

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS CORNÉLIO PROCÓPIO
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL
CURSO SUPERIOR DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PAULO ITALO STACHUK

**ESTUDO E COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE
SISTEMAS DINÂMICOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO
2016

PAULO ITALO STACHUK

ESTUDO E COMPARAÇÃO DE MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista no programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

Orientador: Prof. Dr. Vander Teixeira Prado

Coorientador: Prof. Dr. Emerson Ravazzi Pires da Silva

CORNÉLIO PROCÓPIO
2016



Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Cornélio Procópio
Departamento de Engenharia Elétrica
Curso de Engenharia Elétrica



FOLHA DE APROVAÇÃO

Paulo Italo Stachuk

Estudo e comparação de métodos de identificação de sistemas dinâmicos

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 08:30hs do dia 16/06/2016 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Eletricista no programa de Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

Prof(a). Dr(a). Vander Teixeira Prado - Presidente (Orientador)

Prof(a). Dr(a). Emerson Ravazzi Pires da Silva - (Coorientador)

Prof(a). Dr(a). Kleber Romero Felizardo - (Membro)

Prof(a). Dr(a). Luiz Francisco Sanches Buzachero - (Membro)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por minha vida, por cada nova oportunidade e pelas pessoas que o Senhor colocou em meu caminho.

Aos professores Vander Teixeira Prado e Emerson Ravazzi Pires da Silva, muito obrigado pela orientação inestimável para o desenvolvimento desse trabalho, sempre com paciência e profissionalismo, além da amizade e ensinamentos que contribuíram com a minha formação técnica e pessoal.

Aos professores Kleber Romero Felizardo e Luiz Francisco Sanches Buzachero agradeço pelas sugestões e comentários que colaboraram com o aprimoramento desse trabalho.

A todos os meus professores nesse período de graduação agradeço pelos ensinamentos que contribuíram significativamente para a minha formação.

A minha família agradeço por todo o esforço e incentivo para que eu pudesse cumprir com esta etapa de formação, especialmente à Angela Deomira, minha avó, e Paulo Stachuk, meu pai.

Aos amigos Lucas de Oliveira, Paulo Ricardo Andrade, José Campos e Julio Frauzino agradeço pelo companheirismo e convivência em nossa república. E aos amigos André Anhaia, Bruno Silva, Caio Gerwandsnajder, Julio Buzanelli, Luiz Yamashita, Mayara Delanhese, Rafael Nascimento, Renan Ferreira e Rinaldo Rondina os quais tive o prazer de conviver nesse período de graduação.

A Universidade Tecnológica Federal do Paraná campus Cornélio Procópio e aos seus colaboradores agradeço pela oportunidade de realizar o curso de graduação.

RESUMO

STACHUK, P. I. **Estudo e comparação de métodos de identificação de sistemas dinâmicos**. 2016. 177 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2016.

Este trabalho apresenta um estudo comparativo entre alguns métodos de identificação de sistemas dinâmicos. Para a caracterização dos sistemas são aplicados diferentes sinais, tais como: degrau, ondas senoidais e quadradas. São implementadas quatro técnicas gráficas da resposta ao degrau: Ziegler e Nichols, Yuwana e Seborg, Sundaresan e Análise da Resposta Transitória; como resultado é obtido a função de transferência do sistema. Pela aplicação das ondas senoidais e quadradas é obtido a resposta em frequência. Para as ondas senoidais o procedimento é realizado frequência-a-frequência. Para as ondas quadradas, por sua vez, são consideradas diferentes harmônicas ao mesmo tempo, como resultado da análise dos espectros da onda quadrada e do respectivo sinal de saída. A partir da resposta em frequência, a qual é representada como um diagrama de Bode, é extraída a função de transferência do sistema. Todos os métodos são testados experimentalmente em circuitos elétricos passivos, circuitos eletrônicos implementados utilizando amplificadores operacionais e em um servomecanismo CC. Todos os modelos estimados são comparados com os modelos teóricos utilizando os softwares Matlab/Simulink e PSpice. Os métodos são também comparados entre si. O desempenho de cada técnica é avaliado pelo Somatório do Erro Quadrático e pelo Coeficiente de Correlação Múltipla.

Palavras-chave: Identificação de sistemas. Resposta ao degrau. Resposta em frequência. Função de transferência. Modelos estimados.

ABSTRACT

STACHUK, P. I. **Study and comparison of dynamical systems identification methods.** 2015. 177 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2015.

This work presents a comparative study between some identification methods for dynamical systems. For systems characterization, different signals are applied, such as step function, sine and square waves. Four graphical techniques are implemented using the step response: Ziegler and Nichols, Yuwana and Seborg, Sundaresan and Analysis of Transient Response; as result the system transfer function is obtained. By the application of the sine and square waves, the frequency response is obtained. For sine waves the procedure is done frequency-by-frequency. For square waves, in turn, different harmonics are considered at once, as result of the spectral analysis of the square wave and the respective output signal. From the frequency response, which is represented as a Bode diagram, the system transfer function is extracted. All methods are experimentally tested in electrical passive circuits, electronic circuits implemented using operational amplifiers and a DC servo-mechanism. All estimated models are compared to the theoretical ones by using Matlab/Simulink and PSpice software. The methods are also compared to each other. The performance of each technique is evaluated by the Sum of Squares Errors and Multiple Correlation Coefficient.

Keywords: System identification. Step response. Frequency response. Transfer function. Estimated models.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – (a) Planta de controle em malha aberta. (b) Planta de controle em malha fechada	27
FIGURA 2 – Diagrama de polos no plano s de um par de polos complexos.....	33
FIGURA 3 – Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada com realimentação $H(s)$	37
FIGURA 4 – Procedimento para identificação de sistemas.....	39
FIGURA 5 – Curva de resposta ao degrau para a técnica de Ziegler e Nichols.....	41
FIGURA 6 – Diagrama de blocos em malha fechada com controlador proporcional.	42
FIGURA 7 – Curva de resposta ao degrau para a técnica de Yuwana e Seborg.....	44
FIGURA 8 – Curva de resposta ao degrau típica para sistemas de 2ª ordem sub-amortecidos.....	46
FIGURA 9 – Curva de resposta ao degrau típica para sistemas de 2ª ordem sobre-amortecidos.....	49
FIGURA 10 – Relação entre λ e η para o caso sobre-amortecido.....	52
FIGURA 11 – Curva de resposta ao degrau típica para sistemas de 2ª ordem subamortecidos.....	53
FIGURA 12 – Relação entre λ e ξ para o caso subamortecido.....	54
FIGURA 13 – Sinal harmônico aplicado ao sistema.....	55
FIGURA 14 – Circuito RC série.....	61
FIGURA 15 – Circuito RLC série.....	62
FIGURA 16 – Filtro passa-baixa de 1ª ordem	63
FIGURA 17 – Filtro passa-baixa de 2ª ordem	64
FIGURA 18 – Servomecanismo modelo 2208 produzido pela Datapool Eletrônica..	65
FIGURA 19 – Circuitos auxiliares: (a) Filtro de atraso de transporte; (b) Amplificador de diferenças; (c) Circuitos amplificadores do ganho.....	67
FIGURA 20 – Modelo do circuito RC série com filtro de atraso implementado no Simulink.....	70
FIGURA 21 – Modelo do filtro passa-baixa de 2ª ordem no PSpice	72
FIGURA 22 – Resposta ao degrau do filtro passa-baixa de 2ª ordem obtida por meio do PSpice.....	73
FIGURA 23 – Modelo do circuito RLC série no PSpice.....	74
FIGURA 24 – Diagrama de bode, módulo (azul) e fase (vermelho), do circuito RLC série obtido por meio do PSpice.....	75

FIGURA 25 – Picoscope® modelo 3206b produzido pela <i>Pico Technology</i>	76
FIGURA 26 – Circuito seguidor de tensão para implementação prática	77
FIGURA 27 – Resposta ao degrau do circuito RC série para aplicação da técnica de Ziegler e Nichols.....	80
FIGURA 28 – Circuito esquemático da implementação prática para o circuito RC série utilizado na técnica de Yuwana e Seborg	81
FIGURA 29 – Resposta ao degrau do circuito RC série para aplicação da técnica de Yuwana e Seborg.....	82
FIGURA 30 – Respostas ao degrau do circuito RC série obtidas por meio do modelo teórico e pelos modelos identificados por ZN e YS	83
FIGURA 31 – Sinais senoidais com diferentes frequências aplicados ao circuito RC série	84
FIGURA 32 – Módulo do diagrama de Bode para o circuito RC série – Senóides....	85
FIGURA 33 – Fase do diagrama de Bode para o circuito RC série – Senóides	86
FIGURA 34 – Ondas quadradas de 800Hz e 4kHz aplicadas ao circuito RC série e os respectivos sinais de resposta	88
FIGURA 35 – Espectro do módulo dos sinais de tensão de entrada e saída do circuito RC série ao aplicar a onda quadrada de 800Hz.....	89
FIGURA 36 – Ângulos de fase dos sinais de entrada e saída do circuito RC série ao aplicar a onda quadrada de 800Hz	89
FIGURA 37 – Módulo do diagrama de Bode para o circuito RC série – Ondas quadradas	91
FIGURA 38 – Fase do diagrama de Bode para o circuito RC série – Ondas quadradas	92
FIGURA 39 – Resposta ao degrau do circuito RLC série para aplicação da técnica de Sundaresan.....	94
FIGURA 40 – Respostas ao degrau do circuito RLC série obtidas por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Sundaresan.....	95
FIGURA 41 – Sinais senoidais com diferentes frequências aplicados ao circuito RLC série.	96
FIGURA 42 – Módulo do diagrama de Bode para o circuito RLC série – Senóides..	98
FIGURA 43 – Fase do diagrama de Bode para o circuito RLC série – Senóides.....	98
FIGURA 44 – Módulo do diagrama de Bode para o circuito RLC série – Ondas quadradas	103
FIGURA 45 – Fase do diagrama de Bode para o circuito RLC série – Ondas quadradas	103

FIGURA 46 – Resposta ao degrau do filtro de 1ª ordem para aplicação da técnica de Ziegler e Nichols.....	105
FIGURA 47 – Respostas ao degrau do filtro de 1ª ordem obtidas por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Ziegler e Nichols ...	106
FIGURA 48 – Circuito esquemático da implementação prática para o filtro de 1ª ordem utilizado na técnica de Yuwana e Seborg	107
FIGURA 49 – Resposta ao degrau do filtro de 1ª ordem para aplicação da técnica de Yuwana e Seborg.....	107
FIGURA 50 – Respostas ao degrau do filtro de 1ª ordem obtidas por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Yuwana e Seborg..	108
FIGURA 51 – Módulo do diagrama de Bode para o filtro de 1ª ordem – Senóides.	110
FIGURA 52 – Fase do diagrama de Bode para o filtro de 1ª ordem – Senóides.....	110
FIGURA 53 – Módulo do diagrama de Bode para o filtro de 1ª ordem – Ondas quadradas	113
FIGURA 54 – Fase do diagrama de Bode para o filtro de 1ª ordem – Ondas quadradas	114
FIGURA 55 – Resposta ao degrau do filtro de 2ª ordem para aplicação da técnica de Análise da Resposta Transitória.....	115
FIGURA 56 – Resposta ao degrau do filtro de 2ª ordem obtida por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Análise da Resposta Transitória	116
FIGURA 57 – Resposta ao degrau do filtro de 2ª ordem para aplicação da técnica de Sundaresan.....	117
FIGURA 58 – Respostas ao degrau do filtro de 2ª ordem obtidas por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Sundaresan.....	118
FIGURA 59 – Módulo do diagrama de Bode para o filtro de 2ª ordem – Senóides....	120
FIGURA 60 – Fase do diagrama de Bode para o filtro de 2ª ordem – Senóides.....	120
FIGURA 61 – Módulo do diagrama de Bode para o filtro de 2ª ordem – Ondas quadradas	125
FIGURA 62 – Fase do diagrama de Bode para o filtro de 2ª ordem - Ondas quadradas.....	125
FIGURA 63 – Resposta do filtro de 2ª ordem ao sinal de entrada $\text{sen}(x)/(x)$	126
FIGURA 64 – Curva do módulo teórica e estimada da resposta em frequência para o filtro de 2ª ordem	127
FIGURA 65 – Resposta ao degrau do servomecanismo CC para aplicação da técnica de Análise da Resposta Transitória.....	129

FIGURA 66 – Respostas ao degrau do servomecanismo CC obtidas experimentalmente e pelo modelo identificado pela técnica de Análise da Resposta Transitória	130
FIGURA 67 – Resposta ao degrau do servomecanismo CC para aplicação da técnica de Sundaresan	131
FIGURA 68 – Respostas ao degrau do servomecanismo CC obtidas experimentalmente e pelo modelo identificado pela técnica de Sundaresan	132
FIGURA 69 – Modelo do circuito RC série	146
FIGURA 70 – Modelo do circuito RLC série	149
FIGURA 71 – Circuito com amplificador operacional inversor	152
FIGURA 72 – Modelo do filtro passa-baixa de 1ª ordem	153
FIGURA 73 – Modelo do filtro passa-baixa de 2ª ordem	154
FIGURA 74 – Filtro de atraso de tempo de 1ª ordem	158
FIGURA 75 – Circuito para implementar um ganho proporcional K : (a) configuração não-inversora; (b) configuração inversora	161
FIGURA 76 – Circuito amplificador de diferenças	162

LISTA DE TABELAS

TABELA 01 – Resultados obtidos para o módulo e fase do circuito RC série ao aplicar sinais senoidais com diferentes frequências	85
TABELA 02 – Resultados obtidos para o módulo do circuito RC série ao aplicar as ondas quadradas de 800Hz e 4kHz	90
TABELA 03 – Resultados obtidos para a fase do circuito RC série ao aplicar as ondas quadradas de 800Hz e 4kHz	91
TABELA 04 – Resultados obtidos para o módulo e fase do circuito RLC série ao aplicar sinais senoidais com diferentes frequências	97
TABELA 05 – Resultados obtidos para o módulo do circuito RLC série ao aplicar as ondas quadradas de 100Hz e 1,5kHz	101
TABELA 06 – Resultados obtidos para a fase do circuito RLC série ao aplicar as ondas quadradas de 100Hz e 1,5kHz	102
TABELA 07 – Resultados obtidos para o módulo e fase do circuito RLC série ao aplicar a onda quadrada de 100kHz	102
TABELA 08 – Resultados obtidos para o módulo e fase do filtro passa-baixa de 1ª ordem ao aplicar sinais senoidais com diferentes frequências.....	109
TABELA 09 – Resultados obtidos para o módulo do filtro passa-baixa de 1ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 32Hz e 320Hz.....	112
TABELA 10 – Resultados obtidos para a fase do filtro passa-baixa de 1ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 32Hz e 320Hz.....	113
TABELA 11 – Resultados obtidos para o módulo e fase do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar sinais senoidais com diferentes frequências.....	119
TABELA 12 – Resultados obtidos para o módulo do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 1Hz e 4,5Hz.....	123
TABELA 13 – Resultados obtidos para o módulo do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 30Hz e 300Hz.....	123
TABELA 14 – Resultados obtidos para a fase do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 1Hz, 4,5Hz, 30Hz e 300Hz	124
TABELA 15 – Índices de desempenho para os modelos identificados do circuito RC série	133
TABELA 16 – Índices de desempenho para os modelos identificados do circuito RLC série	134
TABELA 17 – Índices de desempenho para os modelos identificados do filtro passa-baixa de 1ª ordem	135

TABELA 18 – Índices de desempenho para os modelos identificados do filtro passa-baixa de 2ª ordem	136
TABELA 19 – Propriedades da transformada de Laplace.....	143
TABELA 20 – Transformadas de Laplace de algumas funções usuais.....	143

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCM	Coeficiente de Correlação Múltipla
FT	Função de Transferência
AWG	<i>Arbitrary Waveform Generator</i>
SEQ	Somatório do Erro Quadrático
SLIT	Sistema Linear e Invariante no Tempo
TL	Transformada de Laplace
TF	Transformada de Fourier
DFT	Transformada de Fourier Discreta
FFT	Transformada Rápida de Fourier
YS	Yuwana e Seborg
ZN	Ziegler e Nichols

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Amplitude do degrau aplicado como sinal de entrada
m_1	Área sombreada na curva de resposta ao degrau
τ_d	Atraso de transporte contínuo na resposta
C	Capacitância
τ	Constante de tempo da resposta
I	Indutância
$\phi(\omega)$	Fase da resposta em frequência
ξ	Fator de amortecimento
f	Frequência (Hz)
ω	Frequência angular (rad/s)
ω_c	Frequência de corte
σ_d	Frequência de decaimento exponencial
ω_r	Frequência de ressonância
ω_n	Frequência natural não amortecida
ω_d	Frequência natural amortecida
$x(t)$	Função definida no domínio do tempo
$G_c(s)$	Função de transferência do controlador
$G(s)$	Função de transferência do sistema
A	Ganho de amplificação do amplificador operacional
K_P	Ganho do controlador proporcional
K	Ganho estático do sistema
K_F	Ganho total da malha de controle
M_i	Inclinação da reta tangente no ponto de inflexão da curva de resposta ao degrau
t_m	Instante de tempo em que a reta tangente intercepta o valor da resposta em regime permanente
I	Matriz identidade
\bar{y}	Média dos valores de resposta obtidos experimentalmente
$ G(\omega) $	Módulo da resposta em frequência
ω	Parte imaginária da variável complexa s
σ	Parte real da variável complexa s
X_C	Reatância capacitiva
X_L	Reatância indutiva
J_n	Resíduos da função de transferência do sistema

R	Resistência
$G(j\omega)$	Resposta em frequência do sistema
$\hat{G}(j\omega)$	Resposta em frequência estimada do sistema
i	Sinal de corrente elétrica
$U(j\omega)$	Sinal de entrada no domínio da frequência
$U(s)$	Sinal de entrada no domínio de Laplace
$u(t)$	Sinal de entrada no domínio do tempo
$Y(j\omega)$	Sinal de saída no domínio da frequência
$Y(s)$	Sinal de saída no domínio de Laplace
$y(t)$	Sinal de saída no domínio do tempo
v	Sinal de tensão elétrica
t_s	Tempo de assentamento da resposta
t_p	Tempo de pico da resposta
t_r	Tempo de subida da resposta
$\mathcal{F}\{x(t)\}$	Transformada de Fourier
$\mathcal{L}\{x(t)\}$	Transformada de Laplace
$\%UP$	Ultrapassagem percentual
j	Unidade imaginária ($j^2 = -1$)
$y(\infty)$	Valor da resposta em regime permanente
y_m	Valor da resposta no instante do primeiro mínimo
y_{p1}	Valor da resposta no instante do primeiro pico
y_{p2}	Valor da resposta no instante do segundo pico
m_p	Valor da resposta de pico
M_r	Valor do pico de ressonância no domínio da frequência
$\hat{y}(k)$	Valor estimado da resposta do sistema
$y(k)$	Valor real da resposta do sistema
ΔT	Varição de tempo entre o primeiro e o segundo instante em que a curva de resposta cruza com o valor em regime permanente
s	Variável complexa
t	Variável temporal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 OBJETIVOS.....	22
1.1.1 Objetivo geral.....	22
1.1.2 Objetivos específicos.....	22
1.2 JUSTIFICATIVA.....	23
2 REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO	24
3 SISTEMAS DE CONTROLE	27
3.1 CLASSIFICAÇÃO DE SISTEMAS.....	28
3.1.1 Sistema Linear e Não linear.....	28
3.1.2 Sistema Variante e Invariante no tempo.....	28
3.1.3 Sistema Contínuo e Discreto.....	29
3.1.4 Sistema Monovariável e Multivariável.....	29
4 REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS	30
4.1 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA.....	30
4.1.1 Sistema de primeira ordem com atraso de transporte.....	31
4.1.2 Sistema de segunda ordem.....	32
4.2 ESPAÇO DE ESTADOS.....	34
4.3 DIAGRAMA DE BLOCOS.....	36
5 MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS	38
5.1 MÉTODO DA RESPOSTA AO DEGRAU.....	39
5.1.1 Técnica de Ziegler e Nichols.....	41
5.1.2 Técnica de Yuwana e Seborg.....	42
5.1.3 Técnica de Análise da Resposta Transitória.....	46
5.1.4 Técnica de Sundaesan.....	48
5.2 MÉTODO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA.....	55
5.2.1 Sinais harmônicos.....	55
5.2.2 Transformada de Fourier.....	57
6 ÍNDICES DE DESEMPENHO	59
6.1 SOMATÓRIO DO ERRO QUADRÁTICO (SEQ).....	59
6.2 COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO MÚLTIPLA (CCM).....	59
7 SISTEMAS PARA ESTUDO	61
7.1 CIRCUITOS ELÉTRICOS PASSIVOS.....	61

7.1.1 Circuito RC série.....	61
7.1.2 Circuito RLC série.....	62
7.2 CIRCUITOS ELÉTRICOS ATIVOS.....	63
7.2.1 Filtro passa-baixa de 1ª ordem	63
7.2.2 Filtro passa-baixa de 2ª ordem	64
7.3 SERVOMECANISMO CC	65
7.4 CIRCUITOS AUXILIARES	66
8 SIMULAÇÕES	68
8.1 MATLAB.....	68
8.2 SIMULINK.....	70
8.3 PSPICE.....	72
9 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	76
9.1 CIRCUITO ELÉTRICOS PASSIVOS	80
9.1.1 Circuito RC série.....	80
9.1.2 Circuito RLC série.....	93
9.2 CIRCUITOS ELÉTRICOS ATIVOS.....	105
9.2.1 Filtro passa-baixa de 1ª ordem	105
9.2.2 Filtro passa-baixa de 2ª ordem	115
9.3 SERVOMECANISMO CC	128
9.4 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO.....	133
10 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	138
10.1 CONCLUSÕES	138
10.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	140
ANEXO A – TRANSFORMADA DE LAPLACE.....	142
ANEXO B – TÉCNICA DE EXPANSÃO EM FRAÇÕES PARCIAIS	144
APÊNDICE A – MODELAGEM DO CIRCUITO RC SÉRIE	146
APÊNDICE B – MODELAGEM DO CIRCUITO RLC SÉRIE	149
APÊNDICE C – MODELAGEM DO FILTRO PASSA-BAIXA DE 1ª ORDEM	152
APÊNDICE D – MODELAGEM DO FILTRO PASSA-BAIXA DE 2ª ORDEM	154
APÊNDICE E – MODELAGEM DO SERVOMECANISMO CC.....	156
APÊNDICE F – MODELAGEM DOS CIRCUITOS AUXILIARES	158
1. FILTRO DE ATRASO DE TEMPO DE 1ª ORDEM	158
2. CIRCUITO AMPLIFICADOR DO GANHO DE TENSÃO.....	160

3. AMPLIFICADOR DE DIFERENÇAS	162
APÊNDICE G – ALGORITMOS IMPLEMENTADOS NO MATLAB	164
1. SIMULAÇÕES	164
2. MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO	168
REFERÊNCIAS	175

1 INTRODUÇÃO

A engenharia aplicada a automação e controle de sistemas tem como principal objetivo a supervisão de processos e o desenvolvimento de novas tecnologias para o benefício da sociedade, sempre buscando a prevenção de riscos à segurança dos operadores, aumento da produtividade e redução de custos. O controle de sistemas consiste em medir parâmetros, como exemplos a temperatura em uma caldeira, velocidade de um motor, e atuar no sistema de forma a modificar os valores dos parâmetros de acordo com o desejado (NISE, 2013).

Contudo, para realizar o controle de sistemas de maneira eficiente é necessário compreender os fenômenos físicos e as características operacionais. Para este propósito, a modelagem dos sistemas contribui com a elaboração de modelos matemáticos que caracterizam o processo, uma das abordagens desenvolvidas para este fim é o procedimento de identificação de sistemas.

Já a identificação de sistemas é um campo de estudo que aborda metodologias para estimação de modelos matemáticos de sistemas dinâmicos com base nos dados observados experimentalmente (LJUNG, 1987).

É importante compreender como um sistema é representado, ou seja, a forma como a estrutura é definida. Um dos meios mais utilizados para este fim é a função de transferência (FT), dada como a relação entre o sinal de saída e de entrada do sistema, normalmente expressa como uma razão de polinômios. Vale destacar a representação no espaço de estados, sendo esta forma constituída por matrizes e vetores, que fornecem um conjunto de especificações das variáveis e condições iniciais do processo. Outra forma de representação gráfica amplamente utilizada consiste no diagrama de blocos, eficiente para demonstrar as interconexões e os sinais atuantes no processo (DORF e BISHOP, 2013).

Uma das primeiras dificuldades encontradas na identificação de um sistema é a complexidade relacionada às características operacionais, uma vez que os sistemas atuais são constituídos de elementos elétricos, mecânicos, hidráulicos, pneumáticos e estes possuem uma variedade de especificações técnicas. Devido a estes aspectos são necessárias algumas considerações. Em relação a estratégia de modelagem, o sistema pode ser modelado integralmente ou pode ser dividido em subsistemas específicos, contribuindo para facilitar a análise e implementação do

método de identificação. Em relação aos sinais, estes são coletados por sensores, como exemplos velocidade, temperatura e vazão, sendo necessário converter tais parâmetros por meio de transdutores em variáveis elétricas (tensão, corrente), para posterior aplicação dos métodos de identificação e aquisição dos modelos.

Os procedimentos de identificação são realizados frequentemente pela excitação do sistema por sinais de entrada específicos, por exemplo, uma função degrau, função impulso, ondas quadradas ou senóides de diferentes frequências. Já os sinais de saída, apresentados na forma de sequências numéricas ou representações gráficas, são armazenados em um computador para posterior análise e processamento (SÖDERSTRÖM e STOICA, 1989).

Assim, um método de identificação é uma ferramenta que possibilita analisar e caracterizar um sistema específico, sendo que para esta abordagem o modelo estimado é obtido exclusivamente pela observação e coleta de dados (sinais de entrada e saída). Uma das maiores vantagens neste procedimento é que não são necessários conhecimentos prévios do sistema sob estudo (AGUIRRE, 2015). Entretanto, existem vários aspectos correlacionados que influenciam na obtenção do modelo, tais como o grau de não-linearidade do sistema, a dificuldade em identificar o atraso de transporte das respostas e a presença de ruídos nas medidas realizadas. Portanto, em certos casos são importantes informações preliminares dos parâmetros do sistema, bem como a filtragem e normalização dos dados obtidos, tais aspectos podem auxiliar na obtenção de um modelo satisfatório (LJUNG, 1987).

Para casos de sistemas lineares os métodos de identificação são relativamente mais simples. Porém, tendo em vista que a maioria dos sistemas reais apresentam características não lineares, são necessárias aproximações lineares. Nesses casos, os mesmos métodos podem ser aplicados, no entanto são válidos em torno de um determinado ponto ou faixa de operação (COELHO e COELHO, 2004). Porém, em alguns casos é relevante os procedimentos propostos por métodos estocásticos, pois estes consideram as incertezas do processo. Por exemplo o método das equações a diferenças, fundamentado no estimador dos mínimos quadrados.

Dentre os métodos existentes podem-se citar o método da resposta ao degrau e resposta em frequência. O método da resposta ao degrau é amplamente utilizado em processos reais, pois consiste na análise da curva de resposta ao degrau unitário e é de fácil implementação. Existem diversas técnicas gráficas e algoritmos que são utilizados para calcular os parâmetros do sistema com base na resposta ao degrau,

contudo tais técnicas são eficientes somente se a relação entre os sinais e o ruído é suficientemente alta, ou seja, se as perturbações externas não prejudicam a compreensão dos dados coletados (AGUIRRE, 2015).

O método da resposta em frequência apresenta resultados satisfatórios quando aplicado em processos reais. Neste caso o sistema é excitado por sinais harmônicos com diferentes frequências. Já o modelo do sistema pode ser estimado pela análise das curvas experimentais de magnitude e de deslocamento de fase. Vale destacar que uma das alternativas para implementação deste método consiste na aplicação da transformada de Fourier (TF) (RAKE, 1980).

A etapa de validação do modelo estimado é indispensável, pois é necessário determinar por intermédio de simulações se o modelo estimado caracteriza o sistema de maneira adequada (LJUNG e GLAD, 1994). Vale ressaltar a importância de verificar a consistência dos resultados obtidos, visto que em alguns casos os modelos são muito restritivos, ou seja, só caracterizam o sistema em determinada faixa de operação, o que em processos reais pode ser uma desvantagem.

Este trabalho apresenta os métodos de identificação mencionados anteriormente (resposta ao degrau e resposta em frequência), e os modelos resultantes das implementações das metodologias em sistemas dinâmicos. Os modelos estimados são comparados com os modelos teóricos dos sistemas. Já as simulações são realizadas com os *softwares* Matlab/Simulink e PSpice.

O capítulo 2 deste trabalho apresenta uma breve revisão da literatura. A classificação e representação de sistemas estão nos capítulos 3 e 4, respectivamente. No capítulo 5 são apresentados os métodos de identificação de sistemas e, no capítulo 6, os índices de desempenho. Os sistemas para estudo encontram-se no capítulo 7 e a modelagem dos mesmos nos Apêndices de A a F. A descrição das simulações está no capítulo 8 e os resultados experimentais no capítulo 9. O último capítulo apresenta as considerações finais do trabalho, assim como sugestões para trabalhos futuros.

A transformada de Laplace (TL) é uma ferramenta matemática de extrema importância na análise dos sistemas e na elaboração das metodologias de identificação. Como complemento do trabalho, o Anexo – A apresenta as definições e propriedades da transformada. Já a técnica de expansão em frações parciais, utilizada para simplificar expressões complexas e auxiliar na aquisição da função no domínio do tempo, é apresentada como complemento no Anexo – B. Os algoritmos implementados em Matlab encontram-se disponíveis no Apêndice – G.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo estudar e implementar diferentes métodos de identificação de sistemas dinâmicos, analisar e comparar os resultados obtidos.

1.1.2 Objetivos específicos

- Compreender as formas de representação de sistemas, destacando-se a função de transferência, espaço de estados e diagrama de blocos;
- Estudar diferentes métodos de identificação de sistemas, conforme a aplicação de diferentes sinais de entrada como excitação, destacando-se a resposta ao degrau e resposta em frequência;
- Aplicar os métodos vistos em sistemas dinâmicos, tais como: circuitos elétricos passivos, constituídos de resistores, capacitores e indutores; em circuitos elétricos ativos, constituídos por amplificadores operacionais; e em um servomecanismo CC.
- Validar os modelos obtidos experimentalmente por meio da utilização de índices de desempenho e comparar os resultados obtidos com o modelo teórico via simulação em Matlab;
- Comparar os métodos de identificação implementados, com a finalidade de determinar quais dos métodos são mais satisfatórios para caracterizar os sistemas sob estudo.

1.2 JUSTIFICATIVA

A procura por modelos que caracterizam os sistemas é um desafio, porém existem diversas vantagens que estas ferramentas proporcionam: auxiliam na compreensão dos fenômenos físicos dos processos, na identificação das características operacionais do sistema, na redução de custos em processos industriais por intermédio de simulações e, contribuem com a segurança do sistema, uma vez que é possível estimar os parâmetros com o intuito de prever situações de riscos à integridade dos operadores e equipamentos (COELHO e COELHO, 2004).

Portanto, os procedimentos de identificação de sistemas fornecem representações matemáticas que auxiliam no controle, diagnóstico e simulação de processos. Por isso a importância do estudo dos métodos, em aplicações para identificação de modelos de máquinas e processos em plantas industriais, modelos para otimização em sistemas de manufatura com a finalidade de maximizar a produção ou minimizar custos, modelos para reconhecimento de voz em processamento de sinais, ou até mesmo em diferentes áreas, como biologia, economia e estatística, onde os modelos podem ser utilizados para previsão e reconhecimento de padrões (SÖDERSTRÖM e STOICA, 1989).

No curso de graduação em Engenharia Elétrica da UTFPR, campus Cornélio Procópio, as disciplinas de controle abordam as técnicas de análise, representação, identificação e controle de sistemas. Na área de identificação de sistemas explora-se o método da resposta ao degrau, resposta em frequência e uma metodologia para identificação no espaço de estados. Este trabalho propõe o estudo dos métodos citados de maneira mais abrangente. Para o caso da resposta ao degrau são apresentadas quatro técnicas gráficas para estimar os parâmetros do sistema, já no caso da resposta em frequência são aplicadas duas metodologias, para isso são utilizados tanto sinais senoidais como ondas quadradas com diferentes frequências para identificar os sistemas sob estudo.

2 REFERENCIAL BIBLIOGRÁFICO

A área de identificação de sistemas é um campo de estudo bastante explorado na literatura. Vale destacar no Brasil a Sociedade Brasileira de Automática (SBA) responsável por publicar periodicamente a revista em língua inglesa, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, sendo que em tal publicação é frequentemente apresentado trabalhos sobre identificação de sistemas. Internacionalmente é realizado a cada três anos o *Symposium on System Identification* (SYSID), que abrange diversos aspectos de identificação de sistemas, modelagem experimental e processamento de sinais.

Nos cursos de graduação em engenharia são frequentemente utilizados os livros de Nise (2013), Dorf e Bishop (2013) e Ogata (2010) para o estudo de sistemas de controle, que abordam principalmente a análise e modelagem de sistemas no domínio do tempo e da frequência, desenvolvimento de projetos de controle e análise da estabilidade dos sistemas. Destacando-se o *software* Matlab como ferramenta para auxiliar nestes procedimentos.

Como obras complementares destacam-se os livros de Haykin (2001) e Lathi (2007) com assuntos relacionados as teorias de processamento de sinais e a classificação dos sistemas. Encontram-se nessas obras ferramentas matemáticas que auxiliam na representação dos sinais como a transformada de Laplace e a de Fourier, bem como técnicas de análise de sistemas tanto em tempo contínuo quanto discreto.

A obra de Aguirre (2015) é focada exclusivamente na introdução aos métodos de identificação dos sistemas. O autor aborda técnicas aplicadas para casos lineares e não lineares, apresenta uma variedade de exemplos e estudos de casos aplicados em sistemas dinâmicos reais. São apresentados métodos paramétricos, não paramétricos, determinísticos e estocásticos para a identificação de sistemas.

A obra de Coelho e Coelho (2004), de modo similar a Aguirre (2015), apresenta métodos para representação e identificação de sistemas lineares. O autor cita os benefícios da modelagem de sistemas, tais como a possibilidade de previsão do comportamento dinâmico futuro, busca por otimização em processos industriais, supervisão e diagnóstico dos sistemas por meio de simulações. É informado sobre a importância da qualidade do modelo matemático para descrever um sistema real, assim como são apresentados métodos de cálculo para os índices de desempenho.

Ljung e Glad (1987), Söderström e Stoica (1989) e Ljung (1996) foram os primeiros trabalhos focados exclusivamente em diferentes abordagens de identificação de sistemas. São apresentados tanto métodos de modelagem física como métodos empíricos, sendo a segunda abordagem aplicada a sistemas tanto lineares quanto não lineares. Vale ressaltar as teorias relacionadas a identificação no domínio da frequência, bem como as diversas técnicas desenvolvidas para a estimação de parâmetros. Outro ponto interessante apresentado em tais obras consiste em métodos de identificação recursivos, utilizados em procedimentos de identificação em tempo real, visto que nestes casos o próprio modelo ajusta seus parâmetros conforme variações do sistema. Esta técnica é aplicada atualmente em sistemas complexos para o desenvolvimento de práticas de controle adaptativo.

Dentre os métodos estudados neste trabalho, o método da resposta ao degrau é um dos mais utilizado para identificação de sistemas, visto que o desenvolvimento e os resultados são de fácil compreensão. O trabalho de Ziegler e Nichols (1942) propôs um método para a estimação de um modelo de primeira ordem com atraso de transporte, para esta técnica o cálculo dos parâmetros do modelo é realizado por meio de uma reta tracejada no ponto de máxima inclinação da curva de resposta ao degrau. O método proposto por Yuwana e Seborg (1982) é aplicado para a identificação de um sistema de primeira ordem com atraso de transporte, contudo considera-se uma malha de controle com um controlador proporcional em série com o sistema e ação de uma realimentação unitária negativa. No segundo caso é utilizada uma aproximação matemática para o atraso de transporte, pois este parâmetro é visto como uma não linearidade do sistema. Sendo o modelo estimado de acordo com pontos específicos na curva de resposta ao degrau.

Nos últimos anos foram desenvolvidos trabalhos com algumas modificações em referência ao método proposto por Yuwana e Seborg (1982). Visto que o mesmo apresenta desvantagens quando o sistema expõe características não lineares. Como exemplo, Fontes et al. (2010) considera uma raiz no numerador, em função da aproximação linear realizada sobre o atraso de transporte de tempo. Conforme resultados apresentados, o método tornou-se mais eficiente em relação ao original devido à consideração realizada. O trabalho proposto por Taiwo (1993) realiza uma comparação entre quatro métodos de identificação de parâmetros *on-line*, sendo um destes o método proposto por Yuwana e Seborg.

Para sistemas de segunda ordem, o método proposto por Sundaresan et al. (1978) é eficiente para identificação de processos complexos. Esta técnica gráfica possui dois modelos de acordo com o comportamento oscilatório da resposta ao degrau do sistema, ou seja, para o caso sobreamortecido e subamortecido, em ambos são considerados o atraso de transporte da resposta e, os parâmetros do modelo são calculados de acordo com uma reta tracejada no ponto de inflexão da curva de resposta.

O trabalho de Rake (1980) discute métodos de identificação no domínio da frequência e compara as abordagens com métodos da resposta ao degrau. Outro ponto interessante neste trabalho é que os procedimentos apresentados são não paramétricos, ou seja, uma representação gráfica caracteriza o comportamento do sistema e, o mesmo é excitado por sinais não periódicos, tais como impulsos com formas e durações variadas. O modelo do sistema é estimado com base na resposta em frequência aplicando a transformada de Fourier.

A dissertação de Silva (2008) apresenta uma abordagem satisfatória para identificar sistemas pelo método da resposta ao degrau. O autor generaliza um método de identificação para modelos matemáticos de primeira, segunda e de ordens superiores. Os resultados simulados e obtidos em um caso prático comprovam que a técnica pode ser aplicada para estimar sistemas estáveis e instáveis.

A dissertação de Orenstein (2013) apresenta os procedimentos para identificar sistemas dinâmicos em plantas industriais. É aplicado o método das equações a diferenças e os sistemas são excitados por sinais específicos, tais como a função degrau e o ruído binário generalizado. O autor implementa o método em um ambiente industrial de grande porte e avalia os modelos estimados em comparação a dados operacionais do sistema, sendo que os resultados confirmaram a eficiência do método aplicado. No trabalho é abordado o assunto relacionado ao custo para se estimar um modelo, pois as etapas de modelagem, experimentação e estimação dos parâmetros, levam tempo e em casos reais isso reflete em custos ao processo. Contudo são diversos os benefícios que modelos precisos contribuem ao caracterizar os sistemas.

3 SISTEMAS DE CONTROLE

Um sistema pode ser definido como um conjunto de componentes associados por alguma interação ou interdependência, de forma que existem relações de causa (estímulo) e efeito (resposta) nos fenômenos que ocorrem com os elementos do sistema (DORF e BISHOP, 2013). Esta descrição pode ser exemplificada de forma simples, conforme a Figura 1 - (a), onde um sinal de entrada é aplicado a uma planta de controle em malha aberta, constituída por um atuador e um controlador, resultando em um sinal de saída.

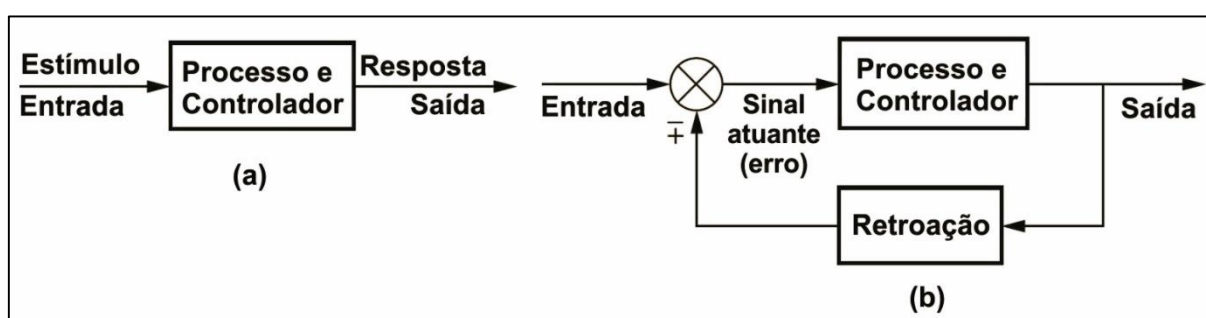


Figura 1 - (a) Planta de controle em malha aberta. (b) Planta de controle em malha fechada.
Fonte: Autoria própria.

A maioria dos processos são realizados por sistemas com realimentação, ou seja, em malha fechada como representado na Figura 1 - (b), pois dessa forma um sensor envia o sinal de saída para o comparador, de modo a calcular o erro no sistema em relação a uma entrada de referência esperada, assim um controlador envia um sinal a um atuador, que ajusta o processo buscando a redução do erro (NISE, 2013). Outras considerações são importantes quando se trata de sistemas reais, como a presença de perturbações externas e de ruídos nas medidas realizadas. Nesse ponto sistemas de controle em malha fechada são mais eficientes, uma vez que são mais robustos em relação ao ruído.

Ao aplicar métodos de identificação de sistemas é necessário considerar alguns aspectos, tais como o grau de linearidade do sistema, as incertezas presentes no processo e o número de entradas e saídas. Portanto, é necessário classificar os sistemas conforme características determinantes.

3.1 CLASSIFICAÇÃO DE SISTEMAS

3.1.1 Sistema Linear e Não linear

A linearidade de um sistema está relacionada ao princípio da superposição, que afirma que a resposta (sinal de saída) de um sistema, formada pela combinação entre diferentes sinais de entrada, é equivalente ao somatório das respostas individuais do sistema considerando cada sinal de entrada separadamente (HAYKIN, 2001).

O sistema é dito linear caso satisfaça o princípio da superposição, caso contrário é dito não linear. A maioria das ferramentas desenvolvidas para a análise de sistemas são aplicadas para os casos lineares, no entanto é possível aplicar técnicas para linearizar um sistema não linear em torno de um ponto de operação, tornando-o linear naquele ponto. Visto que as soluções de equações não lineares são complexas, a técnica de linearização é importante para auxiliar na análise e identificação de sistemas.

Por exemplo, considerando-se um circuito elétrico, em que a entrada é um sinal de corrente (i) e a saída um sinal de tensão (v) sobre um componente, se o sistema em repouso é submetido a duas entradas diferentes (i_1 e i_2), tem-se na saída dois sinais diferentes, v_1 e v_2 , respectivamente. Para que este sistema seja linear, é necessário que a entrada $i = i_1 + i_2$ resulte na saída $v = v_1 + v_2$. Ou seja, com a aplicação de um sinal de entrada equivalente a soma dos dois estímulos de entrada, a saída resultante deve ser igual à soma dos dois sinais de saída individuais.

3.1.2 Sistema Variante e Invariante no tempo

Em um sistema variante no tempo um ou mais parâmetros do sistema são alterados em função do tempo. Neste caso, uma determinada variação no tempo em um sinal de entrada provoca uma variação diferente no sinal de saída.

Porém, em um sistema linear e invariante no tempo (SLIT), os parâmetros não são alterados com o tempo, ou seja, a dinâmica da evolução temporal do sistema permanece constante. Portanto, ao aplicar uma variação temporal no sinal de entrada o resultado é uma variação idêntica no sinal de saída. Circuitos elétricos constituídos por elementos RLC e elementos ativos, como transistores e amplificadores, são exemplos deste tipo de sistema (LATHI, 1998).

3.1.3 Sistema Contínuo e Discreto

Um sistema é de tempo contínuo caso suas variáveis (sinais de entrada e saída) sejam definidas para todo o tempo t .

Um sistema é de tempo discreto caso suas variáveis sejam definidas em instantes discretos de tempo. Geralmente este é caracterizado por uma taxa de amostragem que determina uma sequência de valores dos sinais do sistema em determinados instantes.

Os modelos físicos são geralmente descritos como sistemas contínuos, como a tensão e a corrente em um circuito elétrico. No entanto, quando são utilizados processadores digitais é necessário realizar a análise por sistemas discretos.

3.1.4 Sistema Monovariável e Multivariável

Os sistemas são classificados frequentemente em relação ao número de entradas e saídas da seguinte forma:

- SISO: Sistema com uma única entrada e uma única saída;
- SIMO: Sistema com uma única entrada e múltiplas saídas;
- MISO: Sistema com múltiplas entradas e uma única saída;
- MIMO: Sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

4 REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS

Um sistema dinâmico pode ser caracterizado por meio de modelos matemáticos, sendo as formas como estes modelos são apresentadas definidas como a representação do sistema. Vale destacar a função de transferência e o espaço de estados, visto que são as formas mais utilizadas para representar sistemas. Diagramas de blocos são utilizados quando é interessante representar graficamente processos compostos por subsistemas e destacar os sinais atuantes nos mesmos.

4.1 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Um sistema e seus componentes é frequentemente caracterizado por uma função de transferência (FT), esta forma de representação matemática descreve algebricamente como um sinal de entrada é dinamicamente transferido pelo sistema resultando em um sinal de saída.

Considerando um SLIT com variáveis descritas por equações diferenciais e assumindo condições iniciais nulas, a FT para tal sistema é definida como a razão entre a transformada de Laplace da variável de saída pela transformada de Laplace da variável de entrada (DORF e BISHOP, 2013):

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0)}{(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0)} \quad (1)$$

onde:

- $G(s)$: Função de transferência do sistema;
- $Y(s)$: Transformada de Laplace do sinal de saída;
- $U(s)$: Transformada de Laplace do sinal de entrada;
- a_n, b_m : Coeficientes da função de transferência;
- s : Variável complexa;
- n, m : Grau do denominador e do numerador, respectivamente. Sendo $n \geq m$.

De acordo com a equação (1), as funções de transferência dos sistemas são em grande parte apresentadas como razões de polinômios. Assim, algumas considerações são realizadas em relação a esta característica:

- Os polos do sistema são as raízes do denominador de $G(s)$;
- Os zeros do sistema são as raízes do numerador de $G(s)$;
- A ordem de um sistema é igual ao número de polos da função de transferência;
- A equação característica do sistema é o denominador de $G(s)$ igualado a zero, sendo que as raízes (polos) de tal equação são parâmetros importantes para a análise da resposta do sistema no domínio do tempo;
- Uma das especificações mais importantes relacionada a um processo é a estabilidade. Para analisar tal parâmetro em um sistema com realimentação, ou seja, em malha fechada, é interessante a representação dos polos no plano complexo s , visto que todos os polos devem estar localizados no semiplano esquerdo e não devem existir polos no eixo imaginário com multiplicidade maior que um. Estes requisitos são necessários para garantir a estabilidade do sistema, contudo existem ainda outros fatores que podem tornar um sistema instável (NISE, 2013).

A seguir são apresentadas formulações gerais das funções de transferência e parâmetros de sistemas de primeira e segunda ordem, frequentemente utilizados para representar processos reais. Em alguns casos, um sistema pode ser modelado e identificado com ordem superior, porém existem técnicas para reduzir a ordem do mesmo com o objetivo de facilitar a análise.

4.1.1 Sistema de primeira ordem com atraso de transporte

Os sistemas dinâmicos são amplamente representados pela FT de primeira ordem, considerando o atraso de transporte na resposta, expressa por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ka}{(s+a)} e^{-s\tau_d} = \frac{K}{(\tau s + 1)} e^{-s\tau_d} \quad (2)$$

onde:

- a : Frequência exponencial do sistema de primeira ordem;
- $\tau = 1/a$: Constante de tempo da resposta, definido como o tempo decorrido do início da variação do sinal de saída até que seja atingido em torno de 63% do seu valor final, em consequência da aplicação de um sinal de entrada no processo (NISE, 2013);
- $K = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{y_{\text{final}} - y_{\text{inicial}}}{u_{\text{final}} - u_{\text{inicial}}}$: Ganho estático, parâmetro constante no tempo.
- τ_d : Atraso de transporte contínuo do sistema, definido como o instante de tempo decorrido após a aplicação de uma perturbação de entrada no processo e a efetiva mudança na saída do mesmo (COELHO e COELHO, 2004).

4.1.2 Sistema de segunda ordem

Uma FT de segunda ordem representa de maneira mais eficiente um sistema dinâmico, uma vez que apresenta uma variedade de respostas de acordo com as especificações do sistema referentes a entradas padrões. A forma geral da FT de segunda ordem é expressa por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} \quad (3)$$

sendo que ω_n é definida como frequência natural não amortecida, ξ é o fator de amortecimento do sistema e o parâmetro K , como definido para uma FT de primeira ordem, é um ganho estático.

É interessante compreender como os parâmetros ω_n e ξ influenciam na localização dos polos e zeros no plano complexo s . Por exemplo, considerando um sistema de segunda ordem com um par de polos complexos conjugados e sem a presença de zeros. Neste caso, os polos possuem uma componente real e uma imaginária, como pode ser visto no diagrama apresentado na Figura 2.

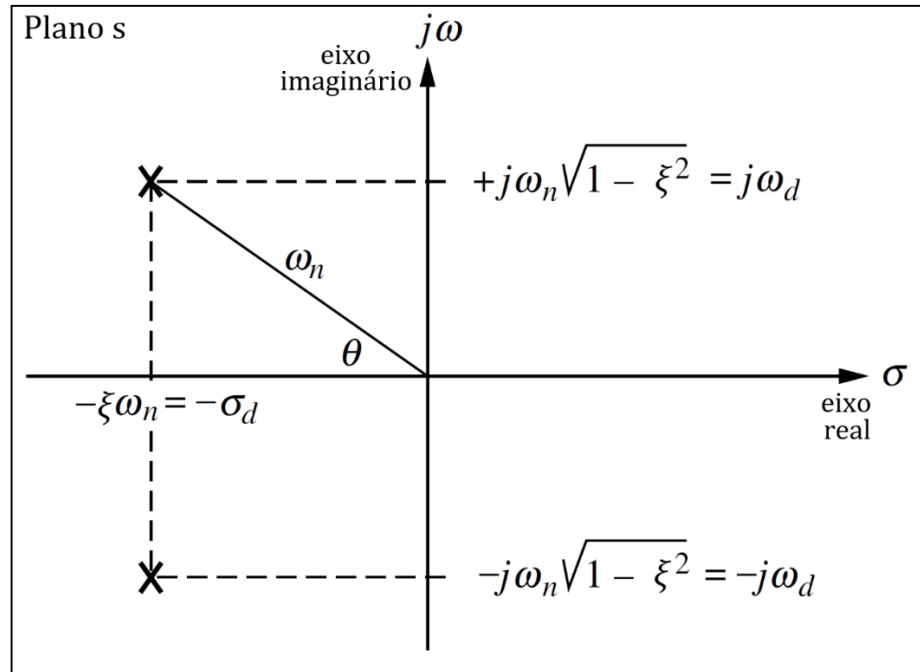


Figura 2 - Diagrama de polos no plano s de um par de polos complexos.
Fonte: Adaptado Nise, 2013.

A partir da representação dos polos no plano complexo são definidos mais dois parâmetros relacionados aos sistemas de segunda ordem. A parte imaginária do polo (ω_d) é definida como a frequência natural amortecida e a parte real (σ_d) é definida como a frequência de decaimento exponencial (NISE, 2013). Desse modo, as seguintes equações são válidas:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (4)$$

$$\sigma_d = \xi \omega_n \quad (5)$$

$$\cos \theta = \xi \quad (6)$$

O fator de amortecimento (ξ) caracteriza o comportamento dinâmico do sistema. Este parâmetro pode ser definido pela razão entre a magnitude da frequência de decaimento exponencial (σ_d) pela frequência natural não amortecida do sistema (ω_n), conforme a seguinte equação:

$$\xi = \frac{|\sigma_d|}{\omega_n} \quad (7)$$

As respostas dos sistemas de segunda ordem podem ser classificadas de acordo com o fator de amortecimento e com a localização dos polos no plano complexo s . Segundo Nise (2013) classificadas como:

- Resposta sobreamortecida: Sistema composto por dois polos reais e distintos, com fator de amortecimento $\xi > 1$. É usual encontrar na literatura este tipo de resposta referida como superamortecida.
- Resposta criticamente amortecida: Sistema composto por dois polos reais e iguais, com fator de amortecimento $\xi = 1$. Para isso acontecer são necessários dois polos reais no ponto $(-\xi\omega_n)$, o que depende de determinadas igualdades nos valores dos parâmetros dos sistemas e, em um sistema real, é muito difícil escolher valores que satisfaçam relações de igualdades exatas.
- Resposta subamortecida: Sistema composto por dois polos complexos conjugados, com fator de amortecimento no intervalo $0 < \xi < 1$. Vale destacar que este tipo de resposta é frequentemente identificado em processos físicos.
- Resposta não amortecida: Sistema composto por dois polos imaginários puros, com fator de amortecimento $\xi = 0$.

4.2 ESPAÇO DE ESTADOS

O método de representação de sistemas no espaço de estados permite a formulação de equações no domínio do tempo que contribuem para a compreensão das características do sistema. Esta técnica pode ser aplicada para sistemas lineares e não lineares, invariantes e variantes no tempo e com múltiplas variáveis.

O estado de um sistema é um conjunto de especificações definidas em um instante de tempo inicial do processo, que juntamente com os sinais de entrada fornecem o comportamento futuro do sistema (DORF e BISHOP, 2013). As especificações citadas são as variáveis que atuam no processo, as equações que descrevem a dinâmica operacional e as condições iniciais, ou seja, informações que caracterizam o estado inicial do sistema.

Para um sistema linear e invariante no tempo a representação de maneira geral no espaço de estados é dada pelas seguintes equações:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (8)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (9)$$

Considerando $t \geq 0$. Para uma representação com n estados, ns saídas e ne entradas. Os parâmetros das equações (8) e (9) são definidos como:

- $x(t)$: vetor de estado – matriz coluna das variáveis de estado;
- $\dot{x}(t) = dx/dt$: derivada do vetor de estado em relação ao tempo;
- $y(t)$: equação de saída – vetor coluna dos sinais de saída;
- $u(t)$: vetor dos sinais de entrada;
- A : matriz quadrada $n \times n$ dos parâmetros sistema;
- B : matriz $n \times ne$ de entrada;
- C : matriz $ns \times n$ de saída;
- D : matriz $ns \times ne$ de transmissão direta.

Considerando um sistema SISO representado pela equação diferencial de estado e o vetor de estado, expressos por (8) e (9), respectivamente, tais parâmetros e equações representam o sistema no espaço de estados. Conforme tal representação é possível obter a função de transferência do sistema. A seguir são apresentadas as formulações segundo Nise (2013) para obter este resultado.

Assim, aplicando a transformada de Laplace em ambas as equações citadas e considerando condições iniciais nulas, obtêm-se as seguintes relações:

$$sX(s) = AX(s) + BU(s) \quad (10)$$

$$Y(s) = CX(s) + DU(s) \quad (11)$$

Reorganizando-se a equação (10) obtêm-se:

$$X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s) \quad (12)$$

Sendo I a matriz identidade. Substituindo-se (12) em (11), tem-se:

$$Y(s) = C(sI - A)^{-1}BU(s) + DU(s)$$

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B + D] U(s) \quad (13)$$

Conforme a definição de função de transferência, como a razão entre as transformadas de Laplace dos sinais de saída e entrada, de (13) tem-se que a função de transferência do sistema SISO é:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (14)$$

4.3 DIAGRAMA DE BLOCOS

A representação de sistemas por meio de diagramas de blocos é amplamente utilizada na engenharia de sistemas de controle. Estes diagramas são constituídos por setas, blocos, pontos de soma e junção. As setas indicam o sentido do fluxo dos sinais. Os blocos, normalmente apresentados como uma função de transferência, estão relacionados as funções desempenhadas por cada componente do sistema. Portanto, quando um sinal de entrada é aplicado a um bloco específico, este realiza uma operação matemática conforme uma FT resultando em um sinal de saída.

As informações apresentadas nos diagramas de blocos estão diretamente relacionadas ao comportamento dinâmico do processo. Portanto, ao analisar tais representações é possível compreender o desempenho global do sistema, como também avaliar as interações entre os subsistemas que o compõem, mesmo que parâmetros construtivos não sejam informados (OGATA, 2010).

A maioria dos sistemas são formados por diversos subsistemas, cada qual responsável por uma operação particular. Caso sejam conhecidas as funções de transferência desempenhadas por cada componente é possível aplicar técnicas de associação e redução dos diagramas de blocos, este procedimento auxilia na identificação da função de transferência global do sistema.

A Figura 3 apresenta o diagrama de blocos de um sistema em malha fechada com a realimentação do sinal de saída, tal representação é interessante pois está relacionada a muitas das plantas de controle existentes na prática.

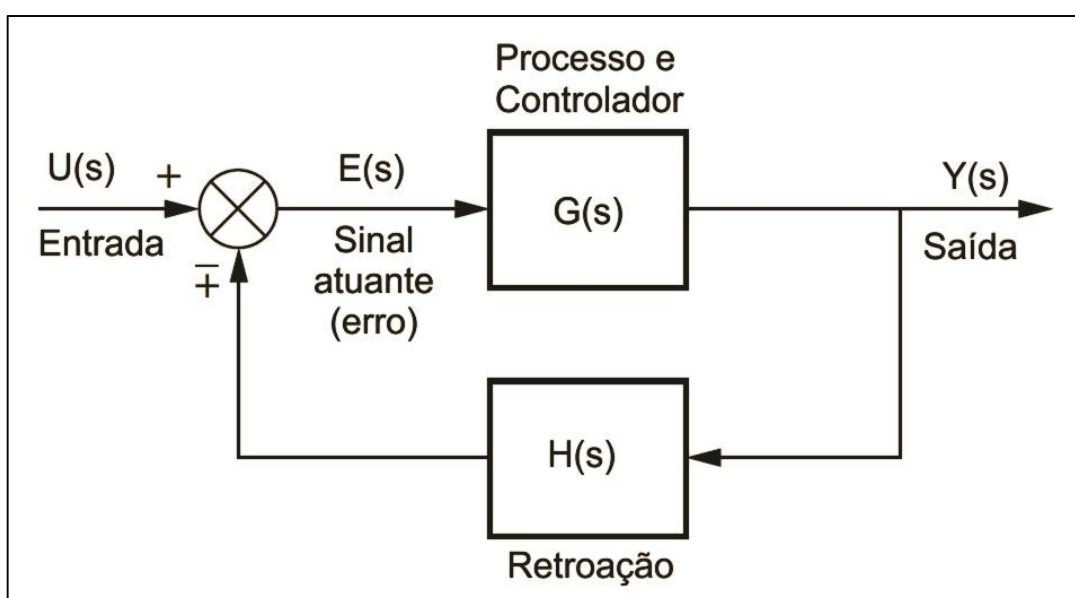


Figura 3 - Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada com realimentação $H(s)$.
Fonte: NISE, 2013.

5 MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Um modelo matemático é uma ferramenta que caracteriza um sistema, ou melhor, são formulações matemáticas que permitem analisar o comportamento e as características de um sistema sem a necessidade de realizar experimentos com o mesmo. Portanto, um modelo fornece informações relevantes sobre como o processo opera em determinadas condições. É importante ressaltar que é difícil obter modelos exatos, contudo é possível obter uma variedade de modelos com desempenhos e características particulares que podem representar o mesmo processo de maneira aproximada.

Os métodos para elaboração de modelos matemáticos de sistemas são realizados por duas abordagens fundamentadas em diferentes princípios, classificadas como modelagem conceitual e modelagem empírica, sendo a segunda também referida como identificação de sistemas (LJUNG e GLAD, 1994).

A modelagem conceitual consiste de equações diferenciais que descrevem a dinâmica do processo. O procedimento consiste em formular hipóteses sobre o sistema em questão com o auxílio das leis da física e definir as condições iniciais do processo, em seguida, com as equações diferenciais obtidas são realizadas manipulações algébricas e, com a aplicação da transformada de Laplace resulta na função de transferência do sistema. Contudo, o desenvolvimento de modelos conceituais de sistemas requer algumas considerações que tornam o procedimento complexo, tais como, a análise da estrutura física do sistema, as condições iniciais internas e externas do processo (COELHO e COELHO, 2004).

Já os métodos de identificação de sistemas são relevantes pois não são necessários conhecimentos prévios do sistema. Os procedimentos envolvidos contribuem para estimar um modelo de forma aproximada, com base nos dados coletados (sinais de entrada e saída) do sistema.

Há diversos aspectos relacionados a identificação dos sistemas. A primeira etapa consiste em extrair as informações dinâmicas presentes nos sinais de entrada e saída do processo. Com os dados coletados aplicam-se os métodos de identificação, com a finalidade de determinar a estrutura do modelo e estimar os parâmetros do mesmo. Com os resultados obtidos é necessário validar o modelo por meio da comparação com os dados reais de operação do processo e, por fim

determinar se o modelo estimado apresenta resultados satisfatórios, de acordo com o cálculo de índices de desempenho (AGUIRRE, 2015). A Figura 4 apresenta o diagrama esquemático de um procedimento de identificação de sistemas.

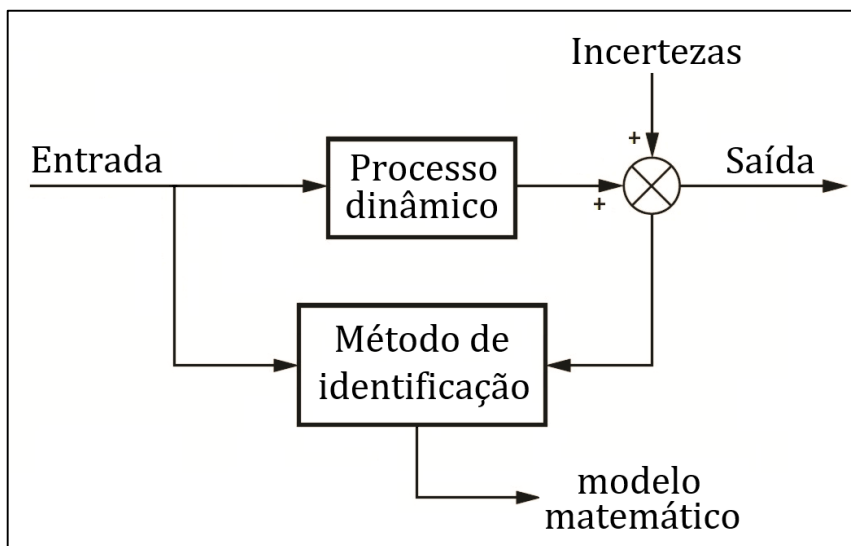


Figura 4 - Procedimento para identificação de sistemas.
Fonte: Adaptado Coelho e Coelho, 2004.

5.1 MÉTODO DA RESPOSTA AO DEGRAU

O sinal degrau é amplamente utilizado para analisar e identificar sistemas, uma vez que as respostas obtidas são de fácil análise. Este método é eficiente para identificar sistemas lineares, mas também pode ser aplicado para casos não lineares, desde que seja realizada uma aproximação linear do sistema em um ponto de operação. Vale ressaltar que o modelo deve ser de ordem reduzida, primeira e segunda ordem, pois o sinal degrau apresenta baixa composição em frequência (COELHO e COELHO, 2004). O método também apresenta desvantagens caso o sistema apresente ruídos nas medidas realizadas, visto que, só são obtidos resultados satisfatórios quando a relação sinal/ruído é suficientemente alta (AGUIRRE, 2015).

Na prática o sistema em estudo é sujeito a uma entrada degrau e com o auxílio de um equipamento registrador é armazenado o sinal de saída. Assim, é obtida uma curva de reação ao processo e, ao analisar a resposta são identificados parâmetros do sistema. Portanto, trata-se de um método não paramétrico, já que é fundamentado em uma representação gráfica do comportamento dinâmico do sistema.

Um dos modelos usualmente encontrados é o modelo de primeira ordem representado de forma geral pela FT dada por (2). Aplicando um sinal degrau como entrada no processo é obtida como resposta $Y(s)$. Expandindo-se a mesma em frações parciais para então aplicar a transformada inversa de Laplace, obtêm-se a resposta temporal do sistema de primeira ordem dada por:

$$y(t) = K \left(1 - e^{-\frac{(t-\tau_d)}{\tau}} \right) \quad (15)$$

De modo similar, para um sistema de segunda ordem representado de forma geral pela FT dada por (3), considerando-se o caso subamortecido com fator de amortecimento na faixa $0 < \xi < 1$ e aplicando-se um sinal degrau ao processo, obtêm-se a resposta:

$$Y(s) = U(s) G(s) = \frac{1}{s} \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (16)$$

São necessários ajustes em (16) para aplicar a técnica de expansão em frações parciais e então utilizar a transformada inversa de Laplace, o resultado da resposta temporal do sistema apresentado por Nise (2013) é dado por:

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \cos\left(\omega_n \sqrt{1-\xi^2} t - \phi\right) \quad (17)$$

Sendo o parâmetro ϕ calculado por:

$$\phi = \tan^{-1} \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (18)$$

A resposta temporal auxilia nos métodos para estimar os parâmetros do sistema de primeira e segunda ordem (τ , τ_d , K , ξ e ω_n). Em seguida são apresentadas algumas das técnicas gráficas que destacam-se na obtenção de um modelo de primeira e segunda ordem do sistema em resposta ao degrau.

5.1.1 Técnica de Ziegler e Nichols

A técnica de análise gráfica desenvolvida por Ziegler e Nichols (ZN) (1942) é aplicada a sistemas de primeira ordem e consiste em analisar a curva de resposta do sistema em malha aberta, para então estimar os parâmetros K , τ e τ_d da FT de primeira ordem. A Figura 5 representa a curva de reação ao degrau de uma FT de primeira ordem dada por (2), cuja resposta temporal pode ser descrita por (15).

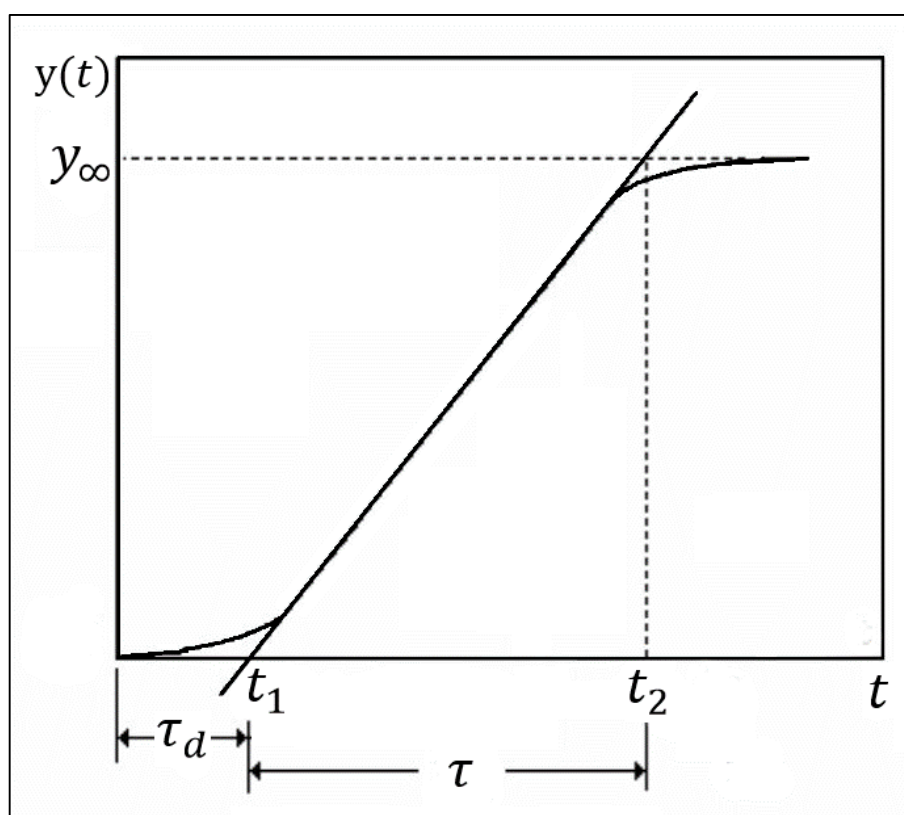


Figura 5 – Curva de resposta ao degrau para a técnica de Ziegler e Nichols.
Fonte: Adaptado COELHO e COELHO, 2004.

O método consiste em traçar uma reta tangente ao ponto de máxima inclinação da curva. O atraso de tempo τ_d é calculado pela diferença entre o instante que o degrau é aplicado ao processo ($t = 0$) e o instante em que a reta tangente toca o eixo de tempo ($t = t_1$). Para o cálculo da constante de tempo do sistema τ é considerado a diferença do intervalo entre o tempo t_1 e o instante em que a reta tangente toca o valor de regime final ($t = t_2$). O ganho estático K é calculado pela razão entre a variação do sinal de saída pela variação do sinal de entrada (COELHO e COELHO, 2004).

5.1.2 Técnica de Yuwana e Seborg

Técnica de identificação, proposta originalmente por Yuwana e Seborg (YS) (1982), aplicada a sistemas de primeira ordem. Considera-se que o processo é realizado em malha fechada com realimentação unitária e ação de um controlador proporcional. A Figura 6 apresenta o diagrama de blocos da planta de controle sob estudo para o procedimento de identificação.

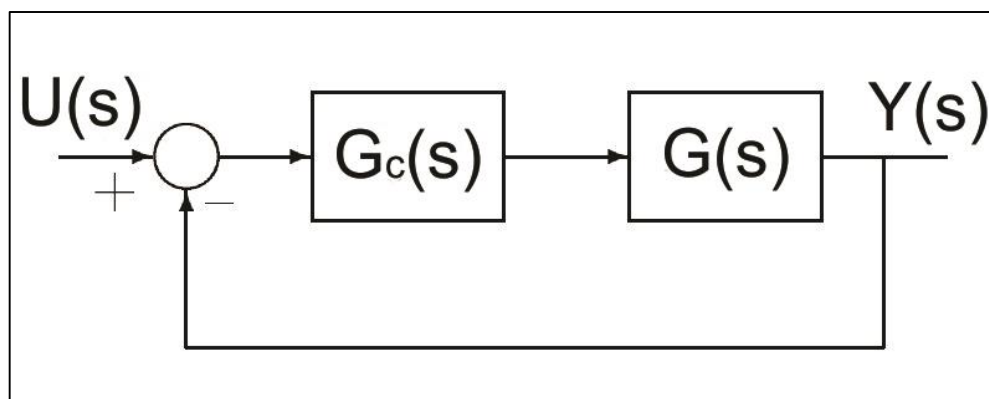


Figura 6 - Diagrama de blocos em malha fechada com controlador proporcional.
Fonte: Adaptado AGUIRRE, 2015.

O sistema $G(s)$ é de primeira ordem com atraso de transporte (τ_d) e ganho estático (K), conforme representado de forma geral por (2). Como o controlador em questão é puramente proporcional, considera-se que $G_c(s) = K_p$. Assim, a planta de controle possui um ganho total definido por $K_F = K_p K$. O ganho do controlador (K_p) deve ser ajustado com o objetivo de obter uma resposta subamortecida da planta ao degrau.

Como o processo é realizado em malha fechada com realimentação negativa, o modelo resultante é dado por:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} = \frac{K_F e^{-s\tau_d}}{\tau s + [K_F e^{-s\tau_d} + 1]} \quad (19)$$

Um dos problemas encontrados nesta técnica está relacionado ao atraso de transporte, uma vez que o mesmo é dado em função de uma exponencial e isto caracteriza como uma não linearidade do sistema. Portanto, como solução propõe-se

a utilização de uma aproximação de Padé (AGUIRRE, 2015). Neste caso aproxima-se o atraso de tempo como uma função linear e invariante no tempo. Assim, a seguinte relação é utilizada:

$$e^{-s\tau_d} \approx \frac{1 - 0,5\tau_d s}{1 + 0,5\tau_d s} \quad (20)$$

O resultado apresentado na equação (20) propõe uma aproximação linear para o atraso de transporte do sistema. Desse modo, substituindo-se (20) no modelo dado por (19), a seguinte equação é obtida após algumas simplificações algébricas:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\bar{K}(1 - 0,5\tau_d s)}{\bar{\tau}^2 s^2 + 2\bar{\xi}\bar{\tau}s + 1} \quad (21)$$

e os parâmetros \bar{K} , $\bar{\tau}$ e $\bar{\xi}$ são calculados pelas seguintes equações:

$$\bar{K} = \frac{K_F}{K_F + 1} \quad (22)$$

$$\bar{\tau} = \left[\frac{\tau_d \tau}{2(K_F + 1)} \right]^{0,5} \quad (23)$$

$$\bar{\xi} = \frac{\tau + 0,5\tau_d(1 - K_F)}{\sqrt{2\tau_d\tau(K_F + 1)}} \quad (24)$$

Com o cálculo dos parâmetros dados pelas equações (22), (23) e (24), é obtido o modelo da planta de controle sob estudo. No entanto, para obter tais resultados é necessário o cálculo prévio de K_F , τ , τ_d e ξ . Sendo estes obtidos de acordo com os parâmetros identificados na curva de resposta ao degrau.

Para o método de cálculo proposto é necessário identificar na curva de resposta os seguintes parâmetros: o valor da resposta no instante do primeiro pico (y_{p1}), o valor da resposta no instante do segundo pico (y_{p2}), o valor da resposta no instante do primeiro mínimo (y_m), o valor da resposta em regime permanente (y_∞) e

a variação de tempo (ΔT) entre o primeiro e o segundo instante em que a curva de resposta cruza com o valor em regime permanente. A curva de resposta ao degrau típica para aplicar a técnica de Yuwana e Seborg é apresentada na Figura 7.

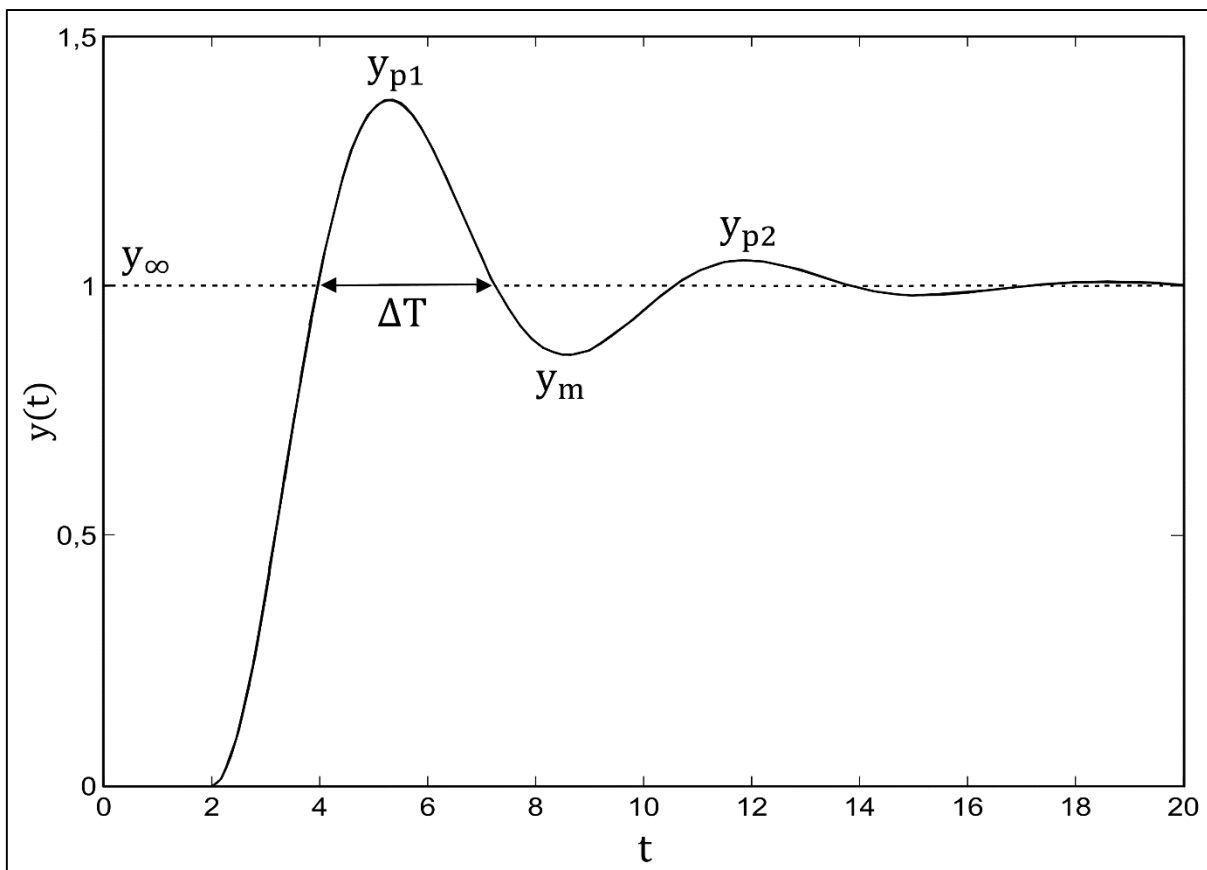


Figura 7 - Curva de resposta ao degrau para a técnica de Yuwana e Seborg.
Fonte: Adaptado AGUIRRE, 2015.

É importante ressaltar que esta técnica só é válida se no instante $t = 0$ o valor da resposta do sistema também é nulo, ou seja, $y(0) = 0$. Entretanto, segundo Aguirre (2015) “na prática o sistema estará a um certo valor y_0 no início do teste, ou seja, $y(0) = y_0$, que precisa ser subtraído de $y(t)$ antes da aplicação do presente método”.

A primeira etapa consiste em calcular o parâmetro $K_F = K_p K$, para isso é necessário que seja conhecido o valor do ganho do controlador (K_p). O cálculo do ganho K é dado pela equação a seguir, sendo que o sistema é submetido a um degrau de amplitude A .

$$K = \frac{y_\infty}{K_p(A - y_\infty)} \quad (25)$$

Em sequência deve ser obtido o parâmetro ξ , para isto existem duas equações equivalentes para este cálculo, apresentadas a seguir. Sendo que usualmente é utilizado o valor médio entre os resultados obtidos por ambas.

$$\xi = \frac{-\ln\left(\frac{y_{\infty} - y_m}{y_{p1} - y_{\infty}}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left(\ln\left[\frac{y_{\infty} - y_m}{y_{p1} - y_{\infty}}\right]\right)^2}} \quad (26)$$

$$\xi = \frac{-\ln\left(\frac{y_{p2} - y_{\infty}}{y_{p1} - y_{\infty}}\right)}{\sqrt{4\pi^2 + \left(\ln\left[\frac{y_{p2} - y_{\infty}}{y_{p1} - y_{\infty}}\right]\right)^2}} \quad (27)$$

Em seguida deve ser calculada a constante de tempo (τ) e a constante de tempo do atraso de transporte (τ_d), calculadas respectivamente por (28) e (29):

$$\tau = \frac{\Delta T}{\pi} \left[\xi \sqrt{K_F + 1} + \sqrt{\xi^2 (K_F + 1) + K_F} \right] \sqrt{(1 - \xi^2)(K_F + 1)} \quad (28)$$

$$\tau_d = \frac{2\Delta T \sqrt{(1 - \xi^2)(K_F + 1)}}{\pi \left[\xi \sqrt{K_F + 1} + \sqrt{\xi^2 (K_F + 1) + K_F} \right]} \quad (29)$$

Por fim, os resultados obtidos nas equações (25) a (29) são as variáveis independentes necessárias para o cálculo do modelo resultante para a planta de controle, fornecido pelas equações (21) a (24).

A partir dos parâmetros calculados é possível estimar o modelo de 1ª ordem para o sistema, uma vez que as equações (28) e (29), bem como o valor estimado para o ganho K , são suficientes para caracterizar o modelo representado pela equação (2).

5.1.3 Técnica de Análise da Resposta Transitória

Técnica aplicada a sistemas de segunda ordem com resposta temporal ao degrau subamortecida dada por (17) e (18). O método consiste em analisar a curva de resposta ao degrau no período transitório que antecede ao estado de regime permanente. Desse modo, pela análise da curva são calculados os parâmetros que caracterizam o comportamento do sistema. A Figura 8 apresenta a curva da resposta temporal do sistema descrito.

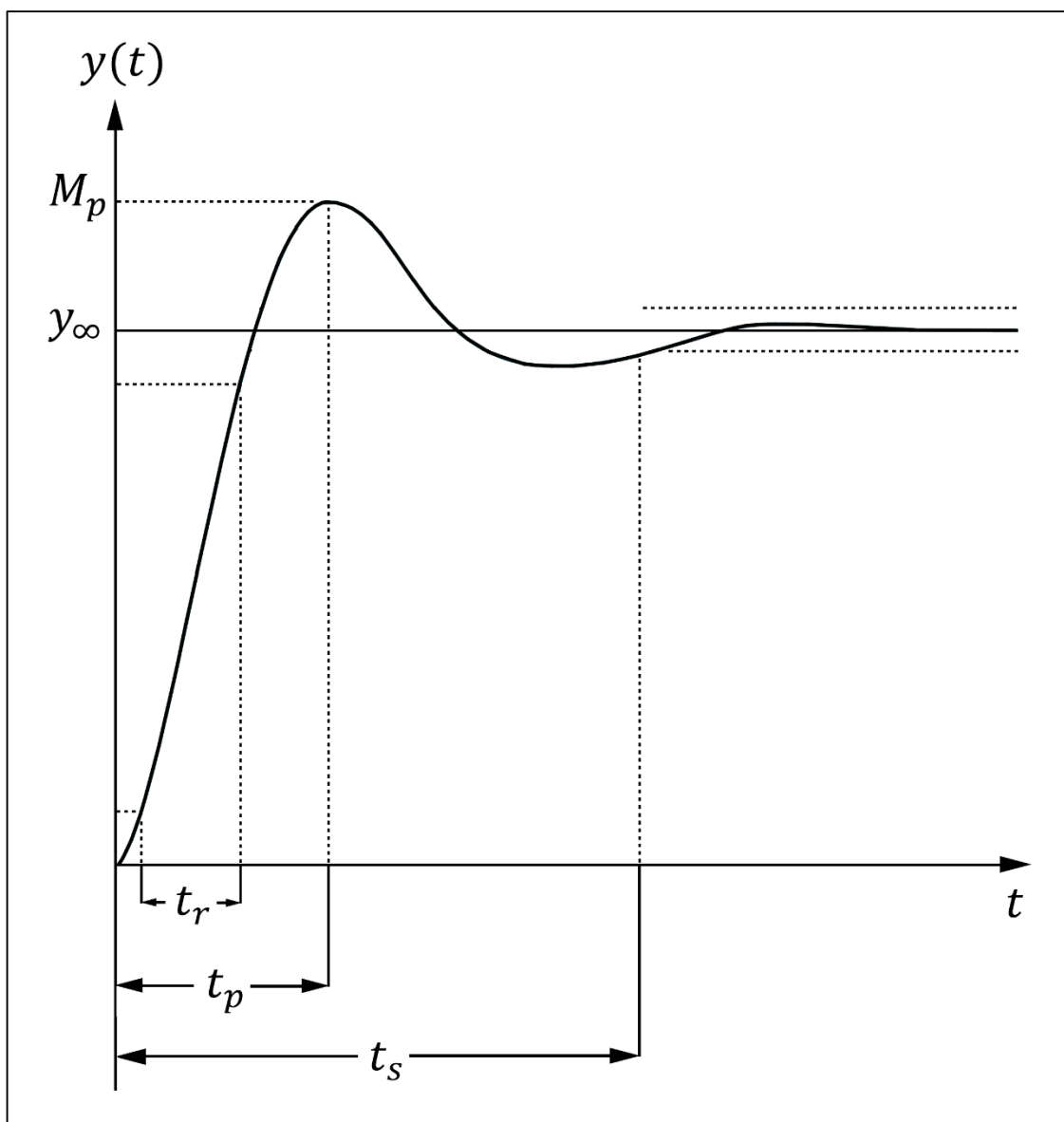


Figura 8 - Curva de resposta ao degrau típica para sistemas de 2ª ordem subamortecidos. Fonte: Adaptado OGATA, 2010.

A seguir são definidos os parâmetros relacionados a curva de resposta temporal do sistema.

- Tempo de subida t_r : Definido segundo Nise (2013) como “o tempo necessário para que a forma de onda da resposta vá de 0,1 até 0,9 do valor final”. Não existe uma equação precisa para o cálculo deste parâmetro. Neste caso é necessário realizar uma aproximação linear e uma das relações válidas para o cálculo é dada por:

$$t_r = \frac{2,16\xi + 0,60}{\omega_n} \quad (30)$$

- Tempo de pico t_p : Definido segundo Nise (2013) como “o tempo necessário para a resposta alcançar o primeiro valor de pico, ou pico máximo”. É calculado por:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} \quad (31)$$

- Resposta de pico M_p : É definido como o valor da resposta no instante de pico, pode ser calculado por:

$$M_p = 1 + e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (32)$$

- Tempo de acomodação t_s : É definido segundo Nise (2013) como “o tempo necessário para que as oscilações transitórias amortecidas alcancem e permaneçam dentro de uma faixa de $\pm 2\%$ em torno do valor em regime permanente”. É também usual encontrar na literatura a faixa de $\pm 5\%$ para o tempo de acomodação. Para a faixa de $\pm 2\%$ este parâmetro é calculado de maneira aproximada pela seguinte equação:

$$t_s \cong \frac{4}{\xi\omega_n} \quad (33)$$

- Ultrapassagem percentual $\%UP$: É definido como o valor percentual pelo qual a forma de onda ultrapassa o valor em regime permanente (NISE, 2013). Também pode ser definido como Porcentagem de *Overshoot*. É dado pelas seguintes equações que apresentam resultados equivalentes:

$$\%UP = 100e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 100\frac{M_p - y_\infty}{y_\infty} \quad (34)$$

Sendo y_∞ o valor da resposta em regime permanente.

O fator de amortecimento (ξ) do sistema pode ser calculado em função da ultrapassagem percentual da resposta ($\%UP$) pela seguinte equação:

$$\xi = \frac{-\ln\left(\frac{\%UP}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \ln\left(\frac{\%UP}{100}\right)^2}} \quad (35)$$

Portanto, com o cálculo dos parâmetros apresentados é possível obter a frequência natural não amortecida do sistema (ω_n), sendo que usualmente é utilizado o valor estimado para o tempo de pico (t_p) como parâmetro para calcular ω_n . Desse modo tais especificações são suficientes para estimar o modelo $G(s)$ do sistema, considerando-se que o mesmo é dado pela forma geral da FT de segunda ordem apresentada em (3).

5.1.4 Técnica de Sundaesan

Técnica de análise da curva de resposta do sistema a uma entrada degrau que pode ser aplicada para identificação de sistemas de segunda ordem tanto subamortecidos quanto sobreamortecidos. O método foi proposto inicialmente para identificação de processos químicos, no entanto se mostra eficiente para descrever diversos processos reais. O método é fundamentado no ponto de inflexão da curva de resposta e, o mesmo considera o tempo de atraso de transporte do sistema (SUNDARESAN et al., 1978).

O sistema a ser identificado pode ser aproximado satisfatoriamente pelas equações a seguir, equivalentes a forma geral da FT apresentada em (3),

$$G(s) = \frac{e^{-\tau_d s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (36)$$

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 e^{-\tau_d s}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (37)$$

onde τ_1 e τ_2 são constantes de tempo fixas. As equações apresentam as duas formas de representar o sistema de segunda ordem com o atraso de transporte, cada uma está relacionada ao comportamento oscilatório do sistema, (36) é utilizada para o caso sobreamortecido (não oscilatório) e (37) é aplicada para o caso subamortecido (oscilatório).

A princípio é descrito a metodologia para o sistema com comportamento não oscilatório. A resposta típica ao degrau unitário de um sistema sobreamortecido é apresentada na Figura 9.

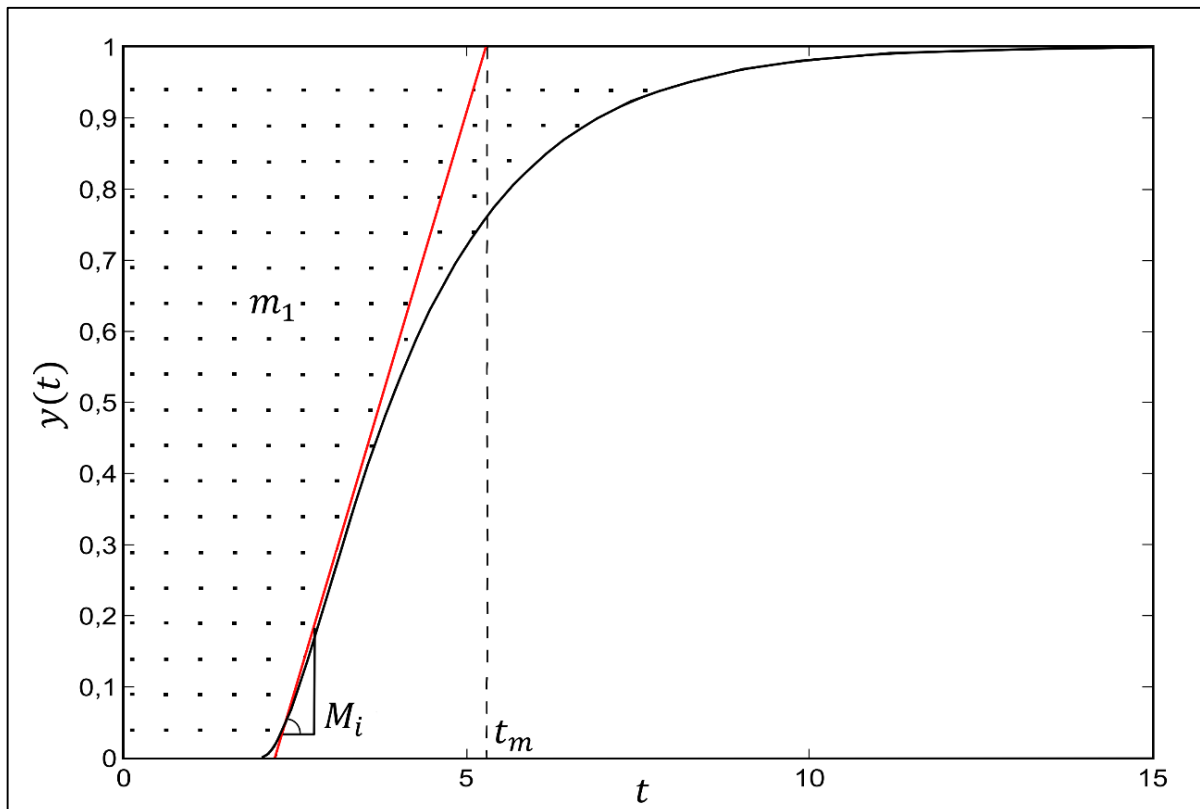


Figura 9 - Curva de resposta ao degrau típica para sistemas de 2ª ordem sobreamortecidos. Fonte: Adaptado AGUIRRE, 2015.

Para aplicação desta técnica é necessário tracejar uma reta tangente ao ponto de inflexão na curva de resposta, conforme as teorias de cálculo este ponto é definido quando a derivada de segunda ordem troca de sinal, como consequência a concavidade da curva é invertida para cima ou para baixo. A reta tangente é apresentada em vermelho na Figura 9.

Os parâmetros iniciais necessários para os cálculos são: a inclinação da reta tangente ao ponto de inflexão, o instante de tempo em que tal reta atinge o valor em regime permanente da resposta do sistema. Em sequência são sintetizados as metodologias de cálculo e as teorias relacionadas ao método segundo Aguirre (2015) e Sundaresan et al. (1978).

O primeiro parâmetro a ser calculado é m_1 , este é definido como a área sombreada da curva de resposta ao degrau. Desse modo é aplicado o conceito de integração numérica para o cálculo da área:

$$m_1 = \int_0^{\infty} (1 - y(t)) dt \quad (38)$$

A área sombreada da curva m_1 está relacionada com o modelo $G(s)$ pela derivada de primeira ordem do mesmo avaliada em $s = 0$, conforme a seguir:

$$m_1 = - \left. \frac{dG(s)}{ds} \right|_{s=0} = \tau_d + \tau_1 + \tau_2 \quad (39)$$

Considerando-se o modelo $G(s)$ a ser estimado apresentado em (36), e aplicando-se o degrau unitário como entrada $u(s) = 1/s$, a resposta no domínio do tempo é obtida aplicando-se a técnica de expansão em frações parciais, o seguinte resultado é obtido:

$$y(t) = \left[1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t-\tau_d}{\tau_1}} + \frac{\tau_2}{\tau_1 - \tau_2} e^{-\frac{t-\tau_d}{\tau_2}} \right] u(t - \tau_d) \quad (40)$$

A derivada de segunda ordem de (40) igualada a zero determina o instante de tempo do ponto de inflexão. O resultado é dado por:

$$t_1 = \tau_d + \left(\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \right) \ln \left(\frac{\tau_1}{\tau_2} \right) \quad (41)$$

Para facilitar a definição dos outros parâmetros é interessante a definição das seguintes variáveis: $\eta = \tau_1/\tau_2$ e $\gamma = \tau_1\tau_2/(\tau_1 - \tau_2)$. Sendo assim, a inclinação da reta tangente no ponto de inflexão é calculada pela seguinte equação:

$$M_i = \frac{\eta^{(1-\eta)}}{\gamma(\eta - 1)} \quad (42)$$

Em seguida calcula-se o instante de tempo (t_m) em que a reta tangente intercepta o valor em regime permanente da resposta. A equação a seguir é utilizada para este fim:

$$t_m = \tau_d + \gamma \left[\ln \eta + \frac{\eta^2 - 1}{\eta} \right] \quad (43)$$

Relacionando as equações (39), (42) e (43) é obtido uma relação entre os parâmetros obtidos na representação gráfica da curva de resposta com o parâmetro η , a equação resultante é dada por:

$$\lambda = \frac{\ln \eta}{\eta - 1} e^{-\frac{\ln \eta}{\eta - 1}} \quad (44)$$

sendo:

$$\lambda = (t_m - m_1)M_i \quad (45)$$

Na prática são estimados os valores de t_m , m_i e M_i por meio da curva de resposta, em sequência calcula-se o valor de λ por intermédio de (45). Ao passo que a solução da equação (44) fornece uma representação gráfica que relaciona os parâmetros λ e η , conforme representado na Figura 10.

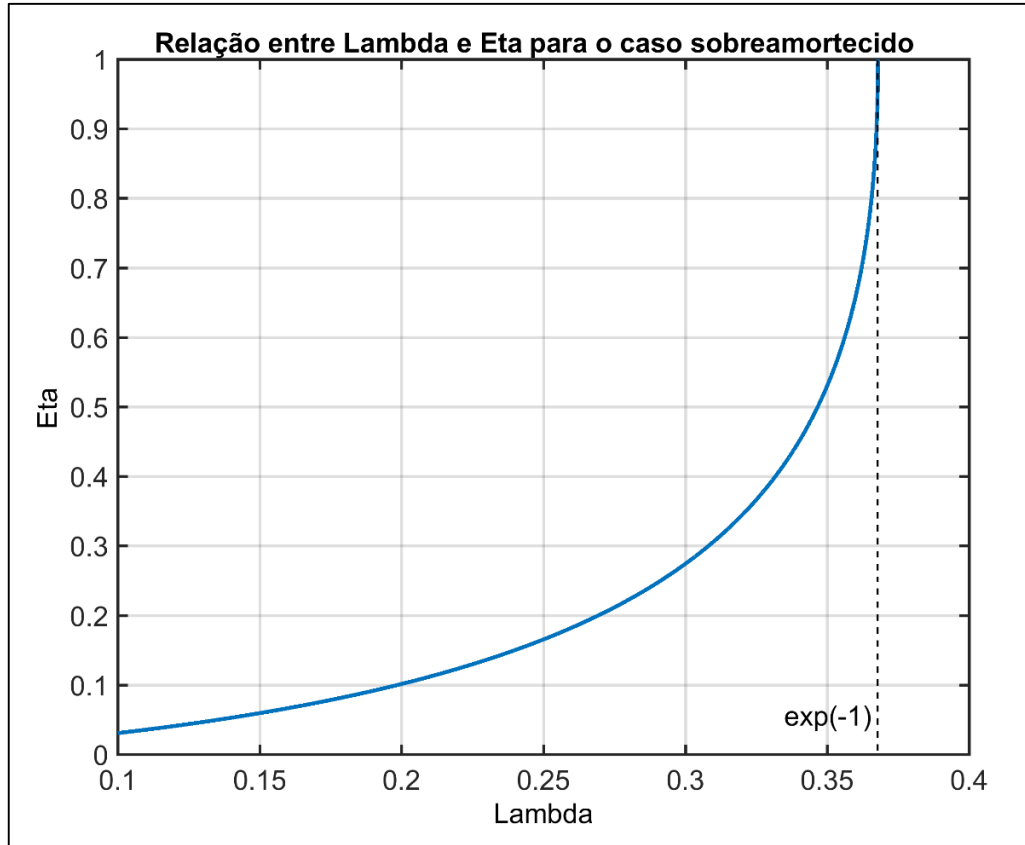


Figura 10 - Relação entre λ e η para o caso sobreamortecido.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

Portanto, com o valor calculado para λ estima-se o valor de η por meio da curva, e por fim calculam-se as constantes de tempo que caracterizam o modelo $G(s)$:

$$\tau_1 = \frac{\eta}{M_i \eta^{1-\eta}} \quad (46)$$

$$\tau_2 = \frac{1}{M_i \eta^{1-\eta}} \quad (47)$$

$$\tau_d = m_1 - \tau_1 - \tau_2 \quad (48)$$

Agora, considerando-se um sistema com comportamento oscilatório, ou seja, com resposta subamortecida. Sendo a função de transferência para este sistema representada pela equação (37), e que um degrau unitário seja aplicado como entrada ao mesmo, a técnica para estimar o modelo $G(s)$ consiste em determinar os valores de ω_n , ξ e τ_d . A resposta típica ao degrau é apresentada na Figura 11.

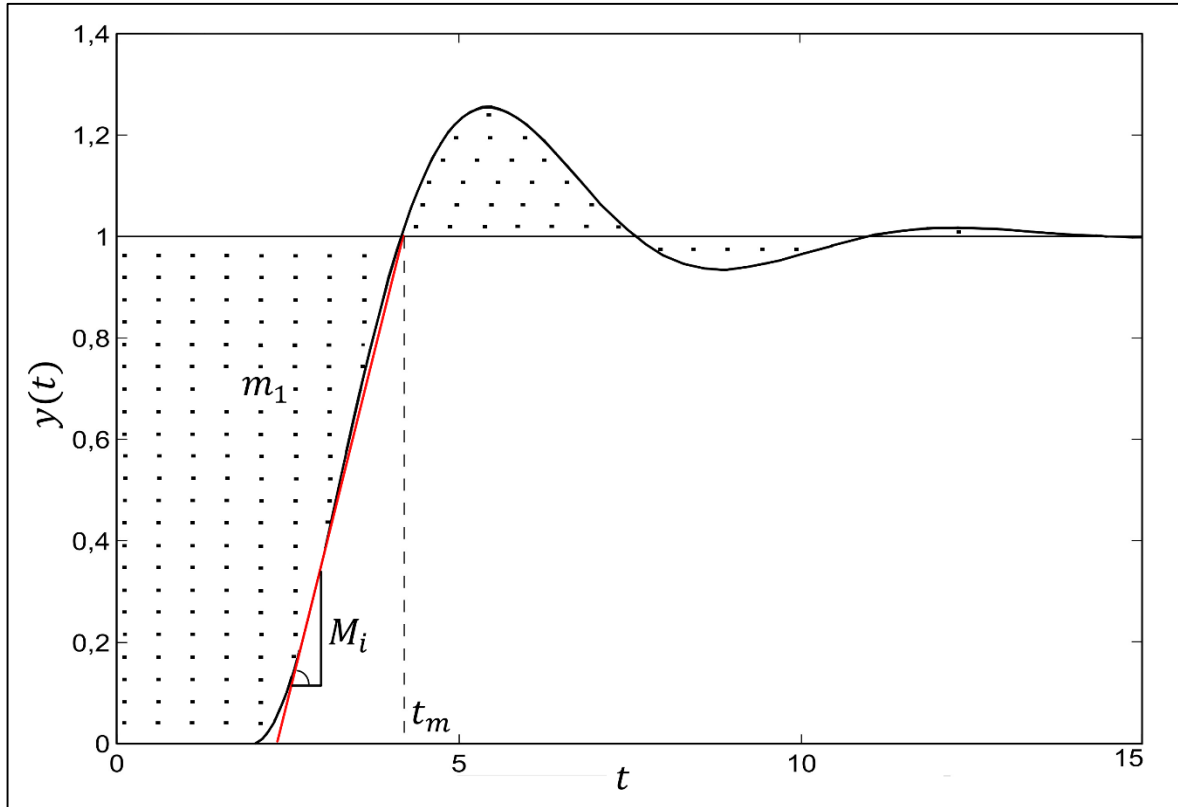


Figura 11 - Curva de resposta ao degrau típica para sistemas de 2ª ordem subamortecidos. Fonte: Adaptado AGUIRRE, 2015.

Considerando-se o modelo $G(s)$ apresentado em (37) e aplicando um degrau unitário como entrada $u(s) = 1/s$, a resposta no domínio do tempo é obtida com a aplicação da técnica de expansão em frações parciais. O resultado obtido é dado pela seguinte equação:

$$y(t) = u(t - \tau_d) \left\{ 1 - e^{-\xi \omega_n (t - \tau_d)} \left[\frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega_n (t - \tau_d) \sqrt{1 - \xi^2}) + \cos(\omega_n (t - \tau_d) \sqrt{1 - \xi^2}) \right] \right\} \quad (49)$$

A primeira etapa consiste em traçar a reta tangente ao ponto de inflexão da curva, apresentada em vermelho na Figura 11. Em seguida deve ser calculada a área m_1 , porém neste caso deve-se considerar que a área acima do valor em regime permanente, $y(\infty)$, deve ser subtraída no cálculo de m_1 . E t_m é definido como o instante de tempo em que a reta tangente intercepta o valor em regime permanente.

O procedimento é semelhante ao caso sobreamortecido, ou seja, são formuladas equações dos parâmetros m_1 , t_m e M_i . Com os resultados obtidos determina-se uma relação entre λ e ξ :

$$\lambda = (t_m - m_i)M_i = \frac{\cos^{-1}(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\frac{\xi \cos^{-1}(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (50)$$

A solução da equação (50) fornece uma representação gráfica que relaciona os parâmetros λ e ξ . A Figura 12 apresenta este resultado.

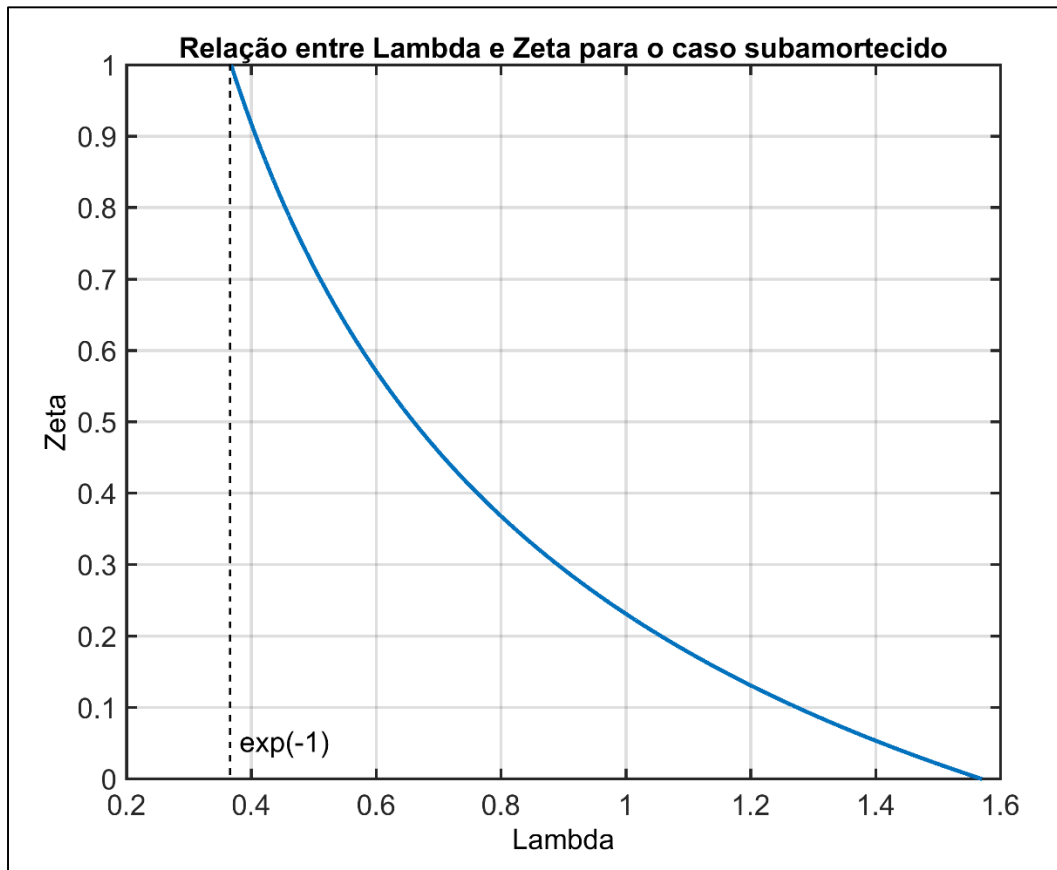


Figura 12 - Relação entre λ e ξ para o caso subamortecido.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

Portanto, com o valor calculado para λ estima-se o valor de ξ por meio da curva, e por fim calculam-se os parâmetros que caracterizam o modelo $G(s)$:

$$\omega_n = \frac{\cos^{-1}(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} \frac{1}{t_m - m_1} \quad (51)$$

$$\tau_d = m_1 - \frac{2\xi}{\omega_n} \quad (52)$$

5.2 MÉTODO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Este é um método de identificação de sistemas não paramétrico no domínio da frequência, semelhante a resposta ao degrau. Contudo, são aplicados sinais harmônicos ao processo e, com a análise da representação gráfica do comportamento do processo em regime permanente estima-se um modelo do sistema. A seguir são apresentadas diferentes metodologias para identificação no domínio da frequência.

5.2.1 Sinais harmônicos

Para um sistema linear e estável, quando o mesmo é excitado por um sinal senoidal com frequência ω , a resposta obtida também apresenta característica senoidal com a mesma frequência ω . Entretanto, verifica-se que a amplitude e o ângulo de fase do sinal de resposta são alterados (AGUIRRE, 2015). Esta propriedade é representada na Figura 13.

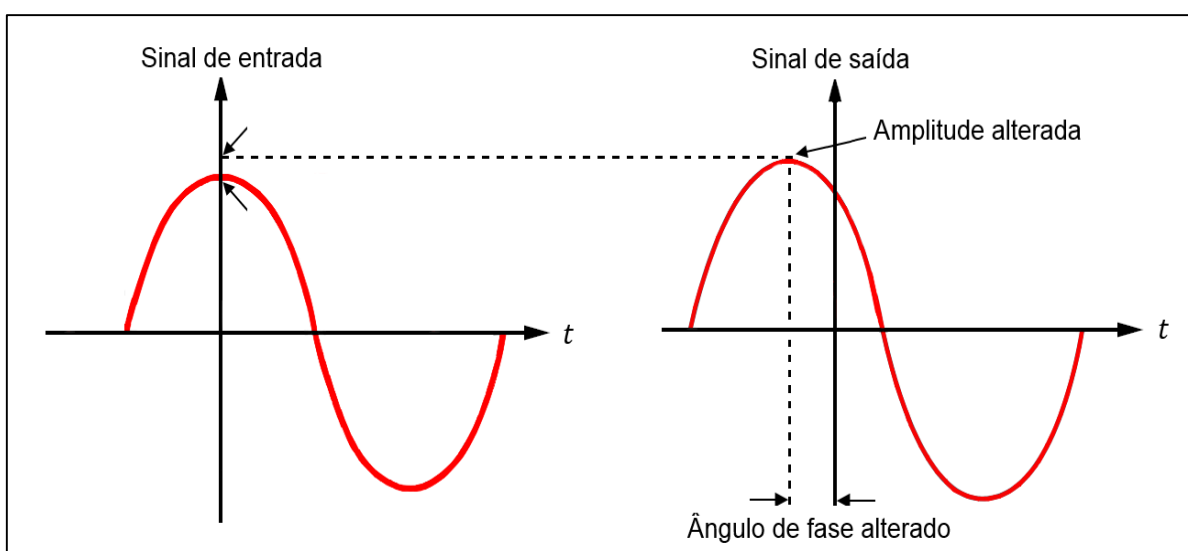


Figura 13 - Sinal harmônico aplicado ao sistema.
Fonte: Autoria própria.

Portanto, considerando que um SLIT estável seja excitado por uma entrada senoidal com a seguinte forma $u(t) = \text{sen}(\omega t)$, em regime permanente a resposta resultante do sistema é dada por:

$$y(t) = |G(j\omega)| \text{sen}(\omega t + \phi(\omega)) \quad (53)$$

A resposta apresentada em (53) confirma que o sinal de saída possui a mesma frequência que o sinal de entrada, no entanto a amplitude e o ângulo de fase são alterados de acordo com a magnitude e a fase da resposta em frequência, $|G(j\omega)|$ e $\phi(\omega)$, respectivamente. Por definição, existem dois modos de representação da resposta em frequência do sistema, $G(j\omega)$, conforme a seguir:

$$G(j\omega) = |G(\omega)| \angle \phi(\omega) = |G(\omega)| e^{j\phi(\omega)} \quad (54)$$

$$G(j\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) \quad (55)$$

A equação (54) apresenta a representação na forma polar da resposta em frequência, descrita pelo módulo $|G(\omega)|$ e fase $\phi(\omega)$. Já a equação (55) apresenta a forma retangular, como visto, constituída de uma parte real (α) e uma parte imaginária (β). Tais modos de representação são relacionados pelas seguintes equações:

$$|G(\omega)| = \sqrt{[\alpha(\omega)]^2 + [\beta(\omega)]^2} \quad (56)$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \left[\frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)} \right] \quad (57)$$

De acordo com (54) e (55) a resposta em frequência é uma função complexa com a variável imaginária ω , geralmente a mesma não é apresentada como um modelo paramétrico, ou seja, uma expressão analítica, mas sim como uma representação gráfica (SANTOS, 1994).

Na forma gráfica a resposta em frequência pode ser representada como:

- Diagrama de Bode: constituído de dois gráficos em função da frequência ω , um do módulo e o outro do ângulo de fase.
- Diagrama Polar: também conhecido como diagrama de Nyquist. É definido como um gráfico do módulo pelo ângulo de fase da resposta em frequência, em coordenadas polares.

Para os procedimentos experimentais as seguintes considerações são válidas: o módulo $|G(\omega)|$ da resposta em frequência pode ser calculado pela razão entre a amplitude do sinal de saída pela amplitude do sinal de entrada e, a fase $\phi(\omega)$ é calculada no domínio do tempo como a diferença temporal entre os sinais de entrada e de saída. O período do sinal (inverso da frequência) equivale a 2π rad. Por regra de três, a diferença de tempo entre os sinais equivale à fase.

Portanto, um dos métodos para estimar a resposta em frequência do sistema consiste em aplicar sinais senoidais com diferentes frequências ($\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n$) ao processo. Desse modo, em cada caso deve-se medir em regime permanente as razões de magnitude e os deslocamentos de fase, que caracterizam a resposta em frequência do sistema para uma determinada faixa de frequências (AGUIRRE, 2015).

A partir deste método são identificados pontos nas curvas do módulo e fase para cada valor de frequência, resultados que fornecem uma aproximação do diagrama de Bode do sistema. Por meio da avaliação de alguns pontos específicos e aproximações assintóticas nas curvas de módulo e fase, pode-se estimar a função de transferência do sistema (OGATA, 2010).

5.2.2 Transformada de Fourier

Uma segunda abordagem para estimar a resposta em frequência do sistema consiste em aplicar a transformada de Fourier (TF) nos sinais de entrada e saída do processo, assim a resposta em frequência estimada, $\hat{G}(j\omega)$, do sistema é dada por:

$$\hat{G}(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} \quad (58)$$

A TF é uma importante ferramenta matemática para analisar sinais no domínio da frequência, considerando uma função $x(t)$ que representa um sinal de tempo contínuo, a TF é dada pela seguinte equação:

$$\mathcal{F}\{x(t)\} = X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (59)$$

O termo $x(t)$ é a função que representa o sinal de entrada $u(t)$ ou o sinal saída $y(t)$ obtidos experimentalmente. O termo $e^{-j\omega t}$ representa as senóides, levando em consideração a propriedade que sinais podem ser representados como uma superposição de senóides complexas. Ao realizar a integral de frequência entre a componente do sinal e da harmônica complexa, a transformada separa uma a uma, as componentes das senóides que são necessárias para representar o sinal. Assim, a transformada $\mathcal{F}\{x(t)\}$ converte o sinal representado no domínio do tempo para o domínio da frequência.

O resultado obtido pela transformada de Fourier $X(j\omega)$ pode ser designado como um espectro do sinal, pois é formado por dois gráficos, um espectro de magnitude, que corresponde ao módulo de $X(j\omega)$, e o espectro de fase, que corresponde a fase $\phi(\omega)$ (HAYKIN, 2001).

A partir de (59) é possível converter $X(j\omega)$ novamente para o domínio do tempo, para isso é aplicado a transformada inversa de Fourier, dada pela equação:

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (60)$$

A utilização da transformada de Fourier na identificação de sistemas impõe algumas restrições ao procedimento, uma vez que a TF deve existir para os sinais analisados, ou seja, no intervalo de $[-\infty, \infty]$ a integral do sinal em módulo deve ser um valor finito. Outro problema encontrado em processos reais deve-se ao fato que nem sempre é possível aplicar sinais senoidais com frequências variadas ao sistema (AGUIRRE, 2015).

Vale ressaltar que a TF pode ser considerada um caso especial da transformada de Laplace, visto que, no caso da TF a variável complexa s é definida como $s = j\omega$, ou seja, é considerado apenas a componente imaginária da variável s .

Para o processamento utilizando o software Matlab, a TF é realizada para sinais em tempo discreto de acordo com um período de amostragem por meio da transformada de Fourier discreta (DFT – do inglês *Discrete Fourier Transform*), utilizando-se o algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT – do inglês *Fast Fourier Transform*).

6 ÍNDICES DE DESEMPENHO

A comparação dos métodos é importante, visto que é necessário determinar quais abordagens apresentaram resultados mais satisfatórios. Assim, a etapa de validação contribui para avaliar a qualidade dos modelos obtidos. Para isso, são aplicadas técnicas estatísticas para determinar os índices de desempenho. A seguir são apresentados segundo Coelho e Coelho (2004) algumas técnicas que podem ser aplicadas para a avaliação dos modelos.

6.1 SOMATÓRIO DO ERRO QUADRÁTICO (SEQ)

Parâmetro que calcula a soma dos quadrados das diferenças entre o valor de saída do sistema $y(k)$, obtido tanto por dados reais quanto por modelos conceituais e, o valor de saída estimada pelo modelo proposto $\hat{y}(k)$. Logo, o SEQ é dado pela seguinte relação:

$$\text{SEQ} = \sum_{k=1}^n [y(k) - \hat{y}(k)]^2 \quad (61)$$

6.2 COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO MÚLTIPLA (CCM)

Este coeficiente analisa o grau de correlação linear entre um dado real e um conjunto de dados amostrados. A técnica calcula a razão do erro quadrático médio, entre a saída real $y(k)$ e a saída estimada $\hat{y}(k)$, pelo erro quadrático médio, entre a saída real $y(k)$ e a média das n amostras realizadas experimentalmente \bar{y} .

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n [y(k) - \hat{y}(k)]^2}{\sum_{k=1}^n [y(k) - \bar{y}]^2} \quad (62)$$

Os valores calculados para o CCM indicam os seguintes critérios de desempenho:

- $R^2 = 1$: O modelo estimado apresenta resultados exatos em relação aos dados obtidos experimentalmente;
- $0,9 < R^2 < 1,0$: O modelo estimado apresenta resultados satisfatórios e, é suficiente para diversas aplicações práticas no controle de sistemas.

7 SISTEMAS PARA ESTUDO

7.1 CIRCUITOS ELÉTRICOS PASSIVOS

7.1.1 Circuito RC série

Um circuito elétrico passivo é constituído por componentes lineares e passivos, ou seja, resistores, indutores e capacitores. As metodologias de identificação são aplicadas no circuito RC série representado na Figura 14.

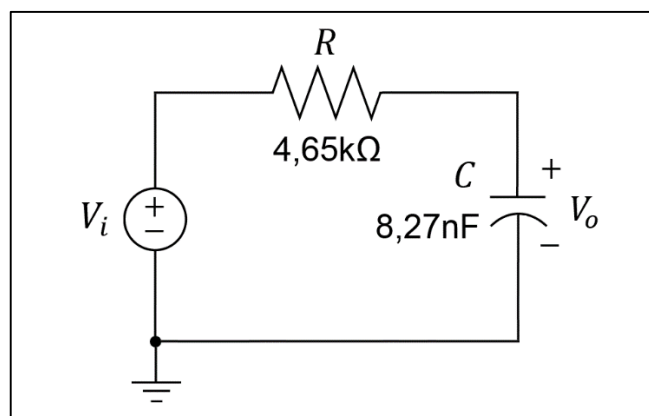


Figura 14 - Circuito RC série
Fonte: Autoria própria.

O comportamento dinâmico do circuito RC série pode ser avaliado em relação a frequência de corte, definida pela seguinte equação: $\omega_c = 1/RC$. Assim, para baixas frequências, a reatância capacitiva é muito grande, logo a tensão de saída tende a ser igual a tensão de entrada. Ao passo que para altas frequências, a reatância capacitiva tende a diminuir e, conseqüentemente, a tensão de saída é reduzida (MALVINO e BATES, 2011). O circuito RC série é frequentemente referido como um circuito de atraso, uma vez que para altas frequências o mesmo atua atrasando a tensão de saída em relação a tensão na entrada. O Apêndice – A apresenta a modelagem física-matemática do circuito RC série, resultando tanto na função de transferência como o modelo no espaço de estados. Este sistema é caracterizado por um modelo de primeira ordem.

7.1.2 Circuito RLC série

Outro exemplo de circuito elétrico passivo para aplicação das metodologias de identificação consiste no circuito RLC série, representado na Figura 15. Este sistema é caracterizado por tratar-se de um circuito ressonante, visto que é constituído essencialmente de uma indutância e uma capacitância, bem como por uma resistência que influencia no formato da curva de ressonância.

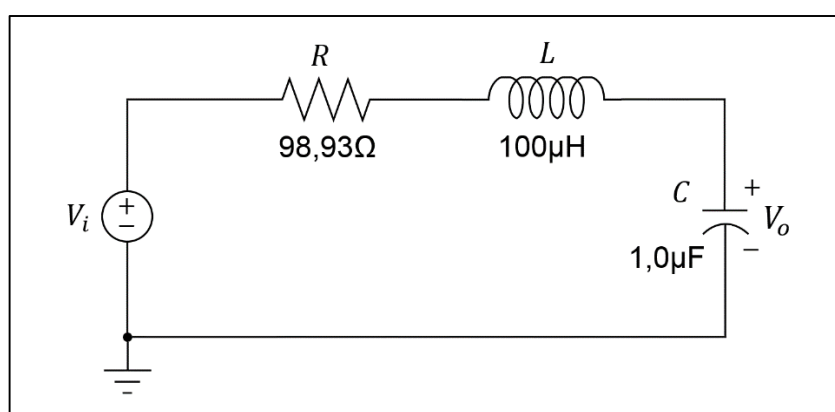


Figura 15 - Circuito RLC série.
Fonte: Autoria própria.

Um circuito elétrico ressonante é caracterizado por um pico de tensão ou de corrente na resposta para uma determinada frequência de ressonância (ω_s), na forma gráfica algo semelhante a uma função gaussiana. Este circuito tem diversas aplicações práticas, como exemplo sistemas de sintonia de rádio e televisão, em que a frequência de um determinado canal corresponde a um destes picos na resposta (BOYLESTAD, 2004).

Para o caso do circuito RLC série, para que ocorra a ressonância é necessário que a reatância capacitiva seja igual a reatância indutiva ($X_L = X_C$). Para este caso a frequência de ressonância é dada por $\omega_s = 1/\sqrt{LC}$. O Apêndice – B apresenta a modelagem física-matemática do circuito RLC série, resultando tanto na função de transferência como o modelo no espaço de estados. Este sistema é caracterizado por um modelo de segunda ordem.

7.2 CIRCUITOS ELÉTRICOS ATIVOS

Um circuito elétrico ativo construído por meio de amplificadores operacionais pode ser utilizado para implementar funções arbitrárias em um sistema. Como exemplo, filtros ativos constituídos por resistores, capacitores e amplificadores operacionais, possuem comportamento característico no domínio da frequência. Portanto é interessante aplicar as metodologias de identificação nestes sistemas, de modo a avaliar se é possível caracterizar o comportamento dinâmico dos mesmos. A seguir são apresentados dois circuitos elétricos ativos para a aplicação das metodologias propostas neste trabalho.

7.2.1 Filtro passa-baixa de 1ª ordem

O circuito apresentado na Figura 16 é um filtro ativo passa-baixa de primeira ordem, sendo o amplificador na configuração inversora e alimentação simétrica.

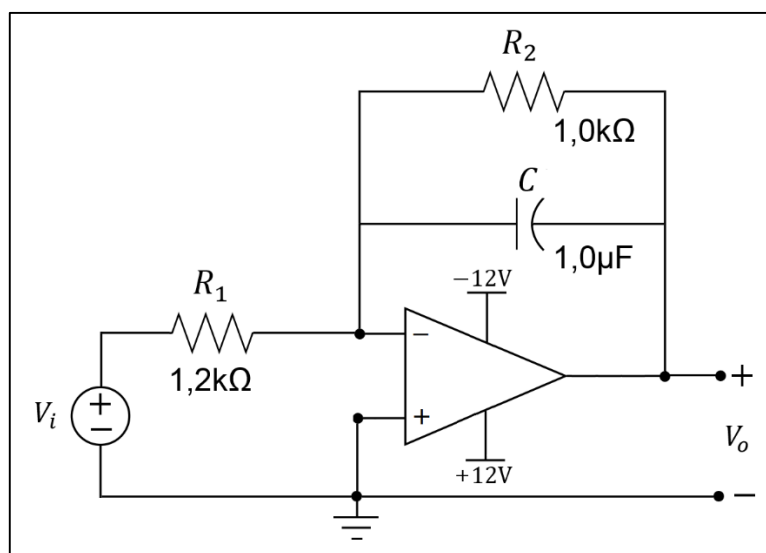


Figura 16 – Filtro passa-baixa de 1ª ordem.
Fonte: Autoria própria.

O comportamento dinâmico deste filtro pode ser avaliado em dois estágios, em relação a frequência de corte, definida como $\omega_c = 1/(R_2C)$. Em baixas frequências o capacitor se comporta como um circuito aberto, logo o circuito atua como um

inversor de sinal com um ganho de tensão ($-R_2/R_1$). Ao passo que a medida que a frequência aumenta, a reatância capacitiva tende a diminuir e, conseqüentemente, a impedância de realimentação é reduzida, resultando em um ganho de tensão cada vez menor para o circuito (MALVINO e BATES, 2011). O Apêndice – C apresenta a modelagem física-matemática do filtro passa-baixa de primeira ordem.

7.2.2 Filtro passa-baixa de 2ª ordem

O circuito apresentado na Figura 17 opera como um filtro ativo passa-baixa de segunda ordem, também descrito na literatura como filtro passa-baixa Sallen-Key.

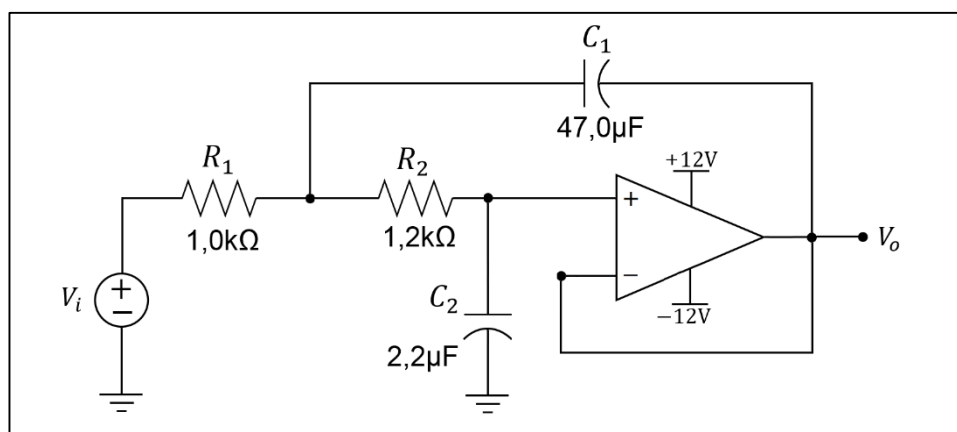


Figura 17 – Filtro passa-baixa de 2ª ordem.
Fonte: Autoria própria.

O comportamento dinâmico deste filtro pode ser avaliado em dois estágios. Para baixas frequências, ambos os capacitores operam como um circuito aberto, logo o circuito fornece um ganho de tensão unitário, em função da configuração como seguidor de tensão do amplificador operacional. Entretanto, com o aumento da frequência, a reatância capacitiva de C_2 tende a diminuir e, conseqüentemente, a tensão na entrada não inversora é reduzida. Contudo, o capacitor C_1 realiza uma realimentação positiva do sinal de saída. Desse modo é atenuado o efeito da diminuição de tensão na entrada não-inversora, influenciando no ganho de tensão do filtro (MALVINO e BATES, 2011). O Apêndice – D apresenta a modelagem física-matemática do filtro passa-baixa de segunda ordem, bem como a descrição dos parâmetros que caracterizam a operação deste circuito.

7.3 SERVOMECANISMO CC

Um servomecanismo CC é um equipamento constituído de um motor de corrente contínua, elementos eletrônicos e mecânicos. Para alcançar características operacionais específicas é necessária a implementação de sistemas de controle associados ao servomecanismo, pois assim um sensor envia sinais ao controlador, que por sua vez envia sinais de comando ao atuador (motor), e este atua sobre os parâmetros dos componentes mecânicos, tais como deslocamento angular e rotação.

As metodologias de identificação são implementadas em um módulo de ensino desenvolvido pela Datapool Eletrônica, modelo 2208. O Apêndice – E apresenta o modelo físico-matemático desenvolvido para o servomecanismo CC, segundo o manual do equipamento fornecido pelo fabricante.

O módulo é constituído por um servomotor de corrente contínua acoplado a um conjunto de engrenagens, que por sua vez aciona e rotaciona a parte mecânica (ponteiro). A tensão fornecida ao enrolamento de armadura do servomotor é controlada por um driver de acionamento linear, sendo que este fornece sinais de comando na faixa de -5V a 5V. Para aferir a rotação do eixo é utilizado um tacômetro, que fornece valores de tensão entre 0 a 5V proporcionais a velocidade do eixo. Para aferir o deslocamento angular um servo-potenciômetro atua como transdutor (DATAPOOL, 2006). O módulo e seus componentes são apresentados na Figura 18.

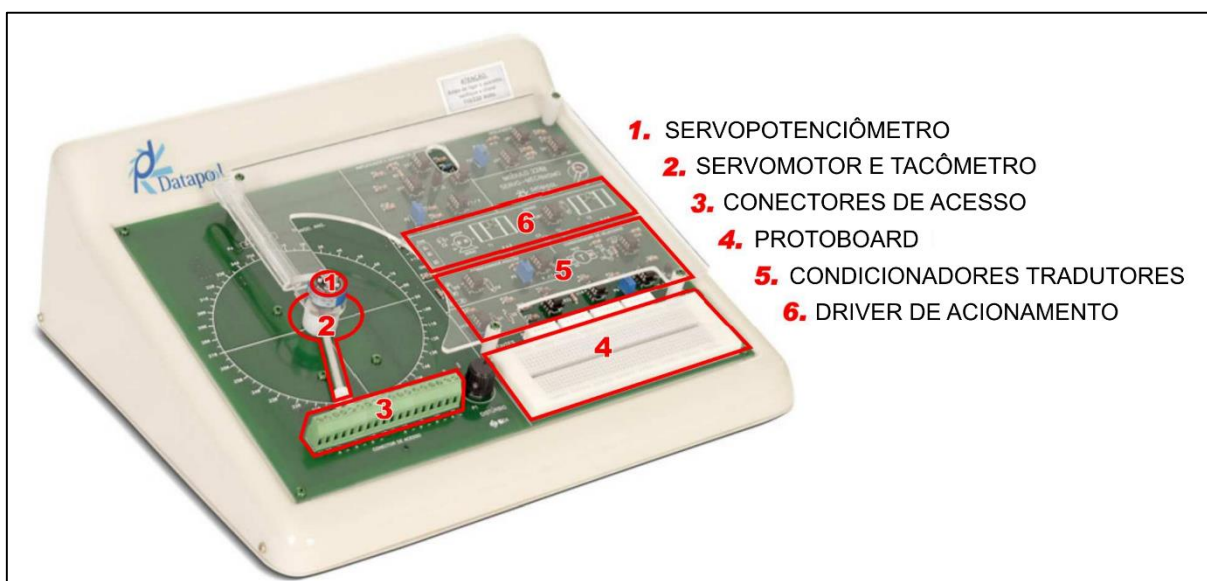


Figura 18 - Servomecanismo CC modelo 2208 produzido pela Datapool Eletrônica.
Fonte: Adaptado DATAPOOL, 2006.

7.4 CIRCUITOS AUXILIARES

Para aplicação das metodologias de identificação são necessários alguns circuitos auxiliares. Os métodos propostos levam em consideração o atraso de transporte existente nos sistemas dinâmicos reais. Entretanto, a maioria dos sistemas implementados neste trabalho são emulados a partir de circuitos elétricos passivos e ativos, os quais apresentam atraso nulo ou praticamente desprezível. Para considerar o atraso de transporte nos circuitos utilizados, implementou-se um sistema que atrasa o sinal de entrada para posterior aplicação do método de medição. O sistema consiste num filtro passa-todas de primeira ordem, o qual possui ganho unitário e desloca 90° na frequência de corte do filtro. O Apêndice – F(1) apresenta a modelagem teórica do circuito.

Para implementação da técnica de Yuwana e Seborg são necessários circuitos auxiliares para realizar funções específicas no processo, como por exemplo o controlador proporcional e a realimentação negativa unitária. O ganho proporcional pode ser implementado por meio de dois circuitos, constituídos por amplificadores operacionais e resistores, um destes implementa um ganho negativo por meio da configuração inversora do amplificador, enquanto o outro circuito implementa um ganho positivo por meio da configuração não-inversora do amplificador. O Apêndice – F(2) apresenta a modelagem teórica de ambos os circuitos. A realimentação unitária do sinal de saída pode ser realizada por meio de um circuito amplificador de diferenças, constituído por um amplificador operacional e quatro resistores. Para isso é necessária uma condição de igualdade entre os valores dos componentes do circuito, de modo que o mesmo implementa a diferença entre o sinal de entrada e o sinal de realimentação. O Apêndice – F(3) apresenta a modelagem física-matemática do amplificador de diferenças.

A Figura 19 – (a), (b) e (c) apresenta o filtro passa-todas de primeira ordem para o atraso de transporte, o amplificador de diferenças para a realimentação do sinal de saída e os circuitos utilizados para fornecer um ganho proporcional ao sistema, respectivamente. Vale ressaltar que os valores dos componentes apresentados na figura foram previamente mensurados com o auxílio de um multímetro.

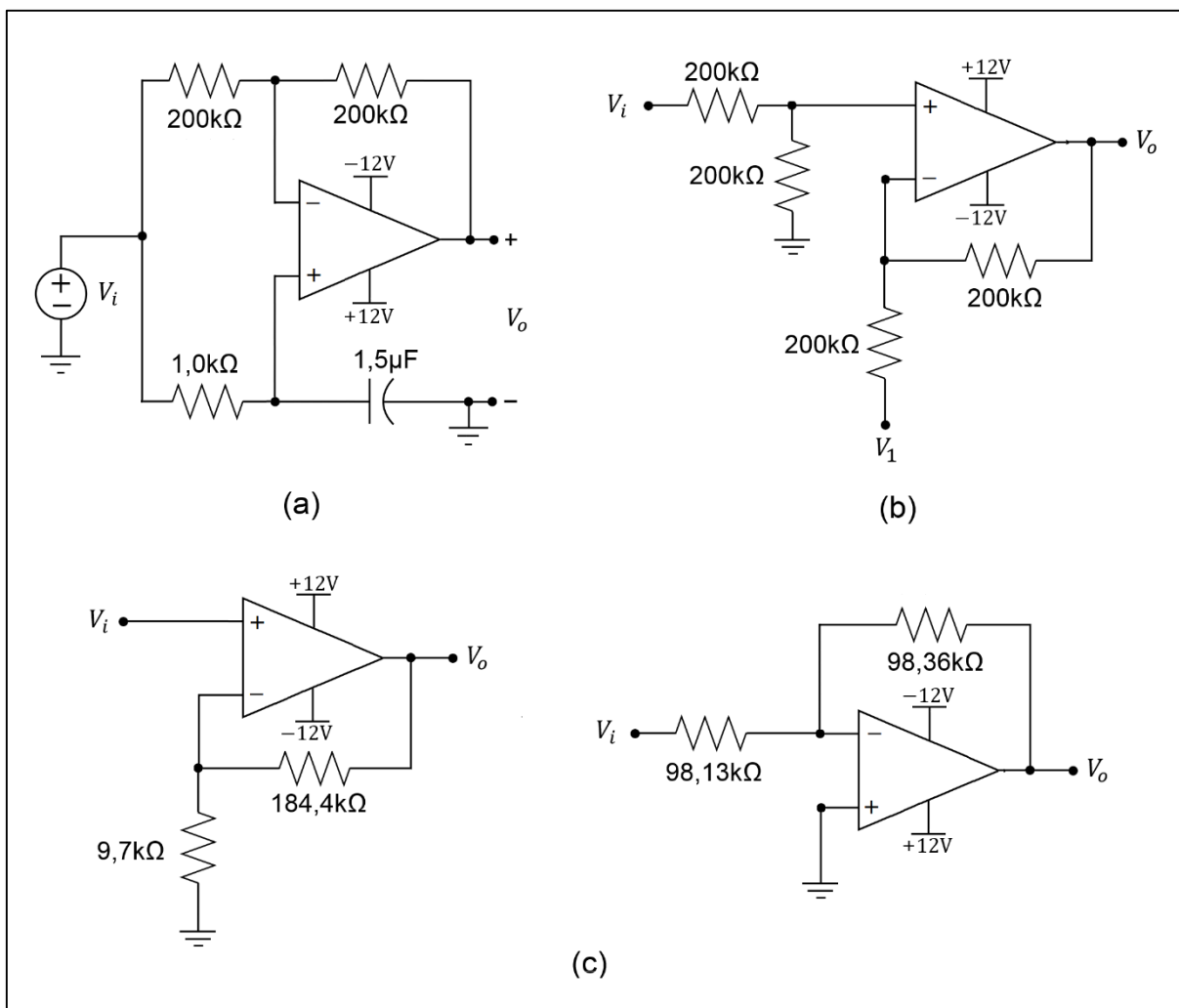


Figura 19 – Circuitos auxiliares: (a) Filtro de atraso de transporte; (b) Amplificador de diferenças; (c) Circuitos amplificadores do ganho.

Fonte: Autoria própria.

8 SIMULAÇÕES

As simulações dos sistemas propostos para identificação são desenvolvidas tanto no Matlab/Simulink como no PSpice, possibilitando assim a comparação entre os resultados entre os próprios softwares. Em sequência são apresentadas as funcionalidades de cada *software*, como também a descrição das etapas para realizar as simulações dos sistemas.

8.1 MATLAB

Por meio do Matlab os sistemas podem ser analisados e simulados por intermédio de diversas funções e recursos. As informações apresentadas neste trabalho são fornecidas segundo a página de suporte do *software*, destacando-se como complemento o trabalho de Gilat (2006). O Apêndice – G(1) apresenta os algoritmos desenvolvidos para análise de cada sistema proposto para identificação, considerando os valores experimentais dos componentes.

O Matlab permite aplicar diversas funções para analisar o comportamento dinâmico dos sistemas, bem como avaliar a resposta de um determinado modelo a sinais de entrada específicos. Em sequência são apresentados a descrição de alguns dos recursos que são implementados neste trabalho para simular os sistemas sob estudo:

- Para criar um modelo de um determinado sistema é necessário a princípio a definição das variáveis relacionadas aos componentes do mesmo. Em seguida, uma das opções consiste em representar o sistema por meio de uma função de transferência. Neste caso são criados dois vetores, um dos coeficientes do polinômio do numerador da FT (num) e outro dos coeficientes do polinômio do denominador da FT (den), conforme o modelo teórico. Desse modo, por meio da função tf o Matlab gera uma FT contínua no tempo. Conforme o exemplo: $G=tf(num, den)$.

- Caso seja relevante, a função de transferência resultante pode ser convertida em um modelo no espaço de estados. Por exemplo: $[a, b, c, d] = \text{tf2ss}(\text{num}, \text{den})$ e $G_{ss} = \text{ss}(a, b, c, d)$. Neste caso G_{ss} é o modelo do sistema no espaço de estados, sendo os parâmetros a, b, c e d as matrizes que caracterizam o mesmo.
- Conforme a definição da FT, é possível aplicar a função $\text{pzmap}(G)$, como resultado é gerado uma figura que representa a posição dos polos e zeros que caracterizam o sistema no plano complexo. Contudo, para uma análise mais completa, ao aplicar a função $\text{rlocus}(G)$, é gerado uma figura do comportamento dos polos em malha fechada do sistema em relação a variação do ganho K do sistema. Na literatura de controle este é um método usual para análise de sistemas, definido como o método do lugar das raízes, ou *Root Locus*.
- Para avaliar a resposta ao degrau do sistema é utilizado a função $\text{step}(G)$, como resultado é gerado uma figura com a resposta do sistema a um degrau unitário. Caso seja importante obter vetores com os dados gerados, pode ser utilizado o seguinte comando: $[y, t] = \text{step}(G)$, sendo y e t vetores com os valores de saída e de tempo, respectivamente.
- Para avaliar a resposta em frequência do sistema é utilizado a função $\text{bode}(G)$, como resultado é gerado uma figura com os gráficos da magnitude (dB) e da fase ($^{\circ}$) em função da frequência (rad/s) em escala logarítmica. Caso seja importante obter os vetores com os dados, pode ser utilizado o seguinte comando: $[\text{mag}, \text{fase}, w] = \text{bode}(G)$, sendo mag , fase e w os vetores com os valores da magnitude, fase e frequência, respectivamente.
- Outro recurso do Matlab permite avaliar a resposta do sistema frente a sinais arbitrários, para isso a função gensig cria sinais de teste, tais como sinais senoidais, ondas quadradas ou pulsos periódicos. Como exemplo: $[u, t] = \text{gensig}(\text{'square'}, \text{per}, \text{tf}, \text{ts})$, neste caso é gerado uma onda quadrada, sendo per o período da onda, tf o tempo final e ts a taxa de amostragem, enquanto u e t são os vetores que caracterizam o sinal gerado. Assim, a resposta do sistema pode ser analisada por meio da função $\text{lsim}(G, u, t)$. Como resultado é gerado uma figura com a resposta do sistema representado por G ao sinal de entrada previamente gerado.

8.2 SIMULINK

O Simulink é uma ferramenta integrada ao ambiente Matlab, contudo as simulações são realizadas por meio de diagramas de blocos que representam o sistema sob estudo. Neste trabalho este *software* é utilizado como complemento para comparação de resultados. Os sistemas descritos para aplicação das metodologias são também modelados por intermédio do Simulink, contudo para facilitar a futura comparação dos modelos obtidos, é dada prioridade aos algoritmos implementados por meio do Matlab.

A implementação da técnica de Yuwana e Seborg é simplificada por intermédio do Simulink, uma vez que o método propõe que o sistema sob estudo esteja em série com um controlador proporcional, sob ação de uma realimentação negativa unitária e que a resposta ao degrau seja subamortecida com pelo menos dois picos. Neste caso é necessário que o ganho do controlador proporcional seja ajustado até que a resposta aproxime-se das especificações requeridas.

Por exemplo, considerando-se o caso do circuito RC série, conforme a teoria este sistema é representado por uma FT de primeira ordem. Vale ressaltar que para este caso não é esperado um atraso de transporte factível na resposta, contudo como informado anteriormente é utilizado um circuito auxiliar para gerar o atraso de transporte. A Figura 20 apresenta o modelo do circuito RC com o circuito auxiliar de atraso de transporte implementado no Simulink com auxílio da biblioteca Simscape.

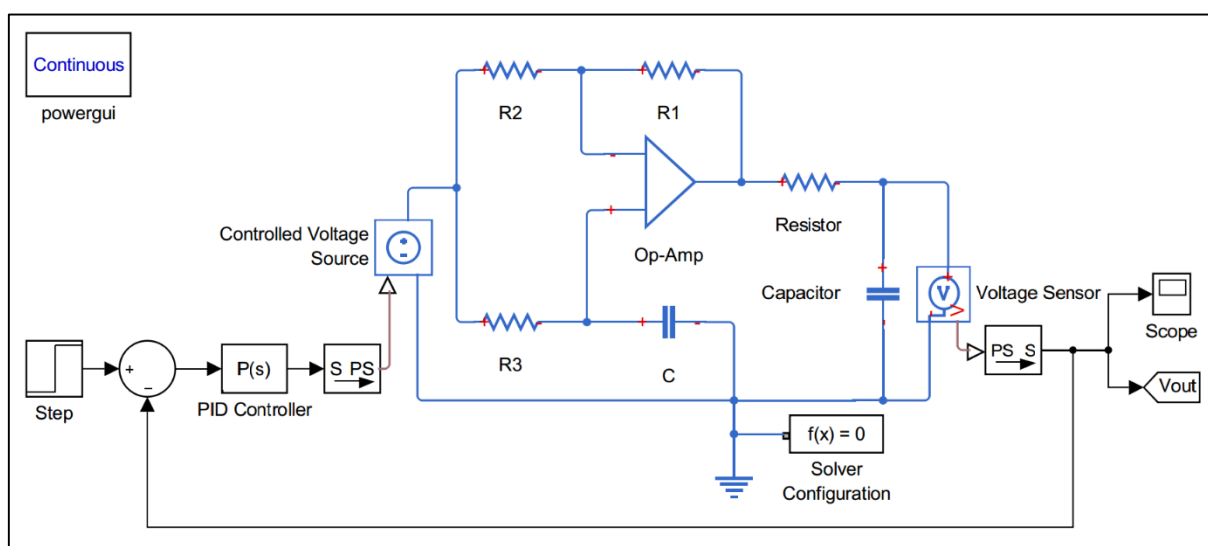


Figura 20 - Modelo do circuito RC série com filtro de atraso implementado no Simulink.
Fonte: Autoria própria, Simulink.

A seguir são descritas considerações necessárias para a simulação do sistema no Simulink:

- Os elementos contidos neste modelo fazem parte das seguintes bibliotecas: *Simulink* e *Simscape*. A primeira contém os blocos básicos para simulação de sistemas, enquanto a segunda é constituída de diversos modelos, tais como elementos elétricos, mecânicos, hidráulicos e sistemas de potência.
- Em razão de utilizar elementos da biblioteca *Simscape* é necessário o bloco *powergui*, visto que este determina os modos de simulação e análise do modelo desenvolvido. Neste caso *continuous* é o modo como é solucionado o sistema de equações que representa o sistema.
- Ao conectar diversos elementos da biblioteca *Simscape* é necessário um bloco *Solver Configuration*, pois este cria uma rede física com os elementos e fornece as configurações iniciais para a resolução do modelo.
- O bloco *PID Controller* implementa um controlador PID, contudo para esta aplicação só é executada a ação do controlador proporcional. Neste ponto que o Simulink permite uma estratégia para aplicação da técnica de Yuwana e Seborg, pois após a simulação do sistema este bloco fornece a opção *Tune* para ajuste de parâmetros, possibilitando de forma interativa ajustar o valor do ganho proporcional e ao mesmo tempo analisar como a curva de resposta ao degrau é alterada. Desse modo, estima-se um valor para o ganho K suficiente para garantir que a resposta seja subamortecida com pelo menos dois picos.
- Para configurar a simulação é executado a opção *Model Configuration Parameters* no menu *Simulation*. Em seguida define-se o tempo inicial e o tempo final de simulação. O Simulink já assume algumas configurações automáticas para o modelo desenvolvido, contudo em alguns casos os resultados obtidos não são satisfatórios. Para este exemplo é necessário o ajuste de alguns parâmetros, tais como o tamanho máximo do passo de cálculo (100×10^{-12}) e a tolerância relativa (1×10^{-03}). Outra configuração importante consiste no *Solver* utilizado, para este modelo foi selecionado a opção *Variable-step* com a aplicação do *Solver ode23t*. Esta última configuração depende das características do modelo, recomenda-se consultar *Choose a Solver* na página de suporte do *software*.

8.3 PSPICE

O PSpice é um *software* integrado a suíte OrCAD®. Uma de suas vantagens é a variedade de modos de configuração para análise e simulação de circuitos elétricos. Neste trabalho este *software* é utilizado juntamente com o Matlab para comparação dos resultados. A seguir são apresentados dois exemplos, entre os sistemas selecionados para identificação, com a descrição das metodologias para realizar as simulações tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência por meio do PSpice, neste trabalho é utilizado a versão 9.2 para estudantes.

A Figura 21 apresenta o modelo do filtro passa-baixa de segunda ordem implementado no PSpice. Os componentes deste modelo são adicionados por meio da opção *Part* no menu *Place*, contudo os mesmos são divididos entre bibliotecas específicas, sendo estas: *Analog*, *Source* e *Opamp*. A fonte de alimentação é um *Vpulse*, para este caso é necessário a definição de alguns parâmetros de modo que o pulso gerado se comporte como um degrau no período de análise. Neste caso, $V1$ é o nível de tensão inicial do pulso, $V2$ é o nível de tensão resultante para o pulso, TD é o tempo de atraso, TR é o tempo de subida correspondente ao período necessário para a rampa subir do nível $V1$ para $V2$, TF é o tempo de descida correspondente ao período necessário para que o pulso desça do nível $V2$ para $V1$, PW é o período de tempo que o pulso tem o nível de tensão igual a $V2$, enquanto PER é o período necessário para que um novo pulso com as mesmas características seja gerado.

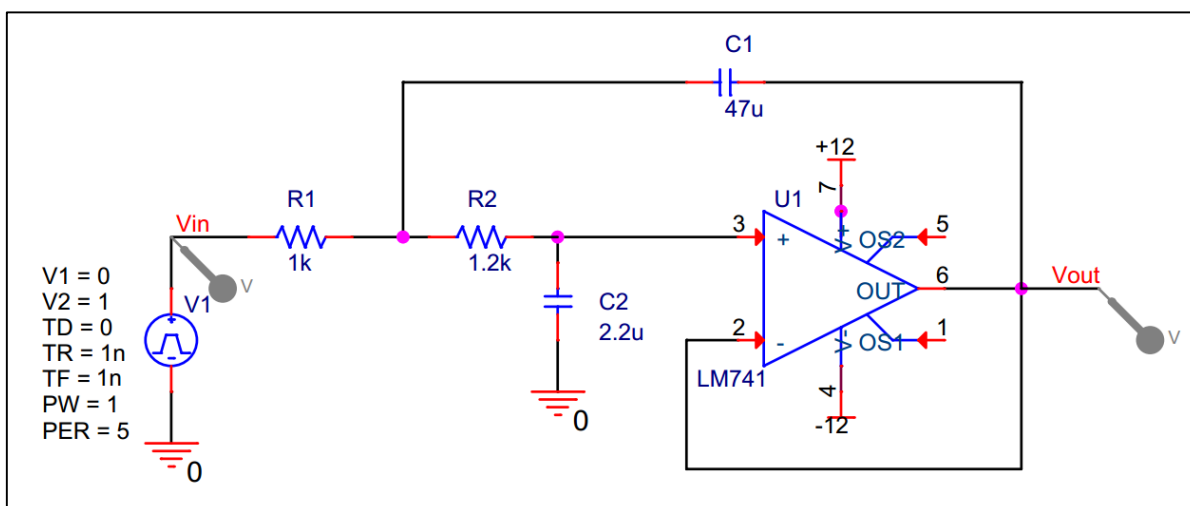


Figura 21 – Modelo do filtro passa-baixa de 2ª ordem no PSpice.
Fonte: Autoria própria, PSpice.

Para realizar a simulação do circuito são necessárias algumas configurações, a partir do menu *PSpice* é criado um novo perfil para a simulação, para este exemplo será realizada a simulação em regime transitório, assim é selecionado o modo de análise *Time Domain (Transient)*, em sequência são especificados os seguintes parâmetros: tempo de duração da simulação e o tamanho máximo do passo de cálculo. Este segundo parâmetro influencia no número de pontos que caracterizam a curva de resposta, para este exemplo foi utilizado o valor de $1 \times 10^{-06}s$. Por fim, a partir do menu *PSpice* é selecionado a opção *Run* para iniciar a simulação. A Figura 22 apresenta a resposta ao degrau do filtro passa-baixa de segunda ordem por meio do PSpice, sendo o sinal em vermelho o degrau aplicado como entrada e o sinal em azul o sinal de resposta do filtro.

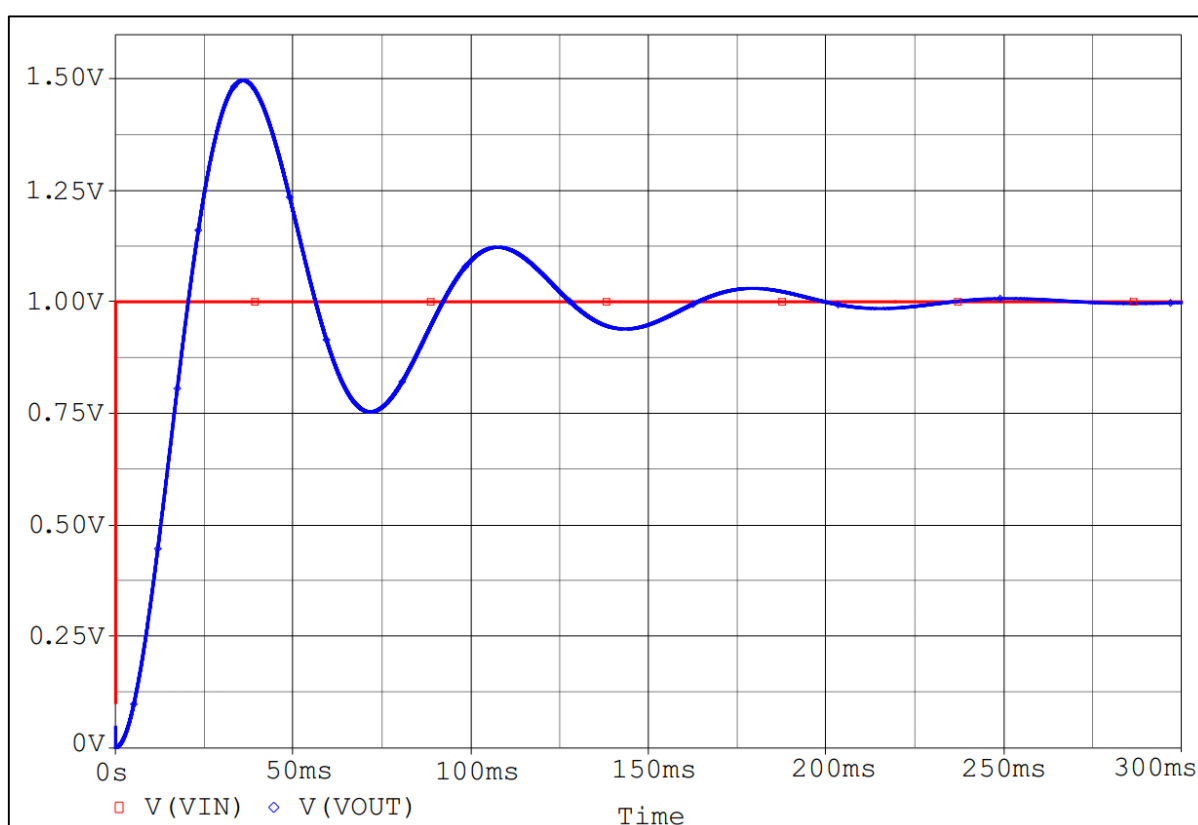


Figura 22 - Resposta ao degrau do filtro passa-baixa de 2ª ordem obtida por meio do PSpice.
Fonte: Autoria própria, PSpice.

Como exemplo, a simulação no domínio da frequência será demonstrada no modelo do circuito RLC série. Da mesma forma que para o exemplo anterior, os componentes são adicionados por meio da opção *part* no menu *Place*. Para facilitar a análise do sistema é importante definir nomes para referenciar a entrada e a saída

do circuito, para isso é utilizado a opção *Net alias* presente no menu *Place*. Neste caso define-se a fonte de alimentação como V_{in} e a tensão sobre o capacitor como V_{out} . Como fonte de alimentação é utilizada a V_{sin} . A Figura 23 apresenta o modelo resultante do circuito RLC implementado no PSpice.

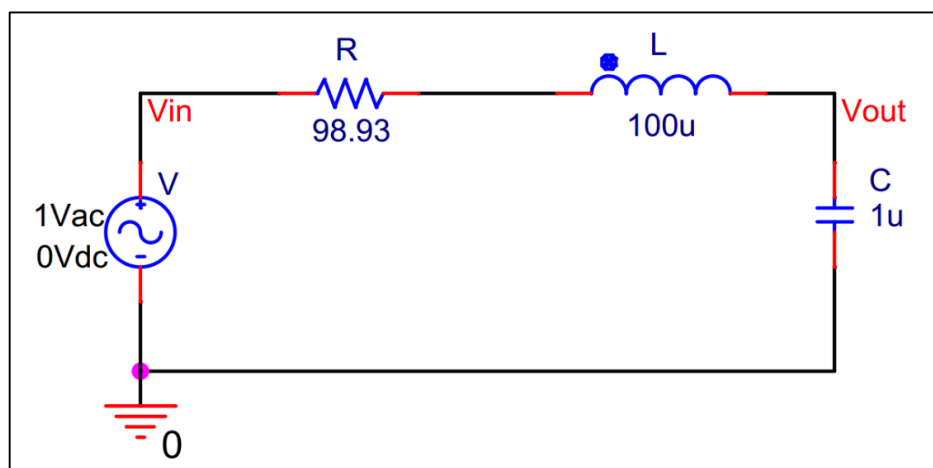


Figura 23 - Modelo do circuito RLC série no PSpice.
Fonte: Autoria própria, PSpice.

Para realizar a simulação do circuito é criado um novo perfil de simulação por meio do menu *PSpice*, para este exemplo será realizada a simulação no domínio da frequência. Portanto é selecionado o modo de análise *AC Sweep/Noise*, em seguida é selecionado a escala logarítmica subdividida por meio de décadas, e então são especificados os seguintes parâmetros: a frequência inicial, frequência final para análise e o número de pontos por década.

Por fim, a partir do menu *PSpice* é selecionado a opção *Run* para iniciar a simulação. Após isso, é necessário gerar cada curva individualmente, para isso é selecionado a opção *Add Trace* e em seguida define-se a seguinte expressão: $DB(V(Vout)/V(Vin))$, a curva resultante representa o módulo em decibéis. Em seguida é adicionado um novo campo por meio da opção *Add Plot to Window* presente no menu *Plot*, e da mesma forma é selecionado a opção *Add Trace*, para então definir a seguinte expressão: $P(V(Vout)/V(Vin))$, a curva resultante representa a fase em graus. A Figura 24 apresenta o diagrama de Bode para o circuito RLC série construído de acordo com os passos descritos anteriormente. Todas as etapas descritas para a simulação no domínio do tempo e da frequência são aplicadas da mesma forma para os outros sistemas sob estudo.

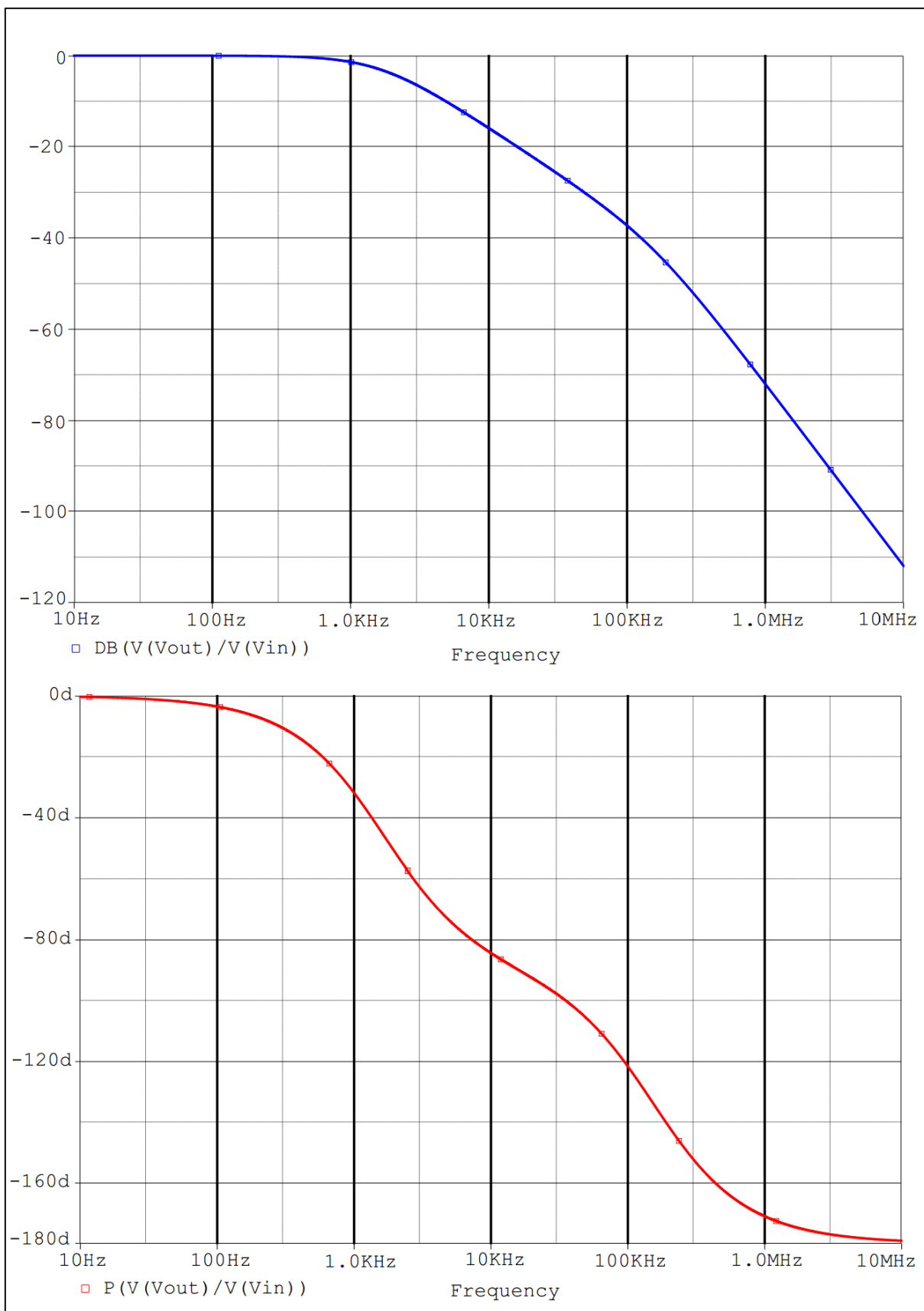


Figura 24 - Diagrama de Bode, módulo (azul) e fase (vermelho), do circuito RLC série obtido por meio do PSpice.

Fonte: Autoria própria, PSpice.

9 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A implementação prática é realizada com a utilização do equipamento PicoScope®, modelo 3206B, desenvolvido pela empresa *Pico Technology*. Este dispositivo apresenta características multifuncionais, pois pode operar como osciloscópio, analisador de espectro e gerador de funções. A Figura 25 apresenta o equipamento descrito.

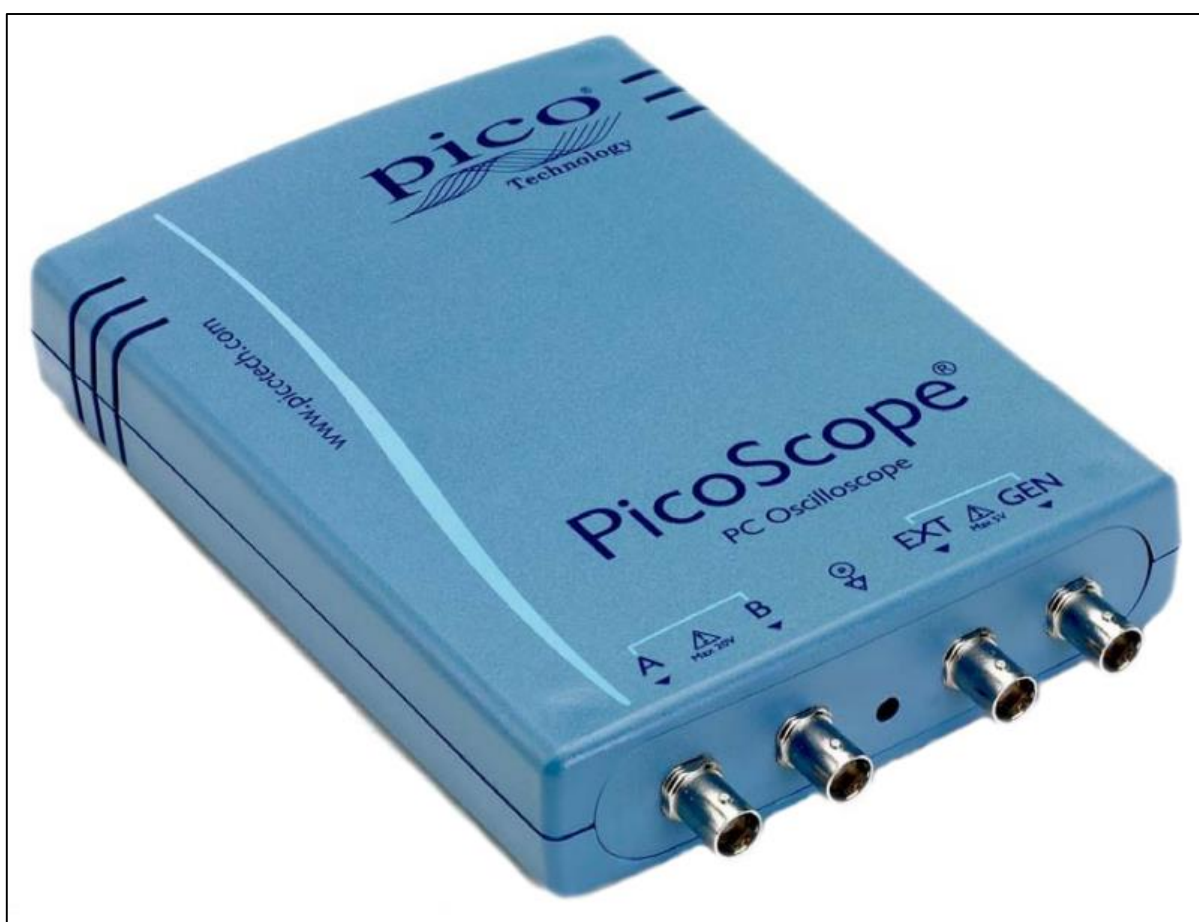


Figura 25 - PicoScope® modelo 3206b produzido pela *Pico Technology*.
Fonte: PICO, 2013.

Este equipamento possui dois canais analógicos para operação como osciloscópio, sendo a largura de banda analógica (*bandwidth*) de 200 MHz, podendo operar a uma taxa de amostragem máxima de 500 MS/s. Como analisador de espectro o equipamento pode operar a uma frequência digital máxima de 100 MHz. A aquisição de sinais é realizada a uma resolução de 8 bits, contudo as configurações permitem aumentar a resolução para 12 bits, fornecendo resultados mais satisfatórios. A

conexão e alimentação é realizada via interface USB. É importante respeitar os níveis de tensão aceitos, visto que para as entradas analógicas o range de tensão é de $\pm 50\text{mV}$ até $\pm 20\text{V}$, enquanto o módulo gerador de funções (GEN) pode produzir sinais com o range de tensão na faixa de $\pm 2\text{V}$ (PICO, 2013). Neste trabalho a aquisição dos sinais é realizada a uma taxa de amostragem de 5 MS/s .

Como informado, este equipamento é caracterizado por possuir um módulo GEN, que atua tanto como um gerador de formas de onda arbitrárias (AWG – do inglês *Arbitrary Waveform Generator*), como um gerador de funções, tais como, senóide, onda quadrada, onda triangular e modos DC. Vale destacar que o módulo AWG permite criar e editar formas de onda via *software* conforme requisitos de controle.

Para os procedimentos experimentais o PicoScope® é associado ao *software* Pico Scope 6, disponibilizado no site do fabricante. Desse modo, um computador é utilizado como a interface para visualização dos sinais obtidos, permitindo de maneira mais simples a aquisição e edição dos sinais, tanto como representações gráficas como vetores de dados. O recurso gerador de sinal permite realizar as configurações necessárias para gerar os sinais conforme as metodologias propostas.

Em todos os experimentos práticos é utilizado um circuito seguidor de tensão na entrada, também descrito na literatura como seguidor de tensão ou *buffer*. A Figura 26 apresenta o circuito utilizado, sendo o mesmo implementado na configuração não inversora. Como característica ideal do amplificador, pode-se considerar o curto-circuito virtual entre as entradas. Logo, a tensão de saída é igual a tensão de entrada.

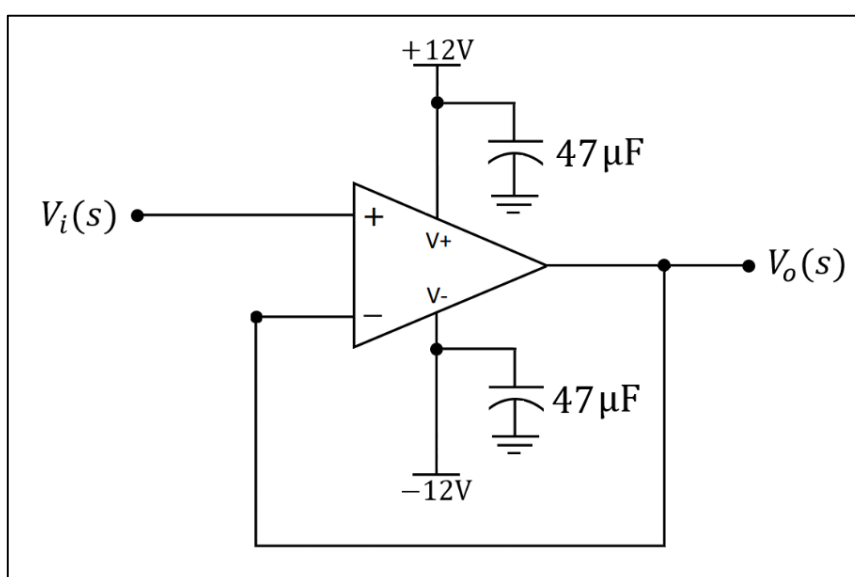


Figura 26 - Circuito seguidor de tensão para implementação prática.
Fonte: Autoria própria.

O *buffer* atua como uma interface isolando a entrada do sistema a ser identificado do dispositivo responsável por gerar os sinais. Dessa forma não se tem problemas de casamento de impedâncias, devido à alta resistência de saída gerador, com relação aos circuitos utilizados; assim como a fonte de alimentação é quem fica responsável por fornecer corrente para os circuitos, não sobrecarregando o dispositivo responsável por gerar os sinais.

Conforme apresentado na Figura 26, são conectados dois capacitores de $47\mu\text{F}$ da fonte de alimentação para o terra, com o objetivo de minimizar o ruído proveniente da fonte de alimentação

Para o método da resposta ao degrau o procedimento é simples. Uma onda quadrada de 1V pico a pico e 0,5V de *offset* é utilizada como sinal de entrada. Define-se o período da onda de forma a ter um degrau de excitação, na transição de baixo para alto, e o sinal permanecer nessa amplitude o tempo necessário para obter-se a resposta ao degrau do sistema, isto é, do período transitório até alcançar o valor em regime permanente. A partir do sinal adquirido, aplicam-se os métodos detalhados na seção 5.1. O Apêndice – G(2) apresenta os algoritmos dos métodos de identificação para as técnicas da resposta ao degrau.

Para o método dos sinais harmônicos são selecionados sinais senoidais com diferentes frequências. Para isso é realizado um estudo prévio do comportamento dinâmico de cada sistema no domínio da frequência, com a finalidade de analisar qual a faixa de frequências que caracteriza a operação do sistema. Em sequência, os sinais senoidais gerados são aplicados ao sistema para aquisição dos sinais de saída e, a partir destes são realizados os cálculos. Num caso prático, em que o sistema não é conhecido, faz-se primeiramente uma varredura em frequência, sem aquisição, para observar em quais frequências serão realizados os experimentos, de acordo com a intensidade do sinal de saída.

Em sequência são calculados os parâmetros que caracterizam a resposta em frequência do sistema. O módulo é estimado pela razão da amplitude do sinal de saída pela amplitude do sinal de entrada. Já a fase é estimada a partir dos tempos em que os picos dos sinais ocorrem. Dessa forma, mede-se o deslocamento de fase, entre o pico do sinal de saída e o pico do sinal de entrada. A partir da frequência da senóide aplicada é calculado o período do sinal, sendo este período equivalente a 2π rad ou 360° , ao passo que o deslocamento de fase estimado é proporcional a fase do sistema.

O método da transformada de Fourier é implementado por intermédio do algoritmo apresentado no Apêndice – G(2). Para esta técnica são aplicados como sinais de entrada ondas quadradas. Faz-se a aquisição dos sinais de entrada e saída no domínio do tempo. Em sequência aplica-se a transformada rápida de Fourier por meio da função `fft` e observam-se os gráficos do módulo e fase da transformada de Fourier, em função da frequência.

Para cada frequência, correspondente à frequência fundamental da onda quadrada e as harmônicas ímpares, divide-se os módulos dos espectros dos sinais de saída pela entrada, em V/V , ou subtrai-se o módulo do espectro do sinal de saída do módulo do espectro do sinal de entrada, em dB. Para estimar a fase, subtraem-se os ângulos de fase dos sinais de saída dos ângulos de fase dos sinais de entrada.

Tanto o método dos sinais harmônicos quanto o método da transformada de Fourier fornecem como resultados pontos do diagrama de Bode. Portanto, como são obtidos um conjunto de pontos de uma curva, é interessante aplicar um método de interpolação, pois desse modo é possível estimar as curvas do módulo e fase, para então compará-las com o diagrama de Bode teórico do sistema. E a partir destas estima-se a função de transferência do sistema

A interpolação é realizada por meio do Matlab. Para isso utiliza-se a função `interp1`, já os métodos de interpolação aplicados são `'linear'` e `'spline'`. Portanto, são selecionados os dados do módulo e fase em vetores, por exemplo `mod` e `fase`, bem como um vetor correspondente as frequências dos pontos, `f`. Define-se um vetor de frequências auxiliar, conforme o exemplo, `xf=f(1):1:f(end)`. E a partir deste é realizado a interpolação, por meio dos seguintes comandos:

```
ymod=interp1(f,mod,xf,'linear')
yfase=interp1(f,fase,xf,'spline')
```

Por fim, as curvas resultantes pela interpolação podem ser comparadas com as respectivas curvas teóricas. Para isso são plotados os seguintes gráficos:

```
semilogx(xf,ymod,'k:')
semilogx(xf,yfase,'k:')
```

9.1 CIRCUITO ELÉTRICOS PASSIVOS

9.1.1 Circuito RC série

O circuito RC série é caracterizado por um modelo de primeira ordem conforme a teoria. Na descrição dos sistemas para estudo são apresentados os valores dos componentes, conforme a Figura 14. Partindo deste pressuposto, o método da resposta ao degrau pode ser implementado por meio da técnica de Ziegler e Nichols e pela técnica de Yuwana e Seborg.

Para a implementação da técnica de Ziegler e Nichols, os testes são realizados com o circuito RC série em malha aberta sem o circuito auxiliar de atraso de transporte. A Figura 27 apresenta a resposta ao degrau obtida experimentalmente com a indicação dos parâmetros para o cálculo do modelo.

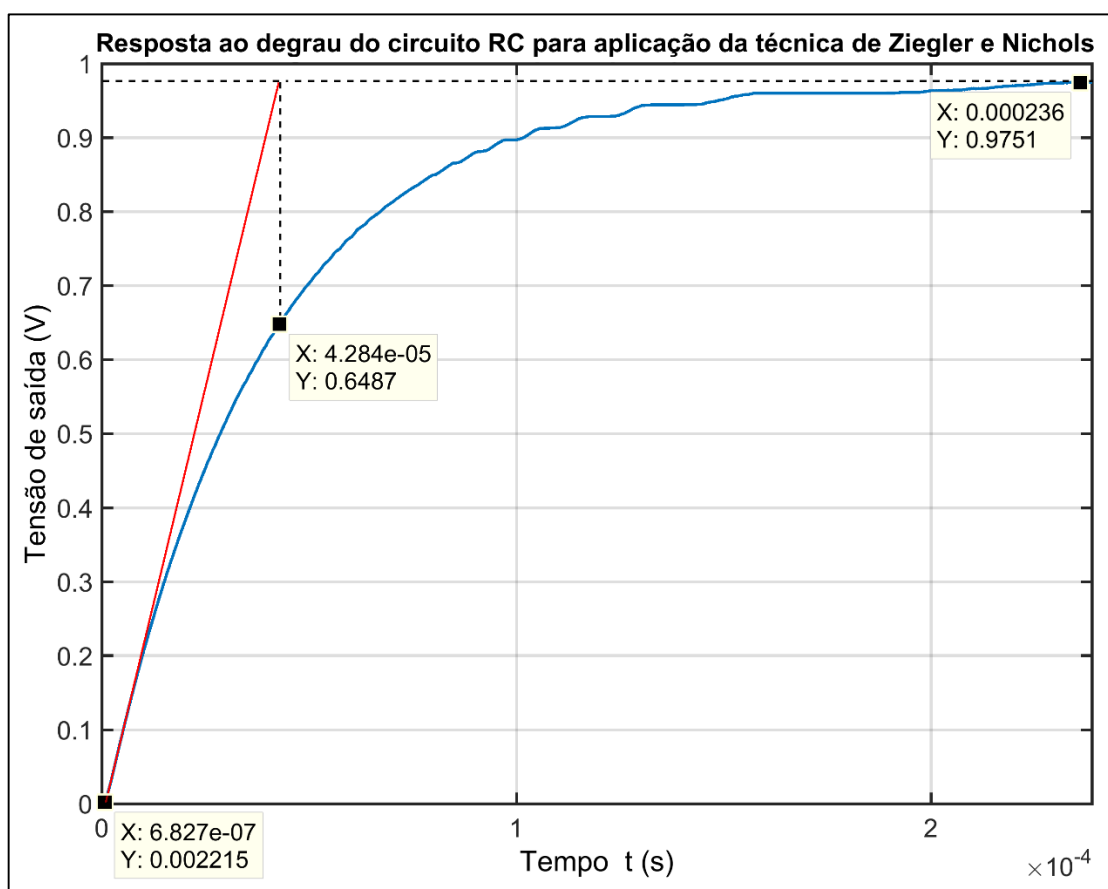


Figura 27 - Resposta ao degrau do circuito RC série para aplicação da técnica de Ziegler e Nichols.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

O sinal de entrada consiste em um degrau com amplitude $A = 0,9764$, gerado por meio do gerador de funções. Assim, a partir do sinal de resposta, apresentado na Figura 27, são estimados os parâmetros para o cálculo do modelo. O valor da resposta em regime permanente é $y(\infty) = 0,9751$. De acordo com a teoria é necessário traçar uma reta tangente ao ponto de máxima inclinação na curva de resposta. A reta é apresentada em vermelho na figura. A partir desta, são estimadas as duas constantes de tempo necessárias para a aplicação técnica, $\tau_1 = 6,827 \times 10^{-07}$ e $\tau_2 = 4,284 \times 10^{-05}$. Portanto, com o auxílio do algoritmo implementado para a técnica de Ziegler e Nichols, o modelo resultante para o circuito RC série é dado por:

$$G(s) = \frac{0,9987}{4,2157 \times 10^{-05}s + 1} e^{-6,827 \times 10^{-07}s} \quad (63)$$

Para aplicar a técnica de Yuwana e Seborg ao circuito RC série é necessário implementar os circuitos auxiliares, uma vez que tanto a realimentação unitária quanto a ação do controlador proporcional são realizadas por meio de circuitos com amplificadores operacionais. Para este sistema é implementado o circuito de atraso de transporte, possibilitando avaliar o comportamento dinâmico da resposta. Portanto, o procedimento experimental é realizado conforme o circuito esquemático apresentado na Figura 28.

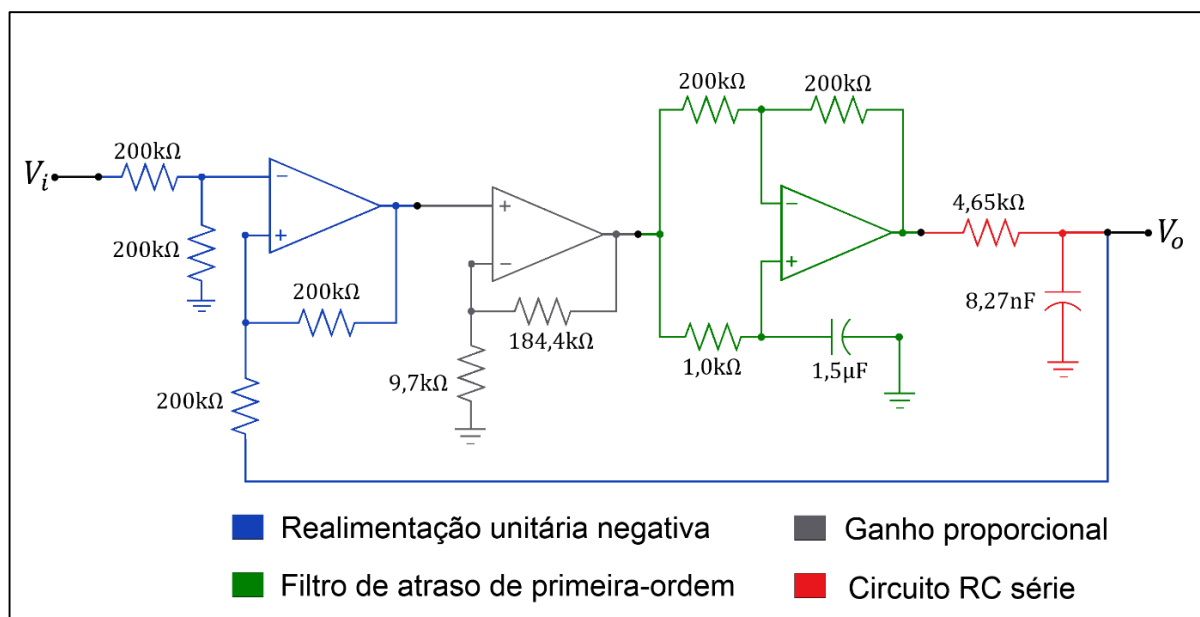


Figura 28 - Circuito esquemático da implementação prática para o circuito RC série utilizado na técnica de Yuwana e Seborg.

Fonte: Autoria própria.

O controlador proporcional é implementado na configuração não-inversora, neste caso o ganho resultante é obtido pela expressão: $1 + 184,4k/9,7k \cong 20$. Como sinal de entrada, é gerado um degrau com amplitude $A = 0,977$. A Figura 29 apresenta a resposta do circuito RC série, bem como a indicação dos parâmetros necessários para a implementação da técnica de YS.

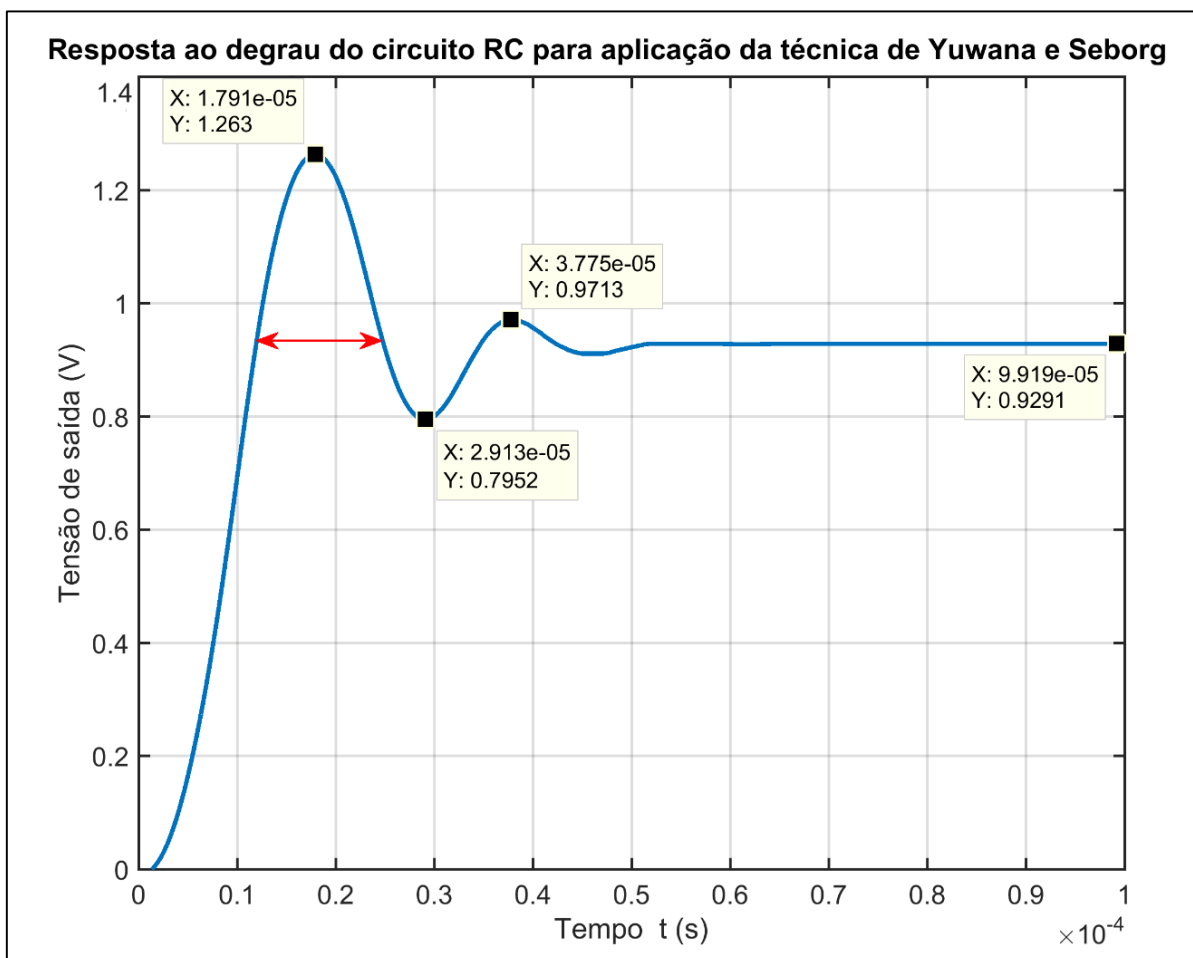


Figura 29 - Resposta ao degrau do circuito RC para aplicação da técnica de Yuwana e Seborg.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

De acordo com a Figura 29 são estimados os seguintes parâmetros: valor da resposta em regime permanente, $y(\infty) = 0,9291$; valor da resposta no instante do primeiro pico, $y_{p1} = 1,2635$; valor da resposta no instante do segundo pico, $y_{p2} = 0,97133$; valor da resposta no instante do primeiro mínimo, $y_m = 0,7952$; e o tempo decorrido entre o primeiro e o segundo instante em que a curva de resposta cruza com o valor em regime permanente, $\Delta T = 1,291 \times 10^{-05} s$. Portanto, com o auxílio do algoritmo implementado para a técnica de Yuwana e Seborg, o modelo resultante em malha fechada para o circuito RC série com o circuito de atraso é dado por:

$$G(s) = \frac{-2,838 \times 10^{-06}s + 0,951}{1,54 \times 10^{-11}s^2 + 2,471 \times 10^{-06} + 1} \quad (64)$$

Contudo, a partir dos parâmetros calculados pelo algoritmo é possível obter o modelo de primeira ordem do circuito RC série em malha aberta, representado pela seguinte FT:

$$G(s) = \frac{0,9702}{1,054 \times 10^{-04}s + 1} e^{-5,97 \times 10^{-06}s} \quad (65)$$

É interessante comparar os modelos identificados com o modelo teórico do circuito RC série. Por intermédio do Matlab é aplicado um degrau aos modelos para um determinado vetor de tempo. A Figura 30 apresenta as respostas obtidas.

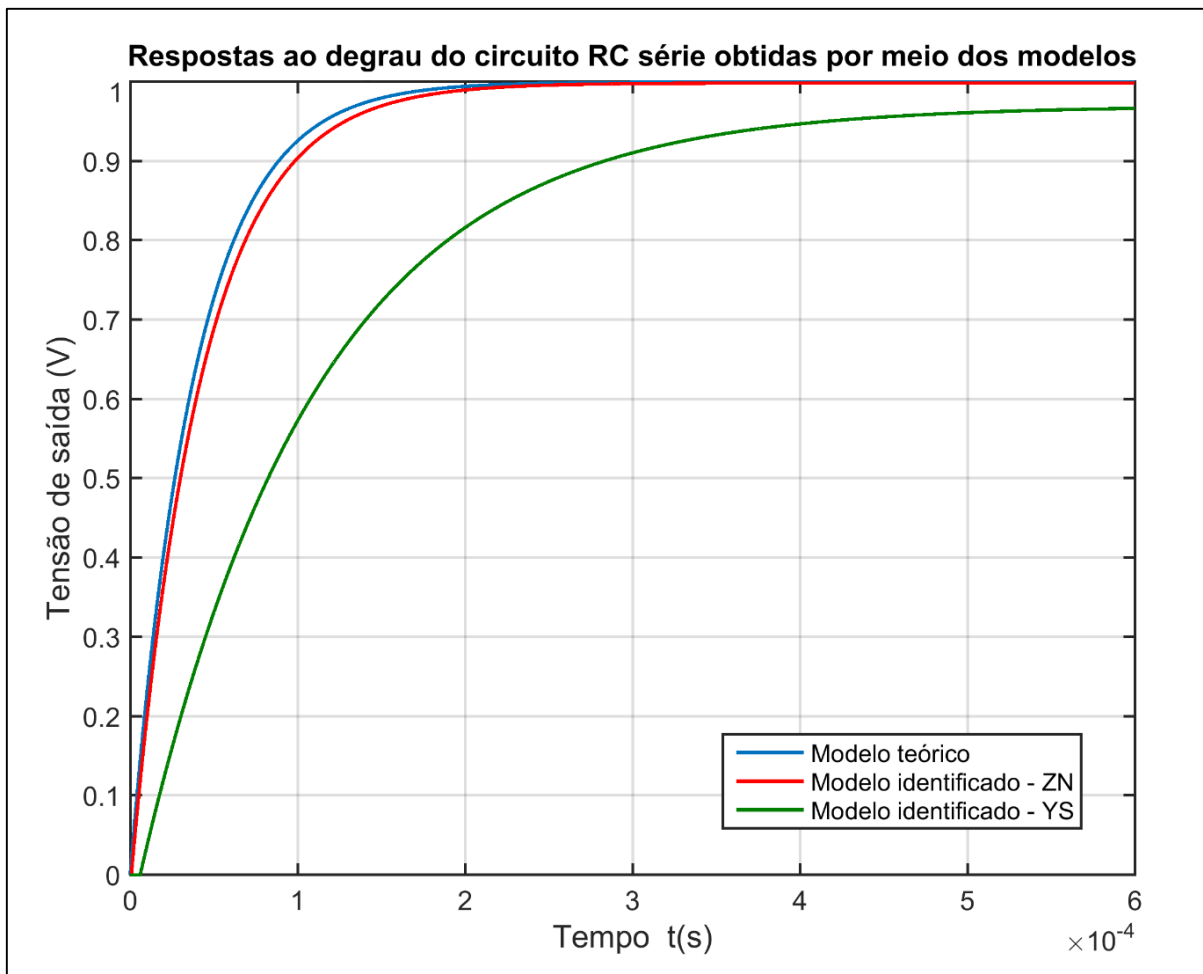


Figura 30 - Respostas ao degrau do circuito RC série obtidas por meio do modelo teórico e pelos modelos identificados por ZN e YS.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

Para o circuito RC série são gerados nove sinais senoidais por meio do gerador de funções. A Figura 31 apresenta os sinais de entrada e saída adquiridos. Para cada curva é necessário calcular o módulo e a diferença de fase. Para isso são estimados os valores das amplitudes dos sinais de entrada e saída, bem como o deslocamento temporal entre os picos dos sinais.

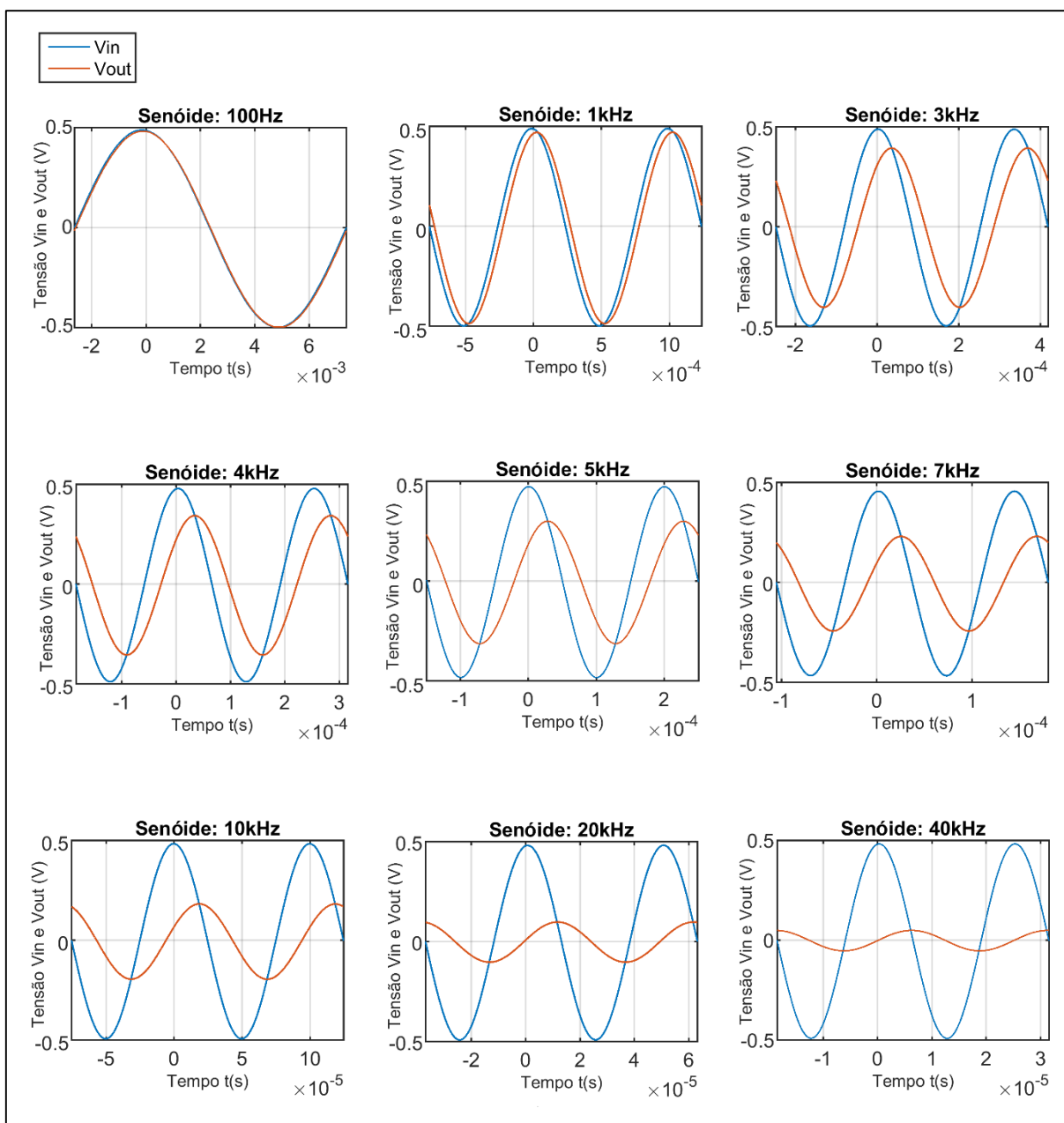


Figura 31 - Sinais senoidais com diferentes frequências aplicados ao circuito RC série.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

Os resultados obtidos a partir das senóides com as frequências especificadas são apresentados na Tabela 01.

Tabela 01 - Resultados obtidos para o módulo e fase do circuito RC série ao aplicar sinais senoidais com diferentes frequências

f (Hz)	ω (rad/s)	Amplitude V_i (V)	Amplitude V_o (V)	Módulo (V/V)	Módulo (dB)	Diferença de fase (s)	Fase (°)
100	628,32	0,4898	0,4838	0,98775	-0,1071	-40,00 μ	-1,440
1000	6283,18	0,4899	0,4715	0,96244	-0,3325	-41,40 μ	-14,90
3000	18,849K	0,4886	0,3936	0,80557	-1,8779	-33,40 μ	-36,07
4000	25,133K	0,4796	0,3438	0,71685	-2,8914	-30,45 μ	-43,87
5000	31,416K	0,4732	0,3003	0,63462	-3,9497	-28,00 μ	-50,41
7000	43,982K	0,4574	0,2313	0,50568	-5,9224	-23,52 μ	-59,28
10K	62,832K	0,4839	0,1830	0,37818	-8,4463	-18,78 μ	-67,61
20K	125,66K	0,4820	0,09908	0,20556	-13,741	-11,16 μ	-80,39
40K	251,33K	0,4833	0,05051	0,10451	-19,617	-6,000 μ	-86,40

A partir dos resultados obtidos é realizada a comparação dos pontos identificados com o diagrama de bode teórico do circuito RC série. As Figuras 32 e 33 apresentam a curva do módulo e da fase, respectivamente.

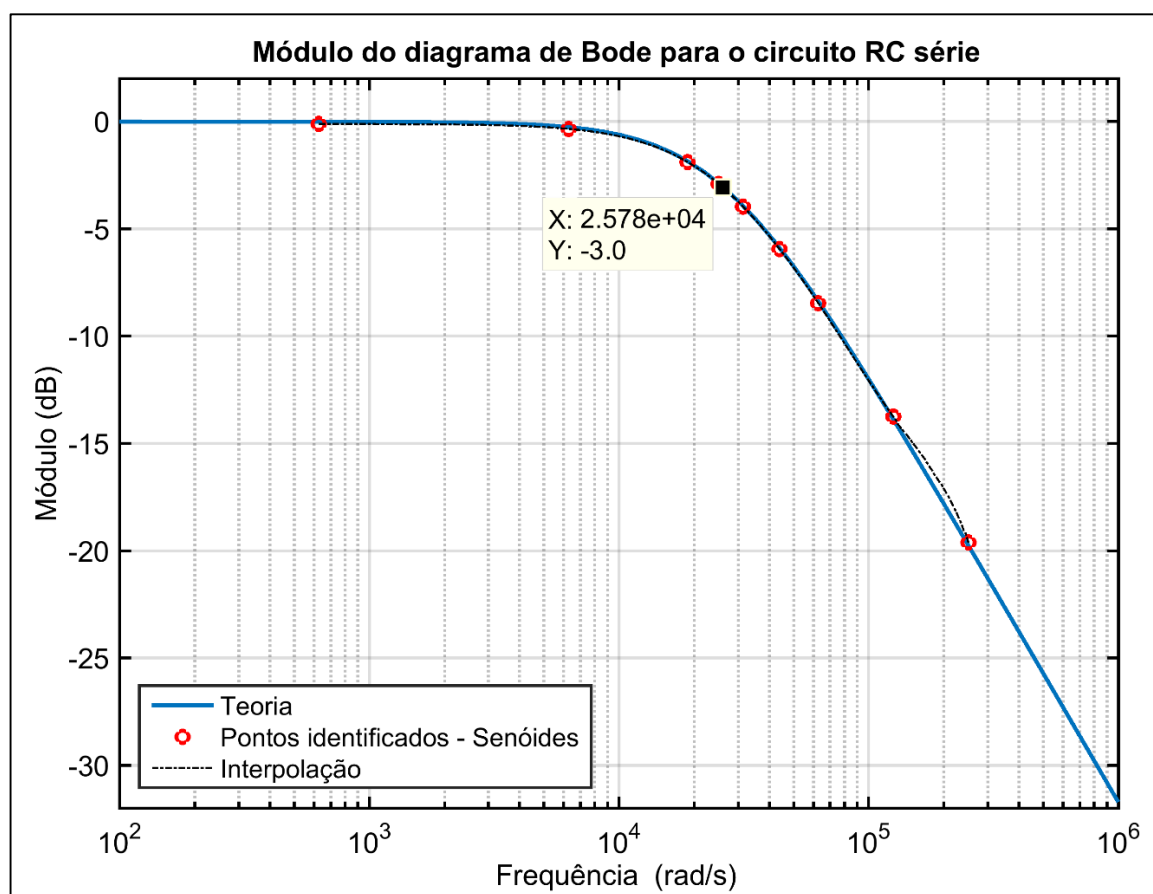


Figura 32 - Módulo do diagrama de Bode para o circuito RC série – Senóides.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

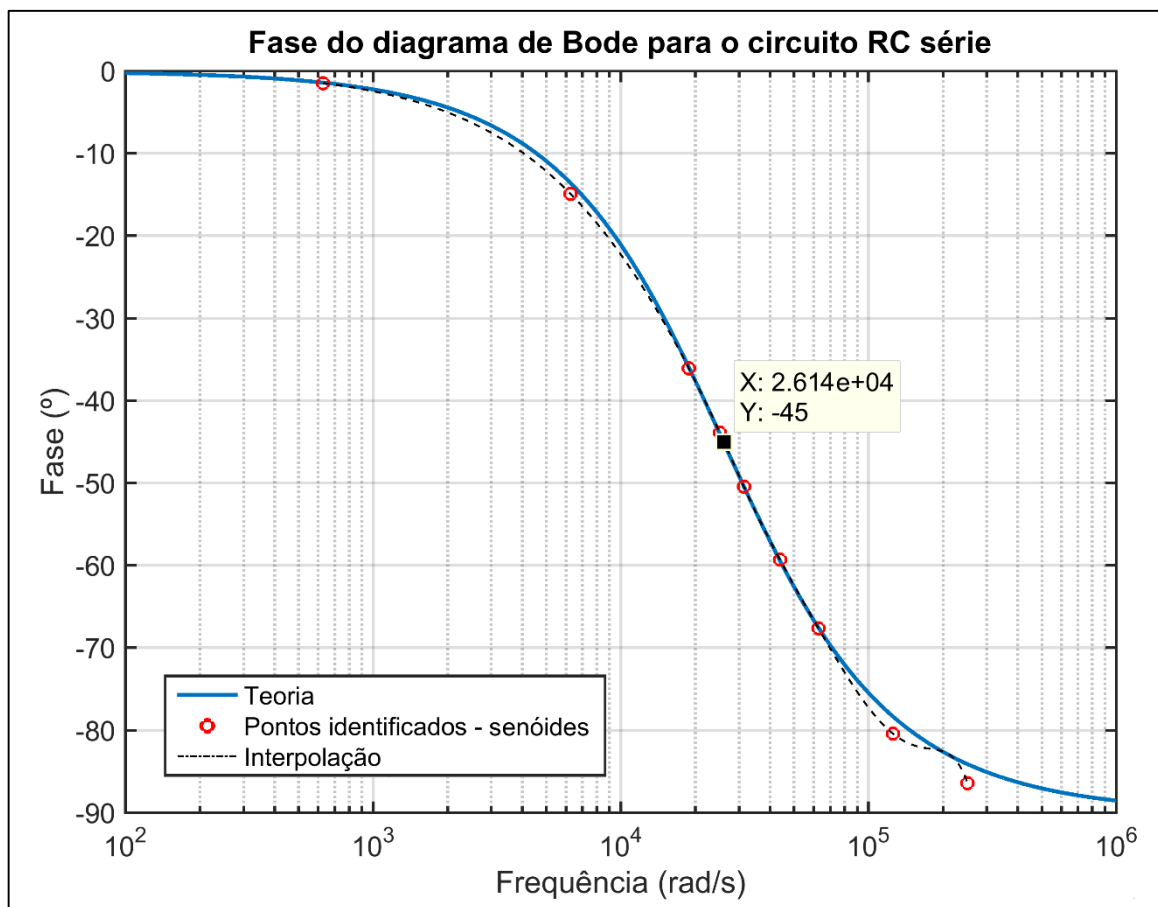


Figura 33 - Fase do diagrama de Bode para o circuito RC série – Senóides.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

As Figuras 32 e 33 apresentam também a interpolação dos pontos identificados, resultados que possibilitam caracterizar o comportamento dinâmico do circuito RC série para uma ampla faixa de frequências.

A partir das curvas estimadas do diagrama de Bode (interpolação dos pontos obtidos experimentalmente) pode-se identificar a função de transferência do sistema. São seguidas as seguintes etapas (NISE, 2013):

1. A princípio é necessário estimar a ordem relativa do sistema. Ao analisar a curva de fase verifica-se que esta inicia-se em 0° e termina em -90° . Desse modo é possível afirmar que existe um polo a mais em relação ao número de zeros. Conforma a teoria, cada polo do sistema contribui com -90° para a fase em altas frequências, enquanto cada zero contribui com $+90^\circ$ para a fase. Enquanto um par de polos/zeros complexos são constituídos por dois polos/zeros que contribuem com $\pm 180^\circ$.
2. Em sequência, é necessário determinar o número exato de polos e zeros. Ao avaliar a curva do módulo verifica-se que não existe nenhuma inclinação

inicial, desse modo conclui-se que não existem fatores integrativo/derivativo, $(j\omega)^{\pm 1}$, na função de transferência. Em outras palavras, não existe nenhum polo ou zero na origem. Contudo, após uma determinada frequência o ganho começa a decrescer com uma inclinação de aproximadamente -20 dB/dec, esta informação associada ao ângulo de fase para altas frequências confirma a existência de um fator de primeira ordem, $(1 + j\omega T)^{-1}$, caracterizando um polo do sistema. Como complemento, verifica-se que em nenhum momento a inclinação da curva do módulo é alterada, não existindo outro polo ou zero finito. Logo, conclui-se que não existem outros fatores de primeira ordem na FT e, neste caso esta é constituída por apenas um polo.

3. Para estimar a localização do polo de um sistema de primeira ordem com um zero no infinito, observa-se a curva do módulo. O polo corresponde à frequência em que o ganho é reduzido em 3 dB do seu valor inicial. Logo, ao avaliar a Figura 32 verifica-se que a frequência $2,578 \times 10^{+04}$ rad/s fornece uma aproximação da localização do polo. Outra aproximação consiste em avaliar a curva de fase, neste caso a frequência relacionada ao polo coincide com o ângulo de -45° . Desse modo, ao analisar a Figura 33 verifica-se que a frequência $2,614 \times 10^{+04}$ rad/s coincide com o ângulo de -45° . Portanto, as duas frequências apresentadas são aproximações da localização do polo do sistema. Para este exemplo utiliza-se o resultado obtido pela curva de fase.
4. Por fim, o ganho K é avaliado conforme a teoria da seguinte forma: um valor de $K > 1$ equivale a ganho positivo em dB, enquanto um valor para $K < 1$ resulta em um ganho negativo em dB. Conseqüentemente, a curva do módulo para um ganho K constante consiste de uma reta horizontal com o seguinte ganho: $20 \log(K)$ dB. Ao analisar a curva do módulo do circuito RC série verifica-se que não existe um ganho inicial, logo, conclui-se que o ganho K do sistema é unitário.

Portanto, conforme os valores obtidos para o polo e o ganho K, a função transferência estimada para circuito RC série é:

$$G(s) = \frac{1}{\frac{s}{2,614 \times 10^{+04}} + 1} = \frac{1}{3,82556 \times 10^{-05}s + 1} \quad (66)$$

A outra metodologia para caracterizar a resposta em frequência do circuito RC série consiste na análise espectral dos sinais de saída e entrada, a partir da aplicação da transformada de Fourier. Para isso, são geradas duas ondas quadradas com frequências de 800Hz e 4kHz por meio do PicoScope®. A Figura 34 apresenta os sinais adquiridos experimentalmente.

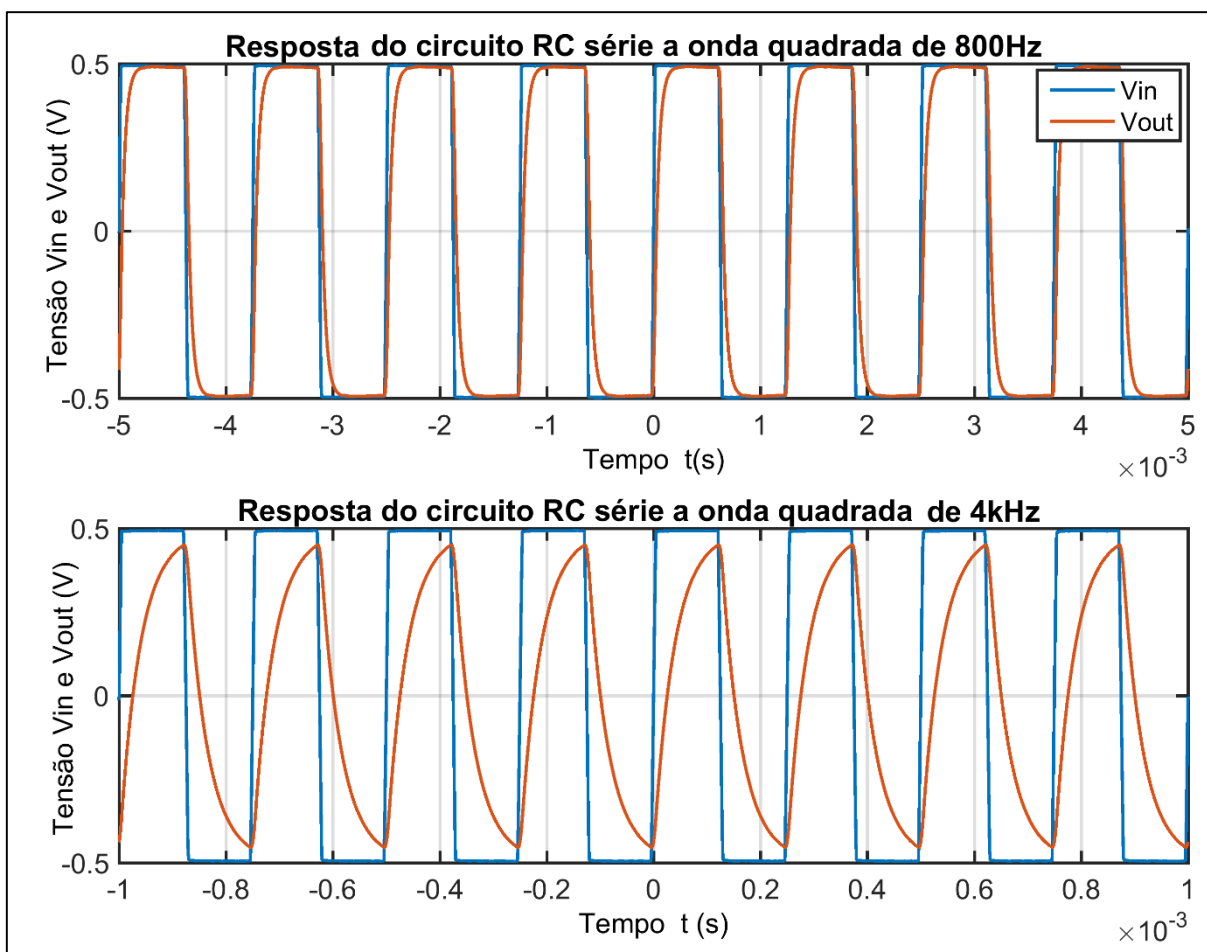


Figura 34 – Ondas quadradas de 800Hz e 4kHz aplicadas ao circuito RC série e os respectivos sinais de resposta.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

A transformada de Fourier é aplicada aos sinais obtidos por meio da FFT. A Figura 35 apresenta parte do espectro do módulo dos sinais de tensão de entrada e saída obtidos para o circuito RC série. Conforme representado na figura observam-se dezoito picos, cada um destes correspondentes as componentes harmônicas ímpares que compõem o espectro do sinal. Já a Figura 36 apresenta uma parte do gráfico da fase dos sinais de tensão de entrada e saída obtidos para o circuito RC série. São também indicados os ângulos correspondentes a primeira componente harmônica.

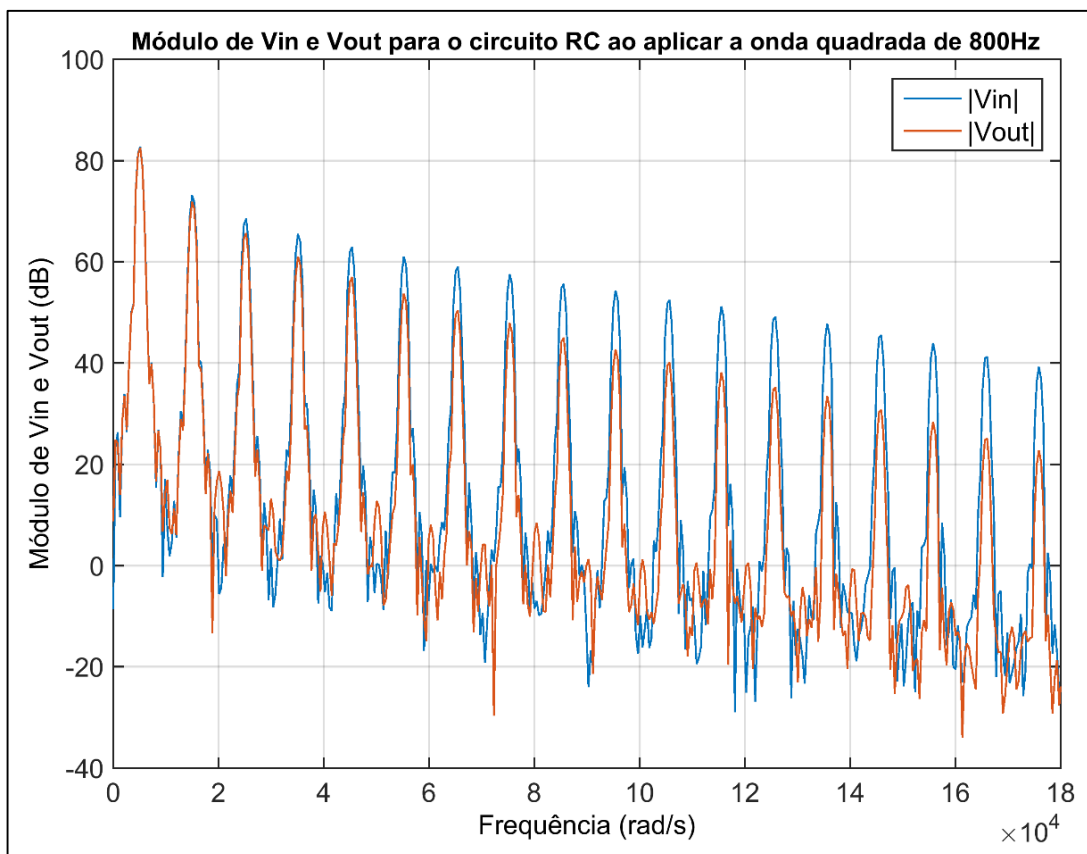


Figura 35 - Espectro do módulo dos sinais de tensão de entrada e saída do circuito RC série ao aplicar a onda quadrada de 800Hz.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

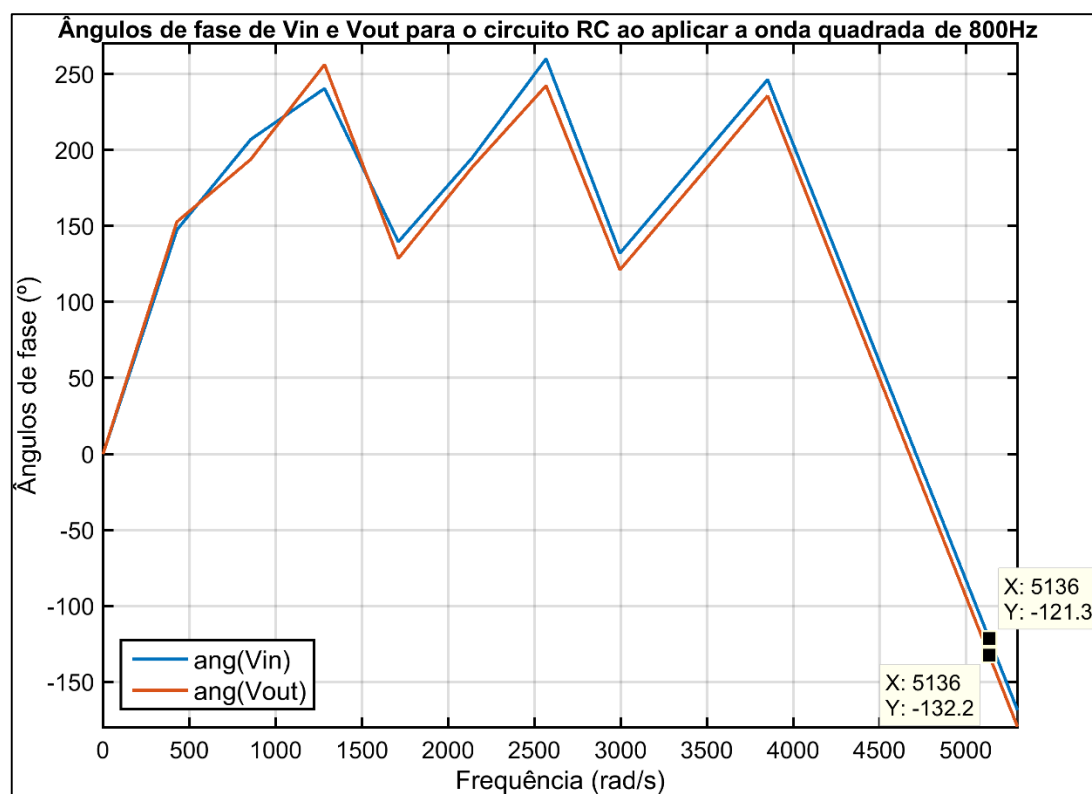


Figura 36 - Ângulos de fase dos sinais de entrada e saída do circuito RC série ao aplicar a onda quadrada de 800Hz.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

A princípio são analisadas as curvas do módulo. Ao avaliar os espectros de tensão obtidos percebe-se que a partir de uma determinada frequência não é mais possível obter um valor para o módulo, uma vez que não são observados mais picos de tensão com amplitudes significativas e, o espectro começa a apresentar comportamento similar a um ruído aleatório.

A Tabela 02 apresenta os resultados obtidos para o módulo do circuito RC série ao aplicar as quadradas de 800Hz e 4kHz.

Tabela 02 – Resultados obtidos para o módulo do circuito RC série ao aplicar as ondas quadradas de 800Hz e 4kHz

Harmônica	800 Hz				4 kHz			
	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)
1ª	5,136K	82,78	82,58	-0,20	23,97K	79,05	76,21	-2,84
3ª	14,98K	73,20	71,91	-1,29	74,90K	70,01	60,37	-9,64
5ª	25,25K	68,57	65,73	-2,84	125,8K	65,43	51,66	-13,77
7ª	35,10K	65,66	61,05	-4,61	176,8K	61,74	45,14	-16,60
9ª	45,37K	62,99	57,02	-5,97	227,7K	58,12	39,43	-18,69
11ª	55,21K	61,08	53,76	-7,32	275,6K	56,64	35,87	-20,77
13ª	65,49K	59,06	50,45	-8,61	326,6K	54,72	32,63	-22,09
15ª	75,33K	57,75	47,95	-9,80	377,5K	52,34	28,91	-23,43
17ª	85,60K	55,69	45,06	-10,63	428,4K	49,36	25,07	-24,29
19ª	95,45K	54,39	42,77	-11,62	476,4K	46,95	21,51	-25,44
21ª	105,7K	52,50	40,16	-12,34	527,3K	44,89	18,52	-26,37
23ª	115,6K	51,23	38,16	-13,07	578,2K	41,9	14,62	-27,28
25ª	125,8K	49,18	35,26	-13,92	629,2K	37,8	9,699	-28,10
27ª	135,7K	47,85	33,50	-14,35	680,1K	31,9	3,707	-28,19
29ª	145,5K	45,55	30,39	-15,16	728,0K	24,47	-4,616	-29,08
31ª	155,8K	44,01	28,45	-15,56	779,0K	13,75	-16,10	-29,85
33ª	166,1K	41,28	25,12	-16,16	829,9K	26,64	-3,966	-30,61
35ª	175,9K	39,26	22,8	-16,46	880,8K	29,88	-1,175	-31,06
37ª	186,2K	35,64	18,74	-16,90	-	-	-	-
39ª	196,0K	32,34	14,57	-17,70	-	-	-	-
41ª	206,3K	26,00	7,979	-18,02	-	-	-	-

Para avaliar a fase são obtidos dois gráficos dos ângulos de fase, referentes as frequências de 800Hz e 4kHz. Contudo, ao analisar tais gráficos percebe-se que é possível adquirir valores satisfatórios apenas nas primeiras componentes harmônicas, uma vez que a fase é muito influenciada pela presença de ruídos nos sinais obtidos.

A Tabela 03 apresenta os resultados obtidos para a fase do circuito RC série com a aplicação das ondas quadradas de 800Hz e 4kHz.

Tabela 03 - Resultados obtidos para a fase do circuito RC série ao aplicar as ondas quadradas de 800Hz e 4kHz

Harmônica	800 Hz				4 kHz			
	ω (rad/s)	Ang. V_i (°)	Ang. V_o (°)	Fase (°)	ω (rad/s)	Ang. V_i (°)	Ang. V_o (°)	Fase (°)
1ª	5,136K	-121,3	-132,2	-10,9	23,97K	-23,49	-67,28	-43,8
3ª	14,98K	-61,70	-91,90	-30,2	74,90K	-62,00	-135,40	-73,4
5ª	25,25K	-124,5	-169,0	-44,5	125,8K	-100,50	-182,50	-82,0
7ª	35,10K	-65,0	-119,0	-54,0	176,8K	-141,0	-227,0	-86,0
9ª	45,37K	-128,0	-189,0	-61,0	-	-	-	-

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 02 e 03 avaliam-se os pontos identificados. A Figura 37 e 38 apresentam a curva do módulo e da fase, respectivamente, do diagrama de Bode estimado para o circuito RC série.

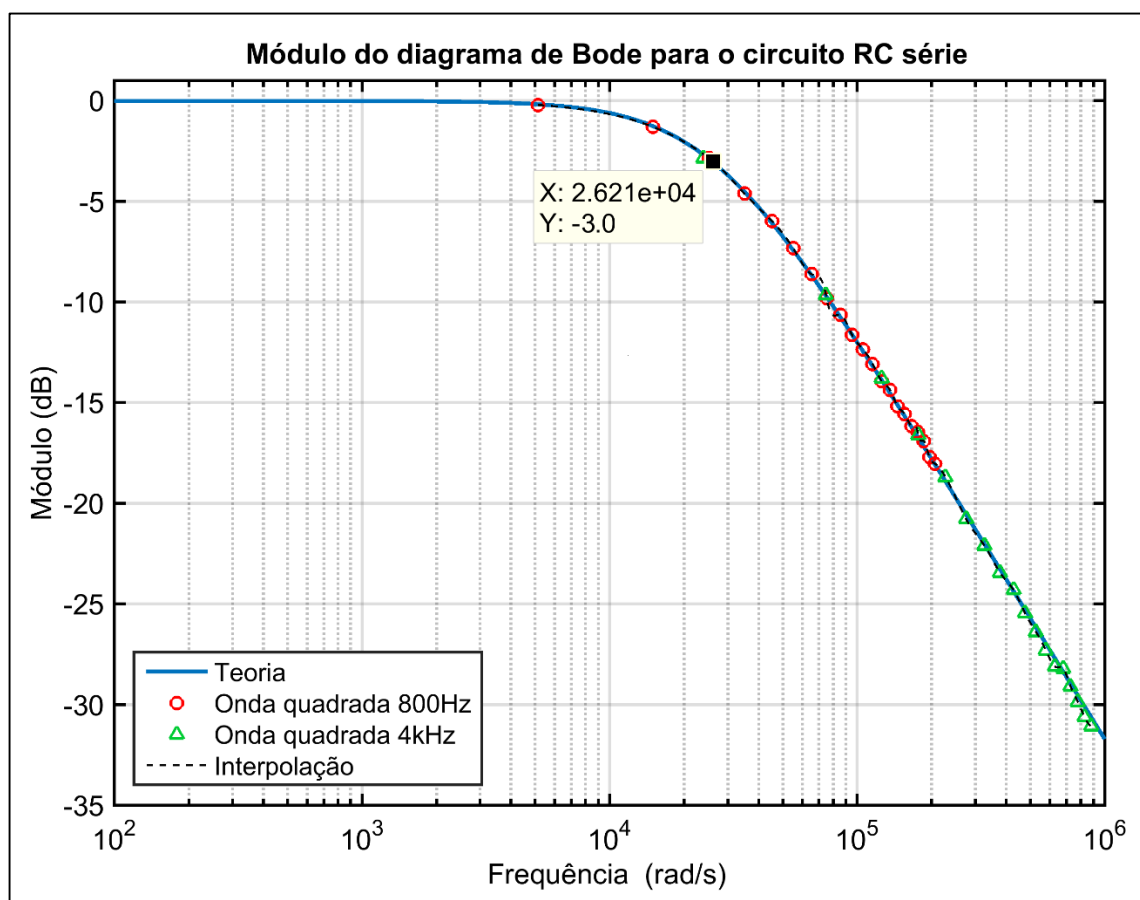


Figura 37 - Módulo do diagrama de Bode para o circuito RC série – Ondas quadradas.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

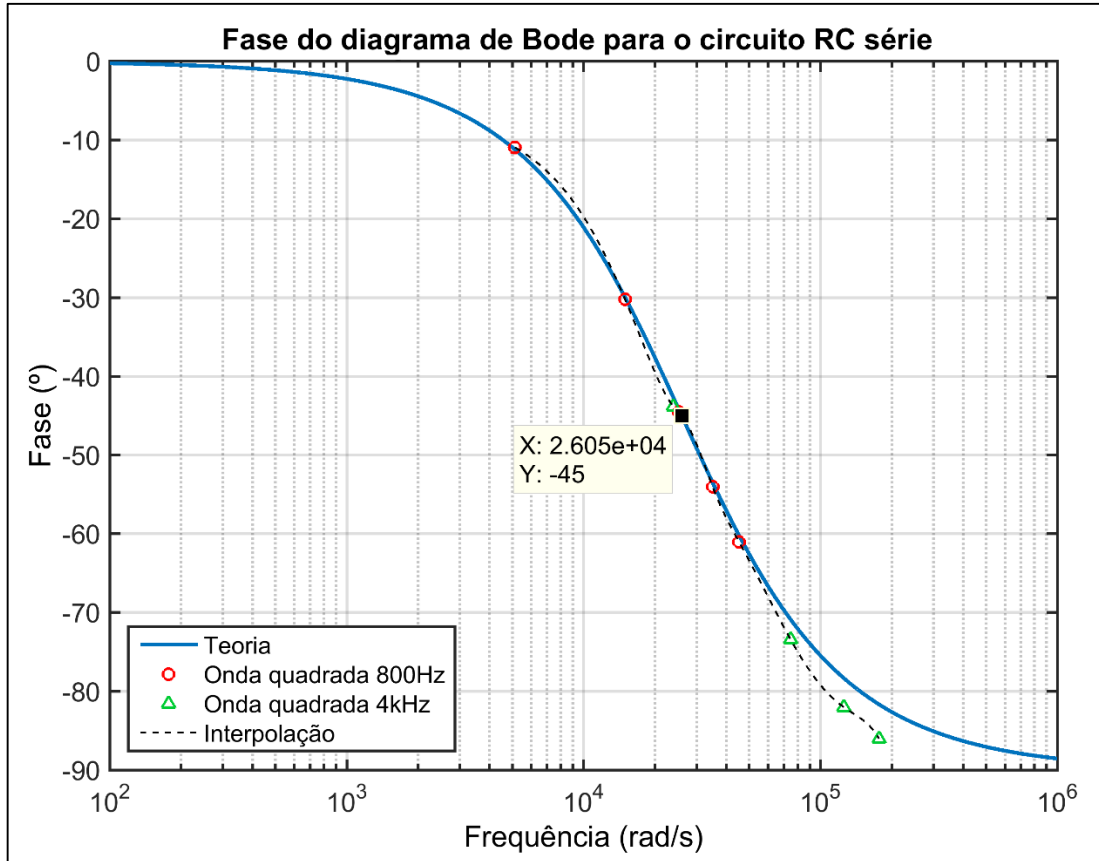


Figura 38 - Fase do diagrama de Bode para o circuito RC série – Ondas quadradas.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

A partir dos pontos identificados percebe-se que é possível caracterizar a resposta em frequência do circuito RC série por meio das ondas quadradas. Como vantagem este procedimento é realizado com uma menor quantidade de aquisições em relação ao método anterior. O módulo é caracterizado em praticamente toda a faixa de frequências de análise. Já a fase é estimada para uma faixa intermediária da curva. Contudo, não é possível avaliar pontos para as frequências na primeira década, visto que as ondas quadradas aplicadas não possuem componentes harmônicas nesta faixa. Para cobrir também esta faixa de frequências, bastaria utilizar uma onda quadrada com uma frequência fundamental menor, por exemplo 10Hz ou 50Hz.

Os resultados apresentados nas Figuras 37 e 38 são suficientes para estimar a FT para o circuito RC série. O procedimento é realizado conforme as etapas descritas no método dos sinais harmônicos, neste caso a FT resultante é dada por:

$$G(s) = \frac{1}{\frac{s}{2,605 \times 10^{+04}} + 1} = \frac{1}{3,83877 \times 10^{-05}s + 1} \quad (67)$$

9.1.2 Circuito RLC série

Para o circuito RLC série os procedimentos experimentais são realizados em malha aberta sem o circuito de atraso de transporte. Na descrição dos sistemas para estudo são apresentados os valores dos componentes, conforme a Figura 15. As simulações para este sistema resultam em uma resposta superamortecida ao aplicar o degrau. Partindo deste pressuposto, o método da resposta ao degrau pode ser implementado por meio da técnica gráfica de Sundaresan.

Para a implementação da técnica de Sundaresan são necessárias algumas etapas prévias:

1. A princípio é gerado o sinal de entrada por meio do gerador de funções, para este caso um degrau com amplitude $A = 0,987$. O sinal gerado é aplicado ao sistema e em sequência analisa-se a resposta transitória do circuito, para então estimar o valor da resposta em regime permanente, $y(\infty) = 0,9883$. Desse modo, calcula-se o ganho DC do sistema, dado pela seguinte relação: $K = y(\infty)/A = 1,00131$.
2. Em sequência deve ser normalizado o vetor de dados correspondente ao sinal de saída, uma vez que a técnica requer que a resposta em regime permanente seja unitária. Neste caso a normalização é realizada em relação ao valor da saída em regime permanente. Vale ressaltar que deve ser removido possíveis condições iniciais na resposta, ou seja, para o instante $t = 0$ a resposta deve ser nula.

Após realizar as etapas descritas, a técnica de Sundaresan pode ser aplicada na resposta ao degrau resultante. A Figura 39 apresenta a resposta ao degrau obtida experimentalmente para o circuito RLC série, bem como a indicação dos parâmetros para o cálculo do modelo.

A partir da figura é estimado o instante em que a curva de resposta muda de concavidade, aproximadamente no instante $t = 1,215 \times 10^{-05} s$, sendo este o ponto de inflexão da curva. Neste ponto é tracejada uma reta tangente, apresentada em vermelho na Figura 39. Outro parâmetro necessário para o cálculo do modelo consiste no instante de tempo em que a reta tangente intercepta o valor em regime permanente, neste caso o valor estimado é $t_m = 9,42 \times 10^{-05} s$.

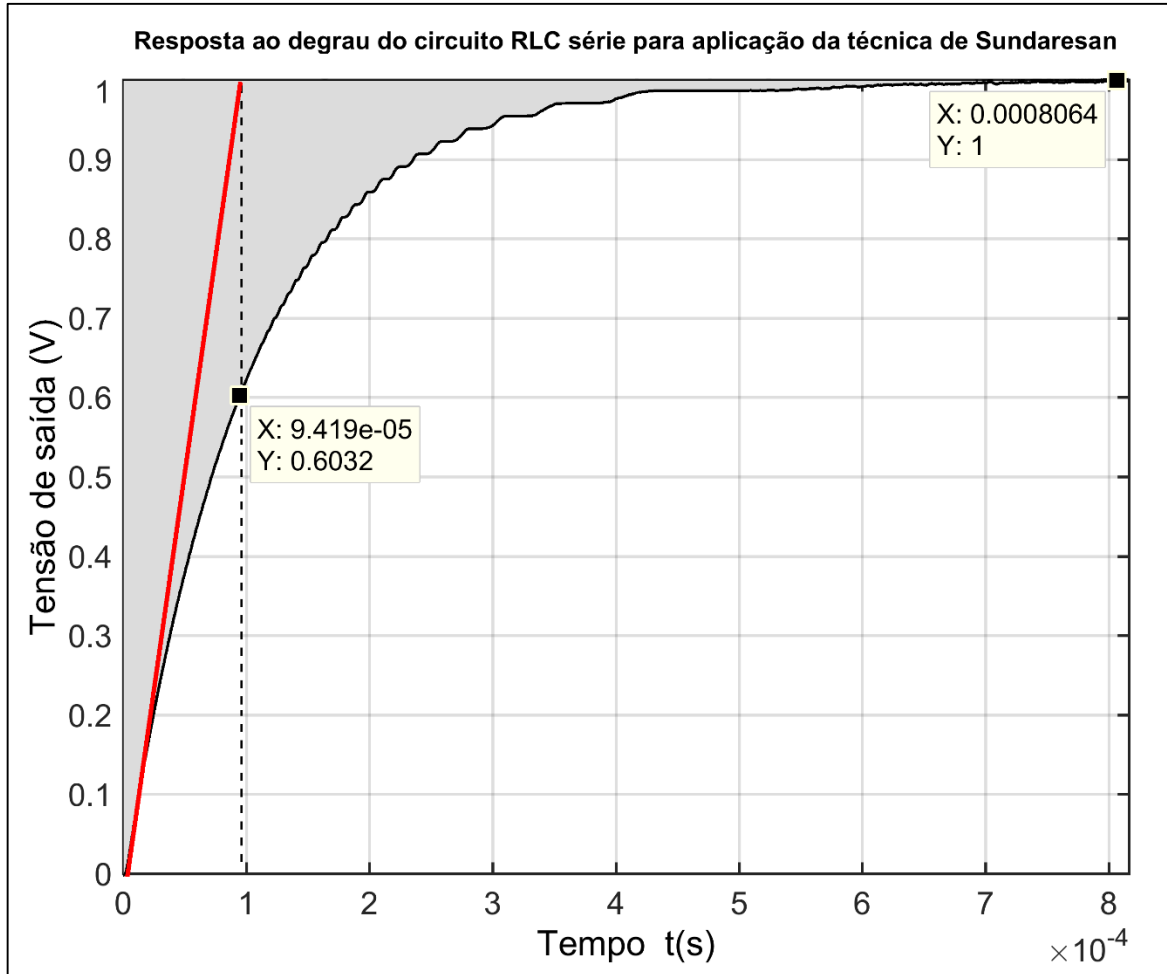


Figura 39 - Resposta ao degrau do circuito RLC série para aplicação da técnica de Sundaresan. Fonte: Autoria própria, Matlab.

Em sequência deve ser calculada a área sombreada, representada na cor cinza na Figura 39. Para isto, aplicam-se funções de integração numérica por meio do Matlab. Este procedimento é simplificado pois o dispositivo para aquisição de dados fornece os sinais como vetores, neste caso um vetor de tempo e um de tensão. Desse modo, por intermédio da função `trapz` e da definição do período de amostragem (dt) calcula-se a área da curva. Para isso, são definidos os limites, inferior e superior, da região de integração, o que é realizado por meio da função `interp1`, para interpolação dos pontos. O resultado para o cálculo da área é $m_1 = 1,0335 \times 10^{-04}$.

Por fim, é necessário o cálculo da inclinação da reta tangente ao ponto de inflexão, apresentada em vermelho na Figura 39. Para isto, aplicam-se funções de diferenciação numérica por meio do Matlab. Desse modo, são selecionados dois pontos (coordenadas x e y) da reta tangente e, em sequência é implementado a função: `diff([y1 y2])/diff([x1 x2])`. Este comando resulta na inclinação da reta tangente. O resultado obtido ao realizar este procedimento é $M_i = 9,104 \times 10^{+03}$.

Portanto, a partir dos valores calculados para os parâmetros e com o auxílio do algoritmo implementado para a técnica de Sundaresan com resposta superamortecida, o modelo resultante para o circuito RLC série é dado por:

$$G(s) = \frac{4,171 \times 10^{09}}{s^2 + 427600s + 4,166 \times 10^{09}} e^{-7,13 \times 10^{-07}s} \quad (68)$$

É interessante comparar o modelo identificado com o modelo teórico do circuito RLC série, por meio do Matlab é aplicado um degrau aos modelos para um determinado vetor de tempo. A Figura 40 apresenta as respostas obtidas.

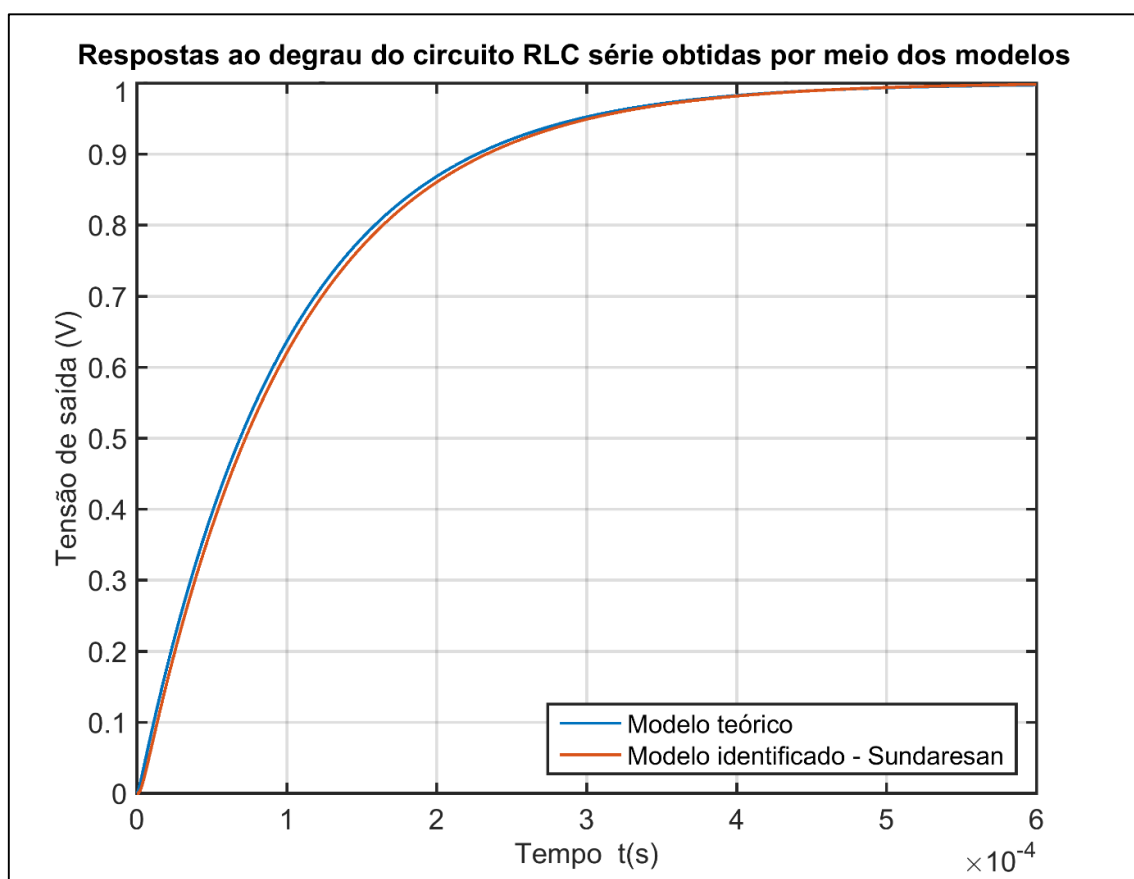


Figura 40 - Respostas ao degrau do circuito RLC série obtidas por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Sundaresan.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

Em sequência, são apresentados os resultados no domínio da frequência. Para aplicação do método dos sinais harmônicos ao circuito RLC série são gerados dezesseis senóides por meio do gerador de funções. A Figura 41 apresenta os sinais adquiridos, entrada e saída, para as respectivas frequências.

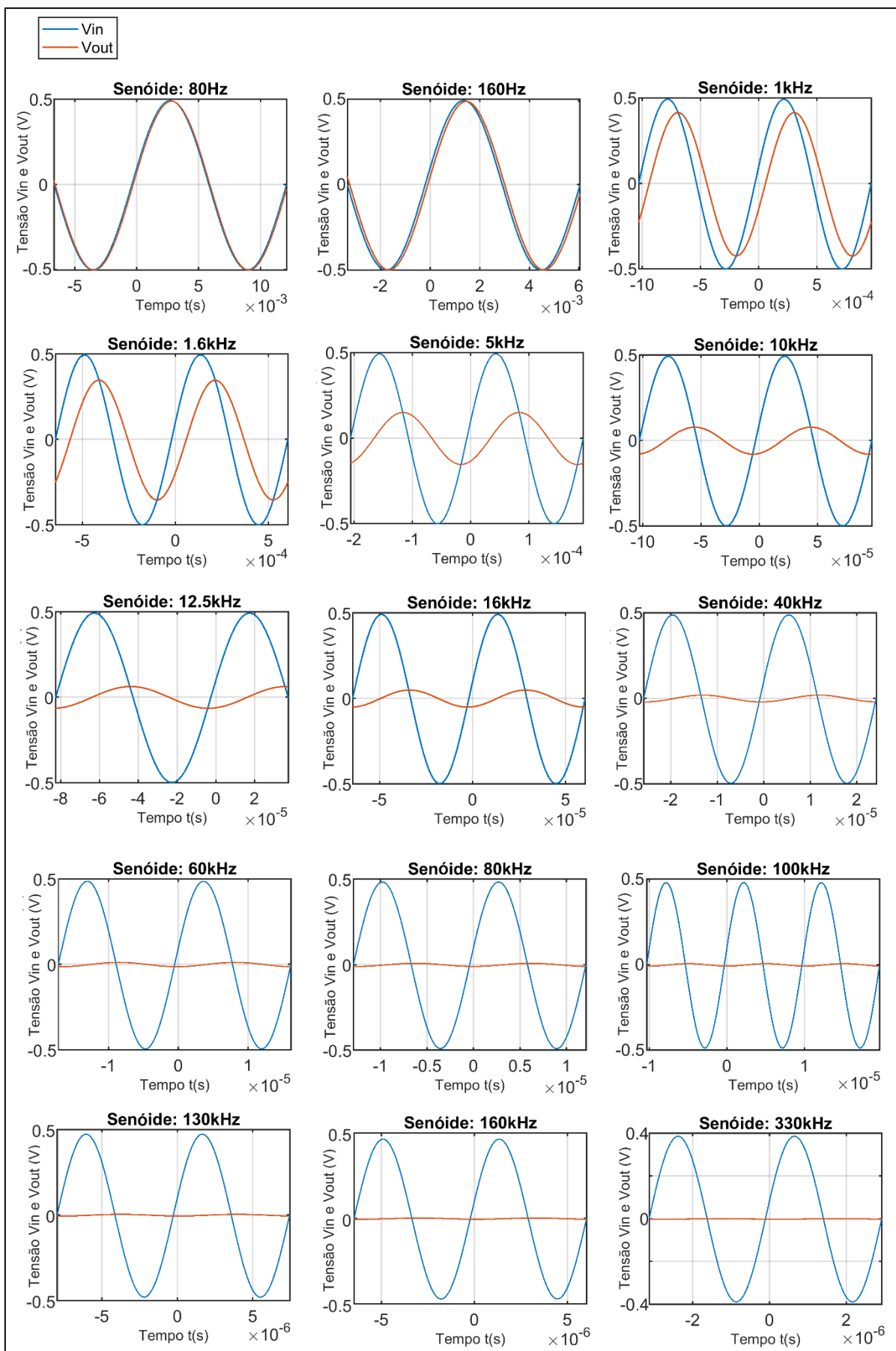


Figura 41 - Sinais senoidais com diferentes frequências aplicados ao circuito RLC série.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

O módulo e a fase são calculados para cada frequência, seguindo os mesmos passos utilizados para o circuito RC série. Os resultados obtidos para o circuito RLC série a partir das senóides são apresentados na Tabela 04

Tabela 04 - Resultados obtidos para o módulo e fase do circuito RLC série ao aplicar sinais senoidais com diferentes frequências

f (Hz)	ω (rad/s)	Amplitude V_i (V)	Amplitude V_o (V)	Módulo (V/V)	Módulo (dB)	Diferença de fase (s)	Fase (°)
80	502,655	0,4932	0,4885	0,9905	-0,0832	-99,00 μ	-2,851
160	1005,31	0,4934	0,4877	0,9884	-0,1010	-87,00 μ	-5,011
1K	6283,18	0,4946	0,4153	0,8397	-1,5178	-93,20 μ	-33,50
1,6K	10,053K	0,4954	0,3468	0,7000	-3,0975	-79,00 μ	-45,50
5K	31,416K	0,4950	0,1509	0,3048	-10,318	-39,76 μ	-71,57
10K	62,832K	0,4937	78,6m	0,1592	-15,961	-22,78 μ	-82,80
12,5K	78,540K	0,4930	63,0m	0,1278	-17,870	-18,96 μ	-85,32
16K	100,53K	0,4919	49,4m	0,1004	-19,963	-15,31 μ	-88,18
40K	251,33K	0,4887	19,4m	39,60m	-28,025	-9,690 μ	-96,34
60K	376,99K	0,4866	12,7m	26,10m	-31,667	-4,548 μ	-98,24
80K	502,65k	0,4846	9,10m	18,78m	-34,527	-3,520 μ	-101,4
100K	628,32K	0,4805	6,80m	14,15m	-36,984	-3,056 μ	-110,0
130K	816,81K	0,4735	4,90m	10,35m	-39,702	-2,412 μ	-112,9
160K	1,005M	0,4645	3,66m	8,17m	-42,058	-2,008 μ	-115,7
330K	2,073M	0,3863	707,43 μ	1,83m	-54,745	-1,240 μ	-147,3
500K*	3,142M	0,2744	9,227 μ	33,6 μ	-89,466	-2,646 μ	-476,3

Notas:

* A senóide com frequência de 500k não forneceu resultados satisfatórios, visto que o dispositivo utilizado para aquisição de dados não foi capaz de adquirir os sinais com uma resolução adequada. Portanto, os resultados obtidos para este experimento são desconsiderados para caracterizar o sistema.

Os resultados apresentados na Tabela 04 podem ser avaliados, para isso é realizada a comparação dos pontos identificados com o diagrama de Bode teórico do circuito RLC série. As Figuras 42 e 43 apresentam as curvas do módulo e da fase, respectivamente, bem como a interpolação dos pontos identificados.

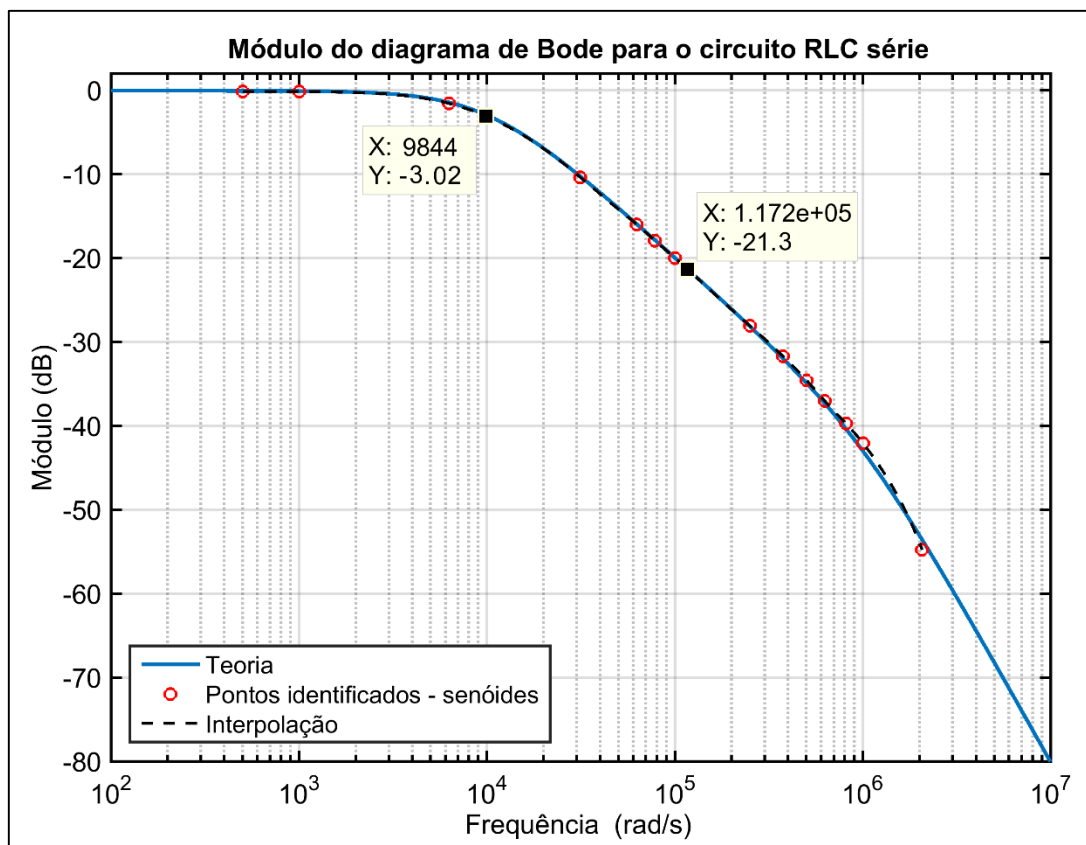


Figura 42 - Módulo do diagrama de Bode para o circuito RLC série – Senóides.
 Fonte: Autoria própria, Matlab.

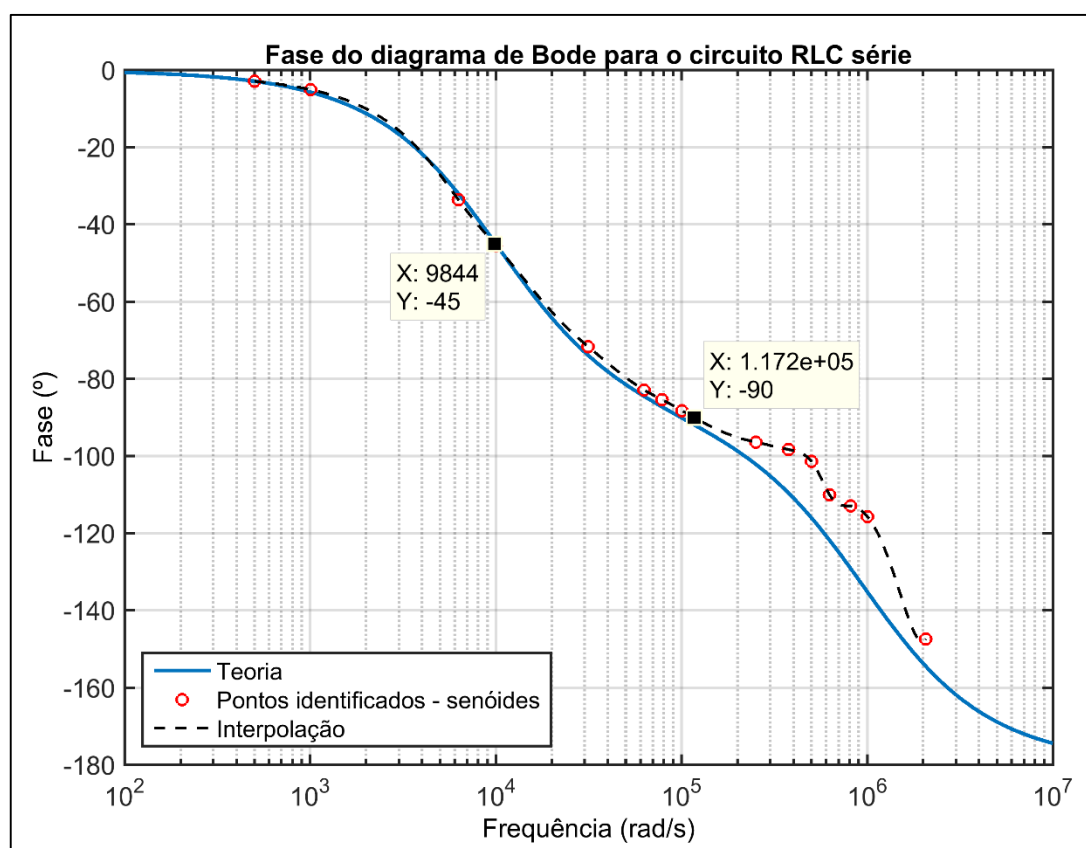


Figura 43 - Fase do diagrama de Bode para o circuito RLC série – Senóides.
 Fonte: Autoria própria, Matlab.

Os resultados obtidos caracterizam a resposta em frequência (módulo e fase) do circuito RLC série por meio do método dos sinais harmônicos, para uma ampla faixa de frequências. Contudo, ao analisar as Figuras 42 e 43 são realizadas algumas considerações. Para altas frequências, acima de 1M rad/s (160kHz), não foi possível realizar mais experimentos devido as limitações do equipamento utilizado para aquisição dos sinais. Os resultados obtidos para a fase acima de 100k rad/s (16kHz), podem ser melhores. Contudo ao avaliar os sinais apresentados na Figura 41, pode-se explicar a inconsistência daqueles resultados, uma vez que a partir da senóide de 60 kHz é difícil estimar com precisão a diferença de fase entre os sinais.

Porém, independente destes fatores, as curvas estimadas permitem estimar com precisão o módulo, no intervalo de 0dB até -55dB , e a fase, no intervalo de 0° até -90° . Estes resultados são suficientes para obter a FT do sistema a partir do diagrama de Bode identificado. Para isso são realizadas as seguintes etapas:

1. A princípio é necessário estimar a ordem relativa do sistema. Ao analisar a curva de fase verifica-se que esta inicia-se em 0° e termina em aproximadamente -150° , esta faixa estimada não é suficiente para afirmar com exatidão a ordem do sistema, contudo uma aproximação inicial para o sistema está relacionada a existência de dois polos. Conforme a teoria a presença de dois polos fornece um perfil de fase entre 0° e -180° , sendo que cada polo contribui com -90° a fase do sistema. Portanto, esta é uma consideração inicial, mas são necessários mais pontos para confirmar esta característica.
2. Ao avaliar a curva do módulo verifica-se que o ganho começa a decrescer com uma inclinação de -20 dB/dec próximo a frequência de $1 \times 10^{+04}\text{ rad/s}$, permanecendo com esta inclinação para as próximas duas décadas, esta característica é suficiente para confirmar a presença do primeiro polo do sistema. Enquanto, a partir da frequência de $1 \times 10^{+06}\text{ rad/s}$ verifica-se o aumento da inclinação do ganho na curva do módulo, são necessários mais pontos para confirmar se a curva está decrescendo a uma inclinação de -40 dB/dec . Contudo, a existência de um segundo polo é uma aproximação suficiente, uma vez que as características observadas tanto na curva do módulo quanto na curva de fase coincidem com a atuação de dois polos.
3. Ao analisar a curva do módulo verifica-se que não existe um ganho inicial, logo, conclui-se que o ganho K do sistema é unitário.

4. O comportamento apresentado pelas curvas do módulo e fase assemelham-se à resposta em frequência de um filtro passa-baixa de 2ª ordem. Sistema cuja FT é constituída por dois polos, representada por:

$$G_{\text{passa-baixa}}(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + (\omega_n/Q)s + \omega_n^2} \quad (69)$$

sendo Q um fator que caracteriza o comportamento do filtro. A associação entre o circuito RLC série e o filtro passa-baixa contribui para estimar os parâmetros da FT. Neste caso, a frequência natural não amortecida (ω_n) é estimada ao analisar a curva de fase, uma vez que a frequência no ângulo de -90° é uma aproximação satisfatória para ω_n . Logo, ao avaliar a Figura 43 verifica-se que $\omega_n = 1,172 \times 10^{+05}$ rad/s. Desse modo, substituindo-se $s = j\omega_n$ na equação (69) tem-se $|G_{\text{passa-baixa}}(j\omega_n)| = KQ$. Sendo assim, ao avaliar a Figura 42, observa-se que na frequência $1,172 \times 10^{+05}$ rad/s o módulo é igual a $-21,3\text{dB} = 0,0861$ V/V. Como $K = 1$, então $Q = 0,0861$.

Portanto, a FT estimada para o circuito RLC série é:

$$G(s) = \frac{1,3736 \times 10^{+10}}{s^2 + 1,3612 \times 10^{+06}s + 1,3736 \times 10^{+10}} \quad (70)$$

A outra metodologia para caracterizar a resposta em frequência do circuito RLC série consiste na aplicação da transformada de Fourier. Para isso, são aplicadas ao circuito três ondas quadradas com frequências de 100Hz, 1,5kHz e 100kHz. O procedimento é o mesmo descrito para o circuito RC série

Para este sistema a onda quadrada de 100 Hz resultou em aproximadamente 100 componentes harmônicas, já a onda quadrada de 1,5kHz resultou em 95 componentes harmônicas. Números expressivos, visto que alguns trabalhos na literatura descrevem que é normal obter em torno de cinco componentes harmônicas por sinal, sem ocorrer perda de informações. Porém isso é explicado pela baixa frequência dos sinais aplicados. Para comprovar esta característica, o sinal de 100kHz aplicado ao circuito RLC série resultou em apenas duas componentes harmônicas.

A Tabela 05 apresenta os resultados obtidos para o módulo do circuito RLC série ao aplicar as ondas quadradas de 100Hz e 1,5kHz.

Tabela 05 – Resultados obtidos para o módulo do circuito RLC série ao aplicar as ondas quadradas de 100Hz e 1,5kHz

Harmônica	100 Hz				1.5 kHz			
	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)
1 ^a	655,4	101,6	101,6	-0,035	9,737K	99,59	96,80	-2,79
3 ^a	1,873K	92,26	92,09	-0,17	28,46K	90,25	80,74	-9,51
5 ^a	3,183K	87,26	86,82	-0,44	47,19K	85,91	72,31	-13,60
7 ^a	4,400K	84,95	84,16	-0,79	65,91K	82,98	66,61	-16,37
9 ^a	5,618K	82,27	81,04	-1,23	84,64K	80,68	62,15	-18,53
11 ^a	6,928K	80,92	79,20	-1,72	103,4K	78,70	58,33	-20,37
13 ^a	8,146K	79,39	77,14	-2,25	122,8K	77,22	55,42	-21,80
15 ^a	9,456K	77,97	75,18	-2,79	141,6K	76,19	53,13	-23,06
17 ^a	10,67K	77,21	73,87	-3,34	160,3K	75,20	51,28	-23,92
19 ^a	11,98K	75,50	71,64	-3,86	179,0K	74,23	49,29	-24,94
21 ^a	13,20K	75,37	70,98	-4,39	197,7K	73,23	47,23	-26,00
23 ^a	14,42K	74,21	69,30	-4,91	216,5K	72,22	45,38	-26,84
25 ^a	15,73K	73,70	68,31	-5,39	235,9K	71,45	43,93	-27,52
27 ^a	16,95K	73,07	67,20	-5,87	254,7K	70,99	43,21	-27,78
29 ^a	18,26K	72,11	65,76	-6,35	273,4K	70,48	41,80	-28,68
31 ^a	19,47K	71,98	65,19	-6,79	292,1K	69,88	40,85	-29,03
33 ^a	20,69K	70,77	63,54	-7,23	310,8K	69,23	39,03	-30,20
35 ^{a*}	22,00K	70,88	63,23	-7,65	329,6K	68,49	38,33	-30,16
39 ^a	24,53K	69,73	61,31	-8,42	367,8K	67,68	36,76	-30,92
41 ^a	25,75K	69,46	60,67	-8,79	386,5K	67,36	35,47	-31,89
45 ^a	28,28K	68,70	59,21	-9,49	423,9K	66,40	33,31	-33,09
55 ^a	34,55K	66,89	55,81	-11,08	518,3K	64,61	29,39	-35,22
69 ^a	43,35K	64,87	51,91	-12,96	650,1K	62,30	25,01	-37,29
77 ^a	48,41K	63,66	49,82	-13,84	725,8K	61,24	23,78	-37,46
87 ^a	54,68K	62,68	47,98	-14,70	820,2K	59,81	20,24	-39,57
103 ^a	64,70K	60,97	44,89	-16,08	970,7K	58,05	14,79	-43,26
121 ^a	76,02K	59,59	41,89	-17,70	1,141M	55,58	12,11	-43,47
141 ^a	88,57K	57,84	38,93	-18,91	1,329M	53,78	10,29	-43,49
159 ^a	99,90K	56,79	36,69	-20,10	1,499M	51,71	4,516	-47,19
183 ^a	115,0K	55,19	34,07	-21,12	1,725M	49,03	1,336	-47,69
189 ^a	118,7k	54,45	32,89	-21,56	1,781M	48,54	-2,114	-50,65

Notas:

* A partir da 35^a componente harmônica verificou-se que o valor calculado para o módulo é muito próximo em relação ao anterior. Portanto, deste ponto em diante foram selecionadas componentes harmônicas aleatórias, com o objetivo de aproveitar a maior parte das informações contidas no espectro de frequências.

Já a Tabela 06 apresenta os resultados estimados para a fase do circuito RLC série ao aplicar as ondas quadradas de 100Hz e 1,5kHz.

Tabela 06 - Resultados obtidos para a fase do circuito RLC série ao aplicar as ondas quadradas de 100Hz e 1,5kHz

Harmônica	100 Hz				1,5 kHz			
	ω (rad/s)	Ang. V_i (°)	Ang. V_o (°)	Fase (°)	ω (rad/s)	Ang. V_i (°)	Ang. V_o (°)	Fase (°)
1ª	655,4	51,29	48,62	-2,67	9,737K	-44,8	-88,4	-43,6
3ª	1,873K	-252,2	-262,6	-10,4	28,46K	-207,2	-278,8	-71,6
5ª	3,183K	-330,0	-347,0	-17,0	47,19K	-9,00	-89,0	-80,0
7ª	4,400K	-273,0	-297,0	-24,0	65,91K	-172,0	-256,0	-84,0
9ª	5,618K	-217,0	-246,0	-29,0	84,64K	-334,0	-62,0	-88,0
11ª	6,928K	-294,0	-329,0	-35,0	103,4K	-136,2	-226,6	-90,4
13ª	8,146K	-238,0	-277,0	-39,0	122,8K	-45,74	-136,9	-91,2

A Tabela 07 apresenta os resultados obtidos para o módulo e fase do circuito RLC série ao aplicar a onda quadrada de 100kHz.

Tabela 07 - Resultados obtidos para o módulo e fase do circuito RLC série ao aplicar a onda quadrada de 100kHz

Harmônica	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)	Ang. V_i (°)	Ang. V_o (°)	Fase (°)
1ª	671,1K	65,05	28,47	-36,58	-331,8	-106,0	-134,2
3ª	1,917M	54,23	1,557	-52,673	-	-	-

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 05, 06 e 07, é realizada a comparação dos pontos identificados com o diagrama de bode teórico. As Figuras 44 e 45 apresentam o módulo e a fase, respectivamente, do diagrama de Bode estimado para o circuito RLC série.

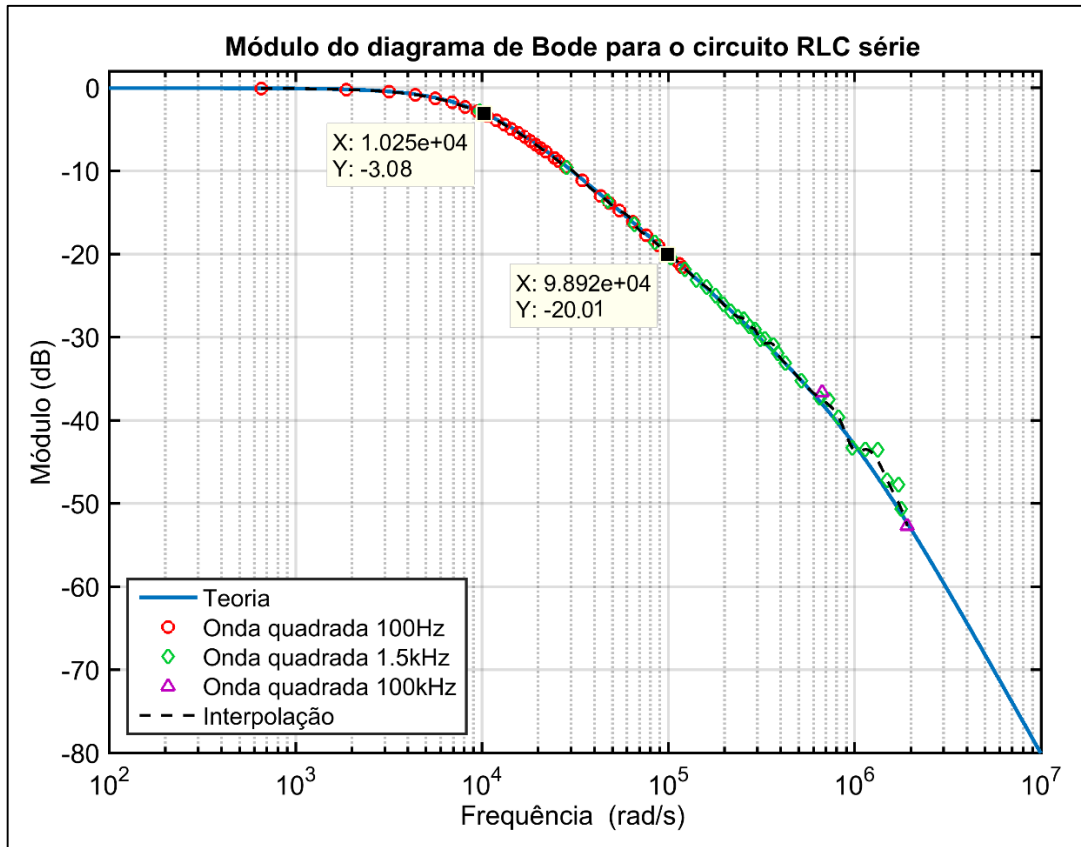


Figura 44 - Módulo do diagrama de Bode para o circuito RLC série – Ondas quadradas.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

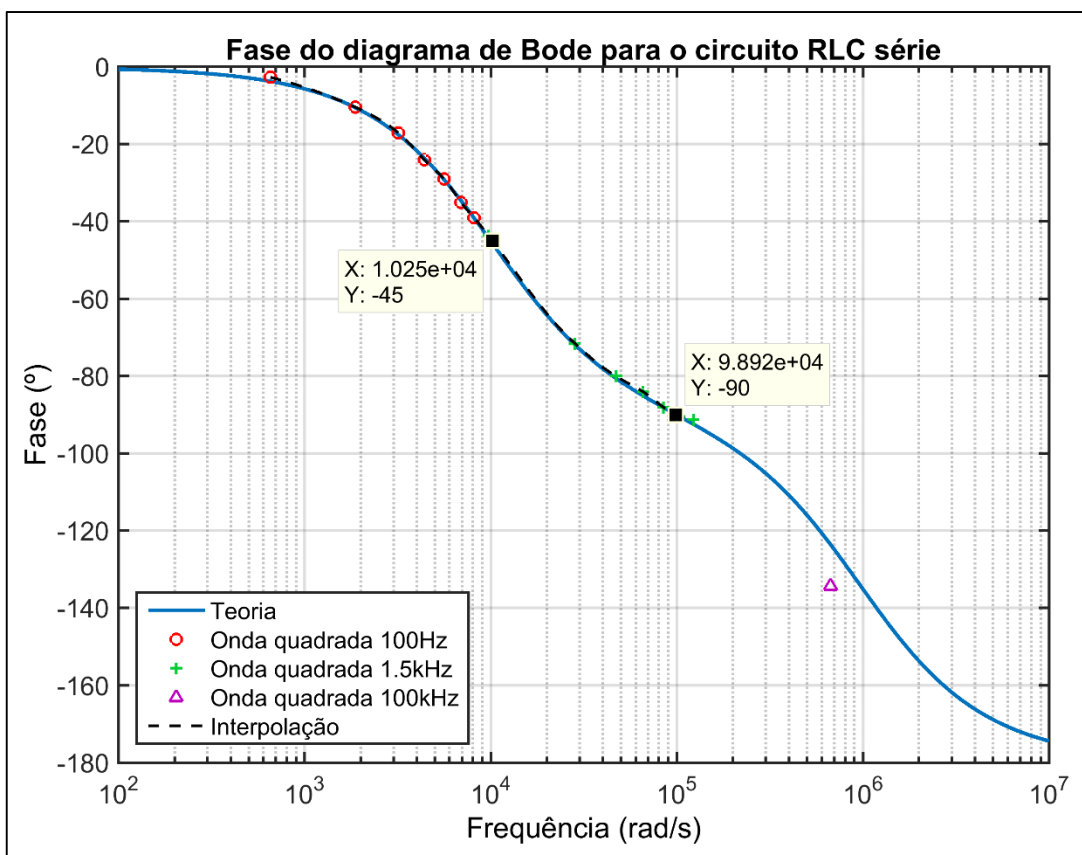


Figura 45 - Fase do diagrama de Bode para o circuito RLC série – Ondas quadradas.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

A partir dos resultados apresentados nas Figuras 45 e 46 percebe-se que é caracterizado a resposta em frequência (módulo e fase) do circuito RLC série por meio das ondas quadradas. A interpolação dos pontos identificados do módulo é suficiente para caracterizar praticamente toda a faixa de frequências de análise. Enquanto que para a fase, a interpolação dos pontos identificados permite caracterizar com precisão o intervalo de 0° a -90° . Essa limitação se dá pela baixa magnitude da relação saída pela entrada para frequências acima de 1M rad/s (160kHz), abaixo de -40dB , impossibilitando a extração de informações com confiabilidade.

Também, o dispositivo utilizado para geração e aquisição dos sinais está limitado a 1MHz , no caso de uma senóide. Para sinais com maior conteúdo espectral, a maior frequência possível é reduzida, dependendo do sinal utilizado. Portanto, ao aplicar as metodologias para frequências superiores a esta, tanto dos sinais harmônicos como as ondas quadradas por intermédio da transformada de Fourier, os resultados não seriam confiáveis.

Por fim, é estimado a FT para o circuito RLC série a partir das curvas de módulo e fase resultantes, Figuras 44 e 45, respectivamente. O procedimento é realizado conforme as etapas descritas para o método das senóides. Portanto, a FT obtida é:

$$G(s) = \frac{9,78517 \times 10^{+09}}{s^2 + 9,9034 \times 10^{+05}s + 9,78517 \times 10^{+09}} \quad (71)$$

9.2 CIRCUITOS ELÉTRICOS ATIVOS

9.2.1 Filtro passa-baixa de 1ª ordem

Para o filtro passa-baixa de 1ª ordem o método da resposta ao degrau é aplicado por meio de duas técnicas gráficas, sendo estas a técnica de Ziegler e Nichols e a técnica de Yuwana e Seborg.

A Figura 46 apresenta a resposta obtida experimentalmente, a partir da aplicação de um degrau de amplitude $A = 0,98726$, com a indicação dos parâmetros para o cálculo do modelo por meio da técnica de Ziegler e Nichols.

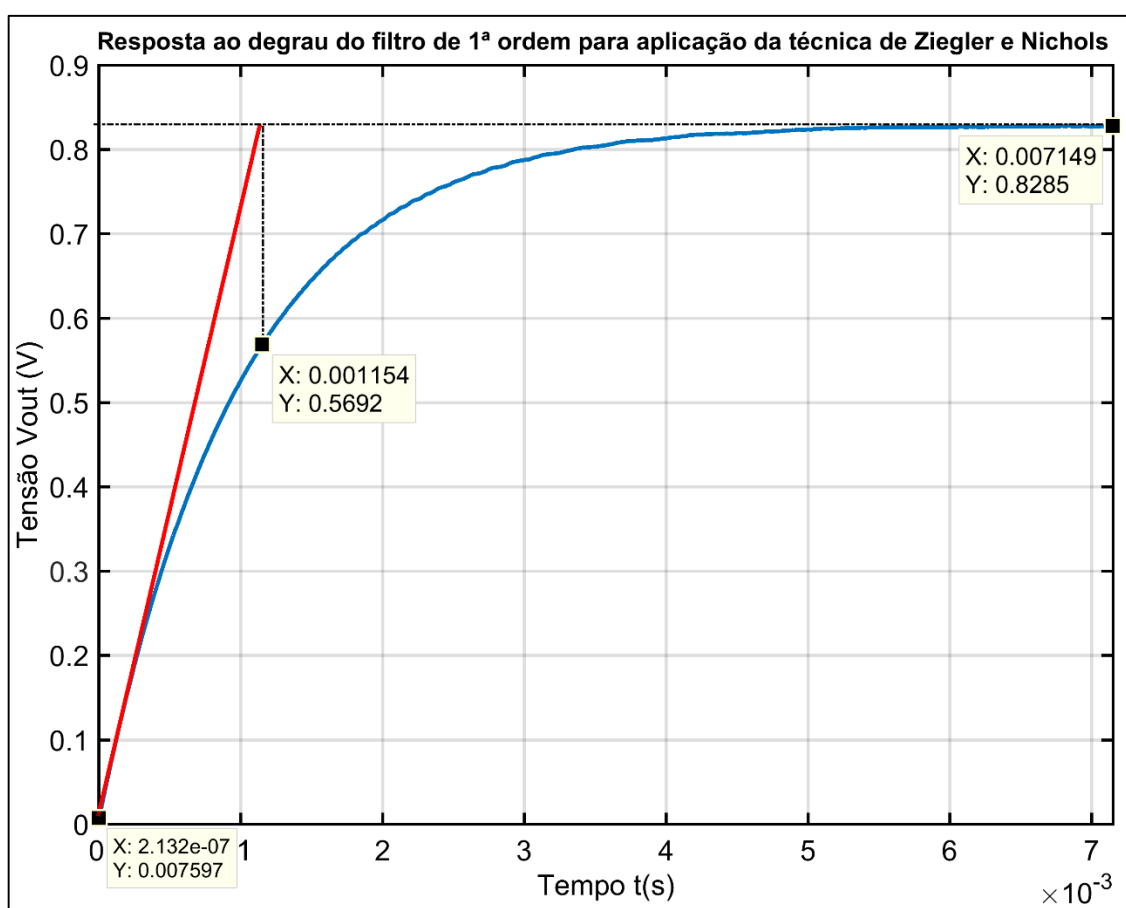


Figura 46 - Resposta ao degrau do filtro de 1ª ordem para aplicação da técnica de Ziegler e Nichols.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

O procedimento para estimar a FT é o mesmo descrito para o circuito RC série. Portanto, o modelo resultante para o filtro passa-baixa de 1ª ordem é dado por:

$$G(s) = \frac{839,21}{1,1538s + 1000} e^{-2,132 \times 10^{-07}s} \quad (72)$$

A Figura 47 apresenta a resposta ao degrau dos modelos do filtro de 1ª ordem, tanto o modelo teórico como o modelo identificado pela técnica de Ziegler e Nichols.

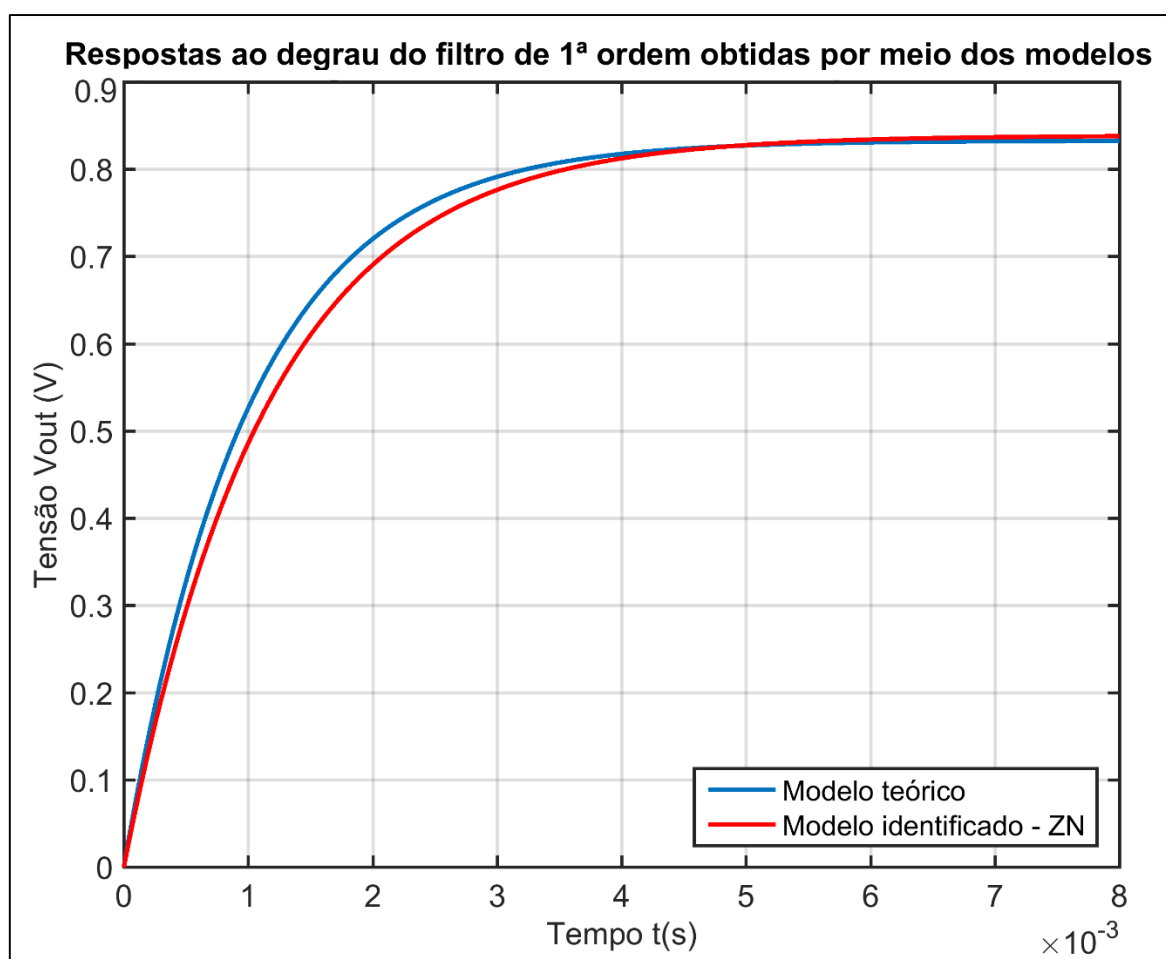


Figura 47 - Respostas ao degrau do filtro de 1ª ordem obtidas por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Ziegler e Nichols.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

Para aplicar a técnica de Yuwana e Seborg ao filtro passa-baixa de 1ª ordem é necessário implementar os circuitos auxiliares, uma vez que tanto a realimentação unitária quanto a ação do controlador proporcional são realizadas por meio de circuitos com amplificadores operacionais. Sendo que o controlador proporcional é implementado na configuração inversora, neste caso o ganho resultante é obtido pela expressão: $-98,36k/98,13k = -1,00234$. A Figura 48 ilustra o circuito para implementação prática, como sinal de entrada utilizou-se um degrau com amplitude $A = 0,9844$.

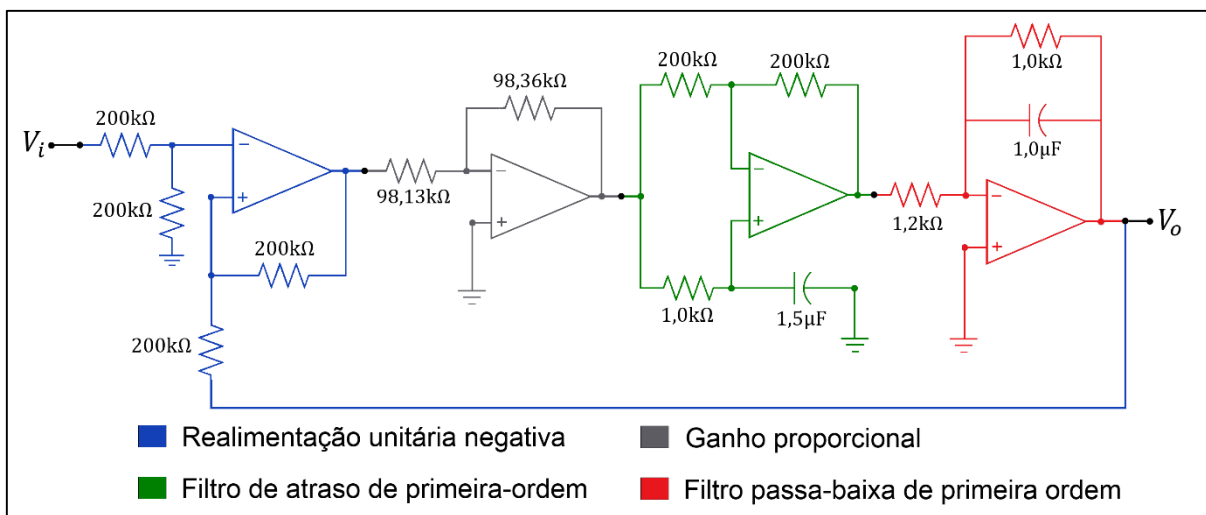


Figura 48 - Circuito esquemático da implementação prática para o filtro de 1ª ordem utilizado na técnica de Yuwana e Seborg.

Fonte: Autoria própria.

A Figura 49 apresenta a resposta ao degrau do filtro de 1ª ordem, bem como a indicação dos parâmetros necessários para aplicar a técnica de Yuwana e Seborg.

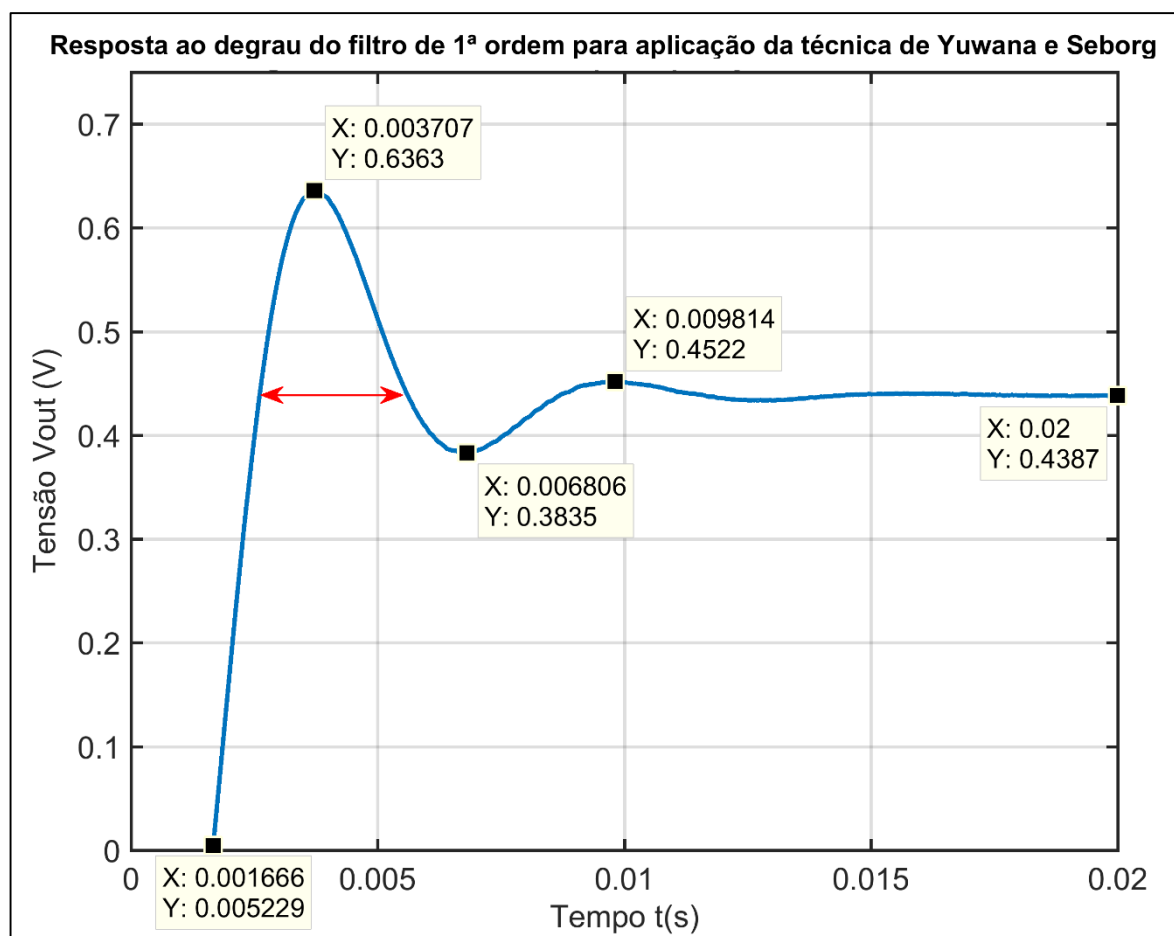


Figura 49 - Resposta ao degrau do filtro de 1ª ordem para aplicação da técnica de Yuwana e Seborg.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

A partir da Figura 49 são estimados os seguintes parâmetros: $y(\infty) = 0,4387$; $y_{p1} = 0,6363$; $y_{p2} = 0,45217$; $y_m = 0,38349$ e $\Delta T = 3,0 \times 10^{-03}s$. Portanto, o modelo resultante em malha fechada para o filtro de 1ª ordem com o circuito de atraso é:

$$G(s) = \frac{-3,41 \times 10^{-04}s + 0,4457}{7,809 \times 10^{-07}s^2 + 1,104 \times 10^{-03}s + 1} \quad (73)$$

Contudo, a partir dos resultados do algoritmo é obtido o modelo de primeira ordem em malha aberta do filtro de 1ª ordem com o circuito de atraso, dado pela FT:

$$G(s) = \frac{802,10}{1,841s + 1000} e^{-0,00153s} \quad (74)$$

A Figura 50 apresenta as respostas ao degrau do filtro de 1ª ordem, fornecidas pelo modelo teórico com circuito de atraso e pelo modelo identificado por YS.

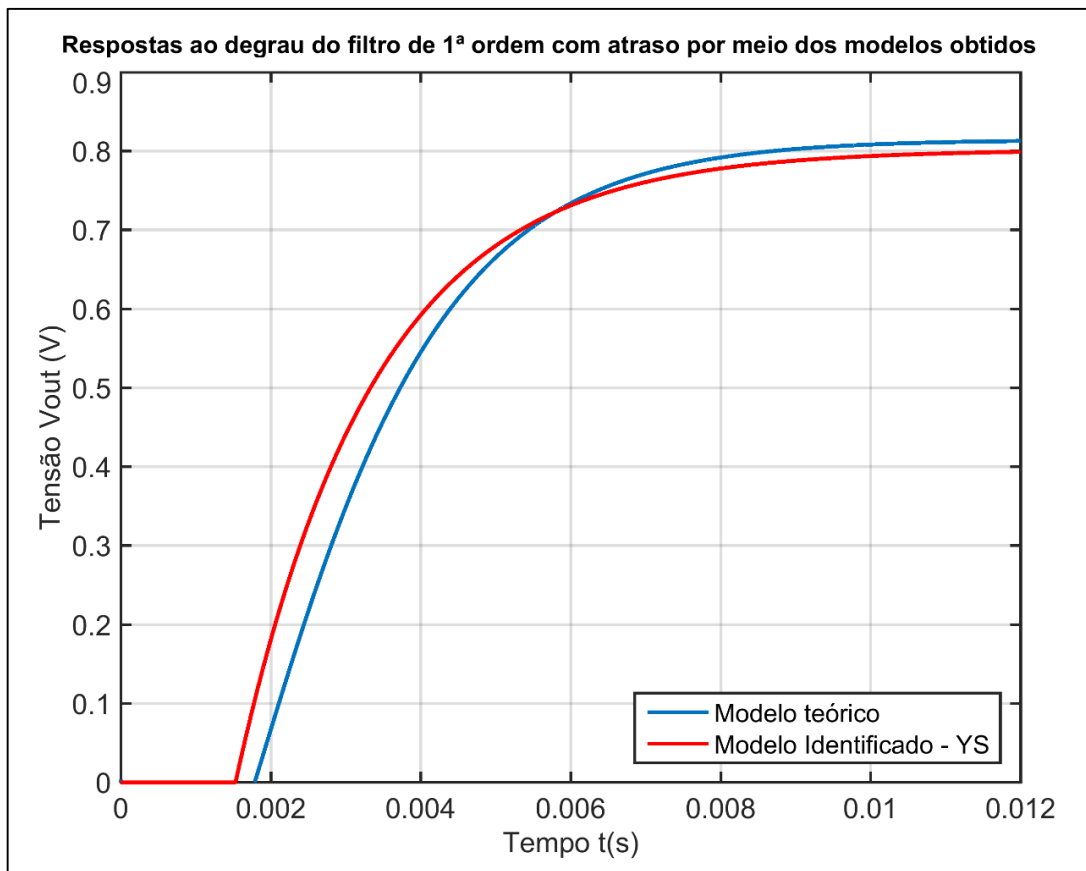


Figura 50 - Respostas ao degrau do filtro de 1ª ordem obtidas por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Yuwana e Seborg.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

Para aplicação do método dos sinais harmônicos ao filtro passa-baixa de 1ª ordem são gerados dez senóides por meio do gerador de funções. Os resultados obtidos para o módulo e fase com as respectivas frequências são apresentados na Tabela 08.

Tabela 08 - Resultados obtidos para o módulo e fase do filtro passa-baixa de 1ª ordem ao aplicar sinais senoidais com diferentes frequências

f (Hz)	ω (rad/s)	Amplitude V_i (V)	Amplitude V_o (V)	Módulo (V/V)	Módulo (dB)	Diferença de fase (s)	Fase (°)
10	62,83	0,4863	0,4005	0,8235	-1,6867	49,08m	176,688
100	628,32	0,4940	0,3447	0,6977	-3,1266	4,100m	147,564
140	879,64	0,4935	0,3052	0,6184	-4,1746	2,759m	139,054
160	1,005K	0,4938	0,2858	0,5787	-4,7509	2,349m	135,280
180	1,131K	0,4938	0,2520	0,5103	-5,8430	2,028m	131,395
200	1,257K	0,4938	0,2427	0,4915	-6,1695	1,780m	128,138
300	1,885K	0,4941	0,1887	0,3819	-8,3610	1,095m	118,303
1000	6,283K	0,4940	0,06088	0,1232	-18,188	0,284m	102,276
1500	9,425K	0,4955	0,04162	0,0840	-21,514	0,1745m	94,252
3000	18,85K	0,4943	0,02141	0,0433	-27,270	0,0868m	93,765

As Figuras 51 e 52 apresentam as curvas do módulo e da fase, respectivamente, bem como a interpolação dos pontos identificados, com o objetivo de caracterizar o comportamento dinâmico do filtro passa-baixa de 1ª ordem para uma ampla faixa de frequências.

O método dos sinais harmônicos forneceu resultados satisfatórios para o filtro passa-baixa de 1ª ordem, uma vez que é possível caracterizar a resposta em frequência (módulo e fase) deste sistema para praticamente toda a faixa de frequências analisada. Resultados que comprovam a eficácia do método aplicado, mesmo ao aplicar apenas dez senóides ao sistema.

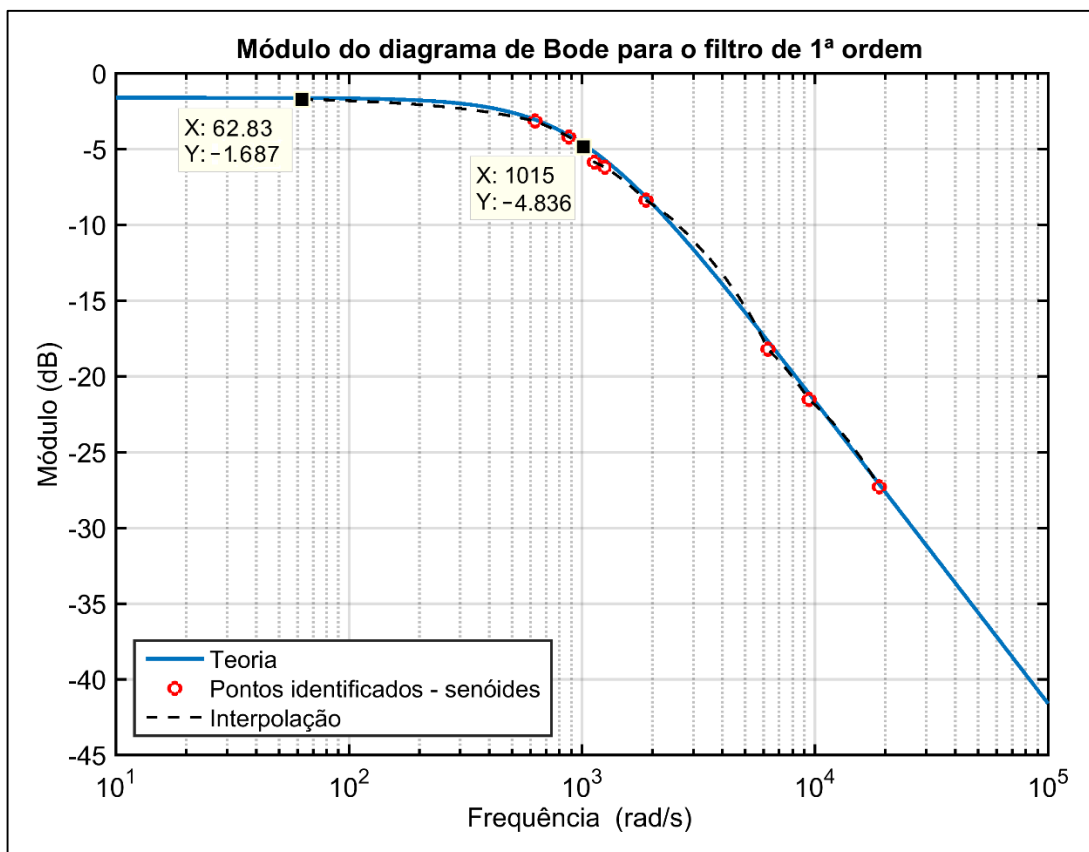


Figura 51 - Módulo do diagrama de Bode para o filtro de 1ª ordem – Senóides.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

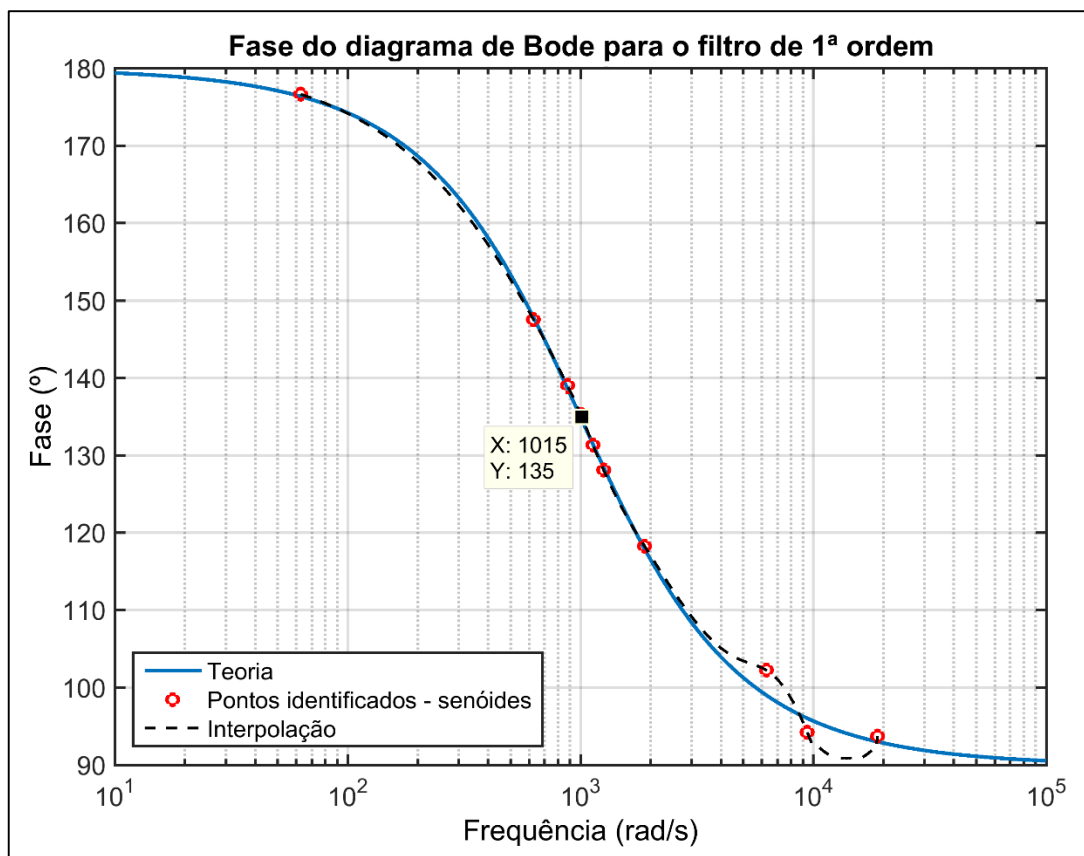


Figura 52 - Fase do diagrama de Bode para o filtro de 1ª ordem – Senóides.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

Os resultados apresentados nas Figuras 51 e 52 são suficientes para obter a FT do sistema a partir do diagrama de Bode estimado. O procedimento é o mesmo realizado para o circuito RC série, uma vez que as curvas de módulo e fase para ambos os sistemas possuem características semelhantes. Contudo são necessárias algumas considerações complementares para estimar a FT do filtro de 1ª ordem:

- A curva de fase inicia-se em 180° e termina em aproximadamente 90° , esta característica está relacionada a dois parâmetros do sistema. O primeiro consiste no ganho inicial negativo, conforme indicação na curva do módulo. Segundo a teoria um ganho $K < 1$ contribui com 180° para a fase do sistema (NISE, 2013). Logo, este parâmetro justifica o ângulo de fase inicial. O segundo parâmetro que influencia a fase do sistema consiste de um fator de primeira ordem, $(1 + j\omega T)^{\pm 1}$, neste caso um polo, uma vez que a fase decresce em 90° na curva.
- A localização do polo é estimada no ângulo de fase de 135° , visto a atuação do ganho $K < 1$ na fase do sistema. Ao analisar a curva de fase verifica-se que a frequência de $1,015 \times 10^{+03}$ rad/s corresponde com o ângulo de fase de 135° .
- A curva do módulo possui um ganho inicial de $-1,687\text{dB}$. Portanto, o ganho do sistema é obtido pela solução da seguinte relação: $20 \log(K) = -1,687$. Sendo assim, $K = 0,823474$.

Portanto, conforme os valores obtidos para o polo e o ganho estático, a FT estimada para o filtro passa-baixa de 1ª ordem é:

$$G(s) = \frac{0,823474}{\frac{s}{1015} + 1} = \frac{835,8263}{s + 1015} \quad (75)$$

Excitou-se o sistema com duas ondas quadradas, uma de 32Hz e outra de 320Hz. A partir do método descrito nos exemplos anteriores, utilizando a transformada de Fourier, obtiveram-se os resultados apresentados nas Tabelas 09 e 10 para o módulo e a fase do filtro, respectivamente.

Tabela 09 - Resultados obtidos para o módulo do filtro passa-baixa de 1ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 32Hz e 320Hz

Harmônica	32 Hz				320 Hz			
	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)
1ª	201,7	102,24	99,2	-3,04	2060,0	99,76	91,11	-8,65
3ª	605,0	93,36	89,69	-3,67	5992,0	90,26	72,96	-17,30
5ª	1008,0	88,70	83,25	-5,52	10,11K	85,71	64,19	-21,52
7ª	1412,0	86,63	78,94	-7,69	14,04K	82,93	58,32	-24,61
9ª	1815,0	84,39	75,30	-9,09	18,16K	80,53	53,87	-26,66
11ª	2218,0	82,57	72,10	-10,47	22,10K	79,02	50,86	-28,16
13ª	2622,0	81,02	69,37	-11,65	26,22K	77,24	47,27	-29,97
15ª	3025,0	79,66	66,97	-12,69	30,15K	76,33	45,17	-31,16
17ª	3428,0	78,44	64,85	-13,59	34,27K	74,81	42,95	-31,86
19ª	3831,0	77,35	62,82	-14,53	38,20K	74,27	41,31	-32,96
21ª	4235,0	76,24	61,02	-15,22	42,32K	72,86	38,79	-34,07
23ª	4638,0	75,31	59,31	-16,00	46,25K	72,59	38,25	-34,34
25ª	5041,0	74,39	57,76	-16,63	50,18K	71,48	36,32	-35,16
27ª	5416,0	74,05	56,79	-17,26	54,30K	71,15	34,89	-36,26
29ª	5819,0	73,59	55,93	-17,66	58,24K	70,25	34,48	-35,77
31ª	6223,0	73,16	54,75	-18,41	62,36K	69,91	33,39	-36,52
33ª	6626,0	72,74	53,68	-19,06	66,29K	69,17	31,67	-37,50
35ª	7029,0	72,34	52,76	-19,58	70,41K	68,79	30,80	-37,99
37ª	7433,0	71,95	52,25	-19,70	74,34K	68,22	30,21	-38,01
39ª	7836,0	71,57	51,41	-20,16	78,46K	67,78	28,37	-39,41
41ª	8239,0	71,20	50,53	-20,67	82,39K	67,33	28,37	-38,96
43ª	8642,0	70,83	49,66	-21,17	86,51K	66,84	27,48	-39,36
45ª	9046,0	70,46	49,04	-21,42	90,44K	66,53	25,40	-41,13
47ª	9449,0	70,09	48,07	-22,02	94,56K	65,97	26,07	-39,90
49ª	9852,0	69,72	47,71	-22,01	98,50K	65,79	25,02	-40,77
51ª	10,26K	69,35	46,99	-22,36	102,6K	65,14	23,30	-41,84

Tabela 10 - Resultados obtidos para a fase do filtro passa-baixa de 1ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 32Hz e 320Hz

Harmônica	32 Hz				4 kHz			
	ω (rad/s)	Ang. V_i (°)	Ang. V_o (°)	Fase (°)	ω (rad/s)	Ang. V_i (°)	Ang. V_o (°)	Fase (°)
1ª	201,7	-158,4	-339,8	178,60	2060,0	-189,9	-73,40	116,5
3ª	605,0	-315,2	-154,9	160,30	5992,0	-283,2	-183,50	99,70
5ª	1008,0	-106,0	-321,0	145,0	10,11K	-124,0	-28,0	96,0
7ª	1412,0	-257,0	-123,0	134,0	14,04K	-218,2	-124,0	94,2
9ª	1815,0	-48,0	-282,0	126,0	18,16K	-56,8	-323,0	93,8
11ª	2218,0	-199,0	-78,0	121,0	22,10K	-150,2	-58,0	92,2
13ª	2622,0	-350,0	-234,0	116,0	26,22K	-351,3	-260,0	91,3

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 09 e 10 realiza-se a comparação dos pontos identificados com o diagrama de bode teórico. As Figuras 53 e 54 apresentam o módulo e a fase, respectivamente, do diagrama de Bode estimado para o filtro passa-baixa de 1ª ordem.

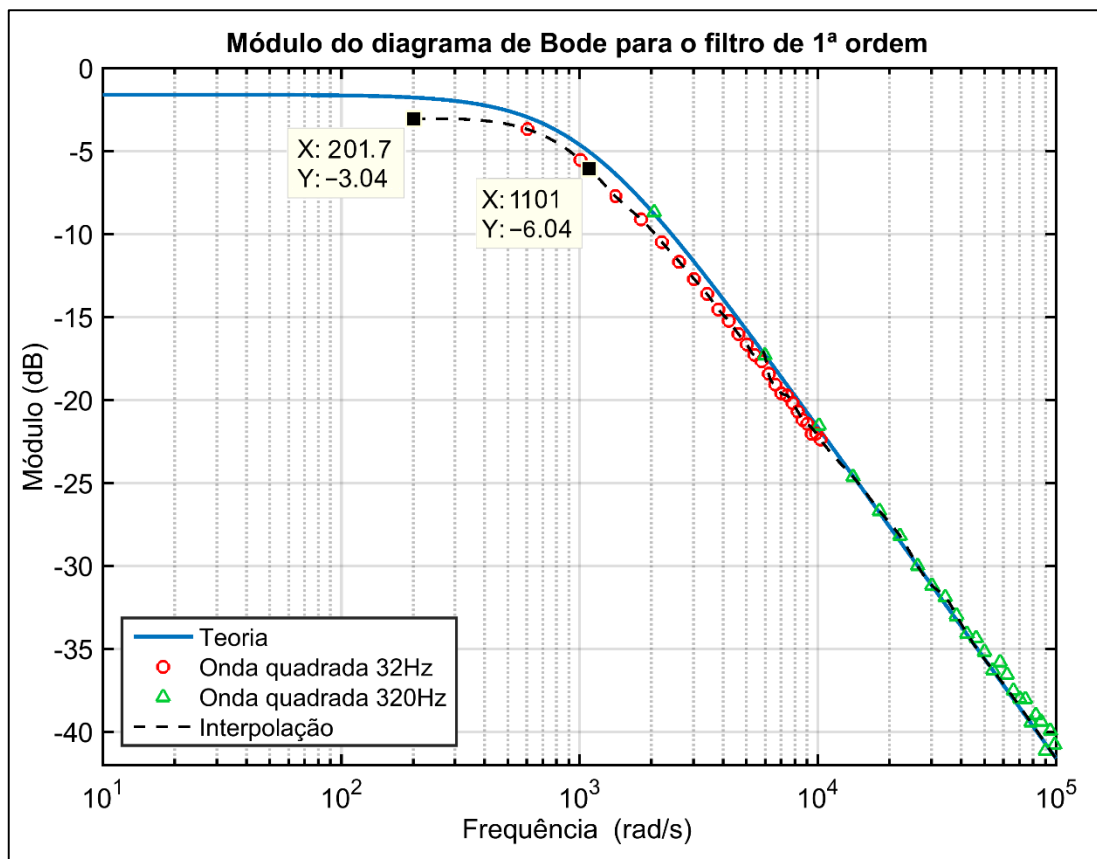


Figura 53 - Módulo do diagrama de Bode para o filtro de 1ª ordem – Ondas quadradas. Fonte: Autoria própria, Matlab.

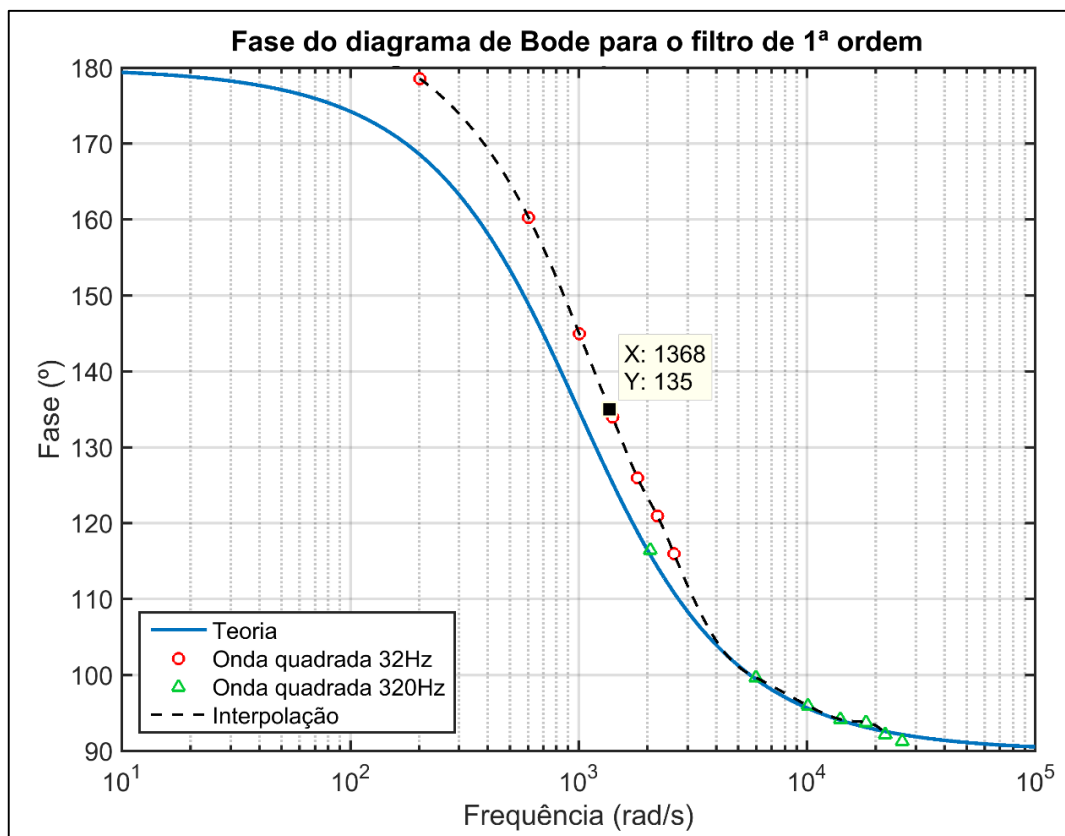


Figura 54 - Fase do diagrama de Bode para o filtro de 1ª ordem – Ondas quadradas.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

Para este sistema observou-se que, qualitativamente, o experimento com a onda quadrada de 32Hz apresentou resultados imprecisos, quando comparados ao diagrama de Bode teórico. Ao analisar os sinais aplicados como entrada verificou-se que a onda quadrada de 32 HZ possui uma certa inclinação nos níveis de alta e baixa. Este comportamento indica que a aquisição desse sinal foi realizada provavelmente com o acoplamento CA do osciloscópio, sendo que este procedimento deve ser realizado com o acoplamento CC. O ruído nos sinais também pode ser um fator que influenciou negativamente os resultados. Entretanto, para uma conclusão mais segura seriam necessárias análises mais aprofundadas.

Independente destes fatores, os pontos identificados do módulo e fase são suficientes para estimar a FT do filtro passa-baixa de 1ª ordem. O procedimento é o mesmo descrito para o método das senóides. A localização do polo é estimada na frequência em que o ganho é reduzido em 3 dB do seu valor inicial. A FT resultante é:

$$G(s) = \frac{0,704693}{\frac{s}{1101} + 1} = \frac{775,867}{s + 1101} \quad (76)$$

9.2.2 Filtro passa-baixa de 2ª ordem

Para o filtro passa-baixa de 2ª ordem os procedimentos experimentais são realizados em malha aberta sem o circuito de atraso de transporte. Na descrição dos sistemas para estudo são apresentados os valores dos componentes, conforme a Figura 17. As simulações para este sistema resultam em uma resposta subamortecida ao aplicar o degrau. Partindo deste pressuposto, o método da resposta ao degrau pode ser implementado tanto por meio da técnica de Análise da Resposta Transitória como também por meio da técnica de Sundaesan para resposta subamortecida.

Para implementar a técnica de análise da resposta transitória é aplicado um degrau com amplitude $A = 0,9856$ ao filtro de 2ª ordem. Já o valor estimado da resposta em regime permanente é $y(\infty) = 0,9765$. Como requisito é necessário que a resposta seja normalizada para $y(\infty) = 1$. Sendo assim, a Figura 55 apresenta a resposta ao degrau normalizada do filtro de 2ª ordem obtida experimentalmente.

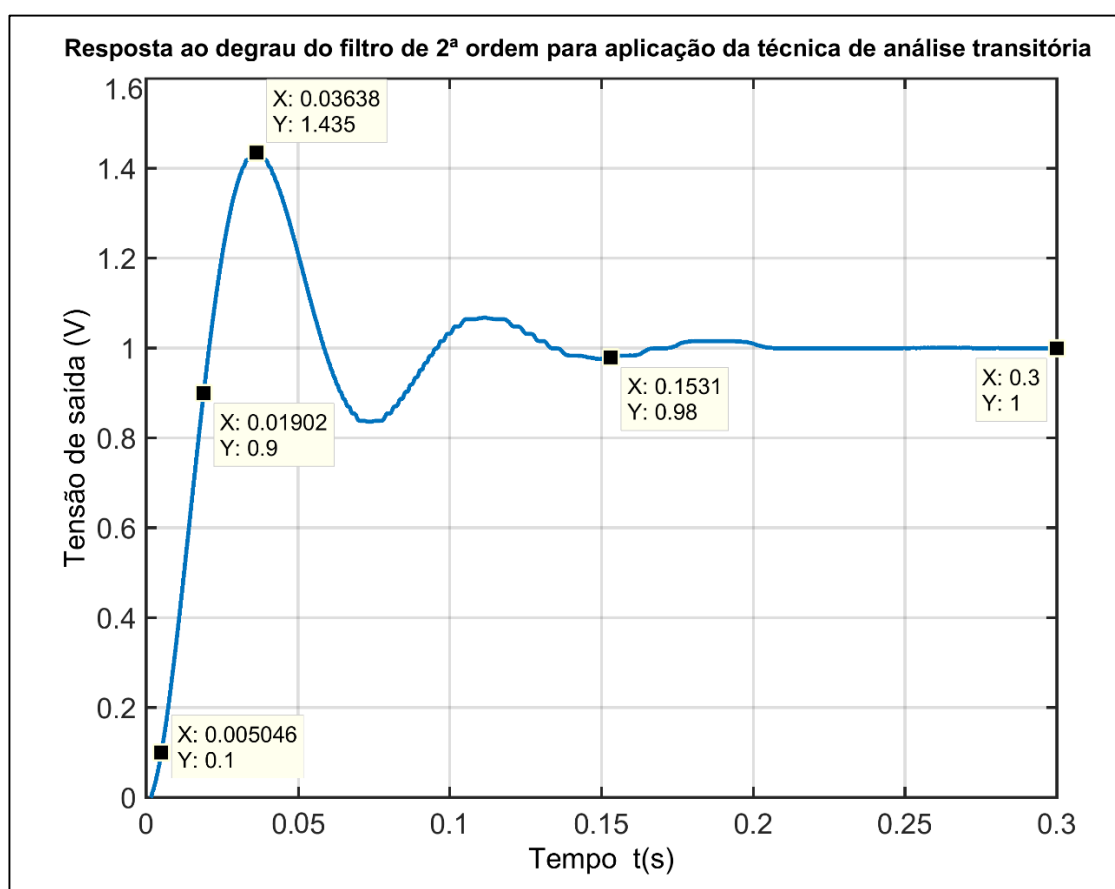


Figura 55 - Resposta ao degrau do filtro de 2ª ordem para aplicação da técnica de Análise da Resposta Transitória.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

A partir da Figura 55 são estimados os seguintes parâmetros: tempo de pico, $t_p = 0,0364$; tempo de subida, $t_r = 0,01398$; tempo de assentamento, $t_s = 0,1531$; e a resposta de pico, $m_p = 1,455$. Portanto, com o auxílio do algoritmo implementado para a técnica de Análise da Resposta Transitória, são obtidos três modelos para o sistema, uma vez que ω_n pode ser calculada em função do valor estimado para t_p , t_r e t_s . Após avaliação dos modelos, conclui-se que a melhor aproximação é realizada em função do tempo de pico, pois este parâmetro está diretamente relacionado ao fator de amortecimento (ξ) do sistema, e desse modo é mais eficiente para caracterizar o comportamento oscilatório da resposta. Assim o modelo resultante para o filtro de 2ª ordem por meio da técnica da resposta transitória é dado por:

$$G(s) = \frac{7907}{s^2 + 45,76s + 7981} \quad (77)$$

A Figura 56 apresenta a resposta ao degrau dos modelos do filtro de 2ª ordem, obtidas por meio do modelo teórico e do modelo identificado pela técnica aplicada.

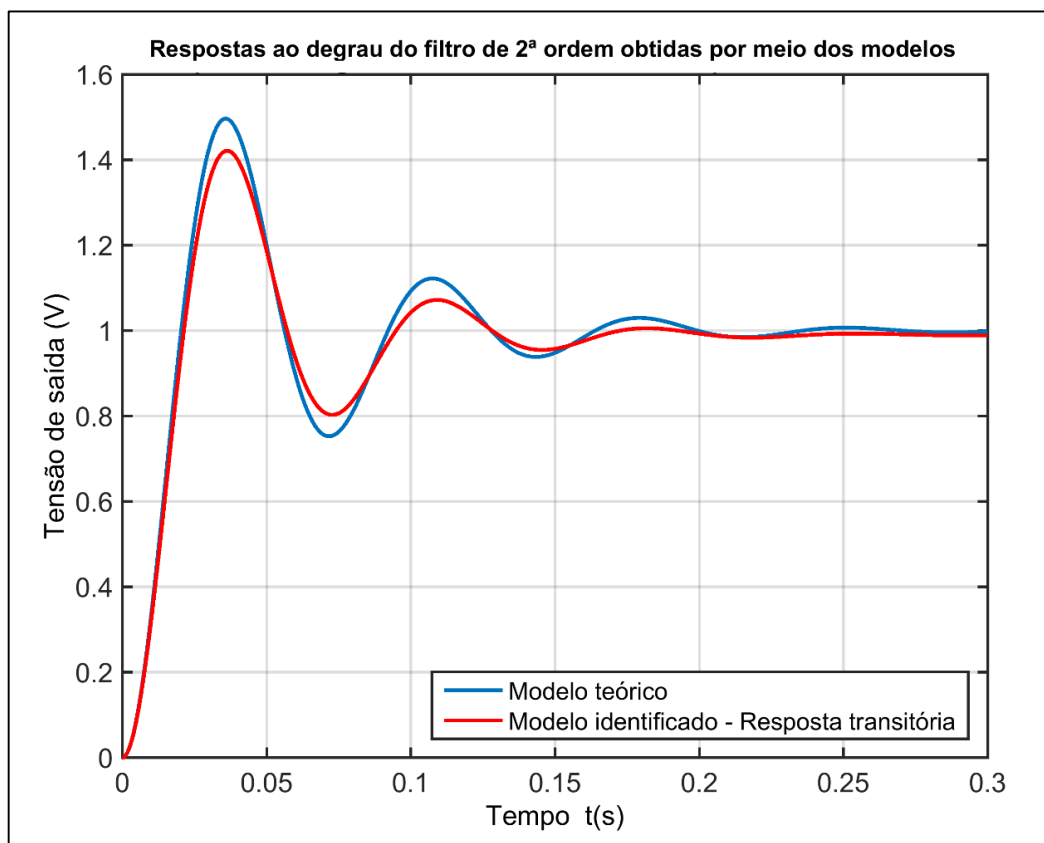


Figura 56 - Resposta ao degrau do filtro de 2ª ordem obtida por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Análise da Resposta Transitória. Fonte: Autoria própria, Matlab.

A implementação da técnica de Sundaresan requer algumas etapas prévias, uma vez que o vetor de dados correspondente ao sinal de saída deve ser normalizado e a resposta deve ser nula no instante $t = 0$. A amplitude do degrau aplicado ao filtro de 2ª ordem e o valor da resposta em regime permanente são os mesmos descritos para a técnica anterior. Portanto, o ganho estático do sistema é calculado pela seguinte equação: $K = y(\infty)/A = 0,99076$.

A Figura 57 apresenta a resposta ao degrau obtida experimentalmente para o filtro de 2ª ordem, bem como a indicação dos parâmetros para o cálculo do modelo por meio da técnica de Sundaresan.

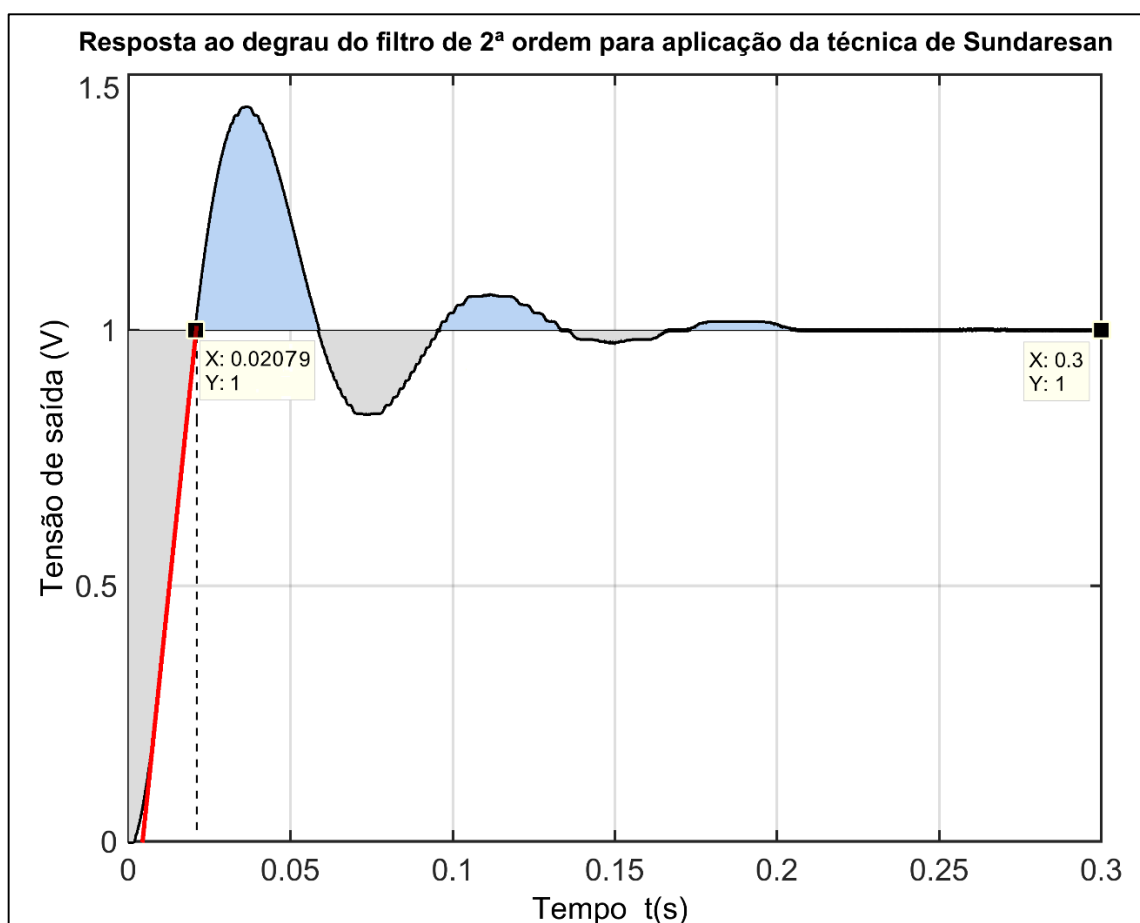


Figura 57 - Resposta ao degrau do filtro de 2ª ordem para aplicação da técnica de Sundaresan.
 Fonte: Autoria própria, Matlab.

A partir da Figura 57 é estimado o instante em que a curva de resposta muda de concavidade, aproximadamente $t = 7\text{ms}$, sendo este o ponto de inflexão da curva. Neste ponto é inserida uma reta tangente, apresentada em vermelho na Figura 57. O parâmetro t_m consiste no instante de tempo em que a reta tangente intercepta o valor da resposta em regime permanente, neste caso $t_m = 0,02079\text{s}$.

É necessário estimar as áreas sombreadas, representadas na cor cinza e azul na Figura 57. A região abaixo do valor da resposta em regime permanente, representada em cinza, é positiva. Enquanto a região acima do valor da resposta em regime permanente, representada em azul, é negativa. Portanto, para este cálculo é necessário calcular cada seção da curva individualmente. Em sequência calcula-se a inclinação da reta tangente ao ponto de inflexão. Os procedimentos de cálculo são os mesmos descritos para o circuito RLC série, seção 9.1.2. O resultado obtido para o cálculo da área é $m_1 = 0,00429$. Enquanto, o resultado obtido para a inclinação da reta tangente é $M_i = 59,657$. Portanto, a partir dos valores calculados para os parâmetros, o modelo resultante para o filtro de 2ª ordem é dado por:

$$G(s) = \frac{6809}{s^2 + 39,88s + 6873} e^{-0,0003s} \quad (78)$$

A Figura 58 apresenta as respostas ao degrau obtidas pelo modelo teórico do filtro de 2ª ordem e pelo modelo identificado pela técnica de Sundaresan.

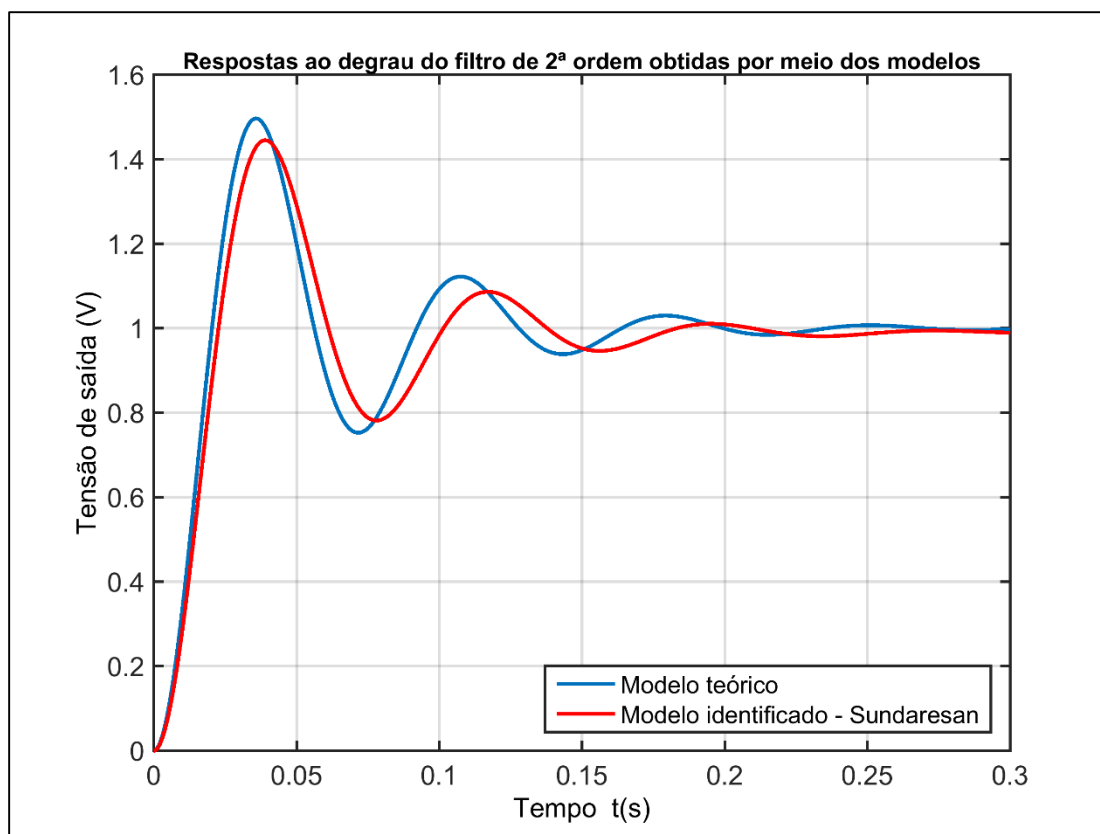


Figura 58 - Respostas ao degrau do filtro de 2ª ordem obtidas por meio do modelo teórico e pelo modelo identificado pela técnica de Sundaresan.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

Para aplicação do método dos sinais harmônicos ao filtro passa-baixa de 2ª ordem são gerados doze senóides por meio do gerador de funções. A Tabela 11 apresenta os resultados obtidos a partir da aplicação dos sinais senoidais, com as respectivas frequências.

Tabela 11 - Resultados obtidos para o módulo e fase do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar sinais senoidais com diferentes frequências

f (Hz)	ω (rad/s)	Amplitude V_i (V)	Amplitude V_o (V)	Módulo (V/V)	Módulo (dB)	Diferença de fase (s)	Fase (°)
1	6,2832	0,2613	0,2548	0,9751	-0,2188	-4,40m	-1,58
8	50,265	0,4812	0,6603	1,3722	2,7483	-7,53m	-21,68
10	62,832	0,4853	0,7904	1,6287	4,2368	-9,69m	-34,88
12	75,398	0,4876	0,9210	1,8888	5,5237	-13,02m	-56,25
13,5	84,823	0,4887	0,9235	1,8897	5,5279	-16,29m	-79,16
15	94,248	0,4891	0,8102	1,6565	4,3838	-18,60m	-100,44
17	106,814	0,4893	0,6012	1,2287	1,7889	-19,61m	-120,01
19	119,380	0,4906	0,4429	0,9027	-0,8891	-19,64m	-134,34
30	188,496	0,4912	0,1388	0,2826	-10,977	-14,43m	-155,82
150	942,478	0,4931	0,0053	0,0107	-39,412	-3,15m	-169,94
300	1,885K	0,4934	0,0012	0,0024	-52,396	-1,55m	-167,83
1K*	6,283K	0,4942	95,349 μ	192,94 μ	-74,292	-	-

Notas:

* A senóide de 1kHz não forneceu nenhum resultado satisfatório para a fase, visto que não é perceptível um pico na resposta, impossibilitando estimar com precisão uma diferença de fase entre os sinais.

As Figuras 59 e 60 apresentam as curvas do módulo e fase, respectivamente, bem como a interpolação dos pontos identificados. Os resultados obtidos comprovam a eficácia do método aplicado, visto que é estimada a resposta em frequência do filtro passa-baixa de 2ª ordem para praticamente toda a faixa de frequência analisada, mesmo ao aplicar apenas doze sinais senoidais.

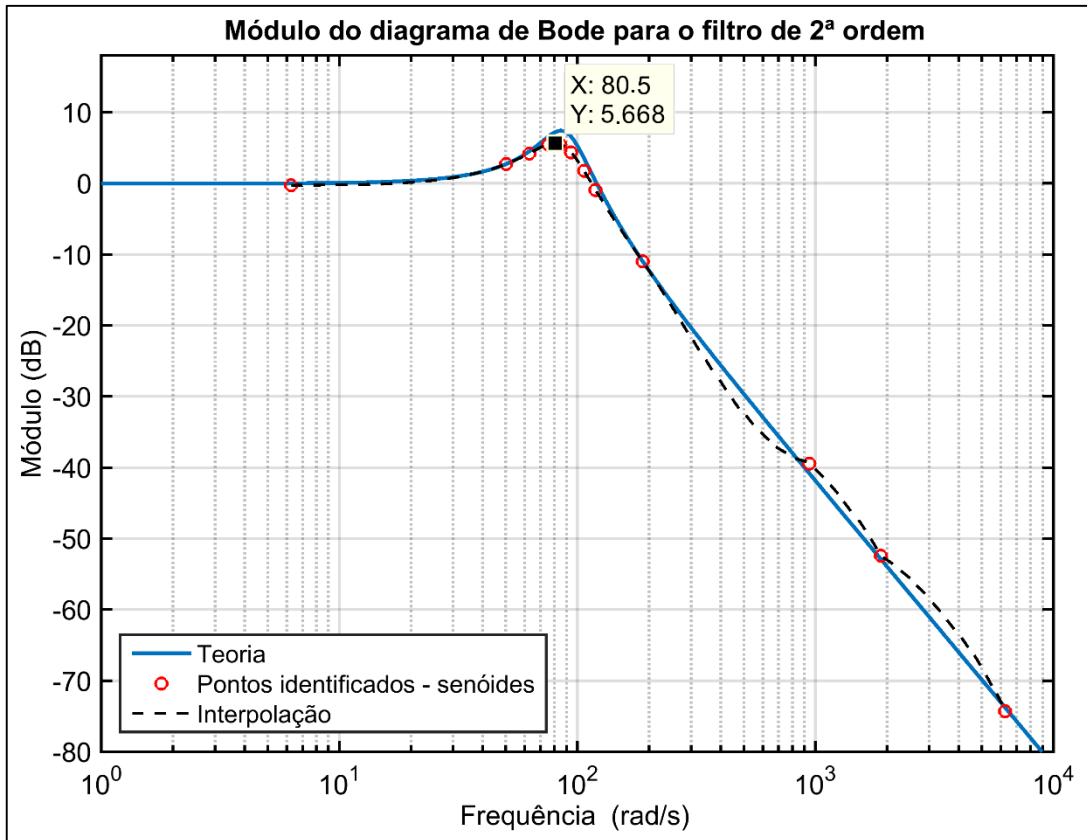


Figura 59 - Módulo do diagrama de Bode para o filtro de 2ª ordem – Senóides.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

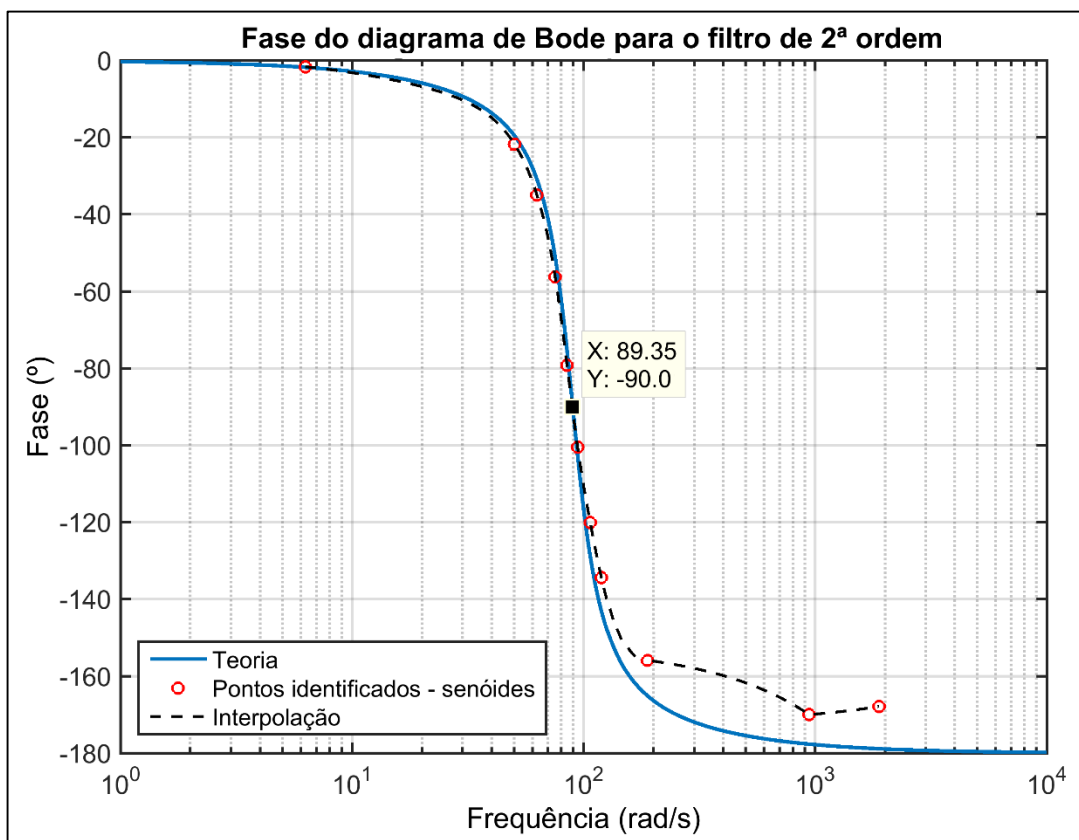


Figura 60 - Fase do diagrama de Bode para o filtro de 2ª ordem – Senóides.
Fonte: Autoria própria, Matlab.

A função de transferência do filtro passa-baixa de 2ª ordem é estimada a partir do diagrama de Bode apresentado nas Figuras 59 e 60. O procedimento pode ser realizado seguindo as mesmas etapas descritas para o circuito RLC série, seção 9.1.2. Contudo, em sequência são apresentadas as etapas de uma metodologia alternativa para estimar os parâmetros da FT:

1. A princípio é necessário estimar a ordem relativa do sistema. Ao analisar a curva de fase verifica-se que esta inicia-se em 0° e termina em aproximadamente 172° , esta característica é uma indicação da presença de um fator quadrático na FT, $[1 + 2\xi(j\omega/\omega_n) + (j\omega/\omega_n)^2]^{\pm 1}$, neste caso dois polos, uma vez que a fase decresce aproximadamente -180° .
2. Ao avaliar a curva do módulo verifica-se que após uma determinada frequência o ganho começa a decrescer com uma inclinação de aproximadamente -40 dB/dec, este comportamento confirma a existência do fator quadrático. Vale destacar que existe um pico no ganho, segundo a teoria este comportamento indica que o sistema é de segunda ordem constituído por polos subamortecidos, sendo os mesmos caracterizados por um fator de amortecimento na faixa de $0 \leq \xi \leq 0,707$ (NISE, 2013). A frequência em que ocorre o pico é definida como a frequência de ressonância do sistema (ω_r), ao passo que o ganho no instante de pico é definido como o valor do pico de ressonância (M_r). Ao avaliar a curva do módulo são estimados os parâmetros: $\omega_r = 80,5$ rad/s e $M_r = 5,668$ dB.
3. As características observadas na curva do modulo são suficientes para afirmar que o fator quadrático é constituído por dois polos complexos conjugados. Sendo assim, este fator é caracterizado por uma frequência de corte no ângulo de fase de -90° , sendo esta frequência uma aproximação para a frequência natural não amortecida do sistema (ω_n). Neste caso ao avaliar a curva de fase estima-se que $\omega_n = 89,35$ rad/s.
4. O fator de amortecimento (ξ) caracteriza o comportamento dinâmico do sistema e está diretamente relacionado a magnitude máxima na curva do módulo (NISE, 2013). Considerando-se as características observadas nas curvas do módulo e fase, podem ser aplicadas duas aproximações para o cálculo do fator de amortecimento:

$$M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (79)$$

$$\omega_r = \omega_n\sqrt{1-2\xi^2} \quad (80)$$

as duas equações são válidas para estimar o fator de amortecimento do sistema, contudo o pico de ressonância está diretamente relacionado ao ξ , neste caso utiliza-se a equação (79). Sendo o valor utilizado para M_r no cálculo obtido pela seguinte relação: $20 \log(M_r) = 5,668$ dB. Portanto, o coeficiente de amortecimento estimado é $\xi = 0,27$.

5. Ao analisar a curva do módulo verifica-se que não existe um valor inicial, logo, conclui-se que o ganho K do sistema é unitário.

Portanto, a partir dos parâmetros identificados (ξ e ω_n), bem como o valor estimado para o ganho K, a função de transferência estimada para o filtro passa-baixa de 2ª ordem é:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{7983,4225}{s^2 + 48,3205s + 7983,4225} \quad (81)$$

Para aplicação da transformada de Fourier, aplicaram-se quatro ondas quadradas, com frequências de 1Hz, 4,5Hz, 30Hz e 300Hz. Com a aplicação desta metodologia verifica-se que quanto menor a frequência do sinal aplicado como entrada, o resultado é um número maior de componentes harmônicas com informações significativas. Para o caso do filtro passa-baixa de 2ª ordem são obtidos os seguintes resultados com as ondas quadradas: 1Hz resultou em aproximadamente 28 componentes, 4,5kHz resultou em 13 componentes, 30Hz resultou em 8 componentes e a de 300Hz em 4 componentes.

As Tabelas 12 e 13 apresentam os resultados obtidos para o módulo do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 1Hz e 4,5Hz, e 30Hz e 300Hz, respectivamente.

Tabela 12 - Resultados obtidos para o módulo do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 1Hz e 4,5Hz

Harmônica	1,0 Hz				4,5 Hz			
	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)
1ª	5,992	103,6	103,7	0,10	23,97	103,2	103,9	0,7
3ª	19,17	94,15	94,53	0,38	74,90	94,30	99,83	5,53
5ª	31,16	89,57	90,63	1,06	125,8	89,98	87,89	-2,09
7ª	44,34	86,86	88,96	2,10	176,8	86,68	77,02	-9,66
9ª	56,33	84,37	87,87	3,50	224,7	83,61	69,10	-14,51
11ª	69,51	82,99	87,99	5,00	275,6	82,75	64,39	-18,36
13ª	81,49	81,07	86,75	5,68	326,6	81,68	60,65	-21,03
15ª	94,68	80,34	84,70	4,36	377,5	80,33	56,28	-24,05
17ª	106,70	78,63	80,42	1,79	428,4	78,56	52,96	-25,60
19ª	119,80	78,32	77,44	-0,88	476,4	77,63	49,78	-27,85
21ª	131,80	76,67	73,40	-3,27	527,3	77,38	48,03	-29,35
23ª	145,00	76,69	71,32	-5,37	578,2	76,70	45,12	-31,58
25ª	157,00	75,02	67,81	-7,21	629,2	75,57	42,72	-32,85

Tabela 13- Resultados obtidos para o módulo do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 30Hz e 300Hz

Harmônica	30 Hz				300 Hz			
	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)	ω (rad/s)	Mag. V_i (dB)	Mag. V_o (dB)	Módulo (dB)
1ª	201,7	102,6	91,63	-10,97	1,873K	99,91	49,71	-50,20
3ª	576,2	93,44	62,77	-30,67	5,618K	90,30	21,07	-69,23
5ª	950,7	89,28	50,60	-38,68	9,363K	85,71	9,40	-76,31
7ª	1325,0	86,55	43,25	-43,30	13,11K	82,57	2,44	-80,13
9ª	1700,0	84,50	37,86	-46,64	-	-	-	-
11ª	2074,0	82,82	32,59	-50,23	-	-	-	-
13ª	2449,0	81,36	25,24	-56,12	-	-	-	-
15ª	2823,0	80,03	18,06	-61,97	-	-	-	-

A Tabela 14 apresenta os resultados estimados para a fase do filtro de passa-baixa de 2ª ordem com a aplicação das respectivas ondas quadradas

Tabela 14 - Resultados obtidos para a fase do filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar as ondas quadradas de 1Hz, 4,5Hz, 30Hz e 300Hz

Onda quadrada	Harmonica	ω (rad/s)	Ângulo V_i (°)	Ângulo V_o (°)	Fase (°)
1,0 Hz	1ª	5,992	-226,90	-228,7	-1,80
	3ª	19,17	-312,10	-317,8	-5,70
	5ª	31,16	-226,0	-236,8	-10,80
	7ª	44,34	-311,25	-329,	-17,75
4,5 Hz	1ª	23,97	-23,29	-31,4	-8,11
	3ª	74,90	-61,50	-119,7	-58,20
	5ª	125,80	-99,80	-236,9	-137,10
30 Hz	1ª	201,70	-161,40	-319,63	-158,23
	3ª	576,2	-147,10	-316,3	-169,20
	5ª	950,7	-137,00	-307,2	-170,20
300 Hz	1ª	1873,0	-82,86	-250,3	-167,44
	3ª	5,618K	-68,70	-237,0	-168,70

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 12, 13 e 14, é realizada a comparação dos pontos identificados com o diagrama de bode teórico. As Figuras 61 e 62 apresentam as curvas módulo e fase, respectivamente, do diagrama de Bode estimado para o sistema.

Os pontos identificados são suficientes para estimar a função de transferência do filtro passa-baixa de 2ª ordem. O procedimento é realizado conforme as etapas descritas para o método das senóides. Portanto, a FT resultante é:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{8747,861}{s^2 + 50,5062s + 8747,861} \quad (82)$$

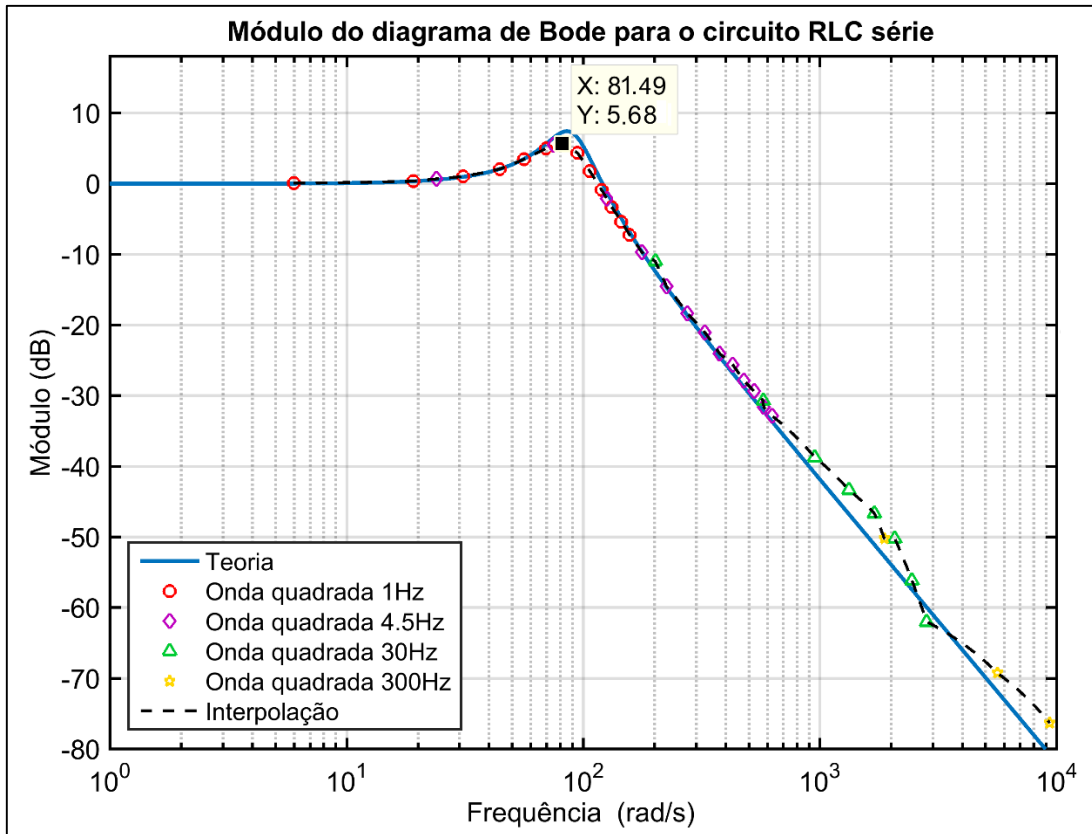


Figura 61 - Módulo do diagrama de Bode para o filtro de 2ª ordem – Ondas quadradas.
 Fonte: Autoria própria, Matlab.

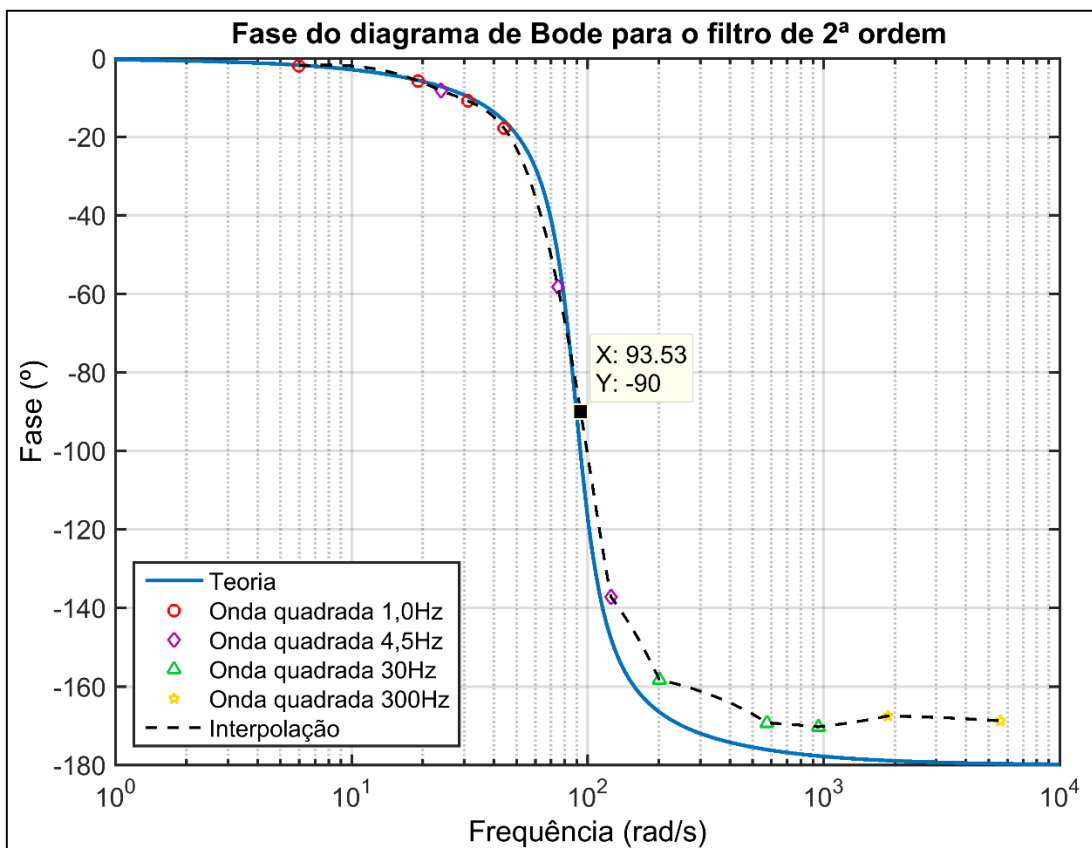


Figura 62 - Fase do diagrama de Bode para o filtro de 2ª ordem - Ondas quadradas.
 Fonte: Autoria própria, Matlab.

Por fim, é proposto uma metodologia alternativa com a aplicação da transformada de Fourier. Este experimento pretende avaliar um diferente sinal de entrada para implementação prática, sendo o mesmo caracterizado por possuir muita informação no domínio da frequência, ou seja, possui muitas componentes harmônicas significativas em várias faixas de frequência. Desse modo, a partir de uma única aquisição do sinal pretende-se caracterizar a resposta em frequência do sistema estudado.

Portanto, para avaliar esta metodologia, é aplicado ao filtro passa-baixa de 2ª ordem a função $\text{sen}(x)/x$, geralmente descrita na literatura como função sinc. A Figura 63 apresenta os sinais obtidos, entrada e saída, no domínio do tempo.

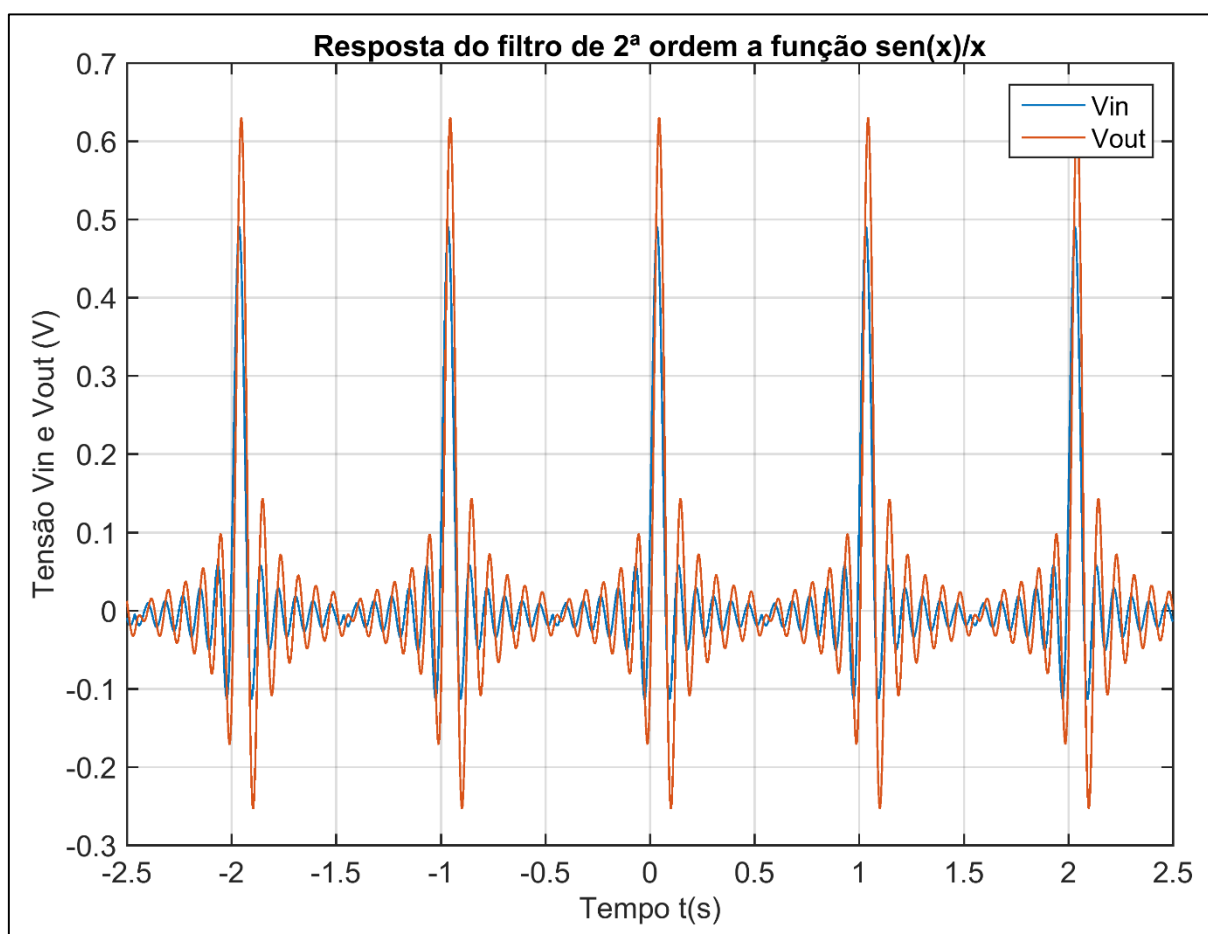


Figura 63 - Resposta do filtro de 2ª ordem ao sinal de entrada $\text{sen}(x)/x$
Fonte: Autoria própria, Matlab.

Em sequência, o procedimento é o mesmo desenvolvido para as ondas quadradas, a transformada rápida de Fourier é aplicada aos sinais de entrada e saída no domínio do tempo. Logo, calcula-se a razão do espectro do sinal de saída pelo espectro do sinal de entrada, resultando no módulo da resposta em frequência.

A Figura 64 apresenta o módulo do resultado obtido para o filtro passa-baixa de 2ª ordem ao aplicar esta metodologia. A curva teórica do módulo é representada em azul, já a curva em vermelho representa o módulo estimado a partir da resposta do sistema a função sinc.

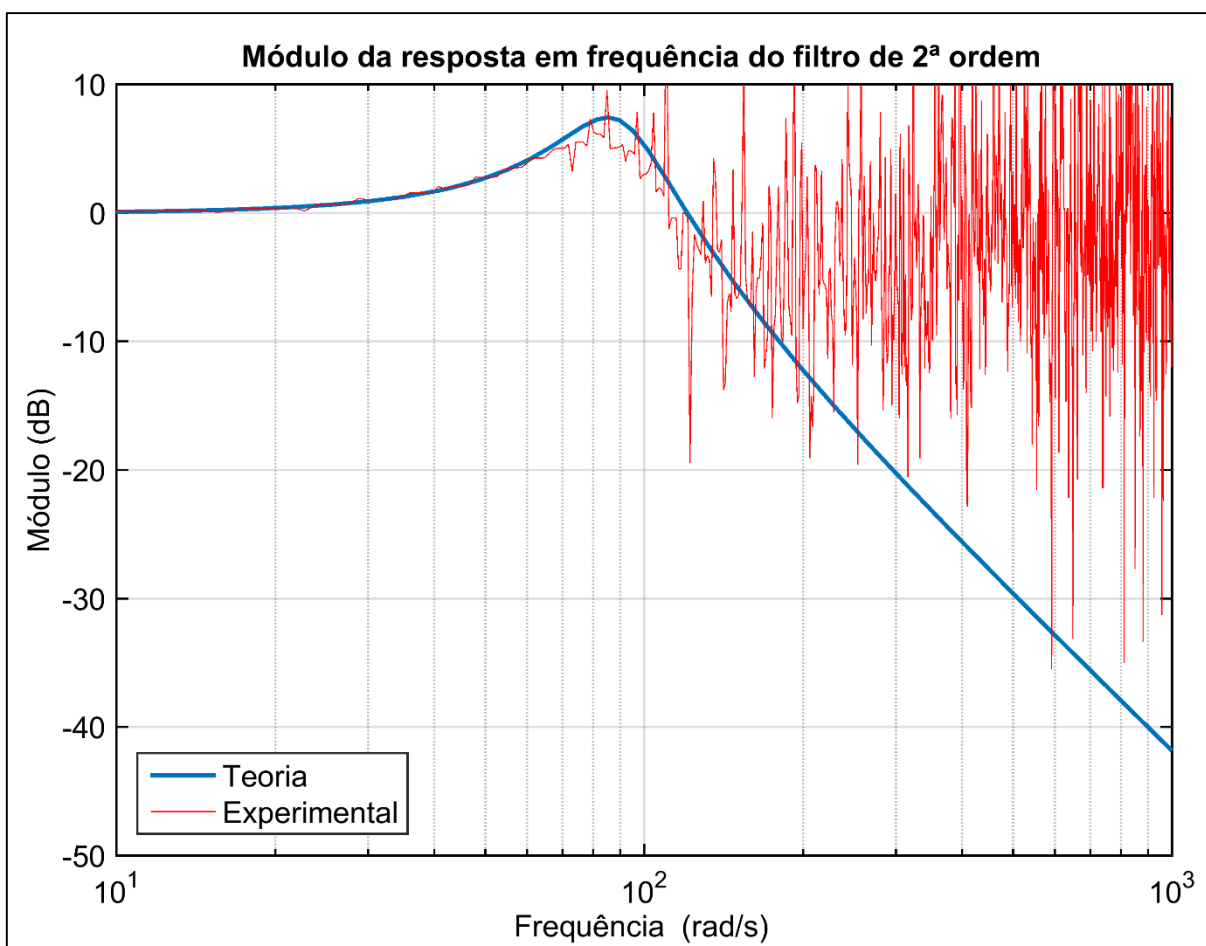


Figura 64 – Curva do módulo teórica e estimada da resposta em frequência para o filtro de 2ª ordem.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

Ao analisar a Figura 64 é possível realizar algumas considerações. Para a primeira década avaliada o resultado estimado caracteriza com certa precisão a curva teórica. Já para a segunda década avaliada o resultado é insatisfatório. Contudo, este método é uma potencial aplicação, mas deve ser realizado um estudo prévio para decidir qual o melhor sinal de entrada, como também a frequência deste sinal, de modo que as componentes harmônicas satisfatórias do sinal caracterizem toda a faixa de frequências do sistema sob estudo.

9.3 SERVOMECANISMO CC

O servomecanismo CC sob estudo consiste de um módulo de ensino fabricado pela Datapool Eletrônica. Este equipamento é utilizado na disciplina de sistemas de controle da UTFPR para o desenvolvimento de atividades práticas, tais como o estudo de métodos de identificação de sistemas. O procedimento experimental para adquirir os sinais é realizado por meio de uma placa de aquisição de dados.

O manual do equipamento apresenta a modelagem física-matemática. Contudo, o fabricante não fornece os valores dos parâmetros que caracterizam o modelo, sendo estes o momento de inércia, resistência de armadura, indutância de armadura e as constantes relacionadas aos parâmetros construtivos do servomecanismo. Vale ressaltar também que este equipamento já foi submetido a diversos procedimentos experimentais, o que provavelmente resultou na depreciação dos componentes ao longo do tempo. Portanto, como não existe um modelo exato do sistema, a comparação dos modelos identificados é realizada conforme a curva de resposta experimental.

É importante garantir a integridade tanto do servomecanismo CC como do equipamento utilizado para aquisição dos sinais. Desse modo, é realizado somente o teste da resposta ao degrau, visto que não são fornecidas informações da possibilidade de aplicar outros sinais de entrada oscilatórios, tais como senóides ou ondas quadradas.

Conforme experiências com o servomecanismo CC, recomenda-se aplicar um degrau com amplitude $A = 1,5$. Desse modo, a resposta fornecida pelo sistema é suficiente para aplicação das técnicas gráficas. Para este trabalho são realizados dois testes com o servomecanismo CC. A partir dos resultados verifica-se que os sinais de resposta são muito influenciados pela presença do ruído. Desse modo é realizada a média entre os dois sinais de saída, para posterior aplicação das metodologias de identificação.

Partindo dessas premissas, o método da resposta ao degrau pode ser implementado tanto por meio da técnica de análise da resposta transitória como também por intermédio da técnica de Sundaesan para resposta subamortecida.

O valor estimado da resposta em regime permanente é $y(\infty) = 1,0002$. Portanto, o ganho estático do sistema é calculada pela seguinte equação: $K = y(\infty)/A = 0,6668$. Em sequência são apresentados os resultados para a técnica de Análise da Resposta Transitória

Como o valor da resposta em regime permanente é praticamente unitário, não é necessário realizar a normalização da curva de resposta. Sendo assim, a Figura 65 apresenta a resposta ao degrau obtida experimentalmente do servomecanismo CC, bem como a indicação dos parâmetros necessários para o cálculo do modelo.

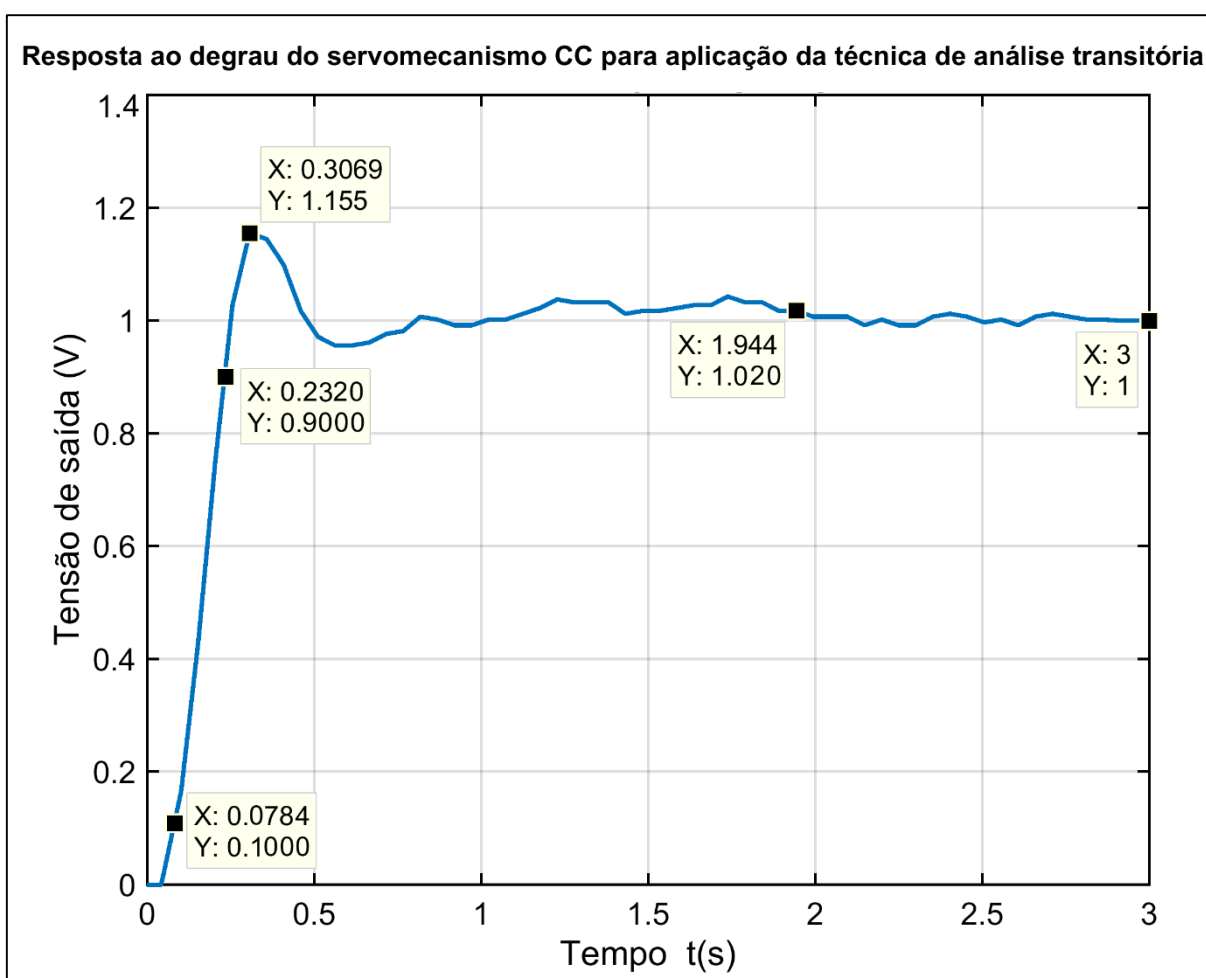


Figura 65 - Resposta ao degrau do servomecanismo CC para aplicação da técnica de Análise da Resposta Transitória.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

A partir da Figura 65 são estimados os seguintes parâmetros: tempo de pico, $t_p = 0,3069s$; tempo de subida, $t_r = 0,15359s$; tempo de assentamento, $t_s = 1,944s$, e a resposta de pico, $m_p = 1,155$.

São obtidos três modelos para o sistema, em função dos valores estimados para t_p , t_r e t_s . Após avaliação dos modelos, conclui-se que as aproximações realizadas em função do tempo de pico e do tempo de subida são satisfatórias, porém o primeiro caso fornece uma resposta melhor, uma vez que é caracterizado o comportamento oscilatório do sistema de forma mais eficaz. Assim o modelo resultante para o servomecanismo CC por meio da técnica de Análise da Resposta Transitória é dado por:

$$G(s) = \frac{94,38}{s^2 + 12,13s + 141,6} \quad (83)$$

A Figura 66 apresenta as respostas ao degrau do servomecanismo CC, obtida experimentalmente e por meio do modelo identificado pela técnica aplicada.

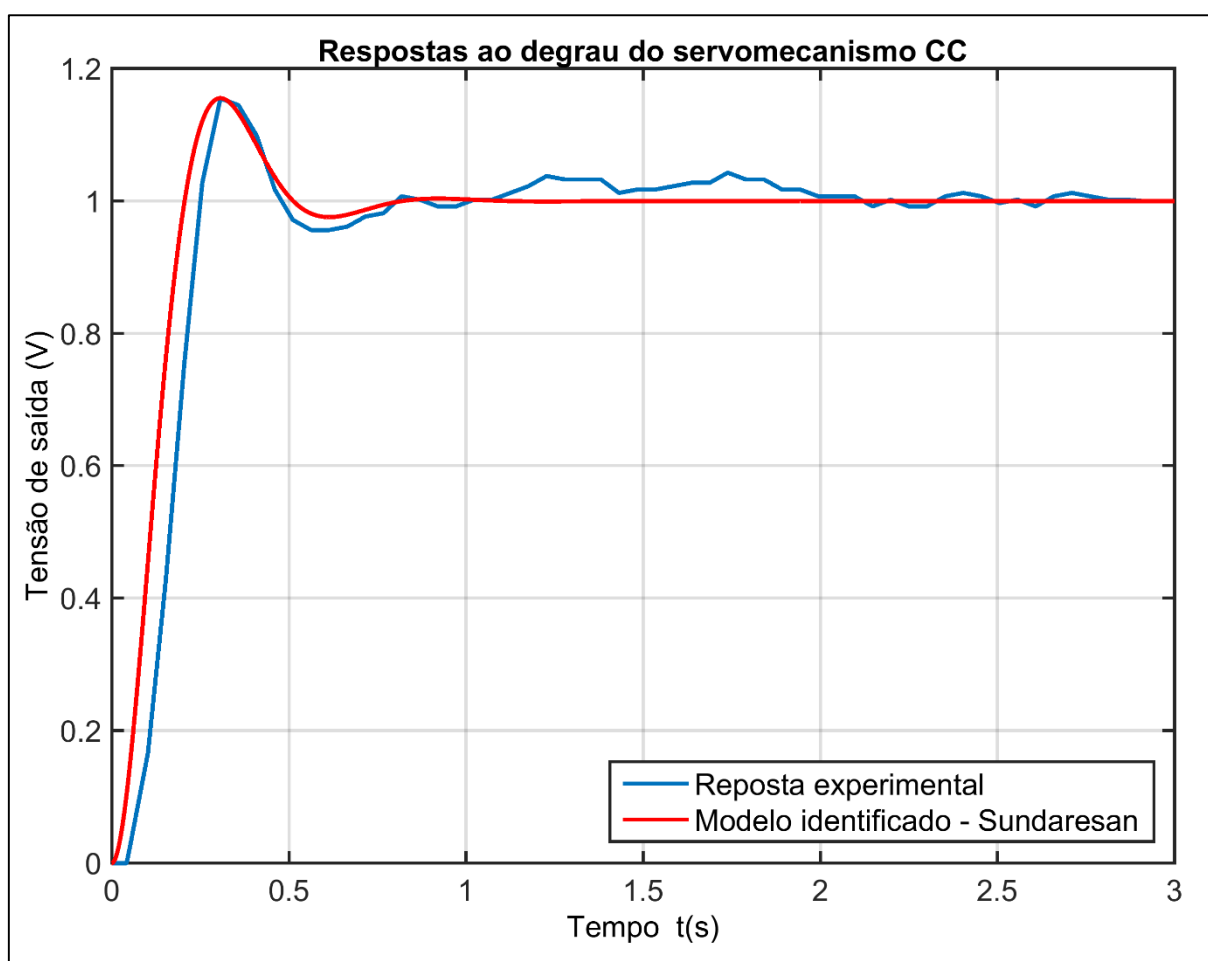


Figura 66 - Respostas ao degrau do servomecanismo CC obtidas experimentalmente e pelo modelo identificado pela técnica de Análise da Resposta Transitória.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

Para implementação da técnica de Sundaresan são considerados os mesmos valores descritos para a amplitude do degrau, valor da resposta em regime permanente e o ganho DC do sistema. Não é necessário realizar as etapas prévias da técnica de Sundaresan, pois a curva de resposta obtida possui valor em regime permanente aproximadamente unitário e não existem condições iniciais na resposta.

A Figura 67 apresenta a resposta ao degrau obtida experimentalmente para o servomecanismo CC, bem como a indicação dos parâmetros para o cálculo do modelo por meio da técnica de Sundaresan. O procedimento para o cálculo é o mesmo descrito para o filtro passa-baixa de 2ª ordem, seção 9.2.2.

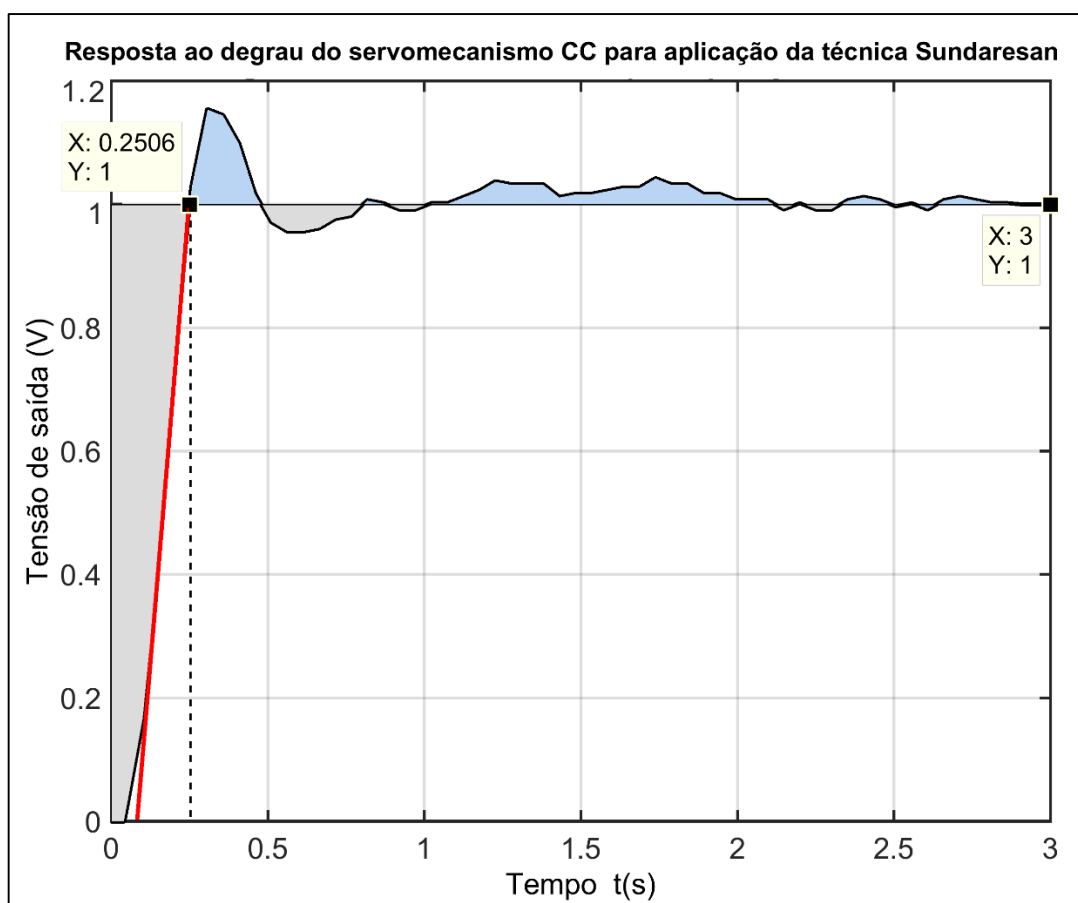


Figura 67 - Resposta ao degrau do servomecanismo CC para aplicação da técnica de Sundaresan.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

A partir da Figura 67 são estimados os seguintes parâmetros: instante em que a curva de resposta muda de concavidade, aproximadamente em $t = 0,128s$; instante de tempo em que a reta tangente intercepta o valor em regime permanente, $t_m = 0,2506s$. Já o resultado obtido para o cálculo da área sombreada é $m_1 = 0,1228626$ e a inclinação da reta tangente ao ponto de inflexão é $M_i = 5,378697$.

Portanto, a partir dos valores calculados para os parâmetros, o modelo resultante para o servomecanismo CC é dado por:

$$G(s) = \frac{61,25}{s^2 + 9,044s + 91,86} e^{-0,0224s} \quad (84)$$

A Figura 68 apresenta as respostas ao degrau do servomecanismo CC, obtida experimentalmente e por meio do modelo identificado pela técnica de Sundaresan.

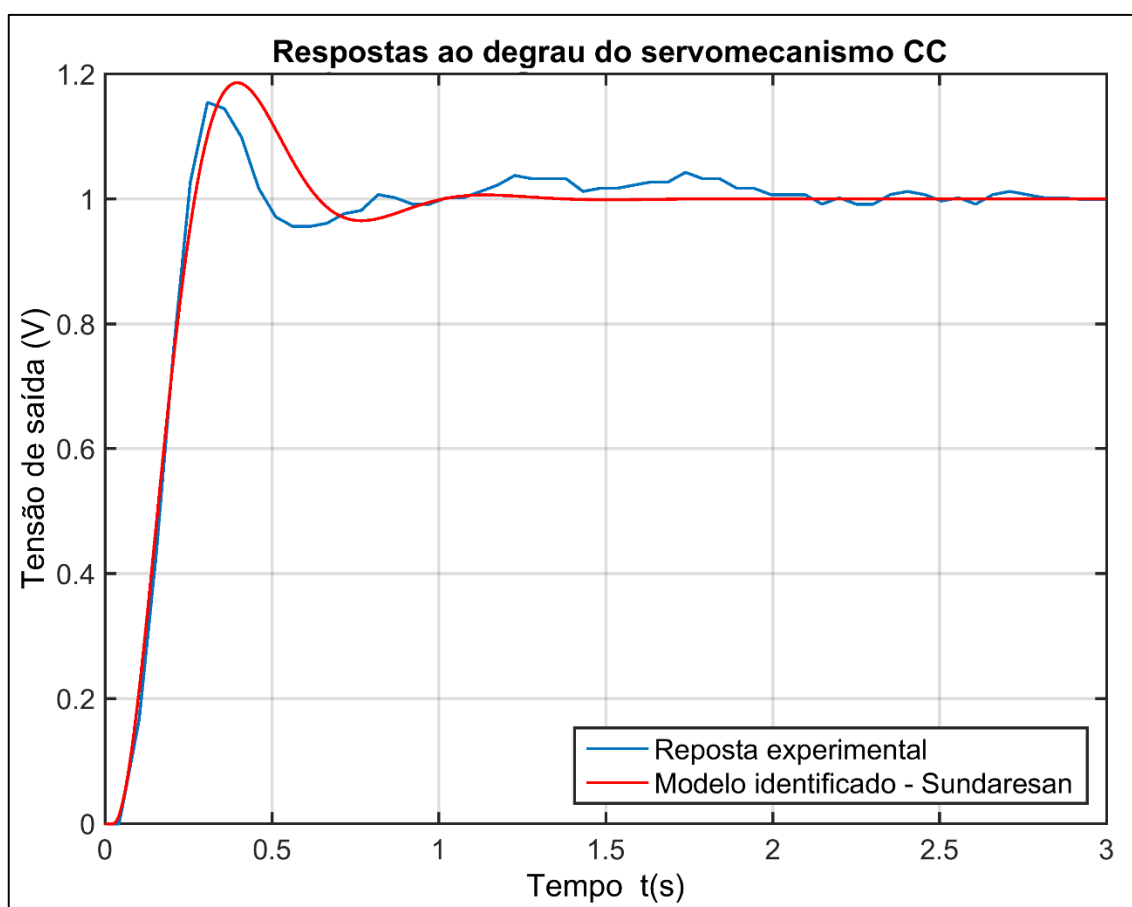


Figura 68 - Respostas ao degrau do servomecanismo CC obtidas experimentalmente e pelo modelo identificado pela técnica de Sundaresan.

Fonte: Autoria própria, Matlab.

Ao comparar os resultados obtidos, Figuras 66 e 68, conclui-se que ambas as técnicas gráficas conseguem caracterizar o comportamento dinâmico da resposta transitória do servomecanismo CC. É importante destacar que a técnica de Sundaresan caracterizou o atraso de transporte e todo o período de subida da curva de maneira exata. Ao passo que a técnica de análise da resposta transitória aproximou-se melhor do comportamento de pico da resposta.

9.4 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO

Para comparação dos métodos de identificação são avaliados tanto os resultados no domínio do tempo como no domínio da frequência. Os métodos da resposta ao degrau fornecem funções de transferência dos sistemas, já os métodos da resposta em frequência resultam em representações gráficas, ou seja, os diagramas de Bode. A partir destes, estimam-se a função de transferência, para comparação com os outros métodos.

O procedimento para comparação dos métodos consiste em aplicar os índices de desempenho a cada sistema. É necessário avaliar a resposta dos modelos (teórico e identificados) no período transitório até que seja alcançado o valor em regime permanente. Assim, seguem-se os seguintes passos: (i) define-se o intervalo de tempo de análise; (ii) aplica-se um degrau ao modelo teórico e aos modelos identificados; (iii) calculam-se os índices de desempenho nos sinais de resposta.

São calculados dois índices de desempenho: Somatório do Erro Quadrático (SEQ) e Coeficiente de Correlação Múltipla (CCM). Cada um destes possui um critério de desempenho. Para o SEQ o valor calculado deve ser próximo de 0, já para o CCM é ideal que o valor seja próximo de 1. Contudo, valores acima de 0,9 para o CCM são suficientes para diversas aplicações de controle (COELHO e COELHO, 2004).

A Tabela 15 apresenta os modelos obtidos para o circuito RC série, bem como os respectivos índices de desempenho calculados.

Tabela 15 - Índices de desempenho para os modelos identificados do circuito RC série

Modelo	G(s)	Índices de desempenho	
		SEQ	CCM
Teórico	$\frac{1}{3,8456 \times 10^{-05}s + 1}$	0,0	1,0
Identificado Ziegler e Nichols	$\frac{0,9987e^{-6,827 \times 10^{-07}s}}{4,2157 \times 10^{-05}s + 1}$	0,2185	0,9923
Identificado Yuwana e Seborg	$\frac{0,9702e^{-5,97 \times 10^{-06}s}}{1,054 \times 10^{-04}s + 1}$	30,776	0,4426
Identificado sinais harmônicos	$\frac{1}{3,82556 \times 10^{-05}s + 1}$	0,0002605	0,9998
Identificado transformada de Fourier	$\frac{1}{3,83877 \times 10^{-05}s + 1}$	0,0000299	0,9999

Ao avaliar os resultados conclui-se que os métodos no domínio da frequência forneceram os melhores modelos, visto que os índices de desempenho calculados são praticamente iguais ao teórico. O método de Ziegler e Nichols também apresentou resultados muito satisfatórios, com CCM de 0,9923. Contudo a técnica de Yuwana e Seborg resultou em um modelo insatisfatório. Isso pode estar relacionado ao sistema implementado, uma vez que o sistema identificado está associado a três circuitos auxiliares (amplificador de diferenças, amplificador do ganho e circuito de atraso). O circuito de atraso de transporte é caracterizado por deslocar a fase de forma não linear, influenciando todo o comportamento dinâmico da resposta do circuito RC série.

Portanto, para o circuito RC série, conclui-se que ao aplicar a técnica de Yuwana e Seborg, o procedimento de identificação torna-se mais complexo em relação as outras metodologias aplicadas, sendo que estas resultam em aproximações mais fidedignas para o sistema.

Os modelos, teórico e identificados, do circuito RLC série e os respectivos índices de desempenho são apresentados na Tabela 16.

Tabela 16 - Índices de desempenho para os modelos identificados do circuito RLC série

Modelo	G(s)	Índices de desempenho	
		SEQ	CCM
Teórico	$\frac{1 \times 10^{10}}{s^2 + 989300 + 1 \times 10^{10}}$	0,0	1,0
Identificado Sundaresan	$\frac{4,171 \times 10^{09} e^{-7,13 \times 10^{-07} s}}{s^2 + 427600 + 4,166 \times 10^{09}}$	0,0895	0,9984
Identificado sinais harmônicos	$\frac{1,3736 \times 10^{+10}}{s^2 + 1,3612 \times 10^{+06} s + 1,3736 \times 10^{+10}}$	0,0026	0,9999
Identificado transformada de Fourier	$\frac{9,78517 \times 10^{+09}}{s^2 + 9,9034 \times 10^{+05} s + 9,78517 \times 10^{+09}}$	0,1309	0,9996

Os resultados obtidos confirmam a eficácia das metodologias aplicadas, uma vez que os valores dos índices de desempenho estimados são próximos ao valor teórico. Os métodos no domínio da frequência foram os mais eficientes, pois os modelos identificados estabelecem uma correlação de aproximadamente 99,9% com o sistema real. A técnica de Sundaresan também forneceu um modelo satisfatório. Neste sistema não é evidente um atraso natural na resposta, contudo esta técnica é capaz de estimar com precisão este parâmetro, destacando-se como uma vantagem.

A Tabela 17 apresenta os modelos obtidos para o filtro de 1ª ordem, bem como os respectivos índices de desempenho calculados.

Tabela 17 - Índices de desempenho para os modelos identificados do filtro passa-baixa de 1ª ordem

Modelo	G(s)	Índices de desempenho	
		SEQ	CCM
Teórico	$\frac{1000}{1,2s + 1200}$	0,0	1,0
Identificado Ziegler e Nichols	$\frac{839,21e^{-2,132 \times 10^{-07}s}}{1,1538s + 1000}$	0,3680	0,9888
Identificado Yuwana e Seborg	$\frac{802,10e^{-0,00153s}}{1,841s + 1000}$	10,274	0,8899
Identificado sinais harmônicos	$\frac{835,8263}{s + 1015}$	0,0613	0,9981
Identificado transformada de Fourier	$\frac{775,867}{s + 1101}$	12,0623	0,7243

Os modelos obtidos por meio do método dos sinais harmônicos e pela técnica de Ziegler e Nichols forneceram os resultados mais significativos, visto que os critérios de desempenho são devidamente atingidos. Para o método da transformada de Fourier o modelo foi insatisfatório. Este resultado está, provavelmente, relacionado ao erro no procedimento experimental durante a aquisição da onda quadrada de 32Hz. Já o modelo fornecido pela técnica de Yuwana e Seborg pode ser melhorado, visto que o modelo identificado estabelece correlação de aproximadamente 88,99% com o sistema real. Vale ressaltar que o filtro passa-todas para o atraso de transporte é um sistema de fase não-mínima, caracterizado por um deslocamento de fase não linear. Como resultado, o comportamento dinâmico da resposta do filtro passa-baixa de 1ª ordem é alterado, influenciando negativamente os procedimentos de identificação.

A partir dos resultados obtidos por meio da técnica de Yuwana e Seborg para o circuito RC série e para o filtro de 1ª ordem são realizadas algumas considerações: esta é uma técnica conceituada na literatura de identificação de sistemas, destacando-se em aplicações complexas para sistemas robustos, ou seja, o próprio sistema a ser identificado opera em malha fechada e é influenciado pela ação de um controlador, apresentando também um atraso natural na resposta. Porém, os sistemas sob estudo neste trabalho são relativamente simples, desse modo para satisfazer os requisitos da técnica verificou-se a necessidade de implementar os circuitos auxiliares.

A Tabela 18 apresenta os modelos obtidos para o filtro passa-baixa de 2ª ordem, bem como os respectivos índices de desempenho calculados.

Tabela 18 - Índices de desempenho para os modelos identificados do filtro passa-baixa de 2ª ordem

Modelo	G(s)	Índices de desempenho	
		SEQ	CCM
Teórico	$\frac{8059}{s^2 + 39,01s + 8059}$	0,0	1,0
Identificado Análise da Resposta Transitória	$\frac{7907}{s^2 + 45,76s + 7981}$	0,877	0,9829
Identificado Sundaresan	$\frac{6809e^{-0,0003s}}{s^2 + 39,88s + 6873}$	3,892	0,9240
Identificado sinais harmônicos	$\frac{7983,4225}{s^2 + 48,3205s + 7983,4225}$	1,1889	0,9767
Identificado transformada de Fourier	$\frac{8747,861}{s^2 + 50,5062s + 8747,861}$	1,2506	0,9755

O modelo identificado pela técnica de Análise da Resposta Transitória resultou nos melhores índices de desempenho. As metodologias no domínio da frequência também forneceram modelos satisfatórios. Contudo, os parâmetros da FT estão relacionados ao valor de pico na curva do módulo. Para ambos os métodos foram identificados picos de aproximadamente 5,68dB, ao passo que o modelo teórico do sistema fornece um pico de 7,4dB. Apesar deste fator, os modelos identificados estabelecem correlação de aproximadamente 97,6% com o sistema real.

Já os métodos da resposta ao degrau aplicados ao filtro de 2ª ordem possuem suas vantagens e desvantagens. A implementação da técnica de Análise da Resposta Transitória é mais simples, visto que o modelo pode ser estimado apenas com quatro parâmetros da curva. Porém esta técnica não apresenta nenhuma consideração em relação ao atraso de transporte. Já a técnica de Sundaresan pode ser aplicada a sistemas com resposta tanto subamortecida como sobreamortecida, e a mesma é eficiente para caracterizar o atraso de transporte do sistema.

Para o servomecanismo CC são aplicadas as mesmas técnicas descritas para o filtro passa-baixa de 2ª ordem. Porém, como informado anteriormente não existe um modelo exato para comparação dos resultados. Desse modo, não é possível avaliar os modelos por meio dos índices de desempenho. Contudo, ao analisar as Figuras 66

e 68, apresentadas na seção 9.3, são realizadas algumas considerações. Ambas as técnicas aplicadas são eficientes para caracterizar o comportamento dinâmico do servomecanismo CC. A técnica de Análise da Resposta Transitória consegue estimar com maior precisão o pico da resposta. Porém a técnica de Sundaesan consegue estimar com exatidão o período de subida da curva e o atraso na resposta, em torno de 0,03s.

O método dos sinais harmônicos forneceu modelos satisfatórios para todos os sistemas. Ao avaliar os diagramas de Bode estimados conclui-se que para frequências muito altas os pontos identificados podem ser imprecisos, aspecto que pode influenciar negativamente os resultados. Este método destaca-se principalmente pela precisão, pois caso a resolução dos sinais adquiridos seja satisfatória, os resultados são estimados perfeitamente. Contudo, é necessário realizar vários experimentos com o sistema sob estudo. Para esse trabalho foi aplicada em média doze senóides a cada sistema. Outra característica importante consiste nas limitações práticas, pois as ondas senoidais são caracterizadas por um comportamento oscilatório, logo, em alguns sistemas, como por exemplo uma planta térmica ou uma planta de vazão, é inviável aplicar sinais com este aspecto.

A aplicação da transformada de Fourier também forneceu modelos satisfatórios para os sistemas. A principal vantagem deste método em relação ao método das senóides consiste no número de experimentos necessários. Por exemplo, para o caso do circuito RC série, foram aplicadas nove senóides e duas ondas quadradas, sendo que as faixas de frequência estimadas com precisão por ambos os métodos são praticamente equivalentes. Outra característica interessante consiste no número de pontos estimados para o módulo, visto que para ondas quadradas com baixas frequências é possível obter muitos pontos do módulo. Como exemplo, para o filtro passa-baixa de 1ª ordem, os espectros do módulo das tensões obtidos possuem muitas componentes harmônicas significativas, suficientes para estimar uma faixa de frequências até maior que o necessário para caracterizar o sistema. Contudo, o método da transformada de Fourier é muito mais sensível a presença de ruídos nos sinais, principalmente para estimar os pontos da fase. Com relação a esse parâmetro, o método dos sinais harmônicos é mais eficiente.

10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

10.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho são apresentados alguns métodos de identificação de sistemas, tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. Além dos métodos, são apresentados alguns assuntos correlacionados, tais como a classificação de sistemas, modos como representar os modelos e ferramentas matemáticas utilizadas para análise. Os métodos são aplicados à sistemas dinâmicos reais, de modo a analisar e comparar os modelos identificados com os modelos teóricos. Por fim os métodos implementados são comparados entre si. Para isso é avaliado quais destes é mais eficiente para caracterizar o comportamento dinâmico dos sistemas sob estudo.

Os procedimentos experimentais são realizados com o objetivo de extrair as informações dinâmicas dos sistemas por intermédio da aquisição de sinais de entrada e saída. Desse modo avalia-se como o processo responde ao aplicar uma determinada perturbação como entrada.

Os sistemas sob estudo são relativamente simples, uma vez que a proposta é comparar os modelos estimados com os modelos conceituais dos sistemas, como também compreender como são realizadas as implementações das metodologias. Entretanto, justifica-se a aplicação dos métodos de identificação quando não é possível obter um modelo conceitual, visto a complexidade do processo.

Observaram-se três aspectos relevantes para os procedimentos de identificação de sistemas:

- O conhecimento de algumas informações sobre a dinâmica do sistema, como características que podem classificá-lo como um sistema elétrico, mecânico, eletromecânico, malha de controle de vazão ou uma planta térmica, por exemplo, é importante. Entretanto, isto não é um requisito para aplicação das metodologias de identificação, mas pode facilitar o procedimento. Desse modo é possível prever se o sistema sob estudo pode ser representado como um modelo de primeira ordem, segunda ordem ou superior, como também definir quais técnicas podem ser implementadas.

- O conhecimento das limitações do sistema é fundamental, por exemplo as faixas de operação que garantem a segurança dos operadores e a integridade dos equipamentos. A maioria dos sistemas são acionados por meio de sinais elétricos, a partir da atuação dos transdutores. Neste caso existem faixas de operação para estes sinais que devem ser respeitados. Portanto, ao aplicar os métodos de identificação estes parâmetros são importantes, pois a partir destes são definidos os possíveis sinais de entrada. Outra característica importante consiste em analisar se o sistema pode ser submetido a um sinal oscilatório (senóide) ou a um sinal com interrupções (onda quadrada). Uma vez que o comportamento de alguns sistemas só aceita sinais contínuos no tempo, nestes casos os métodos da resposta em frequência podem ser inviáveis. Contudo, para sistemas que operam com sinais em determinadas frequências, é importante avaliar qual é a faixa de frequências de operação, pois desse modo pode-se definir possíveis sinais de entrada, que são constituídos por componentes harmônicas suficientes para abordar a faixa de frequências de interesse.
- O procedimento para a aquisição de dados deve ser realizado por um equipamento robusto, pois os sinais adquiridos devem possuir um número suficiente de pontos, aliado a uma resolução adequada e a minimização dos efeitos do ruído. Como exemplo, para implementação dos métodos no domínio da frequência, é necessário um equipamento capaz de adquirir sinais com resolução suficiente nas frequências mais altas de operação do sistema.

Os resultados obtidos comprovam a eficiência dos métodos da resposta ao degrau. Para cada sistema as técnicas gráficas forneceram pelo menos um modelo satisfatório, com a maioria dos Coeficientes de Correlação Múltipla acima de 0,98. A técnica de Ziegler e Nichols forneceu modelos precisos para os sistemas de primeira ordem. Já as técnicas de Sundaesan e de Análise da Resposta Transitória forneceram modelos satisfatórios para os sistemas de segunda ordem. Desse modo ambas são viáveis para aplicações práticas.

Para os sistemas de segunda ordem, ao analisar as curvas de resposta dos modelos estimados, verifica-se que cada técnica é mais eficaz para estimar determinados parâmetros, tais como o tempo de pico, tempo de subida, máximo sobressinal e o atraso de transporte. Portanto, é interessante implementar ambas as técnicas para aplicações em outros sistemas.

Para a técnica de Yuwana e Seborg pode-se concluir que os resultados podem ser melhores. Alguns aspectos influenciaram nos resultados, como por exemplo a implementação dos circuitos auxiliares, destacando-se o circuito de atraso de transporte, por ser caracterizado por um deslocamento de fase não-linear.

Já no domínio da frequência, as curvas estimadas para cada sistema comprovam a eficácia dos métodos aplicados. Uma vez que tanto o método dos sinais harmônicos quanto a transformada de Fourier fornecem pontos suficientes para caracterizar as curvas do módulo e fase das respostas em frequência dos sistemas. A imprecisão de alguns pontos identificados está relacionada às limitações do equipamento para aquisição de dados, uma vez que para sinais de entrada com frequências acima de 1M rad/s (160kHz), as resoluções dos sinais de saída podem ser insuficientes para aplicar as técnicas com precisão.

Os modelos estimados por intermédio da análise do diagrama de Bode resultaram nos melhores índices de desempenho. Resultados que comprovam que os métodos no domínio da frequência fornecem modelos ainda mais confiáveis em relação às técnicas gráficas da resposta ao degrau.

A presença de ruído é um dos principais fatores que influenciam negativamente os métodos de identificação. Para este trabalho a implementação do *buffer* como interface de entrada colaborou com a redução dos efeitos do ruído. Contudo, podem ser analisadas outras estratégias para minimizar os efeitos das perturbações externas, como exemplo, a realização de diversos testes com o sistema e aplicação da média aos sinais de saída.

10.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho abordou quatro técnicas gráficas da resposta ao degrau e duas metodologias no domínio da frequência. Contudo, a área de identificação de sistemas é muito ampla. Existem diversos outros métodos que podem ser avaliados.

Os métodos apresentados podem também ser aplicados em diferentes processos, visto que neste trabalho as metodologias são aplicadas em circuitos elétricos, eletrônicos e em um sistema eletromecânico. Contudo, podem ser estimados modelos de outros processos físicos, como exemplos, uma malha de

controle de vazão, malha de controle de nível ou sistemas térmicos para dissipação de calor. Como também avaliar o desempenho das metodologias em sistemas que são caracterizados por um atraso natural na resposta.

O método da resposta ao degrau destaca-se pela fácil implementação prática, como também pelas diversas técnicas gráficas que podem ser aplicadas ao mesmo sinal de resposta. Portanto, podem ser avaliadas outras metodologias. Neste caso, a obra de Coelho e Coelho (2004) apresenta algumas técnicas interessantes. Para modelos de primeira ordem são apresentadas as técnicas de Hägglund, Smith e Nishikawa. Já para os modelos de segunda ordem, a técnica de Mollemkamp.

A aplicação da transformada de Fourier aos sinais obtidos experimentalmente forneceram representações satisfatórias para o módulo e fase, por meio da aplicação das ondas quadradas como sinais de entrada. Entretanto, este método pode fornecer resultados ainda melhores. Para isso é necessário realizar um estudo prévio do comportamento do sistema no domínio da frequência.

O exemplo apresentado para o filtro passa-baixa de 2ª ordem representa uma das potenciais aplicações, para este sistema é aplicado a função sinc como sinal de entrada e, por meio da FFT é estimado parte da curva do módulo. Portanto, uma abordagem relevante consiste em analisar possíveis sinais de entrada para aplicação ao sistema, tais como: gaussiana, chirp e sinc. Todos estes sinais são caracterizados por possuir espectros com muitas componentes harmônicas. Desse modo, o método proposto consiste em estimar a faixa de operação do sistema no domínio da frequência, para então aplicar um sinal de entrada constituído por componentes harmônicas significativas correspondentes a toda faixa de operação estimada, ou seja, com uma única aquisição é estimado a resposta em frequência do sistema

As metodologias aplicadas neste trabalho são eficientes para caracterizar sistemas lineares e não realizam considerações em relação ao tratamento do ruído. Contudo, para processos complexos reais, como malhas de controle de grande porte, com características não lineares e ação de perturbações externas, é necessário a implementação de métodos de identificação mais robustos. Para estes casos, são aplicados algoritmos para estimação de parâmetros, sendo estes métodos fundamentados no estimador dos mínimos quadrados. Como também metodologias com a implementação de redes neurais artificiais. A obra de Aguirre (2015) é uma importante referência, visto que são apresentados os princípios teóricos tanto para representação de sistemas não lineares como as metodologias citadas.

ANEXO A – TRANSFORMADA DE LAPLACE

A transformada de Laplace é uma ferramenta eficiente para análise de sinais e sistemas, visto que substitui equações diferenciais lineares por equações algébricas no plano complexo. Portanto contribui para facilitar a realização dos cálculos. Dado um sinal ou função $x(t)$, a transformada de Laplace desta função é definida por:

$$\mathcal{L}\{x(t)\} = X(s) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-st} dt \quad (85)$$

sendo a variável complexa s definida como $s = \sigma + j\omega$, em que σ é a parte real e ω a parte imaginária.

A equação considera a análise unilateral da função $x(t)$, uma vez que na maioria dos problemas de engenharia é interessante o comportamento do sistema no tempo $t \geq 0$, visto que $t = 0$ é considerado como o instante em que o sistema é sujeito a um sinal de entrada específico (HAYKIN, 2001).

Como condição, a transformada de Laplace existe se a integral de transformação convergir. Para isso a função $x(t)$ deve ser seccionalmente contínua, ou contínua por partes, em todo o intervalo finito de tempo ($t > 0$), e quando t tender ao infinito ($t \rightarrow \infty$) a função deve ser de ordem exponencial (OGATA, 2010).

A partir da transformada de Laplace $X(s)$ é possível realizar o processo inverso, ou seja, determinar a função no domínio do tempo $x(t)$. A transformada inversa de Laplace é definida por

$$\mathcal{L}^{-1}\{X(s)\} = x(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} X(s) e^{st} ds \quad (86)$$

Existem uma série de propriedades relacionadas a transformada de Laplace, a Tabela 19 apresenta as principais definições, sendo que as demonstrações de tais propriedades podem ser encontradas em Haykin (2001). Já a Tabela 20 apresenta as transformadas de Laplace de algumas das funções mais utilizadas na literatura.

Tabela 19 - Propriedades da transformada de Laplace

Ref.	Descrição	Propriedade
1	Linearidade	$\mathcal{L}[kx(t)] = kX(s)$
2	Linearidade	$\mathcal{L}[x_1(t) + x_2(t)] = X_1(s) + X_2(s)$
3	Deslocamento em frequência	$\mathcal{L}[e^{-st}x(t)] = X(s + a)$
4	Deslocamento no tempo	$\mathcal{L}[x(t - T)] = e^{-sT}X(s)$
5	Fator de escala	$\mathcal{L}[x(at)] = \frac{1}{a}X\left(\frac{s}{a}\right)$
6	Derivação	$\mathcal{L}\left[\frac{dx}{dt}\right] = sX(s) - x(0)$
7	Derivação	$\mathcal{L}\left[\frac{d^2x}{dt^2}\right] = s^2X(s) - sx(0-) - x'(0-)$
8	Derivação	$\mathcal{L}\left[\frac{d^nx}{dt^n}\right] = s^nX(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k}x^{(k-1)}(0-)$
19	Integração	$\mathcal{L}\left[\int_{0-}^{\infty} x(\tau) d\tau\right] = \frac{X(s)}{s}$
10	Valor final	$x(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sX(s)$
11	Valor inicial	$x(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$

Fonte: Adaptado Nise (2013).

Tabela 20 - Transformadas de Laplace de algumas funções usuais

Ref.	$x(t)$	$X(s)$	Ref.	$x(t)$	$X(s)$
1	$\delta(t)$ (Impulso unitário)	1	5	e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
2	$u(t)$ (Degrau unitário)	$\frac{1}{s}$	6	te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$	7	$\text{sen}(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
4	t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	8	$\text{cos}(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

Fonte: Adaptado Nise (2013).

ANEXO B – TÉCNICA DE EXPANSÃO EM FRAÇÕES PARCIAIS

As funções de transferência que representam os sistemas são geralmente expressões complexas, neste caso para analisar tais funções no domínio do tempo é necessário convertê-las em termos mais simples. Desse modo, o procedimento para aplicação da transformada inversa de Laplace é facilitado, esta técnica é conhecida como expansão em frações parciais.

Considerando que a transformada de Laplace seja dada como uma razão de polinômios, ou seja, $X(s) = N(s)/D(s)$. A técnica de expansão em frações parciais depende de como as raízes do denominador são definidas, a seguir serão sintetizados segundo Aguirre (2015) os métodos de cálculo:

- Raízes do denominador são reais e distintas: Para este caso a função é expandida da seguinte forma:

$$X(s) = \frac{N(s)}{(s + p_1) \cdots (s + p_n)} = \frac{J_1}{(s + p_1)} + \cdots + \frac{J_n}{(s + p_n)} \quad (87)$$

Os parâmetros J_n são chamados de resíduos. Para o cálculo destes é aplicado a seguinte relação:

$$J_n = [(s + p_n)X(s)]_{s=-p_n} \quad (88)$$

- Raízes do denominador são reais e idênticas: Para este caso existem raízes com multiplicidade r maior que um. Neste caso a função é dada por:

$$X(s) = \frac{N(s)}{(s + p_1) \cdots (s + p_n)(s + p_i)^r} \quad (89)$$

Assim, a função é expandida da seguinte forma:

$$X(s) = \frac{J_1}{(s + p_1)} + \cdots + \frac{J_n}{(s + p_n)} + \frac{A_1}{(s + p_i)} + \cdots + \frac{A_r}{(s + p_i)^r} \quad (90)$$

Os parâmetros J_n são calculados por meio da equação (88). Para os cálculos dos parâmetros A_r, A_{r-i} e A_1 as seguintes relações são válidas:

$$A_r = [(s + p_i)^r X(s)]_{s=-p_i} \quad (91)$$

$$A_{r-1} = \frac{d}{ds} [(s + p_i)^r X(s)]_{s=-p_i} \quad (92)$$

$$A_{r-i} = \frac{1}{i!} \frac{d^i}{ds^i} [(s + p_i)^r X(s)]_{s=-p_i} \quad (93)$$

$$A_1 = \frac{1}{r-1} \frac{d^{r-1}}{ds^{r-1}} [(s + p_i)^r X(s)]_{s=-p_i} \quad (94)$$

- Raízes do denominador são complexas: Considera-se o caso em que a função seja expandida da seguinte forma:

$$X(s) = \frac{J_1}{(s + p_1)} + \frac{J_2}{(s + p_2)} + \frac{J_3}{(s + p_3)} + \dots + \frac{J_n}{(s + p_n)} \quad (95)$$

como as raízes p_1 e p_2 são complexas conjugados, a expansão em frações parciais é dada por:

$$X(s) = \frac{J_1}{(s + p_1)} + \frac{J_1^*}{(s + p_1^*)} + \frac{J_3}{(s + p_3)} + \dots + \frac{J_n}{(s + p_n)} \quad (96)$$

$$X(s) = \frac{\alpha_1 s + \alpha_2}{(s + p_1)(s + p_1^*)} + \frac{J_3}{(s + p_3)} + \dots + \frac{J_n}{(s + p_n)} \quad (97)$$

sendo $p_1^* = p_2$ e $J_1^* = J_2$.

Os parâmetros J_n são calculados pela equação (88), já os coeficientes α_1 e α_2 são calculados por: $\alpha_1 = J_1 + J_1^* = 2 \operatorname{Re}[J_1]$ e $\alpha_2 = (p_1 J_1^* + p_1^* J_1)$.

APÊNDICE A – MODELAGEM DO CIRCUITO RC SÉRIE

O modelo do circuito RC serie é apresentado na Figura 69. Para a modelagem é definido como variável de entrada a tensão aplicada ao circuito (v_i). A variável de saída é definida como a tensão no capacitor (v_c).

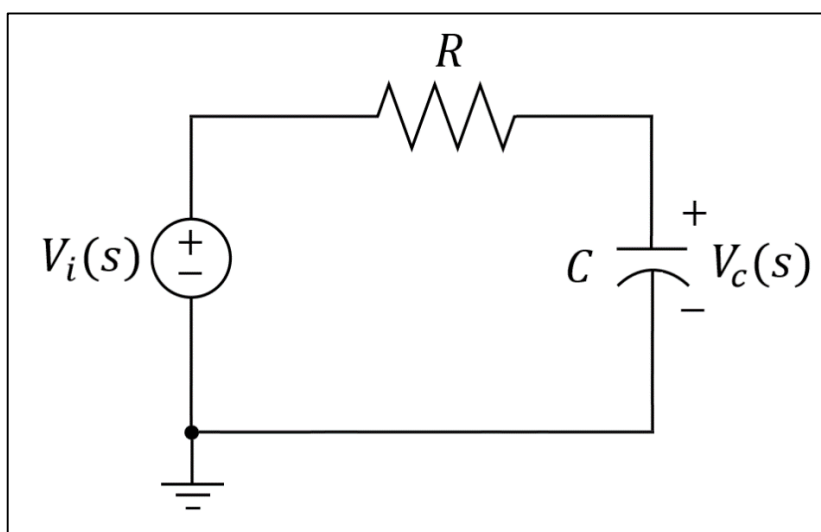


Figura 69 - Modelo do circuito RC série.
Fonte: Autoria própria.

Considerando-se condições iniciais nulas para o circuito. O princípio básico para este sistema consiste em aplicar a Lei de Kirchhoff das tensões, que diz que o somatório de tensões em uma malha fechada de um circuito é nulo, resultando na seguinte equação diferencial:

$$Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = v_i(t) \quad (98)$$

sendo R a resistência e C a capacitância. Como a corrente elétrica no circuito é definida como a variação da carga pelo tempo, conforme $i(t) = dq/dt$, substituindo esta relação em (98) resulta na seguinte equação:

$$R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = v_i(t) \quad (99)$$

A tensão e a carga em um capacitor são relacionadas por $q(t) = Cv_c(t)$. Substituindo tal relação em (99), resulta em:

$$RC \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = v_i(t) \quad (100)$$

Portanto, ao aplicar a transformada de Laplace em (100), considerando-se condições iniciais nulas, obtém-se:

$$(RCs + 1)V_c(s) = V_i(s) \quad (101)$$

Logo a FT resultante para o circuito RC série pelo método das equações diferenciais é dada por:

$$\frac{V_c(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} \quad (102)$$

A partir da função de transferência é possível obter a representação no espaço de estados para o circuito RC série. Ao reorganizar (102) é obtido:

$$\begin{aligned} sRCV_c(s) + V_c(s) &= V_i(s) \\ sV_c(s) &= -\frac{1}{RC}V_c(s) + \frac{1}{RC}V_i(s) \end{aligned} \quad (103)$$

Aplicando-se a transformada inversa de Laplace em (103), tem-se:

$$\dot{v}_c = -\frac{1}{RC}v_c + \frac{1}{RC}v_i \quad (104)$$

Definindo-se como variáveis de estado para o circuito $x_1 = v_c$ e $x_2 = \dot{v}_c$, e variáveis de entrada e de saída como a tensão aplicada ao circuito e a tensão sobre o capacitor, respectivamente, chega-se a:

$$u = v_i \quad (105)$$

$$y = v_c = x_1 \quad (106)$$

Desse modo a seguinte relação é válida:

$$\dot{x}_1 = x_2 = \dot{v}_c = -\frac{1}{RC}x_1 + \frac{1}{RC}u \quad (107)$$

Portanto, a partir de (106) e (107) a representação do circuito RC série por meio do modelo no espaço de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{RC} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (108)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (109)$$

APÊNDICE B – MODELAGEM DO CIRCUITO RLC SÉRIE

O modelo do circuito RLC série é apresentado na Figura 70. Para a modelagem é definida como variável de entrada a tensão aplicada ao circuito (v_i). Já a variável de saída é definida como a tensão do capacitor (v_c).

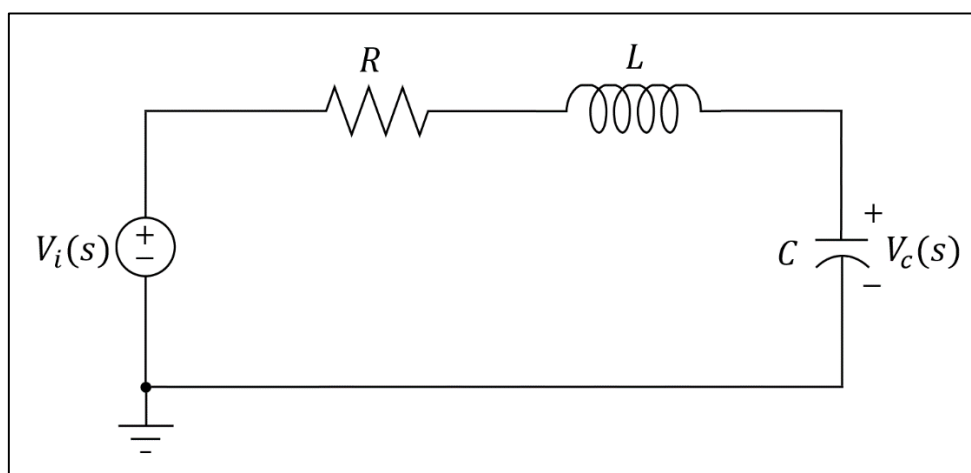


Figura 70 - Modelo do circuito RLC série.
Fonte: Autoria própria.

Considerando-se condições iniciais nulas para o circuito. O princípio básico para este sistema consiste em aplicar a Lei de Kirchhoff das tensões, resultando na seguinte equação diferencial:

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = v_i(t) \quad (110)$$

sendo L a indutância, R a resistência e C a capacitância. Como a corrente elétrica no circuito é definida como a variação da carga pelo tempo, conforme $i(t) = dq/dt$, substituindo esta relação em (110) é obtido:

$$L \frac{d^2q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = v_i(t) \quad (111)$$

A tensão e a carga em um capacitor são relacionadas por $q(t) = Cv_c(t)$. Substituindo tal relação em (111), resulta em:

$$LC \frac{d^2 v_c(t)}{dt^2} + RC \frac{dv_c(t)}{dt} + v_c(t) = v_i(t) \quad (112)$$

Portanto, ao aplicar a transformada de Laplace em (112), considerando-se condições iniciais nulas, obtém-se:

$$(LCs^2 + RCs + 1)V_c(s) = V_i(s) \quad (113)$$

Logo a FT resultante para o circuito RLC série pelo método das equações diferenciais é dada por:

$$\frac{V_c(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1} \quad (114)$$

Multiplicando o numerador e o denominador por $\frac{1}{LC}$:

$$\frac{V_c(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad (115)$$

A partir da função de transferência é possível obter a representação no espaço de estados para o circuito RLC série. Ao reorganizar (115) é obtido:

$$\begin{aligned} s^2 V_c(s) + s \frac{R}{L} V_c(s) + \frac{1}{LC} V_c(s) &= \frac{1}{LC} V_i(s) \\ s^2 V_c(s) &= -s \frac{R}{L} V_c(s) - \frac{1}{LC} V_c(s) + \frac{1}{LC} V_i(s) \end{aligned} \quad (116)$$

Aplicando-se a transformada inversa de Laplace em (116), é obtido:

$$\ddot{v}_c = -\frac{R}{L} \dot{v}_c - \frac{1}{LC} v_c + \frac{1}{LC} v_i \quad (117)$$

Definindo-se como variáveis de estado para o circuito $x_1 = v_c$ e $x_2 = \dot{v}_c$, ao passo que as variáveis de entrada e de saída são definidas como a tensão aplicada ao circuito e a tensão sobre o capacitor, respectivamente, têm-se:

$$u = v_i \quad (118)$$

$$y = v_c = x_1 \quad (119)$$

Desse modo as seguintes relações são válidas:

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (120)$$

$$\dot{x}_2 = \ddot{v}_c = -\frac{R}{L}x_2 - \frac{1}{LC}x_1 + \frac{1}{LC}u \quad (121)$$

Assim, a partir de (119), (120) e (121) a representação do circuito RLC série por meio do modelo no espaço de estados é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{bmatrix} u \quad (122)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (123)$$

APÊNDICE C – MODELAGEM DO FILTRO PASSA-BAIXA DE 1ª ORDEM

Um circuito com amplificador operacional operando na configuração inversora é apresentado na Figura 71. Para este caso a entrada positiva do amplificador é aterrada (potencial 0 volts), de modo que as tensões de entrada e saída, V_i e V_o , respectivamente, são medidas relativamente ao terra. A modelagem deste sistema como uma função de transferência é realizada por meio das impedâncias equivalentes $Z_1(s)$ e $Z_2(s)$.

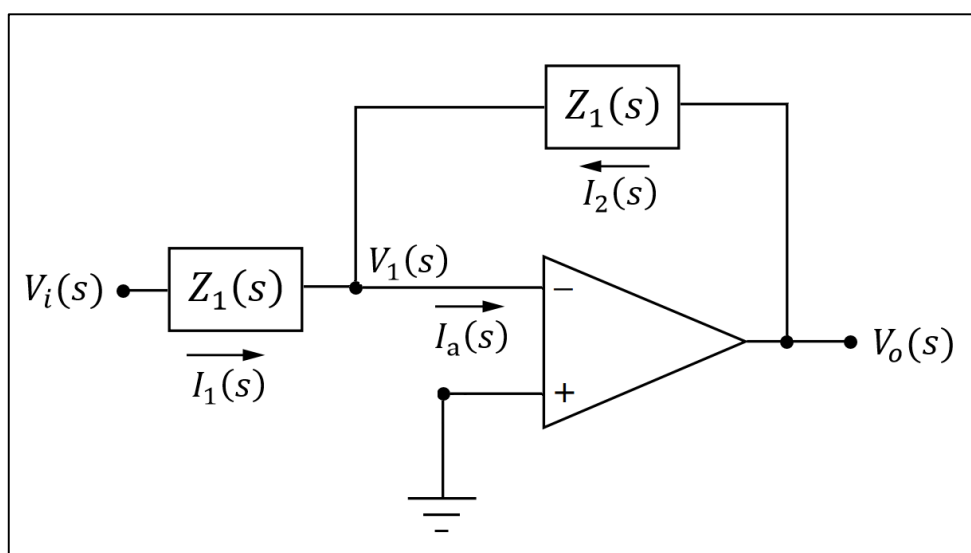


Figura 71 - Circuito com amplificador operacional inversor.
Fonte: Adaptado NISE, 2013.

Considerando as características do amplificador em condições ideais, a impedância de entrada é muito alta, logo considera-se que a corrente I_a é desprezível. Desse modo, segundo a Lei de Kirchhoff das correntes I_1 deve ser igual a $-I_2$. Uma vez que o ganho de amplificação (A) é muito elevado, a tensão V_1 é aproximadamente zero, logo as correntes de entrada e de realimentação são calculadas por meio de $I_1(s) = V_i(s)/Z_1(s)$ e $-I_2(s) = -V_o(s)/Z_2(s)$, respectivamente. Igualando-se as duas correntes é obtido a relação da tensão de saída pela tensão de entrada. Portanto, a função de transferência para o circuito é dada pela seguinte equação:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)} \quad (124)$$

O filtro passa-baixa de 1ª ordem apresentado na Figura 72 é um dos sistemas descritos para aplicação das metodologias de identificação.

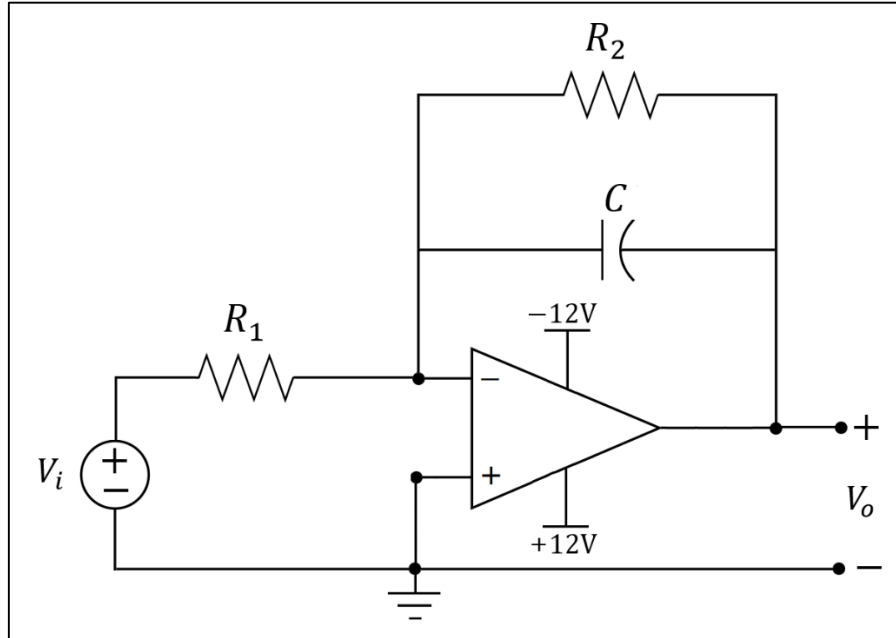


Figura 72 – Modelo do filtro passa-baixa de 1ª ordem.
Fonte: Autoria própria.

A modelagem física-matemática para o circuito é realizada conforme as impedâncias equivalentes, sendo as mesmas calculadas pelas seguintes equações:

$$Z_1(s) = R_1 \quad (125)$$

$$Z_2(s) = \frac{1}{Cs + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_2}{R_2Cs + 1} \quad (126)$$

Portanto, conforme a equação (124), a função de transferência resultante para o filtro passa-baixa de 1ª ordem é dada por:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{\frac{R_2}{R_2Cs + 1}}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1R_2Cs + R_1} \quad (127)$$

APÊNDICE D – MODELAGEM DO FILTRO PASSA-BAIXA DE 2ª ORDEM

O circuito do filtro passa-baixa de 2ª ordem é apresentado na Figura 73, em sequência é descrito a modelagem física-matemática deste sistema.

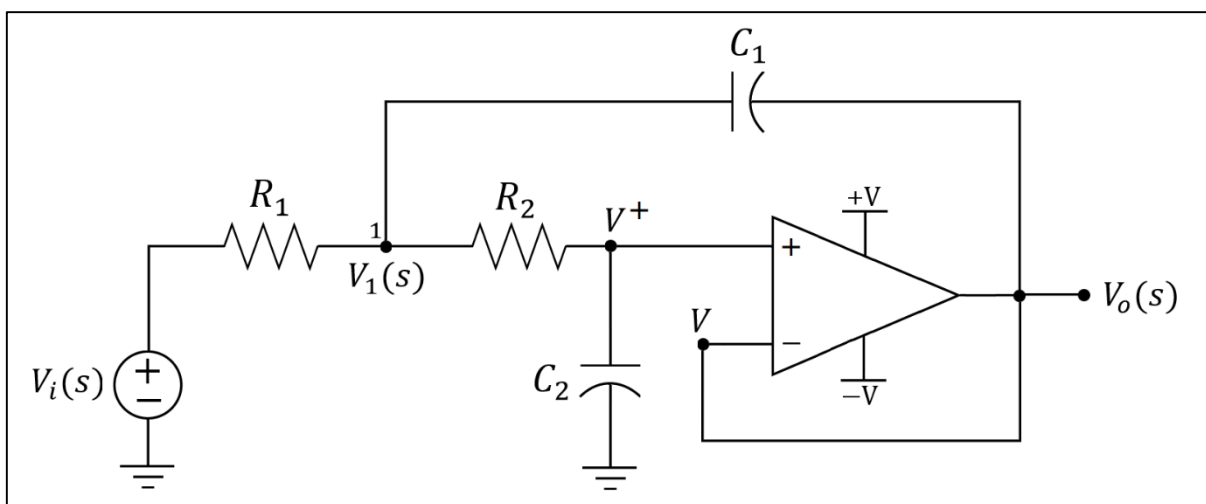


Figura 73 - Modelo do filtro passa-baixa de 2ª ordem.

Fonte: Autoria própria.

Aplicando-se a Lei de Kirchoff das correntes ao nó 1 do circuito, resulta na seguinte equação:

$$\frac{V_i(s) - V_1(s)}{R_1} + \frac{V^+(s) - V_1(s)}{R_2} + sC_1(V_o(s) - V_1(s)) = 0 \quad (128)$$

A tensão no terminal não inversor do amplificador ($V^+(s)$) pode ser calculada com a aplicação um divisor de tensão. Para isso são consideradas as impedâncias dos componentes, o que resulta em:

$$V^+(s) = V_1(s) \frac{\frac{1}{sC_2}}{\frac{1}{sC_2} + R_2} = V_1(s) \frac{1}{1 + sC_2R_2} \quad (129)$$

Pela análise do circuito verifica-se que o mesmo está conectado como um seguidor de tensão, visto que a saída é realimentada ao terminal negativo do amplificador por meio de uma impedância nula. Desse modo pode-se afirmar que a

tensão no terminal negativo do amplificador ($V^-(s)$) é igual a tensão de saída do circuito, ou seja, $V^-(s) = V_o(s)$ (MALVINO e BATES, 2011). Como característica do amplificador operacional, considera-se que acontece o curto-circuito virtual entre as entradas. Portanto, a seguinte relação é válida para a tensão no terminal positivo do amplificador:

$$V^+(s) = V_o(s) \quad (130)$$

Assim, substituindo as relações equivalente de $V^+(s)$ e $V_1(s)$ em (128), são obtidas as seguintes equações:

$$\frac{V_i(s) - V_1(s)}{R_1} + \frac{V_o(s) - V_1(s)}{R_2} + sC_1(V_o(s) - V_1(s)) = 0$$

$$\frac{V_i(s) - [V_o(s)(1 + sC_2R_2)]}{R_1} + \left(\frac{1}{R_2} + sC_1\right)(V_o(s) - [V_o(s)(1 + sC_2R_2)]) = 0$$

$$\frac{V_i(s) - V_o(s) - V_o(s)sC_2R_2}{R_1} = V_o(s)sC_2R_2\left(\frac{1}{R_2} + sC_1\right)$$

$$V_i(s) = V_o(s)sR_1C_2 + s^2C_1C_2R_1R_2V_o(s) + V_o(s) + V_o(s)sC_2R_2 \quad (131)$$

A partir de (131), é obtida a seguinte função de transferência do sistema:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2s^2 + C_2(R_1 + R_2)s + 1} \quad (132)$$

Ou equivalente:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{R_1 + R_2}{R_1R_2C_1}s + \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}} \quad (133)$$

APÊNDICE E – MODELAGEM DO SERVOMECANISMO CC

A modelagem física-matemática do servomecanismo CC é descrita segundo o manual do fabricante (DATAPOOL, 2006).

O servomecanismo CC é modelado considerando as características físicas do sistema. São definidos os seguintes parâmetros: o momento de inércia (J), correspondente as partes móveis do equipamento, e o coeficiente de atrito (B), representando o conjunto mecânico que é rotacionado durante o funcionamento do servomotor. Sendo assim, tais parâmetros são associados ao torque resultante no eixo do rotor (T_C), calculado pela seguinte equação:

$$T_C = J\dot{\omega} + B\omega \quad (134)$$

Sendo:

- $\dot{\omega}$: aceleração angular;
- ω : velocidade angular.

O torque resultante no eixo do rotor é resultado do torque mecânico (T_M) menos o torque dos distúrbios do sistema (T_D). Vale destacar que o torque mecânico desenvolvido pelo servomotor é proporcional a corrente (I_M) que circula no enrolamento de armadura, conforme a seguinte equação:

$$T_M = c_2 I_M \quad (135)$$

sendo c_2 uma constante relacionada aos parâmetros construtivos do servomotor. Já a corrente de armadura (I_M) é associada aos seguintes parâmetros: tensão aplicada aos enrolamentos do estator do servomotor (V), tensão induzida internamente (E), resistência de armadura (R_a) e indutância de armadura (L_a). Segundo as seguintes equações:

$$V = V_M - E \quad (136)$$

$$V_M = L_a \dot{I}_M + R_a I_M \quad (137)$$

A tensão induzida internamente (E) é proporcional a velocidade de rotação do motor (ω) e a constante c_1 , sendo este segundo parâmetro relacionado aos parâmetros construtivos do servomotor, conforme a seguinte equação:

$$E = c_1 \omega \quad (138)$$

Com a aplicação da transformada de Laplace nas equações apresentadas anteriormente, é obtido a função de transferência para o servomecanismo CC, considerando como variável de entrada a tensão aplicada ao motor e variável de saída a velocidade de rotação do motor. Portanto, a FT resultante é dada por:

$$\frac{\omega(s)}{V_M(s)} = \frac{c_2}{L_a J s^2 + (R_a J + L_a B)s + R_a B + c_1 c_2} \quad (139)$$

Vale ressaltar que o fabricante não fornece os valores dos parâmetros que caracterizam o modelo do servomecanismo CC, tão pouco maiores descrições das duas constantes do modelo c_1 e c_2 . Contudo, mesmo com a disponibilidade destas informações é necessário considerar a vida útil dos componentes. Pois caso o equipamento seja utilizado frequentemente em experimentos práticos, provavelmente os componentes suportaram depreciação ao longo do tempo. Diversos fatores podem influenciar este comportamento, tais como o atrito nas partes mecânicas como também elevadas correntes de partida. Portanto, ao considerar estes aspectos é difícil obter um modelo exato para este equipamento.

APÊNDICE F – MODELAGEM DOS CIRCUITOS AUXILIARES

1. FILTRO DE ATRASO DE TEMPO DE 1ª ORDEM

O circuito apresentado na Figura 74 é um filtro de atraso de tempo de primeira ordem, sendo geralmente descrito na literatura como filtro passa-todas. Neste caso, o atraso de tempo resultante na resposta do sistema está relacionado ao deslocamento de fase, uma vez que este circuito desloca a fase do sinal de saída sem modificar a amplitude do sinal. Este é um filtro de primeira ordem pois é constituído por apenas um capacitor (MALVINO e BATES, 2011).

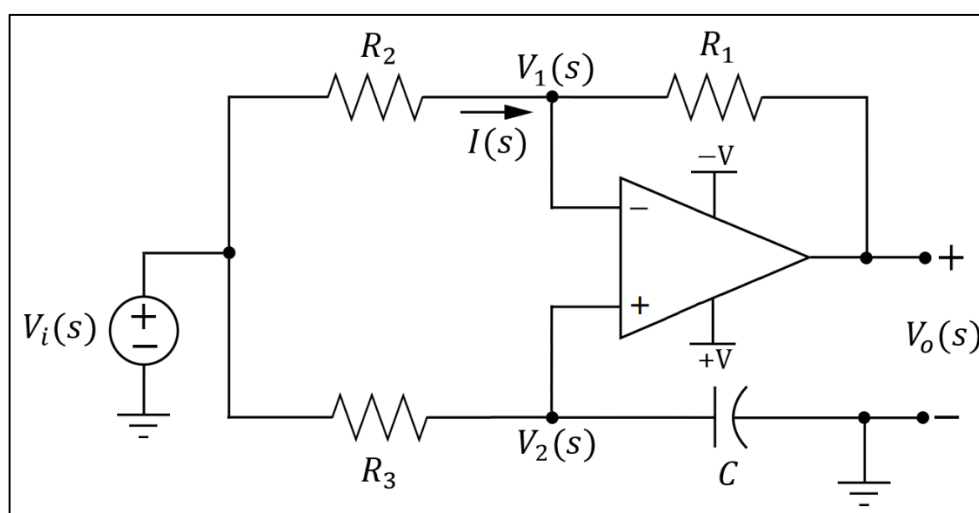


Figura 74 - Filtro de atraso de tempo de 1ª ordem.
Fonte: Adaptado MALVINO e BATES, 2011.

A modelagem física-matemática assume características aproximadamente ideais para o amplificador operacional. Como este componente possui uma elevada impedância de entrada, a corrente que flui pelo terminal negativo do amplificador pode ser desprezada. Neste caso, a corrente $I(s)$ que flui pelas resistências R_1 e R_2 é a mesma, descrita pela seguinte equação:

$$I(s) = \frac{V_i(s) - V_o(s)}{R_1 + R_2} \quad (140)$$

O modo como o amplificador operacional está conectado caracteriza a entrada na configuração diferencial, ou seja, a seguinte relação é válida:

$$V_o(s) = A(V_2(s) - V_1(s)) \quad (141)$$

sendo A definido como o ganho de amplificação. Pela análise do circuito, a tensão no terminal negativo do amplificador pode ser descrita por:

$$V_1(s) = I(s)R_1 + V_o(s) \quad (142)$$

Assim, substituindo-se (140) em (142), obtém-se

$$V_1(s) = \frac{V_i(s) - V_o(s)}{R_1 + R_2} R_1 + V_o(s) = \frac{R_1 V_i(s) - R_1 V_o(s) + (R_1 + R_2) V_o(s)}{R_1 + R_2}$$

$$V_1(s) = \frac{1}{R_1 + R_2} (R_1 V_i(s) + R_2 V_o(s)) \quad (143)$$

Ao passo que a tensão no terminal positivo do amplificador operacional pode ser definida com a aplicação de um divisor de tensão, resultando em:

$$V_2(s) = V_i(s) \frac{\frac{1}{Cs}}{R_3 + \frac{1}{Cs}} \quad (144)$$

Substituindo-se (143) e (144) em (142) e com a realização de algumas simplificações obtém-se a seguinte expressão:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{A(R_2 - R_1 R_3 Cs)}{(R_3 Cs + 1)(R_1 + R_2(1 + A))} \quad (145)$$

Como característica, o amplificador operacional possui um ganho de amplificação (A) muito elevado, de modo que pode ser considerado que o valor para A tende ao infinito. Assim, é possível simplificar (145), resultando em:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_2 - R_1 R_3 C s}{(R_2 R_3 C s + R_2)} = -\frac{R_1 \left(s - \frac{R_2}{R_1 R_3 C} \right)}{R_2 \left(s + \frac{1}{R_3 C} \right)} \quad (146)$$

Para operação como filtro de atraso de tempo é necessário que $R_1 = R_2$, visto que para este caso ao aplicar sinais com diferentes frequências como entrada, a saída do filtro fornece respostas sem atenuar ou amplificar a magnitude do sinal para as respectivas frequências (DORF e BISHOP, 2013). No domínio da frequência, este circuito desloca a fase do sinal de saída ente 0° e 180° , sendo a frequência característica deste filtro no ângulo de 90° (MALVINO e BATES, 2011).

Portanto, supondo um valor igual para R_1 e R_2 , a equação (146) pode ser simplificada da seguinte forma:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{\left(s - \frac{1}{R_3 C} \right)}{\left(s + \frac{1}{R_3 C} \right)} \quad (147)$$

A função de transferência resultante representa o filtro de atraso de tempo. Esta expressão é semelhante a aproximação de Padé de primeira ordem apresentada na teoria do método de Yuwana e Seborg, visto que na descrição do método o atraso de transporte é visto como uma não linearidade do sistema e, neste caso o mesmo é representado por um modelo linear e invariante no tempo de primeira ordem. Desse modo, comparando ambas as equações conclui-se que $R_3 C = 0,5\tau$, o que permite estimar o tempo de atraso conceitual do filtro.

2. CIRCUITO AMPLIFICADOR DO GANHO DE TENSÃO

Para fornecer um ganho proporcional K ao sistema podem ser implementados dois circuitos com amplificadores operacionais. A Figura 75 apresenta as duas opções, sendo que cada uma é caracterizada por uma configuração do amplificador.

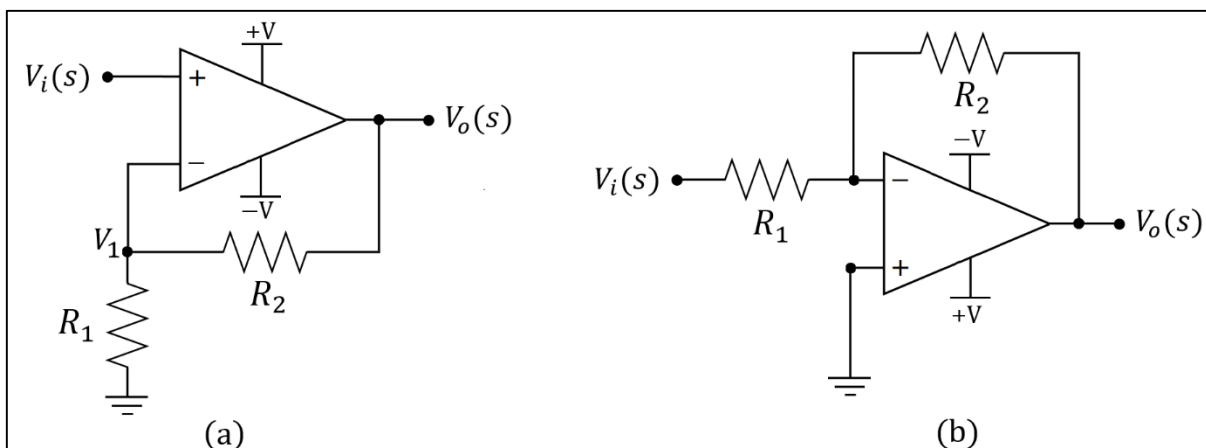


Figura 75 - Circuito para implementar um ganho proporcional K: (a) Configuração não-inversora; (b) Configuração inversora.

Fonte: Autoria própria.

É necessário realizar a modelagem conceitual para determinar o ganho resultante para cada um dos circuitos. Considerando-se a configuração não-inversora, apresentada na Figura 75 – (a). A tensão no ponto $V_1(s)$ pode ser calculada por meio de um divisor de tensão, dado pela seguinte equação:

$$V_1(s) = V_0(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (148)$$

O amplificador operacional é caracterizado por possuir a entrada diferencial. Logo, a seguinte relação é válida:

$$V_o(s) = A(V_i(s) - V_1(s)) \quad (149)$$

Substituindo-se (148) em (149), resulta nas seguintes equações:

$$V_o(s) = A \left(V_i(s) - V_0(s) \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{A}{1 + A \frac{R_1}{R_1 + R_2}} = \frac{A(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2) + AR_1} \quad (150)$$

Contudo, como o ganho de amplificação (A) é um valor muito elevado. Logo, a equação (150) pode ser simplificada, resultando no ganho de tensão do circuito:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1} \quad (151)$$

Já o circuito na configuração inversora, apresentado na Figura 75 – (b), pode ser modelado conforme as impedâncias, equivalente ao procedimento realizado para o filtro passa-baixa de 1ª ordem. Portanto, a partir da equação (124), o ganho de tensão para este circuito é dado por:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (152)$$

Sendo assim, os ganhos de tensão definidos para cada circuito, correspondem ao ganho proporcional K_p fornecido ao sistema.

3. AMPLIFICADOR DE DIFERENÇAS

O circuito apresentado na Figura 76 é conhecido como amplificador de diferenças, visto que o mesmo implementa a diferença entre dois sinais

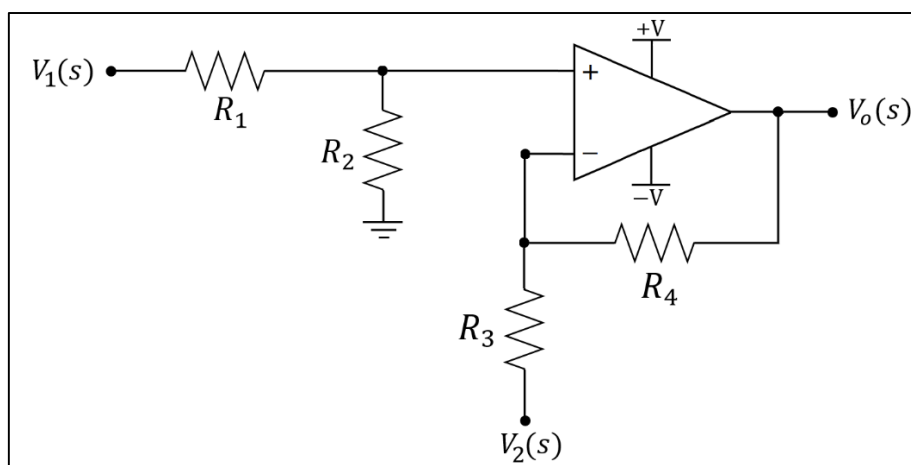


Figura 76 – Circuito amplificador de diferenças.
Fonte: Autoria própria.

Este circuito pode ser aplicado para realizar a realimentação negativa do sinal $V_2(s)$, considerando que $V_1(s)$ seja o sinal aplicado como entrada ao sistema. A modelagem do amplificador de diferenças pode ser realizada por meio do teorema da superposição, uma vez que tanto o sinal de entrada como o sinal de realimentação correspondem a uma parcela do sinal de saída do amplificador operacional.

A princípio, considerando-se apenas o sinal de entrada ($V_1(s)$), a parcela do sinal de saída é definida pela seguinte equação:

$$V_{o1}(s) = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_1(s) = \frac{1 + (R_4/R_3)}{1 + (R_1/R_2)} V_1(s) \quad (153)$$

Em sequência, considerando-se apenas o sinal de realimentação ($V_2(s)$), a parcela do sinal de saída resultante é dada por:

$$V_{o2}(s) = -\frac{R_4}{R_3} V_2(s) \quad (154)$$

Portanto, a tensão de saída do amplificador operacional consiste na soma das duas parcelas, conforme a seguinte equação:

$$V_o(s) = V_{o1}(s) + V_{o2} = \frac{1 + (R_4/R_3)}{1 + (R_1/R_2)} V_1(s) - \frac{R_4}{R_3} V_2(s) \quad (155)$$

Desse modo, caso o circuito seja implementado com os quatro resistores iguais, como resultado a tensão na saída do amplificador operacional é dada por:

$$V_o(s) = (V_1(s) - V_2(s)) \quad (156)$$

APÊNDICE G– ALGORITMOS IMPLEMENTADOS NO MATLAB

1. SIMULAÇÕES

```

% SIMULAÇÕES DOS SISTEMAS SOB ESTUDO
%-----

% CIRCUITO RC SÉRIE

R = 4.65e+3;           %R em Ohms
C = 8.27e-9;          %C em Farad

% Função de transferência:
num = [1];den = [(R*C) 1];

G = tf(num,den)

% Modelo no espaço de estados:
[a,b,c,d] = tf2ss(num,den);
Gss = ss(a,b,c,d)

% Diagrama de polos e zeros:
figure(1);pzmap(G)

% Lugar geométrico das raízes:
figure(2);rlocus(G)

% Resposta ao degrau:
figure(3);step(G);grid on
[y1,t1] = step(G);

% Resposta em frequência:
w = 1e2:1:1e6;
figure(4);bode(G,w);grid on
[mod,fase] = bode(G,w);

% Resposta a onda quadrada:
[u2,t2]=gensig('square',2e-04,1e-03,1e-06);
figure(5);lsim(G,'r',u2,t2);grid on

```

```

%-----
% CIRCUITO RLC SÉRIE

R = 98.93;           %R em Ohms
L = 100e-6;         %L em Henry
C = 1.0e-6;         %C em Farad
% Função de transferência
num = [1/(L*C)];den = [1 (R/L) 1/(L*C)];
G = tf(num,den)

% Modelo no espaço de estados
[a,b,c,d] = tf2ss(num,den);
Gss = ss(a,b,c,d)

% Cálculo dos parâmetros do sistema:
fprintf('\nFrequência natural não amortecida (rad/s): ')
wn = 1/sqrt(L*C)
fprintf('\nFrequência natural não amortecida (Hz): ')
fn = 1/(2*pi*sqrt(L*C))
fprintf('\nFrequência de decaimento exponencial (rad/s): ')
alfad = R/(2*L)
x1=wn*wn; x2=alfad*alfad;
if x1 > x2
    fprintf('\nResposta subamortecida\n')
    fprintf('\nCoeficiente de amortecimento: ')
    xi = abs(alfad)/wn
    fprintf('\nFrequência natural amortecida (rad/s): ')
    wd = wn*sqrt(1-(xi^2))
elseif x1 < x2
    fprintf('\nResposta sobreamortecida (superamortecida)\n')
    fprintf('\nCoeficiente de amortecimento: ')
    xi = abs(alfad)/wn
elseif x1 == x2
    fprintf('\nResposta criticamente amortecida\n')
    fprintf('\nCoeficiente de amortecimento: ')
    xi = abs(alfad)/wn
end
fprintf('\nPolos do sistema: ')
s1 = -alfad + sqrt((alfad^2)-(wn^2))
s2 = -alfad - sqrt((alfad^2)-(wn^2))

% Diagrama de polos e zeros:
figure(1);pzmap(G)

```

```

% Lugar geométrico das raízes:
figure(2);rlocus(G)

% Reposta ao degrau:
figure(3);step(G);grid on
[y1,t1] = step(G);

% Resposta em frequência:
w = 1e2:1:1e7;
figure(4);bode(G,w);grid on
[mod,fase] = bode(G,w);

% Resposta a onda quadrada:
[u2,t2]=gensig('square',1e-03,5e-03,1e-6);
figure(5);lsim(G,'r',u2,t2);grid on

%-----
% FILTRO PASSA-BAIXA DE 1ª ORDEM

R1 = 1.2e3;           %R em Ohms
R2 = 1.0e3;           %R em Ohms
C = 1.0e-6;           %C em Farad

% Função de transferência
num = [R2];den = [(R1*R2*C) R1];
G = -tf(num,den)

% Modelo no espaço de estados
[a,b,c,d] = tf2ss(num,den);
Gss = ss(a,b,c,d)

% Diagrama de polos e zeros
figure(1);pzmap(G)

% Lugar geométrico das raízes
figure(2);rlocus(G)

% Reposta ao degrau
figure(3);step(-G);grid on
[y1,t1] = step(-G);

% Resposta em frequência
w = 10:1:1e5;
figure(4);bode(G,w);grid on

```

```

[mod,fase] = bode(G,w);

% Resposta a onda quadrada
[u2,t2]=gensig('square',0.02,0.1,1e-6);
figure(5);lsim(-G,'r',u2,t2);grid on

%-----
% FILTRO PASSA-BAIXA DE 2ª ORDEM

R1 = 1.0e3;      %R em Ohms
R2 = 1.2e3;      %R em Ohms
C1 = 47e-6;      %C em Farad
C2 = 2.2e-6;      %C em Farad

% Função de transferência
num = [1];den = [(R1*R2*C1*C2) (C2*(R1+R2)) 1];
G = tf(num,den)

% Modelo no espaço de estados
[a,b,c,d] = tf2ss(num,den);
Gss = ss(a,b,c,d)

% Diagrama de polos e zeros
figure(1);pzmap(G)

% Lugar geométrico das raízes
figure(2);rlocus(G)

% Reposta ao degrau
figure(3);step(G);grid on
[y1,t1] = step(G);

% Resposta em frequência
w = 1:1:1e4;
figure(4);bode(G,w);grid on
[mod,fase] = bode(G,w);

% Resposta a onda quadrada
[u2,t2]=gensig('square',0.25,1,1e-4);
figure(5);lsim(G,'r',u2,t2);grid on

```

2. MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO

```

% MÉTODOS DA RESPOSTA AO DEGRAU
%-----

% TÉCNICA DE ZIEGLER E NICHOLS

fprintf('1ª etapa - Tracejar uma reta tangente ao ponto de máxima
inclinação na curva de resposta\n');

fprintf('\n2ª etapa - Identificar na curva de resposta ao degrau
os parâmetros: \n')

a = input('\nAmplitude do degrau aplicado como entrada: ');
yinf = input('\nValor da resposta em regime permanente: ');
t1 = input('\nInstante de tempo em que a reta tangente intercepta
o eixo de tempo: ');
t2 = input('\nInstante de tempo em que a reta tangente intercepta
o valor de resposta em regime permanente: ');

% Cálculo dos parâmetros do modelo:
% Ganho estático do sistema
k = yinf/a;
tald = t1;
tal = t2 - t1;
fprintf('\nModelo resultante: ')
G = tf(k,[tal 1],'InputDelay',tald)

%-----

% TÉCNICA DE YUWANA E SEBORG

fprintf('Identificar na curva de resposta ao degrau os
parâmetros: \n')

A = input('\nAmplitude do degrau aplicado como entrada: ');
yinf = input('\nValor da resposta em regime permanente: ');
yp1 = input('\nValor da resposta no instante do primeiro pico ou
pico máximo: ');
yp2 = input('\nValor da resposta no instante do segundo pico: ');
ym = input('\nValor da resposta no instante do primeiro mínimo:
');

```



```

deltaT = input('\nVariação de tempo entre o primeiro e o segundo
instante em que a curva de resposta intercepta o valor em regime
permanente: ');
Kp = input('\nGanho do controlador proporcional: ');

% Cálculo dos parâmetros do sistema:
% Ganho estático do sistema
k = yinf/(Kp*(A-yinf));
% Ganho total da malha de controle
Kf = Kp*k;
% Fator de amortecimento
xi1 = [-log((yinf-ym)/(yp1-yinf))]/[sqrt(pi^2+(log((yinf-
ym)/(yp1-yinf)))^2)];
xi2 = [-log((yp2-yinf)/(yp1-yinf))]/[sqrt(4*(pi^2)+(log((yp2-
yinf)/(yp1-yinf)))^2)];
xieq = (xi1 + xi2)/2;
% Constante de tempo do sistema
tal = (deltaT/pi)*[xieq*sqrt(Kf+1)+sqrt(((xieq^2)*(Kf+1))+Kf)]
*sqrt((1-(xieq^2))*(Kf+1));
% Constante de tempo do atraso de transporte
tald = [2*deltaT*sqrt((1-(xieq^2))*(Kf+1))]
/[pi*[xieq*sqrt(Kf+1)+sqrt(((xieq^2)*(Kf+1))+Kf)]];

% Cálculo dos parâmetros do modelo:

K_ = Kf/(Kf + 1);
tal_ = [(tald*tal)/(2*(Kf+1))]^0.5;
xi_ = [(tal+(0.5*tald*(1-Kf)))]/[sqrt(2*tald*tal*(Kf+1))];

fprintf('\nModelo resultante do sistema em malha fechada: ')
G1 = tf([(-0.5*K_*tald) K_],[(tal_^2) (2*xi_*tal_) 1])

fprintf('\nModelo resultante do sistema em malha aberta: ')
G2 = tf(k,[tal 1],'InputDelay',tald)

%-----
% TÉCNICA DE ANÁLISE DA RESPOSTA TRANSITÓRIA

fprintf('Identificar na curva de resposta ao degrau os
parâmetros: \n')

a = input('\nAmplitude do degrau aplicado como entrada: ');
yinf = input('\nValor da resposta em regime permanente: ');

```

```

mp = input('\nValor da resposta no instante de pico máximo: ');
tr = input('\nTempo de subida (Tempo necessário para que a curva
de resposta alcance de 0,1 até 0,9 do valor da resposta em regime
permanente): ');
tp = input('\nTempo de pico (Tempo necessário para que a resposta
alcance o primeiro pico ou pico máximo): ');
ts = input('\nTempo de acomodação (Tempo necessário para que as
oscilações permaneçam dentro de uma faixa de +/-2% do valor da
resposta em regime permanente): ');

% Cálculo dos parâmetros do modelo:
% Ganho estático do sistema:
k = yinf/a;
% Ultrapassagem percentual:
UP = 100*(mp - yinf)/yinf;
% Fator de amortecimento:
xi = - log(UP/100)/[sqrt((pi^2)+(log(UP/100))^2)];
% Frequência natural não amortecida:
wn1 = pi/(tp*sqrt(1-(xi^2))); %Função do tempo de pico
wn2 = (2.16*xi+0.60)/tr; %Função do tempo de subida
wn3 = 4/(ts*xi); %Função do tempo de acomodação

fprintf('\nModelos resultantes: ')
G_tp = tf([(k*(wn1*wn1))],[1 (2*xi*wn1) (wn1*wn1)])
G_tr = tf([(k*(wn2*wn2))],[1 (2*xi*wn2) (wn1*wn2)])
G_ts = tf([(k*(wn3*wn3))],[1 (2*xi*wn3) (wn1*wn3)])

%-----
% TÉCNICA DE SUNDARESAN - RESPOSTA SOBREAMORTECIDA

fprintf('Estimar o ponto de inflexão da curva, ou seja, o ponto
em que a curva de resposta muda de concavidade. Neste ponto deve
ser tracejada uma reta tangente.\n')

fprintf('Identificar na curva de resposta ao degrau os
parâmetros: \n')

a = input('\nAmplitude do degrau aplicado como entrada: ');
yinf = input('\nValor da resposta em regime permanente: ');
tm = input('\nInstante de tempo em que a reta tangente
intercepta o valor em regime permanente: ');
m1 = input('\nÁrea sombreada na curva de resposta: ');
Mi = input('\nInclinação da reta tangente ao ponto de inflexão:
');

```

```

% Exemplo para o cálculo da área a partir da definição de uma
% reta auxiliar no valor da resposta em regime permanente
% t e vout são os vetores dos sinais de tempo e tensão de saída.
% É tracejado uma reta entre os pontos (xi,yi) e (xf,yf), neste
% caso é necessário definir os vetores:
xp = [xi xf];
yp = [yi yf];
line(xp,yp);
N = 10000;
x_f = linspace(xp(1),xp(2),N);
dx = x_f(2)-x_f(1);
sup = interp1(xp,yp,x_f);
inf = interp1(t,vout,x_f);
area = dx*trapz(sup-inf)
figure;plot(t,vout);hold on;
patch([x_f fliplr(x_f)], [sup fliplr(inf)], 'r');

% Exemplo para o cálculo da inclinação a partir de dois pontos
da reta tangente
fprintf('Primeiro ponto na reta tangente: \n')
x1 = input('Cordenada x: ');y1 = input('Cordenada y: ');
fprintf('\nSegundo ponto na reta tangente: \n')
x2 = input('Cordenada x: ');y2 = input('Cordenada y: ');
x = [x1 x2]; y = [y1 y2];
fprintf('\nInclinação da reta tangente: ');
Inc = diff(y)/diff(x)

% Cálculo dos parâmetros do modelo:
k = yinf/a;
lambda = (tm-m1)*Mi

%Gráfico de lambda em função de eta:
Eta = linspace(0,1,1000);
Lambda = log(Eta)./(Eta - 1).*exp(-(log(Eta))./(Eta-1));
figure;plot(Lambda,Eta);
title('Relação entre Lambda e Neta para o caso sobreamortecido')
xlabel('Lambda');ylabel('Neta');grid on

neta = input('Valor encontrado no gráfico para neta em função
do lambda calculado: ');

tal1 = (neta^(neta/(1-neta)))/Mi;
tal2 = (neta^(1/(1-neta)))/Mi;
tald = m1 - tal1 - tal2;

```

```

fprintf('Modelo resultante: ')
G = tf(k*1, [(tal1*tal2) (tal1+tal2) 1], 'InputDelay', tal2)

%-----
% TÉCNICA DE SUNDARESAN - RESPOSTA SUBAMORTECIDA

fprintf('Identificar na curva de resposta ao degrau os
parâmetros: \n')

a = input('\nAmplitude do degrau aplicado como entrada: ');
yinf = input('\nValor da resposta em regime permanente: ');
tm = input('\nInstante de tempo em que a reta tangente
intercepta o valor \nem regime permanente: ');
m1 = input('\nÁrea sombreada na curva de resposta: ');
Mi = input('\nInclinação da reta tangente ao ponto de inflexão:
');

% Exemplo para o cálculo da área a partir da definição de retas
auxiliares no valor da resposta em regime permanente
% t e vout são os vetores dos sinais de tempo e tensão de saída.
% Area abaixo do valor em regime permanente (positiva):
% Considera-se que é tracejado uma reta entre os pontos (xi1,yi1)
e (xf1,yf1), neste caso é necessário definir os vetores:
xp1 = [xi1 xf1];
yp1 = [yi1 yf1];
line(xp1,yp1);
N = 10000;
x_f1 = linspace(xp1(1),xp1(2),N);
dx1 = x_f1(2)-x_f1(1);
sup1 = interp1(xp1,yp1,x_f1);
inf1 = interp1(t,vout,x_f1);
area1 = dx1*trapz(sup1-inf1)
figure;plot(t,vout);hold on
patch([x_f1 fliplr(x_f1)], [sup1 fliplr(inf1)], 'r');
% Area acima do valor em regime permanente (negativa):
% Considera-se que é tracejado uma reta entre os pontos (xi2,yi2)
e (xf2,yf2), neste caso é necessário definir os vetores:
xp2 = [xi2 xf2];
yp2 = [yi2 yf2];
line(xp2,yp2);
x_f2 = linspace(xp2(1),xp2(2),N);
dx2 = x_f2(2)-x_f2(1);
sup2 = interp1(t,vout,x_f2);
inf2 = interp1(xp2,yp2,x_f2);

```

```

area2 = dx2*trapz(sup2-inf2)
patch([x_f2 fliplr(x_f2)], [sup2 fliplr(inf2)], 'g');
areatotal = area1 - area2

%Exemplo para o cálculo da inclinação a partir de dois pontos da
reta tangente
fprintf('Primeiro ponto na reta tangente: \n')
x1 = input('Cordenada x: ');y1 = input('Cordenada y: ');
fprintf('\nSegundo ponto na reta tangente: \n')
x2 = input('Cordenada x: ');y2 = input('Cordenada y: ');
x = [x1 x2]; y = [y1 y2];
fprintf('\nInclinação da reta tangente: ');
Inc = diff(y)/diff(x)

% Cálculo dos parâmetros do modelo:
k = yinf/a;
lambda = (tm-m1)*Mi

%Gráfico de lambda em função de zeta
Zeta = linspace(0,1,1000);
Lambda = (acos(Zeta)./(sqrt(1-(Zeta.^2)))).*exp((-
Zeta.*acos(Zeta))./sqrt(1-(Zeta.^2)));
figure;plot(Lambda,Zeta)
title('Relação entre Lambda e Zeta para o caso subamortecido')
xlabel('Lambda'),ylabel('Zeta'),grid on;

zeta = input('\nValor encontrado para zeta por meio do
gráfico: ');

wn = (acos(zeta)/sqrt(1-(zeta^2)))*(1/(tm - m1))
tald = m1-((2*zeta)/wn)

%Modelo resultante:
fprintf('\nModelo resultante: ')
G = tf((k*wn*wn),[1 (2*zeta*wn) (wn*wn)], 'InputDelay',tald)

%-----
% MÉTODO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA
% TRANSFORMADA DE FOURIER
aux = load('dados.txt');
t = aux(:,1); %Tempo em s
vin = aux(:,3); %Tensão de entrada em V
vout = aux(:,2); %Tensão de saída V

```

```

figure(1)
plot(t1, [vin1 vout1])
title('Sinal de entrada e saída')
xlabel('Tempo t(s)');ylabel('Tensão Vin e Vout (V)');
legend('Vin','Vout');grid on

dt1 = t1(2) - t1(1);
nfft1 = 2^nextpow2(length(t1));
% Vetor de frequências:
f1 = (0:nfft1 - 1)/dt1/nfft1;
% Normalização do vetor de entrada em relação a média:
vin1 = vin1 - mean(vin1);
% Normalização do vetor de saída em relação a média:
vout1 = vout1 - mean(vout1);

% Transformada rápida de de fourier:
Vin1 = fft(vin1.*hanning(length(vin1)),nfft1);
Vout1 = fft(vout1.*hanning(length(vout1)),nfft1);

% Espectro do módulo das tensões (hertz por magnitude)
figure(2)
plot(f1,abs(Vin1),f1,abs(Vout1))
title('Módulo dos sinais de entrada e saída')
xlabel('Frequência f(Hz)');ylabel('Módulo do sinal de entrada
e saída');legend('|Vin|','|Vout|')

% Espectro do módulo das tensões (rad/s por dB)
figure(3)
plot(f1*2*pi,20*log10(abs(Vin1)),f1*2*pi,20*log10(abs(Vout1)))
title('Módulo em dB dos sinais de entrada e saída')
xlabel('Frequência w(rad/s)');ylabel('Módulo em dB do sinal de
entrada e saída');legend('|Vin|','|Vout|')

% Curva dos ângulos de fase dos sinais de entrada e saída
figure(4)
plot(f1*2*pi,unwrap(angle(Vin1))*180/pi,f1*2*pi,unwrap(angle(V
out1))*180/pi)
title('Ângulo de fase em graus do sinal de entrada e saída ')
xlabel('Frequência w(rad/s)');ylabel('Angulo em graus do sinal
de entrada e saída');
legend('ang(Vin) ','ang(Vout) ')

```

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, Luis A. **Introdução à identificação de sistemas: Técnicas lineares e não lineares: teoria e aplicação**. 4. ed. rev. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2015.

BOYLESTAD, Robert L. **Introdução à análise de circuitos**. 10. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2004.

COELHO, Antônio A. R., COELHO, Leandro D. S. **Identificação de sistemas dinâmicos lineares**. Florianópolis: Editora da UFSC, 2004.

DATAPPOOL, Eletrônica. **Servomecanismo 2208**: Manual de experiências e calibração. Itajubá: Datapool Eletrônica, 2006. 35 p.

DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H. **Sistemas de controle modernos**. 12. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

FONTES, A. B.; SOBRINHO, M. O.; LIMA, J. S. **Identificação em malha fechada de sistemas com atraso considerando a influência do zero de Padé no transitório**. XVIII Congresso Brasileiro de Automática, Bonito, p. 527–534, 2010.

GILAT, Amos. **Matlab com aplicações em engenharia**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

HAYKIN, Simon; VEEN, Barry Van. **Sinais e sistemas**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

LATHI, B. P. **Sinais e sistemas lineares**. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007.

LJUNG, Lennart. **System identification: theory for the user**. New Jersey: Prentice Hall, 1987.

LJUNG, Lennart; GLAD, Torkel. **Modeling of dynamic systems**. New Jersey: Prentice Hall, 1994

MALVINO, Albert; BATES, David J. **Eletrônica: Volume 1**. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

MALVINO, Albert; BATES, David J. **Eletrônica: Volume 2**. 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

NISE, Norman S. **Engenharia de sistemas de controle**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

ORENSTEIN, Leonardo P. **Procedimento para identificação de sistemas dinâmicos em ambiente industrial**. 2013. 107 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – COPPE/Programa de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

PICO, Technology. **PicoScope 3000 Series: Datasheet**. Cambridgeshire: Pico Technology, 2013. 9 p.

RAKE, H. **Step response and frequency response methods**. Automática, Vol 16, p. 519–526, 1980.

SANTOS, Paulo J. D. A. L. D. **Identificação de sistemas através de diagrama de Bode**. 1994. 493f. Dissertação (Doutorado em Engenharia) – Departamento de Engenharia Eletrotécnica e Computadores, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 1994.

SILVA, Dárcio D. S. **Identificação de funções de transferência utilizando como entrada um degrau**. 2008. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.

SÖDERSTRÖM, Torsten; STOICA, Petre. **System identification**. London: Prentice Hall International, 1989.

SUNDARESAN, K. R.; PRASAD, C. C.; KRISHNASWAMY, P. R. **Evaluating parameters from process transients**. Industrial Engineering Chemical Process Design and Development, v. 17, n. 3, p. 257–241, 1978.

TAIWO, O. **Comparison of four methods of on-line identification and controller tuning**. IEE Proceedings-D: Control theory and applications, v. 140, n 5, p. 323–327, 1993.

YUWANA, M.; SEBORG, D. E. **A new method for on-line controller tuning.** AIChE Journal, v. 28, n. 3, p. 434–440, 1982.

ZIEGLER, J. G.; NICHOLS, N. B. **Optimum settings for automatic controllers.** Transaction ASME, v. 64, p. 759–765, 1942.