## UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA INDUSTRIAL

CAIO MARCELO DE MIRANDA

## DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE AUTORRESSONÂNCIA POR ONDA ESTACIONÁRIA EM ENROLAMENTOS SOLENOIDAIS E PROPOSTA DE UM SISTEMA AUTORRESSONANTE DE TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO UTILIZANDO BOBINAS BIFILARES ABERTAS

TESE

CURITIBA

2016

## CAIO MARCELO DE MIRANDA

# DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE AUTORRESSONÂNCIA POR ONDA ESTACIONÁRIA EM ENROLAMENTOS SOLENOIDAIS E PROPOSTA DE UM SISTEMA AUTORRESSONANTE DE TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO UTILIZANDO BOBINAS BIFILARES ABERTAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do título de "Doutor em Ciências" – Área de Concentração: Engenharia Biomédica.

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Francisco Pichorim

CURITIBA

2016

## Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

M672d 2016	Miranda, Caio Marcelo de Determinação da frequência de autorressonância por onda estacio- nária em enrolamentos solenoidais e proposta de um sistema autorres- sonante de transferência de energia sem fio utilizando bobinas bifilares abertas / Caio Marcelo de Miranda 2016. 120 f. : il. ; 30 cm.	
	Texto em português, com resumo em inglês Disponível também via World Wide Web Tese (Doutorado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática In- dustrial, Curitiba, 2016 Bibliografia: f. 111-118	
	<ol> <li>Bobinas. 2. Ondas estacionárias. 3. Energia elétrica – Transmis- são. 4. Impedância (Eletricidade). 5. Transmissão de energia sem fio. 6. Engenharia elétrica – Teses. I. Pichorim, Sérgio Francisco. II. Título.</li> </ol>	
	CDD: Ed. 22 – 621.3	
Biblioteca Central da UTFPR, Câmpus Curitiba		



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ Câmpus Curitiba



Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial

Título da Tese №. \_\_\_\_

# Determinação da Frequência de Autorressonância por Onda Estacionária em Enrolamentos Solenoidais e Proposta de um Sistema Autorressonante de Transferência de Energia Sem Fio Utilizando bobinas bifilares Abertas.

por

# Caio Marcelo de Miranda

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Francisco Pichorim (UTFPR)

Esta tese foi apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de DOUTOR EM CIÊNCIAS – Área de Concentração: Engenharia Biomédica, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial – CPGEI – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, às 14h do dia 25 de outubro de 2016. O trabalho foi aprovado pela Banca Examinadora, composta pelos doutores:



Prof. Jean Carlos Cardozo da Silva, Dr. (Coordenador do CPGEI)

Dedicado a memória de Lisete Maria Vieira, Luiz Carlos Holzkamp e Paulo Cézar Holzkamp

#### AGRADECIMENTOS

À minha família, meus pais Carlos José de Miranda e Lilian Deife Vieira de Miranda, meu irmão André Ricardo de Miranda, minha amada Priscila Savulski Ferreira, minha madrinha Lisete Maria Vieira, por todo o apoio e incentivo diários.

Ao professor Sérgio Francisco Pichorim por todos os ensinamentos, pela confiança depositada no meu trabalho e por todos os grandes momentos, ao longo desta caminhada de 10 anos contando graduação e pós-graduação.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná, ao Departamento Acadêmico de Eletrônica e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, por me proporcionarem a oportunidade e estrutura, para cursar a graduação, mestrado e doutorado nesta grande instituição. À CAPES pelos 6 anos de apoio financeiro na forma de bolsa de pesquisa.

Ao professor Wolfgang Vollmann da Beuth Hochschule für Technik de Berlim, pelas sugestões e contribuições técnicas na parte de ressonadores por onda estacionária. Ao professor Paulo José Abatti pelas inúmeras contribuições técnicas e sugestões no trabalho com sistemas de transferência de energia sem fio. Ao estudante Guilherme Lima pela ajuda com a confecção das bobinas com diferentes relações de comprimento e diâmetro, e ao estudante João Kuroski pelo empréstimo das bobinas de Tesla. Aos colegas do Laboratório de Biotelemetria Aplicada: André Luiz R. Monteiro, Bertoldo Schneider, Carlos A. Toledo Martins, Carlos D. Turqueti, Denivaldo P. Silva, Diego D. Reis, Elton Dias, Gustavo T. Laskoski, Lucas Ricken e Sandro Goes; pela companhia e amizade no dia a dia.

Por fim, gostaria de homenagear todos os homens científicos que pavimentaram o caminho para que esta tese fosse possível, em especial: Michael Faraday, James Clerck Maxwell e Nikola Tesla.

"Isso de querer ser exatamente aquilo que a gente é ainda vai nos levar além." Paulo Leminski

#### **RESUMO**

MIRANDA, Caio Marcelo de. DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE AUTORRESSO-NÂNCIA POR ONDA ESTACIONÁRIA EM ENROLAMENTOS SOLENOIDAIS E PRO-POSTA DE UM SISTEMA AUTORRESSONANTE DE TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO UTILIZANDO BOBINAS BIFILARES ABERTAS. 123 f. Tese – Programa de Pósgraduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

Comuns em projetos de engenharia elétrica, bobinas solenoidais com núcleo de ar e camada simples de enrolamento podem apresentar frequência de autorressonância por efeitos de onda estacionária. A compreensão e determinação destas frequências é portanto de primordial interesse para os profissionais envolvidos com estes componentes. Neste trabalho é apresentada uma teoria que visa explicar o comportamento deste componentes quando em autorressonância por onda estacionária, sendo também desenvolvida uma equação prática que pode determinar tais valores de frequência. O comportamento da impedância nestes componentes também é discutido e demonstrado, onde, baseado nesta teoria, duas novas configurações são apresentadas: uma bobina com ambos terminais abertos e uma bobina com ambos terminais aterrados. Através de uma abordagem didática, correlaciona-se o enrolamento com um tubo de ar ressonante, e explica-se o que é registrado em termos de impedância e fase em um analisador vetorial de impedâncias ao conectar em seus terminais um enrolamento que apresenta autorressonância por onda estacionária. Uma análise da transferência de energia sem fio em circuitos ressonantes magneticamente acoplados é também apresentada, onde é destacada a relação entre eficiência, transferência relativa de potência e impedância refletida em circuitos com 2 e 4 bobinas. Um sistema de transferência de energia sem fio, utilizando bobinas bifilares abertas, é proposto. O sistema possui algumas vantagens uma vez que, a bobina bifilar aberta, ao contrário de uma bobina convencional, possui uma autorressonância série. Portanto, o sistema se comporta como um circuito contendo indutor e capacitor em série. Ainda, uma vez que o circuito dispensa o uso de capacitores, possibilita-se uma menor dimensão das unidades transmissora e receptora, além de se evitar eventuais danos aos capacitores em aplicações envolvendo maiores potências.

**Palavras-chave:** Bobinas com Núcleo de Ar, Autorressonância, Onda Estacionária, Comportamento da Impedância, Transferência de Energia sem Fio, Bobinas bifilares abertas.

## ABSTRACT

MIRANDA, Caio Marcelo de. DETERMINATION OF THE SELFRESONANT FREQUENCY BY STATIONARY-WAVES IN SOLENOID COILS AND PROPOSAL OF A SELF-RESONANT WIRELESS POWER TRANSFER SYSTEM USING OPEN BIFILAR COILS. 123 f. Tese – Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

Common in electrical engineering projects, air-core single-layer solenoid coils can present selfresonant frequencies due to stationary waves effects. The comprehension and determination of these frequencies is of primordial interest for the professionals evolved with these components. In this work, a theory that aims to explain these components behavior at standing wave selfresonance is presented, a practical equation that can determine such frequency values is also developed. The impedance behavior in these components is also discussed and demonstrated, where, based in this theory, two new configurations are presented: a coil with both terminals open and a coil with both terminals grounded. Through a didactic approach the coil and a resonant air-pipe are correlated, and it is explained what is registered in terms of impedance and phase on a vector impedance analyzer when a standing wave self-resonant coil is connected on its terminals. An analysis of the wireless energy transfer in magnetically coupled resonant circuits is also presented, being emphasized the relation between efficiency, relative power transfer and reflected impedance in 2 and 4-coils circuits. A wireless power transfer system using open bifilar coils is proposed. The proposed system has the advantages that the open bifilar coil, different from a conventional coil, has a series self-resonance. Thus, the system behaves as a series-inductor capacitor circuit. Also, since the circuit avoids capacitors, it allows a smaller transmitter and receptor units dimensions, besides avoiding eventual damages to capacitors in higher power applications.

**Keywords:** Air-Core Coils, Self-Resonance, Stationary-Waves, Impedance Behavior, Wireless Power Transfer, Open Bifilar Coils.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	_	Exemplo de um sistema biotelemétrico genérico	19
FIGURA 2	_	Sensor passivo e ressonante para medição de temperatura e umidade	23
FIGURA 3	_	Medições da impedância em um analisador de impedância	24
FIGURA 4	_	Sensor passivo para monitoração da umidade	24
FIGURA 5	_	Sensor passivo ressonante para medição do ECG	25
FIGURA 6	_	Sensor de deformação em tendões	27
FIGURA 7	_	Sensor passivo para detecção de falhas em próteses vasculares	28
FIGURA 8	_	Sensores injetáveis comerciais	28
FIGURA 9	_	Sensores autorressonantes de pressão e força	30
FIGURA 10	_	Sensor autorressonante de pressão intra-ocular	31
FIGURA 11	_	Componentes utilizados na montagem do sensor	32
FIGURA 12	_	Esquema do sensor injetável	32
FIGURA 13	_	Indutância e capacitância no solenoide camada simples e núcleo de ar	34
FIGURA 14	_	Modelo distribuído de uma linha de transmissão	35
FIGURA 15	_	Modo de transmissão $T_0$	36
FIGURA 16	_	Ângulo de interesse em solenóides	37
FIGURA 17	_	Geometria para determinar $v_p$	37
FIGURA 18	_	Modo de transmissão $T_1$	38
FIGURA 19	_	Modos superiores de transmissão	38
FIGURA 20	_	Sistema com 4 bobinas utilizando <i>loops</i> e bobinas autorressonantes	40
FIGURA 21	_	Ressonância de um quarto de onda	45
FIGURA 22	_	Ressonância de meia onda	46
FIGURA 23	_	Parâmetros da bobina solenoidal	47
FIGURA 24	_	Bobinas construídas	49
FIGURA 25	_	Sistema de medição	50
FIGURA 26	_	Frequência de ressonância para o ressonador de um quarto de onda	51
FIGURA 27	_	Primeiro sobre-tom para o ressonador de um quarto de onda	51
FIGURA 28	_	Segundo sobre-tom para o ressonador de um quarto de onda	52
FIGURA 29	_	Bobina de Tesla com $H/D = 8$	53
FIGURA 30	_	Bobina de Tesla com $H/D = 3,4$	53
FIGURA 31	_	Frequência de ressonância para o ressonador de meia onda	55
FIGURA 32	_	Primeiro sobre-tom para o ressonador de meia onda	55
FIGURA 33	_	Segundo sobre-tom para o ressonador de meia onda	56
FIGURA 34	_	Comparação geral	57
FIGURA 35	_	Comparação com o modelo de Medhurst	58
FIGURA 36	_	Velocidade de fase e fator de velocidade	58
FIGURA 37	_	Perfis para a bobina conectada a um gerador	60
FIGURA 38	_	Perfis para a bobina de Tesla	61
FIGURA 39	_	Perfis para a bobina com terminações em aberto	61
FIGURA 40	_	Perfis para a bobina com terminações aterradas	62
FIGURA 41	_	Curva de impedância da bobina $H/D=15$ em função da frequência	63
FIGURA 42	_	Bobina com ambas terminações aterradas	64

FIGURA 43	_	Esquema para medição da $f_o$ para a bobina com ambos terminais abertos.	65
FIGURA 44	_	Bobina com ambas terminações em aberto	65
FIGURA 45	_	Curva de impedância da bobina com $H/D=15$ em função de $d$	66
FIGURA 46	_	Bobina conectada a um analisador vetorial de impedância	68
FIGURA 47	_	Diagrama fasorial	69
FIGURA 48	_	Módulo e fase	70
FIGURA 49	_	Comparação entre medidas no analisador e teoria	72
FIGURA 50	_	Comparação entre medidas no analisador e teoria com perdas	72
FIGURA 51	_	Esquema para medição do perfil	73
FIGURA 52	_	Sistema de medição real	74
FIGURA 53	_	Loop concêntrico ao solenoide	74
FIGURA 54	_	Perfis de corrente medidos	75
FIGURA 55	_	Perfis de tensão medidos	76
FIGURA 56	_	Sistema para medição do perfil do ressonador de um quarto de onda	77
FIGURA 57	_	Perfil de corrente para o ressonador de um quarto de onda	77
FIGURA 58	_	Circuito com 2 bobinas	83
FIGURA 59	_	Circuito com 4 bobinas	85
FIGURA 60	_	Coeficiente de acoplamento <i>k</i> medido e teórico	88
FIGURA 61	_	Bobinas para transferência de energia	89
FIGURA 62	_	Comparação entre medido e simulado para 2 bobinas	90
FIGURA 63	_	Comparação entre a eficiência para diferentes cargas	90
FIGURA 64	_	Comparação entre a transferência de potência para diferentes cargas	91
FIGURA 65	_	Eficiência e transferência de potência — 4 bobinas	92
FIGURA 66	_	Comparação entre medido e simulado para 4 bobinas	93
FIGURA 67	_	Bobina bifilar aberta	94
FIGURA 68	_	Modelo elétrico equivalente da bobina bifilar aberta	95
FIGURA 69	_	Modelo elétrico em altas frequências para a bobina bifilar aberta	96
FIGURA 70	_	Esquema para transferência de energia com bobinas bifilares	97
FIGURA 71	_	Módulo e fase da impedância para a bobina bifilar	98
FIGURA 72	_	Coeficiente de acoplamento teórico para as bobinas bifilares	99
FIGURA 73	_	Medidas de $\eta$ e potência relativa para a bobina bifilar	101
FIGURA 74	_	Medidas de $\eta$ e potência relativa para a bobina convencional	102
FIGURA 75	_	Circuito equivalente para o sistema de transferência de energia sem fio .	104
FIGURA 76	_	Sistema de 4 bobinas com $R_2 = 0\Omega$	107
FIGURA 77	_	Sistema de 4 bobinas com $R_3 = 0\Omega$	108

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\mu_r$	permeabilidade magnética relativa
$\mathcal{E}_r$	permissividade elétrica relativa
σ	condutividade elétrica
$f_o$	frequência de ressonância
$Z_R$	impedância refletida
ω	frequência angular
М	idutância mútua
$Z_2$	impedância do secundário
L	indutância
С	capacitância
$Z_{in}$	impedância de entrada
$Z_R$	impedância refletida
λ	comprimento de onda
$L_t$	indutância por espira
$C_{tt}$	capacitância entre espiras
$C_s$	capacitância intrínseca
$R_s$	resistência parasita
$L\Delta_x$	Indutância infinitesimal
$C\Delta_x$	capacitância infinitesimal
$R\Delta_x$	resistência infinitesimal
$G\Delta_x$	conditância infinitesimal
$T_0$	modo de transmissão mais baixo em uma hélice
ψ	ângulo de espaçamento
c	velocidade da luz
$v_p$	velocidade de fase
z.	eixo longitudinal do solenóide
$T_1$	modo de transmissão superior
$T_2$	modo de transmissão superior
$T_3$	modo de transmissão superior
Q	fator de qualidade
n	número de espiras
$R_L$	resistência da carga
$\lambda_g$	comprimento de onda ao longo do eixo longitudinal
$\beta_{g}$	constante de fase em relação a $\lambda_g$
$v_f$	fator de velocidade
$\dot{\lambda_0}$	comprimento de onda relacionado a velocidade da luz
Η	altura da bobina
D	diâmetro da bobina
S	espaçamento entre espiras adjacentes
d	diâmetro do fio
Κ	constante relativa ao modo de ressonância

R	modo da ressonância
Ν	fator tabelado empírico de Medhurst
l	comprimento do fio
$Z_c$	impedância característica
$Z_L$	impedância da carga
$jX_L$	reatância indutiva
$-jX_C$	reatância capacitiva
$V_L$	tensão do gerador de sinais aplicada na bobina
$I_L$	corrente na bobina
Ζ	impedância elétrica
Ω	ohm
f	frequência
$M_{12}$	indutância mútua entre o circuito 1 e 2
$R_1$	resistência do primário
$L_1$	indutância do circuito 1
$C_1$	capacitor do circuito 1
$R_2$	resistência do circuito 2
$C_2$	capacitor do circuito 2
$L_2$	indutância do circuito 2
$P_1$	potência dissipada no circuito 1
$P_2$	potência dissipada no circuito 2
η	eficiência
$\omega_0$	frequência de ressonância angular
<i>M</i> <sub>13</sub>	indutância mútua entre os circuitos 1 e 3
$M_{24}$	indutância mútua entre os circuitos 2 e 4
$M_{14}$	indutância mútua entre os circuitos 1 e 4
$M_{34}$	indutância mútua entre os circuitos 3 e 4
$R_4$	resistência do circuito 4
$i_1$	corrente no circuito 1
<i>i</i> <sub>2</sub>	corrente no circuito 2
<i>i</i> 3	corrente no circuito 3
$i_4$	corrente no circuito 4
$P_3$	potência dissipada no circuito 3
$k_{xy}$	coeficiente de acoplamento entre as bobinas x e y
$M_{xy}$	indutância mútua entre as bobinas x e y
$P_4$	potência dissipada na carga para o sistema com 4 bobinas
$R_S$	resistência série da bobina
$\mu_0$	permeabilidade magnética do vácuo
$n_1$	número de espiras da bobinas 1
$n_2$	número de espiras da bobina 2
а	raio da bobina 1
b	raio da bobina 2
$K(\alpha)$	integral elíptica completa de primeira espécie
$E(\alpha)$	integral elíptica completa de segunda espécie
α	fator geométrico

$v_1$	tensão no primário
<i>v</i> <sub>2</sub>	tensão no secundário
k	fator de acoplamento
$i_L$	corrente na carga
$R_0$	resistor para medição da corrente
$R_l$	resistor como carga parcial
V	tensão
$R_G$	resistência de saída do gerador
<i>i</i> <sub>l</sub>	corrente na carga
$P_L$	potência dissipada na carga
$P_{2MAX}$	máxima potência dissipada no circuito 2
$P_G$	potência fornecida pelo gerador
<i>k</i> <sub>12</sub>	coeficiente de acoplamento entre o circuito 1 e 2
k <sub>23</sub>	coeficiente de acoplamento entre o circuito 2 e 3
<i>k</i> <sub>34</sub>	coeficiente de acoplamento entre o circuito 3 e 4
$P_{4MAX}$	máxima potência dissipada no circuito 4
$R_o$	resistência na frequência de ressonância
$P_{MAX}$	máxima potência possível
$Z_{12}$	impedância refletida no circuito 1 pelo circuito 2
$Z_T$	impedância vista pela fonte
$Z_1$	impedância do circuito 1
Z <sub>23</sub>	impedância refletida no circuito 2 pelo circuito 3
Z <sub>34</sub>	impedância refletida no circuito 3 pelo circuito 4

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16
1.1 MOTIVAÇÃO 16
1.2 OBJETIVOS 17
1.2.1 Objetivo Geral 17
1.2.2 Objetivos Específicos 17
1.3 ESTRUTURA DA TESE
2 <b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> 19
2.1 BIOTELEMETRIA PASSIVA
2.1.1 Sensor indutivo autorressonante
2.2 MODELO ELÉTRICO – DETERMINAÇÃO DA AUTORRESSONÂNCIA 33
2.2.1 Elementos concentrados
2.2.2 Elementos distribuídos
2.2.3 Hélices distribuídas
2.3 TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO
2.3.1 Enlaces ressonantes magneticamente acoplados
3 AUTORRESSONÂNCIA POR ONDA ESTÁCIONARIA 44
3.1 RESSONÂNCIA DE UM QUARTO DE ONDA 44
3.2 RESSONÂNCIA DE MEIA ONDA 45
3.3 DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE AUTORRESSONÂNCIA 46
3.4 RESULTADOS
3.4.1 Ressonância de um quarto de onda 49
3.4.2 Bobinas de Tesla
3.4.3 Ressonador de meia onda 54
3.4.4 Comparação geral
3.4.5 Comparação com o modelo empírico de Medhurst
3.4.6 Velocidade de fase
3.5 COMPORTAMENTO DA IMPEDÂNCIA
3.5.1 Resultados
3.6 A ONDA ESTACIONÁRIA E O ANALISADOR DE IMPEDÂNCIAS 67
3.6.1 Resultados
3.7 MEDIÇÃO DO PERFIL DA ONDA ESTACIONÁRIA
3.8 DISCUSSÃO
3.8.1 Ressonância por onda estacionária
3.8.2 Comportamento da impedância
3.8.3 A onda estacionária e o analisador de impedâncias
3.8.4 Perfil da onda estacionária
4 ENLACES RESSONANTES MAGNETICAMENTE ACOPLADOS PARA TRANS-
FERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO
4.1 EFICIÊNCIA E TRANSFERÊNCIA RELATIVA DE POTÊNCIA $=$ 2 RORINAS 82
4.2 EFICIÊNCIA E TRANSFERÊNCIA RELATIVA DE POTÊNCIA — 4 BORINAS 84
4.3 RESULTADOS

4.3.1 2 Bobinas	. 88 . 91
4.4 TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO UTILIZANDO BOBINAS BIFILA	<b>\</b> -
RES ABERTAS	. 94
4.4.1 Resultados	96
4.5 ANÁLISE DA IMPEDÂNCIA REFLETIDA	. 103
4.5.1 Sistemas com 2 bobinas	103
4.5.2 Sistemas com 4 bobinas	104
4.6 DISCUSSÃO	. 109
4.6.1 Eficiência e transferência relativa de potência	. 109
4.6.2 Transferência de energia sem fio utilizando bobinas bifilares abertas	. 109
4.6.3 Análise da impedância refletida	. 110
5 CONCLUSÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS	112
REFERÊNCIAS	. 114
Anexo A – LISTA DE PUBLICAÇÕES VINCULADAS À TESE	. 122

### 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 MOTIVAÇÃO

Em sistemas de biotelemetria (medição à distância de parâmetros biológicos/médicos) utilizam-se frequentemente enlaces indutivos para a transmissão de dados e transferência de energia. Estes enlaces são constituídos de bobinas (indutores) sintonizados na frequência do canal de comunicação. A sintonia é obtida pela ressonância de um circuito LC (indutor-capacitor) ou pela autorressonância da bobina (ressonância que se deve a auto-indutância e capacitância intrínseca do enrolamento).

Dentre os diversos tipos de bobinas ou enrolamentos, modelados em termos da determinação das frequências de autorressonância na literatura especializada — um estado de ressonância que se deve aos parâmetros elétricos do próprio enrolamento — considera-se o enrolamento com núcleo de ar e camada simples como sendo o mais crítico, uma vez que possui baixa capacitância intrínseca. Desta maneira, outros efeitos eletromagnéticos podem predominar no comportamento elétrico do enrolamento e o mesmo pode apresentar autorressonâncias que se devem a efeitos de onda estacionária. Por outro lado, estes componentes possuem diversas aplicações nos campos de engenharia biomédica e biotelemetria, na área industrial como sensores indutivos, em eletrônica de altas frequências e em transferência de energia sem fio via enlaces magnéticos. Deste modo, a determinação de tais valores de frequência é de primordial importância. Neste trabalho, uma equação simples que pode determinar as frequências de autorressonância por onda estacionária é apresentada.

A área de transferência de energia sem fio tem ganhado grande destaque nas últimas décadas desde que Kurs *et al.* (2007) publicaram um trabalho na revista *Science*, onde demonstraram as vantagens de se trabalhar com bobinas sintonizadas para transferência a médias distâncias. Neste sentido, atualmente grande esforço vem sendo realizado pela comunidade científica para o desenvolvimento dessa área, como por exemplo as chamadas especiais sob o título *Wireless Power Transfer* das revistas IEEE *Transactions on Power Electronics*, IEEE *Transactions on Microwave Theory and Techniques*, e o congresso IEEE WPTC (*Wireless*) *Power Transfer Conference*). Neste trabalho é desenvolvida uma análise dos sistemas com 2 e 4 bobinas apresentando os conceitos de eficiência, transferência relativa de potência e impedância refletida, e a relação destes parâmetros entre si. Por fim, propõe-se um sistema de 2 bobinas autorressonantes, utilizando bobinas bifilares abertas, o qual comporta-se como um circuito convencional contendo resistor, indutor e capacitor em série.

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 OBJETIVO GERAL

Apresentar uma equação simples para determinar os valores de frequência de autorressonância por onda estacionária em enrolamentos solenoidais com camada simples de enrolamento e núcleo de ar e propor um sistema de transferência de energia sem fio com 2 bobinas autorressonantes.

## 1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Desenvolver uma equação prática, a qual possa determinar a frequência de autorressonância por onda-estacionária e sobre-tons, em bobinas com camada simples, núcleo de ar e estreitamente enroladas.
- Apresentar uma metodologia didática a respeito do comportamento das bobinas abordadas quando em estado de autorressonância.
- Descrever o comportamento da impedância nos enrolamentos considerados e, com base na teoria desenvolvida, apresentar novas configurações de bobinas.
- Explicar, de maneira didática, o que se registra em termos de impedância e fase ao conectar enrolamentos como os aqui considerados nos terminais de um analisador vetorial de impedâncias.
- Realizar medições dos perfis de corrente e tensão ao longo do eixo do enrolamento nas frequências de autorressonância.
- Apresentar uma descrição do sistema de transferência de energia sem fio via enlaces ressonantes magneticamente acoplados, do ponto de vista da eficiência, transferência relativa de potência e impedância refletida, com base na teoria de circuitos elétricos.

• Propor um sistema de transferência de energia sem fio com 2 bobinas autorressonantes, que dispense o uso de capacitores, e que possa ser descrito como um sistema convencional de 2 bobinas.

#### 1.3 ESTRUTURA DA TESE

Uma breve revisão bibliográfica sobre a área da biotelemetria, biotelemetria passiva e sensores autorressonantes, tendo como enfoque sensores indutivos e transferência de energia é apresentada no capítulo 2. O capítulo 3 trata do desenvolvimento, resultado e discussão, da parte de autorressonância por onda estacionária. O capítulo 4 traz, de maneira correspondente, o desenvolvimento, resultado e discussão, da parte de transferência de energia sem fio por enlaces ressonantes magneticamente acoplados. Uma conclusão geral do trabalho e sugestões para trabalhos futuros são discutidas no capítulo 5.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

A Biotelemetria consiste no estudo e monitoração de parâmetros fisiológicos de homens e animais à distância, de maneira a causar a menor interferência possível na atividade ou rotina observada (MACKAY, 1970).

Não existe um padrão único para um sistema biotelemétrico, porém uma representação genérica pode ser verificada na Figura 1.



Figura 1: Exemplo das principais partes de um sistema biotelemétrico genérico. Fonte: Modificada de Hara (2008)

Basicamente existem dois grandes blocos, a unidade sensora, que é posicionada junto ao elemento em observação, podendo esta ser implantável ou não, e a unidade de leitura e alimentação, que pode tanto se situar a milímetros quanto a quilômetros de distância, dependendo da aplicação.

Os blocos transmissor (Tx) e excitação, da unidade de leitura e excitação, podem existir ou não, dependendo se a unidade implantável for ativa, ou seja, se possuir fonte de alimentação própria. A unidade sensora pode enviar os sinais necessários para o bloco de leitura, e este operar apenas na recepção dos sinais (JUST; LAQUA; HUSAR, 2011). Adicionalmente, os blocos transmissor e excitação podem existir e enviar sinais de controle e alimentação à unidade sensora (SEYDNEJAD; SAMANI, 2010). Nestes casos os blocos Tx e Rx (receptor) em geral são antenas que trabalham na faixa de VHF e UHF, dependendo da legislação do país, e os enlaces possuem grandes distâncias, como por exemplo na monitoração de animais silvestres, atletas e em carros e veículos de transporte.

No caso de as unidades sensoras serem passivas, estas não possuem fonte própria de alimentação. Neste caso, os blocos excitação e Tx são responsáveis pelo envio de energia para alimentação desses circuitos e também pelo envio de sinais de controle a estas. Em geral, os elementos Tx e Rx são bobinas, e portanto enlaces magnéticos no campo próximo são utilizados. Neste caso, os blocos Tx e Rx em ambas unidades podem se fundir pois a mesma bobina pode ser responsável pelo envio e recebimento de energia e sinais através do campo magnético. O estudo de enlaces indutivos para alimentação de unidades remotas envolvendo duas bobinas é um tema clássico na literatura especializada (KO; LIANG; FUNG, 1977; DONALDSON, 1983; HEETDERKS, 1988; FLACK; JAMES E. D.AND SCHALAPP, 1971; HOCHMAIR, 1984). Em geral, a principal limitação destas aplicações se encontra no relativamente pequeno alcance do enlace indutivo. Nos últimos anos, grande destaque vem sendo dado ao uso de enlaces ressonantes e com mais de duas bobinas, sendo que desta maneira pode-se aumentar o alcance da transferência de energia (KURS *et al.*, 2007). Mais adiante, neste trabalho, esta técnica será explorada com maiores detalhes.

Voltando à Figura 1, o processamento do sinal recebido na unidade de leitura pode ocorrer de diferentes formas, uma vez que o parâmetro monitorado na unidade sensora modula o sinal a ser transmitido de acordo com a técnica adotada. Os transdutores responsáveis por traduzir o parâmetro biológico observado em sinal elétrico geralmente possuem comportamento resistivo, indutivo, capacitivo, óptico, piezoelétrico, voltaico, dentre outros.

O meio de comunicação entre as duas unidades pode variar dependendo da aplicação, podendo ser a água, como no caso do monitoramento de peixes (CHOMYSHYN; MCCONNA-CHIE; COOKE, 2011), o ar, no monitoramento de aves (SOKOLOV, 2011), ou ainda, o tecido biológico em aplicações biomédicas onde a unidade sensora está implantada (FURSE, 2010). Cada meio possui permeabilidade magnética ( $\mu_r$ ) e permissividade elétrica ( $\varepsilon_r$ ) relativas diferentes. Além disso, a condutividade ( $\sigma$ ) do meio deve ser considerada, uma vez que esta limita a eficiência, como ocorre na água, solo e tecido biológico.

Este trabalho é voltado principalmente para a área da biotelemetria passiva, a qual faz uso de bobinas e enlaces indutivos para alimentação e leitura do parâmetro monitorado pela unidade sensora. A seguir serão apresentados alguns exemplos e técnicas utilizadas na

literatura.

#### 2.1 BIOTELEMETRIA PASSIVA

Dentro do campo da biotelemetria encontram-se as mais variadas técnicas de comunicação, porém a técnica passiva possui uma grande área de aplicação por não precisar de fonte própria de alimentação acoplada ao sensor. Isso possibilita uma menor dimensão da unidade sensora e não depende da utilização de uma bateria, a qual limita a vida útil do sensor e pode causar danos a um paciente caso ocorra vazamento do seu conteúdo químico. O circuito sensor é alimentado via acoplamento indutivo e as alterações no parâmetro monitorado são detectadas externamente via bobina de leitura. Sistemas de identificação eletrônica, como crachás, *tags* ou mesmo cartões eletrônicos em transporte público, são exemplos de telemetria passiva de uso diário.

Uma estratégia amplamente utilizada em grande parte das aplicações em biotelemetria passiva, consiste em modular a frequência de ressonância ( $f_o$ ) do circuito sensor de acordo com a variação do parâmetro medido. Existem diversas técnicas de detectar externamente as variações no parâmetro observado, uma delas é realizar a varredura em frequência do sinal obtido pela unidade externa, verificando em qual frequência o consumo de corrente é maior, e desta maneira encontra-se a frequência em que o sensor está sintonizado. Esta técnica é conhecida como grid-dip (MACKAY, 1970), sendo o dip-meter ou ressonímetro, um exemplo de instrumento comercial que utiliza esta técnica de medição. Outra técnica amplamente utilizada é a de medir a impedância refletida  $Z_R$  no circuito leitor pelo circuito sensor. Quando ocorre a variação na  $f_o$ , detecta-se a variação na  $Z_R$ . Para dois circuitos acoplados magneticamente temse que  $Z_R = \omega^2 M^2/Z_2$ , sendo  $\omega$  a frequência angular, M a indutância mútua e  $Z_2$  a impedância total do circuito secundário (sensor). Quando o secundário é ressonante a impedância refletida é puramente resistiva, sendo reativa quando está fora da ressonância.

As finalidades do uso de sensores implantáveis na área de biotelemetria são as mais diversas, por exemplo, a monitoração de pressões como por exemplo a intra-ocular (KATURI; RAMASUBRAMANIAN; ASRANI, 2010), temperaturas intracorpóreas (YE *et al.*, 2011), medição de pH (BHADRA *et al.*, 2011), monitoração de oxigênio no tecido cerebral (RUS-SELL *et al.*, 2012), a avaliação de deslocamentos (MIRANDA; PICHORIM, 2014) e forças de músculos e tendões (PICHORIM, 2003), monitoração de ECG (LEKKALA *et al.*, 2010) dentre outras.

De modo geral, na maioria das aplicações, o parâmetro medido altera as características

elétricas da unidade sensora, isto é, altera a capacitância, indutância ou resistência. No caso de circuitos ressonantes, a alteração dos parâmetros L ou C acarreta em uma mudança significativa da frequência de ressonância. Por exemplo, a presença ou alteração de umidade pode ser detectada através da alteração da capacitância intrínseca que existe entre as espiras de um indutor, ou de um capacitor interdigital. A alteração da capacitância ocorre devido ao  $\varepsilon_r$  da água ser próximo a 80, enquanto que o do ar é igual a unidade. Variações de pressão e deformações aplicadas podem ser medidas devido a alteração da indutância ao aproximar ou afastar um material ferromagnético com alto  $\mu_r$  que está sujeito ao parâmetros indutância e capacitância. Na realidade diversas estratégias podem ser utilizadas. A seguir serão apresentados alguns exemplos na literatura.

Um sensor passivo constituído por um indutor planar espiral de cobre e um capacitor de filme de óxido de grafeno, para medição da temperatura e umidade de um ambiente foi proposto em Ren *et al.* (2015). O filme de óxido de grafeno tem variação aproximadamente linear do  $\varepsilon_r$  na faixa de 10-40°C de temperatura e na faixa de 50-90% de umidade relativa. Ainda, sabe-se que a resistividade das trilhas de cobre do indutor varia com a temperatura. Portanto pode-se extrair ambos os parâmetros temperatura e umidade ao medir a variação na frequência de ressonância e também a variação da parte real da impedância. Neste trabalho os autores também desenvolveram um circuito para realizar a medição da impedância. A Figura 2 exemplifica a técnica utilizada.

Uma proposta similar, utilizando a medida da fase da impedância refletida de um sensor LC planar, para medição de temperatura e pressão é apresentada em Dong, Wang e Huang (2015) e Zhang *et al.* (2014). Nestes trabalhos os autores utilizam um analisador vetorial de impedâncias HP4294A para realizar as medições. A Figura 3 exemplifica o processo de medição com o analisador de impedâncias.

A Figura 4 mostra um sensor de permissividade e umidade, construído com um indutor planar e um capacitor interdigital. O princípio de operação do sensor é também o de modular a frequência de ressonância do conjunto LC de acordo com o meio em que o sensor está inserido, uma vez que a capacitância entre trilhas é alterada em um meio de diferente permissividade relativa.

Um sensor constituído de um circuito LC ressonante e um par de eletrodos, onde o capacitor é um diodo varactor que tem a sua capacitância de junção modulada pela diferença de



Figura 2: Esquema utilizado para medição da temperatura e umidade. a) Um *link* indutivo com indutância mútua M é formado entre a bobina de leitura  $L_o$  e a bobina do sensor  $L_s$ , a capacitância variável do filme de óxido de grafeno em função da temperatura é representada por  $C_s(T)$  enquanto  $C_s(UR)$  representa a capacitância variável em função da umidade relativa.  $R_s(T)$  representa a resistência das trilhas de cobre do indutor em função da temperatura. A alteração da capacitância pode ser medida como um desvio  $\Delta f_o$  na frequência de ressonância, bem como a mudança na resistência é medida como uma alteração  $\Delta Re(Z)$  na parte real da impedância. b) Circuito elétrico equivalente, onde  $C_o$  e  $R_o$  representam a capacitância e resistência da bobina de leitura,  $C_s$  representa a capacitância equivalente do circuito secundário; na parte direita mostra-se a impedância vista a partir da entrada do sistema de leitura ( $Z_{in}$ ), sendo  $Z_R$  a impedância refletida pelo circuito secundário.

Fonte: Modificada de Ren et al. (2015)



Figura 3: a) Sensor LC indutivamente acoplado a uma bobina de leitura conectada a um analisador de impedância. Neste caso é realizada a medição da fase da impedância. b) Circuito elétrico equivalente, onde  $L_o$  e  $R_o$  representam a indutância e resistência da bobina de leitura, M a indutância mútua e  $L_s$ ,  $R_s$  e  $C_s$  os parâmetros do sensor LC. Neste caso a mudança de  $C_s$  reflete a variação do parâmetro medido.

Fonte: Modificada de Dong, Wang e Huang (2015)



Figura 4: Sensor passivo para monitoração da permissividade e umidade. O sensor é construído com um indutor planar e um capacitor interdigital.

Fonte: Modificada de Ong et al. (2001)

biopotencial nos eletrodos e o indutor é do tipo flexível, foi proposto por Lekkala *et al.* (2010). O dispositivo foi testado para detectar um sinal de ECG. Além do sinal de ECG, o dispositivo pode ser aplicado para a detecção de outros parâmetros, tais como força, pressão e elasticidade. Os autores também apresentam um sistema de leitura de parâmetros de circuitos ressonantes passivos baseado na detecção da impedância refletida (SALPAVAARA *et al.*, 2010, 2011). O esquemático do sensor desenvolvido é mostrado na Figura 5. Um sensor similar, que utiliza a



Figura 5: a) Circuito equivalente do sistema de medição e sensor,  $R_1$  e  $L_1$  representam a resistência e indutância da bobina de leitura, M é a indutância mútua entre a bobina de leitura e a bobina do sensor L,  $C_k$  representa a capacitância intrínseca do sensor, D é o diodo varactor cuja capacitância é modulada pela diferença de potencial  $V_{BIO}$  entre os biopotenciais  $E_1$  e  $E_2$  aplicados nos eletrodos, sendo  $R_1,C_1$  e  $R_2,C_2$  filtros passa-altas para eliminar o nível DC do potencial de meia célula dos eletrodos. b) Sensor desenvolvido, onde destaca-se os eletrodos do tipo Ag/AgCl que devem ser colocados no peito do paciente utilizando gel, o indutor flexível do sensor e a comparação com uma moeda de 1 EURO.

Fonte: Modificada de Lekkala et al. (2010)

modulação da capacitância de um diodo varactor sujeita a variações do potencial de eletrodos de acordo com o pH de alimentos, modulando a frequência de ressonância de um sensor LC, é apresentado em Bhadra *et al.* (2014). Mais informações sobre indutores flexíveis podem ser encontradas em Reboun *et al.* (2014).

Bertotti e Abatti (2008) desenvolveram um sistema biotelemétrico passivo para a aquisição da bioimpedância localizada de tecidos *post-mortem* de animais durante o seu período de envelhecimento, o que se caracteriza similarmente ao comportamento de tecidos cancerosos. O sensor passivo implantado no tecido animal é constituído de uma bobina e de eletrodos tipo agulha que penetram no tecido. Desta maneira, a impedância do tecido é medida como uma impedância refletida na bobina de leitura, sendo que o sistema de leitura é um circuito RLC sintonizado.

Um sensor LC ressonante passivo e implantável, para medição da radiação em aplicações oncológicas foi proposto por Son e Ziaie (2008). Um eletreto para a detecção de cargas foi utilizado como uma das placas de um microcapacitor. Quando aplicada, a radiação interfere na densidade de cargas do eletreto do capacitor, alterando a sua capacitância e portanto modulando a frequência de ressonância do conjunto a qual pode ser medida indutivamente.

Um tipo de sensor bastante importante na área da biotelemetria são os sensores implantáveis e injetáveis. O termo injetável refere-se a um processo de implante onde o dispositivo eletrônico (sensor) é introduzido no corpo via agulha hipodérmica, sem intervenção cirúrgica. As finalidades do uso deste tipo de sensor na área da biotelemetria são várias, por exemplo, a monitoração de pressões intra-oculares, temperaturas intracorpóreas e a avaliação de deslocamentos e forças em músculos e tendões. Sensores implantáveis para medição de deformação e outros parâmetros em tendões, possibilitam a médicos entenderem e compreenderem melhor as características de como ocorre o rompimento de um tendão, desenvolver estratégias para tratamentos e prevenção além de desenvolver novas tecnologias assistivas. Uma maneira comum de se medir a deformação sofrida por tendões, é através de sensores de deslocamento, onde a partir dos valores de deslocamento medidos, calcula-se a deformação equivalente sofrida pelo tendão. Estes sensores de um modo geral possuem dimensões reduzidas, que podem variar de acordo com o tipo de tendão e técnica de medição utilizada (FLEMING; BEYNNON, 2004). A fixação destes sensores no ligamento pode ser feita de diversas maneiras. Por exemplo, o tendão pode ser envolvido ou "abraçado", pelo sensor. Este tipo de sensor é chamado de tipo buckle e é comumente utilizado para testes in-vivo em tendões, como por exemplo o de aquiles (KOMI, 1990). Outra possibilidade é a de o sensor ser implantado dentro do tendão, este tipo de técnica é mais utilizada para testes in-vitro. Neste caso a fixação do sensor dentro do tendão é geralmente feita com âncoras que penetram no tecido.

No trabalho de Pichorim e Abatti (2006) um sensor injetável ressonante para medir elasticidade em tendões foi proposto. O sensor possui aproximadamente 2,1 mm de diâmetro e 29 mm de comprimento, podendo ser injetado com uma agulha hipodérmica comercial. O sensor possui âncoras para fixação no tendão e é montado em um tubo de silicone, o qual é esticado e retraído de acordo com a deformação sofrida pelo tendão. A frequência de ressonância de um conjunto LC é modulada pelo deslocamento relativo de um núcleo de ferrite sujeito as deformações na borracha de silicone. O sensor foi testado no tendão extensor digital de um porco. A Figura 6 mostra o sensor desenvolvido.



Figura 6: Sensor para medição da deformação em tendões. 1 Âncoras de fixação no tecido. 2 Cola entre âncoras e tubo de silicone. 3 Capacitor tipo SMD. 4 Núcleo de ferrite do indutor. 5 Enrolamento do indutor. 6 Espaço livre. 7 Núcleo móvel de ferrite. 8 Fixação do núcleo móvel às âncoras e ao tubo de silicone.

#### Fonte: (PICHORIM; ABATTI, 2006)

Um sensor para detecção de falhas em próteses vasculares, como as utilizadas em hemodiálises, foi proposto por Cheong *et al.* (2012). A unidade sensora é implantada dentro do enxerto, os elementos sensores são sensores microeletromecânicos piezoresistivos que sentem o fluxo de sangue. A informação é processada e enviada através de uma micro-bobina implantada para uma bobina externa, sendo possível detectar variações não previstas na vazão do sangue. A bobina externa também é responsável por alimentar o sensor através de um *link* indutivo formado com uma segunda micro-bobina na unidade sensora. O sensor ocupa uma área de 1,5 x 1,78 mm<sup>2</sup>, e a máxima distância entre a unidade sensora e a de leitura e alimentação é de 2 cm. A Figura 7 exemplifica o sensor apresentado.

Alguns sensores implantáveis comerciais, para monitoração da pressão arterial, são produzidos pela empresa ISSYS. Os sensores são biotelemétricos e passivos, e acompanham uma antena ou bobina de leitura e a monitoração da pressão arterial pode ser feita de 10 a 15 cm. A Figura 8 mostra as dimensões dos sensores desenvolvidos pela ISSYS em comparação a uma moeda de 1 centavo de dólar, mostrando que a miniaturização dos sensores é uma área de grande importância para empresas e pesquisadores.



Figura 7: Esquemático do sensor, mostrando o sensor que é implantado dentro da prótese vascular, as bobinas utilizadas para alimentação e envio dos dados, os sensores de vazão e uma unidade de processamento e tratamento dos dados provenientes dos sensores denominada de ASIC.

Fonte: Modificada de Cheong et al. (2012)



Figura 8: Sensores biotelemétricos passivos para monitoração da pressão arterial, produzidos pela empresa ISSYS. Comparação entre as dimensões de três sensores e uma moeda de um centavo de dólar.

Fonte: (ISSYS, 2011)

#### 2.1.1 SENSOR INDUTIVO AUTORRESSONANTE

Um importante tipo de sensor utilizado na biotelemetria passiva é o sensor indutivo autorressonante. O princípio de operação deste sensor é utilizar os parâmetros elétricos da própria bobina, não sendo necessária a adição de um capacitor externo para se obter a frequência de ressonância. Desta maneira, este tipo de sensor possibilita uma pequena dimensão da unidade sensora pois pode consistir de apenas um componente. A seguir serão apresentados alguns exemplos de sensores autorressonantes que vêm sendo apresentados na literatura.

Sensores autorressonantes consistindo de uma bobina planar em placa de circuito impresso, a qual tem sua indutância e frequência de autorressonância modulada pela aproximação ou afastamento de um material ferromagnético com alto valor de  $\mu_r$ , foram desenvolvidos por Baldi, Choi e Ziaie (2003) e Kisic *et al.* (2015) (Figura 9). O primeiro destina-se a medição de pressão, possui pequenas dimensões (3x3 mm<sup>2</sup>) e possui uma autorressonância de 31,8 MHz e sensibilidade de 9,6kHz/kPa. O sensor desenvolvido em Kisic *et al.* (2015) também possui pequenas dimensões (15x15 mm<sup>2</sup>), frequência de ressonância de 97 MHz e sensibilidade de 311 kHz/N. Ambos os sensores podem ser utilizados em aplicações biomédicas como sensores implantáveis. Ainda, ambos trabalhos usam bobinas de leitura conectadas a um analisador de impedância para medição da impedância refletida pelo sensor. Um sensor autorressonante para medir deslocamentos e que usa o mesmo princípio de Baldi, Choi e Ziaie (2003), sendo a leitura da impedância refletida efetuada também em um analisador de impedância, é apresentado em Kisi *et al.* (2014).

Collins (1967) foi pioneiro em propor um método para medir a pressão intra-ocular do olho humano e de animais, utilizando um transdutor autorressonante indutivo, onde a pressão entre dois enrolamentos na unidade sensora é variada de acordo com a pressão do globo ocular, variando assim a frequência de ressonância do conjunto (Figura 10). Este princípio de sensor pode ser utilizado para medição contínua da pressão ocular em pacientes com glaucoma e tem sido utilizado em outros trabalhos mais recentes (CHEN *et al.*, 2008). Yousaf, Khan e Reindl (2012) desenvolvem uma técnica de medição telemétrica da autorressonância e dos parâmetros indutância, capacitância interna e fator de qualidade de microbobinas (fios com bitola menor ou igual a 65  $\mu$ m e diâmetro da bobina menor que 4,5 mm) em diferentes meios. Os autores citam que a medição destes parâmetros, através de contatos elétricos, é muito difícil, pois os fios são facilmente rompidos ou deformados. Desta maneira, a técnica utiliza a medida da impedância refletida pela micro-bobina em uma bobina de leitura. Desta forma, as diferentes características do meio em que a bobina sensora está inserida podem ser medidas.



Figura 9: Em a) Sensor autorressonante de pressão, onde a pressão aplicada deforma uma membrana flexível de silicone, deslocando o núcleo de ferrite que modula a frequência de ressonância da bobina. Em b) mostra-se o sensor autorressonante de força em uma visão expandida, o sensor é montado na forma de sanduíche onde os elastômeros sofrem deformação de acordo com a força aplicada nos anteparos, aproximando um núcleo de ferrite preso a parte superior do sensor. c) Esquema de leitura da impedância refletida usando um analisador de impedâncias, onde destaca-se o fato de a capacitância que causa a ressonância se tratar da auto-capacitância da bobina sensora.

Fonte: Modificada de Baldi, Choi e Ziaie (2003) e Kisic et al. (2015)



Figura 10: Configuração proposta por Collins (1967), onde a pressão é aplicada a um par de diafragmas que deslocam os enrolamentos primário e secundário da bobina.

Fonte: Modificada de Collins (1967)

A autorressonância está intrinsecamente ligada às características geométricas do sensor, uma vez que a sua indutância e capacitância são dadas em função destas características. Portanto, alguns estudos têm se voltado para a determinação destes parâmetros e citam que essa tarefa pode ser bastante complexa, principalmente o cálculo da capacitância parasita nestes enrolamentos (YANG; WANG; LIU, 2006; KNIGHT, 2010). O equacionamento e modelagem, além de uma proposta de utilização da bobina bifilar fechada (uma bobina constituída de dois condutores enrolados em paralelo, e conectados em série de modo que a corrente possua o mesmo sentido em ambos (TESLA, 1894)) como um sensor biotelemétrico autorressonante, foram demonstrados em trabalhos anteriores (MIRANDA, 2012; MIRANDA; PICHORIM, 2012b, 2012a). Nestes trabalhos mostrou-se que a bobina bifilar, quando comparada a uma bobina convencional de mesmas dimensões, e com a mesma tensão total aplicada nos terminais destas, possui maior diferença de potencial entre as espiras adjacentes, portanto, apresenta maior capacitância total e consequentemente menor frequência de ressonância. Esta redução na frequência de ressonância pode ser bastante vantajosa do ponto de vista do sistema de leitura e da penetração do sinal no tecido biológico (GHOVANLOO; LAZZI, 2006). A Figura 11 mostra os componentes utilizados para o desenvolvimento de um sensor bifilar de dimensões reduzidas para medição de deslocamentos e deformações em tendões. Este possui dimensões suficientes para que possa ser injetável com uma agulha hipodérmica. A unidade sensora foi enrolada em um tubo de borracha de silicone biocompatível, e possui a sua frequência de autorressonância modulada em função da força de tração aplicada sobre o seu eixo longitudinal. Esta modulação é realizada pela mudança da indutância e capacitância através do movimento relativo de um núcleo de ferrite no interior da bobina, conforme definido em testes prévios. A



Figura 11: Componentes utilizados na montagem do sensor e uma agulha hipodérmica utilizada para injeção de sensores. Em 1 tem-se a agulha hipodérmica, 2 a bobina, 3 o núcleo de ferrite e em 4 as argolas de cromo-níquel.

#### Fonte: (MIRANDA, 2012)

transmissão da força até o núcleo móvel acontece via argolas de Cromo-Níquel (CrNi) localizadas nas extremidades do sensor, onde uma das argolas possui uma extensão, tipo haste, fixada no núcleo. A força aplicada é convertida em um deslocamento ou deformação (*strain*) da borracha de silicone, que traciona o núcleo de ferrite. Para que o indutor não sofresse deformações com a deformação da borracha, foi aplicada cola sobre um dos lados da unidade, incluindo a bobina, ficando sujeito à deformação apenas o lado com a argola fixada ao núcleo. Neste trabalho a técnica *grid-dip* foi utilizada para medição da  $f_o$  através do uso de um *dip-meter*. O sensor possui frequência de autorressonância igual a 22 MHz e a sensibilidade obtida foi de 1,13 MHz/mm. A Figura 12 mostra o esquemático do sensor desenvolvido.



Figura 12: Esquema do sensor desenvolvido. Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2012a)

Um sensor para medição de umidade em madeiras foi desenvolvido utilizando o mesmo tipo de bobina bifilar (REIS; CERVI; PICHORIM, 2014). O sensor planar, do tipo passivo, sem fio e autorressonante, é constituído de uma bobina espiral bifilar, cuja capacitância interna é modulada pela constante dielétrica da água. Assim, a ressonância do sensor é alterada pela presença da umidade na madeira, e pode ser lida à distância através de um enlace indutivo operando na faixa de RF (entre 6 e 18 MHz). Neste trabalho foi utilizado um *dip-meter* para medição da  $f_o$ . Foram realizados testes com madeiras de quatro espécies distintas, sendo obtido um coeficiente de correlação de 0,915 para o Cedro com uma sensibilidade de 0,2907 MHz/% de umidade.

## 2.2 MODELO ELÉTRICO — DETERMINAÇÃO DA AUTORRESSONÂNCIA

Com base nas seções anteriores, percebe-se que o uso de bobinas autorressonantes possui diversas aplicações e grande potencial para uso em biotelemetria e enlaces indutivos. Ainda, em alguns casos pode não ser desejável trabalhar na autorressonância da bobina, como no caso em que se utiliza um capacitor externo para obter a ressonância, ou quando trabalha-se abaixo da frequência de ressonância, onde o circuito possui apenas comportamento indutivo. Em todos estes casos, a determinação dos valores da frequência de ressonância é de primária importância.

#### 2.2.1 ELEMENTOS CONCENTRADOS

Para bobinas que podem ser modeladas como elementos concentrados, ou seja, no caso de as dimensões da bobina serem muito menores que o comprimento de onda ( $\lambda$ ), calculam-se os parâmetros indutância e capacitância, e determina-se a frequência de ressonância através do equacionamento do circuito equivalente. Quando se podem desprezar as perdas (nos condutores ou no núcleo), pode-se determinar a  $f_o$  através de,

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.\tag{1}$$

Este método é satisfatório em bobinas com enrolamentos concentrados (multi-camadas), pequeno comprimento, ou bifilares — as quais apresentam alta capacitância parasita — ou então, bobinas com núcleos ferromagnéticos, que possuem alta auto-indutância. Para o cálculo da indutância, diversos métodos e equações clássicas bastante precisas foram desenvolvidas ao longo dos anos, sendo que no clássico trabalho de Grover (1946) uma coleção de diversas equações para diferentes tipos de bobinas é apresentada. Portanto, o maior desafio consiste no cálculo da capacitância intrínseca destes enrolamentos. Diversos trabalhos recentes apresentam equações para o cálculo de capacitância em bobinas com núcleo de ar camada simples (GRANDI *et al.*, 1999), multi-camadas (MASSARINI; KAZIMIERCZUK, 1997; HOLE; APPEL, 2005) e em bobinas com núcleo ferromagnético (BARTOLI; REATTI; KAZIMIERCZUK, 1994; MASSA-RINI; KAZIMIERCZUK; GRANDI, 1996). Para o caso de uma bobina com camada simples e núcleo de ar,  $L_t$  é a indutância por espira, cuja composição dá origem à auto-indutância L, e  $C_{tt}$  é a capacitância entre espiras e que da origem a capacitância total  $C_s$ . Nota-se portanto que a frequência de autorressonância nesse caso é uma típica ressonância LC paralela, dada pela equação (1) (desprezando-se as perdas nos fios e no núcleo). A Figura 13 mostra o modelo concentrado da bobina, incluindo as perdas. A partir do modelo equivalente de um indutor, nota-se



Figura 13: a)Indutância por espiras  $(L_t)$  e capacitância entre espiras  $(C_{tt})$  em um solenoide camada simples e núcleo de ar. b) L é a auto-indutância e representa a associação série das indutâncias por espira  $L_t$  e das indutâncias mútuas entre espiras,  $C_s$  é a composição das capacitâncias entre espiras  $C_{tt}$  associadas em série e  $R_s$  a resistência equivalente.

que este resulta em uma ressonância paralela com máxima impedância na  $f_o$  (esta característica é válida quando consideram-se as perdas ou não).

## 2.2.2 ELEMENTOS DISTRIBUÍDOS

Os métodos para cálculo dos elementos concentrados mencionados anteriormente são válidos quando  $\lambda$  é muito maior do que as dimensões do circuito considerado (RAMO, 1945).

Quando esta condição não é atendida, os métodos mencionados falham, pois não se pode mais assumir que corrente e tensão são uniformemente distribuídas ao longo do circuito e em geral um modelo distribuído deve ser utilizado (RAMO; WHINNERY; DUZZER, 1965). Um exemplo clássico de modelo distribuído é o de uma linha de transmissão a dois fios, onde elementos infinitesimais de indutância ( $L\Delta_x$ ), capacitância ( $C\Delta_x$ ), resistência ( $R\Delta_x$ ) e condutância ( $G\Delta_x$ ) são distribuídos em trechos infinitesimais ( $\Delta_x$ ) da linha, conforme mostrado na Figura 14. Dessa maneira, pode-se considerar que nesses trechos infinitesimais, corrente e tensão são uniformemente distribuídas. Alguns trabalhos mostram análises de modelos distribuídos para



Figura 14: Modelo distribuído de uma linha de transmissão a dois fios, são mostrados os elementos infinitesimais de indutância  $(L\Delta_x)$ , capacitância  $(C\Delta_x)$ , resistência  $(R\Delta_x)$  e condutância  $(G\Delta_x)$ , distribuídos em trechos infinitesimais  $(\Delta_x)$ .

#### Fonte: Modificada de Edwards (2001)

o cálculo dos parâmetros R, L e C em bobinas (YU; HOLMES, 1999; YANG; WANG; LIU, 2006). Porém, infelizmente as expressões resultantes nem sempre são práticas como se deseja no projeto de bobinas.

Dentre os tipos de enrolamentos mencionados, pode-se considerar o enrolamento com camada simples e núcleo de ar como o mais crítico em termos da validade do modelo concentrado. Em termos do cálculo de capacitância, quanto maior o número de espiras, menor é a capacitância total desta bobina — uma vez que esta é uma composição das capacitâncias entre espiras ( $C_{tt}$ ) associadas em série (Figura 13) (MASSARINI; KAZIMIERCZUK, 1997). Deste modo, neste caso ocorre o oposto ao que se espera como senso comum, uma vez que, quanto maior o número de espiras menor é a capacitância. Dessa maneira, mesmo em dimensões relativamente pequenas, este componente pode apresentar baixíssima capacitância interna de
maneira que sua impedância passe a ser dominada por outros efeitos eletromagnéticos. Neste sentido, Johnson (1950) cita: "A capacitância distribuída que existe entre as espiras de uma bobina apresenta cada vez mais baixas reatâncias à medida que a frequência aumenta, até o ponto em que a bobina passa a se comportar como um elemento de indutância constante, mas que atua como uma linha de transmissão complexa e imprevisível". Portanto, não se pode esperar que nestes casos a frequência de autorressonância seja uma típica ressonância LC paralela — como previsto para o modelo concentrado da Figura 13.

Na realidade, neste trabalho será mostrado que a autorressonância nestes enrolamentos pode se dever à presença de ondas estacionárias, sendo desenvolvida uma equação simples e que pode determinar a frequência de autorressonância por onda estacionária e sobre-tons em enrolamentos com núcleo de ar e camada simples. O desenvolvimento teórico apresentado tem a finalidade de tornar a análise mais didática e simples — contrariando o comentário de Johnson (1950).

# 2.2.3 HÉLICES DISTRIBUÍDAS

Uma bobina helicoidal, ou solenoide, com comprimento comparável ao comprimento de onda do sinal pode apresentar diferentes modos de transmissão — a maneira pela qual a onda eletromagnética é transmitida ao longo da bobina, como se essa fosse uma linha de transmissão ou guia de onda infinito. O modo de transmissão mais baixo é chamado de modo  $T_0$ . Neste modo, as regiões de cargas positivas e negativas são separadas por uma distância apreciável em termos de comprimento de onda (KRAUS, 1950), conforme mostrado na Figura 15. O modo



Figura 15: Modo de transmissão *T*<sub>0</sub>, no qual as cargas são espaçadas por um número apreciável de espiras

 $T_0$  é o modo que predomina em frequências relativamente baixas e nas primeiras frequências de ressonância, sendo portanto o de maior interesse para este trabalho. Para o caso em que não existe um grande número de espiras por comprimento de onda, pode-se determinar a velocidade de fase da onda eletromagnética guiada pela hélice, através da geometria da bobina. Inicialmente considera-se uma reta perpendicular ao eixo do solenóide, e denomina-se de  $\psi$  o ângulo formado entre esta reta e a espira (também chamado de ângulo de espaçamento), conforme mostrado na Figura 16. Considerando o sinal ao longo da espira com a velocidade da luz



Figura 16: Ângulo de espaçamento  $\psi$ , determinado entre a espira e uma reta perpendicular ao eixo da bobina.

c, e a velocidade de fase  $v_p$  da onda eletromagnética na direção do eixo do solenóide, pode-se determinar a geometria mostrada na Figura 17. Deste modo tem-se que a velocidade de fase



Figura 17: Representação da velocidade de fase  $v_p$  ao longo do eixo do solenóide, e do sinal ao longo da espira com velocidade c no vácuo, correlacionados pelo ângulo de espaçamento  $\psi$ 

pode ser dada por (OLLENDORFF, 1926),

$$v_p = c \sin \psi. \tag{2}$$

Portanto, nota-se que a velocidade de fase pode ser muito menor que a velocidade da luz para ângulos pequenos, como é o caso de grande parte das bobinas práticas. Por este motivo, o solenóide nestes casos é considerado um guia de ondas lentas, onde a velocidade de fase é menor, ou muito menor, que a velocidade da luz (COLLIN, 1966).

É importante ressaltar que para resolver as equações de Maxwell em uma hélice (resultando na análise aqui resumida) considera-se o solenóide como uma estrutura que conduz apenas na direção helicoidal, ou seja, que a condutividade é infinita na direção helicoidal e zero na direção do eixo longitudinal *z* do solenóide. Este modelo é atribuído a Ollendorff (1926) e é chamado de modelo hélice de bainha ("*sheath helix*") (COLLIN, 1966).

Modos de transmissão mais elevados ocorrem quando as cargas são estreitamente separadas. Por exemplo, para o modo  $T_1$ , as cargas positivas e negativas são aproximadamente separadas por meia espira, conforme mostrado na Figura 18. Modos de transmissão superiores



Figura 18: Modo de transmissão T<sub>1</sub>, no qual as cargas são espaçadas por meia espira

são mais comuns em frequências ultra-elevadas, sendo que nestes casos as regiões de cargas positivas e negativas podem ser distribuídas ao longo do comprimento de uma espira (KRAUS, 1950). A Figura 19 ilustra as distribuições de carga ao longo de uma espira para os modos  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ .



Figura 19: Modos de transmissão superiores,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  no qual as cargas são espaçadas ao longo de uma espira.

# 2.3 TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO

A transmissão de energia sem fio, apesar de se tratar de um tema bastante atual, já havia sido idealizada e experimentada por Nikola Tesla no começo do século XX (MARINCIC; POPOVIC, 1978; TESLA, 1900b, 1900a, 1901, 1904, 1905, 1919). Tesla empreendeu esforços gigantescos neste sentido, chegando inclusive a propor um sistema mundial de transmissão de energia sem fio (TESLA, 2012) antes que o sistema de distribuição de energia a cabo — o qual utilizava amplamente a sua patente do motor de indução — estivesse totalmente desenvolvido.

Dentre alguns feitos notáveis com esta técnica, Tesla chegou a acender várias lâmpadas a grandes distâncias, bem como a acionar motores (TESLA, 1900b, 2012). Apesar de teoricamente o sistema de Tesla ser bastante promissor para a época, este não foi levado adiante e, o sistema de transmissão de energia a cabo se desenvolveu ao ponto de atualmente atender grande parte da população mundial. Neste sentido, a transmissão de energia sem fio em larga escala e a grandes distâncias ao longo do globo terrestre, como sonhou Tesla, a princípio, não se faz necessária nos dias de hoje. É importante mencionar que o sistema proposto por Tesla, utilizava as clássicas bobinas de Tesla, as quais são componentes que são descritos pela teoria de elementos distribuídos. No sistema de Tesla, para alcançar grandes distâncias, as bobinas irradiavam energia no campo distante, se comportando como antenas — provavelmente esta foi uma das dificuldades encontradas por Tesla para equacionar o seu sistema, uma vez que a teoria de linhas de transmissão e antenas ainda não havia sido formalizada do modo que hoje é conhecida.

Atualmente, pode-se considerar como grande desafio a transmissão de energia a médias e curtas distâncias, visando alimentar dispositivos biomédicos (DAS; YOO, 2015), carregar dispositivos móveis (LIN, 2013), carregar baterias de veículos elétricos (LEE; HAN, 2015), bem como diversas outras aplicações.

Pode-se afirmar que os trabalhos de Kurs *et al.* (2007) e Karalis, Joannopoulos e Soljacic (2007), novamente trouxeram grande interesse para este tema (GALVAN *et al.*, 2013) que vinha sendo tratado de maneira esparsa em trabalhos de diferentes áreas nas últimas décadas. Nestes trabalhos, mostrou-se que a transferência de energia a médias distâncias em enlaces indutivos, ou seja, algumas vezes a dimensão dos indutores ou bobinas envolvidas, é possível quando se trabalha na frequência de ressonância das bobinas. Ou seja, a técnica se trata da utilização de enlaces ressonantes magneticamente acoplados. É importante destacar que nestes sistemas, utilizam-se apenas componentes que podem ser descritos pela teoria de elementos concentrados, e o enlace magnético opera dentro do campo próximo.

### 2.3.1 ENLACES RESSONANTES MAGNETICAMENTE ACOPLADOS

O conceito de que dois objetos que possuem a mesma frequência de ressonância natural, quando oscilando nesta frequência, tendem a trocar energia entre si de maneira mais eficiente do que quando vibrando em outra frequência, é intuitivo em primeiro momento. Também não é novidade que este tipo de acoplamento ressonante tem sido utilizado para alimentação de sensores biomédicos passivos, e em RFIDs, nas últimas décadas (KO; LIANG; FUNG, 1977). Ainda, deve-se enfatizar que a ideia de trabalhar na frequência de ressonância, como maneira seletiva de transferir energia sem fio, foi incialmente proposto por Tesla (TESLA, 1919). Porém



Figura 20: Sistema de transferência de energia sem fio utilizando *loops* para acoplamento do sinal, e bobinas transmissora e receptora autorressonantes.

Fonte: Modificada de Kurs et al. (2007)

foi no trabalho de Kurs et al. (2007) e Karalis, Joannopoulos e Soljacic (2007), que a vantagem de se trabalhar na frequência de ressonância foi modelada e equacionada. No experimento de Kurs et al. (2007) foi utilizado um oscilador Collpits e um amplificador de alta potência conectado a um loop (1 volta com 25 cm de raio e fio com bitola de 6 mm) que é indutivamente acoplado a uma bobina transmissora e que ressona na mesma frequência da bobina receptora, sendo as bobinas transmissora e receptora autorressonantes (devido à baixa indutância dos loops em comparação à bobina transmissora e receptora, bem como à distância entre os elementos, despreza-se o acoplamento entre bobinas não adjacentes). A bobina receptora é também indutivamente acoplada a uma bobina de poucas voltas, a qual é conectada a uma lâmpada incandescente de 60 W utilizada como carga. As bobinas transmissora e receptora possuem raio de 30 cm, comprimento de 20 cm, fio de cobre de diâmetro 6 mm e 5,25 voltas. Os autores enfatizam que devido às suas dimensões, as bobinas transmissora e receptora são elementos puramente concentrados (Lumped) e ressonam na frequência de autorressonância de valor 9,9 MHz. A Figura 20 ilustra o sistema implementado pelos autores. Portanto, nota-se que nenhum capacitor é usado no sistema, uma vez que os autores citam que devido a alta potência envolvida e ao fato de que na ressonância a tensão ou corrente individual nos componentes L e C, podem ser Q vezes maiores que a tensão ou corrente entregues pela fonte, os capacitores são facilmente danificados (KURS, 2007). Deste modo, os autores optaram por utilizar bobinas autorressonantes e loops para acoplamento do sinal. A eficiência total obtida foi de 15% a uma distância de 2 metros entre as bobinas transmissora e receptora. Nessa análise, o equacionamento foi desenvolvido com base na teoria de regime acoplado utilizada na área de fibras ópticas (HAUS, 1984). Entretanto, do ponto de vista de Engenharia Elétrica esta teoria não é prática (CHEON et al., 2011). Sendo assim, alguns trabalhos têm modelado estes sistemas com a teoria de circuitos elétricos, onde Hui, Zhong e Lee (2014) apresentam um artigo de revisão sobre alguns destes trabalhos. Em particular, em trabalho recente, o sistema para os casos de 2 e 4 bobinas foi modelado por completo, tendo como enfoque a eficiência e transferência relativa de potência (ABATTI; PICHORIM; MIRANDA, 2015). Mais adiante neste trabalho a análise desenvolvida será apresentada.

Na área biomédica, os sistemas ressonantes de transferência de energia sem fio, possuem ampla aplicação por permitirem maior alcance do *link*. Alguns trabalhos apresentam estudos sobre a otimização de sistemas com 2 bobinas. Geralmente consideram-se as dimensões das bobinas e condutores, separação, o meio físico, dentre outros (BITO; JEONG; TENTZE-RIS, 2016; FERREIRA *et al.*, 2014). No trabalho de RamRakhyani, Mirabbassi e Chiao (2011) a análise e otimização de um sistema de 4 bobinas para fins biomédicos é realizada. Os autores enfatizam o maior alcance de um sistema com 4 bobinas em relação a um sistema com 2 bobinas como principal vantagem. Neste trabalho os autores não consideram o acoplamento entre as bobinas não adjacentes, uma vez que o consideram desprezível em relação ao acoplamento entre bobinas adjacentes (neste trabalho as indutâncias das bobinas ligadas à fonte e à carga são menores do que as indutâncias das bobinas intermediárias).

Um sistema para fins biomédicos, com 4 bobinas, onde se leva em consideração o acoplamento entre bobinas não adjacentes foi apresentado (MIRANDA; FERREIRA; PICHORIM, 2016). Neste sistema as bobinas 1 e 2 são concêntricas, assim como as bobinas 3 e 4 (na realidade todas as bobinas consistem de *loops* com apenas 1 espira). Neste trabalho mostra-se que se fossem utilizados apenas 2 *loops*, a transferência relativa de potência (a razão entre a potência transferida e a máxima transferência de potência possível) seria menor do que 1%, enquanto que com 4 *loops* ,para os mesmos valores de carga, alcança-se a aproximadamente 33%.

Em uma aplicação biomédica real, a bobina implantada e a bobina externa dificilmente estão perfeitamente alinhadas. Deste modo, alguns trabalhos tem proposto estudos considerando o desalinhamento entre as bobinas (SOMA; GALBRAITH; WHITE, 1987; FOTOPOU-LOU; FLYNN, 2011). Estes estudos também podem ser interessantes para determinar a posição de um implante, uma vez que esse pode se deslocar com o tempo, conforme é proposto por Zou e ODriscoll (2015). Em Chow *et al.* (2015), de modo a compensar o desalinhamento entre as bobinas, os autores utilizam bobinas ortogonais em um dos lados do enlace (transmissora ou receptora). Deste modo mesmo havendo desalinhamento, o fluxo magnético concatenará uma das bobinas ortogonais.

Em sistemas de transferência de energia modernos, também existe grande interesse em carregar mais de um dispositivo ao mesmo tempo, ou seja, um sistema multi-usuários. Neste sentido, nos trabalhos de Moghadam e Zhang (2016) e Fu *et al.* (2016) são apresentadas análises

de sistemas envolvendo uma bobina transmissora e n bobinas receptoras. Obviamente, a análise de tais sistemas é mais complexa e deve levar em consideração o acoplamento entre as bobinas receptoras – uma vez que estas podem ser movimentadas conforme o usuário desejar.

Em grande parte dos trabalhos da área de transferência de energia sem fio, os circuitos primário e secundário são sintonizados utilizando-se o indutor e capacitor conectados em série (ressonância série), também chamada de compensação SS. De maneira geral, este tipo de configuração é mais simples pois neste caso a impedância é mínima na frequência de ressonância — de fato, a resistência equivalente nesta frequência deve-se apenas a resistência do fio, perdas nos componentes e à impedância de saída do gerador. Deste modo, quando uma fonte de tensão alimenta o sistema na frequência de ressonância série, esta pode causar uma alta circulação de corrente a qual, por sua vez, irá gerar um intenso campo magnético. Ainda, a impedância refletida pelo secundário é puramente real para qualquer valor de M (a qual em um sistema prático pode variar de acordo com a distância entre as bobinas) e da carga  $R_L$  (WANG; STIELAU; COVIC, 2005; HOU et al., 2015). Por outro lado, quando ambos os circuitos sintonizados possuem configuração paralela (indutor e capacitor em paralelo), também chamada de compensação PP, a impedância vista pela fonte de alimentação é máxima na frequência de ressonância. Deste modo, uma fonte de corrente deve ser usada para excitar o sistema — a qual não é tão prática em aplicações reais quanto uma fonte de tensão. Além disso, a impedância refletida pelo secundário pode ter a parte reativa diferente de zero dependendo do valor de M e de R<sub>L</sub> (WANG; STIELAU; COVIC, 2005; HOU et al., 2015), assim, o sistema necessitaria de uma recalibração na frequência de operação para diferentes distâncias e valores de carga.

Conforme visto, o modelo elétrico concentrado de uma bobina ou indutor típico (Figura 13), leva a uma autorressonância paralela com máxima impedância na frequência de autorressonância. Deste modo, um sistema com 2 bobinas autorressonantes sintonizadas é equivalente a dois circuitos LC paralelos sintonizados. Conforme visto, esta característica torna pouco prático o uso de bobinas autorressonantes em um sistema com 2 bobinas. No trabalho de Kurs *et al.* (2007), este problema é evitado utilizando-se *loops* para acoplar magneticamente o sinal nas bobinas transmissora e receptora (Figura 20). Dessa maneira, o sinal de tensão induzido nestas bobinas enxerga uma ressonância série. Porém, a complexidade do sistema aumenta consideravelmente, por possuir 4 bobinas.

Para contornar o problema (máxima impedância na ressonância) de se utilizar bobinas autorressonantes em um sistema com 2 bobinas, um sistema utilizando bobinas bifilares abertas será apresentado neste trabalho. Verificou-se que estas bobinas, ao contrário de bobinas convencionais, possuem uma frequência de autorressonância série e, deste modo, viabilizam o uso de 2 bobinas autorressonantes para transferência de energia sem fio (PICHORIM; MI-RANDA, 2016; MIRANDA; PICHORIM, 2016). A teoria desenvolvida e os testes realizados serão apresentados mais adiante neste texto.

# 3 AUTORRESSONÂNCIA POR ONDA ESTÁCIONARIA

Quando o comprimento do solenoide (camada simples e núcleo de ar) é comparável ao comprimento de onda do sinal, este pode ser modelado como um guia de onda helicoidal, o qual propaga uma onda com comprimento de onda  $\lambda_g$  e constante de fase  $\beta_g = 2\pi/\lambda_g$  ao longo do seu eixo longitudinal. O fator de velocidade ( $v_f$ ) neste guia é dado pela relação (CORUM; CORUM, 2001),

$$v_f = \frac{v_p}{c} = \frac{\lambda_g}{\lambda_0},\tag{3}$$

onde  $v_p$  é a velocidade de fase, *c* a velocidade da luz no vácuo e  $\lambda_0$  é o comprimento de onda do sinal ao longo do condutor (considera-se que possui velocidade *c*). Nestes casos, obviamente corrente e tensão não são uniformes ao longo do comprimento do solenoide, e as frequências de ressonância ocorrem devido a efeitos de ondas estacionárias.

Inicialmente, assume-se a bobina como uma estrutura helicoidal com distribuição de corrente e tensão, ao longo do eixo longitudinal, dada por um padrão de onda estacionária com comprimento de onda  $\lambda_g$ . Sendo assim, as condições de contorno das terminações — terminação aberta ou fechada — determinam o comportamento elétrico desta estrutura. Nas próximas seções serão apresentados os tipos de ressonância que podem ocorrer nestas situações, sendo por fim apresentada uma expressão para determinar as frequências de ressonância destes componentes (MIRANDA; PICHORIM, 2015a).

# 3.1 RESSONÂNCIA DE UM QUARTO DE ONDA

Uma bobina com um de seus terminais aterrado e o outro aberto, quando em autorressonância, irá apresentar máxima tensão e mínima corrente no terminal aberto e mínima tensão e máxima corrente no terminal aterrado. A bobina neste caso se comporta como um ressonador de um quarto de onda, onde nas frequências de ressonância, a altura ou comprimento longitudinal *H* da bobina deve ser um múltiplo ímpar de  $\lambda_g/4$  (CORUM; CORUM, 2001). A Figura 21 mostra o padrão de onda estacionária de tensão para a frequência de ressonância ( $\lambda_g/4$ ) e primeiro sobre-tom ( $3\lambda_g/4$ ) em um ressonador de um quarto de onda — esta é a configuração utilizada na clássica bobina de Tesla.



Figura 21: Ressonância de um quarto de onda em uma bobina com altura *H*. Uma segunda bobina e gerador são usados para excitar a bobina (este é o clássico arranjo da bobina de Tesla). Para a primeira frequência de ressonância, *H* é igual a  $\lambda_g/4$ . No primeiro sobre-tom, *H* é igual a  $3\lambda_g/4$ . A distribuição da tensão é mostrada do lado direito para ambos os casos.

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)

# 3.2 RESSONÂNCIA DE MEIA ONDA

Comumente, bobinas solenoidais possuem ambas extremidades conectadas a geradores de sinais, analisadores de impedância e outros instrumentos. Considerando que a impedância de saída destes instrumentos é baixa, para bobinas conectadas aos mesmos, espera-se que na ressonância, máxima corrente e mínima tensão apresentem-se nas extremidades, bem como, mínima corrente e máxima tensão no centro de H (primeira  $f_o$ ). A bobina neste caso se comporta como um ressonador de meia onda, onde nas frequências de ressonâncias H é um múltiplo inteiro de  $\lambda_g/2$ . A Figura 22 mostra os padrões de onda estacionária de corrente, para a frequência de ressonância ( $\lambda_g/2$ ) e primeiro sobre-tom ( $\lambda_g$ ) neste caso. Assume-se que a impedância de saída do gerador seja zero para uma representação simétrica do perfil de corrente.

Pode-se fazer a analogia entre uma bobina autorressonante conectada a um gerador de sinais e um tubo de ar ressonante aberto em ambas as extremidades, e correlacionar o deslo-



Figura 22: Ressonância de meia onda de uma bobina solenoidal conectada a um gerador. Para a frequência de ressonância, H é igual a  $\lambda_g/2$ . No primeiro sobre-tom, H é igual a  $\lambda_g$ . As distribuições de corrente são mostradas do lado direito.

#### Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2015a)

camento de ar e pressão, com corrente e tensão elétrica, respectivamente. Da mesma maneira, uma bobina com uma das extremidades aterrada e outra aberta, pode ser comparada a um tubo de ar ressonante com uma extremidade aberta e outra fechada, respectivamente. Esta analogia é bastante útil para uma análise didática de bobinas como ressonadores e voltará a ser abordada na seção 3.6.

# 3.3 DETERMINAÇÃO DA FREQUÊNCIA DE AUTORRESSONÂNCIA

A velocidade de fase dada por (2) não leva em bons resultados quando a bobina é estreitamente enrolada e existe um grande número de espiras por comprimento de onda (neste caso o ângulo de espaçamento  $\psi$  é muito pequeno), ou quando o diâmetro da bobina (*D*) é pequeno comparado ao comprimento de onda no espaço livre ( $\lambda_0$ ) (CORUM; CORUM, 2001), como comumente ocorre em casos práticos. Uma expressão mais apropriada para estes casos é apresentada em Kandoian e Sichak (1953) em termos do fator de velocidade, e é definida como,

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{1 + 20\left(\frac{D}{s}\right)^{2.5} \left(\frac{D}{\lambda_0}\right)^{0.5}}},\tag{4}$$

onde *s* é a distância entre o centro de duas espiras adjacentes. Para uma bobina estreitamente enrolada,  $s \approx H/n$ , onde *n* é o número de espiras, conforme mostrado na Figura 23. Considerando



Figura 23: Parâmetros da bobina solenoidal, onde *s* é a distância entre espiras adjacentes, d é o diâmetro do fio, D é o diâmetro do solenoide e H é o comprimento do solenoide na direção axial. Para uma bobina estreitamente enrolada *s* e d são aproximadamente iguais

#### Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2015a)

que em solenoides práticos, o termo do lado direito no denominador de (4) é muito maior do que um, e igualando (3) e (4), resulta em,

$$\frac{\lambda_g}{\lambda_0} = \frac{1}{\sqrt{20\left(\frac{D}{s}\right)^{2,5} \left(\frac{D}{\lambda_0}\right)^{0,5}}}.$$
(5)

Essa aproximação é válida quando o fator de velocidade é muito menor do que um, o que significa que a velocidade de fase da onda eletromagnética na bobina é muito menor do que a velocidade da luz no vácuo. Isto está de acordo com o caso de uma bobina com muitas espiras por comprimento de onda, uma vez que, conforme visto, a bobina nestas situações é uma estrutura de ondas lentas (CORUM; CORUM, 2001). Elevando ambos os lados de (5) à quarta potência e isolando ( $\lambda_0$ ), resulta em,

$$\lambda_0^{5} = \frac{400D^6 n^5 \lambda_g^{4}}{H^5}.$$
 (6)

Substituindo  $\lambda_g = 2H$ , para a frequência de ressonância de um ressonador de meia onda, e  $\lambda_0 = c/f_0$ , onde *c* é 3 · 10<sup>8</sup> m/s, isolando  $f_0$  chega-se em (MIRANDA; PICHORIM, 2015a),

$$f_0 = \frac{K}{nD} \left(\frac{H}{D}\right)^{0,2},\tag{7}$$

sendo

$$K = \frac{3 \cdot 10^8 \,\mathrm{m/s}}{\sqrt[5]{20^2 2^4}} \cong 52 \mathrm{MHz} \cdot \mathrm{m.}$$
(8)

Um procedimento similar pode ser feito para o cálculo dos sobre-tons, ao substituir  $\lambda_g$  pelo seu valor correspondente (*H*, 2*H*/3, *H*/2 e assim por diante) na equação (7). Este procedimento resulta em equações que diferem apenas por *K*.

Quando uma bobina é excitada conforme mostrado na Figura 21 (uma bobina de Tesla, por exemplo), esta se comporta como um ressonador de um quarto de onda, e  $\lambda_g = 4H$  na frequência de ressonância (Figura 21). Por um desenvolvimento similar, encontra-se (7) com *K* igual a 30 MHz·m. Os sobre-tons podem ser calculados de maneira similar e novamente resultam em expressões que variam apenas por *K*. A Tabela 1 informa os valores de *K* para a frequência de ressonância e três sobre-tons, nos ressonadores de meia onda e um quarto de onda. Uma expressão genérica para *K* pode ser obtida de (6), resultando em

Tabela 1: Fator numérico K usado em (7) para a frequência de ressonância e sobre-tons dos ressonadores de meia onda e um quarto de onda. K é dado em MHz·m.

Ressonador de meia onda		Ressonador de um quarto de onda		
Ressonância	K (MHz·m)	Ressonância	K (MHz·m)	
$\lambda_g/2$	52	$\lambda_g/4$	30	
$\lambda_g$	90,5	$3\lambda_g/4$	72	
$3\lambda_g/2$	125,2	$5\lambda_g/4$	108,2	
$2\lambda_g$	157,6	$7\lambda_g/4$	141,6	

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)

$$K = \frac{c}{\sqrt[5]{400}} \cdot R^{4/5} = 90,51 \cdot R^{4/5} \text{MHz} \cdot \text{m},$$
(9)

onde *R* é o modo da ressonância. Para um ressonador de meia onda, *R* pode ser 1/2, 1, 3/2, 2,..., e para um ressonador de um quarto de onda, este pode ser 1/4, 3/4, 5/4, 7/4, e assim por diante.

Baseado nos resultados dados na Tabela 1 e/ou em (9), nota-se que os sobre-tons não são múltiplos da frequência de ressonância (se o fossem, seriam chamados de harmônicos). Isto deve-se ao fato de a bobina ser um ressonador dispersivo em frequência, ou seja, o fator de velocidade depende da frequência (CORUM; PESAVENTO; CORUM, 2006) conforme mostra a equação (4).

É importante enfatizar que a expressão (7) é válida para a frequência de ressonância e primeiros sobre-tons, nos quais se tem um grande número de espiras por comprimento de

onda, e o modo de transmissão  $T_0$  é válido. Para frequências mais altas, modos de transmissão superiores estarão presentes no solenóide e a equação (7) não levará a bons resultados.

### 3.4 RESULTADOS

Para validar o desenvolvimento teórico da seção anterior, um conjunto de experimentos práticos foi realizado. Seus resultados e comentários encontram-se a seguir.

### 3.4.1 RESSONÂNCIA DE UM QUARTO DE ONDA

Oito bobinas com núcleo de ar, camada simples, relação comprimento por diâmetro (H/D) de aproximadamente 1, 2, 3, 5, 8, 10, 12, e 15 (condutor de cobre esmaltado com diâmetro de 0,52 mm e diâmetro da bobina igual a 20 mm) estreitamente enroladas, foram construídas e são mostradas na Figura 24. Com uma extremidade aterrada e a outra aberta, a



Figura 24: Bobinas construídas. Condutor de cobre esmaltado com diâmetro de 0,52 mm e diâmetro da bobina igual a 20 mm. Relações de H/D crescentes de baixo para cima, iguais a 1, 2, 3, 5, 8, 10, 12, e 15, respectivamente.

bobina se comporta como um ressonador de um quarto de onda e as frequências de ressonância são calculadas através de (7) e da Tabela 1. Para este teste, um ressonímetro, ou *dip-meter* Leader LDM-815 foi utilizado, permitindo que o ressonador seja excitado remotamente através

de enlace indutivo, e evitando capacitâncias e indutâncias parasitas de cabos de medição. A frequência de ressonância e sobre-tons, são achadas como *dip-points* ou pontos de máxima absorção do sinal, lidos no ponteiro do medidor. Devido ao leitor ser analógico, um pequeno *loop* indutivo de poucas espiras, conectado a uma ponteira de osciloscópio, é posicionado entre o enlace indutivo formado entre a bobina do ressonímetro e a bobina sob teste. Desta maneira, as leituras de frequência podem ser realizadas no osciloscópio digital com maior precisão. O aparato de teste é mostrado na Figura 25. Os resultados para a frequência de ressonância, pri-



Figura 25: Configuração usada para medir a frequência de ressonância e sobre-tons em um ressonador de um quarto de onda (1). Um ressonímetro (2) é usado para excitar o ressonador ao longo de uma faixa de frequências varrida através do *dial*. Um *loop* (3) é usado como sensor para determinar o ponto de ressonância (*dip-point*) lido em um osciloscópio digital. A bobina ressonadora sob teste é conectada ao terra em uma extremidade, enquanto a outra é deixada em aberto.

#### Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)

mero sobre-tom e segundo sobre-tom são mostrados nas Figuras 26, 27 e 28, respectivamente. A bobina com relação H/D = 1 não pôde ter os sobre-tons medidos, devido a limitação de frequência do ressonímetro (cerca de 100 MHz). Pela mesma razão, a bobina com H/D = 2 não pôde ter o segundo sobre-tom medido. Para a frequência de ressonância, os erros relativos percentuais, máximo e mínimo, foram de 27,5% (H/D = 1) e 2,3% (H/D = 15), respectivamente. A correlação entre as frequências medidas e calculadas foi de 0,998. Para o primeiro sobre-tom foram obtidos erros, máximo e mínimo, de 13,9% (H/D = 2) e 2% (H/D = 12), respectivamente. A correlação foi de 0,996. Por último, para o segundo sobre-tom, 15,3% (H/D = 3) e 2,2% (H/D = 10), foram o maior e menor erro obtidos, respectivamente. Para este caso, uma correlação de 0,994 foi obtida. Os erros médios foram de 14,7%, 3,8%, e 6% para a frequência



Figura 26: Frequência de ressonância em função de H/D para um ressonador de um quarto de onda. Pontos são valores medidos e a curva tracejada é calculada por (7) com  $K = 30 \text{ MHz} \cdot \text{m}$ 

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)



Figura 27: Primeiro sobre-tom em função de H/D para um ressonador de um quarto de onda. Pontos são valores medidos e a curva tracejada é calculada por (7) com  $K = 72 \text{ MHz} \cdot \text{m}$ 

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)



Figura 28: Segundo sobre-tom em função de H/D para um ressonador de um quarto de onda. Pontos são valores medidos e a curva tracejada é calculada por (7) com K = 108,2 MHz·m Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)

de ressonância, primeiro e segundo sobre-tom, respectivamente.

### 3.4.2 BOBINAS DE TESLA

Duas bobinas de Tesla com H = 48,5 cm, D = 6,08 cm, d = 0,31 mm, eH = 35,2 cm, D = 10,2cm, d = 0,31 mm, tiveram suas frequências de ressonância e dois sobre-tons medidos em um arranjo similar ao da Figura 21. Usando um gerador de função para excitar a bobina primária (a qual consiste em poucas espiras envolvendo a base da bobina secundária), e um pequeno *loop* indutivo conectado à ponteira de um osciloscópio posicionado no topo da bobina secundária, as frequências de ressonância são localizadas quando máximos de tensão são medidos no topo da bobina conforme a frequência do sinal aplicado pelo gerador é lentamente variada. As Figuras 29 e 30 mostram as bobinas de Tesla e o arranjo utilizado para medição. As frequências de ressonância foram calculadas por (7) e pela Tabela 1 para ressonadores de um quarto de onda. Os resultados são mostrados na Tabela 2. Os padrões de onda estacionária da Figura 21 também foram observados ao mover a ponteira do osciloscópio conectada a um pequeno *loop*, ao longo do eixo longitudinal da bobina, mostrando boa concordância com a teoria.



Figura 29: Bobina de Tesla com H/D = 8



Figura 30: Bobina de Tesla com H/D = 3,4

	<i>H</i> =48,5cm, <i>D</i> =6,08cm		<i>H</i> =35,2cm, <i>D</i> =10,2cm			
Ressonância	Calc.(kHz)	Med.(kHz)	Err.(%)	Calc.(kHz)	Med.(kHz)	Err.(%)
$(\lambda_g/4)$	493	476	3,6	330	345	4,3
$(3\lambda_g/4)$	1184	1323	10,5	793	847	6,4
$(5\lambda_g/4)$	1779	2020	11,9	1191	1286	7,4

 Tabela 2: Frequências de ressonância e sobre-tons medidos e calculados para duas bobinas de

 Tesla e os erros percentuais relativos.

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a).

#### 3.4.3 RESSONADOR DE MEIA ONDA

O mesmo conjunto de bobinas mostradas na Figura 24 foi utilizado na configuração de ressonador de meia onda. A frequência de ressonância e os dois primeiros sobre-tons foram medidos em um analisador vetorial de impedâncias Agilent 4294A. As frequências de ressonância são achadas quando o ângulo de fase é 0º ou 180º (mais detalhes na seção 3.6). As frequências de ressonância são calculadas através de (7) e Tabela 1 para ressonadores de meia onda. Os valores medidos para a frequência de ressonância são mostrados na Figura 31 (pontos), onde a curva é calculada através de (7). A correlação entre as frequências medidas e calculadas foi de 0,997, o menor erro foi de 2,2% para a bobina com H/D = 8 e o maior erro foi 19,6% para a bobina com H/D = 5. Os resultados para o primeiro sobre-tom são mostrados na Figura 32. A bobina com H/D = 1 apresentou um sobre-tom de frequência acima do limite de operação do analisador (110 MHz) e não pode ser medida. Uma correlação de 0,997, erro mínimo de 1,4% (H/D = 3) e erro máximo de 8,3% (H/D = 5) foram obtidos. Para o segundo sobre-tom, a bobina com relação comprimento por diâmetro igual a dois não pode ser medida devido a limitação de frequência do equipamento. Os resultados são mostrados na Figura 33. A correlação foi de 0,996, o menor erro foi 0,01% para a bobina com relação H/D = 5 e o maior erro foi de 8,1% para a bobina com H/D = 3. Este experimento prático apresentou erros percentuais médios iguais a 11%, 3,1% e 5% para a frequência de ressonância, primeiro e segundo sobre-tom, respectivamente. Embora os erros não sejam negligenciáveis, estes resultados mostram a validade da teoria e da equação apresentadas.



Figura 31: Frequência de ressonância para um ressonador de meia onda em função da relação altura por diâmetro. Os pontos são valores medidos e a curva tracejada é calculada por (7) com K = 52 MHz·m

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)



Figura 32: Primeiro sobre-tom para um ressonador de meia onda em função da relação altura por diâmetro. Pontos são valores medidos e a curva tracejada é calculada por (7) com K = 90,5 MHz·m

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)



Figura 33: Segundo sobre-tom para um ressonador de meia onda em função da relação altura por diâmetro. Pontos são valores medidos e curva tracejada é calculada com (7) e K = 125,2 MHz⋅m Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)

# 3.4.4 COMPARAÇÃO GERAL

Um gráfico relacionando todas as frequências de ressonância e sobre-tons, medidos e calculados (48 pontos), para ressonadores de meia onda e um quarto de onda, incluindo as duas bobinas de Tesla da seção 3.4.2, é mostrado na Figura 34. A inclinação da reta de regressão linear é 1,0120 (erro de inclinação de apenas 1,2%), e a correlação entre as frequências medidas e calculadas é de 0,9886. O erro relativo médio percentual entre todas as frequências medidas e calculadas foi de 6,8%, o que mostra que a análise feita está em boa concordância com os experimentos práticos. Os erros encontrados devem-se, em partes, a irregularidades nas bobinas, espaços de ar entre espiras e alguma imprecisão no número de espiras.

## 3.4.5 COMPARAÇÃO COM O MODELO EMPÍRICO DE MEDHURST

Medhurst (1947) realizou um grande número de medidas das "auto-capacitâncias" empíricas em bobinas solenoidais camada simples, núcleo de ar com um terminal aterrado e o outro aberto. Neste clássico trabalho é apresentada uma tabela relacionando o comprimento de onda  $\lambda_0$  na frequência de ressonância e bobinas de diferentes relações H/D. Neste caso  $\lambda_0$  é dado por,

$$\lambda_0 = Nl,\tag{10}$$



Figura 34: Frequências de ressonância e sobre-tons medidos e calculados (48 pontos) para ressonâncias de meia e um quarto de onda (todos os experimentos juntos). A inclinação da reta de regressão linear é de 1,0120 e a correlação de 0,9886

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)

onde N é um fator tabelado empírico relacionado com H/D, e l é o comprimento total do fio (este é o comprimento de onda no espaço livre uma vez que considerou-se a velocidade da luz no vácuo). De maneira a mostrar que o método aqui proposto pode ser usado em substituição à tabela empírica de Medhurst, na Figura 35 é mostrada uma comparação entre o calculado através de (7) e os pontos calculados a partir da tabela de Medhurst com (10), para bobinas com H/D entre 1 a 20. A correlação entre os dados foi de 0,9977. Também deve ser ressaltado que o trabalho de Medhurst apenas considera bobinas com um terminal curto-circuitado, e é apenas possível calcular a frequência de ressonância. No trabalho aqui desenvolvido é mostrado um método que pode ser utilizado para a predição da frequência de ressonância e sobre-tons, para ressonadores de um quarto de onda e meia onda.

### 3.4.6 VELOCIDADE DE FASE

De modo a ilustrar o comportamento de ressonador dispersivo em frequência, isto é, a dependência do fator de velocidade com a frequência, na Figura 36 mostra-se a velocidade de fase  $(v_p)$  e o fator de velocidade  $(v_f)$  para as bobinas com diâmetro D = 2 cm (Figura 24). Os valores foram calculados através de (4) e mostram o comportamento da bobina como um guia



Figura 35: Modelo empírico de Medhurst (pontos) e calculada por (7) (tracejada) com K = 30 MHz·m

Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2015a)

de ondas lentas (fator de velocidade menor que 0,025) para as frequências de interesse, ou seja, acima de 1 MHz. Além disso, conforme mencionado anteriormente, evidencia-se o comportamento de ressonador dispersivo em frequência. Adicionalmente, conforme esperado, o fator de velocidade independe da altura da bobina (equação 4). Deste modo, o gráfico apresentado é válido para todas as bobinas apresentadas nas seções 3.4.1 e 3.4.3.



Figura 36: Velocidade de fase e fator de velocidade para as bobinas com diâmetro D = 2cm.

# 3.5 COMPORTAMENTO DA IMPEDÂNCIA

Para se obter um entendimento mais completo dos ressonadores estudados, faz-se interessante analisar o comportamento da impedância ao longo do comprimento e da frequência, obtendo assim uma visão mais completa sobre o comportamento destes componentes (MI-RANDA; PICHORIM, 2015b).

Da mesma maneira que em linhas de transmissão que propagam ondas no modo transversal eletromagnético (TEM) — por exemplo uma linha a dois fios — pode-se achar uma impedância característica  $Z_c$  da bobina (razão entre as componentes tensão transversal e corrente longitudinal). Desta maneira, a rigor, a bobina que foi considerada como um guia helicoidal, passa agora a uma linha de transmissão helicoidal. Uma expressão aproximada para a impedância característica é dada por (PIERCE, 1947; SICHAK, 1954; CORUM; CORUM, 2000),

$$Z_c = \frac{60}{v_f} \left[ \ln\left(\frac{\lambda_g}{D}\right) - 1 \right] \tag{11}$$

Um fato interessante é o de que usando os valores de  $Z_c$ ,  $v_f$ , e  $\beta_g$ , o comportamento da impedância pode ser achado com a clássica equação para a impedância de entrada de uma linha de transmissão sem perdas (CORUM; PESAVENTO; CORUM, 2006), ou seja,

$$Z = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan \beta_g H}{Z_c + jZ_L \tan \beta_g H}$$
(12)

onde  $Z_L$  é a impedância da carga. Desta maneira, uma análise mais completa da bobina na autorressonância pode ser realizada. Nesta equação, pode-se impor as condições de contorno para as terminações da bobina e se obter um comportamento completo da impedância em função da frequência ou distância. Para uma terminação em curto-circuito ou aterrada, a condição de contorno é  $Z_L = 0$ , e a equação se torna,

$$Z = jZ_c \tan \beta_g H. \tag{13}$$

Para uma bobina com a terminação em aberto,  $Z_L = \infty$ , e (13) é escrita como,

$$Z = \frac{-jZ_c}{\tan\beta_g H}.$$
(14)

Pode ser visto que, negligenciando as perdas, a impedância se torna uma reatância pura para ambos os casos. Agora os casos anteriormente analisados, uma bobina conectada a um gerador e a configuração bobina de Tesla, podem ser melhor visualizados ao plotar os perfis de corrente e tensão RMS, juntos com o comportamento da impedância dado por (13) e (14), como mostrado nas Figuras 37 e 38.

Importante notar que estas Figuras mostram a existência de regiões específicas em que a bobina pode ser excitada por um gerador (diretamente conectado ou via enlace indutivo). Para uma bobina de Tesla o ponto ótimo é próximo ao terminal curto-circuitado (na base da bobina) uma vez que a impedância é mínima nesta região, e é claro, esta não pode ser alimentada no terminal em aberto uma vez que esta região apresenta máxima impedância. Para uma bobina co-nectada a um gerador, os pontos ótimos estão localizados nas terminações, os quais apresentam impedância mínima.



Figura 37: Perfis de corrente, tensão e impedância, para a frequência de ressonância de uma bobina conectada a um gerador, isto é, uma bobina com a terminação aterrada.

Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2015b)

Seguindo a teoria apresentada, duas novas configurações são mostradas: Uma bobina com ambas terminações aterradas e uma bobina com ambas terminações em aberto. Espera-se que, em ambas configurações, a bobina se comporte como um ressonador de meia onda. Para uma bobina com ambos terminais em aberto, os perfis de tensão, corrente e impedância são mostrados na Figura 39 para uma excitação indutiva. Neste caso, o ponto ótimo para excitação é localizado no centro (H/2) da bobina, o qual possui impedância mínima. Para a bobina com ambos terminais aterrados, espera-se um comportamento oposto ao da bobina com ambos



Figura 38: Perfis de corrente, tensão e impedância, para a frequência de ressonância de uma bobina com a terminação em aberto, isto é, uma bobina de Tesla.

Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2015b)



Figura 39: Perfis de corrente, tensão e impedância para a frequência de ressonância de uma bobina com ambas terminações em aberto.

Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2015b)

terminais abertos. A Figura 40 mostra esta configuração, onde nota-se que os pontos ótimos de excitação estão localizados próximos às terminações.



Figura 40: Bobina com ambos terminais aterrados e os respectivos perfis de corrente, tensão e impedância para a frequência de ressonância.



Importante destacar que, na análise feita até o momento, entende-se por frequência de ressonância, como os valores de frequência que levam os perfis de corrente e tensão a atenderem as condições de contorno impostas pelo sistema (Figuras 37, 38, 39 e 40).

### 3.5.1 RESULTADOS

De posse das dimensões das bobinas, os parâmetros  $\beta_g$  e  $Z_c$  podem ser calculados e utilizados em (13) e (14) para simular a impedância de entrada ( $Z_{in}$  em H = 0 nas Figuras 37, 38, 39 e 40) em função da frequência, para bobinas com terminação aberta ou aterrada. A Figura 41 mostra as curvas de impedância em função da frequência, simuladas para a bobina com H/D = 15 utilizada nos testes da seção 3.4.1 e 3.4.3. A curva sólida representa a bobina com terminação aterrada e a curva tracejada a bobina com terminação aberta. Na curva sólida



Figura 41: Impedância de entrada em função da frequência para a bobina com relação H/D = 15 utilizada nos testes da seção 3.4.1 e 3.4.3. A linha sólida representa a bobina com a terminação curto-circuitada e a tracejada a bobina com terminação em aberto.

#### Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2015b)

da Figura 41 (terminação aterrada) nota-se que as frequências de ressonância ocorrem quando a impedância no terminal de entrada (H = 0) é mínima, ou seja, quando a corrente é máxima e a tensão mínima nas terminações. Isto é válido tanto para a bobina com ambos terminais aterrados e indutivamente excitada (Figura 40), como para a bobina conectada a um gerador (Figura 37). Os valores da frequência de ressonância e seus sobre-tons são 9,1, 15,6 e 21,6 MHz.

Para a bobina com ambas terminações em aberto (curva tracejada na Figura 41), a impedância de entrada (H = 0 na Figura 39) é máxima nas frequências de ressonância (9,1, 15,6 e 21,6 MHz), uma vez que a tensão é máxima e a corrente mínima nas extremidades.

Para uma bobina com a terminação em H = 0 aterrada, e a outra extremidade aberta, ou seja, um ressonador de um quarto de onda, a impedância também é representada pela curva tracejada. Nesta situação, a impedância em H = 0 na Figura 38 deve ser mínima nas frequências de ressonância de 5,1, 12,4 e 18,6 MHz, conforme pode ser observado na Figura 41.

As bobinas com relação H/D igual a 5, 8, 10, 12 e 15, utilizadas nos testes da seção 3.4.1 e 3.4.3, foram testadas nas duas novas configurações apresentadas, isto é, ambos terminais abertos e ambos terminais aterrados, Figuras 39 e 40, respectivamente. Para a bobina com ambos terminais aterrados, novamente foi utilizado o ressonímetro Leader LDM-815, onde a bobina do medidor é coaxialmente alinhada com uma das terminações curto-circuitadas — terminação de baixa impedância. Para uma leitura mais precisa, assim como nos testes da

seção 3.4.1, foi utilizado o *loop* indutivo conectado ao osciloscópio digital posicionado entre o enlace. Três medidas foram realizadas e os valores médios foram utilizados. A Figura 42 mostra os valores medidos e os determinados através de (13) (simulado na Figura 41). Foi possível observar que nesta configuração (ambas terminações aterradas), praticamente não é possível excitar a bobina no seu ponto médio, uma vez que este ponto apresenta máxima impedância, confirmando a teoria apresentada. O erro relativo percentual médio é de 4,27 %, sendo o maior



Figura 42: Frequências e sobre-tons medidos  $(\cdot)$  e calculados (-) para a bobina com ambas terminações aterradas.

### Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2015b)

e menor erro de 7,01 e 1 %, respectivamente. O desvio padrão médio entre todas as medidas foi de 0,17 MHz.

Para os testes com a bobina de ambos terminais abertos, não foi possível alinhar coaxialmente o ressonímetro com as regiões de baixa impedância (localizadas no centro do enrolamento), portanto um procedimento diferente foi utilizado. Para estes testes, uma bobina de leitura de poucas espiras, coaxialmente alinhada e envolvendo o solenoide, foi utilizada para medir as frequências de ressonância. A bobina de leitura foi conectada a um gerador de RF (BK Precision 2005B) e a um osciloscópio digital (Agilent DSO3152A). Posiciona-se a bobina nos pontos onde a impedância é idealmente mínima (Figura 39) considerando uma distribuição ideal de corrente e tensão ao longo da bobina. Por exemplo, para a bobina com H/D = 15 com 30 cm de comprimento, estes pontos estão localizados em 15, 7,5 e 5 cm para a frequência de ressonância, primeiro e segundo sobre-tom, respectivamente. Ao variar a frequência do gerador, as frequências de ressonância são achadas conforme pontos de mínima impedância (mínima tensão medida) são medidos no osciloscópio. Esta impedância medida é justamente a impedância localizada do solenoide (a impedância varia ao longo de H), refletida na bobina de leitura (*loop*). A Figura 43 mostra o desenho esquemático do sistema utilizado para medição.



Figura 43: Esquema do sistema para medição da frequência de ressonância para a bobina com ambos terminais abertos.

Três medições foram realizadas e os valores médios tomados. A Figura 44 mostra os valores medidos e os simulados através de (14). O erro relativo percentual médio é de 4,25 %,



Figura 44: Frequências medidas (·) e calculadas (-) para a bobina com ambos terminais em aberto. Fonte: (MIRANDA; PICHORIM, 2015b)

sendo o maior e menor erro de 13,39 e 0,07 %, respectivamente.

Neste ponto cabe um esclarecimento conceitual. Conforme mencionado, entende-se por frequência de ressonância como os valores de frequência em que a distribuição de corrente e tensão atendem as condições de contorno do sistema — extremidade aberta ou fechada. Porém, conforme mostrado na Figura 41, existem também valores de frequência em que o comportamento da impedância é oposto ao da ressonância — frequências de antirressonância. Pode-se exemplificar o que ocorre na antirressonância plotando o comportamento da impedância, em função da distância em termos de comprimento de onda  $d(\lambda_g)$ , conforme mostra-se na Figura 45. Neste gráfico, nota-se que para os ressonadores de meia onda, as frequências de antir-



Figura 45: Impedância de entrada para a bobina com relação H/D = 15 em função da distância em  $\lambda_g$ . A linha sólida representa a bobina com a terminação curto-circuitada e a tracejada a bobina com terminação em aberto.

ressonância ocorrem quando  $\lambda_g$  é igual a 4*H*, 4*H*/3, 4*H*/5 e assim por diante (valores correspondentes a um ressonador de um quarto de onda em ressonância). Já nos ressonadores de um quarto de onda, as frequências de antirressonância ocorrem quando  $\lambda_g$  é 2*H*, *H*, 2*H*/3,... (valores correspondentes a um ressonador de meia onda em ressonância). Desta maneira, as frequências de antirressonância também podem ser calculadas com a equação desenvolvida na seção 3.3, bastando usar os valores correspondentes de *K* na Tabela 1, ou *R* em (9). Ou seja, para um ressonador de meia onda em antirressonância, deve-se usar os valores de *K* ou *R* correspondentes a um ressonador de um quarto de onda em ressonância, sendo o oposto válido para os ressonadores de um quarto de onda.

Importante destacar que foram realizadas simulações para comparar a equação (7) e as equações (13) e (14) em termos da determinação da frequência de ressonância, resultando em erros menores que 0,2%. O que mostra que a simplificação realizada no desenvolvimento de (7) não resulta em erros significativos no universo considerado.

# 3.6 A ONDA ESTACIONÁRIA E O ANALISADOR DE IMPEDÂNCIAS

No estudo de indutores em corrente alternada sempre é apresentada a reatância indutiva como uma impedância complexa com um ângulo de defasagem entre 0º e +90º, devido a composição do efeito reativo (imaginário) +  $jX_L$  e resistivo (real) R. A presença de capacitâncias internas (no enrolamento) ou externas (um capacitor conectado) pode fazer com que a fase seja negativa (até -90°), devido ao efeito reativo de  $-jX_C$ . Já que as perdas ôhmicas são sempre positivas, espera-se que o ângulo de fase da impedância de uma bobina prática esteja sempre entre -90° e +90° (1° ou 4° quadrante). Nesta análise clássica, que é apresentada em todos os livros didáticos de engenharia elétrica, eletricidade e eletromagnetismo, os elementos reativos  $X_L$  e  $X_C$  são concentrados entre dois pontos e podem ser analisados pelas ferramentas tradicionais de circuitos elétricos, como por exemplo, as leis de Kirchhoff. A ressonância LC entre os elementos indutivo e capacitivo ocorre na frequência onde suas reatâncias  $(+jX_L e$  $-jX_C$ ) se anulam mutuamente. Em outras palavras, onde se tem uma impedância puramente resistiva, ou seja, com fase zero (ALEXANDER; SADIKU, 2004). No entanto, existem situações onde esta teoria clássica, resumidamente apresentada acima, não pode ser aplicada. Quando o comprimento de onda é significativo perante o tamanho do circuito surgem efeitos que frequentemente são esquecidas pelos profissionais e estudantes da área (EDWARDS, 2001; RAMO; WHINNERY; DUZZER, 1965).

Conforme tratado até o momento, para altas frequências ou circuitos longos, especialmente indutores de muitas espiras e com baixa capacitância interna, ocorre outra forma de ressonância, a ressonância por onda estacionária. Indutores que apresentam pouca capacitância interna (enrolamento helicoidal em camada simples) e baixa indutância (núcleo de ar) tendem a ter sua autorressonância provocada por uma onda estacionária dentro do indutor. Este comportamento é esperado porque o indutor, com camada simples e muitas espiras, tem uma baixíssima capacitância interna.

Conforme verificado, na ressonância por onda estacionária, o enrolamento conectado a um gerador se comporta como um guia de onda que ressona com comprimento de meia onda  $(\lambda/2)$ , ou nos sobre-tons  $(\lambda, 3\lambda/2, 2\lambda, \text{etc})$ . Assim, uma bobina, quando está em ressonância por onda estacionária, se comporta similarmente a um tubo de ar em ressonância acústica, ou seja, um ressonador aberto de meio comprimento de onda. De maneira similar, nas extremidades têm-se corrente máxima e tensão mínima, já que está conectada em série com um gerador de sinais elétricos ( $V_L$ ) com baixa impedância (Figura 46b). No centro do indutor, ao contrário, tem-se a máxima tensão e corrente nula (PICHORIM; MIRANDA, 2014).



Figura 46: Representação da onda estacionária em um indutor (b) e em um tubo de ar aberto (a), onde v é a velocidade do ar. A bobina L está ligada a um medidor de impedância que monitora sua tensão e corrente  $V_L$  e  $I_L$ , respectivamente. Em (c) tem-se o perfil da distribuição da corrente ao longo do eixo longitudinal da bobina (z), quando ocorre a ressonância por onda estacionária ( $\lambda/2$ ). Em (d) o perfil para o sobre-tom ressonando com um comprimento de onda ( $\lambda$ ).

#### Fonte: (PICHORIM; MIRANDA, 2014)

Fazendo uma comparação, em um tubo de ar aberto com ressonância acústica, a onda estacionária mecânica tem metade do comprimento de onda (Figura 46a). Nas extremidades (região de baixa impedância) têm-se pressões mínimas e velocidades v máximas. Devido a isso, no centro, ao contrário, têm-se máxima pressão e zero de velocidade (v = 0). Observa-se que nas extremidades as velocidades do ar têm sentidos opostos, ou seja, o ar entra ou sai nos dois lados ao mesmo tempo, fazendo que no centro o ar não se desloque, mas tenha a máxima oscilação da pressão. Ao fazer a analogia entre o tubo de ar e o solenoide, onde a pressão e a velocidade do ar equivalem à tensão e à corrente elétrica, fica mais fácil entender que a corrente tem sentido contrário nas duas extremidades do indutor. Deve-se observar que as clássicas leis de Kirchhoff já não podem ser aplicadas neste sistema. Observe que na frequência de ressonância (Figura 46c), se a corrente  $I_L$  no ponto A é positiva, então em B ela é negativa (PICHORIM; MIRANDA, 2014).

O solenoide, ligado ao gerador (ou medidor), recebe cargas simultaneamente nos dois terminais, de forma que no seu centro o movimento de cargas é nulo, e máximo nas extremidades. O acúmulo de cargas no centro produz um máximo de tensão neste ponto. No próximo semiciclo, a tensão no centro vai ao máximo negativo, fazendo com que as cargas saiam pelas duas extremidades (terminais) ao mesmo tempo (a corrente  $I_L$  no ponto B é então negativa). Se na extremidade A (Figura 46b) a corrente que entra é positiva, na outra extremidade B a corrente que sai é negativa, ou seja, na verdade a corrente nesta segunda extremidade também entra. Como a corrente  $I_L$  no ponto B está invertida do ponto A, o instrumento de medição irá registrar a fase de 180° na ressonância, ou resistências negativas (o vetor da impedância no 2° e no 3° quadrantes), em frequências em torno dela (PICHORIM; MIRANDA, 2014). A Figura 47 mostra o diagrama fasorial deste efeito. Desta maneira, uma vez que a corrente é



Figura 47: Diagrama fasorial de uma impedância indutiva com fase maior que 90° (2° quadrante) e uma impedância capacitiva com fase menor que -90° (3° quadrante), onde a resistência é negativa. Fonte: (PICHORIM; MIRANDA, 2014)

máxima nas extremidades, um analisador de impedância ligado ao solenoide medirá nos terminais do indutor uma alta corrente e baixa tensão, ou seja, na ressonância por onda estacionária, a impedância tende a ser mínima, o que é completamente distinto da ressonância LC paralela esperada na primeira ressonância de um indutor concentrado, onde a impedância é máxima.

### 3.6.1 RESULTADOS

Utilizando um analisador vetorial de impedância Agilent 4294A (*Precision Impedance Analyzer*) foi medida a impedância elétrica (Z) da bobina com H/D = 15 (solenoide de 580

espiras em camada simples, com 2 cm de diâmetro) utilizada em testes anteriores. A faixa de medidas de 1 kHz a 26 MHz foi utilizada. A Figura 48 apresenta o módulo e a fase da impedância. Observa-se que, com o aumento da frequência, a fase avança além de 90° chegando



Figura 48: Curva de impedância (A: Módulo e B: Fase) para a bobina com H/D igual a 15. O ponto marca a frequência de 8,25 MHz.



a 180° (na Figura a fase não chega a 180° devido ao passo ou *range* da medição do analisador) na ressonância de aproximadamente 9,1 MHz (na qual o módulo de Z é mínimo), onde a bobina possui comprimento  $\lambda_g/2$ . Nesta situação, as correntes nas extremidades A e B da bobina são invertidas (Figura 46), ou seja, entram ou saem de ambos os lados ao mesmo tempo. Ainda exemplificando, na frequência de 8,25 MHz (o ponto na Figura 48) esta bobina tem uma impedância de 2770  $\Omega$  com fase de 110°, ou seja, uma reatância indutiva ( $X_L$ ) de +j2600  $\Omega$  e uma resistência (R) negativa de -950  $\Omega$ . Neste exemplo, a fase fica maior que +90° antes da ressonância e menor que -90° depois dela, ou seja, o vetor da impedância passa pelos 2° e 3° quadrantes, respectivamente. Este comportamento de *Z* nos 2° e 3° quadrantes (ângulos entre +90° e +270°) caracteriza a medida de resistências negativas na bobina. Esta inconsistência ocorre porque, neste caso, o modelo concentrado (utilizado pelo instrumento de medição) é inadequado para explicar a ressonância e medir a impedância, já que existe uma onda estacionária no indutor.

Voltando a observar a Figura 48, se a frequência for aumentada, o indutor chega ao primeiro sobre-tom em 15,8 MHz. Neste ponto, tem-se uma onda estacionária com comprimento de onda igual a  $\lambda_g$ , logo a corrente  $I_L$  tem o mesmo sentido nos pontos A e B da Figura 46. O ponto de máxima corrente negativa ocorre no centro do enrolamento e, como a corrente em B está em fase com o ponto A, o instrumento de medição registra a fase de zero graus e as resistências são positivas no entorno deste sobre-tom. Esta alternância de ressonâncias com defasagens de 180° e 0° vai se repetindo nos sobre-tons de 22 MHz, 27,6 MHz ( $3\lambda/2$ ,  $2\lambda$ , respectivamente), e assim por diante.

Pode-se notar que a Figura 48 mostra o registro das frequências de ressonância (pontos de mínima impedância) e de antirressonância (máxima impedância), previstas nas Figuras 41 e 45.

Neste ponto é também importante comparar as medidas obtidas com o analisador de impedâncias, com o calculado através da teoria do comportamento da impedância apresentada na seção 3.5. Neste sentido, na Figura 49, mostra-se a comparação entre o módulo da impedância da bobina com H/D igual a 15 (utilizada anteriormente nesta seção) medida com o analisador (linha contínua), e o simulado através do módulo da equação (13) (linha tracejada) para esta mesma bobina. Os erros entre os valores medidos e calculados, para as três primeiras frequências de ressonância, foram de 1,16, 0,48 e 4,63 %, respectivamente.

A partir dos valores medidos com o analisador de impedâncias podem-se inserir, de maneira aproximada, as perdas (ôhmicas e por irradiação) em (13). Estas perdas podem ser estimadas nos pontos de máxima e mínima impedância na curva medida. Considerou-se os valores para o primeiro máximo na impedância (antirressonância) e primeiro mínimo (ressonância), sendo estes valores de aproximadamente 8 k $\Omega$  e 1,16 k $\Omega$ . Sabe-se da teoria de linhas de transmissão que na antirressonância uma linha terminada em curto se comporta como um circuito LC paralelo, e na ressonância esta se comporta como um circuito LC série. Sendo assim, pode-se computar (13) em paralelo com 8 k $\Omega$ , e o resultado desta associação em série com 1,16 k $\Omega$  ( $Z = (Z_c//8k\Omega) + 1,16k\Omega$ ). A Figura 50 mostra a comparação entre o medido e o calculado


Figura 49: Módulo da impedância medida com o analisador de impedâncias (linha sólida) para a bobina com H/D igual a 15. Módulo da impedância calculada através de (13) (linha tracejada) para a mesma bobina.

incluindo as perdas mencionadas. Nota-se que uma vez que considerou-se as perdas relaciona-



Figura 50: Módulo da impedância medida com o analisador de impedâncias (linha sólida) para a bobina com H/D igual a 15. Módulo da impedância calculada através de (13) (linha tracejada) e considerando as perdas estimadas através dos valores medidos com o analisador, ou seja, uma resistência de aproximadamente 8 k $\Omega$  em paralelo com (13) e o resultado em série com uma resistência de 1,16 k $\Omega$ .

das à primeira antirressonância e primeira ressonância, para os sobre-tons seguintes, os erros nos valores da impedância máxima e mínima são maiores, uma vez que efeitos como o pelicular *(skin)* e de proximidade dependem da frequência.

#### 3.7 MEDIÇÃO DO PERFIL DA ONDA ESTACIONÁRIA

Com o objetivo de visualizar o perfil de corrente real em um solenoide, um experimento foi realizado utilizando a bobina com H/D = 15, conectada a um gerador de RF (BK Precision 2005B) o qual excita a bobina na frequência de ressonância. A ponteira de um osciloscópio (Agilent DS03152A) é conectada a uma bobina de poucas espiras (*loop* indutivo com frequência de ressonância natural distante daquela da bobina monitorada) concêntrica ao solenoide e livre para se deslocar ao longo do eixo z. Um esquemático do experimento realizado é mostrado na Figura 51. Neste caso, a tensão induzida no *loop* é proporcional a corrente circu-



Figura 51: Experimento para levantamento do perfil da onda estacionária na ressonância. Uma pequena bobina sensora ou *loop*, se desloca ao longo do eixo *z* da bobina *L*, sem tocá-la. A tensão induzida no *loop* é medida pelo osciloscópio.

lante no solenoide. As Figuras 52 e 53 mostram o sistema de medição real. O *loop* móvel é deslocado com passo de 1 cm, e o valor de tensão RMS induzida no *loop* é anotado, totalizando 31 medidas. O procedimento foi repetido por 5 vezes onde o desvio padrão (média para todas as posições *z*) ficou abaixo de 1 mV. A Figura 54 mostra a média dos valores RMS de tensão medidos quando a bobina é excitada na frequência de ressonância e os três próximos sobretons. Observa-se que o perfil de corrente obtido, através da tensão induzida medida no *loop*, corresponde aproximadamente ao perfil teórico. Ou seja, usando um analisador de impedância ou mesmo gerador de RF e osciloscópio, pode-se observar o indutor como um ressonador de meio comprimento de onda, ou em seus sobre-tons.



Figura 52: Foto do sistema de medição, mostrando a bobina com relação H/D = 15 sob medição e o *loop* de medição concêntrico à bobina.



Figura 53: Visão do *loop* de medição concêntrico ao solenoide.



Figura 54: Perfil da corrente ao longo do eixo z da bobina medida através da tensão induzida no *loop*. a) Ressonância de  $\lambda/2$ , onde se pode ver os máximos nas extremidades e o zero aproximadamente no centro. b) Primeiro sobre-tom ( $\lambda$ ). c) Segundo sobre-tom ( $3\lambda/2$ ). d) Terceiro sobre-tom ( $5\lambda/2$ ).

Outra abordagem utilizada, foi a de medir o perfil de tensão para a bobina com ambas as extremidades em aberto. Neste caso o gerador (sintonizado na frequência de ressonância) e osciloscópio são ligados em paralelo com o *loop* de leitura, conforme realizado na seção 3.5.1 e mostrado na Figura 43. Desta maneira, mede-se a tensão sobre uma impedância que é função de z — conforme mencionado na seção 3.5.1, trata-se da impedância local do solenoide refletida na bobina de leitura. Os resultados para a frequência de ressonância e primeiro sobre-tom são mostrados na Figura 55.



Figura 55: Perfil de tensão ao longo do eixo *z* da bobina com ambas as extremidades em aberto, medido com o gerador e osciloscópio conectados em paralelo com o *loop* de leitura. a) Na frequência de ressonância. b) No primeiro sobre-tom.

A mesma bobina foi excitada na configuração do ressonador de um quarto de onda, onde uma extremidade é aberta e a outra aterrada. O gerador de RF é conectado a uma bobina de poucas espiras espaçadas (primário) a qual excita o solenoide na extremidade aterrada. O *loop*  conectado ao osciloscópio é usado para medir o perfil de corrente através da tensão induzida no mesmo. A Figura 56 mostra o experimento realizado. O perfil de corrente na frequência



Figura 56: Sistema usado para medir o perfil de corrente da bobina na configuração de ressonador de um quarto de onda (bobina da Tesla), através da tensão induzida no *loop* a qual é proporcional a corrente no solenoide.

de ressonância e primeiro sobre-tom é mostrado na Figura 57. Na Figura 57a pode-se ver



Figura 57: a) Perfil de corrente para a frequência de ressonância no ressonador de um quarto de onda  $(\lambda/4)$ . b) Perfil de corrente para o primeiro sobre-tom  $(3\lambda/4)$ .

perfeitamente que a corrente é máxima na extremidade da esquerda e zero na direita (igual a teoria da Figura 38). Já na Figura 57b, apesar de algumas imperfeições, tem-se um máximo em uma extremidade e um mínimo na outra, além de um mínimo e um máximo ao longo do eixo, ou seja  $3\lambda/4$ , como na Figura 21.

## 3.8 DISCUSSÃO

# 3.8.1 RESSONÂNCIA POR ONDA ESTACIONÁRIA

Demonstrou-se que bobinas solenoidais, núcleo de ar com camada simples de enrolamento, estreitamente enroladas, podem se comportar como ressonadores de meia onda ou um quarto de onda, dependendo das condições das terminações. Com base nesta teoria foi possível desenvolver uma equação simples, que pode determinar de maneira aproximada, as frequências de ressonância e sobre-tons destas estruturas. A equação apresentada foi testada em um arranjo de 8 bobinas com relações H/D iguais a 1, 2, 3, 5, 8, 10, 12 e 15, além de 2 bobinas de Tesla com H/D iguais a 8 e 3,4. A Figura 34 mostra um gráfico comparando todas as frequências medidas e calculadas, onde observa-se uma correlação de 0,9886 entre estas. Em particular, esta Figura demonstra que o método aqui proposto descreve, suficientemente, o fenômeno físico que ocorre no enrolamento, nas condições de ressonância. Importante destacar que no teste com os ressonadores de um quarto de onda, nota-se que as bobinas com relação H/D menores possuem erros maiores em relação ao teste com ressonadores de meia onda. Isto é coerente com a teoria apresentada, por exemplo, na frequência de ressonância  $\lambda_g = 4H$ , isto é, para a mesma bobina, o comprimento de onda é maior do que no caso do ressonador meia onda. Portanto, conforme fica menor, a mesma bobina irá atingir o regime de elementos concentrados mais rápido do que quando operando como um ressonador de meia onda (no regime de elementos concentrados o comprimento de onda é muito maior do que as dimensões do componente). Portanto, bobinas menores exibem erros mais proeminentes para o ressonador de um quarto de onda.

A equação desenvolvida foi comparada ao clássico método empírico de Medhurst (1947), para o cálculo da frequência de ressonância de ressonadores de um quarto de onda. Os resultados desta comparação foram apresentados na Figura 35 sendo obtida uma correlação de 0,9977 entre os métodos. O que demonstrou que o método proposto pode ser usado em substituição deste clássico trabalho. Mostrou-se ainda que o método desenvolvido possui a van-tagem de poder determinar as frequências de ressonância e sobre-tons, de ressonadores de meia onda e um quarto de onda. Enquanto que no método de Medhurst, só é possível determinar a frequência de ressonância (a primeira) para ressonadores de um quarto de onda.

Também é importante destacar a simplicidade da equação desenvolvida e da metodologia utilizada para descrever o fenômeno estudado. Principalmente, quando comparadas a trabalhos que fazem uso de programas de computador (MEZAK, 1998), ou ainda, equações empíricas (YUN; LEE; W.S., 2012) para o cálculo destas frequências.

Deve-se ressaltar o fato aqui constatado de que, o mesmo componente, isto é, um enrolamento solenoidal, apresenta comportamentos distintos em termos de frequência de ressonância, e que dependem exclusivamente das condições das terminações. Essa característica, até onde se sabe pouco explorada na literatura, possui grande potencial de aplicações.

## 3.8.2 COMPORTAMENTO DA IMPEDÂNCIA

Partindo da clássica equação da impedância de entrada de uma linha de transmissão sem perdas, verificou-se que o comportamento da impedância nos enrolamentos considerados é similar ao de linhas de transmissão curto-circuitadas ou abertas. Esta abordagem permitiu um entendimento mais completo do comportamento elétrico no enrolamento. Demonstrou-se que a impedância da bobina varia ao longo do comprimento longitudinal *H*, possuindo regiões de máxima e mínima impedância regularmente espaçadas — o que em termos práticos é essencial para se determinar os pontos de alimentação ou excitação externas.

O comportamento da impedância pôde ser determinado ao plotar a impedância em função da frequência ou em função da distância, Figuras 41 e 45, respectivamente. Em ambas, nota-se que existem regiões de impedância mínima e máxima (em função da distância estas são regularmente espaçadas, enquanto que na frequência o mesmo não ocorre devido ao fato de que, a rigor, o enrolamento é dispersivo em frequência, ou seja, o fator de velocidade  $v_f$  não é independente da frequência). Naturalmente surge dúvida a respeito da interpretação física das regiões de máxima e mínima impedância e suas relações com as frequências de ressonância. Conforme demonstrado, para o correto entendimento, deve-se realizar uma análise conjunta dos gráficos de Z em função de d e de f. Mostrou-se que na frequência de ressonância e seus sobre-tons ressonantes, os valores de frequência levam os perfis de corrente, tensão, e portanto de impedância, a atender as condições de contorno das terminações (aberta ou aterrada), e a bobina a possuir um comprimento múltiplo inteiro de  $\lambda/2$  para ressonadores de meia onda, ou, múltiplo ímpar de  $\lambda/4$  para ressonadores de um quarto de onda, conforme nota-se na curva de Z por d na Figura 45. Por outro lado, a frequência de antirressonância e seus sobre-tons antirressonantes, diferentemente da ressonância, levam os ressonadores de meia onda a possuírem comprimento que é múltiplo ímpar de  $\lambda/4$  e os ressonadores de um quarto de onda a possuírem comprimento múltiplo inteiro de  $\lambda/2$ . Desta maneira, através desta análise, além de se obter outra maneira de se determinar a frequência de ressonância e sobre-tons ressonantes, foi possível obter um entendimento mais completo do comportamento da impedância, de maneira que pôde-se verificar e explicar a presença de frequências de antirressonância e sobre-tons antirressonantes no enrolamento. Importante ressaltar que, conforme abordado na Seção 3.5.1, a equação (7), desenvolvida na Seção 3.3, também pode determinar as frequências de antirressonância, bastando utilizar os valores correspondentes de *K*, na Tabela 1, ou *R*, na equação (9).

Em relação a determinação das frequências de ressonância, a comparação entre o método do comportamento da impedância e a equação (7) resultaram em erros menores que 0,2%. Isso mostra que a simplificação adotada no desenvolvimento da equação (9) não resulta em erros significativos.

Ainda nesta seção, foram propostas duas novas configurações de ressonadores: uma bobina com ambos terminais abertos, e uma bobina com ambos aterrados.

## 3.8.3 A ONDA ESTACIONÁRIA E O ANALISADOR DE IMPEDÂNCIAS

Na Seção 3.6 procurou-se esclarecer de maneira didática o que se registra nas medições de impedância e fase, em um analisador vetorial de impedâncias, quando a este são conectadas bobinas que apresentam ressonâncias por onda estacionária. Demonstrou-se que em torno da frequência de ressonância e sobre-tons ressonantes, a fase entre tensão e corrente pode estar entre +90° e 270°, o que, do ponto de vista da teoria de circuitos elétricos, caracteriza o registro de resistências negativas. A interpretação de resistências negativas neste caso, vem do modelo concentrado (*lumped*), onde para um valor de frequência fixa, tensão e corrente são idealmente uniformes ao longo do comprimento do circuito, ou componente — o que obviamente não é verdade quando existem efeitos de onda estacionária presentes. Foi feita uma analogia entre tubos de ar ressonantes e enrolamentos ressonantes por onda estacionária (Figura 46), mostrando a relação entre corrente e velocidade do ar e entre tensão elétrica e pressão, tornando o entendimento do quê o analisador interpreta mais fácil. Esta abordagem novamente evidencia que a impedância elétrica varia ao longo do comprimento da bobina, ou seja, em função da distância, tal como ocorre com a impedância acústica em instrumentos musicais.

Ainda nesta seção, foi possível comparar a teoria do comportamento da impedância desenvolvida na seção 3.5 e as medidas reais no analisador de impedâncias (Figura 49), o que resultou em erros pequenos mostrando a validade da teoria desenvolvida. Também, a partir dos valores medidos, foi possível incluir as perdas no simulado a partir de (13) (Figura 50).

É importante salientar que um analisador de rede que faz a análise dos parâmetros *S* também poderia ser utilizado. A escolha de se utilizar um analisador de impedâncias se deve ao fato de a bobina ou indutor, ser essencialmente um componente passivo, comumente analisado neste tipo de equipamento, portanto, é neste equipamento que naturalmente o profissional se depara pela primeira vez com o fenômeno da autorressonância por onda estacionária em bobinas ou indutores.

## 3.8.4 PERFIL DA ONDA ESTACIONÁRIA

Na seção 3.7 são mostradas medidas do perfil de corrente e tensão para valores de frequência de ressonância e sobre-tons em alguns enrolamentos. Embora os perfis não sejam iguais aos teóricos, estas medidas mostram a variação de corrente e tensão ao longo de *H* e caracterizam de maneira satisfatória, as condições de ressonância por onda estacionária estudadas. O erro entre os perfis teóricos e medidos deve-se, em partes, a desvios na frequência de ressonância sintonizada com o gerador, à influência da bobina de leitura na impedância da bobina monitorada e ao fato de a impedância de saída do gerador não ser zero. Para medições mais fiéis, instrumentos do tipo linha fendida (SADIKU, 2012), comuns em laboratórios de ele-tromagnetismo e micro-ondas, ou ponteiras de corrente de alta frequência, devem ser utilizados.

## 4 ENLACES RESSONANTES MAGNETICAMENTE ACOPLADOS PARA TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO

A seguir será desenvolvida uma análise dos sistemas de transferência de energia sem fio, baseados em circuitos ressonantes magneticamente acoplados. Inicialmente, será realizada uma análise a respeito da eficiência e transferência relativa de potência, dos sistemas com 2 e 4 bobinas (ABATTI; PICHORIM; MIRANDA, 2015), comumente utilizados na literatura. Na sequência será apresentada uma proposta de sistema autorressonante para sistemas com 2 bobinas utilizando bobinas bifilares abertas (PICHORIM; MIRANDA, 2016; MIRANDA; PI-CHORIM, 2016). Por fim, algumas considerações sobre a impedância refletida, e sua influência nestes sistemas, são apresentadas.

# 4.1 EFICIÊNCIA E TRANSFERÊNCIA RELATIVA DE POTÊNCIA — 2 BOBINAS

A Figura 58 mostra um circuito que consiste de 2 bobinas. Considerando que o sistema está em ressonância, ou seja,  $\omega_0^{-1} = \sqrt{L_1C_1} = \sqrt{L_2C_2}$ , escrevem-se as equações do sistema,

$$v = R_1 i_1 \pm j \omega_0 M_{12} i_2 \tag{15}$$

e

$$0 = \pm j\omega_0 M_{12} i_1 + R_2 i_2. \tag{16}$$

onde,  $M_{12}$  é a mútua indutância,  $R_1$  é a resistência total do circuito transmissor (incluindo as resistências internas da fonte e dos elementos indutor ( $L_1$ ) e capacitor ( $C_1$ )), e  $R_2$  a resistência total do circuito receptor (a soma das resistências internas da resistência do capacitor ( $C_2$ ) e do indutor ( $L_2$ ) com a resistência de carga ( $R_L$ )). A potência dissipada pode ser calculada como o produto da resistência e do quadrado da amplitude da corrente circulante. Dessa maneira, usando (15) e (16), é possível escrever as expressões para a potência dissipada em  $R_1$  ( $P_1$ ) e  $R_2$ ( $P_2$ ) como sendo,

$$P_1 = \frac{R_1 R_2^2 v^2}{\left(R_1 R_2 + \omega_0^2 M_{12}^2\right)^2} \tag{17}$$



Figura 58: Circuito equivalente do sistema com 2 bobinas. Fonte: (ABATTI; PICHORIM; MIRANDA, 2015)

e

$$P_2 = \frac{R_2 \omega_0^2 M_{12}^2 v^2}{\left(R_1 R_2 + \omega_0^2 M_{12}^2\right)^2} \tag{18}$$

Uma condição de máxima transferência de potência é achada em termos da derivada de  $P_2$  em relação a  $M_{12}$  e igualando a zero, sendo dada por,

$$\omega_0^2 M_{12}^2 = R_1 R_2 \tag{19}$$

Esta é a condição de máxima transferência de potência (MTP) para um sistema de 2 bobinas. Usando (19) em (17) e (18), resulta em,

$$P_1 = P_{2MAX} = \frac{v^2}{4R_1},\tag{20}$$

a qual é expressão para a máxima potência possível de se transferir para o circuito 2. Importante notar que (20) é dada pelo clássico teorema da máxima transferência de potência ensinado nos livros de engenharia elétrica. A transferência relativa de potência é dada pela razão entre (18) e (20), sendo dada por,

$$\frac{P_2}{P_{2MAX}} = \frac{4R_1R_2\omega_0^2 M_{12}^2}{(R_1R_2 + \omega_0^2 M_{12}^{2^2})}$$
(21)

Dividindo a potência transferida para  $R_2$  ( $P_2$ ) pela potência total ( $P_1 + P_2$ ), a eficiência da transferência ( $\eta$ ) pode ser calculada,

$$\eta = \frac{\omega_0^2 M_{12}^2}{R_1 R_2 + \omega_0^2 M_{12}^2} \tag{22}$$

Como também ensina o clássico teorema da máxima transferência de potência, substituindo

## 4.2 EFICIÊNCIA E TRANSFERÊNCIA RELATIVA DE POTÊNCIA — 4 BOBINAS

O circuito equivalente para um sistema de 4 bobinas é mostrado na Figura 59. Considerando todos os circuitos sintonizados na mesma frequência angular ( $\omega_0^{-1} = \sqrt{L_1C_1} = \sqrt{L_2C_2}$  $= \sqrt{L_3C_3} = \sqrt{L_4C_4}$ ), e negligenciando os acoplamentos entre bobinas não adjacentes ( $M_{13}$ ,  $M_{24}$ e  $M_{14}$ ) pode-se escrever as equações deste circuito,

$$v = R_1 i_1 \pm j \omega_0 M_{12} i_2, \tag{23}$$

$$0 = R_2 i_2 \pm j \omega_0 M_{21} i_1 \pm j \omega_0 M_{23} i_3, \tag{24}$$

$$0 = R_3 i_3 \pm j \omega_0 M_{32} i_2 \pm j \omega_0 M_{34} i_4, \tag{25}$$

$$0 = R_4 i_4 \pm j \omega_0 M_{43} i_3, \tag{26}$$

onde  $M_{12}$ ,  $M_{23}$  e  $M_{34}$  são as indutâncias mútuas, e  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  são as resistências totais (composição de todas as perdas ôhmicas) dos circuitos individuais. Destas expressões, pode-se encontrar as expressões para as correntes  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  e  $i_4$ , tal que as potências dissipadas nas resistências  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  podem ser escritas,

$$P_1 = \frac{v^2}{C^2} R_1,$$
 (27)

$$P_2 = \frac{\omega_0^2 M_{12}^2 v^2}{B^2 C^2} R_2, \tag{28}$$

$$P_3 = \frac{\omega_0^2 M_{12}^2 \omega_0^2 M_{23}^2 v^2}{A^2 B^2 C^2} R_3,$$
(29)

$$P_4 = \frac{\omega_0^2 M_{12}^2 \omega_0^2 M_{23}^2 \omega_0^2 M_{34}^2 v^2}{A^2 B^2 C^2 R_4},\tag{30}$$

onde A, B e C são dadas por,

$$A = R_3 + \frac{\omega_0^2 M_{34}^2}{R_4},\tag{31}$$

$$B = R_2 + \frac{\omega_0^2 M_{23}^2}{A},$$
(32)

$$C = R_1 + \frac{\omega_0^2 M_{12}^2}{B}.$$
 (33)

Idealmente, as potências  $P_2$  e  $P_3$  devem ser o menor possíveis, tal que  $R_2 = R_3 = 0$ . Usando esta condição em (27), (28), (29) e (30), e lembrando que o fator de acoplamento na forma



Figura 59: Circuito equivalente do sistema com 4 bobinas. Fonte: (ABATTI; PICHORIM; MIRANDA, 2015)

geral é escrito como  $k_{xy} = M_{xy}/\sqrt{L_x L_y}$ , pode-se escrever

$$P_{1} = \frac{R_{1}R_{4}{}^{2}(k_{23}{}^{2})^{2}v^{2}}{\left(R_{1}R_{4}k_{23}{}^{2} + k_{12}{}^{2}k_{34}{}^{2}\omega_{0}{}^{2}L_{1}L_{4}\right)^{2}}$$
(34)

$$P_4 = \frac{k_{12}^2 k_{23}^2 k_{34}^2 \omega_0^2 L_1 L_4 R_4 v^2}{(R_1 R_4 k_{23}^2 + k_{12}^2 k_{34}^2 \omega_0^2 L_1 L_4)^2}$$
(35)

Derivando a potência dissipada na carga ( $P_4$ ) em relação ao coeficiente de acoplamento entre as bobinas intermediárias  $k_{23}$  (neste caso deriva-se em relação a  $k_{23}$  e não a  $M_{23}$ , pois  $L_2$  e  $L_3$ aparecem em  $M_{12}$ ,  $M_{23}$  e  $M_{34}$ ) e igualando a zero, acha-se a condição de máxima transferência de potência, resultando em

$$k_{23}{}^{2}R_{1}R_{4} = k_{12}{}^{2}k_{34}{}^{2}\omega_{0}{}^{2}L_{1}L_{4}.$$
(36)

Utilizando esta condição nas expressões das potências dissipadas em  $R_1$  e  $R_4$  chega-se em,

$$P_1 = P_{4MAX} = \frac{v^2}{4R_1},\tag{37}$$

como ensina o teorema da máxima transferência de potência novamente. A transferência relativa de potência é dada pela razão entre (35) e (37),

$$\frac{P_4}{P_{4MAX}} = \frac{4R_1R_4k_{12}^2k_{23}^2k_{34}^2\omega_0^2L_1L_4}{\left(R_1R_4k_{23}^2 + k_{12}^2k_{34}^2\omega_0^2L_1L_4\right)^2}.$$
(38)

Sendo a eficiência dada por,

$$\eta = \frac{P_4}{P_1 + P_4} = \frac{k_{12}^2 k_{34}^2 \omega_0^2 L_1 L_4}{R_1 R_4 k_{23}^2 + k_{12}^2 k_{34}^2 \omega_0^2 L_1 L_4}.$$
(39)

Novamente, é interessante notar que seguindo o teorema da máxima transferência de potência, usando (36) em (39), tem-se que  $\eta = 1/2$ . Entretanto na prática,  $R_2$  e  $R_3$  são diferentes de zero. Desta maneira, a potência relativa transferida e eficiência são dadas por,

$$\frac{P_4}{P_{4MAX}} = \frac{4R_1R_4\omega_0^2 M_{12}^2 \omega_0^2 M_{23}^2 \omega_0^2 M_{34}^2}{(R_1R_4\omega_0^2 M_{23}^2 + (R_1R_2 + \omega_0^2 M_{12}^2)(R_3R_4 + \omega_0^2 M_{34}^2))^2}$$
(40)

e

$$\eta = \frac{\omega_0^2 M_{12}^2 \omega_0^2 M_{23}^2 \omega_0^2 M_{34}^2 R_4}{(R_4 \omega_0^2 M_{23}^2 + R_2 (R_3 R_4 + \omega_0^2 M_{34}^2))(R_1 R_4 \omega_0^2 M_{23}^2 + (R_1 R_2 + \omega_0^2 M_{12}^2)(R_3 R_4 + \omega_0^2 M_{34}^2))}.$$
 (41)

Apesar de um pouco complexas, o que estas equações mostram é que, ambas eficiência e transferência relativa de potência, passam por máximos não coincidentes. Derivando-as em relação a  $k_{23}$  e igualando a zero acha-se a condição de máximo para ambas, ou seja,

$$R_1 R_4 \omega_0^2 M_{23}^2 = (R_1 R_2 + \omega_0^2 M_{12})(R_3 R_4 + \omega_0^2 M_{34})$$
(42)

e

$$R_1 R_4^2 (\omega_0^2 M_{23}^2)^2 = (R_1 R_2 + \omega_0^2 M_{12}^2) (R_3 R_4 + \omega_0^2 M_{34}^2)^2.$$
(43)

#### 4.3 **RESULTADOS**

Para os testes práticos foram utilizadas quatro bobinas ( $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  e  $L_4$ ) com diâmetro de 15 cm, 2 cm de altura, 22 voltas de fio de cobre esmaltado com 0,91 mm de diâmetro (altura  $H \approx 2$  cm), resultando em aproximadamente 127  $\mu$ H. Foram utilizados capacitores de precisão de 575 pF, portanto a frequência de ressonância do conjunto é de 589 kHz com precisão de 100 Hz para as quatro bobinas, medidas em um analisador vetorial de impedâncias Agilent 4294A — dentre 20 capacitores, 4 foram selecionados de maneira que a variação na indutância das 4 bobinas fosse compensada. A resistência série das bobinas ( $R_S$ ) é de 3,3  $\Omega$ . Todos os parâmetros foram medidos em um analisador vetorial de impedâncias Agilent 4294A.

Uma vez que a análise apresentada possui grande dependência em relação ao coeficiente de acoplamento ( $k = M/\sqrt{L_1L_2}$ ), o comportamento deste em função da distância entre as bobinas foi simulado através da equação de Neumann entre dois anéis circulares — essa aproximação é válida uma vez que o raio das bobinas é maior do que a sua altura (PICHORIM; ABATTI, 2004) — ou seja,

$$M = \mu_0 n_1 n_2 \sqrt{ab} \left( \left( \frac{2}{\alpha} - \alpha \right) K(\alpha) - \frac{2}{\alpha} E(\alpha) \right)$$
(44)

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo,  $n_1$  e  $n_2$  representam o número de espiras das bobinas envolvidas,  $a \in b$  os raios de cada uma das bobinas,  $K(\alpha) \in E(\alpha)$  são integrais elípticas completas de primeira e segunda espécie, respectivamente, e  $\alpha$  é dado por,

$$\alpha = \sqrt{\frac{4ab}{d^2 + (a+b)^2}},\tag{45}$$

sendo d a distância entre as bobinas. Para fins de comparação, o levantamento prático do coeficiente de acoplamento foi também realizado. Neste caso, um gerador de funções Tektronix CFG253 foi usado para excitar uma das bobinas ou primário, na frequência de 10 kHz. Esta baixa frequência foi escolhida de modo a evitar a influência de capacitâncias parasitas. Um osciloscópio Agilent MSO6034 foi utilizado para medir a tensão no primário ( $v_1 = 1,37$   $V_{RMS}$ ) e nos terminais abertos da bobina atuante como secundário ( $v_2$ ), enquanto a distância entre as bobinas é variada. Uma vez que o secundário está aberto, a corrente fluindo neste é zero, e logo  $v_1 = L_1 di_1/dt$  e  $v_2 = M_{12} di_1/dt$ . Uma vez que as indutâncias são iguais ( $L_1 = L_2 = L$ ), então k =  $M_{12}/L$ , e após pouca manipulação chega-se em  $k = v_2/v_1$ . As medições foram realizadas três vezes, sendo o valor médio entre estas utilizado, onde a média dos desvios padrões foi de 0,370 mV<sub>RMS</sub>. A Figura 60 mostra o coeficiente de acoplamento teórico e medido, para uma variação de 2 a 32 cm entre as primeiras espiras das bobinas envolvidas. O coeficiente de correlação entre os valores medidos e calculados é de 0,9998, mostrando que a expressão (44) para dois anéis circulares não resulta em erros significativos uma vez que o raio é maior que a altura da bobina. Para medir a transferência relativa de potência e eficiência, é necessário conhecer as correntes na bobina 1 ( $i_1$ ) e na carga ( $i_L$ ). Sendo assim um resistor ( $R_0$ ) de 10  $\Omega$  em série com a bobina 1 foi usado em todas as medidas (o valor exato medido na frequência de operação de 589 kHz é de 9,85  $\Omega$ ). Três diferentes resistores de carga ( $R_l$ ) foram usados, sendo estes 10, 50 e 100  $\Omega$  (9,85, 49,7 e 100,24  $\Omega$  na frequência de 589 kHz). A indutância de todos os resistores utilizados é de aproximadamente 40 nH na frequência de 589 kHz, sendo portanto desprezíveis nesta análise. O sinal de tensão (v) proveniente do gerador possui 7,7 V<sub>RMS</sub> e 589 kHz, sendo a sua impedância de saída de 48  $\Omega$ . Com todos estes parâmetros levados em consideração, é possível calcular a resistência total  $R_1$  de 61,15  $\Omega$  ( $R_S + R_0 + R_G$ ). A resistência total da carga  $R_L$  é por sua vez a soma do resistor de carga e das perdas da bobina, ou seja,  $R_l + R_s$ . As quedas de tensão sobre  $R_0$  e  $R_1$  são medidas para diferentes distâncias entre as bobinas, logo as correntes circulantes  $i_1$  e  $i_l$  são conhecidas. Por fim, as potências dissipadas no primário e na



Figura 60: Coeficiente de acoplamento medido (pontos) e calculado (linha sólida), em função da distância entre duas das bobinas construídas.

carga são  $P_1 = R_1 i_1^2$  e  $P_L = R_L i_l^2$ , respectivamente. Todos os testes foram realizados três vezes sendo os valores médios entre estes utilizados.

A Figura 61 mostra as bobinas desenvolvidas e o sistema utilizado nos testes.

#### 4.3.1 2 BOBINAS

Para o sistema com 2 bobinas, a eficiência medida é dada por  $P_L/(P_1 + P_L)$  e a transferência relativa de potência dada por  $P_L/P_{2MAX}$ . Os valores calculados são dados por (22) e (21) utilizando o valor teórico de *k* conforme mostrado na Figura 60. A Figura 62 mostra a comparação entre os valores medidos e calculados para eficiência e transferência relativa de potência, para uma carga  $R_l$  de 100  $\Omega$  (valor total  $R_L$  de 103,9  $\Omega$  considerando as perdas  $R_S$  na bobina) e distância variando de 2 a 32 cm. Nesta Figura a linha vertical tracejada, mostra que o ponto de máxima transferência de potência ocorre quando a eficiência é de 50%, seguindo o teorema da máxima transferência de potência, conforme demonstrado na teoria apresentada.

Uma comparação entre eficiência e transferência relativa de potência medidas e calculadas, para três valores de carga são apresentadas nas Figuras 63 e 64. As máximas transferências de potência foram registradas nas distâncias de 5, 6,5 e 10,5 cm, para  $R_l$  de 100, 50 e 10  $\Omega$ , respectivamente.



Figura 61: Bobinas desenvolvidas com dimensões de 15 cm de diâmetro, 2 cm de comprimento, 22 voltas de fio de cobre esmaltado com 0,91 mm de diâmetro, e o sistema de medição utilizando gerador de função e osciloscópio.

Fonte: (ABATTI; PICHORIM; MIRANDA, 2015)



Figura 62: Comparação entre eficiência e transferência relativa de potência, medida (pontos) e simulado (linha solida) em função da distância, para uma carga de 100  $\Omega$ . A linha vertical tracejada, marca o ponto de máxima transferência de potência onde a eficiência é de 50%.



Figura 63: Eficiência em função da distância entre as duas bobinas. Pontos são valores medidos e as linhas são calculadas usando (22), para diferentes valores de carga de 10, 50 e 100  $\Omega$  (R2 total de 13,15, 53 e 103,54  $\Omega$ , respectivamente).

Fonte: Modificada de Abatti, Pichorim e Miranda (2015)



Figura 64: Transferência relativa de potência  $(P_2/P_{2MAX})$  em função da distância entre as duas bobinas. Pontos são valores medidos e as linhas são calculadas usando (21), para diferentes valores de carga de 10, 50 e 100  $\Omega$  (R2 total de 13,15, 53 e 103,54  $\Omega$ , respectivamente).

#### 4.3.2 4 BOBINAS

Em um sistema com 4 bobinas, a eficiência medida pode ser dada pela relação  $P_L/(P_1 + P_2 + P_3 + P_L)$ . Porém, as resistências  $R_2$  e  $R_3$  são resistências parasitas nos enrolamentos da bobina, portanto  $P_2$  e  $P_3$  não podem ser medidas diretamente. Entretanto, considerando que toda a potência fornecida pelo gerador é dissipada nas perdas ôhmicas, a eficiência pode ser alternativamente calculada por  $P_L/P_G$ , onde  $P_G = vi_1$ .

Vários arranjos de bobinas podem ser utilizados em um sistema com 4 circuitos. Aqui duas abordagens serão utilizadas. Primeiro, impõe-se que as distâncias entre as bobinas adjacentes sejam iguais, resultando em  $k_{12} = k_{23} = k_{34}$ . As medidas para a eficiência e transferência relativa de potência para uma carga de 100  $\Omega$ , e o calculado através de (39) e (38) são mostrados na Figura 65. A máxima potência foi medida na distância de 3 cm, enquanto que a calculada ocorreu em 5 cm. Pode-se notar que para distâncias menores que aproximadamente 5 cm, os inter-acoplamentos entre bobinas não adjacentes ( $k_{13}$ , $k_{14}$  e  $k_{24}$  diferentes de zero) introduzem erros, de maneira que os resultados teóricos e práticos não são iguais nesta região. Isto está de acordo com a teoria apresentada, uma vez que não foram considerados acoplamentos entre bobinas não adjacentes.

A segunda abordagem foi manter fixas em 10 cm as distâncias entre as bobinas 1 e 2,



Figura 65: Eficiência e transferência relativa de potência ( $P_4/P_{4MAX}$ ) em função da distância entre as bobinas adjacentes. A distância entre bobinas adjacentes é igual ( $k_{12} = k_{23} = k_{34}$ ). Os valores foram medidos (pontos) e calculados (linhas sólidas) para uma carga de 100  $\Omega$  ( $R_4$  total de 103,54  $\Omega$  incluindo as perdas).

e 3 e 4, variando apenas a distância entre as bobinas 2 e 3. Desta maneira, a interferência entre bobinas não adjacentes pode ser negligenciada. A eficiência e transferência relativa de potência  $(P_4/P_{4MAX})$  calculadas e os resultados práticos são mostrados nos pontos e nas curvas sólidas da Figura 66. Uma eficiência máxima de 29,14% foi obtida em 18,5 cm enquanto a calculada foi 29,12% em 18 cm. Para a máxima transferência de potência, um valor de 59,17% em 14,5 cm foi medido e o calculado foi 59,31% em 15 cm. Interessante notar que no caso ideal ( $R_2 = R_3$ = 0), a eficiência cresce com o aumento da distância entre as bobinas 2 e 3 (linha tracejada na Figura 66), como previsto na teoria desenvolvida. Este comportamento é oposto ao do circuito com 2 bobinas. Ainda no caso ideal, a máxima transferência de potência de potência. Nota-se também que, para o caso com perdas, a eficiência máxima quando comparada a transferência relativa de potência, ocorre para distâncias maiores, ou seja, 18 e 15 cm, respectivamente. O que pode também ser concluído a partir de (42) e (43).



Figura 66: Comparação entre eficiência e transferência relativa de potência, medida (pontos) e simulado (linha solida) em função da distância, para uma carga de 100 ohms. A distância entre as bobinas 1 e 2, e 3 e 4, é mantida constante em 10 cm. As linhas tracejadas representam a eficiência (- -) e transferência relativa de potência (- - ) calculadas para o caso ideal, ou seja, quando  $R_2 = R_3 = 0$ .

# 4.4 TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO UTILIZANDO BOBINAS BIFILARES ABERTAS

Conforme visto anteriormente, sabe-se que os capacitores, em um sistema ressonante em alta potência, podem ser facilmente danificados devido as altas tensões individuais presentes nos componentes. Além disso, em sistemas biomédicos pode ser interessante dispensar o uso de capacitores, diminuindo assim as dimensões das unidades envolvidas. Estas características podem ser idealmente alcançadas quando se usam bobinas autorressonantes no sistema. Entretanto, o modelo elétrico concentrado de uma bobina ou indutor típico (Figura 13), leva a uma ressonância LC paralela com máxima impedância na frequência de ressonância, exigindo que o sistema seja alimentado por uma fonte de corrente. Ainda, sabe-se que quando dois circuitos sintonizados possuem ressonâncias LC paralelas, a parte reativa da impedância refletida pelo secundário pode ser diferente de zero dependendo de M e do valor da carga  $R_L$  (WANG; STI-ELAU; COVIC, 2005; HOU *et al.*, 2015). Portanto, o uso de bobinas autorressonantes em um sistema com 2 bobinas tem sido pouco explorado na literatura. Para contornar essa dificuldade, um sistema utilizando bobinas bifilares abertas foi proposto em Pichorim e Miranda (2016) e Miranda e Pichorim (2016), e será descrito a seguir.

Uma bobina bifilar aberta, composta pelos condutores a - b e c - d, é mostrada na Figura 67. Uma vez que os terminais b e c não são conectados, a impedância vista a partir dos



Figura 67: Bobina bifilar composta dos condutores *a-b* e *c-d*, com os terminais *c* e *d* abertos. Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2016)

terminais a e d é capacitiva para frequências abaixo da frequência de ressonância. Deste modo,

espera-se que para frequências acima de  $f_o$ , a impedância possua comportamento indutivo, e, obviamente, que esta seja resistiva na frequência de ressonância — um típico circuito RLC série. O modelo elétrico equivalente visto a partir dos terminais *a* e *d* é mostrado na Figura 68. A capacitância equivalente entre os condutores a - b e c - d é representada por  $C_S$  e a resistência



Figura 68: Modelo elétrico concentrado da bobina bifilar aberta, visto a partir dos terminais *a* e *d*. Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2016)

equivalente da bobina é representada por  $R_S$  (composta pelas perdas no condutor e no dielétrico do fio esmaltado). A indutância equivalente de uma bobina bifilar aberta para frequências acima de  $f_o$ , vista por um gerador conectado aos terminais a e d, pode ser determinada a partir do circuito equivalente em altas frequências, negligenciando as perdas, mostrado na Figura 69. Uma vez que as bobinas são estreitamente enroladas (Figura 67), ambas compartilham o mesmo fluxo magnético, de modo que o coeficiente de acoplamento pode ser considerado como  $k_{ab} \approx$ 1, e  $M_{ab} = L_a = L_b$ . Considerando estas características e o fato que, como as bobinas são iguais, logo  $i_a = i_b$ , as equações dos circuitos podem ser escritas e a indutância equivalente do circuito pode ser determinada como,

$$L_{eq} = \frac{L_a + L_b + 2M}{4} = \frac{L + M}{2},$$
(46)

onde  $L = L_a = L_b$  e  $M = M_{ab} = M_{ba}$ . Neste caso, uma vez que M = L, a indutância equivalente é,

$$L_{eq} = L_a = L_b, \tag{47}$$

ou seja, a indutância equivalente é igual à indutância de um dos enrolamentos isolados. Esta



Figura 69: Modelo elétrico concentrado da bobina bifilar aberta em altas frequências. A indutância mútua entre os condutores a-b e c-d é representada por  $M_{ab}$ .

característica é também comentada por Isik e Esselle (2009).

O esquema de transferência de energia proposto é mostrado na Figura 70. Uma fonte de tensão (v) sintonizada na frequência de autorressonância das bobinas bifilares ( $L_1 \ e \ L_2$ ) alimenta o sistema. As perdas no primário, englobando a impedância de saída do gerador, são combinadas e representadas por  $R_1$ . A impedância da carga combinada com as perdas no secundário, são representadas por  $R_2$ . Obviamente, o circuito equivalente é o mesmo mostrado na Figura 58, onde  $C_1 \ e \ C_2$  neste caso representam a capacitância série das bobinas bifilares (Figura 69). Deste modo, mesmo usando bobinas autorressonantes no primário e secundário, é possível obter ressonâncias série em ambos os circuitos e viabilizar o uso de bobinas autorressonantes em sistemas de transmissão de energia sem fio com 2 bobinas sem a necessidade de capacitores.

### 4.4.1 RESULTADOS

Duas bobinas bifilares de mesmas dimensões que as bobinas utilizadas na seção 4.3 foram construídas. Ou seja, 15 cm de diâmetro, 22 voltas de fio esmaltado com 0,91 mm de diâmetro, e estreitamente enroladas em camada simples (altura de 2 cm). Uma vez que a bobina é aberta, a indutância não pode ser medida em baixas frequências. Portanto, a indutância foi medida a partir das características das curvas do módulo da impedância e fase, através da



Figura 70: Esquema de transferência de energia sem fio proposto. As bobinas bifilares são representadas por  $L_1$  e  $L_2$ . As perdas no circuito 1 são representadas por  $R_1$ , enquanto as perdas do circuito 2 e a impedância da carga são combinadas, sendo representadas por  $R_2$ .

aproximação (BOWICK, 1982),

$$L = \frac{R_o Q}{2\pi f_o},\tag{48}$$

na qual  $R_o$  é a resistência série na frequência de ressonância  $f_o$ , e Q o fator de qualidade. O módulo da impedância e a fase da bobina bifilar construída, medidos em um analisador de impedância (Agilent 4294A), são mostrados na Figura 71. Nesta Figura evidencia-se o comportamento RLC série previsto na Figura 69. Isto é, comportamento capacitivo (fase de -90°) em baixas frequências, indutivo em altas frequências (fase de +90°), e resistivo (fase igual a 0°), com impedância mínima, na frequência de ressonância — importante notar que este sistema, para a primeira frequência de ressonância, é perfeitamente descrito pelo modelo concentrado. A resistência série de 4,57  $\Omega$  é encontrada no ponto de mínima impedância na frequência de ressonância de 802 kHz, enquanto o fator de qualidade Q de 33 é determinado como a razão entre a frequência de ressonância e a largura de banda (diferença entre as frequências em que a fase é de 45° e -45°). Através de (48) uma indutância de 30  $\mu$ H é encontrada. De acordo com (47) a indutância equivalente é igual à de um dos enrolamentos isolados (uma bobina com as mesmas dimensões e 11 espiras). Deste modo, utilizando equações clássicas de indutância em solenoides (GROVER, 1946), para uma bobina de mesmas dimensões e 11 espiras, chega-se ao valor teórico de aproximadamente 32  $\mu$ H. A partir da indutância e frequência de ressonância,



Figura 71: Módulo e fase da impedância para a bobina bifilar considerada, mostrando o comportamento RLC série. A linha tracejada marca a frequência de ressonância.

uma capacitância de 1,32 nF é obtida. É importante destacar que a indutância de uma bobina convencional de mesmas dimensões (e 22 espiras), conforme verificado na 4.3, é de 128  $\mu$ H. Este valor está de acordo com a teoria apresentada, uma vez que a bobina convencional possui o dobro do número de espiras em relação à indutância equivalente de uma bobina bifilar aberta. Portanto, a indutância da bobina convencional é quatro vezes maior do que a indutância de uma bobina bifilar aberta.

Para o cálculo teórico da eficiência e transferência relativa de potência, através de (22) e (21), o coeficiente de acoplamento teórico k, calculado por (44), foi utilizado. Sendo que neste caso, deve-se considerar o número de espiras de uma bobina com a indutância teórica de 32  $\mu$ H, ou seja, 11 espiras (para o cálculo, foi considerado o valor medido através de (48), ou seja, 30  $\mu$ H). O coeficiente de acoplamento calculado é mostrado na Figura 72. Obviamente, o coeficiente de acoplamento é muito próximo ao de uma bobina convencional de mesmas dimensões, uma vez que M e k dependem exclusivamente da geometria das bobinas. De fato, a única diferença no k calculado para a bobina bifilar, deve-se a ter sido utilizado o valor medido de 30  $\mu$ H para a indutância da bobina bifilar e não o valor teórico de 32  $\mu$ H.

Para medir a eficiência e transferência relativa de potência, foi utilizada a mesma metodologia dos testes com o sistema de 2 bobinas na seção 4.3.1. Tendo sido utilizados resistores de



Figura 72: Coeficiente de acoplamento teórico entre as bobinas bifilares. Fonte: Modificada de Miranda e Pichorim (2016)

 $10 \,\Omega$  em série com as bobinas, de modo a medir as correntes circulantes. Um gerador de funções (Tektronix AFG 3101) foi utilizado como fonte de tensão, de modo que a resistência total do circuito 1 engloba as perdas na bobina (4,57  $\Omega$ ), o resistor em série (10  $\Omega$ ) e a impedância de saída do gerador (50  $\Omega$  para o modelo AFG 3101), totalizando em  $R_1 = 64,57 \Omega$ . A resistência da carga engloba as perdas na bobina e o resistor em série utilizado, ou seja,  $R_L = 14,57 \Omega$ . Um sinal de tensão  $v = 7,8 V_{RMS}$  na frequência de 802 kHz ( $f_o$ ) é aplicado no circuito 1 (a mesma frequência foi sintonizada em ambas as bobinas através do ajuste fino do espaçamento entre espiras adjacentes). As tensões são medidas utilizando um osciloscópio (Agilent MSO6034) na distância de 2 a 20 cm entre as bobinas (a distância considerada é entre a última espira da bobina 1 e a primeira espira da bobina 2) em passos de 0,5 cm, de modo que as correntes circulantes são medidas em cada passo, e as potências dissipadas em  $R_1$  e  $R_L$ ,  $P_1$  e  $P_L$  respectivamente, sejam encontradas. Deste modo, a eficiência medida é obtida por  $P_L/(P_1 + P_L)$  e a transferência relativa de potência por  $P_L/P_{MAX}$  (conforme demonstrado  $P_{MAX} = v/4R_1$ ). A comparação entre os valores práticos de eficiência e transferência relativa de potência, e os teóricos calculados por (22) e (21), é mostrada na Figura 73. Os pontos representam os valores medidos e as linhas sólidas as curvas teóricas. O coeficiente de correlação entre os valores medidos e calculados, para eficiência e transferência relativa de potência, são ambos maiores que 0,99. Pode-se observar que a máxima transferência de potência ocorre quando a eficiência é igual a 50 %, conforme demonstrado na seção 4.1.

Para fins de comparação, duas bobinas convencionais, com as mesmas dimensões e número de espiras das bobinas bifilares, foram utilizadas. Fazendo uso de 3 capacitores



Figura 73: Eficiência (círculos) e transferência relativa de potência (pontos). Os valores calculados são representados pelas curvas sólidas.

variáveis (*trimmers*) em série com as bobinas, a mesma frequência de ressonância (802 kHz) foi sintonizada em ambas as bobinas. A resistência série total do conjunto bobina e capacitores, na frequência de ressonância, é de 4,6  $\Omega$ . Para medir a eficiência e transferência relativa de potência, a mesma metodologia dos testes com as bobinas bifilares foi utilizada. Isto é, foram utilizados resistores de 10  $\Omega$  para medir as correntes nos conjuntos, e por fim as potências. Para os valores teóricos foram utilizadas as equações (22) e (21), utilizando o coeficiente de acoplamento teórico k calculado por (44) e mostrado na Figura 60. Os resultados são mostrados na Figura 74, onde os valores medidos são os pontos e os teóricos as curvas sólidas. Uma vez que a indutância da bobina convencional é maior do que a da bobina bifilar aberta, a partir de (19) nota-se que a máxima transferência de potência ocorre para um k menor, ou seja, ocorre para distâncias maiores.



Figura 74: Eficiência (círculos) e transferência relativa de potência (pontos) para uma bobina convencional sintonizada com capacitores.

# 4.5 ANÁLISE DA IMPEDÂNCIA REFLETIDA

Nas seções anteriores não se utilizou o conceito de impedância refletida na análise e descrição dos sistemas de transferência de energia sem fio. Nesta seção, será verificado como o conceito de impedância refletida está presente e influencia o comportamento destes sistemas.

#### 4.5.1 SISTEMAS COM 2 BOBINAS

Conforme visto anteriormente, o circuito com 2 bobinas é o mostrado na Figura 58, sendo as equações circuitais para o sistema ressonante dadas por (15) e (16). Pode ser interessante apresentar as expressões das correntes circulantes no primário e secundário, ou seja,

$$i_1 = \frac{v}{R_1 + \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2}}$$
(49)

e

$$i_2 = -\frac{j\omega M_{12}i_1}{R_2},$$
(50)

respectivamente.

Sem o circuito secundário acoplado, naturalmente,  $i_1 = v/R_1$ . Deste modo, denominase o termo do lado direito do denominador de (49) de impedância refletida ( $Z_{12}$ ), ou seja, a impedância refletida pelo circuito 2 no circuito 1,

$$Z_{12} = \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2}.$$
 (51)

De (49) pode-se determinar a expressão da impedância total vista pela fonte ( $Z_T$ ) como,

$$Z_T = \frac{v}{i_1} = R_1 + \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2}.$$
(52)

Ou seja, a impedância vista pela fonte é uma contribuição da impedância do circuito 1 ( $R_1$  para um sistema ressonante ou  $Z_1$  para uma impedância genérica) e da impedância refletida ( $Z_{12}$ ). Portanto, o circuito equivalente de um sistema de transferência de energia sem fio é um circuito série, conforme mostrado na Figura 75.



Figura 75: Circuito equivalente para o sistema de transferência de energia sem fio. A impedância do circuito 1, ou primário, é representada pela impedância genérica  $Z_1$ , e  $Z_{12}$  representa a impedância refletida do circuito secundário para o primário.

Pode-se achar uma condição de máxima transferência de energia, ou potência, em função da máxima corrente no secundário (considerando que a carga esteja no secundário), em função da distância entre os circuitos ou em função da indutância mútua entre estes. Neste caso, pode-se determinar esta condição através de  $d|i_2|/dM_{12} = 0$ , chegando-se em,

$$R_1 = \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2},$$
(53)

onde substituindo (51) resulta em,

$$R_1 = Z_{12}.$$
 (54)

Este resultado mostra que a máxima transferência de potência ocorre quando  $R_1 = Z_{12}$ , ou seja,

quando as impedâncias do circuito primário e a impedância refletida são iguais ou casadas (conforme espera-se para um circuito série envolvendo duas impedâncias). Pode-se ainda observar a equivalência entre a expressão (53) e a expressão (19) anteriormente determinada em função da máxima potência transferida para o secundário P2. Obviamente, quando as impedância de um circuito série são iguais, ocorre a máxima transferência de potência e a eficiência é de 50%, conforme demonstrado na seção 4.1.

#### 4.5.2 SISTEMAS COM 4 BOBINAS

Para o sistema com 4 bobinas mostrado na Figura 59, as equações dos circuitos considerando a condição de ressonância, e que não existe acoplamento entre circuitos não adjacentes, são dadas por (23), (24), (25) e (26). Neste caso as expressões para as correntes circulantes são dadas por,

.

$$i_{1} = \frac{v(R_{2}R_{3}R_{4} + \omega^{2}M_{34}^{2}R_{2} + \omega^{2}M_{23}^{2}R_{4})}{R_{1}R_{2}R_{3}R_{4} + \omega^{2}M_{12}^{2}R_{3}R_{4} + \omega^{4}M_{12}^{2}M_{34}^{2} + \omega^{2}M_{34}^{2}R_{1}R_{2} + \omega^{2}M_{23}^{2}R_{1}R_{4}},$$
(55)

$$i_{2} = \frac{-jv\omega M_{12}(R_{3}R_{4} + \omega^{2}M_{34}^{2})}{R_{1}R_{2}R_{3}R_{4} + \omega^{2}M_{12}^{2}R_{3}R_{4} + \omega^{4}M_{12}^{2}M_{34}^{2} + \omega^{2}M_{34}^{2}R_{1}R_{2} + \omega^{2}M_{23}^{2}R_{1}R_{4}},$$
(56)

2 - - 2

$$i_{3} = \frac{-v\omega^{2}M_{12}M_{23}R_{4}}{R_{1}R_{2}R_{3}R_{4} + \omega^{2}M_{12}^{2}R_{3}R_{4} + \omega^{4}M_{12}^{2}M_{34}^{2} + \omega^{2}M_{34}^{2}R_{1}R_{2} + \omega^{2}M_{23}^{2}R_{1}R_{4}},$$
(57)

e

$$i_4 = \frac{j\nu\omega^3 M_{12}M_{23}M_{34}}{R_1 R_2 R_3 R_4 + \omega^2 M_{12}^2 R_3 R_4 + \omega^4 M_{12}^2 M_{34}^2 + \omega^2 M_{34}^2 R_1 R_2 + \omega^2 M_{23}^2 R_1 R_4}.$$
 (58)

A partir de (55) pode-se achar a expressão para a impedância total vista pela fonte como  $Z_T =$  $v/i_1$ , ou seja,

$$Z_T = \frac{R_1 R_2 R_3 R_4 + \omega^2 M_{12}^2 R_3 R_4 + \omega^4 M_{12}^2 M_{34}^2 + \omega^2 M_{34}^2 R_1 R_2 + \omega^2 M_{23}^2 R_1 R_4}{(R_2 R_3 R_4 + \omega^2 M_{34}^2 R_2 + \omega^2 M_{23}^2 R_4)}.$$
 (59)

Esta expressão pode ser reescrita como,

$$Z_{T1} = R_1 + \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2 + \frac{\omega^2 M_{23}^2}{R_3 + \frac{\omega^2 M_{34}^2}{R_4}}}.$$
(60)

Mostrando que a impedância total vista pela fonte é uma composição da impedância do circuito 1 ( $R_1$ ) e da impedância refletida pelo circuito 2 no circuito 1 ( $Z_{12}$ ), dada por,

$$Z_{12} = \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_2 + \frac{\omega^2 M_{23}^2}{R_3 + \frac{\omega^2 M_{34}^2}{R_4}}}.$$
(61)

Deste modo o circuito equivalente do sistema com 4 bobinas é o mesmo mostrado na Figura 75.

De maneira similar, na expressão (61) o termo do lado direito do denominador representa a impedância refletida pelo circuito 3 no circuito 2 ( $Z_{23}$ ), ou seja,

$$Z_{23} = \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_3 + \frac{\omega^2 M_{34}^2}{R_4}}.$$
(62)

De maneira consecutiva, o termo do lado direito do denominador de (62) representa a impedância refletida pelo circuito 4 no circuito 3 ( $Z_{34}$ ),

$$Z_{34} = \frac{\omega^2 M_{34}^2}{R_4}.$$
 (63)

Ficando claro que, uma vez que os acoplamentos entre circuitos não adjacentes são desprezados, a impedância é consecutivamente refletida do circuito 4 para o circuito 3, do circuito 3 para o 2, e por fim, do circuito 2 para o circuito 1. Sendo assim, pode-se reescrever os termos A, B e C dados por (31), (32) e (33) apresentados na seção 4.2, em termos das impedâncias refletidas dadas por (60), (61), (62) e (63), deste modo tem-se que,

$$A = R_3 + Z_{34}, (64)$$

$$B = R_2 + Z_{23},\tag{65}$$

e

$$C = Z_{T1} = R_1 + Z_{12}. ag{66}$$

Mostrando que, obviamente, a impedância refletida influencia diretamente na transferência de potência em um sistema com 4 bobinas.

Pode-se determinar a condição de máxima transferência de energia ou potência, em termos da máxima corrente  $i_4$ . Neste caso, considera-se que a distância entre os circuitos 1 e 2, e, 3 e 4, e portanto  $M_{12}$  e  $M_{34}$ , são fixos. Sendo assim, aplicando a condição de máxima transferência de potência em termos da máxima corrente na carga,  $d|i_4|/dM_{23} = 0$ , em (58),

tem-se que,

$$\omega^2 M_{23}{}^2 R_1 R_4 = \omega^2 M_{12}{}^2 R_3 R_4 + \omega^4 M_{12}{}^2 M_{34}{}^2 + R_1 R_2 R_3 R_4 + \omega^2 M_{34}{}^2 R_1 R_2,$$
(67)

a qual é a condição de máxima transferência de potência considerando as perdas nos circuitos intermediários, análoga à expressão (42) derivada em termos da máxima potência transferida ao circuito 4 — demonstrando que a condição de máxima corrente na carga está relacionada com a máxima transferência de potência, e não com a condição de máxima eficiência dada por (43).

Uma verificação importante consiste em considerar a condição de máxima transferência de potência (67) na expressão da impedância refletida (61). Deste modo pode-se obter o valor da impedância refletida que causa a máxima transferência de potência, obtendo,

$$Z_{12} = R_1 \left( \frac{\omega^2 M_{23}^2 R_4 - \omega^2 M_{34}^2 R_2 - R_2 R_3 R_4}{\omega^2 M_{23}^2 R_4 + \omega^2 M_{34}^2 R_2 + R_2 R_3 R_4} \right).$$
(68)

Para o caso ideal, em que não existem perdas nos circuitos intermediários ( $R_2 = R_3 = 0$ ), a expressão anterior resume-se a  $Z_{12} = R_1$ . A qual é a condição de casamento de impedância ideal, mostrada em (54) para um sistema com 2 bobinas. Entretanto, por esta expressão, notase que para se obter a condição  $Z_{12} = Z_1$  basta que  $R_2 = 0$ , e, neste caso,  $R_3$  pode ser diferente de zero. Por outro lado, não se observa a situação contrária, ou seja, se  $R_3 = 0$  e  $R_2 \neq 0$ , logo  $Z_{12} \neq R_1$ . Este efeito pode ser mostrado através das expressões para eficiência e transferência relativa de potência, (40) e (41), respectivamente. Considerando os mesmos valores utilizados nos testes da seção 4.3.2, e considerando a distância fixa entre as bobinas 1 e 2, e, 3 e 4, iguais a 10 cm. Primeiramente realiza-se uma simulação para o caso em que  $R_2 = 0$  e  $R_3$  variando de 0  $\Omega$ , 3,3  $\Omega$  e 6,6  $\Omega$ , conforme mostra-se na Figura 76. Nota-se que independente do valor de  $R_3$  o sistema possui um comportamento similar ao ideal, onde a eficiência não passa por um máximo (conforme demonstrado na Figura 66). Obviamente, conforme  $R_3$  aumenta, os valores para a transferência de potência e eficiência são ponderados por estas perdas, com a eficiência possuindo um valor de 50% do valor da máxima transferência relativa de potência.

Por outro lado, quando  $R_3 = 0$  e varia-se o valor de  $R_2$  o mesmo comportamento não é obtido, conforme mostra-se na Figura 77. Ou seja, a eficiência passa por um máximo conforme verificado anteriormente por (41) e Figura 66. Além disso, a eficiência não possui um valor de 50% em relação a máxima transferência de potência. Estas características previstas pela equação (68), indicam que a otimização de um dos circuitos (2 ou 3) pode trazer mais vantagens, ou ainda, que o sistema pode ser mais sensível as perdas individuais em um destes circuitos.



Figura 76: Curvas de transferência relativa de potência e eficiência para  $R_2 = 0$ . Simulações realizadas para  $R_3 = 0$ ,  $R_3 = 3$ ,  $3\Omega e R_3 = 6$ ,  $6\Omega$ .



Figura 77: Curvas de transferência relativa de potência e eficiência para  $R_3 = 0$ . Simulações realizadas para  $R_2 = 0$ ,  $R_2 = 3, 3\Omega$  e  $R_2 = 6, 6\Omega$ .

Entretanto, estas características ainda devem ser melhor exploradas e avaliadas, inclusive em relação ao valor da carga, sendo deixadas portanto como sugestão para trabalhos futuros.

## 4.6 DISCUSSÃO

## 4.6.1 EFICIÊNCIA E TRANSFERÊNCIA RELATIVA DE POTÊNCIA

As condições de máxima transferência de potência para os sistemas de transferência de energia, com 2 e 4 bobinas foram derivadas a partir da teoria de circuitos elétricos, e discutidas em conjunto com a eficiência da transferência de potência, tendo sido demonstrado que um sistema com 4 bobinas com  $R_2 = R_3 = 0$  apresenta comportamento similar a um circuito com 2 bobinas. A diferença é a influência dos coeficientes de acoplamentos: em um sistema com 2 bobinas  $\eta$  aumenta conforme  $k_{12}$  aproxima-se da unidade, enquanto que em um sistema com 4 bobinas  $\eta$  aumenta conforme  $k_{23}$  se aproxima de zero. Obviamente, a condição  $R_2 = R_3 = 0$ não é alcançável em circuitos comuns, porém a utilização de bobinas com baixas perdas e altos fatores de qualidade pode melhorar significativamente a eficiência do sistema. Importante mencionar que um sistema com perdas nas bobinas intermediárias possui máximos não coincidentes de eficiência e transferência relativa de potência, em função de  $k_{23}$  — o máximo de eficiência ocorre sempre para um  $k_{23}$  menor, ou distância maior, quando comparado com o máximo na transferência de potência.

Também foi demonstrado que os sistemas estudados obedecem, em termos de eficiência e transferência relativa de potência, o clássico teorema da máxima transferência de potência para um circuito série, ensinado na teoria de circuitos elétricos. O que esse teorema ensina é que se a resistência da fonte ( $R_G$ ) e da carga ( $R_L$ ) são iguais, a potência transferida para a carga é máxima e  $\eta$  é 50%. Ainda, mantendo  $R_G$  constante,  $\eta$  aumenta conforme  $R_L$  aumenta. De maneira que, para  $R_G$  constante, o projetista torna  $R_L > R_G$  se o seu objetivo é aumentar  $\eta$  — obviamente,  $R_L = \infty$  implica em  $\eta = 1$ , entretanto a potência transferida para a carga é zero. Desta maneira, fica claro que mesmo em um sistema de 4 bobinas com perdas nos circuitos intermediários onde existem máximos não coincidentes de  $\eta$  e transferência de potência — em geral, deve-se procurar o ponto de máxima transferência de potência, e não de máxima eficiência.

# 4.6.2 TRANSFERÊNCIA DE ENERGIA SEM FIO UTILIZANDO BOBINAS BIFILARES ABERTAS

O sistema autorressonante, com 2 bobinas bifilares abertas, se mostrou apropriado para aplicações reais. Os testes práticos comprovaram que este pode ser descrito pela teoria geral,
aplicável a qualquer circuito RLC série, desenvolvida na seção 4.1.

As principais vantagens do sistema são o fato de evitar o uso de capacitor — evitando danos nestes componentes e possibilitando a miniaturização do sistema — e fornecer uma autorressonância LC série, a qual evita dificuldades de se ter o primário e secundário com ressonâncias paralelas. O fato de evitar o uso de capacitores, torna este sistema apropriado para aplicações envolvendo altas potências, e também para aplicações biomédicas devido as suas dimensões reduzidas.

Em um sistema de alta potência prático, a tensão de ruptura do dielétrico do condutor deve ser observada e, dependendo da aplicação, fios com isolantes mais espessos devem ser utilizados. Além disso, a umidade relativa do ar deve influenciar no valor da capacitância entre espiras, devendo esta característica ser levada em consideração em um projeto prático — uma possibilidade é utilizar um material para preencher os espaços entre espiras adjacentes evitando a penetração da umidade entre as espiras.

A principal desvantagem do sistema é o fato de a indutância equivalente, da bobina bifilar aberta, ser menor do que a de uma bobina convencional de mesmas dimensões. Entretanto, esta desvantagem pode ser compensada utilizando bobinas com maior número de espiras. Importante destacar que os mesmos resultados e vantagens aqui demonstrados com uma bobina solenoidal, podem ser obtidos na configuração planar.

A determinação da capacitância equivalente da bobina bifilar aberta não foi explorada neste trabalho. Cita-se como maior desafio, determinar uma equação geral para qualquer geometria de bobina, sendo este trabalho deixado como sugestão de trabalhos futuros.

Por último, os autores gostariam de destacar que até onde se sabe, um sistema autorressonante com 2 bobinas para transferência de energia sem fio (por enlaces ressonantes magneticamente acoplados trabalhando no campo próximo), que seja equivalente a um sistema sintonizado com circuitos LC em série, não foi apresentado na literatura especializada até o momento.

## 4.6.3 ANÁLISE DA IMPEDÂNCIA REFLETIDA

Através da análise da impedância refletida em sistemas com 2 e 4 bobinas, procurouse mostrar que um sistema de transferência de energia sem fio pode ser interpretado como um sistema de casamento de impedâncias. Pôde-se demonstrar através de (54) e (68), que a máxima transferência de potência ocorre quando a impedância refletida ( $Z_{12}$ ) e a impedância do circuito 1 ( $R_1$  se este for ressonante) são casadas ou iguais, e neste caso tem-se eficiência de 50% e máxima transferência de potência conforme demonstrado nas seções 4.1 e 4.2.

A análise da impedância refletida no sistema com 4 bobinas forneceu um entendimento mais completo destes sistemas. Verificou-se que a impedância é refletida consecutivamente do circuito 4 ao circuito 1, tendo sido apresentadas as expressões para as impedâncias. Também, foi demonstrado que a condição de máxima transferência de potência pode ser determinada em função da máxima corrente na carga — diferente da condição de máxima eficiência. Particularmente, para o sistema com 4 bobinas, foi notado que a situação ideal de  $Z_{12} = R_1$  pode ocorrer quando  $R_2 = 0$  e  $R_3 \neq 0$ . Obviamente, se  $R_3 \neq 0$  o comportamento ideal do sistema é ponderado por  $R_3$ , conforme mostrado na Figura 76. Estas características peculiares do sistema com 4 bobinas ainda devem ser melhor exploradas e são deixadas como sugestão para trabalhos futuros.

## 5 CONCLUSÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

A metodologia utilizada e a teoria apresentada no Capítulo 3 resultaram em um entendimento dos enrolamentos considerados como sendo ressonadores de meia onda e um quarto de onda. Esta análise possibilitou que fosse apresentada uma equação prática para o cálculo das frequências de autorressonância por onda estacionária nestes enrolamentos. Importante salientar que apesar do limite entre o universo concentrado (*lumped*) e distribuído (onde ocorrem os efeitos de ondas estacionárias) não ser ainda bem conhecido, as ressonâncias por onda estacionária predominam para solenoides estreitamente enrolados com dimensões relativamente pequenas de H/D = 2, conforme mostram os resultados. Isto mostra a importância da análise desenvolvida no projeto de bobinas. Importante também reconhecer que não foi o intuito deste trabalho fazer um detalhamento rigoroso do ponto de vista das equações de Maxwell e da teoria de campos e ondas, a respeito do comportamento das bobinas consideradas. Por outro lado, partindo de trabalhos clássicos e rigorosos do ponto de vista da teoria eletromagnética, foi possível apresentar uma visão clara e unificada que, visto os resultados obtidos, explicou de maneira suficiente o comportamento dos ressonadores considerados. Outro ponto importante é a abrangência de profissionais de diferentes áreas que pode-se alcançar com a análise aqui apresentada. Espera-se que físicos, engenheiros e projetistas de enlaces indutivos, cada qual com seus objetivos, possam fazer bom uso deste trabalho. A utilização de ressonadores por onda estacionária para transferência de energia sem fio não foi explorada neste trabalho, sendo deixada como sugestão de trabalhos futuros.

A análise dos circuitos magneticamente acoplados para transferência de energia sem fio foi satisfatória, onde procurou-se demonstrar as principais características destes sistemas através do ponto de vista da eficiência, transferência relativa de potência e impedância refletida. Foram obtidas expressões elusivas e que podem facilitar o projeto destes sistemas.

O sistema autorressonante com 2 bobinas, utilizando bobinas bifilares abertas, possui grande potencial de uso em sistemas de alta potência e em aplicações biomédicas uma vez que dispensa o uso de capacitores. A análise desenvolvida e os testes práticos, demonstraram que este sistema pode ser modelado como qualquer sistema simples de 2 bobinas. A determinação dos valores de capacitância interna das bobinas bifilares abertas é deixada como sugestão para trabalhos futuros.

## REFERÊNCIAS

ABATTI, P. J.; PICHORIM, S. F.; MIRANDA, C. M. Maximum power transfer versus efficiency in mid-range wireless power transfer systems. **J. of Microw. Optoelectron. and Electromagn. Appl.**, v. 14, p. 157–169, 2015.

ALEXANDER, C.; SADIKU, M. Fundamentals of Electric Circuits. New York: McGraw-Hill, 2004.

BALDI, A.; CHOI, W.; ZIAIE, B. A self-resonant frequency-modulated micromachined passive pressure transensor. **IEEE Sensors J.**, v. 3, p. 728–733, 2003.

BARTOLI, M.; REATTI, A.; KAZIMIERCZUK, M. High-frequency models of ferrite core inductors. In: **20th International Conference on Industrial Electronics, Control and Ins-trumentation. IECON '94.,** Bologna: IEEE, 1994. v. 3, p. 1670–1675.

BERTOTTI, F.; ABATTI, P. Sistema de biotelemetria passiva para aquisição da bioimpedância localizada. In: **XXI Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica**. Salvador: Anais do XXI CBEB, 2008.

BHADRA, S.; BRIDGES, G. E.; THOMSON, D. J.; FREUND, M. S. A wireless passive sensor for ph monitoring employing temperature compensation. In: **IEEE Sensors J.** Ireland: proceedings of the IEEE Sensors, 2011.

BHADRA, S.; WINNIPEG, M.; THOMSON, D.; BRIDGES, G. Near field chipless tag for food quality monitoring. In: **IEEE 16th International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics**. Victoria, BC: IEEE, 2014. v. 16, p. 1–2.

BITO, J.; JEONG, S.; TENTZERIS, M. M. A real-time electrically controlled active matching circuit utilizing genetic algorithms for wireless power transfer to biomedical implants. **IEEE Trans. Microw. Theory and Techn.**, v. 64, n. 2, p. 365–373, Fev. 2016.

BOWICK, C. RF Circuit Design. [S.l.]: Howard W. Sams & Co., 1982.

CHEN, P.-J.; RODGER, D. C.; SAATI, S.; HUMAYUN, M. S.; TAI, Y.-C. Microfabricated implantable parylene-based wireless passive intraocular pressure sensors. **J. of Microeletro-mechanical Syst.**, v. 17, n. 6, p. 1342–1351, Dez. 2008.

CHEON, S.; Y.H, K.; KANG, S.; LEE, M.; LEE, J.; ZYUNG, T. Circuit-model-based analysis of a wireless energy-transfer system via coupled magnetic resonances. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, v. 58, p. 2906–2913, 2011.

CHEONG, J. H.; NG, S. S. Y.; LIU, X.; XUE, R.-F.; LIM, H. J.; KHANNUR, P. B.; CHAN, K. L.; LEE, A. A.; KANG, K.; LIM, L. S.; HE, C.; SINGH, P.; PARK, W.-T.; JE, M. An inductively powered implantable blood flow sensor microsystem for vascular grafts. **IEEE Trans. Biomed. Eng.**, v. 59, n. 9, p. 2466–2475, Set. 2012.

CHOMYSHYN, L.; MCCONNACHIE, S. H.; COOKE, S. J. Evaluation of water entry into the coelom and different levels of aseptic technique during surgical implantation of electronic tags in freshwater fish. **Rev. in Fish Biology and Fisheries**, v. 21, p. 61–70, 2011.

CHOW, J. P. W.; CHEN, N.; CHUNG, H. S. H. C.; CHAN, L. L. H. C. An investigation into the use of orthogonal winding in loosely coupled link for improving power transfer efficiency under coil misalignment. **IEEE Trans. Power Electron.**, v. 30, n. 10, p. 5632–5649, Out. 2015.

COLLIN, R. Foundations for Microwave Engineering. [S.l.]: McGraw-Hill, 1966.

COLLINS, C. Miniature passive pressure transensor for implanting in the eye. **IEEE Trans. Biomed. Eng.**, v. 14, p. 74–83, 1967.

CORUM, K.; CORUM, J. Tesla coils and the failure of lumped-element circuit theory. **TCBA News**, v. 19, p. 14–18, 2000.

CORUM, K.; CORUM, J. RF coils, helical resonators and voltage magnification by coherent spatial modes. **IEEE Microw. Rev.**, v. 7, p. 36–45, 2001.

CORUM, K.; PESAVENTO, P.; CORUM, J. Multiple resonances in RF coils and the failure of lumped inductance models. In: **Sixth International Symposium on Nikola Tesla**. Belgrado: [s.n.], 2006. v. 6.

DAS, R.; YOO, H. Biotelemetry and wireless powering for leadless pacemaker systems. **IEEE Microw. Compon. Lett.**, v. 25, n. 4, p. 262–264, Abr. 2015.

DONALDSON, N. Voltage regulators for implants powered by coupled coils. Med. & Biological Eng. & Comp., v. 21, p. 756–761, 1983.

DONG, L.; WANG, L.-F.; HUANG, Q.-A. Implementation of multiparameter monitoring by an lc-type passive wireless sensor through specific winding stacked inductors. **IEEE Internet of Things J.**, v. 2, n. 2, p. 168–174, Abr. 2015.

EDWARDS, M. L. Microwawe & RF Circuits: Analysis, Design, Fabrication & Measurement. Baltimore: John Hopkins University, 2001.

FERREIRA, D. W.; LEBENSZTAJN, L.; KRAHENBUHL, L.; MOREL, F.; VOLLAIRE, C. A design proposal for optimal transcutaneous energy transmitters. **IEEE Trans. Magn.**, v. 50, n. 2, Fev. 2014.

FLACK, F.; JAMES E. D.AND SCHALAPP, D. M. Mutual inductance of air-cored coils: effect on design of radio frequency coupled implants. **Med. & Biological Eng. & Comput**, v. 9, p. 79–85, 1971.

FLEMING, B. C.; BEYNNON, B. D. In vivo measurement of ligament/tendon starins and forces: A review. **Ann. of Biomed. Eng.**, v. 32, p. 318–328, 2004.

FOTOPOULOU, K.; FLYNN, B. W. Wireless power transfer in loosely coupled links: Coil misalignment model. **IEEE Trans. Magn.**, v. 47, n. 2, p. 416–430, Fev. 2011.

FU, M.; ZHANG, T.; ZHU, X.; LUK, P. C.-K. L.; MA, C. Compensation of cross coupling in multiple-receiver wireless power transfer systems. **IEEE Trans. Ind. Informat.**, v. 12, n. 2, p. 474–482, Abr. 2016.

FURSE, C. M. Biomedical telemetry: Today's opportunities and challenges. In: **IEEE Inter-national Workshop on Antenna Technology**. Lisbon: IEEE, 2010.

GALVAN, J. C. O.; LITTLEWOOD, E. C.; ADAME, S. M.; MAXIMOV, S.; XU, W. Wireless power transfer: Literature survey. In: **IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)**. Mexico: IEEE, 2013.

GHOVANLOO, M.; LAZZI, G. **Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering**. New York: Wiley, 2006.

GRANDI, G.; KAZIMIERCZUK, M.; MASSARINI, A.; REGGIANI, U. Stray capacitances of single-layer solenoid air-core inductors. **IEEE Trans. Industry Appl.**, v. 35, p. 1162–1168, 1999.

GROVER, F. Inductance calculations: Working Formulas and Tables. New York: Van Nostrand, 1946.

HARA, M. S. **Técnica de biotelemetria passiva com unidade implantável composta por apenas um componente**. Tese (Doutorado Ciências / Engenharia Biomédica) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 145 f. 2008.

HAUS, H. Waves and Fields in Optoelectronics. New Jersey: Prentice-Hall, 1984.

HEETDERKS, W. Rf powering of millimeter- and submillimeter-sized neural prothetic implants. **IEEE Trans. Biom. Eng.**, v. 35, p. 323–327, 1988.

HOCHMAIR, F. System optimization for improved accuracy in transcutaneous signal and power transmission. **IEEE Trans. Biom. Eng.**, v. 31, p. 177–186, 1984.

HOLE, M.; APPEL, L. Stray capacitance of a two-layer air-cored inductor. **IEE Proc. Circuits Devices and Syst.**, v. 152, p. 565–572, 2005.

HOU, J.; CHEN, Q.; WONG, S. C.; TSE, C. K.; X, R. Analysis and control of series/seriesparallel compensated resonant converters for contactless power transfer. **IEEE J. Emerg. Sel. Topics Power Electron.**, v. 3, n. 1, p. 124–136, Mar. 2015.

HUI, S. Y. R.; ZHONG, W.; LEE, C. K. A critical review of recent progress in mid-range wireless power transfer. **IEEE Trans. Power Electron.**, v. 29, p. 4500–4511, 2014.

ISIK, O.; ESSELLE, K. P. Design of monofilar and bifilar archimedean spiral resonators for metamaterial applications. **IET Microw. Antennas and Propag.**, v. 3, n. 6, p. 929–935, Set. 2009.

ISSYS. Wireless, Batteryless Implantable Medical Products. 2011. Disponível em: <a href="http://www.mems-issys.com/implantable.shtml">http://www.mems-issys.com/implantable.shtml</a>. Acesso em: 16 Fev. 2012.

JOHNSON, W. Transmission lines and networks. Baltimore-Maryland: McGraw-Hill, 1950.

JUST, T.; LAQUA, D.; HUSAR, P. In-vivo signal transmission using an intra-corporal rf transmitter. In: **33rd Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society**. Boston: Proceedings of th 33rd Annual International Conference of the IEEE EMBS, 2011. KANDOIAN, A.; SICHAK, W. Wide-frequency-range tuned helical antennas and circuits. **Electr. Commun.**, v. 30, p. 294–299, 1953.

KARALIS, A.; JOANNOPOULOS, J.; SOLJACIC, M. Efficient wireless non-radiative midrange energy transfer. **Ann. of Phys.**, p. 1–15, 2007.

KATURI, K. C.; RAMASUBRAMANIAN, M. K.; ASRANI, S. A surface micromachined capacitive pressure sensor for intraocular pressure measurement. In: **International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications**. China: Proceedings of the 6th IEEE/ASME MESA, 2010.

KISI, M. M. G.; BLAZ, N. V.; DAKI, B.; MARI, A.; RADOSAVLJEVI, G. J.; ZIVANOV, L. D.; DAMNJANOVI, M. S. A flexible polyimide based device for displacement sensing. In: **PROC. 29th INTERNATIONAL CONFERENCE ON MICROELECTRONICS (MIEL 2014)**. Servia: IEEE, 2014. v. 29, p. 129–132.

KISIC, M. G.; BLAZ, N. V.; BABKOVIC, K. B.; MARIC, A. M.; RADOSAVLJEVIC, G. J.; ZIVANOV, L. D.; DAMNJANOVIC, M. S. Passive wireless sensor for force measurements. **IEEE Trans. Magn.**, v. 51, n. 1, Jan. 2015.

KNIGHT, D. W. The self-resonance and self-capacitance of solenoid coils. 05 2010. Disponível em: <a href="http://www.g3ynh.info/">http://www.g3ynh.info/</a>. Acesso em: 21 Set. 2011.

KO, W. H.; LIANG, S. P.; FUNG, C. D. F. Design of rafio-frequency powered coils for implant instruments. **Med. & Biological Eng. & Comput.**, v. 15, p. 634–640, 1977.

KOMI, P. Relevance of in vivo force measurements to human biomechanics. **J. of Biomech.**, v. 1990, p. 23–24, 1990.

KRAUS, J. D. Antennas. [S.l.]: McGraw-Hill, 1950.

KURS, A. **Power Transfer Through Strongly Coupled Resonances**. Dissertação (Mestrado) — Massachusetts Institute of Technology (MIT), Set. 2007.

KURS, A.; KARALIS, A.; MOFFATT, R.; JOANNOPOULOS, J.; FISHER, P.; SOLJACIC, M. Wireless power transfer via strongly coupled magnetic resonances. **Science**, v. 317, p. 83–86, Julho 2007.

LEE, J.-Y.; HAN, B.-M. A bidirectional wireless power transfer ev charger using self-resonant PWM. **IEEE Trans. Power Electr.**, v. 30, n. 4, p. 1784–1787, Abr. 2015.

LEKKALA, J.; SALPAVAARA, T.; VERHO, J.; RIISTAMA, J. Simple inductively coupled resonance sensor for ECG and heart rate monitoring. **Elsevier Procedia Eng.**, v. 5, p. 1438–1441, 2010.

LIN, J. Wireless power transfer for mobile applications, and health effects. **IEEE Antennas Propag. Mag.**, v. 55, n. 2, p. 250–253, Abr. 2013.

MACKAY, R. S. Bio-Medical Telemetry. London: Wiley, 1970.

MARINCIC, A.; POPOVIC, V. Colorado springes notes 1899-1900. [S.l.]: Nolit: Beograd, Yugoslavia, 1978.

MASSARINI, A.; KAZIMIERCZUK, M.; GRANDI, G. Lumped parameter models for single and multiple-layer inductors. In: **Power Electronics Specialists Conference**. Italy: Proceedings of the 27th IEEE Annual PESC, 1996.

MASSARINI, A.; KAZIMIERCZUK, M. K. Self-capacitance of inductors. **IEEE Trans. Power Electr.**, v. 12, p. 671–676, 1997.

MEDHURST, R. H.f resistance and self-capacitance of singlelayer solenoids-part ii. Wirel. Eng., v. 24, p. 80–92, 1947.

MEZAK, J. A. Modeling helical air coils for wireless and RF applications. **RF Softw.**, v. 21, p. 77–79, 1998.

MIRANDA, C. M. Equacionamento e modelagem da bobina bifilar de Tesla e proposta da sua utilização como um sensor biotelemétrico autorressonante. Dissertação (Mestrado Ciências / Engenharia Biomédica) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica federal do Paraná, Curitiba, 76 f. 2012.

MIRANDA, C. M.; FERREIRA, P. S.; PICHORIM, S. F. Análise e desenvolvimento de um enlace indutivo ressonante com 4 bobinas para fins biomédicos (aceito). In: CBEB (Ed.). **XXV** Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica CBEB. Foz do Iguaçu - PR: [s.n.], 2016.

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. A bobina bifilar de Tesla como um sensor biotelemétrico autorressonante. In: **XXIII Congresso Brasileiro em Engenharia Biomédica - Porto de Galinhas PE**. Porto de Galinhas - PE: [s.n.], 2012. v. 23.

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. Equacionamento e modelagem da bobina bifilar de Tesla. **Revista UNIANDRADE**, v. 13, p. 42–59, 2012.

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. Sensor biotelemétrico de deslocamento por autorressonância de onda estacionária. In: **XXIV Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica**. Uberlândia-MG: [s.n.], 2014. p. 24.

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. Self-resonant frequencies of air-core single-layer solenoid coils calculated by a simple method. **Electr. Eng. (Berlin print)**, v. 97, p. 57–64, 2015.

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. Self-resonant frequencies, standing waves, and impedance behavior of air-core helical solenoidal coil. In: **International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA) - IEEE APWC**. Turim - Itália: [s.n.], 2015. p. 1296–1299.

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. A self-resonant 2-coil wireless power transfer system using open bifilar coils (aceito). **IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs**, 2016.

MOGHADAM, M. R. V.; ZHANG, R. Multiuser wireless power transfer via magnetic resonant coupling: Performance analysis, charging control, and power region characterization. **IEEE Trans. Signal and Inf. Process over Netw.**, v. 2, n. 1, p. 72–83, Mar. 2016.

OLLENDORFF, F. Die Grundlagen der Hochfrequenztechnik. Berlin: Springer, 1926.

ONG, K.; GRIMES, C.; ROBBINS, C.; SINGH, R. Design and application of a wireless, passive, resonant-circuit environmental monitoring sensor. **Sens. and Actuators A**, v. 93, p. 33–43, 2001.

PICHORIM, S.; MIRANDA, C. M. Pode uma bobina ter resistência negativa ? — Aspectos didáticos da medição de impedâncias em R.F. In: MOMAG 2014: 16° SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11° CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo. Curitiba - Paraná: [s.n.], 2014.

PICHORIM, S. F. Sistema biotelemétrico passivo utilizando microunidade injetável em tendão para medição de força muscular. Tese (Doutorado Ciências / Engenharia Biomédica)
— Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Centro Federal de Ensino Tecnológico, Curitiba, 98 f. 2003.

PICHORIM, S. F.; ABATTI, P. J. Design of coils for millimeter- and submillimeter-sized biotelemetry. **IEEE Trans. Biom. Eng.**, v. 51, p. 1487–1489, 2004.

PICHORIM, S. F.; ABATTI, P. J. Biotelemetric passive sensor injected within tendon for strain and elasticity measurement. **IEEE Trans. Biom. Eng.**, v. 53, p. 921–925, 2006.

PICHORIM, S. F.; MIRANDA, C. M. Bobinas bifilares para a transmissão de energia sem fio. **Depósito BR 10 2016 004778 1**, 2016.

PIERCE, J. Theory of the beam-type traveling-wave tube. Proc. of the IRE, p. 111–123, 1947.

RAMO, S. Introduction to microwaves. [S.l.]: McGraw-Hill, 1945.

RAMO, S.; WHINNERY, J.; DUZZER, T. **Fields and Waves in Communication Electronics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1965.

RAMRAKHYANI, A. K.; MIRABBASSI, S.; CHIAO, M. Design and optimization of resonance-based efficient wireless power delivery systems for biomedical implants. **IEEE Trans. Biomed. Circuits Syst.**, v. 5, n. 1, p. 48–63, Fev. 2011.

REBOUN, J.; BLECHA, T.; SYROVY, A.; HAMACEK, A.; SHLYKEVICH, A. Printed passive components for rfid labels. In: **IEEE Electronics System-Integration Technology Conference (ESTC)**. Helsinki: IEEE, 2014. p. 1–5.

REIS, D. D.; CERVI, T. E.; PICHORIM, S. F. Sensor passivo ressonante com bobina bifilar para medição da umidade em madeiras. In: MOMAG 2014: 16º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo - Curitiba PR. [S.l.: s.n.], 2014.

REN, Q.-Y.; WANG, L.-F.; HUANG, J.-Q.; ZHANG, C.; HUANG, Q.-A. Simultaneous remote sensing of temperature and humidity by lc-type passive wireless sensors. **IEEE J. of Microele-tromechanical Syst.**, v. 24, n. 4, p. 1117–1123, Ago. 2015.

RUSSELL, D. M.; GARRY, E. M.; TABERNER, A. J.; BARRETT, C. J.; PATON, J. F.; BUD-GETT, D. M.; MALPAS, S. C. A fully implantable telemetry system for the chronic monitoring of brain tissue oxygen in freely moving rats. **J. of Neurosci. Methods**, v. 204, p. 242–248, 2012.

SADIKU, M. N. O. Elementos de Eletromagnetismo. 5. ed. Porto Alegre - RS: Bookman, 2012.

SALPAVAARA, T.; VERHO, J.; KUMPULAINEN, P.; LEKKALA, J. Wireless interrogation techniques for sensors utilizing inductively coupled resonance circuits. **Procedia Eng.**, v. 5, p. 1438–1441, 2010.

SALPAVAARA, T.; VERHO, J.; KUMPULAINEN, P.; LEKKALA, J. Readout methods for an inductively coupled resonance sensor used in pressure garment application. **Sens. and Actuators A: Physical**, v. 172, p. 109–116, 2011.

SEYDNEJAD, S. R.; SAMANI, M. M. An implantable telemetry system for long-term biosignal recording. In: **IEEE - Instrumentation and Measurement Technology Conference**. Austin: Proceedings of the I2MTC, 2010.

SICHAK, W. Coaxial line with helical inner conductor. Proc. of the IRE, p. 1315–1319, 1954.

SOKOLOV, L. V. Modern telemetry: New possibilities in ornithology. **Zoologicheskii Zhur**nal, v. 7, p. 861–882, 2011.

SOMA, M.; GALBRAITH, D. C.; WHITE, R. L. Radio-frequency coils in implantable devices: Misalignment analysis and design procedure. **IEEE Trans. Biom. Eng.**, v. 34, n. 4, p. 276–282, Abr. 1987.

SON, C.; ZIAIE, B. A wireless implantable passive microdosimeter for radiation oncology. **IEEE Trans. Biom. Eng.**, v. 55, p. 1772–1775, 2008.

TESLA, N. Coil for electro-magnets. US512340, 1894.

TESLA, N. Apparatus for transmission of electrical energy. US649621, 1900.

TESLA, N. The problem of increasing human energy — with special reference to the harnessing of the sun's energy. **Century Mag.**, 1900.

TESLA, N. Apparatus for utilizing effects transmitted from a distance to a receiving device through natural media. **US685953**, 1901.

TESLA, N. The transmission of electric energy without wires. Electr. World and Eng., 1904.

TESLA, N. Art of transmitting electrical energy through the natural mediums. US787412, 1905.

TESLA, N. The true wireless. Radio Dep., 1919.

TESLA, N. Minhas Invenções – A autobiografia de Nikola Tesla. São Paulo: UNESP, 2012.

WANG, C. S.; STIELAU, O. H.; COVIC, G. A. Design considerations for a contactless electric vehicle battery charger. **IEEE Trans. Ind. Electron.**, v. 52, n. 5, p. 1308–1314, Out. 2005.

YANG, Z.; WANG, G.; LIU, W. Analytical calculation of the self-resonant frequency of biomedical telemetry coils. In: **IEEE Engineering in Medicine and Biology Society Annual International Conference**. New York: Proceedings of the 28th IEEE EMBS, 2006. p. 5880– 5883.

YE, X.; WANG, X.; LIANG, B.; WANG, Q.; HE, L.; BEI, W. Implantable passive and wireless telemetering system based on saw temperature sensor. **Journal of Zhejiang University (Eng. Science)**, v. 45, p. 2068–2072, 2011.

YOUSAF, A.; KHAN, F.; REINDL, L. Passive wireless sensing of micro coil parameters in fluidic environments. **Sens. and Actuators A: Phys.**, p. 1–11, 2012.

YU, Q.; HOLMES, T. W. Stray capacitance modeling of inductors by using the finite element method. In: **IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility**. Seattle: IEEE, 1999. v. 1, p. 305–310.

YUN, H.; LEE, G.; W.S., P. Empirical formulas for self resonance frequency of archimedean spiral coils and helical coils. In: **Proceedings of the IEEE International Symposium on Antennas and Propagation Society**. Illinois: [s.n.], 2012. p. 1–2.

ZHANG, C.; GUO, L.; WANG, L.-F.; HUANG, J.-Q. A passive wireless integrated humidity sensor based on dual-layer spiral inductors. **Electron. Lett.**, v. 50, n. 18, p. 1287–1289, Ago. 2014.

ZOU, Y.; ODRISCOLL, S. Implant position estimation via wireless power link. **IEEE Trans. Circuits Syst. II: Exp. Briefs**, v. 62, n. 2, p. 139–143, Fev. 2015.

## ANEXO A – LISTA DE PUBLICAÇÕES VINCULADAS À TESE

Publicações em revistas:

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. Self-resonant frequencies of air-core single-layer solenoid coils calculated by a simple method. **Electr. Eng. (Berlin print)**, v. 97, p. 57-64, 2015.

ABATTI, P. J.; PICHORIM, S. F; MIRANDA, C. M. Maximum power transfer versus efficiency in mid-range wireless power transfer systems. J. of Microw. Optoelectron. and Electromagn. Appl., v. 14, p. 157-169, 2015.

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. A self-resonant 2-coil wireless power transfer system using open bifilar coils. **IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs**, 2016 (aceito).

Patentes:

PICHORIM, S. F.; MIRANDA, C. M. Bobinas bifilares para a transmissão de energia sem fio. 2016. **Depósito BR 10 2016 004778 1**.

Publicações em congressos:

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. A bobina bifilar de Tesla como um sensor biotelemétrico autorressonante. In: **XXIII Congresso Brasileiro em Engenharia Biomédica (CBEB)** - Porto de Galinhas PE. Porto de Galinhas - PE, 2012. v. 23.

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. Sensor biotelemétrico de deslocamento por autorressonância de onda estacionária. In: **XXIV Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica** (**CBEB**). Uberlândia-MG, 2014. p. 24. PICHORIM, S. F.; MIRANDA, C. M. Pode uma bobina ter resistência negativa ? — Aspectos didáticos da medição de impedâncias em R.F. In: MOMAG 2014: XXVI SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e XXI CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo. Curitiba -Paraná, 2014

MIRANDA, C. M.; PICHORIM, S. F. Self-resonant frequencies, standing waves, and impedance behavior of air-core helical solenoidal coil. In: **International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA) - IEEE APWC**. Turim - Itália, 2015. p. 1296-1299.

MIRANDA, C. M.; FERREIRA, P. S.; PICHORIM, S. F. Análise e desenvolvimento de um enlace indutivo ressonante com 4 bobinas para fins biomédicos. In: **XXV Congresso Brasi-**leiro de Engenharia Biomédica (CBEB). Foz do Iguaçu - PR, 2016.