-	-	-	-
		k_2	-	-	-	-
		k_1	-	-	-	-
4	100%	A	-	-	-	-
		B	-	-	-	-
		k_2	-	-	-	-
		k_1	-	-	-	-

Wood						
4	25%	A	16,6065	4,3403	8,0265	25,1865
		b	0,2206	0,0836	0,0554	0,3858
		c	0,00553	0,00116	0,00324	0,00783
4	50%	A	17,9241	2,4679	13,0576	22,7905
		b	0,191	0,0408	0,1106	0,2715
		c	0,00398	0,000453	0,00308	0,00487
4	75%	A	27,5415	3,1229	21,3871	33,696
		b	0,1289	0,0332	0,0635	0,1942
		c	0,00318	0,000347	0,0025	0,00386
4	100%	A	40,9367	3,8772	33,2951	48,5784
		b	0,047	0,0279	-0,00795	0,1019
		c	0,00195	0,000292	0,00137	0,00252
Dijkstra						
4	25%	M_0	23,2254	6,1737	11,0203	35,4304
		δ	0,0205	0,0235	-0,026	0,0669
		k_2	0,0375	0,0359	-0,0335	0,1084
		λ	0,0041	0,00111	0,0019	0,0063
4	50%	M_0	22,9883	3,1177	16,8402	29,1364
		δ	0,0201	0,0113	-0,00222	0,0424
		k_2	0,0377	0,0163	0,00558	0,697
		λ	0,00286	0,000373	0,00212	0,0036
4	75%	M_0	37,1087	2,0469	33,0746	41,1428
		δ	0,00564	0,0017	0,00229	0,009
		k_2	0,007	0,00958	-0,0119	0,0259
		λ	0,00423	0,00303	-0,00174	0,0102
4	100%	M_0	44,4164	2,8881	38,7239	50,1089
		δ	0,00292	0,0034	-0,00377	0,00961
		k_2	0,0194	0,0284	-0,0365	0,0754
		λ	0,00184	0,000474	0,000909	0,00278

Apêndice 1.

OP	Q	Parâmetro	Estimativa	EPA	Intervalo de confiança assintótico ao nível de probabilidade de 0,95	
					Limite inferior	Limite superior
Brody						
5	25%	A	45,1059	23,3303	-2,3067	92,5184
		B	14,7753	21,258	-28,4259	57,9765
		k_2	0,0327	0,0719	-0,1134	0,1788

		k_1	0,00409	0,00317	0,00317	0,0105
5	50%	A	35,9908	2,4486	31,1159	40,8656
		B	6,7331	8,8253	-10,8368	24,303
		k_2	0,0788	0,1747	-0,2689	0,4265
		k_1	0,00148	0,000399	0,000683	0,00227
5	75%	A	44,9342	1,6053	41,74	48,1283
		B	686,6	2050,6	-3393,5	4766,7
		k_2	0,6959	0,5845	-0,467	1,8588
		k_1	0,00176	0,000223	0,00132	0,0022
5	100%	A	57,9667	2,7632	52,4528	63,4805
		B	25,7989	6,0903	13,646	37,9519
		k_2	0,0566	0,0276	0,00163	0,1116
		k_1	0,00195	0,000249	0,00145	0,00245

Wood

5	25%	A	27,0903	9,073	8,6712	45,5094
		b	0,1121	0,1127	-0,1168	0,341
		c	0,00442	0,00202	0,00319	0,00852
5	50%	A	30,6266	4,9787	20,7167	40,5364
		b	0,0399	0,0505	-0,0607	0,1405
		c	0,00171	0,000626	0,000468	0,00296
5	75%	A	29,3851	5,0633	19,3125	39,4576
		b	0,1189	0,0506	0,0182	0,2197
		c	0,00274	0,000536	0,00167	0,00381
5	100%	A	30,0239	3,5547	22,9325	37,1153
		b	0,1691	0,0348	0,0997	0,2385
		c	0,00308	0,000372	0,00234	0,00382

Dijkstra

5	25%	M_0	30,2693	8,6251	12,741	47,7975
		δ	0,0134	0,0256	-0,0387	0,0654
		k_2	0,0352	0,0754	-0,1181	0,1884
		λ	0,00399	0,0027	-0,0015	0,00947
5	50%	M_0	-	-	-	-
		δ	-	-	-	-
		k_2	-	-	-	-
		λ	-	-	-	-
5	75%	M_0	-	-	-	-
		δ	-	-	-	-
		k_2	-	-	-	-
		λ	-	-	-	-
5	100%	M_0	33,025	5,8735	21,3046	44,74554
		δ	0,0355	0,026	-0,0164	0,0874
		k_2	0,0637	0,0316	0,000735	0,1267
		λ	0,00193	0,000237	0,00145	0,0024

Apêndice 1.

OP	Q	Parâmetro	Estimativa	EPA	Intervalo de confiança assintótico ao nível de probabilidade de 0,95	
					Limite inferior	Limite superior
Brody						
6	25%	A	45,4563	8,3631	28,0114	62,9013
		B	47,775	52,0943	-60,8909	156,4
		k_2	0,0815	0,0996	-0,1261	0,2891

		k ₁	0,00353	0,00134	0,000731	0,00634
6	50%	A	-	-	-	-
		B	-	-	-	-
		k ₂	-	-	-	-
		k ₁	-	-	-	-
6	75%	A	47,4854	2,6625	42,1195	52,8513
		B	7874,4	61611,6	-116295	132044
		k ₂	1,5333	1,9547	-2,4061	5,4726
		k ₁	0,00211	0,000364	0,00137	0,00284
6	100%	A	50,8629	4,2203	41,9162	59,8095
		B	25,0651	19,6033	-16,4919	66,622
		k ₂	0,09	0,1631	-0,2556	0,4357
		k ₁	0,00142	0,000525	0,00031	0,00254

Wood

6	25%	A	12,1967	6,6342	-1,5999	25,9932
		b	0,363	0,1718	0,00563	0,7203
		c	0,00676	0,00232	0,00192	0,0116
6	50%	A	20,9201	6,1984	8,2614	33,5788
		b	0,2173	0,0887	0,0361	0,3986
		c	0,00468	0,000997	0,00265	0,00672
6	75%	A	28,8948	4,8858	19,0542	38,7353
		b	0,1449	0,0535	0,0372	0,2526

		c	0,00344	0,000711	0,00201	0,00487
6	100%	A	29,5519	7,3396	14,0667	45,0371
		b	0,1449	0,0721	-0,00724	0,297
		c	0,00251	0,000818	0,000778	0,00423

Dijkstra

6	25%	M_0	10,0251	20,5032	-32,7434	52,7937
		δ	0,1337	0,3267	-0,5477	0,8151
		k_2	0,0887	0,1055	-0,1314	0,3087
		λ	0,00351	0,0013	-0,000806	0,00622

6	50%	M_0	28,9654	7,5217	13,5819	44,3489
		δ	0,0186	0,0193	-0,0209	0,058
		k_2	0,0308	0,0282	-0,0269	0,0885
		λ	0,0036	0,001	0,00155	0,00565

6	75%	M_0	-	-	-	-
		δ	-	-	-	-
		k_2	-	-	-	-
		λ	-	-	-	-

6	100%	M_0	27,6828	15,352	-4,8618	60,2273
		δ	0,0572	0,1417	-0,2432	0,3576
		k_2	0,094	0,1621	-0,2497	0,4377
		λ	0,00142	0,00052	0,00032	0,00253