UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA
DOUTORADO EM ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

SAMUEL FRANCISCO HUF

POTENCIALIDADES DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DAS TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POSSÍVEIS CAMINHOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

TESE

PONTA GROSSA
2022

SAMUEL FRANCISCO HUF

POTENCIALIDADES DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DAS TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POSSÍVEIS CAMINHOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Meaningful Learning potentials through methodological trends in Mathematics Education: possible paths to mathematics teaching and learning in 6th grade of Elementary School

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ensino de Ciência e Tecnologia, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Profª. Drª. Nilcéia Aparecida Maciel Pinheiro

Coorientador: Prof. Dr. Dionísio Burak

PONTA GROSSA

2022

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Ponta Grossa

SAMUEL FRANCISCO HUF

POTENCIALIDADES DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA POR MEIO DAS TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: POSSÍVEIS CAMINHOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de pesquisa de doutorado apresentado como requisito para obtenção do título de Doutor Em Ensino De Ciência E Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ciência, Tecnologia E Ensino.

Data de aprovação: 07 de Dezembro de 2021

Prof.a Nilceia Aparecida Maciel Pinheiro, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Awdry Feisser Miquelin, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof Guatacara Dos Santos Junior, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Lilian Akemi Kato, Doutorado - Universidade Estadual de Maringá

Prof Marcio Andre Martins, Doutorado - Universidade Estadual do Centro Oeste (Unicentro)

“O Senhor é o meu pastor: nada me faltará.
Deitar-me faz em verdes pastos, guia-me mansamente a águas tranquilas.
Refrigera a minha alma; guia-me pelas veredas da justiça, por amor do seu nome.”
Salmos 23: 1, 2,3.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela força recebida e por conduzir meus caminhos.

A minha querida e amada esposa, Viviane B. S. Huf, pelo apoio, incentivo e compreensão e por fazer parte da minha vida. A meu querido e amado filho Vinícios, por, do seu jeito, compreender que o pai precisava "trabalhar no not", como falava. Você é um presente de Deus em nossas vidas!

A meus pais Adão e Orlanda, pela dedicação com que me fizeram crescer e acreditar em meus objetivos. Aos meus irmãos Elcio, Denise e Marize, por nossas cumplicidades.

A todos os familiares, pela compreensão de minhas ausências.

Ao meu Avô Agenor (*in memoriam*), o qual perdi devido a complicações da Covid 19 e não consegui acompanhar seu enterro por estar distante. Seus ensinamentos permanecerão vivos em minhas recordações.

A meus orientadores Profa. Dra. Nilcéia A. M. Pinheiro e Prof. Dr. Dionísio Burak, por acreditarem em mim e por me concederem a oportunidade de desenvolver esse trabalho de pesquisa. Suas orientações foram guias nas encruzilhadas com que me deparei e me conduziram para a conclusão deste trabalho. Do íntimo do meu coração, obrigado por todos os ensinamentos recebidos, não somente com propósitos acadêmicos, mas, em especial, ensinamentos para a vida. Vocês serão, para sempre, espelho para minha vida profissional.

Aos professores da banca examinadora, Prof. Dr. Awdry Feisser Miquelin, Profa. Dra. Lilian Akemi Kato, Prof. Dr. Márcio André Martins e Prof. Dr. Guataçara dos Santos Junior, pelo apoio e contribuições, que possibilitaram aperfeiçoar esta tese.

A todos os colegas, bolsistas do PPGECT, que contribuíram com ombro amigo nos momentos de angústias diante dos obstáculos. E também, demais colegas do PPGECT que, de alguma forma, contribuíram com este trabalho.

A todos os Professores que compartilharam, com amor e carinho, seus ensinamentos, desde a pré-escola até o doutorado.

Ao NRE de Ponta Grossa, a Direção e a Equipe Pedagógica do Colégio Epaminondas Novaes Ribas, que acolheram minha proposta de pesquisa e a Professora Viviane, que disponibilizou uma de suas turmas para que a pesquisa pudesse ser realizada. E a todos os estudantes que participaram com afinco e dedicação, contribuindo para a realização desta pesquisa.

Ao apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

A pesquisa descrita nesta tese analisa as potencialidades da adoção de diferentes tendências metodológicas em Educação Matemática para promover a aprendizagem significativa em Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental. Nesse contexto, as tendências metodológicas adotadas foram: Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Jogos, Tecnologia e Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática. A temática da pesquisa emergiu a partir da atuação em sala de aula com estudantes da Educação Básica e da constatação de desinteresse e falta de motivação de muitos estudantes, quando o ensino prioriza apenas regras e memorizações em uma perspectiva tradicional, sem considerar os preceitos da Teoria da Aprendizagem Significativa. Com vistas ao objetivo, foi desenvolvida uma pesquisa qualitativa interpretativa de natureza aplicada e adotada como técnica para coleta e análise de dados a pesquisa-ação. A pesquisa foi realizada com vinte e cinco estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de um Colégio Estadual de Ponta Grossa/PR durante o segundo semestre de 2019. Os resultados indicaram que a adoção de diferentes tendências metodológicas, uma auxiliando a outra, considerando os preceitos da Teoria da Aprendizagem Significativa(TAS) para direcionar as práticas docentes, promoveram aprendizagem representacional, conceitual e proposicional, por meio da reconciliação integradora e da diferenciação progressiva e despertaram nos estudantes mais interesse em relação à disciplina de matemática. Esse interesse, conciliado à valorização dos princípios da TAS, mostrou-se como base para que a aprendizagem dos estudantes apresentasse indícios de ser aprendizagem significativa. Os resultados da pesquisa oportunizaram a elaboração de um site, como produto educacional, para colaborar com professores da Educação Básica interessados em desenvolver práticas, em sala de aula, considerando os preceitos da TAS e as tendências metodológicas abordadas.

Palavras-chave: ensino e aprendizagem; educação básica; teorias de aprendizagem; metodologias de ensino.

ABSTRACT

The research described in this thesis analyzes the potentialities of adopting different methodological tendencies in Mathematics Education to promote meaningful learning in Mathematics in the 6th grade in Elementary School. In this context, the methodological tendencies adopted were Mathematical Modeling, Problem Solving, Games, Technology, and Reading, Writing, and Text Production in Mathematics. The research theme emerged from the performance in the classroom with Basic Education students and from the finding of disinterest and lack of motivation of many students when teaching prioritizes only rules and memorization in a traditional perspective without considering the precepts of Meaningful Learning Theory (MLT). With the aim in sight, interpretive qualitative research of applied nature was developed and adopted as a technique for data collection and action research analysis. The survey was conducted with twenty-five students from the 6th grade in Elementary School at a Public School in Ponta Grossa during the second half of 2019. The results showed that the adoption of different methodological tendencies, one helping the other, considering the precepts of Meaningful Learning Theory to guide teaching practices, promoted representational, conceptual, and propositional learning through integrative reconciliation and progressive differentiation, and provoke more interest in students about the subject of mathematics. This interest, combined with the appreciation of principles of MLT, proved to be the basis for student learning to show signs of being meaningful learning. The research results provided an opportunity for developing a website, as an educational product, collaborate with Basic Education teachers interested in developing practices in the classroom, considering the precepts of the MLT and the methodological trends addressed.

Keywords: teaching and learning; basic education; learning theories; teaching methodologies.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE FOTOGRAFIA

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A presente tese se materializa a partir do contínuo de minha[1] vivência e atuação como docente na Educação Básica, iniciada após a finalização de minha graduação, no ano de 2011, quando realizei os primeiros trabalhos com estudantes do Ensino Fundamental e Médio em uma Escola pública do Campo, no interior do município de Cantagalo-Pr. O trabalho nessa escola requeria muito esforço pessoal, uma vez que era necessário sair de casa por volta de 5 horas da manhã e retornar em torno das 19 horas, percorrendo um total de 60 quilômetros diários, por estradas sem pavimentação e sem as mínimas condições de tráfego.

Nos anos seguintes, para complementar a carga horária, além de continuar trabalhando na escola do campo, também assumi aulas em um colégio público na região urbana. E, desde então, iniciaram minhas preocupações com a formação dos estudantes. Nas turmas em que lecionei, sempre busquei formas distintas para que eles aprendessem, porém, era comum se deparar com estudantes desmotivados e sem perspectivas futuras. Sendo assim, na busca por meios para contribuir com a mudança dessa realidade, passei a utilizar a Modelagem Matemática, tendo em vista confirmar suas potencialidades, a respeito das quais tive conhecimento durante a graduação. Os trabalhos desenvolvidos com essa metodologia me encantaram, motivo pelo qual busquei mais formação na área, desenvolvendo, assim, minha pesquisa de mestrado nesse contexto.

Finalizado o mestrado, as experiências docentes e as pesquisas nesse nível de ensino continuaram impulsionando e amplificando o trabalho com outras tendências da Educação Matemática, a partir das quais embasei a elaboração do projeto de doutorado, que foi selecionado para ser desenvolvido no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná(UTFPR).

No caminho percorrido durante esse curso, fui apresentado à Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), idealizada e proposta por David P. Ausubel. Como sempre tive e tenho preocupação com o aprendizado discente, essa teoria despertou

[1] Adotamos a linguagem pessoal em alguns momentos para designar a atuação do próprio pesquisador.

ainda mais meu interesse, possibilitando a visualização de novos horizontes para minhas pesquisas, voltadas para a Educação Básica, considerando os preceitos da Educação Matemática e as constatações vivenciadas no “chão” da escola, sendo as principais, o desinteresse e a falta de motivação de muitos estudantes pela Matemática.

Verificamos que a Matemática, quando trabalhada sem valorizar os conhecimentos anteriores, com foco somente em algoritmos, memorizações, regras e exercícios mecânicos, sem relação com a realidade dos estudantes, impulsiona esse desinteresse (PONTE, 1994; CHAGAS, 2003; VIVEIROS, 2012; MARANHÃO, 2015). Sendo assim, o ensino centrado exclusivamente em repetições e “decorebas” a partir de teorias, exemplos e exercícios, como maneira única de abordar os conteúdos, parece visar apenas à avaliação de conhecimentos aprendidos mecanicamente, sem a compreensão das reais diferenças entre os conteúdos e sem que sejam aplicados e transferidos para novas situações.

Dessa forma, passada a etapa da avaliação, os conteúdos estudados não são mais relevantes, ocasionando, assim, inúmeras problemáticas que, muitas das vezes, convergem para o abandono escolar. Não caracterizamos esse abandono somente como físico, pois, em determinadas ocasiões, alguns estudantes estão em sala de aula porque são obrigados pelo sistema, fazendo com que deem pouca importância e não se dediquem ao que lhes é apresentado.

Também podemos apontar que o ensino de forma tradicional, que se constitui no modo padronizado de o professor atuar em sala de aula, considerando-se o detentor do conhecimento, é uma das causas de insucesso para muitos estudantes, quando reputados a meros receptores. A não consideração de conhecimentos bases gera dificuldades e essas, quando não superadas em matemática, abrem caminhos a outras que se aglomeram continuamente, convergindo, também, para uma das causas do desinteresse pela disciplina.

No Brasil, esse desinteresse tem ocasionado consequências que se materializam em abandono escolar, reprovação e baixo rendimento em avaliações nacionais e internacionais como SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e PISA (Programa Internacional de Avaliação Estudantes). Um estudo[2], com base em

[2] Disponível em <https://infograficos.gazetadopovo.com.br/educacao/desempenho-em-matematica-no-brasil/> acessado em 15 de abril de 2020.

dados do INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) e, segundo resultados do SAEB, mostra que o rendimento dos estudantes em matemática, em quase todos os níveis de ensino, esteve abaixo do esperado desde 1995 até os últimos dados computados em 2017. Com relação ao PISA, resultados históricos, desde a primeira edição em 2000 até a mais recente, em 2018, apontam que mais de 2/3 dos estudantes apresentaram rendimento abaixo do nível básico em matemática.

Isso nos leva a refletir na complexa rede de possíveis agentes sociais, culturais, econômicos e políticos que se relacionam e influenciam esses resultados. Além de que, muitas das vezes, os conhecimentos trazidos pelos estudantes de seu convívio externo não são considerados na escola, e, por outro lado, o conhecimento matemático adquirido na escola pouco se aplica em suas rotinas diárias. A forma de organização curricular, linear dos conteúdos, também pode ter peso sobre o desinteresse que se reflete diretamente nos resultados. A resposta de que esse conteúdo é requisito para novos conhecimentos não desperta a predisposição no estudante para aprender, fator preponderante para que a aprendizagem possa se constituir em significativa.

Essa predisposição pode ser alcançada com o uso apropriado de materiais introdutórios que façam uma ponte entre os conhecimentos já estáveis no intelecto do aprendiz com os conhecimentos a serem adquiridos. Segundo a perspectiva da TAS, esses materiais introdutórios são denominados organizadores prévios e apresentam forte potencial, quando considerados, para despertar a atenção para conceitos chaves a serem desenvolvidos na sequência, considerando como base os conhecimentos já internalizados. Esses conhecimentos, segundo a TAS, são denominados conhecimentos subsunçores.

Porém, a grande quantidade de conteúdo a ser cumprida pelos professores no decorrer de cada ano letivo, a partir de uma ementa preestabelecida, muitas das vezes impossibilita o retomar do conteúdo anteriormente aprendido. Isso dificulta ao professor considerar os conhecimentos já estáveis (a) e, a partir desse, apresentar o novo conteúdo (A), sendo que a aprendizagem resultante tenha como base (a) e juntando a (A) progrida para um novo conhecimento, consequência direta da interação de (a) com (A), formando, no intelecto do estudante, um conhecimento novo, diferente do proposto e do que possuía, representado por (a’A’). Quando ocorre essa interação, a TAS define que ocorreu uma assimilação obliterante, importante para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa pelo estudante.

Cada conteúdo trabalhado dissociado, em caixinhas isoladas, sem explicitar diferenças e semelhanças ainda confusas para os estudantes, e sem que eles compreendam as relações e ligações entre esses conteúdos, impossibilita a real aprendizagem. Essas relações entre os conteúdos, as quais partem de um conteúdo mais geral e, na sequência, são desenvolvidos seus desdobramentos, são denominadas na TAS diferenciações progressivas. Caso o conteúdo novo seja desenvolvido considerando o caminho inverso, partindo de atributos específicos, estudando-se as semelhanças e diferenças até chegar a um conteúdo mais geral, esse caminho é denominado reconciliação integradora. Ambas as formas se constituem imprescindíveis para que os estudantes percebam a relação entre os conteúdos estudados e aprendam efetivamente.

No entanto, na maioria das vezes, conceitos como esses não são considerados em sala de aula, devido à cobrança para que o professor siga um currículo pré-definido de conteúdos programáticos, que o leva a desconsiderar o ritmo individual de aprendizagem dos estudantes, fazendo com que se acumulem dificuldades, impossibilitando um aprendizado duradouro. Como consequência, emerge o desinteresse dos estudantes e o baixo índice de desempenho nas avaliações, conforme já mencionado.

Diante desses apontamentos, entendemos como justificativa para a presente pesquisa, que embora a TAS seja de grande importância para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa e tenha sido proposta já a mais de seis décadas, ela ainda não está, de fato, sendo considerada na sala de aula em âmbito da Educação Básica. As análises que sustentam essa justificativa são apresentadas no capítulo 4, por meio das quais, elencamos a predominância de um discurso teórico quanto às potencialidades da TAS. No entanto, ao analisarmos as práticas de sala de aula, pouco encontramos a respeito de articulações dessa Teoria relacionada ao ensino e aprendizagem da Matemática. Também, constatamos falta de uma relação sólida entre a TAS e as tendências metodológicas voltadas para o Ensino de Matemática, quando trabalhadas em conjunto, o que evidencia carência em aplicações prática nesse âmbito e mostra um campo de pesquisa aberto, o qual discorremos a seguir.

1.1 Definindo o campo de pesquisa, o problema e os objetivos

Trabalhos desenvolvidos em diferentes áreas têm demonstrado a relevância de atuar em sala de aula considerando-se os pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa na Educação Básica, destacamos alguns deles: Em Física: Bulegon (2011), Massoni, Barp e Dantas (2018) e Beraldi, Gonçalves e Queiroz (2020); Em Química: Silva (2018), Guimarães (2009) e Zuconelli, *et al*. (2018); Em Biologia: Junior (2011), Junior, Zanon e Vargas (2018) e Souza (2019); e, em Matemática: Soares (2009), Brum e Schuhmacher (2014), Villa, da Silva e Darroz (2018) e Oliveira (2018). Nesses trabalhos, identificamos que quando o professor atua em sala de aula considerando os preceitos da TAS os resultados quanto a aprendizagem dos estudantes são promissores e apresentam indícios de se tornarem significativos, a partir da assimilação, diferenciação e reconciliação de conceitos.

Considerando os preceitos da Teoria da Aprendizagem Significativa e os resultados apresentados nas pesquisas mencionadas, que foram além do campo da matemática, compreendemos, como hipótese[3], que diferentes tendências metodológicas da Educação Matemática, quando trabalhadas na Educação Básica, se mostram com potencial para despertar nos estudantes o interesse por essa Ciência. Percebemos, pelas estratégias desenvolvidas, que diferentes tendências possam ter potencial para promover a aprendizagem significativa, dependendo da forma como são tratadas e abordadas na sala de aula. Sendo assim, citamos as que são objeto de discussão e estudo na presente pesquisa: Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Jogos, Tecnologia e Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática. Nesse contexto, temos como questão norteadora: Quais as potencialidades da adoção de diferentes tendências metodológicas em Educação Matemática para promover a aprendizagem significativa dos conteúdos em Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental?

Em busca de responder a essa questão, o objetivo geral se estabelece em: Analisar as potencialidades da adoção de diferentes tendências metodológicas em

[3] Embora não seja tendência da pesquisa qualitativa apresentar hipóteses, elegemos essa hipótese para corroborar com as etapas da pesquisa-ação seguindo a perspectiva de Engel (2000) que adotamos.

Educação Matemática na promoção da aprendizagem significativa dos conteúdos em Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental, a partir das produções dos estudantes.

De maneira a contemplar tal análise, configuramos os objetivos específicos:

- Estabelecer relações entre Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Jogos, Tecnologia e Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática, a partir de práticas desenvolvidas, propiciando uma aprendizagem significativa no 6º ano do Ensino Fundamental.
- Propor atividades a partir das tendências metodológicas em Educação Matemática Modelagem Matemática, Resolução de problemas, Jogos, Tecnologias, e Leitura, escrita e compreensão de textos no ensino e aprendizagem de matemática.
- Averiguar indícios de aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos, a partir das atividades propostas relacionando com os principais conceitos da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.
- Desenvolver um site com orientações aos professores interessados no desenvolvimento de atividades com tendências metodológicas em Educação Matemática em busca de uma aprendizagem significativa. (PRODUTO EDUCACIONAL).

1.2 Estrutura geral do texto

Para atender os propósitos estabelecidos, esta tese é estruturada a partir da introdução, seguida pelo capítulo 2, que apresenta a base teórica em que se apoia o estudo, sendo a Teoria da Aprendizagem Significativa, segundo a perspectiva de Ausubel (2003) e de colaboradores. Esse capítulo sistematiza a teoria, apresentando os principais princípios e conceituações.

O capítulo 3 traz o embasamento teórico das tendências metodológicas adotadas junto aos estudantes em sala de aula, sendo elas: Modelagem Matemática; Resolução de Problemas; Tecnologias como uma tendência metodológica; Jogos como metodologia de ensino; e, Leitura, escrita e compreensão de textos no ensino e aprendizagem de matemática. Esse capítulo apresenta o respaldo das tendências junto aos documentos oficiais e a descrição de todas as tendências, segundo a concepção de seus idealizadores.

O capítulo 4 apresenta a revisão bibliográfica, sendo nela sistematizado o que já foi desenvolvido em pesquisas que abordam a Teoria da Aprendizagem Significativa no campo da Educação Matemática, voltadas para a Educação Básica. Para apresentar maior abrangência dos estudos realizados, este capítulo se divide em dois subcapítulos: o primeiro, aborda as teses e dissertações da área e, o segundo, os artigos científicos constantes em relevantes bases de dados: *Scopus, Scielo, Web Of Science, Science Direct e* Portal de Periódicos da Capes.

O capítulo 5 estrutura os encaminhamentos metodológicos da investigação, descrevendo: natureza e delineamento; etapas da pesquisa; características dos participantes, local e período da pesquisa; procedimentos adotados junto aos participantes; coleta, análise e interpretações dos dados.

O capítulo 6 sistematiza as atividades desenvolvidas junto aos estudantes, bem como as análises e as interpretações, apontando os resultados da adoção das tendências mencionadas com vista à aprendizagem significativa. E, por fim, o capítulo 7 apresenta a avaliação do plano de intervenção e considerações gerais, o capítulo 8 trata do produto educacional e o capítulo 9 aborda a conclusão, dificuldades encontradas e trabalhos futuros.

2 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: COMPREENSÃO DE SEUS PRINCÍPIOS

A teoria da aprendizagem significativa foi idealizada e proposta por David Ausubel (1918 - 2008). Filho de imigrantes judeus da Europa central, que cresceu insatisfeito com a educação recebida. No ano de 1939 graduou-se em psicologia e, quatro anos depois, em medicina. Doutorou-se em psicologia do desenvolvimento e voltou seus estudos no entendimento de como ocorre a aprendizagem em sala de aula. (MOREIRA, 1999).

Por conhecer o sistema educacional violento a que as crianças, filhas de imigrantes judeus, eram submetidas em Nova York, no início dos anos 1900, Ausubel dedicou grande parte de sua vida em busca de contribuir com a educação. (BURAK; ARAGÃO, 2012). Para esses autores, o que preocupava Ausubel eram os procedimentos puramente mecânicos em que o ensino se prendia, assim, por quase uma década ele “dedicou-se a elaboração de uma teoria da aprendizagem sistemática de sala de aula” (ARAGÃO, 1976, p. 7). Ainda conforme Aragão (1976), desde os primeiros trabalhos que embasaram a teoria de Ausubel, o principal objetivo era “[...] *to present a comprehensive theory of cognitive organization and of long-term learning and retention of large bodies of meaningful, verbally presented material*”[4] (AUSUBEL, 1962, apud ARAGÃO, 1976, p. 7).

Moreira (1999), ao escrever sobre a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, evidencia que a aprendizagem pode ser de três formas: cognitiva, psicomotora e afetiva. Segundo o autor, embora Ausubel reconheça a importância da aprendizagem afetiva, seus estudos centraram-se na aprendizagem cognitiva, a que resulta do armazenamento organizado de informações na mente de quem aprende, ou seja, na estrutura cognitiva dos indivíduos. Para Novak (1981), se a aprendizagem cognitiva for bem sucedida, o resultado será, evidentemente, a afetividade positiva.

As condições para a ocorrência da aprendizagem de forma significativa, além do material ser potencialmente significativo, ou seja, relacionável com a estrutura cognitiva do aprendiz, esse deve ter predisposição para aprender de forma não arbitrária e não literal (AUSUBEL, 2003). O autor ainda destaca que se o aprendiz não dispuser dessa predisposição, independente da potencialidade do material, o

[4] [...] apresentar uma teoria abrangente da organização cognitiva e da aprendizagem e retenção de longo prazo de grandes corpos de material significativo apresentado verbalmente” [tradução nossa].

resultado será um aprendizado por memorização e sem sentido para o aprendiz, naquele momento.

Quanto à eficiência da aprendizagem significativa, Novak (1981, p. 54) destaca um apanhado de Ausubel (1969):

> A tremenda eficiência da aprendizagem significativa como mecanismo de processamento e armazenamento de informações pode ser, em grande parte, atribuída as suas duas características distintivas – a não arbitrariedade e a substantividade do relacionamento da tarefa de aprendizagem à estrutura cognitiva. Em primeiro lugar, por relacionar, de maneira não arbitrária, material potencialmente significativo a idéias (sic) relevantes já estabelecidas em sua estrutura cognitiva, o aprendiz é capaz de utilizar o conhecimento que já tem como uma matriz ideacional e organizacional para a incorporação, entendimento e fixação de grandes corpos de novos conhecimentos. [...] As novas idéias(sic), que assim se tornam significativas, expandem, por sua vez, a base da matriz de aprendizagem.

A aprendizagem mecânica ou aprendizagem por memorização e a aprendizagem significativa não são entendidas como uma dicotomia, mas sim como um contínuo (NOVAK, 1981; MOREIRA, 1999). Para Novak (1981, p. 59), “Aprendizagem mecânica é sempre necessária quando um indivíduo adquire informação, em uma área de conhecimento, completamente não relacionada ao que ele já sabe.”.

No entanto, a aprendizagem mecânica é mais evidente em sala de aula como consequência de os estudantes desenvolverem habilidades em aprender por meio de memorização. Ausubel (2003) enfatiza que, em maior parte, os professores e os manuais escolares dão crédito às respostas que sejam de forma literal a que lhes foi apresentada. Ou ainda, devido à ansiedade do próprio estudante por já ter fracassado várias vezes em determinadas disciplinas, o que lhe impede de buscar meios para aprender de forma significativa, optando, assim, por memorizar os conteúdos apenas para as avaliações, o que resulta em esquecimento logo após. “Esta situação é muito familiar aos professores de matemática, devido à prevalência generalizada do ‘choque dos números’ ou ‘ansiedade dos números’ em crianças em idade escolar, bem como em estudantes universitários” (AUSUBEL, 2003, p. 72).

Moreira (1999) enfatiza que o fator mais importante de toda a teoria ausubeliana é valorizar o que o aprendiz já sabe. No entanto, essa teoria conhecida por Teoria da Aprendizagem Significativa não se resume apenas a isso, os principais princípios abordados neste referencial teórico e nas análises a seguir, são sistematizados no Quadro 1 com base em Ausubel (2003).

Quadro 1 – Sistematização dos princípios da teoria da aprendizagem significativa

<table>
<tr><td colspan="4">Subsunçores</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Organizadores avançados (prévios)</td><td colspan="3">Expositivo</td></tr>
<tr><td colspan="3">Comparativo</td></tr>
<tr><td colspan="4">Material potencialmente significativo</td></tr>
<tr><td colspan="4">Aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Tipos de aprendizagem significativa</td><td colspan="3">Representacional</td></tr>
<tr><td colspan="3">Conceitual</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Proposicional</td><td rowspan="2">Subordinada (de subsunção)</td><td>Derivativa</td></tr>
<tr><td>Correlativa</td></tr>
<tr><td colspan="2">Subordinante (supra-ordenada)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Combinatória</td></tr>
<tr><td colspan="4">Diferenciação progressiva e reconciliação integradora</td></tr>
<tr><td colspan="4">Assimilação obliterante</td></tr>
<tr><td colspan="4">Avaliação da aprendizagem significativa</td></tr>
</table>

Fonte: Elaborado a partir de Ausubel (2003).

Passamos a descrever um entendimento do que consiste cada princípio sistematizado no quadro anterior.

2.1 Subsunçor

Para que a aprendizagem se constitua como significativa, Ausubel (2003) defende que o novo conteúdo a ser aprendido deve ancorar-se em ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva, que denomina ideias subsunçoras ou ideias âncoras. Por meio da interação do novo conteúdo com o conteúdo já existente é que ganha significado o conteúdo emergente. Conforme Ausubel (2003, p. 41)

> A essência do processo de aprendizagem significativa, tal como já se verificou, consiste no facto (sic) de que novas idéias (sic) expressas de forma simbólica (a tarefa de aprendizagem) se relacionam àquilo que o aprendiz já sabe (a estrutura cognitiva deste numa determinada área de matérias), de forma não arbitrária e não literal, e que o produto desta interacção activa (sic) e integradora é o surgimento de um novo significado, que reflecte (sic) a natureza substantiva e denotativa deste produto interactivo (sic). Ou seja, o material de instrução relaciona-se quer a algum aspecto ou conteúdo existente especificamente relevante da estrutura cognitiva do aprendiz, i.e., a uma imagem, um símbolo já significativo, um conceito ou uma proposição,

> quer a algumas ideias anteriores, de carácter (sic) menos específico, mas geralmente relevantes, existentes na estrutura de conhecimentos do mesmo.

Sendo assim, entendemos que todo o processo de ensino e aprendizagem deve iniciar-se com base nos conhecimentos subsunçores dos estudantes, ou seja, o professor identifica o que o estudante já possui de entendimento ou de ideias que possam servir de âncora para a nova aprendizagem e, sobre essas ideias, busca fazer ligações com os novos conteúdos.

2.2 Organizadores avançados (organizadores prévios)

Quando o aprendiz não possui subsunçores necessários à aprendizagem de novos conceitos ou para ativar algum subsunçor esquecido, Ausubel (2003) recomenda o uso de organizadores avançados, também chamados de organizadores prévios. Novak (1981) destaca que esses organizadores funcionam como uma ponte cognitiva, por meio da qual os subsunçores relevantes são ligados aos novos materiais a serem aprendidos.

Com relação aos organizadores avançados (prévios), Ausubel (2003, p. 151) destaca que:

> [...] são mecanismos pedagógicos que ajudam a implementar os princípios da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora, estabelecendo a ligação entre o que o aprendiz já sabe e o que precisa de saber, caso pretenda apreender e reter, de forma eficaz, novos materiais de instrução.

Tais organizadores são diferenciados por Ausubel (2003) em comparativos e expositivos. Os organizadores comparativos são usados para diferenciar dois conjuntos de ideias, enquanto que os expositivos são utilizados quando novos conceitos não são de conhecimento do aprendiz, mas podem ser relacionados à estrutura cognitiva.

O organizador tem função de fornecer apoio à “incorporação e retenção estável do material mais detalhado e diferenciado” (AUSUBEL, 2003, p. 151), que será aprendido na sequência. Também, conforme o autor, os organizadores têm por função propiciar que o estudantes aumente a capacidade de discriminar diferenças e semelhanças do que já sabe e do novo a ser aprendido. Para que isso se efetive, os organizadores devem ser passíveis de aprendizagem e apresentados em termos familiares ao estudantes. (AUSUBEL, 2003).

Os organizadores comparativos são usados para elencar diferenças e semelhanças quando à “capacidade de discriminação entre ideias ancoradas e novas ideias do material de instrução seja um problema grave” (AUSUBEL, 2003, p. 12), enquanto que os organizadores expositivos são empregados quando a capacidade de discriminação “não se trata de um problema especial” (AUSUBEL, 2003, p. 12). Usa-se, também, os organizadores expositivos quando um material a ser aprendido é completamente novo, assim, esses organizadores forneceram subsunçores “[...] que mantêm uma relação subordinante em relação ao novo material de aprendizagem”, servindo de “ancoragem idearia em termos já familiares para o aprendiz” (AUSUBEL, 2003, p. 152). Conforme o referido autor, estudos de Mayer (1975) comprovaram que a utilização de organizadores em situações apropriadas influencia de fato na aprendizagem.

2.3 Material potencialmente significativo

Os materiais, eles se constituem potencialmente significativos se atenderem a dois princípios que associam conhecimentos novos aos já estabelecidos na estrutura cognitiva do aprendiz: com relação à “[...] natureza da própria tarefa de aprendizagem” e em relação à “natureza da estrutura de conhecimentos particular do aprendiz” (AUSUBEL, 2003, p. 73).

Para Ausubel (2003, p. 73), os materiais devem “relacionar-se, numa base não arbitrária e não literal, a ideias relevantes correspondentes que se situam no âmbito daquilo que os seres humanos são capazes de aprender”. A determinação de um material ser ou não potencialmente significativo é denominado pelo autor de significação lógica, no entanto, conforme Ausubel afirma, a própria estrutura cognitiva particular de cada aprendiz influencia na qualificação desse material.

Quanto à aprendizagem de forma não literal, Ausubel (2003) considera que um mesmo conceito pode ser expresso por meio de linguagem sinônima que transmita o mesmo significado ao aprendiz. Como exemplo, apresenta o conceito de geometria: a soma de todos os ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso, o qual pode ser também enunciado com o mesmo sentido, para maior parte dos estudantes de geometria, a soma de todos os ângulos internos de um triângulo é igual a 180 graus.

Se a aprendizagem for apenas por meio de memorização, na qual cabe ao aprendiz internalizar a forma final que lhe é apresentada “palavra por palavra”, ele não se recordará por um longo período de tempo, ou seja, rapidamente esquecerá. O conteúdo aprendido pode até se relacionar com a estrutura cognitiva, no entanto, apenas de forma arbitrária e literal, segundo Ausubel (2003, p. 75), o que “não resulta, nem pode resultar, na aquisição de novos significados”.

O supracitado autor, também, apresenta a diferenciação entre significado lógico e psicológico para melhorar a compreensão de materiais potencialmente significativos. O significado lógico “depende apenas da ‘natureza do material’ *per se*, independentemente das relações do mesmo para com a estrutura cognitiva do aprendiz” (AUSUBEL, 2003, p. 77). Caracteriza-se como um dos requisitos que determinam se um material é potencialmente significativo para determinado aprendiz; o outro, é a existência, na estrutura cognitiva do aprendiz, de conteúdos relevantes com os quais possa se relacionar. Essa relação de forma não arbitrária e não literal é que propicia a transformação de conhecimento lógico em psicológico na aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003).

> Assim, o surgimento de significado psicológico não só depende da apresentação de material logicamente significativo ao aprendiz, como também da posse real por parte deste do conjunto de ideias passadas necessário para o subsumir e ancorar (AUSUBEL, 2003, p. 78).

O significado psicológico é idêntico ao significado verdadeiro ou fenomenológico, o qual emerge no momento em que o “significado potencial se transforma em conteúdo cognitivo novo, diferenciado e idiossincrático” (AUSUBEL, 2003, p. 77). Idiossincrático pode ser relacionado à maneira própria que cada pessoa tem de sentir, ver e compreender. Essa transformação de significado potencial em conteúdo cognitivo novo exibe “um mecanismo de aprendizagem significativa, como resultado de estar relacionado de forma não-arbitrária e não-literal e de interagir com ideias relevantes na estrutura cognitiva” (AUSUBEL, 2003, p. 77).

Ausubel (2003) pondera, ainda, que não se pode confundir aprendizagem significativa com apresentação de material significativo, pois apenas o material ser significativo não resultará neste tipo de aprendizagem, uma vez que os materiais podem se constituir somente como potencialmente significativos. Materiais significativos podem ser aprendidos por memorização, de forma literal, o que resultará em uma aprendizagem não relacionada à estrutura cognitiva do aprendiz, com conhecimentos relevantes, ou seja, com ideias ancoradouras, ocorrendo uma aprendizagem não significativa.

2.4 Aprendizagem por recepção e aprendizagem por descoberta

A aprendizagem na perspectiva de Ausubel (2003) pode ocorrer tanto por recepção quanto por descoberta, ambas podem ser por memorização (mecânica) ou significativa. No tocante à aprendizagem por recepção, o autor destaca a exigência de que o aprendiz interiorize o material que lhe é apresentado na forma final. Com relação à aprendizagem por descoberta, "o conteúdo principal do que está por aprender não é dado, mas deve ser descoberto de modo independente pelo aprendiz antes de este o poder interiorizar." (AUSUBEL, 2003, p. 48). Para o autor a aprendizagem adquirida em ambiente escolar, em maior parte, resulta de "aprendizagem por recepção, ao passo que os problemas quotidianos se resolvem através da aprendizagem pela descoberta" (*ibid*, p. 49).

2.5 Tipos de aprendizagem significativa

Ausubel (2003) diferencia três tipos básicos de aprendizagem significativa: representacional, conceitual e proposicional. O autor destaca que a aprendizagem representacional e a conceitual se constituem como a base para a aprendizagem proposicional, se essa for expressa de forma verbal. Ainda, segundo ele, se pensássemos a aprendizagem em um contínuo entre memorização e significativa, a "aprendizagem representacional estaria, geralmente, mais próxima da extremidade por memorização do contínuo e as aprendizagens conceptual e proposicional iriam constituir a forma mais elevada de aprendizagem significativa" (AUSUBEL, 2003, p. 85).

Dentre os tipos de aprendizagem significativa, a representacional destaca-se como a mais fundamental, pois dela dependem as demais. Ela se constitui pela aprendizagem de símbolos e palavras individuais e do que esses representam. Por meio desse tipo de aprendizagem, é que palavras individuais evocam a representação do referente.

Ausubel (2003) trata também da relação entre significado e aprendizagem significativa, para isso, apresenta a indagação: “Se os novos significados apenas podem surgir através da interação de novas ideias com os significados existentes na estrutura cognitiva, então como se apreenderam os significados originais antes de existir qualquer estrutura cognitiva?” (AUSUBEL, 2003, p. 76). Como discussões em torno dessa questão, o autor apresenta que as crianças, antes de aprenderem conceitos, aprendem, por meio de percepção, que objetos e acontecimentos semelhantes recebem nomes semelhantes e que se forem diferentes são nomeados de forma diferente. Assim, as crianças, por volta de um ano de idade, já internalizaram que “tudo tem um nome e que este significa, psicologicamente, o que o respectivo referente significa” (AUSUBEL, 2003, p. 76), o que se enquadra na aprendizagem representacional.

O próximo passo, segundo esse autor, constitui-se pelo domínio de algumas regras sintáticas que propiciam que a criança formule, pela junção de algumas palavras, frases rudimentares para expressar ideias simples. Nesse mesmo tempo, de forma gradativa, compreendem que as palavras e conceitos empregados podem ser utilizados de forma mais genérica. Assim, por meio de um contínuo desenvolvimento cognitivo, aprendem os conceitos de ordem superior, por meio dos quais, objetos e acontecimentos “diferentes em termos perceptuais e que partilham determinadas propriedades de critérios semelhantes por inerência, se tornam membros de uma classe mais inclusiva designada pelo nome apropriado” (AUSUBEL, 2003, p. 77). Segundo a explicação de Ausubel (2003), dessa forma, a estrutura cognitiva organizada se desenvolve de modo hierárquico, o que propicia a aquisição de significados novos.

A aprendizagem conceitual é também uma aprendizagem representacional. Na aprendizagem de um novo conceito, esse se relaciona com ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva e, por meio dessa interação, origina-se um novo significado genérico, no entanto, esse significado é unitário (AUSUBEL, 2003).

Moreira (2010, p. 16) explica que a aprendizagem conceitual ocorre no momento em que o aprendiz percebe “regularidades em eventos ou objetos” e representa-os por meio de símbolos, sem precisar do referente concreto. Para esse autor, a aprendizagem conceitual pode ser interpretada como uma aprendizagem representacional de alto nível.

A aprendizagem proposicional corresponde a “ideias expressas por grupos de palavras combinados em proposições ou frases” (AUSUBEL, 2003, p. 84). Essa, diferente da aprendizagem representacional, segundo o autor, consiste na aprendizagem de novas ideias que sejam expressas por meio de proposições, sendo não apenas o significado da soma das palavras que compõem a proposição, mas a ideia geral que essa pode transmitir. Na aprendizagem de uma nova proposição, essa se relaciona com a estrutura cognitiva, originando um novo significado composto.

Para Ausubel (2003, p. 3), a aprendizagem proposicional pode ser: 1) subordinada (de subsunção), que ocorre quando uma nova proposição “se relaciona de forma significativa com proposições subordinantes específicas na estrutura cognitiva do aluno”. Ela pode ocorrer de forma derivativa (quando apenas exemplifica ou apoia-se em ideias já presentes na estrutura cognitiva) ou correlativa “se for uma extensão, elaboração, modificação ou qualificação de proposições anteriormente apreendidas” (*ibid*); 2) subordinante, quando uma nova proposição se relaciona com “um vasto conjunto de ideias antecedentes geralmente relevantes da estrutura cognitiva” (*ibid*); ou, 3) combinatória, que ocorre quando uma nova proposição relaciona-se “a uma combinação de conteúdos geralmente relevantes” (*ibid*).

Conforme Ausubel (2003), na aprendizagem significativa de conceitos ou proposições, o estudante interioriza o que lhe foi apresentado e relaciona com sua estrutura cognitiva, assim, em momentos seguintes, esses conceitos ou proposições podem ser apresentados pelo estudante com certa variação, sem deixar de estar correta. Ainda, para o autor, “é óbvio que se pode apreender e reter muito mais, caso apenas se exija ao aprendiz assimilar a substância das ideias e não as palavras exatas utilizadas para as expressar” (AUSUBEL, 2003, p. 82). Ou seja, o conhecimento reproduzido de forma não literal, mas com sentido, é uma evidência de aprendizagem significativa.

2.6 Diferenciação progressiva e reconciliação integradora

Ausubel (2003) pressupõe uma organização hierárquica da estrutura cognitiva, pois, “a aprendizagem e a retenção significativas de materiais potencialmente significativos” (p. 60) resultam de uma diferenciação progressiva ou de uma reconciliação integradora, que podem ser facilitadas com o uso dos organizadores avançados (prévios).

Na diferenciação progressiva parte-se de “regiões de maior inclusão para as de menor, cada uma delas ligada ao degrau mais acima na hierarquia, através de um processo de subsunção.” (AUSUBEL, 2003, p. 60). Nessa perspectiva, Novak (1981) considera que conceitos aprendidos se desenvolvem melhor quando os elementos mais gerais e inclusivos são apresentados primeiro e, na sequência, diferenciados progressivamente em seus detalhes e especificidades.

A reconciliação integradora, conforme Ausubel (2003, p. 3), busca facilitar o “ensino expositivo, se o professor e/ou os materiais de instrução anteciparem e contra-atacarem, explicitamente, as semelhanças e diferenças confusas” entre o que o aprendiz já sabe (subsunçores) e o novos conhecimentos. Ainda, conforme autor supracitado, esse princípio

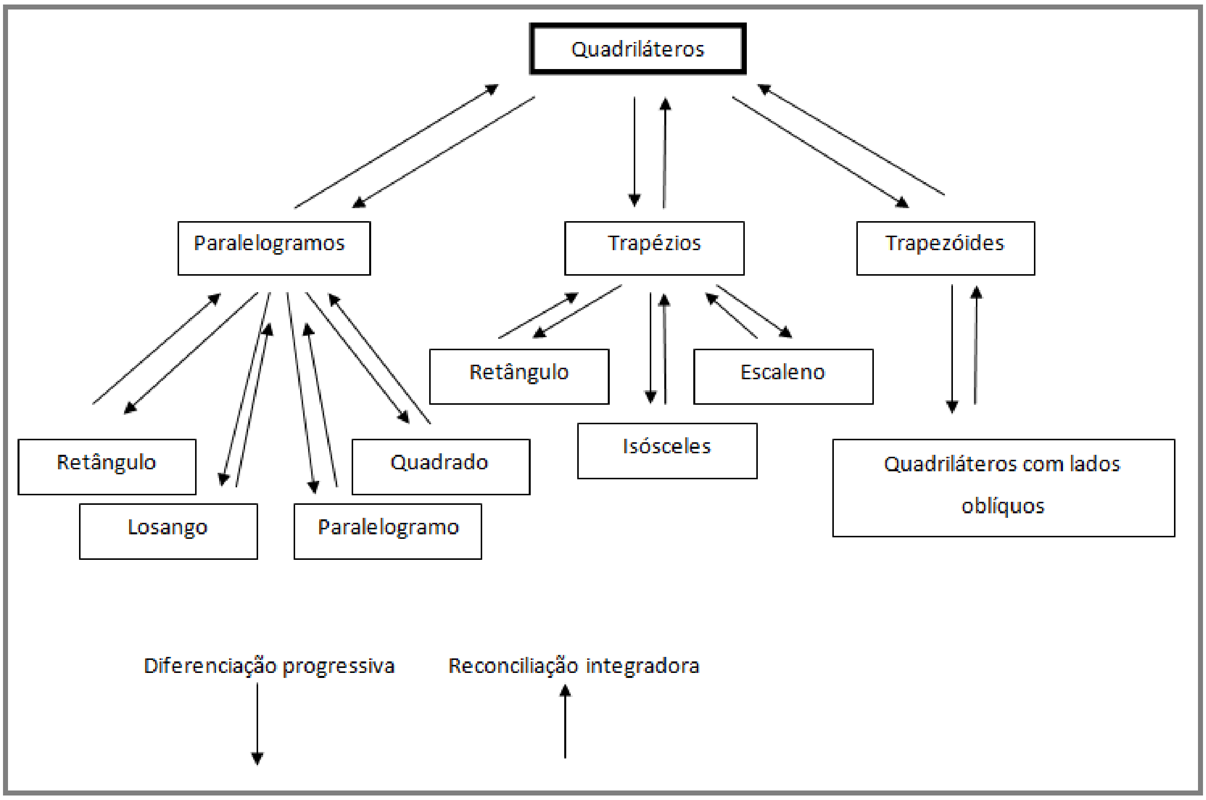
> [...] também se aplica quando se organiza a matéria em linhas paralelas, quando se apresentam materiais relacionados de forma sequencial, mas não existe dependência sequencial intrínseca de um tópico para o seguinte. Ao contrário do caso da matéria sequencialmente dependente, as tarefas de aprendizagem sucessiva são, por inerência, independentes umas das outras, na medida em que a compreensão do material da Parte II não pressupõe a compreensão do da Parte I. Cada conjunto de material é logicamente autônomo e pode apreender-se adequadamente por si só, sem qualquer referência ao outro; por conseguinte, a ordem de apresentação é irrelevante. (AUSUBEL, 2003, p. 168).

Segundo Novak (1981, p. 70), para promover uma reconciliação integradora, o professor deve “organizar a instrução de modo a fazer um ‘sobe-desce’ nas hierarquias conceituais, à medida que novas informações são apresentadas”. Para esse autor, a instrução pode iniciar-se com conceitos gerais, no entanto, logo é necessário que os conceitos subordinados sejam relacionados aos gerais.

Uma exemplificação que nos ajuda a compreender os conceitos de diferenciação progressiva e de reconciliação integradora é apresentada por Burak

(1992) em sua tese. A partir da planta baixa de uma casa, o autor aborda um estudo dos quadriláteros, sistematizado na Figura 1.

Figura 1 – Diferenciação progressiva e reconciliação integradora em quadriláteros



Fonte: Adaptado de Burak (1992, p. 103).

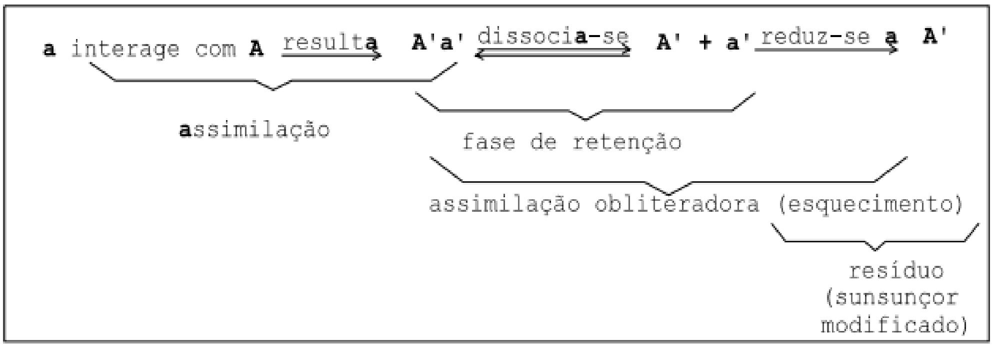
Conforme a figura, observamos que, quando o estudo parte do conceito geral “quadrilátero” para os mais específicos, representados pelas setas descendentes, conforme a teoria ausubeliana, configura-se como diferenciação progressiva. Se o contrário ocorrer, o estudo iniciar-se pelos conceitos específicos e convergir para o geral, representados pelas setas em sentido ascendente, configura-se como reconciliação integradora.

2.7 Assimilação obliterante ou assimilação obliteradora

Ausubel (2003) destaca o esquecimento significativo importante para a aquisição de uma aprendizagem significativa, denominado pelo autor de assimilação obliterante. Esse processo de assimilação ocorre graças aos subsunçores já existentes, no entanto, Novak (1981, p. 63) explicita que subsunçores não são “um tipo de papel pega-mosca mental no qual a informação fica grudada”. Segundo ele, os subsunçores têm um papel interativo que facilita a percepção de novas informações relevantes e as liga ao conhecimentos prévios dos indivíduos. Com isso, os conceitos subsunçores são modificados e a nova informação adquirida também não é retida da forma como é descoberta, para Novak (1981), esse é o cerne da teoria da assimilação de Ausubel.

Em Moreira(2016) é encontrada uma exemplificação (Figura 2) da ocorrência de assimilação obliterante que facilita a compreensão.

Figura 2 – Princípio da assimilação obliteradora.



Fonte: Moreira (2016, p. 20).

Por meio da interpretação do esquema (Figura 2) e com base no que destaca Moreira (2016), compreende-se que (a) é uma nova ideia a interagir com conhecimentos presentes na estrutura cognitiva (A). Dessa interação, o conhecimento resultante é (A’a’), ou seja, o conhecimento formado não é nem a ideia anterior (A) nem o conhecimento novo (a), mas uma interação das duas (A’a’). Durante a fase de retenção ocorre uma dissociação (A’ + a’) e, a partir daí, o subsunçor (a’) gradativamente perde força, ou seja, vai sendo esquecido e incorporado em (A’). Ao final do processo a estrutura cognitiva do aprendiz conta com um novo subsunçor (A’), sendo esse processo denominado, por Ausubel (2003, p. 106), “assimilação obliteradora ou esquecimento significativo”.

2.8 Avaliação da aprendizagem

Com relação à avaliação, Ausubel (2003, p. 109) aponta que práticas “que exigem a reprodução literal de informações ou ideias apresentadas têm tendência a desencorajar a aprendizagem significativa", sendo essas as mais predominantes no sistema de ensino tradicional, propiciando poucas condições para a ocorrência de uma aprendizagem de forma significativa. Uma vez que, se a aprendizagem for significativa, após se relacionar com a estrutura cognitiva, é reproduzida de forma não arbitrária e não literal, ou seja, o aprendiz reproduz as informações com suas palavras, sem deixar de transmitir os conceitos centrais dos conteúdos ou da matéria aprendida.

Ausubel (2003, p. 130) aponta que nem sempre é fácil avaliar a ocorrência de uma aprendizagem significativa, pois uma "compreensão genuína implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis". No entanto, conforme esse teórico, se o professor solicitar aos estudantes que reproduzam ou indiquem atributos relevantes de um determinado conteúdo, corre o risco de obter respostas memorizadas e/ou aprendidas mecanicamente. Assim, o autor considera uma possível maneira para a verificação da aprendizagem significativa, que avaliações devem ser redigidas e apresentadas em linguagens e em contextos diferenciados dos originalmente aprendidos. Nesse sentido, seria interessante solicitar aos estudantes

> [...] que diferenciem ideias relacionadas (semelhantes), mas não idênticas, ou escolham os elementos que identificam um conceito ou uma proposição de uma lista que contenha os conceitos relacionados, bem como as proposições (testes de múltipla escolha). (AUSUBEL, 2003, p. 130).

Ausubel (2003) ainda chama a atenção para o fato de que os estudantes, pela experiência obtida ao longo do tempo, adquirem habilidades em memorizar tudo o que aprendem, até mesmo com exemplos e explicações. Para evitar reproduções memorizadas, sugere que os problemas e/ou as questões apresentadas aos estudantes sejam reformuladas e aplicadas em situações desconhecidas, que exijam "uma transformação máxima de conhecimentos" (AUSUBEL, 2003, p. 131) adquiridos em contextos anteriormente aprendidos.

Discorrido a respeito dos princípios da TAS, verificamos a possibilidade de valorizar os conhecimentos subsunçores dos estudantes, adotar materiais potencialmente significativos e organizadores prévios no âmbito das tendências metodológicas. Considerando esses princípios basilares da TAS, buscaremos, a partir de práticas desenvolvidas junto aos estudantes em sala de aula, constatar como se dará a presença dos demais princípios com vistas na promoção da aprendizagem significativa. Agora passamos para o próximo capítulo, em que buscamos trazer considerações a respeito das tendências metodológicas que podem ser adotadas em sala de aula na Educação Básica.

3 TENDÊNCIAS METODOLÓGICAS NO ENSINO DE MATEMÁTICA VISANDO À APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Com vista à valorização dos conhecimentos subsunçores, princípio para a promoção de uma aprendizagem significativa (AUSUBEL, 2003), e a dos conhecimentos do dia a dia, Moran (2013, p. 56) evidencia que na educação precisamos "incorporar mais as dinâmicas participativas, como as de autoconhecimento (trazer assuntos próximos à vida dos alunos), as de colaboração (trabalhos de grupo, de criação grupal) e as de comunicação (como o teatro ou a produção de vídeo)". Entendemos que as tendências metodológicas vêm ao encontro desses objetivos almejados para o ensino e a aprendizagem. Como destaca Nacarato (2005, p. 5),

> Há várias tendências didático-pedagógicas para se trabalhar em contextos de significação: projetos interdisciplinares, tarefas exploratórias e investigativas, resolução de problemas, Modelagem Matemática, tecnologias de informação, uso de jogos, de história, dentre outras. Nesses contextos, a utilização de materiais manipuláveis pode perpassar qualquer uma dessas tendências.
>
> Não há como desconsiderar a complexidade da sala de aula, bem como a impossibilidade da adoção de uma única tendência para o ensino de Matemática. Assim, muitas vezes, o professor precisa utilizar uma diversidade de materiais, podendo transitar por diferentes tendências.

Deste modo, temos como hipótese que no decorrer de um ano letivo a articulação e a adoção de diferentes tendências metodológicas em sala de aula apresentam potenciais para promover nos estudantes uma aprendizagem significativa, e esperamos, após as discussões dos resultados, apoiar essa afirmação. Constatamos que o professor é amparado em documentos oficiais para desenvolver atividades nessa perspectiva, e é a respeito disso que passamos a explanar.

3.1 Tendências metodológicas no ensino de matemática em documentos oficiais

Tendências metodológicas para o Ensino de Matemática são elencadas em documentos oficiais como caminhos para se trabalhar essa disciplina em sala de aula há mais de vinte anos. Em nível nacional, os PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998) - destacam que não existe um único ou um melhor caminho para o ensino de qualquer disciplina, inclusive da matemática. Assim, elencam como possibilidade para a abordagem nas aulas de Matemática as seguintes tendências metodológicas: Resolução de Problemas, História da Matemática, Tecnologias da Informação e Jogos.

Mais recente, a BNCC – Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) - aborda tendências metodológicas como processos matemáticos e destaca a resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e a modelagem como meios "potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático" (BRASIL, 2018, p. 266).

O letramento matemático, apresentado na BNCC, constitui-se como foco para ser desenvolvido no Ensino Fundamental, e assim se define:

> [...] como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2018, p. 266).

Conforme a BNCC, o desenvolvimento do letramento matemático se relaciona e é possibilitado por meio da forma com que se organiza o ensino e a aprendizagem da matemática a partir de situações cotidianas vivenciadas pelos estudantes, além de situações advindas de outras áreas do conhecimento e da própria Matemática. Em nosso entendimento, a adoção de tendências metodológicas potencializa esse letramento e fornece as condições para que os estudantes, com a mediação do professor, consigam desenvolver as competências específicas explicitadas pela BNCC e apresentadas no Quadro 2, a seguir:

Quadro 2 – Competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental

1) Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2) Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3) Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança

quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4) Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
5) Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6) Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
7) Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8) Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Brasil (2018, p. 267).

Buscamos contemplar essas competências a partir da adoção das tendências metodológicas de Modelagem Matemática e Resolução de Problemas, pois, por meio dessas, temos como premissa que mais facilmente os estudantes conseguem perceber a Matemática como uma ciência humana que foi sendo construída ao longo do tempo, a partir das necessidades vividas pelo ser humano em cada Época. Juntando-se as duas tendências mencionadas, esperamos que os Jogos, as Tecnologias e a Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática, apresentem potencial para desenvolver nos estudantes o raciocínio lógico, o espírito investigativo e a argumentação, de forma convincente, com embasamento nos conhecimentos matemáticos para atuar na sociedade contemporânea.

Segundo a BNCC, nas "[...] propostas pedagógicas, devem ser enfatizadas as articulações das habilidades com as de outras áreas do conhecimento, entre as unidades temáticas e no interior de cada uma delas" (BRASIL, 2018, p. 275). Sendo assim, entendemos que atividades com tendências metodológicas propiciam trabalhar a matemática relacionando os diferentes campos da matemática entre eles e também com outras áreas do conhecimento, em uma perspectiva interdisciplinar e transdisciplinar. Nessa perspectiva, entendemos que as tendências metodológicas dão sustentação para o professor abordar as questões sociais, políticas e ambientais, e, a partir dessas, explorar os conceitos matemáticos, considerando o ponto de vista dos estudantes e avançar na compreensão do contexto social que os circunda.

Com a adoção das tendências metodológicas, a individualidade dá lugar à cooperatividade, ao trabalho em grupo, à valorização do pensamento dos colegas e à investigação para a solução de problemas. Isso vem ao encontro do que pressupõe a BNCC para o Ensino de Matemática a estudantes da Educação Básica e que se torna difícil de ser alcançado quando as aulas são apenas guiadas em uma perspectiva conteudista centrada no professor.

O conteudismo no Ensino de Matemática dissociado da aplicação prática perde espaço com a BNCC, pois

> [...] a BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações. Os significados desses objetos resultam das conexões que os alunos estabelecem entre eles e os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos. (BRASIL, 2018, p. 276).

Sendo assim, as tendências metodológicas ganham espaço para serem implementadas em sala de aula, cabendo ao professor buscar meios para adotá-las. Dessa forma, entendemos que o Ensino de Matemática não se constitui fragmentado e as “noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano” (*ibed*, p. 176).

Conforme a BNCC, ao se trabalhar um novo conhecimento é necessário o professor verificar os conhecimentos aprendidos anteriormente pelos discentes e avaliar como esse novo conhecimento pode se conectar com as aprendizagens já consolidadas. Isso se relaciona ao resgate de subsunçores explicitado por Ausubel (2003) como ponto de partida para consolidar uma aprendizagem significativa. Assim, o documento explicita que ao desenvolver um novo conhecimento

> é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. (BRASIL, 2018, p. 298).

Em nível regional, as DCE – Diretrizes Curriculares Estaduais (PARANÁ, 2008) – explicitam que a escola deve incentivar o desenvolvimento de práticas pedagógicas com diferentes metodologias, que propiciem aos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem conscientização das necessidades de “[...] uma transformação emancipadora. É desse modo que uma contraconsciência, estrategicamente concebida como alternativa necessária à internalização dominada colonialmente, poderia realizar sua grandiosa missão educativa” (MÈSZÁROS, 2007, apud, PARANÁ, 2008, p. 15).

Com vistas à uma transformação emancipadora, as DCE destacam a necessidade de se considerar, no processo de ensino e aprendizagem, as ideias já estabelecidas, advindas da vivência e do meio em que os estudantes estão inseridos. Assim, os conceitos que embasam cada disciplina são sistematizados e estruturados, tendo como referência os conhecimentos prévios dos estudantes.

Ao apresentar os encaminhamentos metodológicos para o ensino de matemática, as DCE explicitam que o processo pedagógico deve abandonar as abordagens que fragmentam os conteúdos, como se eles “existissem em patamares distintos e sem vínculos, afinal, ‘[...] o significado curricular de cada disciplina não pode resultar de apreciação isolada de seus conteúdos, mas sim do modo como se articulam (MACHADO, 1993)’” (PARANÁ, 2008, p. 62).

Na perspectiva de abordar os conteúdos matemáticos de forma não fragmentada, as DCE propõem a adoção das tendências metodológicas da Educação Matemática, destacando: Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Mídias Tecnológicas, Etnomatemática, História da Matemática e Investigações Matemáticas. Segundo as DCE, essas tendências metodológicas apresentam grau similar de importância e se complementam, quando adotadas em sala de aula.

Mais recente, com vistas ao que dispõe a BNCC, o Paraná apresenta um novo documento norteador, o RCP - Referencial Curricular do Paraná (PARANÁ, 2018). Nesse documento as tendências metodológicas para o Ensino de Matemática são compreendidas como estratégias que propiciam o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, não se restringindo apenas ao conhecimento matemático, mas considerando “[...] os aspectos cognitivos, as questões sociais, culturais, econômicas, políticas, entre outras.” (PARANÁ, 2018, p. 810). As tendências metodológicas abordadas no RCP são: resolução de problemas, modelagem matemática, etnomatemática, história da matemática, investigação matemática e mídias tecnológicas.

No entanto, o referido documento só as apresenta, sem aprofundamentos a respeito, cabendo ao professor buscar meios para adotá-las em sala de aula.

Entretanto, abre espaço para que sejam utilizadas, assumindo como fundamentação teórico-metodológica a “Educação Matemática como uma área de pesquisa que possibilita ao professor balizar suas práticas educativas” (PARANÁ, 2018, p. 810).

Em se analisando o RCP, do ponto de vista da Teoria da Aprendizagem Significativa, verificamos que ele vem ao encontro do principal fator da teoria, ao mencionar a valorização do que o aprendiz já sabe, conforme excerto a seguir:

> A Matemática e a Educação Matemática, vistas como práticas sociais, pressupõe que **o ponto de partida para abordar os conteúdos matemáticos devem ser os conhecimentos e experiências que cada estudante possui**, devendo esses, serem aprofundados, sistematizados, ampliados e generalizados em salas de aula, cabendo ao professor o importante papel de mediar tais processos, adaptando-os, sem excluí-los, para atender as diversas especificidades de cada estudante e escola. (PARANÁ, 2018, p. 811, [grifo nosso]).

Em complementação ao que aborda as DCE quanto à similar importância das várias tendências metodológicas, uma complementando a outra, ao ser adotadas junto aos estudantes, a RCP incrementa, como essencial, o professor utilizar diversas estratégias de ensino e de recursos didáticos, conforme objetivos para cada ano escolar. Segundo a RCP, é por meio dessa diversidade de abordagens que os estudantes se tornam mais interessados e comprometidos, desenvolvendo gosto pela aprendizagem da matemática com mais autonomia.

A seguir, passamos a tratar das tendências metodológicas que o contexto da sala de aula nos oportunizou adotar juntos aos estudantes participantes da pesquisa.

3.2 Tendências metodológicas contempladas em nossas atividades

Ao compreendermos que os princípios essenciais da Teoria da Aprendizagem Significativa se constituem na valorização dos conhecimentos subsunçores, na adoção de organizadores prévios e na predisposição do estudante em aprender, acreditamos que diferentes tendências metodológicas da Educação Matemática apresentam potenciais para promover aprendizagem significativa, quando adotadas e trabalhadas na Educação Básica. Sendo assim, elencamos as tendências que abordamos nesta pesquisa, quer sejam: Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática, Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Tecnologia e Jogos.

Embora somente a Modelagem Matemática considere em sua base teórica os trabalhos basilares da Educação Matemática como campo de pesquisa, nos pressupostos dos autores Higginson (1980) e Rius (1989), adotamos as demais tendências, considerando, também, os preceitos da Educação Matemática. Tais preceitos priorizam a evolução dos estudantes nessa Ciência, não considerando a Matemática como uma única disciplina, mas integrada à Filosofia, Psicologia e Sociologia, as quais se constituem, junto à Língua Materna (KLÜBER; BURAK, 2008), base para a formação integral do estudante.

A seguir, apresentamos o embasamento teórico de cada tendência metodológica e suas relações com a Teoria da Aprendizagem Significativa, e também destacamos os encaminhamentos para o desenvolvimento de atividades, considerando cada tendência em sala de aula na Educação Básica.

3.2.1 Leitura, Escrita e Compreensão de Textos no ensino e na aprendizagem de Matemática

Essa tendência metodológica é abordada, pois a concebemos como fundamental para o ensino, com vistas à uma aprendizagem significativa, uma vez que, antes de se trabalhar com qualquer conteúdo matemático, faz-se necessária a compreensão linguística. Sendo assim, a leitura, a escrita e a compreensão de textos se mostram como aporte inicial para a implementação das demais tendências metodológicas da Educação Matemática.

No ensino e aprendizagem de Matemática, quando os estudantes possuem boa capacidade de compreensão textual, eles já possuem a base para a interpretação e para a compreensão de problemas. No entanto, em sala de aula, encontramos muitos estudantes com dificuldade de interpretação textual. Isso é destacado por diversos pesquisadores, como: Rabelo (1995, 2002); Malta (2002); Flemming, Luz e Mello (2005); Oliveira e Lopes (2012), dentre outros. Nesse contexto, Leitura, escrita e compreensão de textos no ensino e na aprendizagem de matemática têm se mostrado como uma vertente para suprir as dificuldades da incompreensão.

Quando o estudante é protagonista de histórias envolvendo suas perspectivas e a matemática, ele ganha voz, promovendo o interesse, aguçando a criatividade e, com mediação do professor, os conteúdos matemáticos ganham sentido e podem convergir para uma aprendizagem significativa. Na elaboração de histórias, os conteúdos matemáticos podem ser relacionados à vivência e à intuição dos estudantes, assim esses conteúdos se estabelecem na estrutura cognitiva de forma não arbitrária e não literal e, se isso se concretiza, eles adquirem aprendizagem significativa.

Aprender Matemática a partir dessa perspectiva metodológica tem se mostrado um caminho promissor, uma vez que a Matemática e a Língua Materna são duas ciências trabalhadas desde o primeiro contato dos estudantes com a escola, habitando o mesmo teto, no entanto, são consideradas estranhas paradigmaticamente entre si (MACHADO, 1993). Conforme esse autor, quando conciliadas, tendem a propiciar bom resultado com relação a aprendizagem para os estudantes, uma vez que não está na Matemática a fonte primária para o desenvolvimento do raciocínio, mas sim na Língua Materna que, em seu desdobramento, conta com a leitura, a escrita e a compreensão de textos.

Essa relação entre Matemática e Linguagem é explicitada por Flemming, Luz e Mello (2005), que afirmam ser possível romper a barreira existente entre elas, pois

> [...] o Português, a Literatura e a Matemática são disciplinas que estão intimamente relacionadas, afinal todas dependem da linguagem para se concretizar, ainda que a linguagem seja diversificada: dos sinais, escrita, oral, simbólica. Romper a distância entre essas disciplinas e ensinar e aprender Matemática lendo Monteiro Lobato. Isso é possível? Com toda a certeza, podemos afirmar que SIM! Basta termos disposição para trabalhar interdisciplinarmente. (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p. 46).

Praticar o ato de escrever nas aulas de matemática leva os estudantes a uma reflexão a respeito de seus conhecimentos. Por meio da escrita, podem exercitar a criatividade e desenvolver pensamento crítico, ao analisar seu dia a dia e a partir dele estabelecer relação com o que aprenderá em matemática. Nessa perspectiva, Barbosa, Nacarato e Penha (2008, p. 82) destacam que:

> A escrita na aula de matemática faz com que o aluno reflita sobre seu próprio pensamento, ou seja, reflita criticamente sobre suas experiências matemáticas, possibilitando que o aprendizado se torne ativo e não passivo. Essa postura contrapõe-se àquela em que o aluno escuta, executa, mas não aprende a criticar e nem a ser crítico sobre suas próprias idéias (sic). Refletir criticamente sobre o que escreve e sobre o que está aprendendo permite ao aluno que ele desenvolva critérios para monitorar seu desempenho e tenha um maior controle sobre sua aprendizagem, além de lhe trazer grande satisfação pessoal.

No entanto, como todo o processo de ensino e aprendizagem que sai do enfoque tradicional requer adaptação, tanto do estudante quanto do professor, para escrever textos que envolvem a Matemática não é diferente. Conforme Barbosa, Nacarato e Penha (2008), nas primeiras atividades os estudantes podem sentir dificuldade para explicitar, nos textos, relações com o aprendizado matemático, no entanto, "as mudanças acontecem com o passar do tempo e com a prática constante da escrita, que propicia a reflexão." (BARBOSA; NACARATO; PENHA, 2008, p. 84).

Ao se trabalhar com a escrita, cabe ao professor dar atenção à produção de cada estudante, motivá-lo e encorajá-lo na escrita é fundamental, pois isso reflete na autoestima dos estudantes, que passam a perceber que suas ideias são relevantes (*ibid*). Esses autores evidenciam que o processo de escrever em aulas de matemática, além de propiciar aos estudantes aquisição de um rico vocabulário, auxilia-os na compreensão da matemática, tornando-os mais confiantes, afinal, ao "mesmo tempo que o aluno pensa matematicamente, ele precisa encontrar palavras adequadas, ter um vocabulário rico e funcional para que sua escrita tenha sentido." (BARBOSA; NACARATO; PENHA, 2008, p. 83).

No âmbito da leitura, escrita e compreensão de textos em matemática, Flemming, Luz e Mello (2005) evidenciam uma relação importante entre a Literatura e a Matemática. Para as autoras, a "Literatura é mais um caminho disponível no universo de metodologias e tendências da educação matemática. Basta ao educador um olhar diferente para trabalhar Literatura e Matemática em suas aulas." (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p. 53). No entanto, é necessário "sensibilidade para saber o momento exato de unir Literatura e Matemática. Não se pode transformar a Literatura em mero meio de ensinar Matemática" (*ibid*, p. 53).

O hábito da leitura tem fundamental importância para propiciar a compreensão de textos, sendo que essa compreensão auxilia "a visualização da Matemática como linguagem" (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p. 62), o que confere sentido e significado aos entes matemáticos, base para o processo de ensino e de aprendizagem. Conforme mencionado pelas autoras supracitadas, por meio da leitura o estudante desenvolve técnicas para a organização do pensamento, que contribuem para a "interpretação, a abordagem e a resolução de problemas matemáticos, assim como desenvolver melhor significação para a língua matemática" (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p. 54).

Como consequência da falta de leitura, apresenta-se a incompreensão de textos, uma dificuldade de muitos estudantes ao resolver problemas. Sendo assim, apropriamo-nos da necessidade emergente de formular "estratégias didáticas inovadoras que resgatem a compreensão de textos". (*ibid,* p. 54). Nessa linha, direcionando a atenção à Matemática, Malta (2002) pondera que:

> Em matemática, a capacidade de expressar com clareza o raciocínio é equivalente à capacidade de entender os resultados matemáticos. Em particular, o desenvolvimento da capacidade de expressão do próprio raciocínio promove o desenvolvimento da capacidade de compreensão em matemática. O desenvolvimento da capacidade de expressão está acoplado ao desenvolvimento da capacidade de leitura, isto é, da capacidade de aquisição de conhecimento sem intermediários. (MALTA, 2002, p. 216).

O trabalho com diferentes gêneros textuais em aulas de matemática, (reportagens, contos, história em quadrinho, textos científicos, textos literários, dentre outros), deve seguir alguns requisitos, apontados como questões diretivas: "Atende à faixa etária dos alunos? Tem conexão com o conteúdo que pretendo explorar? A linguagem é coloquial? Formal?" (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p. 68). Para essas autoras, um bom texto é "preciso, conciso, claro, objetivo, uniforme, coeso e coerente, atento às regras gramaticais da língua portuguesa" (p. 48).

Ainda, segundo as autoras mencionadas, o professor não deve ser um mero copista, mas também ele precisa elaborar seus próprios textos para estimular os estudantes.

> Não podemos ficar inertes lendo só o que os outros escrevem. É outro exemplo que precisamos dar aos nossos alunos. Cobramos redações, trabalhos escritos. Todavia, o que temos escrito para eles? Existem professores capazes de corrigir redação, atribuir nota, sem sequer fazer alusão ao parágrafo bem escrito ou então escrever uma palavra de incentivo ou então salientar o erro para que não mais se repita. Às vezes prefere copiar um enunciado de livro por já estar pronto a ter de elaborá-lo. (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p. 48).

Em busca de estimular os estudantes para a escrita de textos envolvendo conteúdos matemáticos, Rabelo (1995, 2002) aborda um trabalho com textos lendários de Malba Tahan e de Monteiro Lobato junto a estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para o autor, o contínuo da prática propiciou, no percurso de quatro anos, o envolvimento e a motivação dos estudantes e da comunidade escolar em que desenvolveu o projeto, resultando na elaboração de livros de histórias matemáticas com os textos produzidos pelos estudantes.

O referido autor menciona a importância do contínuo de uma prática, uma vez que no início as "produções não eram tão relevantes enquanto produto, mas significativas enquanto processo" (RABELO, 2002, p. 100). Segundo ele, o percorrer do processo trouxe os resultados, pois os estudantes, a partir de cada produção relacionada a um problema matemático a ser resolvido, "escreviam, liam, discutiam e reescreviam as suas próprias 'Histórias Matemática' durante dias e dias". (*ibid*). No contínuo do processo, a dificuldade dos estudantes com textos matemáticos foi superada e mostraram-se "fascinados com as histórias nas quais há o envolvimento da matemática e uma eficiência muito grande em trabalhar com elas" (RABELO, 2002, p.166). Diante de resultados positivos para o ensino e a aprendizagem de matemática, o autor destaca que:

> Cabe a nós, escola, permitir que o aluno construa os conceitos das diversas áreas do conhecimento, no caso específico da matemática, os conceitos matemáticos, impondo o saber científico de modo subjetivo e inteligente, deixando de impor esta paralisação que impede o diálogo com as crianças quando resolvem um problema, por exemplo. [...] um aluno precisa de experimentações, manipulações e vivências para construir conhecimento. (RABELO, 2002, p. 164).

Essa construção de conhecimento pode ser analisada pelo professor a partir de trabalhos que privilegiam a escrita nas aulas de matemática. Conforme elencam Barbosa, Nacarato e Penha (2008, p. 80), ao propor a produção de texto como meio para diagnosticar a aprendizagem dos estudantes, pode-se perceber por meio da escrita "a apropriação adequada ou não dos conceitos que estão sendo trabalhados e os significados que são atribuídos a esses conceitos".

Uma vez que, por meio da escrita, o estudante pode explicitar diferenças e semelhanças entre os conceitos estabelecidos em sua estrutura cognitiva. Assim, se mostra a relevância da adoção da leitura, escrita e compreensão de textos como uma tendência metodológica no ensino de matemática, utilizadas como meio para construção, explicitação e verificação da aprendizagem.

3.2.2 Resolução de Problemas

Ao longo da história o conhecimento matemático emergiu a partir de problemas encontrados que, de imediato, não tinham soluções. A busca por uma solução, a contento, deu origem a muitos conhecimentos matemáticos. Isso se resgata desde o surgimento dos sistemas de numeração, uma vez que agrupar pedras e marcar em pedaços de madeira ou ossos já não se tornava mais suficiente e/ou prático para as transações comerciais da época e até mesmo para registros.

Atualmente as pessoas se deparam com problemas diariamente, sendo necessária a tomada de decisão. Essa implica consequências, que podem ser do ponto de vista econômico, político, social e ambiental, dentre outros. Dessa maneira, cabe à escola, enquanto instituição formadora, preparar os estudantes para que, ao se depararem com problemas, consigam tomar decisões apropriadas em cada contexto. Como destaca Dante (2011, p. 14), “é necessário formar cidadãos matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas domésticos, de economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e outros da vida diária”. Sendo assim, entendemos que se trabalharmos com problemas em sala de aula, seguindo os preceitos da Teoria da Aprendizagem Significativa, considerando o interesse dos estudantes, resgatando os subsunçores e propiciando a eles estabelecer relações com a estrutura cognitiva de forma não arbitrária e não literal, estaremos, enquanto professores, formando cidadãos alfabetizados matematicamente.

Na literatura de Educação Matemática encontramos a proposição de ensinar por meio de problemas como uma linha de pesquisa e de estudos desde o ano de 1945, quando George Polya publicou seu livro denominado “A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático”. Essa obra foi usada como base para novas pesquisas na área de Ensino de Matemática, como as de Dante (2011) e de Onuchic e Allevato (2011).

Mas, o que vem a ser um problema? Conforme Dante (2011, p. 9), “pode-se dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo.”. E, para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer.”.

O que consiste em resolvê-lo? Dante (2011, p. 10) apresenta uma resposta, recorrendo a George Polya, considerado o “pai” da resolução de problemas.

> Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de

> uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados. (POLYA, em DANTE, 2011, p. 10).

Dante (2011) destaca as várias interpretações para a expressão "formulação e resolução de problemas", podendo essa se constituir como meta, processo, habilidade básica ou metodologia de ensino da matemática.

A interpretação de formulação e resolução de problema como uma metodologia de ensino da matemática, segundo esse autor, é a mais frutífera, pois considera as demais interpretações e as enriquece, ao trabalhar com "[...] problematização de situações e também com projetos e modelagem matemática. Em todas essas possibilidades, conteúdo (conceitos, procedimentos e atitudes) e metodologia caminham de mãos dadas, são inseparáveis". (DANTE, 2011, p. 11).

Ao analisar as possibilidades de trabalho em sala de aula na Educação Básica, o referido autor apresenta uma classificação para os problemas: problemas mais simples, denominados exercícios de reconhecimentos; exercícios de algoritmo; problema padrão; problemas-processo ou heurísticos; problemas de aplicação ou situações-problemas contextualizadas; e, por fim, problemas de quebra-cabeça. Cada modalidade de problema tem um propósito diferente ao ser adotado pelo professor em sala de aula, no Quadro 3, abaixo, sistematizamos o que consiste cada uma delas.

Quadro 3 – Modalidades de problemas, segundo Dante (2011)

Modalidade de problemas	**Descrições de cada modalidade**
Exercício de reconhecimento	Tem por objetivo fazer com que o estudante se recorde de conceitos, propriedades, definições, ideias, dentre outras.
Exercício de algoritmo	É aquele que objetiva treinar um algoritmo, o passo a passo, usado para reforçar conhecimentos aprendidos anteriormente.
Problema padrão	Constituem-se na aplicação direta de um algoritmo sem exigir que o estudante desenvolva estratégias. Essa modalidade se divide em simples (problemas que são resolvidos com o emprego de uma operação) ou composto (problemas que, para serem resolvidos, necessitam de mais de uma operação).
Problemas-processo ou heurísticos	Essa modalidade exige do estudante a criação de um plano e a formulação de estratégias que levem à resolução. São esses problemas que despertam curiosidade nos estudantes e possibilitam o desenvolvimento de "criatividade, a iniciativa e o espírito explorador" (p. 15). Ainda, conforme Dante (2011), é esse tipo de problema que propicia aos estudantes o "desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema, o que, em muitos casos, é mais importante que encontrar a resposta correta" (ibid).
Problemas de aplicação ou situações-problemas contextualizadas	São os que retratam uma situação real e que requerem o uso de ferramental matemático para serem resolvidos.
Problemas de quebra-cabeça	São aqueles que expressam desafios aos estudantes, são conhecidos também por matemática recreativa e "sua solução depende, quase

	sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque, alguma regularidade, que é a chave da solução.” (DANTE, 2011, p. 17).

Fonte: Elaborado pelo autor, a partir de Dante (2011).

No decorrer do ano letivo, o professor, ao optar por trabalhar com problemas, pode percorrer as diferentes modalidades para despertar o interesse dos estudantes pela matemática. Entretanto, para que o interesse seja desperto, um bom problema deve atender o preceito ser um problema que desafie os estudantes a buscar uma solução, se ele for materializado chama mais a atenção. Quando o estudante manipula objetos, dobraduras e constroi materiais, a fim de encontrar uma solução, ele se torna mais ativo e interessado pelo processo. Problemas resgatados da vida real também ganham mais atenção dos estudantes, se eles visualizarem a aplicação prática dos resultados que buscam, já se tornam mais instigados em resolvê-los. Nessa perspectiva, Dante (2011) elenca mais alguns itens, são eles: ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido; não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas; e, ter um nível adequado de dificuldade.

Esse nível adequado de dificuldade deve ser considerado pelo professor uma vez que a aprendizagem, para se constituir significativa, deve considerar os elementos já existentes na estrutura cognitiva dos estudantes. Se for um problema fora do nível adequado, eles se desencantam já no início e não prosseguem em busca de resolvê-lo. Sendo assim, quando o professor propõe um problema, ele deve considerar os subsunçores dos estudantes e avaliar o nível de dificuldade. Se for um problema mais complexo, o auxílio do professor deve ser maior, sempre buscando não fornecer o caminho pronto ao estudante, mas instigando na elaboração de estratégias com novos questionamentos. Se para a resolução for necessário algum conteúdo ainda não conhecido, cabe ao professor direcionar o estudante em busca desse conteúdo, indicando possíveis livros da biblioteca da escola e até mesmo *sites* para consulta.

Os encaminhamentos para a resolução de problemas são elencados tanto por Dante (2011) quanto por Onuchic e Allevato (2011), considerando as etapas propostas por Polya. Tais etapas a serem seguidas não são rígidas, mas norteadoras do processo. A primeira etapa consiste em compreender o problema. Para que isso se efetive, o problema deve ser escrito em linguagem clara, transmitindo a intenção, os objetivos e todos os elementos necessários para sua resolução. O estudante deve lê-lo e entendê-lo, se necessário, em níveis mais elementares, o professor deve realizar uma leitura em conjunto e dar ênfase aos principais elementos do problema, para que os estudantes tenham uma real compreensão do que devem buscar como solução.

Compreendido o que se busca no problema, a segunda etapa consiste em estabelecer um plano, conforme Polya (1995), um plano para a resolução está elaborado quando temos claro o que precisamos fazer para conseguir resolver o problema, "quais as contas, os cálculos ou os desenhos que precisamos executar [...]" (Polya, 1995, p. 5). Estabelecer um plano para resolver um problema não é menos importante que a compreensão do problema, mas é uma das principais etapas, no entanto, para criarmos bons planos, faz- se necessária a existência de conhecimentos anteriores, os subsunçores.

O professor, enquanto mediador, pode auxiliar no resgate desses subsunçores com alguns questionamentos, como: "Você já resolveu algum problema parecido?"; "Se já resolveu, consegue utilizá-lo como guia para estabelecer um plano para a resolução do problema em questão?" Se esses questionamentos não forem suficientes, Polya (1995) explicita que podemos adotar uma variação no enunciado, reformular condições estabelecidas e até mesmo resolver problemas mais simples, que possam servir como direcionadores, mas sem perder o foco do problema que buscamos resolver.

Estabelecido o plano, prosseguem os próximos passos que consistem em executar o plano e a retrospectiva. Para isso, são necessárias paciência e concentração, no entanto, se o plano foi bem elaborado, essas etapas só requerem tempo e dedicação. Polya (1995) destaca que a retrospectiva é de fundamental importância para consolidar e aperfeiçoar o conhecimento que estabelecemos durante a resolução, bem como para verificar o caminho percorrido e a existência de possíveis erros.

Para que a curiosidade e a iniciativa no processo de resolução de problema sejam incentivadas, o professor deve tomar cuidado com as respostas aos questionamentos que lhe são dirigidos pelos estudantes. Cabe ao professor incentivar as argumentações dos estudantes e a formação de um raciocínio consistente ao problema, para que estabeleçam um plano passível de ser seguido, com vistas à resolução. Conforme Dante (2011), quando o professor é questionado, deve evitar apresentar respostas diretas de como resolver o problema, sendo assim, esse autor elenca algumas possíveis respostas que levam os estudantes a uma reflexão mais profunda quanto aos problemas, são elas: “Vamos pensar juntos. Pense um pouco mais. É realmente o que o problema está pedindo para fazer? Discuta isso um pouco com seu colega. Mostre ao seu colega o que você fez e peça que ele também lhe conte como planeja resolver o problema”. (DANTE, 2011, p. 34).

A partir das etapas propostas por Polya, Dante (2011) elenca algumas estratégias que podem ser adotadas com vistas a resolver um problema: tentativa e erro organizados; procurar padrões ou regularidades para poder generalizar; resolver primeiro um problema mais simples; e, reduzir à unidade e fazer o caminho inverso. No Quadro 4 apresentamos uma descrição do que consiste cada uma dessas estratégias.

Quadro 4 – Estratégias para a resolução de problemas, conforme Dante (2011)

Estratégias	Descrições
Tentativa e erro organizados	Aplicam-se quando o estudante propõe possíveis soluções e as testa uma a uma. Organizados significa que não são “chutes” aleatórios, mas possíveis resultados que satisfazem, por exemplo, uma condição dada.
Procurar padrões ou regularidades para poder generalizar	Essa consiste na busca por uma solução geral que possa ser aplicável a demais casos.
Resolver primeiro um problema mais simples	Existem casos em que, às vezes, um problema mais complexo é resolvido a partir de um mais simples, e, na sequência, reaplicado o mesmo raciocínio no problema original.
Reduzir à unidade	Essa é um caso típico em que se torna mais viável encontrar o correspondente à unidade e, na sequência, expandir, multiplicando pela quantidade solicitada.
Fazer o caminho inverso	Essa é usada para resolver típicos problemas da forma “Adivinhe se puder! Pensei num número, multipliquei-o por 4 e ao resultado somei 5. Resultou 41. Você saberia me dizer em que número pensei?” (DANTE, 2011, p. 37). Para resolver problemas dessa forma, parte-se do resultado final, desenvolvendo as operações em ordem inversa.

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Dante (2011).

A resolução de problema, enquanto metodologia para o ensino e aprendizagem de matemática, mostra-se de grande potencial para propiciar uma aprendizagem significativa, uma vez que os estudantes são incentivados, a partir de seus próprios conhecimentos, ou seja, de conhecimentos prévios, a buscarem e conjecturarem estratégias resolutivas. Por meio da resolução de problemas, oportuniza-se aos estudantes “explorar, organizar e expor seus pensamentos, estabelecendo uma relação entre suas noções informais ou intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática” (DANTE, 2011, p. 12).

Um problema elaborado para instigar a curiosidade dos estudantes é um ponto de partida para a apresentação de novos conteúdos, podendo esse problema servir de ancoragem para potencializar a elaboração de novos conceitos. Ou seja, uma ponte cognitiva entre o que o estudante já sabe e o que descobrirá na sequência.

Para corroborar, em uma perspectiva próxima a de Dante (2011), também com raiz nos estudos de Polya, está a perspectiva de Onuchic e Allevato (2011), que considera uma Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática por meio da Resolução de Problemas. Nessa perspectiva, o professor “precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82). Conforme essas autoras, o professor não é mais o centro do processo de ensino e aprendizagem e sim os estudantes, sendo que esses devem entender e assumir com comprometimento o ato de aprender e de buscar o conhecimento. Essa mudança de postura, tanto do professor quanto dos estudantes, “nem sempre, é fácil conseguir” (*ibid*).

Para Onuchic e Allevato (2011, p. 81), “o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos”. Como o problema é o ponto de partida, ele deve ser apresentado no início das atividades, antes de serem trabalhados os conteúdos matemáticos. Assim, as autoras propõem um roteiro para direcionar o professor nos encaminhamentos a adotar junto aos estudantes, visando resgatar o conhecimento prévio e tornar o processo mais produtivo. Esse roteiro, apresentado no Quadro 5, é composto por etapas que consideram as ações discentes e docentes não disjuntas e se incorporam em relação à organização temporal.

Quadro 5 – Etapas para a resolução de problemas, segundo Onuchic e Allevato (2011)

Etapas	Descrição
Preparação do problema	O problema é selecionado com vistas à construção de novos conceitos, princípios ou procedimentos. Esse problema é chamado pelas autoras de *problema gerador.*
Leitura individual	Cada estudante realiza a leitura individual do problema fornecido pelo professor.

Leitura em conjunto	Após a leitura individual, os estudantes realizam nova leitura em grupo. Se o problema apresentar termos desconhecidos, pode-se consultar um dicionário. O professor pode auxiliar nessa leitura e em conceitos desconhecidos.
Resolução do problema	Compreendido o problema, em grupo, os estudantes, por meio de um trabalho cooperativo e colaborativo, tentam resolvê-lo. A resolução conduzirá os estudantes à elaboração do conteúdo planejado.
Observar e incentivar	O professor não transmite o conhecimento pronto necessário para a resolução do problema, todavia, a partir da observação, analisa os procedimentos adotados pelos estudantes, incentivando-os na elaboração de novas estratégias. O professor auxilia os estudantes a utilizarem os conhecimentos prévios que possuem, exercendo papel de interventor e questionador.
Registro das resoluções na lousa	Um representante de cada grupo registra na lousa os procedimentos adotados na resolução. São aceitas as diferentes resoluções dos estudantes, tanto corretas quanto incorretas. São as resoluções apresentadas que darão embasamento para as discussões da plenária.
Plenária	Nessa etapa os estudantes são convidados a se posicionarem quanto as suas resoluções e quanto à resolução dos demais grupos. O professor, como mediador, incentiva a participação de todos.
Busca do consenso	Com a participação de todos os estudantes, o professor busca chegar a um consenso quanto à resolução correta.
Formalização do conteúdo	Cabe ao professor finalizar formalmente, de maneira organizada e estruturada, em linguagem matemática, os conceitos, princípios e conteúdos matemáticos. O professor deve evidenciar as “diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85).

Fonte: Organizado a partir de Onuchic e Allevato (2011, p. 83-85).

Conforme as autoras supracitadas, a adoção desses encaminhamentos propicia que o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos tenham início com um problema e a busca por solucioná-lo leva ao entendimento do conteúdo almejado, valorizando os conhecimentos prévios dos estudantes e os procedimentos por eles adotados em busca da solução. O trabalho em sala de aula, nessa perspectiva, considera todas as respostas encontradas pelos estudantes, o que valoriza e propicia uma aprendizagem a partir do erro. É por meio da valorização das diferentes formas de pensar dos estudantes, não se constituindo somente o ponto de vista do professor como o verdadeiro, que se caminha em busca da construção de um conhecimento matemático com sentido e significado para os estudantes.

3.2.3 Tecnologias como uma tendência metodológica

A adoção de recursos tecnológicos no ensino tem se mostrado como um meio para despertar nos estudantes o interesse, uma vez que aulas somente com quadro e giz não mantêm muitos dos estudantes da Educação Básica centrados, com foco em aprender por longo tempo. Isso se justifica uma vez que esses estudantes estão inseridos em um mundo digital em que apenas com um clique já os faz encontrar as respostas e explicações para suas indagações. Sendo assim, temos como premissa que a adoção de recursos tecnológicos promove o estudante à protagonista de sua aprendizagem, e, ao considerar o interesse e a adoção de recursos tecnológicos com potencial de significação, não de forma arbitrária e aleatória, estabelece uma base para que a aprendizagem se constitua em significativa.

Desde o início da era tecnológica, esperava-se que a tecnologia logo iria adentrar as salas de aula, pois aulas mediadas pelo uso de recursos tecnológicos propiciam acesso à maior quantidade de informações e de representações, quando comparadas a aulas em que o conhecimento pertence apenas ao professor e que, aos poucos, dissemina aos estudantes. Ao analisarmos as tecnologias empregadas no ensino, verificamos considerável avanço, no entanto, ainda muitos recursos tecnológicos são utilizados, apenas "como instrumentos para tornar as aulas expositivas mais dinâmicas e interessantes" (MARTINI e BUENO, 2014, p. 394). Se as tecnologias forem adotadas segundo essa perspectiva, pouco contribuirão para que os estudantes adquiram uma aprendizagem significativa, a essência das aulas tradicionais, em que é o professor a única fonte do saber, precisa ser alterada. Com a adoção de recursos tecnológicos, os estudantes devem explorar e descobrir o conhecimento, sendo o professor quem os direciona, mas sem fornecer o caminho ponto, para, assim, torná-los ativos no processo de escolarização.

A adoção das tecnologias no ensino foi defendida por Ponte (2000) como meio para auxiliar na aprendizagem de variados conteúdos. Conforme o autor, as tecnologias marcam fortemente o cenário educativo pelas possibilidades de "interação e comunicação, pelas possibilidades alternativas que fornecem expressão criativa, de realização de projectos (sic) e de reflexão crítica" (PONTE, 2000, p. 75).

A abordagem das tecnologias, quando aplicadas ao ensino, recebem várias denominações com significados distintos. Para nos situarmos quanto a denominação a adotar, apresentamos uma classificação a partir de Miranda (2007, p. 42):

> Tecnologia Educativa (TE), Tecnologias Educativas, Tecnologias Aplicadas a Educação, Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), Novas Tecnologias da Informação (NTI) ou Novas Tecnologias da Informação e Comunicação (NTIC), Literacia Informática e Educação Tecnológica.

No Quadro 6 sistematizamos o que consiste e em que diferem cada uma dessas denominações.

Quadro 6 – Termos empregados para o uso de tecnologias no ensino

Termos	Conceituação
Tecnologia (s) Educativa (s) (TE)	Esse termo não se restringe apenas ao uso de recursos tecnológicos no ensino, mas abrange um conjunto de "concepções, desenvolvimento e avaliação da aprendizagem" (Miranda, 2007, p. 42).
Tecnologias Aplicadas à Educação	Pode ser compreendida, segundo o autor, como um sinônimo de Tecnologias Educativas.
Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)	É constituída pela junção "da tecnologia computacional ou informática com a tecnologia das telecomunicações e tem na Internet e mais particularmente na *World Wide Web* (WWW) a sua mais forte expressão" (MIRANDA, 2007, p. 43). Ao ser utilizada em âmbito educacional, com vistas ao ensino e a aprendizagem, ela é considerada, por Miranda (2007, p. 43), "como um subdomínio da Tecnologia Educativa".
Novas Tecnologias da Informação (NTI) ou Novas Tecnologias da Informação e Comunicação (NTIC)	Esses termos, segundo Miranda (2007), parecem redundantes, pois nada acrescenta à delimitação da Tecnologia Educativa a não ser 'algo novo', mas o que é novo hoje, 'amanhã' deixa de ser.
Literacia Informática	Para esse termo, Miranda (2007, p. 43) recorre a uma definição de McInnerney, McInnerney e Marsh; Soloway, Turk e Wilay, os quais o entendem como "conjunto de conhecimentos, competências e atitudes em relação aos computadores que levam alguém a lidar com confiança com a tecnologia computacional na sua vida diária".
Educação Tecnológica	É um conceito mais amplo que Literacia Informática, "implica 'saber usar' a tecnologia e ainda analisar a sua evolução e repercussão na sociedade. [...] Uma verdadeira educação tecnológica só o é quando se ensina aos estudantes a história das diferentes tecnologias, [...] e dos seus criadores, dos seus efeitos econômicos, sociais e psicológicos e ainda de como elas refizeram o mundo e continuam a refazê-lo" (MIRANDA, 2007, p. 43). Conforme o autor, Educação Tecnológica implica saber de que forma a tecnologia pode ser usada tanto para o bem quanto para o mal.

Fonte: Adaptado de Miranda (2007).

Com base no entendimento de cada denominação, ao tratarmos de tecnologias no ensino, referimo-nos à expressão Tecnologia Educativa (TE) por abranger as Tecnologias Educativas, Tecnologias Aplicadas à Educação, Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), Novas Tecnologias da Informação (NTI) ou Novas Tecnologias da Informação e Comunicação (NTIC).

Segundo a perspectiva de Galera e Borsoi (2005, p. 2), com a incidência das tecnologias, a rotina da sala de aula deve buscar integrar "o jovem no mundo digital numa perspectiva dialógica", por meio de novas pedagogias, estratégias emotivas e cognitivas. Conforme essas autoras, "Associar o desafio de inserir a prática do professor no contexto das inovações tecnológicas é, primeiramente, observar as necessidades da escola e da sociedade na busca de soluções e respostas alternativas" (*ibid*, p. 2).

Conforme Carneiro e Passos (2014), já se deram grandes avanços em busca de equipar as escolas para o uso de tecnologias, porém, sua utilização ainda é tímida, uma vez que tira o professor da zona de conforto e o coloca na de risco, conferindo, assim, uma mudança na rotina escolar, pois

> Na zona de risco, a dinâmica da sala de aula é profundamente alterada. Os alunos não estão mais sentados em carteiras uma atrás da outra; normalmente têm que trabalhar em equipe, devido ao número reduzido de computadores; o silêncio, normalmente exigido pelo professor na sala de aula, também não é mais possível; e as possibilidades de elaboração de conhecimentos são muito diferentes das produzidas em aulas sem as TIC, porque o estudante é um participante ativo desse processo. (CARNEIRO; PASSOS, 2014, p. 104).

No entanto, Carneiro e Passos (2014, p. 106) destacam que o professor que adotar o uso de tecnologias deve ter clareza quanto ao que espera e ater-se aos limites e potencialidades, também deve ter "conhecimentos técnicos profundos do *software* utilizado". Os autores ainda ponderam que no planejamento das atividades é imprescindível ao professor conhecer as dificuldades dos estudantes e as possibilidades para abordar o conteúdo pretendido.

Os autores supracitados (2014) afirmam que a utilização da tecnologia no ensino de matemática pode tornar a aprendizagem mais prazerosa e despertar o interesse e o gosto dos estudantes pela matemática. Dessa forma, a tecnologia pode "auxiliar e facilitar a compreensão dos conteúdos matemáticos e desenvolver a imaginação e a criatividade" (CARNEIRO; PASSOS, 2014, p. 117), promovendo a formação de nova imagem com relação à disciplina, entendida como de memorizações de fórmulas e aplicações mecânicas. (*ibid*).

No entanto, cabe ao professor clareza de que as tecnologias não ensinam, efetivamente, sozinhas, Bueno e Gomes (2011), em Martini e Bueno (2014, p. 389), destacam que as tecnologias "não são por si mesmas educativas, pois, para isso, dependem de uma proposta pedagógica [...]". Nessa mesma linha, Miranda (2007) enfatiza não ser suficiente o computador e acesso à internet nas escolas para se obter resultados positivos quanto à aprendizagem dos estudantes, embora seja esse o primeiro passo ao se almejar um ensino com a adoção de tecnologias.

> [...] se o professor dominar estas novas ferramentas poderá apoiar os alunos a explorar as potencialidades destes novos sistemas de tratamento e representação da informação. A escrita pode exprimir-se de um modo mais flexível e prático quando se usa um processador de texto. Fazer e transformar gráficos pode ser uma actividade(sic) compensadora. (MIRANDA, 2007, p. 45).

No ensino de matemática, recursos tecnológicos têm se mostrado rico potencial para a abordagem de diversos conteúdos, uma vez que, com a mediação de recursos tecnológicos, altera-se "[...] o modo de conceber o desenho, de pensar um gráfico, de classificar as coisas, pois assentam em formalismos diferentes dos tradicionais. Exigem novas aprendizagens e aumentam as antigas". (MIRANDA, 2007, p. 45). Entretanto, como o mesmo autor destaca, algumas ações têm levado a aborrecimentos, quando o professor entende que o uso de recursos tecnológicos acarreta aprendizagens por mera transferência analógica, sem uma estruturação formal.

Para Moran (2013), não é a adoção deste ou daquele recurso tecnológico que vai garantir a aprendizagem, pois essa depende do estudante e dos entes envolvidos como, projeto pedagógico, gestão escolar, e, também, das interações estabelecidas entre estudante-professor e estudante-estudante. Sendo assim, ao adotar o trabalho com tecnologias educativas junto a estudantes que não estão habituados em utilizá-las, o professor deve estar preparado, pois os discentes podem vê-las como um meio de entretenimento e diversão, o que impede alcançar o objetivo almejado. Conforme enfatiza Carneiro e Passos (2014, p. 117), isso se deve por "ser um ambiente no qual os estudantes não estão familiarizados e manuseando um software ou a Internet que contém imagens, sons, animações que podem desviar a atenção dos conteúdos matemáticos".

Porém, se o estudante dominar o uso das tecnologias educativas, entenderá que, com esses meios, ele será o responsável pela própria aprendizagem e o professor, um mediador e problematizador. Como é destacado por D'Ambrósio (2008) em Martini e Bueno (2014), a função do professor se altera de detentor do conhecimento para gerenciador e facilitador do conhecimento, o qual, por meio de interação com os estudantes, fornece as condições para a elaboração de novos conhecimentos. No entanto, para se alcançar resultados significativos no ensino com a mediação tecnológica, não basta apenas incorporá-la, como destacam Martini e Bueno (2014), é necessária uma mudança na concepção do professor quanto à forma de aquisição de conhecimento pelos estudantes.

Quando adotados os recursos tecnológicos, é necessário aproveitá-los para estimular o desenvolvimento do senso crítico e da autonomia dos estudantes, mostrar a eles as potencialidades de autoconhecimento por meio de pesquisas, é uma possibilidade. Segundo Miranda (2007, p. 45), para se ter conhecimento com significado a partir da mediação tecnológica, é necessário conceber a aprendizagem como um processo “(re)construtivo, cumulativo, auto-regulado, intencional e também situado e colaborativo.”.

Isso confere uma mudança na postura do professor em sala de aula. Se ele pretende que o ensino e a aprendizagem dos estudantes sejam mediados por recursos tecnológicos, é necessária uma postura de mediador e facilitador do conhecimento, ou seja, o professor não é mais o centro do processo educativo, todavia, sua função é primordial no acompanhamento dos estudantes nos debates e no direcionamento das atividades.

3.2.4 Modelagem Matemática na Educação Matemática

A Modelagem Matemática é uma tendência metodológica para o ensino e aprendizagem de Matemática com uma longa trajetória. No Brasil, ela teve sua origem com os trabalhos de Aristides C. Barreto, Ubiratan D’Ambrósio e Rodney C. Bassanezi, no final da década de 1970 e início de 1980. A partir do trabalho desses autores, a Modelagem Matemática angariou diversos adeptos que acreditam nas potencialidades dessa tendência metodológica.

Em Huf (2016) são sistematizados encaminhamentos e algumas concepções para cada prática de modelagem, sob o ponto de vista de cada autor para o ensino e aprendizagem de Matemática, conforme Quadro 7.

Quadro 7 – Concepções de Modelagem Matemática e encaminhamentos de atividades em cada concepção

Autores	Concepção	Encaminhamento de atividades com modelagem matemática
Barbosa	‘Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade.’ (BARBOSA, 2001, p. 6).	Não sugere etapas, mas destaca que as atividades podem ser desenvolvidas seguindo três casos a partir de um convite ao aluno. Caso 1: O professor propõe o problema, traz todas as informações necessárias para resolução, ficando para o aluno a responsabilidade de construir o modelo e encontrar a solução do problema. Caso 2: O professor traz o problema que geralmente é de áreas distintas, ou seja, diferentes áreas do conhecimento que não pertencem à Matemática, cabendo aos alunos a busca pelos dados para resolver o problema. Caso 3: Este é um pouco diferente, pois, aqui o tema pode ser escolhido pelo professor ou pelos alunos. Os alunos têm um pouco mais de participação, pois, trazem o problema e integram-se em todas as etapas para resolver o problema, isto é, buscam informações que possibilitem a criação do modelo bem como a validação deste.
Bassanezi	‘Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.’ (BASSANEZI, 2004, p. 24)	Segue os passos: Experimentação; Abstração; Resolução; Validação; Modificação e Aplicação.
Biembengut	Modelagem é o ‘processo que envolve a obtenção de um modelo.’ (BIEMBENGUT, 1999, p. 20)	Segue três etapas: Interação - etapa na qual se reconhece a situação-problema e se familiariza com o assunto a ser modelado; matematização: etapa esta em que se formula e resolve o problema em termos do modelo; modelo Matemático: etapa final na qual se interpreta a solução e se valida o modelo. Para implementar a Modelagem Matemática na prática do ensino da matemática, Biembengut e Hein (2003) sugerem cinco passos: diagnóstico sobre os alunos, escolha do tema, desenvolvimento do conteúdo programático, orientações de

		modelagem e avaliação do processo.
Caldeira	A Modelagem Matemática constitui-se em um sistema de aprendizagem (CALDEIRA, 2005). Para o autor, a Modelagem não é apenas um '[...] método de ensino e aprendizagem, mas uma concepção de educação matemática possível de incorporá-la nas práticas de professores e professoras.' (CALDEIRA, 2009, p. 1).	Não sugere etapas – 'como a modelagem é considerada um sistema, ela pode assumir diferentes encaminhamentos de acordo com as necessidades para o desenvolvimento do trabalho. A posição do autor também parece desenvolver-se em uma perspectiva antropológica'. (KLÜBER e BURAK 2008, p. 31)
Almeida	'a Modelagem Matemática constitui-se em uma alternativa pedagógica na qual se faz uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático, que mostra aplicações da Matemática em diferentes áreas do conhecimento.' (ALMEIDA e BRITO, 2005).	O desenvolvimento de uma atividade de Modelagem constitui-se em um conjunto de ações, tais como: coletar informações, identificar e selecionar variáveis, elaborar hipóteses, simplificar, obter uma representação matemática (modelo matemático), resolver o problema por meio de procedimentos adequados e analisar a solução, o que implica numa validação e oportuniza afirmar a sua aceitabilidade, ou não.
Burak	A Modelagem Matemática '[...] constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.' (BURAK, 1992, p. 62).	A modelagem para fins de encaminhamento didático parte de dois princípios básicos: 1) o interesse do grupo ou dos grupos participantes e 2) a obtenção de informações e dados, sempre que possível, devem ser coletados no ambiente foco do interesse do grupo. Na sequência segue cinco etapas norteadoras: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto do tema; e análise crítica das soluções.

Fonte: Huf (2016, p. 31 - 33).

Conforme explicitado no Quadro 7, na Educação Matemática encontramos diferentes modos de ver e conceber a Modelagem Matemática. Embora sejam perspectivas diferenciadas, segundo ponto de vista distintos, todos os adeptos dessa metodologia esperam que, ao ser trabalhada em aulas, ela apresente resultados positivos para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, uma vez que com as práticas de modelagem os estudantes percebem o sentido e o significado de cada conteúdo estudado. Assim, intrigantes questionamentos como, "Para que serve isso? ou "Quando vou usar esse conteúdo?" deixam de ser questões que a maior parte dos estudantes tem ao estudar matemática.

Dentre as concepções apresentadas, adotamos a proposta de Burak (1992) por nos identificarmos com os encaminhamentos para o desenvolvimento de atividades/práticas junto aos estudantes da Educação Básica. A seguir, apresentamos a dissertação e a tese de Burak, defendidas, respectivamente, em 1987 e 1992. Na sequência, destacamos como se dá o desenvolvimento de uma atividade na concepção do autor.

Em sua dissertação de mestrado, Burak (1987), por atuar como docente na Educação Básica, expressa sua preocupação em tornar o ensino da matemática mais significativo para a vivência dos estudantes. Assim, esse autor concebe a Modelagem Matemática como uma alternativa metodológica, emergente na época, com grande potencial para ser implementada na Educação Básica, uma vez que, na perspectiva de Burak (1987), confere, quando comparada ao ensino tradicional, mais liberdade para os estudantes raciocinarem, conjecturarem, desenvolverem senso crítico, habilidade de argumentação, estimulando a curiosidade e a motivação em estudar.

Em sua tese de doutorado, Burak (1992) amplia os estudos e fundamenta uma concepção de Modelagem Matemática voltada para a Educação Básica. Burak (1992) passa a considerar dois princípios básicos para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática na Educação Básica, sendo eles, o interesse dos envolvidos e a obtenção dos dados no local onde reside o interesse, sempre que possível. Ao se considerar esses dois princípios, já se garante uma motivação interna, e isso pode favorecer o estudo da Matemática, que se inicia pelo interesse dos estudantes por um assunto determinado, mas que, no percurso da prática, trará sentido e significado aos conteúdos matemáticos e não matemáticos que emergirão.

Burak (1992, 2004, 2010, 2012 e 2019), além de considerar os dois princípios mencionados, propõe cinco etapas direcionadoras para o desenvolvimento de uma prática de modelagem matemática, a saber: escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos relacionados ao tema; e, análise crítica das soluções.

A escolha do tema se constitui um momento rico em sala de aula, pois os estudantes, individualmente ou em grupos, podem propor temas de seus interesses a serem estudados. Desde esse momento, já se trabalha a capacidade de argumentação, pois os estudantes defendem seu posicionamento a respeito do tema escolhido. O professor, como mediador das atividades, pode também propor temas que possam gerar interesse nos estudantes, no entanto, a decisão final pelo tema escolhido deve ser dos estudantes, pois, muitas vezes, um tema que é de interesse do professor pode não ser dos estudantes. Na escolha do tema não há necessidade de se preocupar com os conteúdos matemáticos, esses conteúdos emergiram a partir dos problemas levantados com base nas pesquisas realizadas.

Definido o tema a ser estudado, parte-se para a segunda etapa da atividade que é a pesquisa exploratória, que trará sustentação para as demais etapas, pois, como menciona Burak (2019, p. 102), “não se pode intervir, de forma adequada, numa realidade não conhecida”. Assim, por meio da pesquisa, os estudantes desvendam o desconhecido, investigam em profundidade os diversos aspectos, tanto qualitativos quanto quantitativos, que compõem o tema escolhido. Essa pesquisa pode ser realizada com apoio da *internet,* do acervo da biblioteca da escola, por meio de entrevistas com pessoas experientes na área em questão e, até mesmo, uma investigação em campo. É a pesquisa que proporcionará embasamento para a elaboração dos problemas.

No entanto, casos em que o tema escolhido já seja familiar aos estudantes, pode ocorrer uma inversão da etapa de pesquisa com a de elaboração de problemas. Os estudantes podem elaborar alguns problemas e recorrer à pesquisa para solucioná-los. Por esse motivo é que Burak, desde 1992, em sua tese, não define as etapas para o encaminhamento de uma atividade como rígidas, ou seja, a serem seguidas uma após outra.

Com base nos dados coletados ou no conhecimento dos estudantes quando o tema é familiar, prossegue-se para o levantamento dos problemas. Nessa etapa, os estudantes são incentivados a discutir nos grupos “sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos” (KLÜBER; BURAK, 2008, p. 21).

Conforme Burak (2019, p. 103), a ação investigativa empreendida na análise dos dados numéricos obtidos permite “a discussão e o estabelecimento de relações que impulsionam o desenvolvimento do pensamento lógico e coerente.”. Na etapa de levantamento dos problemas, o professor pode atuar como mediador, auxiliando os estudantes a perceberem as relações que podem ser estabelecidas em forma de problemas. Cabe mencionar que o professor, na postura de mediador, não fornece problemas prontos para os estudantes, porém, auxilia-os a interpretar os dados coletados para vislumbrarem tanto aspectos matemáticos quanto não matemáticos.

Elaborados os problemas, parte-se para a etapa da resolução dos problemas e desenvolvimento dos conteúdos relacionados ao tema. Nessa etapa é que se buscam os conteúdos matemáticos necessários, os quais “ganham importância e significado” (BURAK, 2019, p. 103). Quando o conteúdo necessário para a resolução de um problema levantado ainda não é de conhecimento dos estudantes, cabe ao professor, enquanto mediador do conhecimento científico, sistematizá-lo, auxiliando os estudantes na compreensão.

Se o problema for apenas de um grupo, o professor pode levar ao conhecimento de toda a classe e juntos trabalharem em prol do desenvolvimento do conteúdo, objetivando a resolução do problema. Assim, os conteúdos matemáticos ganham sentido e não se tornam algo solto a ser aprendido apenas com o foco em uma avaliação, a ser realizada ao final de um ciclo escolar.

Resolvido o (s) problema (s) ou as situações problemas, prossegue-se para a análise crítica das soluções. Nessa etapa, os estudantes podem apresentar suas soluções aos demais e receber apontamentos, tanto dos colegas, quanto do professor. Também, nessa, analisa-se a viabilidade e/ou aplicabilidade da solução encontrada, pois, muitas vezes, um problema é resolvível matematicamente, mas é inviável quando aplicado na prática. Além dos aspectos matemáticos envolvidos, podem-se discutir os aspectos não matemáticos, como “cuidados com a linguagem, com as restrições que se fazem necessárias em muitas ocasiões” (BURAK, 2019, p. 104). Os aspectos não matemáticos ganham atenção, pois “são formadores de valores e de atitudes permanentes e essenciais para a formação.” (*ibid*).

3.2.5 Jogos como metodologia de ensino

As crianças aprendem muito a partir de brincadeira, pois é por meio dela que se desenvolvem e evocam ações que só podem se concretizar, efetivamente, na fase adulta. No entanto, “quando a criança imita os mais velhos em suas atividades culturalmente e/ou socialmente padronizadas, ela gera oportunidades para o seu próprio desenvolvimento intelectual.” (GRANDO, 2000, p. 22).

Dentre as brincadeiras se destaca o jogo que deve “[...] ser utilizado como elemento formativo na infância e na adolescência. A atividade lúdica é um elemento metodológico ideal para dotar as crianças de uma formação integral” (ORTIZ, 2005, p. 9).

Com adoção de jogos na Educação Básica, o interesse dos estudantes é despertado, sentindo-se motivados em participar dessas atividades. Esse é o motivo pelo qual a tendência metodologia de Jogos se faz presente nesse trabalho, visto que temos como princípio que o interesse é um dos principais requisitos para o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa no nível de ensino em questão.

No contexto de ensino, os jogos já têm uma longa trajetória na busca de tornar o ensino e a aprendizagem um processo mais dinâmico. Segundo Grando (2000), Platão (428-7 a.C a 348-7 a.C) já adotava, ao ensinar seus discípulos, jogos com palavras e/ou de jogos lógicos. Essa autora destaca, ainda, importante obra do século XVII, a “Didática Magna”, na qual já se defendia a adoção dos jogos para o ensino. Nessa obra, o autor Comenius apresenta alguns “princípios didáticos ‘infalíveis’” (GRANDO, 2000, p. 2) a serem usados no ensino e aprendizagem, como a “utilização de materiais, simulações (jogos) e situações concretas como fontes enriquecedoras de aprendizagem com facilidade e solidez” (ibid).

A inserção do jogo no processo de ensino e aprendizagem em sala de aula é defendida por Grando (2000) em uma perspectiva que considera o estudante como sujeito do processo em busca de um ensino com sentido e significado. Um ensino que lhe favoreça “[...] à imaginação, à criação, à reflexão, enfim, à construção e que lhe possibilite um prazer em aprender, não pelo utilitarismo, mas pela investigação, ação e participação coletiva de um ‘todo’ que constitui uma sociedade crítica e atuante (GRANDO, 2000, p. 15).

Conforme a aludida autora (2000), a postura adotada pela criança, suas atitudes e as emoções expressas durante o ato de jogar são as mesmas desejadas para a aquisição do conhecimento científico transmitido pela escola. Então, por que não aliar os jogos como meio para tornar os estudantes mais participativos, comprometidos com o ato de aprender, uma vez que a escola espera um estudante

> [...] participativo, envolvido na atividade de ensino, concentrado, atento, que elabore hipóteses sobre o que interage, que estabeleça soluções alternativas e variadas, que se organize segundo algumas normas e regras e, finalmente, que saiba comunicar o que pensa, as estratégias de solução de seus problemas. (GRANDO, 2000, p. 17).

Grando (2000, p. 18) recorre a uma definição de Petty (1995) que destaca que “Jogar é uma das atividades em que a criança pode agir e produzir seus próprios conhecimentos”. Assim, Petty (1995) defende o jogo não para substituir as atividades de sala de aula, mas para ser utilizado como um meio conciliado à rotina escolar, estimulando a construção de conceitos.

Ortiz (2005, p. 28) defende a adoção de jogos no ensino como uma base para se evitar o fracasso escolar, uma vez que, segundo ele, evitar esse fracasso consiste em “Desenvolver a inteligência emocional, fomentar a curiosidade, estimular o senso de humor, bem como o estado de espírito, além de alcançar a felicidade”.

Voltando-se ao ensino de Matemática, Grando (2015, p. 395) destaca:

> Entendemos que há uma necessidade de se compreender que o uso de materiais manipulativos possibilita aos alunos uma visualização e uma possibilidade de representação de relações matemáticas que algumas vezes desejamos, enquanto professores, que o aluno compreenda. O seu uso não se justifica, somente, por envolver os alunos e motivá-los à aprendizagem, mas mobilizá-los a estabelecer relações, observar regularidades e padrões, pensar matematicamente.

Essa autora ainda destaca duas formas em que os jogos podem ser propostos em aulas de matemática. Na primeira delas, enquadram-se os jogos criados pelos professores, ou buscado pronto, a propósito de abordar um conteúdo específico. Na segunda, o professor busca os jogos que já são conhecidos e utilizados pelos estudantes e explora a matemática a partir desse jogo. Grando (1995, p. 52-53) elenca alguns tipos de jogos:

> 1) Jogos de azar: são aqueles que dependem apenas da sorte para haver um vencedor, pois o jogador não pode interferir no resultado.
> 2) Jogos quebra-cabeça: são aqueles em que o jogador, em geral, joga sozinho e sua solução inicialmente é desconhecida.
> 3) Jogos de estratégia: são os que dependem exclusivamente do jogador, pois o fator sorte não interfere. O jogador precisa elaborar uma estratégia para tentar vencer.
> 4) Jogos de fixação de conceitos: são os que têm como objetivo a fixação de conceitos em uma determinada disciplina.
> 5) Jogos computacionais: são projetados e executados em ambiente computacional.

Ao ser proposta aos estudantes uma atividade que envolva jogos, conforme destaca Grando (2000), e também comprovada por grande parte dos professores atuantes na Educação Básica, o primeiro ato dos estudantes é de contentamento. Maior parte deles já se sente motivados em participar, “o interesse está garantido pelo prazer que esta atividade lúdica proporciona” (GRANDO, 2000, p. 26). Isso na Teoria da Aprendizagem Significativa relaciona-se à predisposição do estudante em aprender, se ele tem a predisposição e o material é potencialmente significativo, está firmada a base para que ocorra uma aprendizagem significativa.

No entanto, a adoção de um jogo em sala de aula não garante a aprendizagem, (FIORENTINI; MIORIN, 1990), uma vez que, para que a aprendizagem se concretize, Grando (2000, p. 26) destaca como “necessário o processo de intervenção pedagógica”, ou seja, é a intervenção do professor que irá possibilitar a aprendizagem ou não de conceitos, caso contrário, tem-se apenas o jogo pelo jogo.

Nesse contexto, Nacarato (2005) corrobora e chama a atenção para os cuidados ao se adotar qualquer material em sala de aula, tendo em vista que o que propicia ou não a aprendizagem é a forma como é conduzida a utilização desse material. Para apoiar esse embasamento, Nacarato (2005, p. 5) apresenta uma reflexão de Schliemann; Santos; Costa, (1992): “Não é o uso específico do material concreto, mas, sim, o significado da situação, as ações da criança e sua reflexão sobre essas ações que são importantes na construção do conhecimento matemático”.

Assim, ao professor interessado em adotar atividades com jogos em sala de aula, cabem alguns questionamentos, destacados por Flemming e Mello (2003, p. 43), para se ter clareza dos caminhos a serem percorridos: “a) Qual é o objetivo que pretendo atingir? Conheço um jogo adequado? b) Vou precisar fazer uma adaptação? c) Quais materiais necessários para aplicar o jogo escolhido? Como aplicá-lo?”.

As ações do professor perante atividades com jogos são destacadas por Grando (2000, p. 36), ao mencionar que cabe ao professor não se isolar do processo, mas ser um integrante ativo, por meio de observações, adotando postura de

> [...] juiz e organizador, ora como questionador, enriquecendo o jogo, mas evitando interferir ‘muito’ no seu desenrolar. Portanto, como um elemento mediador entre os alunos e o conhecimento, via a ação do jogo. Neste aspecto, o professor-orientador da ação com os jogos se apresenta como o grande dinamizador da relação que se estabelece na sala de aula entre o Jogar? ‘Fazer Matemática’? Aprender Matemática.

Para Fiorentini e Miorin (1990), o ensino por meio de jogos pode se dar em dois momentos, no início do ensino de um conteúdo ou no final. Conforme esses autores, para a introdução de um novo conteúdo, o jogo tem por finalidade despertar o interesse dos estudantes, e, ao final de um conteúdo, o jogo objetiva fixar e reforçar o entendimento a seu respeito.

Já para Grando (2000), apoiando-se em Moura (1992) e em Mendonça (1993), os processos desenvolvidos pelo jogo assemelham-se aos da resolução de problemas, assim, aquela autora entende que, por meio do jogo no ensino de matemática, pode-se desenvolver a formação de conceitos.

> Constata-se que o processo desencadeado pelo jogo é semelhante ao desenvolvido na resolução de um problema, embora, na situação de jogo, o problema se apresente dinâmico, ou seja, como um *problema em movimento* (Moura,M., 1992a). Assim sendo, o jogo, definido como um gerador de situações-problema e desencadeador da aprendizagem do aluno, insere-se numa interpretação de resolução de problemas (Mendonça, 1993) que considera o problema como ponto de partida para a formação de conceitos. Assim, o jogo se apresenta como um problema que 'dispara' para a construção do conceito, mas que transcende a isso, na medida em que desencadeia esse processo de forma lúdica, dinâmica, desafiadora e, portanto, mais motivante ao aluno. (GRANDO, 2000, p. 33).

Grando (2000) destaca que é possível que o jogo seja desenvolvido sem que os estudantes percebam os conceitos matemáticos envolvidos, se atendo apenas ao lúdico. Isso, segundo a autora, resulta da ação do professor que não se empenhou "em explorar as possibilidades do jogo em relação às noções e conceitos matemáticos" (*ibid*, p. 56).

Assim, essa autora destaca que a formação de conceitos é resultado da intervenção pedagógica do professor, enquanto um orientador das ações e não apenas do ato de jogar, porque a "[...] aprendizagem não está no jogo, mas nas intervenções realizadas" (GRANDO, 2000, p. 59). Para corroborar, Grando (2000, p. 59) destaca uma frase de Petty (1996): "Qualquer jogo, mas não de qualquer jeito.".

Ainda segundo Grando (2000), ao se adotar jogos em sala de aula, deve-se ter clareza das vantagens e desvantagens dessa tendência metodológica. Essas estão sistematizas no Quadro 8.

Quadro 8 – Vantagens e desvantagens da adoção de jogos em sala de aula

Vantagens	Desvantagens
- **fixação de conceitos** já aprendidos de uma forma motivadora para o aluno; - **introdução e desenvolvimento de conceitos** de difícil compreensão; - desenvolvimento de **estratégias de resolução de problemas** (desafio dos jogos); - aprender a **tomar decisões** e saber **avaliá-las**; - **significação** para conceitos aparentemente incompreensíveis; - propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (**interdisciplinaridade**);	- quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um **caráter puramente aleatório**, tornando-se um **'apêndice' em sala de aula**. Os alunos jogam e se sentem motivados apenas pelo jogo, **sem saber porque (sic) jogam**; - o **tempo gasto** com as atividades de jogo em sala de aula **é maior** e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo; - as **falsas concepções** de que se devem **ensinar todos os conceitos através de jogos**. Então as aulas, em geral,

- o jogo requer a **participação ativa do aluno** na **construção** do seu próprio **conhecimento**; - o jogo favorece a **socialização** entre os alunos e a conscientização do **trabalho em equipe**; - a utilização dos jogos é um fator de **motivação** para os alunos; - dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da **criatividade**, de **senso crítico**, da **participação**, da **competição** 'sadia', da **observação**, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do **prazer em aprender**; - as atividades com jogos podem ser utilizadas para reforçar ou recuperar habilidades de que os alunos necessitem. Útil no trabalho com alunos de diferentes níveis; - as atividades com jogos permitem ao professor identificar, diagnosticar alguns erros de aprendizagem, as atitudes e as dificuldades dos alunos.	transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno; - a **perda da 'ludicidade' do jogo** pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo; - a **coerção do professor**, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, **destruindo a voluntariedade** pertencente à natureza do jogo; - a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Fonte: Grando (2000, p. 35) [Grifos no original].

Assim, cabe ao professor, interessado em implementar algum tipo de jogo em sala de aula, avaliar o quanto essa tendência metodologia pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. E, antes de aplicar o jogo, ter clareza do ponto aonde pretende chegar e dos conceitos que busca inserir, desenvolver ou reforçar com o jogo escolhido. Isso para que o professor não venha a se decepcionar perante obstáculos que possam surgir, e para que os estudantes possam, ao final, observar que aprenderam, não se restringindo a atividade realizada em "jogar por jogar".

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica desta tese cobre duas grandes vertentes de pesquisas científicas, as teses e dissertações e os artigos científicos. Por meio dessa revisão, buscamos sistematizar o que já foi desenvolvido em estudos que abordaram a Teoria da Aprendizagem Significativa no campo da Educação Matemática, voltados para a Educação Básica. Para melhor apresentação, subdividimos este capítulo em dois subcapítulos: um para cada vertente.

4.1 Aprendizagem significativa na Educação Matemática: um olhar por meio de teses e dissertações[5]

O que direcionou a investigação foram estes questionamentos, que surgiram após o estudo da TAS: Em teses e dissertações da área os autores apresentam os principais princípios da TAS nos referenciais teóricos? De que maneira é operacionalizada, nas análises e discussões, os principais princípios da TAS na Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental?

Diante do campo de pesquisa, estabelecemos como meta desenvolver uma pesquisa bibliográfica a partir do Banco de Teses e Dissertações disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD[6], que possuía, até o momento da realização da pesquisa, afiliação com 124 instituições, disponibilizando um total de 497.790 dissertações e 183.102 teses que compõem esse acervo.

Para o levantamento dos trabalhos de interesse, com vistas às questões estabelecidas, foi adotada a combinação booleana· “Aprendizagem significativa” AND (“Educação Matemática” OR "Ensino de Matemática") AND ("Educação Básica" OR "Ensino Fundamental"). Essa combinação foi a que se mostrou mais abrangente e apresentou como resultados todos os trabalhos desenvolvidos com as tendências

5 Parte deste capítulo está publicado em uma artigo científico na revista Alexandria. Disponível em https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/67132. Acessado em 05/05/2021.
6 Disponível em <http://bdtd.ibict.br> Acessado em 16/03/2021.

metodológicas do escopo da pesquisa: a Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Jogos, Tecnologias e Leitura, Escrita e Compreensão de Textos.

Como resultados da busca na BDTD, foram obtidos oitenta e quatro trabalhos. A base de dados correspondente foi exportada em formato csv[7] e, para corrigir formatação da acentuação, foi aberta em bloco de notas e salva com a codificação ANSI e nome do arquivo.csv. Na sequência, a base de dados foi aberta em uma planilha eletrônica e organizada por ordem alfabética dos títulos e renomeados com o código T1, T2, T3,..., T84. A listagem completa com título, autor e ano desses trabalhos encontra-se no Anexo 1.

A partir de uma análise inicial, foi verificado que os resultados não abordavam, explicitamente, trabalhos com matemática desenvolvidos em sala de aula nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Diante disso, foram classificados conforme Quadro 9, abaixo:

Quadro 9 – Classificação inicial das dissertações e teses

Classificação inicial das dissertações e teses		**Quantidade**
Administração	T69	1
Anos Finais do Ensino Fundamental	T2; T3; T5; T6; T7; T9; T11; T13; T15; T17; T20; T23; T26; T28; T32; T33; T34; T38; T47; T49; T51; T52; T53; T55; T57; T62; T63; T66; T67; T68; T75; T78; T84	33
Anos Iniciais do Ensino Fundamental	T10; T29; T54; T72; T83	5
Ensino de Ciências	T8; T16; T18; T19; T30; T35; T36; T37; T40; T41; T44; T45; T46; T73	14
Ensino de Física	T25; T82	2
Ensino Médio	T22; T24; T27; T39; T42; T59; T60; T61; T64; T76; T77; T80	12
Ensino Superior	T12; T21; T43; T50; T56; T58; T74; T79	8
Formação de professores	T4; T14; T31; T48; T65; T70; T71	7
Não aplicado em sala de aula	T1	1
Total		**84**

Fonte: Autor (2021).

7 Os arquivos CSV (do inglês "Character-separatedvalues" ou "valores separados por um delimitador") servem para armazenar dados tabulares (números e texto) em texto simples. O "texto simples" significa que o arquivo é uma sequência de caracteres puros, sem qualquer informação escondida que o computador tenha que processar. Disponível em <https://ceweb.br/guias/dados-abertos/capitulo-35/> Acessado em 29 de Julho de 2019.

Conforme explicita o Quadro 9, dos oitenta e quatro trabalhos resgatados trinta e três são trabalhos voltados à Matemática aplicados em sala de aula nos Anos Finais no Ensino Fundamental, os quais são foco da pesquisa. Os demais trabalhos discutem aplicações na Administração (1), desenvolvidos nos Anos Iniciais (5), no Ensino de Ciências (14), no Ensino de Física (2), no Ensino Médio (12), desenvolvidos no Ensino Superior (8), na formação de professores (7) e um, que aborda os Anos Finais do Ensino Fundamental, porém, não foi aplicado em sala de aula. Trabalhos esses que, embora não sejam o foco da pesquisa, foram resgatados pelo potencial de varredura da BDTD, ou seja, em alguma parte do texto foi contemplada a combinação booleana de busca. Assim, destacaram-se os trabalhos de Ciências e de Física, resgatados por serem desenvolvidos em Programas de Pós-Graduação cujo termo “matemática” consta somente no nome do programa.

A seguir, no Quadro 10, são organizados os trinta e três trabalhos focos da pesquisa, por código, referência e título, desses um é uma tese de doutorado (T23) os demais são dissertações.

Quadro 10 - Apresentação dos trabalhos analisados

Cod.	Autor (Ano)	Título
T2	Silva (2017)	‘Nem tudo é por Bhaskara’: a aprendizagem significativa por meio da história em quadrinhos para o ensino da equação do segundo grau. (DISSERTAÇÃO)
T3	Goulart (2014)	A aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas. (DISSERTAÇÃO)
T5	Carvalho (2012)	A criação de ambientes favoráveis à aprendizagem significativa crítica em contextos de cursos regulares nas aulas de matemática. (DISSERTAÇÃO)
T6	Pontes (2011)	A educação matemática à luz de princípios da aprendizagem significativa e de suas implicações na interação professor-aluno conhecimento matemático em aula (DISSERTAÇÃO)
T7	Delatorre (2007)	A Educação Matemática e o software Cabri: uma pesquisa-ação com alunos de 7ª série do ensino fundamental. (DISSERTAÇÃO)
T9	Ribold (2019)	A linguagem de programação Scratch e o ensino de funções: uma possibilidade. (DISSERTAÇÃO)
T11	Mascarin (2017)	A utilização de atividades lúdicas e exploratórias no ensino e aprendizagem de matemática. (DISSERTAÇÃO)
T13	Silveira (2019)	Alunos surdos e o uso do software GeoGebra em matemática: possibilidades para a compreensão das equações de 2º grau. (DISSERTAÇÃO)
T15	Rossato (2014)	Análise de erros na divisão de números decimais por alunos do 6º ano do ensino fundamental. (DISSERTAÇÃO)

T17	Bailo (2011)	Análise dos usos da variável presente no caderno do aluno na introdução à álgebra da Proposta Curricular do Estado de São Paulo do Ensino Fundamental II de 2008 e 2009. (DISSERTAÇÃO)
T20	Hummes (2014)	Aprendizagem significativa de equações do primeiro grau: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor. (DISSERTAÇÃO)
T26	Benites (2011)	Cálculo nos anos iniciais do ensino fundamental: dúvidas e expectativa. (DISSERTAÇÃO)
T23	Jesus (2005)	As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa. (TESE)
T28	Modtkoski (2016)	Conceito matemático X algoritmo: construção do conhecimento ou simples mecanização? (DISSERTAÇÃO)
T32	Domingos (2013)	Desenvolvendo os conceitos de perímetro e de área no ensino fundamental. (DISSERTAÇÃO)
T33	Oliveira (2018)	Dominós como recurso didático para o ensino de matemática. (DISSERTAÇÃO)
T34	Lanuti (2015)	Educação Matemática e Inclusão Escolar: a construção de estratégias para uma aprendizagem significativa. (DISSERTAÇÃO)
T38	Bomfim (2017)	História da matemática e cinema: o caso da criptografia na introdução do ensino de álgebra. (DISSERTAÇÃO)
T47	Bohm (2018)	Multiplicação: ensinar e aprender em turmas de alunos surdos do Ensino Fundamental na Escola Especial Professor Alfredo Dub. (DISSERTAÇÃO)
T49	Souza (2016)	O ensino da matemática financeira na escola numa perspectiva de educação para vida. (DISSERTAÇÃO)
T51	Camargo (2014)	O ensino de estatística e matemática no 9° ano do Ensino Fundamental: uma abordagem versando sobre o tema água e consumo consciente. (DISSERTAÇÃO)
T52	Silva W. (2011)	O ensino de Matemática na Escola Pública: uma (inter)invenção pedagógica no 7º ano com o conceito de fração. (DISSERTAÇÃO)
T53	Pesente (2019)	O ensino de matemática por meio da linguagem de programação Python. (DISSERTAÇÃO)
T55	Soares (2008)	O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso. (DISSERTAÇÃO)
T57	Silva J. (2011)	O software régua e compasso como recurso metodológico para o ensino de geometria dinâmica. (DISSERTAÇÃO)
T62	Silva (2015)	O uso de jogos lúdicos como recurso facilitador da aprendizagem matemática. (DISSERTAÇÃO)
T63	Souza (2020)	O uso do Forms como ferramenta de avaliação no ensino da Matemática. (DISSERTAÇÃO)
T66	Santos (2018)	Os desdobramentos teóricos da proporcionalidade na escola de educação básica. (DISSERTAÇÃO)
T67	Elias (2018)	Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau. (DISSERTAÇÃO)

T68	Figueiredo (2013)	Possíveis relações entre competências de cálculo mental e iniciação algébrica de alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. (DISSERTAÇÃO)
T78	Gonçalves (2014)	Uma abordagem para a construção de triângulos e do Teorema de Pitágoras mediada pelo software SuperLogo. (DISSERTAÇÃO)
T75	Leitão (2015)	Tesselações no ensino de geometria euclidiana. (DISSERTAÇÃO)
T84	Costa (2015)	Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros. (DISSERTAÇÃO)

Fonte: Autor (2020).

As análises e o tratamento dos dados seguiram categorizações na perspectiva Bardin (2016). As categorias foram criadas *a priori* a partir dos princípios norteadores da TAS apresentados no referencial teórico, em seguida, buscaram-se os trabalhos que se enquadravam em cada categoria. A seguir, tratamos das análises e discussões.

4.1.1. Análises e discussões

Após, resgatadas as dissertações e teses da BDTD a serem analisadas, realizamos uma leitura minuciosa, com atenção voltada para o referencial teórico e para as descrições das atividades apresentadas e considerações e/ou conclusões. Por meio dessa leitura, buscamos verificar se os princípios norteadores da TAS foram abordados nos referenciais teóricos. Para isso, estabeleceu-se (x) para indicar a presença dos princípios em questão, enquanto (-) indica sua ausência. A Figura 3 destaca os resultados dessa análise.

Figura 3 – Resultados das análises nos referenciais teóricos

Princípios norteadores da TAS				T2	T3	T5	T6	T7	T9	T11	T13	T15	T17	T20	T23	T26	T28	T32	T33	T34
Subsunçores				X	X	X	X	X	X	"aprendizagem significativa" (LURIA, 1987)	X	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	X	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	"aprendizagem significativa" sem base teórica	x
Organizadores avançados (prévios)	Expositivo			-	-	X	-	-	-		-	X		X	X		-			-
	Comparativo			-	-		X	-	-		-			X			-			-
Material potencialmente significativo				X	-	X	X	-	-		-	-		X	X		X			-
Aprendizagem por recepção				X	-	X	-	-	-		-	X		X	X		X			-
Aprendizagem por descoberta				-	-	X	-	X	-			-		X	X		X			-
Diferenciação progressiva				X	-	X	X	-	-		-	X		-	X		-			-
Reconciliação integradora				X	-	X	X	-	-		-	-		-	-		-			-
Tipos de aprendizagem significativas	*Representacional*			X	-	-	X	-	-		-	X		-	X		-			-
	Conceitual			X	-	-	X	-	-		-	X		-	X		-			-
	Proposicional	Subordinada (de subsunção)	Derivativa	X	-	-	X	-	-		-	X		-	X		-			-
			Correlativa	X	-	-		-	-		-	X		-	X		-			-
		Subordinante		X	X	-		-	-		-	X		-	X		-			-
		Combinatória		X	-	-		-	-		-	X		-	X		-			-
Assimilação Obliterante				-	-	X	-	X	-		-	-		-	X		X			-
Avaliação da aprendizagem significativa				X	X	-	-	-	-		-	X		X	X		-			X
CONTINUAÇÃO																				

<table>
<tr><th colspan="4">Princípios norteadores da TAS</th><th>T38</th><th>T47</th><th>T49</th><th>T51</th><th>T52</th><th>T53</th><th>T55</th><th>T57</th><th>T62</th><th>T63</th><th>T66</th><th>T67</th><th>T68</th><th>T75</th><th>T78</th><th>T84</th></tr>
<tr><td colspan="4">Subsunçores</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td rowspan="16">"aprendizagem significativa" sem base teórica</td><td>X</td><td rowspan="16">"aprendizagem significativa" sem base teórica</td><td>X</td><td rowspan="16">"aprendizagem significativa" sem base teórica</td><td>X</td><td rowspan="16">Atividade não foi aplicada em sala de aula</td><td>X</td><td>X</td><td rowspan="16">"aprendizagem significativa" sem base teórica</td><td>X</td><td>X</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Organizadores avançados (prévios)</td><td colspan="3">Expositivo</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td rowspan="2">X</td><td>-</td><td rowspan="2">X</td><td rowspan="2">X</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="3">Comparativo</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="4">Material potencialmente significativo</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="4">Aprendizagem por recepção</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="4">Aprendizagem por descoberta</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="4">Diferenciação progressiva</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>X</td></tr>
<tr><td colspan="4">Reconciliação integradora</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>X</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Tipos de aprendizagem significativas</td><td colspan="3">Representacional</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="3">Conceitual</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Proposicional</td><td rowspan="2">Subordinada (de subsunção)</td><td>Derivativa</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td rowspan="2">X</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Correlativa</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Subordinante</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Combinatória</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="4">Assimilação Obliterante</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>X</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="4">Avaliação da aprendizagem significativa</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>X</td><td>-</td></tr>
</table>

Fonte: Autor (2021)

A partir do levantamento, verificamos que oito trabalhos (T17, T26, T32, T33, T52, T55, T62 e T75) dos trinta e três pertencentes ao *corpus* da pesquisa empregam o termo aprendizagem significativa sem um marco teórico para o sustentar, sendo empregado pelos autores, apenas para caracterizar o resultado de uma atividade prática bem sucedida. A observação do emprego desse termo vem ao encontro do que destaca Soares (2009, p. 52):

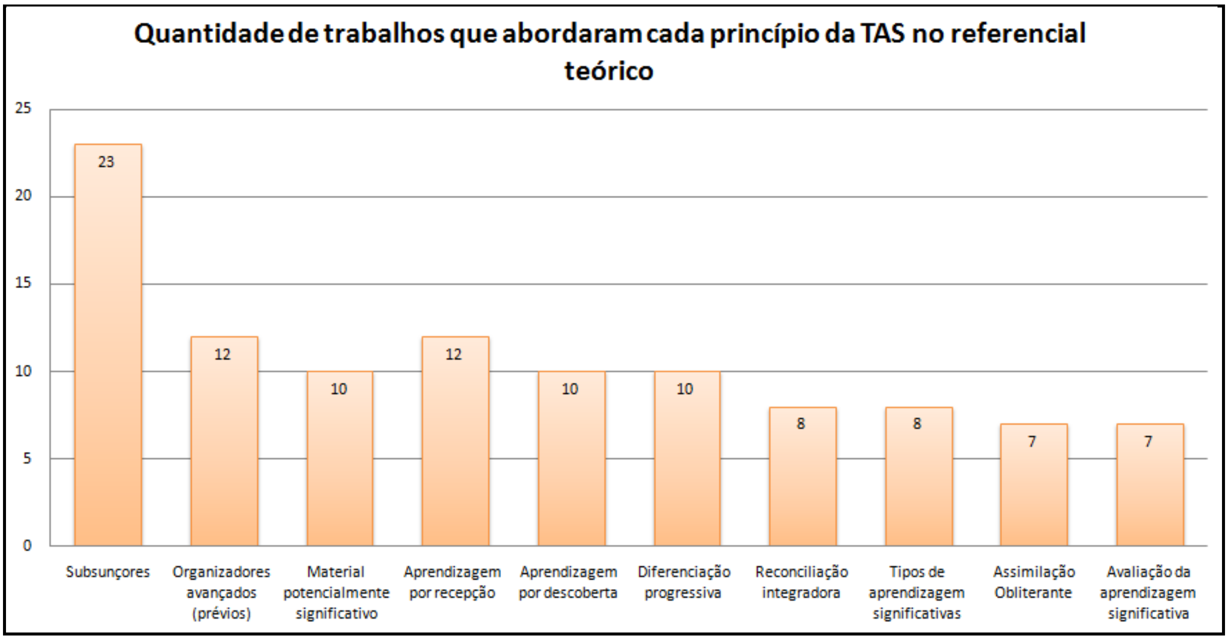
> Atualmente, tornou-se comum o uso do termo 'aprendizagem significativa' em pesquisas na área educacional voltadas para a aprendizagem escolar. Mas nos parece que esse termo está sendo utilizado de forma banalizada, sem se fazer referência ao real significado do conceito, sem sequer se fazer um estudo teórico tomando como suporte os autores que desenvolveram a Teoria da Aprendizagem Significativa.

Segundo esse autor, é necessário mais reflexão a respeito do que verdadeiramente é uma aprendizagem significativa, para que não se propague o erro da adoção do termo em contextos distintos do real sentido, "como se fora objeto de milagre e consequente cura para todos os males do ensino-aprendizagem" (SOARES, 2009, p. 53).

Juntando-se a esses trabalhos que não foram marcados com X ou – na Figura 3, estão T11 e T66. A dissertação T11 discute aprendizagem significativa sem abordar a perspectiva de Ausubel ou de seus colaboradores, mas se apoia na perspectiva de Luria (1987), referenciada em Oliveira (1995), concepção que, conforme a autora de T11, se ocorrer uma mudança na estrutura cognitiva, a aprendizagem já é caracterizada como aprendizagem significativa. A dissertação T66 propõe uma Sequência Didática para o ensino de proporcionalidade no 9º ano, no entanto, o caracterizamos como um trabalha teórico, por não ter sido aplicado em sala de aula pela autora.

Dessa forma, analisamos vinte e três trabalhos que desenvolveram atividades em sala de aula nos Anos Finais do Ensino Fundamental e adotaram como embasamento a TAS. Nesses trabalhos verificamos, inicialmente, a presença dos princípios norteadores da TAS nos referenciais teóricos, o resultado das análises está sistematizado no Gráfico 1.

Gráfico 1 – Presença dos princípios norteadores da TAS nos referenciais teóricos dos trabalhos analisados



Fonte: Autor (2021)

Conforme mostra o Gráfico 1, o princípio mais abordado foi o de subsunçor, presente no referencial de todos os trabalhos. Na sequência, aparecem os organizadores avançados (prévios) referenciados em doze trabalhos. No entanto, em apenas cinco (T20, T38, T51, T53, T84) esses foram diferenciados em expositivo e comparativo, e, em um trabalho (T6), referenciado apenas organizar prévio comparativo.

Também abordada em doze trabalhos foi a aprendizagem por recepção (T2, T5, T15, T20, T23, T28, T38, T51, T53, T57, T68, T78). Desses trabalhos, verificamos que três (T2, T15, T51) não descreveram sobre aprendizagem por descoberta. Apenas um trabalho (T7) referenciou aprendizagem por descoberta sem menção à aprendizagem por recepção.

Quanto ao princípio da diferenciação progressiva, ele foi referenciado em dez trabalhos (T2, T5, T7, T20, T23, T28, T38, T53, T67, T84). Desses, três não abordaram o princípio de reconciliação integradora (T7, T20, T28), e um trabalho (T6) o abordou sem, no entanto, fazer menção à diferenciação progressiva.

Em relação aos tipos de aprendizagem, eles foram abordados em oito (T2, T3, T6, T15, T23, T51, T53, T68) dos vinte e três, embora apenas em quatro deles (T02, T15, T23, T53) são destacados os três tipos de aprendizagem (representacional, conceitual e proposicional), explicitando a diferenciação entre a proposicional subordinada derivativa e correlativa, bem como a proposicional subordinante e combinatória. Desses oito trabalhos, um (T3) referencia apenas a aprendizagem proposicional subordinante, sem menção aos outros tipos, e T6 aborda a aprendizagem proposicional sem classificá-la quanto à subordinada, subordinante e combinatória.

A assimilação obliterante e a avaliação da aprendizagem foram referenciadas em sete trabalhos, respectivamente, em T5, T7, T23, T28, T53, T68 e T78 e em T2, T3, T15, T20, T23, T34 e T78.

Assim, por meio da leitura do Gráfico 1, observou-se nos trabalhos selecionados a prevalência de abordagem do princípio subsunçor, o qual, para a TAS é o princípio que efetivamente influencia a aprendizagem dos estudantes. Sendo assim, cabe ao professor descobri-los e adotá-los como ponto de partida para desenvolver novos conceitos.

Embora os subsunçores sejam de grande importância em contexto da teoria, eles não são os únicos, e, por si, só não garante uma aprendizagem significativa. Assim, dá-se a relevância de se abordar e transitar pelos demais conceitos, não somente quando está se tratando do referencial teórico, mas como são evidenciados no decorrer de atividades práticas em sala de aula, que almejam a aprendizagem significativa.

Na sequência (Figura 4), passamos a analisar as descrições das atividades realizadas em sala de aula, as discussões e as considerações apresentadas pelos autores das dissertações e teses, objetivando verificar a presença dos principais princípios da TAS.

Figura 4 – Análises da presença dos principais princípios da TAS nas descrições das atividades realizadas em sala de aula, nas discussões e nas considerações

Princípios norteadores da TAS				T2	T3	T5	T6	T7	T9	T11	T13	T15	T17	T20	T23	T26	T28	T32	T33	T34
Subsunçores				X	X	X	X	X	X	"aprendizagem significativa" (LURIA, 1987)	X	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	X	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	"aprendizagem significativa" sem base teórica	x
Organizadores avançados (prévios)	Expositivo			-	-	X	-	-	-		-	X		X	-		-			-
	Comparativo			-	-		X	-	-		-			X	-		-			-
Material potencialmente significativo				X	-	X	X	-	-		-	-		X	-		-			-
Aprendizagem por recepção				X	-	-	-	-	-		-	X		-	-		-			-
Aprendizagem por descoberta				-	-	-	-	-	-			-		-	-		-			-
Diferenciação progressiva				-	-	X	X	-	-		-	X		-	-		-			-
Reconciliação integradora				-	-	-	X	-	-		-	-		-	-		-			-
Tipos de aprendizagem significativas	*Representacional*			-	-	-	-	-	-		-	-		-	-		-			-
	Conceitual			-	-	-	-	-	-		-	-		-	-		-			-
	Proposicional	Subordinada (de subsunção)	Derivativa	-	-	-	-	-	-		-	-		-	-		-			-
			Correlativa	-	-	-	-	-	-		-	-		-	-		-			-
		Subordinante		-	X	-	-	-	-		-	-		-	-		-			-
		Combinatória		-	-	-	-	-	-		-	-		-	-		-			-
Assimilação Obliterante				-	-	-	-	-	-		-	-		-	-		-			-
Avaliação da aprendizagem significativa				X	-	X	-	-	-		-	X		X	-		-			-

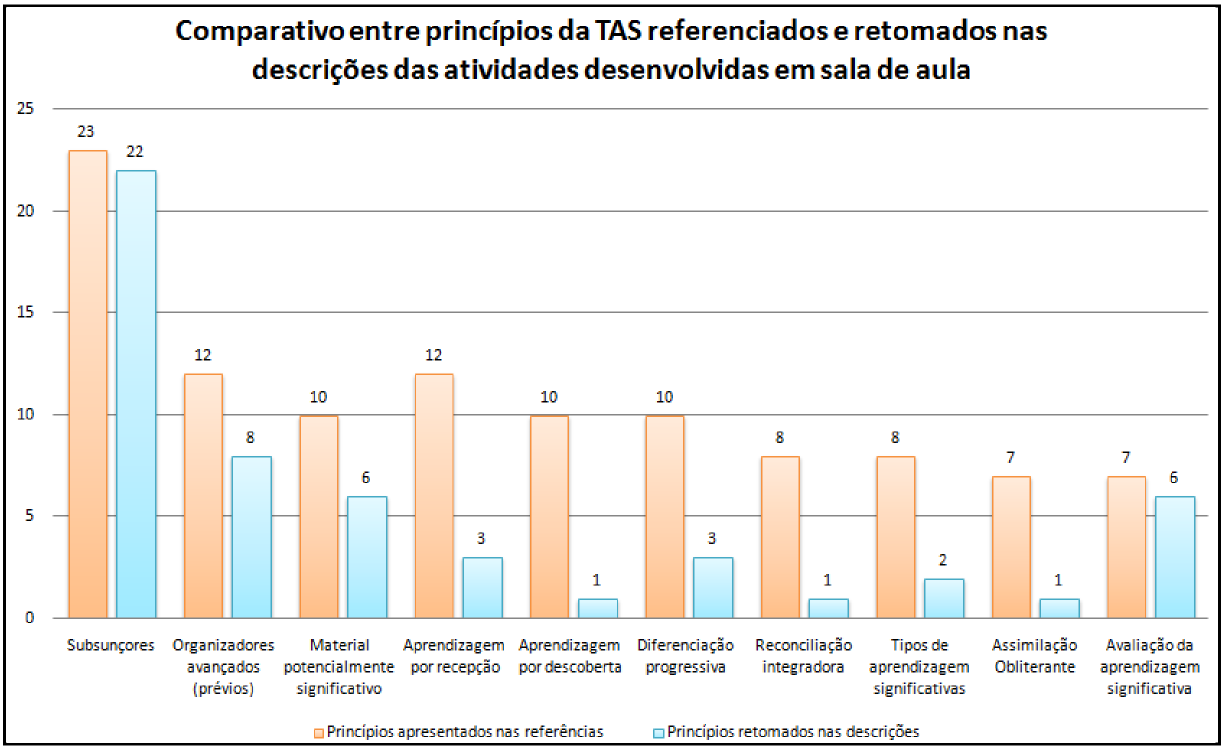
CONTINUAÇÃO

Princípios norteadores da TAS				T38	T47	T49	T51	T52	T53	T55	T57	T62	T63	T66	T67	T68	T75	T78	T84	
Subsunçores				-	X	X	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	X	Atividade não foi aplicada em sala de aula	X	X	"aprendizagem significativa" sem base teórica	X	X	
Organizadores avançados (prévios)	Expositivo			x	-	-	-		-		-		X		-	-		X	X	
	Comparativo				-	-	-		-		-				-	-				
Material potencialmente significativo				-	-	-	-		-		-		X		-	-		-	X	
Aprendizagem por recepção				-	-	-	-		-		X		-		-	-		-	-	
Aprendizagem por descoberta				-	-	-	-		-		X		-		-	-		-	-	
Diferenciação progressiva				-	-	-	-		-		-		-		-	-		-	-	
Reconciliação integradora				-	-	-	-		-		-		-		-	-		-	-	
Tipos de aprendizagem significativas	*Representacional*			-	-	-	-		X		-		-		-	-		-	-	
	Conceitual			-	-	-	-		X		-		-		-	-		-	-	
	Proposicional	Subordinada (de subsunção)	Derivativa	-	-	-	-		X		-		-		-	-		-	-	
			Correlativa	-	-	-	-				-		-		-	-		-	-	
		Subordinante		-	-	-	-		X		-		-		-	-		-	-	
		Combinatória		-	-	-	-		-		-		-		-	-		-	-	
Assimilação Obliterante				-	-	-	-		X		-		-		-	-		-	-	
Avaliação da aprendizagem significativa				-	-	-	-		X		-		-		-	-		X	-	

Fonte: Autor (2021)

Ao compararmos a Figura 3 com a Figura 4, verificamos que os autores que mencionaram princípios da TAS no referencial teórico, ao tratar das análises de atividades ocorrida em sala de aula, não resgataram muitos dos abordados no referencial. Essa comparação é mostrada no Gráfico 2.

Gráfico 2 – Análises quanto a presença dos principais princípios da TAS nas descrições das atividades desenvolvidas em sala de aula



Fonte: Autor (2021).

O comparativo do Gráfico 2 evidencia que o princípio que se manteve foi de subsunçores, exceto em T38, trabalho que não o resgatou nas descrições e abordou a adoção de filmes como organizadores prévios, único princípio da TAS discutido para trabalhar o ensino de Álgebra por meio de criptografia, com finalidade de promover aprendizagem significativa. Com relação aos demais trabalhos, verificamos que princípios apresentados no embasamento teórico não foram retomados nas descrições das atividades.

Onze trabalhos resgataram outros princípios além de subsunçores, sendo eles: T2, T3, T5, T6, T15, T20, T53, T57, T63, T78 e T84. Desses trabalhos, o que se destacou foi o T53 que, nas análises, resgatou sete princípios da TAS. Esse trabalho investigou impactos da adoção da linguagem de programação *Python* com vistas a complementar os conhecimentos de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, objetivando, assim, “Investigar o uso da linguagem de programação Python para o ensino dos conteúdos de matemática dos alunos no Ensino Fundamental II” (PESENTE, 2019, p. 18). O autor de T53 resgata os conhecimentos subsunçores dos estudantes com atividades propostas no quadro para depois aplicar com a linguagem de programação *Python*. Segundo ele, os subsunçores resgatados foram essenciais para implementação dessa programação.

Com as atividades desenvolvidas, em T53, foi observada aprendizagem significativa representacional e conceitual em sequências numéricas e em operações matemáticas. Também foi verificada aprendizagem subordinada, quando conhecimentos prévios serviram de âncora para novos conhecimentos. E, verificou-se aprendizagem subordinante, denominada pelo autor de superordenada, na qual novo conceito passou a subordinar os conhecimentos prévios. A assimilação obliteradora resultou em conhecimento computacional e foi verificada durante a avaliação da aprendizagem, que buscou evidências de aprendizagem significativa, Nessa avaliação, primeiro os estudantes escreviam os códigos de programação, depois reproduziam no laboratório de informática.

Na sequência, destacaram-se os trabalhos que resgataram nas atividades em sala de aula cinco princípios da TAS, foram eles: T5, T6, T20 e T78. Em T5, o objetivo geral foi "Investigar as possibilidades de criação de ambientes que favoreçam ao aluno estudar e aprender Matemática de forma significativa e crítica" (CARVALHO, 2012, p. 18). Para isso, o autor desenvolveu visitas orientadas com os estudantes de um 9º ano a monumentos históricos da cidade, promovendo o interesse e a motivação para a matemática próxima à realidade dos estudantes. Com as atividades desenvolvidas, verificaram-se indícios de aprendizagem significativa do Teorema de Tales, pois os estudantes expressavam ideias, relacionando-as a conceitos subsunçores de proporcionalidade de maneira "substantiva" (não literal) e não arbitrária.

Para o autor de T5, além das visitas orientadas, ele considera materiais potencialmente significativos "elementos impressos (manual, roteiros, atividades diversas, exercícios e situações-problema, avaliações)" (CARVALHO, 2012, p. 85). Ainda segundo ele, esses materiais foram empregados como organizadores prévios visando à aprendizagem de novos conceitos. A diferenciação progressiva foi mencionada quando o conceito específico de semelhança se desenvolveu dedutivamente a partir do conceito geral de proporcionalidade. (CARVALHO, 2012). A avaliação da aprendizagem foi realizada, considerando a aplicação dos conceitos aprendidos em novas situações.

O objetivo apresentado em T6 foi "conhecer e compreender as implicações dos princípios da aprendizagem significativa de David P. Ausubel no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, no contexto da segunda fase do Ensino Fundamental" (PONTES, 2011, p. 6). Tendo em vista a TAS, o autor desenvolveu duas atividades para levantar os conhecimentos subsunçores dos estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, quanto aos conteúdos de potenciação e radiciação. Por meio de um fluxograma, apresentou aos estudantes os conceitos e as propriedades das operações. Também abordou atividades a respeito de ângulos, para verificar os subsunçores quanto a esse conteúdo, solicitando-lhes que escrevessem o que sabiam a respeito, e, na sequência, explorou o conteúdo, considerando os apontamentos pertinentes dos estudantes.

Segundo Pontes (2011), deduzir as propriedades de potenciação, a partir da multiplicação de fatores iguais, resultou em diferenciação progressiva, e a obtenção dos resultados na forma final de potenciação possibilitou a reconciliação integradora. E, para redimir dúvidas quanto à composição dos fatores da potenciação, adotou um material potencialmente significativo. A adoção de organizadores prévios se deu a partir de uma atividade com dobraduras, objetivando estudar ângulos. Por meio das dobraduras, os estudantes perceberam que diferentes composições permitem a formação de um mesmo ângulo. Nesse contexto, explorou a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora.

Na dissertação T20 foi apresentada a elaboração e aplicação de uma sequência de atividades, visando verificar os subsunçores de estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental com relação a equações do 1º grau, e, se constatada a ausência de subsunçores, verificar o potencial de atividades de um ambiente virtual de aprendizagem em constituir-se como organizadores prévios, tanto expositivo quanto comparativo. Quanto ao material potencialmente significativo, foi adotado pelo autor o termo “o material se tornou familiar e significativo” (HUMMES, 2014, p. 90) e a avaliação da ocorrência de aprendizagem de forma significativa foi realizada ao final com a aplicação de um questionário.

A dissertação T78 apresentou como objetivo analisar uma sequência de atividades no software SuperLogo, com vistas ao ensino do Teorema de Pitágoras para estudantes do 8º ano. Para isso, adotou atividades introdutórias usadas como organizadores prévios para possibilitar a aprendizagem por descoberta desse conteúdo. A sequência didática proposta baseou-se no princípio da assimilação e, conforme o autor, partiu dos conhecimentos subsunçores “para a construção de um produto interacional entre o conhecimento subsunçor e a nova informação potencialmente significativa (Teorema de Pitágoras)” (GONÇALVES, 2014, p. 114).

A dissertação T2 resgatou quatro conceitos nas análises das atividades, e buscou verificar se "A abordagem histórica apresentada na forma de quadrinhos pode contribuir para a aprendizagem significativa de equação do segundo grau?". (SILVA, 2017, p. 17). Visando elaborar o produto educacional, a pesquisadora verificou os subsunçores dos estudantes por meio de uma avaliação aplicada no primeiro encontro. Ao final das intervenções, a autora considera que Histórias em Quadrinhos (HQ), envolvendo conceitos de equações do segundo grau, contribuíram para a aprendizagem dos estudantes. Ao abordar o método grego para a resolução das equações, essa autora evidenciou a aprendizagem por recepção. A avaliação da aprendizagem se deu por meio de uma avaliação aplicada posteriormente, na qual "observou-se um resultado comum positivo favorecendo a condição da HQ como um material instrucional potencialmente significativo. A motivação expressa pelos alunos, contribuiu para o favorecimento da situação de ensino" (SILVA, 2017, p. 103).

Na sequência, os trabalhos T15, T57, T63 e T84 abordaram três princípios da TAS nas atividades realizadas em sala de aulas, enquanto que T3 abordou apenas dois. A dissertação T15 apresenta como objetivo geral "analisar os erros apresentados pelos alunos de 6º ano do Ensino Fundamental ao resolverem exercícios de divisão de números decimais e avaliar uma estratégia de ensino para construção de significados para a operação de divisão de decimais" (ROSSATO, 2014, p. 10). Para verificar os subsunçores dos estudantes a autora aplicou um teste diagnóstico. A partir do levantamento inicial, essa pesquisadora adotou Objetos de Aprendizagem na perspectiva de organizadores prévios e, na sequência, desenvolveu oficinas, objetivando construir significados a respeito de divisão de decimais com a adoção do Material Dourado e do Quadro Valor de Lugar. A avaliação da aprendizagem foi realizada por meio de teste, ao final das oficinas, que demostraram a apropriação, por parte dos estudantes, de novas informações que se ancoraram na estrutura cognitiva, indicando aprendizagem significativa.

Na dissertação T57, seu autor apresenta como objetivo "investigar o uso do software Régua e Compasso como uma estratégia metodológica para o Ensino de Geometria" (SILVA, 2011, p. 17). Para levantar os subsunçores quanto às habilidades dos estudantes no uso do computador e da informática, esse autor usou um questionário. Na sequência, apresentou aos estudantes o *software* Régua e Compasso, considerando os conhecimentos apresentados no questionário inicial.

Conforme Silva (2011), quando o estudante supera os limites da aprendizagem por recepção e cria seus próprios mecanismos de aprendizagem, os conteúdos passam a ser significativos para ele. Ainda, segundo o autor, quando os estudantes manipularam figuras geométricas no *software*, obtiveram uma aprendizagem significativa por descoberta. Esses foram os princípios considerados nas descrições em T57: subsunçores, aprendizagem por recepção e por descoberta.

Em T63 foi explicitado como objetivo “Investigar se o uso dos questionários elaborados pelo *Forms* contribui para a melhoria da proficiência dos alunos do 9º ano em Matemática, tanto nas avaliações da escola quanto nas de larga escala” (SOUZA, 2020, p. 18). Segundo seu autor, a participação dos estudantes na realização dos questionários *on-line* contribuiu para ativar subsunçores e melhorar os resultados nas avaliações. Os organizadores prévios foram abordados por meio de *links* do *youtube* disponibilizados nos questionários. O acesso a *links* de vídeos é denominado pelo autor como material potencialmente significativo, quando acessados durante a resolução dos questionários, contribuindo para o aprendizado dos estudantes, pois traziam dúvidas para serem sanadas em sala de aula.

A dissertação T84 aponta como objetivo “avaliar se o uso de materiais alternativos para o ensino das operações dos números inteiros é potencialmente significativo como recurso na aprendizagem dessas operações”. (COSTA, 2015, p. 8). Para levantar os subsunçores, o autor aplicou um teste, e, após avaliar os resultados, adotou atividades na perspectiva de organizadores prévios considerados como ponte entre o que sabiam e o novo conhecimento. Como material potencialmente significativo foi adotado um jogo virtual com números inteiros, sendo esse validado com potencial de significação, por promover aprendizagem aos estudantes. Quanto à avaliação, o autor aplicou um pós-teste para verificar a aprendizagem dos estudantes, no entanto, não fez relação com avaliação na aprendizagem significativa.

Na sequência, T3 analisou, nas atividades em sala de aula, dois princípios da TAS, sendo os subsunçores e a aprendizagem proposicional subordinante. Nesse trabalho o objetivo geral estabelecido foi “investigar se o ensino e a aprendizagem de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, por meio de resolução de problemas aliada aos princípios da aprendizagem significativa, podem contribuir para uma eficaz construção do conhecimento” (GOULART, 2014, p.

8). Os subsunçores são considerados ao se apresentar aos estudantes um problema por meio do qual eles deveriam propor possíveis soluções, como base em conhecimentos anteriores. Como os estudantes revisitaram subsunçores já estabelecidos na estrutura cognitiva para a aprendizagem de conceitos mais amplos, o autor constatou aprendizagem subordinante.

Quanto aos trabalhos que resgataram nas análises das atividades em sala de aula somente o princípio de subsunçor, o objetivo principal de cada um é apresentado no Quadro 11.

Quadro 11 - Objetivo principal dos trabalhos que resgataram somente o conceito de subsunçor nas atividades desenvolvidas em sala de aula

Código	Objetivo Principal
T7	Investigar contribuições que o software Cabri-Géomètre II pode fornecer para a aprendizagem de Geometria no 7º ano do Ensino Fundamental.
T9	Investigar as possíveis contribuições que a linguagem de programação Scratch pode trazer na introdução do conceito de funções, em uma turma de 9º ano de uma escola pública estadual de Santa Catarina.
T13	Analisar a possibilidade de utilização do *software* GeoGebra, como ferramenta auxiliar, para melhor compreender os conceitos e resoluções de equações de 2º grau, em um contexto bilíngue para alunos surdos.
T23	Analisar e discutir o papel das atitudes em relação à matemática e do desempenho em operações aritméticas na perspectiva de uma aprendizagem por recepção significativa.
T34	Identificar quais as estratégias utilizadas pelo professor de Matemática da sala comum do ensino regular podem favorecer a participação e aprendizagem de todos os estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental II, participantes desta pesquisa.
T47	Compreender o processo de construção do conceito multiplicativo por um grupo de alunos surdos, a partir das atividades desenvolvidas em sala de aula.
T49	Identificar se a apropriação dos conhecimentos desenvolvidos nessa perspectiva [Educação Financeira para a vida motivam o aluno da Educação Fundamental para uma aprendizagem significativa] contribui para a estruturação do pensamento e para a tomada de decisões frente a situações que estão presentes nas variadas atividades humanas, incluindo-se as práticas do cotidiano.
T51	Investigar possíveis contribuições de uma abordagem versando sobre o tema água e consumo consciente para aprendizagem significativa de Estatística e Matemática.
T67	Investigar as contribuições de utilização de *smartphone* por meio da criação e validação de aplicativos matemáticos educativos para o ensino de Equações do 2° Grau.
T68	Identificar, compreender e caracterizar conhecimentos prévios de alunos do 6º e 7º anos em relação ao cálculo mental e como esses conhecimentos articulam-se com a construção de tarefas que costuma ser apresentadas com o intuito de inseri-lo no campo da álgebra.

Fonte: Autor (2020).

A seguir, passamos a tratar da revisão bibliográfica com base em artigos científicos e, ao final das análises, tecemos considerações gerais quanto aos resultados da revisão bibliográfica de ambas as seções.

4.2 Aprendizagem significativa no ensino de matemática na Educação Básica: o que se evidencia a partir de artigos científicos?

A necessidade de conhecer o que foi divulgado de pesquisas científicas em artigos de periódicos nacionais e internacionais quanto à Teoria da Aprendizagem Significativa e à Educação Matemática na Educação Básica nos motivou a desenvolver a presente pesquisa. Inicialmente, observamos que não havia na literatura da área revisões sistemáticas que apontassem o que foi realizado de pesquisa nesse âmbito.

Assim, estabelecemos a indagação para direcionar as buscas: O que se mostra com relação à Teoria da Aprendizagem Significativa em artigos que abordam a Educação Matemática na Educação Básica? Com vistas a essa indagação, adotamos como metodologia de busca o *Methodi Ordinatio* elaborado por Pagani, Kovaleski e Resende (2015). A seguir, passamos a descrever a respeito desse método e de como foi desenvolvida a pesquisa.

4.2.1 Sobre o método de busca e ordenação

Conforme Pagani, Kovaleski e Resende (2015), a adoção do *Methodi Ordinatio* na realização de uma pesquisa bibliográfica, mostra-se relevante, uma vez que nos últimos anos a publicação de artigos científicos teve um crescimento considerável, bem como foi grande a implementação de novas revistas. Diante disso, os autores ponderam que o trabalho dos pesquisadores torna-se extenso e complexo, pois não se constitui apenas tarefa demorada, mas requer critérios apropriados para levantar os artigos mais relevantes nas bases de dados.

A aplicação do *Methodi Ordinatio* é direcionada por nove fases, conforme Quadro 12:

Quadro 12 – Fases do *Methodi Ordinatio*

Fases	Encaminhamentos
1ª	Delimitar a intenção da pesquisa.
2ª	Realizar uma pesquisa preliminar nas bases de dados.
3ª	Definir: palavras-chaves e combinações booleanas; bases a serem pesquisadas; recorte temporal.

4ª	Realizar a busca definitiva nas bases de dados.
5ª	Aplicar procedimentos de filtragem.
6ª	Buscar a quantidade de citações e o fator de impacto.
7ª	Aplicar a Equação *InOrdinatio* para ordenar os artigos por relevância.
8ª	Baixar os artigos.
9ª	Realizar a leitura e análise dos artigos.

Fonte: Elaborado a partir de Pagani, Kovaleski e Resende (2015).

O *Methodi Ordinatio* considera, para elencar os artigos mais relevantes, três variáveis: *Fi* – fator de impacto (importância do periódico em que o artigo foi publicado); A*no Pesq* – ano de pesquisa e *Ano Pub* – ano de publicação (considera a atualidade do artigo); e, o número de citações (considera o reconhecimento do artigo na comunidade científica). Com base nesses fatores, os artigos são ordenados em ordem decrescente com a aplicação da Equação *InOrdinatio = (Fi / 1000) + α * [10 - (Ano Pesq – Ano Pub)] + (Σ Ci)*. O alfa *(α)* nessa equação representa um peso atribuído pelo pesquisador à relevância do ano de publicação do artigo. Pagani, Kovaleski e Resende (2015) recomendam a atribuição de valores variando entre 1 a 10, sendo que, quanto maior o valor utilizado, mais relevância se dá à atualidade do artigo. Em nossa análise, para ordenar os artigos, adotamos α igual a 5, por considerar relevante também a quantidade de citações e a fator de impacto das revistas.

Em busca de como se mostra o cenário nacional e internacional de pesquisa que aborda o termo “Aprendizagem Significativa” no Ensino de Matemática na Educação Básica, rastreamos artigos revisados por pares presentes nas bases de dados, como: Scopus, Scielo, Web of Science e Science Direct. Nessas bases as combinações booleanas de busca utilizadas foram: Comb. 1 (“meaning fullearning”) AND (“Mathematics Education” OR “Teaching mathematics”) AND (“Basic Education” OR “Elementary Education”); Comb. 2 (“meaning fullearning”) AND (“Mathematics* Education” OR “Teaching* mathematics”) AND (“middleschool”); e, Comb. 3 (“meaning fullearning”) AND (“Mathematics * Education” OR “Teaching* mathematics”) AND (“high school”).

Para obter mais abrangência nacional, buscamos, também, com a combinação booleana em português: Comb. 4 “Aprendizagem significativa” AND (“Educação Matemática” OR "Ensino de Matemática") AND ("Educação Básica" OR "Ensino Fundamental"). Além da busca com o termo em português nas bases destacadas, foi pesquisado, também, no Portal de Periódicos da Capes. O período de tempo não foi limitado, assim, obtivemos como resultado todos os artigos constantes nas bases. Os resultados são apresentados no Quadro 13:

Quadro 13 – Resultados das bases consultadas

Palavras chaves:	**Combinações**	**Bases de dados consultadas em 14/junho 2019**					Total
		Scopus	Scielo	Web Of Science	Science Direct	Portal de Periódicos da Capes	
Aprendizagem Significativa; Ensino de Matemática; Educação Básica; Ensino Fundamental.	Comb. 1	121	0	0	23		
	Comb. 2	42	0	0	34		
	Comb. 3	38	0	3	97		
	Comb. 4	0	23	0	0	35	
Baixados mendeley		201	23	3	154	35	416

Fonte: Autor (2020).

Após baixar os dados das bases, esses foram organizados no software *Mendeley*. O uso desse *software* foi necessário, pois permitiu eliminar os arquivos duplicados, resgatados em mais de uma base de dados e também os artigos que não eram de periódicos científicos, como eventos e e-books. Também, permitiu a leitura dos títulos, palavras-chaves e resumos dos trabalhos antes de baixá-los, o que facilitou a filtragem inicial, uma vez que muitos dos artigos resgatados não condiziam com o escopo da pesquisa. Isso se deve à grande eficácia das bases pesquisadas, visto que os resultados são apresentados a partir de uma varredura na íntegra do artigo, e, se em algum momento do texto constarem termos das combinações, o artigo é resgatado, não considerando apenas título e palavras-chave. Assim, obtivemos como resultado artigos de diversas áreas e não, especificamente, da matemática.

Com a filtragem, elencamos somente os artigos de interesse, ou seja, os que tratavam do Ensino de Matemática na Educação Básica e que abordavam em algum momento o termo "aprendizagem significativa", totalizando quarenta e cinco artigos de diversas nacionalidades. Esses artigos foram baixados para leitura e análises, ou seja, compondo o *corpus* da pesquisa.

4.2.2 Análises dos artigos

O Quadro 14 apresenta a organização dos artigos selecionados, sendo o código (cod.) A1, A2, A3,... atribuído em ordem decrescente do *InOrdinatio*, ou seja, considera os artigos de maior relevância para os de menor. Correspondente a cada código, o quadro apresenta os autores, títulos e ano de publicação, nome da revista em que estão publicados, quantidade de citações dos artigos (Cit), fator de impacto da revista e o valor determinado pela Equação *InOrdinatio*. A pretensão inicial era analisar os vinte primeiros artigos, no entanto, a constatação de que o termo aprendizagem significativa era adotado sem base teórica despertou o interesse por analisar todos.

Quadro 14 – Artigos analisados

Cod.	**Autores**	**Título**	**Ano**	**Revista**	**Cit**	**fator de impacto (Cite Score)**	**InOrdinatio**
A1	Goldin	Representational systems, learning, and problem solving in mathematics.	1998	The Journal of Mathematical Behavior	339	1,23	284
A2	Chang, *et al*.	Embedding game-based problem-solving phase into problem-posing system for mathematics learning.	2012	Computers & Education	169	7,72	184
A3	Lopez-Morteo e Lopez	Computer support for learning mathematics: A learning environment based on recreational learning objects.	2007	Computers & Education	170	7,72	160
A4	Mason e Scrivani	Enhancing students' mathematical beliefs: na intervention study.	2004	Learning and Instruction	131	4,79	106
A5	Kramarski	Making sense of graphs: does metacognitive instruction make a difference on students' mathematical conceptions and alternative conceptions?	2004	Learning and Instruction	105	4,79	80
A6	Yaratan e Kasapoğlu	Eighth Grade Students' Attitude, Anxiety, and Achievement Pertaining to Mathematics Lessons.	2012	Procedia - Social and Behavioral Sciences	45	0	60
A7	Garcia e Pacheco	A constructivist computational platform to support mathematics education in elementar school.	2013	Computers & Education	39	7,72	59
A8	Teodoro e Neves	Mathematical modelling in Science and mathematics education.	2011	Computer Physics Communications	47	4,05	57

A9	Arsaythamby e Zubainur	How a Realistic Mathematics Educational Approach Affect Students' Activities in Primary Schools?	2014	Procedia - Social and Behavioral Sciences	30	0	55
A10	Santos	Educação Matemática: a articulação de concepções e práticas inclusivas e colaborativas.	2019	Educação Matemática Pesquisa	0	0	50
A11	Kaminski e Boscarioli	Criação de jogos digitais na perspectiva de introdução à Modelagem Matemática nos anos iniciais.	2018	Revista Thema	1	0	46
A12	Guerrero *et al*.	Integrating Virtual Worlds with Tangible User Interfaces for Teaching Mathematics.	2016	SENSORS	10	3,72	45
A13	Villa, da Silva e Darroz	Educação financeira no ensino médio: Uma proposta fundamentada na teoria da aprendizagem significativa.	2018	Acta Scientiae	0	0,54	45
A14	Oliveira	Construções em Geometria Euclidiana Plana: as perspectivas abertas por estratégias didáticas com tecnologias.	2018	Bolema: Boletim de Educação Matemática	0	0,3	45
A15	Santo	O papel dos saberes não matemáticos na Modelagem Matemática: o estudo do cálculo do Imposto de Renda.	2018	Educação Matemática Pesquisa	0	0	45
A16	Sodré e Guerra	O ciclo investigativo de modelagem matemática.	2018	Educação Matemática Pesquisa	0	0	45
A17	Jazim, Anwar e Rahmawati	The use of mathematical module based on constructivism approach as media to implant the concept of algebra operation.	2017	International Electronic Journal of Mathematics Education	3	0	43
A18	Sengupta-Irving	Doing things: Organizing for agency in mathematical learning	2016	The Journal of Mathematical Behavior	7	1,23	42
A19	Reis e Nehring	A contextualização no ensino de matemática: concepções e práticas.	2017	Educação Matemática Pesquisa	2	0	42
A20	Vinner	Mathematics education: Procedures, rituals and man's search for meaning.	2007	The Journal of Mathematical Behavior	51	1,23	41
A21	Fernandes, Junior e Pereira	Sequência de intervenção: uma alternativa para o processo de ensino e aprendizagem de Estatística para os anos iniciais de escolarização.	2017	Educação Matemática Pesquisa	0	0	40
A22	Pereira e Nunes	Ensino de operações polinomiais intermediado pela aritmética no sistema de numeração posicional decimal.	2017	Educação Matemática Pesquisa	0	0	40

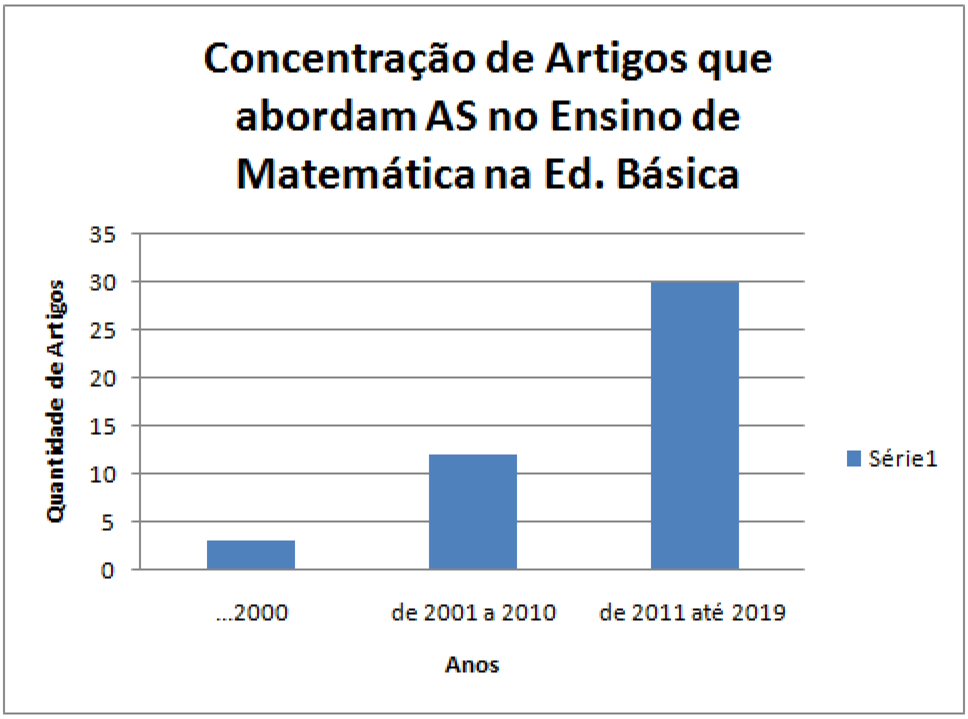
A23	Jitendra *et al.*	Schema-based instruction: Effects of experienced and novice teacher implementers on seventh grade students' proportional problem solving.	2016	Learning and Instruction	4	4,79	39
A24	Chiu e Whitebread	Taiwanese teachers' implementation of a new 'constructivist mathematics curriculum': How cognitive and affective issues are addressed.	2011	International Journal of Educational Development	29	1,69	39
A25	Leikin e Dinur	Teacher flexibility in mathematical discussion.	2007	The Journal of Mathematical Behavior	49	1,23	39
A26	Swanson e Coddington	Creating partnerships between teachers & undergraduates interested in secondary math & science education.	2016	Teachingand Teacher Education	2	3,45	37
A27	Yellande Kilderry	Becoming numerate with information and communications technologies in thetwenty-first century.	2010	International Journal of Early Years Education	32	1,13	37
A28	Palha *et al*.	Developing shift problems to foster geometrical proof and understanding.	2013	Journal of Mathematical Behavior	16	1,23	36
A29	Ledur eCarrardLedur	Matemática e embalagens: proposta de uma sequência didática.	2016	REMAT	0	0	35
A30	Oliveira e Santos	Etnomatemática: O ensino de medida de comprimento no 6º ano do ensino fundamental na Escola Indígena Kanamari.	2016	Revista Latinoamericana de Etnomatemática	0	0	35
A31	Castro e Fonseca	Explorando a matemática na construção de casas de alvenarias.	2015	Revista Latinoamericana de Etnomatemática	4	0	34
A32	Depaepe, Corte e Verschaffel	Unraveling the culture of the mathematics classroom: A video-based study in sixth grade.	2007	International Journal of Educational Research	42	1,6	32
A33	Lampert	What can research on teacher education tell usabout improving quality in mathematic seducation?	1988	Teachingand Teacher Education	136	3,45	31
A34	Carrillo, Contreras, e Zakaryan	Oportunidades de aprendizaje y competencias matemáticas: Unestudio de dos casos.	2014	Bolema – Mathematics Education Bulletin	4	0,3	29

A35	Andrade e Saraiva	Múltiplas representações: um contributo para a aprendizagem do conceito de função.	2012	Revista Latinoamericana de Investigacion em Matematica Educativa	10	0,58	25
A36	Brum e Schuhmacher	Uma abordagem de conceitos elementares de geometria não euclidiana: uma experiência vivenciada no ensino de matemática a partir de uma sequência didática.	2014	HOLOS	0	0	25
A37	Ozkan e Ozkan	Misconceptions and Learning Difficulties in Radical Numbers.	2012	Procedia - Social and Behavioral Sciences	5	0	20
A38	Öçale Güler	Pre-service mathematics teachers' views about proof by using concept maps.	2010	Procedia - Social and Behavioral Sciences	12	0	17
A39	Karal, Çebi, e Pekşen	The web based simulation proposal to 8th grade primary school students' difficulties in problem solving.	2010	Procedia - Social and Behavioral Sciences	11	0	16
A40	Cisneros	Diseño de un software educativo para propiciar el aprendizaje significativo de la geometria em la Educación Primaria Bolivariana.	2011	SAPIENS	5	0	15
A41	Koparan *et al*.	The effect of conceptual change approach on 9th grade students' achievement.	2010	Procedia - Social and Behavioral Sciences	6	0	11
A42	Mendonça	A matemática nas turmas de Proeja: O lúdico como facilitador da aprendizagem	2010	HOLOS	6	0	11
A43	Ribeiro	Abordagem aos números decimais e suas operações: A importância de uma eficaz navegação entre representações.	2011	Educação e Pesquisa	0	0,39	10
A44	Leikin e Kawass	Planning teaching an unfamiliar mathematics problem: The role of teachers' experience in solving the problem and watching pupils solving it.	2005	The Journal of Mathematical Behavior	25	1,23	5
A45	Arcavi	Problem-driven research in mathematics education.	2000	The Journal of Mathematical Behavior	38	1,23	-6

Fonte: Autor (2020).

O gráfico a seguir mostra a distribuição dos artigos no decorrer dos anos. Com base nele, verifica-se que os trabalhos que abordam a aprendizagem significativa no ensino de matemática na Educação Básica estão sendo mais publicados nos últimos dez anos.

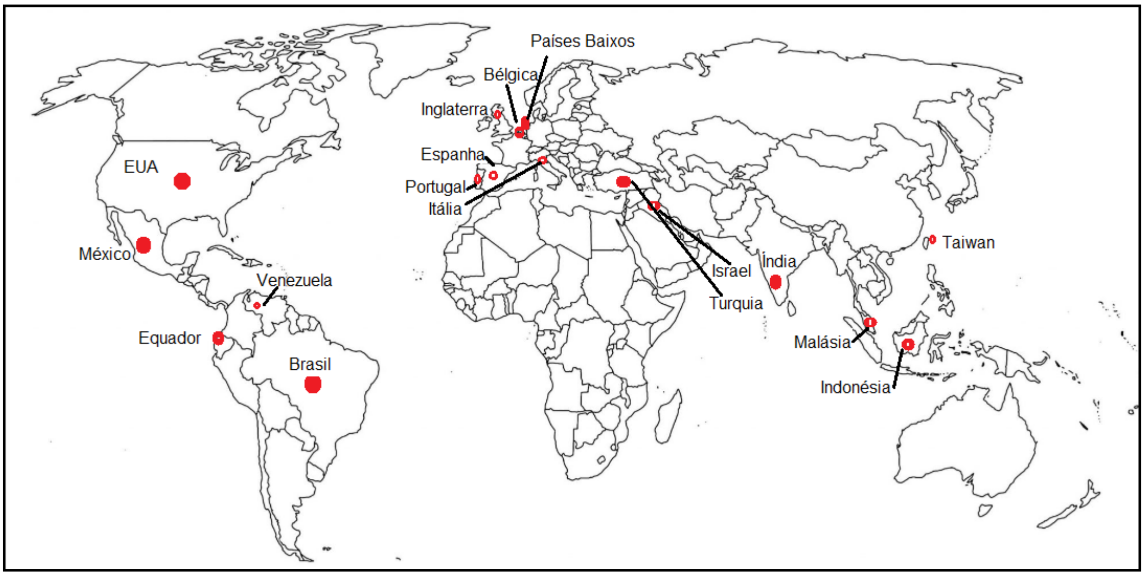
Gráfico 3 – Distribuição dos artigos analisados no decorrer do tempo



Fonte: Autor (2020)

A Figura 5, abaixo, apresenta a distribuição das nacionalidades dos autores que desenvolvem trabalhos que abordam aprendizagem significativa no ensino de matemática na Educação Básica. Com base no mapa, visualiza-se que estão distribuídos em três continentes, mais precisamente, na América, Ásia e Europa.

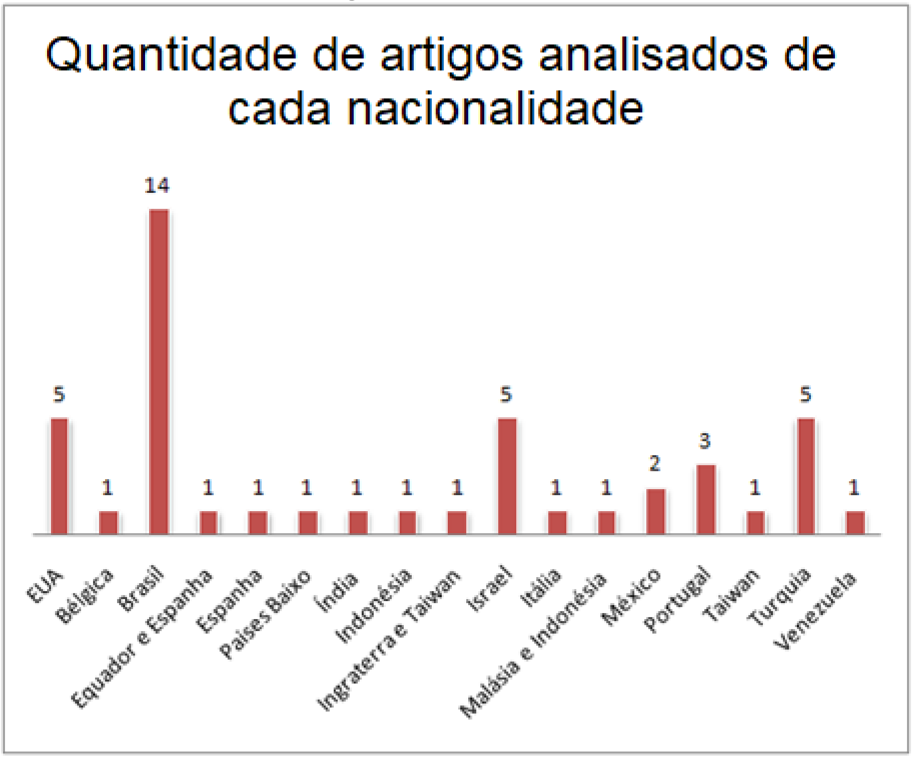
Figura 5 – Artigos que abordam aprendizagem significativa no ensino de matemática na Educação Básica no Mundo



Fonte: Autor (2020)

Uma análise mais detalhada mostra, a partir das bases de dados consultadas, que a maior quantidade de artigos foi publicada no Brasil (14), seguido por EUA, Israel e Turquia (5), conforme mostra o gráfico a seguir.

Gráfico 4 – Artigos analisados e nacionalidades



Fonte: Autor (2020).

A leitura dos primeiros trabalhos nos levou a analisar todos, uma vez que o termo “aprendizagem significativa” se mostrou usual quando os autores fazem referência a uma aprendizagem com sentido, ou seja, maior parte dos artigos menciona “aprendizagem significativa” sem um aporte teórico. Isso, tanto em nível nacional quanto internacional, corrobora com o que é mencionado por Leão *et al*. (2018, p. 132), ou seja, o termo “está sendo utilizado de forma banalizada, sem fazer-se referência aos reais significados do conceito, sem sequer ser feito um estudo teórico tomando como suporte os autores e colaboradores que desenvolveram e aprofundaram a Teoria da Aprendizagem Significativa”. Isso nos exigem maior cuidado ao empregar o termo “Aprendizagem Significativa”, pois uma aprendizagem nesses moldes não ocorre de forma mágica, mas compreende rigor teórico defendido por Ausubel desde 1963, na obra *The Psychology of Meaningful Verbal Learning.*

O Quadro 15 apresenta quatro categorias de trabalhos que foram emergentes das leituras. Nele sistematizamos: artigos que usam o termo “aprendizagem significativa” sem recorrer a aporte teórico, com um percentual de 80%; artigos que utilizam o termo “aprendizagem significativa” embasados em Ausubel e colaboradores, com um percentual de, aproximadamente, 11%; artigos que foram resgatados das bases, mas “aprendizagem significativa” só está presente nas referências, 7% do percentual, aproximadamente; e, artigos que abordam “aprendizagem significativa” em perspectiva diferente da de Ausubel, aproximadamente, 2%.

Quadro 15 – Categorias emergentes dos artigos analisados

Categorias	Códigos dos artigos
"Aprendizagem significativa" usado como termo comum sem embasamento teórico	A1; A2; A3; A4; A5; A6; A7; A8; A9; A10; A11; A12; A17; A19; A20; A21; A23; A24; A25; A26; A27; A28; A29; A30; A31; A32; A33; A34; A35; A38; A39; A41; A42; A43; A44; A45
"Aprendizagem significativa" com embasamento teórico a partir de Ausubel	A13; A14; A36; A37; A40;
"Aprendizagem significativa" termo presente só nas referências	A15; A16; A22;
"Aprendizagem Significativa" na perspectiva de John Dewey	A18

Fonte: Autor (2020).

A seguir tratamos dos artigos que empregaram o termo “aprendizagem significativa” a partir do aporte teórico de Ausubel, sendo A13, A14 e A36 de autores brasileiros, A37 de autor Turco e A40 de autor venezuelano. Nesses artigos buscamos os conceitos da teoria empregados, os conteúdos matemáticos abordados, a forma de abordagem e como os autores validaram a ocorrência da aprendizagem significativa.

O artigo A13 é titulado “Educação Financeira no Ensino Médio: uma Proposta Fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa”, de autoria de Villa, Silva e Darroz (2018). Em seu referencial teórico os principais conceitos da Teoria da Aprendizagem Significativa são abordados a partir de Moreira (2006).

Por meio de uma sequência didática, os autores supracitados desenvolveram um trabalho com estudantes do 2º ano do Ensino Médio, envolvendo matemática financeira, mais especificamente trabalharam com “porcentagem, juros simples e compostos, valor futuro, valor presente, taxas compostas equivalentes. Esses conceitos foram divididos em três etapas: educação financeira; matemática financeira; e poupança e investimento” (VILLA; SILVA; DARROZ, 2018, p. 61).

Em cada etapa das atividades, esses autores iniciaram verificando quais os conhecimentos subsunçores dos estudantes, por meio de um questionário. Após o levantamento, os autores trabalharam com os estudantes um vídeo produzido pelo Instituto Educacional BM&FBOVESPA, empregado como organizadores prévios.

Os conceitos de “educação financeira, matemática financeira e investimentos” foram organizados “de maneira a estabelecer a relação entre esses assuntos e os conhecimentos prévios dos estudantes, de forma não arbitrária e não literal” (VILLA; SILVA; DARROZ, 2018, p. 62). Para isso, com o uso de planilhas eletrônicas, os estudantes elaboraram um orçamento doméstico considerando a renda familiar e as despesas mensais.

A verificação da ocorrência da aprendizagem de forma significativa foi realizada por meio da produção dos estudantes “em planilhas de orçamento doméstico, situações problemas, dinâmicas de grupo e texto dissertativo” (VILLA; SILVA; DARROZ, 2018, p. 62). A partir desses dados, os autores organizaram um seminário com o objetivo de tornar os estudantes protagonistas do processo de ensino e aprendizagem e avaliar indícios de aprendizagem significativa. Os comentários dos estudantes deram indícios de “diferenciação progressiva do conceito subsunçor” (ibid, p. 73).

Com o desenvolvimento de situações problemas, considerando os conhecimentos prévios dos estudantes e após novas informações serem trabalhadas, os autores indicaram indícios de aprendizagem superordenada. A elaboração de textos dissertativos pelos estudantes no decorrer da sequência didática propiciou a eles reorganizar as ideias compreendendo os novos conceitos.

Ao finalizar, os autores concluíram que as atividades desenvolvidas propiciaram aos estudantes melhor controle sobre as finanças pessoais, evitando endividamentos. Também propiciou entendimento do sistema financeiro, contribuindo para que os estudantes não sejam fraudados e para caminharem em busca da realização de seus sonhos.

O artigo A14, intitulado “Construções em Geometria Euclidiana Plana: as perspectivas abertas por estratégias didáticas com tecnologias”, de autoria de Gonçalves e Oliveira (2018), procurou, além de tornar os estudantes protagonistas do processo de ensino e aprendizagem, “verificar se a utilização de tecnologias, atrelada às sequências didáticas elaboradas com base na Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2002), são proveitosas no sentido de tornar significativa a aprendizagem de tópicos de geometria plana” (GONÇALVES; OLIVEIRA ,2018, p. 94).

Com vistas ao que se propõem, esses autores desenvolveram atividades com cinco estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental. O recurso tecnológico adotado foi programação no SuperLogo. A fim de obter uma aprendizagem significativa, os autores destacam a diferença entre essa e a aprendizagem mecânica, salientam a adoção de materiais potencialmente significativos, a verificação das ideias âncoras de forma organizada e a predisposição dos estudantes em aprender de forma significativa.

A análise da atividade, do ponto de vista da teoria de Ausubel, é apontada pelos autores:

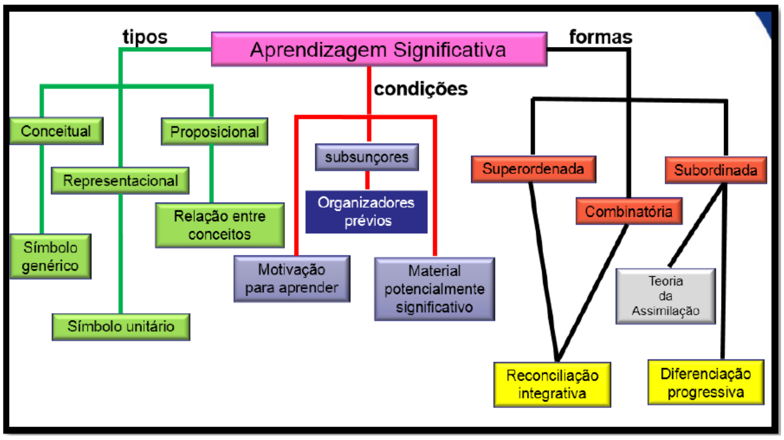
> [...] os sujeitos tiveram a oportunidade de reestruturar o conjunto de informações presentes, integrá-las à estrutura cognitiva e reorganizar o conhecimento, de forma a relacionar as medidas da altura do triângulo equilátero à medida de seus lados, por exemplo. Com efeito, ao final das atividades, os alunos foram capazes de enunciar corretamente o Teorema de Pitágoras sem que houvesse qualquer abordagem expositiva, de modo a indicar a existência de um produto interacional entre o que os conhecimentos

> subsunçores e o novo conhecimento emergido a partir das investigações proporcionadas pela sequência didática (GONÇALVES e OLIVEIRA, 2018, p. 114).

O artigo A36, intitulado "Uma abordagem de conceitos elementares de geometria não euclidiana: uma experiência vivenciada no ensino de matemática a partir de uma sequência didática", de autoria de Brum e Schuhmacher (2014), descreve uma Sequência Didática por meio da qual foram trabalhados com estudantes do 2º ano do Ensino Médio conceitos da Geometria não Euclidiana, mais precisamente da Geometria Esférica e Hiperbólica.

A pesquisa embasou-se na Teoria da Aprendizagem Significativa, sendo, no referencial teórico, abordados os principais conceitos dessa Teoria[8], esquematizados pelos autores em uma Figura que apresentamos a seguir:

Figura 6 – Conceitos pertencentes à teoria de Ausubel



Fonte: Brum e Schuhmacher (2014, p. 266)

As atividades foram desenvolvidas em três momentos: pré-teste, desenvolvimento dos módulos da Sequência Didática e um pós-teste. Com base nos resultados do pré-teste, Brum e Schuhmacher (2014) elaboraram atividades da Sequência Didática em cinco módulos: 1) Geometria não Euclidiana: uma visão geral; 2) Dos egípcios à Euclides; 3) Os postulados de Euclides; 4) Geometria Esférica; e, 5) Geometria Hiperbólica. Segundo esses autores, "Cada módulo é constituído inicialmente de perguntas motivacionais, a fim de identificar as concepções dos estudantes e um conjunto de atividades" (BRUM; SCHUHMACHER, 2014, p. 267). As

---

8 Esses conceitos também foram sistematizados por nós no referencial teórico, anteriormente descrito, por entendermos essenciais abordá-los como direcionadores de uma pesquisa que almeja proporcionar aprendizagem significativa aos estudantes.

atividades desenvolvidas no decorrer dos módulos foram: aula expositiva do professor, com uso de projetor multimídia, maquetes e texto; os estudantes elaboraram cartazes, mapas conceituais, textos, listas de atividades, discussões em grupo, manipularam materiais alternativos, e construíram uma mandala hiperbólica e a garrafa de Klein. Como resultado, Brum e Schuhmacher (2014, p. 279) ponderam que "a sequência didática foi construída procurando facilitar a aprendizagem significativa através da utilização de materiais potencialmente significativos, isto é, relacionáveis sob a natureza lógica e psicológica que explicitamente buscam promover a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa".

Com as atividades desenvolvidas, os referidos autores verificaram a "ocorrência de aprendizagem significativa do tipo representacional, conceitual e proposicional, bem como indícios de aprendizagem superordenada, subordinada e combinatória" (BRUM; SCHUHMACHER, 2014, p. 278). Eles enfatizam a necessidade de se buscar os conhecimentos prévios dos estudantes, apresentar situações problemas, utilizar recursos didáticos como organizadores prévios e adotar o diálogo entre os estudantes para promover uma aprendizagem significativa.

No artigo A37, titulado "Mis conception sand learning difficulties in radical numbers"[9], de autoria de Ozkan, A. e Ozkan E. M. (2012), os autores abordam equívocos e dificuldades de aprendizagem em radiciação com estudantes da décima série, para nós, brasileiros, oitavo ano. Com relação à Teoria da Aprendizagem Significativa, ela é abordada, mas sem aprofundamentos. Os autores mencionam que, se conceitos abstratos forem apenas memorizados, serão empregados de forma equivocada. Por outro lado, se aprendidos de forma significativa, relacionando novos conceitos com os anteriormente aprendidos, os novos conceitos serão fortemente fundamentados. Segundo eles, a aprendizagem efetiva não ocorre devido à defasagem de conhecimentos prévios.

Intitulado "Diseño de un software educativo para propiciar El aprendizaje significativo de la geometría en la Educación Primaria Bolivariana[10]", o artigo A40 de autoria de Cisneros (2011), aborda um relato de experiência em que descreve resultados da adoção de um software educacional no ensino de geometria aplicado a estudantes do ensino fundamental. O software é de sua autoria e desenvolvido no

[9]"Equívocos e dificuldades de aprendizagem em radiciação". [tradução nossa].
[10]Design de software educacional para promover aprendizagem significativa da geometria na Educação primária bolivariana. [tradução nossa].

Adobe Flash C23. O autor aborda a aprendizagem significativa entendendo a necessidade dos conhecimentos prévios e a diferença entre a aprendizagem de forma significativa e a de forma mecânica. No entanto, discorre sobre a aprendizagem significativa sem apresentar aprofundamentos de como ela ocorre, somente destaca que o software utilizado, por motivar os estudantes com o uso do computador, promoveu uma aprendizagem significativa para os estudantes.

A seguir, as considerações gerais com base na revisão bibliográfica realizada.

4.3 Considerações gerais a partir das teses, dissertações e artigos analisadas: o avanço esperado com o presente trabalho.

Consideramos que a Teoria da Aprendizagem Significativa, embora idealizada na década de 1960, ainda tem muito a ser discutida e estudada para adentrar, de forma efetiva, a sala de aula para o ensino e a aprendizagem da Matemática. O que predominou nas análises foi o discurso teórico a respeito de suas potencialidades, porém, de fato, os professores não estão e não foram preparados com vistas a ministrarem suas aulas com foco em uma aprendizagem que se constitua de forma significativa para seus estudantes.

Isso se mostra como um ponto a ser refletido: Como proporcionar que os estudantes tenham uma aprendizagem significativa se os planejamentos são realizados geralmente sem sua presença? Como avaliar os subsunçores existentes na estrutura cognitiva de estudantes que não estão junto de nós na sala de aula? Sendo assim, entendemos que o planejamento realizado no início do ano é fictício e deve ser constantemente repensado. Para isso, o professor precisa de amparo, do ponto de vista curricular, pois se trabalhar segundo preceitos da TAS pode ser que no decorrer do ano letivo não dê conta de toda a lista de conteúdos predeterminados.

Concordamos com Moreira e Masini (2008), quando afirmam que a abordagem do ensino e aprendizagem, em maior parte, e em todos os níveis, prioriza a memorização com vistas ao que será cobrado em avaliações. Isso nos leva a entender que o ensino predominante em sala de aula ainda é com características behavioristas. Nesse contexto, Moreira (2016, p. 46) considera que “[...] pode não ter havido, ainda, uma verdadeira mudança conceitual nesse sentido, mas parece que se está caminhando em direção a ela”.

Embora os autores apresentem, no referencial teórico, alguns elementos centrais da Teoria da Aprendizagem Significativa, suas análises, no geral, de atividades realizadas em sala de aula não resgataram esses elementos, ou seja, não se fez presente uma operacionalização dos principais conceitos da teoria. O que predominou foi o reconhecimento dos conhecimentos prévios, no entanto, só esse reconhecimento não evidenciou a ocorrência de uma aprendizagem significativa. Como destaca Ausubel (2003, p. 130), para verificar a ocorrência de uma aprendizagem significativa exige-se “a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis”, isso em parte foi apresentado somente no artigo de Brum e Schuhmacher (2014).

Entendemos que o termo “aprendizagem significativa” é característico de uma teoria de aprendizagem, no entanto, foi verificado o uso do termo em uma perspectiva reducionista, sem um marco teórico que a sustente, empregado para caracterizar o resultado de uma atividade prática bem sucedida.

Diante das análises realizadas, verificamos não haver uma relação sólida da Teoria de Aprendizagem Significativa com as tendências metodológicas do Ensino de Matemática que aqui utilizaremos. Sendo assim, consideramos que ainda é encontrado carência em aplicações práticas, que transitem pelos elementos centrais da aprendizagem significativa relacionadas ao ensino e a aprendizagem de matemática por meio da adoção de tendências metodológicas. Ao considerarmos a necessidade de mais trabalhos nessa perspectiva, é que entendemos a relevância da pesquisa por nós realizada.

5 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS DA INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo abordaremos os encaminhamentos metodológicos da presente investigação, apresentando o local de pesquisa, tempo em que ficamos na escola e os participantes, a natureza e o delineamento da investigação e definimos como técnica de pesquisa a pesquisa-ação, seguindo as fases propostas por Engel (2000).

5.1 Caracterização do local de pesquisa, tempo e participantes

O desenvolvimento das atividades em sala de aula ocorreu em um Colégio Estadual do município de Ponta Grossa/PR, por meio de parceria estabelecida com o Núcleo Regional de Educação (NRE) e com a Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná. Antes de procurar o NRE, já havíamos averiguado a aceitação de uma professora da rede para desenvolver, em sua sala de aula, a pesquisa. Essa professora, pelo fato de termos um conhecimento de longa data, de pronto aceitou a solicitação e disponibilizou suas turmas, para que definíssemos em qual delas desenvolveríamos a pesquisa, desde que tivéssemos a autorização do NRE e da equipe diretiva da escola.

Com um colégio pré-definido, dirigimo-nos até ele, fizemos um primeiro contato com a equipe pedagógica e com a direção e, de maneira informal, apresentamos a pesquisa e averiguamos a possibilidade de aceitação. Tendo consentimento, fomos ao NRE e apresentamos a proposta de pesquisa ao setor competente, que nos orientou a encaminhar a proposta para apreciação da SEED, por meio de sistema eletrônico. Com a liberação da SEED, do NRE, da direção da escola e a aceitação da professora, organizamos os documentos para apreciação do projeto de pesquisa pelo Comitê de Ética e Pesquisa da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

Com aprovação do Comitê de Ética e Pesquisa, por meio do Parecer 3.318.424, em 10 de maio de 2019, iniciamos no segundo semestre de 2019 a investigação em sala de aula, com previsão de acompanhamento da turma durante todo o semestre.

Para definir a turma, em consenso com a professora e também por indicação da equipe pedagógica do colégio, selecionamos um 6º ano que possuía como característica a heterogeneidade dos estudantes. A turma era composta por estudantes com bom desempenho e estudantes com extrema dificuldade, com laudo de deficiência intelectual (DI).

Os vinte e cinco estudantes dessa turma, bem como o público em geral atendido pelo colégio, são da periferia da cidade, com situação econômica de classe baixa. Em sala de aula, deparamo-nos com estudantes de diferentes formações familiares, sendo que alguns moravam com os pais, outros, com tios e um, que deixava bastante evidente, morava com os avós, pelo fato de ter sido abandonado pela mãe, e por não conhecer seu pai. Com relação à idade, todos estavam na faixa etária de 11 e 12 anos e sempre estudaram em escola pública.

5.2 Natureza e delineamento da investigação

Quando desenvolvemos uma pesquisa com um grupo de estudantes em sala de aula, buscando ressaltar as interações entre os envolvidos e a aprendizagem adquirida, do ponto de vista do objeto, conforme Gil (2002), essa se constitui como uma pesquisa de campo. Esse autor destaca que esse tipo de pesquisa se desenvolve junto ao grupo estudado, a partir de observações diretas, entrevistas, análises de documentos, filmagens e obtenção de imagens. Para Gil(2002), esse trabalho é desenvolvido pessoalmente pelo pesquisador a partir da atuação direta com os envolvidos, isso remete à importância de o pesquisador permanecer maior tempo possível no meio estudado.

A pesquisa desenvolvida, ao se constituir como uma pesquisa de campo, apontou interesse para aplicação prática junto aos estudantes, caracterizando a natureza da pesquisa como aplicada. Ao se refletir sobre a questão e sobre os objetivos propostos, entendemos que a forma e a abordagem da investigação são qualitativas, uma vez que se enquadram nas características explicitadas por Bogdan e Biklen (1994), sistematizadas no Quadro 16.

Quadro 16 – Características da forma e da abordagem qualitativa

1. A fonte de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.
2. A investigação qualitativa é descritiva.
3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.
4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva.
5. O significado é de importância vital abordagem qualitativa.

Fonte: Bogdan e Biklen (1994, p. 47-50).

Segundo a perspectiva de Bogdan e Biklen (1994), a investigação qualitativa é descritiva, pois os dados recolhidos não se resumem em números, mas sim em palavras e/ou imagens, transcrições de depoimentos dos estudantes, notas de campo, vídeos, documentos produzidos pelos estudantes, dentre formas de registros.

> Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 16).

Sendo assim, a partir da abordagem qualitativa, com vistas aos objetivos a serem alcançados, a presente pesquisa se insere em uma perspectiva interpretativa, conforme explicitam Pozzebon e Petrini (2013, p. 2): “Pesquisa interpretativa não predefine variáveis dependentes e independentes, mas concentra-se (sic) na complexidade do ser humano e dos fenômenos sociais na busca do entendimento dentro de um determinado contexto”. Essa complexidade do ser humano é destacada por Bogdan e Biklen (1994, p. 70) por levar o pesquisador qualitativo a entender que não é possível formular teorias a partir de articulações de fatos, que permitam “aos cientistas estabelecer relações de causalidade e predizer o comportamento humano”, uma vez que a natureza e as experiências humanas têm caráter essencialmente interpretativo (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Em uma perspectiva interpretativa, o objetivo

> [...] dos investigadores qualitativos é o de melhor compreender o comportamento e experiência humanos. Tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados. Recorrem à observação empírica por considerarem que é em função de instâncias concretas do comportamento

> humano que se pode reflectir (sic) com maior clareza e profundidade sobre a condição humana. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 70).

Segundo Crewell (2007, p.186), apoiando-se em Wolcott (1994), na abordagem qualitativa interpretativa

> [...] o pesquisador faz uma interpretação dos dados. Isso inclui o desenvolvimento da descrição de uma pessoa ou de um cenário, análise de dados para identificar temas ou categorias e, finalmente, fazer urna interpretação ou tirar conclusões sobre seu significado, pessoal e teoricamente, mencionando as lições aprendidas e oferecendo mais perguntas a serem feitas.

Seguindo essa perspectiva, no desenvolver da presente pesquisa buscamos analisar as ações, as interações e as produções dos estudantes a partir da adoção de tendências metodológicas no Ensino de Matemática, a fim de verificar indícios de aprendizagem significativa. E, com vistas aos objetivos, sentimos necessidade de estabelecer uma técnica de pesquisa mais específica. Após estudar diversas, compreendemos que a mais apropriada é a pesquisa-ação, pois permite vincular a pesquisa à ação ou prática. Conforme menciona Engel (2000, p. 182), ela é "uma maneira de se fazer pesquisa em situações em que também se é uma pessoa da prática e se deseja melhorar a compreensão desta".

Na literatura de metodologias de pesquisa encontramos diferentes perspectivas para os delineamentos da pesquisa-ação, sendo, portanto, difícil defini-la, pelo fato de se mostrar como um processo natural sob distintos aspectos e por ser desenvolvida de diferentes maneiras (TRIPP, 2005). Quanto a sua origem, Tripp (2005, p. 445) destaca que seja pouco provável que um dia venhamos a saber "[...] simplesmente porque as pessoas sempre investigaram a própria prática com a finalidade de melhorá-la". No entanto, esse autor concorda que um dos pioneiros a publicar um trabalho empregando pesquisa-ação foi o psicólogo Kurt Lewin, que propôs quatro etapas para desenvolver a pesquisa de forma cíclica: coleta de dados, diagnóstico, implementação e avaliação.

Segundo Tripp (2005, p. 445), em âmbito educacional, a pesquisa-ação se mostra como uma estratégia para que professores e pesquisadores possam aplicá-la a fim de aprimorar suas práticas de ensino, potencializando, assim, a aprendizagem dos estudantes, no entanto, "mesmo no interior da pesquisa-ação educacional surgiram variedades distintas". Ainda, segundo Tripp (2005, p. 457), na pesquisa-ação prática em educação, o pesquisador tem como objetivo “contribuir para o desenvolvimento das crianças, o que significa que serão feitas mudanças para melhorar a aprendizagem e a auto-estima (sic) de seus alunos, para aumentar interesse, autonomia ou cooperação e assim por diante”.

Conforme Engel (2000, p. 183), os professores como agentes da prática educacional podem “transformar suas próprias salas de aula em objetos de pesquisa. Neste contexto, a pesquisa-ação é o instrumento ideal para uma pesquisa relacionada à prática”. Sendo assim, por meio da pesquisa-ação, o professor pesquisador tem subsídios para intervir na própria prática durante a realização da investigação, não necessitando finalizar a pesquisa para avaliar as consequências. Essa é uma das características que nos levou a adotá-la, pois é no momento da prática que desvendamos os subsunçores dos estudantes e, como decorrência, estabelecemos ações a partir da adoção de tendências metodológicas, visando potencializar a aprendizagem significativa dos estudantes.

Para Engel (2000), a pesquisa-ação vem sendo implementada na área de Ensino e auxilia o professor na busca por soluções para os problemas encontrados durante sua prática. Sendo assim, esse tipo de pesquisa possibilita aos professores visualizar sua sala de aula como objeto de pesquisa e, nesse contexto, Engel (2000) elenca que a pesquisa de desenvolve em ciclos e cada ciclo é composto por fases, sendo que as fases finais subsidiam o início a um novo ciclo, sendo elas:

1. Definição de um problema;
2. Pesquisa preliminar;
3. Hipótese;
4. Desenvolvimento de um plano de ação;
5. Implementação do plano de ação;
6. Coleta de dados para avaliação dos efeitos da implementação do plano;
7. Avaliação do plano de intervenção;
8. Comunicação dos resultados.

A seguir, estabelecemos os encaminhamentos adotados em cada uma dessas fases na pesquisa realizada.

5.2.1 Definição de um problema

Ao desenvolvermos uma pesquisa, buscamos confrontar dados, evidências, informações coletadas com o aporte teórico já acumulado a respeito do assunto que trataremos. Com vistas a esses aspectos, Lüdke e André (1986) explicitam que em geral isso se desenvolve a partir de um problema que, além de promover o interesse do pesquisador, direciona a pesquisa. A resposta ao problema formulado resulta em novo conhecimento, “fruto da curiosidade, da inquietação, da inteligência e da atividade investigativa dos indivíduos, a partir e em continuação do que já foi elaborado e sistematizado pelos que trabalharam o assunto anteriormente.” (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 2).

Segundo o delineamento da pesquisa-ação, a vivência do professor o coloca diante de problemas que podem ser investigados. No entendimento de Engel (2000, p. 138), “problema” é algo que intriga o professor pesquisador, algo “que pode ser melhorado na área de ensino, ou o reconhecimento da necessidade de inovação em algum aspecto do programa de ensino”. É nesse entendimento que se constitui o problema que direciona esta investigação: Quais as potencialidades da adoção de diferentes tendências metodológicas em Educação Matemática para promover a aprendizagem significativa em Matemática no 6º ano do Ensino Fundamental?

5.2.2 Pesquisa preliminar

É nessa fase da pesquisa que realizamos a revisão bibliográfica para elencar os trabalhos relacionados, sendo assim, investigamos aqueles voltados para a Educação Matemática na Educação Básica que tiveram como aporte teórico a Teoria da Aprendizagem Significativa na perspectiva de Ausubel. Essa investigação se deu a partir de teses, dissertações e artigos científicos e foi sistematizada no Capítulo 4.

Ainda nessa fase, segundo Engel (2000, p. 186), devemos realizar “observação em sala de aula e o levantamento das necessidades”. Para isso, foi definida uma turma do Ensino Fundamental para implementar a proposta de pesquisa e se deu por meio de parcerias com Núcleo Regional de Educação de Ponta Grossa, professora regente, direção e equipe pedagógica de um Colégio Estadual de Ponta Grossa.

Seguindo os preceitos da pesquisa-ação com atenção aos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa, realizamos as observações iniciais e o levantamento dos conhecimentos subsunçores dos estudantes. Isso se deu em três semanas durante quinze aulas, enquanto a professora regente finalizava uma unidade de conteúdo.

5.2.3 Hipótese

Com base nos levantamentos realizados durante a pesquisa preliminar e, considerando a nossa vivência em sala de aula como professor do Ensino Fundamental, estabelecemos a hipótese para esta investigação, considerando que

> […] seja como for, podemos considerar que a pesquisa-ação opera a partir de determinadas instruções (ou diretrizes) relativas ao modo de encarar os problemas identificados na situação investigada e relativa aos modos de ação. Essas instruções possuem um caráter bem menos rígido do que as hipóteses, porém desempenham uma função semelhante (THIOLLENT, 2000, p. 33).

A partir disso, adotamos como hipótese: A adoção das tendências metodológicas Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Jogos, Tecnologia e Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática têm potencial para despertar nos estudantes o interesse em estudar e promover a aprendizagem de forma significativa.

5.2.4 Desenvolvimento de um plano de ação

Decorrente da problemática, dos objetivos e da hipótese idealizamos, enquanto sujeitos da própria prática, trabalhar com estudantes do 6º ano, utilizando as tendências metodológicas mencionadas. Entendemos que tais tendências oportunizam ao professor atuar em sala de aula na perspectiva de mediador e não somente de detentor do saber, valorizando os conhecimentos subsunçores dos estudantes e, a partir desses, desenvolver novos conhecimentos. Diante disso, o primeiro passo adotado foi o levantamento dos conhecimentos subsunçores discentes em atenção ao que dispõe Ausubel (2003) para se alcançar a aprendizagem significativa.

No contexto em que a professora regente estava trabalhando, as aulas eram desenvolvidas de forma tradicional, nas quais eram apresentados os conceitos relativos aos números primos, múltiplos e divisores. Então, considerando as características da Resolução de Problemas, essa metodologia se apresentou como promissora para o momento, e, com a liberdade a nós concedida, idealizamos implementar um problema heurístico (DANTE, 2011) como organizadores prévios para ser o aporte inicial para a elaboração do conceito de máximo divisor comum (MMC). Na sequência, estabelecemos adaptar e trabalhar com um jogo de bingo, a fim de reforçar os conceitos abordados pela professora e explorar conceitos relativos a MMC e MDC. Esse jogo se mostrou promissor, uma vez que, por meio dele, foi possível aos estudantes aprimorar conceitos e, ao professor, averiguar a aprendizagem resultante.

Para finalizar a unidade de estudo, escolhemos mesclar os encaminhamentos com recursos tecnológicos, pois com a adoção de uma calculadora *online*[11] de MMC e de MDC, os estudantes poderiam averiguar como se torna ágil e facilitada a realização dos cálculos. No contexto, a utilização do site mostrou-se relevante por oportunizar aos estudantes contato com a sala de informática e, por meio da ferramenta, diferenciar situações problemas que envolvem esses conteúdos.

As atividades desenvolvidas com a adoção desse site encerraram a primeira parte da pesquisa, que contou com as tendências metodológicas de Resolução de Problemas, Jogos e Tecnologia no ensino de Matemática, e foram conciliadas com que a professora regente estava trabalhando. Na sequência, com a liberdade a nós concedida e acordada no início da pesquisa, planejamos a segunda parte da pesquisa: iniciando com a Modelagem Matemática, buscamos envolver de forma colaborativa as demais tendências: Resolução de Problemas, Jogos, Tecnologia e Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática.

5.2.5 Implementação do plano de ação

Implementamos o plano de ação em uma turma de vinte e cinco estudantes de um 6º ano do período da tarde, turma essa selecionada, considerando-se como critério a heterogeneidade quanto ao rendimento escolar, ou seja, estudantes que apresentavam excelente rendimento, estudantes “medianos” e estudantes com grande dificuldade, que frequentavam a sala de recurso. Essa heterogeneidade é perceptível quase em todo o ensino público no Brasil, uma vez que é

> [...] vista como fator imprescindível para as interações na sala de aula. Os diferentes ritmos, comportamentos, experiências, trajetórias pessoais, contextos familiares, valores e níveis de conhecimento de cada criança (e do professor) imprimem ao cotidiano escolar a possibilidade de troca de

[11] < http://www.matematicadidatica.com.br/CalculadoraMMCMDC.aspx>.

> repertórios, de visões de mundo, confrontos, ajuda mútua e consequente ampliação das capacidades individuais (AQUINO, 1998, p. 64).

A pesquisa foi desenvolvida em horário normal de aula, na disciplina de Matemática, durante o segundo semestre de 2019. Ao todo, trabalhamos com os sujeitos da pesquisa dezessete semanas, sendo cinco horas aulas por semana, divididas em três dias. Destacamos que a pesquisa se deu em parceria com a atuação da professora regente da turma. Como a professora era cobrada por trabalhar com o programa da disciplina, acordamos que pequenas alterações na ordem dos conteúdos poderiam ser realizadas, mas que, no decorrer das práticas da pesquisa, os conteúdos previstos seriam contemplados.

Com vistas a implementar o plano de ação junto aos estudantes, inicialmente apresentemos-lhes os objetivos almejados. Além disso, destacamos que as atividades a serem desenvolvidas se dariam durante todo o semestre com a adoção de tendências metodológicas em Educação Matemática. Explicitamos a eles que a adoção dessas tendências confere uma forma de abordagem das aulas de matemática diferente da abordagem tradicional, em que o professor apresenta a teoria, resolve exemplos e propõe a eles listas de exercícios.

Com apresentação das tendências elencadas, mencionamos aos estudantes que eles passariam a ser protagonistas da própria aprendizagem. Sendo assim, com a mediação do professor pesquisador, desenvolveriam atividades em grupo, pesquisas no laboratório de informática, apresentariam trabalhos diante da classe, participariam de competições com jogos envolvendo conteúdos matemáticos, produziriam textos relacionados à matemática e resolveriam problemas elaborados por eles e também apresentados pelo professor como desafios.

O contexto e a participação dos estudantes em sala de aula na perspectiva da pesquisa-ação foram os aportes que definiram os encaminhamentos e as tendências metodológicas a serem adotadas em cada momento, sempre com foco na promoção da aprendizagem de forma significativa. Esse foco é que nos levou, na perspectiva de professor pesquisador, a verificar os conhecimentos prévios dos estudantes. Para isso, usamos rodas de conversas e observações do comportamento dos estudantes diante de situações elencadas em sala de aula conforme desenvolviam atividades.

Com relação a nota, deixamos claro, a eles, seria constituída a partir da evolução evidenciada durante todo o processo. Verificados os conhecimentos subsunçores dos estudantes, buscamos, nas tendências metodológicas da Educação

Matemática, a que mais se adequaria a cada momento, visando promover novos conhecimentos resultando em uma aprendizagem significativa.

5.2.6 Coleta de dados para avaliação dos efeitos da implementação do plano

A coleta de dados foi realizada por meio de observação. Conforme Ludke e André (1994), para garantir o rigor e a validade da observação como um método científico, o pesquisador deve planejar o que irá observar e como realizará as observações. Dessa maneira, os autores evidenciam a relevância de delimitar o foco da investigação, para eles, o foco no que observar se faz necessário para que, ao final da investigação, não se aglomerem informações irrelevantes e certos dados importantes passem despercebidos. (LUDKE; ANDRÉ, 1994).

Assim, tivemos como foco verificar, por meio das observações, aspectos da Teoria da Aprendizagem Significativa evidenciados com a adoção de tendências metodológicas da matemática para o ensino e a aprendizagem em sala de aula. Os registros das observações foram compostos por imagens, vídeos, áudios, produção dos estudantes e um diário de campo elaborado pelo pesquisador. Em observância a normas estabelecidas pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos, realizamos tratamento nas imagens e vídeos para ocultar a identidade dos estudantes, e, ao apresentarmos os discursos discentes, utilizaremos E1, E2, E3, ..., E25.

5.2.7 Avaliação do plano de intervenção

Na fase de avaliação do plano de intervenção, conforme Engel (2000), o professor pesquisador analisa e interpreta os dados coletados a fim de elaborar as conclusões. Para Minayo (2012, p. 6), qualquer outra forma de análise puramente técnica “empobrece os resultados”. E, segundo Ludke e André (1994, p. 45), a análise de dados qualitativos “significa ‘trabalhar’ todo o material obtido durante a pesquisa”, sendo necessária, para isso, “a organização de todo o material, dividindo-o em partes, relacionando essas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes” (*ibid*). A partir disso, “essas tendências e padrões são reavaliados, buscando-se relações e inferências num nível de abstração mais elevado” (*ibid*).

Na análise dos dados buscamos atentar para as formas com que os dados foram coletados, considerando toda a riqueza do processo da construção de novos conhecimentos, não nos detendo apenas aos resultados. Nesse viés, as interpretações dos dados "são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando" (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50). Ainda na perspectiva desses autores:

> Para um investigador qualitativo que planeie elaborar uma teoria sobre o seu objecto de estudo, a direcção desta só se começa a estabelecer após a recolha dos dados e o passar de tempo com os sujeitos. Não se trata de montar um quebra-cabeças cuja forma final conhecemos de antemão. Está-se a construir um quadro que vai ganhando forma à medida que se recolhem e examinam as partes. O processo de análise dos dados é como um funil: as coisas estão abertas de início (ou no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo. O investigador qualitativo planeia utilizar parte do estudo para perceber quais são as questões mais importantes. Não presume que se sabe o suficiente para reconhecer as questões importantes antes de efectuar (sic) a investigação. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50).

Sendo assim, amparados na perspectiva de análise qualitativa, buscamos interpretar os significados estabelecidos pelos participantes na formulação de novos conhecimentos, que se constituem de vital importância para a pesquisa. Para Ludke e André (1986, p. 12), conforme Bogdan e Biklen (1982), "O 'significado' que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador". O que se busca em um estudo qualitativo é a perspectiva dos participantes, um estudo nessa abordagem permite "iluminar o dinamismo interno das situações, geralmente inacessível ao observador externo" (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 12).

5.2.8 Comunicação dos resultados

A partir dos resultados alcançados com a implementação do plano de ação Engel (2000) destaca que os resultados positivos devem ser tornados públicos. Em nossa pesquisa esses resultados são elencados inicialmente no próximo capítulo e em seguida serão divulgados em eventos científicos, artigos e capítulos de livro. A partir das análises e interpretações é que se constitui o próximo capítulo.

5.3 Sobre o produto educacional

O Produto Educacional que acompanha esta tese constitui-se em uma site, disponível em: https://sites.google.com/view/aprendizagemsignificativa-tmem/in%C3%ADcio> no qual apresentamos a TAS e as tendências metodológicas adotados neste trabalho. Nele também apresentamos relatos de como foi nossa atuação em sala de aula junto aos estudantes para desenvolver a aprendizagem, seguindo os preceitos da TAS, articulando-os às tendências metodológicas. O site também disponibiliza um campo para que outros professores da Educação Básica contribuam com relatos de suas experiências. O layout do site é apresentado e discutido ao final das descrições e análises das atividades.

6 DESCRIÇÕES, ANÁLISES E INTERPRETAÇÕES DAS ATIVIDADES REALIZADAS EM SALA DE AULA, SEGUNDO PRECEITOS DA PESQUISA- AÇÃO

Nesta seção descrevemos os procedimentos adotados durante as atividades desenvolvidas em sala de aula com estudantes participantes da pesquisa. Ao final, apresentamos um fechamento com a retrospectiva dos conceitos da TAS observados no decorrer das atividades.

As atividades desenvolvidas durante um semestre foram separadas em duas partes. Na primeira, buscamos levantar os conhecimentos subsunçores dos estudantes e desenvolvemos atividades com a adoção de Resolução de Problemas, Jogos e Tecnologia. Destacamos que nessa fase, o planejamento das atividades foi elaborado nós com anuência da professora regente. Tomando-se por base os levantamentos preliminares, buscamos não interromper abruptamente o que estava sendo trabalhado por ela. Os encaminhamentos adotados pela professora seguiam a lista de conteúdos de seu plano de trabalho, em conformidade com o que é estabelecido nos documentos norteadores para o 6º ano.

A segunda parte foi direcionada segundo as percepções levantadas nas pesquisas preliminares, descritas na sequência, e, também, com base na primeira parte, por meio das quais verificamos o interesse dos estudantes por jogos eletrônicos. Diante disso, compreendemos que poderíamos adotar a Modelagem Matemática para direcionar o novo ciclo, e, a partir dela, conciliar outras tendências para subsidiar o desenvolvimento dos conteúdos em sala de aula. A seguir, descrevemos os procedimentos adotados durante a pesquisa preliminar e os que compõem a primeira e a segunda parte da pesquisa.

6.1 Pesquisa preliminar e levantamento dos conhecimentos subsunçores

A descrição da pesquisa preliminar objetiva apresentar os encaminhamentos adotados no levantamento dos conhecimentos subsunçores discentes. Também aborda os encaminhamentos na retomada de conceitos de multiplicação e de divisão, os quais, embora já trabalhados com os estudantes desde os Anos Iniciais, alguns ainda apresentavam dificuldades. A atividade inicial seguiu os preceitos da aprendizagem significativa e foi a base para o desenvolvimento das próximas atividades com as tendências metodológicas em Educação Matemática.

Quando iniciamos o acompanhamento dos estudos em sala de aula, a professora regente trabalhava os conteúdos de múltiplos, divisores e de Mínimo Múltiplo Comum (MMC). Até que ela finalizasse esses conteúdos, acompanhamos algumas aulas, auxiliando os estudantes de forma individual e fazendo a sondagem de seu desenvolvimento. Isso nos propiciou um contato inicial com a turma e facilitou a interação e a aproximação com os estudantes, conforme recomendam Bogdan e Biklen (1994, p. 123): “Nos primeiros dias do trabalho de campo começa-se a estabelecer a relação, aprendem-se ‘os cantos à casa’, passa-se a ficar mais à vontade e a trabalhar no sentido de os sujeitos ficarem mais à vontade conosco”.

Objetivo das atividades iniciais

Ter um contato inicial com a turma para que eles percebessem que, embora sendo pesquisador, atuaria como seu professor junto com sua professora;

Verificar os conhecimentos subsunçores dos estudantes quanto as operações básicas;

Buscar estabelecer relação entre os subsunções e o conteúdo que estava sendo desenvolvido para adotar tendências metodológicas no ensino de matemática, sem romper; abruptamente; com o direcionamento adotado pela professora regente.

Material utilizado

Quadro negro e giz.

Material dourado.

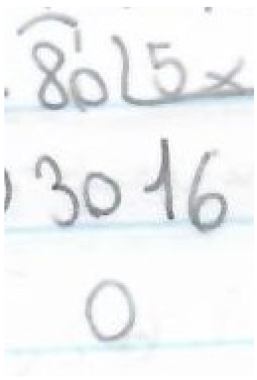
Ao acompanhar os estudantes, e por meio das sondagens que compõem a pesquisa preliminar, observamos dois grupos: os que desenvolviam as operações básicas com facilidade e os que apresentavam dificuldades em multiplicação e divisão. Isso reforça uma constatação dos anos que atuamos como docente de 6º ano pois, nesse nível de ensino, geralmente, encontramos estudantes com as mesmas dificuldades.

Dominar as operações básicas é um requisito para a aprendizagem dos conteúdos desse nível de ensino, em especial, múltiplos, divisores, frações, porcentagem, MMC e MDC. Para tanto, realizamos uma retomada dessas operações com todos os estudantes, entretanto, para não desmotivar os que já dominavam essa parte, explicitamos a necessidade de não só dominar o algoritmo, mas também saber o que os origina se faz necessário para entender o raciocínio empregado no processo. Conforme destaca Ausubel (2003, p. 44)

> [...] a aquisição de conjuntos de conhecimentos estáveis e organizados por parte do aprendiz é não só o mais importante objectivo (SIC) a longo prazo da educação, como também as propriedades apreendidas destes conjuntos de conhecimentos, uma vez adquiridas, constituem por direito, e por sua vez, as *variáveis independentes* mais significativas que influenciam a aprendizagem e a retenção significativas do novo material das matérias.

Em busca por descobrir o que já era de conhecimento dos estudantes que apresentavam dificuldade, levantamos os subsunçores que embasam as operações de multiplicação e divisão. Com relação à multiplicação, os estudantes não dominavam a tabuada, por consequência, apresentavam também dificuldade em divisão. Além disso, o método que lhes fora apresentado para trabalhar a divisão, o método curto, no qual se pulam etapas do desenvolvimento da operação (Quadro 17), havia gerado obstáculos.

Quadro 17 – Exemplo da divisão pelo método curto

	Método Curto de realizar operações de divisão. “Cinco vezes um é cinco, para chegar ao oito faltam três. Registra o três (resto de parte da operação). Abaixa o zero do oitenta ficando com trinta. Cinco vezes seis são trinta, então resto zero.” (E8).

Fonte: Acervo do pesquisador e explicação da estudante E8.

A constatação do obstáculo gerado pelo método curto de resolver a divisão vem ao encontro do que destacam Brum e Silva (2015), apoiando-se em D’Amore (2007), quanto as dificuldades em Matemática:

> [...] o obstáculo que surge e reforça a dificuldade de aprendizagem em Matemática pode se manifestar em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência matemática, do tipo da conquista de noções básicas e princípios numéricos, da conquista da numeração, quanto à prática das operações básicas, quanto à mecânica ou quanto à compreensão do significado das operações. (BRUM; SILVA, 2015, p. 5).

Ao procurarmos soluções para essa dificuldade, verificamos que contagem, adição e subtração eram de conhecimento desses estudantes, então, as utilizamos como ponto de partida, pois, conforme Ausubel (2003), a manipulação de conhecimentos já estabelecidos na estrutura cognitiva facilita a aprendizagem significativa. Trabalhamos multiplicação e divisão com auxílio do material dourado e também a partir da contagem e da adição de parcelas iguais.

A adoção do material dourado para trabalhar as operações básicas se justifica a partir do que menciona André (2009, p. 107):

> O sistema de numeração decimal é um conhecimento de natureza lógico-matemática, por isso não pode ser compreendido apenas através da transmissão externa. Ele exige transmissão, mas também ação mental autônoma e raciocínio lógico, operações permitidas pelo uso do ábaco e do material dourado mediado pelo professor. Quando o professor ensina o algoritmo (fórmula tradicional das operações de adição, subtração, divisão e multiplicação) sem que a criança tenha compreendido o sistema de numeração decimal, trata um conhecimento de natureza lógico-matemática como se fosse de natureza social. O resultado pode ser a não aprendizagem.

Conforme resultados da pesquisa de Rossato (2014), adotar o material dourado como organizadores prévios auxilia os estudantes a internalizar e maximizar os conhecimentos das operações básicas, pois eles passam a ter um referente concreto como base. Sendo assim, as operações trabalhadas com os estudantes, por meio da utilização do material dourado, partiram de um problema padrão, segundo classificação de Dante (2011), apresentado no Quadro 18.

Quadro 18 – Problema padrão relacionado à divisão

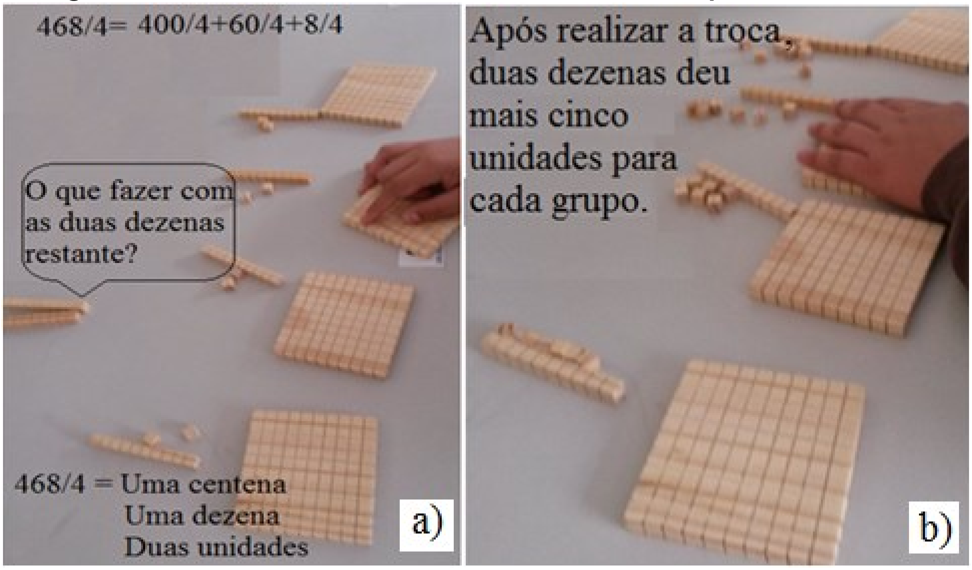
Albino, o porteiro do colégio, decidiu que em vez de dar presente a seus quatro filhos irá dar dinheiro, assim cada um compra o que achar conveniente, então quer repartir seus R$ 468,00 em partes iguais entre eles. Quanto cada um receberá?

Fonte: Adaptado de Dante (2011).

Ao buscar a solução para esse problema, todos os estudantes perceberam que ele envolvia a operação de divisão, sendo R$ 468,00 separados em 4 partes iguais. Então, solicitamos que formassem o valor a ser dividido com as peças do material dourado. Ao formarem o número 468, certificamo-nos de que a composição de números em unidades, dezenas e centenas era de conhecimento deles, pois utilizaram a placa para a centena, a barra para a dezena e os cubinhos para as unidades. Dessa forma, os questionamos: “Se as peças estão representando o valor a ser dividido entre os filhos, qual o significado de cada peça pra vocês?” Os estudantes conseguiram estabelecer a relação de que o cubinho seriam as moedas de 1 real, a barra a nota de 10 reais e a placa nota de 100 reais.

Na sequência, solicitamos que as separassem em quatro grupos, conforme a Figura 7.

Figura 7 - Divisão com o material dourado realizada pelos estudantes



Fonte: Acervo do pesquisador

A divisão das partes inteiras foi realizada sem dificuldades (Figura 7a), no entanto, sobraram duas barras, representando R$ 20,00. Sendo assim, questionamos os estudantes sobre como dividir, em partes iguais, as dezenas restantes. Eles verificaram que poderiam trocá-las por unidades, e as redistribuir, isso está representado na Figura 7b. Na sequência constataram que o resultado da divisão de 468 por 4 é 117 unidades, ou seja, uma centena uma dezena e sete unidades, relacionando à situação problema, o resultado é R$ 117,00 reais para cada filho.

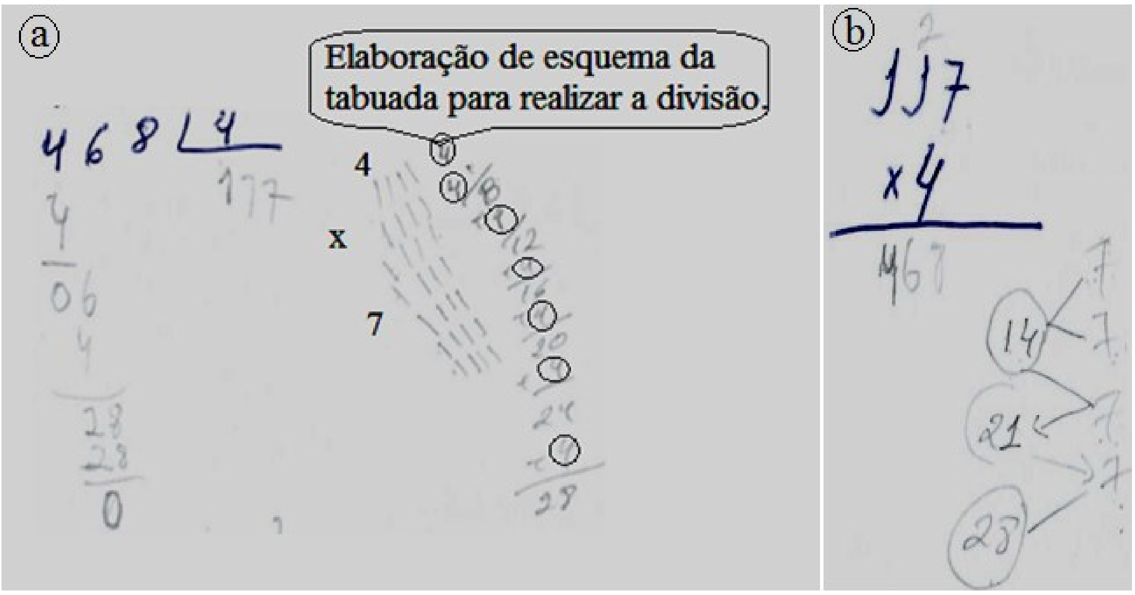
A partir da manipulação do material dourado, adotado como organizadores prévios, realizamos uma comparação com o algoritmo da divisão. Os estudantes compreenderam que o algarismo 4 representava 4 centenas e, quando dividido em quatro grupos, resultaria uma centena, ou seja, uma placa ou, em dinheiro, uma nota de R$ 100,00. O resto da divisão das 6 dezenas ganhou sentido quando comparado a sobra das duas barras que, depois de realizada a troca por unidades, resulta vinte e oito. Com essa atividade, visualizamos na prática o que afirma Oliveira (2012, p. 2):

> No ensino tradicional, as crianças acabam ‘dominando’ os algoritmos a partir de treinos cansativos, mas sem conseguirem compreender o que fazem. Com o Material Dourado a situação é outra: as relações numéricas abstratas passam a ter uma imagem concreta, facilitando a compreensão. Obtém-se,

> então, além da compreensão dos algoritmos, um notável desenvolvimento do raciocínio e um aprendizado bem mais agradável.

Como os estudantes mencionaram dificuldade em memorizar a tabuada, apresentamos a eles a estratégia de desenvolvê-la a partir de representação com risquinhos, assim, eles formaram grupos, contando de quatro em quatro até chegar a vinte e oito. Após formar os grupos de risquinhos, realizaram a contagem e visualizaram que obtiveram sete grupos. Na sequência, solicitamos que realizassem adição de quatro em quatro até chegar a 28. Os estudantes por si só compreenderam que estavam obtendo como resultado as valores da tabuada, como destacamos na Figura 8.

Figura 8 – Resolução da divisão pelo método longo, considerando-se os subsunçores do estudante

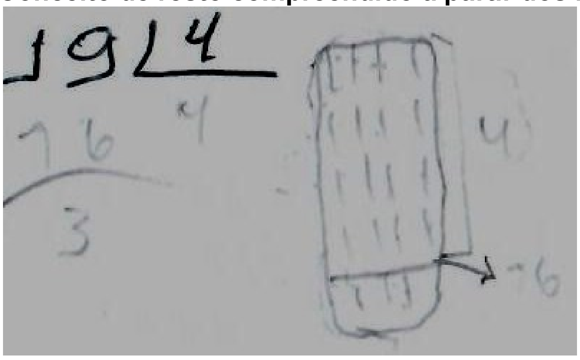


Fonte: Acervo do pesquisador

Realizada a operação e validada com os resultados, por meio do material dourado, comentamos que a divisão e a multiplicação são operações inversas, por esse motivo utilizamos a multiplicação para validar o resultado da divisão e a divisão para validar o resultado da multiplicação. A seguir, eles realizaram a operação da multiplicação, adotando a soma de parcelas iguais e validaram a divisão realizada (Figura 8b).

Trabalhamos também o conceito de resto das divisões a partir da ideia dos risquinhos, para isso, consideramos a divisão de 19 por 4. Ao realizar a contagem, formando grupos de 4 em 4 até atingir 19, os estudantes visualizaram que 19 são 4 grupos inteiros com 4, totalizando 16, e mais um grupo com 3 que, por não formar um grupo inteiro, é chamado de resto. (Figura 9).

Figura 9 – Conceito de resto compreendido a partir dos risquinhos



Fonte: Acervo do pesquisador

Após essa representação presente na Figura 9, os questionamos:

PP: Se tivéssemos trabalhando com dinheiro R$ 19,00 repartido para 4 pessoas quanto daria para cada um? O que poderíamos fazer com os R$ 3,00 restantes?

O estudante E14, rapidamente, respondeu:

E14: Era só trocar em moedas de R$ 0,50 e dividir novamente.

PP: Muito bem! Então quantas moedas teríamos?

E14: Seis moedas, mais uma para dada um, e sobra duas que podemos trocar por de R$ 0,25.

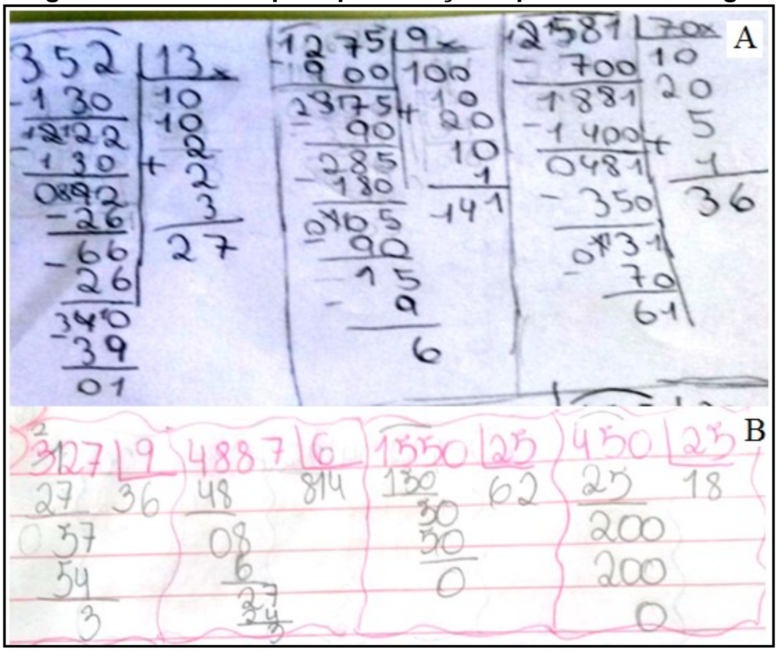
PP: trocando essas duas por de R$ 0,25, temos mais quatro moedas, então, com quanto cada um fica ao final?

Os estudantes responderam que seria R$ 4,75.

Nesse contexto, destacamos que dificilmente se consegue trabalhar somente com números naturais, quando estamos usando dinheiro, por isso que recebemos o troco geralmente em moedas. Para ser adotado em um momento futuro como subsunçor, mencionamos aos estudantes que esses números “quebrados” pertencem a um conjunto numérico específico, ou seja, o conjunto dos Números Racionais, geralmente presentes em transações comerciais.

Após trabalhar alguns exercícios de fixação, expandimos e trabalhamos divisão por aproximação (Figura 10 a) e pelo método longo (Figura 10 b).

Figura 10 – Divisão por aproximação e pelo método longo



Fonte: Acervo do pesquisador

Com essas atividades, partimos do empírico para o formal, consideramos a disponibilidade de subsunçores e, o que estava estabelecido na estrutura cognitiva de cada estudante foi considerado como âncora para a formalização do conteúdo. Motivamos os estudantes com dificuldade a continuar utilizando a representação com risquinhos e a adição de parcelas iguais para resolverem as divisões, até que se apropriassem do método longo (convencional) para desenvolver a divisão. Recomendamos a não utilização do método curto por esses estudantes, pois, como não dominavam esse processo, era mais conveniente que cada um seguisse passo a passo o seu desenvolvimento.

Os estudantes que dominavam o método curto apresentaram resistência em resolver as operações de forma diferente. Destacamos para os que tinham facilidade que o método curto não é errado, apenas se suprime parte da representação dos números, inviabilizando a visualização de todo o processo para quem tem dificuldade.

Atuar em sala de aula considerando o desenvolvimento de cada estudante e não pulando etapas desse desenvolvimento contribui para que eles consigam, ao final do processo de aprendizagem, abstrair de forma correta os procedimentos adotados. Isso vem ao encontro do que aponta Cruz (2014, p. 131), apoiando-se em Witzel, Smith e Brownell (2001): “é fundamental que os professores utilizem uma sequência de instruções que conduza o aluno ao longo de três momentos, primeiro o Concreto, depois a Representação, e por fim a Abstração, pois esta facilita o raciocínio abstrato".

Com base em Witzel, Smith e Brownell (2001), Cruz (2014) sugere alguns encaminhamentos ao professor que se aproximam dos que desenvolvemos com os estudantes em sala de aula. São eles: adotar situações problemas que apresentem relações da matemática presente no dia a dia; antes de avançar com um novo conhecimento, ter certeza de que os estudantes dominam os pré-requisitos; e, propiciar aos estudantes que resolvam problemas pensando em voz alta ou comunicando os resultados e os encaminhamentos aos demais colegas, assim, o discente, mais facilmente, conseguira perceber por que adotar cada operação, podendo, assim, reproduzir em novas situações.

Sendo assim, destacamos que, no ensino da matemática, o desenvolvimento individual deve ser considerado, se o estudante ainda está na fase da representação deve resolver seus problemas, utilizando-se da representatividade, até que consiga abstrair. É mais importante a adoção da representação do que o desenvolvimento de obstáculos que conduzem para a aversão por essa ciência, a qual se mostra necessária para o desenvolvimento do ser humano, para atuar em sociedade com consciência de suas ações e implicações.

O resgate da contagem e da adição de parcelas iguais, subsunçores estabelecidos na estrutura cognitiva dos estudantes, foi crucial para a compreensão do método de divisão por aproximação e do método convencional. Em sala de aula, realizar esse resgate, principalmente no 6º ano, que se constitui em um período de transição dos Anos Iniciais para os Anos Finais do Ensino Fundamental, é imprescindível para que os estudantes avancem para os demais anos.

Valorizar os conhecimentos subsunçores, conforme o desenvolvimento individual dos estudantes, além de ser o principal requisito para que o aprendizado se constitua como significativo, mostrou-se potencializador na promoção do interesse desses estudantes pela Matemática. Constatamos que, conforme os estudantes avançavam, passavam a se reencantar pela disciplina.

Destacamos o estudante E9, que apresentava acentuadas dificuldades e tinha laudo de Deficiência Intelectual (DI): esse estudante, ao perceber que sua maneira de pensar estava sendo considerada, conduzindo-o ao aprendizado, até empregou gesto corporal, representando tamanha empolgação junto à expressão "Viva! Estou aprendendo matemática!". Considerarmos o que estava estabelecido em sua estrutura cognitiva, a contagem por meio de agrupamentos de risquinhos e depois a soma de parcelas iguais para trabalhar com a divisão, foi fundamental para promover seu aprendizado de forma significativa. A alegria e a motivação foram notáveis no momento de superação da dificuldade que esse estudante considerava grande, a incompreensível divisão pelo processo curto.

Para esse estudante, o significado lógico do agrupamento de risquinhos e da soma de parcelas iguais foi fundamental para desenvolver significado psicológico do processo de divisão. Isso veio ao encontro do que menciona Ausubel (2003, p. 78): "o surgimento de significado psicológico não só depende da apresentação de material logicamente significativo ao aprendiz, como também da posse real por parte deste do conjunto de ideias passadas necessário para o subsumir e ancorar".

Sendo assim, compreendemos que a aprendizagem desse estudante foi aprendizagem proposicional, pois se relacionou com a estrutura cognitiva e originou um novo significado composto, superando a incompreensão. Essa aprendizagem foi resultante de uma reconciliação integradora, conforme se evidenciou nos encaminhamentos adotados, pois, a partir dos subsunçores, as semelhanças e diferenças, ainda confusas, foram contra-atacadas e originaram o novo conhecimento.

Na continuidade ao desenvolvimento das atividades, buscamos analisar a influência da adoção de tendências metodológicas da Educação Matemática no processo de ensino e aprendizagem da disciplina com vistas a despertar nos estudantes o gosto pela matemática a partir da adoção do aporte teórico da aprendizagem significativa.

6.2 Desenvolvimento e implementação de um plano de ação para trabalhar o conceito de máximo divisor comum

No momento em que a professora regente deu continuidade ao seu trabalho com os conteúdos, visualizamos que seria importante fazer uma abordagem sobre Máximo Divisor Comum (MDC) por meio de uma situação problema, que necessitasse a utilização de materiais para sua resolução. Nosso objetivo seria de aguçar a curiosidade dos alunos, além de que "cabe ao professor elaborar criteriosamente as atividades que sejam capazes de mobilizar os conceitos previamente presentes na estrutura cognitiva do estudante” (OLIVEIRA; GONÇALVES, 2018, p. 100).

Assim, buscamos um problema, considerando os subsunçores presentes na estrutura cognitiva dos estudantes e que fosse possível de ser resolvido sem a necessidade do conteúdo formal de MDC, mas que possibilitasse um aporte inicial à formalização do conteúdo. A seguir, apresentamos os objetivos dessa atividade e, no Quadro 19, o problema proposto aos estudantes.

Objetivos:

- Valorizar a criatividade dos estudantes e a elaboração de estratégias;
- Trabalhar em grupos de forma cooperativa;
- Usar a resolução de problemas como organizadores prévios para o desenvolvimento do conceito de máximo divisor comum;
- Oportunizar aos estudantes a elaboração do conceito de máximo divisor comum a partir da aprendizagem por descoberta.

Materiais Utilizados

- Tiras de tecido (TNT) de três tamanhos distintos.
- Fita métrica.
- Tesoura.
- Papel bobina.
- Cola.

Quadro 19 – Problema do costureiro proposto aos estudantes

Desafio: Um costureiro está com um problema e recorreu à ajuda dos estudantes do 6º ano para auxiliá-lo. *“Percebi que tenho algumas tiras de tecido que sobraram de roupas que confeccionei, essas tiras têm 15 cm de largura, no entanto, possuem comprimentos variados. Medidas: _____cm,______cm,______cm. (todos os estudantes devem aferir as medidas do tecido recebido). Pretendo montar um lindo tapete de retalhos, para isso tenho que cortar essas tiras de modo a obter o maior comprimento possível e todos os retalhos cordados devem ter o mesmo comprimento, me ajudem a descobrir a medida que devo cortar”.* *“Agora conseguem me ajudar a descobrir os formatos que posso montar o tapete?”* *OBS:* Representar os formatos com desenho antes de montar o tapete.

Fonte: Autor (2019).

Para resolver esse problema, formamos grupos, com três a cinco participantes, pois entendemos como de fundamental importância o professor propiciar momentos em que os estudantes possam desenvolver a cooperação e juntos criarem estratégias a partir da troca de experiências. Com o trabalho em grupo, a troca de conhecimentos entre os estudantes é potencializada, cabendo ao professor exercer a mediação entre os conhecimentos subsunçores e os científicos, questionando-os e os motivando em suas discussões, com vistas a sistematizar o saber.

A cooperação vem ao encontro das demandas da sociedade atual, que busca profissionais com competências e que possuam habilidades para trabalhar em equipe, conforme menciona Kalleder (2012, p. 1),

> [...] 'saber trabalhar em equipe' deixou de ser apenas um diferencial competitivo, um plus no currículo ou na apresentação pessoal, passando a ser condição essencial para a construção da carreira profissional. Tal condição nos apresenta um desafio: ou nos acostumamos a trabalhar em equipe, de forma natural e produtiva, ou ficaremos excluídos do ambiente empresarial.

O trabalho cooperativo propicia mais condições para que os estudantes consigam aprender por meio da descoberta e é esse tipo de aprendizagem que realmente contribui na formação para a vida. Como destaca Ausubel (2003, p. 49), "os problemas quotidianos se resolvem através da aprendizagem pela descoberta" e a escola, na maioria das vezes, trabalha somente com a aprendizagem por recepção.

Formados os grupos, todos receberam um kit de materiais para auxiliar no desenvolvimento das estratégias resolutivas. Cada kit continha as tiras de tecidos, fita métrica de costureiro, tesoura sem ponta, cola e papel bobina. Ao explorar os materiais recebidos, os estudantes se mostraram empolgados, estavam ansiosos por fazer uma atividade diferente em sala de aula. Com a manuseio dos materiais, conseguimos despertar o interesse e a motivação nos estudantes, todos queriam pegar as tiras de tecidos, medi-las e cortá-las, com isso, emergiram os diálogos a seguir.

E14: O que é isso, professor? Vamos costurar na sala na aula?

E9: Agora sim! Isso vou conseguir fazer, minha mãe é costureira e eu ajudo ela, às vezes.

E24: O que vamos fazer com esses materiais? Vamos trabalhar a matemática do costureiro?

Dessa forma, estabelecia-se a base que visa propiciar a ocorrência de uma aprendizagem significativa, a predisposição em aprender. Dificilmente alcançaríamos tal predisposição de toda a sala na íntegra, se apenas seguíssemos o roteiro de uma aula tradicional. O interesse foi desperto nos estudantes por meio de uma situação com que não estavam acostumados a vivenciar no ambiente escolar. Esse interesse se manteve até o final da resolução do problema e pode ser verificado nas descrições a seguir.

Após distribuir o kit de materiais aos grupos, solicitamos que todos os estudantes realizassem a leitura individual do problema, e, na sequência, apresentamos as etapas estabelecidas por Polya (1995) para a resolução de um problema. Para resolver um problema, o primeiro passo consiste em compreendê-lo, portanto, precisamos lê-lo atentamente e extrair todas as informações necessárias. Se o problema apresentar alguma palavra ou termo desconhecido, faz-se necessário buscar seu significado para melhor compreendê-la. Solicitamos que todos os estudantes realizassem uma nova leitura e, na sequência, realizamos uma leitura coletiva.

Após essa leitura foram realizados alguns questionamentos para conduzir os estudantes a uma melhor interpretação: “Sobre o que trata o problema? O que se busca no problema? Temos todas as informações necessárias para resolvê-lo? O que precisamos fazer?”

Por meio das respostas, vislumbramos que todos compreenderam o objetivo do problema. Frisamos que as ações realizadas constituíram o primeiro passo para a resolução de qualquer problema, ou seja, compreendê-lo.

Seguimos, então, para o segundo passo, que consistiu em elaborar um plano para resolução do problema. Essa etapa foi simultaneamente intercalada com a terceira etapa, a execução do plano. Conforme os estudantes exploravam o material, já buscavam resolver o problema. Nenhum dos grupos conseguiu estabelecer uma estratégia antecipada para seguir até o final da resolução, entretanto, entendendo que o primeiro passo seria obter as medidas das tiras de tecido, já executaram as medições. Assim, elaboravam as estratégias e já as executavam, isso vai ao encontro do que destaca Dante (2011, p. 14):

> [...] parece bastante razoável trabalhar com a formulação e a resolução de problemas a fim de fazer emergir e desenvolver características criativas nas crianças. É claro que não há uma maneira de ensinar as crianças ‘como

> devem pensar' produtivamente diante de um problema. O mais importante é oferecer a elas 'oportunidade para pensar' e discutir as várias maneiras empregadas nesse processo.

Durante o processo de resolução, visualizamos a cooperação entre os estudantes, auxiliando uns aos outros, sempre que necessário. Uma das dificuldades apresentadas foi a forma correta de obter medidas com o uso da fita métrica. Identificamos estudantes fazendo o uso da polegada para medir em centímetros, contudo, isso foi superado por meio das interações entre eles no interior dos grupos, e as medidas foram obtidas, sendo: 45 cm, 75 cm e 105 cm.

Ao analisarem os valores encontrados, o Grupo 2 verificou que poderia cortar todas as tiras de cinco em cinco centímetros e, assim, dividiriam as tiras de tecido em partes iguais, sem sobra. Ao proferirem essa resposta, todos os demais grupos se apropriaram dela e também consideraram que cinco centímetros era o valor que resolveria a questão.

Todos perceberam que os números 45, 75 e 105 são divisíveis por cinco. Isso evidenciou que a divisibilidade por cinco estava estabelecida na estrutura cognitiva deles. No entanto, precisamos interferir: "Se cortarmos de cinco em cinco centímetros uma das condições é atendida, 'todos os retalhos cortados devem ter o mesmo comprimento', mas o problema estabelece mais uma condição, releiam para saber qual é!".

Na sequência, uma estudante do Grupo 1 explicitou terem resolvido sem fazer nenhuma conta, como menciona o excerto a seguir:

E19: Professor, encontramos uma solução! Como devemos cortar em tamanhos iguais todos os tecidos sem que sobre nenhum pedaço, e ainda, com o maior corte possível, pensamos em fazer por tentativa. Primeiro comparamos se era possível cortar todas com o tamanho da menor, não deu, sobrou tecido [mostra sobre a mesa a tentativa realizada]. Então, dobramos ao meio, e novamente comparamos, ainda não deu. Dobramos novamente em três partes e, quando comparamos, deu exatamente certo.

PP: Concordo com vocês, mesmo que não usaram conteúdo matemático de forma explícita para resolver o problema, encontraram uma solução válida, no entanto, implicitamente usaram muita matemática.

Observamos que, nessa resolução, os estudantes, de forma intuitiva, usaram conceitos matemáticos de estimação, comparação e divisão em partes iguais. A

Fotografia 1 mostra um dos grupos coletando as medidas dos tecidos e as estudantes do Grupo 1 fazendo as comparações.

Fotografia 1 - Estudantes trabalhando no problema do costureiro

Fonte: Dados da pesquisa

A estratégia elaborada pelo Grupo 1 nos surpreendeu, verificamos o quanto os estudantes, nessa fase da escolarização, são criativos e, muitas vezes, a criatividade não é explorada na escola, se o professor se detiver em realizar um ensino pautado em repetições e memorizações. Isso mostra a importância de os estudantes descobrirem estratégias por meio da experimentação, como destaca Lorenzato (2010, p. 72)

> A experimentação facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução.
> Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois, na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar.

Podemos fazer um paralelo entre a experimentação, conforme mencionou Lorenzato (2010), e a aprendizagem por descoberta, segundo a perspectiva de Ausubel (2003). Ambas têm a mesma finalidade, quer seja, preparar melhor o estudante para que consiga seguir seu caminho, resolvendo os problemas com autonomia.

Em continuidade ao desenvolvimento das atividades, fomos chamados em outro grupo, que nos apresentou como solução quinze centímetros. A seguir, a explicação dada pelos estudantes:

G4: Professor, como o cinco pode dividir todas as tiras de tecido em partes iguais, mas não é a maior possível, testamos os outros múltiplos de cinco. Dez centímetros não podem ser porque não dividem em partes iguais, todas as medidas terminam em cinco. Depois do dez, o próximo múltiplo de cinco é o quinze, testamos o quinze e deu certo. Então, temos dois valores que dividem todas as tiras em partes iguais, cinco e quinze, assim, a maior medida é o quinze.

PP: Como vocês garantem que quinze é a maior medida possível para cortar as tiras de tecido?

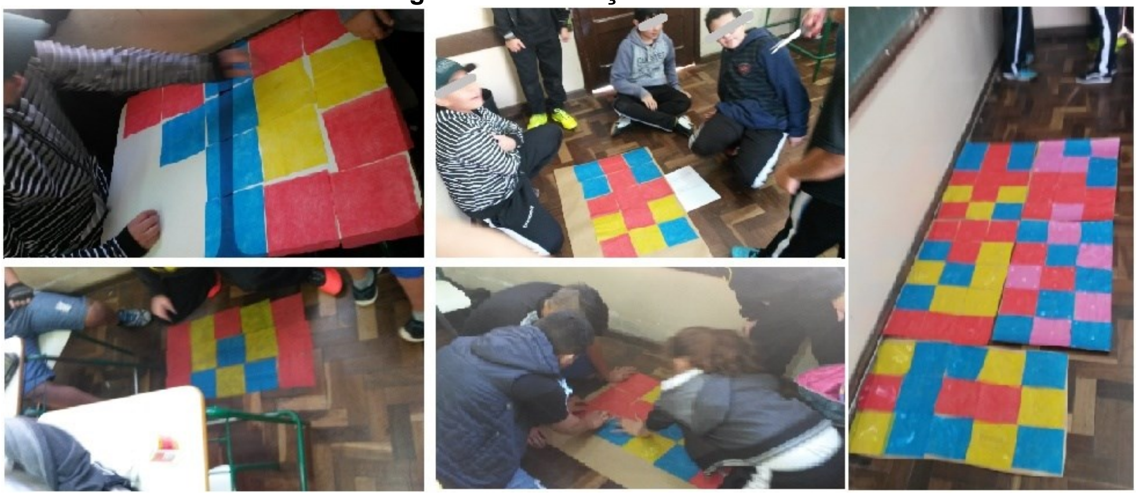
Os estudantes nesse momento não tiveram uma resposta precisa. Então, solicitamos que testassem os próximos múltiplos até chegar a uma conclusão, apresentada a seguir:

G4: Testamos também com vinte, não deu. E do vinte e cinco para cima concordamos que também não pode ser mais nenhum, pois, se dobrarmos a tira menor, obtemos vinte e dois e meio que é menor que vinte e cinco, logo, se temos que dividir todos em parte iguais a maior medida possível é o quinze.

Os demais grupos também seguiram as mesmas estratégias, alguns por comparação conforme G2 e outros por tentativa dos múltiplos de cinco, conforme G4. Após discutirmos em conjunto as duas estratégias elaboradas, destacamos para os estudantes a quarta etapa da resolução de um problema - “a retrospectiva ou a verificação” - sendo essa a que se verifica a validade e a viabilidade da solução encontrada. Sintetizamos todas as etapas desenvolvidas e argumentamos que adotaríamos essas etapas na resolução de outros problemas no decorrer do semestre.

Na sequência, os grupos cortaram os tecidos, dispondo em ordem os retalhos, discutiram o formato do tapete para usar todos os retalhos e, no papel bobina, realizaram as colagens, conforme apresenta a Fotografia 2:

Fotografia 2 - Produção dos estudantes



Fonte: Acervo do pesquisador

A aprendizagem por meio da descoberta, potencializada pela atividade realizada, aumentou as possibilidades para o desenvolvimento da criatividade dos estudantes. Como não tinham um modelo preestabelecido para seguir, mas somente um objetivo a alcançar, desenvolveram diferentes estratégias em busca da solução. Essas estratégias motivaram os estudantes, corroborando com Mascarin (2017).

A maneira com que se envolveram com o problema, materializado no desafio do costureiro, fez com que esse passasse a ser um problema real para eles, pois tinham a disposição os materiais e deveriam confeccionar o tapete, segundo as condições estabelecidas. Isso comprovou o que é destacado por Dante (2011), apoiando-se em Renzulli (1982), ou seja, a resolução de problemas reais possibilita mais envolvimento e a liberação do potencial criativo dos estudantes.

Na perspectiva de Ausubel (2003), esse problema foi o aporte inicial para a elaboração do conceito de MDC, ou seja, foi utilizado como organizadores prévios para direcionar a formação de conceitos, convergindo em uma aprendizagem significativa, conforme descrevemos a seguir.

6.2.1 Sistematização do conceito de máximo divisor comum

Questionamos os estudantes em quantas partes poderíamos dividir cada tira para obter como resultado um número inteiro, sem que houvesse resto. Retomamos o conceito de divisibilidade já estudado, mas, agora, relacionando com o problema em questão. Embora já tivessem estudo os critérios de divisibilidade, eram poucos os estudantes que conseguiam, de forma clara, recordá-los. Os critérios claros para eles eram de que “todo número é divisível por um e por ele mesmo” e de que “todo o número par é divisível por 2”.

Isso mostrou que a maneira como aprenderam os critérios de divisibilidade de foi de forma mecânica, não havendo, assim, sentido para eles. Assim, os questionamos:

PP: São muitos os critérios de divisibilidade para memorizarmos, mas um conceito vocês devem recordar: Por que podemos afirmar que todo número é divisível por um e por ele mesmo, e por que todo número par é divisível por dois? Quando que podemos afirmar que um número é divisível por outro?

O estudante E28 se prontificou e respondeu:

E28: Se resolvemos uma conta de divisão e não sobrar resto é divisível.

PP: Muito bem, todos concordam com o que ele mencionou?

Com expressão afirmativa, demonstraram entender esse princípio. Novamente os questionamos: “Se vamos testar quais os divisores de um número efetuando as divisões, testamos desde o um até o próprio número? Como ter certeza que testamos todos os possíveis divisores?

Nesse questionamento, verificamos um desencontro de opiniões entre os estudantes: alguns afirmaram que sim, devem testar todos; outros afirmaram que não era necessário, mas não recordavam até que ponto deveriam aferir as divisões para determinar todos os possíveis divisores de um número.

Diante desse impasse, os convidamos a determinar todos os divisores do número 45 (medida da menor tira de tecido), sendo esse procedimento realizado no quadro juntamente com os estudantes.

PP: 45 é divisível por 1? Por quê?

Es: Sim, todo número é divisível por um. (Isso era consenso entre os estudantes!).

PP: 45 é divisível por 2? Por quê?

Es: Não, 45 não é número par.

PP: 45 é divisível por 3? Por quê?

Es: Sim, dá 15 como resultado.

PP: 45 é divisível por 4.

E8: 10 vezes 4 é 40. 11 vezes 4 e 44. E, 12 vezes 4 e 48. Passou, então, não é!

PP: Vamos analisar os múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60,... Além de que aumenta de 4 em 4, o que é possível percebermos?

E6: São todos pares.

Os demais estudantes concordam.

PP: Analisemos os múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24, ... E os múltiplos de 8: 0, 8, 16, 24, 32, 40, ... O que identificamos?

A partir dessas análises, os estudantes observaram que os múltiplos de um número par são todos pares. E, juntos, elaboramos o pseudoconceito: “Se um número não é divisível por 2, não será divisível por nenhum outro número par”. A partir desse entendimento, concluímos que não seria necessário testar a divisibilidade de 45 por nenhum outro número par e continuamos testando os que restaram.

PP: 45 é divisível por 5? Por quê?

Es: Sim, tem na tabuada do 5.

PP: Quais são os números que têm na tabuada do 5?

Es: 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50.

PP: O que podemos perceber nesses números?

E6: Aumentam de 5 em 5.

PP: O que mais?

E23: Sempre terminam em 0 ou em 5.

PP: Muito bem, então isso nos leva a entender que todo número terminado em 0 ou em 5 é divisível por 5. Isso é estabelecido como critério de divisibilidade por cinco.

Continuamos tratando de multiplicidade.

PP: Podemos dizer que a tabuada representa os múltiplos dos números, assim, o zero tem em todas elas, pois, zero vezes qualquer número é zero. E mais, se continuarmos a tabuada para além da multiplicação por 10, obtemos os múltiplos do número. Sendo assim, é possível escrever todos os múltiplos de um número?

Es: Não, pois os múltiplos são infinitos.

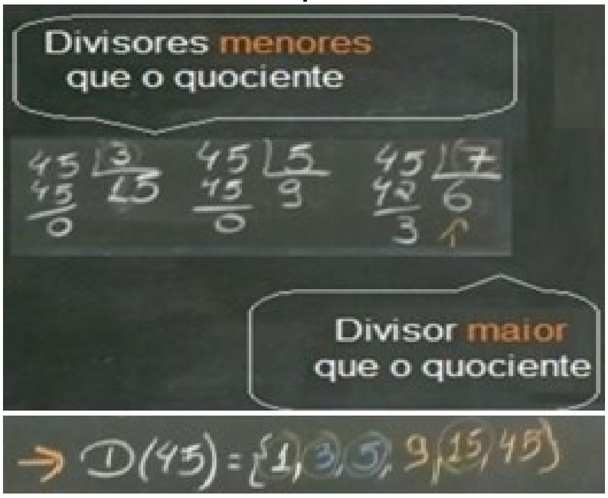
A resposta a esse questionamento mostrou que o conceito de múltiplos estava bem estabelecido na estrutura cognitiva dos estudantes. Isso se evidencia uma vez que eles estudam a tabuada desde o segundo ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e a palavra “múltiplo” é associado à palavra multiplicação que, por sua vez, lembra tabuada.

Continuamos testando os divisores de 45. No caso, 45 dividido por 7. Em consenso, os estudantes entenderam não ser divisível, uma vez que a divisão não foi exata.

PP: Como já sabemos que 8 não divide 45 de forma exata, deveríamos testar se o 9 o divide. Precisamos fazer a conta?

O estudante E6 identificou que não seria necessário, pois se 45 dividido por 5 resulta em 9, então, 45 dividido por 9 resulta em 5. Sendo assim, consideramos junto aos estudantes que, para determinar todos os divisores de um número, precisamos efetuar as divisões até que o divisor seja maior que o quociente (Figura 11).

Figura 111 – Procedimentos para determinar os divisores

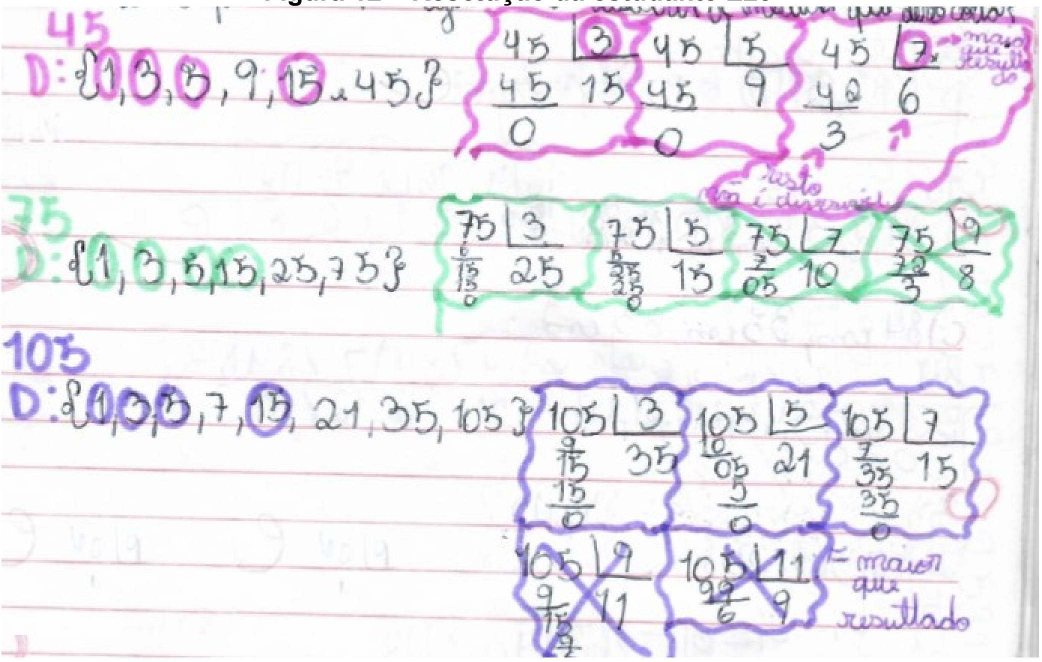


Fonte: Dados da pesquisa.

Depois, verificando o divisor e o quociente das operações realizadas, podemos elencar todos os divisores possíveis. Isso é válido pela relação de comutatividade da multiplicação, isto é, a ordem dos fatores não altera o produto (divisor × quociente = dividendo) e (quociente × divisor = dividendo).

De forma análoga a que determinamos os divisores do número 45, solicitamos aos estudantes que determinassem os divisores dos números 75 e 105. E, na sequência, analisassem os resultados e estabelecessem uma relação entre os divisores encontrados e o problema resolvido, intuitivamente. A Figura 12 apresenta a resolução de E23.

Figura 12 – Resolução da estudante E23



Fonte: Dados da pesquisa

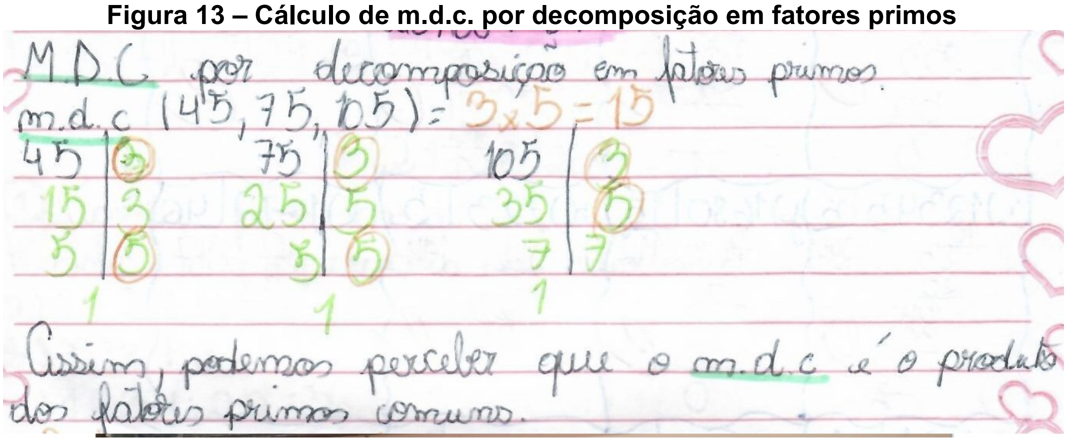
Conforme os estudantes determinavam os divisores dos números 45, 75 e 105, verificamos que alguns números dividiam os três ao mesmo tempo. Assim, solicitamos que circulassem os divisores comuns. Não demorou e o estudante E28 exclamou: “Professor, o 15 centímetro em que cortamos as tiras dos tecidos para montar o tapete é o maior divisor que tem nos três números!”.

Assim que todos os estudantes validaram essa afirmação, apresentamos a eles a definição formal de MDC: “Dados dois ou mais números naturais, não simultaneamente nulos, denomina-se máximo divisor comum desses números o maior dos seus divisores comuns” (GIOVANNI; GIOVANNI JR, 2007, p. 125). Na sequência, comparamos com o objetivo do costureiro no problema resolvido: “tenho que cortar essas tiras de modo a obter o maior comprimento possível e todos os retalhos cortados devem ter o mesmo comprimento”.

PP: Se o costureiro almejava cortar todas as tiras com o mesmo tamanho de modo a obter o maior tamanho possível, o que ele buscava era o maior divisor comum, ou seja, o máximo divisor comum das medidas 45, 75 e 105, ou MDC (45, 75 e 105) = 15.

Na sequência, apresentamos o método de como determinar o MDC por decomposição em fatores primos, conforme Figura 13.

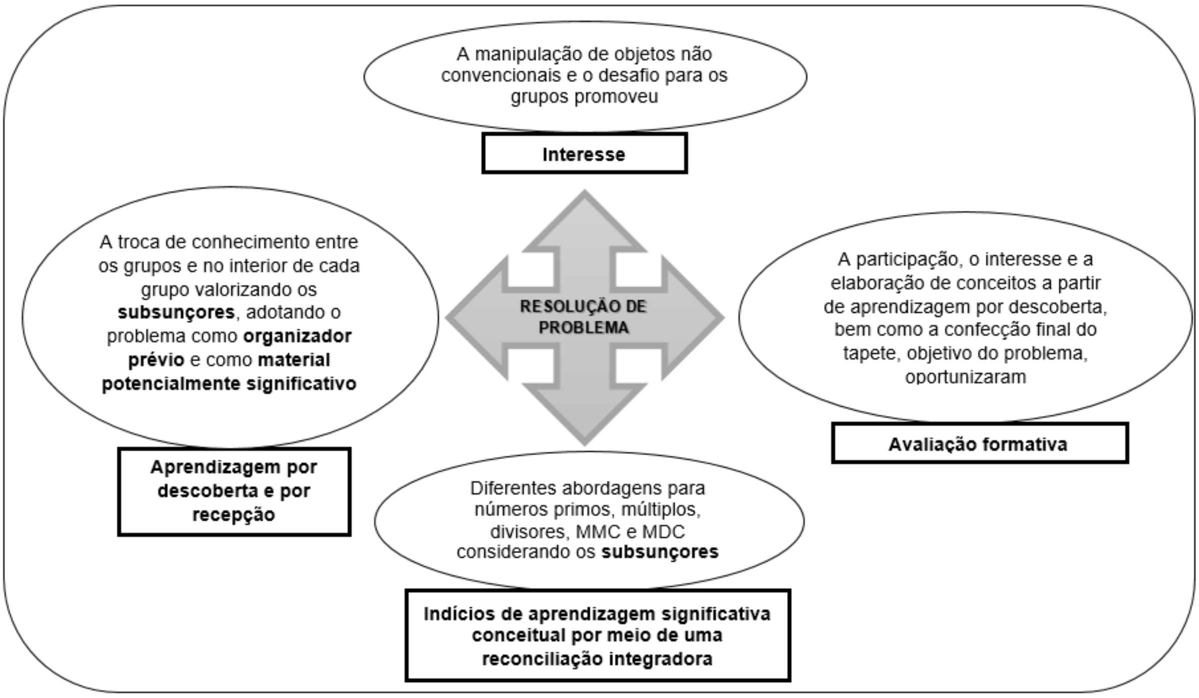
Figura 13 – Cálculo de m.d.c. por decomposição em fatores primos



Fonte: Dados da pesquisa

Trabalhamos mais alguns exercícios de fixação e identificamos a opção dos estudantes em determinar os MDC por meio dos divisores, da forma que foi elaborado passo a passo no problema do costureiro. Ao final da resolução do problema, adotado como organizadores prévios e como material com potencial de significação para desenvolvermos com os estudantes os conceitos de MMC e de MDC, verificamos que a aprendizagem se deu mais por descoberta do que por recepção, uma vez que a fala e a participação de forma cooperativa dos estudantes era valorizada enquanto desvendavam os conceitos específicos até chegarem à formalização do conceito geral. Conforme os conceitos eram desenvolvidos, valorizando os conhecimentos subsunçores e considerando um “sobe-desce” das hierarquias conceituais, nas diversas abordagens para números primos, múltiplos, divisores, MMC e MDC, possibilitava-se que a aprendizagem conceitual se desenvolvesse, considerando preceitos da reconciliação integradora. A Figura 14 esquematiza os princípios da TAS contemplados no decorrer das atividades iniciada com o problema do costureiro.

Figura 14 – Princípios da TAS verificados na resolução do problema do costureiro



Fonte: Autor (2021)

Ainda trabalhando no mesmo contexto, compondo o primeiro ciclo, em que a resolução de problema direcionou as primeiras ações, verificamos que os estudantes eram competitivos, assim, adaptamos e trabalhamos com um jogo de bingo para reforçar os conceitos já estudados de número primo, divisibilidade, múltiplos, MMC e MDC.

A seguir, passamos a analisar e a discutir os encaminhamentos com esse jogo.

6.2.2 O Jogo de Bingo dos Números Primos, Divisibilidade, Múltiplos, MMC e MDC.

Idealizamos o jogo com o objetivo de aprofundar a aprendizagem dos conteúdos estudados e evidenciar os conhecimentos dos estudantes à luz dos princípios da TAS. Dentre as duas formas destacadas em Grando (2015), esse jogo se enquadra na primeira, pois foi elaborado por nós com foco em abordar um conjunto de conteúdos específicos. Segundo os tipos de jogos classificados por Grando (1995), este é um jogo de fixação de conceitos, pois seu objetivo é fazer com que os estudantes fixem os conceitos relativos a números primos, divisibilidade, múltiplos, MMC e MDC.

A Figura 15 apresenta a roleta do bingo e uma descrição das pedras de um a quinze, no Apêndice B apresentamos a lista completa das descrições de todas as pedras até o número setenta e cinco, a maior pedra da cartela de bingo.

Figura 15 – Roleta do bingo e exemplificação da descrição das pedras sorteadas

	Bingo: Números Primos, Múltiplos, divisores, MMC e MDC
1	Único número que tem apenas um divisor. Sendo um motivo pelo qual não é primo.
2	Único número par que é primo.
3	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (6 ; 9) Primeiro número ímpar primo.
4	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (8 ; 12) Um número par, múltiplo de dois, maior que o primeiro número primo e menor que cinco.
5	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (10 ; 15) Segundo número primo que é ímpar.
6	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (2 ; 3) Primeiro múltiplo de 6 diferente de zero.
7	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (14 ; 21) Maior divisor de 14 diferente do próprio 14.
8	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (40 ; 56) Os divisores são 1 ,2, 4, o próprio número.
9	Símbolo que representa maior quantidade no sistema de numeração indo-arábico, só é divisível por 1,3, e ele mesmo
10	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (2 ; 5) Primeiro número de dois algarismo, múltiplo de 0, 2 e 5.
11	Maior número primo menor que 12.
12	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (4 ; 3) Os divisores são 1, 2, 3, 4, 6, o próprio número.
13	MDC (26 ; 13) Número primo mais próximo depois do 11.
14	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (7 ; 2) Os divisores são 1, 2, 7, 14. (obs: esses são todos os divisores)
15	Não sou primo só porque estou na tabuada do 5 e do 3. Ou seja, sou MMC de 5 e 3.

Fonte: Autor (2019)

O bingo foi aplicado em dois momentos: o primeiro foi necessário para que os estudantes se familiarizassem com ele e se apropriassem da forma como se joga, quer seja, nós sorteamos uma pedra, e a "gritamos" com a descrição, cabendo aos estudantes descobrirem qual foi à pedra sorteada para, na sequência, a buscarem em suas cartelas. No segundo momento, os estudantes jogaram de forma mais livre, pois já dominavam as regras.

Por meio desse jogo, os estudantes puderam diferenciar ideias ainda confusas e trabalhar os métodos de resolução de forma descontraída.

Objetivos

- Utilizar o jogo para fixar os conceitos matemáticos de números primos, múltiplos, divisores, MMC e MDC.
- Analisar a aprendizagem dos estudantes.

Materiais Utilizados

- Roleta de bingo.

- Cartelas de bingo.
- Ficha com a descrição das propriedades dos números a serem sorteados – as pedras do bingo. (Anexo 2).
- Premiação a critério do professor.

Regras do jogo

- Formar grupos com até cinco participantes para que um auxilie o outro.
- Os estudantes receberão uma ou duas cartelas do bingo, segundo seu interesse.
- O professor sorteia uma pedra e apresenta aos estudantes as dicas do número sorteado, o grupo deve discutir e buscar descobrir esse o número.
- Definir com os estudantes se o ganhador será quem preencher a cartela cheia ou quem preencher primeiro uma linha ou uma coluna[12].
- O grupo que tiver o primeiro ganhador é o vencedor[13].
- Se um membro do grupo "bater furado[14]" o grupo é eliminado.

O Quadro 20 sistematiza em cinco grupos como os conceitos foram abordados no decorrer do jogo.

Quadro 20 – Classificação por conceitos da descrição das pedras do bingo

Conceitos	(Número) Descrição desse número
Números primos	(1) Único número que tem apenas um divisor, motivo pelo qual não é primo. (2) Único número par que é primo. (11) Maior número primo menor que 12. (17) É um número primo mais próximo e menor que o número primo 19. (19) Não tenho divisores diferente de 1 e de mim mesmo, ou seja, sou número primo e o mais próximo de 20. (23) Número primo maior que 20 e menor que 25. (29) Tenho só dois divisores 1 e eu mesmo, sou o número primo mais próximo de 30 e menor que 30.

[12] Se o professor reservar tempo de duas aulas pode combinar de o ganhador ser quem preencher cartela cheia, com primeiro, segundo e terceiro lugar. Com isso, serão trabalhados mais números.
[13] Definir o grupo como vencedor é importante para motivar a cooperação no interior de cada grupo.
[14] Bater furado no jogo do bingo significa fechar a cartela, ou uma linha, ou uma coluna com valores que ainda não saíram na roleta do bingo.

	(31) Primeiro número primo depois de 30. Na casa da unidade está o número que tem só um divisor. (33) A casa da dezena e da unidade é composta pelo primeiro número primo ímpar. (37) Próximo número primo depois de 31. (obs: 31 é primo). Na casa das unidades está o quarto número primo. (41) Número primo mais próximo de 40. Na casa da unidade está o número que não é primo por ter só um divisor. (43) É um número divisível por um e por ele mesmo. Na casa das dezenas está o dobro de 2, nas unidades o menor primo ímpar. (47) Próximo número primo depois de 45 antes de 50. (53) É um número primo, na casa da dezena está o segundo primo ímpar e na casa da unidade o primeiro primo ímpar. (59) Número primo menor que 60 e maior que 55. (61) É um número primo. Na casa da dezena está o número que resulta da multiplicação dos dois primeiros números primos e na casa da unidade está o único número que tem só um divisor. (67) Maior número primo entre 60 e 70. O número que está na casa da unidade é um a mais que o da casa da dezena. (71) É o primeiro dos três números primo entre 70 e 80. Na casa da unidade está o número que tem só um divisor. (73) É o segundo dos três números primo entre 70 e 80. Na casa da unidade está o primeiro primo ímpar.
Múltiplos	(26) Sou múltiplo de 13 mais próximo de 30. (27) Estou na tabuada do 1, 3, e do 9, e próximo de 3 dezenas. (42) Primeiro múltiplo de 3 maior que 40. (45) Primeiro múltiplo de 5 antes de 50 e depois do 40. (48) Múltiplo de 12 mais próximo de 50. (49) Múltiplo de 7 mais próximo de 50. (52) É o quinto múltiplo de 13, o primeiro é o zero (0, X, X, X, X). (55) Múltiplo de 5 depois do 50. O símbolo da unidade é igual ao da dezena. (57) Múltiplo de 19. Os divisores são 1, 3, 19 e o próprio número. Está depois de 50. (60) O sétimo múltiplo de 10. Não esqueça que o primeiro múltiplo de qualquer número é o zero. (64) O quarto múltiplo de 16. Não esqueça que o primeiro múltiplo de qualquer número é o zero. (65) É múltiplo de 5 e de 13 ao mesmo tempo. Menor que 70. (66) Próximo múltiplo de 22, que está depois do 50. (68) Múltiplo de 17 e de 34, que está depois do 50.
Divisores	(9) Símbolo que representa maior quantidade no sistema de numeração indo-arábico, só é divisível por 1,3 e ele mesmo

	(20) Meus divisores são 1, 2, 4, 5, 10 e eu mesmo. (22) Meus divisores são 1, 2, 11 e eu mesmo. (28) Meus divisores são 1, 2, 4, 7, 14, eu mesmo. (32) Meus divisores são 1, 2, 4, 8, 16 e eu mesmo. (38) Sou um número par, meus divisores são 1, 2,19, e eu mesmo. (39) Sou divisível por 3, estou entre 30 e 40, tenho o número das unidades o triplo das dezenas. (46) Só tenho 4 divisores, não conto o menor nem o maior, mas os dois do meio são 2 e 23. (56) Os divisores são 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, próprio número. (63) Os divisores são 1, 3, 7, 9, 21, próprio número. (70) Os divisores são 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, próprio número. (75) Os divisores são 1, 3, 5, 15, 25, próprio número.
MMC envolvendo números primos	(6) Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (2 ; 3). Primeiro múltiplo de 6 diferente de zero. (10) Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (2 ; 5). Primeiro número de dois algarismo, múltiplo de 0, 2 e 5. (12) Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (4 ; 3). Os divisores são 1, 2, 3, 4, 6, o próprio número. (14) Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (7 ; 2). Os divisores são 1, 2, 7, 14. (obs: esses são todos os divisores) (15) Não sou primo só porque estou na tabuada do 5 e do 3. Ou seja, sou MMC de 5 e 3. (16) Próximo número natural depois do MMC de 5 e 3. (18) Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (2 ; 9) Maior múltiplo de 9 menor que 20. (21) Sou o menor múltiplo comum de 3 e 7. MMC (3 ; 7). (58) Múltiplo de 29 e múltiplo de 2. É o menor múltiplo comum entre 29 e 2. (34) MMC (2;17); Estou antes de 35, meu maior divisor, não considerando eu próprio é 17. (51) MMC (3 , 17). Divisível por 1, 3, 17, o próprio número. Está depois de 5 dezenas.
MMC	(30) MMC (5; 10; 15) Múltiplo de 10 menor que 50, a casa das dezenas e composta pelo primeiro número primo ímpar. (36) MMC (18; 4). Múltiplo de 18, maior que 18 e menor que 40. (44) MMC (22; 4) e primeiro múltiplo de 4 depois de 40. (54) MMC (6; 27). Os divisores são 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, próprio número. (62) É o menor múltiplo comum de 31 e de 2. (69) O menor múltiplo comum entre 3 e 23.

	(72) O menor múltiplo comum entre 24 e 36. (74) Menor múltiplo comum entre 2 e 37.
MDC	(3) Máximo divisor comum ou Maior divisor comum - MDC (6 ; 9). Primeiro número ímpar primo. (4) Máximo divisor comum ou Maior divisor comum - MDC (8 ; 12) Um número par, múltiplo de dois, maior que o primeiro número primo e menor que cinco. (5) Máximo divisor comum ou Maior divisor comum - MDC (10 ; 15). Segundo número primo que é ímpar. (7) Máximo divisor comum ou Maior divisor comum - MDC (14 ; 21). Maior divisor de 14 diferente do próprio 14. (8) Máximo divisor comum ou Maior divisor comum - MDC (40 ; 56). Os divisores são 1 ,2, 4, o próprio número. (13) MDC (26 ; 13). Número primo mais próximo depois do 11. (24) MDC (48; 24). Sou múltiplo de 0, 2, 3, 4, 6, 12 e bem próximo de 25. (25) MDC (50; 75). Só tenho 3 divisores: 1, 5 eu mesmo. Estou depois de 4 x 5. (35) MDC (70; 105). Múltiplo de 5, na casa da dezena está o primeiro primo ímpar e na casa da unidade o segundo primo ímpar. (40) MDC (80; 120). Sou divisível por 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40. (50) MDC (100; 150). Múltiplo de 10, entre 0 e 100 estou no meio.

Fonte: Autor (2019).

No primeiro momento, dicas foram proferidas para que os estudantes se apropriassem do raciocínio empregado no jogo. Diante da atividade os estudantes estavam alvoroçados, essa agitação é resultado do ambiente de trocas que o jogo forneceu, embora fossem todos concorrentes, um grupo recorria ao outro em busca de meios para descobrir os números sorteados, trocas essas que favoreceram a aprendizagem por descoberta. Entretanto, o PP frisou: “Podem fornecer aos colegas dicas de como descobrir qual é o número, mas não é permitido contar o número final”.

Essa constatação veio ao encontro do que é mencionado por Smole, Diniz e Cândido (2007, p. 12):

> Todo jogo, por natureza, desafia, encanta traz movimento, barulho e uma certa alegria para o espaço no qual normalmente entram apenas o livro, o caderno e o lápis. Essa dimensão não pode ser perdida apenas porque os jogos envolvem conceitos de matemática. Ao contrário, ela é determinante para que os alunos sintam-se chamados a participar das atividades com interesse.

Compreendemos a agitação dos estudantes ser propícia da idade, essa agitação foi usada em favor da construção do conhecimento pelas potencialidades oferecidas pelo jogo planejado, com vistas à promoção da aprendizagem. A agitação no ambiente de troca de conhecimento mostrou os estudantes motivados e ativos durante o jogo do bingo para serem vencedores, assim, o jogo alcançou o propósito de promover o interesse, princípio para que a aprendizagem se constitua em significativa. Observamos a motivação em descobrir o número sorteado, pois queriam vencer, e, para vencer, precisavam marcar as pedras certas, uma vez que, se "batessem furado", perderiam a oportunidade de continuar jogando.

No segundo momento, os estudantes já se encontravam familiarizados com o jogo, possibilitando um trabalho mais focado. Foram perceptíveis durante as interações indícios de conhecimentos estabelecidos, como evidenciam os excertos a seguir:

E28: O MDC entre 150 e 100 é 50, pois ele é o maior número que divide os dois ao mesmo tempo. Não precisa nem testar outro.

E16: Para encontrar o MMC é mais fácil ir somando parcelas iguais até encontrar o primeiro valor que seja múltiplo ao mesmo tempo.

E23: Esse número [MMC (3;17)] podemos descobrir igual, fizemos para o 74 [Menor múltiplo comum entre 2 e 37], só multiplicar um pelo outro, pois o número 3 é primo.

E9: Esse número [MDC (80, 120)] é o 40, pois no caso do 8 e do 12 é o 4 só acrescentar mais um zero.

Essas afirmações, expressas verbalmente, deram indícios de aprendizagem significativa proposicional correlativa, pois os conceitos foram abordados com as próprias palavras dos estudantes, uma modificação e qualificação dos conceitos literais. Essas trocas de conhecimento não literal, verbalizados com as próprias palavras dos estudantes é que fortaleceram os indícios de aprendizagem. Embora os estudantes E28, E16, E23 e E9 se prontificaram nas afirmações, os demais estudantes também mostraram ser favoráveis. Conforme explicita Ausubel (2003), conceitos expressos de forma não arbitrária e não literal são indícios de uma aprendizagem significativa e, no caso, derivativa.

Conforme as pedras eram sorteadas, buscávamos perceber como se dava a interação entre os estudantes, se todos estavam participando, se quem tinha dificuldade estava solicitando ajuda e se quem tinha facilidade estava auxiliando os colegas. Esse ambiente de troca foi proporcionado pelas características do jogo, como teríamos um grupo vencedor, era de interesse dos estudantes a verificação de todas as cartelas do grupo.

O jogo propiciou bons resultados, tanto para os estudantes que já tinham clareza quanto para os que ainda apresentavam dificuldades. Os alunos que não apresentavam dificuldades, conseguiram se desenvolver mais e até fazer cálculos mentais de MMC e MDC. E, para os estudantes que ainda tinham dificuldades, o jogo foi potencializador, pois nas trocas, a partir da elaboração de estratégias resolutivas, compreenderam conceitos ainda confusos, promovendo, assim, aprendizagem subordinada correlativa, uma vez que qualificavam os conceitos de números primos, múltiplos, divisores, MMC e MDC de aprendizagens anteriores.

Após o jogo, indagações de estudantes que não se identificavam com a matemática demonstraram o potencial do jogo em promover o interesse pela disciplina e o aprendizado, a partir das interações propiciadas com a atividade.

E15: Por que não temos mais aulas assim?

E26: Quando vamos jogar novamente? Agora comecei a entender matemática.

PP: O que de matemática você começou a entender?

E26: Que um número é primo toda vez que o resto da divisão é zero, quando dividido por outro número diferente dele mesmo e do um. Isso foi a [E10] que me mostrou quando nos descobrimos o número 15. Como ele tem na tabuada do 5 e do 3 o resto dessas divisões é zero, por isso ele não é primo.

PP: Dê mais um exemplo de número primo que você descobriu durante o jogo.

E26: Pensando da mesma forma, consegui descobrir o número primo entre 20 e 25. Primeiro escrevi quais são esses números [21, 22, 23 e 24], sei que se é um número primo não pode ter em nenhuma tabuada, como o 21 tem na tabuada do 3, o 22 e o 24 são pares, então o único número possível de ser primo é o 23.

As afirmações do estudante deram indícios de aprendizagem significativa proposicional correlativa, na qual nova ideia foi expressa por meio de proposições, sendo não apenas o significado da soma das palavras que compõem a proposição, mas a ideia geral que a proposição pode transmitir. Conforme destaca Ausubel (2003, p. 84), nesse tipo de aprendizagem novas ideias são “expressas por grupos de palavras combinados em proposições ou frases”. Como números primos já haviam sido estudados, a aprendizagem se constituiu como proposicional subordinada correlativa, pois foi uma extensão e/ou qualificação da proposição anteriormente estudada.

Isso evidenciou que o estudante internalizou o conceito de número primo a partir das discussões com os colegas do grupo. O conceito internalizado não foi o literal, conforme o professor geralmente menciona ao abordar números primos apoiando-se em livros didáticos: “Um número que possui apenas dois divisores naturais distintos (o número 1 e ele mesmo) é denominado número primo.” (GIOVANNI; GIOVANNI, 2007, p. 118). Ou, conforme o livro didático utilizado por eles: “Existem números que têm exatamente dois divisores: a unidade e o próprio número. Como o número 13 e o 17, por exemplo. Esses números são chamados de números primos.” (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2015, p. 99).

Na aprendizagem dos conceitos de números primos, compreendemos indícios de aprendizagem significativa subordinada derivativa, pois, conforme Ausubel (2003), o que justifica essa aprendizagem é a não arbitrariedade e o não literal, ou seja, aprende-se a partir do que está retido na estrutura cognitiva, reorganizando os conceitos com as próprias palavras. Inferimos que essa aprendizagem do estudante, que possuia dificuldade e aversão à matemática, foi oportunizada pelo jogo. Isso corrobora com Andrade (2017, p. 79), quando menciona que por meio do jogo os estudantes tornam-se “[...] mentalmente mais ativos do que quando resolvem listas de exercícios padrão, nas quais trabalham sozinhos, sem interação com os colegas e centrando-se basicamente em processos de memorização de procedimentos.”.

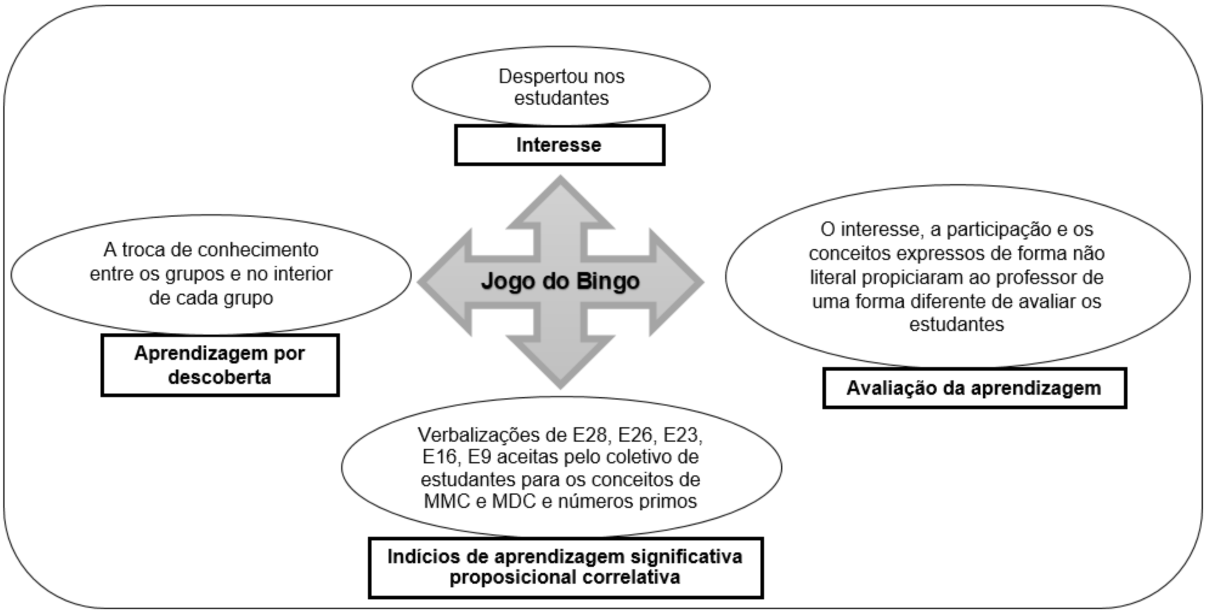
Aproveitamos o momento em que E10 foi mencionada por E26 e questionamos a sua percepção do jogo. Suas palavras mostram a importância de se promover ambientes de troca de conhecimento entre os estudantes em sala de aula, pois, para alguns estudantes que possuem dificuldade, muitas das vezes, é a ajuda do colega que lhe conduzirá para a aprendizagem.

E10: O jogo foi muito legal! Serviu para revisar muitos conteúdos que estudamos, de uma forma divertida. Até quem tinha dificuldade conseguiu jogar e aprender com a ajuda dos colegas de grupo.

Entendemos que o jogo contribuiu para a evolução da aprendizagem dos estudantes, uma vez que, conforme destaca Andrade (2017, p. 79), apoiando-se em Kamii e DeVries (1991), para o jogo cumprir esse propósito, ele deve “orientar situações interessantes e desafiadoras para os jogadores; permitir a autoavaliação do desempenho do jogador; e permitir a participação de todos.”. Essa autora ainda justifica a importância do jogo, “não pelo simples fato de a criança aprender a jogar determinado jogo, ou ocupar seu tempo com eles, mas por eles poderem estimular suas atividades mentais e sua capacidade de cooperação e socialização” (ibid). A estimulação da capacidade mental foi perceptível, quando alguns estudantes passaram a apresentar os valores de MMC e MDC sem adotar registro escrito, mas com raciocínio mental. A cooperação foi comum entre os participantes nos momentos que um auxiliava o outro em busca de desvendar os valores sorteados.

No decorrer do jogo, a participação dos estudantes com interesse e motivação e os conceitos abordados por eles de forma não literal oportunizaram a nós, enquanto professores, avaliá-los segundo preceitos da avaliação formativa. Assim, na Figura 16, estão sintetizados os principais princípios da TAS verificados com o Jogo do Bingo.

Figura 16 – Princípios da TAS verificados durante o Jogo do Bingo



Fonte: Autor (2021)

Ao finalizar esse ciclo de atividades, verificamos que poderíamos adotar recursos tecnológicos e reforçar todos os conceitos já aprendidos. Para isso, avisamos os estudantes que, na aula seguinte, trabalharíamos na sala de informática. Nesse momento, visualizamos o que geralmente só é observado quando está se aproximando a aula de Educação Física, eles se mostraram motivados e ansiosos pela próxima aula e aula de Matemática. Sendo assim, o trabalho com os mesmos conteúdos seguiu para um novo ciclo, tendo como base recursos tecnológicos, as constatações são descritas a seguir.

6.2.3 A Tecnologia no ensino de matemática

Após o jogo do bingo, idealizamos apresentar outra forma de se obterem os valores de MMC e MDC, sendo assim, reservamos a sala de informática para apresentar aos estudantes a calculadora on-line. Disponível no endereço eletrônico < http://www.matematicadidatica.com.br/CalculadoraMMCMDC.aspx>. Com essa calculadora, o foco não era mais na resolução desse conteúdo, pois essa resolução é feita pelo sistema, mas sim, interpretar situações problemas envolvendo esses conteúdos e diferenciar quando se aplica um ou outro conceito.

Objetivos

Propiciar aos estudantes contato com a sala de informática.

Utilizar recursos tecnológicos para trabalhar conteúdos matemáticos.

Diferenciar situações problemas que envolvem conteúdos de MMC e MDC.

Material utilizado

Computadores com acesso à *internet*.

Lista de problemas envolvendo conteúdo de MMC e MDC.

Essa atividade oportunizou aos estudantes o primeiro contato com a sala de informática da escola. Até o momento, segundo eles, não tiveram oportunidade de utilizar os computadores da escola para realizarem buscas na *internet* e, em casa, apenas cinco possuíam acesso livre à *internet*, por vezes, os dados móveis nos aparelhos celulares dos pais se esgotavam, rapidamente, quando utilizados para buscas. Isso nos faz compreender que, embora estudantes com a idade deles, em torno de 11 anos, sejam conhecidos como nascidos na era tecnológica, os nativos digitais (PRENSKY, 2001), o que verificamos é que computadores, e até mesmo computadores móveis, não fazem parte da realidade de muitos deles, em especial, os das áreas mais periféricas.

Diante disso, não podemos afirmar que, somente pelo fato de o estudante ser nascido a partir dos anos 2000, ele é nativo digital, isso está diretamente relacionado a questões sociais. A relação estabelecida de que o estudante domina a tecnologia por ser da era tecnológica não foi constatada nesta sala de aula. Muitos apresentaram dificuldade em utilizar um computador, até mesmo em encontrar as ferramentas de navegação e o site a ser utilizado. Isso nos tomou muito tempo, até que conseguíssemos o acesso para maior parte dos estudantes.

Destacamos também dificuldade de acesso à internet, conforme aumentava a quantidade de estudantes a acessando, sobrecarregava a rede e algumas máquinas ficavam impossibilitadas de navegar. Isso fez com que alguns estudantes tivessem que compartilhar computadores, o que não foi de seu agrado, pois cada um queria sua máquina, o que explica isso é a curiosidade e o desejo de utilizar esse meio.

A curiosidade dos estudantes em navegar por outros sites se mostrou como um empecilho inicial para a atividade planejada. Alguns que em sala estavam motivados por utilizar os computadores, quando na frente das máquinas, queriam explorar a internet sem cumprir os objetivos propostos para aquela atividade, o que muitos deles queriam era visualizar imagens, vídeos e clipes de músicas.

Ao identificarmos essas ações e, sabendo que o interesse dos estudantes é o princípio para que ocorra uma aprendizagem significativa, optamos por reorganizar os propósitos da aula. Assim, estipulamos que o primeiro momento seria livre para que eles explorassem o computador e a internet e para que pudéssemos auxiliar os que tinham dificuldade no uso do computador.

Embora tenhamos encontrado dificuldades iniciais, somos conscientes de que a tecnologia deve adentrar a sala de aula. Acreditamos ser necessário propor mais momentos para uso de computadores em todas as disciplinas escolares para suprir a necessidade que os estudantes apresentaram de manipular essas máquinas e buscar conhecimentos por conta própria. Muitas das vezes, aulas engessadas em um sistema de ensino tradicional priorizam a exposição de conteúdos somente pelo professor e a busca do estudante não é considerada. Corroborando com Rossato (2014), entendemos que a adoção de recursos tecnológicos auxilia no desenvolvimento de significado para os conteúdos estudados e na formação de novos conhecimentos, no entanto, é fundamental a atuação do professor em uma perspectiva de mediador, para conduzir as atividades com esses meios.

A dificuldade que emergiu não foi relacionada a compreensão de conteúdo, mas necessidade de adaptação do aluno ao novo ambiente e à máquina e a nós, professores, por meio do espanto, pois não imaginávamos que eles agiriam assim, pois para nós é algo normal, comum, para eles foi totalmente novo. Que comparamos ao momento quando uma criança ganha um presente novo, fica maravilhada mas nem sabe como mexer ou como brincar com ele!

Supridas as dificuldades, o segundo momento foi mais produtivo, pois o novo já não era mais desconhecido, os ânimos estavam mais calmos e foi possível conduzir os estudantes para o *site* da calculadora *on-line* de MMC e MDC. Após testarem a funcionalidade do *site*, apresentada na exemplificação da Figura 17, os estudantes ficaram encantados com a praticidade da ferramenta.

Figura 17 – Teste da calculadora on-line de MMC e MDC realizado pelos estudantes

Fonte: Adaptado do site http://www.matematicadidatica.com.br/CalculadoraMMCMDC.aspx.

A Fotografia 3 mostra os estudantes explorando os computadores para aprender a funcionalidade do *site* e como proceder ao uso da calculadora *on-line.*

Fotografia 3 – Estudantes na sala de informática trabalhando com a calculadora on-line

Fonte: Acervo do pesquisador

Após os estudantes aprenderem a usar a ferramenta, ouvimos deles a expressão de surpresa (OHHHHH!!!) seguida de alguns questionamentos:

E14: Por que temos que fazer contas na mão professor? Assim é muito mais fácil!

E7: Assim fica fácil, professor!

E3: Nós deveríamos ter vindo aqui primeiro.

Nesse contexto, perguntamos a eles: “Vocês aprenderam primeiro os números ou primeiro a usar a calculadora?”. Em consenso. responderam que primeiro aprenderam os números, então, esclarecemos a necessidade de conhecer o processo, para entender o porquê e quando adotá-lo.

PP: Agora que todos vocês conseguem calcular o MMC e MDC com a calculadora *on-line*, vocês vão aprender quando adotar um ou outro com esses problemas que vou distribuir. Vocês só devem encontrar a resposta para cada problema com o uso da calculadora, pois a tecnologia está para nos auxiliar, no entanto, a ação reflexiva quanto aos resultados cabe a nós seres humanos!

Ao receberem os problemas, a maior parte dos estudantes nem os leu atentamente, só jogaram os valores na calculadora *on-line* e, mais tarde, solicitaram auxílio para saber o que deveriam anotar como resposta. Essa ação é típica de estudantes com a vivência escolar afixada em um ensino, por meio da qual somente seguem algoritmos e, raramente, fazem uma reflexão a respeito dos conteúdos matemáticos que estudam. Diante dessa constatação, levamos os alunos a recordar as etapas para resolver um problema, segundo a perspectiva de Polya(1995).

PP: Como resolvemos um problema? Como devemos proceder? Qual o primeiro passo antes de tentar fazer conta?

E8: Primeiro temos que ler e entender o que é solicitado.

PP: Isso mesmo! Diante de um problema, o primeiro passo é lê-lo e compreendê-lo, então, é isso que vocês devem fazer, pois agora quem faz as contas é o computador, mas vocês devem interpretar cada situação. O que aborda o primeiro problema? O que se busca responder?

O Quadro 21 apresenta o problema. Solicitamos que um dos estudantes realizasse a leitura em voz alta.

Quadro 21 – Problema da festinha de aniversário

André, aluno do 6º ano, irá realizar uma festinha de aniversário. Ele tem 40 bombons e 56 pastilhas e quer separá-los em maior número de pacotes, cada um deles com o mesmo número de bombons e de pastilhas, para repartir entre seus convidados. a) Quantos pacotes poderá formar? b) Quantos bombons e quantas pastilhas terá cada pacote?

Fonte: Problema adaptado do site https://grandesideias.pt/wp-content/uploads/2015/07/ MAT6-T1-03-MMC-e-MDC.pdf.

Após a leitura, os questionamos:

PP: O que está sendo abordado no problema?

Todos os estudantes, respondendo, demonstraram ter entendido que o problema aborda a divisão de doces da festinha do André. Em continuação, o PP auxiliou os estudantes na elaboração de um plano para resolver o problema, ou seja, a 2º etapa da resolução de problema.

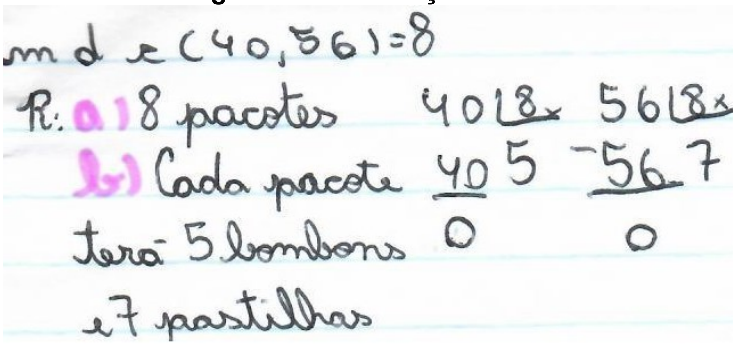
PP: Se o problema está abordando divisão de doces em partes iguais, o que nos interessa é o MDC ou o MMC?

E8: Eu me lembro do costureiro, como ele iria dividir os tecidos, chegamos ao final em MDC. E agora o André quer dividir também, então eu usei MDC e encontrei 8 pacotes.

PP: Alguém tem outra opinião?

Ao recordarem o problema do costureiro, todos os estudantes concordaram que quando o problema abordar expressões relacionadas à divisibilidade em partes iguais, o caminho é resolvê-lo por MDC. A Figura 18 apresenta a execução do plano (3º etapa da resolução do problema), segundo a compreensão de E8.

Figura 18 – Resolução de E8



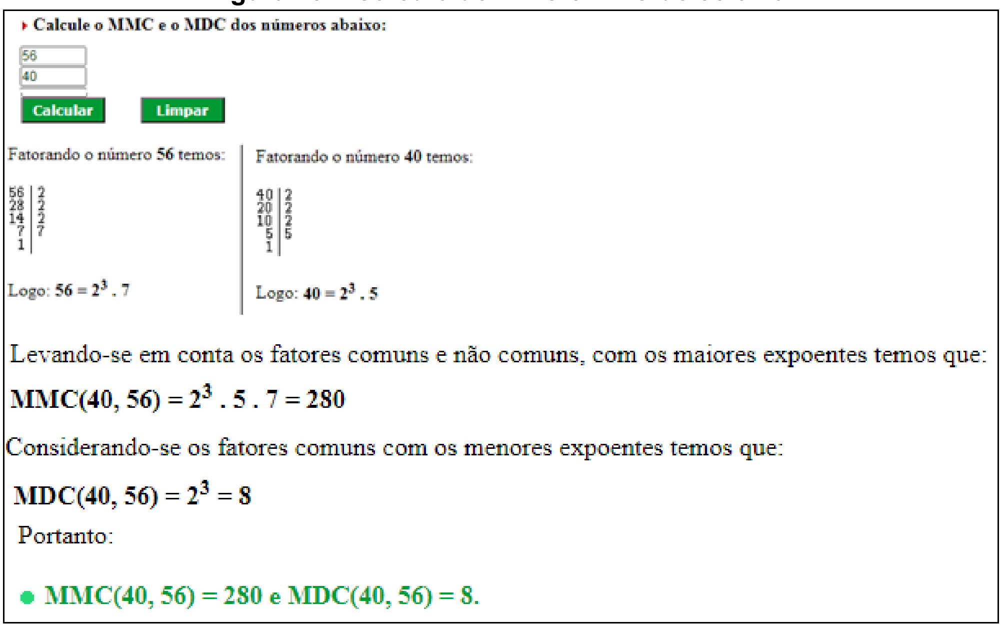
Fonte: Dados da pesquisa

Na continuidade, para realizar uma retrospectiva da resolução (4º etapa da resolução do problema), solicitamos que os estudantes analisassem o que era lhes apresentado como resposta na calculadora *on-line.*

PP: Observem o processo apresentado pela calculadora *on-line* e me falem o porquê do MDC entre 40 e 56 ser 8.

Os estudantes analisaram e identificaram que, ao decompor em fatores primos, o fator 2 repetiu-se em ambos os números três vezes (2 x 2 x 2 = 2^3=8), conforme Figura 19, fazendo relação aos algoritmos estudados em aula demonstraram que o compreenderam.

Figura 19 – Cálculo de MMC e MDC de 56 e 40.



Fonte: Adaptado do site http://www.matematicadidatica.com.br/CalculadoraMMCMDC.aspx.

Também, foi consenso de todos de que se teria que dividir os 40 bombons e as 56 pastilhas em 8 pacotes, respectivamente em cada pacote seriam colocados 5 e

7. A resolução desse problema reforça o que é defendido por Ausubel (2003), quer seja, para uma aprendizagem se constituir como significativa, é necessária a existência de conhecimentos bases na estrutura cognitiva, os subsunçores. Também mostrou a importância de se trabalhar com materiais potencialmente significativos e com os organizadores prévios, pois verificamos que foi o problema do costureiro, trabalhado passo a passo com os estudantes, que possibilitou indícios de aprendizagem significativa conceitual de MDC. Conforme explicita Ausubel (2003), se a aprendizagem não é mecânica, ela é transferível a novas situações, diferentes das originalmente estudadas.

A seguir, interagindo com os estudantes, procuramos estruturar a ideia de quando é conveniente adotar MMC ou MDC, com vistas a aplicações desses conteúdos, conforme descrevemos a seguir:

PP: Partindo da ideia estabelecida de que quando um problema aborda conceitos relacionados à divisão, como separação em parte iguais e agrupamentos, para resolvê-lo adotamos MDC. O que podemos estabelecer quanto ao MMC?

E1: Se MDC é divisão, então MMC é multiplicação.

PP: E como saber que o problema está envolvendo multiplicação e temos que resolvê-lo adotando MMC?

E1: No caso desse outro problema, professor [menciona o problema do Quadro 22, abaixo], como ele se repete de tempo em tempo a ideia é de multiplicação, sempre aumenta de forma igual. Então temos que achar o menor múltiplo comum para saber quando sairão juntos novamente.

Quadro 22 – Problema da circulação de ônibus

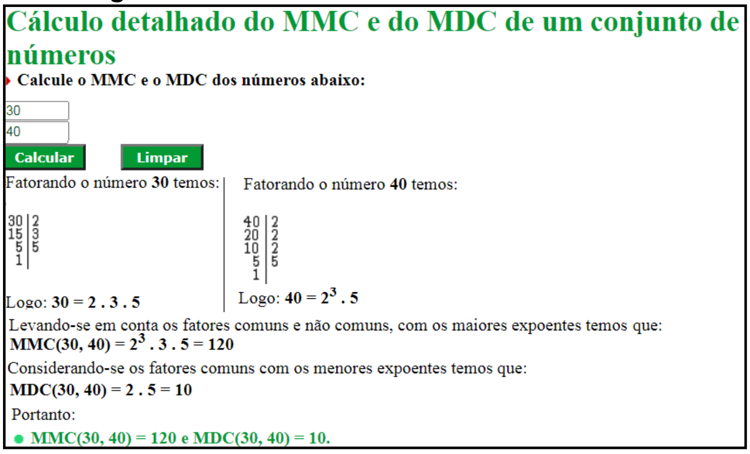
Dois ônibus saem do terminal de Ponta Grossa para dois destinos diferentes, um a cada 30 minutos e o outro a cada 40 minutos. Sabendo que os dois ônibus partiram nesse exato momento, daqui a quanto tempo sairão juntos novamente?

Fonte: Problema adaptado do site https://grandesideias.pt/wp-content/uploads/2015/07/ MAT6-T1-03-MMC-e-MDC.pdf

PP: Muito bem! Seu raciocínio está correto. Alguém discorda?

Todos em acordo analisaram o que era apresentado pela calculadora *on-line* (Figura 20) e entenderam que, no caso em questão, os ônibus partirão juntos novamente em 120 minutos, ou seja, depois de 2 horas.

Figura 20 - Cálculo de MMC e MDC de 30 e 40



Fonte: Adaptado do site http://www.matematicadidatica.com.br/CalculadoraMMCMDC.aspx.

O exercício estava resolvido, mas exploramos um pouco mais o método apresentado pela calculadora, questionando os estudantes:

PP: Comparando o procedimento empregado para apresentar como resposta o MMC (30,40) = 120 e o MDC (30,40) = 10, o que vocês percebem?

Após analisarem, os estudantes conseguiram estabelecer relação com o método de decomposição em fatores primos, trabalhado em sala de aula. E21 mencionou “Em MDC nós circulávamos o que era comum, depois multiplicávamos, o que muda é que não mostra o número circulado, só faz a multiplicação”.

PP: Muito bem! Mas fazendo comparação entre as afirmações - “Levando-se em conta os fatores comuns e não comuns, com os maiores expoentes temos que:” e “Considerando-se os fatores comuns com menores expoentes temos que:” - o que é possível perceber?

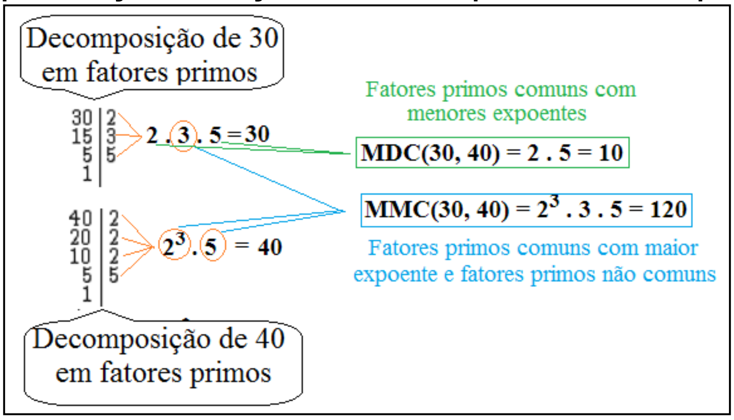
Os estudantes visualizaram que em MMC consideram-se os maiores expoentes dos fatores comuns e os fatores não comuns, e, em MDC, os menores expoentes dos fatores comuns. Ainda os questionamos sobre o significado de maiores e menores expoentes.

E21: O MMC adota o maior expoente, pois múltiplo aumenta e o MDC é o menor expoente, porque dividir diminui.

E8: Em MMC usamos todos os maiores o que sobra são os menores que é usado para descobrir o MDC.

Analisando essas duas afirmações, estabelecemos, juntamente com os estudantes, uma relação entre MMC e MDC que é válida, intuitivamente, para todos os casos. “Se buscamos o MMC e o MDC entre dois números, o produto dos fatores primos comuns de menor ou igual expoente é o MDC, e o produto dos fatores restantes é o MMC.”. A representação, a seguir (Figura 21), demonstra o caso do problema apresentado no Quadro 22.

Figura 21 – Representação da relação estabelecida pelos estudantes para MMC e MDC



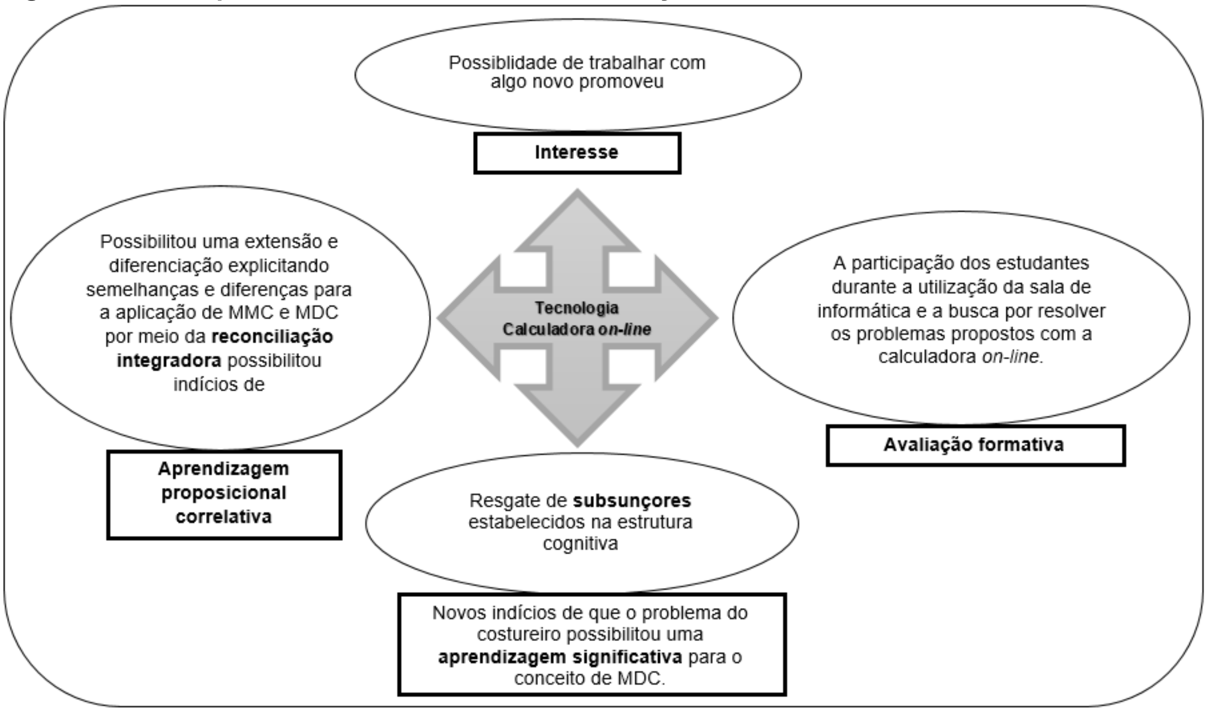
Fonte: Autor (2019)

Dessa forma, os encaminhamentos adotados na implementação do recurso tecnológico calculadora de *on-line* de MMC e MDC promoveu o interesse dos estudantes pelo novo, no caso, a utilização do laboratório de informática. Ao final das atividades com o referido recurso tecnológico, com o professor mediando as interações, os resultados corroboraram com Rossato (2014), quando esse afirma que a adoção de recursos tecnológicos digitais auxiliam no desenvolvimento de significado para os conteúdos estudados e na formação de novos conhecimentos.

Diante de novos problemas, foram resgatados os encaminhamentos resolutivos de problemas, segundo Polya (1995). Com relação à TAS, verificamos novamente indícios de aprendizagem significativa, ocorrida durante a resolução do problema do costureiro, pois os conceitos apreendidos foram utilizados em novas situações. Conforme se expressou E8, afirmando que se o costureiro estava buscando dividir os tecidos então usou MDC, como o novo problema a ser resolvido abordava a divisão em partes iguais, então seria resolvido por MDC. Também, verificamos uma extensão e diferenciação explicitando semelhanças e diferenças para a aplicação de MMC e MDC, conforme argumentos de E1 e com a apropriação dos demais estudantes, dando indícios de aprendizagem significativa proposicional correlativa por meio de uma reconciliação integrativa.

A Figura 22 sintetiza os conceitos da TAS verificados durante a utilização da calculadora *on-line*.

Figura 22 - Princípios da TAS verificados com a adoção da calculadora on-line de MMC e MDC



Fonte: Autor (2021)

Assim, finalizamos a primeira parte das atividades que, inicialmente, envolveu: Resolução de Problemas a partir do problema do costureiro; Jogos no Ensino de Matemática, adotado por meio do jogo do bingo adaptado para trabalhar números primos, divisibilidade, múltiplos, MMC e MDC; e, a Tecnologia no Ensino de Matemática com o *site* da calculadora *on-line* de MMC e MDC.

A seguir, passamos para as descrições e análises da segunda parte das atividades realizadas, as quais foram direcionadas a partir do interesse dos estudantes por jogos eletrônicos. Essa parte aborda o desenvolvimento e implementação de um plano de ação a partir de uma prática com Modelagem Matemática, que contemplou outras tendências metodológicas, como: a resolução de problemas, tecnologias, jogos, leitura produção e interpretação de texto em matemática.

6.3 Desenvolvimento e implementação de um plano de ação a partir de uma prática com modelagem matemática

A tendência metodológica da Modelagem Matemática foi adotada com vistas a oferecer liberdade aos estudantes para juntos trabalharmos conteúdos advindos de temas de seu interesse e de sua motivação. Sendo assim, as atividades foram norteadas pelas etapas propostas por Burak (1998, 2019): Escolha do tema; Pesquisa exploratória; Levantamento dos problemas; Resolução dos problemas; e, Análise crítica das soluções.

Objetivos

Valorizar a participação dos estudantes como protagonistas da própria aprendizagem;

Estudar os conteúdos matemáticos emergentes de temas de interesse dos estudantes;

Desenvolver pesquisas no laboratório de informática.

Materiais utilizados

Computadores com *Office* e com acesso à *internet*.

Inicialmente, apresentamos a Modelagem Matemática aos estudantes e destacamos como se desenvolvem trabalhos nessa perspectiva. Para isso, descrevemos aos estudantes as cinco etapas e como se procede em cada uma delas, considerando-se os dois princípios para o desenvolvimento de atividades na concepção de Burak (2019): o interesse dos participantes e a obtenção dos dados no local em que reside o interesse.

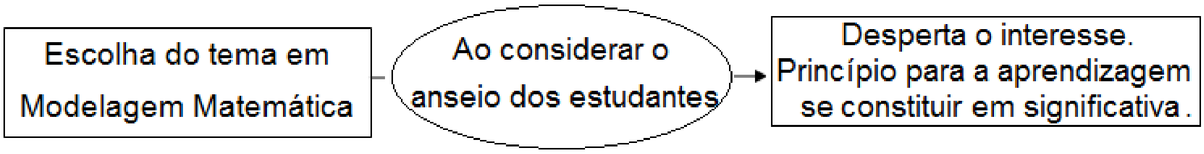
A seguir, passamos a abordar os encaminhamentos em cada uma das etapas:

Escolha do Tema:

No decorrer das aulas, enquanto acompanhávamos os estudantes, identificamos grande interesse deles por jogos eletrônicos. Nas trocas de professores, quando adentrávamos a sala de aula, até acalmá-los e, também, entre uma atividade e outra, verificamos que nas discussões os estudantes sempre estavam discutindo sobre jogos eletrônicos. Nesse contexto, quando apresentamos a Modelagem Matemática e destacamos que com essa metodologia se trabalha a partir de temas que são de livre escolha dos estudantes, já ouvimos rumores, solicitando a realização de atividades que abordassem jogos eletrônicos. Sendo assim, no momento em que abrimos para a escolha do tema, foi consenso deles "jogos eletrônicos".

A disposição dos estudantes em trabalhar com esse tema evidenciou que a Modelagem Matemática, segundo os encaminhamentos adotados, aumentou o interesse dos estudantes. Esse interesse, além de se constituir um dos princípios para o desenvolvimento de práticas com modelagem, mostrou-se fundamental para promover, junto aos estudantes, encaminhamentos visando alcançar uma aprendizagem significativa. As percepções decorrentes da escolha do tema propiciam elencar o esquema a seguir:

Figura 23 - Percepções decorrentes da escolha do tema



Fonte: Autor (2021)

Definido o tema, solicitamos que os estudantes formassem grupos para continuar a atividade. O trabalho se deu com o tema escolhido, sendo a primeira prática com modelagem matemática que a turma estava desenvolvendo. Quando a metodologia é nova para os estudantes, o professor acompanha melhor seu desenvolvimento quando aborda um tema por vez. No entanto, se o interesse deles se direcionar para mais de um tema, o professor pode combinar e abordar um tema de cada vez e, à medida que os estudantes adquirirem conhecimentos dos encaminhamentos, o professor poderá trabalhar com mais temas, concomitantemente.

As demais etapas da atividade de modelagem matemática se deram em dois momentos. O primeiro momento emergiu das discussões em sala de aula, a partir das quais foram coletados dados, elaborado um problema de forma conjunta e resolvido em grupos, e, por fim, a análise crítica. O segundo momento se deu a partir de pesquisas na internet como fonte de coleta de dados.

6.3.1 Primeiro momento da prática de modelagem matemática após a escolha do tema

Pesquisa exploratória:

Essa etapa, que denominamos aqui de primeiro momentos da pesquisa exploratória, se deu a partir de pesquisas, desenvolvidas junto aos estudantes na própria sala de aula, que convergiram para o desenvolvimento do conteúdo de porcentagem. A etapa da pesquisa exploratória se iniciou a partir do questionamento: “Por qual motivo vocês escolheram jogos eletrônicos?” Como resposta foi identificado que jogos era o entretenimento preferido dos estudantes, todos já haviam praticado algum tipo de jogo, desde Mini Grame, Play Station 2 e joguinhos no celular, até, para alguns estudantes, jogos *on-line*, como mencionaram:

E16: Eu jogo todo dia, chego em casa depois das aulas e vou direto pro vídeo game, fico jogando até que a mãe faz eu sair. (sic)

E14: O que eu estou jogando é *Free Fire*. Um jogo muito maneiro! (sic)

E19: Eu só faço outra coisa porque a mãe briga se eu ficar jogando muito tempo. (sic)

Os apontamentos eram feitos pelos estudantes de forma natural, como se estivessem em uma roda de conversa entre amigos. Em meio aos apontamentos, eles foram questionados sobre qual jogo mais utilizavam no momento. Como resposta foi verificado que 15 dos 20 estudantes presentes na sala, naquele dia, jogavam *Free Fire*. Com objetivo de compreender mais a respeito, solicitamos que nos explicassem como se procede no jogo. E14 tomou frente e respondeu:

E14: Quando inicia, você é lançado de um avião em uma ilha, quanto mais tempo você conseguir ficar vivo, melhor, e para se manter vivo você precisa ir matando todos os adversários. Conforme avança o jogo, você ganha novas armas. Ai você anda de um lugar para outro procurando inimigos para matar.

PP: Parece um jogo muito violento, não?

E14: Sim, mas é só um jogo.

E08: Minha mãe não deixa baixar esse jogo, eu só posso brincar com os jogos que ela permite.

A seguir, como mediador das discussões, buscamos referenciar a matemática. Como práticas de/com modelagem abrem espaço para os estudantes expressarem suas convicções, cabe ao professor estar atento para não perder o foco no ensino e a na aprendizagem da matemática e também em outros conteúdos interdisciplinares. Então, os questionamos:

PP: Vocês percebem que essas discussões podem ser relacionadas a uma pesquisa exploratória realizada aqui na sala? Percebem alguma matemática envolvida nessa nossa discussão inicial?

Com esses questionamentos, o primeiro momento da prática seguiu para a etapa do levantamento de problemas.

Levantamento de problemas

Essa etapa exige uma visão mais atenta aos dados coletados, nela, os estudantes realizam, com a mediação do professor, uma reflexão sobre o que encontraram durante as pesquisas para elencar o que é de maior importância, considerando o campo de interesse. Por meio dessa ação, os discentes começam a transformar e traduzir os dados em linguagem matemática, sociológica, psicológica, econômica, tudo relacionado aos comportamentos humanos e suas possíveis implicações.

Diante disso e, a partir do questionamento elencado pelo professor pesquisador, E25 se manifestou:

E25: Podemos fazer comparação dos que jogam e dos que não jogam.

PP: Mas o que podemos comparar?

E25: A porcentagem dos que não jogam, por exemplo, o *Free Fire* na sala.

E08: Podemos construir um gráfico para representar essas informações.

PP: Como podemos elaborar um problema envolvendo esses dados?

E25: É fácil! Quantos por cento jogam *Free Fire* e quantos por cento não jogam?

E08: Faça um gráfico dos que jogam e dos que não jogam *Free Fire*.

Depois disso, indagamos a sala toda: “Como podemos elaborar um problema juntando o que foi exposto por E25 e E8?”

Após discussões com os estudantes, o problema foi elaborado de forma conjunta. “Dos 20 alunos presentes na sala, 15 jogam *Free Fire* e 5 não jogam. Qual é o percentual dos que jogam e dos que não jogam? Represente esses dados em um gráfico.”

Definido esse problema, solicitamos que se organizassem em grupos para buscar a solução.

Resolução do problema e desenvolvimento dos conteúdos no contexto do tema

Essa etapa se mostrou como um momento rico, em que os estudantes realizaram trocas de experiências. Do ponto de vista da teoria da aprendizagem significativa, é o momento em que o professor faz sondagens para levantar os conhecimentos subsunçores dos estudantes, objetivando explorar os conteúdos matemática a partir do que já está alicerçado na estrutura cognitiva dos estudantes.

Compreendemos que a Modelagem Matemática, na concepção assumida, valoriza a participação dos estudantes e os coloca como protagonistas da própria aprendizagem a partir da escolha do tema. Quando a professor propicia momentos para que os estudantes possam expressar livremente suas pretensões, ele está valorizando o interesse dos estudantes e despertando sua pré-disposição em aprender. Mesmo que, inicialmente, as discussões não se mostrem favoráveis ao desenvolvimento de conteúdos matemáticos, na medida em que vão se aprofundando, cabe ao professor buscar nos apontamentos dos estudantes relações possíveis com a matemática, para encaminhá-los. Em meio aos apontamentos, a função do professor é mediar o conhecimento empírico que eles possuem e criar uma ponte para o desenvolvimentos do conhecimento científico.

Com base na TAS, essa ponte se dá por meio da adoção de organizadores prévios e com materiais potencialmente significativos, vindo ao encontro do que é explicitado por Novak (1981, p. 63): “Organizadores prévios podem servir, em parte, para focalizar a atenção do aprendiz em elementos ou atributos de materiais de estudo que poderiam passar inteiramente despercebidos sem induzir a disposição que pode por eles ser oferecida”.

Sendo assim, entendemos como fundamental a valorização do conhecimento prévio dos estudantes e a adoção de materiais potencialmente significativos para conduzir os estudantes em busca da aprendizagem, conforme explicitam trabalhos, como: Silva (2017), Ponte e Velez (2011), Cisneros (2011), Brum e Schuhmacher (2014), Gonçalves (2014), Elias (2018), Delatorre (2007) e Carvalho, (2012). Ao verificarmos que os estudantes estavam com dificuldades para formalizar a resolução do problema elaborado, buscamos organizadores prévios para subsidiar a construção dos conceitos de porcentagem, pois, esses organizadores, adotados a partir de materiais potencialmente significativos, auxiliam na aprendizagem, para que essa se constitua em significativa (Silva, 2017).

Os procedimentos adotados se justificam no âmbito da Modelagem Matemática em Burak e Aragão (2012), quando afirmam que se necessário na resolução de um problema um conteúdo matemático, ainda não dominado pelos estudantes, cabe ao professor buscar meios para favorecer a construção do conhecimento. Ainda, em âmbito da TAS, conforme Ausubel (2003), quando o estudante não explicita o conhecimento subsunçor de forma organizada, cabe a adoção de organizadores prévios com foco em potencializar uma aprendizagem significativa, corroborando com Ponte e Velez (2011). Diante disso, idealizamos trabalhar, na aula seguinte, com o jogo do Tangram, visando explorar conceitos de porcentagem e relações com as frações.

6.3.2 Tangram: material potencialmente significativo para explorar porcentagem, frações e geometria.

No início da aula, explicamos que, como grande parte da sala apresentou dificuldades para trabalhar com porcentagem no problema elaborado, desenvolveríamos uma atividade para dar mais ênfase a esse conteúdo. Mostramos as peças de um Tangram e indagamos se eles já tinham trabalhado com o material e se já desenvolveram algum conteúdo matemático a partir dele.

Os estudantes mencionaram que no ano anterior haviam utilizado o Tangram para montar figuras, mas sem trabalhar com a matemática. Sendo assim, distribuímos uma folha A4 para cada estudante e passamos a confeccionar as peças. Inicialmente foram explorados conceitos geométricos, objetivando levantar os conhecimentos subsunçores desse conteúdo e, na sequência, porcentagem e frações conforme apresentam os diálogos a seguir:

PP: Essa folha representa uma figura geométrica, que figura é?

E02: É um quadrado.

E14: Não é quadrado, quadrado tem os lados iguais. Esse é um retângulo.

PP: O que os demais acham? Quem está certo: E02 ou E14?

A sala ficou dividida, alguns afirmaram ser quadrado e outros, retângulo. Então, questionamos sobre a diferença entre quadrado e retângulo, para explicitar a divergência conceitual quanto ao assunto. Os estudantes que disseram ser quadrado, destacaram “se tem quatro lados é quadrado”. E os que afirmaram ser retângulo, justificaram por ter lados de tamanhos distintos. Diante disso, identificamos que o equívoco estava entre o conceito de quadrilátero e de quadrado, gerando a confusão nas definições. Dessa forma, mencionamos que tanto um quanto o outro são quadriláteros, por ter quatro lados, mas com características próprias que os distinguem (Quadro 23).

Quadro 23 - Diferença entre quadrado e retângulo

Quadrado: é um quadrilátero que possui quatro lados de mesmo tamanho e quatro ângulos retos. Retângulo: é todo quadrilátero que possui quatro ângulos retos. Sendo assim, podemos dizer que todo quadrado é um retângulo, mas o inverso não é válido, pois, para ser quadrado, além dos ângulos retos, os lados devem ser congruentes, ou seja, possuir as mesmas medidas.

Fonte: Autor (2019).

A seguir, solicitamos que os estudantes transformassem o retângulo em um quadrado com o maior tamanho possível, e destacamos que, do quadrado formado, seriam extraídas as sete peças que compõem o Tangram. Após terem realizado essa tarefa, direcionamos as discussões para porcentagem, estabelecendo possíveis relações com frações.

PP: Se esta é uma peça inteira, temos um inteiro, em porcentual o que representa um inteiro?

Foi consenso dos estudantes que o inteiro é representado como 100%, ou seja, a peça toda. A seguir, fazendo relação ao problema de porcentagem, [Dos 20 alunos presentes na sala, 15 jogam *Free Fire* e 5 não jogam. Qual é o percentual dos que jogam e dos que não jogam?] os questionamos: “Quantos estudantes da sala seriam necessários para termos 100% com a mesma opção de jogo?” Em unanimidade, os estudantes compreendendo que o inteiro representava o todo, proferiram que 100% dos estudantes eram todos os presentes no dia, ou seja, os 20 estudantes.

Na sequência, solicitamos que repartissem o quadrado inteiro em duas partes iguais, recortando-o em uma das diagonais. Com isso, visualizamos que alguns estudantes tentavam verificar o que outros estavam fazendo para seguir o modelo. Sendo assim, verificamos que a dúvida era em saber onde localizar a diagonal do quadrado, logo, indagamos: “Quem sabe o que significa diagonal?”

E1: Eu acho que é quando cortamos aqui [mostra o quadrado dobrado ao meio pelos vértices].

PP: Por que você acha isso?

E1: Porque o Tangram da caixa de madeira é divido assim.

PP: Então, o que podemos afirmar sobre a diagonal de um quadrado?

E19: É quando cortamos de um canto no outro.

PP: Muito bem! Na geometria esse canto recebe um nome especifico, ele é chamado de vértice. Então, dizemos que a diagonal de um polígono é um seguimento de reta que liga um vértice a outro, no caso considerado, o polígono é o quadrado. Percebam que esses vértices não podem ser consecutivos, pois os vértices consecutivos formam os lados do polígono e não a diagonal.

Após todos os estudantes terem cortado o quadrado na diagonal, os indagamos fazendo relação à porcentagem e à fração que cada parte representava. “Percebam que o inteiro foi dividido em duas partes, se o inteiro representava 100% ou um inteiro, quanto cada parte representa depois de cortado?”

Afirmaram que se cada parte é metade, então é 50% do inteiro ou meio (1/2). Sendo assim, buscamos fazer uma relação com o problema do jogo da aula anterior. “Se 50% dos estudantes preferissem o mesmo jogo, quantos estudantes seriam?”

Rapidamente conjecturaram a relação de 50% com a metade e destacaram ser metade dos estudantes, ou seja, 10 estudantes. Em continuação, destacamos que, com o próximo passo, seriam confeccionadas as duas maiores peças do quebra cabeça Tangram, que chamamos de triângulo grande (TG). Para isso, um dos triângulos será cortado ao meio, por um seguimento de reta que vai do vértice ao ponto médio do maior lado do triangulo, no caso, o maior lado é chamado de hipotenusa, por ser oposto a um canto do quadrado original que corresponde a um ângulo de 90º.

Assim que todos obtiveram os dois TG, questionamos quanto por cento do quadrado original cada TG representava e quanto cada parte representava do inteiro. Comparando com a parte ainda não cortada, que era 50% do inteiro, eles perceberam que cada TG era metade da referida parte, então, 25% do inteiro ou o inteiro dividido em quatro partes (1/4). Em relação ao problema em estudo, questionamos: “Então, se somente 25% dos estudantes preferissem o mesmo jogo, quantos seriam?” Após relacionar ao questionamento do jogo anterior, em que 50% eram 10 estudantes, constataram que 25% correspondem a 5 estudantes.

Nesse contexto de discussões, E25 se manifestou e retomou o problema inicial [Dos 20 alunos presentes na sala 15 jogam *Free Fire* e 5 não jogam. Qual é o percentual dos que jogam e dos que não jogam?] e afirmou: “Ahhh! Assim fica fácil de pensar e resolver sem fazer conta, todos os 20 alunos são 100%, cada 5 aluno é 25%, então os que não jogam são 25% e o restante é 75%.”

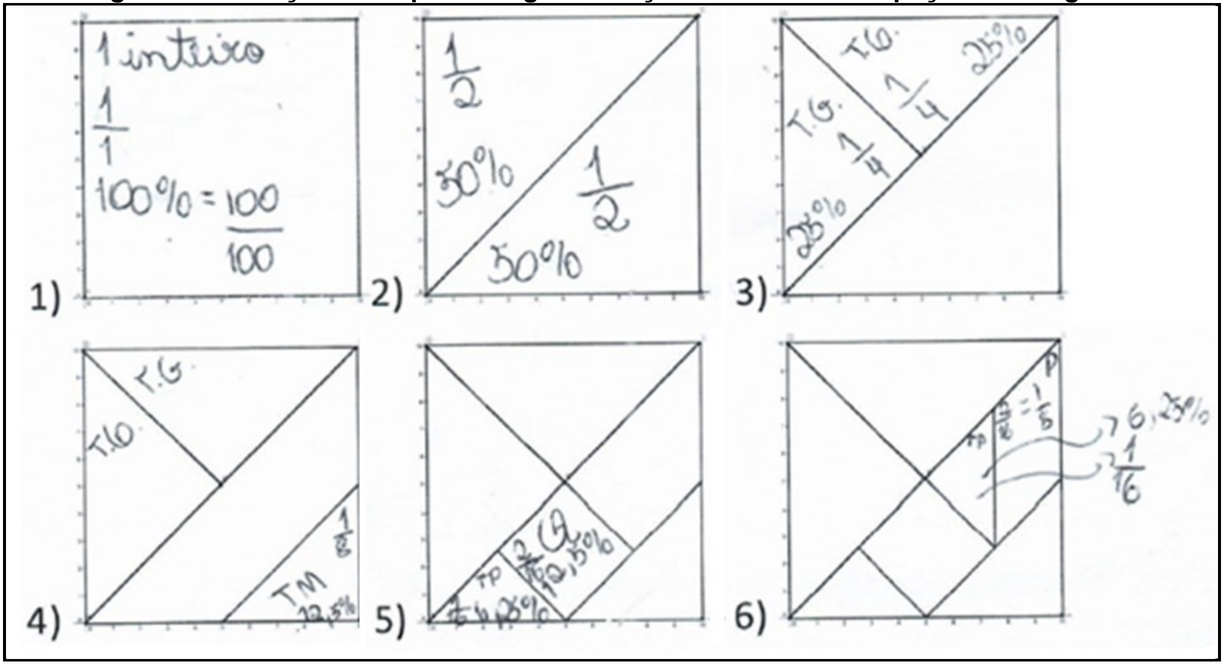
Diante da fala proferida por E25, ouvimos manifestações dos demais estudantes que indicaram entendimento, e, consequentemente, aprendizagem conceitual de porcentagem a partir das partes que compõem um inteiro.

E02: Verdade! É mesmo.

E09: Agora estou começando a entender esse negócio de porcentagem.

Assim que E25, E02 e E09 se expressaram, os demais estudantes também demonstraram entender que seria fácil resolver o problema sem fazer nenhuma conta no caderno. Em continuação à aula, confeccionamos as demais peças do Tangram, explorando as figuras geométricas formadas e as relações entre porcentagens e parte do inteiro (frações). A Figura 24 apresenta a relação final construída pelos estudantes por meio da comparação entre o tamanho das peças.

Figura 24 - Relação entre porcentagem e frações com base nas peças do Tangram



Fonte: Dados da pesquisa

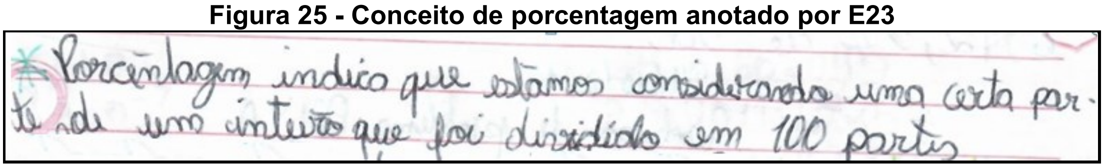
Outras afirmações também deram indícios de aprendizagem:

E09: Então 100% pode ser qualquer valor? Pois 100% é 20. Mas se tivessem mais alunos 100% seria também mais. (E09)

PP: Muito bem! 100% é o todo, e esse todo é relativo, conforme a situação, o valor que ele assume varia. Porcentagem considera uma parte do inteiro, e como podemos analisar o próprio nome “porcentagem” indica um inteiro qualquer dividido em 100 partes iguais.

Essa explicação foi registrada, com certa modificação, em uma anotação (Figura 25) de E23, apresentando seu entendimento quanto ao conceito de porcentagem.

Figura 25 - Conceito de porcentagem anotado por E23



Fonte: Dados da pesquisa

No contexto das discussões, apresentamos aos estudantes as diferentes formas que podemos representar um percentual. Para isso, de uma nova folha A4 tiramos o quadrado que origina as peças do Tangram e o repartimos para ter a peça que representa 50% do quadrado inicial. E indagamos:

PP: Olhem para essa figura, ela é 50% do quadrado inteiro. O que é mesmo 50%?

E23: Metade.

PP: Qual é a fração que representa metade mesmo?

E23: É um meio (1/2).

PP: Então podemos dizer que o inteiro é 100%, metade é 50% do inteiro que, no caso, é dividido em 100 partes iguais. Logo podemos dizer que 50% de um inteiro é esse inteiro dividido em 100 partes das quais pegamos 50. Ou seja, 50/100. E, 50/100 é igual a 1/2. De forma análoga, indicando a mesma coisa, podemos representar ½ ou 50/100 na forma decimal. Quem sabe como fica?

E08: Metade de 1 é 0,5 prof.

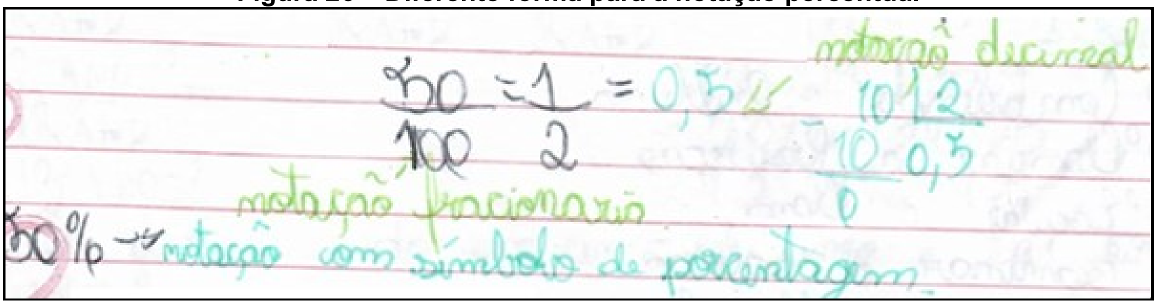
PP: Como você tem certeza disso?

E08: Basta fazer a divisão de 1 por 2.

PP: Muito bem! Então percebam que existem diferentes formas para representar porcentagens, são elas: notação com símbolo de porcentagem, notação fracionária e notação decimal.

A Figura 26 mostra a sistematização realizada no caderno dos estudantes.

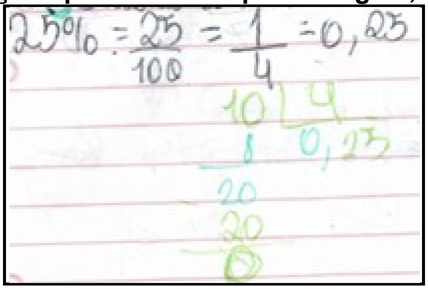
Figura 26 – Diferente forma para a notação percentual



Fonte: Dados da pesquisa

Na sequência, solicitamos que anotassem as três formas que 25% pode ser representada.

Figura 27 - Notações para 25 % em porcentagem, fração e decimal

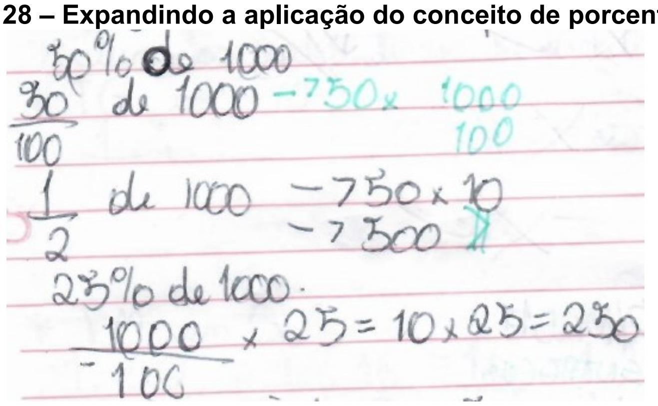


Fonte: Dados da pesquisa

A seguir, os questionamos: “Se a pesquisa que realizamos na sala fosse realizada com 1000 pessoas, quanto seria 50% e 25% delas?”.

Alguns estudantes, oral e imediatamente destacaram que 50% é metade de 1000, quer seja, 500, e que 25% seria 1000 dividido em quatro partes, ou seja, 250. Outros preferiram anotar cálculos, conforme E23, demonstrado na Figura 28.

Figura 28 – Expandindo a aplicação do conceito de porcentagem



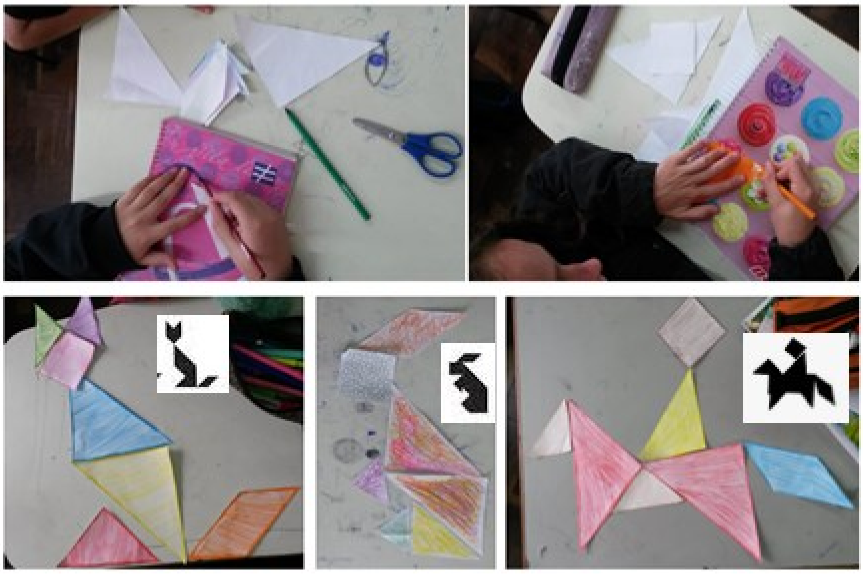
Fonte: Dados da pesquisa

Diante das anotações de E23, questionamos o porquê de proceder daquela forma, obtendo a justificativa: “O 1000 é o inteiro, aprendemos que porcentagem divide o inteiro em 100 partes iguais, então, 1000 por 100, isso deu 10 e nesse caso pegamos 50 partes com 10 cada uma. E da mesma forma para o 25%”.

O raciocínio adotado por E23 foi discutido com a turma toda, e os estudantes se apropriaram da forma como o estudante havia pensado. De forma geral, tanto a resolução por raciocínio quanto utilizando de cálculos indicou que os estudantes se apropriaram dos conceitos de porcentagem.

Finalizada a confecção das peças, elas foram coloridas conforme a preferência de cada estudante. Na sequência, passamos a explorar o lúdico e a criatividade discente com as peças do Tangram, para isso, apresentamos a sombra de algumas imagens formadas com a junção das peças para que montassem sobre as carteiras. A Fotografia 4 mostra os estudantes trabalhando com as peças do Tangram e algumas imagens formadas a partir das sombras.

Fotografia 4 - Confecção dos estudantes, peças do Tangram e figuras montadas



Fonte: Dados da pesquisa

Dessa maneira, no contexto da atividade de modelagem matemática, o jogo do Tangram se mostrou como um material potencialmente significativo para explorar conceitos de geometria, porcentagens e frações e também na análise crítica da solução encontrada, pois o material facilitou a compreensão da solução. A adoção desse material com potencial de significação promoveu maior motivação e mais envolvimento dos estudantes, o que corrobora com os resultados das pesquisas de Carvalho (2012), quando menciona o potencial de materiais nessa perspectiva. Com o apoio do material, os estudantes resolveram o problema elaborado de uma forma criativa e deram indícios de aprendizagem significativa, quando aplicaram o conceito sem dificuldade em uma nova situação.

Esse primeiro momento também se deu como organizadores prévios para que os estudantes assimilassem os procedimentos em cada uma das cinco etapas da atividade de modelagem, segundo a perspectiva de Burak (1998). Após os encaminhamentos discutidos, a próxima aula seguiu para o segundo momento da atividade de modelagem, conforme descrito mais adiante.

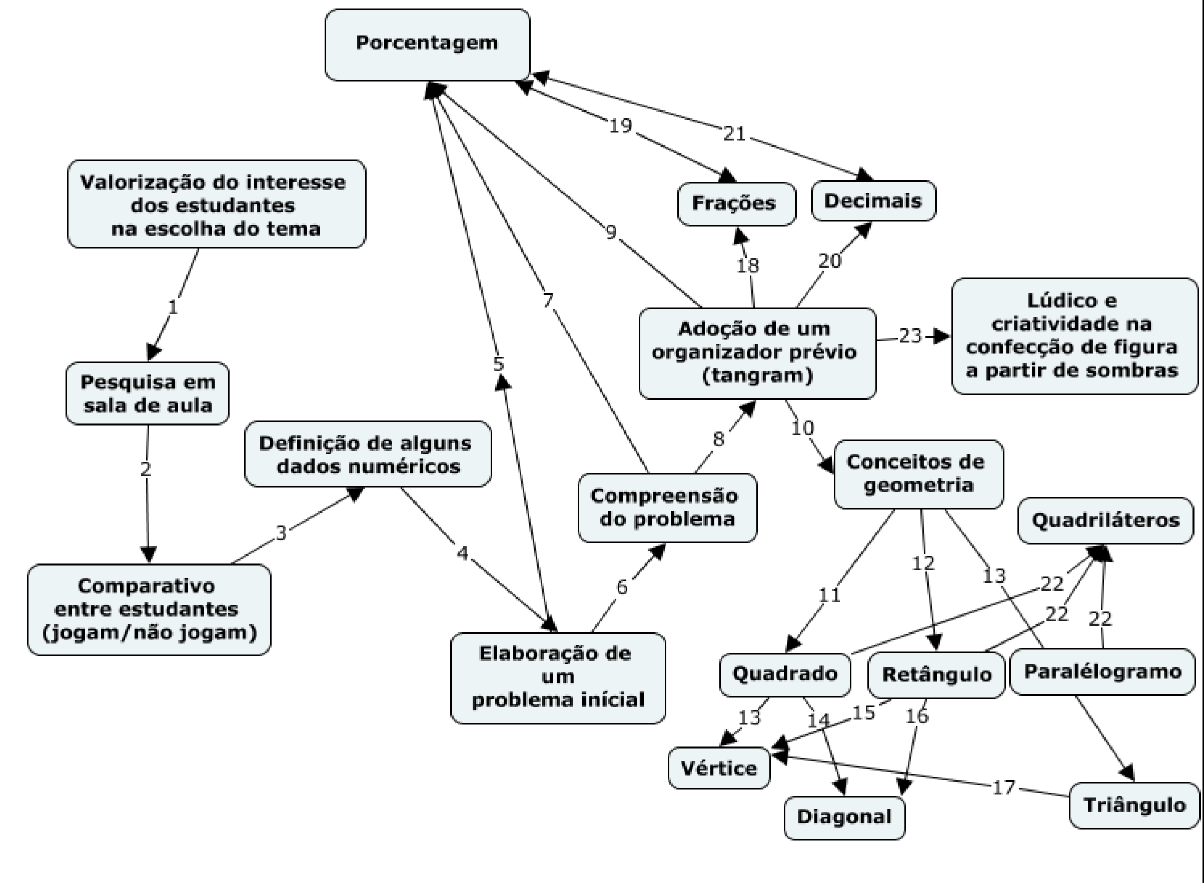
Ao analisar os encaminhamentos, segundo os princípios da TAS, verificamos momentos em que a aprendizagem se deu por descoberta, conforme fala dos estudantes, e momentos que era resultado de recepção visível nas explicações do professor pesquisador. Ambas as aprendizagens com indício de estarem se constituindo de forma significativa, pois faziam relações a dois referentes, ao material com potencial de significação (confecção das peças do Tangram) e ao problema que originou as discussões, referente ao percentual de alunos da sala de aula que jogavam *Free Fire*.

Evidenciamos que os conceitos de porcentagem e de frações, desenvolvidos na primeira parte da atividade de modelagem matemática, foram abordados com os estudantes segundo o princípio da reconciliação integrativa e deram indícios de aprendizagem representacional e conceitual, pois os estudantes passaram a compreender e adotar, de forma adequada, porcentagem e frações, fazendo referências às peças do Tangram. Ainda com relação à aprendizagem, foi possível identificar indícios de aprendizagem proposicional subordinada correlativa, pois os conceitos aprendidos se relacionaram à estrutura cognitiva, conduzindo a uma elaboração, modificação e qualificação das ideias previamente apresentadas.

O Quadro 24 esquematiza os encaminhamentos e enfatiza a hierarquia conceitual desenvolvida em sala de aula. Nas caixas de textos estão os conceitos explorados e, fazendo ligação entre eles, os números que indicam a sequência instrucional, ou seja, a ordem em que os conceitos foram desenvolvidos junto aos estudantes em sala de aula, conforme explicita Novak (1981).

Quadro 24 – Encaminhamentos da prática de modelagem matemática que convergiram para o estudo de porcentagem e conceitos de geometria

Hierarquia conceitual da primeira parte da prática de modelagem matemática



Fonte: Autor (2021).

Ainda, conforme mostra o Quadro 24, identificamos que a diferenciação progressiva de conceitos também se fez presente em dois contextos: quando a representação fracionária e decimal foi abordada, a partir da porcentagem; e, quando foram explorados, a partir das peças do Tangram, conceitos específicos da geometria. Esses conceitos, após serem diferenciados, convergiram para uma reconciliação integrativa do conceito de ordem superior “quadriláteros”. A seguir, passamos para as descrições e análises do segundo momento da prática de modelagem matemática.

6.3.3 Segundo momento da prática de modelagem matemática.

Em prosseguimento às práticas com modelagem matemática, e diante da constatação de que jogos eletrônicos faziam parte do lazer de todos os estudantes, buscamos documentários sobre o tema para apresentar a eles. Esses foram selecionados com objetivo de despertar o senso crítico dos estudas, sendo eles: “Vício em videogame é considerado um distúrbio pela OMS[15]” , em que se ressaltam os pontos negativos dos jogos eletrônicos, quando o usuário se torna viciado; e, “Games e violência: como evoluir o debate[16]”, que inicia o debate com uma pesquisadora em Games, ressaltando dois atentados ocorridos, de repercussão mundial, um no Brasil e outro em Nova Zelândia e que foram associados pela mídia como consequência do uso de games.

Objetivos desse segundo momento da prática de modelagem:

Tornar os estudantes mais críticos quanto aos jogos utilizados;

Discutir questões sociais relacionadas a jogos;

Promover o aporte inicial para a segunda parte da pesquisa exploratória a ser realizada na sala de informática;

Elaborar e resolver problemas relacionados à matemática.

Material utilizado

Multimídias.

Computadores com acesso à *internet*.

Após apresentar os documentários, disponibilizamos um momento para discussões em sala de aula. Diante do primeiro documentário, os estudantes concordaram com as consequências apresentadas, como sedentarismo, problemas na coluna, na visão e na audição, por permanecer muito tempo em uma única posição, com os olhos focado na tela e com fone de ouvido. Em contraposição, destacaram que o *game* é uma solução para que os jovens não fiquem na rua, diante de tanta violência encontrada no mundo real. Em consenso, os estudantes demonstraram entender que não é errado usar jogos apropriados à idade de cada um, o problema inicia quando os jovens passam a preferir somente os games, em vez de qualquer outra atividade.

Após assistir ao segundo documentário, foi discutido o que leva os jovens a se tornarem agressivos. Os estudantes destacaram que a violência não se faz presente

---

[15]Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=2GS9dK5kLFM> Acessado em 15/09/2019.

[16]Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=sp--enNJgAM> Acessado em 15/09/2019.

somente em determinados jogos, mas é algo presente na sociedade, muitas vezes basta ligar a TV para se deparar com atrocidades. A sociedade procura culpados para os problemas criados em seu meio e discute, de forma superficial, a verdadeira raiz desses problemas, como foi percebido pelos estudantes no decorrer dos documentários. Alguns posicionamentos mostraram essa tendência, conforme é destacado a seguir:

E10: Veja, professor, porque o menino jogava muito, ele fica sozinho e a mãe dele disse que para dar conta das despesas da casa tem que trabalhar em dois serviços, ai quando chega a casa não tem mais energia para ficar colocando regras. Lá em casa se a mãe mandar e eu não desligar, é já que não dá certo.

E14: Eu jogo o quanto eu quiser, uma vez fiquei a noite toda jogando.

Nesses apontamentos identificamos duas situações completamente distintas: na primeira, percebemos o controle da família sobre o estudante e, na segunda, o inverso. A falta de controle dos pais sobre o que os filhos estão a fazer foi abordado no documentário por Blanco (2019), segundo ela, um pai lhe pediu auxílio sobre o que fazer, pois o filho estava ficando muito tempo em jogos eletrônicos, ai ela perguntou o tipo de jogo que o menino jogava e o pai não soube responder. Diante disso, Branco (2019) destaca a importância de que o tabu em torno de jogos eletrônicos seja quebrado, para isso, o primeiro passo é romper com discussões superficiais e se interessar pelo que chama a atenção dos jovens, uma vez que o problema reside na falta do convívio social e no isolamento do público juvenil.

Diferente do primeiro documentário, o qual mostrou somente problemas ocasionado pelos jogos eletrônicos, o segundo foi de maior interesse dos estudantes, pois, concordaram com a pesquisadora de que o problema não é o jogo eletrônico, mas sim, o jovem se isolar e interagir apenas no meio eletrônico. Essas discussões, embora não tenham explicitado relações diretamente com a matemática, mostraram-se relevantes, por contribuir com a formação de opinião dos estudantes e deixá-los atentos ao uso de jogos eletrônicos, de forma que esses permaneçam como entretenimento e não se tornem um vício. Tais discussões apontam para a formação de um estudante mais atento e mais crítico, conforme explicita a concepção de Modelagem seguida.

Na sequência, os estudantes foram direcionados para desenvolverem a pesquisa exploratória no segundo momento.

Pesquisa Exploratória

Esse segundo momento da pesquisa exploratória se deu na sala de informática, onde os estudantes foram orientados a buscar novas informações no contexto do tema. Como ficaram livres para consultar a internet, inicialmente queriam um direcionamento para o que buscar e onde buscar, isso indicou a dificuldade deles em realizar pesquisas nesse meio. Muitos queriam copiar no caderno todas as informações encontradas já na primeira página, sem antes ler o que era abordado nas matérias.

Durante uma aula, auxiliamos os estudantes nas buscas. Em muitos momentos fomos indagados com o questionamento “É isso que preciso anotar?” Questionamentos dessa natureza explicitam o lado seguidor desenvolvido nos estudantes ao longo da vida escolar, conforme Burak e Aragão (2012), esse

> [...] lado ‘seguidor’ que se desenvolve no estudante, subtrai-lhe a possibilidade de desenvolver sua autonomia, iniciativa e liberdade de conjecturar, e, com isso, inibe o desenvolvimento de muitas competências necessárias à formação de um cidadão capaz de fazer diferença em sua comunidade, [...] (BURAK; ARAGÃO, 2012, p. 90).

Diante disso, os questionamentos foram respondidos com novas indagações: “Sobre o que trata? Isso é relevante para você? É de seu interesse?”. Por meio dessas indagações, buscamos desenvolver a autonomia e a proatividade nos estudantes. No entanto, identificamos que as reportagens que traziam aprofundamentos a respeito do tema não lhes despertavam atenção, pois o que eles buscavam eram vídeos, entretanto, a *internet* disponível não suportava carregá-los. Diante disso, foi verificado que, embora a *internet* seja uma fonte rica de informações, a turma ainda se mostrou bastante limitada para desenvolver pesquisas com esse meio.

Isso demonstra a necessidade de a escola preparar os estudantes para desenvolverem pesquisas desde os Anos Iniciais. Como ainda eles estavam no 6º ano, entendemos como primordial que, nos anos seguintes, sejam incentivados a desenvolverem mais trabalhos de pesquisa na *internet,* com embasamento consistente.

Como os estudantes mostraram limitações para realizar as buscas, optamos por realizar essa etapa em conjunto. Para isso, projetamos a tela do computar e, com o buscador, elencamos algumas reportagens e realizamos uma leitura em conjunto, a partir da qual, os estudantes tomaram nota de informações relevantes. Ao analisar no grande grupo os resultados das buscas, observou-se que uma reportagem recebeu destaque e a atenção por mencionar o grande valor gerado pelo mercado de jogos eletrônicos. A atenção direcionada para a reportagem iniciou com o apontamento do E06: “Nossa! Não faço nem ideia quanto é isso. Claro! Para evoluir nos jogos tem que comprar dimas, ai só tem que gerar muito dinheiro mesmo!.”

O Quadro 25 destaca parte da reportagem, que despertou a atenção dos estudantes e foi lida na integra de forma cooperativa.

Quadro 25 – Reportagem que recebeu atenção nas buscas com os estudantes

globo.com | g1 | ge | gshow | vídeos

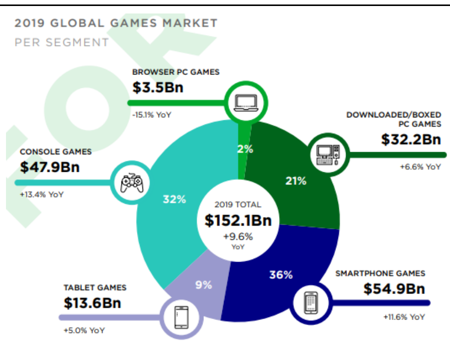
NEGÓCIOS

REVISTA DIGITAL DESTAQUES DO MÊS PODCASTS INOVADORES ASSINE

Mercado de games deve gerar receita de US$ 152 bilhões em 2019

O destaque fica para games em dispositivos móveis, como celulares e tablets, que devem gerar receita de US$ 68,5 bilhões

Mercado mundial de *games* deve gerar US$ 152 bilhões em receitas em 2019, afirma a pesquisa da consultoria *Newzoo*. O destaque fica para *games* em dispositivos móveis, como celulares e *tablets*, que devem gerar receita de US$ 68,5 bilhões para desenvolvedores e outros *players* deste mercado. A *Newzoo* ressalta que o ritmo de crescimento dos *games mobile* está acelerado em relação a jogos em computadores, que devem perder espaço até 2022 – *consoles*, por sua vez, devem permanecer estáveis. Para se ter ideia, a previsão é que haja queda nas receitas em games para PC de 15% em uma comparação ano a ano.



Fonte: https://epocanegocios.globo.com.

Conforme transcorria a leitura, nós, na postura de professor mediador, indagávamos os estudantes nos grupos, chamando-lhes a atenção para as informações relacionadas à matemática. Essas informações se tornaram a base para a elaboração dos problemas, conforme descritos a seguir.

Levantamento dos problemas

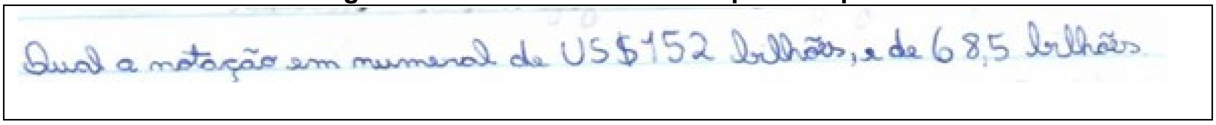
A partir da reportagem apresentada no Quadro 25, os estudantes foram incentivados, por nós, a discutir nos grupos para formular problemas. Os encaminhamentos e as mediações são apresentadas a seguir.

Grupo 1

PP: Analisem essas informações: Mercado mundial de games deve gerar US$ 152 bilhões em receitas em 2019. O destaque fica para games em dispositivos móveis, como celulares e tablets, que devem gerar receita de US$ 68,5 bilhões. Como elaborar um problema a partir delas?

Após discutirem no grupo, chegaram a um consenso de que precisavam saber quantos zeros têm esses números, sendo o problema elaborado conforme mostra a Figura 29.

Figura 29 – Problema elaborado pelo Grupo 1


Qual a notação em numeral de US$152 bilhões, e de 68,5 bilhões

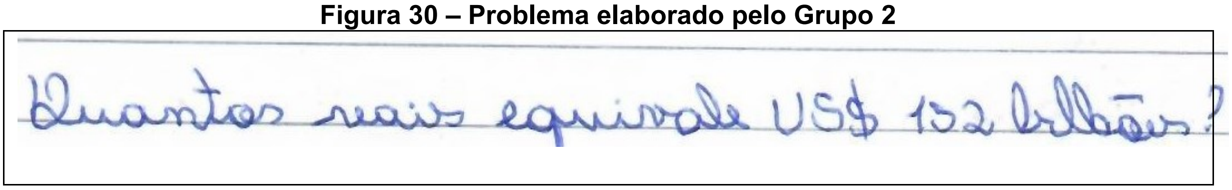
Fonte: Dados da pesquisa

Grupo 2

PP: A partir dessas mesmas informações, elaborem um problema diferente do Grupo 1?

No grupo, durante as discussões, os alunos verificaram que poderiam abordar a relação entre Dólares e Reais, e o problema ficou como mostra a Figura 30.

Figura 30 – Problema elaborado pelo Grupo 2


Quantos reais equivale US$ 152 bilhões?

Fonte: Dados da pesquisa

Grupo 3

PP: E vocês? Conseguem elaborar um problema novo com as mesmas informações?

Esse grupo identificou que se US$ 152 bilhões era uma previsão do faturamento anual, então, poderiam calcular o faturamento mensal, semanal e diário com jogos eletrônicos. A Figura 31 apresenta o problema elaborado por esse Grupo.

Figura 31 – Problema elaborado pelo Grupo 3

Qual o rendimento médio mensal, semanal e di-
ario do empresa

Fonte: Dados da pesquisa

Grupo 4

PP: Com base na reportagem, o que chamou atenção de vocês? E como podem elaborar um problema?

Diante da indagação, o Grupo 4 considerou novas informações da reportagem, conforme excerto enunciado a seguir, e elaborou o problema presente na Figura 32.

> No quesito geográfico, os Estados Unidos devem voltar a ser o maior mercado de videogames do mundo – um posto que havia perdido em 2015 para a China, que agora vê problemas relacionados a liberação de licenças de novos títulos. Os EUA devem alcançar receita de US$ 36,9 bilhões ao longo de 2019. Mesmo assim, a Ásia seguirá na liderança do mercado de games, gerando receitas estimadas em US$ 72,2 bilhões em 2019, o que representa 47% do valor arrecadado globalmente, segundo o estudo. (**https://epocanegocios.globo.com**).

Figura 32 – Problema elaborado pelo Grupo 4

Se 47% equivale a U$ 72,2 Bilhões quantos e
é a total 100%. ?

Fonte: Dados da pesquisa

Grupo 5

Após nós proferir a mesma indagação feita ao Grupo 4 para o Grupo 5, e analisando a reportagem, verificaram que os jogos para dispositivos móveis estão em alta, e, em contrapartida, é mencionada uma perda de receita de 15% a cada ano para jogos em PC. Com base nessas informações, elaboraram o problema presente na Figura 33.

Figura 33 - Problema elaborado pelo Grupo 4

Se a cada ano diminui 15% em quantos anos aproximada-
mente vai ser extinto os jogos para PC?

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Embora nossa presença fosse constante, destacamos que a possibilidade de eles elaborarem nos grupos problemas originais, somente deles, que não estavam presentes em livros textos ou previamente definido pelo professor, instigou os estudantes, pois se sentiram mais valorizados. Quando os estudantes apresentavam ideias para os problemas, destacando partes da reportagem, nós, esquanto mediadores, incentivamos com expressões “Ohhh, parabéns!!! Com isso vocês conseguem formular um ótimo problema. Excelente ideia!”. Diante dos incentivos, eles demonstravam contentamento e se motivavam ainda mais em definir os problemas, o que veio ao encontro de um dos mais importantes principios para que a aprendizagem se constitua significativa, ou seja, despertou-se o interesse dos estudantes. Destacamos que, para este momento, foi selecionado um problema de cada grupo, no entanto, em publicações futuras serão divulgados outros, também elaborados e trabalhados em sala de aula.

Definido os problemas, os estudantes foram orientados a buscar as soluções, seguindo a disponibilidade dos conhecimentos prévios de cada grupo. As soluções e os encaminhamentos passam a ser discutidos, a seguir, e ocorreram na etapa da “resolução dos problemas” da atividade de modelagem matemática.

6.3.4 Resolução dos problemas segundo a Modelagem Matemática

Diante das buscas por resolver os problemas elaborados, os estudantes foram questionados se se recordavam dos passos adotados em momentos anteriores. Alguns destacaram - “Ler, entender, depois tentar resolver”. Diante do apontamento, foi apresentada uma história, adaptada de Rabelo (2002), para resgatar os encaminhamentos em cada etapa da Resolução de Problema, conforme propõe Polya(1995). A história foi adotada para que os estudantes pudessem diferenciar os procedimentos em cada passo da resolução de problema. O Quadro 26 apresenta a história e os encaminhamentos adotados por nós e pelos estudantes.

Quadro 26 – Encaminhamentos para resgatar os passos da resolução de problema

Um pai de família, homem batalhador, que trabalhava dura para adquirir o sustento para a família, de tudo o que ganhava, pouco ou quase nada sobrava para fazer uma reserva de dinheiro, pois ganhava um salário mínimo. Ao chegar à casa, após uma tempestade, se depara com uma trágica situação: sua casa estava completamente destruída, filhos e esposa amparados em casas de vizinhos... Na sequência, questionamos os estudantes: PP: O que vocês acham, o pobre do homem tem ou não um problema a resolver? Em consenso de que o homem estava diante de um problema, muitos dos estudantes, já conjecturavam possíveis caminhos a serem adotados pelo homem. Conforme os estudantes apontavam possíveis soluções, escrevemos no quadro: “Compreender o problema”, primeiro passo para a resolução de um problema na perspectiva de Polya (1995). E comentamos com os estudantes: PP: Diante da situação, antes de buscar possíveis soluções, o primeiro passo adotado pelo homem foi compreender, entender, tomar conhecimento do ocorrido. Nós, professores de matemática, temos conhecimento de um estudioso, um dos pioneiros a escrever sobre resolução de problemas, chamado George Polya, é ele que propôs alguns passos a serem seguidos para resolver um problema. Esse estudioso destaca que, diante de um problema, o primeiro passo a ser adotado é “compreender o problema”, como já discutimos em momentos anteriores [aponta para a escrita no quadro]. Continuamos: PP: Após compreender o problema é que partimos para o segundo passo, o qual é chamado de “Planejamento da solução”. Nesse passo, buscamos possíveis meios a serem adotados para resolver o problema. No caso do homem, o que fazer diante do ocorrido? Os estudantes apresentam possíveis meios: E09: Comprar outra casa! E18: Como se ele não tem dinheiro! E07: Arrumar dinheiro, roubando o velhinho rico! E14: Assaltar um banco. Enquanto mediadores das discussões, questionamos as consequências, para o homem, se adotasse as opções apresentados por E07 e E14. Consenso de todos, as consequências não seriam boas, essas opções não deveriam ser adotadas. Outros estudantes contribuem com possíveis soluções: E13: Pedir ajuda a familiares, morar junto com alguém até conseguir. E08: Tentar emprestar dinheiro de um banco para reconstruir. E02: Alugar uma casa. PP: Percebam que são diferentes possibilidades, então, após definir a estratégia que mais lhe convier, caberá ao homem pôr o plano em prática. Se for emprestar de um banco, ou alugar, ou buscar auxilio de familiares, ele deve trabalhar no objetivo. A esse passo, Polya denomina de “executar o plano” [escrevemos no quadro]. Na sequência, executado o plano cabe “examinar a solução”, último passo da resolução de um problema, conforme Polya. Se reconstruiu a casa, cabe verificar se ficou conforme esperada; se

alugou, analisar se a casa e o valor do aluguel condizem com a necessidade e por quanto tempo ainda ficará na casa alugada.

Fonte: Adaptado de Rabelo (2002).

Ao destacar as etapas da Resolução de Problema, a partir da história, foi contatado que, nesse nível de ensino, trabalhar com contos e/ou histórias desperta e promove o interesse dos estudantes. Foi evidenciado que a história se tornou âncora para os passos propostos por Polya(1995) e, a partir desse momento, passaram a ter significado para os estudantes.

A utilização da história, além de promover o interesse, proporcionou discussões sobre questões sociais e de formação do ser humano para viver em sociedade. Isso emergiu a partir das possibilidades de resolver o problema por meio de violência, apresentadas pelos estudantes E07 e E14. Diante disso, buscamos conscientizá-los de que na sociedade não se admite resolver problemas por meio do emprego de violência.

Por meio das discussões sobre a história, os estudantes compreenderam os passos para a resolução de um problema. Em seguida, foi solicitado que, seguindo esses passos, buscassem resolver os problemas por eles elaborados.

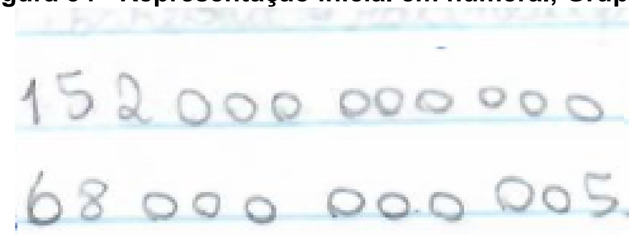
6.3.5 Encaminhamentos conforme os passos da Resolução de Problema

Como os problemas foram elaborados a partir das discussões nos grupos, então, o primeiro passo, que consiste na leitura e na compreensão do problema, foi de entendimento imediato, todos sabiam o que precisavam buscar. Já a elaboração de um plano para resolver e sua execução foram realizados concomitantemente. Embora sendo de conhecimento dos estudantes que esses dois passos são distintos, tiveram dificuldades para diferenciá-los na prática. No entanto, isso não foi um empecilho, uma vez que os passos para a resolução são destacados por Polya (1995) como norteados e não passos a serem seguidos rigidamente. Sendo assim, na medida em que procuravam possíveis soluções, já elaboravam os cálculos, resolvendo-os. O último passo da resolução de problema foi realizado em conjunto com toda a sala de aula e juntamente com a última etapa da atividade de modelagem matemática.

Com relação ao trabalho em grupo, inicialmente foi observada certa dificuldade por parte dos estudantes, pois, conforme encontravam as soluções, queriam um parecer do professor, antes mesmo de discutir com os colegas do grupo. Diante disso, os estudantes foram incentivados a procurar saber a opinião dos demais colegas, assim, estimulando os estudantes a trabalhar em grupo de forma colaborativa.

Com relação à resolução dos problemas elaborados, o Grupo 1 não apresentou dificuldade para escrever 152 bilhões em notação de numeral, no entanto, equivocou-se com a representação quando o número era composto por vírgula, como 68,5 bilhões (Figura 34).

Figura 34 - Representação inicial em numeral, Grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Diante da resposta apresentada, os estudantes do G1 foram questionados:

PP: “Por que podem escrever dessa maneira?”

E19: Veja, prof, 152 com três zeros é 152 mil. 152 com mais três zeros é 152 milhões. E se colocar mais três zeros juntos, temos 152 bilhões.

PP: Muito bem! E com relação ao 68,5 bilhões?

E19: Da mesma forma!

PP: Poderiam explicar?

E19: Então! 68 com três zeros é 68 mil. 68 com mais três zeros é 68 milhões. E com mais três zeros é 68 bilhões. Como tem “vírgula cinco”, o cinco só pode ir aqui no final.

PP: Como vocês fazem a leitura desse número?

E14: 68 bilhões e cinco.

PP: Então vamos analisar o número juntos. Se fosse 68,5 reais, o que o cinco após a vírgula está representando?

E01: 50 centavos.

PP: Muito bem! E 50 centavos é quanto de um real?

E01: Duas moedas de 50 centavos é um real, então é metade.

PP: Percebam que, se tivéssemos mais 50 centavos, o número seria 69. Então, o *,5* indica uma parte do inteiro. Nesse caso metade de um real, porque estamos lendo unidades de reais. Mas, e no exercício elaborado, o que vocês estão lendo?

Após discutirem no grupo, E1 em nome do grupo respondeu:

E1: Estamos lendo bilhões de dólares.

PP: Então, o que indica "o vírgula cinco" junto aos 68 bilhões de dólares?

E19: Como nos 68 reais indicava a metade do real, aqui então ele é metade do bilhão.

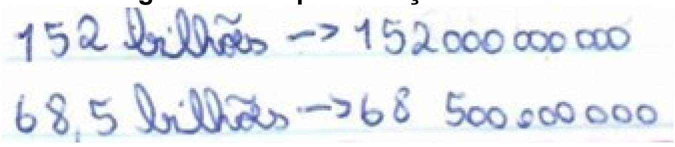
PP: Muito bem! E quanto é metade de um bilhão?

E19: 500 milhões.

PP: Excelente! Então vocês escreveram de forma correta "68,5 bilhões = 68 000 000 005"?

Após analisarem e discutirem no grupo, verificaram o equívoco cometido e representaram a resposta de forma correta (Figura 35).

Figura 35 – Representação final G1



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Conforme as descrições e durante os encaminhamentos adotados no Grupo 1, observamos indícios de aprendizagem proposicional subordinada correlativa, que ocorreu por meio de uma diferenciação progressiva de conceitos. Os estudantes do Grupo 1 possuíam subsunçores relevantes quanto à representação numérica dos números, no entanto, cometeram equívocos de ordem conceitual, ao representar números com parte não inteira. Diante do erro cometido, corroborando com Ponte e Velez (2011), buscamos um organizador prévio (o sistema monetário) para redimir o equívoco, sendo esse familiar a eles, facilitando, assim, a compreensão. Os estudantes, com a mediação do professor, entenderam e proferiram a resposta final de forma correta.

O Grupo 2, resolvendo o problema que abordava a transformação de dólares para reais, solicitou a nossa presença, e um dos integrantes questionou:

E25: Professor, precisamos saber o valor do dólar?

PP: E de que forma podemos descobrir o valor do dólar hoje? O que vocês acham?

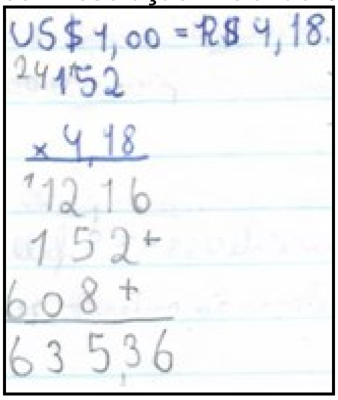
E09: Sei que a noite sempre passa no jornal, mas precisamos pra agora.

PP: Não tem outra forma para descobrimos esse valor?

Após pensarem e discutirem no grupo, foi destacado por eles - “Podemos perguntar para o Google”. Então, disponibilizamos nosso notebook para eles buscarem, em sala de aula, dessa forma, encontraram a cotação do dólar comercial para o dia (US$ 1,00 comercial estava cotado a R$ 4,18).

Após descobrir a cotação do dólar, destacaram que se US$1,00 = R$ 4,18, então, bastava multiplicar 152 por 4,18 que encontrariam a resposta pretendida (Figura 36).

Figura 36 - Resolução inicial do Grupo 2

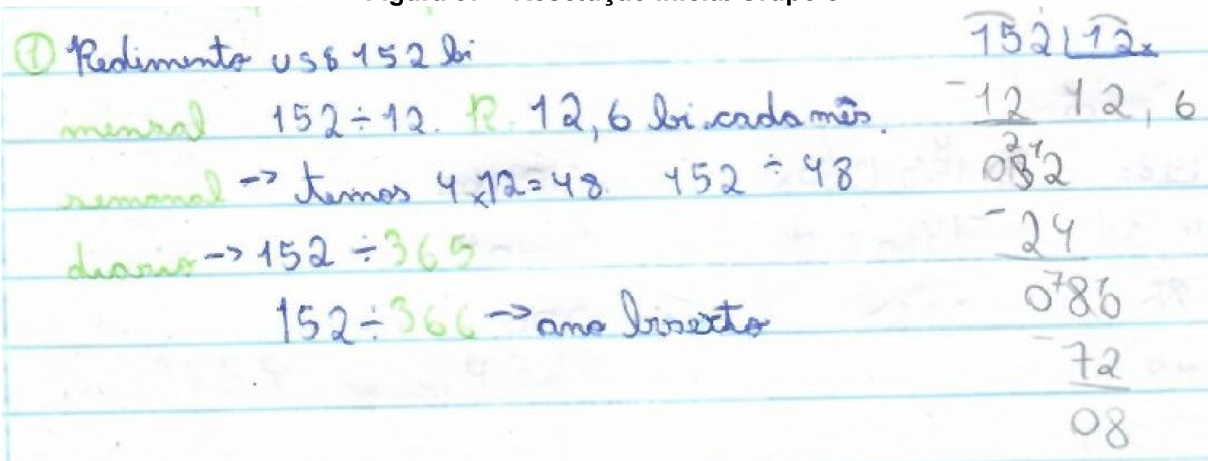


Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Assim que apresentaram a conta (Figura 40), questionamos: “Então o resultado é 635,36 reais?”. Responderam que não, mas sim 635,36 bilhões de reais, uma vez que 152 representavam 152 bilhões de dólares. Esse grupo mostrou domínio nas operações de multiplicação com decimais.

Os estudantes do Grupo 3, que elaborou o problema envolvendo arrecadação com jogos, a partir da arrecadado anualmente se propôs estimar a arrecadação mensal, semanal e diária, perceberam a necessidade de realizar as divisões de 152 por 12, para encontrar a arrecadação mensal aproximada; 152 por 48, para determinar a arrecadação média semanal; e, 152 por 365 e 366, para determinar a arrecadação diária. (Figura 37).

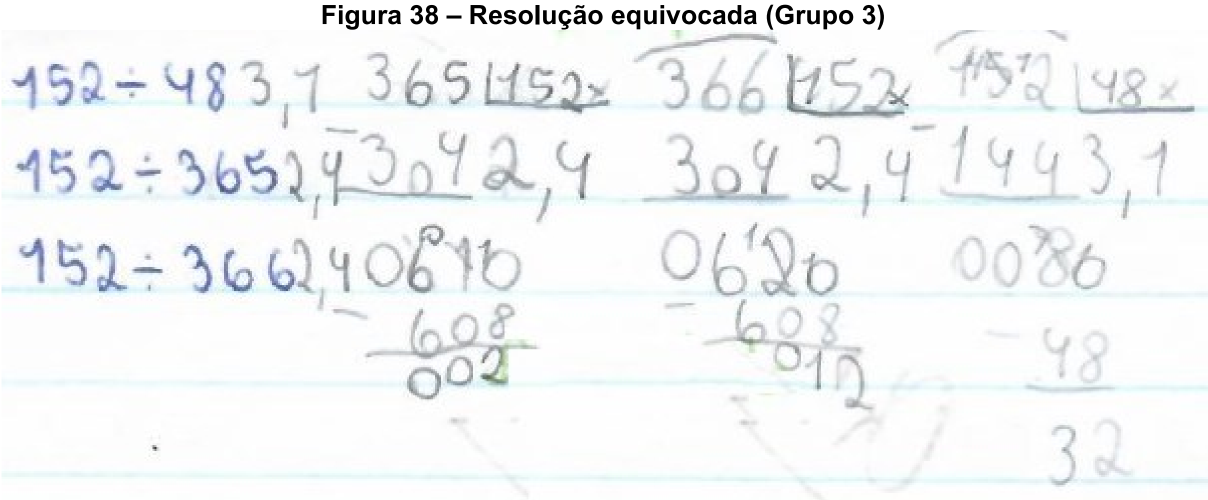
Figura 37 – Resolução inicial Grupo 3



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Quando apresentaram as divisões de 152 por 365 e 152 por 366, identificamos um equívoco de ordem conceitual nas resoluções. (Figura 38)

Figura 38 – Resolução equivocada (Grupo 3)



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Diante da resolução apresentada, buscamos verificar o motivo dos erros cometidos, para isso, solicitamos explicações quanto à forma que armaram as operações de divisão. Os estudantes E10 e E08 destacaram a forma que o grupo tinha procedido e o PP interviu, conforme a seguir:

E10: Para fazer a divisão, sempre colocamos o menor número na chave, depois é só realizar a continha.

PP: Então vamos analisar juntos essas operações antes de serem armadas: [mostra no caderno] 152 dividido por 12, 152 dividido por 48, 152 dividido por 365 e 152 dividido por 366. O que vocês podem perceber?

E08: Nada de diferente, prof! As continhas estão erradas?

PP: O que vocês acham? Analisem [152 dividido por 12, 152 divido por 48, 152 dividido por 365 e 152 dividido por 366].

E08: Ahhh! Sempre é o 152 primeiro, ele não vai mudar de posição.

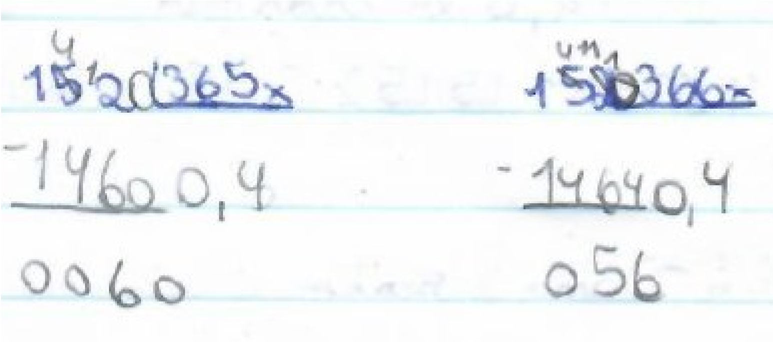
PP: Isso mesmo! Em todas as operações percebam que é o 152 que está sendo dividido por diferentes números. Para determinar a arrecadação mensal, vocês dividem a arrecadação anual por 12. E, como cada mês é considerado que possui 4 semanas, então, quando dividem a anual por 48, vocês têm a arrecadação semanal. Depois a diária, quando dividem 152 por 365, ou como apontado por vocês, por 366 caso o ano seja bissexto.

E10: Então, não é sempre que precisamos colocar o maior número na frente para montar a continha?

PP: Vejam que depende da situação. Se dividirmos essas duas balas [mostro duas balas aos estudantes] com vocês quatro, cada um vai receber uma parte de bala e não uma bala inteira. Isso mostra que não é necessário sempre dividir o maior pelo menor.

Compreendendo a situação, refizeram as duas divisões equivocadas. (Figura 39).

Figura 39 - Divisões realizada pelo G3 de forma correta

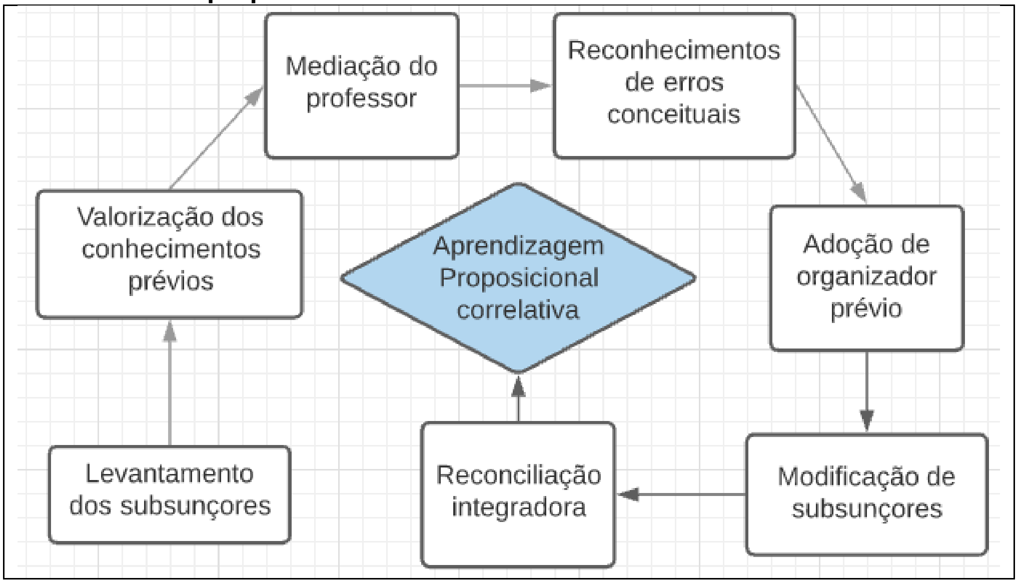


Fonte: Dados da pesquisa

Os procedimentos adotados por G3 evidenciaram que, embora os estudantes já estivessem no 6º ano, ainda faziam confusões com conceitos de operações básicas, no caso, a divisão. Isso refletiu efeitos de um ensino puramente mecanicista, em que os estudantes tinham habilidade para resolver operações, quando lhes apresentada na forma final, cabendo, a eles, apenas a resolução. No entanto, quando foi necessário extrair as informações no contexto do problema, criado por eles, demonstraram falta de clareza.

Durante as interações do grupo em busca da resolução do problema, evidenciamos os conceitos da TAS esquematizados na Figura 40.

Figura 40 - Encaminhamentos que convergiram para a aprendizagem proposicional correlativa dos estudantes do G3

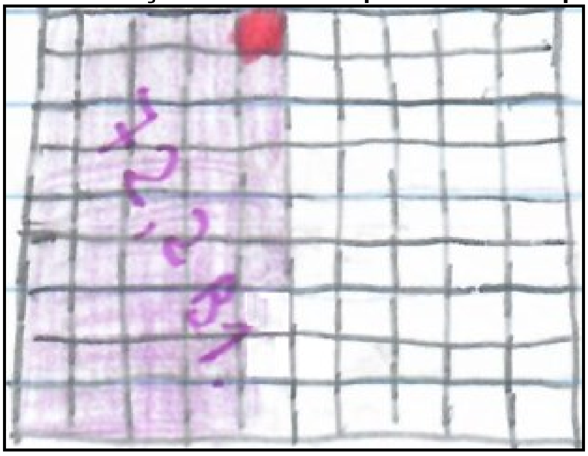


Fonte: Autor (2021)

Conforme esquematizado na Figura 44, os encaminhamentos adotados convergiram para a troca de conceitos compreendidos anteriormente de forma errônea, sendo assim, a aprendizagem adquirida pelos estudantes se deu por meio da reconciliação integradora, uma vez que semelhanças e diferenças ainda confusas foram contra-atacadas. As mediações adotadas pelo professor e a situação concreta da divisão de balas promoveram indícios de aprendizagem proposicional correlativa, pois ocorreu uma extensão e modificação do conceito de divisão que estava estabelecido na estrutura cognitiva dos estudantes.

O G4, que se propôs validar quanto seria o total de 100% uma vez que 47% da arrecadação equivalem a 72,2 bilhões, apresentou como caminho para alcançar a resposta uma idealização semelhante à discutida por meio do jogo do Tangram. No caderno, desenharam um quadrado dividido em 100 partes e, dessas, pintaram 47 (Figura 41).

Figura 41 - Idealização inicial do G4 para resolver o problema



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

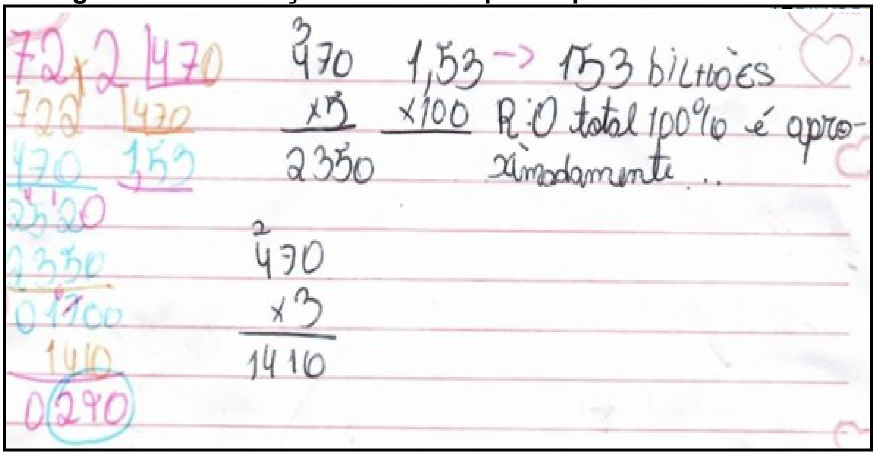
Diante dessa representação, foi-lhes solicitado que explicassem o raciocínio empregado:

E22: Veja, prof, sabemos que porcentagem é o inteiro dividido em 100 partes iguais. No problema que estamos resolvendo, sabemos que 47 das 100 é 72,2 bilhões, se nos descobrir quanto é cada uma dessas 47 partes, nós descobrimos quanto é o inteiro 100%.

Essa afirmação mostrou que o jogo do Tangram adotado em aulas anteriores foi um material potencialmente significativo, uma vez que promoveu indícios de aprendizagem significativa. Os conceitos explorados com o Tangram foram resgatados e aplicados em uma situação completamente distinta da originalmente abordada. Conforme Ausubel (2003), numa situação em que conhecimentos adquiridos em um contexto são aplicados em outro, indicam que a aprendizagem foi significativa.

Na linhagem do raciocínio adotado, os estudantes do G4 determinaram que o inteiro era, aproximadamente, 153 bilhões (Figura 42).

Figura 42 – Resolução final do G4 para o problema elaborado



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

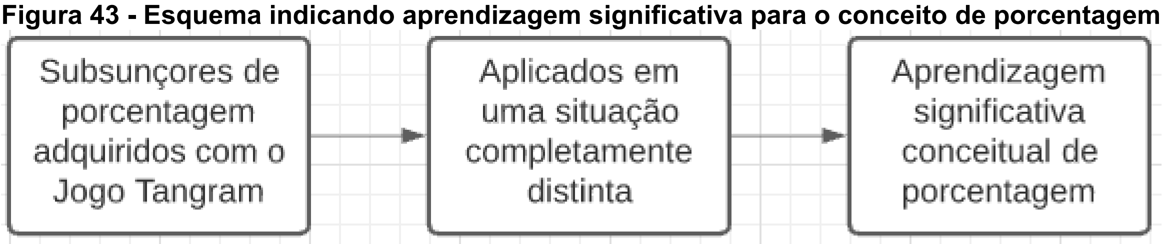
Essa resposta originou novos questionamentos por parte do professor pesquisador, que se enquadraram na validação dos resultados quando analisados do ponto de vista de Resolução de Problemas e também na análise crítica do ponto de vista da Modelagem Matemática.

PP: “Percebem que o título da reportagem menciona arrecadação total prevista de $ 152 bilhões, vocês encontraram que 100% da arrecadação aproximadamente $153 bilhões, o que originou essa diferença?

Diante do questionamento, os estudantes conjecturaram que poderiam ter errado alguma operação, refizeram os cálculos e não acharam erros. Então, foi estipulado que a diferença pudesse ter se originado por questões de arredondamento no percentual de 47%, uma vez que $152 bilhões resultaria se 72,2 fosse 47,5%.

Com as interações resolutivas apresentados pelo G4, ficou claro que a aprendizagem adquirida sobre porcentagem se constituiu como significativa, conforme sintetizado no esquema da Figura 43.

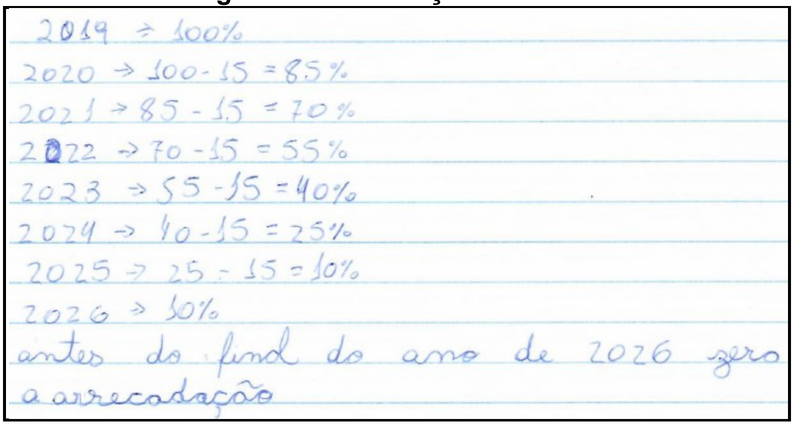
Figura 43 - Esquema indicando aprendizagem significativa para o conceito de porcentagem



Fonte: Autor (2021)

O G5, trabalhando no problema que considera a queda anual na arrecadação de 15% em jogos para PC, inicialmente, apresentou como resposta a afirmação de que, em menos de 7 anos, essa modalidade dos jogos seria extinta pela falta de arrecadação. (Figura 44)

Figura 44 – Resolução inicial G5

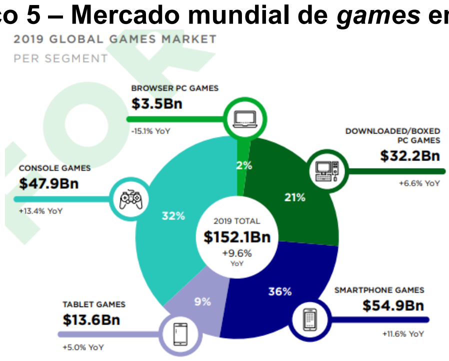

2019 → 100%
2020 → 100 - 15 = 85%
2021 → 85 - 15 = 70%
2022 → 70 - 15 = 55%
2023 → 55 - 15 = 40%
2024 → 40 - 15 = 25%
2025 → 25 - 15 = 10%
2026 → 10%
antes do find do ano de 2026 zero a arrecadação

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Diante da resposta apresentada, o grupo foi questionado:

PP: Analisem o que o problema aborda. Eu percebo que vocês estão considerando um decréscimo constante de 15% de 100 a cada ano. É 15% de 100 mesmo que vocês pretendem calcular? Ou de outro valor? Analisem no grupo o que o Gráfico 5 representa quanto aos jogos para PC.

Gráfico 5 – Mercado mundial de *games* em 2019

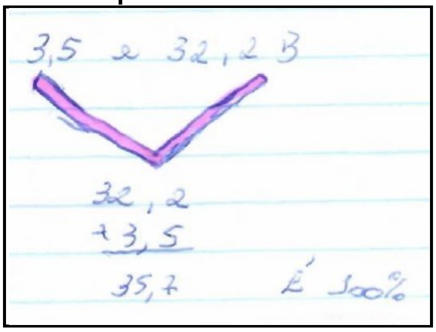


Fonte: https://epocanegocios.globo.com

Diante do questionamento, os estudantes retomaram os dados e analisaram o gráfico que apresenta o mercado global de games em 2019. Verificaram que deveriam calcular 15 % sobre a arrecadação com jogos para PC, ou seja, 15% de $3,5 bilhões e de $ 32,2 bilhões, e, sobre esses valores, calcularem o decréscimo anual. Essas observações são apresentadas nos diálogos a seguir.

E23: Então, professor, nós vamos calcular 15% da arrecadação com jogos para PC, no gráfico tem duas modalidades, uma de $ 3,5 bilhões e outra de $ 32,2 bilhões, essas duas juntas são 100% da arrecadação com PC (Figura 45).

Figura 45 – Constatação do G5 quanto ao total de arrecadação com jogos de PC



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

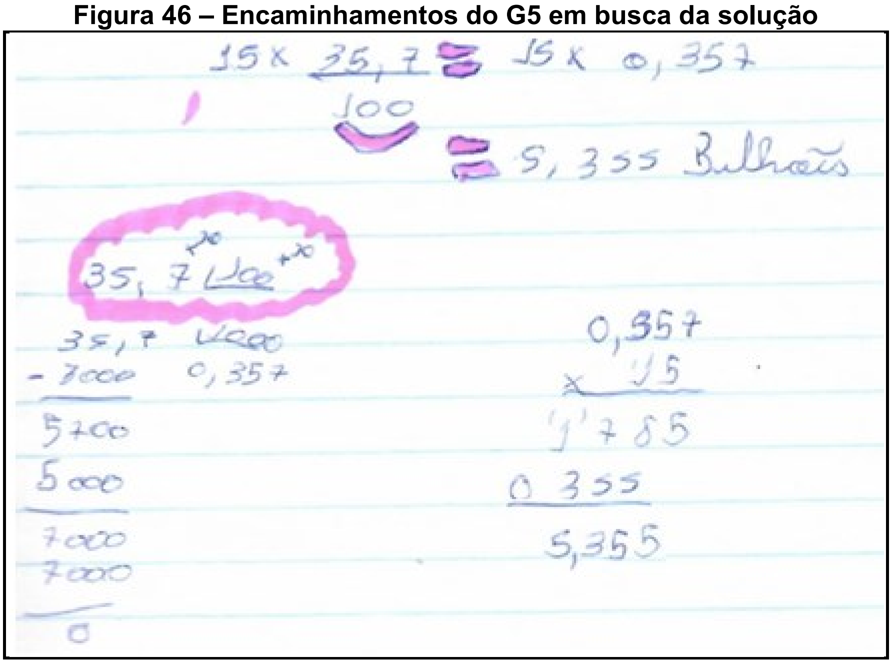
A partir do que foi destacado, o professor pesquisador (PP) questionou:

PP: Se as duas juntas são 100%, como determinar quanto é 15% do total?

Após alguns minutos de discussão interna no grupo, eles apresentam uma possibilidade de resposta.

E23: Como o inteiro é 35,7 bilhões, dividimos o inteiro em 100 partes (35,7/100) e tiramos 15 partes das 100. Assim, a cada ano diminui $ 5,355 bilhões. (Figura 46).

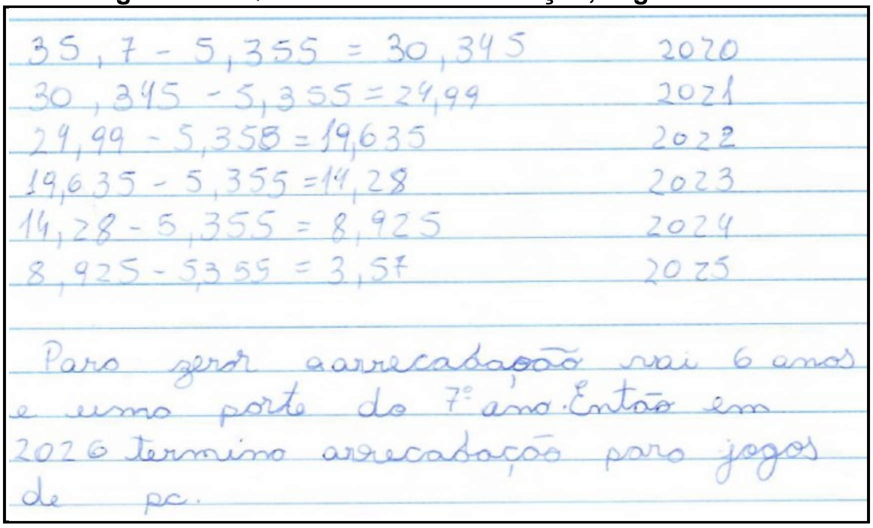
Figura 46 – Encaminhamentos do G5 em busca da solução



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Assim que o grupo definiu a redução de $ 5,355 bilhões para cada ano, realizou as subtrações, a fim de zerar a arrecadação (Figura 47).

Figura 47 – Quando zera a arrecadação, segundo o G5



35,7 - 5,355 = 30,345 2020
30,345 - 5,355 = 24,99 2021
24,99 - 5,355 = 19,635 2022
19,635 - 5,355 = 14,28 2023
14,28 - 5,355 = 8,925 2024
8,925 - 5355 = 3,57 2025

Para zerar a arrecadação vai 6 anos e uma parte do 7º ano. Então em 2026 termina arrecadação para jogos de pc.

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Diante a resolução apresentada, com estimativa do fim da arrecadação em aproximadamente sete anos, ficou constatado o equívoco do grupo. No entanto, não falamos que eles estavam errados, mas optamos por discutir a solução com a turma toda, para verificar se algum estudante visualizaria o equívoco do G5. Sendo assim, como todos os grupos haviam finalizado suas resoluções, discutiu-se a análise crítica e a validação das soluções apresentadas com a sala toda.

Análise crítica e validação dos resultados

A análise crítica das soluções ocorreu em dois momentos: o primeiro momento foi durante as resoluções apresentadas nos grupos, conforme trabalhavam em busca das respostas, nós, como mediadores, questionávamos os estudantes em busca de que desenvolvessem pensamento crítico a respeito das soluções apresentadas. Isso foi apresentado nos diálogos em torno das resoluções conforme o PP se expressava junto a cada grupo.

O segundo momento foi marcado pela socialização das soluções encontradas pelos grupos. Nesse momento, os conteúdos matemáticos eram trabalhados com a sala toda partindo do enfoque inicial dado pelos estudantes em cada problema, valorizando os conhecimentos subsunçores expressos pelo grupo.

Os encaminhamentos apresentados compartilham o entendimento de que uma das maneiras de promover aprendizagem significativa é considerar nas atividades desenvolvidas

> [...] a exploração de ideias prévias que os estudantes possuem, a apresentação de situações problematizadoras, a inserção de recursos didáticos, enquanto organizadores prévios para manipular a estrutura cognitiva na ausência de subsunçores, bem como, proporcionar momentos de diálogo entre os pares. (BRUM; SCHUHMACHER, 2014, p. 279)

No contexto do problema do G1, foram trabalhadas as classes e as ordens dos números. Para isso, questionamos os estudantes quanto à qual classe pertence os números anotados pelos colegas do G1. De imediato, não souberam o significado da palavra "classe", então indagamos:

PP: Vocês já anotaram números considerando as unidades, dezenas e centenas?

E09: Ahhh, então é o "chiqueirinho"?

PP: Chiqueirinho? Por que chiqueirinho?

E09: Cada número fica fechado em seu lugar.

Por meio desses apontamentos, constatamos que as classes dos números eram conhecidas pela turma por "chiqueirinho dos números" e a dificuldade era do ponto de vista da linguagem empregada. Diante disso, destacamos que o nome correto a ser chamado é classes dos números e indagamos:

PP: Na sequência, depois das unidades, dezenas e centenas, conhecidas pela classe das unidades, o que vem?

Todos demonstraram saber e responderam que seriam as unidades de milhar, dezenas de milhar, centenas de milhar, unidades de milhão, ... A seguir questionamos:

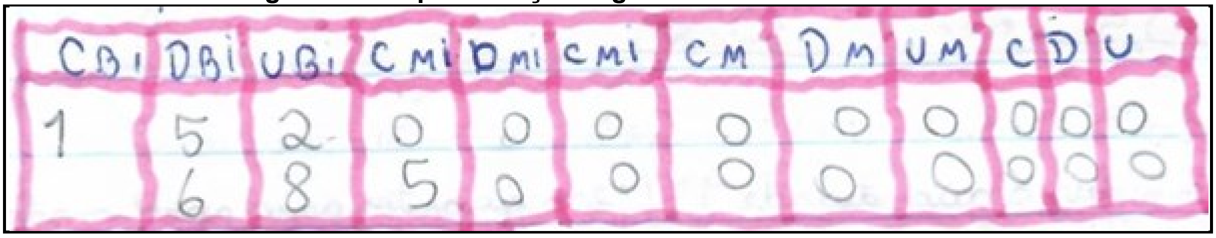
PP: A qual classe pertence o número anotado pelos colegas do G1?

E23: Como lemos 152 bilhões e 68,5 bilhões, esses números pertencem ao chiqueirinho dos bilhões.

PP: Em matemática essa palavra "chiqueirinho" não é usual, então vamos chamar de forma correta, substituam a palavra chiqueirinho por classes.

Após essas discussões, os estudantes anotaram, em seus cadernos, os números, segundo suas classes (Figura 48).

Figura 48 - Representação segundo as classes numéricas



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Na continuidade, os estudantes foram indagados:

PP: Observem a representação de 68,5 bilhões, como se lê esse número sem falar a vírgula?

E19: 68 bilhões e 500 milhões.

PP: Explique! O que garante que é isso?

E19: Como o 68 fica nas dezenas de bilhões e o 5 nas centenas de milhões lemos assim, 68 bilhões e 500 milhões.

PP: Muito bem! Todos concordam?

Como expressaram que sim, questionamos os estudantes do G1:

PP: Agora ficou claro o lugar em que devemos anotar no número 5?

E14: Agora sim! Entendemos que vírgula cinco, nesse caso, é 500 milhões.

Diante da análise crítica do problema do G1, destacou-se a valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes e, a partir da interação com os demais colegas da sala, verificaram-se indícios de aprendizagem proposicional subordinada correlativa. Essa aprendizagem se justifica, pois, deu indícios de que a proposição correta se relacionou de forma significativa com proposições especificas, presentes na estrutura cognitiva dos estudantes, modificando-as ou qualificando-as.

Com relação ao problema do G2, que abordou a transformação de dólares para reais, não observamos dificuldades na compreensão da operação realizada. Foi consenso de todos os estudantes de que a operação apresentada pelo G2 estava correta. Isso mostrou que, a partir desse momento, a operação de multiplicação com decimais estava se consolidando na estrutura cognitiva de todos os estudantes.

Com relação ao problema do G3, após apresentada para sala a resolução, questionamos:

PP: Vocês percebem que, na resposta, o G3 apenas determina uma casa decimal, como podemos descobrir os próximos números?”

E08: Só continuar fazendo a divisão, mas dá muito trabalho.

PP: Como podemos encontrar mais casas decimais sem que seja muito trabalhoso?

E08: Podemos usar uma calculadora.

PP: A calculadora é uma solução, alguém sabe de outro meio?

E19: Com a calculadora do celular.

PP: Qual outro meio?

Demonstraram não saber. Então, projetamos uma planilha eletrônica e mostramos como podemos determinar o resultado de uma divisão, arredondando o valor na décima quinta casa decimal. Ainda, destacamos que, conforme a quantidade de casas decimais, convém trabalhar com uma ou duas casas, realizando o arredondamento. No entanto, quando arredondamos um valor numérico, estamos considerando um pequeno erro sobre o resultado, que pode ser para mais ou para menos.

Ainda nesse contexto, discutimos com os estudantes os critérios de arredondamento decimal a partir dos ícones () disponíveis na planilha eletrônica e estabelecemos uma relação a partir de comparações (Figura 49).

PP: “Para números maiores que cinco, ou iguais a cinco seguidos por outros números, acrescentamos um no número arredondado e para números menores que cinco mantemos o número arredondado”.

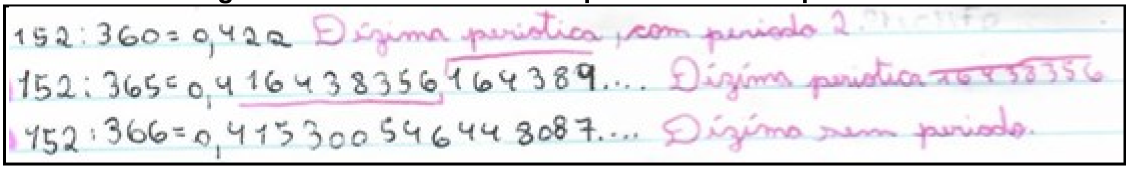
Figura 49 – Arredondamento decimal a partir de planilha eletrônica

152/365 =	0,416438356164384
152/365 =	0,4164384
152/365 =	0,416438
152/365 =	0,41644
152/365 =	0,416
152/365 =	0,42

Fonte: Dados da pesquisa

A partir da análise dos resultados, considerando diversas casas decimais, foi possível explorar também os conceitos de dízimas e de dízimas periódicas, conforme anotações dos estudantes (Figura 50).

Figura 50 – Estudo de dízimas periódicas e não periódicas



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Tanto a questão de arredondamento quanto às de dízimas, foram estudadas a partir do problema que buscava determinar a arrecadação mensal, semanal e diária com jogos eletrônicos. Embora essas questões não apresentassem relações diretas com as respostas iniciais dada pelos estudantes, mostraram que, na perspectiva da Modelagem Matemática, cabe ao professor, enquanto mediador, estabelecer possíveis relações com os conteúdos matemáticos presentes em cada contexto. Sendo assim, os conteúdos trabalhados partem de um contexto previamente levantado nas interações dos estudantes e ganham sentido e significado para eles.

Com o embasamento na TAS, a análise crítica do problema do G3 considerou os subsunçores dos estudantes. Com a nossa mediação, foi adotado como recurso tecnológico a planilha eletrônica, na perspectiva de um organizador prévio expositivo que, a partir das interações, propiciou indícios de aprendizagem por recepção significativa para os conceitos de dízimas e indícios de aprendizagem por descoberta de uma conceituação elaborada pelos estudantes para o arredondamento decimal. Conceitos esses explorados com base no problema elaborado pelos estudantes do G3 e com base em respostas previamente apresentadas, demonstrando indícios de aprendizagem proposicional combinatória, pois as novas proposições resultaram da combinação de conteúdos já estabelecidos, ou seja, da operação básica de divisão, considerando-se os resultados decimais.

Quanto à análise crítica dos resultados do problema do G4, ela se manteve no que foi discutido e apresentado pelo Grupo ao final da apresentação da resolução, encaminhamentos já discutidos anteriormente. E, para iniciar as discussões quanto a análise crítica do problema do G5, assim que apresentaram a solução, nós, na postura de mediadores, rapidamente identificamos o erro cometido e o adotamos como um caminho para desenvolver novos aprendizados. Isso se justifica em Rossato (2014, p. 83), quando explicita que o erro

> é um recurso potencial que o professor possui para organizar a sua prática docente, haja vista que os erros que os alunos apresentam ao resolverem

> alguma atividade fornecem informações importantes sobre como eles 'enxergam' o problema e como eles adotam estratégias de resolução que levam ao erro ou ao acerto da questão.

Sendo assim, diante do erro cometido pelo G5, foi chamada a atenção da sala toda para o fragmento da reportagem: "a previsão é que haja queda nas receitas em *games* para PC de 15% em uma comparação ano a ano". E os questionamos:

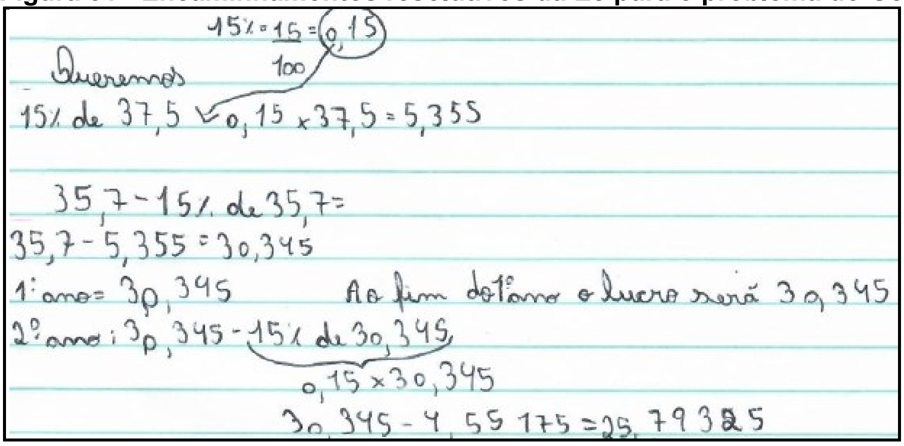
PP: O que é possível perceber na solução apresentada?

Rapidamente, E08 se manifestou, explicando o equívoco do G5.

E08: Na resolução eles calculam que o 15% é sempre sobre o valor da receita inicial, mas esse valor está diminuindo ao final de cada ano.

Diante desse apontamento, como os estudantes do G5 concordaram com o que deveriam fazer, solicitamos que a sala toda trabalhasse em busca da solução. E, após alguns minutos, E08 apresentou o caminho para a solução (Figura 51).

Figura 51 - Encaminhamentos resolutivos da E8 para o problema do G5



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

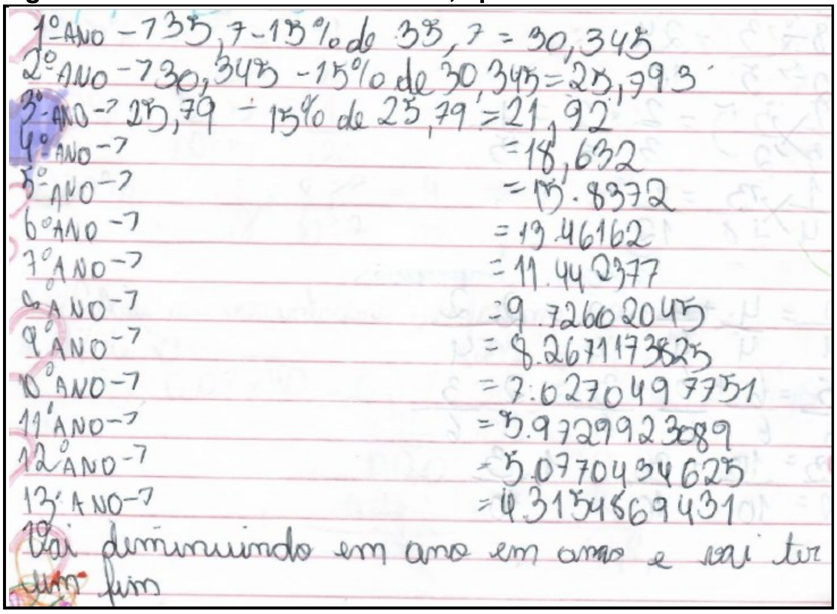
Diante dos encaminhamentos de E08, questionamos:

PP: De que forma você fez, poderia apresentar para a sala o raciocínio?

E08: Como 15% pode ser 0,15, então posso multiplicar 37,5 por 0,15 e achar 15% de 37,5. Depois eu subtrai 5,355 de 37,5, assim, daqui um ano, jogos de PC vão arrecadar 30,345 bilhões. E para saber daqui dois anos, diminui 15% de 30,345.

Após E8 destacar o caminho, os estudantes do G5, com auxílio de uma calculadora, passaram a determinar e anotar os resultados ao final de cada período. E, após calcularem o decréscimo de até o décimo primeiro ano, destacaram que haveria um fim para os jogos de PC (Figura 52).

Figura 52 - Encaminhamento do G5, após esclarecimentos de E08



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Diante dessa solução, os questionamos sobre o significado da expressão "e vai ter um fim".

E5: Olhe, prof.! Era 35,7 bilhões e daqui 13 anos vai ser só 4 bilhões e pouco, pode ser que não compense as empresas trabalhar mais com isso. Aí, eles vão trabalhar somente nos jogos que geram mais lucro. Então, vai ter um fim para novos jogos em PC.

PP: Muito bem! Esse raciocínio pode ser válido. Mas, vejam! O que o problema busca como resposta, "Se a cada ano diminui 15% em quantos anos aproximadamente vai ser extinto os jogos para PC?". Percebam que 4 bilhões de dólares ainda é muito dinheiro. Será que é possível chegar um momento que zera essa arrecadação?

Os estudantes destacaram que "como está sempre diminuindo vai zerar", no entanto, observamos os estudantes um pouco desanimados diante das operações que precisavam desenvolver até achar ao resultado que se aproxima de zero, então, recorremos ao uso de recursos tecnológicos para auxiliar nessa busca.

A seguir, questionamos se alguém já havia trabalhado com o Calc (planilha eletrônica disponível nos computadores da sala de informática). Responderam que não, apenas haviam nos visto usando em sala de aula, quando discutimos arredondamento e dízimas. Destacamos, então, que, com o auxílio desse *software*, seria prático encontrar a solução pretendida.

A possiblidade de os estudantes trabalharem com planilhas ensejou interesse em todos, sendo possível, assim, resgatar sua motivação para buscar a solução final para o problema do G5. Esse resgate diante da adoção de recursos tecnológicos corrobora com Gonçalves (2014) e vem ao encontro do que destaca Camargo (2014), quando explicita que o uso de recursos tecnológicos exerce importante papel em animar os estudantes, uma vez que os jovens gostam de interagir com equipamentos eletrônicos.

Mediante prévia reserva, na aula seguinte, fomos até o laboratório de informática, estando cada estudante em um computador, passamos a apresentar as funções do Calc. Os encaminhamentos seguidos nesse espaço estão sistematizados, em passos, demonstrados a seguir.

6.3.6 O Uso dos Recursos Tecnológicos Calc na Resolução de Problemas

1º passo: conhecendo o Calc.

Os estudantes foram auxiliados para abrir e explorar a planilha do Calc. Foi destacado a eles o que são as células e como são identificadas por letras do alfabeto e por números.

2º passo: resolvendo operações básicas no Calc.

Inicialmente, foi solicitado que todos, utilizando o teclado do computador, digitassem algumas operações envolvendo, adição, subtração, multiplicação e divisão. Após todos digitarem, questionamos o que aconteceu e, como respostas, destacaram que não ocorreu nada de diferente, os números e os sinais indicando as operações permaneceram da forma como foram digitados.

Diante disso, destacamos:

PP: Agora, na célula ao lado, vocês vão repetir as operações que digitaram, mas com um detalhe: antes de digitar a operação, vocês devem colocar o sinal de igual.

Diante dessa ação, ouvimos exclamações do tipo “Ohhh! Fez a conta sozinho!” Sendo assim, os estudantes perceberam que, para realizar qualquer operação no Calc, precisavam digitar primeiro o sinal de igual.

3º passo: aprendendo calcular porcentagem no Calc.

Para isso, foi apresentado aos estudantes um anúncio com duas situações envolvendo porcentagem (Figura 53).

Figura 53 - Anúncio de uma situação problema envolvendo porcentagem

Fonte: Autor (2019)

Diante desse anúncio, foi idealizada uma situação problema, envolvendo dois estudantes da sala e o contexto dos jogos, que era tema em discussão.

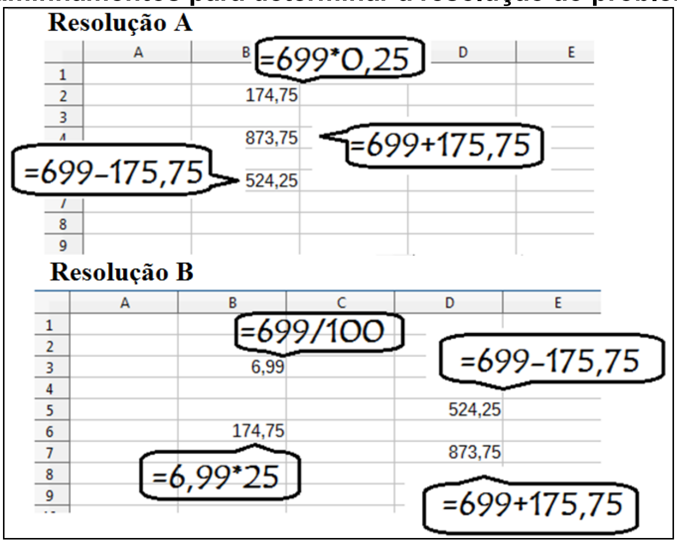
PP: E1 e E5 querem comprar um celular que lhes possibilite baixar *games* e encontraram essa promoção (Figura 53) que atende aos dois. E1 pretende comprar à vista e E5, comprar parcelado. Quanto cada um pagará pelo celular? Usando os recursos do Calc, determinem a resposta!

Apresentado o problema ao estudantes, os deixamos livres para buscarem a solução. No entanto, fomos indagados com expressões, como: “Professor, como vou fazer para resolver isso com o computador?” (E14). De imediato, não apresentamos o caminho pronto, mas destacamos que deveriam encontrar uma estratégia a partir de tentativas, uma vez que compartilhamos do entendimento de Elias (2018, p. 117), de que a utilização de tecnologias “deve possibilitar aos estudantes a construção do conhecimento ou caminhos para que seja possível ressignificar sua aprendizagem”. No entanto, para os auxiliar, apenas resgatamos, na perspectiva de um organizador prévio comparativo, os encaminhamentos apresentados na resolução do problema do G4, o qual envolvia o conceito de porcentagem.

PP: Vamos recordar juntos como o G4 resolveu o problema deles, envolvendo porcentagem. Como sabiam que 47% era 72,2 bilhões e queriam descobrir o inteiro 100%, representaram um inteiro em 100 partes iguais, dessas, determinaram quanto era cada uma das partes, sabendo que 47 deles correspondia a 72,2 bilhões. Isso pode ser útil para vocês, pois, usando como referência, podem elaborar novas estratégias.

Em buscas pela solução, verificamos que os estudantes discutiam entre eles, tentando elaborar um caminho em conjunto. Após alguns minutos, encontraram a solução, e E14 proferiu a resposta: “E1 vai pagar R$ 524,25 pelo mesmo celular que E5 irá pagar R$ 873,75”. Assim, foi verificado que o organizador prévio comparativo retomado do problema do G4, auxiliou-os a determinar possível resposta por dois caminhos distintos. A Figura 54 apresenta esses caminhos adotados pelos estudantes, sendo que os balões na imagem apresentam as operações de entrada para encontrar as respostas destacadas nas células.

Figura 54 - Encaminhamentos para determinar a resolução ao problema do celulares



Fonte: Dados da pesquisa adaptados pelo autor (2019)

Conforme mostra a Figura 54, na resolução A, os estudantes encontraram o percentual do valor total do celular, multiplicando esse valor pela porcentagem na forma decimal (699 × 0,25 = 174,75). Na sequência, para encontrar o valor pago no aparelho em 10 vezes, somaram o valor percentual encontrado (174,75) ao valor do aparelho (699+175,75=873,75), e, para determinar o valor pago à vista, subtraíram o percentual encontrado do valor do aparelho (699-175,75=524,25).

Na resolução B, o que diferiu da resolução A foi apenas o tratamento inicial dado ao conceito de porcentagem. Os estudantes que apresentaram essa resolução ainda consideravam porcentagem, adotando como referência o jogo do Tangram, por meio do qual haviam conjecturado que porcentagem era o inteiro dividido em 100 partes iguais, das quais se retirava a quantidade pretendida. Com base nisso, desenvolveram a resolução, dividindo, inicialmente, o valor do celular em 100 partes iguais (699/100=6,99) e, dessas, separaram 25, encontrando que 25% de 699 é 175,75 (25*6,99=175,75).

A partir da solução encontrada, os estudantes foram questionados:

PP: Vamos supor que a loja, que está vendendo esse aparelho, resolve ampliar a promoção para todos os produtos e o vendedor precisa informar a seus clientes o valor pago, quando a compra é à vista e quando parcelada. Único meio disponível para o vendedor é um computador com o Calc. Diante disso, como o vendedor deve proceder com o uso dessa ferramenta para informar os clientes?”

Como resposta, os estudantes afirmaram que o vendedor deveria realizar os mesmos procedimentos adotados por eles. Com base nesses apontamentos, foi apresentada a eles uma organização mais funcional que poderia ser empregada. Os encaminhamentos estão apresentados no Quadro 27.

Quadro 27 – Encaminhamentos para realizar cálculos de acréscimo e desconto com o Calc

PP: O vendedor pode organizar a planilha para facilitar o trabalho. E depois de organizada, basta digitar a valor do produto que, automaticamente, a planilha apresenta o valor à vista e o valor a prazo. Acompanhem comigo!

- Na célula A1, ele pode digitar (Valor do produto),valor esse que é digitado na célula B2.

- Na célula A2, ele pode digitar (Porcentagem) e digitar a porcentagem em B2. (Vamos digitar a porcentagem na forma de fração, mas antes devemos digitar o sinal de igual).

- Na célula A3, podem escrever (Valor à vista) e em A4 (Valor a prazo). Então, em B3 e em B4, respectivamente, devem constar esses valores como resultado final.

E07: Como assim, prof.? Só digitar o valor do produto e já dá como resultado o valor final que será pago?

PP: Sim! O Calc resgata valores de qualquer célula sem que seja necessário digitá-los novamente e é exatamente isso que vamos usar. Verifiquem juntos comigo! Antes me respondam: Como determinamos o valor a ser pago com o desconto?

E25: Como já calculamos, basta tirar 25% do valor, no caso do valor do celular.

A partir da manifestação de E25, apresentamos aos estudantes a forma como poderiam proceder.

PP: Então, percebam o que estamos realizando! Temos o valor do celular tabelado em R$ 699,00. Para calcular o valor pago com o desconto, vamos pegar o valor de R$ 699,00 e desse valor descontar 25%. Numericamente temos: 699 – (25% de 699). Vocês adotaram duas maneiras distintas para fazer isso: alguns fizeram (0,25*699) e outros (699/100*25) e obtiveram o mesmo resultado. Então, podemos dizer que (25% de 699) = (0,25*699) = (699/100*25), e como divisão e multiplicação são comutativas quando estão juntas, não importa a ordem em que as operações são realizadas, podemos escrever também (25/100*699). Sendo assim, podemos dizer que desconto sobre um valor qualquer é dado por: (valor do produto **menos** o percentual do valor do produto) e de forma análoga quando parcelado o valor inicial aumenta (valor do produto **mais** um percentual sobre o valor do produto). Fazendo relação às células em que estão os valores, temos B1 – (B2*B1). Aqui na planilha, o valor do produto está em B1 e o percentual a ser descontado ou acrescido está em B2. // Com essas informações, podemos escrever em B3, célula que corresponde ao valor paga à vista =B1- (B2*B1). E, em B4, célula que corresponde ao valor pago quando a compra for parcelada = B1+ (B2*B1). Ainda, podemos melhorar a apresentação dos resultados, acrescentando ao formato

de reais, valores em reais clicando no ícone  e de porcentagem para o percentual, clicando no ícone %.

Fonte: Autor (2019).

O resultado final das interações apresentadas no Quadro 27 se materializou no que apresenta a Figura 55.

Figura 55 - Resultados do problema da compra de celular

	A	B	C
1	Valor do produto	R$ 699,00	
2	Porcentagem	25%	= 25/100
3	Valor à vista	R$ 524,25	= B1- (B2*B1)
4	Valor a prazo	R$ 873,75	= B1+ (B2*B1)

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Assim que todos os estudantes conseguiram inserir as funções obtendo resultado igual ao da Figura 59, solicitamos que poderiam atribuir outros valores para a célula B1 e verificar os resultados. Conforme os estudantes realizavam os testes, E08 destacou: “Eu consegui calcular o valor da parcela também”, mostrando, na planilha, a divisão do valor a prazo por 10. A fim de envolver os demais, instigamos: “E08 determinou o valor das parcelas, como vocês podem determinar isso também?”. Alguns estudantes prontamente se manifestaram: “Só dividir o valor a prazo pelo número de parcelas”. Isso mostrou que estavam acompanhando o raciocínio e, conforme exploravam as funcionalidades do Calc, a aprendizagem adquirida se dava por meio da descoberta.

A seguir, foi discutida outra forma possível para realizar os cálculos rapidamente, e, assim, procedemos:

PP: Se nesse caso 25% é o desconto sobre o valor do produto, quanto por cento do valor está sendo pago por quem compra?

E08: Como o total é 100%, o total pago com o desconto é 75%.

PP: Muito bem! O que os demais acham? E08 está correta?

Todos em acordo, então, foram indagados novamente:

PP: E no caso da compra parcelada, em percentual quanto será pago?”

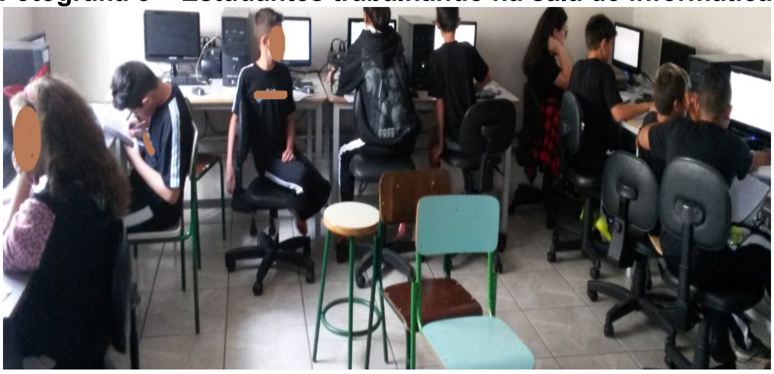
Apoiando-se no raciocínio de E08, quando tratou de desconto, E23 destaca, “Será pago 100% do celular e mais 25% que é o juro parcelado”.

PP: Muito bem! Percebam que podemos fazer o valor tabelado vezes o percentual na forma decimal para a compra à vista (0,75) e para a compra a prazo (1,25), que obtemos como resultado os valores da compra à vista e da compra a prazo. Verifiquem que podemos obter (0,75), fazendo um menos o percentual de desconto na forma decimal e podemos obter 1,25 fazendo um mais o percentual de acréscimo na forma decimal.

Como todos os estudantes demonstraram ter entendido, solicitamos que testassem, usando os recursos do Calc.

A Fotografia 5 mostra os estudantes trabalhando na sala de informática. Nela, visualizamos três grupos: um, alimentando e testando a planilha de forma individual; outro, desenvolvendo o raciocínio juntos e, um, solicitando auxilio do PP.

Fotografia 5 – Estudantes trabalhando na sala de informática



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Cada estudante continuou trabalhando com a planilha e nós, analisando o que eles desenvolviam. Como resultado final, obtiveram a planilha representada na Figura 56.

Figura 56 – Planilha final construída para determinar desconta e acréscimo

	A	B	C
1	Valor do produto	R$ 699,00	
2	Porcentagem	0,25	= 25/100
3	Valor à vista	R$ 524,25	= B1- (B2*B1)
4	Valor a prazo	R$ 873,75	= B1+ (B2*B1)
5	Valor das parcelas	R$ 87,38	= B4/10
6			
7	Outra maneira de	R$ 524,25	= B1*(1 - B2)
8	calcular o desconto	R$ 873,75	= B1*(1 + B2)
9	e o acréscimo		

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Após finalizar a formatação da planilha, os estudantes atribuíram diferentes valores para o produto e para o percentual e ficaram impressionados com a rapidez com que obtiveram os resultados, conforme apontam os excertos:

E7: Agora sim fica fácil calcular, só alterar o valor do produto e pronto. Quero sempre usar isso!

E15: Foi trabalhoso até fazer dar certo, agora ficou muito fácil.

O próximo passo foi trazer para a discussão o problema do G5 e analisar como os estudantes o resolveriam com os conhecimentos alcançados.

4º passo: Retomando o problema do G5 em busca da conclusão.

Como haviam compreendido os passos a adotar para trabalhar com a planilha, foi solicitado que retomassem o problema do G5 em uma nova planilha e tentassem encontrar a solução.

Diante desse desafio, identificamos que os estudantes atribuíam o valor da arrecadação de 35,7 em uma célula e de 15% em outra e, de forma semelhante ao procedimento realizado por E08 e E05 na sala de aula, determinavam a arrecadação do próximo ano. A seguir, utilizavam o resultado obtido e atribuíam novamente ao valor da arrecadação, passando a calcular ano a ano, anotando os resultados.

Então, interferimos: “Não estão achando que assim ainda vai dar muito trabalho?”. Alguns estudantes destacaram que, como não era necessário fazer conta, estava bom. Dessa forma, os convidamos a encontrar juntos outro caminho mais prático, e, assim, construímos uma linha de raciocínio:

PP: Se a cada ano está diminuindo 15%, quanto é o percentual da arrecadação em comparação ao ano anterior?

E2: Se diminui 15%, o que sobra é 85%.

PP: Muito bem! Se o que sobra a cada ano é 85% da arrecadação do ano anterior, para determinar o valor a ser arrecadado no próximo ano, basta determinar 85% da arrecadação desse ano, fazendo arrecadação anterior vezes 0,85. Não é?

Como todos se manifestaram afirmativamente, transferimos esse raciocínio para a planilha representada na Figura 57.

Figura 57 – Cálculo percentual

	A	B	C
1	Arrecadação prevista por ano	valor (Bilhões)	
2	2019	35,7	
3	2020	30,35	=B1*0,85

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Assim que todos preencheram suas planilhas, solicitamos que selecionassem as células A3 e B3 e, a seguir, arrastassem para baixo. Diante do resultado encontrado, com várias casas decimais, combinamos trabalhar apenas com duas após a vírgula, para isso, solicitamos que adotassem o recurso de arredondamento decimal, clicando no ícone . O resultado é apresentado na Figura 58.

Figura 58 - Calculo percentual para o problema do G5 com auxílio do *Calc*

	A	B
1	Arrecadação prevista por ano	valor (Bilhões)
2	2019	35,70
3	2020	30,35
4	2021	25,79
5	2022	21,92
6	2023	18,64
7	2024	15,84
8	2025	13,46

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Em vistas dos resultados alcançados, arrastando as células para baixo, os estudantes ficaram impressionados. A seguir, solicitamos que clicassem em algumas células da coluna B e verificassem como são compostos os resultados apresentados na linha de entrada. Com isso, eles identificaram que, em cada célula que clicavam, a planilha multiplicava o valor da célula anterior por 0,85, e o resultado passava a ser a base para o valor apresentado na próxima célula.

No contexto, E25 destacou: “Agora sim! Ficou muito fácil verificar quando vai zerar a arrecadação de jogos para PC, eu arrastei e zerou no ano de 2074”.

Com a afirmação de E25, questionamos o que os demais estudantes achavam e eles também reproduziram os comandos adotados por E25, confirmando a resposta. Diante disso, como estavam trabalhando com duas casas decimais, solicitamos aos estudantes que aumentassem as casas. Com isso, perceberam que não zerava em 2074. Dessa forma, chamamos a atenção deles para o ano 2042, momento em que a arrecadação passa a ser menor que um bilhão e trabalhamos a transformação do número apresentado para milhões. (Figura 59).

Figura 59 – Transformação de bilhões para milhões

	A	B	C
23	2040	1,18	
24	2041	1,00	=B25*1000
25	2042	0,85	849,7741339
26	2043	0,72	722,3080138
27	2044	0,61	613,9618117

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

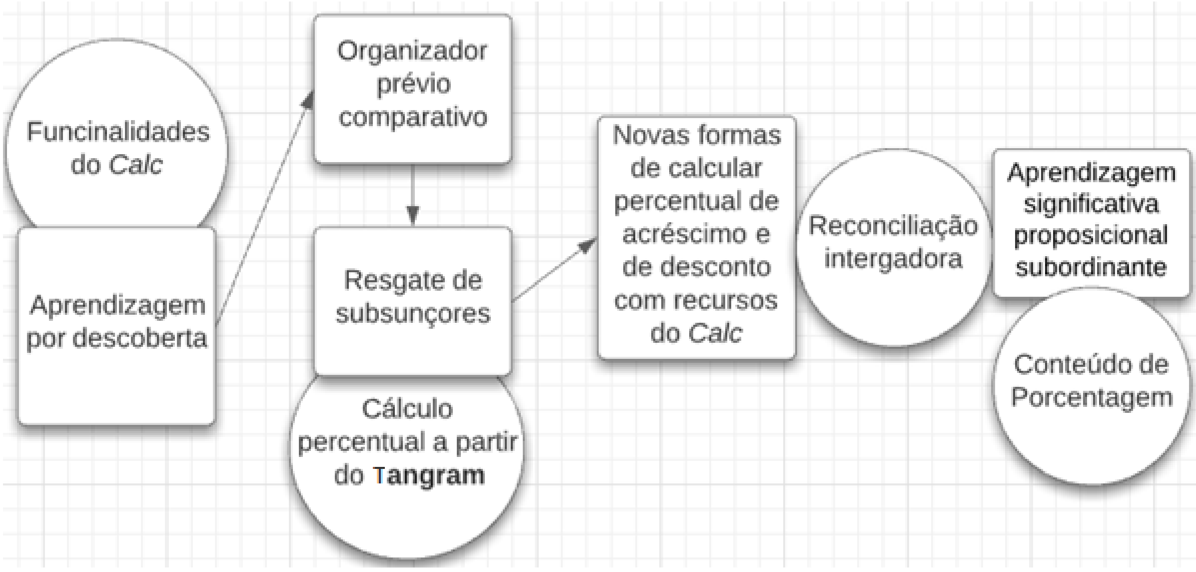
Após os estudantes testarem que os valores vão diminuindo ano a ano, deixando de ser apresentados de bilhões para milhões, de milhões para milhares e de milhares para unidades, e, na sequência os decimais, questionamos quanto à resposta final que poderiam apresentar ao problema. Eles verificaram que, matematicamente, demoraria muito tempo para acabar a arrecadação e que, do ponto de vista comercial, as indústrias dos *games* em poucos anos pode deixar de investir na modalidade para PC e investir em outras mais promissoras, percepção essa que se enquadrou na análise crítica, segundo a Modelagem Matemática, e na validação do resultado, conforme descreve a Resolução de Problemas.

No contexto da Modelagem Matemática e da Resolução de Problemas, a adoção de recursos tecnológicos, no caso apresentado, mostrou que é possível despertar a curiosidade e a vontade de aprender nos estudantes, quando adotados em sala de aula. Os estudantes estavam desmotivados diante de terem que desenvolver diversos cálculos para encontrar a solução final do problema do G5.

Compreendemos que, com a adoção de recursos tecnológicos, os estudantes se tornaram colaborativos, pois, quando tinham dificuldades, um recorria ao outro em busca de auxílio. Isso corrobora com Elias (2018), quando destaca que a colaboração contínua entre os estudantes se faz presente com a adoção de recursos tecnológicos.

Os princípios da TAS que direcionaram a aprendizagem dos estudantes a partir da adoção de recursos tecnológicos na resolução de problema estão esquematizadas na Figura 60.

Figura 60 – Princípios da TAS verificados nas interações durante resolução de problemas com recursos tecnológicos



Fonte: Autor (2021)

A Figura 60 esquematizou os encaminhamentos descritos nos quatro passos apresentados, nos quais verificamos que a adoção do *software Calc* propiciou aos estudantes aprender segundo a perspectiva da aprendizagem por descoberta, enquanto exploravam os recursos básicos do Calc. Como organizadores prévios, foram resgatados os conceitos de porcentagem de aulas anteriores com o jogo do Tangram empregado pelo G4, os quais se mostraram presentes na estrutura cognitiva dos estudantes, e, partindo desses, foram aprimoradas as formas para o cálculo percentual. Com isso, verificamos indícios de aprendizagem significativa proposicional subordinante, por meio de uma reconciliação integradora. Conforme destaca Novak (1981), se novos conceitos forem apresentados, promovendo um ‘sobe-desce’ nas hierarquias conceituais, então, se promove a reconciliação integradora. Isso foi verificado, à medida em que os cálculos percentuais desenvolvidos relacionaram-se a ideias anteriores relevantes, parte da estrutura cognitiva dos estudantes.

Sendo assim, finalizamos a prática com a Modelagem Matemática, no entanto, quando adotamos a história para sistematizar os passos da Resolução de Problemas, no contexto do problema oriundo da Modelagem Matemática, evidenciamos o interesse dos estudantes por histórias. Esse interesse motivou o desenvolvimento de uma nova atividade, em que os estudantes foram os protagonistas na produção de textos envolvendo conteúdos matemáticos, conforme descrevemos na sequência.

6.4 Gincana da matemática na sala de aula

Conforme acompanhamos as atividades com os estudantes, verificamos que eles eram competitivos, assim, propusemos uma gincana para a turma. No entanto, a gincana tinha uma condição especial: todos deveriam escrever uma história e, no contexto, apresentar um problema matemático a ser resolvido pelos colegas.

Objetivos:

Valorizar a criatividade dos estudantes na elaboração de histórias envolvendo a matemática.

Materiais Utilizados:

Texto impresso, contendo exemplos de histórias elaboradas por estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental extraídos de Rabelo (2000).

A História da partilha de camelos de Malba Tahan, apresentada por meio de um vídeo aos estudantes.

Encaminhamentos

Inicialmente, indagamos os estudantes se já haviam escrito histórias envolvendo matemática. Como mencionaram que não, apresentamos a eles uma história elaborada por estudantes dos Anos Iniciais, disponível em Rabelo (2000), apresentada no Quadro 28, e também a história da partilha de camelos de Malba Tahan (Quadro 29). Esse momento inicial se configurou na apresentação de organizadores prévios expositivos, direcionando os estudantes nas escritas de suas histórias.

Quadro 28 – Primeira história apresentada aos estudantes

O craque do videogame
Era uma vez um craque do videogame que ia participar de um campeonato. Tinha vários jogos e ele podia escolher o que quisesse. Tinha tartarugas Ninjas II, Robocop, Simpsons, etc. Não tinha nenhum que ele não conhecia e ele, André, ficou todo tranquilo, achando que ia ser mole. No dia do campeonato, aconteceu o que André não esperava: ele fez 1.099 pontos e seu rival fez 2021! Por quantos pontos André perdeu? Chegou o dia do novo campeonato. André estava muito nervoso. No primeiro jogo aconteceu uma surpresa: o jogo ficou empatado, 512 a 512! Quantos pontos os dois adversários fizeram juntos?

Então, eles tiveram que disputar outra partida. Desta vez, ele arrasou, fez 9.000 pontos e seu rival, apenas 3.000. Quantos pontos André fez a mais?

Depois desse jogo ele se tornou realmente um craque do videogame. Foi jogar em vários países e todas as vezes ele venceu. Hoje André é conhecido como “Rei do game”.

Fonte: Rabelo (2002, p. 21).

Durante a leitura, os estudantes, rapidamente, identificaram que os problemas abordados seriam resolvidos com operações de adição e subtração. Então, os questionamos se haviam percebido a forma como a matemática se fez presente. Certificando-se da compreensão de todos, apresentamos um vídeo em que era abordada a partilha de camelos de Malba Tahan (Quadro 29).

Quadro 29 – Segunda história apresentada aos estudantes

A Partilha dos 35 camelos

Fonte: https://www.youtube.com/watch?v=M4CvnsO5YD4.

A história chamou a atenção dos estudantes, eles ficaram inquietos, queriam saber como todos os irmãos saíram ganhando e ainda sobrou um camelo na partilha da herança. Então, os questionamos, com objetivo de auxiliá-los a compreender o enigma do problema: “Vamos acompanhar o problema e anotar as informações para compreendê-lo e achar o enigma da história!”. Diante disso, reproduzimos novamente o vídeo, pausando e anotando na lousa as informações, conforme destacadas. “Ao filho mais velho, metade dos 35 camelos; Ao filho do meio, a terça parte dos 35 camelos; e ao mais novo, a nona parte dos 35 camelos”. No contexto, os questionamos:

PP: Segundo o desejo do pai, é possível determinar quanto cada um dos filhos deve receber?

E23: Como é metade de 35, dividimos por 2. Terça parte de 35, dividimos por 3. E, a nona parte de 35, dividimos por 9.

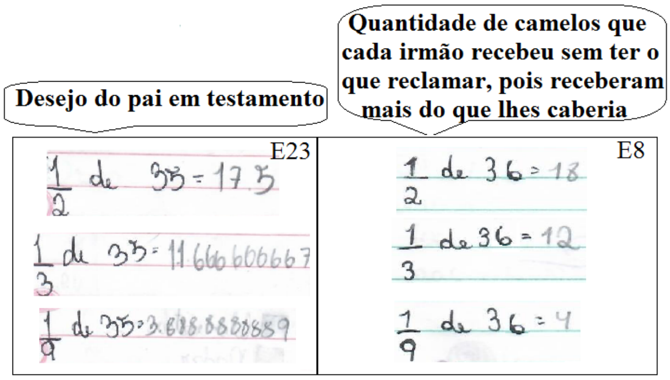
PP: E quanto dá para cada um, então?

Com auxílio da calculadora, E23 apresenta a quantidade que cabe a cada filho. (Figura 66, E23).

PP: E de que forma nosso amigo que calculava resolveu o problema que os irmãos enfrentavam?

E8: Foi fácil, professor, ele percebeu que poderia dar mais para todos, assim, não poderiam reclamar. Para isso, juntando o camelo dele com os demais, facilitou a divisão e deu 18 para o mais velho, 12 para o do meio e 4 para o mais novo e ainda sobrou o dele e mais um. (Figura 61, E8).

Figura 61 - Resolução apresentada por E23 e E8

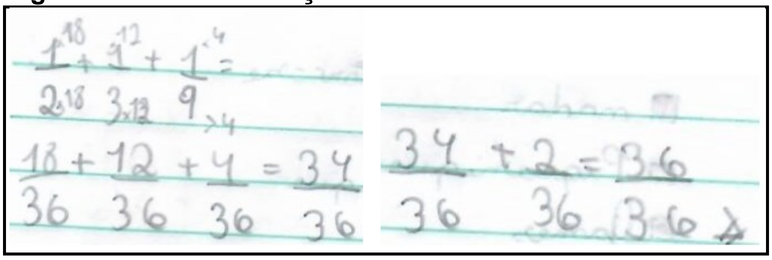


Fonte: Dados da pesquisa (2019)

PP: Muito bem! É isso mesmo que a história destaca! Vamos juntos entender por que isso foi possível. O calculista verificou que no testamento a soma das frações do total de camelos pertencentes aos irmãos não resultava em parte inteira, mas dessa soma uma pequena parte sobrava.

A partir disso, trabalhamos com os estudantes frações equivalentes e soma de frações com denominadores diferentes. Como resultado, os estudantes compreenderam de onde sobraram os dois camelos, ou seja, um que foi adicionado ao grupo para facilitar a partilha e outro, a sobra da herança, que coube a quem resolveu o problema (Figura 62).

Figura 62 - Soma de frações com denominadores diferentes

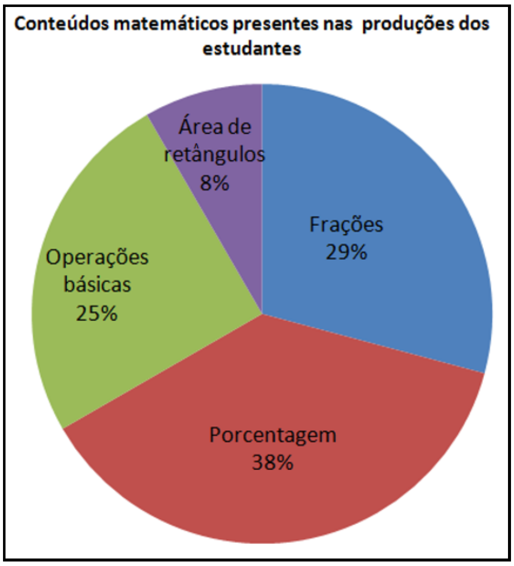


Fonte: Dados da pesquisa (2019)

A seguir, solicitamos que cada estudante elaborasse uma história em que fosse apresentado um problema ou um desafio envolvendo a matemática. Das histórias elaboradas, extraímos o contexto e os problemas matemáticos para serem a base para a realização da gincana em sala de aula.

Ao se analisar a produção dos estudantes, destacaram-se quatro grupos de histórias, conforme os conteúdos abordados: Frações, Porcentagem, Operações básicas e Áreas de retângulos. O Gráfico 6 apresenta o percentual dos trabalhos que abordaram cada conteúdo.

Gráfico 6 – Presença dos conteúdos matemáticos nas histórias dos estudantes

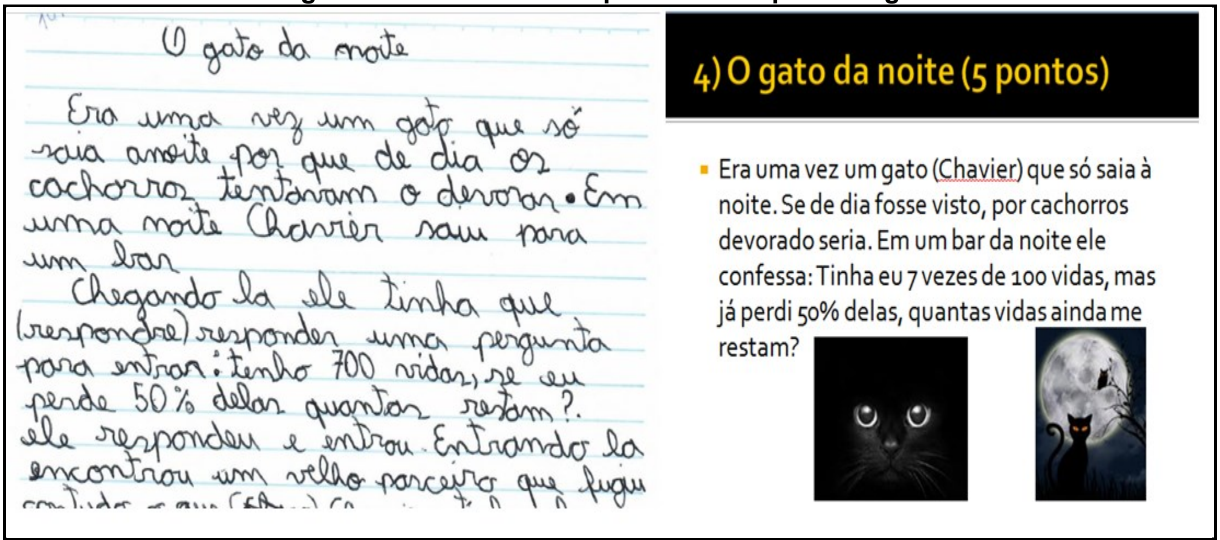


Fonte: Autor (2019)

Conforme o Gráfico 6, o conteúdo mais presente nos textos foi porcentagem, seguido por frações. Isso deu indícios de que os encaminhamentos adotados no decorrer das aulas possibilitaram que os estudantes se apropriassem dos conceitos envoltos nesses conteúdos e os empregassem em suas histórias, reforçando os indícios de aprendizagem significativa.

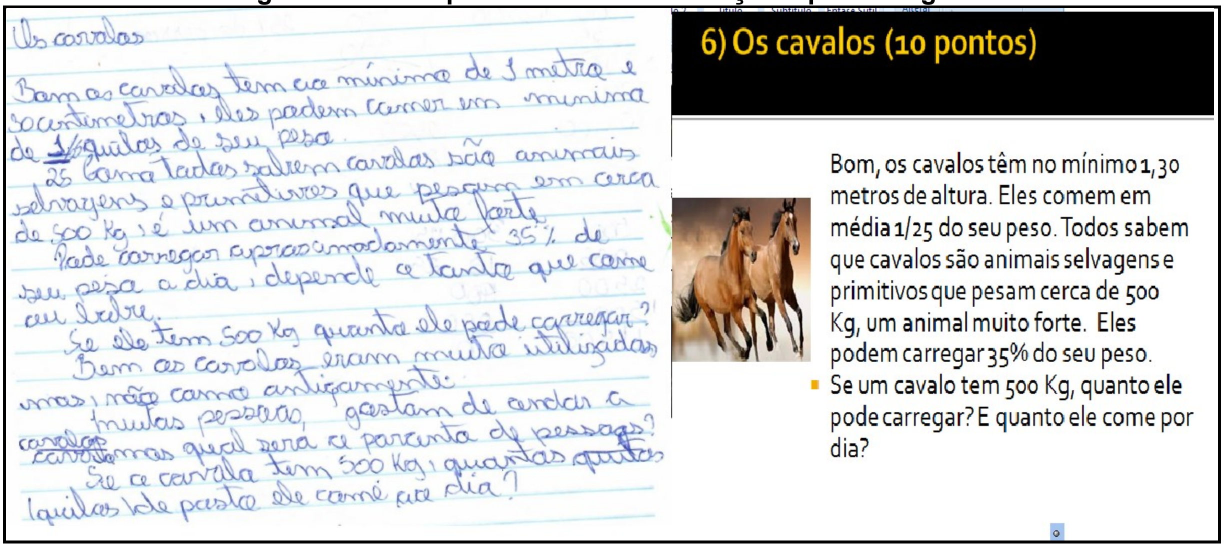
A seguir, apresentamos as história que no momento da gincana foram sorteadas, cada uma relativa a um conteúdo, e, a adaptação realizada para a gincana (Figura 63-66). As histórias foram identificadas em *slides* com números e, conforme sorteio, eram apresentadas para a resolução.

Figura 63 – Uma história que envolveu porcentagem



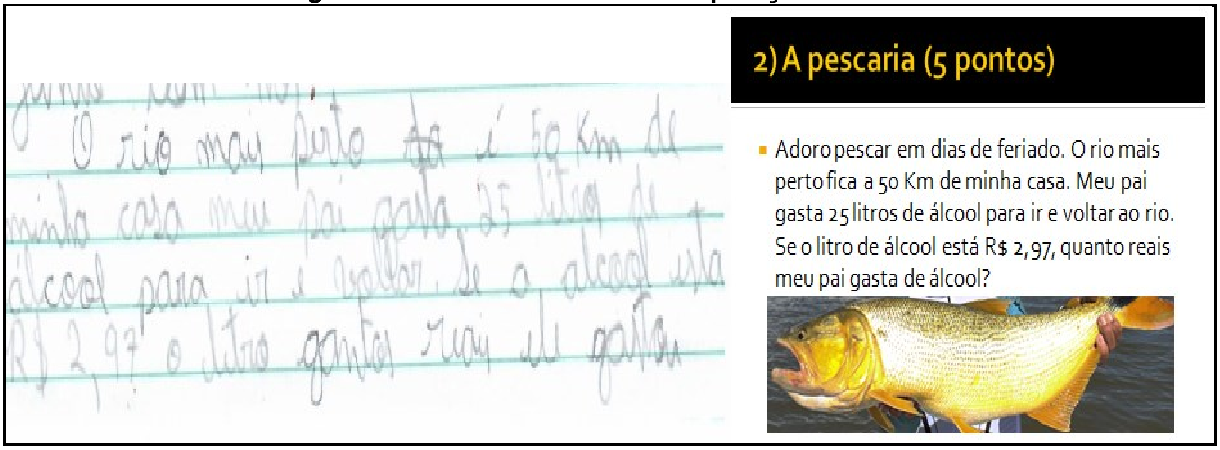
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 64 - Exemplo de história com fração e porcentagem.



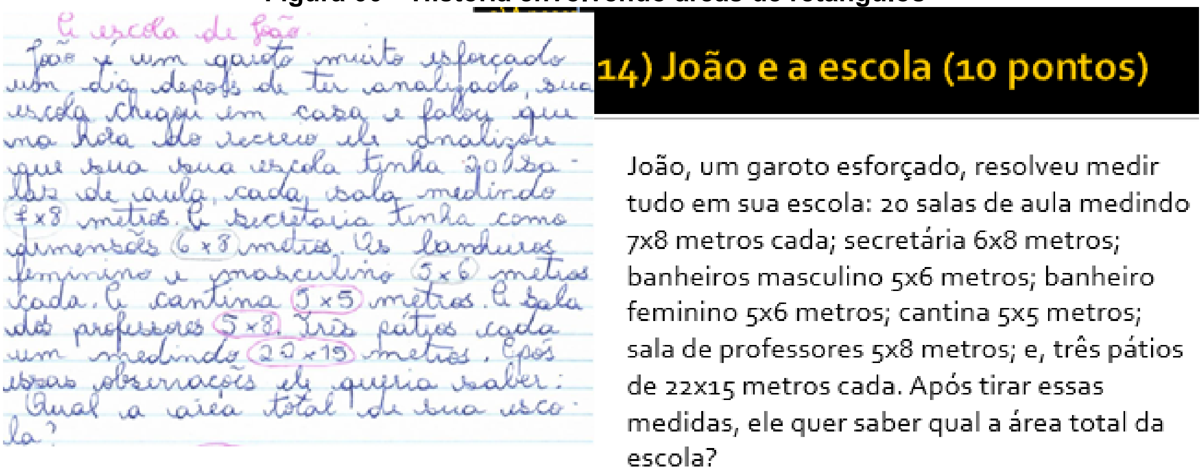
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 65 – História envolvendo operações básicas



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Figura 66 – História envolvendo áreas de retângulos



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

No dia da gincana, conforme o grau de dificuldade dos problemas, estabelecemos a pontuação. E, como a gincana foi uma competição, fez-se necessário discutirmos algumas regras para seu bom desenvolvimento. Essas regras foram elaboradas em conjunto com a turma, sendo elas:

- Pontua o primeiro grupo que resolver e mostrar sua resolução, na sequência, um dos membros do grupo anota a resolução no quadro e o professor discute com a sala os procedimentos adotados;
- Acertou: ganha os pontos estipulados;
- Todos os grupos que estiverem tentando resolver, ganham 20% dos pontos do problema;
- Alguém do grupo brincando e não ajudando os colegas, o grupo perde 40% da pontuação estipulada no problema;

- Se a resolução apresentada estiver errada e o grupo adversário encontrar o erro, então, o adversário ganhará os pontos do problema; e,
- Vencedor é o grupo com mais pontos ao final da gincana.

Elaboradas as regras, os estudantes optaram por separar a sala em dois grandes grupos, os meninos disputando com as meninas. A Fotografia 6 mostra os estudantes resolvendo os desafios no dia da gincana.

Fotografia 6 – Resolução dos desafios pelos estudantes na gincana

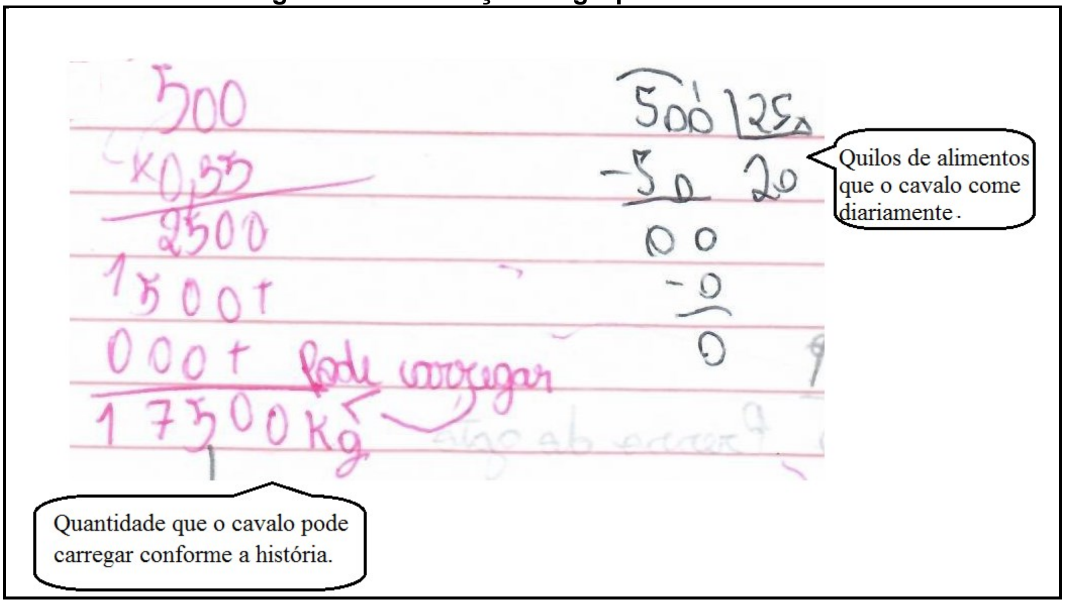
Fonte: Dados da pesquisa

A atividade da gincana foi bastante produtiva, todos os estudantes se engajaram e, no interior de cada grupo, cobravam a participação dos colegas. Todos buscavam encontrar as soluções de forma correta o mais breve possível, a fim de obter mais pontos que o grupo adversário. A seguir, discutimos os encaminhamentos adotados na resolução de cada problema apresentado.

Diante do problema do "Gato da Noite" (Figura 63), os dois grupos obtiveram os cinco pontos, pois, rapidamente, descobriram que a resposta era 350. Como destacaram que o gato tinha 700 vidas (7 x 100) e, dessas, perdeu metade (50%), então, ficou com 350. A rápida resposta de todos indicou que se apropriaram desse conceito de porcentagem e passaram a realizar mentalmente o cálculo de porcentagem com 50%, estabelecendo relação à metade.

O problema da história dos cavalos (Figura 64) envolveu dois conceitos: frações de um inteiro e porcentagem. O primeiro grupo a apresentar a solução foi o das meninas (Figura 67).

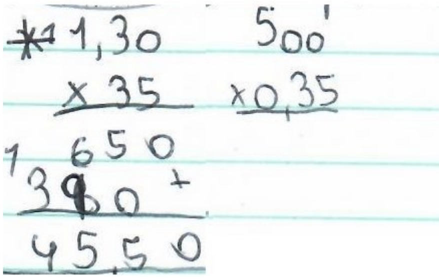
Figura 67 - Resolução do grupo das meninas



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Elas demonstraram saber trabalhar com porcentagem na forma decimal e identificaram que se o cavalo se alimenta diariamente com uma fração de seu peso, poderiam calcular isso com uma divisão. Assim que essa solução foi apresentada, o grupo dos meninos concordou com a resposta apresentada e destacou não ter resolvido antes devido à falta de atenção, pois perderam tempo realizando uma operação equivocada. Além disso, não leram, corretamente, o problema e trabalharam com a primeira informação em numeral que encontraram, cometendo dois erros: usar o dado incorreto e trabalhar com percentual, sem adotar a representação decimal quando deveriam (Figura 68).

Figura 68 – Resolução equivocada do grupo dos meninos

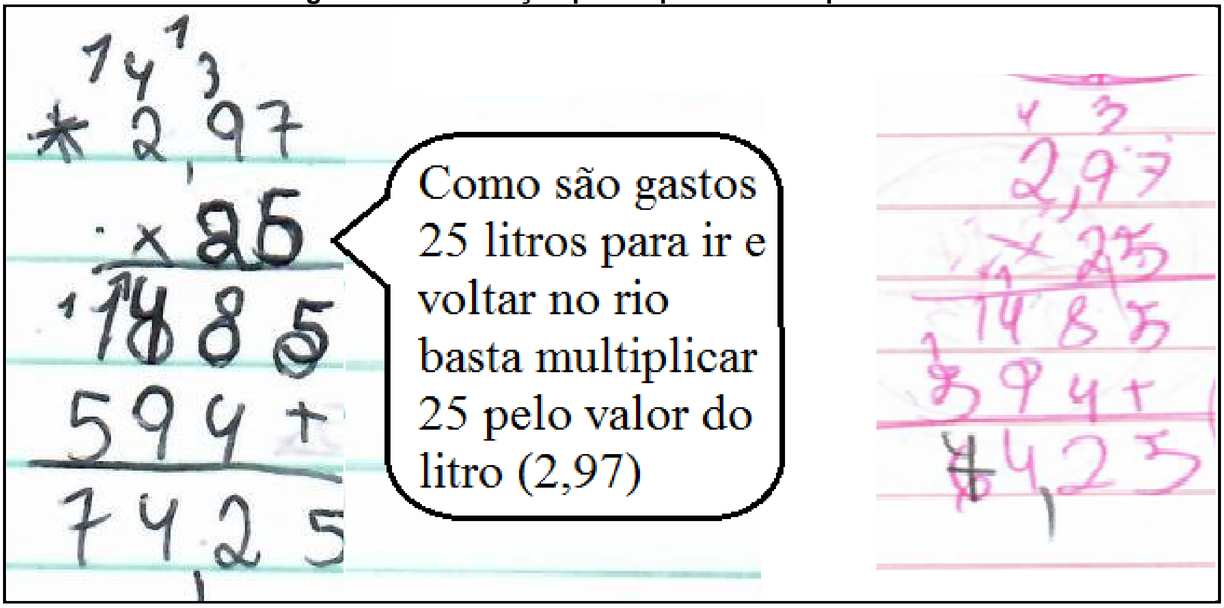


Fonte: Dados da pesquisa (2019)

O equívoco cometido foi percebido no interior do próprio grupo pelo estudante E06: “Não, não é assim, é o peso do cavalo que temos que utilizar e não a altura e a multiplicação é por 0,35”. No entanto, o outro grupo já havia apresentada a solução de forma correta, não restando tempo suficiente para eles resolverem e obterem a pontuação total do problema.

Não restando dúvidas, foi sorteado o próximo problema. Aqui vamos discutir a solução do problema “A pescaria” (Figura 65), que envolveu apenas operações básicas. Os dois grupos, rapidamente, compreenderam que bastava resolver a multiplicação dos litros gastos pelo valor do litro do combustível. No entanto, assim que apresentaram a resolução, o grupo das meninas cometeu um pequeno equivoco por falta de atenção e apresentaram como resposta R$ 6425. Dessa forma, a pontuação coube aos meninos que apresentaram a forma correta R$74,25. Assim que analisaram as respostas, o grupo feminino reconheceu o equívoco. A Figura 69 apresenta a resolução dos dois grupos.

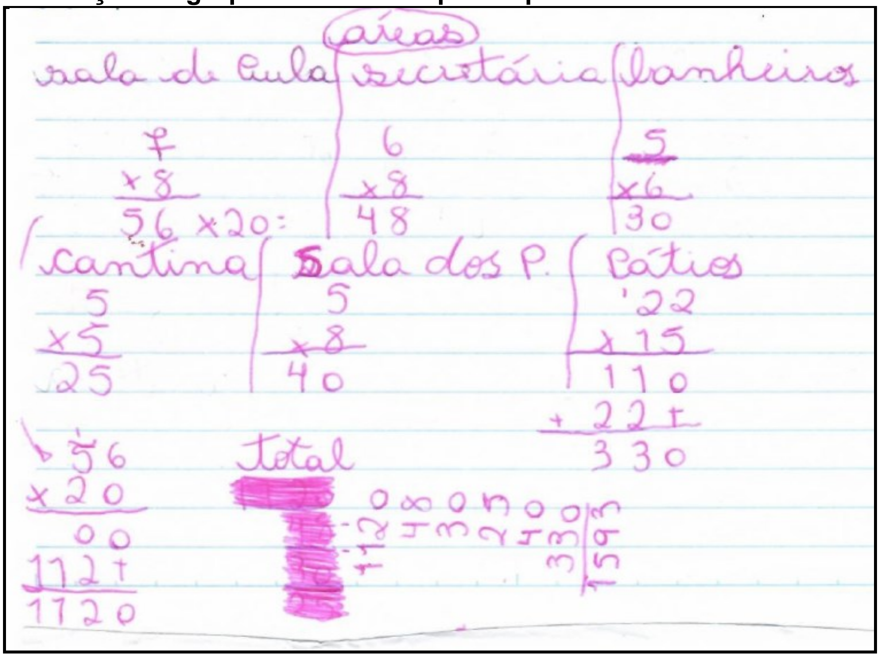
Figura 69 – Resolução para o problema da pescaria



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

O problema que envolveu áreas de retângulos presentes na história "João e a escola" (Figura 66) foi resolvido primeiro pelo grupo das meninas que apresentaram a resposta presente na Figura 70.

Figura 70 - Resolução do grupo das meninas para o problema da história "João e a escola"



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

No entanto, o grupo adversário contestou a resposta, pois verificaram inconsistências na resolução apresentada, como destaca o estudante E25: “Está errado, professor! Não dá esse valor, tenho certeza!”.

PP: Se estão contestando a resposta, devem mostrar os erros, onde estão os erros? Se encontrarem o erro, a pontuação total é de vocês!

E25: A contas estão corretas, mas são três pátios e dois banheiros. O resultado da área total é 2283 metros quadrados.

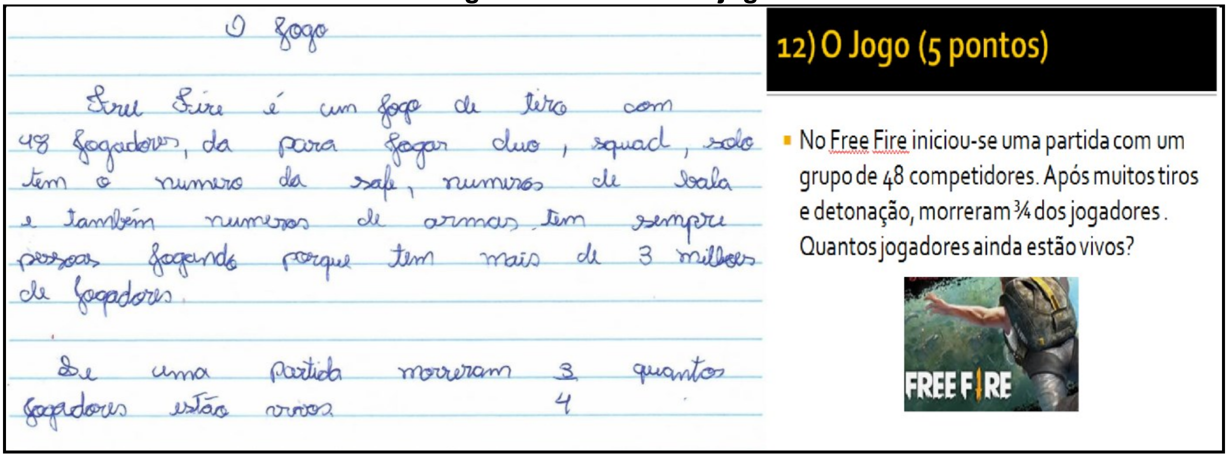
Diante da afirmação de E25, o grupo das meninas reconheceu o erro cometido e admitiu que a pontuação desse problema deveria ficar com os meninos. Eles ganharam 10 pontos e elas apenas 2 pontos, por estarem trabalhando no problema.

Conforme os problemas eram sorteados, os estudantes se identificavam com suas histórias e passavam a compreender que haviam contribuído para que a gincana fosse elaborada. Quando liam o contexto e o problema, destacavam - “Essa fui eu que escrevi” ou “Essa é a minha história”. Dessa forma, as histórias despertaram o interesse dos estudantes por estarem buscando resolver desafios elaborados por colegas, durante a gincana.

Quanto à resolução, os dois grupos trabalhavam em busca das respostas corretas, e, conforme o grupo oponente apresentava a resolução, poderiam buscar erros e questionar a resposta dos colegas. Isso proporcionou trocas entre os grupos, gerando aprendizado.

Apresentamos, ainda, a resolução do problema da história “O jogo” (Figura 71), o qual também foi sorteado e resolvido pelo estudantes no dia da gincana.

Figura 71 – História o jogo


O jogo

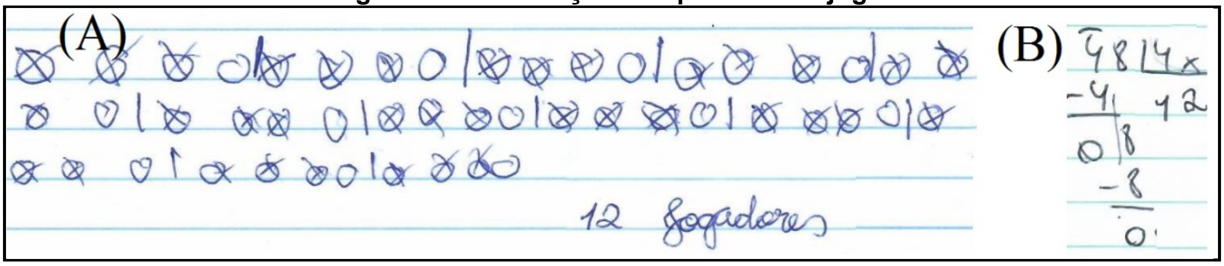
Free Fire é um jogo de tiro com 48 jogadores, da para jogar duo, squad, solo tem o numero da safe, numeros de bala e também numeros de armas tem sempre pessoas jogando porque tem mais de 3 milhões de jogadores.

Se uma partida morreram 3/4 quantos jogadores estão vivos

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Esse problema foi solucionado por caminhos completamente distintos pelos grupos. O grupo dos meninos resolveu, rapidamente, sem fazer conta, apenas analisando representações da situação, conforme Figura 72, A. Já o grupo das meninas resolveu com uma operação de divisão (Figura 72, B).

Figura 72 – Resoluções do problema o jogo



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Diante da resposta, Figura 72, A, questionamos os meninos “O que isso significa para vocês?”

O estudante E19, do grupo dos meninos, respondeu: “Cada bolinha é um jogador, então tem quarenta e oito bolinhas. Se de cada quatro, três morreram (bolinhas riscadas), então sobrou doze jogador vivo”.

E14, do grupo das meninas, justificou: “São quarenta e oito jogadores em quatro grupos, cada grupo tem doze jogadores e, como três grupos morreram, sobrou só um grupo de doze jogadores”.

Essas respostas indicaram que por caminhos distintos cada grupo encontrou uma solução válida, o que evidencia a compreensão do conceito de frações de uma quantidade. Nas duas representações foi identificado que os estudantes se apropriaram do conceito de que em uma fração o denominador é o total de grupos formados e que o numerador indica uma parte desses grupos. Isso demonstrou que, quando os estudantes, por meio de reconciliação integradora, têm oportunidade de estudar conteúdos realizando um ‘sobe-desce” nas hierarquias conceituais (NOVAK, 1981), revendo o mesmo conteúdo de diferentes formas, desenvolvem uma aprendizagem significativa conceitual, e o conceito aprendido é replicado em situações novas com naturalidade, como as representações adotadas pelo grupo dos meninos.

Sendo assim, podemos afirmar que na presente pesquisa a adoção de diferentes tendências para abordar conteúdos matemáticos potencializou indícios de aprendizagem significativa, pelo fato dos conceitos serem abordados em contextos distintos. Houve momentos em que a aprendizagem se deu por meio de diferenciação progressiva e, em outros, por meio de reconciliação integradora, promovendo tanto aprendizagem por recepção quanto por descoberta e, ao final, obtivemos como resultado aprendizagem representacional, conceitual e proposicional.

A seguir, as considerações gerais sintetizam um retrospecto dos encaminhamentos no contexto de cada tendência adotada e relações com a TAS contempladas nas atividades desenvolvidas.

7 AVALIAÇÃO DO PLANO DE INTERVENÇÃO E CONSIDERAÇÕES GERAIS

O trabalho com diferentes tendências da Educação Matemática na Educação Básica é uma proposta apresentada nas DCE de Matemática (2008), implementada durante esta pesquisa. Conforme explicitado na revisão bibliográfica, não encontramos na literatura da área de Educação Matemática trabalhos desenvolvidos na Educação Básica que buscassem articular atividades com as tendências supracitadas e a Teoria da Aprendizagem Significativa. A partir disso, a pesquisa foi desenvolvida, tendo em vista verificar a hipótese de que a adoção de diferentes tendências da Educação Matemática, seguindo os preceitos da TAS, dá a sustentação para que a aprendizagem dos estudantes apresente indícios de se tornar significativa.

Sendo assim, observou-se que a valorização dos conhecimentos subsunçores é de grande importância para a aprendizagem dos estudantes, em especial, para os que apresentam dificuldade. Mostrar a eles outras maneiras de resolver multiplicação e divisão, no 6º ano, sem a necessidade de decorar a tabuada, foi um passo importante para desmitificar a crença de que só é bom em matemática quem tem boa capacidade de memorização. Isso fez com que os estudantes reconhecessem a importância do processo e não somente do resultado final. Muito mais importante que um resultado correto é a clareza do processo, o passo a passo e as estratégias diversificadas que conduzem ao resultado.

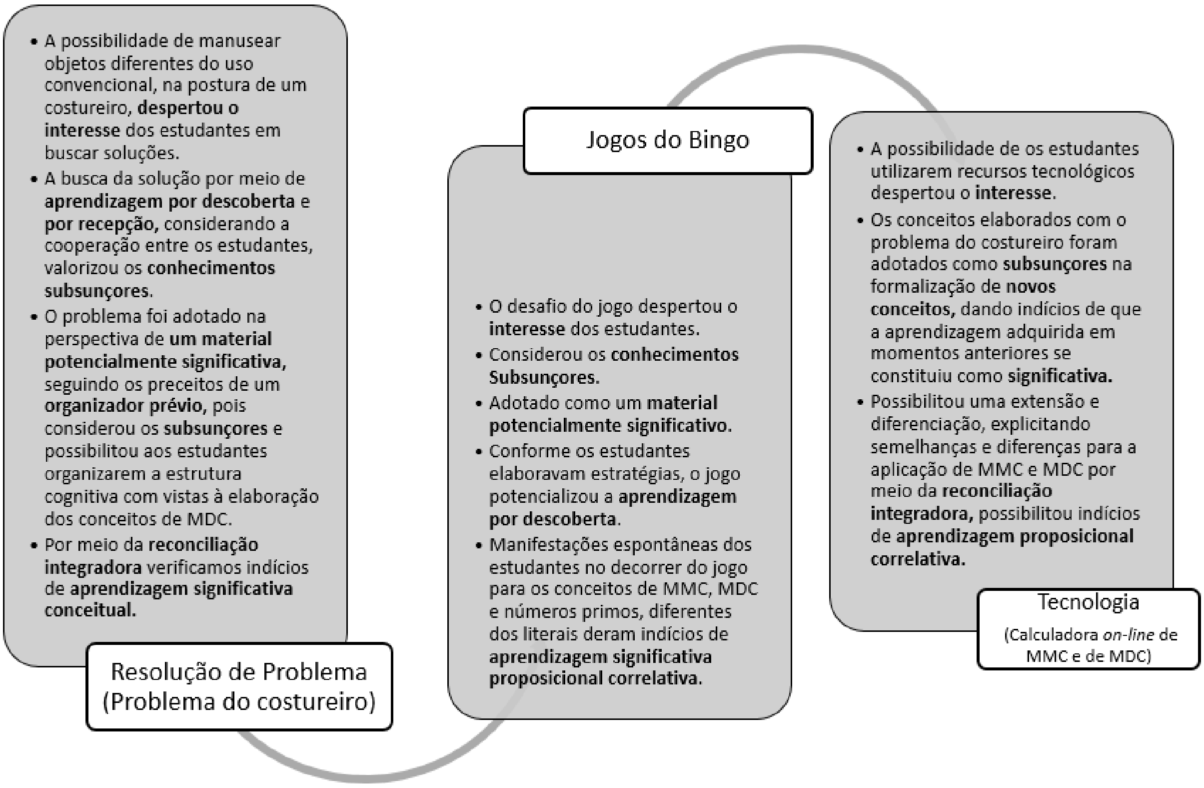
Resgatar os conhecimentos subsunçores foi crucial para que toda a classe conseguisse falar a mesma linguagem, cada um com seu jeito de pensar e de proceder, caminhando em busca de novas aprendizagens, vindo ao encontro da base teórica adotada, conforme Ausubel (2003) e Novak (1981). Também, corroborou com os trabalhos apresentados na revisão bibliográfica, nos quais a valorização dos conhecimentos subsunçores, em trabalhos desenvolvidos em matemática na Educação Básica, foi predominante dentre os princípios da TAS adotados pelos pesquisadores.

Desenvolver o conteúdo de múltiplos e divisores com a adoção de risquinhos, contando nos dedos, por adição de parcelas iguais ou usando o recurso da tabuada tem a mesma validade do ponto de vista da construção do conhecimento, com vistas à resolução de problemas. Cada estudante é único e cada um possui um desenvolvimento próprio, forçá-lo a pular suas etapas de desenvolvimento, podem conduzí-lo ao mundo obscuro da matemática, no qual nada faz sentido e a Matemática perde sua beleza e sua aplicabilidade.

Quando o professor valoriza os conhecimentos subsunçores dos estudantes, e eles com predisposição conseguem estabelecer um aprendizado não arbitrário e não-literal, abre-se a porta para o conhecimento. Sendo esse conhecimento não somente para as avaliações, mas o conhecimento duradouro, como destaca Ausubel (2003), o conhecimento que se desdobra na aprendizagem significativa. Assim, o núcleo central da teoria ausubeliana é empregado, conforme evidencia Moreira (2007, p. 1, grifo no original), esse núcleo central "é a *interação cognitiva* não-arbitrária e não-literal entre o novo conhecimento, potencialmente significativo, e algum conhecimento prévio, especificamente relevante, o chamado *subsunçor*".

Dessa forma, destacamos que o resgate e a valorização dos conhecimentos subsunçores se fizeram presentes nas diferentes tendências metodológicas adotadas, desde as primeiras Resoluções de Problemas, perpassando por Jogos, Tecnologias, Modelagem Matemática e Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática. Além dos conhecimentos subsunçores, outros princípios da TAS foram considerados na adoção das tendências supracitadas, tanto na primeira quanto na segunda parte das atividades. Na Figura 73 sistematizamos os princípios da TAS que se mostraram presentes na primeira parte das atividades.

Figura 73 – Princípios da TAS presentes na primeira parte das atividades



Fonte: Autor (2021)

Além da valorização dos conhecimentos subsunçores, Ausubel (2003) destaca a necessidade da predisposição do aprendiz em aprender de forma significativa. Nas atividades desenvolvidas, essa predisposição foi alcançada a partir do interesse dos estudantes, mobilizada no desafio do problema do costureiro, com o jogo do bingo e com a adoção de recursos tecnológicos no fechamento das atividades com os conteúdos de MMC e de MDC.

O problema do costureiro, segundo a perspectiva de problemas-processo ou heurísticos, mostrou-se como um organizador prévio, pois a definição formal de MDC ainda não era de conhecimento dos estudantes, porém, a exploração de estratégias abriu caminhos para a formalização. Sendo assim, o problema proposto, passível de ser resolvido pelos estudantes e apresentado em termos familiares, foi um direcionador para a formalização matemática na sequência. Nesse viés, foi atingida a função do organizador de propiciar a “incorporação e retenção estável do material mais detalhado e diferenciado” (AUSUBEL, 2003, p. 151).

A resolução de problema-processo se mostrou como um organizador prévio e corrobora com estudos de Mayer (1975), destacado em Ausubel (2003), quando aponta que a utilização de organizadores em situações apropriadas influência, de fato, na aprendizagem. Isso foi perceptível no momento em que os estudantes recorreram às ideias do problema do costureiro e as reaplicaram em novas situações, ao resolverem diferentes problemas com o auxílio da tecnologia.

Os encaminhamentos adotados durante a resolução do problema consideraram os preceitos da aprendizagem por descoberta, na qual “o conteúdo principal do que está por aprender não é dado, mas deve ser descoberto de modo independente pelo aprendiz antes de este o poder interiorizar.” (AUSUBEL, 2003, p. 48). As estratégias elaboradas pelos estudantes, sem a formalização matemática inicial, por meio da resolução do problema a partir da comparação dos diferentes tamanhos das tiras de tecidos e as tentativas a partir dos múltiplos, serviram como âncora para o conceito formal de MDC, descoberto ao final das interações. Tais estratégias, ao serem valorizadas quando trabalhadas em uma perspectiva de aprendizagem por descoberta, foram as bases para a formalização final do conteúdo, que culminou em uma aprendizagem proposicional subordinada derivativa, pois se apoiaram em ideias já presentes na estrutura cognitiva dos estudantes.

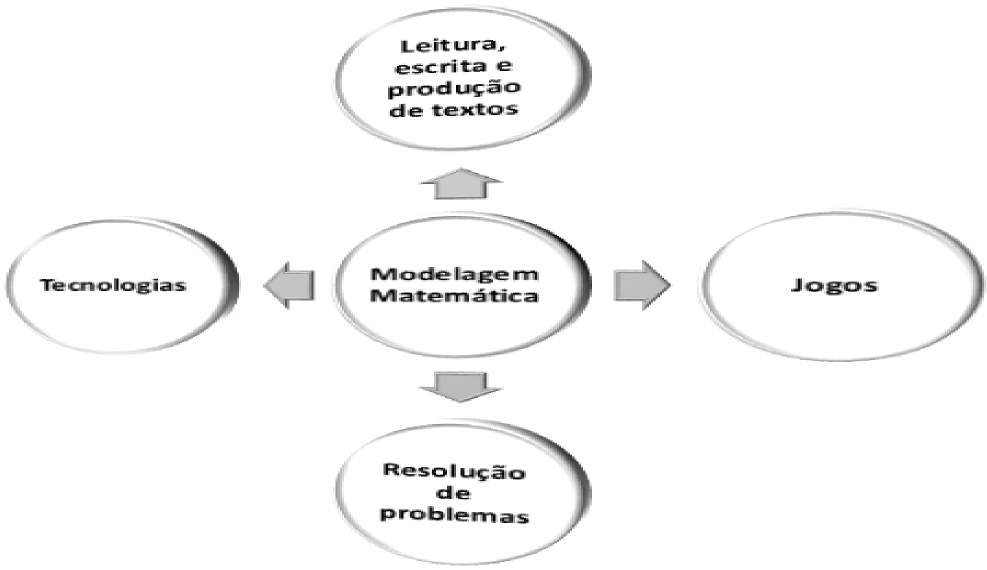
Por meio do problema do costureiro, no jogo do bingo e também com a adoção da calculadora *on-line* visualizamos a motivação dos estudantes. Eles queriam encontrar as soluções para os desafios propostos e empenharam-se nas buscas em cada grupo. Para resolverem o problema do costureiro, precisaram descobrir um enigma; para vencerem o jogo, necessitavam ter a maior pontuação possível e para resolverem os novos desafios propostos, necessitavam desvendar as funcionalidades da calculadora *on-line,* o que convergiu em muitos momentos para a aprendizagem por descoberta. Isso comprovou o que é destacado por Ausubel (2003, p. 50):

> [...] é inegável que o método da descoberta oferece algumas vantagens de motivação únicas, é uma técnica de instrução auxiliar útil em determinadas situações educacionais e é necessária quer para o desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas, quer para se aprender como se descobrem os novos conhecimentos.

Conforme as pedras eram sorteadas, durante o jogo do bingo, a cooperação nos grupos promovia um ambiente de troca de conhecimento entre esses, possibilitando aprender com os colegas. Os conceitos elaborados, inicialmente com o problema do costureiro, foram adotados como subsunçores na formalização de novos conceitos. A partir do conceito de MDC, foi conjecturado uma conceituação para MMC, juntamente com uma conceituação para números primos, proferidas nas manifestações espontâneas e na linguagem comum dos estudantes, empregadas com uma variação da conceituação literal, possibilitando, dessa forma, extensão e diferenciação, explicitando as semelhanças e as diferenças. Sendo assim, por meio da reconciliação integradora, ideias dissociadas juntaram-se para formar os conceitos gerais, o que possibilitou indícios de aprendizagem proposicional correlativa.

Na segunda parte das atividades, também verificamos indícios de aprendizagem significativa. A Modelagem Matemática se mostrou com grande potencial para envolver outras tendências metodológicas, delineando os encaminhamentos segundo os princípios da TAS. A partir da Modelagem Matemática, conforme descrito, foi possível a adoção de Jogos, Tecnologias, Resolução de Problemas e Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática. (Figura 74).

Figura 74 - Modelagem Matemática e tendências contempladas nas atividades



Fonte: Autor (2021)

No contexto das tendências metodológicas (Figura 80), as atividades desenvolvidas indicaram que, quando trabalhadas segundo os preceitos da TAS e de forma colaborativa, propicia aos estudantes condições para que a aprendizagem resultante apresente indícios de ser significativa. Conforme já mencionado, a Modelagem Matemática abriu caminhos para que outras tendências metodológicas também fossem adotadas, com vistas a apoiar uma melhor aprendizagem para os estudantes. Nesse contexto, os princípios da TAS verificados estão sintetizados na Quadro 30.

Quadro 30 – Relações entre as tendências metodológicas e os princípios da TAS alcançados nas atividades em sala de aula

Tendências metodológicas	Princípios da TAS verificados
Modelagem Matemática Resolução de problemas Jogos Tecnologia Leitura, escrita e produção de texto em matemática	➢ Promoção do interesse; ➢ Predisposição em aprender; ➢ Valorização dos conhecimentos subsunçores; ➢ Adoção de organizadores prévios; ➢ Adoção de materiais potencialmente significativos; ➢ Oportunidade de aprendizagem por recepção e por descoberta; ➢ Consideração ao princípio da diferenciação progressiva e da reconciliação integradora; ➢ Promoção dos indícios de aprendizagem significativa conceitual; ➢ Promoção dos indícios de aprendizagem significativa representacional; ➢ Promoção dos indícios de aprendizagem significativa proposicional que podem ocorrem das formas: subordinada derivativa ou correlativa; subordinante; e, combinatória; e, ➢ Facilitação da avaliação da aprendizagem, segundo a perspectiva formativa.

Fonte: Autor (2021).

Nos delineamentos seguidos, o interesse dos estudantes sempre esteve em pauta. Com a Modelagem Matemática, segundo a perspectiva adotada, desde os primeiros momentos da escolha do tema, o interesse dos estudantes se fez presente e, juntando-se ao interesse, despertar a predisposição dos estudantes em aprender se mostrou como base para o desenvolvimento de novos conhecimentos. Ao considerar os conhecimentos subsunçores dos estudantes como âncora para novos conhecimentos, e ao "dar voz aos estudantes", partindo-se dos conhecimentos empíricos para o científico, promoveram-se momentos de aprendizagem por diferenciação progressiva e momentos de aprendizagem por reconciliação integradora.

Por meio da Modelagem Matemática, os estudantes tiveram amparo para aprender de forma significativa, tanto por recepção quanto por descoberta. Foram promovidos de espectadores, quando o ensino era em moldes tradicionais, a sujeitos da construção do próprio conhecimento. Na postura de professores mediadores, quando percebemos que as dificuldades encontradas na resolução dos problemas levavam os estudantes a perder parte do interesse, buscávamos apoio em materiais potencialmente significativos, que seguiram o princípio de organizadores prévios, para que, assim, os estudantes continuassem na busca do conhecimento. Isso foi revelado em dois momentos:

- No primeiro, em contexto das práticas com modelagem, quando recorremos ao jogo do Tangram para que os estudantes redimissem as dúvidas dos conteúdos de porcentagem. Aproveitando a potencial do material, foi possível também desenvolver conceitos relativos a frações, números decimais e elementos de geometria, os quais se mostraram propícios, conforme as discussões se desenrolavam;
- No segundo momento, ainda em contexto das práticas com modelagem matemática, quando os estudantes estavam desanimados diante da grande quantidade de operações que necessitavam fazer para comprovar a estimativa do tempo que as arrecadações de jogos para PC deixariam de existir, recorrer ao uso de recursos tecnológicos foi primordial para resgatar o interesse e conduzir os estudantes ao caminho do conhecimento.

Dessa forma, explicitamos que a articulação e o apoio que uma tendência dá a outra corroboram com um mesmo propósito, a aprendizagem dos estudantes. Tais tendências, quando adotadas tomando por base os subsunçores, propiciam forte indícios de que a aprendizagem se constituiu em significativa. Juntando-se a isso, a atuação do professor como mediador, incentivando as discussões e a formulação de estratégias na busca por novos conhecimentos, possibilitou que a aprendizagem dos estudantes se desenvolvesse predominantemente por meio da descoberta significativa. E, em alguns momentos, também por meio da recepção significativa, pois os novos conceitos, mesmo quando abordados pelo professor, sempre consideravam a existência de conhecimentos subsunçores, que eram relacionados aos novos conhecimentos apresentados.

Já os recursos tecnológicos, em nosso caso computadores com acesso à internet, foram de grande relevância, ao propiciar modos diferenciados para se trabalharem os conteúdos e para a busca de informações, que ainda não eram de conhecimento dos estudantes. Os obstáculos encontrados, inicialmente, com a mediação do professor foram superados, e, após a familiarização dos estudantes, avaliamos como positivos os resultados alcançados. Isso veio ao encontro do que foi elencado por Bueno e Gomes (2011), Martini e Bueno (2014) e Miranda (2007), os quais destacam que tecnologias não ensinam, efetivamente, sozinhas, sendo necessário o professor como um medidor.

No entanto, as constatações também nos levam a concordar com Carneiro e Passos (2014), pois vislumbramos que no ensino de matemática a adoção de recursos tecnológicos aumenta a satisfação dos estudantes em aprender. Isso se justifica nas diversas abordagens a um mesmo conteúdo disponíveis em meio eletrônico que apresentam potencial para promover a reconciliação integradora. A exploração de recursos tecnológicos como elemento para a construção de conhecimento promove os estudantes de passivos absorvedores para criadores do saber, com imaginação e criatividade. Com a apropriação da tecnologia pelos estudantes, o professor deixa de ser a única fonte do conhecimento e passa a ser um direcionador de caminhos, com potencial de promover a aprendizagem significativa.

Os estudantes, ao buscarem resolver os problemas propostos, com a adoção de ferramentas *on-line,* mostraram-nos o quanto um ensino centrado em repetições e decorebas é lesivo para a formação da autonomia. Isso foi evidenciado no momento em que propusemos alguns problemas para que resolvessem com a adoção da calculadora *on-line* e eles buscaram resolvê-los sem ao menos terem lido e entendido o que era abordado. A partir das interações do professor, na postura de mediador, valorizando a argumentação e a formação de estratégias pelos estudantes, foram se reestabelecendo as etapas para resolver um problema segundo a perspectiva de Polya (1995), e os estudantes compreenderam que, embora os cálculos estivessem sendo realizados de forma automática, a eles caberiam as interpretações.

Dito isso, as atividades desenvolvidas que abordaram a Resolução de Problemas propiciaram aos estudantes conjecturar, individualmente ou em grupos, estratégias resolutivas a partir de seus conhecimentos subsunçores, possibilitando o desenvolvimento do espírito investigativo. Um problema quando real e desafiador, com elementos ainda desconhecidos, que não se configurem em aplicação direta de fórmulas ou operações e com grau de dificuldade apropriado à faixa etária dos estudantes, desperta o interesse e a motivação, primeiro passo para uma aprendizagem significativa.

Quando essa metodologia é trabalhada a partir de desafios, em uma perspectiva de problemas processo ou heurístico, ela promove o professor de detentor do conhecimento a mediador. Com isso, auxilia os estudantes na formulação de novas estratégias, por meio de questionamentos articulados ao que estava disponível em sua estrutura cognitiva. Assim, o professor os conduz na construção do conhecimento, sem oferecer o caminho pronto, possibilitando uma aprendizagem significativa por descoberta. Dessa forma, no decorrer da pesquisa, quando foram verificados problemas que necessitavam de apropriação de novos conteúdos, esses foram abordados pelo professor, valorizando os subsunçores dos estudantes. Dessa maneira, a Resolução de Problemas possibilitou uma aprendizagem por recepção com indícios de ser significativa.

Também, quando recorremos aos Jogos para redimir as dúvidas oriundas do problema elaborado na atividade de modelagem matemática, verificamos que, quando adotados na perspectiva do aprender brincando, atraem os estudantes e desperta o gosto intrínseco pelo aprender, pois eles almejam ser vencedores. Sendo assim, destacamos que os Jogos, quando adotados no ensino de matemática, têm potencial para estimular e promover o interesse dos estudantes, promover a formulação de novos conceitos, a diferenciação de conceitos ainda confusos e a assimilação, resultando em aprendizagem significativa. Dessa forma, quando acompanhado de um material, que em sua idealização se considerou dotá-lo de potencial significativo, firma os dois princípios que tornam a aprendizagem significativa, ou seja, o interesse dos estudantes e o material com potencial significativo.

Já a Leitura, a Escrita e a Produção de Texto em Matemática, em uma perspectiva interdisciplinar, mostrou-se como um caminho para a superação de uma das principais dificuldades dos estudantes, a interpretação de problemas. O gosto pela matemática foi potencializado a partir do contar histórias, que trouxeram sentido e significado aos conteúdos matemáticos, isso se evidenciou com o problema dos camelos de Malba Taham. Também, verificamos que a apresentação de histórias auxiliou os estudantes na compreensão dos passos da Resolução de Problemas.

A busca em produzir textos e estabelecer relações com a matemática desvelou significação aos conteúdos dessa disciplina, muitas das vezes tidos como sem sentido, quando trabalhados em uma perspectiva conteudista. A voz dada ao estudante, por meio da elaboração de suas histórias, despertou neles a criatividade e o interesse, e, ao serem explorados os conteúdos matemáticos, com a mediação do professor, ganharam sentido e convergiram para indícios de uma aprendizagem significativa, pois a matemática relacionou-se de forma não arbitrária e não literal com a estrutura cognitiva dos estudantes.

Nessa perspectiva, considerando a interação entre as tendências, tanto a Modelagem Matemática quanto a Resolução de Problemas evidenciaram a necessidade da leitura e da compreensão de textos se fazer presente na disciplina de matemática. Quando articulada com jogos, no caso trabalhado na gincana, o desejo dos estudantes em ser o protagonista de suas próprias histórias, a partir da produção de textos matemáticos, os colocou no centro do processo de ensino e aprendizagem. Seus gostos, fantasias, desejos, aventuras, criatividade, convívio social e a própria história de vida foram providos de matemática, que ganha representatividade nas histórias por eles elaboradas.

Finalizadas as atividades, verificamos o potencial da adoção de diferentes tendências metodológicas para promover um ensino e uma aprendizagem com as características de se constituírem em aprendizagem significativa. O potencial se deu na medida em que o ensino tradicional convergiu para o ensino e a aprendizagem, considerando-se os preceitos da Educação Matemática, que promovem os estudantes de meros espectadores a coparticipantes das aulas. Isso foi propiciado com as tendências metodológicas, na medida em que promoveram momentos de trocas de conhecimentos em grupos e com a ação de mediador do professor que considera o estudante como ativo em seu processo de escolarização.

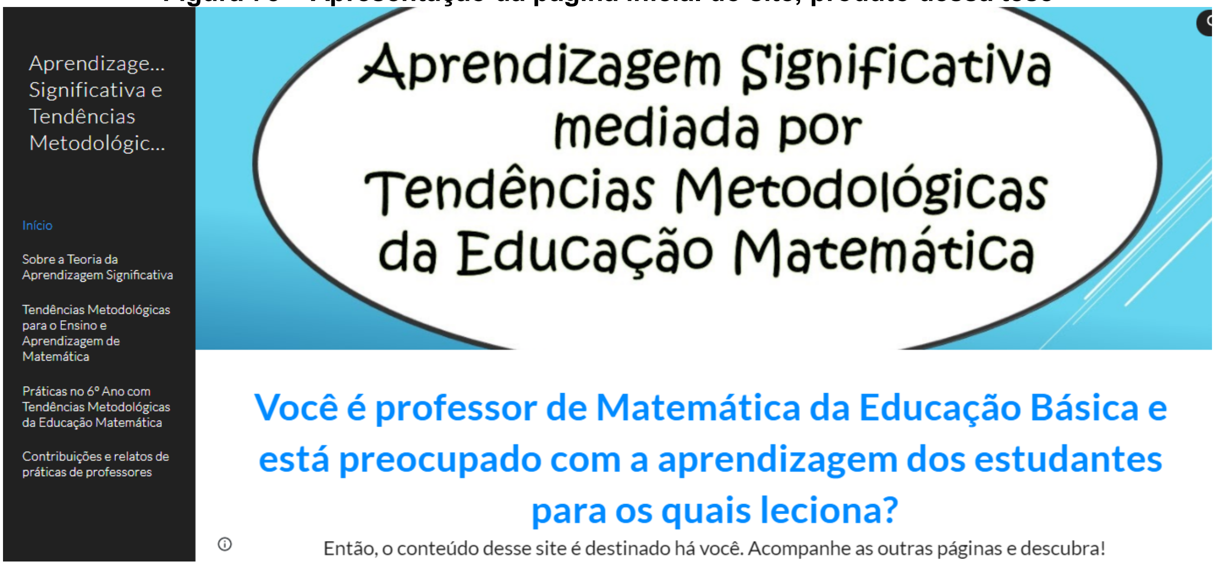
Em vez dos estudantes focarem os esforços somente em repetições mecânicas de algoritmos, com a adoção de diferentes tendências metodológicas foi concedido a eles a oportunidade de aplicarem os conceitos em variadas situações e contextos distintos. Com isso, a motivação e o interesse sempre se fizeram presente, e, assim, o primeiro princípio para a aprendizagem significativa foi revisitado a cada aula. Ao mobilizar o interesse dos estudantes e trabalhar com as tendências metodológicas planejadas com consistência lógica, considerando seus subsunçores e, quando necessário, adotando organizadores prévios para apresentar novos conceitos ou para esclarecer conceitos confusos, inferimos que a base para a aprendizagem ser significativa foi firmada.

Os anos de atuação docente na Educação Básica, explorando de diversos meios para trabalhar em sala de aula, levam-nos a entender que o empenho dos estudantes não seria visível se tivéssemos apresentado de forma tradicional os conceitos matemáticos abordados. Dessa percepção, foi constatado que nas atividades desenvolvidas, considerando-se os encaminhamentos adotados com a Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Jogos, Tecnologia e Leitura Escrita e Produção de Texto, despertou-se a predisposição dos estudantes em aprender, conduzindo para indícios de aprendizagem significativa.

8 O PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional que acompanha essa tese é o site < https://sites.google.com/view/aprendizagemsignificativa-tmem/in%C3%ADcio> (Figura 75). Ele é organizado em cinco páginas, e tem como objetivo apresentar de forma sucinta os princípios da TAS e as tendências metodológicas da Educação Matemática que foram adotadas nesta pesquisa. Nele, também, apresentamos um vídeo no qual elencamos os encaminhamentos gerais das práticas desenvolvidas com estudantes do 6º ano. E, por fim uma página destinada a receber contribuições de professores que adotarem desenvolver atividades em sala de aula com tendências metodológicas da Educação Matemática considerando os princípios da TAS, e queiram compartilhar suas experiências.

Figura 75 – Apresentação da página inicial do site, produto dessa tese



Fonte: Autor (2021)

9 CONCLUSÃO

As considerações se estabelecem a partir da avaliação do plano de intervenção e dos resultados alcançados em paralelo às análises quanto à questão e ao objetivo geral da pesquisa. Nesse contexto, entendemos que a adoção de diferentes tendências metodológicas em Educação Matemática, conciliadas com a atuação do professor, na perspectiva de mediador do conhecimento, apresentaram potencial para que a aprendizagem dos estudantes apontasse indícios de ser significativa. Isso se evidenciou, pois, as diferentes tendências adotadas oportunizaram resgatar os conhecimentos subsunçores e promover o interesse dos estudantes, propiciando-lhes condições para aprenderem conteúdos matemáticos.

Com relação ao potencial das tendências, destacamos que elas oportunizaram aos estudantes conjecturar e criar novos conhecimentos por meio da aprendizagem por descoberta. Nos grupos, os estudantes eram incentivados a discutirem e elaborarem estratégias com vistas a alcançar as soluções para os diferentes problemas, objetivando alcançar as soluções, sendo esses problemas oriundos da Modelagem Matemática, da Resolução de Problemas, no contexto dos Jogos, resultante dos textos elaborados pelos estudantes, e também considerados com a adoção de Recursos Tecnológicos.

Quando foi necessário que o professor trabalhasse conteúdos novos, para que os estudantes conseguissem resolver os problemas para os quais não dispunham de conhecimento, esses conteúdos foram trabalhados segundo a perspectiva da aprendizagem por recepção, no entanto, considerando as bases cognitivas dos estudantes. Nesse viés, conceitos novos foram estudados no contexto das diferentes tendências metodológicas abordadas, considerando-se os preceitos da assimilação obliteradora e da reconciliação integradora.

Ainda, com relação à potencialidade das tendências, verificamos que elas apresentaram as condições para que o professor adote materiais potencialmente significativos. Esses materiais auxiliaram os estudantes na compreensão das diferentes situações-problema e por meio dos quais os estudantes conjecturaram conceitos específicos da matemática.

Com relação aos objetivos específicos, ponderamos que todos foram alcançados, conforme sintetizados na avaliação do plano de intervenção e nos resultados alcançados. Consideramos que, quando diferentes tendências metodológicas são adotadas em sala de aula na Educação Básica, uma apoiando e fortalecendo a outra, também considerando os subsunçores e a predisposição dos estudantes, firma-se a base para que eles aprendam de forma significativa.

As atividades desenvolvidas junto aos estudantes do 6º ano mostraram que todas as tendências são importantes para a construção e aperfeiçoamento dos conhecimentos dos estudantes, conduzindo-lhes ao caminho da aprendizagem significativa. Nesse meio, a Modelagem Matemática se destacou pelo seu potencial de abrir horizontes para a adoção das outras tendências metodológicas, conforme foi sintetizado (Figura 80). As Tecnologias demonstraram sua importância, ao facilitarem a compreensão e o entendimento de problemas que seriam extremamente trabalhosos se resolvidos sem sua adoção.

Ainda nesse âmbito, os Jogos deixaram o ambiente de ensino e aprendizagem mais atrativo e desafiador aos estudantes e promoveram maior interesse pelo ato de aprender. A Resolução de Problema evidenciou que, ao ser desafiado a resolver um problema, adequado ao seu desenvolvimento, ele se sente motivado na busca pela solução, o que promove a aprendizagem, e isso se fortalece quando, no contexto dos problemas, são adotadas materiais com potencial de significação para os estudantes. A Leitura, Escrita e Produção de Texto em Matemática mostra sua importância em âmbito do contínuo da atuação com as demais tendências, propiciando a base para que o estudante consiga ler, interpretar, compreender e sistematizar o que está nos emaranhados dos textos. E, também, por fornecer um ambiente para que os estudantes consigam ser os protagonistas de suas histórias, buscando tornar a Matemática parte de suas invenções.

A adoção de diferentes tendências metodológicas utilizadas em conjunto mostraram indícios de aprendizagem significativa, considerando os diferentes princípios da TAS, conforme foi sintetizado nas Figuras 14, 16, 22, 23, 40, 43, 60 e 73 e nos Quadros 24 e 30. Essas sistematizações apresentaram indícios de aprendizagem representacional, conceitual e proposicional em âmbito dos diferentes conteúdos matemáticos.

Diante das práticas desenvolvidas e das constatações averiguadas no desenvolvimento e implementação dos planos de ações, explicitamos que práticas com diferentes tendências metodológicas, quando consideram os conhecimentos subsunçores e adotam material com potencial de significação na perspectiva de organizadores prévios, dependendo da forma como são conduzidas, promovem ora aprendizagem por diferenciação progressiva ora por reconciliação integradora. Dessa forma, se dá a sustentação para que a aprendizagem significativa se torne um fato e não somente uma esperança.

9.1 Dificuldades encontradas

As dificuldades se acentuaram basicamente em três momentos: os dois primeiros se deram com os estudantes, enquanto a pesquisa era desenvolvida. Ainda durante a sondagem inicial, identificamos que a maior parte dos estudantes era muito dependente dos direcionamentos do professor, somente seguiam modelos preestabelecidos, do tipo “Siga o exemplo!”. No entanto, essa dificuldade foi superada na medida em que os trabalhos se desenvolveram e que eles perceberam que nós não lhes apresentamos caminhos prontos, mas sempre os incentivamos a desenvolver o próprio raciocínio.

A outra dificuldade foi em relação à falta de conhecimento de informática por parte dos estudantes e a pequena infraestrutura tecnológica do colégio. Com isso, foi necessário maior tempo, auxiliando os estudantes em conhecimentos básicos de informática e os ajudando nos momentos que os computadores travavam.

E a terceira dificuldade aconteceu durante as análises dos dados coletados, em decorrência da pandemia de Covid19. Toda a análise foi realizada em casa, juntamente com filho pequeno em atividade remota, e com muito barulho de crianças brincando na rua em frente de casa, pelo fato de as escolas estarem fechadas. Se não fossem esses obstáculos, teríamos defendido seis meses antes.

9.2 Trabalhos futuros

Diante do conhecimento de que todo o fim é início de um novo ciclo, estabelecemos como foco para trabalhos futuros, desenvolver um curso de formação para professores da Educação Básica, no qual apresentaremos a TAS e os encaminhamentos para atuarem em sala de aula com as tendências metodológicas da Educação Matemática, com vistas a potencializar o desenvolvimento de aprendizagem significativa. As análises e a implementação da proposta é esperada para um trabalho de pesquisa em estágio de Pós-Doutorado. Acreditamos que, quanto mais professores tiverem conhecimento dos princípios da TAS e atuarem em sala de aula considerando esses princípios, relacionando-os as tendências metodológicas, mais estudantes terão interesse pela Matemática.

Também vislumbramos que o presente trabalho aponta para novas possibilidades de estudos na área da investigação com outras tendências metodológicas que aqui não foram contempladas. O professor em sala de aula pode adotar outras tendências e analisar os resultados segundo perspectivas de diferentes teorias de aprendizagem, não restringindo-se somente na TAS, mas com foco na melhor forma de potencializar a aprendizagem dos estudantes. Sendo assim, novos estudos também podem ser desenvolvidos em âmbito da Educação Matemática, uma vez que na presente pesquisa verificamos uma ruptura de paradigma, por meio do qual as tendências metodológicas até então disjuntas, passam a ser consideradas em conjunto, tendo em vista um propósito específico, subsidiar que a aprendizagem dos estudantes se constitua de forma significativa.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, K. L. A. B. **Jogos no ensino de matemática:** uma análise na perspectiva da mediação. 2017. 238 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Paraíba. João Pessoa, 2017.

ANDRÉ, T. C. O Sistema de numeração decimal no Ensino Inicial de matemática: contribuições do ábaco e do material dourado. **Ideação**, v. 11, n. 1, p. 99-110, 2009.

ANDRINI, A.; VASCONCELLOS, M.J. **Praticando matemática 6**. 4ed. Renovada. São Paulo: Editora do Brasil, 2015.

AQUINO, J. G. **Diferenças e preconceitos na escola:** alternativas teóricas e práticas. 2. ed. São Paulo: Summus, 1998.

ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel:** sistematização dos aspectos teóricos fundamentais. Tese (Doutorado em Educação) UNICAMP, Campinas, 1976.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos:** Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. 1º Ed. Grune & Stratton. New York, 1963.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional.** Trad. De Eva Nick e outros. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BAILO, F. R. R. **Análise dos usos da variável presente no caderno do aluno na introdução à álgebra da Proposta Curricular do Estado de São Paulo do ensino fundamental II de 2008 e 2009**. 2011. 165 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

BARBOSA, K. C. B. A.; NACARATO, A. M.; DA PENHA, P. C. A escrita nas aulas de matemática revelando crenças e produção de significados pelos alunos. **Série-Estudos-Periódico do Programa de Pós-Graduação em Educação da UCDB**, 2008.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** 3ª reimp. da 1ª ed. São Paulo: Edições, v. 70, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BOGDAN, R; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto editora, 1994.

BRUM, W. P.; SCHUHMACHER, E. O tema solo no ensino fundamental: concepções alternativas dos estudantes sobre as implicações de sustentabilidade. **Experiências em Ensino de Ciências**, v. 9, n. 1, p. 50-61, 2014.

BENITES, M. C. P. **Cálculo nos anos iniciais do ensino fundamental:** dúvidas e expectativa. 2011. 95 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) - Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, 2011.

BERALDI, G. M; GONÇALVES, J. L. A. G; QUEIROZ, P. P. Aprendizagem significativa e ensino de física: um relato de experiência acerca da participação de alunos com TEA em grupo de robótica escolar. **Revista Interdisciplinar Parcerias Digitais**, v. 1, n. 2, 2020.

BLANCO, B. Games e violência: como evoluir o debate, **Youtube.** 20 de mar. de 2019. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=sp--enNJgAM > Acesso em 15 Set. 2019.

BOHM, F. C. **Multiplicação:** ensinar e aprender em turmas de alunos surdos do Ensino Fundamental na Escola Especial Professor Alfredo Dub. 2018, 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2018.

BOMFIM, F.S. **História da matemática e cinema:** o caso da criptografia na introdução do ensino de álgebra. 2017, 133 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2017.

BRUM, W. P.; SILVA, S. C. R. Obstáculos no ensino de matemática: o posicionamento de professores de matemática sobre a fonte de obstáculos durante a apresentação do tema probabilidade. **Itinerarius Reflectionis**, v. 11, n. 1, 2015.

BRUM, W. P.; SCHUHMACHER, E. Uma abordagem de conceitos elementares de geometria não euclidiana: uma experiência vivenciada no ensino de matemática a partir de uma sequência didática. **HOLOS**, v. 1, p. 258-281, 2014.

BUENO, J. L. P.; GOMES, M. A. O. Uma análise histórico-crítica da formação de professores com tecnologias de informação e comunicação. **Revista Cocar**, Belém, v. 5, n. 10, p. 53-64, 2011.

BULEGON, A. M. **Contribuições dos objetos de aprendizagem, no ensino de física, para o desenvolvimento do pensamento crítico e da aprendizagem significativa**. 2011. 156 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2011.

BURAK, D. **Modelagem Matemática:** uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 1987. 185 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP. Rio Claro, 1987.

______. **Modelagem Matemática:** ações e interações no processo de ensino aprendizagem. 1992. 459 f. Tese (Doutorado em educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

______. Uma experiência com a Modelagem Matemática. **PRÓ-MAT**, Curitiba, v.1, p.32-47.1998.

______. A Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática. **Educação Matemática Sem Fronteiras**: Pesquisas em Educação Matemática, v. 1, n. 1, p. 96-111, 2019.

BURAK, D.; ARAGÃO, R.M.R. **Modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. 1.ed. Curitiba:CRV,2012.

CAMARGO, J.D.; **O ensino de estatística e matemática no 9° ano do Ensino Fundamental:** uma abordagem versando sobre o tema água e consumo consciente. 2014. 109 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Ponto Alegre, 2014.

CARNEIRO, R. F; PASSOS, C. L. B. A utilização das tecnologias da informação e comunicação nas aulas de matemática: limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014.

CARVALHO, R. L. de. **A criação de ambientes favoráveis à aprendizagem significativa crítica em contextos de cursos regulares nas aulas de matemática.** 2012. 181 f. Dissertação (Mestrado) Mestrado Profissional em Educação Matemática – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

CHAGAS, E. Educação matemática na sala de aula: problemáticas e possíveis soluções. **Educação e Matemática**, n. 71, p. 43-46, 2003.

CISNEROS, F. Diseño de un software educativo para propiciar el aprendizaje significativo de la geometría en la Educación Primaria Bolivariana. **SAPIENS**, v. 12, n. 2, p. 31-46, 2011.

COSTA, A. S. da. **Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros**. 2015. 164 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari. Lajeado, 2015.

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa:** métodos qualitativo, quantitativo e misto. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CRUZ, Vitor. Desenvolvimento cognitivo e aprendizagem da matemática. **Análise Psicológica**, v. 32, n. 1, p. 127-132, 2014.

DANTE, L. R. **Ensino de Matemática de Bolso:** Reflexões sobre como ensinar Matemática com significado, de acordo com a BNCC. Editora do Brasil, 2021.

DELATORRE, P. C. S. A Educação Matemática e o software Cabri: uma pesquisa-ação com alunos de 7ª série do Ensino Fundamental. 2007. 93 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Humanas) - Universidade do Oeste Paulista, Presidente Prudente, 2007.

DOMINGOS, V. S. **Desenvolvendo os conceitos de perímetro e de área no Ensino Fundamental**. 2013. 104 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado Profissional em Rede, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

ELIAS, A.P. de A. J. **Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula:** construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau. 2018. 135 f. Dissertação (Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2018.

ENGEL, G. I. Pesquisa-ação. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 16, p. 181-191, 2000.

EPOCANEGOCIOS, 2019. Disponível em https://epocanegocios.globo.com/Empresa/noticia/2019/06/mercado-de-games-deve-gerar-receita-de-us-152-bilhoes-em-2019.html#:~:text=No%20quesito%20geogr%C3%A1fico%2C%20os%20Estados,bilh%C3%B5es%20ao%20longo%20de%202019. Acessado em 10 de Out. 2019.

Figueiredo, T. M. de F. Q. **Possíveis relações entre competências de cálculo mental e iniciação algébrica de alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental**. 2013. 181 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma Reflexão sobre o Uso de Materiais Concretos e Jogos no Ensino da Matemática. **Boletim SBEM-SP**. São Paulo, ano 4, n.7, p. 5-10, jul./ago. 1990.

FLEMMING, D. M; MELLO, A.C.C. de. **Criatividade e jogos didáticos**. São José: Saint-Germain, 2003.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F; MELLO, A. C. C. de. **Tendências em educação matemática.** Palhoça, SC**: Editora InisulVirtual,** 2005.

GALERA, J. M.; BORSOI, B. T. **Ciência, tecnologia e cidadania:** um desafio no cotidiano do professor. 2005. Disponível em http://www.drb-m.org/av1/3ciencia-tecnologiaecidadania.pdf. Acessado em 05 de Agosto 2019.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GIOVANNI, C. GIOVANNI, Jr. **A Conquista da Matemática.** 6º ano Ensino Fundamental. São Paulo: FTD, 2007.

GONÇALVES, M. D. **Uma abordagem para a construção de triângulos e do Teorema de Pitágoras mediada pelo software SuperLogo**. 2014. 145 f. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2014.

OLIVEIRA, G. P. de; GONÇALVES, M. D. Construções em Geometria Euclidiana Plana: as perspectivas abertas por estratégias didáticas com tecnologias. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, p. 92-116, 2018.

GOULART, A. M. A. **A aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas.** 2014. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2014.

GRANDO, R. C. **O jogo [e] suas possibilidades metodologicas no processo ensino-aprendizagem da matematica.** 1995. 175f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, 1995.

GRANDO, R. C. Recursos didáticos na Educação Matemática: jogos e materiais manipulativos. **Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco**, v. 5, n. 02, p. 393-416, 2015.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 224f. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, 2000.

GUIMARÃES, C. C. Experimentação no ensino de química: caminhos e descaminhos rumo à aprendizagem significativa. **Química nova na escola**, v. 31, n. 3, p. 198-202, 2009.

HUF, S. F. **Modelagem na Educação Matemática no 9º Ano do Ensino Fundamental:** Uma perspectiva para o ensino e a aprendizagem. 2016. 134f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Estadual do Centro-Oeste. Guarapuava, 2016.

HUMMES, V. B. **Aprendizagem Significativa de Equações de Primeiro Grau:** Um Estudo sobre a Noção de Equivalência como Conceito Subsunçor. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2014.

JESUS, M. A. S. de. **As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 2005.

JÚNIOR, A. J. V. Contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa para a aprendizagem de conceitos em Botânica. **Acta Scientiarum. Education**, v. 33, n. 2, p. 281-288, 2011.

JUNIOR, A. J. V; ZANON, A. M; DE VARGAS, I. A. O ensino de biologia vegetal subsidiado pela teoria da aprendizagem significativa. **Revista e-Curriculum**, v. 16, n. 4, 2018.

KALLEDER, H. A importância do trabalho em equipe no ambiente cooperativo. **FABE em Revista**, v. 3, n. 3, p. 1-9, 2012.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008.

LANUTI, J. E. de O. E. **Educação Matemática e Inclusão Escolar:** a construção de estratégias para uma aprendizagem significativa. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2015.

LEITÃO, M. R. **Tesselações no ensino de geometria euclidiana.** 2015. 59 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2015.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LEÃO, A. S. G. *et al*. A aprendizagem significativa em um contexto matemático: estudos sobre o conceito de área. **Vivências: Revista Eletrônica de Extensão da URI.** Vol. 14, N.27: p. 129-139, Outubro/2018.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Um olhar sociológico sobre a avaliação escolar. **Tecnologia educacional**, v. 21, n. 108, p. 14-19, 1994.

MACHADO, N. J. Interdisciplinaridade e matemática. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 24-34, 1993.

MALTA, L. Sobre um método não tradicional para aprender cálculo. **HTEM– Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática.** Rio de Janeiro: UERJ, v. 1, p. 213-220, 2002.

MARANHÃO, R. B. **O Laboratório de ciências da natureza:** uma proposta interdisciplinar para professores de matemática do segundo ano do ensino médio. 2015. 98 f. Dissertação (Mestrado)- Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2015.

MARTINI, C. M; BUENO, J. L. P. O desafio das tecnologias de informação e comunicação na formação inicial dos professores de matemática. **Educação Matemática Pesquisa:** Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 16, n. 2, 2014.

MINAYO, M. C. de S. Análise qualitativa: teoria, passos e fidedignidade. **Ciência & saúde coletiva**, v. 17, n. 3, p. 621-626, 2012.

MIRANDA, G. L. Limites e possibilidades das TIC na educação. **Sísifo Revista de Ciências da Educação**, v. 3, p. 41-50, 2007.

MORAM, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com apoio de tecnologia. In: MORAN, J. M; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas Tecnologias e**

mediação pedagógica. 21ª Ed. rev. E atual.- Campinas, SP: Papirus, 2013. 4ª reimpressão 2015.

MASSONI, N. T.; BARP, J.; DANTAS, C. R. da S. O ensino de Física na disciplina de ciências no nível fundamental: reflexões e viabilidade de uma experiência de ensino por projetos. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** v. 35, n. 1, p. 235-261, 2018.

MODTKOSKI, H. M. **Conceito matemática x algoritmo:** construção do conhecimento ou simples mecanização? 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

MOREIRA, M. A. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Editora Universidade de Brasília, 2006.

MOREIRA, M. A. MASINI, E.F.S. **Aprendizagem significativa:** condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos. 1ª Edição. São Paulo: Vetor, 2008.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora pedagógica e universitária, 1999.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal aprendizagem significativa?** Aula Inaugural do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais, Instituto de Física, Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, MT, 23 de abril de 2010. Disponível em <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf> Acesso em: 19 de março de 2019.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 10, p. 1-6, 2005.

NOVAK, J.D. **Uma teoria de Educação**. 1981. Título em inglês: "A Theory of Education". Tradução de Marco Antônio Moreira. São Paulo: Pioneira, 1981.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky – aprendizado e desenvolvimento:** um processo sócio-histórico. 2º ed. São Paulo: Scipione, 1995.

OLIVEIRA, R. A. de. **Caderno de atividades e jogos:** material dourado e outros recursos. 2012. Disponível em< https://www.soescola.com/wp-content/uploads/2017/12/Caderno-de-Atividades-e-Jogos-Material-Dourado-e-Outros-Recursos.pdf> acessado em 7 /10/ 2020.

OLIVEIRA, O. **Dominós como Recurso Didático para o Ensino de Matemática**. 2018. 133 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós – Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, 2018.

OLIVEIRA, R. A. de; LOPES, C. E. O ler e o escrever na construção do conhecimento matemático no ensino médio. **Bolema: Boletim de Educação Matemática,** v. 26, p. 513-534, 2012.

OLIVEIRA, G. P. de; GONÇALVES, M. D. Construções em Geometria Euclidiana Plana: as perspectivas abertas por estratégias didáticas com tecnologias. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, p. 92-116, 2018.

Ortiz, J. P. (2005). Aproximação teórica à realidade do jogo. In: MURCIA, J. A. M. **Aprendizagem através do jogo**. São Paulo: Artmed Editora, 2005.

OZKAN, A.; OZKAN, E. M. Misconceptions and learning difficulties in radical numbers. **Procedia-Social and Behavioral Sciences**, v. 46, p. 462-467, 2012.

PAGANI, R. N.; KOVALESKI, J. L.; RESENDE, L. M. Methodi Ordinatio: a proposed methodology to select and rank relevant scientific papers encompassing the impact factor, number of citation, and year of publication. **Scientometrics**, v. 105, n. 3, p. 2109-2135, 2015.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica**. Governo do Estado do Paraná, 2008. Disponível em<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf> Acessado em 15 de Abril de 2019.

PESENTE, G. M. **O ensino de matemática por meio da linguagem de programação Python 2019**. 134 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2019.

PETTY, A. L. S. **Ensaio sobre o Valor Pedagógico dos Jogos de Regras:** uma perspectiva construtivista. São Paulo, SP, 1995. 133f.. Dissertação de Mestrado. Instituto de Psicologia, USP.

POLYA, G. **A arte de Resolver Problemas.** 1945. Título em inglês: “How to solve it: a new aspect of mathematical method”. Tradução de Heitor Lisboa Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P. da; VELEZ, I. Representações em tarefas algébricas no 1º ciclo. **Educação e Matemática**, n. 113, p. 11-16, 2011.

PONTE, J. P. **Matemática:** uma disciplina condenada ao insucesso. Lisboa: Noesis, 1994.

PRENSKY, M. Digital natives, digital immigrants. **On the Horizon**. MCB University Press, v. 9, n. 5, Oct. 2001. Disponível em < https://www.marcprensky.com/writing/Prensky%20-%20Digital%20Natives,%20Digital%20Immigrants%20-%20Part1.pdf> . Acesso em: 01 dez. 2019.

RABELO, E. H. **Produção e interpretação de textos matemáticos:** um caminho para um melhor desempenho na resolução de problemas. 1995. 209f. Dissertação (mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1995.

RABELO, E. H. **Textos Matemáticos:** Produção, Interpretação e Resolução de problemas. 3ª ed. Petrópolis, RJ: ed. Vozes, 2002.

RIBOLDI, S. M. O. **A linguagem de programação Scratch e o ensino de funções:** uma possibilidade. 2019. 108 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal Fronteira Sul. Chapeco, 2019.

ROSSATO, S. L. da S. **Análise de erros na divisão de números decimais por alunos do 6º ano do ensino fundamental.** 2014. 111 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Franciscana. Santa Maria, 2014.

SANTOS, M. T. A. **Os desdobramentos teóricos da proporcionalidade na escola de educação básica**. 2018. 100 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2018.

SILVA, R. S. **O uso de jogos lúdicos como recurso facilitador da aprendizagem matemática.** 2015. 96 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande, 2015.

SILVA, T. F. F. da. **“Nem tudo é por Bhaskara”:** a aprendizagem significativa por meio da história em quadrinhos para o ensino da equação do segundo grau. 2017. 127 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) - Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy". Duque de Caxias, 2017.

SILVA, E. A. da. **Aprendizagem significativa no ensino de Química:** uma proposta de unidade de ensino sobre número de oxidação. 2018. 137 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade de Caxias do Sul. Caxias do Sul, 2018.

SILVA, J. J. da. **O software régua e compasso como recurso metodológico para o ensino de geometria dinâmica.** 2011. 123 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física) - Universidade Estadual da Paraíba. Campina Grande, 2011.

SILVA, W. R. da. **O ensino de matemática na escola pública:** uma (inter)invenção pedagógica no 7º ano com o conceito de fração. 2011. 260 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória, 2011.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I; CÂNDIDO, P. **Cadernos do Mathema:** Ensino Fundamental: Jogos de Matemática de 1° a 5° ano. Artmed Editora, 2007.

Soares, P. J. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros:** uma experiência de sucesso. 2008. 151 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SOARES, L. H. **Aprendizagem significativa na educação matemática:** uma proposta para a aprendizagem de geometria básica. 2009. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2009.

SOUZA, C. C. Z. de. **O Ensino da Matemática Financeira na Escola numa Perspectiva de Educação para Vida.** 2016. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

SOUSA, J. C. de. Situações-problema como estratégia para a aprendizagem significativa em Biologia. **Revista de Ensino de Biologia da SBEnBio**, v. 12, n. 2, p. 270-291, 2019.

SOUSA, F. W. S. de. **O uso do Forms como ferramenta de avaliação no ensino da Matemática.** 2020. 90 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília. Brasília, 2020.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação.** 10 ed. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 2000.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e pesquisa,** v. 31, p. 443-466, 2005.

ONUCHIC, L. De La R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema-Mathematics Education Bulletin,** p. 73-98, 2011.

VILLA, L; da SILVA, J. T.; DARROZ, L. M. Educação Financeira no Ensino Médio: uma Proposta Fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa. **Acta Scientiae**, v. 20, n. 1, 2018.

VIVEIROS, J. M. T. N. de. **O insucesso a matemática na transição para o 10º ano:** um estudo centrado nos percursos de ensino e de aprendizagem em contexto escolar. 2012. 463 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade do Porto. Porto, 2012.

APÊNDICE A - Relação completa codificada de Teses e Dissertações resgatadas na Biblioteca de Brasileira de Teses e Dissertações com a combinação booleana “Aprendizagem significativa” AND (“Educação Matemática” OR "Ensino de Matemática") AND ("Educação Básica" OR "Ensino Fundamental") atualizada em 16/03/2021

Cod.	Título do trabalho
T1	(Re)construção do conjunto dos Números Racionais: uma proposta pedagógica sob a luz da aprendizagem significativa
T2	"Nem tudo é por Bhaskara": a aprendizagem significativa por meio da história em quadrinhos para o ensino da equação do segundo grau
T3	A aprendizagem significativa de sistemas de equações do 1º grau por meio da resolução de problemas
T4	A compreensão de duas professoras de matemática sobre o modo como seus alunos aprendem
T5	A criação de ambientes favoráveis à aprendizagem significativa crítica em contextos de cursos regulares nas aulas de matemática.
T6	A Educação Matemática à luz de princípios da aprendizagem significativa e de suas implicações na interação professor-aluno conhecimento matemático em aula
T7	A Educação Matemática e o software Cabri: uma pesquisa-ação com alunos de 7ª série do ensino fundamental
T8	A influência da "matematização" na aprendizagem de ciências naturais : um estudo sobre a aprendizagem da cinemática no 9º ano do ensino fundamental
T9	A linguagem de programação Scratch e o ensino de funções: uma possibilidade
T10	A ludomatemática na educação de estudantes surdos(as) na perspectiva inclusiva
T11	A utilização de atividades lúdicas e exploratórias no ensino e aprendizagem de matemática
T12	A Utilização de jogos concretos na aprendizagem de indução finita no ensino superior
T13	Alunos surdos e o uso do software Geogebra em matemática: possibilidades para a compreensão das equações de 2º grau
T14	Análise da prova da primeira fase da OBMEP como subsídio para orientar a prática docente
T15	Análise de erros na divisão de números decimais por alunos do 6º ano do ensino fundamental
T16	Análise dos argumentos das Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná no ensino de ciências nas séries finais do ensino fundamental
T17	Análise dos usos da variável presente no caderno do aluno na introdução à álgebra da Proposta Curricular do Estado de São Paulo do ensino fundamental II de 2008 e 2009
T18	Aprendizagem significativa como integração dos conteúdos factual, conceitual, procedimental e atitudinal na educação ambiental
T19	Aprendizagem significativa conceitual, procedimental e atitudinal na educação alimentar e nutricional, no ensino fundamental, por meio de multiplicidade representacional
T20	Aprendizagem significativa de equações do primeiro grau: um estudo sobre a noção de equivalência como conceito subsunçor
T21	Aprendizagem significativa, explorando alguns conceitos de geometria analítica: pontos e retas.
T22	Aprendizagem significativa: uma proposta de ensino e aprendizagem da geometria euclidiana espacial no ensino médio
T23	As atitudes e o desempenho em operações aritméticas do ponto de vista da aprendizagem significativa
T24	Atividades de modelagem matemática visando a uma aprendizagem significativa de funções afins, fazendo uso do computador como ferramenta de ensino

T25	Atividades experimentais na formação continuada de professores de Física da Educação Básica
T26	Cálculo nos anos iniciais do ensino fundamental: dúvidas e expectativa
T27	Compreensão dos conceitos perímetro da circunferência e área do círculo com o auxílio do GeoGebra
T28	Conceito matemático X algoritmo: construção do conhecimento ou simples mecanização?
T29	Contribuições de uma sequência didática para a promoção da alfabetização científica nos anos iniciais
T30	Contribuições do ensino de ciências no centro de atendimento socioeducativo de Goiânia
T31	Contribuições dos jogos para o processo de ensino-aprendizagem em matemática na educação básica
T32	Desenvolvendo os conceitos de perímetro e de área no ensino fundamental
T33	Dominós como recurso didático para o ensino de matemática
T34	Educação Matemática e Inclusão Escolar: a construção de estratégias para uma aprendizagem significativa
T35	Estudo de uma sequência didática na perspectiva de Ausubel para alunos do sexto ano do ensino fundamental sobre astronomia
T36	Experimentação no ensino de células galvânicas utilizando o método Jigsaw
T37	Formação de professores para os anos iniciais: uma experiência com o ensino de ciências
T38	História da matemática e cinema: o caso da criptografia na introdução do ensino de álgebra
T39	Implicações pedagógicas do lúdico para o ensino e aprendizagem da álgebra
T40	Investigações sobre as interações discursivas na elaboração do conhecimento de densidade nas aulas de ciências
T41	Mapas conceituais no ensino de Ciências: Um estudo centrado em dissertações e teses
T42	Matemática escolar: tendências metodológicas para o processo de ensino-aprendizagem de geometria plana
T43	Matemática sociocultural versus matemática acadêmica no contexto do futuro professor: um estudo etnomatemático
T44	MEMORIAIS FORMATIVOS COMO RECURSO AVALIATIVO NO ENSINO SUPERIOR DE CIÊNCIAS BIOLÓGICAS
T45	Metodologia de projetos no ensino das ciências - Reflexão, estratégia e prática metodológica no 5° ano do Ensino Fundamental na escola São Pedro Parananema - Parintins/Am
T46	Multimodos de representações e a aprendizagem significativa de estudantes do ensino fundamental sobre aquecimento global: uma estratégia didática
T47	Multiplicação: ensinar e aprender em turmas de alunos surdos do Ensino Fundamental na Escola Especial Professor Alfredo Dub
T48	O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental
T49	O ensino da matemática financeira na escola numa perspectiva de educação para vida
T50	O ensino de ciências na formação dos professores: limites, desafios e possibilidades no curso de pedagogia
T51	O ensino de estatística e matemática no 9° ano do Ensino Fundamental: uma abordagem versando sobre o tema água e consumo consciente

T52	O ensino de Matemática na Escola Pública: uma (inter)invenção pedagógica no 7º ano com o conceito de fração
T53	O ensino de matemática por meio da linguagem de programação Python
T54	O ensino do Sistema de Numeração Decimal nas séries iniciais do Ensino Fundamental: as relações com a aprendizagem do sistema posicional
T55	O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso
T56	O jogo de bocha adaptado como recurso no ensino da matemática para alunos com paralisia cerebral
T57	O software régua e compasso como recurso metodológico para o ensino de geometria dinâmica
T58	O uso da história da ciência e do Vê de Gowin: uma proposta de educação científica para professores das séries iniciais do ensino fundamental
T59	O uso da modelagem matemática no ensino de funções: uma abordagem dinâmica e variacional
T60	O uso da modelagem para o ensino da função seno no ensino médio
T61	O uso das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) na prática pedagógica do professor de matemática do ensino médio
T62	O uso de jogos lúdicos como recurso facilitador da aprendizagem matemática
T63	O uso do Forms como ferramenta de avaliação no ensino da Matemática
T64	O uso do Geogebra 3D e a aprendizagem significativa da geometria espacial no ensino médio
T65	Os conhecimentos prévios e o ensino de números inteiros
T66	Os desdobramentos teóricos da proporcionalidade na escola de educação básica
T67	Possibilidades de utilização de smartphones em sala de aula: construindo aplicativos investigativos para o trabalho com equações do 2º grau
T68	Possíveis relações entre competências de cálculo mental e iniciação algébrica de alunos de 6º e 7º anos do Ensino Fundamental
T69	Práticas de aprendizagem organizacional: Estudo de casos múltiplos em empresas de consultoria na cidade de São Paulo
T70	Prova Brasil: concepções dos professores sobre a avaliação do rendimento escolar e o ensino de matemática no município de Aracaju (SE)
T71	Referenciais curriculares do estado de Rondônia e prática pedagógica de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental em Nova União/RO
T72	Robótica educacional no ensino fundamental I: perspectivas e práticas voltadas para a aprendizagem da matemática
T73	Significados de fotossíntese elaborados por alunos do ensino fundamental a partir de atividades investigativas mediadas por multimodos de representação
T74	Tecnologias móveis na formação de professores que ensinam matemática
T75	Tesselações no ensino de geometria euclidiana
T76	Tópicos de teoria dos números aplicados ao ensino básico e técnico profissionalizante
T77	Um novo olhar para a matemática financeira no ensino médio
T78	Uma abordagem para a construção de triângulos e do Teorema de Pitágoras mediada pelo software SuperLogo

T79	Uma análise da contribuição do GeoGebra como recurso interativo para o estudo de áreas e volumes
T80	Uma estratégia para a OBMEP: o impacto das demonstrações sob a perspectiva da aprendizagem significativa
T81	Uma intervenção pedagógica na educação básica com potencial de ampliar a visibilidade da produção científica feminina
T82	Uma proposta para o uso da história da ciência para a aprendizagem de conceitos físicos nas séries iniciais do ensino fundamental
T83	Uma sequência didática com materiais manipulativos no ensino da matemática para alunos surdos no ensino fundamental fase I
T84	Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros

APÊNDICE B - Relação completa com as descrições das pedras do bingo em ordem crescente

Bingo: Números Primos, Múltiplos, divisores, MMC e MDC	
1	Único número que tem apenas um divisor. Sendo um motivo pelo qual não é primo.
2	Único número par que é primo.
3	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (6 ; 9) Primeiro número ímpar primo.
4	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (8 ; 12) Um número par, múltiplo de dois, maior que o primeiro número primo e menor que cinco.
5	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (10 ; 15) Segundo número primo que é ímpar.
6	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (2 ; 3) Primeiro múltiplo de 6 diferente de zero.
7	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (14 ; 21) Maior divisor de 14 diferente do próprio 14.
8	Máximo divisor comum ou Maior divisor comum – MDC (40 ; 56) Os divisores são 1 ,2, 4, o próprio número.
9	Símbolo que representa maior quantidade no sistema de numeração indo-arábico, só é divisível por 1,3, e ele mesmo
10	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (2 ; 5) Primeiro número de dois algarismo, múltiplo de 0, 2 e 5.
11	Maior número primo menor que 12.
12	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (4 ; 3) Os divisores são 1, 2, 3, 4, 6, o próprio número.
13	MDC (26 ; 13) Número primo mais próximo depois do 11.
14	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (7 ; 2) Os divisores são 1, 2, 7, 14. (obs.: esses são todos os divisores)
15	Não sou primo só porque estou na tabuada do 5 e do 3. Ou seja, sou MMC de 5 e 3.
16	Próximo número natural depois do MMC de 5 e 3.
17	É um número primo mais próximo e menor que o número primo 19.
18	Mínimo múltiplo comum ou Menor múltiplo comum – MMC (2 ; 9) Maior múltiplo de 9 menor que 20.
19	Não tenho divisores diferente de 1 e de mim mesmo, ou seja, sou número primo e o mais próximo de 20.
20	Meus divisores são 1, 2, 4, 5, 10, e eu mesmo.
21	Sou o menor múltiplo comum de 3 e 7. MMC (3 ; 7)
22	Meus divisores são 1, 2, 11 e eu mesmo.
23	Número primo maior que 20 e menor que 25.
24	MDC (48; 24) Sou múltiplo de 0, 2, 3, 4, 6, 12 e bem próximo de 25.
25	MDC (50; 75) Só tenho 3 divisores: 1, 5 eu mesmo. Estou depois de 4 x 5.
26	Sou múltiplo de 13 mais próximo de 30.
27	Estou na tabuada do 1, 3, e do 9, e próximo de 3 dezenas.
28	Meus divisores são 1, 2, 4, 7, 14, eu mesmo
29	Tenho só dois divisores 1 eu mesmo, sou o número primo mais próximo de 30 e menor que 30.
30	MMC (5; 10; 15) Múltiplo de 10 menor que 50, a casa das dezenas e composta pelo primeiro número primo ímpar.
31	Primeiro número primo depois de 30. Na casa da unidade está o número que tem só um divisor.
32	Meus divisores são 1, 2, 4, 8, 16 e eu mesmo.
33	A casa da dezena e da unidade é composta pelo primeiro número primo ímpar.

34	MMC (2;17); Estou antes de 35, meu maior divisor, não considerando eu próprio é 17.
35	MDC (70; 105); Múltiplo de 5, na casa da dezena está o primeiro primo ímpar e na casa da unidade o segundo primo ímpar.
36	MMC (18; 4); Múltiplo de 18, maior que 18 e menor que 40.
37	Próximo número primo depois de 31. (obs.: 31 é primo). Na casa das unidades está o quarto número primo.
38	Sou um número par, meus divisores são 1, 2,19, e eu mesmo.
39	Sou divisível por 3, estou entre 30 e 40, tenho o número das unidades o triplo das dezenas.
40	MDC (80; 120) Sou divisível por 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.
41	Número primo mais próximo de 40. Na casa da unidade está o número que não é primo por ter só um divisor.
42	Primeiro múltiplo de 3 maior que 40.
43	É um número divisível por um e por ele mesmo. Na casa das dezenas está o dobro de 2, nas unidades o menor primo ímpar.
44	MMC (22; 4) e o primeiro múltiplo de 4 depois de 40.
45	Primeiro múltiplo de 5 antes de 50 e depois do 40.
46	Só tem 4 divisores, não conto o menor nem o maior, mas os dois do meio são 2 e 23.
47	Próximo número primo depois de 45 antes de 50.
48	Múltiplo de 12 mais próximo de 50.
49	Múltiplo de 7 mais próximo de 50.
50	MDC (100; 150). Múltiplo de 10, entre 0 e 100 está no meio.
51	MMC (3 , 17) Divisível por 1, 3, 17, o próprio número. Está depois de 5 dezenas.
52	É o quinto múltiplo de 13, o primeiro é o zero (0, X, X, X, X)
53	É um número primo, na casa da dezena está o segundo primo ímpar e na casa da unidade o primeiro primo ímpar.
54	MMC (6; 27) Os divisores são 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, próprio número.
55	Múltiplo de 5 depois do 50. O símbolo da unidade é igual o da dezena.
56	Os divisores são 1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, próprio número.
57	Múltiplo de 19. Os divisores são 1, 3, 19, próprio número. Está depois de 50.
58	Múltiplo de 29 e múltiplo de 2. É o menor múltiplo comum entre 29 e 2.
59	Número primo menor que 60 e maior que 55.
60	O sétimo múltiplo de 10. Não esqueça que o primeiro múltiplo de qualquer número é o zero.
61	É um número primo. Na casa da dezena está o número que resulta da multiplicação dos **dois** primeiros números primos e na casa da unidade está o único número que tem só um divisor.
62	É o menor múltiplo comum de 31 e de 2.
63	Os divisores são 1, 3, 7, 9, 21, próprio número.
64	O quarto múltiplo de 16. Não esqueça que o primeiro múltiplo de qualquer número é o zero.
65	É múltiplo de 5 e de 13 ao mesmo tempo. Menor que 70.
66	Próximo múltiplo de 22 que está depois do 50.
67	Maior número primo entre 60 e 70. O número que está na casa da unidade é um a mais que o da casa da dezena.
68	Múltiplo de 17 e de 34 que está depois do 50.
69	O menor múltiplo comum entre 3 e 23.
70	Os divisores são 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, próprio número.

71	É o primeiro dos três números primo entre 70 e 80. Na casa da unidade está o número que tem só um divisor.
72	O menor múltiplo comum entre 24 e 36.
73	É o segundo dos três números primo entre 70 e 80. Na casa da unidade está o primeiro primo ímpar.
74	Menor múltiplo comum entre 2 e 37.
75	Os divisores são 1, 3, 5, 15, 25, próprio número.

APÊNDICE C - Termo de assentimento livre e esclarecido (TALE) Consentimento para uso de imagem e som de voz (TCUISV) (Para menores de 18 anos de idade)

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TALE)
(Para menores de 18 anos de idade)

Título do Projeto: Aprendizagem Significativa a Partir de Articulações de Tendências em Educação Matemática.
Investigador: Samuel Francisco Huf
Local da Pesquisa: Colégio Estadual Dr. Epaminondas Novaes Ribas
Endereço: R. Alberto de Oliveira, 2100 - Nova Rússia, Ponta Grossa - PR,
CEP : 84071-020

O que significa assentimento? *O assentimento significa que você concorda em fazer parte de um grupo de adolescentes, da sua faixa de idade, para participar de uma pesquisa. Serão respeitados seus direitos e você receberá todas as informações por mais simples que possam parecer.*

Pode ser que este documento denominado TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO contenha palavras que você não entenda. Por favor, peça ao responsável pela pesquisa ou à equipe do estudo para explicar qualquer palavra ou informação que você não entenda claramente.

Informação ao participante da pesquisa:

Você está sendo convidado(a) a participar de uma pesquisa, que tem o objetivo de trabalhar durante as aulas de matemática, conteúdos matemáticos a partir de situações que emergem do conhecimento que vocês já possuem (subsunçores), que faça sentido e que tenha significado para vocês. Esse trabalho se dará a partir das tendências em Educação matemática (história da Matemática; investigações matemáticas; etnomatemática; modelagem matemática; resolução de problemas; jogos; e, mídias tecnológicas) com vistas em proporcionar a vocês uma aprendizagem significativa.

Sua participação ocorrerá durante as aulas de matemática no segundo semestre de 2019 ou primeiro semestre de 2020, se você concordar em participar se propõe a desenvolver com dedicação as atividades propostas pelo professor pesquisador. Como benefício você poderá aprender os conteúdos matemáticos não somente como um requisito de estar na sala de aula, mas de uma forma que você possa perceber a influência dos conteúdos na sua vivência diária, que a partir de conhecimentos que você já possui, os novos conhecimentos adquiridos possam se tornar significativos. Para análises posteriores as aulas serão registradas com fotos, áudios e em vídeos.

Os riscos são mínimos, podendo se caracterizar como constrangimento diante das atividades a serem desenvolvidas, se sentir-se constrangido pode solicitar para não desenvolver a atividade. Se você sentir-se constrangido por apresentar dificuldade em realizar alguma atividade, mediante solicitação ao professor pesquisador, terá atendimento individualizado com vistas a suprir essas necessidades para conseguir acompanhar o andamento da turma. No entanto, também, poderá solicitar não realizar a atividade que lhe constranger.

O pesquisador espera que a pesquisa, futuramente possa ser disseminada para todos os professores interessados em trabalhar conteúdos matemáticos relacionando as tendências em Educação Matemática com vistas a alcançar uma aprendizagem significativa de seus estudantes.

Destacamos que sua participação é voluntária e que caso você opte por não participar, não terá nenhum prejuízo ou represálias e desenvolverá junto ao professor titular, em outra sala, as atividades planejadas no plano de trabalho docente.

Consentimento para uso de imagem e som de voz (TCUISV)

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, permitir que os pesquisadores relacionados neste documento obtenham **fotografia, filmagem ou gravação de voz** a respeito das atividades que eu esteja realizando ou que eu tenha realizado para fins de pesquisa científica/ educacional. As fotografias, vídeos e gravações ficarão sob a propriedade do grupo de pesquisadores pertinentes ao estudo e sob sua guarda.

Concordo que o material e as informações obtidas relacionadas a minha pessoa possam ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, não devo ser identificado por nome ou qualquer outra forma.

Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.

Como participante você tem os direitos de: a) deixar o estudo a qualquer momento e b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, tem liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem penalização.

Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse:

( ) quero receber os resultados da pesquisa (email para envio :___________________)

( ) não quero receber os resultados da pesquisa

DECLARAÇÃO DE ASSENTIMENTO DO PARTICIPANTE DA PESQUISA:

Eu li e discuti com o investigador responsável pelo presente estudo os detalhes descritos neste documento. Entendo que eu sou livre para aceitar ou recusar, e que posso interromper a minha participação a qualquer momento sem dar uma razão. Eu concordo que os dados coletados para o estudo sejam usados para o propósito acima descrito.

Eu entendi a informação apresentada neste TERMO DE ASSENTIMENTO. Eu tive a oportunidade para fazer perguntas e todas as minhas perguntas foram respondidas.

Eu receberei uma cópia assinada e datada deste Documento DE ASSENTIMENTO INFORMADO.

Nome do participante: ____

Assinatura: ___________________ Data:___/___/__

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome do (a) investigador (a): ____

Assinatura: ___________________ Data:___/___/__

Se você ou os responsáveis por você (s) tiver(em) dúvidas com relação ao estudo, direitos do participante, ou no caso de riscos relacionados ao estudo, você deve contatar o investigador do estudo ou membro de sua equipe: Samuel Francisco Huf, telefone celular (42) 9 8807-9630, e-mail: samuelfhuf@gmail.com. Se você tiver dúvidas sobre direitos como um participante de pesquisa, você pode contatar o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494, **e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

APÊNDICES D - Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE)
(Direcionado aos pais ou responsáveis)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)
(Direcionado aos pais ou responsáveis)

Título da pesquisa: Aprendizagem Significativa a Partir de Articulações de Tendências em Educação Matemática

Pesquisador: Samuel Francisco Huf
Endereços: Rua Antônio Saad nº 2510, Condomínio Moradas, casa 542.
Telefones: (42) 9 8807-9630
Local de realização da pesquisa: Colégio Estadual Dr. Epaminondas Novaes Ribas
Endereço, telefone do local:
R. Alberto de Oliveira, 2100 - Nova Rússia, Ponta Grossa - PR, CEP: 84071-020
Fone: (42) 3227-4353

A) INFORMAÇÕES AO PARTICIPANTE

1. Apresentação da pesquisa.

Prezados pais ou responsáveis, o(a) estudante de sua responsabilidade está sendo convidado(a), sob seu consentimento, a participar de uma pesquisa resultante de um projeto de doutorado vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia da UTFPR. A pesquisa consiste em trabalhar durante as aulas de matemática, conteúdos matemáticos, a partir das tendências em Educação matemática (história da Matemática; investigações matemáticas; etnomatemática; modelagem matemática; resolução de problemas; jogos; e, mídias tecnológicas) que podem proporcionar aos estudantes uma aprendizagem significativa. Para análises posteriores, as aulas serão registradas com imagem, áudios e em vídeos.

2. Objetivos da pesquisa.

Temos como objetivo, a partir do trabalho realizado em sala de aula, apontar as relações possíveis entre tendências em Educação Matemática de maneira a proporcionar uma aprendizagem significativa.

3. Participação na pesquisa.

Inicialmente serão apresentados aos estudantes os objetivos almejados, que em linguagem entendível a eles, consiste em trabalhar em sala de aula os conteúdos matemáticos a partir de situações que emergem do conhecimento deles (subsunçores), que faça sentido e que tenha significado para eles. Esse trabalho se dará a partir das tendências em Educação matemática (história da Matemática; investigações matemáticas; etnomatemática; modelagem matemática; resolução de problemas; jogos; e, mídias tecnológicas) que possam proporcionar aos estudantes envolvidos uma aprendizagem significativa.

A verificação dos conhecimentos que possuem será por meio de uma roda de conversas, observações do comportamento diante de situações elencadas em sala de aula e uma avaliação diagnóstica. Com relação a esta avaliação não será usada como critério para compor a nota bimestral, mas a nota será considerada a partir da evolução evidenciada durante todo o processo.

A partir do levantamento dos conhecimentos que possuem buscaremos nas tendências em Educação Matemática a que mais se adéqua a cada contexto com vistas a construírem novos conhecimentos que possa resultar em uma aprendizagem significativa.

Pretendemos trabalhar com duas turmas durante um semestre, sendo uma turma no segundo semestre de 2019 e uma turma no primeiro semestre de 2020. Trabalharemos cinco horas aula por semana, e nossa atuação visará atender aos requisitos quanto ao cumprimento dos conteúdos programático com atividades envolvendo as tendências em Educação Matemática sempre com o objetivo de potencializar a aprendizagem dos estudantes.

4. Confidencialidade.

Destacamos que todos os dados coletados durante a pesquisa não serão identificados com seu nome, mas sim com um código para manter o sigilo e a confidencialidade conforme rege as normativas do Comitê de Ética e Pesquisa.

5. Riscos e Benefícios.

5a) Riscos: *Os riscos aos participantes são mínimos e serão evitados por meio da participação do professor pesquisador em todas as atividades a serem realizadas. Em momentos que algum estudante se sentir constrangido por apresentar dificuldade em realizar alguma atividade, mediante solicitação ao professor pesquisador, terão atendimento individualizado com vistas a suprir essas necessidades para conseguir acompanhar o andamento da turma. O participante que se sentir constrangido, se optar, poderá solicitar para não realizar a atividade.*

5b) Benefícios: *Compreendemos como benefício direto ao estudante participante a possibilidade de estudar na disciplina de matemática os conteúdos de forma a ter sentido e significado, não apenas em contexto escolar, mas que possa se tornar útil e aplicada em situações prática no cotidiano, que os estudantes possam aprender de uma forma significativa por meio de articulações das tendências em Educação Matemática. Para a ciência trará a possibilidade de novos professores de matemática se apoiar na pesquisa realizada e conduzirem suas aulas com a utilização das tendências em Educação Matemática para produzir uma aprendizagem significativa aos estudantes.*

6. Critérios de inclusão e exclusão.

6a) Inclusão: *Os participantes da pesquisa serão estudantes do Ensino Fundamental da rede pública com idade entre 11 e 17 anos que estejam matriculados como aluno regular no referido colégio.*

6b) Exclusão: *Não se aplica.*

7. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.

Os participante (estudantes) tem os direitos de: a) deixar o estudo a qualquer momento e b) de receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Bem como, terão a liberdade de recusar ou retirar o seu consentimento a qualquer momento sem penalização. O acesso aos resultados será fornecido após a publicação da Tese na plataforma do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia, em artigos científicos publicados em periódicos e divulgados junto ao site da SEED Paraná.

Você pode assinalar o campo a seguir, para receber o resultado desta pesquisa, caso seja de seu interesse :

( ) quero receber os resultados da pesquisa (email para envio :___________________)

( ) não quero receber os resultados da pesquisa

8. Ressarcimento e indenização.

A pesquisa não tem custo para os participantes, com relação a ressarcimento se no decorrer da pesquisa for necessário algum material especifico serão fornecidos pelo pesquisador. Se os participantes obtiverem algum dano decorrente da pesquisa é de responsabilidade do pesquisar o ressarcimento.

ESCLARECIMENTOS SOBRE O COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA:

O Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos (CEP) é constituído por uma equipe de profissionais com formação multidisciplinar que está trabalhando para assegurar o respeito aos seus direitos como participante de pesquisa. Ele tem por objetivo avaliar se a pesquisa foi planejada e se será executada de forma ética. Se você considerar que a pesquisa não está sendo realizada da forma como você foi informado ou que você está sendo prejudicado de alguma forma, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa envolvendo Seres Humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR). **Endereço:** Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Bairro Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** (41) 3310-4494,**e-mail:** coep@utfpr.edu.br.

B) CONSENTIMENTO

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da participação direta de meu (minha) filho (a) na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos, benefícios, ressarcimento e indenização relacionados a este estudo.

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, que o estudante sob minha responsabilidade pode participar deste estudo. Estou consciente ele pode deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

CONSENTIMENTO PARA USO DE IMAGEM E SOM DE VOZ (TCUISV)

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, que o estudante sob minha responsabilidade pode participar deste estudo, permitindo que os pesquisadores relacionados neste documento obtenham **fotografia, filmagem ou gravação de voz** do estudante sob minha responsabilidade para fins de pesquisa científica/ educacional. As fotografias, vídeos e gravações ficarão sob a propriedade do grupo de pesquisadores pertinentes ao estudo e sob sua guarda.

Concordo que o material e as informações obtidas relacionadas a minha pessoa possam ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, não devo ser identificado por nome ou qualquer outra forma.

Estou consciente que o estudante sob minha responsabilidade pode deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, que o estudante sob minha responsabilidade pode participar deste estudo.

Nome Completo: ____
RG:______________Data de Nascimento:___/___/_____Telefone:_______________
Endereço: ____
CEP: ________________ Cidade:____________________ Estado: _______________
Assinatura: Data: ___/___/______
____

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Nome completo: Samuel Francisco Huf
Assinatura pesquisador: __________________ Data:___/___/__

Para todas as questões relativas ao estudo ou para se retirar do mesmo, poderão se comunicar com o pesquisador via e-mail: samuelfhuf@gmail.com ou telefone: (42)9 88079630

Contato do Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos para denúncia, recurso ou reclamações do participante pesquisado:
Comitê de Ética em Pesquisa que envolve seres humanos da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (CEP/UTFPR)
Endereço: Av. Sete de Setembro, 3165, Bloco N, Térreo, Rebouças, CEP 80230-901, Curitiba-PR, **Telefone:** 3310-4494,**E-mail:**coep@utfpr.edu.br

ANEXO A - Aprovação Comitê de Ética e Pesquisa

Saúde

principal sair

Samuel Francisco Huf - Pesquisador | V3.2

Cadastros

Sua sessão expira em: 39min 40

DETALHAR PROJETO DE PESQUISA

DADOS DA VERSÃO DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA A PARTIR DE ARTICULAÇÕES DE TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
Pesquisador Responsável: Samuel Francisco Huf
Área Temática:
Versão: 2
CAAE: 10289619.8.0000.5547
Submetido em: 15/04/2019
Instituição Proponente: Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Situação da Versão do Projeto: Aprovado
Localização atual da Versão do Projeto: Pesquisador Responsável
Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

PLATAFORMA BRASIL COORDENADOR PLATAFORMA BRASIL

Comprovante de Recepção: PB_COMPROVANTE_RECEPCAO_1307932

DOCUMENTOS DO PROJETO DE PESQUISA

- Versão Atual Aprovada (PO) - Versão 2
  - Pendência de Parecer (PO) - Versão 2
    - Documentos do Projeto
      - Comprovante de Recepção - Submissã
      - Cronograma - Submissão 2
      - Declaração de Instituição e Infraestrutu
      - Declaração de Pesquisadores - Submis
      - Folha de Rosto - Submissão 2
      - Informações Básicas do Projeto - Subm
      - Outros - Submissão 2
      - Projeto Detalhado / Brochura Investigad
      - TCLE / Termos de Assentimento / Justif
    - Apreciação 2 - Universidade Tecnológica F
- Projeto Completo

Tipo de Documento	Situação	Arquivo	Postagem	Ações

LISTA DE APRECIAÇÕES DO PROJETO

Apreciação	Pesquisador Responsável	Versão	Submissão	Modificação	Situação	Exclusiva do Centro Coord.	Ações
PO	Samuel Francisco Huf	2	15/04/2019	10/05/2019	Aprovado	Não	