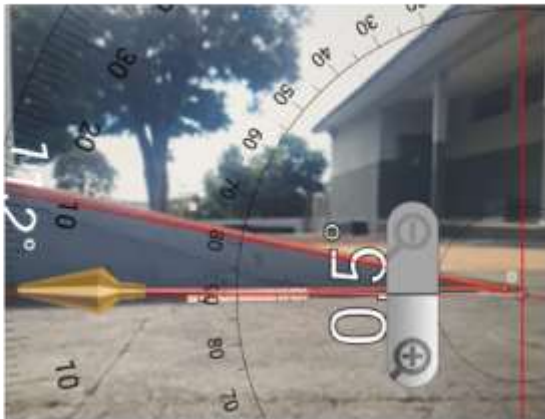


Atividades de Modelagem Matemática

com potencial para o aprimoramento da cultura digital



Luana Carvalho dos Santos
Adriana Helena Borssoi

LUANA CARVALHO DOS SANTOS

**ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM
POTENCIAL PARA O APRIMORAMENTO DA CULTURA
DIGITAL**

**MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES WITH POTENTIAL
FOR IMPROVING DIGITAL CULTURE**

Produto educacional apresentado ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, *Campus* Cornélio Procópio/Londrina - PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Linha de pesquisa: Recursos educacionais e tecnologias no Ensino de Matemática.

Orientador(a): Prof. Dra. Adriana Helena Borssoi

LONDRINA

2021



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



LUANA CARVALHO DOS SANTOS

MATEMATIZAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 03 de Dezembro de 2021

Prof.a Adriana Helena Borssoi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Joao Frederico Da Costa Azevedo Meyer, Doutorado - Universidade Estadual de Campinas (Unicamp)

Prof Rodolfo Eduardo Vertuan, - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 03/12/2021.

APRESENTAÇÃO

Querido professor, vimos por meio deste produto educacional, que se trata de um material que surgiu a partir da dissertação de mestrado: *Matematização em atividades de Modelagem Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental*, compartilhar algumas atividades de Modelagem Matemática que contam com o auxílio de tecnologias digitais em seu desenvolvimento.

A dissertação e o produto em questão são vinculados ao Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – *Campus Cornélio Procópio* e Londrina, de autoria de Luana Carvalho dos Santos, sob orientação da Profa. Dra. Adriana Helena Borssoi. Ambos podem ser acessados no Repositório Institucional da UTFPR, na área do PPGMAT¹.

Esse produto apresenta atividades que foram elaboradas e algumas desenvolvidas com os alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental matriculados em uma escola pública do Norte do Paraná no ano de 2019 e 2020. Tais atividades são discutidas na dissertação ou são decorrentes dos estudos realizados durante a pesquisa que teve como objetivo *investigar como alunos dos anos finais do Ensino Fundamental lidam com atividades de Modelagem Matemática associadas à tecnologia digital e que matematização apresentam*.

Além das atividades, trazemos o planejamento de cada uma delas, a antecipação reflexões feitas após o desenvolvimento das atividades. Nossa intenção é oferecer um material que possibilite ao professor conhecer possibilidades de atividades de Modelagem Matemática para a sala de aula associando tecnologias digitais visando contribuir para a educação dos alunos quanto a cultura digital.

Desejamos que as ideias aqui apresentadas contribuam de maneira satisfatória para o planejamento e desenvolvimento de sua aula, além de apresentar e incentivar o uso da Modelagem Matemática e das tecnologias digitais em suas aulas de Matemática.

¹ <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119>

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	6
2. CONTEXTUALIZANDO	9
2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA E ANTECIPAÇÃO IMPLEMENTADA	9
2.2 TECNOLOGIA DIGITAIS NA EDUCAÇÃO E CULTURA DIGITAL	13
3. ATIVIDADE 1: RODOVIÁRIA DE LONDRINA	16
3.1 A ATIVIDADE	16
3.2 PLANEJAMENTO	19
3.3 RELATO DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA	23
3.4 REFLEXÕES ACERCA DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA	25
4. ATIVIDADE 2: RAMPAS ACESSÍVEIS	29
4.1 A ATIVIDADE	29
4.2 PLANEJAMENTO	31
4.3 RELATO DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA	34
4.4 REFLEXÕES ACERCA DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA	38
5. ATIVIDADE 3: RADARES FIXOS	43
5.1 A ATIVIDADE	43
5.2 PLANEJAMENTO	45
5.3 REFLEXÕES IDEALIZADAS PARA A ATIVIDADE	50
6. ATIVIDADE 4: A INTENSIDADE DA LUZ	53
6.1 A ATIVIDADE	54
6.2 PLANEJAMENTO	55
6.3 REFLEXÕES IDEALIZADAS PARA A ATIVIDADE	58
7. CONSIDERAÇÕES	60
8. REFERÊNCIAS	61

1. INTRODUÇÃO

A multiplicação das tecnologias digitais vem acontecendo rapidamente em todos os ramos de nossa sociedade. E com isso se vê uma grande necessidade de inovação nas práticas pedagógicas, pois, os alunos estão inseridos nesse meio e se envolvem com tecnologias diariamente. Diante disso, nos propomos a trabalhar com a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica aliada às tecnologias digitais.

A literatura em Modelagem Matemática sugere que atividades com Modelagem proporcionam aos alunos uma melhor visualização dos conteúdos trabalhados, pois, conta com situações reais em suas problemáticas, os alunos são convidados a se envolverem em todo processo do desenvolvimento e ao professor cabe orientar e instruir essa investigação.

Ao aliar essa alternativa pedagógica com as tecnologias digitais, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 32) dizem que elas “têm o compromisso de promover a aproximação e a interação dos fatos da realidade com o conteúdo acadêmico”. Neste sentido, procuramos considerar atividades de Modelagem Matemática com potencial para contribuir com o desenvolvimento da cultura digital dos alunos a partir de seus costumes e usos quanto as tecnologias digitais. E, a fim de que conheçam possibilidades de aprender com a “cultura de rede, a cibercultura que sintetiza a relação entre sociedade contemporânea e Tecnologias da Informação” (HOFFMANN; FAGUNDES, 2008, p. 1).

Nos amparamos na antecipação implementa ao inserirmos possíveis resoluções dos alunos nos planejamentos das atividades desenvolvidas e propostas, pois, Carlson et al. (2016) ressaltam a importância de o professor antecipar as perguntas, estratégias e possíveis equívocos dos alunos e considerar como respondê-las.

Esperamos professor, contribuir com suas aulas de Matemática com atividades possíveis de serem desenvolvidas em sala de aula com diferentes encaminhamentos. Que venha a enriquecer seu trabalho, despertando em seus alunos autonomia e principalmente, incentivando o uso consciente das tecnologias digitais para fins de aprendizagem.

Em cada atividade que compõe este material indicamos habilidades a serem desenvolvidas, relacionadas ao ensino e a aprendizagem de Matemática, presentes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Essas habilidades segundo Brasil (2017) expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares. Elas não descrevem ações ou condutas esperadas do

professor, nem induzem à opção por abordagens ou metodologias. Essa parte está ligada aos currículos e aos projetos pedagógicos, que devem ser adequados à realidade de cada sistema ou rede de ensino e a cada instituição escolar, considerando o contexto e as características dos seus alunos.

De acordo com Brasil (2017) cada habilidade é identificada por um código alfanumérico cuja composição é indicada na Figura 1:



Figura 1: Códigos das habilidades na BNCC
 Fonte: Brasil (2017, p. 30)

Quanto aos aspectos da cultura digital, a BNCC não indica habilidades que mencionam diretamente o termo cultura digital, assim, com as atividades esperamos contribuir com os aspectos da competência 5:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (Brasil, 2017, p. 9).

Brasil (2017, p. 8) define competência como a “mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do exercício da cidadania e do mundo do trabalho”.

Traremos na próxima seção a contextualização deste produto, com um referencial teórico que aborde a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e em seguida

a Tecnologia Digitais na Educação e a Cultura Digital. As seções seguintes serão referentes as atividades desenvolvidas, seus planejamentos e algumas reflexões e sugestões de diferentes encaminhamentos para as atividades.

2. CONTEXTUALIZANDO

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA E ANTECIPAÇÃO IMPLEMENTADA

A Modelagem Matemática, embora pouco mencionada na BNCC, é uma tendência em Educação Matemática que vem sendo abordada na literatura sob diferentes perspectivas (BURAK, 1992, BARBOSA, 2001, BASSANESI, 2006, MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, entre outros).

Ainda que a Modelagem Matemática tenha sua origem na Matemática Aplicada, há algum tempo educadores matemáticos têm se dedicado a aproximá-la das salas de aula desde a Educação Básica, evidentemente tomando-a em uma perspectiva diferente daquela originária para atender aos propósitos educacionais.

Se tratando dessa aproximação com a sala de aula, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 17) entendem a Modelagem Matemática como “uma alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação problema não essencialmente matemática”.

Essa alternativa pedagógica trabalha com situações reais, modelando situações cotidianas do indivíduo, tornando então a aplicação do conteúdo matemático mais visível para eles. Ao se envolver com uma atividade como essa, almejamos que o aluno venha a ter uma oportunidade de ver a aplicabilidade do conteúdo matemático e atribuir significado a ele.

Uma atividade de Modelagem Matemática

[...] parte de uma situação inicial para uma situação final, percorrendo fases, sendo elas: a inteiração, que é o primeiro contato com o tema da atividade, a matematização onde acontece a tradução da linguagem natural (na qual está o problema) para a linguagem matemática, a resolução do problema utilizando de artifícios, procedimentos e modelos matemáticos, e a interpretação e validação dos resultados matemáticos na situação-problema inicial, cuja origem não está na Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15).

As fases mencionadas aparecem na literatura esquematizadas de forma cíclica (Figura 2), porém, isso não quer dizer que no momento do desenvolvimento da atividade

haja uma obrigatoriedade de que seja seguida rigorosamente uma ordem, as fases podem e devem ser revistas sempre que necessário.

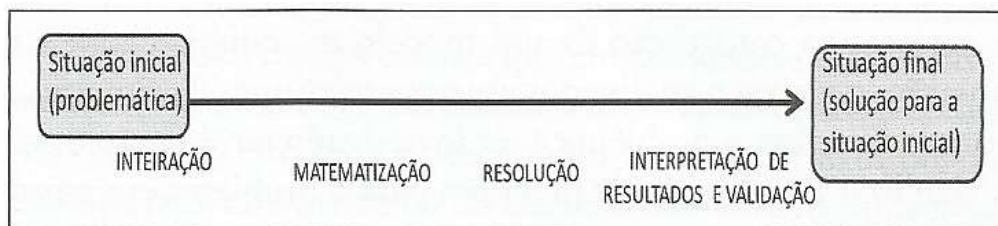


Figura 2: Fases da Modelagem Matemática

Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012)

Na situação inicial geralmente se encontrará um problema que carece ser respondido, esse termo *problema* é entendido por Almeida, Silva e Vertuan (2012) como uma situação na qual o indivíduo não possui esquemas traçados de imediato para a sua solução. É necessária uma articulação entre definição, investigação e resolução.

Visto que, a resolução do problema envolve a obtenção de modelos matemáticos, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 13) os entendem com um “sistema conceitual descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema podendo permitir a realização de previsões sobre esse outro sistema”.

Para descrever o caminho percorrido pelo modelador durante o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem trazemos na Figura 3 o ciclo sugerido por Niss (2010).

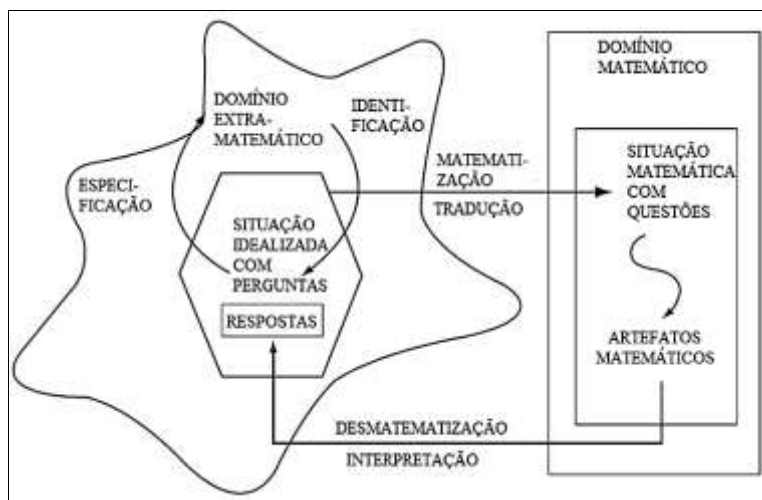


Figura 3: Processo de Modelagem

Fonte: Niss (2010)

Para o autor, o domínio extramatemático envolve a identificação e a especificação da situação idealizada com perguntas, já o domínio matemático envolve o trabalho com

a situação já matematizada envolvendo artefatos matemáticos. Na transição desses dois domínios temos a matematização e a desmatematização.

Almeida e Silva (2015) se referem ao quesito matematizar na Modelagem Matemática significando transitar do mundo da vida para o mundo dos símbolos matemáticos, por outro lado o uso destes símbolos se dá mediado pelo conhecimento matemático e extramatemático. Ou seja, o sucesso de uma atividade de Modelagem Matemática necessita não só de conhecimentos matemáticos.

Nós nos dedicamos a investigar mais especificamente o que se refere à matematização em nossa pesquisa, de suma importância no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, além de ser o foco de diversas pesquisas (NISS, 2010; STILLMAN; BROWN, 2012, ALMEIDA; SILVA, 2015; STILLMAN; BROWN; GEIGER, 2015, ALMEIDA, 2018, entre outros).

Se tratando dessa matematização, Niss (2010) enfatiza a complexidade de lidar com a situação matematizada dentro do domínio matemático, pois, requer a ativação de várias competências e habilidades matemáticas relacionadas a atividade. Devido a essa complexidade Carlson et al. (2016) ressaltam a importância de o professor antecipar as perguntas, estratégias e possíveis equívocos dos alunos e considere como respondê-las.

Niss (2010) fala que a estruturação dessa situação extra-matemática além de exigir uma antecipação do envolvimento potencial da Matemática, a natureza e a utilidade desse envolvimento com relação ao objetivo da Modelagem, exige também antecipação inicial de quais domínios matemáticos podem ser usados para representar a situação e as perguntas colocadas sobre ela.

Resumidamente, a matematização para Niss (2010) é a resposta de uma antecipação Matemática pautada no conhecimento do que é necessário para resolver o problema, e outra antecipação do processo seguinte que requer o estabelecimento de ligações matemáticas entre os objetos traduzidos, de modo a responder às perguntas iniciais.

Segundo Niss (2010), ao se estruturar uma situação extramatemática se faz necessário a antecipação do potencial envolvimento da Matemática, a natureza e a vantagem desse envolvimento com relação ao objetivo que se pretende ao modelar. Necessita de uma antecipação inicial de quais domínios matemáticos podem ser usados para representar a situação e as perguntas relacionadas a ela.

O modelo de Niss (2010) sobre a matematização dos alunos possui como elemento indispensável a antecipação implementada, o que pressupõe: “conhecimento matemático

relevante para a situação; colocar esse conhecimento a trabalho da Modelagem; crenças orientadas para a aplicação da matemática por parte do aluno; e autoconfiança e perseverança matemática” (NISS, 2010, p. 57).

A antecipação implementada acontece gradativamente, conforme os alunos vão adquirindo experiência com atividades de Modelagem, pois, Niss (2010) diz que além de exigir conhecimento de um aparato matemático relevante, também requer experiência anterior com as capacidades deste aparato para modelar outras situações, mais ou menos semelhantes.

Ao realizar a antecipação Niss (2010) vê a seleção das informações relevantes da situação matematizada e a submissão dessas informações ao tratamento matemático como o verdadeiro desafio. Esse autor destaca três pontos cruciais que estão envolvidos:

- A seleção de quais informações são consideradas relevantes deve basear-se na antecipação de uma possível estratégia eficaz de resolução de problemas matemáticos.
- A seleção também deve ser baseada na confiança do modelador em sua própria capacidade de implementar a estratégia prevista.
- O modelador/solucionador de problemas deve possuir a maior parte do conhecimento matemático e das habilidades técnicas envolvidas na implementação da estratégia em um grau satisfatório (NISS, 2010, p. 47-48).

Contamos com esses referenciais para elaborar os planejamentos e desenvolver as atividades que foram possíveis e para que pudéssemos compartilhar nosso entendimento sobre atividades de Modelagem Matemática, sobre a matematização e a importância da antecipação em tais atividades. Conhecer a literatura da área é fundamental para um pesquisador e também pode contribuir significativamente com o professor que pretende integrar a Modelagem Matemática à sua prática docente.

No entanto, por ser um tipo de atividade diferenciada, no início pode haver dificuldades na aceitação dos alunos em relação a sair do habitual e enfrentar novas situações, pela parte do professor também há algumas dificuldades a serem superadas. Nesse sentido, entre os autores que escrevem e defendem o uso da Modelagem Matemática a partir de resultados de pesquisa temos Prof. Dr. Rodolfo Eduardo Vertuan que fez uma palestra em 25/08/2020 no evento online "Diálogos sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática", cujo tema foi “Do Planejamento à Realização - Histórias de Aulas com Atividades de Modelagem Matemática”, como indica a Figura 4.



Figura 4: Tela do vídeo da palestra
Fonte: <https://youtu.be/ixM-MTOOLZE?t=527>

Nessa live o professor e pesquisador conta algumas de suas experiências e nos mostra a realidade de iniciar o trabalho com a Modelagem, as dificuldades no início, mas também o sucesso que vem com a prática. Compartilhamos aqui o link de acesso à palestra como mais uma oportunidade de conhecer sobre a Modelagem Matemática na sala de aula.

Em seguida falaremos um pouco sobre a tecnologia na educação e a cultura digital, referenciais também discutidos em nossa pesquisa onde os temas são tratados mais detalhadamente.

2.2 TECNOLOGIA DIGITAIS NA EDUCAÇÃO E CULTURA DIGITAL

Nosso intuito é que as atividades de Modelagem Matemática expressas nesse produto, possam ser desenvolvidas também com o auxílio das tecnologias digitais. Pois, de acordo com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) os usos das tecnologias já moldam o ambiente da sala de aula, criando novos métodos, e fomentando a inteligência coletiva, as relações de poder relacionadas a disciplina, no caso a Matemática, e as normas a serem seguidas nessa mesma sala de aula.

Embora a BNCC pareça ignorar a produção da área educacional reduzindo a relação entre Matemática e tecnologia à sugestão do uso de ferramentas sem qualquer compromisso (BIGODE, 2019), o documento alega que:

Em decorrência do avanço e da multiplicação das tecnologias de informação e comunicação e do crescente acesso a elas pela maior

disponibilidade de computadores, telefones celulares, tablets e afins, os estudantes estão dinamicamente inseridos nessa cultura, não somente como consumidores. Os jovens têm se engajado cada vez mais como protagonistas da cultura digital, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil (BRASIL, 2017, p. 61).

Vemos que na realidade de muitas escolas a tecnologia digital ainda não se faz presente de forma significativa. Isso é notório, pois, há escolas carentes que não possuem nem computadores para uso pedagógico. Uma forma de contornar esse problema seria aproveitar do que os alunos dispõem, como o celular. Ainda assim há obstáculos, como a proibição do uso de celulares em sala de aula, como é o caso do estado do Paraná com a vigência da Lei nº 18.118/2014. Embora seja possível a flexibilização da Lei para fins pedagógicos, apoiadas na mesma, e com a justificativa de imaturidade dos alunos para seu uso, muitas instituições vedam completamente o uso. Se os alunos não podem fazer o uso dessa tecnologia fica inviável para o professor auxiliá-los em relação ao uso crítico e consciente.

Nascimento e Peixoto (2015) destacam a importância de a instituição escolar ser reconfigurada para atender essa nova geração que demonstra facilidade para interagir com o mundo virtual, para lidar com a linguagem, com a cultura digital e com as novas formas de acesso a informações.

Segundo Hoffmann e Fagundes (2008, p. 1) “a cultura é a representação das manifestações humanas; aquilo que é aprendido e partilhado pelos indivíduos de um determinado grupo. A cultura digital é a cultura de rede, a cibercultura que sintetiza a relação entre sociedade contemporânea e Tecnologias da Informação”.

Para Kenski (2015), a diversidade presente nas escolas, deve ser contemplada em projetos, alinhados com os documentos oficiais vigentes e com as realidades e necessidades de cada região. Nesses projetos pode-se viabilizar o uso das tecnologias digitais, de acordo com a realidade da região, o contexto e a cultura da comunidade escolar.

Na BNCC é comum a tecnologia estar associada ao termo cultura digital. De acordo com esse documento:

A Cultura Digital envolve aprendizagens voltadas a uma participação mais consciente e democrática por meio das tecnologias digitais, o que supõe a compreensão dos impactos da revolução digital e dos avanços do mundo digital na sociedade contemporânea, a construção de uma atitude crítica, ética e responsável em relação à multiplicidade de ofertas midiáticas e digitais, aos usos possíveis das diferentes

tecnologias e aos conteúdos por elas veiculados, e, também, à fluência no uso da tecnologia digital para expressão de soluções e manifestações culturais de forma contextualizada e crítica (BRASIL, 2017, p. 474).

Para Brasil (2017), ao aproveitar o potencial de comunicação do universo digital, a escola pode instituir novos modos de promover a aprendizagem, a interação e o compartilhamento de significados entre professores e aluno. Assim, se faz necessário que os alunos sejam educados para usos mais democráticos das tecnologias e para uma participação mais consciente na cultura digital.

Em relação a essa nossa cultura que vem sendo modificada pela tecnologia, para Kenski (2015, p. 2) é “uma nova cultura, a cultura digital que modela as formas de pensar, agir, comunicar-se com os outros, trabalhar e aprender. Esta nova ordem comunicacional se espalha e atinge todo o planeta”.

Na palestra de abertura do II Encontro Paranaense de Tecnologia na Educação Matemática (EPTM) que aconteceu entre 18 a 22 de outubro de 2021 a professora Vani Moreira Kenski abordou o tema “Ensinar em tempos de Fake News: o momento zero da verdade” (Figura 5). Durante a palestra Kenski falou sobre a evolução da educação e o avanço das tecnologias, educar, aprender e ensinar diante das tecnologias digitais atuais, sobre mudanças de comportamentos e pensamentos, mudar a mentalidade do professor e estar em constantes transformações. Ela enfatiza as competências digitais sendo a utilização crítica e responsável das tecnologias digitais. Assim, deixamos como sugestão a o acesso à gravação da palestra, que é também uma oportunidade para o professor que pretende se inteirar da temática que associa tecnologias digitais e Educação.



Figura 5: Tela do vídeo da palestra
Fonte: <https://youtu.be/nnLtJKsVhd0?t=2467>

Por fim, as atividades que serão disponibilizadas a seguir podem ser conduzidas utilizando as tecnologias digitais sugeridas ou adaptadas, de acordo com maior ou menor disponibilidade da escola ou dos próprios alunos.

3. ATIVIDADE 1: RODOVIÁRIA DE LONDRINA

A seção 3 traz toda a estrutura da segunda proposição da atividade da Rodoviária de Londrina. Iniciamos contando sobre como surgiu a temática da atividade, logo após tem a atividade como foi impressa e entregue aos alunos e o planejamento feito antes de seu desenvolvimento, contado com a antecipação da parte matemática. E por fim, temos o relato de como aconteceu e as reflexões após o desenvolvimento da atividade.

A primeira proposição aconteceu como forma de piloto e não será apresentada nesse texto, mas é discutida no texto da dissertação.

3.1 A ATIVIDADE

A atividade Rodoviária de Londrina (Quadro 1) foi pensada e planejada para ser desenvolvida com turmas de 8º e 9º anos, porém, pode ser adaptada e direcionada para outros níveis de escolaridade.

Essa temática surgiu considerando a imponência da Rodoviária de Londrina e por ela ter sido projetada pelo famoso arquiteto Oscar Niemeyer (1907-2012).

No site da Fundação Oscar Niemeyer² estão disponíveis as obras desse arquiteto tão famoso, e com elas os seus esboços. A Figura 6 mostra os esboços de Niemeyer mostrando como a obra foi planejada inicialmente.

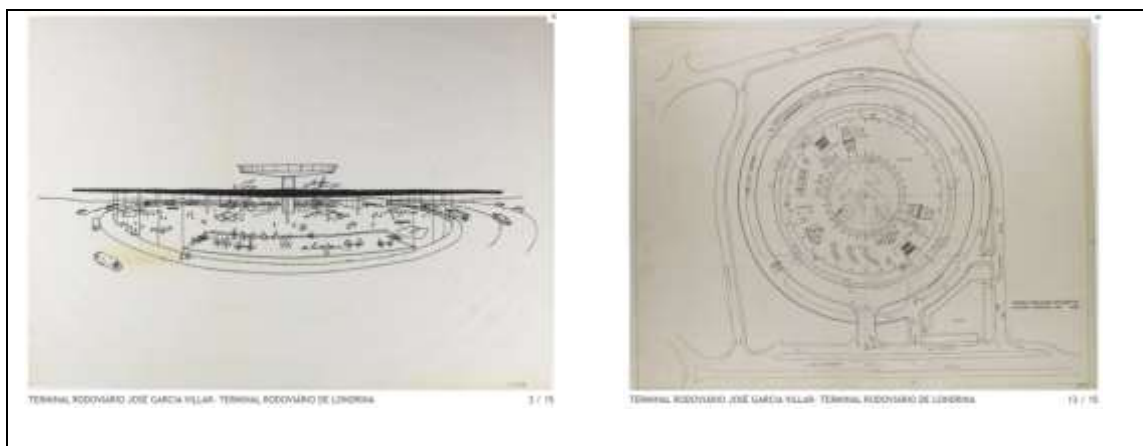


Figura 6: Esboços de Niemeyer para a Rodoviária de Londrina

Fonte: <http://www.niemeyer.org.br/obra/pro240>

² <http://www.niemeyer.org.br/>

De acordo com o engenheiro Junker Grassiotto, que foi secretário de obras na época, em entrevista³ à imprensa local, quando Wilson Moreira (prefeito de Londrina no período 1983-1988) assumiu a prefeitura ele decidiu retomar a ideia de concluir o projeto da rodoviária porque a obra estava parada a dois, três anos e ela precisava ser concluída.

O secretário de obras fez um estudo do ponto de vista técnico e financeiro e apresentou ao prefeito. Neste estudo também estava o valor de pagamento para alteração do projeto arquitetônico para redução de custos que viabilizaria a obra. Grassiotto conta que foi até o Rio de Janeiro conversar com Niemeyer e entraram em acordo para revisão do projeto.

A Figura 7 mostra fotos da Rodoviária nos dias atuais.



Figura 7: Fotos da Rodoviária de Londrina
Fonte: <https://blog.londrina.pr.gov.br/?p=78503>

Essa foi a nossa inspiração ao idealizar a atividade de Modelagem Matemática. No entanto, o Quadro 1 traz as informações que foram disponibilizadas aos alunos de uma escola pública do município de Jataizinho-PR onde reside e leciona a primeira autora deste produto para iniciar a atividade. O desenvolvimento aconteceu no ano de 2019 em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental durante duas horas aulas.

RODOVIÁRIA DE LONDRINA

Entre as obras de Oscar Niemeyer, temos a Rodoviária de Londrina (Figura a) uma obra diferenciada e bem conhecida. Se trata de um espaço grande que recebe milhares de pessoas de diferentes lugares a todo tempo.

³ <https://youtu.be/2btuAd8OL9g>



Figura a: Foto da Rodoviária de Londrina

Fonte: <https://flic.kr/p/jBhfPX>

Visto que ao construírem essa obra se fez necessário planejar e medir cada espaço dessa Rodoviária. E essa, como qualquer outra construção precisará passar por reformas em seu espaço em determinados períodos de tempo. *Pense você, como faria para descobrir qual a quantidade de m^2 que essa parte coberta da obra possui, caso fosse necessário trocar essa cobertura?*

Dados

...

Resolução

...

Quadro 1: Atividade da Rodoviária

Fonte: As autoras

3.2 PLANEJAMENTO

A seguir, trazemos o planejamento realizado por nós para o desenvolvimento da atividade.

I- Identificação:

Instituição: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR

Mestranda: Luana Carvalho dos Santos

Série: 9º ano

Tempo estimado: 4 horas-aula

Disciplina: Matemática

Nível de ensino: Fundamental II

II- Conteúdo:

- *Unidade temática:* Grandezas e medidas
- *Conteúdo:* Área de figuras planas

Habilidade a ser desenvolvida: (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.

III- Objetivos Gerais e Específicos:

- *Objetivo Geral:* Desenvolver uma atividade de modelagem matemática na qual o aluno deverá ser capaz de elaborar planos e estratégias para a solução do problema, desenvolvendo várias formas de raciocínio, além de enfatizar o trabalho em grupo e a prática de conteúdos já vistos.
- *Objetivos Específicos:* Trabalhar área de figuras planas
Desenvolver habilidades de resolução de problemas aplicados
Mostrar a aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais

Metodologia: Atividade desenvolvida seguindo os pressupostos da alternativa pedagógica Modelagem Matemática.

IV- Identificação de pré-requisitos:

- Conhecimento sobre as formas geométricas
- Conhecimento sobre o conceito de área

V- Desenvolvimento da atividade de modelagem:

Imaginamos que, para que seja mais organizado em relação aos deslocamentos entre sala e laboratório, precisaremos inicialmente, separá-los em grupos e então ir para o laboratório e lá dar início a motivação da atividade, conversando com eles sobre as obras de Oscar Niemeyer e projetando algumas delas, até que se chegue na imagem da rodoviária de Londrina.

Em seguida, conversaremos sobre a obra, sobre quem conhece, quem já entrou, entre outras... Haverá um momento para ver se irá surgir alguma pergunta, então, a folha impressa da atividade será entregue aos alunos e será o momento deles fazerem a inteiração, identificando as informações, a problemática e discutirem entre o grupo.

Logo após as discussões, começaremos a conversar sobre como eles imaginam que podem conseguir as informações necessárias para o problema, até que eles sugiram o computador e/ou algum *software* para a coleta de dados. Caso não aconteça, eles serão convidados a conhecer o *Google Earth*.

Visto o recurso, como ele funciona e para que, os mesmos terão um tempo para conversem entre si para decidirem quais informações consideram importantes em relação as dimensões da Rodoviária de Londrina. Conforme as dúvidas forem surgindo, iremos conversando sobre o que eles procuram, qual o formato eles veem, e então, eles ficarão livres para prosseguirem entendendo a figura como a junção de vários trapézios ou como uma região circular. Eles serão auxiliados na matematização se necessário, seguindo o entendimento de cada grupo em relação ao formato da figura, lembrando das fórmulas, ou em qualquer outra dúvida que possa surgir.

Após a coleta de dados, iniciaremos na sala, pois, no laboratório não possui quadro e em alguns momentos creio que será necessário. Em sala, eles em seus grupos irão para a resolução da atividade, os grupos serão atendidos um a um em suas mesas caso encontrem maiores dificuldades. Em seguida, iremos interpretar e expor as resoluções, pois, esperamos que haja resoluções abordando a área do círculo e resoluções abordando a área do trapézio.

Faremos a validação por meio da comparação com o Estádio Vitorino Gonçalves Dias, localizado ao lado da Rodoviária de Londrina.



Figura b: Estádio VGD

Fonte: Google Earth

Pois, este como patrimônio do município tem a medida de sua área disponível na Lei N° 12.000, de 2 de janeiro de 2014, logo podemos validar as medidas obtidas pelo recurso *Google Earth* comparando a área obtida com medidas do *Earth* e a área presente na Lei.

VI- Resoluções esperadas:

Área do círculo

Dados

Diâmetro maior: 151,96m

Raio maior: 75,98m

Diâmetro menor: 58,52m

Raio menor: 29,26m

$$A1 = \pi \cdot r^2$$

$$A1 = \pi \cdot (75,98)^2$$

$$A1 = 5.772,9604\pi$$

$$A2 = \pi \cdot r^2$$

$$A2 = \pi \cdot (29,26)^2$$

$$A2 = 856,1476\pi$$

$$A1 - A2 = 5.772,9604\pi - 856,1476\pi$$

$$A1 - A2 = (5.772,9604 - 856,1476)\pi$$

$$A1 - A2 = 15.446,62 \text{ m}^2$$

Área do trapézio

Dados

Base maior: 14,81m

Base menor: 5,85m

Altura: 48,08m

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$
$$A = \frac{(14,81 + 5,85) \cdot 48,08}{2}$$
$$A = 496,6664$$

Como a figura apresenta 32 trapézios

$$At = 496,6664 \times 32$$

$$At = 15.893,32 \text{ m}^2$$

Logo, percebemos que 15.446,62 m² e 15.893,32 m² são aproximadamente as medidas da área da Rodoviária de Londrina.

Validação

Formato: Retangular

Área disponível na Lei nº 12.000: 20.355.00 m²

Dados obtidos pelo *Google Earth*:



Figura c: Dados coletados
Fonte: *Google Earth*

Comprimento: 190,37m

Largura: 116,4m	$A = 190,37 \times 116,4$ $A \cong 22.159,07 \text{ m}^2$
<u>VII- Avaliação:</u>	
<ul style="list-style-type: none"> • A avaliação acontecerá de forma contínua, iniciada desde as primeiras discussões e perguntas orais diagnóstica no início da aula. Posteriormente, o envolvimento e a colaboração dos alunos no desenvolvimento da atividade e nas discussões advindas desse desenvolvimento. 	
<u>VIII- Recursos:</u>	
<ul style="list-style-type: none"> • Atividade impressa • Gravadores de áudio • <i>Google Earth</i> (para a complementação da atividade) • Projetor • Filmadoras 	

Quadro 2: Planejamento Atividade
Fonte: As autoras

3.3 RELATO DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA

Primeiramente organizei os grupos em sala, após isso seguimos para o laboratório no qual os computadores que funcionavam já estavam ligados e então, foi instruído que os alunos se organizassem nessas máquinas.

Logo, iniciei a apresentação de *slides* com o material preparado, inicialmente com uma breve fala sobre o arquiteto Niemeyer, para que então pudéssemos falar das obras e chegar na temática da atividade.

Comentamos sobre as obras e sobre a rodoviária de Londrina, ouvi o que eles tinham a dizer a respeito, então partimos para a problemática e eu os questioneei sobre como fariam para encontrar as medidas necessárias nesse exato momento no ambiente em que eles estavam, e apenas dois alunos pediram permissão para pesquisar no *Google*.

Ao perceberem que eles não encontrariam as medidas que procuravam da rodoviária de Londrina, eu perguntei se eles conheciam outra forma de encontrar, se conheciam algum recurso ou aplicativo, mas, ninguém se manifestou. Então, sugeri o uso do *Google Earth*.

Antes de iniciar a atividade, nós testamos os computadores apenas em relação ao sinal de internet, e eu não me atentei que o navegador padrão do sistema operacional Linux não era compatível com o aplicativo *Google Earth*.

Ao me deparar com essa situação fiquei em dúvidas sobre o que fazer. Então, comecei a perguntar sobre a problemática, “gente, se eu quero saber o espaço coberto, quanto ele mede né, que cálculo devo fazer?” o mesmo aluno que pediu para pesquisar no *Google* no início da aula respondeu que seria perímetro, então expliquei que perímetro era a soma de todos os lados, então ele disse que seria o cálculo de área.

Senti que a minha preocupação com o não funcionamento do recurso acabou me fazendo falar mais do que deveria. Pois, nesse momento eu já comecei a perguntar sobre o formato da rodoviária, dizendo que eles precisavam coletar os dados nessa aula, e para coletar os dados eles precisavam saber o que iam calcular.

Responderam círculo, então eu disse que além do círculo ela também poderia ser entendida como a junção de vários polígonos, alguns falaram retângulo, eu disse que estavam no caminho dizendo um quadrilátero, porém, não era um retângulo.

Logo após pesquisarem no *Google* sobre os quadriláteros um dos alunos respondeu que era um trapézio. Eu disse a eles que poderiam se sentir livres para a forma de olhar para a figura, porém, deveriam saber como se calcula a área das figuras citadas, já que me disseram que o cálculo seria esse.

Eles pesquisaram as fórmulas no *Google*, e eu fui tirando as medidas pelo *Google Earth* do meu computador que estava projetando os acontecimentos e eles foram anotando.

A próxima aula foi a última da manhã e nós fomos para a sala, os alunos tinham acabado de voltar da quadra e estavam bem agitados, não se concentravam, queriam ficar mexendo com as câmeras e conversavam sobre assuntos aleatórios. Logo percebi que não sabiam substituir as informações nas fórmulas. Foi necessário fazermos juntos para que esse cálculo fosse finalizado. Isso serve para as duas situações, sendo trapézio ou círculo.

Comentamos sobre as resoluções, houve grupos que fizeram das duas formas. Fiz a exposição da validação para que soubesse da veracidade das informações coletadas no *Google* e então perguntei sobre uma possível problemática diferente dessa envolvendo a Rodoviária de Londrina. Dois alunos falaram sobre calcular o espaço interno, pois eles encontraram informações referentes a esse espaço no *Google*.

Foi bem difícil prender a atenção deles nessa segunda aula, percebi que acharam cansativa essa mudança de ambiente e também reclamaram sobre ser uma atividade longa e difícil. Gostaram das câmeras e de poderem pesquisar na internet.

3.4 REFLEXÕES ACERCA DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA

O relato apresentado indica que o desenvolvimento da atividade não ocorreu exatamente como o planejado, quanto a isso, faremos algumas reflexões.

Um dos grupos que participou do desenvolvimento dessa atividade apresentou as duas maneiras de resolver, como mostra a Figura 8, e que foram antecipadas no planejamento.

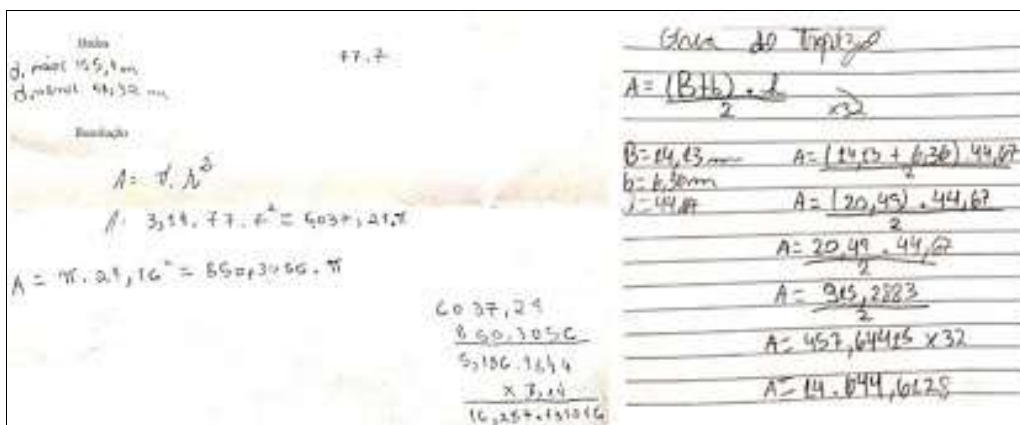


Figura 8: Resolução
Fonte: Alunos

Esses alunos anotaram todas as informações coletadas no *Google Earth* e assumiram duas hipóteses: considerando uma aproximação por trapézios e considerando uma aproximação por círculo, pois eles queriam saber se fazendo das duas formas obteriam o mesmo resultado.

Percebemos que os alunos sentiram dificuldades em definir o caminho a ser seguido para a resolução da atividade, eles não estavam acostumados a serem autônomos nas atividades escolares.

Porém, podemos supor que os alunos possam aperfeiçoar a matematização à medida que vão se familiarizando com atividades seguindo essa alternativa, pois, de acordo com Niss (2010) a antecipação implementada além de exigir conhecimento de um aparato matemático relevante, também requer experiência anterior com as capacidades deste aparato para modelar outras situações, mais ou menos semelhantes.

Os usos que os alunos fizeram da tecnologia que dispunham na aula foi para a pesquisa de informações no *Google*, além do uso do celular na função de calculadora. No entanto, com a atividade, o intuito era de que os alunos percebessem outras possibilidades, como a de coletar informações para resolver o problema a partir do *Google Earth* de modo a estimar com certo grau de confiabilidade as dimensões de uma grande obra sem de fato tomar as medidas *in loco*, o que seria inviável.

O fato de os alunos não terem manipulado o aplicativo devido a incompatibilidade do navegador foi uma limitação que poderia ser evitada se o funcionamento do aplicativo tivesse sido testado com antecedência e uma alternativa de contornar o problema tivesse sido providenciada.

Além dessa implementação relatada com alunos do 9º ano, a mesma temática já havia sido desenvolvida antes com uma turma do 8º ano. A primeira implementação está relatada e analisada em nossa dissertação bem como na publicação “Uma atividade de modelagem matemática: discussões a partir de uma antecipação” (SANTOS; BORSSOI, 2019). Na ocasião os alunos não foram até o laboratório e o uso de tecnologias digitais se deu apenas pela professora para obter informações para a fase de interação, para coleta de dados pelo *Google Earth* e para projetar sua tela aos alunos. Mesmo com as limitações de uso de tecnologias digitais pelos alunos a temática abordada permite que eles percebam o uso pedagógico da tecnologia de uma forma não convencional e esperamos com isso que em alguma medida isso possa contribuir com o desenvolvimento da cultura digital dos alunos.

Ao repensarmos possibilidades de trabalhar essa temática com os alunos deixamos outra sugestão, cuja viabilidade de implementação vai depender tanto de tempo que se dispõe para o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática quanto da disponibilidade de tecnologias digitais.

Lembrando que uma atividade de Modelagem contempla as fases: interação, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012), sugerimos após analisar as implementações anteriores que:

- *Na interação*

Com antecedência pode-se solicitar que os alunos busquem informações sobre a temática e que assistam ao vídeo *Especial: Rodoviária de Londrina 30 anos, entrevista com Junker Grassiotto*, de pouco mais de sete minutos, para que se familiarizem com aspectos da história da rodoviária e com imagens do local, tanto internos quanto externos que são mostrados durante a entrevista. Também com antecedência pode-se solicitar que

os alunos conheçam o site da Fundação Oscar Niemeyer, em especial a página sobre o Terminal Rodoviário de Londrina, como mostra a Figura 9.



Figura 9: Informações sobre o projeto da Rodoviária de Londrina

Fonte: <http://www.niemeyer.org.br/obra/pro240>

Na sala de aula, inicialmente, pode-se propor uma roda de conversa para dar continuidade a inteiração com a temática e retomar as informações, se necessário.

Outro recurso que pode ser mostrado nesse momento é o vídeo realizado com drone (Figura 10) em que se pode ter uma boa visão da obra, com vistas a contribuir com a antecipação dos alunos quanto a matemática que pode ser requerida para modelar a situação e resolver o problema de determinar a área da cobertura.



Figura 10: Imagem realizada com drone

Fonte: <https://youtu.be/y1Nrzh14IWk>

- *Na matematização e resolução*

Pode-se incentivar os alunos a coletar os dados usando o aplicativo *Google Earth*, como sugere o planejamento apresentado em 3.2, pois, é importante que percebam que

não há precisão na obtenção das medidas, e que devem procurar ser criteriosos para que a aproximação obtida não seja grosseira.

- *Na interpretação de resultados e validação*

Este é outro momento importante quando todos podem comunicar seus resultados e estes podem ser comparados e se necessário, revistos. Aqui pode-se discutir a natureza das diferenças entre as respostas, que envolve, além da precisão e adequação dos cálculos, também a diferenças na tomada das medidas e as hipóteses adotadas em cada encaminhamento.

Para que percebam a diferença em uma aproximação considerando a cobertura como uma forma circular ou poligonal, ainda é possível proporcionar a visualização de ambas sobrepostas com auxílio do GeoGebra, por exemplo, como sugerida na Figura 11.

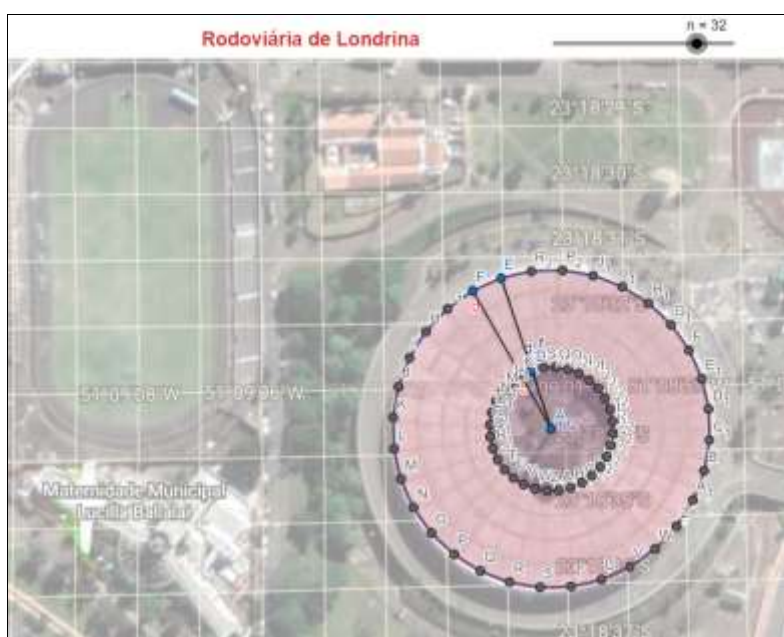


Figura 11: Imagem realizada com drone

Fonte: <https://www.geogebra.org/calculator/fhvhp6f>

A validação apoiada na comparação com as medidas reais do estádio que se localiza próximo da rodoviária, como foi sugerido no planejamento apresentado na seção 3.2, é uma estratégia que possibilita que percebam que, com a Modelagem Matemática é possível fazer estimativas e que, os resultados não são exatos.

Percebemos na implementação de duas versões da atividade potencial para que os alunos aprendam não só matemática, mas também como tecnologias digitais podem ser usadas para aprender outras coisas.

4. ATIVIDADE 2: RAMPAS ACESSÍVEIS

Iniciamos explicando qual foi a motivação para a temática da atividade, logo após, temos a atividade como foi impressa e entregue aos alunos para ser desenvolvida e o planejamento feito antes de seu desenvolvimento, contando com a antecipação da parte matemática. E por fim, temos o relato de como aconteceu e as reflexões após o desenvolvimento da atividade.

A temática para essa atividade surgiu ao pensarmos em um assunto relevante socialmente e que pudesse ser explorado no contexto da própria escola. Ainda, que com sua abordagem fosse oportunizado mobilizar aspectos da competência 5 da BNCC, relativa ao uso de recursos tecnológicos. Além de não fugir do planejamento previsto para a turma do 8º ano, que na ocasião estava participando do projeto “Se Liga - É tempo de Aprender mais!⁴”, proposto pelo governo para recuperar alunos que estão em situação de reprova e reforçar conteúdos para aqueles que se sentissem interessados. Devido a isso, deveríamos retomar os conteúdos mais importantes vistos durante o ano de 2019.

O Se Liga é destinado tanto aos alunos que têm dificuldades em conteúdos específicos quanto àqueles que apenas desejam melhorar as notas e o rendimento. As escolas têm autonomia para organizar os seus horários de aula, decidir quais disciplinas e conteúdos precisam de aprofundamento e como as atividades vão acontecer.

As expectativas eram de que ao trabalhar matematicamente com as rampas da nossa própria escola, os alunos se vissem num papel mais ativo, realizando a coleta de dados e analisando aspectos que merecem atenção também dentro da escola.

4.1 A ATIVIDADE

O Quadro 3 aborda a atividade na forma em que foi impressa e entregue aos alunos do 8º ano, alunos esses que já haviam participado da primeira proposição da atividade da Rodoviária de Londrina, logo, não foi o primeiro contato deles com a Modelagem.

⁴ [Programa ‘Se Liga!’ oferece intensificação da aprendizagem para alunos da rede estadual | Secretaria da Educação e do Esporte \(educacao.pr.gov.br\)](http://educacao.pr.gov.br)

RAMPAS ACESSÍVEIS

Uma das questões mais importantes e complexas da aplicação da **Norma de Acessibilidade (NBR 9050)** são as rampas acessíveis de pedestres. Não só os cadeirantes a utilizam, pessoas idosas, com dificuldade de locomoção, mães com carrinhos de crianças e uma série de outras situações fazem o acesso somente por escadas ser inapropriado. Em se tratando de **grandes desníveis** a serem vencidos, por exemplo, a circulação vertical de um edifício considera-se que os elevadores são acessíveis e, portanto, atendem a NBR 9050. No entanto, é bastante comum existirem desníveis entre o nível de acesso da edificação e o hall de elevadores, por exemplo. A regra é simples: onde existir desnível/escada deverá ser prevista rampa. A Norma define rampa como qualquer superfície com inclinação igual ou superior a 5%.

Tabela 4 – Dimencionamento de rampas

Desníveis máximos de cada segmento de rampa h m	Inclinação admissível em cada segmento de rampa i %	Número máximo de segmentos de rampa
1,50	5,00 (1:20)	Sem limite
1,00	5,00 (1:20) < i ≤ 6,25 (1:16)	Sem limite
0,80	6,25 (1:16) < i ≤ 8,33 (1:12)	15

Figura a: Rampas Acessíveis

Fonte: adaptada de https://www.caurn.gov.br/wp-content/uploads/2020/08/ABNT-NBR-9050-15-Acessibilidade-emenda-1_-03-08-2020.pdf

Espera-se que as escolas atendam a essas normas, pois, são instituições que devem estar preparadas para receber alunos com ou sem necessidades especiais. E, se tratando da sua escola, ela estaria apta para receber um aluno cadeirante ou pessoas com idades mais avançadas que têm necessidades especiais?

Dados....

Resolução...

Quadro 3: Atividade 2

Fonte: As autoras

4.2 PLANEJAMENTO

I- Identificação:

Instituição: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR

Mestranda: Luana Carvalho dos Santos

Série: 8º ano

Tempo estimado: 4 horas-aula

Disciplina: Matemática

Nível de ensino: Fundamental II

II- Conteúdo:

- *Unidade temática:* Geometria
- *Conteúdo:* Ângulo; Valor numérico de expressões algébricas

Habilidade a ser desenvolvida: (EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

III- Objetivos Gerais e Específicos:

- *Objetivo Geral:* Desenvolver uma atividade de modelagem matemática na qual o aluno deverá ser capaz de elaborar planos e estratégias para a solução do problema, desenvolvendo várias formas de raciocínio, além de enfatizar o trabalho em grupo e a prática de conteúdos já vistos.
- *Objetivos Específicos:* Relembrar conceitos sobre ângulos
Desenvolver habilidades de resolução de problemas aplicados
Conscientizar os alunos sobre a acessibilidade
Mostrar a aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais

Metodologia: Atividade desenvolvida seguindo os pressupostos da alternativa pedagógica Modelagem Matemática.

IV- Identificação de pré-requisitos:

- Noções de ângulos
- Noções de expressões algébricas e equação

V- Desenvolvimento do tema:

A turma em que a atividade será desenvolvida já havia participado da atividade da Rodoviária de Londrina, quando tivemos a oportunidade das aulas cedidas para tal. Porém, neste momento a turma se encontra em minha regência por um período de substituição.

Como estamos próximos ao final do ano letivo e vários alunos se encontram em uma situação complicada em questão de nota, implantou-se um programa chamado SE LIGA, para que os alunos tivessem a chance de recuperar os conteúdos e as notas necessárias. Então, os alunos que se fazem presente nesse período são apenas aqueles que necessitam de recuperação.

Foi solicitado aos alunos presentes na aula anterior que avisassem o restante da turma para que pudessem participar da atividade que seria desenvolvida na aula seguinte, que faríamos um estudo nas dependências da escola, diferente do que já havíamos feito antes.

Então, iniciaremos a aula com uma conversa na qual se intenciona relembrar alguns conceitos sobre os ângulos dos polígonos. Sendo conteúdos presentes no planejamento feito para o projeto SE LIGA. A intenção é de que eles cheguem aos triângulos, que são o formato apresentado pelas rampas, das quais pretendemos investigar a partir da problemática que será proposta.

Logo após, os alunos assistirão um vídeo que mostra como dificulta a transição de um cadeirante dentro de sua cidade quando não se há o respeito com as normas de acessibilidade Figura b. (Caso os alunos tenham meios para tal, pode-se propor que assistam o vídeo antes da aula também).



Figura b: Vídeo de inteiração

Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=NqcSL-YyTqc>

Finalizando o vídeo, esperamos que os alunos iniciem uma discussão sobre o que acabaram de assistir, caso não aconteça, será feito perguntas que os levem a comentar sobre essas e outras possíveis dificuldades que esses cadeirantes enfrentam diariamente, ou se já presenciaram alguma dessas cenas, se conhecem algum cadeirante, entre outras.

Além de refletirem e discutirem as dificuldades, pretendemos também que apareçam nas discussões alguns dos ambientes mais específicos que devem garantir essa

acessibilidade, e que as vezes pode não acontecer de fato, como ambientes de trabalho, locais de transporte, lojas e principalmente, as escolas, que são o nosso foco.

Em seguida, os alunos se organizarão em duplas ou trios, dependendo do número de alunos que estiverem presente e receberão a folha impressa da atividade que será desenvolvida para se inteirarem dos dados, da problemática e associarem o que tem na folha com o que foi assistido e discutido.

Feito isso, esperamos que eles questionem sobre o problema, sobre como resolvê-lo, sobre o que precisam saber para tal, sobre as normas de acessibilidade, sobre a fórmula apresentada, entre outras dúvidas. Então, conversaremos sobre isso, e também sobre o aplicativo que iremos utilizar para descobrir quantos graus possuem as inclinações das rampas, chamado *Smart Protractor*⁵ (Figura c) que nos possibilita descobrir a angulação das rampas, pois a intenção é utilizá-lo para a validação.



Figura c: Interface *Smart Protractor*

Fonte: As autoras

Levando papel, caneta, régua e um celular por grupo já com o aplicativo instalado em ambos, sairemos para tirar as medidas das rampas, ou seja, partiremos para a coleta de dados. Assim que os alunos finalizarem já poderemos voltar para a sala para que possam fazer a conexão dos dados com a fórmula pautada nas orientações da NBR 9050, que será exposta e explicada na lousa.

Quando eles descobrirem a inclinação da rampa escolhida e verificarem na tabela se está dentro do que se considera adequado ou não, poderão responder a problemática proposta. E então poderemos partir para a validação, utilizando o aplicativo que é um transferidor, para sabermos se a inclinação obtida pela fórmula é condizente com a inclinação obtida pelo aplicativo.

⁵⁵ https://play.google.com/store/apps/details?id=kr.sira.protractor&hl=pt_BR&gl=US

VI- Resolução esperada:

De acordo com a NBR 9050 a inclinação de uma rampa é dada pela fórmula:

$$i = \frac{h \times 100}{c}$$

Onde:

i: inclinação da rampa (em percentagem)

h: altura do desnível

c: comprimento da rampa (projeção horizontal).

Logo, temos uma possível resolução de rampa acessível, tendo comprimento 9,75m e altura 0,85 m:

$$i = \frac{0,85 \times 100}{9,75}$$

$$i = 8,72\%$$

VII- Avaliação:

- A avaliação acontecerá de forma contínua, iniciada desde as primeiras discussões e perguntas orais diagnóstica no início da aula. Posteriormente, o envolvimento e a colaboração dos alunos no desenvolvimento da atividade e nas discussões advindas desse desenvolvimento.

VIII- Recursos:

- Atividade impressa
- Gravadores de áudio
- Projetor
- Filmadoras
- *Smartphones*
- Aplicativo *Smart Protractor*.

Quadro 4: Planejamento Atividade 2

Fonte: As autoras

4.3 RELATO DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA

A atividade das rampas acessíveis foi pensada de uma maneira e acabou acontecendo de outra. Iniciamos a aula normalmente como nos outros dias, em que eles

perguntaram o que veríamos nessa aula, pois, como já foi dito, estávamos relembando vários conteúdos durante essa semana e se estenderia para a semana seguinte.

Então, comentei que iniciariamos a aula com um vídeo sobre um assunto que se estende a vários ambientes e que eu queria que eles assistissem e pensassem em alguém que já passou pela escola, ou que eles conhecem ou apenas viram em outros lugares e se encontra em condições similares às pessoas do vídeo que assistiriam, para comentarmos após o término. Eles assistiram todo o vídeo que se trata de um rapaz simulando as dificuldades que um cadeirante encontra ao transitar por sua cidade, que não oferece acessibilidade.

Logo após assistirem eles foram comentando sobre o vídeo, eles levantaram alguns problemas que viram no vídeo, sobre pessoas que já viram ou que conhecem, sobre lugares na cidade em que se lembraram ao assistir o vídeo, entre outros. Até que foram organizados em dois grupos ambos com quatro alunos, para continuarmos a interação.

Então, surgiu um momento para comentar que ao construir algo, não só uma escola, devemos levar em consideração algumas normas de acessibilidade, pois, não podemos pensar apenas em nós e nas condições que nos encontramos no dia de hoje. Pois, tem maneiras de facilitar o descolamento de pessoas portadoras de necessidades especiais e tem outras que inviabilizam, e a escola deve estar preparada para atender a todos.

A escola está localizada no centro da cidade, na imagem abaixo Figura 12 temos sua vista aérea. O número 1 representa a cobertura do palco que fica no pátio, onde está localizada uma das rampas estudadas, a Rampa 2. Os números 2 e 3 sinalizam as salas de aula, entre elas temos a outra rampa estudada, a Rampa 1. Os números 4, 5 e 6 sinalizam um espaço pequeno com uma rede de vôlei, que não chega a ser uma quadra, e as duas quadras respectivamente.



Figura 12: Vista aérea da escola
Fonte: *Google Earth*

Trouxemos a discussão para a construção da escola em que estudavam, e eles foram assim questionados: *aqui mesmo, para chegar à quadra, ao palco e até mesmo as salas do fundo vocês não precisam utilizar algumas rampas?* Eles responderam que sim, e que a rampa que levava ao palco parecia inclinada demais em comparação as outras. Partindo dessa resposta, foi dito a eles que poderíamos saber se ela era ou não inclinada demais, se era acessível para cadeirantes ou não. E então, foi entregue a eles a folha da atividade com algumas informações e a problemática.

Foi dado um tempo para que eles prosseguissem com a inteiração, fizessem a leitura e conversassem entre si, porém, foi perceptível que eles estavam com um pouco de pressa e mais focados em terminar a atividade logo para irem embora, do que na atividade propriamente dita. De fato, ao ouvir os áudios gravados durante a permanência em sala de aula um dos grupos falava vez ou outra: *vamos logo pra gente ir embora, anda a gente tem que terminar pra sair*. Percebendo isso, na intenção de despertar o interesse os alunos foram convidados a acessar tais espaços onde foi sugerido que se inteirassem da situação-problema e coletassem dados. Assim, foi proposto que cada grupo escolhesse uma rampa e tirasse as medidas para investigar se elas eram inclinadas demais, ou não.

O problema que eles foram convidados a resolver foi: *se tratando da sua escola, ela estaria apta para receber um aluno cadeirante ou pessoas com idades mais avançadas que precisam de necessidades especiais?* Para coletar os dados um grupo escolheu a rampa que leva as salas da parte do fundo (Rampa 1) e o outro escolheu a rampa que leva ao palco (Rampa 2) mostradas na Figura 13. Antes que saíssemos a professora explicou aos alunos que eles utilizariam os celulares para auxiliar na coleta de dados e explicou também sobre funcionalidade do transferidor do aplicativo *Smart Protractor*.



Figura 13: Rampas analisadas pelos alunos

Fonte: Escola

Então, os alunos saíram para a coleta e cada grupo se dirigiu à rampa escolhida com um celular, réguas, uma folha de papel e lápis ou caneta. Após medirem o comprimento, a altura e a angulação de cada rampa orientados pela professora, quando necessário, voltaram para a sala de aula para continuidade da atividade.

Quando chegamos a sala de aula, eles perguntaram como eles utilizariam aquelas medidas para descobrir se eram ou não inclinadas demais. Foi quando eles tiveram contato com a fórmula utilizada para descobrir a inclinação das rampas de acordo com a altura delas, que foi explicada e passada no quadro, detalhando cada elemento que a compõe. Após a explicação da fórmula e discussão das dúvidas, eles começaram a parte da matematização e da resolução do problema proposto a eles. A Figura 14 traz a resolução sobre a Rampa 1.

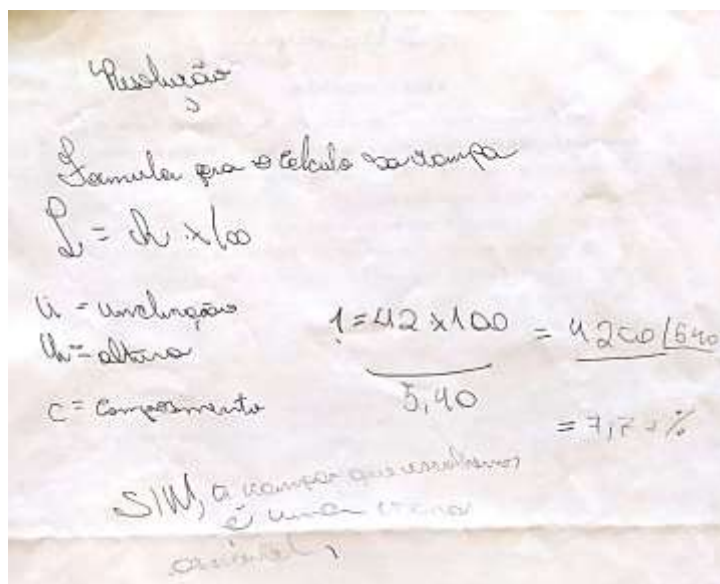


Figura 14: Resolução sobre a Rampa 1
Fonte: Registro dos alunos

Quando eles obtiveram um resultado, consultaram a tabela presente na folha deles (Quadro 3) para validar o resultado, e de acordo com o que ela apresenta como ideal, concluíram que as rampas da escola se enquadram em rampas acessíveis, porém, ao questionarem sobre a resposta, percebemos que a resposta em porcentagem teria ficado vaga, “não dá para saber o tanto que ela tem que subir com essa resposta”, alguns inquietos por querer ir embora, outros interessados no assunto.

Aí fomos conversar sobre o que tínhamos de dados e o que foi utilizado, alguns deles participaram da discussão, até que perguntaram se aquela resposta significava o ângulo mesmo em porcentagem. Então, voltamos para a foto tirada no aplicativo e eles puderam ver a diferença entre a medida em ângulos e a medida em porcentagem. Que

aquela resposta não significava a medida de ângulos que possuía a rampa. No entanto, confessamos que a fase de interpretação de resultados e validação não se deu de uma forma adequada, devido ao tempo de aula e o pouco envolvimento dos alunos.

Embora a turma estivesse em um número bem reduzido comparando ao convencional, e que não estavam dispostos a se dedicarem a atividades mais extensas e elaboradas como uma atividade de Modelagem, ainda assim conseguimos trabalhar matematicamente, na medida do possível, a temática da acessibilidade, tão interessante e importante para a formação cidadã dos alunos.

4.4 REFLEXÕES ACERCA DA ATIVIDADE DESENVOLVIDA

Os alunos do grupo da Rampa 1 coletaram os dados, porém, não fizeram anotações de forma clara, foram alunos bem objetivos, pois já foram direto para a resolução utilizando a fórmula que havíamos discutido. Inclusive, pode-se notar na Figura 14 que está faltando o denominador na parte em que ela foi anotada, mas, ele apareceu na resolução, então não chegou a comprometer na obtenção do resultado procurado. Como eles anotaram o que significa cada parte da fórmula, nós conseguimos identificar quanto mede a altura e o comprimento da rampa escolhida.

Pouco falaram sobre a matematização e a resolução da atividade, passaram bastante tempo em silêncio, um esperando pelo outro. Encontraram obstáculos na divisão e não se sentiram à vontade em utilizar uma fórmula na qual havia numerador e denominador. Eles precisaram de bastante ajuda para desenvolver a atividade, chamavam o tempo todo e ficavam nervosos quando recebiam instruções ao invés de respostas objetivas. Em meios às dificuldades que apareceram o grupo conseguiu concluir a atividade e, com base no resultado de 7,77% para a inclinação dessa rampa responderam: *Sim, a rampa que escolhemos é uma rampa acessível.*

No entanto, talvez não seja adequado considerá-la uma atividade de Modelagem, pois, na atividade de Modelagem Matemática os alunos são convidados a abordar um problema por meio da matemática. Como expressam Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 26) “as atividades devem se configurar como um convite que virá se firmando e se confirmando no decorrer da experiência” e neste caso, não podemos dizer que os alunos aceitaram o convite e se dedicaram prontamente a desenvolver a atividades. Por

consequência, se eles não se interessam dificilmente conseguirão atingir uma matematização bem sucedida.

Aqui cabe a ressalva de que a Modelagem Matemática pode nos levar a ser subversivos em relação ao que orienta a BNCC, por exemplo. Pois, não há previsão de que se trabalhe os conceitos básicos de trigonometria nos anos finais do Ensino Fundamental, no entanto, a temática das rampas acessíveis trouxe uma oportunidade de abordá-los a partir de um questionamento dos alunos.

Levando em conta o interesse dos alunos sobre a medida da inclinação das rampas dada pela fórmula e sua relação com a medida do ângulo como conheciam, em graus, deixamos uma sugestão que pode ser implementada para introduzir novos conceitos, como de relações métricas e trigonométricas no triângulo retângulo. No entanto, a temática tem potencialidade para que outros conteúdos sejam trabalhados.

- *Na inteiração*

Pode-se proceder como indicado no planejamento, na seção 4.2, sugerindo que assistam ao vídeo sobre acessibilidade e exponham suas percepções sobre o ambiente da escola.

- *Na matematização e resolução*

Pode-se orientar os alunos de forma similar ao indicado no planejamento quanto a coleta de dados, no entanto, ao invés de fornecer a fórmula para o cálculo da inclinação da rampa, deixamos como sugestão que o professor oriente os alunos a interpretar as informações da Tabela 4 da NBR 9050, assim eles podem analisar a razão entre altura e comprimento da rampa que estão estudando e compará-la com as indicadas na tabela da Figura 15.

Desníveis máximos de cada segmento de rampa h m	Inclinação admissível em cada segmento de rampa i %	Número máximo de segmentos de rampa
1,50	5,00 (1:20)	Sem limite
1,00	5,00 (1:20) < i ≤ 6,25 (1:16)	Sem limite
0,80	6,25 (1:16) < i ≤ 8,33 (1:12)	15

Figura 15: Tabela 4 da NBR 9050

Fonte: https://www.caurn.gov.br/wp-content/uploads/2020/08/ABNT-NBR-9050-15-Acessibilidade-emenda-1_-03-08-2020.pdf

Vamos ilustrar uma abordagem possível para análise da Rampa 2 (Figura 13), cujos dados de altura (h) e comprimento (c) obtidos por um dos grupos são: $h = 76,7\text{cm}$ e $c = 420\text{cm}$ (ou $h = 0,77\text{m}$ e $c = 4,20\text{m}$).

O professor pode solicitar que os alunos representem triângulos nas razões 1:20, 1:16 e 1:12 e comparem a inclinação do triângulo que representa a rampa analisada com as da tabela. Dependendo da disponibilidade os alunos podem realizar a representação com o GeoGebra, por exemplo. O link do recurso digital (*applet*⁶) ilustrado na Figura 16 pode ser disponibilizado aos alunos caso não haja tempo suficiente para deixá-los construir eles próprios.

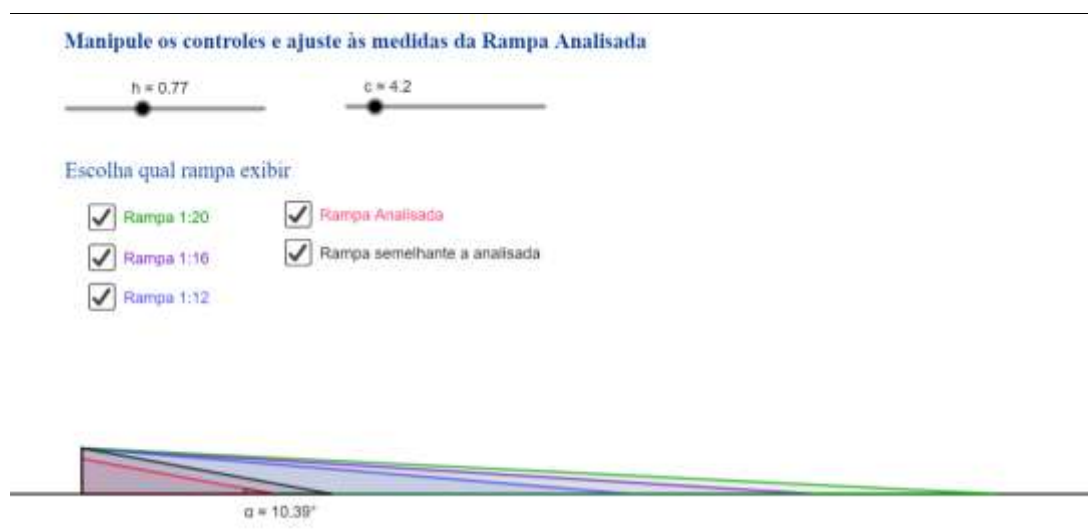


Figura 16: *Applet* elaborado com o GeoGebra
Fonte: <https://www.geogebra.org/calculator/m2rdsezc>

Se procurarmos uma equivalência da razão $\frac{0,77}{4,20}$ para uma fração com numerador 1, como as demais, teremos aproximadamente $\frac{1}{5,45}$, assim, a comparação com as inclinações tabeladas pode ficar mais representativa. A Figura 16 mostra que a inclinação da representação da rampa semelhante a analisada tem inclinação maior que todas as indicadas pela norma de acessibilidade. Além disso, com o GeoGebra também é possível consultar a medida do ângulo (α). Uma boa oportunidade para discutir semelhança de triângulos.

- *Na interpretação de resultados e validação*

⁶ *Applet* é um pequeno *software* que executa uma atividade específica, dentro (do contexto) de outro programa maior (como por exemplo um *web browser*), geralmente como um *Plugin* (<https://pt.wikipedia.org>)

Oportunizar um momento em que todos compartilhem seus resultados é importante para a discussão. Nesse momento o professor poderia resgatar a fala dos alunos do momento de interação em que mencionaram que a Rampa 2 parecia mais inclinada do que o permitido e também discutir as implicações dessa constatação. Ao discutir o que poderiam fazer a partir do resultado obtido talvez surgisse a ideia de apresentá-lo à direção da escola para buscar uma forma de adequá-la às normas de acessibilidade.

Quanto a validação, o próprio *applet* da Figura 16 permite perceber que, para a inclinação da rampa ser adequada, a hipotenusa do triângulo semelhante ao da Rampa analisada deve figurar entre a hipotenusa do triângulo da Rampa 1:12 e da Rampa 1:20. Poderiam usar o *applet* para analisar as medidas da Rampa 1 e perceberiam essa relação.

Esta temática certamente é uma oportunidade de introduzir novos conceitos, e levá-los a perceber que a razão $\frac{h}{c}$ é uma razão especial, denominada de tangente do ângulo (α) e que seu resultado em porcentagem é utilizado como indicação da inclinação da rampa e aparece como uma fórmula, $i = \frac{h \cdot 100}{c}$, na NBR 9050.

No entanto, para obtenção da medida do ângulo (α) a partir da fórmula seria necessário o conceito de arco tangente, que está fora do escopo para esse nível de escolaridade, no entanto, para alunos curiosos, seria possível mostrar como obtê-lo a partir da calculadora do celular ou mesmo recorrendo ao aplicativo *Smart Protractor*, sugerido no planejamento. A Figura 17 mostra uma captura de tela do celular com indicação da medição do ângulo de inclinação da Rampa 2, de 11,2°. Embora a medida não coincida com os 10,39° indicados na Figura 16 é possível que se perceba que o valor é uma estimativa, tendo em vista que não há precisão na manipulação do aplicativo (Figura 17).

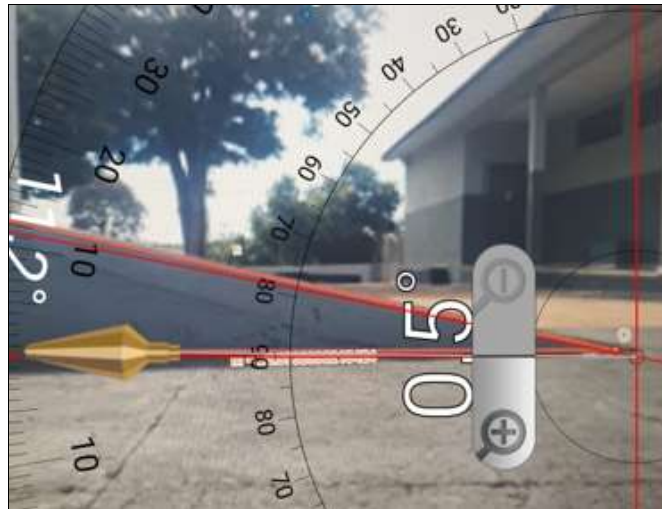


Figura 17: Medida do ângulo de inclinação da Rampa 2
Fonte: arquivos da pesquisa

Deixamos como sugestão o *link* de acesso de um breve vídeo de divulgação do aplicativo *Smart Protractor* (Figura 18) para que se possa ter uma visão de suas funcionalidades.



Figura 18: tela do vídeo de apresentação do *Smart Protractor*
Fonte: <https://youtu.be/N4Jif2j9hnA>

5. ATIVIDADE 3: RADARES FIXOS

A seção 5 traz a estrutura de uma proposta de atividade que tem como tema radares fixos. Iniciamos comentando como e para que turma a atividade foi planejada, logo após, temos a atividade como poderá ser impressa e entregue aos alunos para ser desenvolvida e o planejamento feito contando com a antecipação da parte matemática.

5.1 A ATIVIDADE

A atividade dos Radares fixos busca trabalhar conteúdos voltados para as turmas de 8º e 9º ano. Essa atividade diferente das duas anteriores, não chegou a ser desenvolvida, o planejamento foi idealizado para uma turma que participou da atividade da rodoviária de Londrina, mas com a pandemia não foi possível que esse desenvolvimento acontecesse. Logo, nós a apresentaremos em forma de proposta, para que a mesma ainda possa ser desenvolvida por vocês e por nós em algum outro momento.

O radar presente no Quadro 5 é o mais próximo que temos da cidade de Jataizinho-PR, os dados utilizados para fazer a antecipação de possíveis resoluções foram coletados neste radar e em materiais que trazem informações sobre as estruturas dos radares fixos.

Ao pensarmos nessa temática, também pensamos na utilização do *Smart Protractor* para auxiliar na coleta de dados ou na validação da atividade.

RADARES FIXOS

O radar fixo é um equipamento eletrônico que tem como objetivo detectar o excesso de velocidade dos veículos em diversas vias simultaneamente conforme o limite indicado para as mesmas (Figura a).



Figura a: Radar em Ibioporã

Fonte: As autoras

Eles utilizam sensores instalados no asfalto, chamados laços indutivos. Em alguns é possível ver algumas linhas que aparecem no asfalto perto desses radares. Os radares geralmente contam com dois ou três laços indutivos usados para calcular e ainda conferir o cálculo da velocidade. A distância entre esses laços geralmente são de 2 a 3 metros.



Figura b: Laços indutivos

Fonte: <https://www.monolitonimbus.com.br/como-funciona-a-fiscalizacao-eletronica-de-transito/>

Quando um veículo, que é basicamente um corpo metálico, passa por cada laço indutivo ele provoca uma perturbação no campo magnético gerado por cada um dos sensores, essa perturbação é processada por um *software* que consegue detectar o tempo que o veículo gastou de um laço até o outro. Como a distância entre os sensores do chão é fixa, fica fácil calcular a velocidade que o veículo estava dividindo a distância pelo tempo.

Então, se a velocidade for acima da permitida para aquele veículo, é dado o comando para câmera, que geralmente é posicionada em postes que possuem 3 metros de altura, capturar a imagem do veículo infrator. As câmeras geralmente são

posicionadas após o último sensor, para que ela possa capturar imagem assim que tiverem feito e refeito o cálculo. Pense você se fosse o condutor do veículo e quisesse saber em que momento a câmera fará esse registro: *se a câmera faz a captura da imagem assim que o veículo ultrapassa o último laço, ela deve ter um ângulo específico de inclinação?*

Dados...

Resolução...

Quadro 5: Atividade 3

Fonte: As autoras

5.2 PLANEJAMENTO

I- Identificação:

Instituição: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR

Mestranda: Luana Carvalho dos Santos

Série: 9º ano

Tempo estimado: 4 horas-aula

Disciplina: Matemática

Nível de ensino: Fundamental II

II- Conteúdo:

- *Unidade temática:* Geometria
- *Conteúdo:* Relações Trigonométricas

Habilidades a serem desenvolvidas: (EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

III- Objetivos Gerais e Específicos:

- *Objetivo Geral:* Desenvolver uma atividade de modelagem matemática na qual o aluno deverá ser capaz de elaborar planos e estratégias para a solução do problema,

desenvolvendo várias formas de raciocínio, além de enfatizar o trabalho em grupo e a prática de conteúdos já vistos.

- *Objetivos Específicos:* Trabalhar as relações trigonométricas
- Praticar a interdisciplinaridade
Desenvolver habilidades de resolução de problemas aplicados
Mostrar a aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais

Metodologia: Atividade desenvolvida seguindo os pressupostos da alternativa pedagógica Modelagem Matemática.

IV- Identificação de pré-requisitos:

- Conhecimento de função do primeiro grau
- Conhecimento das relações trigonométricas

V- Desenvolvimento do tema:

As ideias expostas nesse desenvolvimento, assim como o número de grupos e a organização foram todas feitas pensadas em turmas específicas, pois, a ideia era desenvolver a atividade. Logo isso acontecerá diferente, de acordo com a realidade de cada um.

Assim que chegar na sala de aula será solicitado aos alunos para que se organizem em seis grupos de cinco integrantes. Logo após eles se organizarem e se acalmarem, serão questionados se seus pais ou algum indivíduo maior de idade de sua família já teve alguma multa por excesso de velocidade.

Iniciaremos com a inteiração deles com o tema da atividade a partir daí, pois, imaginamos que em uma sala de quase quarenta alunos, alguém tenha essa experiência para nos contar, feito isso, serão novamente questionados se algum deles sabe dizer como esses radares de velocidade conseguem descobrir a velocidade que os carros passam pelas vias, para que a multa chegue na casa do proprietário do veículo infrator.

Pensamos que eles não conhecerão o funcionamento dos radares fixos, porém, explicarão a maneira em que pensam ser a correta. Partindo disso, eles terão uma explicação de como acontece de fato, que possuem sensores no asfalto que sofrem perturbações quando os veículos passam por eles e então calculam a velocidade, dividindo a medida da distância entre eles, que é fixa e conhecida, pelo tempo que o veículo leva para percorrê-la.

Visto que o veículo ultrapassou o permitido, a câmera que está posicionada para logo após o último laço, faz a captura da imagem do veículo, para que o condutor possa ser notificado.

Terminando a explicação eles receberão a folha contendo a atividade, algumas informações complementares e uma foto do radar mais próximo aqui de nossa cidade (Figura a do Quadro 5) para que eles possam continuar se inteirando das informações e dos dados disponíveis. Ela será projetada também para que possam ver a imagem melhor e maior.

A partir disso, iniciaremos a matematização, eles precisarão de hipóteses para prosseguir com a resolução, para tal serão feitas perguntas e instruções aos grupos em relação a isso com o objetivo de auxiliá-los a chegarem a essas hipóteses sozinhos, a fazer a tradução das informações para linguagem matemática e resolverem a problemática sem muito auxílio do professor.

Ao final, eles farão a exposição de suas resoluções, para discutirmos e fazermos a interpretação das respostas obtidas e também do encaminhamento que cada grupo deu para a atividade até chegar aos resultados.

A validação será feita utilizando a imagem do radar mencionado anteriormente contando com o uso do recurso *Smart Protractor* para conseguirmos a medida do ângulo.

VI- Resoluções esperadas:

Dados

Altura do poste: 3 metros

Nº de laços: de 2 a 3

Distância entre eles: de 3 a 5 metros

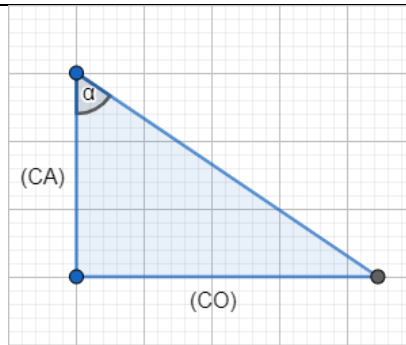
Hipóteses

Será utilizada a média entre a distância dos laços

Seguiremos o método dos detectores por radar

O primeiro laço se encontra alinhado ao poste da câmera

Pensando a imagem dessa forma:



Onde:

α : ângulo formado pela câmera e o poste

CO : cateto oposto ao ângulo

CA : cateto adjacente ao ângulo

Com dois laços:

$$Tg \alpha = \frac{CO}{CA}$$

$$Tg \alpha = \frac{8}{3}$$

$$Tg \alpha \cong 2,66 \dots$$

$$\alpha \cong 69^\circ$$

Com três laços:

$$Tg \alpha = \frac{CO}{CA}$$

$$Tg \alpha = \frac{12}{3}$$

$$Tg \alpha = 4$$

$$\alpha \cong 76^\circ$$

Validação

A intenção é utilizar o aplicativo para a validação, porém, ele é utilizado de forma manual e qualquer movimento feito com o aparelho pode influenciar na captura da foto, logo, as medidas apresentadas também são medidas aproximadas.



Figura c: Radar em Ibiporã

Fonte: As autoras

De acordo com a tentativa de descobrir a medida da inclinação dessa câmera por meio do Smart Protractor o ângulo encontrado foi próximo a 56° .

Neste caso, como o valor é diferente daquele obtido pelos cálculos com dois e três laços indutivos, outra abordagem pode ser feita. Considerando por hipótese que o ângulo obtido pelo aplicativo (56°) tenha uma boa precisão e que a altura do poste seja de 3 metros, então é possível estimar qual seria a distância (d) entre os sensores:

Com dois laços:

$$\text{Tg } 56^\circ = \frac{d}{3}$$

$$1,48 \cdot 3 = d$$

$$d \cong 4,4 \text{ m}$$

Com três laços:

$$\text{Tg } 56^\circ = \frac{2d}{3}$$

$$\frac{1,48 \cdot 3}{2} = d$$

$$d \cong 2,2 \text{ m}$$

VII- Avaliação:

- A avaliação acontecerá de forma contínua, iniciada desde as primeiras discussões e perguntas orais diagnóstica no início da aula. Posteriormente, o envolvimento e a colaboração dos alunos no desenvolvimento da atividade e nas discussões advindas desse desenvolvimento.

VIII- Recursos:

- Atividade impressa
- Gravadores de áudio
- Filmadoras

Quadro 6: Planejamento atividade 3

Fonte: As autoras

5.3 REFLEXÕES IDEALIZADAS PARA A ATIVIDADE

A atividade não chegou a ser desenvolvida com alunos, porém, é uma atividade que tem potencial para tal. E como em todas as atividades de Modelagem nós podemos seguir as fases descritas por Almeida, Silva e Vertuan (2012) e fazer algumas considerações em cada uma delas como foi feito nas duas atividades anteriores que chegaram a ser desenvolvidas.

- *Na inteiração*

Imaginamos que possa prosseguir como dito no planejamento da seção 5.2, sugerindo que o professor sintá-se à vontade para escolher um vídeo explicativo sobre o funcionamento dos radares fixos e passe aos alunos para auxiliar na inteiração deles com a temática, tendo como sugestão o vídeo da Figura 19.

O vídeo pode ser exposto durante a aula, como também pode ser sugerido que os alunos assistam em suas casas antes da aula.



Figura 19: Vídeo Radar

Fonte: [Como funciona um radar de velocidade? - YouTube](#)

- *Na matematização e resolução*

Pode-se orientar os alunos de forma similar ao indicado no planejamento, a coleta de dados pode ser feita com outros instrumentos sem ser uma câmera como foi feito nessa atividade, um drone por exemplo.

Pode sugerir aos alunos que utilizem o aplicativo Geogebra para projetarem a imagem do radar investigado como fundo no aplicativo e construir um polígono para descobrir o valor da angulação da câmera, assim como na Figura 20.

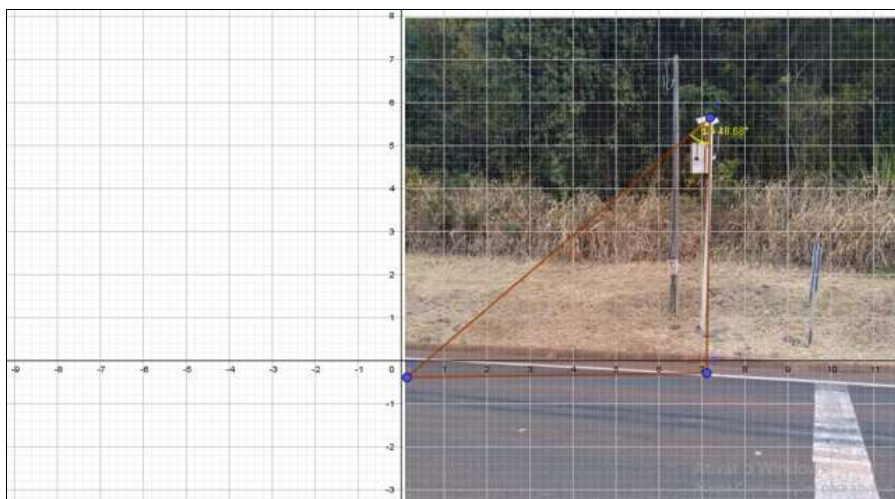


Figura 20: Radar no geogebra
Fonte: As autoras

O *Google Maps* e o *Google Earth* seriam recursos válidos também para descobrir a distância entre a câmera e os laços indutivos.

- *Na interpretação de resultados e validação*

É importante que os alunos façam a discussão de seus resultados e façam a exposição de suas resoluções, assim, todos poderão ver e entender como foi feito e discutir se realmente responde o problema inicial, se realmente tem como saber o momento em que a câmera irá capturar a placa do veículo e se seria relevante para os condutores saberem disso, entre outros assuntos que podem surgir.

Quanto a validação, o aplicativo *Smart Protractor* quando utilizado corretamente, tentando alcançar a maior proximidade possível, nos permite conferir o valor do ângulo.

Caso o problema seja reformulado, não se falando diretamente ao ângulos, pode-se utilizar velocidade média e trabalhar com a distância em que a câmera fará a captura, ao invés do ângulo, ao final pode ser o momento de instigar outros conceitos que podem

ser trabalhados nessa mesma temática e também identificar se os alunos pensariam em outras problemáticas envolvendo essa temática.

6. ATIVIDADE 4: A INTENSIDADE DA LUZ

A seção 6 traz a estrutura de uma proposta de atividade cujo tema é a intensidade da luz, na qual apresentamos um aplicativo chamado *Arduíno Science Journal*⁷ para realizarmos a coleta de dados da atividade.

Embora em nosso produto a atividade se apresente apenas como proposta nós já realizamos o desenvolvimento da atividade no grupo de pesquisa em que somos integrantes, o GEPMIT (Grupo e Pesquisas em Modelagem Matemática, Investigação Matemática e Tecnologia), e esse desenvolvimento está presente em um de nossos trabalhos, Santos et al. (2021), que foi apresentado ao II Encontro Paranaense de Tecnologia na Educação Matemática (EPTM).

A Figura 21 mostra imagens geradas pelo aplicativo durante o experimento que sugerimos aqui, realizado pelo GEPMIT. O gráfico da imagem (a) representa o experimento feito com uma vela e a imagem (b) representa o experimento feito com a lanterna do celular.

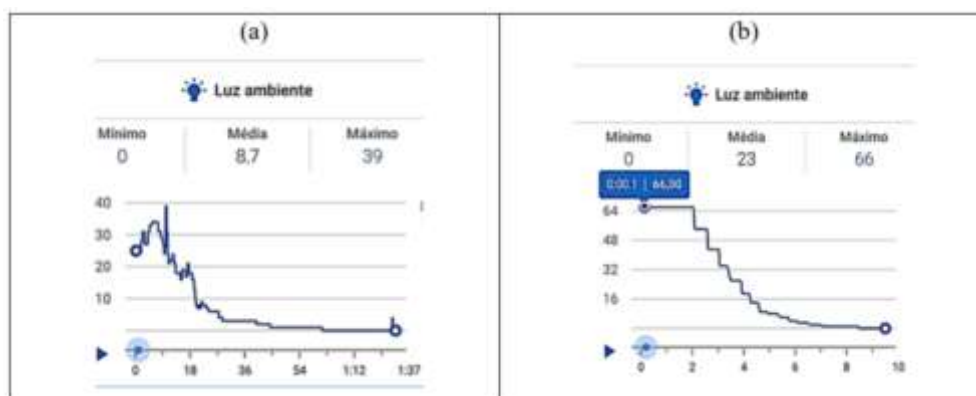


Figura 21: dados gerados a partir do *Arduíno Science Journal*

Fonte: Santos et al. (2021)

Iniciamos nessa seção apresentando uma forma em que a atividade pode ser impressa e entregue aos alunos e logo após temos o planejamento feito antes de seu desenvolvimento, contado com a antecipação da parte matemática.

⁷ https://play.google.com/store/apps/details?id=cc.arduino.sciencejournal&hl=pt_BR&gl=US

6.1. A ATIVIDADE

INTENSIDADE DA LUZ

A luz é algo tão necessário em nosso cotidiano que nós só nos damos conta de sua importância quando a mesma vem a nos faltar não é mesmo?! Em momentos como ao tentar observar algo em um ambiente mal iluminado, quando falta a energia ou até mesmo ao queimar uma lâmpada sem se ter uma vela reserva.

A tendência é chegarmos com o foco de luz bem perto do que se está querendo iluminar, pois, cada vez que levamos o objeto mais para longe da fonte de luz (como a lanterna do celular ou uma vela) temos uma perda da quantidade de luz, essa perda é proporcional à distância entre a luz e o objeto.

Logo, até uma certa distância nós ainda aproveitamos a luminosidade, após essa distância já não se consegue mais um bom aproveitamento. Pense você, *ao nos afastarmos desse foco de luz, até qual distância se consegue aproveitar essa luminosidade?*

Para respondermos essa pergunta será necessário verificarem o que acontece com a intensidade da luz ao duplicar a distância de um foco de luz, podendo ser uma vela ou a lanterna do celular.

Variáveis...

Hipóteses...

Resolução...

Quadro 7: Atividade 4

Fonte: As autoras

6.2 PLANEJAMENTO

I- Identificação:

Instituição: UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ - UTFPR

Mestranda: Luana Carvalho dos Santos

Série: 9º ano

Tempo estimado: 4 horas-aula

Disciplina: Matemática

Nível de ensino: Fundamental II

II- Conteúdo:

- *Unidade temática:* Álgebra
- *Objetos de conhecimento:* Funções: Representação Gráfica

Habilidades a serem desenvolvidas: (EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

III- Objetivos Gerais e Específicos:

- *Objetivo Geral:* Desenvolver uma atividade de modelagem matemática na qual o aluno deverá ser capaz de elaborar planos e estratégias para a solução do problema, desenvolvendo várias formas de raciocínio, além de enfatizar o trabalho em grupo e a prática de conteúdos já vistos.
- *Objetivos Específicos:* Trabalhar função inverso do quadrado
Explorar a representação gráfica de uma função a partir de um contexto real
Praticar a interdisciplinaridade
Desenvolver habilidades de resolução de problemas aplicados
Mostrar a aplicação de conteúdos matemáticos em situações reais

Metodologia: Atividade desenvolvida seguindo os pressupostos da alternativa pedagógica Modelagem Matemática.

IV- Identificação de pré-requisitos:

- Conhecimento do plano cartesiano
- Conhecimento de funções

V- Desenvolvimento do tema:

Em um primeiro momento, haverá uma apresentação de um aplicativo chamado *Arduíno Science Journal* aos alunos, para que eles possam ter uma noção sobre as funcionalidades desse aplicativo. Levando em consideração que cada aparelho de celular diferencia em relação a disposição de recursos feito pelo aplicativo.

Logo depois falaremos sobre a função da luminosidade, iniciando a inteiração deles, pois, é a ferramenta do aplicativo que será explorada na atividade. A mesma irá propor que verifiquem o comportamento que sofre a intensidade da luz ao duplicar a distância de uma vela que servirá como fonte de luz. Porém, é apenas uma questão dentre várias outras que podem ser levantadas para explorar essa função do aplicativo.

Terminando de explicar sobre o aplicativo, os alunos serão organizados em grupos e cada grupo poderá escolher a maneira em que desejam realizar a coleta de dados. Em relação a distância. Eles terão réguas disponíveis para auxiliar, logo, darão início a matematização.

É interessante que os alunos escolham lugares pouco iluminados para que não haja interferência de outros focos de luz além do que estará sendo utilizado.

Ao realizarmos a coleta dos dados por meio do aplicativo, obteremos um gráfico que será explorado com os alunos, pois, além de apresentar o aplicativo e trabalhar modelagem com os alunos, também queremos trabalhar com representação gráfica de uma função. Porém, o gráfico mostra a intensidade e o tempo, e o nosso objetivo é a intensidade e a distância, logo será de extrema importância os intervalos de tempo assumidos para a coleta, pois, para a resolução da situação os alunos terão que construir outro gráfico que será o modelo que possibilitará responder a situação-problema.

Ao final da aula, discutiremos e interpretaremos os gráficos feitos, a ideia é que cada grupo exponha e explique o seu. Para a validação faremos uma comparação, pois, esse comportamento é representado pelo inverso do quadrado da distância, logo, o gráfico apresentado pelos alunos deve ser parecido a este gráfico.

VI- Resoluções esperadas:

Os dados utilizados para construir essa resolução esperada são advindos do desenvolvimento desta atividade que foi realizado no grupo de pesquisa em que as autoras deste material são integrantes.

Hipóteses

A distância para a coleta de dados será em intervalo de 5 centímetros

Sabe-se que ao desenvolver a atividade na escola o gráfico será feito à mão, ou se possível, com auxílio de tecnologias digitais e, provavelmente, se assemelhará a esse que foi construído com o auxílio do Excel.

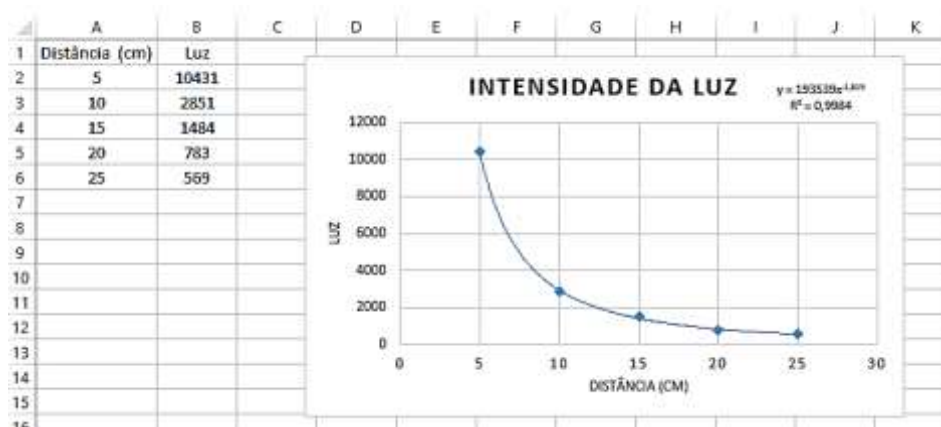


Figura a: Gráfico Luminosidade

Fonte: As autoras

Logo, por meio deste modelo os alunos conseguirão responder a situação e ainda trabalharemos a representação gráfica de uma função. Sem nos aprofundarmos na caracterização da função em si, que ainda não é requerida para este nível de escolaridade, o foco será o gráfico.

Validação

Segundo a lei do inverso do quadrado, a intensidade de radiação de uma fonte de luz, ou seja, a potência gerada por unidade de área, é inversamente proporcional ao quadrado da distância até a fonte de luz. Esta relação é verificada, na experiência com uma lâmpada incandescente que pode ser considerada fonte de radiação pontual para distâncias maiores que as dimensões do filamento. Para validar utilizaremos a comparação dos gráficos, como dito no desenvolvimento.

Cada vez que levamos o objeto mais para longe da fonte de luz (como o *flash*) temos uma perda da quantidade de luz proporcional à distância entre a luz e o objeto, e o cálculo dessa perda é feito com uma fração de um sobre a distância ao quadrado indicando a queda de luz, ou seja, com a seguinte expressão: $i = \frac{1}{d^2}$.

Assim, a proporção da intensidade de luz é igual a 1 dividido pelo quadrado da distância (ou a distância vezes a distância).

VII- Avaliação:

- A avaliação acontecerá de forma contínua, iniciada desde as primeiras discussões e perguntas orais diagnóstica no início da aula. Posteriormente, o envolvimento e a colaboração dos alunos no desenvolvimento da atividade e nas discussões advindas desse desenvolvimento.

VIII- Recursos:

- Atividade impressa
- Gravadores de áudio
- Filmadoras
- Aparelhos de celular
- App *Arduíno Science Journal*

Quadro 8: Planejamento atividade 4

Fonte: As autoras

6.3 REFLEXÕES IDEALIZADAS PARA A ATIVIDADE

Em relação as fases que compõe as atividades de modelagem, partindo da experiência de ter participado do desenvolvimento dessa atividade no grupo de pesquisa GEPMIT, podemos enfatizar algumas considerações em cada uma delas.

- *Na inteiração*

Além da forma dita na seção 6.2 de conduzir a inteiração dos alunos, pode-se iniciar a aula indagando os alunos sobre o porquê seria importante descobrirmos a capacidade de iluminação de algum foco de luz, um carro por exemplo, o farol será que tem uma grande capacidade de iluminação? Para que os alunos percebam a utilidade do assunto e se interessem pela atividade.

- *Na matematização e resolução*

Sabemos que o modelo que representa o fenômeno é a função inverso do quadrado. Intencionamos abordar noção intuitiva de função e a representação gráfica de uma função, pois, são conteúdos propostos para o 9º ano. Trabalhar essa função em si seria mais para os anos finais do Ensino Médio.

A coleta de dados sofre menos interferência quando feita com um foco de luz como a lanterna do celular por exemplo, algo a se pensar antes de realizar a coleta.

Como a lei do inverso do quadrado fala sobre proporcionalidade, pode-se abordar também o Teorema de Tales, na Figura 22 podemos ver a proximidade com um feixe de retas paralelas cortadas por transversais.

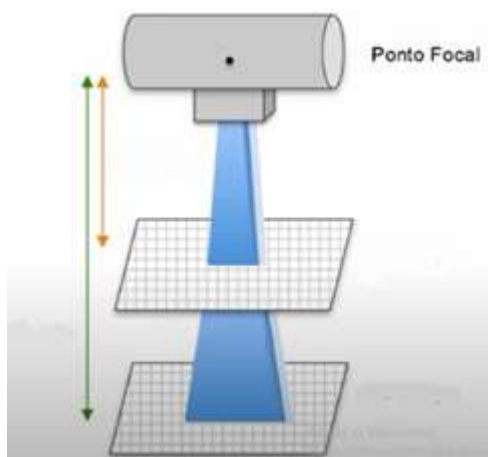


Figura 22: Exemplo de iluminação

Fonte: [Lei do inverso do quadrado da distância - YouTube](#)

- *Na interpretação de resultados e validação*

A validação pode ser conduzida como dito no planejamento da seção 6.2

Essas fases são momentos de grande importância, durante elas todos podem expor seus resultados e estes podem ser comparados e se necessário, revistos. É o momento de discutir a diferença das respostas obtidas e o porquê, quais foram as hipóteses, as simplificações, entre outras.

7. CONSIDERAÇÕES

Intencionamos com este produto apresentar algumas atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental e propor outras atividades que, por conta da pandemia do COVID-19 em que vivemos durante os anos de 2020 e 2021, não puderam ser desenvolvidas como planejado.

Procuramos associar as tecnologias digitais às atividades de Modelagem Matemática para que além de potencializar e auxiliar nas coletas de dados e na validação das problemáticas por nós antecipadas, possamos contribuir para um uso mais crítico das tecnologias digitais pelos alunos, buscando contribuir com o aprimoramento na cultura digital dos mesmos.

A elaboração e o desenvolvimento destas atividades proporcionaram momentos importantes de investigação e aprendizado. Assim desejamos, por meio deste material, aproximar a Modelagem Matemática da Educação Básica e inspirar novas proposições. Esperamos que o nosso produto possa chegar até os professores dos anos finais do Ensino Fundamental e que seja de grande valia, pois, segundo Engelbrecht et al. (2020) os pesquisadores que estão no campo há muito tempo, devem aconselhar e colaborar com os novos. Eles devem filtrar todas as novas ideias e ajudar a selecionar as abordagens que não só ensinam os alunos, mas também lhes permitem aprender.

Poder compartilhar nosso material com outros professores é algo extremamente gratificante, esperamos que ao desenvolver alguma das atividades sugeridas neste trabalho com seus alunos cada professor seja surpreendido com a participação dos alunos e com resoluções incríveis.

Por fim, reiteramos o convite para conhecer mais informações sobre nossa pesquisa por meio da dissertação “Matematização em atividades de Modelagem Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental”, disponível em <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2119> e deixamos também nossos contatos: luanacarvalho091@gmail.com, adrianaborssoi@utfpr.edu.br.

8. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, 50(1), 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W., SILVA, H. C. A Matemática em Atividades de Modelagem Matemática. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 8, n.3, p. 207-227, nov. 2015.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Editora Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo.

BASSANEZI, R. C. **Ensino e Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3 ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – versão final**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 03 nov. 2021.

BIGODE, A. J. L. Base, que Base? O Caso da Matemática. In: CÁSSIO, F.; CATELLI JR., R. (Orgs.). **Educação é a Base? 23 Educadores Discutem a BNCC**. São Paulo: Ação Educativa, 2019

BORBA, M. C., SCUCUGLIA, R. R. S., GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática**. São Paulo: Autêntica, 2014. ISBN 9788582175002. Disponível em: <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edsmib&AN=edsmib.000013869&lang=pt-br&site=eds-live&scope=site>. Acesso em: 22 jul. 2020.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.

CARLSON, M. A.; WICKSTROM, M. H.; BURROUGHS E. A.; FULTON, E. W. (2016) **A case for Mathematical Modeling in the Elementary School Classroom**. In: NCTM. *Mathematical Modeling and Modeling Mathematics*, APME, Estados Unidos, (p.121-129).

HOFFMANN, D. S.; FAGUNDES, L. C. Cultura Digital na Escola ou Escola na Cultura Digital?. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 6, n. 1. p. 1-11, jul. 2008.

KENSKI, V. M. Educação e internet no Brasil. **Cad. Adenauer**, Rio de Janeiro, v. 16, n. 3, p. 133-150, 2015.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

NASCIMENTO, A. N.; PEIXOTO, J. Mídias digitais e desenvolvimento infantil: para além de rótulos e explicações. **Série-Estudos**, Campo Grande, n. 40, p. 119-138, jul/dez. 2015.

NISS, M. Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In: LESH, R. et al. (Eds.). **Modelling students' mathematical competencies**. New York: Springer, 2010. p. 43-59.

SANTOS, L. C., BORSSOI, A. H. Uma atividade de modelagem matemática: discussões a partir de uma antecipação. **CNMEM - Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática**, Belo Horizonte, nov. 2019. Disponível em <http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/paper/viewFile/803/942>. Data de acesso: 20/10/2020.

SANTOS, C. L.; NUNOMURA, A. R. T; BORSSOI, A. H; SILVA, K. A. P. As potencialidades do recurso Science Journal para aulas de Matemática. **II EPTM**, Curitiba, p. 1-12, out 2021.

STILLMAN, G., & BROWN, J. (2012). Empirical Evidence for Niss' Implemented Anticipation in Mathematising Realistic Situations. In J. Dindyal, L. P. Cheng & S. F. Ng (Eds.), **Proceedings of the 35th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia**. Singapore.

STILLMAN, G., BROWN, J., & GEIGER, V. Facilitating mathematisation in modelling by beginning modellers in secondary school. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), **Mathematical modelling in education research and practice: Cultural, social and cognitive influences**, p. 93–104. 2015. Cham, Switzerland: Springer.